

# Avaliação e Reprojetos de Controladores PI/PID Baseados em Especificações de Robustez

André Luís Silva Barbosa

Tese de Doutorado apresentada à Coordenadoria do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Péricles Rezende Barros, Ph.D

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©André Luís Silva Barbosa, Novembro de 2015

B238a      Barbosa, André Luís Silva.  
              Avaliação e reprojeto de controladores PI/PID baseados  
              em especificações de robustez / André Luís Silva Barbosa. -  
              Campina Grande-PB, 2015.  
              135 f. il.

              Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade  
              Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e  
              Informática, 2015.  
              Referências.

              1. Engenharia Elétrica. 2. Controle de Processos. 3.  
              Controle PID. 4. Controle Industrial. I. Barros, Péricles  
              Rezende. II. Universidade Federal de Campina Grande. III.  
              Título

CDU 621.3(043)

**"AVALIAÇÃO E REPROJETO DE CONTROLADORES PI/PID BASEADOS EM  
ESPECIFICAÇÕES DE ROBUSTEZ"**

**ANDRÉ LUÍS SILVA BARBOSA**

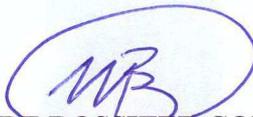
**TESE APROVADA EM 20/11/2015**



**PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG**  
Orientador(a)

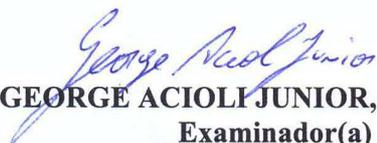


**CARLOS EDUARDO TRABUCO DOREA, Dr., UFRN**  
Examinador(a)

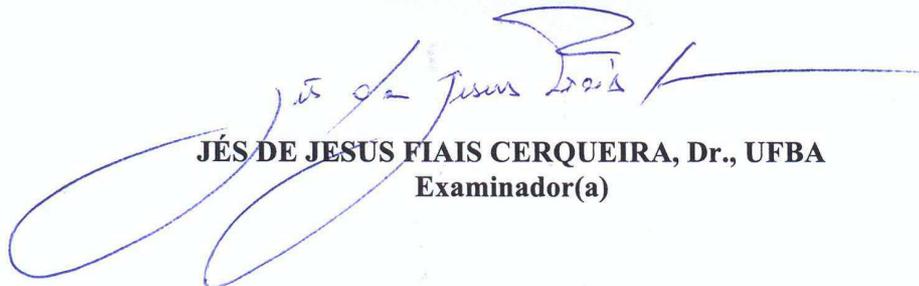


**MAURÍCIO BELTRÃO DE ROSSITER CORRÊA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)

**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)



**GEORGE ACIOLI JUNIOR, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)



**JÊS DE JESUS FIAIS CERQUEIRA, Dr., UFBA**  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**

# Agradecimentos

Ao longo desses quatro anos de trabalho, muitas foram as pessoas que influenciaram de forma direta ou indireta na conclusão desta tese de doutorado.

Agradeço primeiramente a Deus por colocar no meu caminho pessoas que contribuíram para este trabalho, por ter me dado força para continuar esta longa caminhada e superar todos os obstáculos (e foram muitos).

Agradeço aos meus pais Antônio e Doralice pelo apoio incondicional, por todo o suporte e conselhos ao longo de toda minha vida. Aos meus irmãos Paulo, Clara e Pedro, não só pelas discussões construtivas, mas também por terem me prestado todo o apoio nos momentos de dificuldade.

Agradeço à minha noiva Maria Auriane, pela paciência e compreensão nos momentos de ausência e nos momentos de noites em claro.

Não poderia deixar de agradecer à Universidade Federal de Campina Grande, e em especial a todos que compõem o Departamento de Engenharia Elétrica - Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, por toda infraestrutura oferecida, permitindo o desenvolvimento não só deste trabalho, mas da minha formação como profissional.

Por fim, agradeço pela amizade, críticas, sugestões e confiança que meu orientador, professor Péricles Rezende Barros, depositou em mim ao me escalar para participar dos trabalhos ligados ao laboratório. Agradeço ao professor George Acioli Junior pela efetiva participação neste trabalho, e a todos os colegas que fazem parte do Laboratório de Instrumentação Eletrônica e Controle pelas amizades, momentos de descontração e por todo apoio prestado sanando dúvidas, compartilhando material e conhecimento, que foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

## Resumo

Neste trabalho, uma proposta de reprojeto de controladores PI e PID é apresentada. O ponto de partida são métodos já conhecidos na literatura e o objetivo do reprojeto é melhorar os aspectos de robustez da malha fechada. Baseado em informações frequenciais obtidas experimentalmente, também é apresentado um método de identificação de processos para tornar possível a aplicação dos métodos originais. Quando as restrições de utilização do método original ou as especificações de robustez não são atendidas, pode-se parametrizar os controladores PI/PID para obter uma malha fechada com as características desejadas. A análise dos resultados é realizada avaliando simulações com os métodos para vários tipos de processos e com resultados experimentais.

**Palavras-chave:** Controle de Processos, Controle PID, Robustez, Controle Industrial, Identificação, Resposta em Frequência

# Abstract

In this work, a proposal to redesign PI and PID controllers is presented. The starting point are methods known in the literature and the goal of the redesign is to improve robustness aspects of the closed loop. Based on frequencial information obtained experimentally, it is also presented a process identification method to enable the application of originals methods. When restrictions to use the originals methods or robustness specifications are not met, one can parameterize the PI/PID controllers for a closed loop with the desired characteristics. The results analysis is performed with simulations to evaluate the methods for several classes of processes and with experimental results.

**Keywords:** Process Control, PID Control, Robustness, Industrial Control, Identification, Frequency Response

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>7</b>
1.1	Introdução Geral . . . . .	7
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	9
1.2.1	O Ótimo Simétrico . . . . .	10
1.2.2	O IMC . . . . .	11
1.3	Estrutura do Documento . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Aspectos Teóricos Preliminares</b>	<b>14</b>
2.1	Introdução . . . . .	14
2.2	Diagramas de Bode e Nyquist . . . . .	15
2.3	Análise de Estabilidade de Sistemas . . . . .	17
2.3.1	CrITÉrio de Estabilidade de Nyquist . . . . .	17
2.3.2	Margens de Estabilidade . . . . .	17
2.3.3	Máximo da Função Sensibilidade . . . . .	18
2.4	Experimento do Relé . . . . .	20
2.5	Aproximação de Modelos . . . . .	21
2.6	Controladores . . . . .	23
2.7	Método do Ótimo Simétrico - SO-m . . . . .	27
2.7.1	Controladores PI . . . . .	28
2.7.2	Controladores PID . . . . .	29
2.7.3	Análise de Estabilidade . . . . .	30
2.8	Controle PI/PID por Modelo Interno - IMC . . . . .	34
2.9	Conclusão . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Sintonia Baseada no Ótimo Simétrico</b>	<b>38</b>
3.1	Introdução . . . . .	38
3.2	Formulação do Problema . . . . .	38
3.3	Identificação do Modelo . . . . .	40

3.3.1	Estimação do Modelo de Primeira Ordem com Integrador . . . . .	40
3.3.2	Exemplos de Aplicação . . . . .	44
3.4	Proposta de Sintonia de Controladores PI Baseada no SO-m . . . . .	50
3.5	Especificações de Projeto . . . . .	55
3.6	Restrições dos Valores de $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	55
3.7	Projeto do Controlador PI . . . . .	56
3.8	Exemplos de Simulações . . . . .	61
3.9	Resultados Experimentais . . . . .	70
3.10	Conclusões . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Sintonia Iterativa Baseada no IMC</b>	<b>74</b>
4.1	Introdução . . . . .	74
4.2	Formulação do Problema . . . . .	75
4.3	Identificação do Modelo FOPTD . . . . .	75
4.3.1	A Excitação . . . . .	75
4.3.2	Estimação do Modelo . . . . .	77
4.4	Interpolação Linear e por <i>Spline</i> Cúbica . . . . .	78
4.5	Sintonia Iterativa de Controladores PI/PID . . . . .	81
4.6	Exemplos de Simulações . . . . .	90
4.7	Resultados Experimentais . . . . .	121
4.8	Conclusões . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Conclusões e Considerações Finais</b>	<b>128</b>
5.1	Introdução . . . . .	128
5.2	Contribuições deste Trabalho . . . . .	128
5.3	Sugestões de Trabalhos Futuros . . . . .	130
5.4	Conclusões . . . . .	131
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>132</b>

# Lista de Tabelas

2.1	Regras de sintonia SO-m para controladores PI. . . . .	29
2.2	Regras de sintonia SO-m para controladores PID. . . . .	30
2.3	Regras de sintonia IMC para controladores PI e PID para modelo FOPTD. . . . .	37
3.1	Modelos FOPTD e $\hat{G}(s)$ estimados para vários tipos de processos $G(s)$ . . . . .	44
3.2	Valores para o ponto $p$ para diferentes tipos de processos . . . . .	62
4.1	Modelos FOPTD $\hat{G}(s)$ estimados para vários tipos de processos $G(s)$ . . . . .	78
4.2	Resultados finais para $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ com o controlador PI para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	96
4.3	Resultados finais para $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,6$ . . . . .	97
4.4	Resultados finais para $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ com o controlador PI para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	102
4.5	Resultados finais para $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	105
4.6	Resultados finais para $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$ com o controlador PI para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	108
4.7	Resultados finais para $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	110
4.8	Resultados finais para $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ com o controlador PI para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	114
4.9	Resultados finais para $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,8$ . . . . .	116
4.10	Resultados finais para $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,4$ . . . . .	118
4.11	Resultados Finais para $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$ com o controlador PID para uma especificação de $M_s = 1,4$ . . . . .	121

# Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos para um processo. . . . .	14
2.2	Diagrama de Bode para uma função de transferência $G$ de um processo. . . . .	16
2.3	Diagrama de Nyquist para uma função de transferência qualquer. . . . .	16
2.4	Ilustração das margens de estabilidade de um sistema no diagrama de Nyquist. . . . .	18
2.5	Diagrama de Nyquist com o critério de robustez do círculo $M_s$ . . . . .	19
2.6	Diagrama de blocos para o experimento do relé em malha fechada. . . . .	20
2.7	Diagrama de blocos para o experimento do relé modificado em malha fechada. . . . .	21
2.8	Diagrama de blocos para um processo com controlador em malha aberta. . . . .	23
2.9	Diagrama de blocos para um processo com controlador em malha fechada. . . . .	23
2.10	Diagrama de blocos para a representação do controlador PID em paralelo. . . . .	26
2.11	Diagrama de blocos para a representação do controlador PID em série. . . . .	26
2.12	Magnitude para um projeto com Ótimo Simétrico com controladores PI. . . . .	28
2.13	Magnitude para um projeto com Ótimo Simétrico com controladores PID. . . . .	30
2.14	Diagrama de Bode da função de transferência do ganho de malha com controlador PI demonstrando o ponto da frequência de corte (demarcado por $\bullet$ ) para $K = 1$ , $T_1 = 1$ e diferentes valores de $T_\Sigma$ ( $T_\Sigma = 0.1$ (sólido), $T_\Sigma = 0.05$ (tracejado) e $T_\Sigma = 0.005$ (pontilhado)). . . . .	31
2.15	Diagrama de Bode da função de Sensibilidade com controlador PI para $K = 1$ , $T_1 = 1$ e diferentes valores de $T_\Sigma$ ( $T_\Sigma = 0.1$ (sólido), $T_\Sigma = 0.05$ (tracejado) e $T_\Sigma = 0.005$ (pontilhado)). . . . .	32
2.16	Diagrama de Bode da função de transferência do ganho de malha com controlador PID demonstrando o ponto da frequência de corte (demarcado por $\bullet$ ) para $K = 1$ , $T_1 = 1$ , $T_2 = 1$ e diferentes valores de $T_\Sigma$ ( $T_\Sigma = 0.1$ (sólido), $T_\Sigma = 0.05$ (tracejado) e $T_\Sigma = 0.0050$ (pontilhado)). . . . .	33
2.17	Diagrama de Bode da função de Sensibilidade com controlador PID para $K = 1$ , $T_1 = 1$ , $T_2 = 1$ e diferentes valores $T_\Sigma$ ( $T_\Sigma = 0.1$ (sólido), $T_\Sigma = 0.05$ (tracejado) e $T_\Sigma = 0.0050$ (pontilhado)). . . . .	34

2.18	Diferentes estratégias de controle por realimentação negativa. (a) Configuração clássica; (b) Configuração com modelo interno . . . . .	35
3.1	Excitação proposta. . . . .	41
3.2	Diagrama de blocos para o experimento do relé proposto. . . . .	41
3.3	Experimento do relé $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado). . . . .	45
3.4	Diagrama de Bode para o processo $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ (tracejado), $\hat{G}(s) = \frac{0,2731}{s(0,6889s+1)}$ (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado). . . . .	46
3.5	Experimento do relé $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado). . . . .	47
3.6	Diagrama de Bode para o processo $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ (tracejado), $\hat{G}(s) = \frac{0,8033}{s(0,2252s+1)}$ (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado). . . . .	47
3.7	Experimento do relé $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado). . . . .	48
3.8	Diagrama de Bode para o processo $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ (tracejado), $\hat{G}(s) = \frac{0,3059}{s(0,4671s+1)}$ (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado). . . . .	49
3.9	Experimento do relé $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado). . . . .	50
3.10	Diagrama de Bode para o processo $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$ (tracejado), $\hat{G}(s) = \frac{0,2770}{s(0,6512s+1)}$ (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado). . . . .	51
3.11	Experimento do relé $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado). . . . .	52
3.12	Diagrama de Bode para o processo $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$ (tracejado) e $\hat{G}(s) = \frac{0,3913}{s(0,6246s+1)}$ (contínua). . . . .	52
3.13	Representação do efeito da variação do $\beta$ no controlador PI $C'$ numa função ganho de malha $L'$ qualquer. . . . .	53
3.14	Representação do efeito da variação do $\alpha$ para $\beta = 1$ no controlador PI numa função de transferência do ganho de malha $L''$ qualquer. . . . .	54
3.15	Representação do efeito da variação do $\alpha$ e $\beta$ no controlador PI na função de transferência do ganho de malha $L''$ qualquer. . . . .	54
3.16	Diagrama de Nyquist para $L = GC$ , com $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ e um controlador PI sintonizado com o método original do Ótimo Simétrico. . . . .	58
3.17	Diagrama de Nyquist para $L = GC$ , com $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ e um controlador PI sintonizado com o método original do Ótimo Simétrico ajustado com o parâmetro $\beta$ . . . . .	59

3.18	Representação da distância $d$ no plano complexo. . . . .	61
3.19	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ com o controlador PI parametrizado. Para $p = -0,7730$ , $\beta = 2,7054$ . . . . .	63
3.20	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ com o controlador PI parametrizado, reta com $\beta = 2,7054$ e $\alpha = 1,3710$ (sólida) e a reta somente com $\beta = 2,7054$ (pontilhada). . . . .	63
3.21	Resposta temporal de $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ para (a) variável do processo e (b) ação de controle. . . . .	64
3.22	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ com o controlador PI parametrizado, com $\beta = 14,3491$ . . . . .	65
3.23	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ com o controlador PI parametrizado. Com o controlador $C''$ , $\beta = 14,3491$ e $\alpha = 1,1800$ (reta sólida) e com $C'$ $\beta =$ $14,3491$ (reta pontilhada). . . . .	66
3.24	Resposta temporal de $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ para (a) variável do processo e (b) ação de controle. . . . .	67
3.25	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$ com o controlador PI parame- trizado, com $\beta = 0,9565$ . . . . .	68
3.26	Diagramas de Nyquist para $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$ com o controlador PI parame- trizado. Com o controlador $C''$ , $\beta = 0,9565$ e $\alpha = 4,8520$ (reta sólida) e com $C'$ $\beta = 0,9565$ (reta pontilhada). . . . .	68
3.27	Resposta temporal de $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$ para (a) variável do processo e (b) ação de controle. . . . .	69
3.28	Experimento do relé proposto. . . . .	71
3.29	Resposta ao degrau para SO (tracejado) e método proposto (sólido). . . . .	72
4.1	Excitação proposta para $n = 3$ . . . . .	76
4.2	Diagrama esquemático para realização do experimento. . . . .	77
4.3	Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha $L(s)$ e os pontos estimados interpolados de forma linear com a estimativa inicial da margem de fase. . . . .	83
4.4	Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha $L(s)$ e os pontos estimados interpolados de forma linear para a margem de fase $Mf_2$ . . . . .	85
4.5	Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha $L(s)$ (tracejado) e os pontos estimados interpolados por <i>spline</i> cúbica (sólida). . . . .	86
4.6	Efeito do $\beta$ na curva interpolada por <i>spline</i> cúbica. . . . .	89

4.7 Sinais de saída para o experimento proposto para identificação de três pontos em frequência para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ . . . . . 91

4.8 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,5870$ . . . . . 93

4.9 Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI. . . . . 94

4.10 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 95

4.11 Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,6650$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final. . . . . 97

4.12 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC para (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 98

4.13 Sinais de saída para o experimento proposto para identificação de cinco pontos em frequência para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ . . . . . 99

4.14 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{SIMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  e os cinco pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,4600$ . . . . . 100

4.15 Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI. . . . . 101

4.16 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 102

4.17 Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3460$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final. . . . . 103

4.18 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 104

4.19 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3140$ . . . . . 106

4.20 Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI. . . . . 107

4.21 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. 108

4.22 Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,1280$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final. . . . . 109

4.23 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. 110

4.24 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 1,1700$ . . . . . 112

4.25 Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI do Exemplo 4. 113

4.26 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 114

4.27 Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 1,1540$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final. . . . . 115

4.28 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 116

4.29 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PID  $C_{IMC_{PID}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3140$ , (c) interpolação por *spline* e efeito da parametrização com  $\beta$ , (d) resultado com o controlador final. . . . . 118

4.30 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 119

4.31 Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PID  $C_{IMC_{PID}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,9520$ , (c) interpolação por *spline* e efeito da parametrização com  $\beta$ , (d) resultado com o controlador final. . . . . 120

4.32 Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle. . . . . 122

4.33 Experimento do relé para o processo. . . . . 123

4.34 Diagrama para o processo com o controlador PI pelo método proposto (a) pontos em frequência estimados (b) parametrização com  $\alpha = 0,2410$ . . . . . 124

4.35 Diagrama com os resultados finais para o experimento proposto. . . . . 125

4.36 Resposta à mudança de *set-point* e distúrbios aplicados ao processo com  $M_s = 1,2$  utilizando o controlador PI: método proposto (linha sólida), SIMC (linha pontilhada). . . . . 125

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Introdução Geral

O algoritmo de controle mais utilizado nos processos industriais é o proporcional-integral-derivativo (PID). A forma simples de obtenção dos parâmetros de sintonia permite que operadores e engenheiros de controle atuem nos processos de forma direta e eficaz. Um controlador PID sintonizado utilizando uma metodologia adequada pode apresentar características robustas, tolerando perturbações e não linearidades presentes nos processos.

Um dos motivos que pode dificultar a sintonia e deixar de utilizar os principais benefícios do controlador é a falta de conhecimento com relação ao processo por parte dos operadores. Na grande maioria dos casos, não se conhece muita informação a respeito das dinâmicas dos processos e faz-se necessário escolher entre as diversas técnicas de sintonia existentes para obter o desempenho desejado. Além disso, alguns sistemas industriais podem conter vários controladores que necessitam ser sintonizados de forma individual para se adequar às dinâmicas de cada parte do processo. O pouco conhecimento de informações referentes ao processo e às metodologias de controle leva o projetista a sintonizar controladores com características conservadoras, como forma de segurança para não levar o processo à instabilidade.

Em (CAMPOS; TEIXEIRA, 2010) são listados os benefícios da utilização de uma metodologia apropriada para sintonia de controladores na indústria. Os principais são:

- Aumento na produção e melhoria na qualidade dos produtos;
- Energia melhor aproveitada, minimizando o erro humano e necessidade de produzir novamente o mesmo produto;
- Liberação de operadores para outras atividades manuais;

- Melhoria no nível de segurança, entre inúmeros outros benefícios.

Na literatura, vários autores listam as principais técnicas de sintonia de controladores existentes. Em sua maioria, essas técnicas baseiam-se na obtenção de um modelo matemático do processo, simples o suficiente para obtenção de algumas características relevantes. Com modelos de primeira e segunda ordem, obtêm-se informações aproximadas dos processos com características suficientes para se atingir resultados apropriados que atendam às especificações do projeto. Nesse contexto, a aproximação por modelos matemáticos torna-se uma alternativa para ajustar o controlador de acordo com as especificações desejadas. A realização de experimentos diretos no processo possibilita a identificação de um modelo aproximado ao real para se implementar o projeto de controle mais adequado.

Neste trabalho, uma metodologia de sintonia de controladores baseando-se no algoritmo PID foi desenvolvida. O objetivo é a obtenção de um controlador com características de robustez e margens de estabilidade bem definidas. Um método experimental apropriado também é proposto e aplicado para identificação de parâmetros e obtenção de um modelo que permita a utilização de métodos de sintonia de controladores conhecidos na literatura.

O primeiro método utilizado como base é o proposto por (KESSLER, 1958) conhecido como “Ótimo Simétrico” - SO-m (*Symmetrical Optimum method*). Este é um método simples, bastante utilizado na indústria e utilizado para uma variada classe de processos. Aspectos de estabilidade e robustez são avaliados do método original e, baseando-se numa manipulação dos parâmetros do controlador do método original, é possível obter as especificações desejadas do processo. Neste caso, o modelo utilizado para obtenção dos parâmetros é bastante simples. Uma proposta de identificação dos parâmetros do modelo também é apresentada.

Na segunda proposta, é utilizado como base o método do Controle por Modelo Interno - IMC (*Internal Model Control*) introduzido por (GARCIA; MORARI, 1982) com extensão em (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986). Com o experimento proposto é possível estimar outros pontos em frequência e uma metodologia geral é proposta para sintonizar controladores PI e PID. Análises de estabilidade, exemplos de simulação e resultados experimentais serão apresentados no trabalho.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

O primeiro trabalho a apresentar uma importante contribuição na sintonia de controladores PID foi apresentado em (ZIEGLER; NICHOLS, 1942). Equações simples para determinar os parâmetros do controlador foram apresentadas neste trabalho e que ainda são muito utilizadas nos dias atuais. A partir daí, várias técnicas foram desenvolvidas baseadas nessa proposta.

Em 1952 um método desenvolvido no trabalho (CHIEN; HRONES; RESWICK, 1952) deu aos sistemas em malha fechada mais robustez a partir da proposta inicial de Ziegler e Nichols. Com uma melhoria do método original, este método ofereceu uma melhor rejeição ao distúrbio de carga e à mudança de *set-point*, em estratégias diferentes para cada caso, dependendo das especificações do projeto. Em seguida, (COHEN; COON, 1953) propuseram outro método cujo principal objetivo é a rejeição ao distúrbio de carga. A tentativa é posicionar um polo dominante que dê um quarto de amplitude de taxa de decaimento.

Em 1984 esses trabalhos foram estendidos com a proposta discutida em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984) para a sintonia de controladores PI e PID. No domínio da frequência, (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984) utilizam um relé em malha fechada para identificação do ponto crítico do sistema, isto é, o ponto da resposta em frequência cuja fase é  $-180^\circ$ . Este experimento ficou conhecido como experimento do relé, visto que um relé é colocado em malha fechada com o processo, para se obter oscilações sustentadas na saída, atrasada da fase dependendo do relé. A partir das informações da resposta em frequência deste experimento, é possível analisar o processo para se obterem os parâmetros do controlador com as especificações desejadas.

Em (KHALIL, 1996) apresenta-se que há uma desvantagem no método do relé ao assumir o efeito apenas do primeiro harmônico dos sinais. Em alguns casos, a estimativa apenas do ponto crítico não era suficiente. Em (LEVA, 1993) foi apresentada uma modificação no experimento base do relé de Åström e Hägglund, introduzindo um atraso variável na malha, objetivando a obtenção diferentes informações da resposta em frequência do processo. Vários outros trabalhos também são encontrados na literatura com o intuito de melhorar os primeiros métodos propostos tomando por base as regras de sintonia de Ziegler e Nichols e técnicas de identificação apresentadas nos trabalhos Åström e Hägglund.

Em grande parte das publicações atuais na área de controle de processos, percebe-se ainda um forte investimento na melhoria dos controladores PID. Além disso, as grandes empresas fabricantes dos computadores e sistemas de controle utilizados na indústria im-

plementam diversos formatos dos controladores PID, o que justifica o fato de investimento de tempo e pesquisa em metodologias que melhorem o desempenho desses controladores.

### 1.2.1 O Ótimo Simétrico

Dentre os principais mecanismos para obtenção de uma estratégia eficiente de controle estão os métodos baseados em otimização. Uma estrutura de controlador deve ser apresentada com especificações de poucos parâmetros. Nesse contexto, o conceito do método de sintonia do “Ótimo Simétrico” (SO-m) foi apresentado em (KESSLER, 1958) e surgiu com a ideia básica de encontrar um controlador que faz com que a função de transferência da malha fechada tenha ganho unitário nas frequências mais baixas. O processo é reduzido a um modelo que assume integradores com dinâmicas rápidas (que são as constantes de tempo pequenas mais o atraso do processo) capturadas por um único parâmetro para resultar numa inclinação de  $-20dB/dec$  na resposta em frequência, visualizada no diagrama de Bode, na região próxima da frequência de corte do sistema.

Alguns trabalhos foram apresentados baseando-se na ideia original do SO-m. (VODA; LANDAU, 1995) apresentaram uma expansão do SO-m com um método de auto-calibração chamado regras KLV (Kessler-Landau-Voda) para sintonia de controladores PID. A implementação do método é combinada com o experimento do relé e tem a vantagem de robustez em muitos aspectos no domínio da frequência. O controlador pode ser ajustado por uma regra simples de sintonia com garantias de estabilidade e robustez por meio de informações obtidas na frequência em  $-135^\circ$ .

Uma abordagem analítica para sintonia de controladores PID baseada no SO-m foi apresentada em (LORON, 1997). O método denominado de “Ótimo não-Simétrico” é baseado na especificação em malha fechada e leva à otimização do seu desempenho. O modelo utilizado no método é o mesmo do SO-m que é o de primeira ordem com um integrador, porém são utilizadas duas abordagens para obtenção do modelo: - Uma abordagem analítica - na qual as constantes de tempo menores mais o atraso são capturadas em uma constante de tempo equivalente denominada  $T_Q$  e uma aproximação muito similar ao método original é aplicada; - Uma aproximação experimental - baseando-se na resposta ao degrau da malha, aplicando-se comparativos com o teorema do valor final e realizando aproximações necessárias para a obtenção do modelo com o integrador. As regras de sintonia do controlador são baseadas em cancelamento de pólos e numa compensação global incluindo uma nova equivalente constante de tempo, relações que são detalhadas no trabalho.

(PREITL; PRECUP, 1999) implementaram extensões das relações de sintonia do PI e

PID, no contexto do SO-m, a partir de outro método desenvolvido nos trabalhos (PREITL; PRECUP, 1996) e (PREITL; PRECUP, 1997). O método oferece os parâmetros de sintonia de controladores de acordo com o que é desejado, obtendo relações para valores com vantagens observadas em termos de margem de fase do sistema. (PREITL, 2005) propôs um método de sintonia de controladores PI e PID eficiente para processos com uma constante de tempo muito maior que as demais, baseando-se numa dupla parametrização do SO-m. Em (PREITL et al., 2011) foi implementada uma forma estendida do SO-m que os autores denominaram ESO-m (*Extended Symmetrical Optimum Method*), bem como uma dupla parametrização denominada 2p-SO-m (*Double parameterization of the Symmetrical Optimum method*), os quais são métodos que os autores colocam como bem atuais, devido à aplicabilidade no campo da mecatrônica.

Ainda no contexto do SO-m, trabalhos mais recentes como (PAPADOPOULOS; PAPASTENAKI; MARGARIS, 2011) com extensão em (PAPADOPOULOS; PAPASTENAKI; MARGARIS, 2012) apresentaram princípios de sua aplicação que visam a sintonia do controlador PID para que a saída final do sistema em malha fechada resulte na eliminação de erros de ordem elevada em estado estacionário, de posição, velocidade e aceleração. Este conceito é aplicado no projeto de controladores PID tipo  $p$ , nos quais os sistemas de controles são caracterizados pela presença de  $p$  integradores na função de transferência do ganho de malha do sistema.

### 1.2.2 O IMC

O método de Controle por Modelo Interno - IMC é outro mecanismo de sintonia de controladores PI e PID de comum utilização na indústria. Com uma metodologia simples para obtenção dos parâmetros do controlador, baseado no cancelamento dos pólos do modelo, foi introduzido inicialmente em (GARCIA; MORARI, 1982). Este método tem a vantagem de associar aspectos de robustez com desempenho dos controladores. No trabalho (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986) o procedimento para PID é aprimorado e desenvolvida uma metodologia para o controle de processos químicos típicos baseados em modelos de Primeira Ordem com Atraso - FOPTD (*First Order Plus Time Delay*).

Ao longo dos anos, novas propostas surgiram principalmente com o intuito de melhorar o desempenho e robustez do controlador IMC, como pode ser verificado em (CHIEN; FRUEHAUF, 1990), (FRUEHAUF; CHIEN; LAURITSEN, 1994), (HORN et al., 1996). Os trabalhos mais recentes já se voltam para aplicações com modelos específicos ou rejeição às discrepâncias que podem influenciar os processos industriais, como (SELVIA; RADHAKRISHNANA; SUNDARAMA, 2006), (VU; LEE; LEE, 2007), (LEE; SHAMSUZZOHA;

VU, 2008), (LIU; GAO, 2010), (ALFARO; VILANOVA, 2012), (HU; LI; TANG, 2012), entre outros.

Visando aspectos de robustez, em (CHEN; SEBORG, 2002) o IMC é tomado por base para desenvolvimento de uma técnica para sintonia de PID baseado na rejeição de distúrbios. Este trabalho relaciona os demais baseados numa síntese direta para rastreamento do valor de referência. A especificação desejada de malha fechada é alcançada baseando-se em modelos de primeira e segunda ordem com atraso, bem como modelos com integrador mais atraso. Para modelos de ordem elevada, aproximações são realizadas a partir de expansões em séries ou aproximações no domínio da frequência.

Um trabalho baseado no IMC que é referência na literatura é o (SKOGESTAD, 2003) cujo projeto original é apresentado com uma modificação que resulta em bom comportamento para a malha fechada do sistema. A regra é baseada numa aproximação do modelo denominada '*Half rule*' onde a maior constante de tempo é aproximada como um atraso e a menor retida como uma constante de tempo para obtenção do modelo. Segundo o autor, o método, que foi denominado SIMC (*Skogestad IMC*), é uma proposta similar ao que foi apresentado em (FRUEHAUF; CHIEN; LAURITSEN, 1994) com relações baseadas em simulações, verificadas no meio industrial e que dá uma visão analítica de como obter um controlador bem sintonizado para resposta a alterações tanto nos processos como no atraso ou no ganho. Os trabalhos seguintes que utilizam o SIMC como base são apresentados em (SKOGESTAD, 2006) para um controle com variáveis dimensionadas adequadamente objetivando robustez para padrões da indústria, (SHAMSUZZOHA; SKOGESTAD, 2010) para projeto de controladores PID utilizando experimentos em malha fechada e em (GRIMHOLT; SKOGESTAD, 2012) com a obtenção de controladores PI que utiliza o ajuste de um parâmetro para definir níveis de robustez.

Atualmente o IMC ainda é bastante referenciado nos trabalhos com aplicações específicas. Com a simplificação do SIMC observa-se trabalhos principalmente na área de processos químicos, controle com lógica difusa (*Fuzzy Control*), aplicações em sistemas não lineares, controle de processos multivariáveis, e nas mais diversas áreas.

### 1.3 Estrutura do Documento

Este trabalho está organizado pela ordem cronológica do desenvolvimento dos métodos de controle. No capítulo 2 aspectos teóricos preliminares são apresentados como resumo de análise no domínio de frequência bem como as características dos principais controladores utilizados na indústria e análise de estabilidade. Observe que os principais índices de robustez são introduzidos neste capítulo. Estes índices são relacionados ao longo do texto como especificação dos métodos propostos que são detalhados nos capítulos 3 e 4. Ainda no capítulo 2, o experimento padrão para identificação dos modelos necessários é apresentado. Inicialmente, é colocado um breve resumo acerca do experimento do relé e como utilizá-lo para obtenção das informações do processo em duas frequências ( $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$  - frequências do sistema onde as fases são  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$ , respectivamente). Em seguida, os dois métodos de sintonia que são utilizados como base ao longo do trabalho também são apresentados por meio de um breve resumo com as principais características do SO-m, levantando pontos a respeito das regras de sintonia, aspectos de estabilidade e robustez do método, e para o IMC, com suas principais características e forma de obtenção dos parâmetros dos controladores.

No capítulo 3 é apresentada uma proposta de identificação do modelo  $\hat{G}(s)$ , adequado para uso do SO-m como método base, utilizando o método matemático dos mínimos quadrados para estimar o ganho  $K'$  e a constante de tempo  $T_\Sigma$ . São realizadas comparações com métodos já existentes de identificação e avaliação gráfica por meio de diagramas de Bode para várias classes de processos. Por fim, são apresentados os procedimentos para obtenção do SO-m modificado, denominado neste trabalho de MSO-m (*Modified Symmetrical Optimum method*), para o controlador PI visando adequá-lo para vários tipos de processos com especificações de robustez bem definidas. Para finalizar o capítulo, são demonstrados exemplos de simulações de utilização do método proposto, um experimento em escala laboratorial, bem como comentários e avaliações.

O capítulo 4 está reservado para a apresentação da segunda técnica para obtenção de controladores. As regras tomam como base um controlador inicial sintonizado por meio de um modelo simples. A proposta de um experimento para obtenção de mais pontos da resposta em frequência, o procedimento para a resintonia, além daquelas obtidas com o experimento em  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$  também são apresentadas. Exemplos de simulações e resultados experimentais são apresentados no capítulo, comparados à técnica original e demais técnicas aprimoradas para especificações semelhantes à proposta neste trabalho.

Finalmente, no capítulo 5 são discutidas as contribuições deste trabalho. As considerações e finais e propostas para trabalhos futuros também são colocados no capítulo.

# Capítulo 2

## Aspectos Teóricos Preliminares

### 2.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados alguns aspectos teóricos preliminares que são explorados ao longo do trabalho. A análise de um sistema no domínio da frequência é uma importante ferramenta na teoria de controle. Um dos caminhos mais comuns para caracterizar a relação de entrada e saída de um processo é por meio da função de transferência. Considere o diagrama de blocos representado na Figura 2.1. Em geral, para um sistema contínuo no tempo com entrada  $u(t)$  que produz uma saída  $y(t)$ , um mapeamento no domínio da frequência pode ser realizado aplicando a transformada de Laplace da entrada ( $U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$ ) e na saída ( $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ ) do processo. A relação

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad (2.1)$$

com condições iniciais iguais a zero, é chamada função de transferência e  $G(s)$  representa a transformada de Laplace da resposta ao impulso do sistema  $g(t)$ .

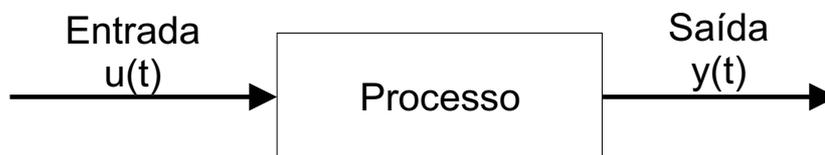


Figura 2.1: Diagrama de blocos para um processo.

A modelagem matemática em uma função de transferência é uma alternativa para se obter informações a respeito das dinâmicas do processo. Se não se tem informações a respeito dessas dinâmicas, existem métodos de obtê-las experimentalmente inserindo sinais de entrada conhecidos e observando a saída do processo.

Para o projeto de controladores, a modelagem matemática do processo é importante para se obter os parâmetros sintonizados adequadamente para atender especificações de projeto. Neste capítulo, o intuito é descrever as principais características relacionadas a projeto de controladores tais como especificações no domínio da frequência baseadas em estabilidade e robustez.

O capítulo está organizado da seguinte forma: na próxima seção são apresentados o conceito e interpretações gráficas da resposta em frequência de um sistema e, em seguida, a análise de estabilidade no domínio da frequência. Na seção seguinte, os aspectos relacionados à excitação de um sistema para obtenção de modelos matemáticos são apresentados. O experimento do relé é padrão nos dias atuais e oferece condições para estimação de características importantes do sistema como o ganho e a frequência crítica, que são determinados onde a fase do sistema é  $-180^\circ$ . Aspectos de controladores típicos da indústria são apresentados logo em seguida e nas seções seguintes, são apresentados os dois métodos de sintonia para controladores PI/PID que são tomados como base para o desenvolvimento de técnicas de reprojetado. Por fim, são apresentadas as conclusões deste capítulo.

## 2.2 Diagramas de Bode e Nyquist

O termo *resposta em frequência* significa a resposta em regime permanente de um sistema a uma entrada senoidal (OGATA, 2003). Se a entrada do sistema tem a forma de uma senoide, a resposta de um sistema linear em regime permanente a mesma frequência com amplitude e fase diferentes. Se o sinal de entrada do sistema é dado por  $u(t) = u_0 \sin \omega t$ , a saída em estado estacionário é:

$$y(t) = a(\omega)u_0 \sin(\omega t + \varphi(\omega)),$$

no qual a relação entre a entrada e a saída senoidal pode ser descrita pelas taxas de amplitude ( $a(\omega)$ ) e fase  $\varphi(\omega)$  para todas as frequências.

É comum a análise da representação gráfica da resposta em frequência de um sistema. Duas das principais formas para realização desta análise são por meio dos diagramas de Bode e Nyquist. Estes diagramas são detalhados a seguir.

### Diagrama de Bode

É um diagrama composto de duas partes em escala logarítmica para a frequência  $\omega$ : 1-Diagrama do módulo, magnitude ou amplitude em decibéis ( $dB$ ) da função de transfe-

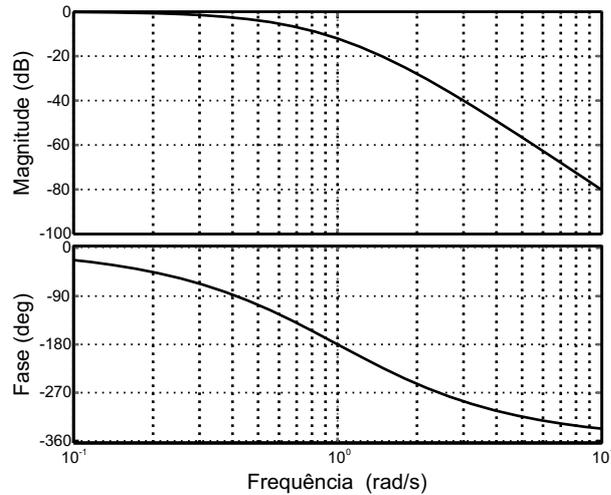


Figura 2.2: Diagrama de Bode para uma função de transferência  $G$  de um processo.

rência representado no padrão de logaritmo de base 10 por  $20\log|G(j\omega)|$  para diferentes valores de  $\omega$ ; 2- Diagrama da fase dada em graus da função de transferência representada por  $\angle G(j\omega)$  para diferentes valores de  $\omega$ . Com o diagrama de Bode consegue-se visualizar as variações da função de transferência do sistema para diversas frequências. Um exemplo deste diagrama, com as principais características que podem ser extraídas, pode ser visualizado na Figura 2.2.

### Diagrama de Nyquist

Trata-se da representação da função de transferência  $G(j\omega)$  em números complexos, demonstrando a trajetória do vetor com módulo  $|G(j\omega)|$  e fase  $\angle G(j\omega)$ , para todas as frequências, no plano complexo. A representação da função de transferência por meio desta ferramenta gráfica dá informações completas a respeito de estabilidade e critérios de robustez do sistema. Um exemplo deste diagrama pode ser visualizado na Figura 2.3.

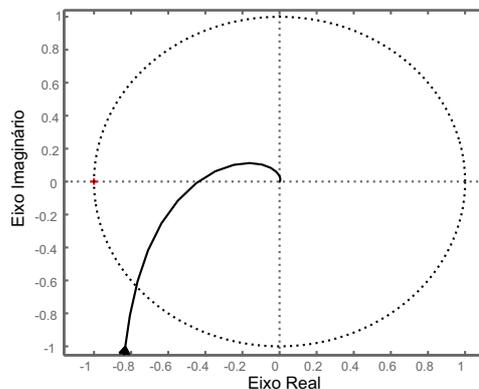


Figura 2.3: Diagrama de Nyquist para uma função de transferência qualquer.

## 2.3 Análise de Estabilidade de Sistemas

### 2.3.1 Critério de Estabilidade de Nyquist

Dentre as diversas técnicas existentes para avaliação da estabilidade de sistemas (as mais populares podem ser encontradas em (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004), (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) e (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 1990)), o critério de estabilidade de Nyquist é uma técnica muito utilizada para analisar sistemas em malha fechada. A análise é realizada com base na resposta em frequência de malha aberta e nos pólos de malha aberta (OGATA, 2003). O sistema será estável se todos os pólos de sua função de transferência estão situados no semiplano esquerdo do plano- $s$ . Se  $F(s) = 1 + G(s)C(s)$  é a equação característica de malha fechada,  $P$  representa o número de pólos e  $Z$  o número de zeros de  $F(s)$  no semiplano direito do plano- $s$ . A curva de Nyquist faz  $N$  voltas no ponto  $-1 + j0$  e o critério de Nyquist pode ser expresso como:

$$Z = N + P, \quad (2.2)$$

onde, para  $P \neq 0$ , a malha fechada será estável se  $Z = 0$  ou  $N = -P$ .

Assuma um processo  $G$  com um controlador  $C$ . A função ganho de malha dada por  $L = GC$  tem como equação característica de malha fechada a expressão  $1 + L = 0$ . Para

$$L(j\omega) = -1, \quad (2.3)$$

o sistema atinge o limite de estabilidade e uma oscilação sustentada é observada na resposta do sistema em malha fechada. Isso ocorre quando  $\angle L(j\omega) = \pi$ .

O princípio do critério parte de como o sinal de entrada se propaga ao longo da malha fechada. Observou-se que para  $|L(j\omega)|$ , a amplitude do sinal de entrada é decrementada quando atravessa a malha fechada. Para esta situação o sistema é estável e não possui pólos no semiplano direito do plano- $s$ . Assim, pelo critério de Nyquist, ocorre estabilidade quando não há envolvimento da curva de Nyquist no ponto  $-1 + j0$  com a variação de  $\omega$ .

### 2.3.2 Margens de Estabilidade

Especificações típicas de um projeto de controle são as de que o controlador atinja determinadas margens de estabilidade e que levem em consideração como o sistema varia com distúrbios e incertezas dos processos. A margem de ganho  $g_m$  é um critério de estabilidade e é definida como o quanto o ganho do controlador pode ser incrementado para levar o processo ao limite de estabilidade. Pelo critério de Nyquist, isto significa o quanto é ne-

cessário para aproximar a curva do processo ao ponto  $-1$  no eixo real. Assim, a margem de ganho do sistema pode ser definida como

$$g_m = \frac{1}{|L(j\omega_{180^\circ})|}. \quad (2.4)$$

O ângulo  $\varphi_m$  que é chamado margem de fase mede o quanto a curva de Nyquist está próxima do ponto crítico. Para a frequência onde a função de transferência do ganho de malha tem ganho unitário ( $\omega_{gc}$ ), a margem de fase é formalmente definida como:

$$\varphi_m = \pi + \angle L(j\omega_{gc}) \quad (2.5)$$

A representação no diagrama de Nyquist das margens de ganho e de fase pode ser visualizada na Figura 2.4.

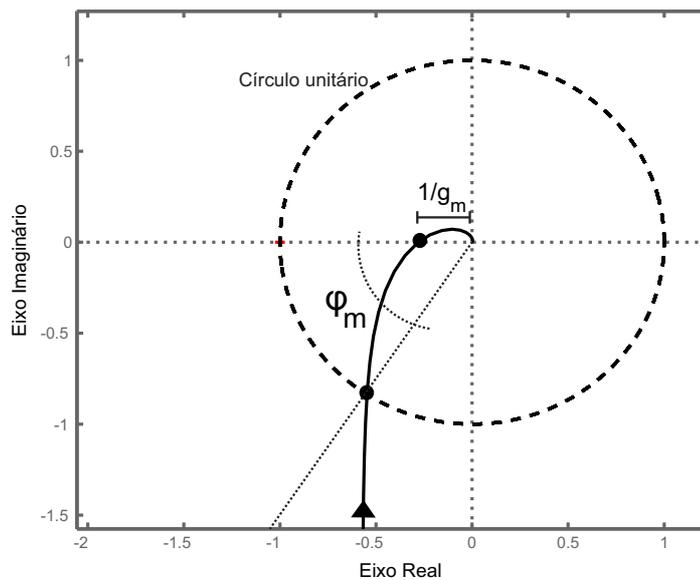


Figura 2.4: Ilustração das margens de estabilidade de um sistema no diagrama de Nyquist.

### 2.3.3 Máximo da Função Sensibilidade

As funções de sensibilidade refletem muitas propriedades interessantes de malha fechada, principalmente com relação à robustez a variações dos processos. Estas funções são definidas com as seguintes funções de transferência:

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (2.6)$$

e

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)},$$

para funções de sensibilidade e sensibilidade complementar, respectivamente, com  $S+T = 1$ . Observe que a função de sensibilidade complementar  $T$  é também conhecida como função de transferência de malha fechada que será definida na seção 2.6. A análise desta propriedade do sistema ainda não é avaliada neste trabalho, tendo como foco os aspectos principais da função de sensibilidade  $S$ .

O máximo da função de sensibilidade é dado por:

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right|, \quad (2.7)$$

no qual  $M_s$  reflete o pior caso de amplificação dos distúrbios. O inverso deste valor é a menor distância entre a curva de Nyquist da equação de malha do sistema ( $L(j\omega)$ ) e o ponto  $-1$  no eixo real conforme pode ser visualizado na Figura 2.5. O círculo com centro em  $-1 + j0$  pode ser observado na figura é adotado como critério de robustez e denominado neste trabalho de **círculo**  $M_s$ . Projetar um controlador cujo diagrama de Nyquist da função de transferência de ganho de malha do sistema tangencie o círculo  $M_s$  pode ser adotada como especificação do projeto.

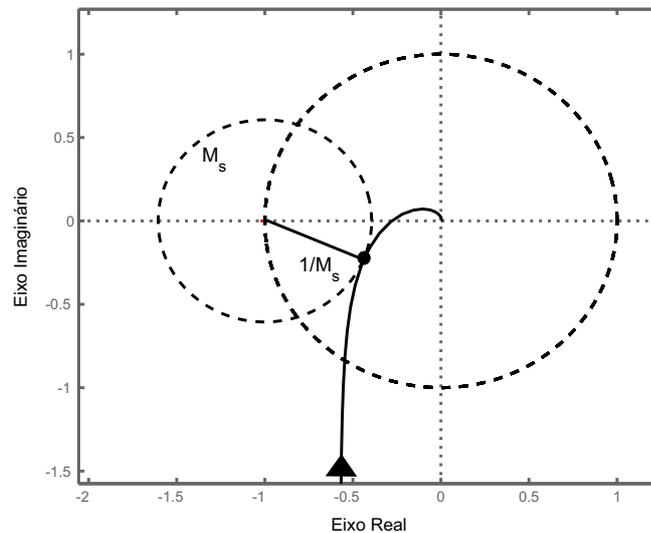


Figura 2.5: Diagrama de Nyquist com o critério de robustez do círculo  $M_s$ .

Uma relação entre  $M_s$  e as margens de estabilidade é definida em (ÅSTRÖM; HÄGG-LUND, 2006) como:

$$g_m \geq \frac{M_s}{M_s - 1} \quad (2.8)$$

e

$$\varphi_m \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2M_s}\right). \quad (2.9)$$

A sensibilidade máxima pode ser representada por um círculo de raio  $1/M_s$  de acordo com o que pode ser visualizado na Figura 2.5. Conforme (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006), o círculo representa uma condição de sensibilidade do sistema. Garantindo a curva do processo fora do círculo de centro no ponto crítico  $-1 + j0$  e raio  $1/M_s$ , são oferecidas ao sistema respostas robustas referentes às perturbações no processo. Na literatura, os valores estas margens estão entre 1,2 e 2 para o  $M_s$ , 2 e 5 para a margem de ganho  $g_m$  e  $30^\circ$  e  $60^\circ$  para a margem de fase  $\varphi_m$ .

## 2.4 Experimento do Relé

Considerando que normalmente um modelo matemático do processo não é conhecido, extrair informações do processo que representem suas dinâmicas faz-se necessário para se obter um controlador sintonizado adequadamente. Nesse contexto, um método experimental frequentemente utilizado para obtenção de informações no domínio da frequência foi proposto em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984). A proposta inicial do experimento é inserir um relé no sistema em malha fechada de acordo com a Figura 2.6, onde  $G(s)$  representa a função de transferência da planta e  $e$ ,  $y_r$ ,  $u$  e  $y$  são os sinais correspondentes ao erro, referência, variável de controle e saída do sistema, respectivamente.

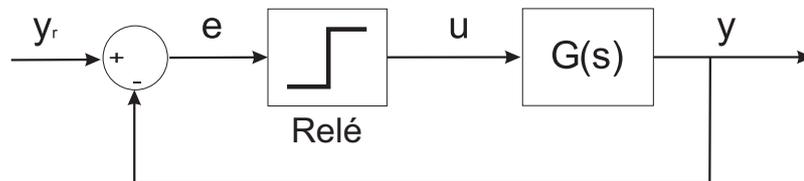


Figura 2.6: Diagrama de blocos para o experimento do relé em malha fechada.

O efeito do relé provoca oscilações estáveis na saída do sistema com uma defasagem de aproximadamente  $180^\circ$  em relação à entrada. Se  $d$  é amplitude do relé, a partir da expansão em série de Fourier a primeira harmônica do sinal saída do relé tem amplitude  $4d/\pi$ . Para o processo com saída de amplitude  $a$ , o ganho crítico é dado aproximadamente por:

$$K_{180^\circ} = \frac{4d}{\pi a}. \quad (2.10)$$

A interseção da curva de Nyquist da função ganho de malha do sistema representado na Figura 2.6 ocorre no ponto crítico, de tal forma que tem-se:

$$G(j\omega) = -\frac{1}{K_{180^\circ}} = -\frac{\pi a}{4d}. \quad (2.11)$$

Sendo  $T$  o período de oscilação do relé, a frequência oscilação crítica pode ser identificada como:

$$\omega_{180^\circ} = \frac{2\pi}{T_{180^\circ}}. \quad (2.12)$$

No trabalho original, (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984) demonstraram que, com o experimento padrão do relé, é possível obter as informações aproximadas do ganho e frequência críticas do sistema ( $K_{180^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$ ). Este experimento pode ser modificado para se obter resposta noutro ponto de frequência, por exemplo em  $-90^\circ$ . Para isso, pode-se conectar um integrador de acordo com a Figura 2.7.

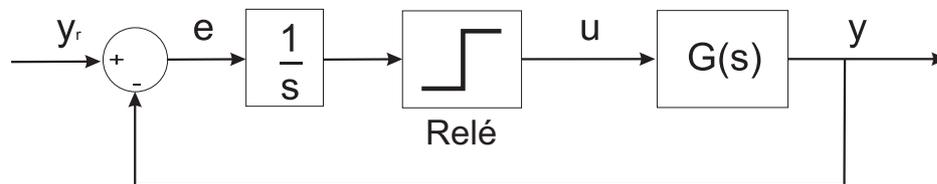


Figura 2.7: Diagrama de blocos para o experimento do relé modificado em malha fechada.

Com essa modificação, o experimento passa a ter um atraso de  $90^\circ$  em relação ao experimento original devido ao efeito do integrador. Teoricamente, essa alteração deverá fornecer informações do ganho e frequência na fase  $-90^\circ$ . Para este caso, teremos:

$$G(j\omega) = -j \frac{\pi a \omega_o}{4d}, \quad (2.13)$$

onde  $\omega_o$  é aproximadamente a frequência em  $-90^\circ$ .

## 2.5 Aproximação de Modelos

Um dos primeiros passos para sintonizar um controlador é obter um modelo aproximado que represente bem as dinâmicas do processo. Normalmente, a aproximação em modelos de primeira e segunda ordem com atraso é uma alternativa suficiente para se obter essas dinâmicas.

A metodologia proposta neste trabalho pode ser comparada com outras existentes na literatura. Um resumo dos procedimentos para obtenção de um modelo de primeira ou segunda ordem com atraso proposto em (SKOGESTAD, 2003) é apresentado nesta seção. Para um sistema modelado como de primeira ordem com atraso com a estrutura:

$$\hat{G}(s) = \frac{K}{\tau_1 s + 1} e^{-\theta s}. \quad (2.14)$$

Para modelos de segunda ordem com atraso tem-se:

$$\hat{G}(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s} = \frac{K'}{(s + 1/\tau_1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}, \quad (2.15)$$

onde  $K$  é o ganho do processo,  $\tau_1$  é a constante de tempo dominante,  $\theta$  é o atraso e  $\tau_2$  uma constante para modelo de segunda ordem tal que  $\tau_2 > \theta$ . Se o sistema tem uma resposta com constante de tempo dominante, isto é,  $\tau_1 > 8\theta$ , o processo pode ser aproximado por um sistema com integrador:

$$\frac{K}{\tau_1 s + 1} \approx \frac{K}{\tau_1 s} = \frac{K'}{s} \quad (2.16)$$

A “*Half Rule*” é uma técnica que assume que a maior constante de tempo é distribuída ao longo do atraso e das constantes de tempo menores. Um resumo da técnica é apresentado logo a seguir:

### Resumo da “*Half Rule*” de Skogestad

Dado um modelo original da forma:

$$G(s) = \frac{\prod_j (-T_{j0}^{inv} + 1)}{\prod_i \tau_{i0} s + 1} e^{\theta_0 s} \quad (2.17)$$

onde  $\tau_{i0}$  são ordenados de acordo com suas magnitudes, e  $-T_{j0}^{inv} > 0$  denota as constantes de tempo de resposta inversa. Para se obter o modelo de primeira ordem descrito em (2.14), sendo  $h$  é o período de amostragem (utilizado em casos de implementação digital), usa-se

$$\tau_1 = \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2}; \theta = \theta_0 + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{i0} + \sum_j T_{j0}^{inv} + \frac{h}{2} \quad (2.18)$$

e, para obter o modelo de segunda ordem descrito em (2.15), utiliza-se

$$\tau_1 = \tau_{10}; \tau_2 = \tau_{20} + \frac{\tau_{30}}{2}; \theta = \theta_0 + \frac{\tau_{30}}{2} + \sum_{i \geq 4} \tau_{i0} + \sum_j T_{j0}^{inv} + \frac{h}{2}, \quad (2.19)$$

Em resumo, (SKOGESTAD, 2003) aplica a distribuição das constantes de tempo ao longo do modelo. Esta é basicamente uma técnica empírica que visa manter a robustez para controladores PI e PID.

## 2.6 Controladores

Considere o diagrama de blocos para um sistema de uma entrada e uma saída - SISO (*Single Input Single Output*) representado na Figura 2.8. Em geral, o objetivo de controle é fazer com que a saída, denotada por  $y$ , se comporte em um caminho desejado por meio de uma entrada manipulada, denotada por  $u$  (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM, 1990). Quando o bloco do controlador é inserido no sistema representado pela Figura 2.1, a função de transferência do sistema passa a ter a forma

$$L(s) = G(s)C(s), \quad (2.20)$$

que é a função de transferência do ganho de malha do sistema.

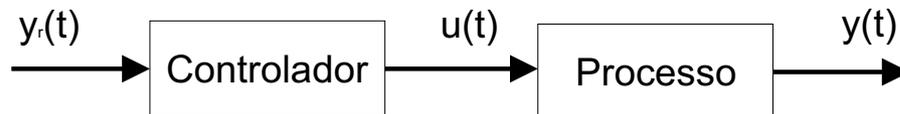


Figura 2.8: Diagrama de blocos para um processo com controlador em malha aberta.

Dentre os diversos tipos de controladores existentes, (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004) listam os principais métodos e suas aplicações no meio industrial para os processos com os mais variados tipos de dinâmicas. O mecanismo de controle por realimentação negativa (*feedback*), forma apresentada na Figura 2.9, representa a mais utilizada no meio industrial com o objetivo de reduzir o sinal do erro  $e$  a zero, onde

$$e(t) = y_r(t) - y(t). \quad (2.21)$$

Na figura, o sinal de saída do processo é medido e comparado ao sinal de referência  $y_r$ , gerando o erro  $e$ . O objetivo da ação de controle é anular este erro  $e$ , fazendo com que a saída do processo atinja o mais próximo possível o sinal de referência  $y_r$ . A função de transferência do sistema com realimentação negativa é dada por:

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \quad (2.22)$$

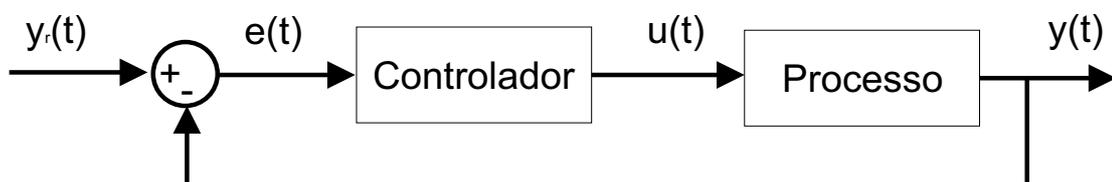


Figura 2.9: Diagrama de blocos para um processo com controlador em malha fechada.

Em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) estão listadas as principais características para um sistema com realimentação negativa:

- Redução no efeito dos distúrbios;
- Fazer um sistema pouco sensível às variações do processo;
- Criar relações bem definidas entre as variáveis de um sistema.

Dentre as diferentes formas que a realimentação negativa pode assumir, os principais controladores industriais são listados a seguir.

### Controladores On-Off

São controladores de duas posições. Seu mecanismo é muito simples e pode ser descrito como:

$$u = \begin{cases} u_{max}, & \text{se } e > 0 \\ u_{min}, & \text{se } e < 0, \end{cases} \quad (2.23)$$

onde  $u$  é o sinal de controle e  $e$  é o erro descrito pela equação (2.21). O chaveamento para  $u_{max}$  ou  $u_{min}$  é realizado a medida que o sinal da saída é medido. Um exemplo comum deste tipo de controlador é utilizado para controle da temperatura em ambientes domésticos. Normalmente, existe um sensor para a medição da temperatura, dependendo da leitura do sensor, o sistema de refrigeração é ligado ou desligado, visando manter a temperatura no valor desejado.

### Controladores Proporcionalis

São controladores mais complexos que os controladores on-off e possuem características proporcionais ao erro de controle. Descritos pela equação

$$u(t) = K_p e(t), \quad (2.24)$$

onde  $K_p$  representa o ganho do controlador. Este é um controlador típico utilizado em trocadores de calor e em sistemas de tanques quando a gravidade é utilizada para drenagem.

### Controladores Integrais

Controladores cujo ação é proporcional à integral do erro de controle. São descritos pela equação

$$u(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (2.25)$$

onde  $k_i$  é o ganho integral do controlador. A tendência destes controladores é deixar o processo lento, já que um polo é inserido na origem.

### Controladores Derivativos

São controladores com ação proporcional à taxa de variação do erro de controle. São descritos pela equação

$$u(t) = k_d \frac{de}{dt} \quad (2.26)$$

onde  $k_d$  é o ganho derivativo do controlador. Este controlador é praticamente impossível de ser utilizado sozinho na indústria, sendo utilizado com combinações do controlador P, tendo em vista que é dependente da variação do erro. Para erros muito pequenos, a taxa de variação pode ser zero ou próxima de zero, assim, a ação de controle não tem qualquer efeito sob o processo.

### Controladores Proporcionais-Integrais-Derivativos

Uma combinação de controladores pode trazer inúmeros benefícios para o processo. A soma dos três termos pode representar valores do passado (ação integral I), do presente (ação proporcional P) e do futuro (ação derivativa D). O controlador é descrito pela seguinte equação:

$$u(t) = K_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de}{dt}. \quad (2.27)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação 2.27 a função de transferência do controlador é dada por

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{k_i}{s} + s k_d \quad (2.28)$$

Na literatura, a função de transferência do controlador PID é mais encontrada em termos das constantes de tempo integral ( $T_i$ ) e derivativa ( $T_d$ ), com  $k_i = K_p/T_i$  e  $k_d = K_p T_d$ . Assim,

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right). \quad (2.29)$$

Os controladores PI e PD podem ser utilizados como variações do controlador PID. O PI ocorre quando a ação derivativa do controlador não é necessária, ou seja, para  $T_d = 0$  ( $k_d = 0$ ). Para se obter um controlador PD, faz-se  $T_i \rightarrow \infty$  ( $k_i = 0$ ).

### Representações Alternativas dos Controladores PID

A função de transferência do controlador PID apresentada na equação (2.29) pode ser representada pelo diagrama de blocos em termos de suas ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D) na Figura 2.10. Essa topologia do controlador é denominada na literatura como forma não interativa ou paralela.

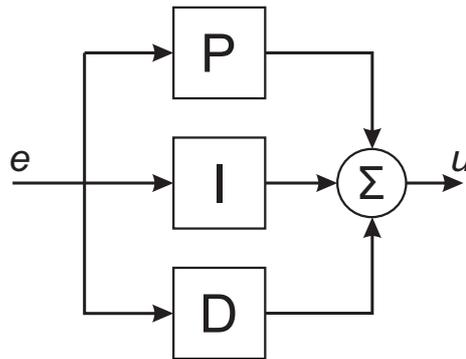


Figura 2.10: Diagrama de blocos para a representação do controlador PID em paralelo.

Uma segunda alternativa que é comum de ser encontrada nos controladores industriais é a forma interativa ou em série. Esta topologia está representada na Figura 2.11. A principal razão para esta nomenclatura é a influência de cada ação de controle na seguinte, fazendo com que as partes interajam entre si. A função de transferência para este tipo de controlador é dada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s\tau_i} \quad (2.30)$$

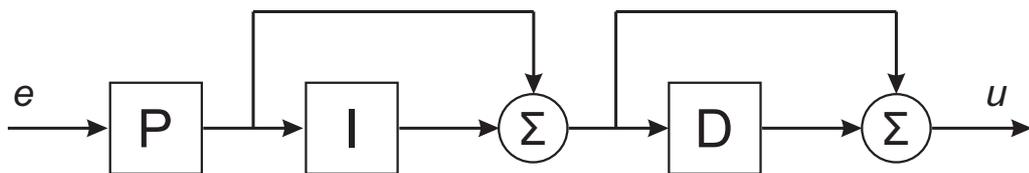


Figura 2.11: Diagrama de blocos para a representação do controlador PID em série.

Um controlador PID em paralelo pode ser representado como um em série utilizando as seguintes relações:

$$T_i = \tau_1 + \tau_2, \quad (2.31)$$

$$T_d = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad e \quad (2.32)$$

$$K_p = \frac{T_i}{\tau_i}. \quad (2.33)$$

Os parâmetros dos controladores citados não podem ser escolhidos de forma arbitrária. Deve-se empregar uma metodologia para atingir determinadas especificações de projeto tais como robustez, desempenho, tempo de subida, etc. Nas próximas seções são abordadas duas técnicas que são tomadas como base neste trabalho que são bastante utilizadas no meio industrial. O método do Ótimo Simétrico e o método do IMC são técnicas que tomam como base o modelo obtido, de forma a atingir características específicas para cada tipo de controlador. As principais características destes métodos e a forma de obtenção dos parâmetros dos controladores PI e PID são apresentadas logo em sequência.

## 2.7 Método do Ótimo Simétrico - SO-m

No método original, assume-se que o processo a ser controlado possui a seguinte forma:

$$G_{SO}(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m=2} (T_k s + 1) \prod_{j=1}^{n-1} (T_j s + 1) e^{T_n}}, \quad (2.34)$$

onde:

- $T_k$  são as constantes de tempo maiores que podem ser compensadas;
- $T_j$  são as constantes de tempo menores;

Pode-se chamar de  $T_\Sigma$  o somatório das constantes de tempo menores ( $T_j$ ) e do atraso ( $T_n$ ). Dessa forma  $T_\Sigma = \sum_1^n T_i$  e  $T_k \gg T_\Sigma$ . Assim, para frequências inferiores a  $1/T_\Sigma s$ , a função de transferência  $G_{SO}(s)$  passa a ser

$$G'_{SO}(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m=2} (T_k s + 1) (T_\Sigma s + 1)}. \quad (2.35)$$

Utilizando estes componentes da equação (2.35) para o processo, o Ótimo Simétrico de Kessler (SO-m) pode ser expresso da seguinte forma: “O controlador é projetado de forma a assegurar uma região de inclinação de  $-20\text{dB/dec}$  uma oitava à direita e  $m$  oitavas à esquerda da frequência de corte ( $\omega_c = 1/2T_\Sigma$ ). Sendo  $m = 1$  para o controlador PI e  $m = 2$  para o controlador PID”.

Para a situação do sistema ter constantes de tempo dominantes, a aproximação em uma cascata de integradores puros ( $1/(T_k s + 1) \approx 1/T_k$ ) nas regiões próximas da frequência de corte  $1/2T_\Sigma$ , a função de transferência descrita na equação (2.35) passa a ter a forma

$$G''_{SO}(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m=2} (T_k s)(T_\Sigma s + 1)}; \left( \omega \approx \frac{1}{2T_\Sigma} \right) \quad (2.36)$$

### 2.7.1 Controladores PI

As regras de sintonia do Ótimo Simétrico para o controlador PI são aplicadas para  $m = 1$  e o modelo a ser considerado é:

$$\hat{G}_{SOPI}(s) = \frac{K}{(T_1 s)(T_\Sigma s + 1)}. \quad (2.37)$$

As características do sistema em malha aberta nesta configuração estão apresentadas no diagrama de Magnitude para a função de malha da Figura 2.12. Observe a simetria no gráfico nas regiões antes e depois da frequência de corte do sistema.

Para o controlador PI, uma restrição para obtenção de um controlador com as carac-

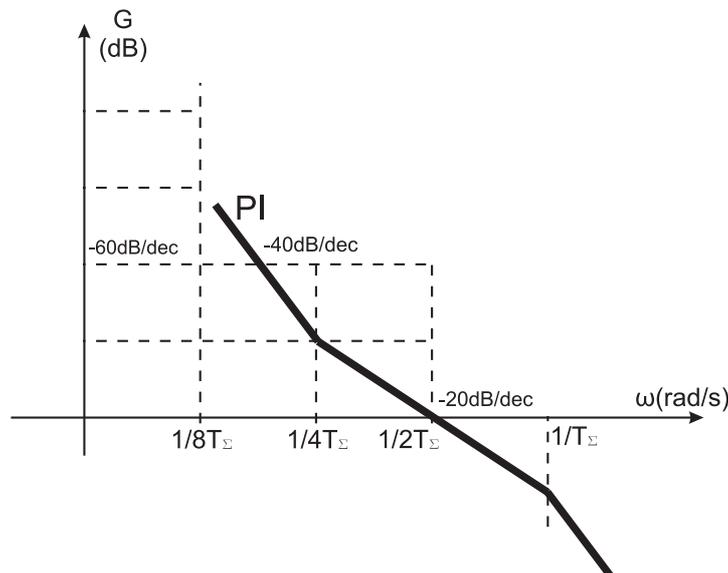


Figura 2.12: Magnitude para um projeto com Ótimo Simétrico com controladores PI.

Tabela 2.1: Regras de sintonia SO-m para controladores PI.

Série	Paralelo
$\tau = 4T_{\Sigma}$	$K_p = \frac{1}{2}(\frac{T_1}{K})(\frac{1}{T_{\Sigma}})$
$\tau_i = 2(\frac{K}{T_1})T_{\Sigma}\tau = 2(\frac{K}{T_1})4T_{\Sigma}^2$	$T_i = 4T_{\Sigma}$

terísticas SO é:

$$T_1 \geq 4T_{\Sigma} \Leftrightarrow \frac{1}{T_1} \leq \frac{1}{4T_{\Sigma}} \quad (2.38)$$

As regras de sintonia, de acordo com (KESSLER, 1958) são apresentadas na Tabela 2.1.

Uma informação importante para esta configuração é que existirá um polo numa frequência menor que  $1/4T_{\Sigma}$  garantindo que a magnitude do sistema terá uma inclinação de  $-20dB/dec$  no mínimo uma oitava à esquerda da frequência de corte do sistema.

## 2.7.2 Controladores PID

Para o controlador PID, considera-se  $m = 2$  no modelo proposto do processo. O modelo a ser considerado é:

$$G_{SO_{PID}}(s) = \frac{K}{(T_1s)(T_2s)(T_{\Sigma}s + 1)}. \quad (2.39)$$

O diagrama apresentado na Figura 2.13 representa as características do sistema para esta configuração.

Para o controlador PID, duas constantes,  $T_1$  e  $T_2$ , são consideradas e estas devem ser maiores que  $8T_{\Sigma}$ . A interpretação gráfica desta restrição é a garantia de uma inclinação de  $-20dB/dec$  no mínimo duas oitavas à esquerda da frequência de corte, o que significa que

$$T_1, T_2 \geq 8T_{\Sigma} \Rightarrow \frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2} \leq \frac{1}{8T_{\Sigma}} \quad (2.40)$$

A regra de sintonia para obtenção de um controlador com as características citadas são resumidas na Tabela 2.2.

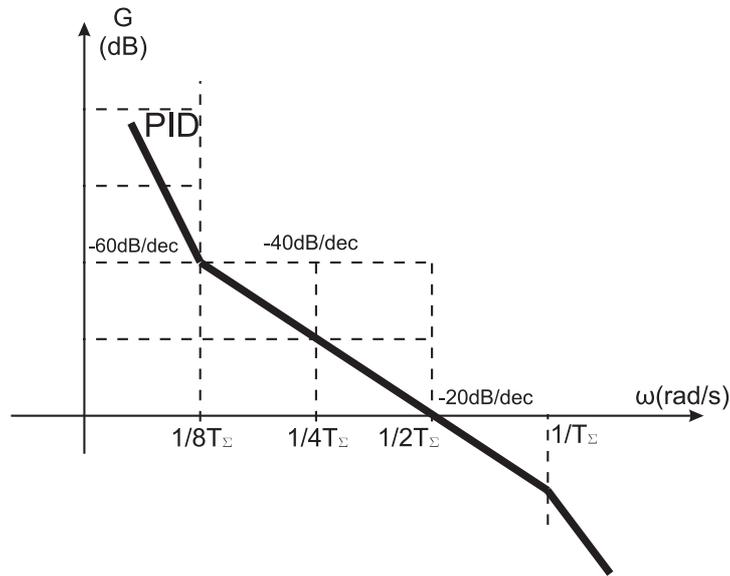


Figura 2.13: Magnitude para um projeto com Ótimo Simétrico com controladores PID.

Tabela 2.2: Regras de sintonia SO-m para controladores PID.

Série	Paralelo
$\tau_1 = 8T_\Sigma$	$T_i = 16T_\Sigma$
$\tau_2 = 8T_\Sigma$	$T_d = 4T_\Sigma$
$\tau_i = 2KT_\Sigma \left( \frac{\tau_1 \tau_2}{T_1 T_2} \right) = 2 \left( \frac{K}{T_1 T_2} \right) 64T_\Sigma^3$	$K_p = \frac{1}{2 \frac{K}{T_1 T_2} 4T_\Sigma^2}$

### 2.7.3 Análise de Estabilidade

A análise de estabilidade do SO-m pode ser realizada para o controlador PI e PID de acordo com as funções de sensibilidade descritas neste capítulo.

#### Controlador PI

Conforme demonstrado na seção anterior, na região  $\omega = 1/2T_\Sigma$  o modelo reduzido do Ótimo Simétrico pode ser considerado como:

$$G_{SOPI}(s) = \frac{K}{(sT_1)(T_\Sigma s + 1)}.$$

Para o controlador PI em paralelo, a função de transferência é dada por

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right). \quad (2.41)$$

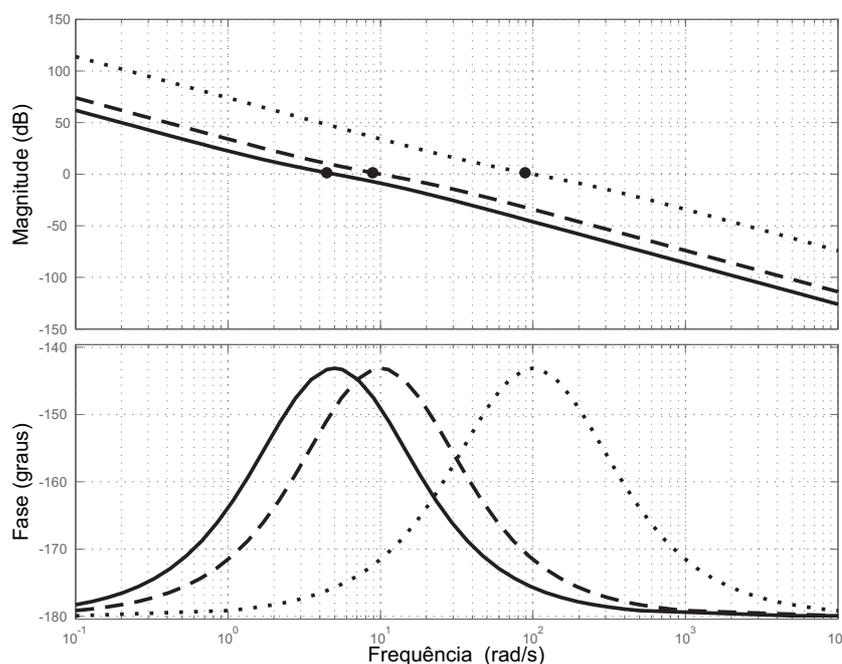


Figura 2.14: Diagrama de Bode da função de transferência do ganho de malha com controlador PI demonstrando o ponto da frequência de corte (demarcado por ●) para  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$  e diferentes valores de  $T_\Sigma$  ( $T_\Sigma = 0.1$  (sólido),  $T_\Sigma = 0.05$  (tracejado) e  $T_\Sigma = 0.005$  (pontilhado)).

Aplicando as regras de sintonia descritas na Tabela 2.1, é possível obter a função de transferência do ganho de malha para o sistema:

$$L_{SOPI} = G_{SOPI}C(s) = \frac{4T_\Sigma s + 1}{8T_\Sigma^2 s^2 (T_\Sigma s + 1)}. \quad (2.42)$$

Na Figura 2.14 demonstra-se o diagrama de Bode das funções de transferência de malha com o controlador PI, fixando  $K = 1$  e  $T_1 = 1$ , para diferentes valores de  $T_\Sigma$ . Observa-se a simetria da curva nos arredores da frequência de corte do sistema que, na figura, está demarcado por ●.

A partir da equação (2.42), função de sensibilidade pode ser encontrada como:

$$S_{SOPI}(s) = \frac{1}{1 + L_{SOPI}} = \frac{8T_\Sigma^2 s^2 (T_\Sigma s + 1)}{(1 + 2sT_\Sigma)(1 + 2sT_\Sigma + 4s^2T_\Sigma^2)}. \quad (2.43)$$

Na Figura 2.15 pode-se verificar o diagrama de Bode para a função sensibilidade com o modelo do utilizado no SO-m, para diferentes valores de  $T_\Sigma$  com o controlador PI ( $m = 1$ ).

A partir da avaliação gráfica das figuras 2.14 e 2.15 do projeto de controle com o controlador PI, os valores das margens de estabilidade do sistema são fixos e as seguintes observações podem ser realizadas:

- Margem de ganho é infinita, como visualizado na Figura 2.14, a restrição de fase do

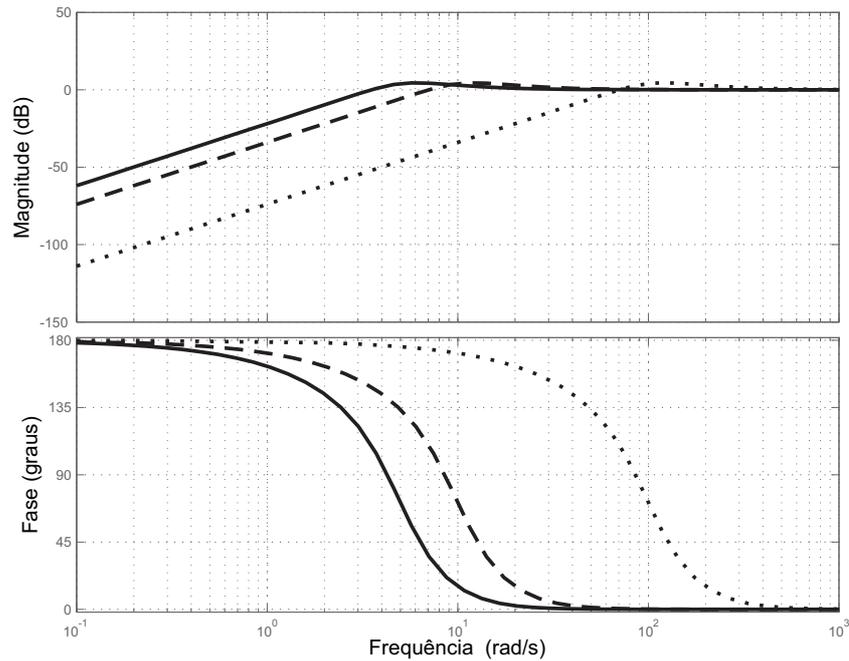


Figura 2.15: Diagrama de Bode da função de Sensibilidade com controlador PI para  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$  e diferentes valores de  $T_\Sigma$  ( $T_\Sigma = 0.1$  (sólido),  $T_\Sigma = 0.05$  (tracejado) e  $T_\Sigma = 0.005$  (pontilhado)).

sistema só atinge  $180^\circ$  quando  $\omega \rightarrow 0$  e  $\omega \rightarrow \infty$ . Isto significa que o ganho pode ser incrementado infinitamente que não leva o sistema à instabilidade;

- Margem de fase superior a  $36^\circ$  - fase na frequência de corte do sistema como visualizado na Figura 2.14;
- De acordo com a Figura 2.15, o pico da função de sensibilidade é de aproximadamente  $4.5dB$ , que é um valor considerado bom para os aspectos de robustez do sistema.

## Controlador PID

Para o controlador PID com função de transferência dada por

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right), \quad (2.44)$$

com  $m = 2$  o modelo do processo deve ser colocado com integrador duplo da forma:

$$G_{SO_{PID}}(s) = \frac{K}{(sT_1)(sT_2)(T_\Sigma s + 1)}$$

A função ganho de malha é dada por

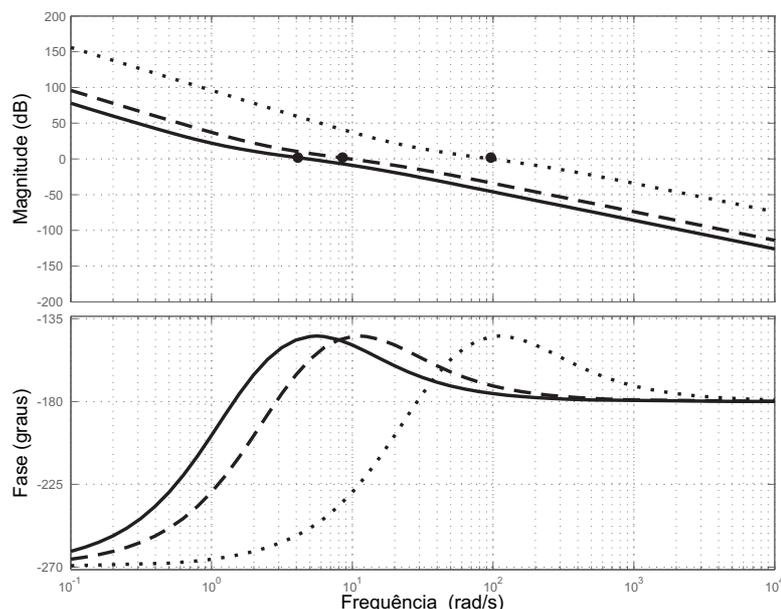


Figura 2.16: Diagrama de Bode da função de transferência do ganho de malha com controlador PID demonstrando o ponto da frequência de corte (demarcado por  $\bullet$ ) para  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 1$  e diferentes valores de  $T_\Sigma$  ( $T_\Sigma = 0.1$  (sólido),  $T_\Sigma = 0.05$  (tracejado) e  $T_\Sigma = 0.0050$  (pontilhado)).

$$L_{SO_{PID}}(s) = G_{SO_{PID}}(s)C(s) = \frac{64T_\Sigma^2 s^2 + 16T_\Sigma s + 1}{128T_\Sigma^3 s^3 (T_\Sigma s + 1)}. \quad (2.45)$$

Na Figura 2.16 mostra-se o diagrama de Bode das funções de transferência de malha com o controlador PID, para diferentes valores de  $T_\Sigma$ . Observa-se a simetria, conforme apresentado no método, da curva nos arredores da frequência de corte do sistema. As frequências de corte estão demarcadas por  $\bullet$ .

As funções de Sensibilidade para diferentes valores de  $T_\Sigma$  estão representadas na Figura 2.17 e têm a seguinte função de transferência:

$$S_{SO_{PID}}(s) = \frac{1}{1 + L_{SO_{PID}}(s)} = \frac{128T_\Sigma^3 s^3 (1 + T_\Sigma s)}{(1 + 11.2T_\Sigma s)(1 + 2.4T_\Sigma s)(1 + 2.3T_\Sigma s + 4.7T_\Sigma^2 s^2)}. \quad (2.46)$$

Para o caso do PID, as observações a respeito das margens de estabilidade são

- Diferentemente do controlador PI, o sistema com um controlador PID tem uma margem de ganho de aproximadamente 2.4. Isto significa o valor que o ganho da função de transferência do ganho de malha pode ser incrementado para atingir o ponto de estabilidade crítica.
- Observa-se pela Figura 2.16 que o diagrama da fase corta em aproximadamente  $34^\circ$  na frequência de corte do sistema, garantindo uma margem de fase neste valor;

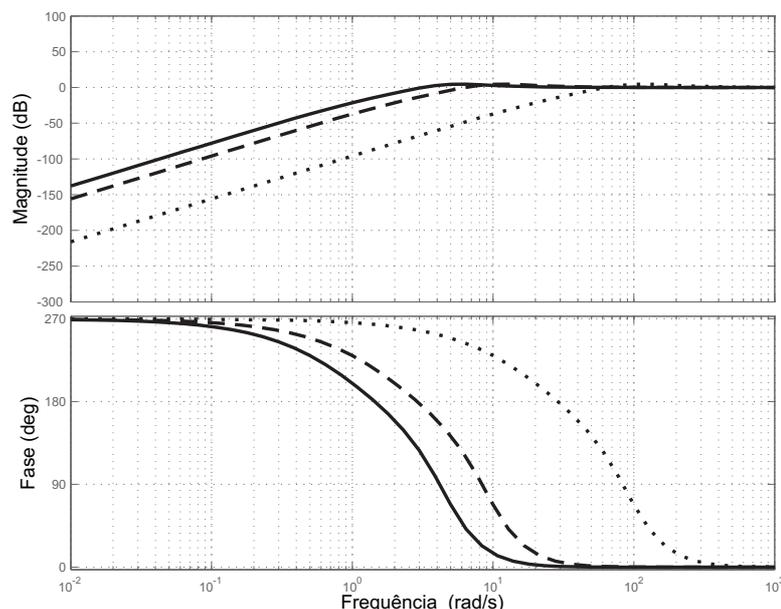


Figura 2.17: Diagrama de Bode da função de Sensibilidade com controlador PID para  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 1$  e diferentes valores  $T_\Sigma$  ( $T_\Sigma = 0.1$  (sólido),  $T_\Sigma = 0.05$  (tracejado) e  $T_\Sigma = 0.0050$  (pontilhado)).

- Função sensibilidade com valor máximo de aproximadamente  $4.7dB$ , o que é considerado um bom valor para os aspectos de robustez do sistema.

## 2.8 Controle PI/PID por Modelo Interno - IMC

Considere os diagramas de blocos representados na Figura 2.18. Assumindo que todas as perturbações estão resumidas no sinal denotado por  $D$ , um modelo do processo  $\tilde{G}$  é utilizado para o cálculo da resposta do modelo  $\tilde{Y}$ . Com o bloco representando o modelo conectado em paralelo com o processo  $G$ , é possível calcular a resposta atual do sistema  $Y$  e da diferença  $Y - \tilde{Y}$  e, assim, criar relações para os parâmetros dos controladores PI e PID.

Comparando a representação de realimentação negativa clássica da Figura 2.18a com a configuração com modelo interno da Figura 2.18b, a equivalência entre os controladores pode ser obtida de acordo com a equação:

$$C = \frac{C^*}{1 - C^*\tilde{G}}, \quad (2.47)$$

o que é simples de ser provada quando a equação derivada da Figura 2.18b dada por

$$Y = \frac{C^*G}{1 + C^*(G - \tilde{G})}Y_{sp} + \frac{1 - C\tilde{G}}{1 + C^*(G - \tilde{G})}D \quad (2.48)$$

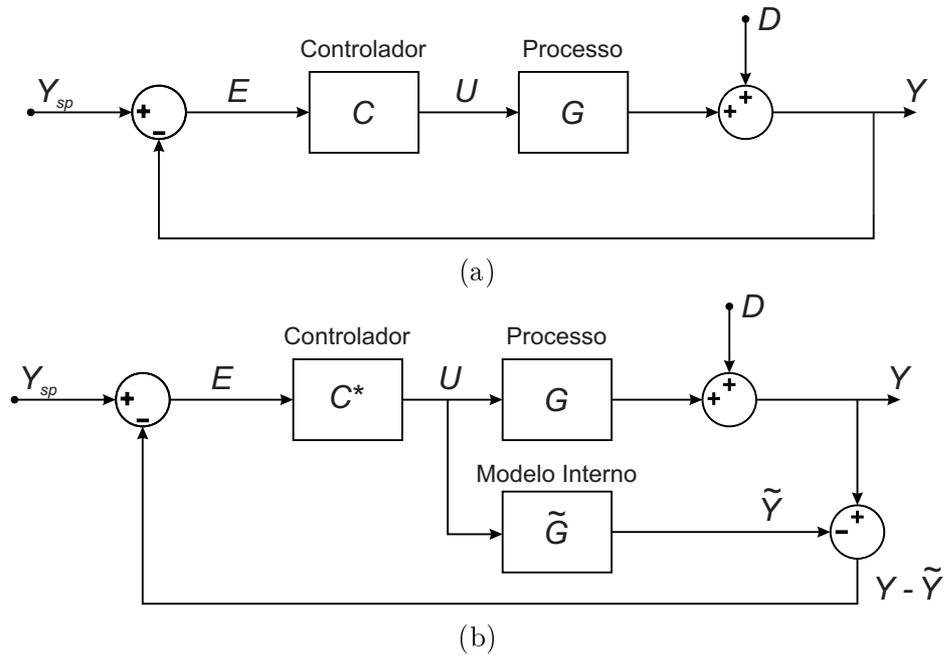


Figura 2.18: Diferentes estratégias de controle por realimentação negativa. (a) Configuração clássica; (b) Configuração com modelo interno

e pela relação entre as variáveis observadas na Figura 2.18a dada por

$$Y = \frac{CG}{1 + CG} Y_{sp} + \frac{1}{1 + CG} D. \quad (2.49)$$

A prova para estas relações pode ser checada em (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004).

No trabalho original (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986) algumas das principais vantagens desta estrutura são citadas. Dentre elas a dual estabilidade, com o IMC garantindo a estabilidade para todos os controladores estáveis  $C$ ; e controle perfeito, já que o IMC garante  $Y = Y_{sp}$  para qualquer valor de  $D$ . Segundo os autores, o controlador IMC pode ser projetado a partir de dois passos:

### Passo 1: Fatoração do modelo

O modelo é fatorado com

$$\tilde{G} = \tilde{G}_+ \tilde{G}_-, \quad (2.50)$$

onde  $\tilde{G}_+$  contendo todos os atrasos e zeros do semiplano direito. Consequentemente,  $\tilde{G}_-^{-1}$  é estável e não envolve dinâmicas predictoras.

**Passo 2: Definição do controlador**

O controlador deve ser projetado a partir da equação:

$$C^* = \tilde{G}_-^{-1} f, \quad (2.51)$$

onde  $f$  é um filtro passa-baixa que deve ser selecionado para um ganho igual a 1 em estado estacionário e tem a forma:

$$f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r} \quad (2.52)$$

onde o parâmetro  $\tau_c$  é de ajuste e define a velocidade da resposta do sistema. O parâmetro  $r$  deve ser inteiro e usualmente utilizado como  $r = 1$  para garantir um controlador IMC próprio.

A escolha do parâmetro  $\tau_c$  é considerada uma peça chave no projeto de controladores via o método do IMC. Para obtenção de controladores mais conservativos deve-se aumentar o valor de  $\tau_c$ , já que há um decréscimo do ganho do controlador  $K_p$  enquanto o  $T_i$  é incrementado. Tomando como base um modelo FOPTD, com a seguinte função de transferência

$$\tilde{G}(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\theta s}, \quad (2.53)$$

os principais autores orientam a escolha deste parâmetro como:

1.  $\tau_c/\theta > 0,8$  e  $\tau_c > 0,1T$  (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986)
2.  $T > \tau_c > \theta$  (CHIEN; FRUEHAUF, 1990)
3.  $\tau = \theta$  (SKOGESTAD, 2003)

Para uma variedade de modelos de processos, (CHIEN; FRUEHAUF, 1990) sugere relações para controladores PI e PID, no qual, para o modelo FOPTD, os parâmetros dos controladores podem ser calculados a partir das relações da Tabela 2.3. Os parâmetros dos controladores para outras classes de modelos podem ser encontrados em seus respectivos trabalhos originais.

Tabela 2.3: Regras de sintonia IMC para controladores PI e PID para modelo FOPTD.

Controlador	$K_p K$	$T_i$	$T_d$
PI	$\frac{T}{\tau_c + \theta}$	$T$	-
PID	$\frac{T + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$T + \frac{\theta}{2}$	$\frac{T\theta}{2T + \theta}$

## 2.9 Conclusão

Os princípios teóricos dos principais métodos para análise da resposta em frequência de um sistema, além dos controladores utilizados na indústria, com suas representações por meio de equações matemáticas, foram apresentados neste capítulo. Verificou-se ainda que as curvas de Bode e Nyquist são uma importante ferramenta para análise gráfica no domínio da frequência. Além disso, as margens de estabilidade representam importantes critérios para avaliação relativa à estabilidade do sistema no domínio da frequência.

Outros tópicos muito abordados ao longo do trabalho foram também introduzidos. A análise da função de sensibilidade do sistema, quantificada pelo índice de sensibilidade máxima  $M_s$ , tem como objetivo de utilização neste trabalho a obtenção de um controlador que situe a curva de Nyquist fora do círculo de raio  $1/M_s$ . Essa estratégia garante uma malha fechada robusta às variações relativas às incertezas dos processos (ruídos de medição, distúrbios de carga, etc.). Serão observados nos capítulos seguintes que os métodos de controle propostos baseiam-se exatamente na tentativa de obter um controlador com os aspectos de margens de estabilidade definidos pelo círculo  $M_s$ , garantindo atenuação de distúrbios e variações dos processos. As técnicas de sintonia de controladores PI/PID propostas tomam como base dois métodos clássicos que também foram abordados neste capítulo: o método do Ótimo Simétrico - SO-m e o Controle por Modelo Interno - IMC.

# Capítulo 3

## Sintonia Baseada no Ótimo Simétrico

### 3.1 Introdução

Neste capítulo, uma nova abordagem para reprojeto de controladores é apresentada. O método do Ótimo Simétrico - SO-m foi proposto inicialmente por (KESSLER, 1958) e tem como objetivo geral sintonizar um controlador PI/PID a partir de um modelo simples com um (PI) ou dois (PID) integradores com características robustas bem específicas. Com o modelo com integradores utilizado, uma região restrita de frequências é observada para que a resposta do sistema em malha fechada tenha ganho unitário para baixas frequências.

O capítulo está dividido em mais três seções: na próxima seção apresenta-se a formulação do problema que o método neste trabalho se propõe a resolver; em seguida é proposto um procedimento para obtenção do modelo de primeira ordem mais integrador, que é necessário para implementação do método SO-m, bem como as regras de sintonia com método original parametrizado para projeto de controladores PI baseados nas especificações de  $M_s$  descritas no capítulo 2; por fim, na última seção são apresentadas as conclusões do capítulo.

### 3.2 Formulação do Problema

Considere o processo com função de transferência  $G(s)$  com dinâmicas desconhecidas. A estimativa do modelo do processo é dada por  $\hat{G}(s)$  que é representada pela seguinte função de transferência:

$$\hat{G}(s) = \frac{K'}{s(T_\Sigma s + 1)}, \quad (3.1)$$

onde o ganho  $K'$  e a constante de tempo  $T_\Sigma$  são parâmetros estimados. O controlador PI utilizado é dado por:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right). \quad (3.2)$$

Assuma que o controlador PI é projetado utilizando informações do modelo estimado  $\hat{G}(s)$  e sintonizado via SO-m. Para processos com dinâmicas complexas, bem como aqueles em que a modelagem para  $\hat{G}(s)$  não é adequada, as propriedades do SO-m podem ser perdidas.

A formulação do problema é: dado um processo qualquer  $G(s)$ , informações importantes no domínio da frequência são obtidas através de um experimento combinado do relé e os parâmetros  $K'$  e  $T_\Sigma$  são encontrados por meio de uma proposta de identificação.  $\hat{G}(s)$  é então estimado e uma avaliação deste modelo é realizada e comparada com técnicas já existentes na literatura. Utilizando estas informações, o projeto SO-m é avaliado e uma proposta de parametrização do SO-m é sugerida baseando-se em aspectos de robustez e estabilidade.

A motivação para desenvolvimento deste trabalho se dá em (VODA; LANDAU, 1995), quando são apresentadas pelo menos duas desvantagens para utilização do SO-m: 1 - para obtenção dos parâmetros do controlador, o cancelamento exato entre os zeros do controlador e os pólos dos processos deve existir; 2 - o controlador é ajustado somente com zeros reais e outros parâmetros da planta são desconsiderados. Isto significa que, na prática, a obtenção de um modelo que satisfaça estes critérios é difícil de se conseguir, tendo em vista que o método atenderá uma classe específica de processos. Na literatura, não se encontram muitos trabalhos baseados no SO-m. Existe também um “tempo morto” entre o período de publicação do método original (1958) e sua “grande” melhoria (1995) com a publicação de (VODA; LANDAU, 1995). Desde então, poucos pesquisadores tem buscado melhorias do método original, se concentrando em sua aplicação na indústria tendo em vista sua simples implementação.

O método de sintonia abordado neste trabalho tem como base a aplicação dos aspectos do SO-m, na tentativa de resumir as dinâmicas de vários tipos de processos em modelos com integradores, que satisfaçam as restrições propostas no método original a partir de experimentos combinados do relé. Será observado que, apesar de se obterem modelos com características próximas às do processo original nas região das frequências encontradas no experimento, nem sempre é possível atingir todas as restrições que o método exige. Motivado pelas características de simples implementação e restrições impostas pelo método original, uma proposta de parametrização do SO-m é introduzida para obtenção de um

controlador PI que atinja determinados requisitos de robustez.

### 3.3 Identificação do Modelo

O primeiro passo para sintonizar um controlador pelo método do SO-m é obter um modelo aproximado que represente bem as dinâmicas do processo de acordo com aquele representado pela equação (3.1) para controladores PI. Normalmente, a aproximação em modelos de primeira e segunda ordem com atraso é uma alternativa suficiente para se obter essas dinâmicas. A representação da planta como um modelo matemático com um integrador pode ser útil devido à simplicidade e por capturar algumas informações importantes das dinâmicas de uma variedade de processos como descrito na seção anterior.

Com o experimento do relé, pode-se obter informações da planta para dois pontos de frequência:  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ . De posse dessas duas informações, bem como a informação dos ganhos  $K_{180^\circ}$  e  $K_{90^\circ}$ , o procedimento para estimar o modelo do processo será apresentado nesta seção. Será observado que, na maioria dos casos estudados, o método do SO-m não alcança os objetivos quando o processo tem um grau de complexidade elevada. O resumo das características do processo em um modelo de primeira ordem mais integrador pode não ser suficiente para obtenção de um controlador com características estáveis. Esta avaliação de estabilidade é realizada nos itens seguintes pós-identificação e um procedimento parametrizado é proposto visando garantir a aplicabilidade do método para vários tipos de processos.

#### 3.3.1 Estimação do Modelo de Primeira Ordem com Integrador

O passo inicial para representar o modelo do processo representado pela função de transferência da equação (3.1) é estimar os pontos em frequência a partir do experimento do relé. Considere o sinal apresentado na Figura 3.1. A excitação é composta por duas componentes, uma parte de baixa e outra de alta frequência, com  $N_1$  e  $N_2$  representando o número de períodos para essas duas regiões de frequência, respectivamente.

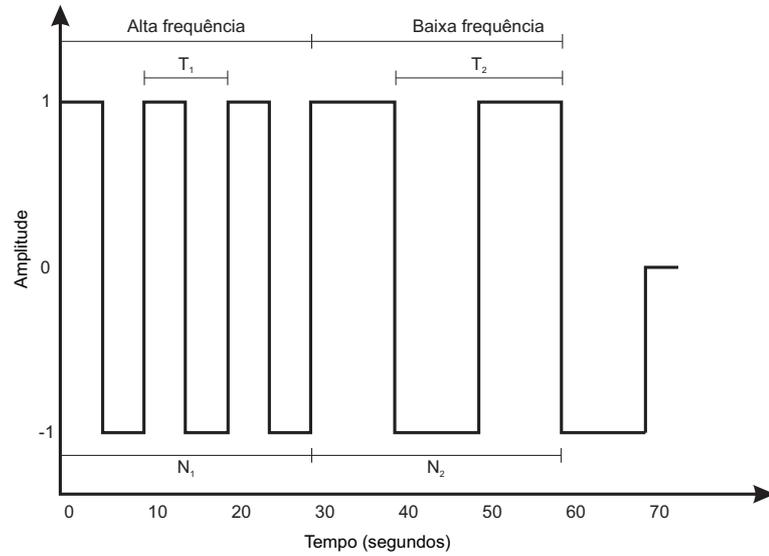


Figura 3.1: Excitação proposta.

Para gerar a parte de alta frequência, um relé é inserido para gerar uma oscilação em torno do ponto crítico ( $\omega_{180^\circ}$ ). Após a garantia de se obter pelo menos um período completo (duas ou três oscilações do relé), o chaveamento para um integrador em série com o relé pode ser realizado para obter a parte em baixa frequência. No diagrama de blocos apresentado na Figura 3.2 representa-se a proposta do experimento combinado. Na figura,  $y_r$ ,  $u$  e  $y$ , representam a referência, a variável de controle e a saída do sistema, respectivamente.

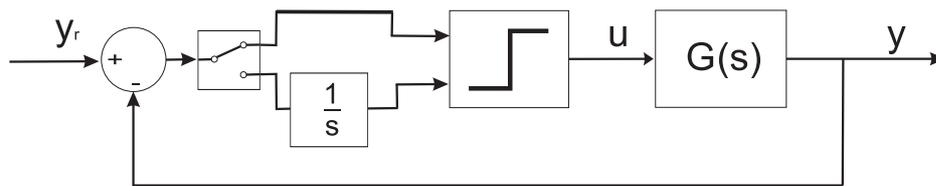


Figura 3.2: Diagrama de blocos para o experimento do relé proposto.

Se  $T_1$  e  $T_2$  são os períodos de oscilação dos relés em alta e baixa frequência, respectivamente, as frequências correspondentes são:

$$\omega_{180^\circ} = 2\pi/T_1 \quad (3.3)$$

$$\omega_{90^\circ} = 2\pi/T_2. \quad (3.4)$$

A resposta em frequência pode ser estimada aplicando a Transformada Discreta de Fourier (DFT) no conjunto de dados da entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$ . A função de transfe-

rência do processo estimada por  $\hat{G}(s)$  descrita na equação (3.1) pode ser reescrita como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K'}{s(T_\Sigma s + 1)}. \quad (3.5)$$

Em  $j\omega$  tem-se:

$$\frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{K}{j\omega(T_\Sigma j\omega + 1)} = \frac{K'}{-\omega^2 T_\Sigma + j\omega}. \quad (3.6)$$

Observando que  $Y(j\omega)$  e  $U(j\omega)$  são funções que podem ser escritas na forma de números complexos com:

$$Y(j\omega) = \sigma_y + j\rho_y \quad (3.7)$$

$$U(j\omega) = \sigma_u + j\rho_u, \quad (3.8)$$

onde  $\sigma_y$  e  $\sigma_u$  representam as partes reais de  $Y$  e  $U$  respectivamente,  $\rho_y$  e  $\rho_u$  as partes imaginárias de  $Y$  e  $U$ . Substituindo os termos da equação anterior na equação (3.6) tem-se:

$$\frac{\sigma_y + j\rho_y}{\sigma_u + j\rho_u} = \frac{K'}{-\omega^2 T_\Sigma + j\omega}. \quad (3.9)$$

O método dos mínimos quadrados consiste em ajustar um conjunto de dados visando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e o valor observado (erro). Utilizando este estimador para obter o melhor ajuste do ganho  $K'$  e a constante de tempo  $T_\Sigma$  baseadas nas informações das frequências  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ , primeiramente, deve-se colocar os elementos da equação (3.9) na seguinte forma de função linear:

$$\Upsilon = \Phi^T \Theta \quad (3.10)$$

onde  $\Theta$  é o vetor de parâmetros.

Explicitando os termos  $\Upsilon$ ,  $\Phi$ , pode-se rearranjar a equação (3.9) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} K'(\sigma_u + j\rho_u) &= (\sigma_y + j\rho_y)(-\omega^2 T_\Sigma + j\omega) \\ K'\sigma_u + jK'\rho_u &= -\sigma_y \omega^2 T_\Sigma + j\sigma_y \omega - j\rho_y \omega^2 T_\Sigma + \rho_y \omega \\ -\rho_y \omega + j\sigma_y \omega &= (-\sigma_u - j\rho_u)K' + (-\sigma_y \omega^2 - j\rho_y \omega^2)T_\Sigma \end{aligned} \quad (3.11)$$

Assim,

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} -\rho_y \omega + j\sigma_y \omega \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\sigma_u - j\rho_u \\ -\sigma_y \omega^2 - j\rho_y \omega^2 \end{bmatrix}$$

e

$$\Theta = \begin{bmatrix} K' \\ T_\Sigma \end{bmatrix}$$

Para o conjunto de  $\omega$  obtidos a partir do experimento do relé, as matrizes  $\Upsilon$  e  $\Phi$  podem ser reescritas da forma:

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} -\rho'_y \omega_1 + j\sigma'_y \omega_1 \\ -\rho''_y \omega_2 + j\sigma''_y \omega_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

e

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\sigma'_u - j\rho'_u & -\sigma''_u - j\rho''_u \\ -\sigma'_y \omega_1^2 - j\rho'_y \omega_1^2 & -\sigma''_y \omega_2^2 - j\rho''_y \omega_2^2 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Observa-se que as matrizes  $\Upsilon$  e  $\Phi$  contém elementos complexos. Separando as partes real e imaginária da relação dos mínimos quadrados da equação (3.10), obtém-se:

$$Re(\Upsilon) = Re(\Phi^T)\Theta \quad (3.14)$$

$$Im(\Upsilon) = Im(\Phi^T)\Theta. \quad (3.15)$$

Estas equações pode ser escritas de forma compacta como:

$$\begin{bmatrix} Re(\Upsilon) \\ Im(\Upsilon) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Re(\Phi^T) \\ Im(\Phi^T) \end{bmatrix} \Theta. \quad (3.16)$$

Assim, com base na forma compacta anterior da equação (3.16), as matrizes das equações (3.13) e (3.12) podem ser reescritas em termos de suas partes real e imaginária, da seguinte forma:

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} -\sigma'_u & -\sigma'_y \omega_1^2 \\ -\sigma''_u & -\sigma''_y \omega_2^2 \\ -\rho'_u & -\rho'_y \omega_1^2 \\ -\rho''_u & -\rho''_y \omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} -\rho'_y \omega_1 \\ -\rho''_y \omega_2 \\ \sigma'_y \omega_1 \\ \sigma''_y \omega_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

### 3.3.2 Exemplos de Aplicação

O método de identificação proposto neste capítulo pode ser aplicado para uma variedade de processos. Alguns dos processos são listados em (SKOGESTAD, 2003) cuja técnica também foi aplicada a título de comparação. Na Tabela 3.1 estão expostos os resultados para cada processo em que o método proposto foi aplicado. Observe que o modelo

Tabela 3.1: Modelos FOPTD e  $\hat{G}(s)$  estimados para vários tipos de processos  $G(s)$

$G(s)$	FOPTD (Skogestad)	$\hat{G}(s)$
$\frac{1}{(s+1)^4}$	$\frac{1}{1,5s+1} e^{-2,5s}$	$\frac{0,2731}{s(0,6889s+1)}$
$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	$\frac{1}{1,1s+1} e^{-0,148s}$	$\frac{0,8033}{s(0,2252s+1)}$
$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	$\frac{1,5}{1,05s+1} e^{-0,15s}$	$\frac{1,2590}{s(0,2331s+1)}$
$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	$\frac{1}{1,5s+1} e^{-3,5s}$	$\frac{0,3059}{s(0,4671s+1)}$
$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	$\frac{1}{2,5s+1} e^{-1,47s}$	$\frac{0,2770}{s(0,6512s+1)}$
$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	$\frac{1}{1,5s+1} e^{-1,5s}$	$\frac{0,3913}{s(0,6246s+1)}$
$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	$\frac{1}{21s+1} e^{-2s}$	$\frac{0,0435}{s(1,0930s+1)}$
$\frac{-s+1}{(6s+1)(2s+1)^2} e^{-s}$	$\frac{1}{7s+1} e^{-5s}$	$\frac{0,0941}{s(1,1610s+1)}$
$\frac{(6s+1)(3s+1)}{(10s+1)(8s+1)(s+1)} e^{-0,3s}$	$\frac{0,225}{s+1} e^{-0,3s}$	$\frac{0,1817}{s(0,3333s+1)}$
$\frac{2s+1}{(10s+1)(0,5s+1)} e^{-s}$	$\frac{0,625}{4,5s+1} e^{-1,25s}$	$\frac{0,1574}{s(0,5364s+1)}$

desenvolvido  $\hat{G}(s)$  é de primeira ordem com integrador e está comparado com o modelo FOPTD de Skogestad. Esta diferença é melhor visualizada na comparação no diagrama de Bode nos exemplos em sequência. O procedimento completo de obtenção bem como os resultados gráficos na faixa de frequência de interesse são expostos logo a seguir.

**Exemplo 1**

Considere um processo com função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4}.$$

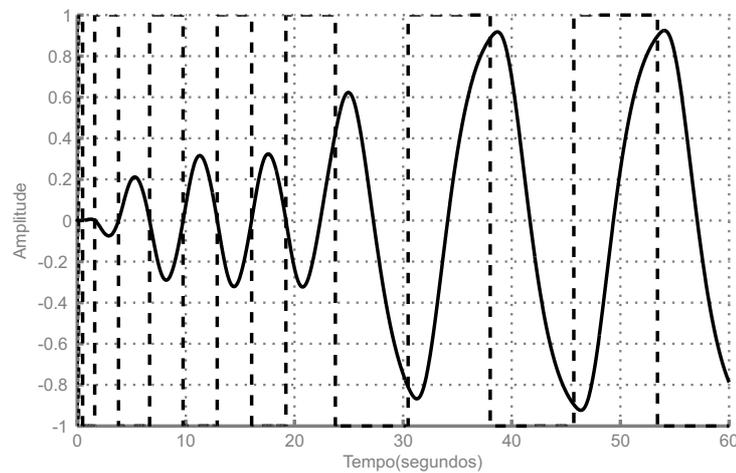


Figura 3.3: Experimento do relé  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado).

O sinal de saída resultante da proposta do experimento aplicado em  $G(s)$  está representado na Figura 3.3.

Do experimento do relé, as frequências  $\hat{\omega}_{180^\circ} = 0,9967$  e  $\hat{\omega}_{90^\circ} = 0,4076$  são obtidas. Com a aplicação do método de identificação descrito, o modelo estimado do processo é:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2731}{s(0,6889s + 1)}$$

Os resultados e comparações gráficas podem ser visualizados no diagrama de Bode na Figura 3.4.

Em todos os exemplos de aplicação deste método, considere que as frequências reais  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$  são demarcadas por ■ e as frequências estimadas  $\hat{\omega}_{90^\circ}$  e  $\hat{\omega}_{180^\circ}$  são demarcadas por ● nas figuras que representam os diagramas de Bode. Na Figura 3.4 é mostrado o diagrama de Bode para este exemplo. Observe que para o gráfico do ganho do sistema, essas frequências coincidem e os dois gráficos são muito próximos nessa região. A estimativa

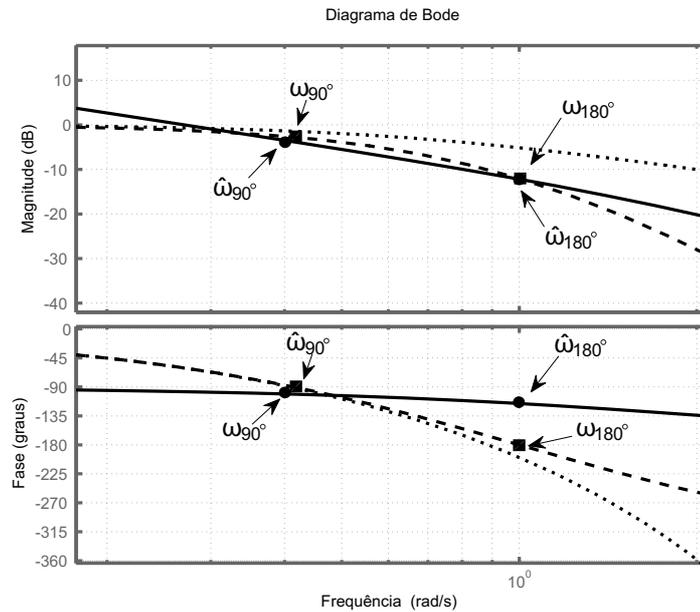


Figura 3.4: Diagrama de Bode para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  (tracejado),  $\hat{G}(s) = \frac{0.2731}{s(0.6889s+1)}$  (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado).

aproxima-se da real para a magnitude, porém, para a fase, somente a frequência  $\hat{\omega}_{90^\circ}$  se aproxima bem do valor real. A causa disto é a restrição de fase máxima do modelo com integrador que é de  $180^\circ$ . Se comparado ao modelo de Skogestad, o modelo proposto é melhor com relação à magnitude do processo, porém, para a fase o de Skogestad apresenta melhores resultados.

## Exemplo 2

Para uma planta com função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$$

O sinal resultante do experimento do relé está representado na Figura 3.5.

As frequências podem ser estimadas como  $\hat{\omega}_{180^\circ} = 10,9322$  e  $\hat{\omega}_{90^\circ} = 1,9128$ . Aplicando a DFT no sinal resultante de acordo com o procedimento de identificação descrito, o modelo estimado é

$$\hat{G}(s) = \frac{0,8033}{s(0,2252s+1)}.$$

O diagrama de Bode com os resultados pode ser visualizado na Figura 3.6.

O processo apresentado neste exemplo é um típico para utilização do SO-m. Observe que a constante de tempo maior do sistema é igual a 1 e o somatório das constantes

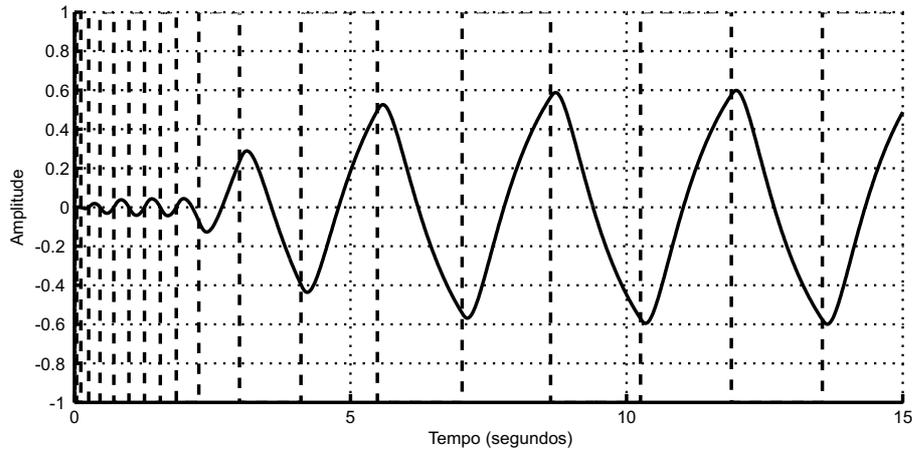


Figura 3.5: Experimento do relé  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado).

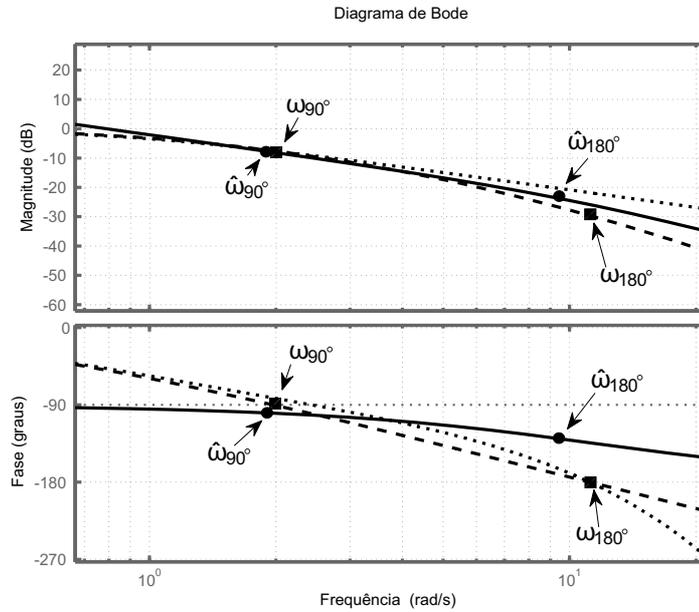


Figura 3.6: Diagrama de Bode para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  (tracejado),  $\hat{G}(s) = \frac{0,8033}{s(0,2252s+1)}$  (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado).

menores equivale a 0,248. Como atende a restrição para utilização do controlador PI de  $T_1 \geq 4T_\Sigma$  deduz-se que o SO-m poderia ser aplicado. Para a estimativa  $\hat{G}(s)$ , observe que a fase é mais uma vez penalizada com estimativas ruins. A magnitude apresenta novamente uma curva muito próxima da planta real.

### Exemplo 3

Considere agora um sistema com fase não mínima representado pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{-2s + 1}{(s + 1)^3}.$$

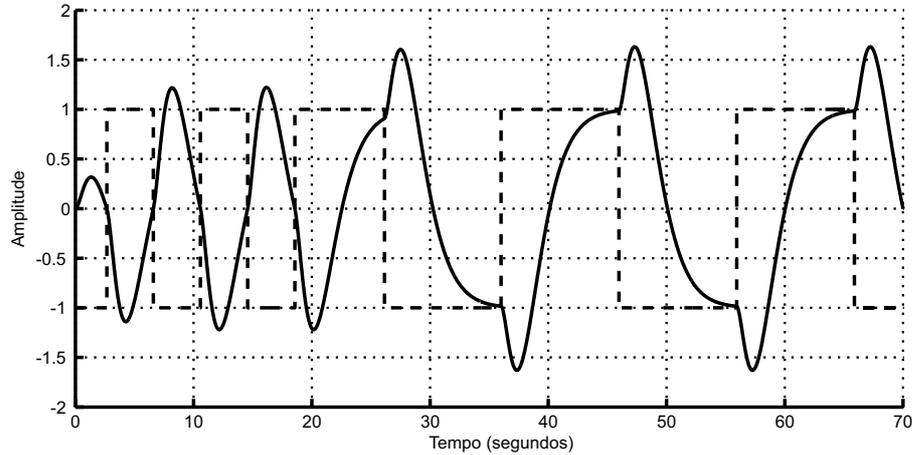


Figura 3.7: Experimento do relé  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado).

O sinal resultante da aplicação do experimento do relé está apresentado na Figura 3.7.

Do experimento do relé:  $\hat{\omega}_{180^\circ} = 0,7876$  e  $\hat{\omega}_{90^\circ} = 0,3153$ . O modelo pode então ser estimado como:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3059}{s(0,4671s + 1)}$$

O diagrama de Bode com a comparação entre os métodos está disposto na Figura 3.8.

Observe que para o processo de fase não-mínima apresentado neste exemplo, os dois gráficos dispostos na Figura 3.8 apresentam estimativas ruins para a magnitude e fase do sistema. As dinâmicas deste processo apresentam-se como bastante complexas para redução em um modelo simples com integrador. Observe também que a redução utilizando a técnica de Skogestad também não apresenta bons resultados para a planta em questão.

#### Exemplo 4

Assuma que o processo tem a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{(-0,3s + 1)(0,08s + 1)}{(2s + 1)(s + 1)(0,04s + 1)(0,2s + 1)(0,05s + 1)^3}$$

Da aplicação do experimento combinado do relé, obtêm-se os resultantes demonstrados na Figura 3.9.

Do experimento,  $\hat{\omega}_{180^\circ} = 1,4612$  e  $\hat{\omega}_{90^\circ} = 0,4901$ . O modelo pode ser estimado como:

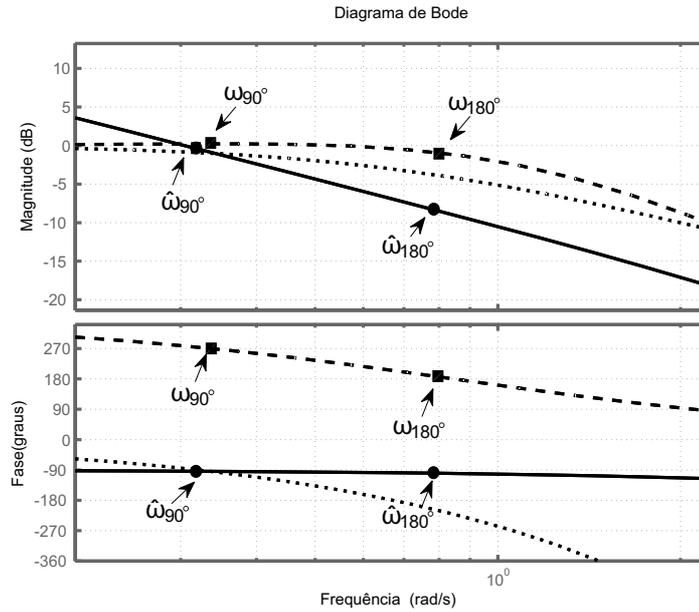


Figura 3.8: Diagrama de Bode para o processo  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  (tracejado),  $\hat{G}(s) = \frac{0.3059}{s(0.4671s+1)}$  (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado).

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2770}{s(0,6512s + 1)}.$$

O diagrama de Bode com a comparação entre os métodos está disposto na Figura 3.10.

Para este exemplo, observe que a planta é novamente de fase não-mínima com vários polos. Observe ainda que as curvas se aproximam na região de frequência em questão. Pode-se dizer que apesar de sua complexidade, para estes tipos de processos a curva da planta real está muito próxima da curva do modelo de primeira ordem com integrador para a região próxima das frequências de interesse.

### Exemplo 5

Considere um processo de segunda ordem com atraso com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(s + 1)^2}.$$

A aplicação do experimento do relé resulta nos sinais demonstrados na Figura 3.11.

As frequências encontradas são  $\hat{\omega}_{180^\circ} = 1,3157$  e  $\hat{\omega}_{90^\circ} = 0,5444$ . Com a aplicação da DFT no sinal resultante, a partir do método proposto de identificação, o modelo estimado é

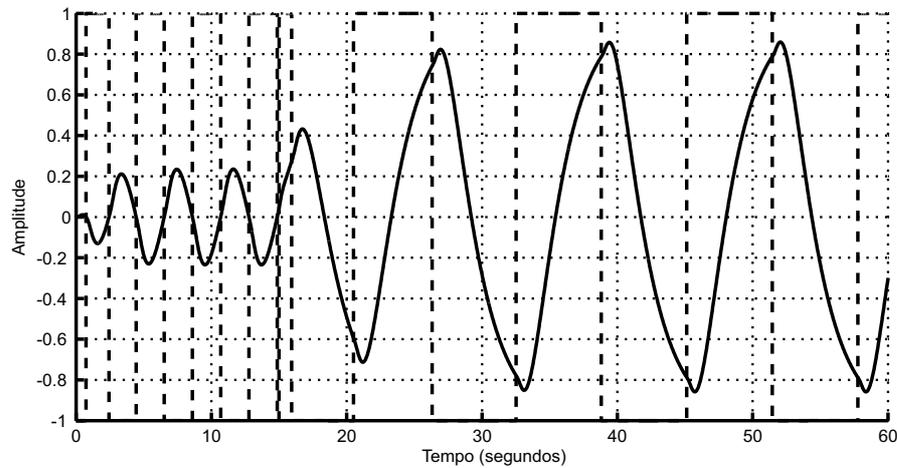


Figura 3.9: Experimento do relé  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado).

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3913}{s(0,6246s + 1)}.$$

Uma comparação gráfica pode ser visualizada na Figura 3.12. Para um processo de segunda ordem com atraso, observe que as frequências estimadas se aproximam das reais para a magnitude. Novamente, a fase é penalizada devido às restrições do modelo com integrador.

### 3.4 Proposta de Sintonia de Controladores PI Baseada no SO-m

Na seção anterior, uma técnica para identificação de sistemas em modelos com integradores foi apresentada. O principal motivo da escolha deste tipo de modelo é a possibilidade de aplicação do método SO-m. Porém, apesar de normalmente se conseguir estimativas próximas das frequências de interesse, observou-se nos exemplos que nem sempre é possível manter características do sistema devido à simplicidade do modelo. Dependendo do processo, o projeto de controladores utilizando o SO-m, a princípio, pode parecer inviável, pois o sistema deve perder as características de simetria e nem sempre satisfazer as restrições do método.

A proposta do SO-m modificado apresentada nesta seção tem como objetivo utilizar o método de identificação proposto para sintonizar um controlador via SO-m, independente do alcance ou não das restrições de utilização do método impostas na equação (2.38).

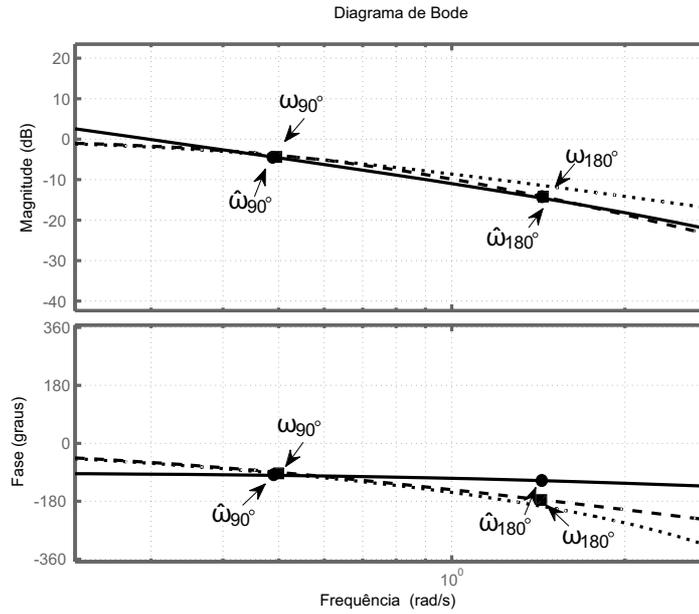


Figura 3.10: Diagrama de Bode para o processo  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  (tracejado),  $\hat{G}(s) = \frac{0,2770}{s(0,6512s+1)}$  (contínua) e modelo de Skogestad (pontilhado).

### Controlador PI Parametrizado

Considere um processo com função de transferência  $G(s)$  que pode ser controlado por um controlador PI com a seguinte estrutura:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right),$$

onde os parâmetros  $K_p$  e  $T_i$  são obtidos a partir do projeto do SO-m. Modificações no projeto original podem ser introduzidas da seguinte forma:

### Parametrização com uma variável

Introduzindo um parâmetro  $\beta$ , a função de transferência do controlador passa a ser:

$$C'(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{sT_i} \right). \quad (3.19)$$

Considere a representação em módulo e fase do controlador  $C'$ , para uma determinada frequência  $\omega$  como:

$$C' = |C'(j\omega)| \angle \phi_C. \quad (3.20)$$

A representação função de transferência do ganho de malha pode ser descrita como:

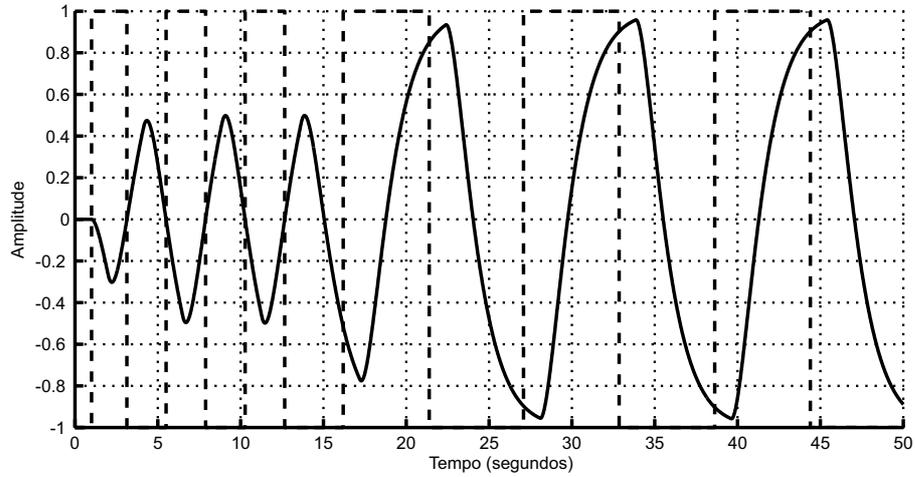


Figura 3.11: Experimento do relé  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$ . Sinal de saída do processo (sólido), sinal do relé (tracejado).

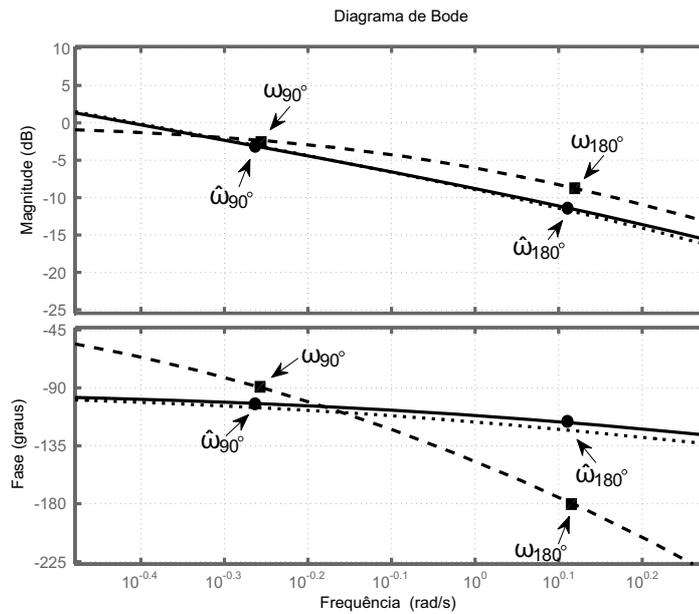


Figura 3.12: Diagrama de Bode para o processo  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  (tracejado) e  $\hat{G}(s) = \frac{0,3913}{s(0,6246s+1)}$  (contínua).

$$L' = |G(j\omega)||C'(j\omega)|\angle\phi_G + \phi_C. \quad (3.21)$$

Para qualquer frequência  $\omega$ , a variação do parâmetro  $\beta$  influencia diretamente no módulo de  $L'$ , com a fase permanecendo inalterada. Isso pode ser verificado analisando a contribuição do controlador para o módulo e a fase de  $L'$ , onde:

$$|C'| = \sqrt{\left(\frac{K_p}{\beta}\right)^2 + \left(-\frac{K_p}{\beta\omega_1 T_i}\right)^2} \quad (3.22)$$

e

$$\angle C' = \arctan \left( \frac{-\frac{K_p}{\beta \omega_1 T_i}}{\frac{K_p}{\beta}} \right) = \arctan \left( -\frac{1}{\omega_1 T_i} \right). \quad (3.23)$$

Portanto, com a variação de  $\beta$ , todos os pontos da curva de Nyquist são deslocados de forma radial (sem alteração da fase). Para  $0 < \beta < 1$ , há um deslocamento para a esquerda dos valores iniciais. O deslocamento para a direita ocorre quando  $\beta > 1$ . O efeito da variação deste parâmetro pode ser visualizado na Figura 3.13.

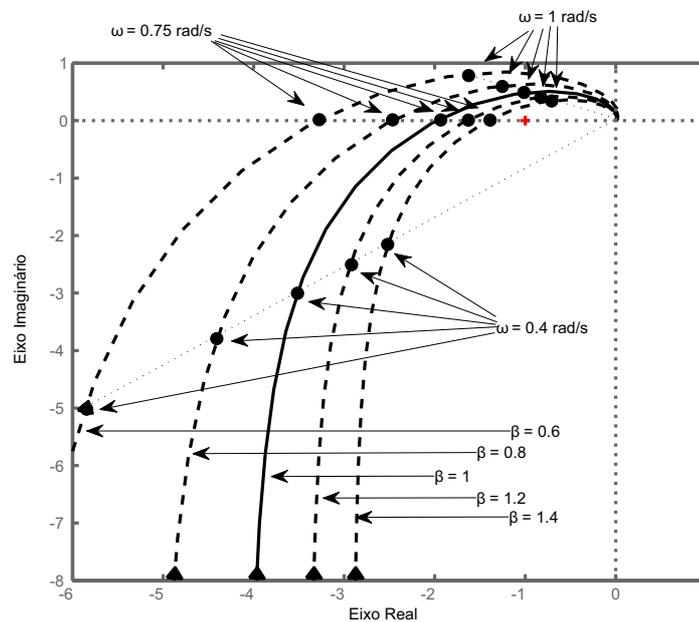


Figura 3.13: Representação do efeito da variação do  $\beta$  no controlador PI  $C'$  numa função ganho de malha  $L'$  qualquer.

### Parametrização com duas variáveis

Para modificação no módulo e fase do controlador simultaneamente, faz-se necessária a introdução de duas variáveis:  $\beta$  e  $\alpha$ . A função de transferência do controlador PI com esta parametrização passa a ser:

$$C''(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{sT_i\alpha} \right). \quad (3.24)$$

Dependendo do valor de  $\alpha$ , a fase do controlador pode ser incrementada ou decrementada. Para observar o efeito da variação deste parâmetro, foram destacados pontos em duas frequências em cada curva de  $L$ , conforme pode ser visualizado na Figura 3.14. Na figura, observa-se nitidamente a rotação da reta que liga os dois pontos a medida que o  $\alpha$  varia.

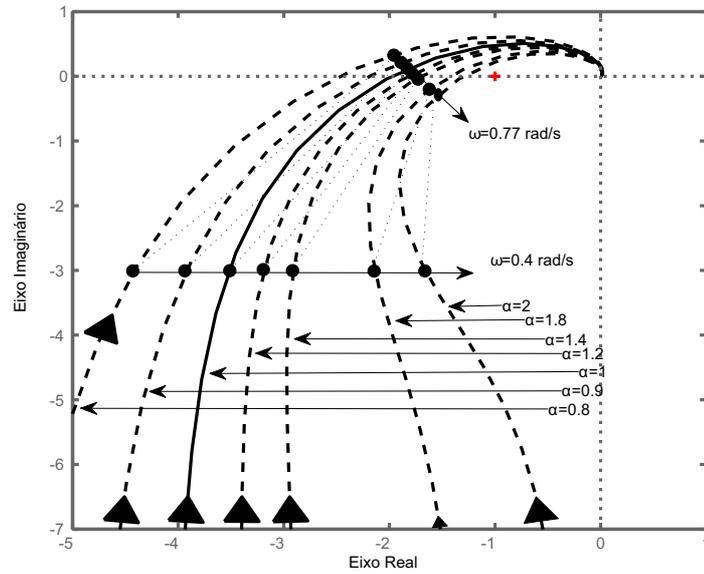


Figura 3.14: Representação do efeito da variação do  $\alpha$  para  $\beta = 1$  no controlador PI numa função de transferência do ganho de malha  $L''$  qualquer.

Os valores para  $\alpha$  e  $\beta$  não poderão ser escolhidos de forma arbitrária. O efeito da variação simultânea desses dois parâmetros pode ser observado na Figura 3.15. O procedimento de escolha dos parâmetros deve seguir as especificações de projeto, atentando-se às especificações e restrições dos valores, conforme será detalhado a seguir.

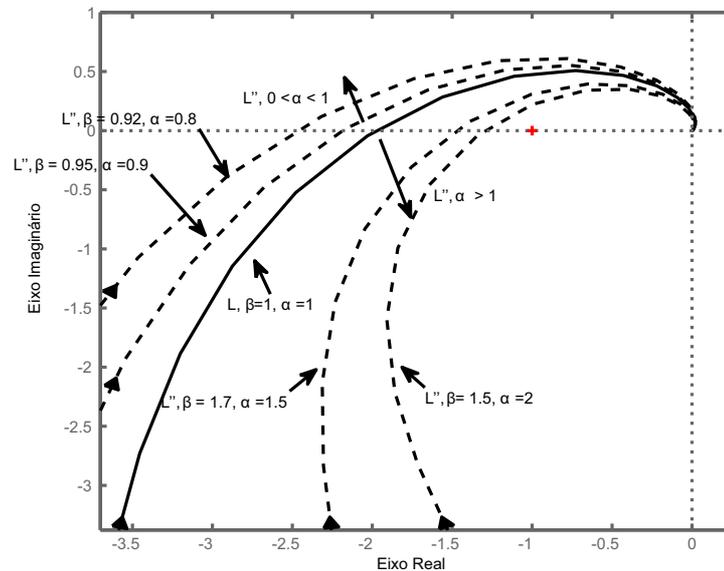


Figura 3.15: Representação do efeito da variação do  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI na função de transferência do ganho de malha  $L''$  qualquer.

### 3.5 Especificações de Projeto

São exemplos típicos de especificações de um sistema de controle (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006):

- Rastreamento de *set-point*;
- Sensibilidade ao ruído de medição;
- Robustez às incertezas do modelo;
- Rejeição às perturbações de carga;

No domínio do tempo, pode-se avaliar a resposta temporal do sistema para algumas entradas típicas. Já no domínio da frequência, especificações podem ser dadas através de características desejadas para a resposta em frequência ou função de transferência do sistema. Conforme detalhado no capítulo 3, o modelo estimado tem a função de transferência

$$\hat{G}(s) = \frac{K'}{s(T_{\Sigma}s + 1)}.$$

Supondo  $K' = K/T_1$  do modelo reduzido do SO-m para utilização do método, nem sempre são obtidas todas as características necessárias descritas no capítulo 2 para sua aplicação. Este fato pode ser atribuído às dinâmicas do processo que não atendem às especificações para aplicação do método, ou por haver incertezas e erros de aproximação e medição, além dos diversos ruídos a que os processos são submetidos. Uma parametrização do controlador pode ser utilizada para contornar este problema. Conforme observado na seção anterior, a inserção de parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador, pode ser utilizada para obtenção de um controlador estável, já que a curva de Nyquist pode ser forçada a obedecer os critérios de estabilidade com a variação destes parâmetros.

A técnica inicial a ser utilizada para obtenção dos parâmetros do controlador PI neste trabalho é o SO-m. Independentemente de o modelo atender às especificações para utilização do método e de o controlador com o método original levar o processo à instabilidade, este controlador pode ser manipulado de tal forma que o sistema se mantenha dentro da região especificada pelo projetista.

### 3.6 Restrições dos Valores de $\alpha$ e $\beta$

O primeiro ponto a ser levado em consideração são os limites dentro dos quais os parâmetros podem ser variados para que não haja mudanças nas dinâmicas do sistema,

acarretando em resultados indesejáveis tais como: instabilidade, margens de estabilidade muito elevadas levando a um controlador excessivamente conservador, resposta temporal lenta, etc.

Os valores para  $\alpha < 0$  não podem ser adotados, tendo em vista que os valores de  $\alpha$  que mantêm os pontos identificados na curva do lado esquerdo do semiplano complexo são aqueles para  $\alpha > 0$ . Os valores da parametrização que deslocam a curva de Nyquist para o lado esquerdo ( $\alpha > 0, 0 < \beta < 1$ ) da curva com um controlador já estável, têm como restrição máxima o critério de Nyquist:

$$|L''(\omega_{180^\circ})| = |G(\omega_{180^\circ})C''(\omega_{180^\circ})| = 1, \quad (3.25)$$

ou seja, na frequência crítica do sistema  $\omega_{180^\circ}$ , o módulo da função de transferência do ganho de malha não pode ser maior que 1, caso contrário, pelo critério de Nyquist, o sistema será instável em malha fechada.

Para os valores dos parâmetros que deslocam a curva de Nyquist à direita do diagrama ( $\alpha > 0, \beta > 1$ ), o caso extremo é exatamente quando  $\alpha$  está próximo de anular a ação do integrador do controlador PI. Ou seja, na equação do controlador (3.24), isso ocorre quando  $\alpha \gg K_p$ , mais precisamente, quando  $\alpha$  for elevado a tal valor que anule a fase do controlador quando somente o  $\beta$  é ajustado, se tornando, basicamente, num controlador P. Matematicamente, a equação (3.24) pode ser reescrita como

$$C''(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{sT_i\alpha} \right) = \frac{K_p}{\beta} + \frac{K_p}{\beta sT_i\alpha},$$

observa-se que o segundo termo  $\frac{K_p}{\beta sT_i\alpha} \rightarrow 0$  para  $\alpha \gg K_p$ .

### 3.7 Projeto do Controlador PI

As especificações do projeto do controlador PI tratadas neste trabalho estão diretamente ligadas às margens de estabilidade já discutidas no capítulo 2. A sensibilidade máxima  $M_s$  é utilizada como parâmetro de projeto. Para os diferentes tipos de distúrbios a que o processo estão submetidos, a função de sensibilidade pode traduzir o quanto o controlador pode ser sintonizado, de tal forma que os efeitos dessas variações sejam atenuados. A manipulação das variáveis  $\alpha$  e  $\beta$  permite a obtenção de um controlador PI com características de robustez.

Considere obter um controlador PI com a variação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . Como especificação do projeto, deve-se encontrar os parâmetros que desloque a função de trans-

ferência do ganho de malha na curva de Nyquist a tal ponto que atinja uma determinada margem de estabilidade. Esse deslocamento pode ser realizado até que a curva tangencie um círculo de raio  $1/M_s$  com centro em  $(-1, 0)$ .

Considere agora as informações obtidas com o experimento do relé modificado proposto na seção 3.3. É possível obter as informações de  $G(j\omega)$  para as frequências  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$  como demonstrado no procedimento. Com a obtenção do modelo proposto, estimado como um sistema com integrador com função de transferência:

$$\hat{G}(s) = \frac{K'}{s(T_\Sigma s + 1)},$$

a tentativa de aplicação do método original de sintonia de controladores PI do Ótimo Simétrico nem sempre é válida, conforme demonstrado anteriormente. A aplicação dos procedimentos a seguir, permite encontrar os parâmetros do controlador PI utilizando como base o método original do Ótimo Simétrico e as informações nas frequências determinadas experimentalmente.

### **Passo 1: Identificação e determinação dos parâmetros do controlador com o Ótimo Simétrico original**

Considere estimativas para  $\omega_{90^\circ}$ ,  $\omega_{180^\circ}$ ,  $G(j\omega_{90^\circ})$  e  $G(j\omega_{180^\circ})$  obtidas do experimento do relé modificado. Aplica-se o método de identificação demonstrado anteriormente para obtenção de  $K'$  e  $T_\Sigma$  para obtenção de um controlador PI  $C(s)$  descrita na equação (3.4).

É possível identificar os dois pontos da função de transferência do ganho de malha  $L = GC$  como um número complexo da forma:

$$\bar{L}(j\omega_{180^\circ}) = \sigma_{gc}^{180^\circ} + j\rho_{gc}^{180^\circ} \quad e \quad (3.26)$$

$$\bar{L}(j\omega_{90^\circ}) = \sigma_{gc}^{90^\circ} + j\rho_{gc}^{90^\circ}. \quad (3.27)$$

Assuma agora que existe uma reta que corta os dois pontos  $\bar{L}(j\omega_{180^\circ})$  e  $\bar{L}(j\omega_{90^\circ})$ . Existirá um ponto  $p$  no qual essa reta cruza o eixo real. Esse ponto representará uma importante informação a respeito da estabilidade do sistema. Observe que a malha fechada é supostamente instável se o ponto  $p$  estiver localizado à esquerda do ponto  $-1 + j0$ . Uma interpretação gráfica pode ser visualizada na Figura 3.16 para o processo com função de transferência  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI sintonizado a partir do Ótimo Simétrico original.

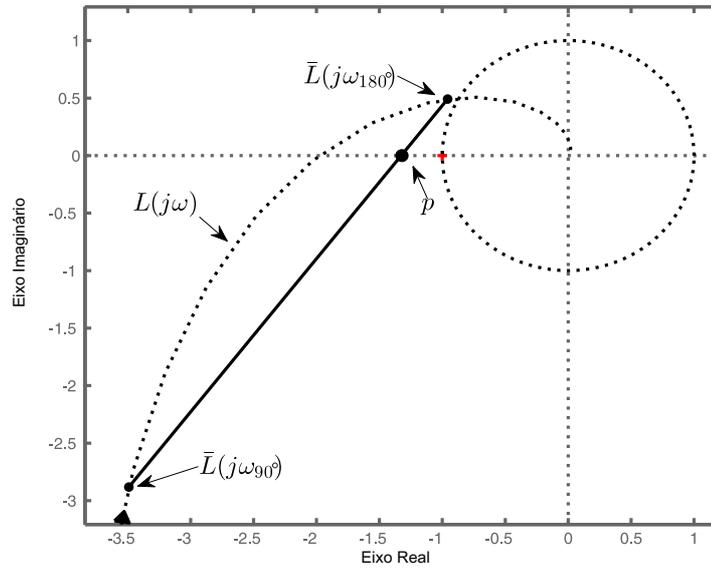


Figura 3.16: Diagrama de Nyquist para  $L = GC$ , com  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e um controlador PI sintonizado com o método original do Ótimo Simétrico.

Para o processo mencionado na Figura 3.16, observa-se que o controlador obtido com o método do Ótimo Simétrico original leva o processo à instabilidade já que o ponto  $p$  localiza-se à esquerda de  $-1 + j0$ .

A equação da reta pode ser caracterizada por:

$$a\sigma + b\rho + c = 0. \quad (3.28)$$

Das equações (3.26) e (3.27),  $b = 1$  e os coeficientes  $a$  e  $c$  são dados por:

$$a = \frac{\rho_{gc}^{180^\circ} - \rho_{gc}^{90^\circ}}{\sigma_{gc}^{180^\circ} - \sigma_{gc}^{90^\circ}} \quad (3.29)$$

$$c = \rho_{gc}^{90^\circ} - \frac{\rho_{gc}^{180^\circ} - \rho_{gc}^{90^\circ}}{\sigma_{gc}^{180^\circ} - \sigma_{gc}^{90^\circ}}. \quad (3.30)$$

O ponto  $p$  que cruza o eixo real pode então ser calculado como:

$$p = -\rho_{gc}^{90^\circ} \left( \frac{\sigma_{gc}^{180^\circ} - \sigma_{gc}^{90^\circ}}{\rho_{gc}^{180^\circ} - \rho_{gc}^{90^\circ}} \right) + \sigma_{gc}^{90^\circ}. \quad (3.31)$$

**Passo 2: Inserção do parâmetro  $\beta$  para obtenção de uma margem de ganho de aproximadamente  $1/M_s$**

Considere que o controlador a ser aplicado tem a forma:

$$C'(s) = \frac{K_p}{\beta} \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right).$$

Os novos pontos encontrados a partir da função ganho de malha são  $\bar{L}'(j\omega_{180^\circ})$  e  $\bar{L}'(j\omega_{90^\circ})$ .

Considere ainda que a margem de estabilidade a ser atingida por especificação de projeto é um determinado  $M_s$ . Como demonstrado anteriormente, todos os pontos da curva de Nyquist podem ser deslocados radialmente com a variação do parâmetro  $\beta$ . Para deslocar o ponto  $p$  a um ponto  $1/M_s$ , a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$\beta = \frac{M_s}{M_s - 1} |p|. \quad (3.32)$$

Com o  $\beta$  calculado de acordo com a equação (3.32), obtém-se a garantia de que o ponto  $p$  corta exatamente no limite da margem de estabilidade definida - o círculo de raio  $1/M_s$ . Esse procedimento pode ser visualizado na Figura 3.17 para  $L'(j\omega)$ .

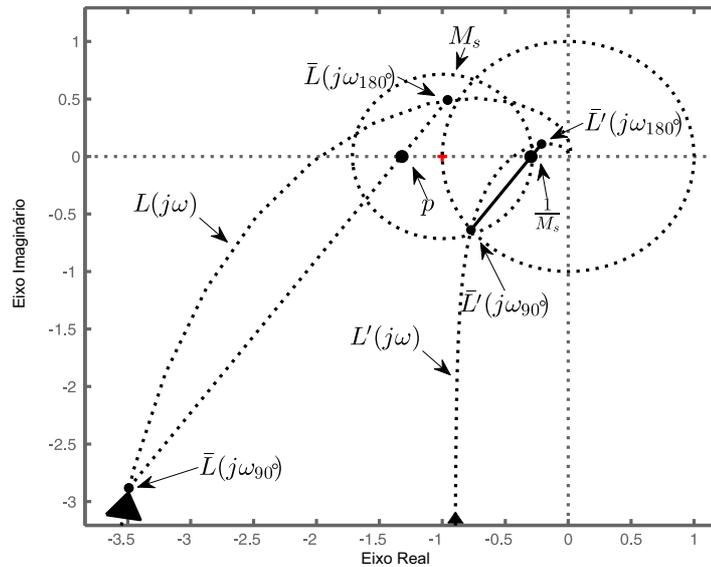


Figura 3.17: Diagrama de Nyquist para  $L = GC$ , com  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e um controlador PI sintonizado com o método original do Ótimo Simétrico ajustado com o parâmetro  $\beta$ .

Observe na Figura 3.17 que com este procedimento, que o controlador inicial sugere uma malha fechada instável e, com a correção do parâmetro  $\beta$ , já é possível obter um controlador PI estável.

**Passo 3: Inserção do parâmetro  $\alpha$  e um método iterativo de ajuste do parâmetro.**

Considere a utilização do controlador com a estrutura:

$$C''(s) = \frac{K_p}{\beta} \left(1 + \frac{1}{sT_i\alpha}\right). \quad (3.33)$$

A diferença entre os ângulos dos controladores  $C'$  (obtido no passo 2) e  $C''$  pode ser relacionada como:

$$\tan \varphi = \frac{\tan \phi' - \tan \phi''}{1 + \tan \phi' \tan \phi''}, \quad (3.34)$$

onde  $\phi'$  é o ângulo do controlador  $C'(s)$  e  $\phi''$  é o ângulo do controlador  $C''(s)$ .

Para todo  $\omega$ ,  $\tan \phi''$  é:

$$\tan \phi'' = -\frac{1}{\omega T_i \alpha}. \quad (3.35)$$

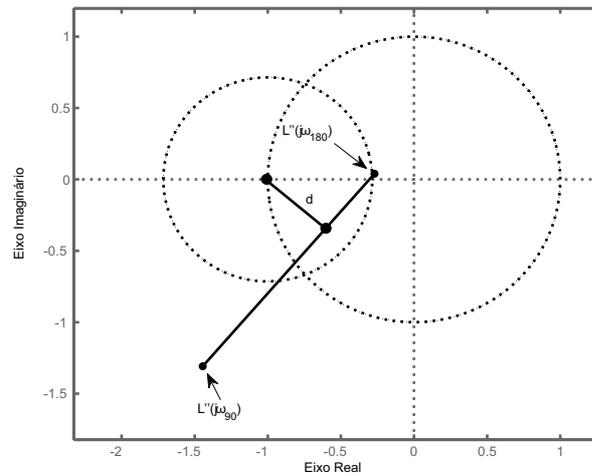
O procedimento de projeto consiste em utilizar como parâmetro um ângulo de referência para escolha do  $\alpha$ . Substituindo a equação (3.35) em (3.34), o  $\alpha$  pode ser encontrado:

$$\alpha = \frac{1 - \tan(\phi') \tan(\varphi)}{-\tan(\phi') - \tan(\varphi) T_i \omega}. \quad (3.36)$$

Até o procedimento realizado no passo 2, é possível deslocar o ponto  $p$  a um  $1/M_s$  desejado. Um controlador estável com o modelo nominal, com margem de ganho de aproximadamente  $1/M_s$  é obtido. Observa-se que uma pequena variação do ângulo do controlador deve ser suficiente para fazer com que a curva de Nyquist tangencie o círculo de raio  $1/M_s$ . Como a inserção do parâmetro  $\alpha$  influencia também no módulo do controlador como foi demonstrado anteriormente, faz-se necessário um critério de avaliação para se verificar o valor que a reta atinja a especificação desejada de tangenciar o círculo de raio  $1/M_s$ . Analisando os novos pontos de  $L''(j\omega) = G(j\omega)C''(j\omega)$  nas frequências  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ , existe uma reta que está a uma distância  $d$  do centro da circunferência de raio  $1/M_s$ . A equação que rege essa distância é dada por

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (3.37)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da equação da reta formada pelos pontos  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ , e  $x_0$  e  $y_0$  o centro da circunferência, ou seja,  $(-1, 0)$ . A interpretação gráfica de  $d$  pode ser visualizada na Figura 3.18.


 Figura 3.18: Representação da distância  $d$  no plano complexo.

As seguintes observações podem ser realizadas:

- Para  $d < 1/M_s$ , a reta se encontra dentro do círculo.
- Para  $d \geq 1/M_s$ , a reta já se encontra fora ou tangente ao círculo;

O objetivo deste passo é variar o parâmetro  $\alpha$  até ocorrer  $d = 1/M_s$ .

Para variações do ângulo  $\varphi$  de 10% a 50% do valor do ângulo do controlador obtido no passo 2, é suficiente para rotacionar a reta formada pelos dois pontos de  $L''$  nas frequências identificadas e, conseqüentemente da curva para todas as frequências, deixando-a próxima da região de tangência do círculo de raio  $1/M_s$ . Porém, a margem para estas variações é muito grande, impossibilitando a construção de uma regra geral para escolha do  $\alpha$ . Um método iterativo com avaliações da distância  $d$  para variações de  $\alpha$  pode ser realizado para o reajuste do parâmetro tendo como critério de parada o valor de  $d = 1/M_s$ .

Observe que o valor de  $\alpha$  é proposto ser encontrado em termos do ângulo de deslocamento do controlador de  $C'$  a  $C''$ . A explicação para essa escolha é o fato de que as dinâmicas variam de processo para processo, o que pode ocorrer que pequenas variações de  $\alpha$  influenciem agressivamente para processos mais complexos e suavemente para outros. A análise em termos de deslocamento do ângulo possibilita uma escolha mais exata deste parâmetro.

### 3.8 Exemplos de Simulações

Na Tabela 3.2 são apresentados os cálculos para o ponto  $p$  para vários tipos de processos.

Tabela 3.2: Valores para o ponto  $p$  para diferentes tipos de processos

$G(s)$	$p$
$\frac{1}{(s+1)^4}$	-0,7730
$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	-0,0984
$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	-0,1125
$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	-4,0997
$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	-0,7563
$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	-0,7927
$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	-0,6778
$\frac{-s+1}{(6s+1)(2s+1)^2}e^{-s}$	-1,9614
$\frac{(6s+1)(3s+1)}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}e^{-0,3s}$	-0,3278
$\frac{2s+1}{(10s+1)(0,5s+1)}e^{-s}$	-0,7868

### Exemplo 1

Considere que o processo a ser controlado tem função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (3.38)$$

Realizando os procedimentos de identificação, o seguinte modelo de primeira ordem com integrador é proposto:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,2731}{s(0,6889s+1)}. \quad (3.39)$$

#### Passo 1:

Utilizando o método de sintonia original do Ótimo Simétrico, os parâmetros  $K_p = 2,6575$  e  $T_i = 2,7555$  são encontrados. Com o ponto  $p$  calculado como  $p = -0,7730$ , sugere uma malha fecha estável, o que não é garantido devido ao erro entre a reta e a curva real que pode está envolvendo o ponto  $-1 + j0$ .

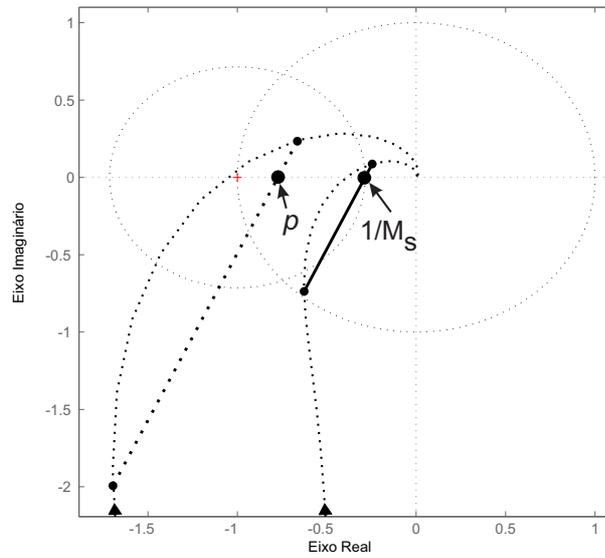


Figura 3.19: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI parametrizado. Para  $p = -0,7730$ ,  $\beta = 2,7054$ .

**Passo 2:**

Para  $M_s = 1,4$ , a partir da equação (3.32) tem-se  $\beta = 2,7054$ . O controlador passa a ser:

$$C'(s) = \frac{2,6575}{2,7054} \left( 1 + \frac{1}{2,7555s} \right)$$

O diagrama de Nyquist para este controlador pode ser verificada na Figura 3.19.

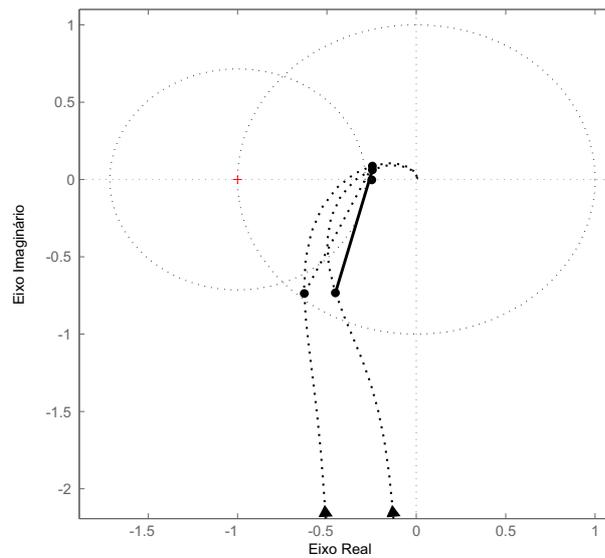


Figura 3.20: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI parametrizado, reta com  $\beta = 2,7054$  e  $\alpha = 1,3710$  (sólida) e a reta somente com  $\beta = 2,7054$  (pontilhada).

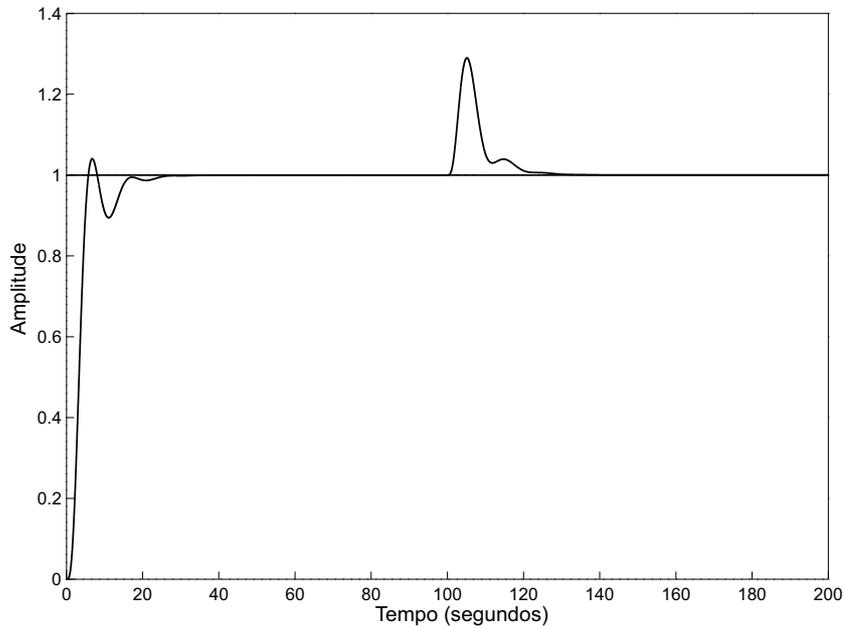
**Passo 3:**

Com a inserção do parâmetro  $\alpha$ , o controlador passa a ter a estrutura de  $C''$ . Com o processo de avaliação da distância  $d$  para o cálculo de  $\alpha$ , encontra-se  $\alpha = 1,3710$ . O diagrama de Nyquist para o controlador  $C''$ , com função de transferência

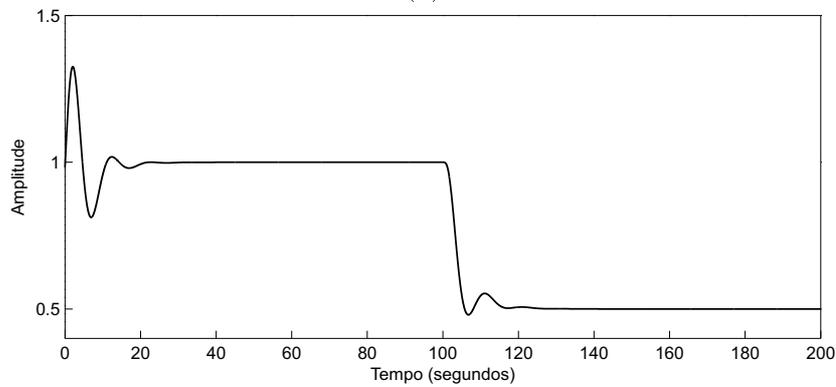
$$C''(s) = \frac{2,6575}{2,7054} \left( 1 + \frac{1}{1,3710 \times 2,7555s} \right),$$

com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , pode ser visualizado na Figura 3.20.

A resposta temporal simulada pode ser visualizada na Figura 3.21a. A ação de controle está representada na Figura 3.21b. Observe que a resposta do processo é suave à mudança



(a)



(b)

Figura 3.21: Resposta temporal de  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  para (a) variável do processo e (b) ação de controle.

de referência e apresenta um sobressinal de aproximadamente 5%. Na simulação também é aplicado um distúrbio de carga de amplitude 0,5 em  $t = 100$  segundos na entrada do processo. A ação de controle pode ser observada também no segundo gráfico da figura. Observe ainda que, apesar da obtenção de  $p > -1$ , o método do Ótimo Simétrico leva a uma malha fechada instável. Como apresentado no passo 1, existe um erro entre a reta que liga os dois pontos estimados e a curva do ganho de malha do processo, não trazendo garantias de uma malha fechada estável. Após a manipulação das curvas por meio da dupla parametrização, é possível obter uma malha fechada estável como pôde ser observado no exemplo.

**Exemplo 2**

Considere agora que o processo a ser controlado tem função de transferência

$$G(s) = \frac{-2s + 1}{(s + 1)^3}, \tag{3.40}$$

**Passo 1:**

A estimativa de um modelo com integrador pode ser calculada como descrito anteriormente:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,3059}{s(0,4671s + 1)}. \tag{3.41}$$

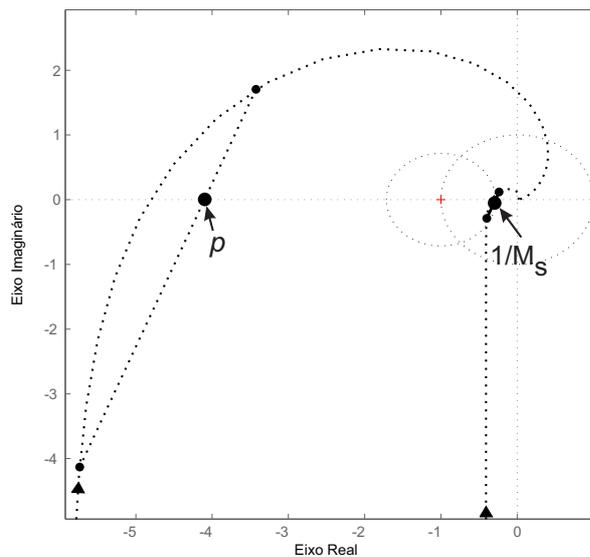


Figura 3.22: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PI parametrizado, com  $\beta = 14,3491$ .

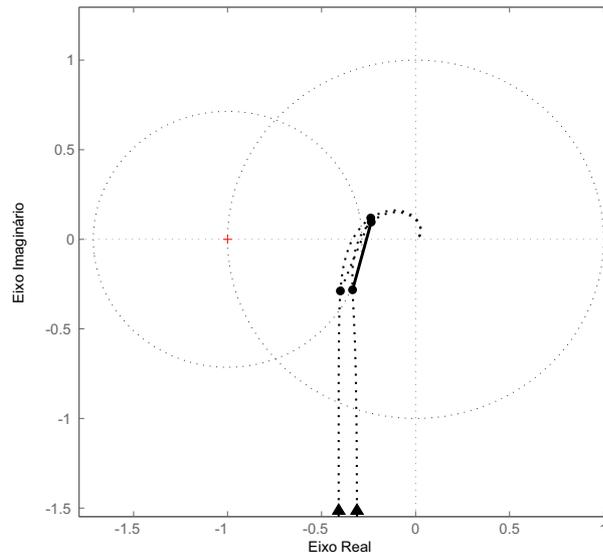


Figura 3.23: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PI parametrizado. Com o controlador  $C''$ ,  $\beta = 14,3491$  e  $\alpha = 1,1800$  (reta sólida) e com  $C'$   $\beta = 14,3491$  (reta pontilhada).

Os parâmetros do controlador obtidos com o Ótimo Simétrico original são  $K_p = 3,4992$  e  $T_i = 1,8685$ . O ponto  $p$  calculado vale  $-4,0997$ , o que está muito à esquerda do limite de estabilidade. Observe que este é um caso que o método do Ótimo Simétrico original não pode ser aplicado diretamente, fazendo-se necessário o ajuste dos parâmetros para obtenção de um controlador estável.

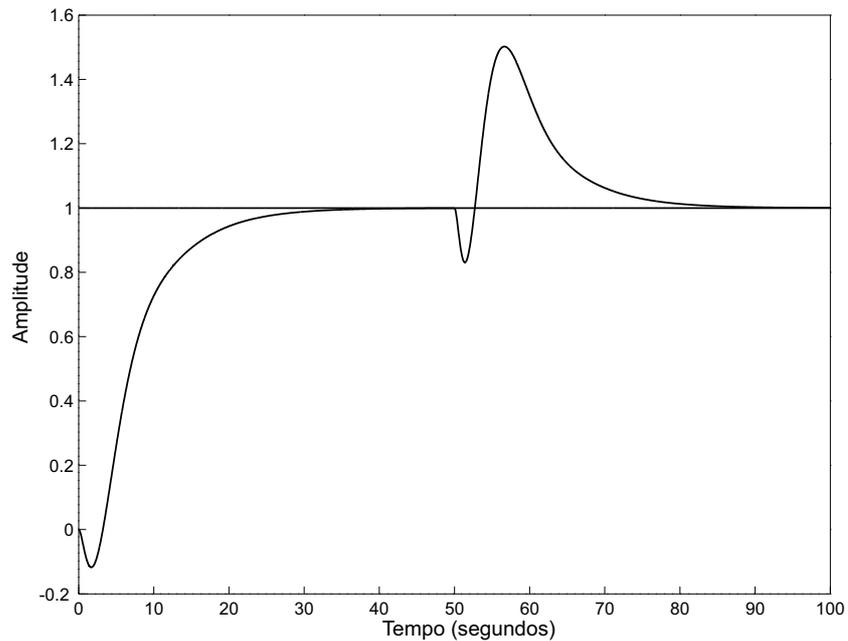
**Passo 2:**

Assuma  $M_s = 1,4$ , tem-se  $\beta = 14,3491$ . A ação do controlador  $C'$  fornece um  $L'$  que pode ser visualizado na Figura 3.22.

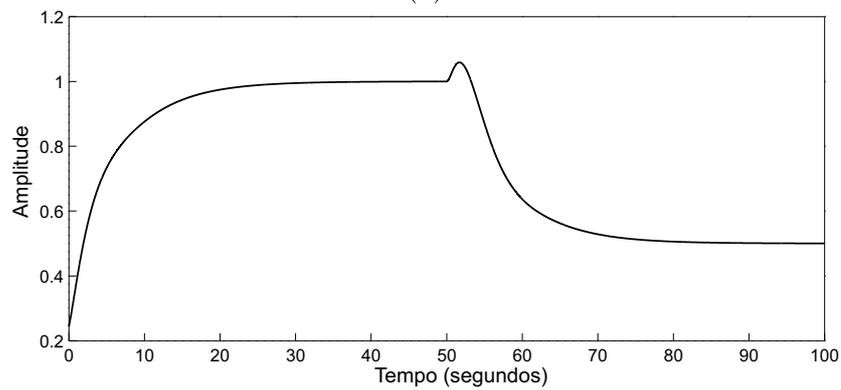
**Passo 3:**

A partir do processo iterativo obtém-se  $\alpha = 1,1800$ . Aplicando o controlador  $C''$  com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  obtidos, os resultados podem ser visualizados na Figura 3.23.

A resposta no tempo do processo deste exemplo pode ser visualizada na Figura 3.24a. Não há sobressinal e o tempo de estabilização é de aproximadamente 30 segundos. As dinâmicas deste processo são bem diferentes comparando com os exemplos anteriores. O processo é mais lento relação ao apresentado no exemplo anterior (pois contém 3 constantes de tempo lentas e iguais) e possui características de fase não mínima (com um zero à direita do plano-s). Na simulação também é aplicado um distúrbio de carga de amplitude 0.5 em  $t = 100$  segundos na entrada do processo e observe novamente a rejeição



(a)



(b)

Figura 3.24: Resposta temporal de  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  para (a) variável do processo e (b) ação de controle.

ao distúrbio aplicado. O sinal da ação de controle no tempo simulado pode ser observado na Figura 3.24b.

### Exemplo 3

Dado o processo com função de transferência

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s + 1)(2s + 1)}, \tag{3.42}$$

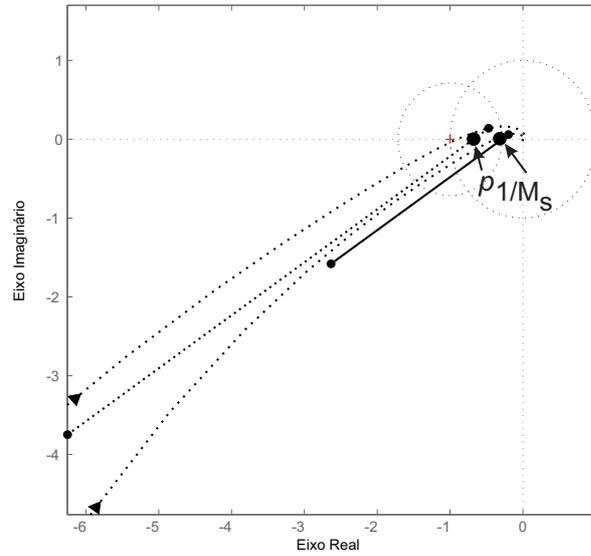


Figura 3.25: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$  com o controlador PI parametrizado, com  $\beta = 0,9565$ .

**Passo 1:**

A estimativa de um modelo com integrador pode ser calculada pelo procedimento descrito anteriormente:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,0406}{s(2,0805s + 1)}. \quad (3.43)$$

Os parâmetros do controlador obtidos com o Ótimo Simétrico original são  $K_p = 5,9194$

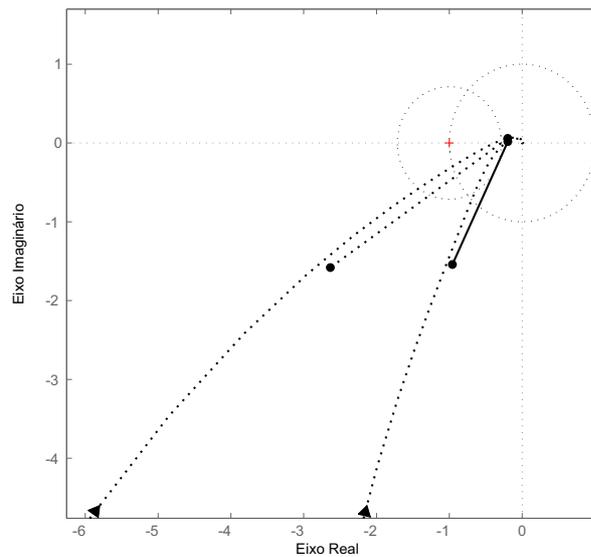


Figura 3.26: Diagramas de Nyquist para  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$  com o controlador PI parametrizado. Com o controlador  $C''$ ,  $\beta = 0,9565$  e  $\alpha = 4,8520$  (reta sólida) e com  $C'$   $\beta = 0,9565$  (reta pontilhada).

e  $T_i = 8,3220$ . O ponto  $p$  calculado vale  $-0,2733$ . Observe que este ponto está um pouco à direita do limite de posicionamento da reta  $1/M_s$ , sugerindo uma malha fechada estável.

**Passo 2:**

Assuma  $M_s = 1,4$ , tem-se  $\beta = 0,9565$ . Com  $\beta < 1$ , observe que o deslocamento da curva de Nyquist será para a esquerda. A ação do controlador  $C'$  fornece um  $L'$  que pode ser visualizado na Figura 3.25.

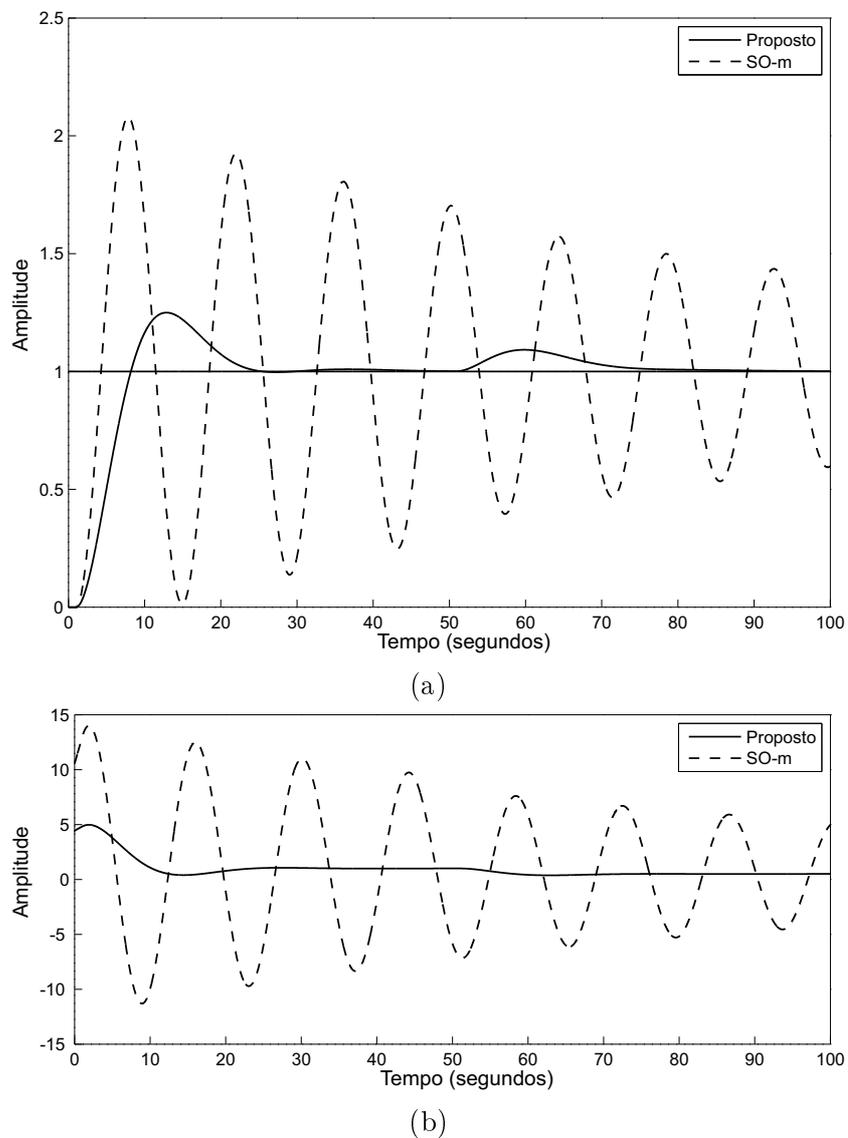


Figura 3.27: Resposta temporal de  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$  para (a) variável do processo e (b) ação de controle.

**Passo 3:**

A partir do processo iterativo obtém-se  $\alpha = 4,8520$ . Aplicando o controlador  $C'''$  com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  obtidos, os resultados podem ser visualizados na Figura 3.26.

Na Figura 3.27a, a resposta ao degrau do sistema é apresentada. O sobressinal apresentado é de aproximadamente 25% e tempo de estabilização de aproximadamente 26 segundos. Na simulação também é aplicado um distúrbio de carga de amplitude 0,5 em  $t = 100$  segundos na entrada do processo e observe novamente a rejeição ao distúrbio aplicado. O sinal da ação de controle no tempo simulado pode ser observado na Figura 3.27b. Observe ainda que o método SO-m está aplicado neste exemplo e apresenta uma saída oscilatória com ação de controle agressiva. O sobressinal para o SO-m é de aproximadamente 110% com tempo de estabilização de aproximadamente 500 segundos. Como o método proposto está sendo comparado com o SO-m, os índices de desempenho da Integral do Erro - IE (*Integral Error*) e a Integral do Erro Absoluto - IAE (*Integral Absolute Error*) foram calculados para ambas as situações. O método proposto do SO-m modificado apresenta  $IE = IAE = 2,6416$ , enquanto o SO-m original  $IAE = 6,3515$  e  $IE = 0,4195$ . Como a variável do processo para o sistema com o controlador sintonizado com SO-m original produz uma saída oscilatória com um IAE maior, o método de ressonância proposto apresenta uma melhoria no SO-m original.

### 3.9 Resultados Experimentais

A configuração do experimento envolve um processo em escala laboratorial com dois módulos que utiliza o efeito termelétrico para converter diferenças de temperatura em tensão elétrica. O processo considerado utiliza dois módulos Peltier, uma placa metálica, dois sensores de temperatura do tipo LM35, dois *coolers*, dois trocadores de calor, um Controlador Lógico Programável- PLC (*Programmable Logic Controller*) e um computador com SCADA (*Supervisory Control And Data Acquisition*). Em (BARROS; ACIOLI JUNIOR; SANTOS, 2008), todo o sistema é descrito em detalhes.

O sistema possui duas entradas e duas saídas - TITO (*Two-Input Two-Output*), tendo em vista que os dois módulos são acoplados e são alimentados por atuadores PWM com a temperatura medida pelos sensores LM35. Porém, apenas um módulo é utilizado neste experimento. O segundo módulo foi destinado para gerar perturbações no primeiro módulo para avaliação dos efeitos quando o controle é aplicado. A técnica completa é aplicado ao sistema e tem como variável do processo o valor da temperatura medido pelo sensor.

Com a planta estabilizada em 70% do valor máximo que pode ser aplicado, o valor final

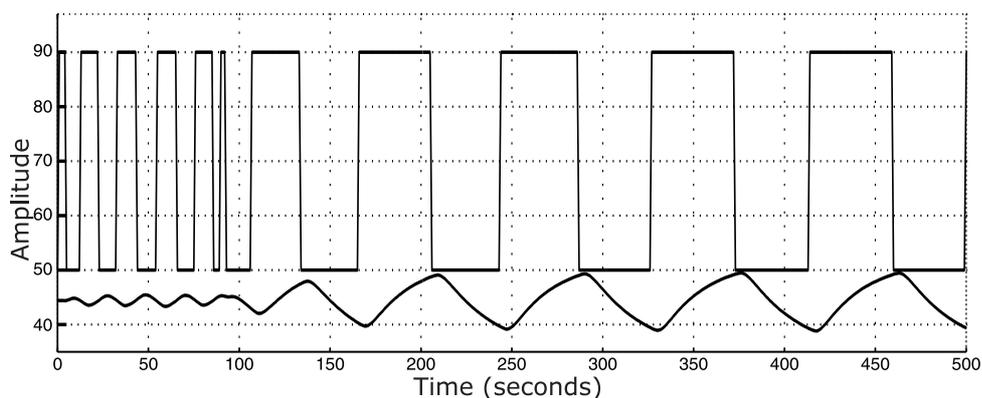


Figura 3.28: Experimento do relé proposto.

em estado estacionário do processo foi medido com aproximadamente  $45^{\circ}C$ . O relé pode ser ajustado para aplicar oscilações em torno desta referência, com um valor máximo aplicado de 90% e o mínimo de 50% do máximo que pode ser atribuído. Na Figura 3.28 pode-se observar os resultados para o experimento do relé após um tempo total de experimento de 500 segundos.

Observe que a primeira parte do experimento é o relé padrão (identificação da frequência crítica do sistema). Em aproximadamente 90 segundos, o experimento comuta para a parte do relé mais integrador, o que fornece a informação em baixa frequência, ou seja, para  $\omega_{90^{\circ}}$ . As frequências de oscilação do relé são:  $\omega_{180^{\circ}} = 0,2992 \text{ rad/s}$  e  $\omega_{90^{\circ}} = 0,0731 \text{ rad/s}$ . Aplicando a DFT em cada trecho do experimento obtém-se:  $\hat{G}_{180^{\circ}} = -0,0330 - j0,0025$  e  $\hat{G}_{90^{\circ}} = 0,0089 - j0,1893$  com fases  $-175,67^{\circ}$  e  $-87,30^{\circ}$ , respectivamente.

O modelo com integrador aplicando a técnica de identificação demonstrada na seção 3.3 é dado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{0,0132}{s(3,3936s + 1)},$$

onde  $K' = 0,0132$  e  $T_{\Sigma} = 3,3936$ .

Os parâmetros do controlador pelo SO-m são  $K_p = 11,1850$  e  $T_i = 13,5745$ . Os pontos estimados passam a ser  $\bar{L}_{180^{\circ}} = -0,3765 + j0,0630$  e  $\bar{L}_{90^{\circ}} = -2,0347 - j2,2180$ . Com a informação desses dois pontos, pode-se obter  $p = -0,4223$ . Observe que  $|p| < 1$ , pode-se sugerir que com o controlador SO o sistema obtido é estável.

Com a equação (3.32) obtém-se  $\beta = 1,4782$ . Com o processo iterativo o segundo parâmetro é dado por  $\alpha = 1,9272$ . Os novos parâmetros do controlador são  $K_p = 7,5668$  e  $T_i = 26,1609$ . Observe que na Figura 3.29 é apresentada a resposta ao degrau para ambos os métodos, o SO-m original e o método proposto. Note ainda que para o modelo com integrador encontrado, o modelo atinge as restrições para utilização do SO-m para

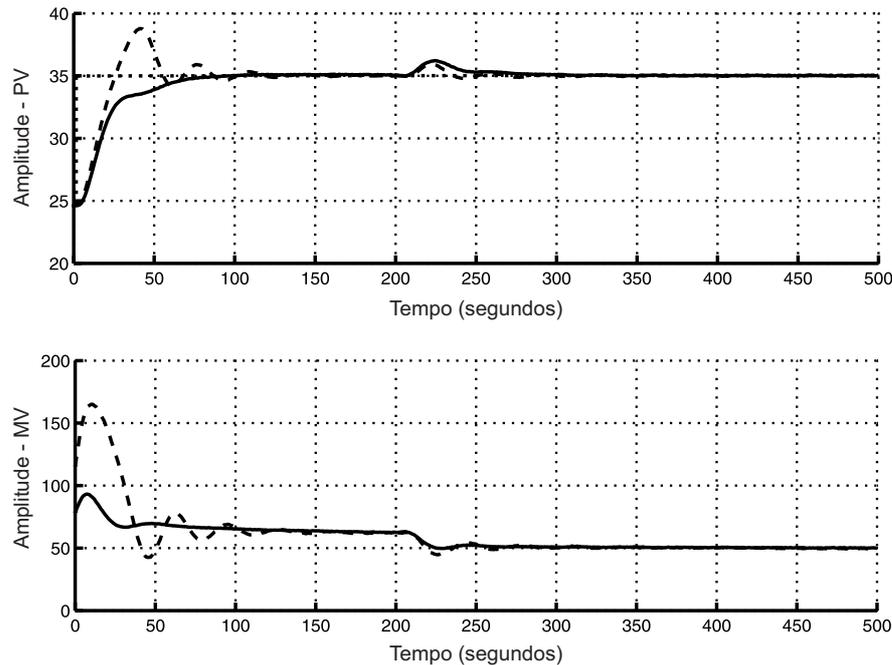


Figura 3.29: Resposta ao degrau para SO (tracejado) e método proposto (sólido).

controladores PI onde  $K' = K/T_1$ , com  $K = 1$ ,  $T_1 = 75,7576 \gg 4T_\Sigma$ , já que  $T_\Sigma = 3,3936$ . Para o SO-m, o sobressinal é em torno de 40%, tempo de subida 17 segundos e o tempo de estabilização é 115 segundos. Com o método proposto, observe que o sobressinal é de menos de 1% com um tempo de subida mais lento de aproximadamente 20 segundos e um tempo de estabilização mais rápido de 95 segundos.

### 3.10 Conclusões

Neste capítulo foram abordadas as principais características do método do Ótimo Simétrico. Os métodos de sintonia para controladores PI e PID foram apresentados, bem como uma análise de estabilidade do método. Uma das vantagens do SO-m é a possibilidade de projetar controladores com características de desempenho e robustez, e que resultem em malhas de estabilidade com valores bem definidos, mesmo para processos com constantes de tempo não modeladas.

Um método prático para controladores PI baseado no SO-m foi apresentado partindo de um modelo simples identificado a partir das informações obtidas com experimentos combinados do relé. Com os dois pontos em frequência obtidos, é possível obter um controlador com uma margem de estabilidade especificada através do  $M_s$  para uma variada classe de processos, até aqueles cujo método original não pode ser aplicado devido às restrições do método original. O uso da técnica foi demonstrado com exemplos de simulações

e uma aplicação experimental para um processo térmico em escala laboratorial.

Observou-se que a partir de um método base é possível melhorar as características de estabilidade e robustez a partir da dupla parametrização do controlador. Uma equação e um processo iterativo simples são propostos para obter as características desejadas olhando para a curva de Nyquist do sistema. Será observado no capítulo seguinte que essa metodologia pode ser aplicada para melhorar as características de robustez não só do SO-m, mas também para outras técnicas inclusive aquelas que já são projetadas para garantir o máximo de robustez, como o caso do IMC. O método experimental também pode ser aprimorado para obtenção de mais informações na frequência objetivando obter um controlador para atingir o mais próximo possível das características desejadas para o sistema.

# Capítulo 4

## Sintonia Iterativa Baseada no IMC

### 4.1 Introdução

Neste capítulo, uma nova abordagem para obter os parâmetros do controlador com especificações de robustez baseada no critério do círculo  $M_s$  é discutida. Utilizando procedimentos semelhantes ao que foi realizado no capítulo 3, a regra de sintonia implementada aqui também toma como base outro método de controle. Considera-se como método base o Controle por Modelo Interno - IMC (*Internal Model Control*) padrão apresentado primeiramente em (RIVERA; MORARI; SKOGESTAD, 1986), que é uma técnica simples que utiliza um modelo de primeira ordem com atraso - FOPTD (*First Order Plus Time Delay*) para obtenção dos parâmetros do controlador.

A técnica proposta baseia-se em obter pontos da resposta em frequência por meio de um experimento. Ao obter os parâmetros do controlador IMC, os pontos da função de transferência do ganho de malha podem ser estimados e interpolados no diagrama de Nyquist, de tal forma que a curva possa ser manipulada a partir de uma dupla parametrização do controlador IMC. Todo o mecanismo de interpolação e reprojeto do controlador está descrito neste capítulo.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: na próxima seção, apresenta-se o problema que a técnica desenvolvida se propõe a resolver na seção 4.2; depois, na seção 4.3, um procedimento experimental é proposto para estimar pontos em frequência  $\hat{G}(s)$  para obtenção do modelo FOPTD a partir de um método já conhecido; na seção 4.4 o intuito é demonstrar o mecanismo para obtenção de uma curva mais próxima da real por meio de uma interpolação entre os pontos estimados; na seção 4.5 é proposto o método para projeto de controladores PI e PID baseado no critério de robustez do círculo  $M_s$ ; Exemplos de simulação são apresentados na seção 4.6, os resultados experimentais na seção 4.7 e as conclusões do capítulo na seção 4.8.

## 4.2 Formulação do Problema

Considere um processo qualquer, caracterizado por uma função de transferência  $G(s)$  desconhecida. O modelo FOPTD estimado do processo pode ser representado por:

$$\hat{G}(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-\theta s}, \quad (4.1)$$

onde o ganho do processo é  $K \neq 0$ , a constante de tempo é  $T > 0$  e o atraso é  $\theta \geq 0$ .

Assuma que o IMC pode ser empregado utilizando o modelo estimado  $\hat{G}(s)$  para obter um controlador com excelentes características de desempenho e aspectos de robustez. Os controladores utilizados devem ter as seguintes funções de transferência:

$$C_{PI}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (4.2)$$

$$C_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \quad (4.3)$$

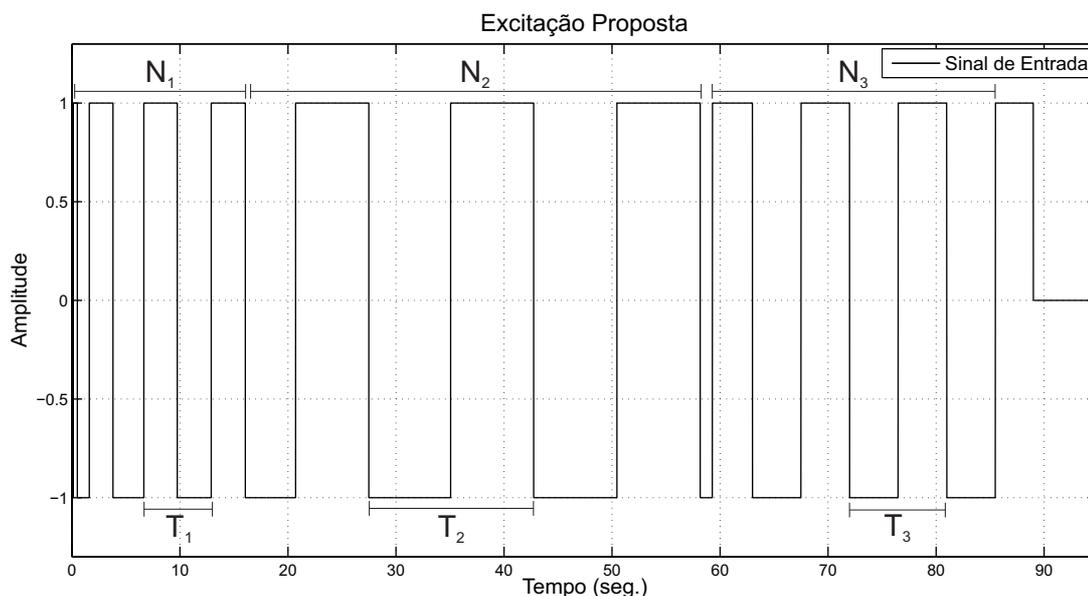
Considere ainda que um máximo da função de sensibilidade  $M_s$  é especificado no projeto. A metodologia de controle aplicada deve ter a proposta de reprojeter o controlador PI ou PID baseado nas especificações do  $M_s$  quando um controlador inicial é projetado. Neste caso, será utilizado o IMC como base e o primeiro passo é estimar um modelo FOPTD e avaliar o método do IMC. Um mecanismo para obter o sistema com o  $M_s$  especificado a partir do IMC parametrizado é proposto para obter novos controladores PI ou PID.

Uma limitação do método IMC é a de cancelamento dos pólos do processo, que pode ser considerado um problema para processos com atraso dominante. Além disso, se o objetivo de controle tem o círculo  $M_s$  como especificação, o método do IMC torna-se empírico, não trazendo garantias de que o controlador atinja ou não o objetivo de forma eficiente. O IMC então pode não ser o melhor controlador a ser utilizado, motivando o desenvolvimento da metodologia abordada neste capítulo.

## 4.3 Identificação do Modelo FOPTD

### 4.3.1 A Excitação

Considere o sinal representado na Figura 4.1. Na figura, pode-se observar a excitação proposta para obtenção de pontos em frequência que reflitam características do processo.


 Figura 4.1: Excitação proposta para  $n = 3$ .

Observe que  $N_1, N_2, \dots, N_n$  representam o número de períodos  $T_1, T_2, \dots, T_n$  para estimação dos pontos em frequência, onde  $n$  representa o número total de pontos. Como  $T_1$  e  $T_2$  são os pontos estimados para as frequências obtidas a partir do experimento do relé padrão ( $\omega_{180^\circ}$ ) e do modificado com o integrador ( $\omega_{90^\circ}$ ), respectivamente, para  $n > 2$ , o número  $k = n - 2$  representa o número total de componentes intermediárias entre frequências  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ .

Nos períodos  $T_1, T_2, \dots, T_n$ , as frequências correspondentes são:

$$\omega_1 \Rightarrow \omega_{180^\circ} = 2\pi/T_1, \quad (4.4)$$

$$\omega_2 \Rightarrow \omega_{90^\circ} = 2\pi/T_2 \quad \dots \quad (4.5)$$

$$\omega_n \Rightarrow \omega_{p_k} = 2\pi/T_n, \quad (4.6)$$

onde pode-se considerar  $\omega_{p_k}$  a frequência onde a fase do sistema é igual a  $p_k$ , com  $k = 1, 2, \dots, (n - 2)$ .

O último pulso no sinal representado na Figura 3.1 é utilizado para obtenção do ganho do sistema na frequência zero  $\omega_0$ . Assumindo que o sinal proposto, denotado por  $u(t)$ , é aplicado como entrada a um processo qualquer gerando uma saída  $y(t)$ , aplicando a Transformada Discreta de Fourier - DFT (*Discrete Fourier Transform*) aos sinais completos, este último pulso gera uma componente DC que pode ser utilizado para estimar o ganho do processo na frequência zero da DFT de  $y(t)/u(t)$ , ou seja, o ponto  $G(0)$ .

O diagrama de blocos representado na Figura 4.2 corresponde à proposta do experi-

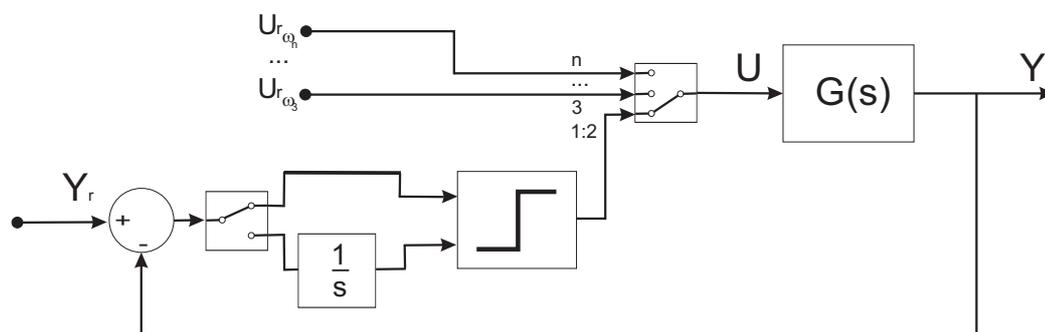


Figura 4.2: Diagrama esquemático para realização do experimento.

mento, onde  $Y_r$ ,  $U$  e  $Y$  são as transformadas de Laplace do sinal de referência (*set-point*), da variável de controle e do sinal de saída do sistema. Os sinais  $Y_{r\omega_3} \dots Y_{r\omega_n}$  representam a transformada de Laplace dos sinais inseridos para estimação das componentes intermediárias entre as frequências  $\omega_{180^\circ}$  e  $\omega_{90^\circ}$ .

### 4.3.2 Estimação do Modelo

Uma alternativa para estimar o modelo FOPTD da equação (4.1) é apresentada em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) baseada na frequência  $\omega_{180^\circ}$  e expandida para todas as frequências em (SANTOS; BARROS, 2011) usando todos os pontos em frequência estimados. Os três parâmetros para obtenção dos modelos são obtidos com:

$$K = G(0), \quad (4.7)$$

$$T(\omega_i) = \frac{1}{\omega_i} \sqrt{\kappa^{-2}(\omega_i) - 1}, \quad (4.8)$$

$$\theta(\omega_i) = \frac{1}{\omega_i} (\phi(\omega_i) - \arctan(\sqrt{\kappa^{-2}(\omega_i) - 1})). \quad (4.9)$$

onde  $\phi(\omega_i)$  representa a fase na frequência estimada  $\omega_i$ . O ganho relativo  $\kappa$  é definido como  $\kappa = \frac{|G(j\omega_i)|}{|G(0)|}$ ,  $|G(j\omega_i)|$  é o ganho na frequência  $\omega_i$  e  $G(0)$  estimado aplicando a DFT no sinal completo e obtendo a componente na frequência zero. Este método possibilita obter parâmetros para os modelos utilizando todos os pontos estimados na frequência. Para cada ponto estimado um modelo pode ser obtido com boa aproximação para a região da frequência escolhida. Para uma aproximação em várias frequências, um procedimento matemático como o apresentado no capítulo 3, que utiliza mínimos quadrados, média aritmética ou qualquer outro procedimento, pode ser empregado para obtenção do modelo. Porém, para implementação do método IMC, utilizar um modelo aproximado para  $\omega_{180^\circ}$  já é adequado para obtenção do controlador desejado. Nas seções seguintes, será observado

Tabela 4.1: Modelos FOPTD  $\hat{G}(s)$  estimados para vários tipos de processos  $G(s)$ 

	$G(s)$	$\hat{G}(s)$
1	$\frac{1}{(s+1)^4}$	$\frac{1,0013}{1+3,9052s}e^{-1,8178s}$
2	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	$\frac{0,9758}{1+2,6134s}e^{-0,1460s}$
3	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	$\frac{1,7480}{1+2,5376s}e^{-0,1476s}$
4	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	$\frac{0,9994}{1+0,5979s}e^{-3,2589s}$
5	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	$\frac{0,9991}{1+3,4770s}e^{-1,5286s}$
6	$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	$\frac{1,0117}{1+1,7632s}e^{-1,5166s}$
7	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	$\frac{1,0066}{1+27,6431s}e^{-2,4408s}$
8	$\frac{-s+1}{(6s+1)(2s+1)^2}e^{-s}$	$\frac{1,0200}{1+8,2799s}e^{-5,1444s}$
9	$\frac{(6s+1)(3s+1)}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}e^{-0,3s}$	$\frac{0,9885}{1+4,9219s}e^{-0,1811s}$
10	$\frac{2s+1}{(10s+1)(0,5s+1)}e^{-s}$	$\frac{1,0101}{1+4,7167s}e^{-0,4856s}$

que os demais pontos estimados com o experimento serão utilizados para implementação do método proposto, para avaliação e incremento de robustez baseado no círculo  $M_s$ . Se esses pontos representam pontos da curva de Nyquist nas frequências estimadas, a partir de um método de interpolação pode-se obter algumas características que possibilitem a manipulação da curva da função de transferência do ganho de malha do sistema. Alguns resultados para este método de identificação utilizando as informações na frequência  $\omega_{180^\circ}$  estão apresentados na Tabela 4.1.

## 4.4 Interpolação Linear e por *Spline* Cúbica

A técnica de interpolação polinomial consiste em formar polinômios para cada intervalo entre os pontos de interpolação, visando encontrar uma ou um conjunto de equações que satisfaçam como raízes os pontos encontrados. Para uma sequência de pontos  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$ , a interpolação linear é facilmente definida quando estes pontos são ligados por retas. Assim, para um valor de  $f_i(x_i) = f_i$ , as  $n$  retas  $f_i(x) = a_i x + b_i$  que interpolam os pontos tem como coeficientes:

$$a_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}, \quad (4.10)$$

$$b_i = f_i - \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \quad (4.11)$$

Na tentativa de obter curvas mais suaves possíveis nestes intervalos, a interpolação por *spline* cúbica pode ser uma alternativa. Neste método, polinômios de terceiro grau são determinados em cada intervalo entre os pontos de interpolação. Assim, considere que os polinômios que descrevem as curvas entre os pontos de interpolação agora são do tipo:

$$f_i(x) = d_i x^3 + c_i x^2 + b_i x + a_i, \quad (4.12)$$

onde, para o conjunto de  $n + 1$  pontos  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$ , os valores de  $i$  são  $0, 1, \dots, n - 1$ .

Para a dedução dos coeficientes da equação 4.12 nos  $n$  intervalos, cada polinômio deve satisfazer à condição de continuidade nos pontos de interpolação e os pontos interpolados devem ser raízes do polinômio. Ou seja, se uma função *spline*  $f(x)$  é definida no intervalo  $[x_0, x_n]$ , as seguintes condições devem ser satisfeitas:

- $f(x)$ ,  $f'(x)$  e  $f''(x)$  são funções contínuas nos intervalos  $(x_0, x_n)$
- para os  $n + 1$  pontos, em cada subintervalo  $[x_i, x_{i+1}]$   $f(x)$  é um polinômio cúbico da forma da equação 4.12, com  $i = 0, 1, \dots, n - 1$ .

Assim, para cada intervalo, um total de quatro coeficientes  $(a_i, b_i, c_i, d_i)$  devem ser calculados, totalizando  $4n$  coeficientes para todos os intervalos. Esses coeficientes podem ser calculados a partir de um sistema de equações lineares simples. Com as condições de continuidade dos polinômios cúbicos, é possível encontrar um número suficiente de equações para se determinarem todos os coeficientes. Observe que:

$$f_i(0) = f_i = a_i, \quad (4.13)$$

$$f_i(1) = f_{i+1} = a_i + b_i + c_i + d_i. \quad (4.14)$$

Para a primeira derivada de  $f_i(x)$ , cada intervalo é:

$$f'_i(0) = f'_i = b_i, \quad (4.15)$$

$$f'_i(1) = f'_{i+1} = b_i + 2c_i + d_i. \quad (4.16)$$

Para um sistema entre as equações (4.14), (4.14), (4.16) e (4.16) tem-se:

$$a_i = f_i \quad (4.17)$$

$$b_i = f'_i \quad (4.18)$$

$$c_i = 3(f_{i+1} - f_i) - 2f'_i - f'_{i+1} \quad (4.19)$$

$$d_i = 2(f_i - f_{i+1}) + f'_i + f'_{i+1}. \quad (4.20)$$

Analisando agora para as segundas derivadas que também são contínuas nos pontos indicados, tem-se:

$$f_{i-1}(1) = f_i, \quad (4.21)$$

$$f'_{i-1}(1) = f'_i(0), \quad (4.22)$$

$$f_i(0) = f_i, \quad (4.23)$$

$$f''_{i-1}(1) = f''_i(0). \quad (4.24)$$

As duas equações restantes podem ser obtidas a partir dos dois pontos extremos, assim:

$$f_0(0) = f_0, \quad (4.25)$$

$$f_{n-1}(1) = f_n. \quad (4.26)$$

Note que ainda faltam duas equações que podem ser obtidas aplicando a segunda derivada nas equações anteriores. Assim:

$$f''_0(0) = 0, \quad (4.27)$$

$$f''_{n-1}(1) = 0. \quad (4.28)$$

Todas as equações citadas podem ser rearranjadas para formar um sistema simétrico

com três diagonais como é descrito em (BARTELS; BEATTY; BARSKY, 1998). Note que a partir dos  $n + 1$  pontos, é possível obter todos os coeficientes dos polinômios que compõem as *splines* cúbicas.

Ao aplicar esta técnica de interpolação nos pontos estimados, observa-se que as curvas são suavizadas, visando torná-las mais próximo possível da curva que se quer aproximar que é a função ganho de malha do sistema. Observa-se que, se no plano complexo os pontos estimados são tratados com sua parte real em função da sua parte imaginária, as funções *splines* tornam-se uma alternativa para explorar a função ganho de malha nas funções interpoladas nos intervalos de frequência dos pontos estimados. Nas próximas seções será demonstrado como utilizar a técnica para a manipulação da curva de Nyquist baseado na especificação de robustez do  $M_s$ .

## 4.5 Sintonia Iterativa de Controladores PI/PID

As funções de transferência dos controladores PI e PID apresentadas nas equações (4.2) e (4.3), respectivamente, podem ser parametrizadas com  $\alpha$  e  $\beta$  para ajustes de robustez como:

$$C_{PI}(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} \right) \quad (4.29)$$

$$C_{PID}(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} + T_d \alpha s \right). \quad (4.30)$$

Os passos a seguir definem todos os procedimentos para obtenção dos parâmetros dos novos controladores descritos nas equações (4.29) e (4.30):

### Passo 1: Estimação dos pontos de frequência

A excitação proposta na seção 4.3.1 permite a estimação de três ou mais pontos de frequência tornando possível a obtenção de algumas características da função de transferência do ganho de malha  $L = GC$ . Na primeira etapa do experimento estima-se a frequência crítica do sistema ( $\omega_{180^\circ}$ ) e o ponto onde a fase é  $-90^\circ$  na frequência  $\omega_{90^\circ}$ . Esses dois pontos definem os limites de alta e baixa frequência. O cálculo das frequências intermediárias é realizado online baseando-se nessas duas frequências estimadas. Visando manter uma equidistância entre os pontos no diagrama de Nyquist, as frequências intermediárias podem ser calculadas aplicando a metade logarítmica entre as duas frequências mais próximas já calculadas, já que no diagrama de Bode o eixo das frequências é dado em escala

logarítmica. Por exemplo, para estimar três pontos ( $n = 3$ ), essas frequências podem ser obtidas a partir das seguintes equações:

$$\omega_1 = \omega_{180^\circ}, \quad (4.31)$$

$$\omega_2 = \omega_{90^\circ}, \quad (4.32)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\omega_{180^\circ}\omega_{90^\circ}}, \quad (4.33)$$

que seriam as frequências estimadas nos pontos  $\hat{G}(\omega_1)$ ,  $\hat{G}(\omega_2)$  e  $\hat{G}(\omega_3)$ .

### Passo 2: Determinação dos pontos do controlador base

Considere que um modelo FOPTD  $\hat{G}(s)$  é proposto para projeto do controlador IMC dos tipos PI ou PID. A função de transferência destes controladores podem ser escritas como:

$$C_{IMCPI}(j\omega) = K_{pIMC} - j\frac{k_{iIMC}}{\omega} = \sigma_{cPI} + j\rho_{cPI}, \quad (4.34)$$

$$C_{IMCPID}(j\omega) = K_{pIMC} - j\frac{k_{iIMC}}{\omega} + k_{dIMC}j\omega = \sigma_{cPID} + j\rho_{cPID}, \quad (4.35)$$

onde  $k_{iIMC} = K_{pIMC}/T_{iIMC}$  e  $k_{dIMC} = K_{pIMC}T_{dIMC}$ . Observe que, para o controlador PI tem-se  $Re(C_{IMCPI}(j\omega)) = \sigma_{cPI} = K_{pIMC}$  e  $Im(C_{IMCPI}(j\omega)) = \rho_{cPI} = -k_{iIMC}/\omega$ . Para o controlador PID os pontos complexos para qualquer  $\omega$  é dado por  $Re(C_{IMCPID}(j\omega)) = \sigma_{cPID} = K_{pIMC}$  e  $Im(C_{IMCPID}(j\omega)) = \rho_{cPID} = k_{dIMC}\omega - k_{iIMC}/\omega$ .

### Passo 3: Interpolação dos pontos e estimativas da Margem de Fase

Considere que a função de transferência controlador PI ou PID é dada por  $C_{IMC}(s)$  e o ponto numa frequência  $\omega$  qualquer é dado por  $C_{IMC}(\omega)$ . Os pontos da função de transferência do ganho de malha podem ser estimados por  $\hat{L}(\omega) = \hat{G}(\omega)C_{IMC}(\omega)$ . Assumindo uma interpolação linear aplicada aos pontos estimados para  $\hat{L}(\omega)$ , pode-se verificar uma tentativa grosseira de aproximar a curva interpolada com o diagrama de Nyquist da função de transferência do ganho de malha. Observe na Figura 4.3 o erro existente entre a curva real e as retas que compõem a curva interpolada. Porém, este é o primeiro passo para uma estimativa inicial da margem de fase ( $Mf_1$ ) que é dada pelo ponto onde a reta entre os pontos estimados, considerada mais próxima do círculo unitário que corte este círculo.

Denotando  $y$  como a parte imaginária e  $x$  a parte real para um ponto qualquer no

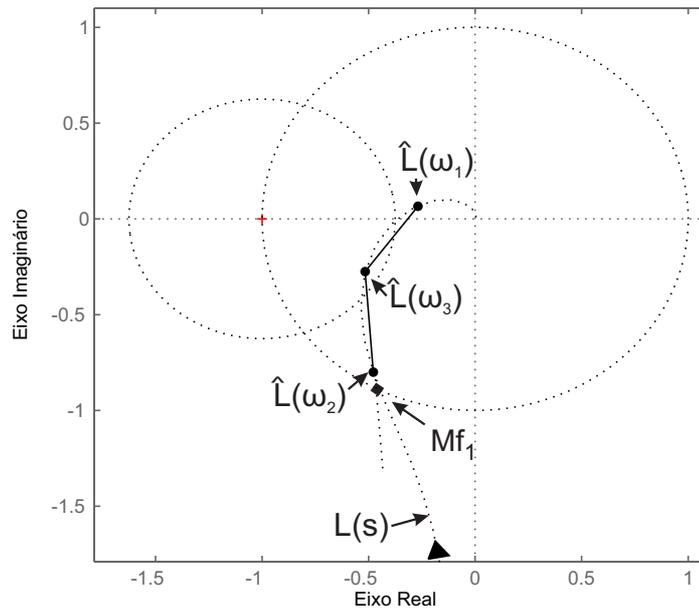


Figura 4.3: Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha  $L(s)$  e os pontos estimados interpolados de forma linear com a estimativa inicial da margem de fase.

plano complexo, para estimar  $Mf_1$  a equação da reta escolhida para estimação inicial da margem de fase e do círculo unitário são respectivamente dadas por:

$$y = ax + b \quad e \quad (4.36)$$

$$y^2 + x^2 = 1, \quad (4.37)$$

ou seja, é possível encontrar a componente real do ponto de interseção entre a reta e o círculo unitário através da equação:

$$(ax + b)^2 + x^2 = 1 \quad (4.38)$$

Observe que a equação é de segundo grau com duas soluções reais. A parte imaginária é então:

$$y = \text{Min}(\pm\sqrt{1 - x^2}). \quad (4.39)$$

A estimativa da margem de fase é então:

$$Mf_1 = \arctan \frac{y}{x}. \quad (4.40)$$

A segunda margem de fase ( $Mf_2$ ) pode ser encontrada quando se aplica a primeira parametrização do controlador com o parâmetro  $\alpha$ :

$$C'_{PI}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} \right) \quad (4.41)$$

$$C'_{PID}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} + T_d \alpha s \right). \quad (4.42)$$

Um equação que determina uma relação entre a margem de fase do sistema e o critério de robustez do círculo  $M_s$  foi demonstrado no capítulo 2, com a margem de fase dada por:

$$\phi_m = 2 \arcsin \left( \frac{1}{2M_s} \right),$$

que determina a margem de fase exatamente no ponto onde os círculos  $M_s$  e o unitário coincidem. Para se chegar a tal ponto, não é possível estabelecer uma relação linear entre o  $\alpha$  e a nova reta que cruza o círculo unitário. Um procedimento iterativo é proposto para se determinar o valor de  $\alpha$  que leve toda a curva à interseção entre os círculos e este é o objetivo do próximo passo.

Com a variação do  $\alpha$  todos os pontos da curva podem ser movimentados para esquerda ou para a direita do valor inicial, dependendo do valor adotado. Para o controlador PI, observe que este parâmetro penaliza tanto o ganho como a fase do controlador, portanto não pode ser escolhido de forma arbitrária. A movimentação para o lado esquerdo da curva original se dá para  $\alpha < 1$  e para a direita quando  $\alpha > 1$ . Assim, para  $Mf_1 > \phi_m$  decrementa-se o valor de  $\alpha$  até se atingir um valor  $Mf_2 = \phi_m$ . Nas mesmas condições de parada, o valor  $\alpha$  deve ser incrementado para  $Mf_1 < \phi_m$ . Este passo do procedimento iterativo pode ser observado na Figura 4.4.

#### **Passo 4: Interpolação por *spline* cúbica e estimação da margem de estabilidade**

Nesta fase do procedimento, observa-se que a utilização das retas formadas pela interpolação linear não é suficiente devido ao erro existente entre a reta e a curva original. A tentativa da inserção do parâmetro  $\beta$  é retirar por completo a curva de dentro do círculo  $M_s$ , garantindo os requisitos de robustez impostas no projeto. Neste ponto, um outro mecanismo de interpolação pode ser aplicado visando suavizar a curva e torná-la o mais próxima possível nos subintervalos entre os pontos estimados.

No plano complexo, os pontos estimados são representados pelas suas componentes reais e imaginárias. Para cada ponto, tome sua componente imaginária em função da

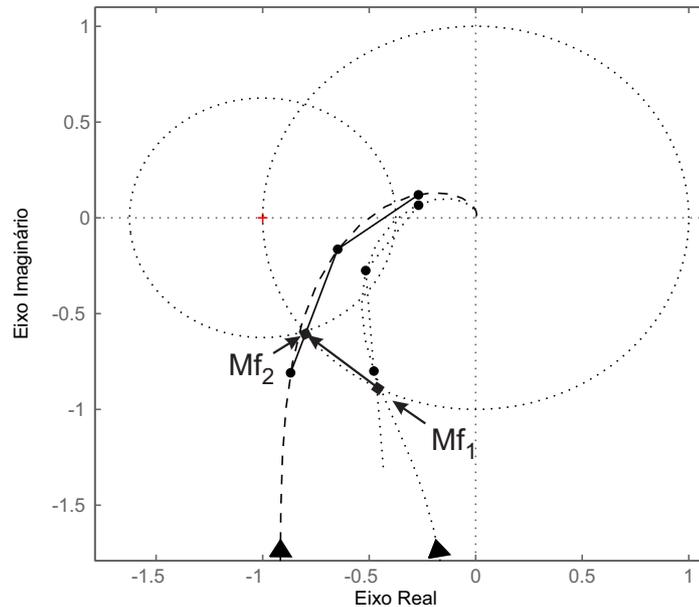


Figura 4.4: Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha  $L(s)$  e os pontos estimados interpolados de forma linear para a margem de fase  $Mf_2$ .

componente real  $x$ , ou seja, para cada valor de  $x$  existirá um valor correspondente imaginário  $f(x)$ . Considere uma interpolação por *spline* cúbica onde os intervalos entre os pontos estimados são determinados por polinômios de terceiro grau obedecendo a função:

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d,$$

onde, para  $n + 1$  pontos estimados existem  $n$  intervalos. Assuma um vetor  $W$  contendo  $m$  pontos  $(x, f_i(x))$  para as  $i$  curvas. É possível calcular a margem de estabilidade do sistema atual implementando um algoritmo para executar uma varredura neste vetor  $W$  e calculando a menor distância entre o ponto  $-1 + j0$  e os pontos do vetor  $W$ . A menor distância pode ser caracterizado como uma estimativa para a margem de estabilidade  $s_m$  atual dada por:

$$s_m = \text{Min}(\sqrt{(\text{Re}(W_k) - 1)^2 + (\text{Im}(W_k))^2}), \quad k = 1, \dots, m. \quad (4.43)$$

Observe que o valor de  $m$  é um parâmetro de precisão para a estimativa da margem de estabilidade  $s_m$  das curvas interpoladas. Quanto mais pontos, melhor a estimativa de  $s_m$ . Porém, este parâmetro pode ser calculado de uma forma simples: considerando um espaçamento máximo entre as componentes reais de cada ponto da função *spline* cúbica assumindo um valor de  $h$  e, sendo uma distância entre os pontos representado pela variável  $l$ , o valor de  $m$  é calculado de forma simples por:

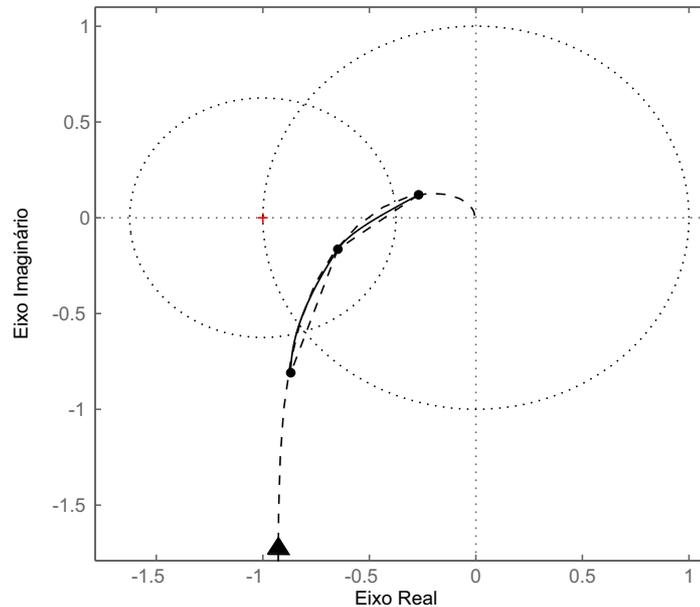


Figura 4.5: Diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha  $L(s)$  (tracejado) e os pontos estimados interpolados por *spline* cúbica (sólida).

$$m = \frac{l}{h}, \quad (4.44)$$

sendo que  $h$  pode assumir o valor recomendado de 0,01. Na Figura 4.5 está a representação do diagrama de Nyquist para a função de transferência do ganho de malha  $L(s)$  e sua aproximação com a curva interpolada por *spline* cúbica a partir dos pontos em frequência estimados.

### Passo 5: Cálculo do parâmetro $\beta$

Observe que o controlador da forma que foi parametrizado  $\alpha$  só dá a garantia de uma margem de fase mínima, baseado na interpolação linear, sem olhar para a margem de ganho ou para a margem de estabilidade. Introduzindo um segundo parâmetro, é possível manipular a curva atual para retirar o ponto do vetor  $W$  mais próximo ao ponto crítico  $-1 + j0$ , isto é, onde  $s_m$  ocorre, do círculo  $M_s$ . Assuma que os controladores PI e PID passam a ser:

$$C''_{PI}(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} \right) \quad (4.45)$$

$$C''_{PID}(s) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha s} + T_d \alpha s \right). \quad (4.46)$$

A análise da influência do parâmetro  $\beta$  para o controlador PI já foi discutida no capítulo 3, onde todos os pontos são movimentados de forma radial de acordo com o valor de  $\beta$ . A mesma análise pode ser observada com o controlador PID:

Atribuindo  $s = j\omega$  na equação (4.46) tem-se:

$$C''_{PID}(\omega) = \frac{K_p}{\beta} \left( 1 + \frac{1}{T_i \alpha j \omega} + T_d \alpha j \omega \right) \quad (4.47)$$

$$\Rightarrow C''_{PID}(\omega) = \frac{K_p}{\beta} + j \frac{K_p}{\beta} \left( \frac{-1}{T_i \alpha \omega} + T_d \alpha \omega \right). \quad (4.48)$$

O módulo e fase de  $C''_{PID}$  são:

$$|C''_{PID}| = \sqrt{\left( \frac{K_p}{\beta} \right)^2 + \left( \frac{K_p}{\beta} \left( \frac{-1}{T_i \alpha \omega} + T_d \alpha \omega \right) \right)^2} \quad (4.49)$$

e

$$\angle C''_{PID} = \arctan \left( \frac{\frac{K_p}{\beta} \left( \frac{-1}{T_i \alpha \omega} + T_d \alpha \omega \right)}{\frac{K_p}{\beta}} \right) = \arctan \left( \frac{-1}{T_i \alpha \omega} + T_d \alpha \omega \right). \quad (4.50)$$

Portanto, também para o controlador PID, com a variação do parâmetro  $\beta$ , todos os pontos são deslocados de forma radial e, da mesma forma como foi demonstrado para o controlador PI, para  $0 < \beta < 1$ , há um deslocamento para a esquerda e quando  $\beta > 1$  o deslocamento é para a direita.

Para calcular o valor  $\beta$  que leva o ponto complexo da curva interpolada mais próximo de  $-1 + j0$  ao limite do círculo  $M_s$ , considere o ponto complexo onde há a caracterização da margem de estabilidade calculada pela equação (4.43) para  $s_m$ . Este ponto pode ser escrito como:

$$P'_{s_m} = \kappa + j\lambda \quad (4.51)$$

onde  $\text{Re}(P'_{s_m}) = \kappa$  e  $\text{Im}(P'_{s_m}) = \lambda$ . Como com a variação de  $\beta$  os pontos irão deslocar-se de forma radial, o local no círculo  $M_s$  onde o ponto  $P'_{s_m}$  estará localizado após a inserção do  $\beta$  deve estar localizado na interseção entre o a equação do círculo  $M_s$  e a equação da reta que passa pela origem do plano e complexo e o ponto  $P'_{s_m}$ . Tomando as variáveis  $x$  para o eixo real e  $y$  para o eixo imaginário, a equação da reta é dada por:

$$y = \frac{\lambda}{\kappa}x, \quad (4.52)$$

e a equação do círculo  $M_s$  é:

$$(x+1)^2 + y^2 = \left(\frac{1}{M_s}\right)^2, \quad (4.53)$$

ou seja, a parte real deste ponto  $P''_{sm}$  tangente ao círculo  $M_s$  pode ser calculada substituindo a equação (4.52) na (4.53). Assim tem-se:

$$(x+1)^2 + \left(\frac{\lambda}{\kappa}x\right)^2 = \left(\frac{1}{M_s}\right)^2 \quad (4.54)$$

$$\Rightarrow \left(1 + \left(\frac{\lambda}{\kappa}\right)^2\right)x^2 + 2x + 1 - \frac{1}{M_s^2} = 0, \quad (4.55)$$

que é uma equação de segundo grau com duas raízes reais. Observe que são duas soluções porque a reta é secante ao círculo  $M_s$ . Porém, a parte real de  $P''_{sm}$  é a solução que tem o valor mais próximo da origem, ou seja,

$$x = Max \left( \frac{-2 \pm \sqrt{-2 - 4\left(1 + \left(\frac{\lambda}{\kappa}\right)^2\right)\left(1 - 1/M_s^2\right)}}{2\left(1 + \left(\frac{\lambda}{\kappa}\right)^2\right)} \right), \quad (4.56)$$

com a parte real substituindo o valor de  $x$  na equação (4.52). O valor de  $\beta$  pode ser facilmente determinado:

$$\beta = \frac{|P'_{sm}|}{|P''_{sm}|}. \quad (4.57)$$

Na Figura 4.6 o efeito da parametrização pode ser observada bem como o posicionamento dos pontos  $P'_{sm}$  e  $P''_{sm}$ .

### Passo 6: Controlador final

Para os controladores descritos nas equações (4.2) e (4.3), executando os passos anteriores para sintonia onde  $K_{PIMC}$ ,  $T_{iIMC}$  e  $T_{dIMC}$  são os parâmetros do controlador IMC tomado como base, os parâmetros finais podem ser traduzidos em termos de  $\alpha$  e  $\beta$  com:

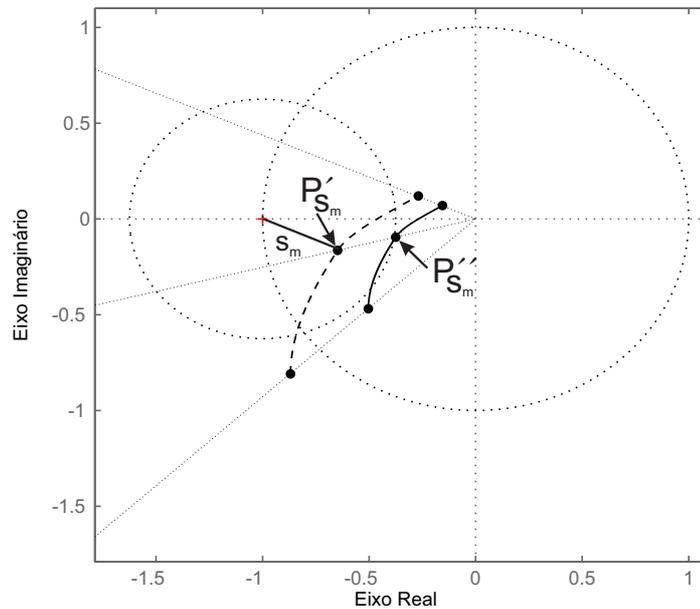


Figura 4.6: Efeito do  $\beta$  na curva interpolada por *spline* cúbica.

$$K_p = \frac{K_{p_{IMC}}}{\beta} \quad (4.58)$$

$$T_i = \alpha T_{i_{IMC}} \quad (4.59)$$

$$T_d = \alpha T_{d_{IMC}} \quad (4.60)$$

### Resumo dos procedimentos

A seguir é apresentado o algoritmo iterativo para os casos PI ou PID do método proposto com base nas regras de sintonia do IMC:

1. Inicie o procedimento realizando o experimento combinado do relé proposto na Figura 4.2 para estimação de uma quantidade  $n$  de pontos em frequência;
2. Obtenha as estimativas para  $\hat{G}(\omega_1)$ ,  $\hat{G}(\omega_2)$ , ...,  $\hat{G}(\omega_n)$  aplicando a FFT em cada trecho do sinal resultante do experimento;
3. Utilize a frequência  $\omega_{180^\circ}$  para estimar o modelo FOPTD recomendado para implementação da regras de sintonia IMC apresentadas na Tabela 2.3 para obter  $C_{IMC_{PI}}$  ou  $C_{IMC_{PID}}$ ;
4. Estime os pontos da função do ganho de malha nas frequências encontradas a partir de  $\hat{L}(\omega) = \hat{G}C_{IMC}(\omega)$ ;

5. Interpole os pontos de forma linear para obtenção da primeira estimativa da margem de fase  $Mf_1$ ;
6. Inclua a parametrização com o  $\alpha$  e realize o procedimento iterativo para obtenção da margem de fase  $Mf_2$  e obtenha o controlador  $C'_{PI}(s)$  ou  $C'_{PID}(s)$ ;
7. Obtenha a interpolação por *spline* cúbica, o vetor de pontos  $W$  e estime a margem de estabilidade  $s_m$  bem como o ponto  $P'_{s_m}$ ;
8. Utilize as equações (4.52), (4.53), (4.55), (4.55) e (4.56) para encontrar o ponto  $P''_{s_m}$ ;
9. Obtenha  $\beta$  a partir da equação (4.57) e as funções de transferência dos controladores  $C''_{PI}(s)$  ou  $C''_{PID}(s)$ ;
10. Aplique o controlador final  $C_{PI}(s)$  ou  $C_{PID}(s)$  com os parâmetros  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$  calculados a partir das equações (4.58), (4.59) e (4.60).

## 4.6 Exemplos de Simulações

### Condições Gerais das Simulações

Para todos os exemplos a seguir, adotam-se os procedimentos descritos ao longo do capítulo para  $n = 3$  ou  $n = 5$  pontos estimados para os casos com os controladores PI e PID. Considerando uma margem de estabilidade  $s_m$  como a menor distância entre a curva de Nyquist do processo real e o ponto crítico  $-1 + j0$ , as avaliações na frequência são realizadas por meio de comparações entre os valores de  $M_s$  especificado e o  $s_m$  calculado a partir do máximo da função de sensibilidade real do sistema. Em todos os exemplos o controlador tomado por base foi o IMC em seu caso mais agressivo recomendado pela literatura de  $\tau_c = \tau/3$ , onde  $\tau$  é a dinâmica dominante no modelo, que é colocado como comparação na resposta temporal, bem como o controlador SIMC também em seu caso mais agressivo  $\tau_c = \theta$ . Em todos os exemplos procurou-se utilizar um  $M_s$  como especificação próximo aos dos controladores bases para comparações com a margem de estabilidade  $s_m$  real do sistema.

Para um passo de simulação de 0,01 segundo, a simulação é realizada com uma perturbação em degrau na entrada do sistema após a metade do tempo de simulação total. As comparações dos índices no domínio do tempo são realizadas por meio dos critérios IAE e IE.

**Exemplo 1**

Considere que um processo é representado pela função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4}. \tag{4.61}$$

Com o experimento proposto para  $n = 3$ , é possível estimar a frequência crítica do sistema ( $\omega_{180^\circ}$ ), o ponto em frequência onde a fase do sistema é  $-90^\circ$  ( $\omega_{90^\circ}$ ) e uma frequência intermediária representada pelo ponto que é a metade logarítmica entre as frequências nas fases  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$ . Na Figura 4.7 os sinais de saída estão representados para as três etapas do experimento proposto.

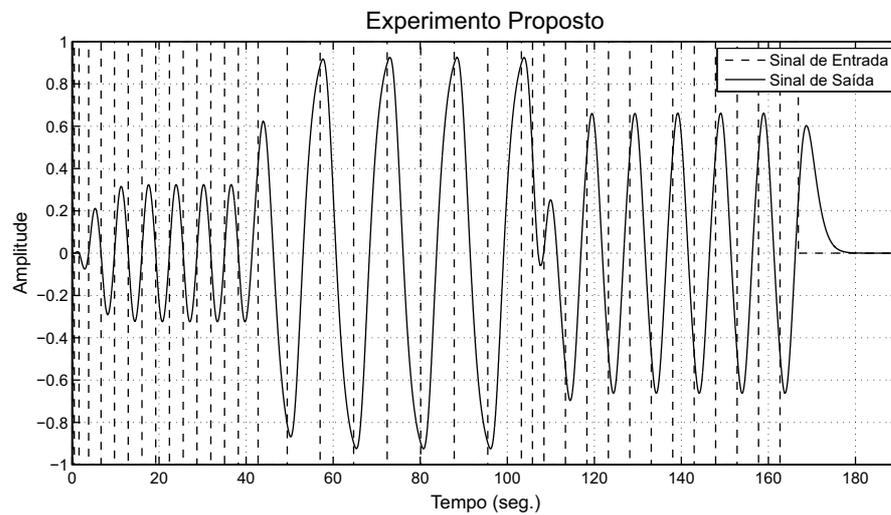


Figura 4.7: Sinais de saída para o experimento proposto para identificação de três pontos em frequência para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$ .

Para cada trecho do experimento, as frequências de oscilação são:

$$\begin{aligned} \omega_{180^\circ} &= 0,9967 \text{ rad/s,} \\ \omega_{90^\circ} &= 0,4076 \text{ rad/s e} \\ \omega_{p_1} &= 0,6374 \text{ rad/s,} \end{aligned}$$

onde  $\omega_{p_1}$  é a frequência estimada na fase  $p_1$ .

Os pontos em frequência são estimados aplicando a DFT em cada trecho do experimento:

$$\begin{aligned}
G(0) &= 1,0013, \\
\hat{G}_{180^\circ} &= -0,2491 - j0,0026, \\
\hat{G}_{90^\circ} &= 0,0166 - j0,7353 \text{ e} \\
\hat{G}_{p1} &= -0,3254 - j0,3871.
\end{aligned}$$

Com o IMC em sua forma original, os parâmetros do controlador podem ser calculados a partir do modelo FOPTD obtido, neste caso, no ponto de frequência crítica do sistema. Assim, os parâmetros do modelo são:

$$\begin{aligned}
\kappa_{180^\circ} &= \frac{|\hat{G}_{180^\circ}|}{G(0)}, \\
T &= \frac{1}{\omega_{180^\circ}} \sqrt{\kappa_{180^\circ}^{-2} - 1} \text{ e} \\
L &= \frac{1}{\omega_{180^\circ}} \left( \pi - \arctan \left( \sqrt{\kappa_{180^\circ}^{-2} - 1} \right) \right).
\end{aligned}$$

Os parâmetros do modelo são:

$$\begin{aligned}
K &= G(0) \Rightarrow K = 1,0013 \\
T &= 3,9052 \text{ segundos e} \\
L &= 1,8178 \text{ segundo.}
\end{aligned}$$

A função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{1,0013}{1 + 3,9052s} e^{-1,8178s}$$

### Controlador PI

Os parâmetros do controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  pelo método do IMC são:

$$\begin{aligned}
K_{PI_{IMC}} &= 1,2503 \text{ e} \\
T_{i_{IMC}} &= 3,9052 \text{ segundos.}
\end{aligned}$$

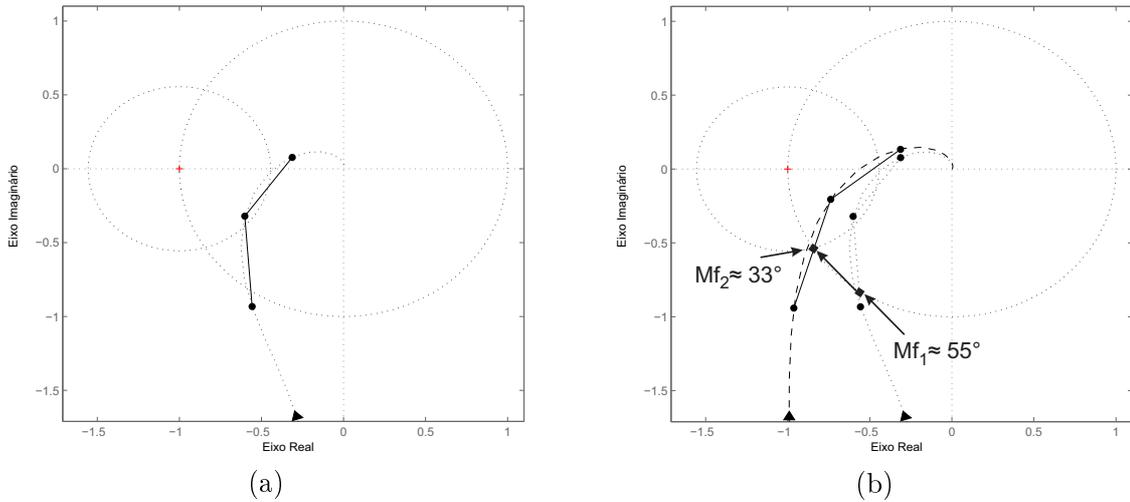


Figura 4.8: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMCPI}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,5870$ .

O diagrama de Nyquist para a função ganho de malha do sistema  $L = GC$  pode ser observada na Figura 4.8a para todas as frequências. Os três pontos que representam as estimativas para as três frequências obtidos com o experimento mais o controlador  $\hat{L}(\omega) = \hat{G}(\omega)C(\omega)$  na frequência encontrada estão expostos na figura.

Com os três pontos interpolados de forma linear, de acordo com o método proposto, a primeira estimativa para a margem de fase  $Mf_1$  é obtida através da reta da interpolação que cruze o círculo unitário. Observe que a margem de fase  $Mf_2$  para o controlador parametrizado com o  $\alpha$  deve levar esta reta ao ponto da margem de fase máxima dada por:

$$\phi_m = 2 \arcsin \left( \frac{1}{2M_s} \right),$$

que determina o ponto onde os círculo  $M_s$  e o unitário coincidem.

Suponha uma especificação de projeto do controlador PI que requer  $M_s = 1,8$ . A segunda margem de fase deve ser  $\phi_m \approx 33^\circ$ . Aplicando o processo iterativo proposto para encontrar o parâmetro  $\alpha$ , o valor que leva a reta esta margem de fase é  $\alpha = 0,5870$  obtendo o controlador  $C'(s)$ . Observe na Figura 4.8b que aplicando o novo controlador  $C'(s)$  as curvas são levadas ao ponto de interseção entre o círculo unitário e o círculo  $M_s$ .

A próxima fase é aplicar a interpolação por *spline* cúbica para obtenção da estimativa da margem de estabilidade do sistema atual. Na Figura 4.9b observa-se a representação do diagrama de Nyquist para o sistema com o controlador  $C''(s)$  já com os parâmetros calculados  $\alpha$  e  $\beta$ . De acordo com o método proposto, o cálculo do  $\beta$  é baseado na menor

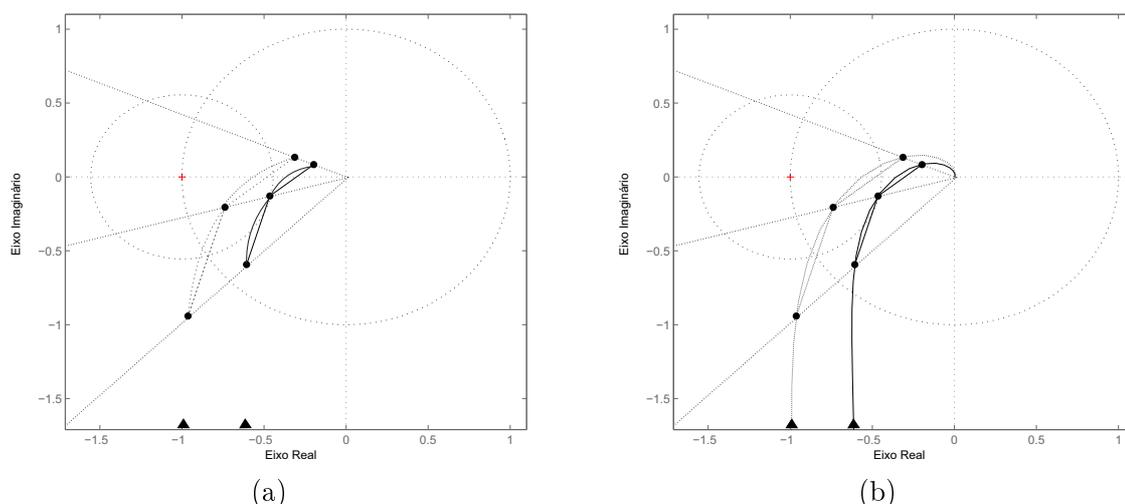


Figura 4.9: Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI.

distância entre o ponto crítico  $-1 + j0$  e os pontos do vetor  $W_s$  composto pelos pontos encontrados pela interpolação por *spline* cúbica e todos os pontos estimados. Este é o ponto  $P'_{sm}$  que é tomado como base para o limite do círculo  $M_s$ . Neste exemplo, o ponto é dado por  $-0,7253 - j0,1843$ . Sendo a reta que passa pelo ponto  $0 + j0$  e esse ponto regida pela equação  $y = 0,2541x$ , a equação de interseção entre esta reta e o círculo  $M_s$  que é dada pela equação:

$$\begin{aligned} x^2 \left( 1 + \left( \frac{\lambda}{\kappa} x \right)^2 \right) + 2x + 1 - \frac{1}{Ms^2} &= 0 \\ \Rightarrow x^2 (1 + 0,2541^2) + 2x + 1 - \frac{1}{1,8^2} &= 0, \end{aligned}$$

lembrando que  $\kappa = Re(P'_{sm})$  e  $\lambda = Im(P'_{sm})$  e a última equação tem como soluções  $x_1 = -0,4567$  e  $x_2 = -1,4220$ . Com  $x = Max(x_1, x_2)$ , O ponto  $P''_{sm}$  é dado por:

$$P''_{sm} = -0,4567 - j0,1160.$$

O valor de  $\beta$  é então:

$$\beta = \frac{|P'_{sm}|}{|P''_{sm}|} \Rightarrow \beta = 1,5881.$$

Assim, os parâmetros do controlador final com  $\alpha = 0,5870$  e  $\beta = 1,5881$  são:

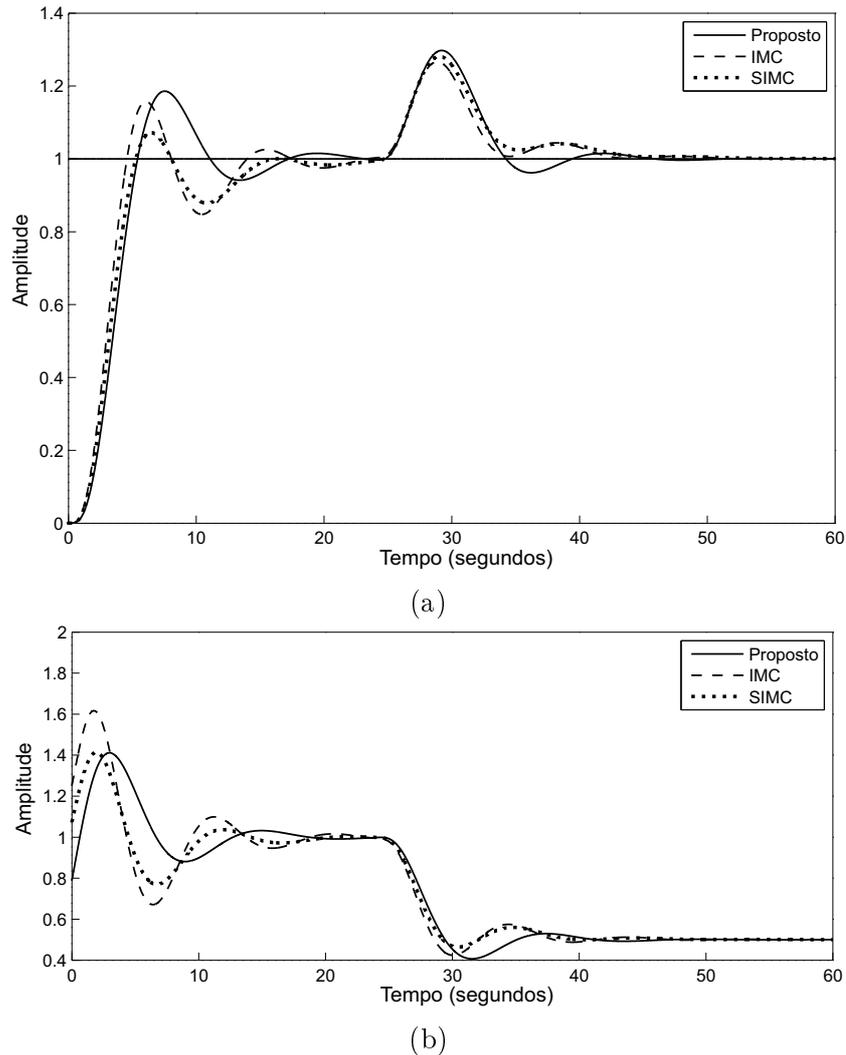


Figura 4.10: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que (a) variável do processo, (b) ação de controle.

$$K_p = \frac{K_{pIMC}}{\beta} \Rightarrow K_p = 0,7873 \quad e$$

$$T_i = T_{iIMC} \alpha \Rightarrow T_i = 2,2924 \quad \text{segundos.}$$

Na Figura 4.10a é observada a resposta ao degrau e ao distúrbio de carga na entrada do processo. A ação de controle está representada na Figura 4.10b. Note que a resposta com o controlador inicial IMC e o SIMC também estão inseridos na figura a título de comparação. Observe ainda que a ação de controle do método proposto é mais suave se comparada às demais técnicas apresentadas. O cálculo dos índices para a especificação de  $M_s = 1,8$  estão dispostos na Tabela 4.2. Para a especificação indicada, os valores dos índices do método proposto são bem próximos dos do SIMC. O valor de  $s_m$  do IMC original

Tabela 4.2: Resultados finais para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PI para uma especificação de  $M_s = 1,8$ 

	$K_p$	$T_i$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	0,7873	2,2924	1,8663	3,68	3,4526	2,9120
IMC	1,2503	3,9052	2,0740	15,22	3,1113	3,1113
SIMC	1,0728	3,9052	1,8187	1,04	3,6301	3,6301

viola em mais de 15,22% o círculo  $M_s$  especificado, enquanto o proposto em apenas 3,68% e o SIMC em 1,04%. Neste caso, o SIMC apresenta-se melhor se comparado ao método proposto. Porém, note que se a especificação de  $M_s$  for mais robusta, ou seja, para valores  $M_s < 1,8$ , o SIMC deve violar o círculo  $M_s$  de uma forma bem mais agressiva, como será observado nos próximos exemplos.

### Controlador PID

Os parâmetros do controlador  $C_{IMC_{PID}}(s)$  são:

$$\begin{aligned} K_{p_{IMC}} &= 2,1749, \\ T_{i_{IMC}} &= 4,8141 \text{ segundos} \text{ e} \\ T_{d_{IMC}} &= 0,7373 \text{ segundo.} \end{aligned}$$

Nas figuras 4.11a, 4.11b, 4.11c e 4.11d, estão representados os passos para obtenção do controlador PID final. Com  $\alpha = 0,6650$  e  $\beta = 1,6441$  calculados para um  $M_s = 1,6$ , os parâmetros do controlador final são:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{K_{p_{IMC}}}{\beta} \Rightarrow K_p = 1,3228 \text{ ,} \\ T_i &= T_{i_{IMC}} \alpha \Rightarrow T_i = 3,2014 \text{ segundos} \text{ e} \\ T_d &= T_{d_{IMC}} \alpha \Rightarrow T_d = 0,4903 \text{ segundo.} \end{aligned}$$

Na Tabela 4.3 estão os índices calculados para o método proposto, IMC e SIMC. Novamente, para o  $M_s$  especificado as características do método proposto baseado no IMC apresentam características muito semelhantes com o SIMC. O IMC novamente viola cerca de 15% o  $M_s$  especificado enquanto que o proposto aproximadamente 5%, apresentando

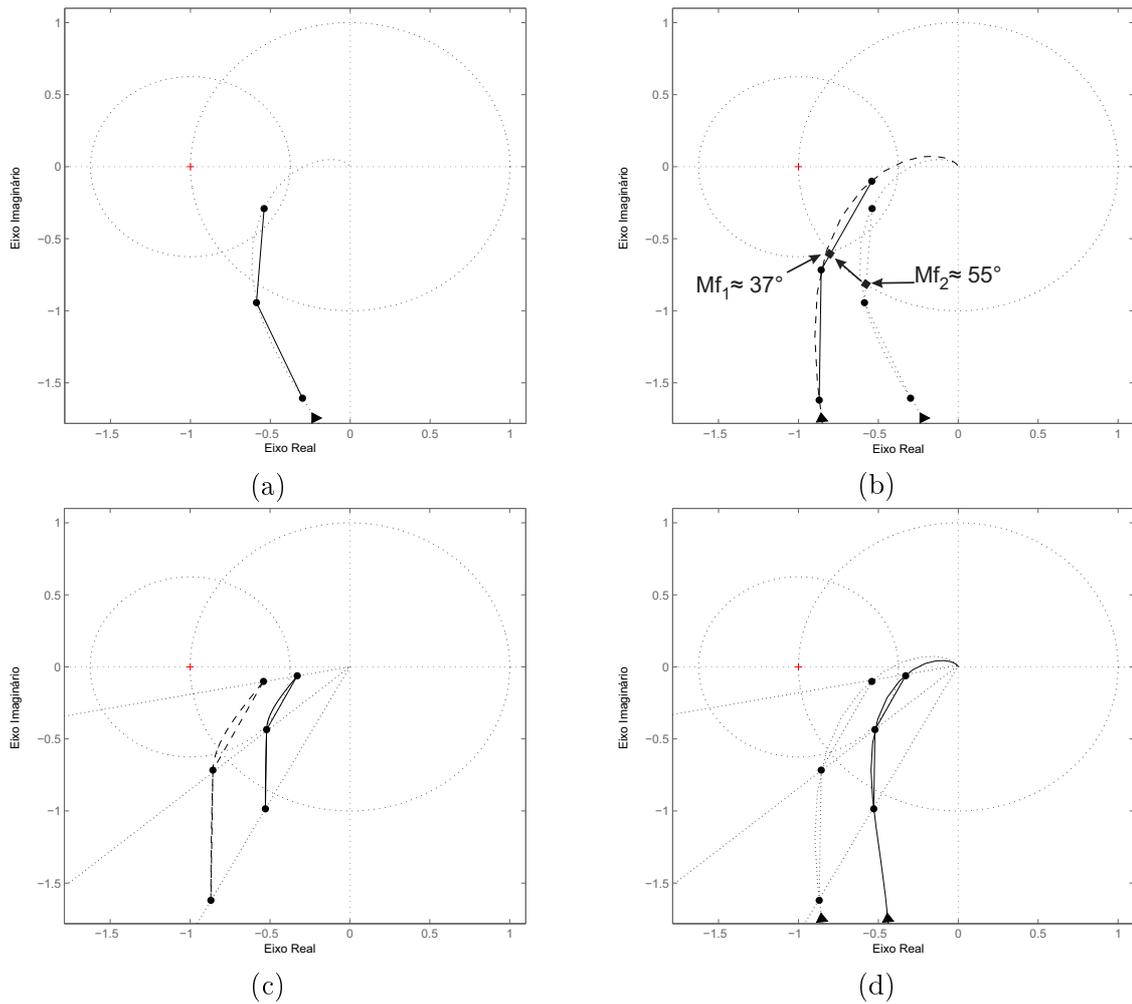
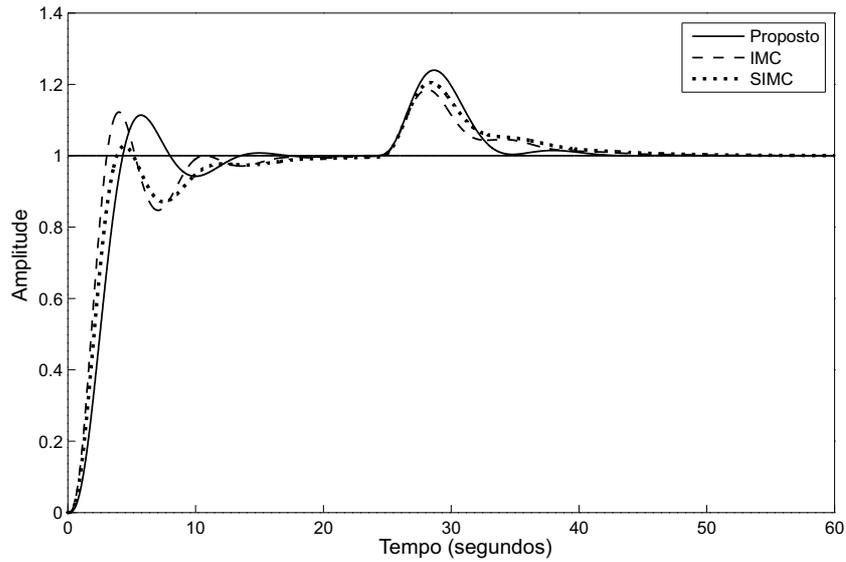


Figura 4.11: Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,6650$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final.

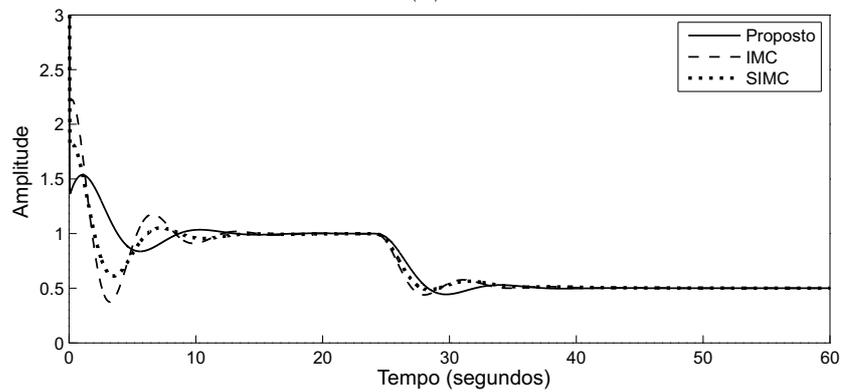
melhores características se comparados os índices IAE e IE ao SIMC. A resposta temporal do sistema com um distúrbio de carga na entrada do processo está representada na Figura

Tabela 4.3: Resultados finais para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,6$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	1,3228	3,2014	0,4903	1,6807	5,04	2,4136	2,4136
IMC	2,1749	4,8141	0,7373	1,8493	15,84	2,2114	2,2114
SIMC	1,7633	4,8141	0,7373	1,6505	3,16	2,7280	2,7280



(a)



(b)

Figura 4.12: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC para (a) variável do processo, (b) ação de controle.

4.12a. As ações de controle para os três métodos estão representadas na Figura 4.12b.

### Exemplo 2

Para um processo com função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(0, 2s + 1)(0, 04s + 1)(0, 008s + 1)}, \quad (4.62)$$

será utilizado  $n = 5$ , ou seja, neste caso o experimento será mais longo com cinco etapas para estimar os pontos em frequência. Na Figura 4.13 os sinais de saída estão representados para as cinco etapas do experimento proposto.

Para cada trecho do experimento, as frequências de oscilação são:

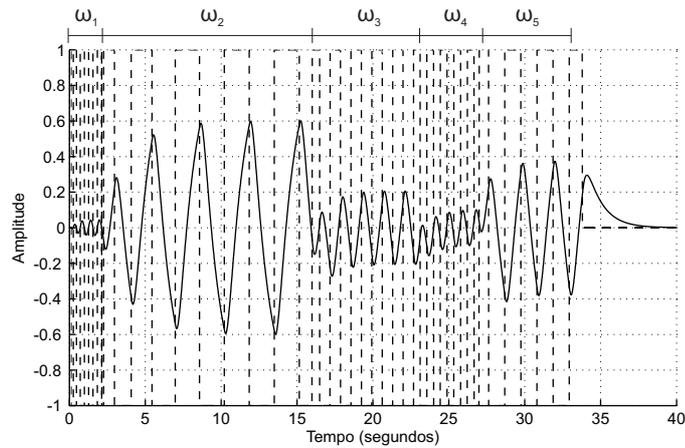


Figura 4.13: Sinais de saída para o experimento proposto para identificação de cinco pontos em frequência para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$ .

$$\omega_{180^\circ} = \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = 10,9322 \text{ rad/s},$$

$$\omega_{90^\circ} = \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 1,9128 \text{ rad/s},$$

$$\omega_{p_1} = \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = 4,5728 \text{ rad/s},$$

$$\omega_{p_2} = \omega_4 \Rightarrow \omega_4 = 7,0704 \text{ rad/s} \text{ e}$$

$$\omega_{p_3} = \omega_5 \Rightarrow \omega_5 = 2,9575 \text{ rad/s},$$

onde  $\omega_{p_1}$ ,  $\omega_{p_2}$  e  $\omega_{p_3}$  são as frequências estimadas nas fases  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ .

Os pontos em frequência são estimados aplicando a DFT em cada trecho do experimento:

$$G(0) = 0,9758$$

$$\hat{G}_{180^\circ} = G_1 \Rightarrow G_1 = -0,0341 - j0,0003,$$

$$\hat{G}_{90^\circ} = G_2 \Rightarrow G_2 = 0,0120 - j0,4311,$$

$$\hat{G}_{p_1} = G_3 \Rightarrow G_3 = -0,1045 - j0,1143,$$

$$\hat{G}_{p_2} = G_4 \Rightarrow G_4 = -0,0707 - j0,0321 \text{ e}$$

$$\hat{G}_{p_3} = G_5 \Rightarrow G_5 = -0,0933 - j0,2572.$$

Os parâmetros do modelo FOPTD são:

$$\begin{aligned}
 K &= 0,9758 \\
 T &= 2,6134 \text{ segundos e} \\
 L &= 0,1460 \text{ segundo.}
 \end{aligned}$$

A função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{0,9758}{1 + 2,6134s} e^{-0,1460s}$$

### Controlador PI

O controlador utilizado como base neste exemplo será o SIMC que será nomeado por  $C_{SIMC_{PI}}(s)$ . Logo, os parâmetros deste controlador são:

$$\begin{aligned}
 K_{pSIMC} &= 9,1744 \text{ e} \\
 T_{iSIMC} &= 2,6134 \text{ segundos.}
 \end{aligned}$$

A interpolação linear com os pontos estimados e a função de transferência do ganho de malha do sistema com o controlador SIMC podem ser observadas na Figura 4.14a. Na Figura 4.14b pode-se observar a primeira estimativa da margem de fase  $Mf_1$  e o resultado após o procedimento de iteração para encontrar  $\alpha$ , a nova margem de fase  $Mf_2$

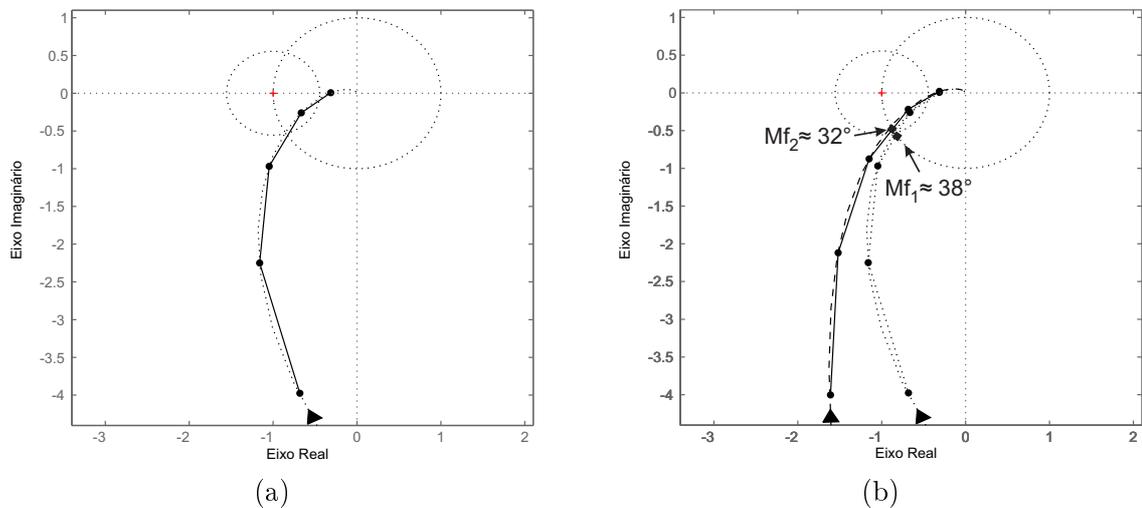


Figura 4.14: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{SIMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  e os cinco pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,4600$ .

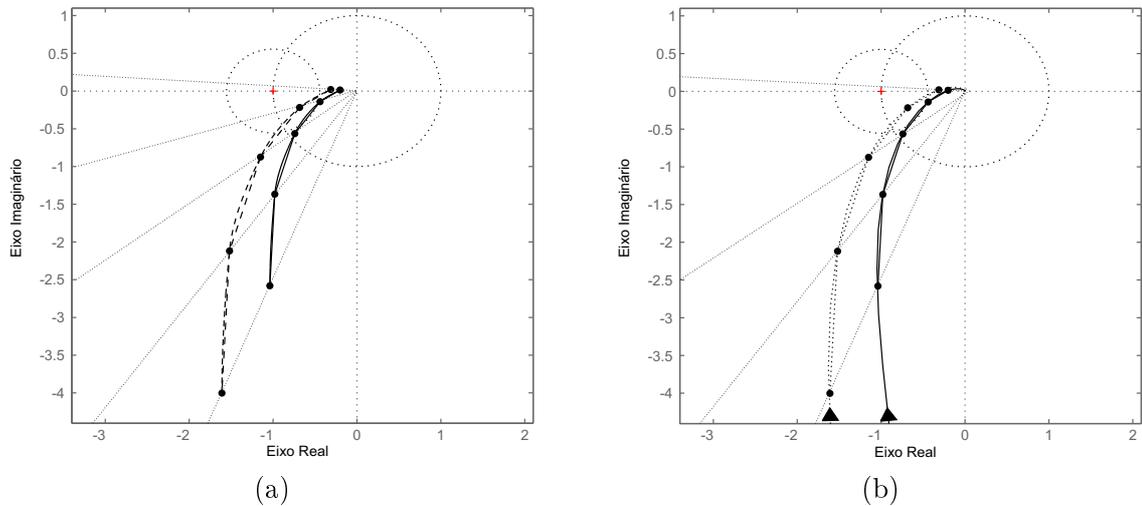


Figura 4.15: Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI.

com  $\alpha = 0,4600$  e o controlador  $C'(s)$ .

Suponha uma especificação de  $M_s = 1,8$ , aplica-se a interpolação por *spline* cúbica como pode ser observada na Figura 4.15a, obtendo o vetor  $W$  com ponto mais próximo do ponto crítico dado por  $P'_{sm} = -0,7313 - j0,2652$ . Já o ponto  $P''_{sm}$  de interseção entre a reta que passa por  $P'_{sm}$  e a origem é calculado como  $P''_{sm} = -0,4714 - j0,1710$ . O valor de  $\beta$  é então:

$$\beta = \frac{|P'_{sm}|}{|P''_{sm}|} \Rightarrow \beta = 1,5512.$$

Os parâmetros do controlador final com  $\alpha = 0,4600$  e  $\beta = 1,5512$  são:

$$K_p = \frac{K_{PSIMC}}{\beta} \Rightarrow K_p = 5,9144 \quad \text{e}$$

$$T_i = T_{iSIMC} \alpha \Rightarrow T_i = 1,2022 \quad \text{segundos.}$$

O diagrama de Nyquist para os resultados finais podem ser observados na Figura 4.15b. Nas Figuras 4.16a e 4.16b pode-se observar a resposta ao degrau e a ação de controle, respectivamente. Os resultados comparativos para o cálculo dos índices são observados na Tabela 4.4. Note que, não só na especificação desejada do  $M_s$ , no qual a técnica proposta apresenta um erro de apenas 6%, enquanto que o IMC e SIM apresentam erros de aproximadamente 26% e 31%, em todos os demais índices a técnica proposta também apresenta resultado melhores que as tomadas como base.

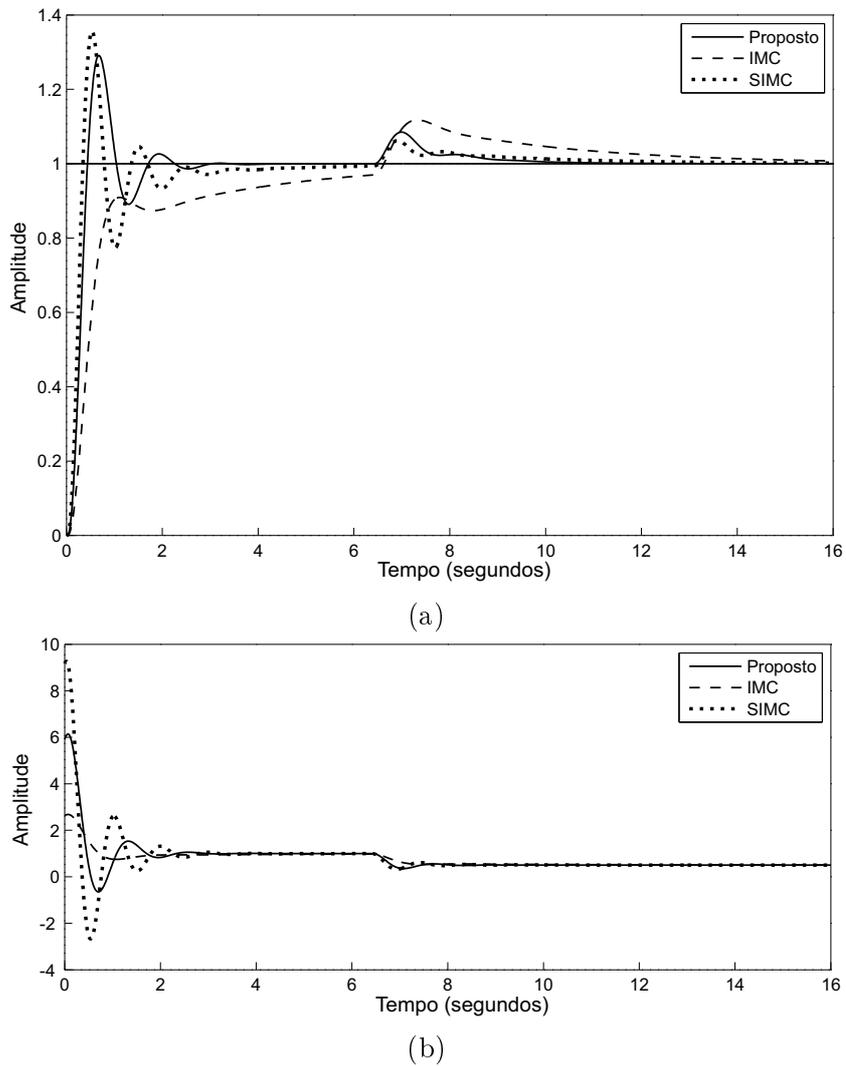


Figura 4.16: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

Tabela 4.4: Resultados finais para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PI para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	5,9144	1,2022	1,9221	6,78	0,2032	0,2032
IMC	2,6332	2,6134	1,3313	26,04	0,9887	0,9887
SIMC	9,1744	2,6134	2,3717	31,76	0,2830	0,2830

### Controlador PID

No caso PID, os parâmetros do SIMC são:

$$K_{PSIMC} = \frac{1}{G(0)} \frac{\theta/2 + T}{\theta/2 + \theta} \Rightarrow K_{PSIMC} = 12,5741,$$

$$T_{iSIMC} = T + \theta/2 \Rightarrow T_{iSIMC} = 2,6864 \text{ segundos e}$$

$$T_{dSIMC} = \frac{T\theta}{\theta + 2T} \Rightarrow T_{dSIMC} = 0,0710 \text{ segundo.}$$

Os diagramas de Nyquist para todos os passos do processo de sintonia estão representados nas figuras 4.17a, 4.17b, 4.17c e 4.17d. Os parâmetros calculados para  $M_s = 1,8$  são  $\alpha = 0,3460$  e  $\beta = 1,5727$ . Os parâmetros do controlador final são:

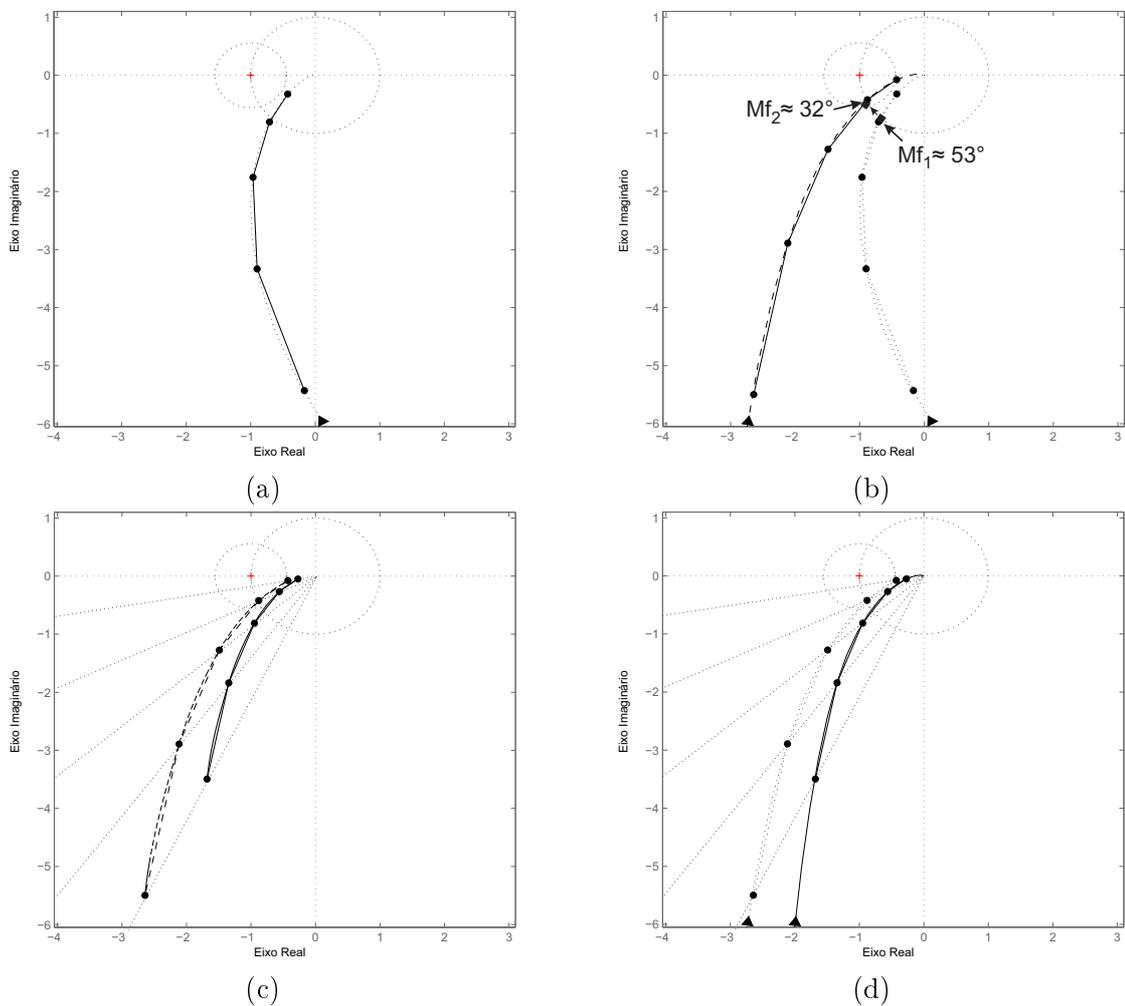


Figura 4.17: Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3460$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final.

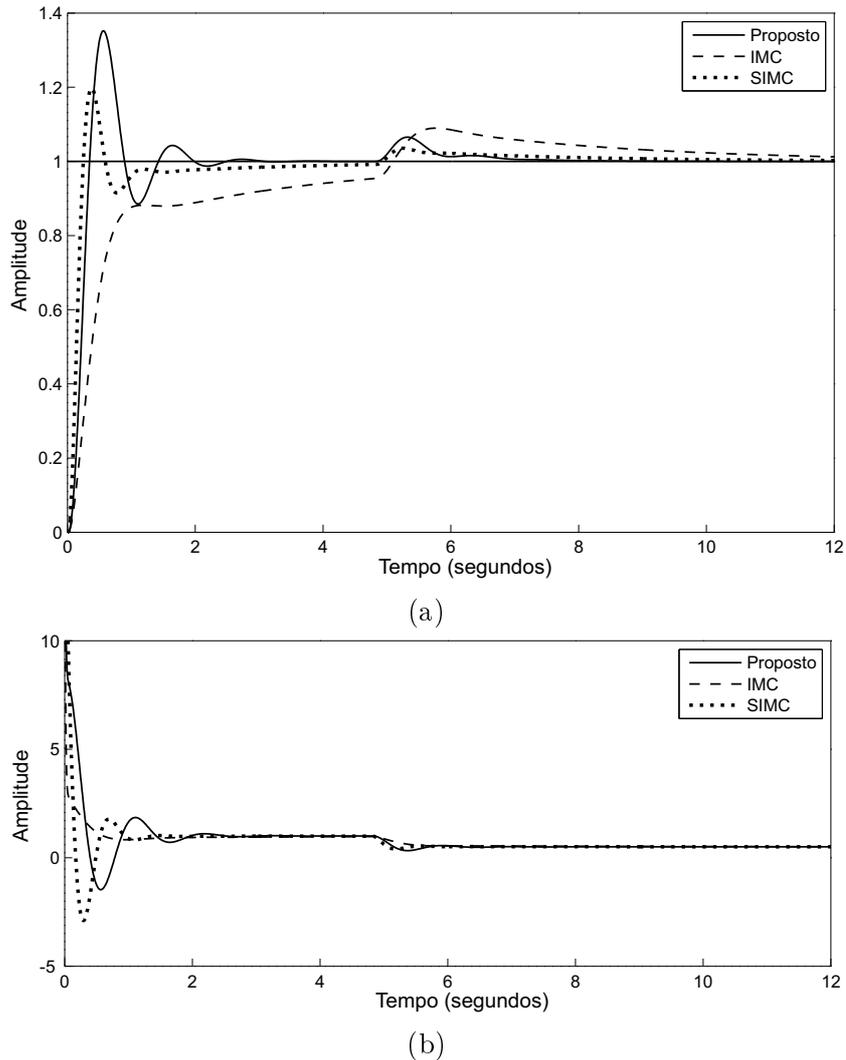


Figura 4.18: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

$$\begin{aligned}
 K_p &= \frac{K_{pSIMC}}{\beta} \Rightarrow K_p = 7,9951 \quad , \\
 T_i &= T_{iSIMC}\alpha \Rightarrow T_i = 0,9295 \quad \text{segundos} \quad \text{e}, \\
 T_d &= T_{dSIMC}\alpha \Rightarrow T_d = 0,0246 \quad \text{segundo}.
 \end{aligned}$$

A resposta temporal do sistema está representada na Figura 4.18a para a resposta ao degrau com distúrbio na entrada do processo e 4.18b para a ação de controle. Todos os índices calculados estão dispostos na Tabela 4.5. Note que a margem de estabilidade real  $s_m$  do controlador proposto viola o círculo  $M_s$  pelo fato da curva de Nyquist original continuar a se distanciar do eixo imaginário para as baixas frequências. Isto significa

Tabela 4.5: Resultados finais para  $G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	7,9951	0,9295	0,0246	1,9497	8,32	0,1162	0,1162
IMC	2,9160	2,6864	0,0710	1,1783	34,54	0,9188	0,9188
SIMC	12,5741	2,6864	0,0710	1,5233	15,37	0,2129	0,2129

que quando o parâmetro  $\beta$  é ajustado, existe um novo valor da frequência de  $s_m$  para o controlador final, não sendo aquela calculada quando a análise é realizada apenas com a parametrização do  $\alpha$ . Porém, note que o caso mais agressivo considerado para o controlador SIMC, gera um  $s_m$  muito conservador com erro superior a 15% do  $M_s$  especificado e os índices IAE e IE são melhores no projeto proposto em decorrência do fato de o controlador proposto ter ficado mais agressivo.

### Exemplo 3

Considere neste exemplo que o processo tem a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{2(15s + 1)}{(20s + 1)(s + 1)(0,1s + 1)^2}. \quad (4.63)$$

Com  $n = 3$ , a partir do experimento proposto, as frequências calculadas são:

$$\begin{aligned} \omega_{180^\circ} &= \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = 10,7495 \text{ rad/s}, \\ \omega_{90^\circ} &= \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 2,0956 \text{ rad/s} \text{ e} \\ \omega_{p1} &= \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = 4,7462 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Os pontos em frequência são estimados aplicando a DFT em cada trecho do experimento:

$$\begin{aligned}
 G(0) &= 1,7480 \\
 \hat{G}_{180^\circ} &= G_1 \Rightarrow G_1 = -0,0640 - j0,0013, \\
 \hat{G}_{90^\circ} &= G_2 \Rightarrow G_2 = 0,0171 - j0,6184, \\
 \hat{G}_{p1} &= G_3 \Rightarrow G_3 = -0,1590 - j0,1960,
 \end{aligned}$$

Para o modelo FOPTD, os parâmetros estimados são:

$$\begin{aligned}
 K &= 1,7480 \\
 T &= 2,5376 \text{ segundos e} \\
 L &= 0,1476 \text{ segundos.}
 \end{aligned}$$

Logo, a função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{1,7480}{1 + 2,5376s} e^{-0,1476s}$$

### Controlador PI

Os parâmetros de  $C_{IMC_{PI}}(s)$  são:

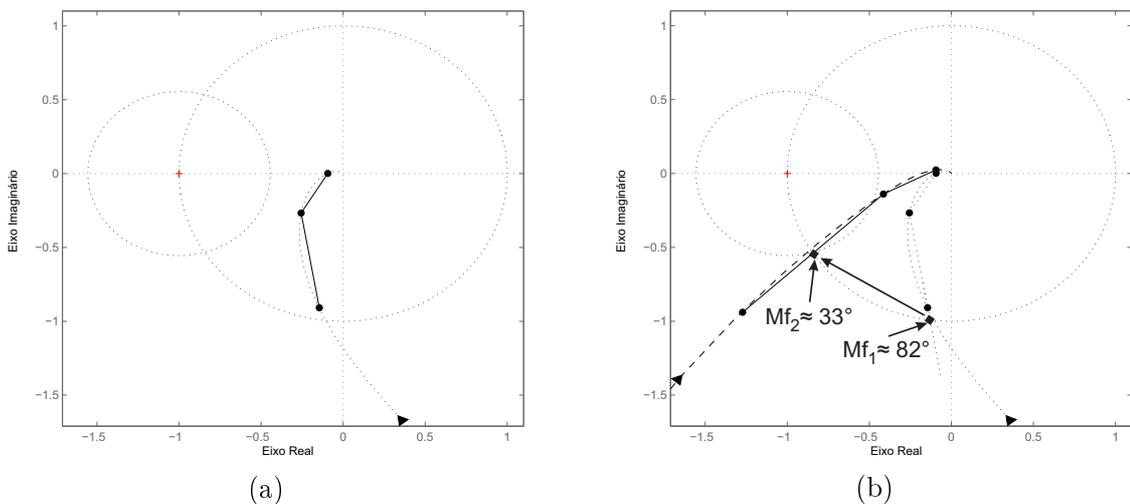


Figura 4.19: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3140$ .

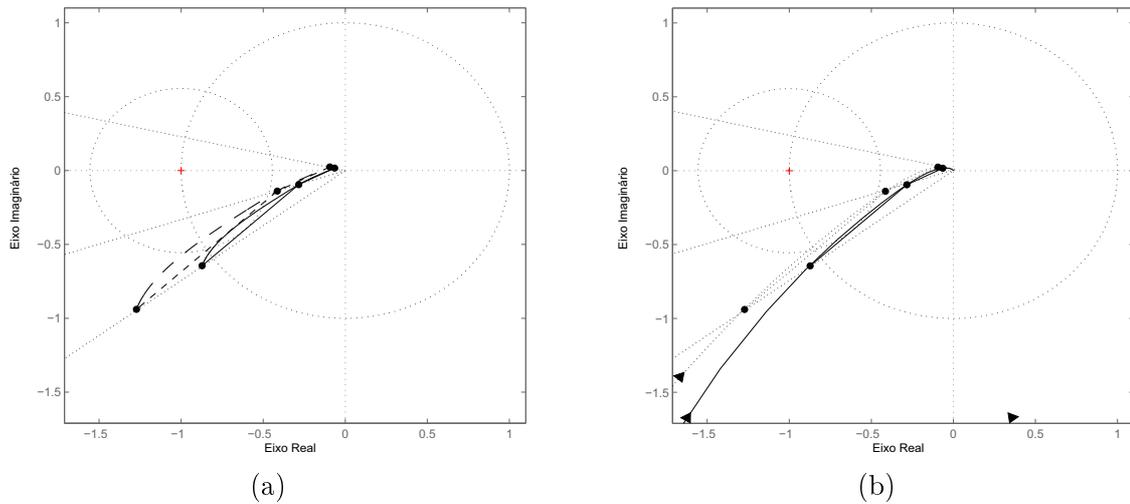


Figura 4.20: Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI.

$$K_{p_{IMC}} = 1,4612 \text{ e}$$

$$T_{i_{IMC}} = 2,5376 \text{ segundos.}$$

Na Figura 4.19a pode-se observar a interpolação linear com os pontos estimados e a função de transferência do ganho de malha do sistema com o controlador IMC. A primeira estimativa para a margem de fase  $Mf_1$ , bem como  $Mf_2$  após o procedimento iterativo para o cálculo do  $\alpha = 0,1310$  do controlador  $C'(s)$  pode ser observado na Figura 4.19b.

Considere novamente uma especificação de  $M_s = 1,8$ . Ao aplicar a interpolação por *spline cúbica* o vetor  $W$  pode ser obtido e os pontos calculados são  $P'_{sm} = -0,7340 - j0,3626$  e  $P''_{sm} = -0,5031 - j0,2486$ . Assim,

$$\beta = \frac{|P'_{sm}|}{|P''_{sm}|} \Rightarrow \beta = 1,4588.$$

Os parâmetros do controlador final com  $\alpha = 0,1310$  e  $\beta = 1,4588$  são:

$$K_p = \frac{K_{p_{IMC}}}{\beta} \Rightarrow K_p = 1,0017 \text{ e}$$

$$T_i = T_{i_{IMC}} \alpha \Rightarrow T_i = 0,3324 \text{ segundos,}$$

O diagrama de Nyquist para os resultados finais podem ser observados na Figura 4.20b.

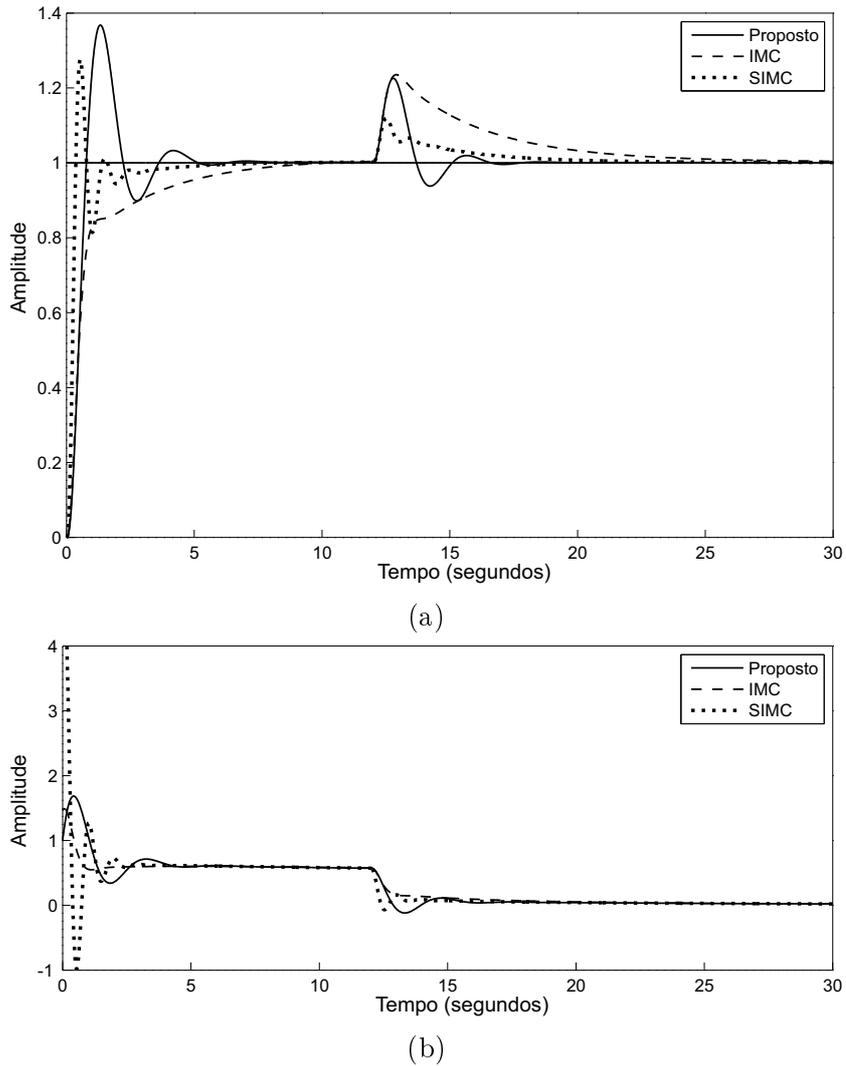


Figura 4.21: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

Tabela 4.6: Resultados finais para  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PI para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	1,0017	0,3324	1,8553	3,07	0,5742	0,3331
IMC	1,4612	2,5376	1,2686	29,52	1,7453	1,7453
SIMC	4,9174	2,5376	2,1421	19,00	0,5169	0,5168

Nas Figuras 4.21a e 4.21b pode-se observar a resposta ao degrau com distúrbio na entrada do processo e a ação de controle, respectivamente. Note que comparações são realizadas com os métodos IMC e SIMC. Na Tabela 4.6 são apresentados os resultados

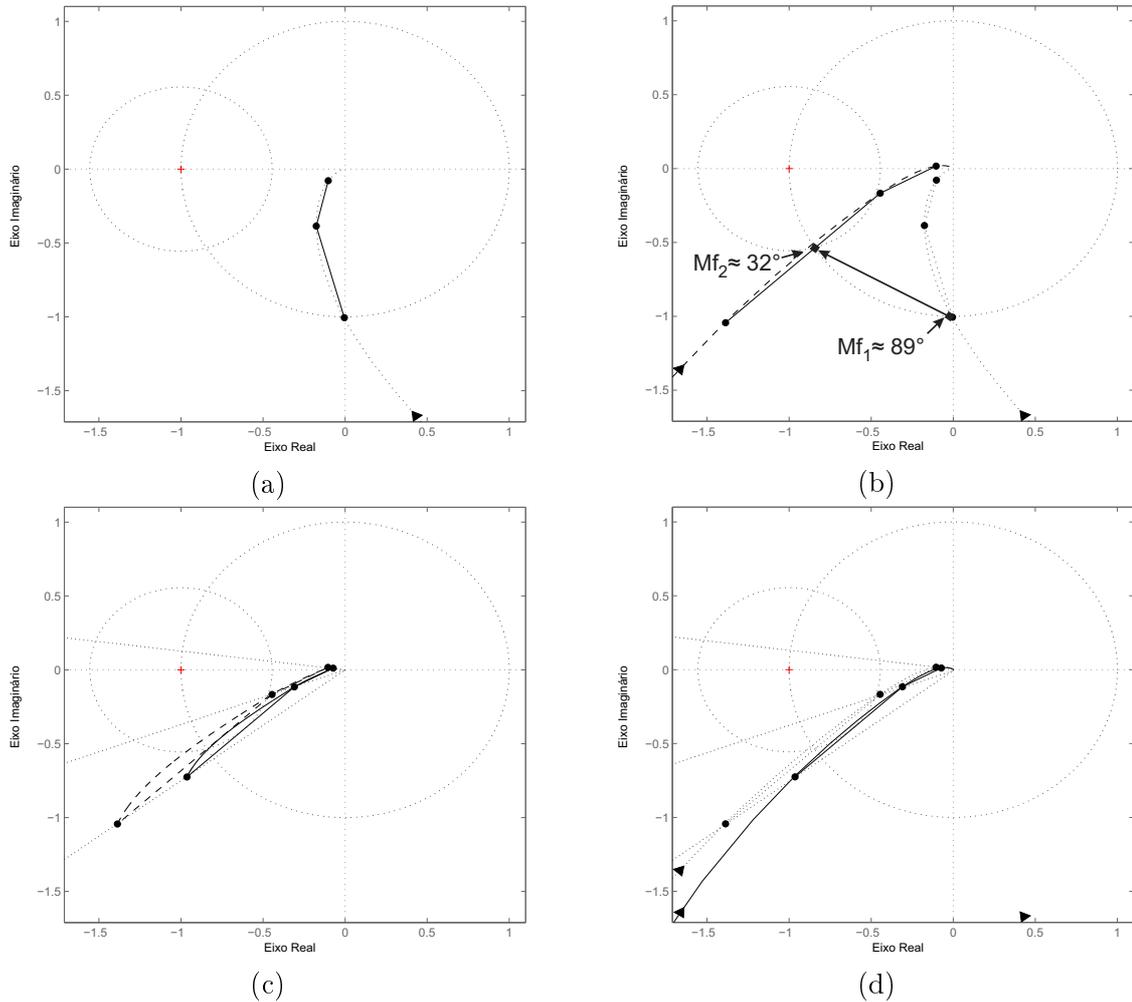


Figura 4.22: Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,1280$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final.

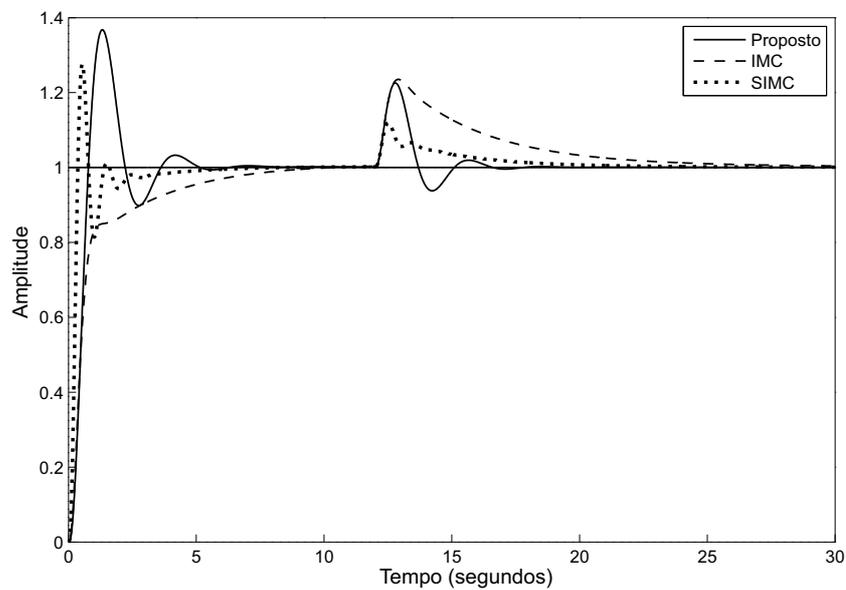
finais para os índices IAE e IE, bem como o valor real da distância  $s_m$  entre a curva de Nyquist do processo e o ponto  $-1 + j0$ , bem como o erro relativo ao  $M_s$  especificado. Note que neste exemplo o método proposto supera os demais que foram utilizados com comparação em todos os aspectos. O SIMC mostra-se bastante agressivo violando em 19% o  $M_s$  especificado, enquanto o IMC original demonstra ser bem conservador neste aspecto.

### Controlador PID

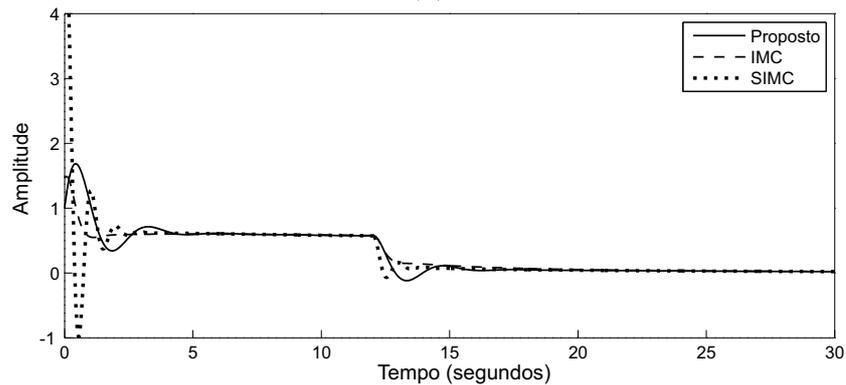
O passo a passo para o controlado PID está representado nas Figuras 4.22a, 4.22b, 4.22c e 4.22d, para um  $M_s = 1,8$  e o controlador IMC tomado como base. Os valores calculados para  $\alpha$  e  $\beta$  são 0,1280 e 1,4388, respectivamente. A resposta temporal do sistema pode

Tabela 4.7: Resultados finais para  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	1,1290	0,3343	0,0092	1,8713	3,96	0,5150	0,2971
IMC	1,6244	2,6114	0,0717	1,1522	35,99	1,6145	1,6145
SIMC	6,7472	2,6114	0,0717	1,5205	15,53	0,3874	0,3874



(a)



(b)

Figura 4.23: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

ser observada nas Figura 4.23a e 4.21b para a resposta ao degrau e ação de controle respectivamente. O cálculo dos parâmetros e índices, bem como os resultados para os controladores IMC e SIMC estão dispostos na Tabela 4.7.

Note que, neste exemplo, o erro do  $M_s$  do método proposto é de 3,96%, muito inferior aos erros apresentados pelos controladores IMC (35,99%) e SIMC (15,53%). Olhando para os índices da resposta temporal, o IAE do SIMC apresenta-se um pouco melhor se comparado ao proposto, porém o mesmo não acontece com o IE. Observe que o ganho do  $K_p$  do proposto é mais de seis vezes menor que o ganho do SIMC, o que reflete em um esforço no sinal de controle menor. A resposta temporal para este exemplo está representada na Figura 4.23a e o sinal de controle pode ser observado na Figura 4.23b.

#### Exemplo 4

Para um processo com função de transferência:

$$G(s) = \frac{-2s + 1}{(s + 1)^3}. \quad (4.64)$$

A técnica novamente será aplicada para  $n = 3$ . As frequências calculadas são:

$$\begin{aligned} \omega_{180^\circ} &= \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = 0,7876 \text{ rad/s}, \\ \omega_{90^\circ} &= \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 0,3153 \text{ rad/s} \text{ e} \\ \omega_{p_1} &= \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = 0,4983 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Os pontos estimados em cada frequência são:

$$\begin{aligned} G(0) &= 0,9994 \\ \hat{G}_{180^\circ} &= G_1 \Rightarrow G_1 = -0,8960 - j0,1215, \\ \hat{G}_{90^\circ} &= G_2 \Rightarrow G_2 = 0,0939 - j1,0212, \\ \hat{G}_{p_1} &= G_3 \Rightarrow G_3 = -0,5716 - j0,8354, \end{aligned}$$

Os parâmetros estimados para o modelo FOPTD são:

$$\begin{aligned}
 K &= 0,9994 \\
 T &= 0,5979 \text{ segundos e} \\
 L &= 3,2589 \text{ segundos.}
 \end{aligned}$$

Logo, a função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{0,9994}{1 + 0,5979s} e^{-3,2589s}$$

### Controlador PI

Os parâmetros de  $C_{IMC_{PI}}(s)$  são:

$$\begin{aligned}
 K_{pIMC} &= 0,1377 \text{ e} \\
 T_{iIMC} &= 0,5979 \text{ segundos}
 \end{aligned}$$

Com o controlador  $C_{IMC_{PI}}(s)$ , pode-se aplicar a interpolação linear entre os pontos da função de transferência do ganho de malha que podem ser visualizadas na Figura 4.24a. A estimativa inicial da margem de fase  $Mf_1$  pode ser observada na Figura 4.24b, bem como  $Mf_2$  calculada já com o controlador  $C''(s)$  com  $\alpha = 1,1700$ .

Considere agora que a especificação requer um controlador com características con-

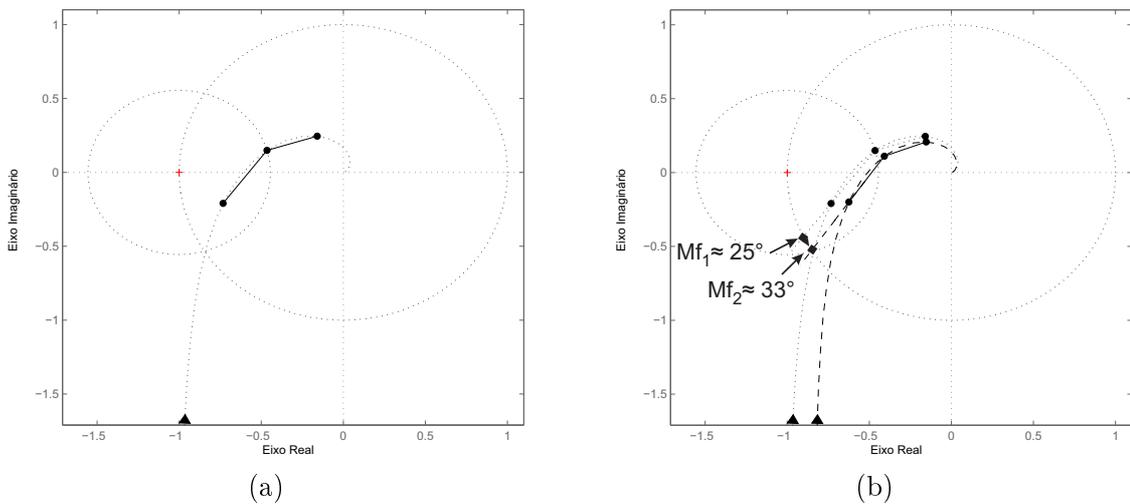


Figura 4.24: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PI  $C_{IMC_{PI}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 1,1700$ .

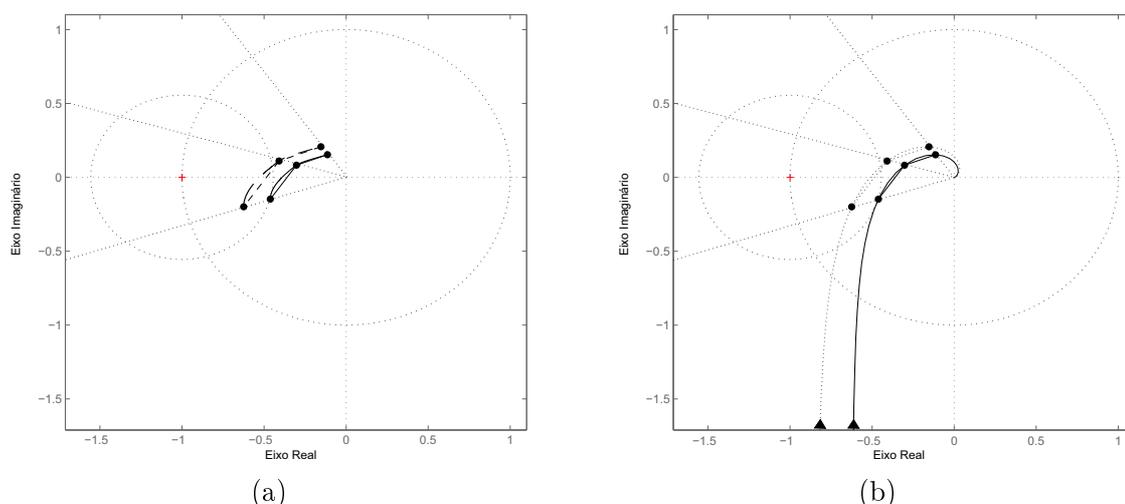


Figura 4.25: Diagrama de Nyquist do ganho de malha  $L$  para (a) interpolação por *spline* cúbica (b) efeito da inserção dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no controlador PI do Exemplo 4.

servadoras. Neste exemplo, será utilizado um  $M_s = 1,8$  como especificação. O ponto de vetor  $W$  obtido a partir da interpolação por *spline cúbica* mais próximo do ponto crítico é  $P'_{s_m} = -0,6129 - j0,1333$ . O resultado desta interpolação pode ser visualizado graficamente no diagrama de Nyquist da Figura 4.25a. O ponto  $P''_{s_m} = -0,4533 - j0,0986$  também pode ser calculado a partir da equação da reta que passa pelo ponto  $P'_{s_m}$  e a origem. O segundo parâmetro calculado é:

$$\beta = \frac{|P'_{s_m}|}{|P''_{s_m}|} \Rightarrow \beta = 1,3522.$$

Os parâmetros do controlador final com  $\alpha = 1,1700$  e  $\beta = 1,3522$  são:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{K_{PI MC}}{\beta} \Rightarrow K_p = 0,1018 \quad \text{e} \\ T_i &= T_{i MC} \alpha \Rightarrow T_i = 0,6996 \quad \text{segundo,} \end{aligned}$$

Os resultados finais estão representados no diagrama de Nyquist da Figura 4.25b.

A resposta ao degrau do sistema com um distúrbio na entrada do processo pode ser observada na Figura 4.26a. A ação de controle pode ser observada na Figura 4.26b. Observe na Tabela 4.8 a diferença de mais de 67% entre o  $M_s$  real e o especificado, o que torna o IMC muito agressivo para uma especificação robusta para este processo. Por outro lado, o SIMC apresentou novamente características bem semelhantes ao método proposto, violando em apenas 5% o  $M_s$  original e com índices IAE e IE bem semelhantes.

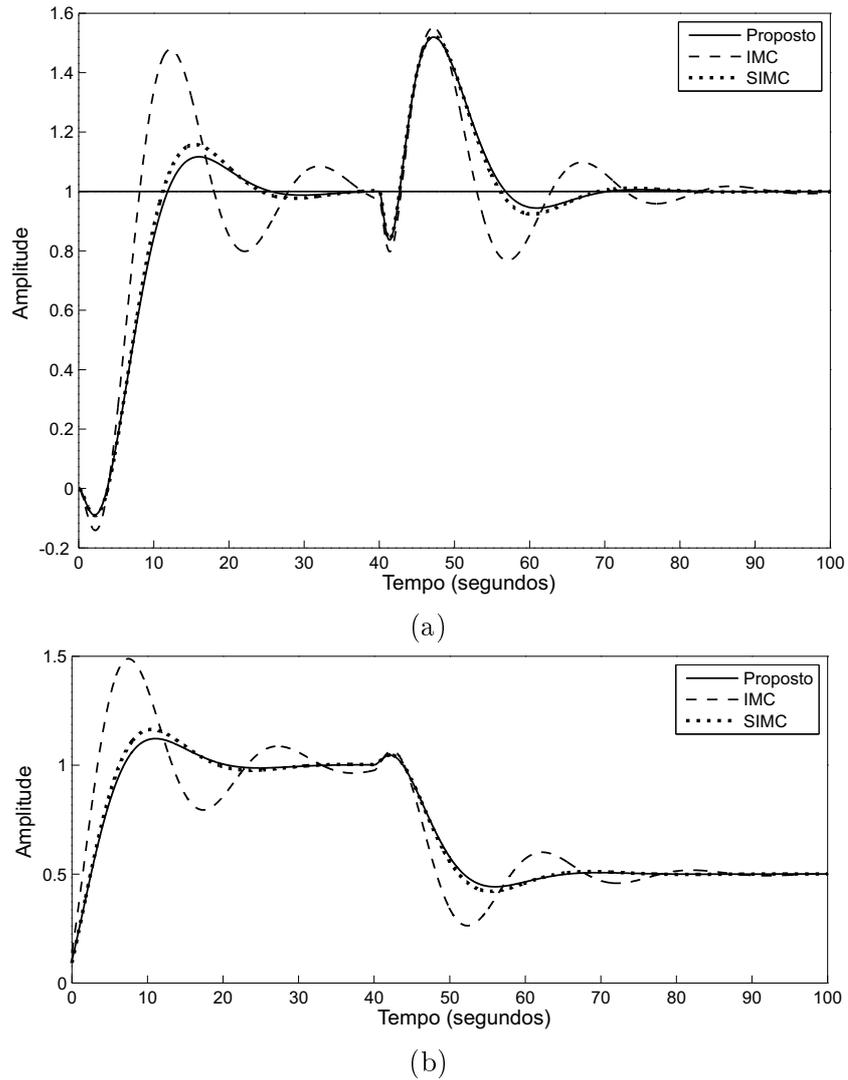


Figura 4.26: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

Tabela 4.8: Resultados finais para  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PI para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	0,1018	0,6996	1,7994	0,03	9,6364	6,8321
IMC	0,1377	0,5979	3,0155	67,53	12,4513	4,3540
SIMC	0,0918	0,5979	1,8939	5,21	9,9277	6,5298

### Controlador PID

Os resultados para o controlador PID proposto, IMC e SIMC estão dispostos na Tabela 4.9. Observe nas figuras 4.27a, 4.27b, 4.27c e 4.27d os passos para obtenção da curva

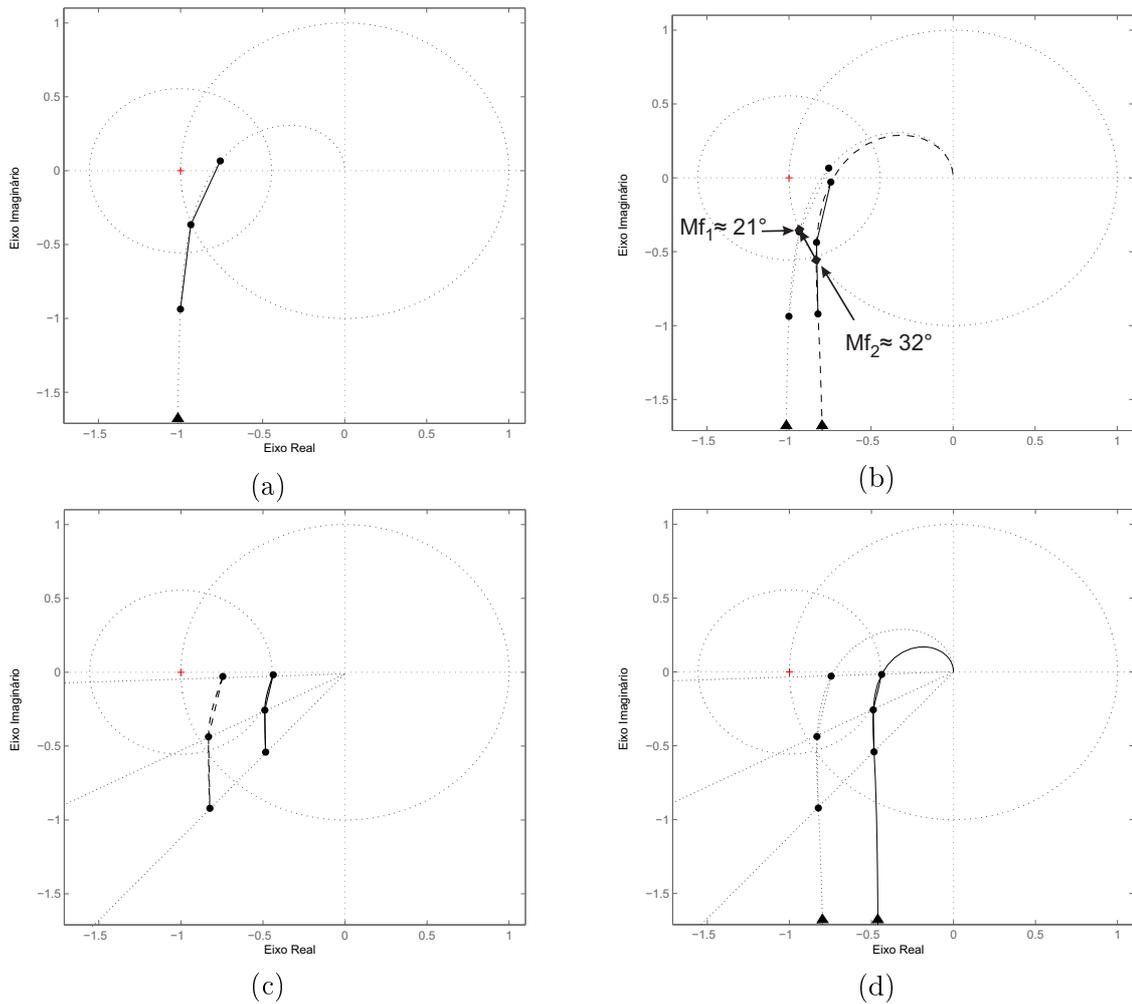


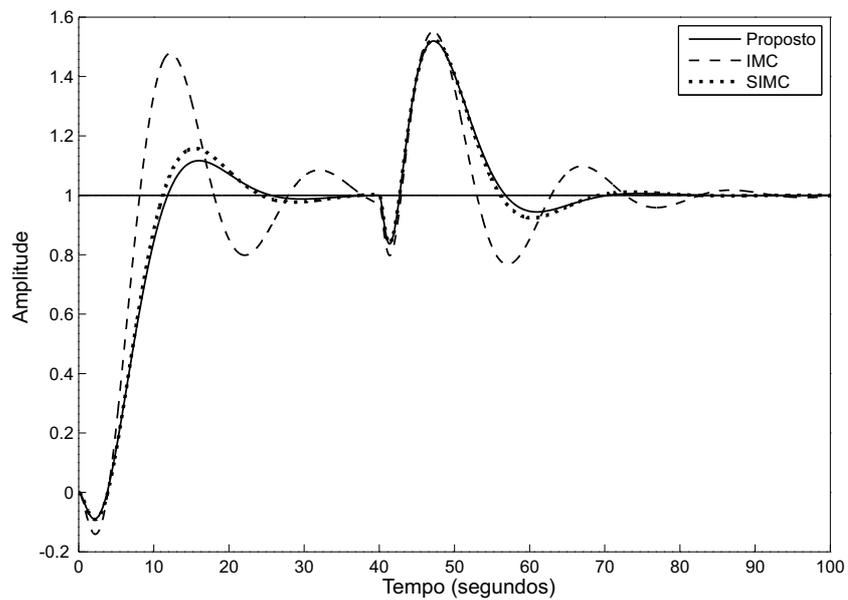
Figura 4.27: Diagramas de Nyquist para os procedimentos de sintonia do controlador PID (a)  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 1,1540$ , (c) pontos estimados interpolados por *spline* e interpretação gráfica do efeito do parâmetro  $\beta$ , (d) resultados com o controlador final.

da função de transferência do ganho de malha final para  $M_s = 1,8$ . Os valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são 1,1540 e 1,7024, respectivamente.

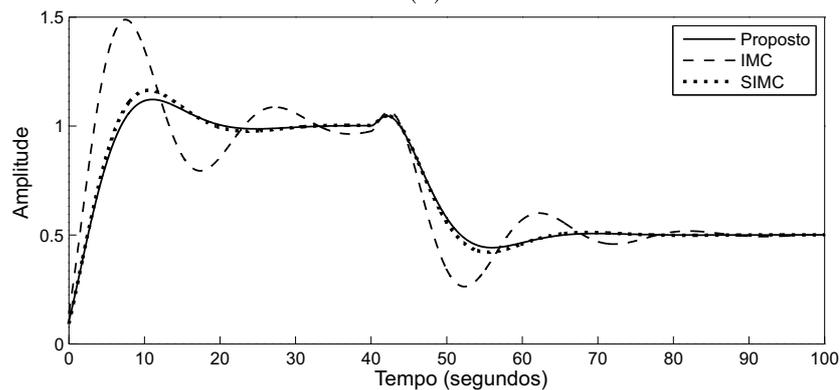
Observe que na resposta temporal do sistema representada nas Figuras 4.28a e 4.28b, o controlador IMC apresenta-se bastante agressivo e oscilatório. As margens de estabilidade utilizando este controlador estão muito abaixo dos limites recomendados na literatura, o que torna a malha fechada muito próximo do limite de estabilidade. A melhora com a utilização do método proposto fica bem evidente, levando a curva de Nyquist da função de transferência do ganho de malha para o limite do círculo  $M_s$  com um erro de pouco mais que 2%. Pode-se observar ainda que o SIMC apresenta novamente características parecidas com o  $M_s$  especificado, apresentando um erro de pouco mais que 7% e com parâmetros de desempenho IAE e IE bem semelhantes ao método proposto.

Tabela 4.9: Resultados finais para  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,8$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	0,4821	2,5704	0,5048	1,8413	2,29	6,5458	5,3308
IMC	0,8206	2,2274	0,4374	5,7054	216,97	10,9357	2,7119
SIMC	0,4559	2,2274	0,4374	1,9428	7,93	6,3270	4,8772



(a)



(b)

Figura 4.28: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^3}$  com o controlador PID Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

### Exemplo 5

Considere agora um processo com dinâmicas com várias constantes de tempo representado pela função de transferência:

$$G(s) = \frac{(-0,3s + 1)(0,08s + 1)}{(2s + 1)(s + 1)(0,4s + 1)(0,2s + 1)(0,05s + 1)^3}. \quad (4.65)$$

Observe que a função de transferência deste exemplo é de um processo de ordem elevada. Aplicando o procedimento para  $n = 3$ , as frequências calculadas são:

$$\begin{aligned} \omega_{180^\circ} &= \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = 1,1680 \text{ rad/s}, \\ \omega_{90^\circ} &= \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 0,4330 \text{ rad/s} \text{ e} \\ \omega_{p_1} &= \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = 0,7112 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Com pontos estimados em cada frequência:

$$\begin{aligned} G(0) &= 0,9991 \\ \hat{G}_{180^\circ} &= G_1 \Rightarrow G_1 = -0,2388 - j0,0064, \\ \hat{G}_{90^\circ} &= G_2 \Rightarrow G_2 = 0,0221 - j0,6853, \\ \hat{G}_{p_1} &= G_3 \Rightarrow G_3 = -0,2882 - j0,3536, \end{aligned}$$

A função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{0,9991}{1 + 3,4770s} e^{-1,5286s}$$

## Controlador PID

A interpolação linear da função de transferência do ganho de malha estimada é observada na Figura 4.29a. Para a estimativa inicial  $Mf_1$  e  $Mf_2$  já com o controlador parametrizado com  $\alpha = 0,7230$  calculado a partir do processo iterativo, podem ser verificados na Figura 4.29b. Os passos para interpolação por spline e cálculo do  $\beta = 1,9190$  são observados nas figuras 4.29c e 4.29d.

Os parâmetros dos controladores PID estão dispostos na Tabela 4.10 e a resposta temporal do sistema em malha fechada com os controladores está representada na Figura 4.30a. Observe ainda que a ação de controle está representada na Figura 4.30b. Para este exemplo, a escolha de  $M_s = 1,4$  requer perda de desempenho se comparado com um

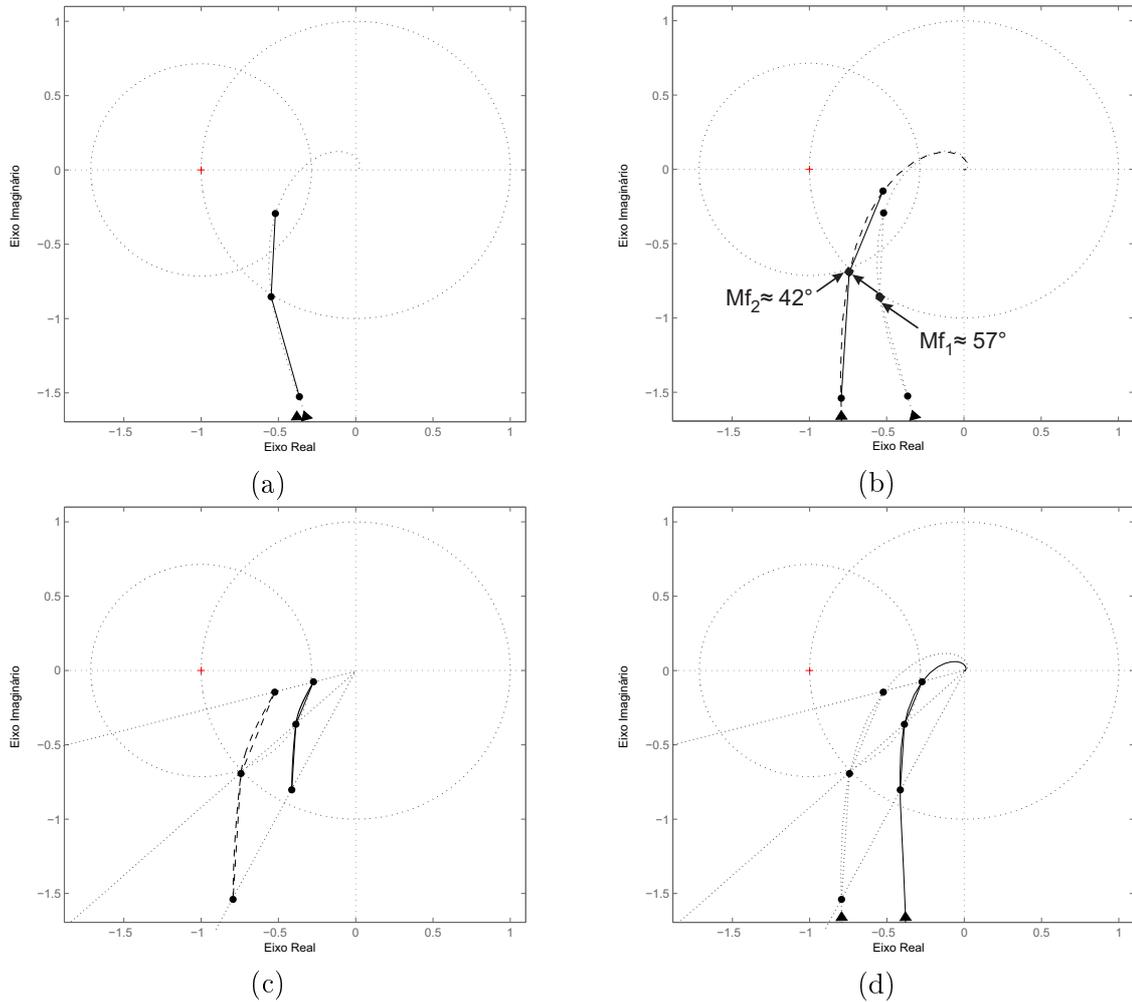
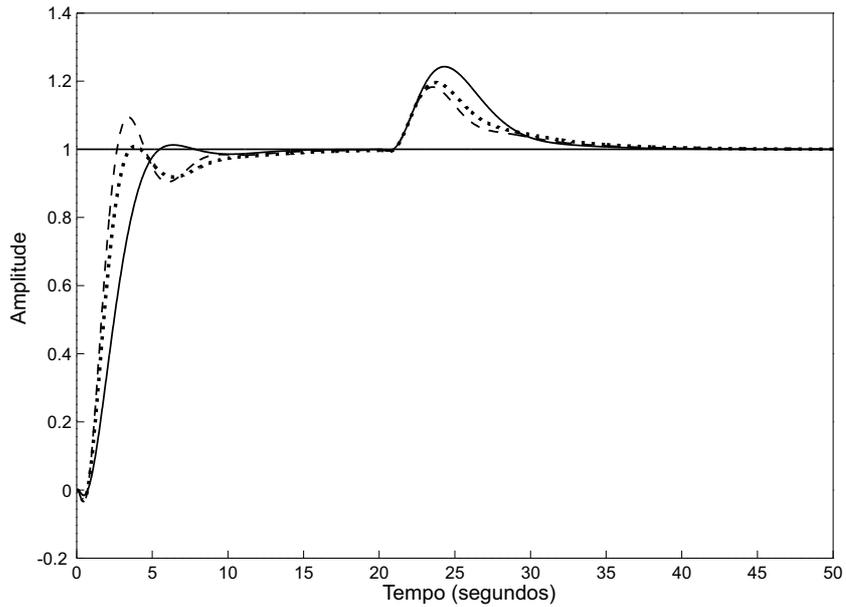


Figura 4.29: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PID  $C_{IMC_{PID}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,3140$ , (c) interpolação por spline e efeito da parametrização com  $\beta$ , (d) resultado com o controlador final.

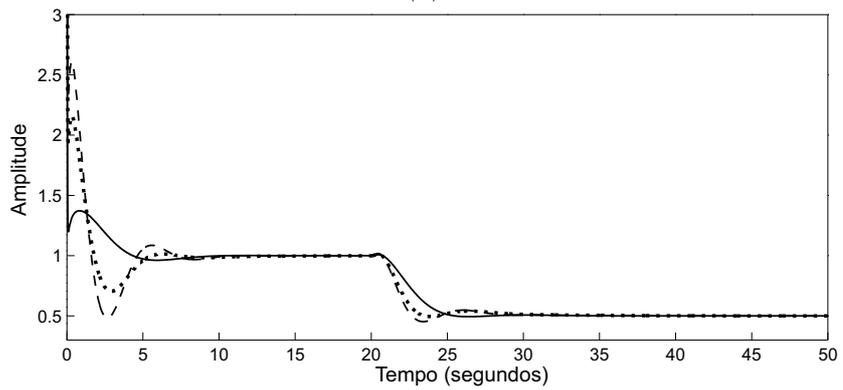
Tabela 4.10: Resultados finais para  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,4$

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	1,1502	3,0665	0,4530	1,4368	2,63	2,6708	2,6647
IMC	2,2073	4,2413	0,6266	1,8152	29,65	1,9226	1,9164
SIMC	1,8515	4,2413	0,6266	1,6087	14,90	0,2129	0,2129

controlador base agressivo. Observe nos resultados da Tabela 4.10 que, para o controlador proposto, o  $M_s$  é violado em apenas 2,63% o que acarreta uma perda de desempenho, já que os índices IAE e IE são piores que os dos controladores IMC e SIMC.



(a)



(b)

Figura 4.30: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,4s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

**Exemplo 6**

Para um processo com função de transferência:

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}. \tag{4.66}$$

Aplicando o procedimento para  $n = 3$ , as frequências calculadas são:

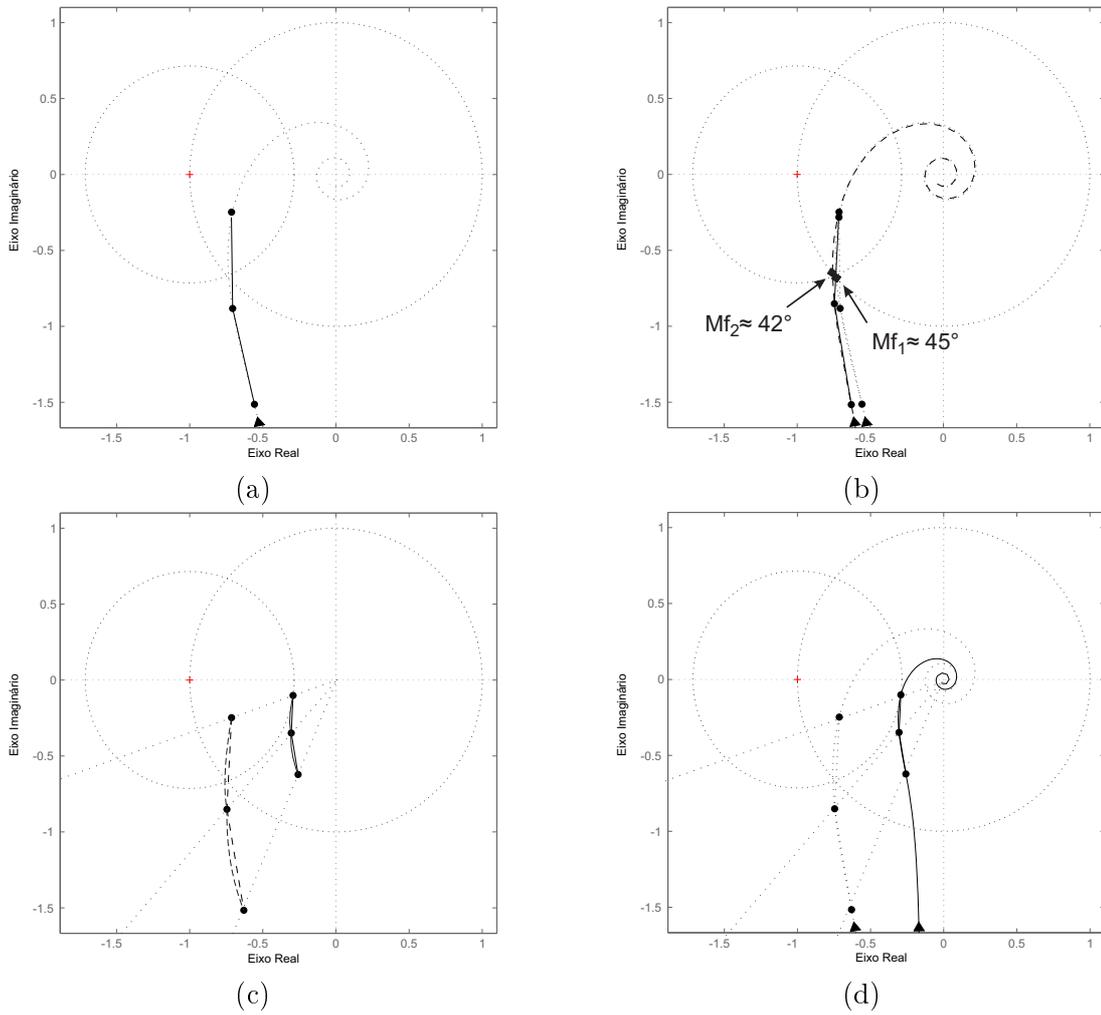


Figura 4.31: Diagramas de Nyquist do ganho de malha  $L$  com o controlador PID  $C_{IMC_{PID}}(s)$  para (a)  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  e os três pontos em frequência identificados, (b) Parametrizado com  $\alpha = 0,9520$ , (c) interpolação por spline e efeito da parametrização com  $\beta$ , (d) resultado com o controlador final.

$$\omega_{180^\circ} = \omega_1 \Rightarrow \omega_1 = 1,3157 \text{ rad/s},$$

$$\omega_{90^\circ} = \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 0,5444 \text{ rad/s} \text{ e}$$

$$\omega_{p1} = \omega_3 \Rightarrow \omega_3 = 0,8463 \text{ rad/s}$$

Com pontos estimados em cada frequência:

Tabela 4.11: Resultados Finais para  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  com o controlador PID para uma especificação de  $M_s = 1,4$ 

	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$s_m$ real	$M_s$ erro %	IAE	IE
Proposto	0,7962	2,5306	0,5058	1,4041	0,29	3,1704	3,1704
IMC	1,9405	2,6582	0,5313	2,8485	103,47	1,3722	1,3654
SIMC	1,2122	2,6582	0,5313	1,7284	23,45	2,1888	2,1888

$$G(0) = 0,9961$$

$$\hat{G}_{180^\circ} = G_1 \Rightarrow G_1 = -0,3659 + j0,0058,$$

$$\hat{G}_{90^\circ} = G_2 \Rightarrow G_2 = 0,0226 - j0,7710,$$

$$\hat{G}_{p1} = G_3 \Rightarrow G_3 = -0,3664 - j0,4530,$$

A função de transferência do modelo obtido é:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{0,9961}{1 + 1,9244s} e^{-1,4677s}$$

### Controlador PID

Os passos da parametrização do controlador podem ser observados nas Figuras 4.31a, 4.31b, 4.31c e 4.31d. Para um  $M_s = 1,4$ , calcula-se  $\alpha = 0,9520$  e  $\beta = 2,4371$ . Os parâmetros finais dos controladores estão dispostos na Tabela 4.11. Note que, novamente, a especificação é robusta para o  $M_s$ , mas a curva do sistema com o controlador sintonizado pelo método proposto viola em apenas 0,29%, enquanto que o IMC e SIMC estão muito acima. Note que para o processo com atraso, o método base apresenta agressividade com  $M_s$  superior a 2,8, o que não é recomendado pela literatura. A resposta ao degrau e ação de controle para os três controladores são apresentadas nas Figuras 4.32a e 4.32b.

## 4.7 Resultados Experimentais

Nesta seção, o intuito é demonstrar os procedimentos descritos anteriormente numa aplicação em um processo em escala laboratorial. O processo utilizado tem características

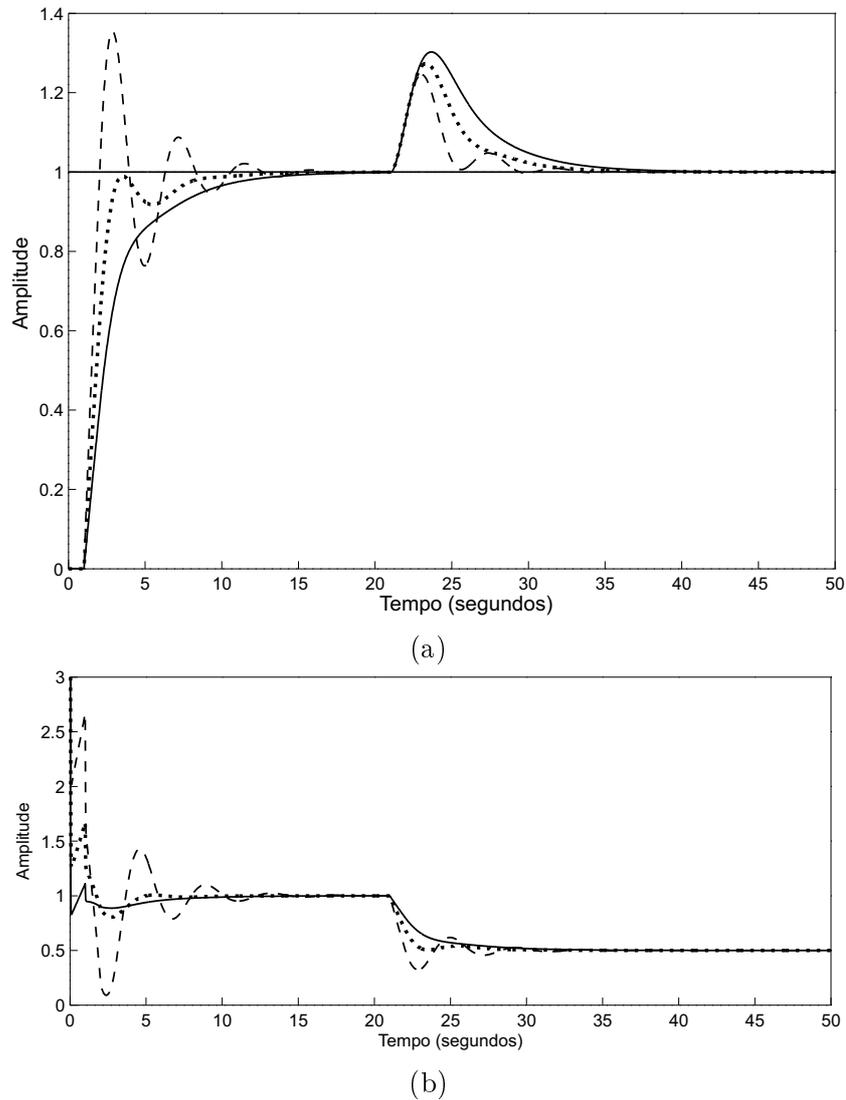


Figura 4.32: Resposta temporal para o processo  $G(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$  com o controlador PI Proposto, IMC e SIMC, em que: (a) variável do processo, (b) ação de controle.

semelhantes àquele descrito na seção 3.9 do capítulo 3, porém, é outro sistema com algumas diferenças. O processo consiste em dois módulos Peltier acoplados por meio de uma peça cilíndrica de alumínio, dois sensores de temperatura do tipo LM35, atuadores PWM, dois ventiladores, dois trocadores de calor e um microcontrolador para aquisição dos dados. Novamente, somente um módulo é utilizado. Porém, de forma diferente do experimento anterior, o segundo módulo é utilizado para realizar perturbações constantes no primeiro módulo durante todo o experimento.

Na configuração inicial do experimento, o processo é mantido com uma entrada constante de 40% da amplitude máxima do PWM. Um relé é ajustado para aplicar oscilações em torno desta diferença com um máximo de 65% e mínimo de 15% da amplitude do

PWM. Na figura Figura 4.33 pode-se verificar os resultados finais para os sinais do experimento baseado no relé aplicado por um tempo total de 750 segundos.

Observe que a primeira e segunda parte do experimento são realizadas com o objetivo de obtenção de  $\omega_{180^\circ} = 0,3696 \text{ rad/s}$  e  $\omega_{90^\circ} = 0,0616 \text{ rad/s}$ . O terceiro sinal injetado oscila com uma frequência de  $\omega_{p1} = 0,1766 \text{ rad/s}$ . Aplicando a DFT em cada parte do experimento, os pontos em frequência estimados são:  $\hat{G}_{180^\circ} = -0,0152 - j0,0005$ ,  $\hat{G}_{90^\circ} = 0,0015 - j0,1347$  e  $\hat{G}_{p1} = -0,0243 - j0,0294$ . Com a aplicação do último pulso de sinal aplicando a DFT no sinal completo, pode-se obter  $G(0) = 0,9918$ .

A partir da informação obtida com  $\omega_{180^\circ}$ , o modelo FOPTD pode ser obtido:

$$\hat{G}_{180^\circ}(s) = \frac{0,9918}{1 + 176,5690s} e^{-4,1962s}$$

Os seguintes parâmetros podem ser calculados utilizando o SIMC em seu modo mais agressivo:

$$\begin{aligned} K_{pSIMC} &= 21,2132, \\ T_{iSIMC} &= 176,5690 \text{ segundos.} \end{aligned}$$

Note que os pontos estimados do ganho de malha com o controlador SIMC são interpolados de forma linear e os resultados expostos na Figura 4.34a.

A primeira estimativa da margem de fase é aproximadamente  $Mf_1 = 60^\circ$ . Para uma especificação de  $M_s = 1,2$ , os procedimentos descritos para o cálculo do parâmetro  $\alpha$  podem ser introduzidos para obtenção de  $Mf_2 = 50,2^\circ$  e  $\alpha = 0,2410$ . Agora, as informações são suficientes para aplicação da interpolação por *spline* cúbica e cálculo do

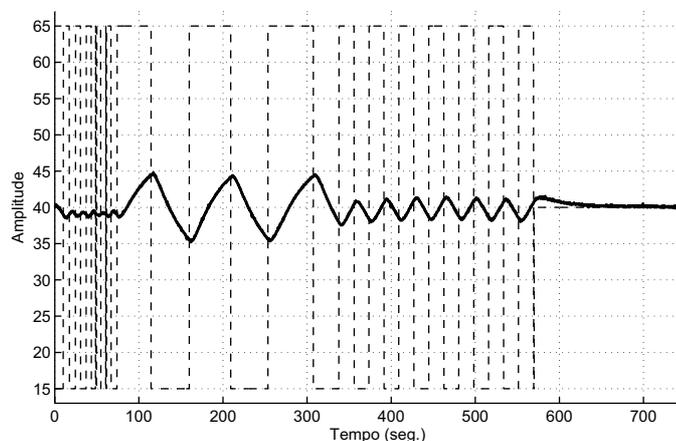


Figura 4.33: Experimento do relé para o processo.

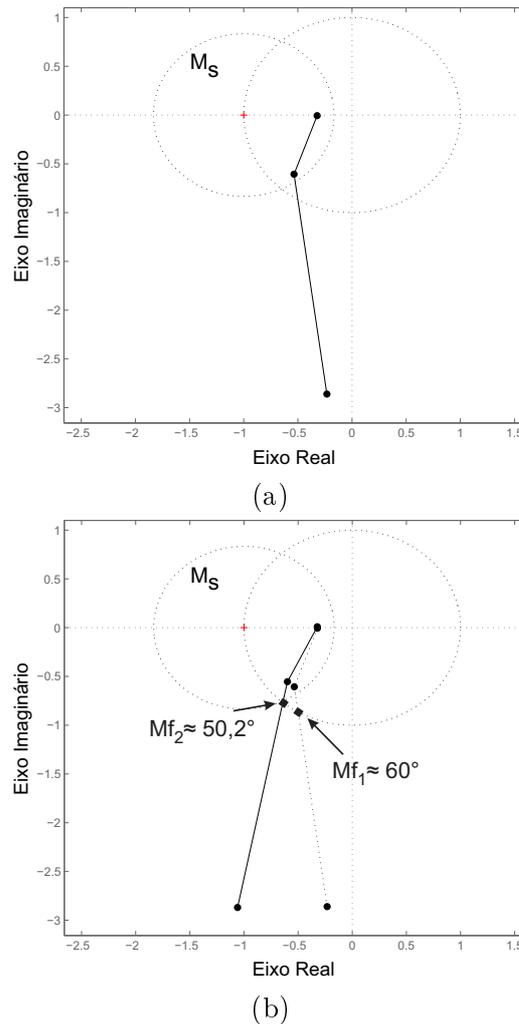


Figura 4.34: Diagrama para o processo com o controlador PI pelo método proposto (a) pontos em frequência estimados (b) parametrização com  $\alpha = 0,2410$ .

parâmetro  $\beta$ . A curva interpolada é demonstrada na Figura 4.35 e os pontos estimados  $P'_{sm} = -0,4776 - j0,2733$  e  $P''_{sm} = -0,1725 - j0,0987$  dão o cálculo de  $\beta = 2,7680$ . Os parâmetros finais do controlador são:

$$K_p = 7,6638 \quad ,$$

$$T_i = 42,5531 \quad \text{segundos} \quad ,$$

Em termos da resposta em frequência, observe que as curvas interpoladas demonstradas nas figuras 4.34a e 4.34b encontram-se dentro do círculo  $M_s$  com o controlador SIMC. O método proposto atinge o objetivo de tangenciar essas curvas com a especificação de  $M_s = 1,2$ . A resposta temporal às mudanças de *set-point* e aos distúrbios aplicado

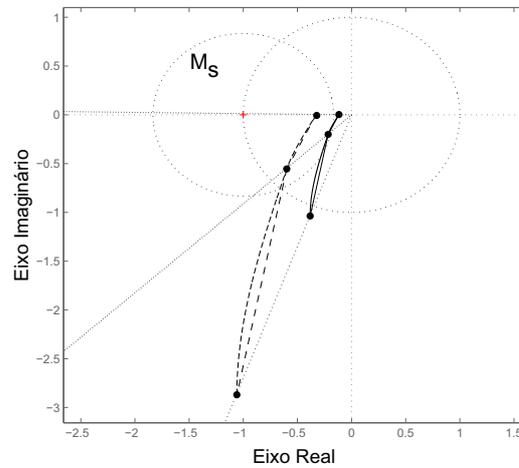


Figura 4.35: Diagrama com os resultados finais para o experimento proposto.

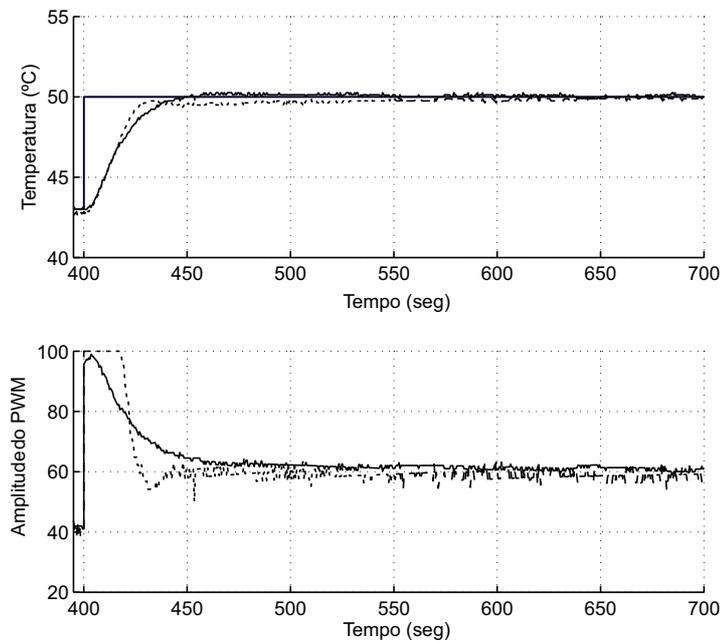


Figura 4.36: Resposta à mudança de *set-point* e distúrbios aplicados ao processo com  $M_s = 1, 2$  utilizando o controlador PI: método proposto (linha sólida), SIMC (linha pontilhada).

pelos segundo módulo do processo podem ser observadas na Figura 4.36. Nesta figura, estão demonstradas a variável do processo (Temperatura - °C) e a variável manipulada (amplitude do PWM).

A suavização da ação de controle é observada nitidamente nos resultados experimentais demonstrados da Figura 4.36. Observe que, para a variável do processo, os controladores apresentam características bem parecidas nos índices de tempo de subida, estabilização e *overshoot*. Porém, para o esforço de controle, a variável manipulada satura quando se aplica o método SIMC. A escolha do  $M_s = 1, 2$  se deu porque o sistema é muito sensível às perturbações e pelas restrições impostas na ação de controle para não haver saturação.

Observe que, com o método proposto, essa característica não é observada e os objetivos de controle são alcançados.

## 4.8 Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma nova abordagem para sintonia de controladores PI e PID baseada num procedimento iterativo para parametrização da função de transferência dos controladores PI/PID. Um procedimento experimental foi proposto para estimar pontos em frequência e, com a parametrização proposta, é possível interpolá-los no plano complexo e movimentar a curva de Nyquist da função de transferência do ganho de malha para se garantir a especificação desejada.

Nota-se que, apesar de utilizar o IMC e o SIMC como técnicas base, o procedimento apresentado aqui é geral e qualquer método de sintonia, desde os empíricos quanto os teóricos baseados em outros critérios de especificação, podem ser utilizados e ter aspectos de robustez melhorados com a técnica apresentada neste capítulo.

Na maioria das simulações apresentadas, a técnica do SIMC demonstrou uma proximidade muito grande à proposta quando é utilizada uma especificação de  $M_s = 1,8$ , apresentando erro pequeno se comparado à margem de estabilidade real do sistema. Por ser uma técnica analítica muito simples e apresentar excelentes aspectos de desempenho e robustez, não é por acaso que é considerada uma das melhores para sintonia de controladores PI/PID nos dias atuais. Porém, a técnica pode não ser adequada se for atribuída uma especificação mais robusta  $M_s < 1,8$ , quando os processos são do tipo atraso dominante ou perder desempenho para o caso de uma especificação mais agressiva quando  $M_s > 1,8$ .

Na aplicação prática do método do SIMC verificou-se exatamente que se torna empírica com relação ao  $M_s$  quando são levadas em consideração todas as discrepâncias que podem influenciar nos processos. A necessidade de aplicação de uma técnica de controle mais conservadora vem com o fato das limitações impostas na entrada do sistema. A saturação do PWM ocorre para o SIMC o que não acontece com o método proposto mesmo apresentando características temporais muito parecidas.

Utilizar uma especificação baseada no  $M_s$  traz garantias de robustez e menos esforço de controle quando há variações nos processos como foi observado em todos os exemplos citados ao longo do capítulo e principalmente na aplicação experimental. A utilização como base e comparações com os métodos IMC e SIMC dá mais ênfase à técnica proposta, tendo em vista que estas são duas das mais importantes técnicas utilizadas no meio industrial com garantias e conseguem equilibrar os índices de desempenho e aspectos de

robustez. Porém, como já foi mencionado para as técnicas IMC e SIMC, estes aspectos podem não ficar muito claros dependendo das dinâmicas dos processos e utilizar o procedimento proposto neste capítulo dá a garantia de um diagrama de Nyquist real final muito próximo da especificação ainda preservando as características de desempenho, como pôde ser observado no capítulo.

# Capítulo 5

## Conclusões e Considerações Finais

### 5.1 Introdução

As contribuições desta tese bem como as propostas de trabalhos futuros são apresentadas neste capítulo. Além da introdução, este capítulo está dividido em mais três seções: a próxima seção está dedicada às contribuições; na seção seguinte, às propostas para pesquisas futuras e, na última seção, são apresentadas as conclusões deste trabalho.

### 5.2 Contribuições deste Trabalho

A principais contribuições deste trabalho são listadas a seguir:

#### **Identificação do Modelo de Primeira Ordem Mais Integrador**

No capítulo 3 foi apresentada uma metodologia para identificação do processo por um modelo com integrador simples, utilizando o método matemático dos mínimos quadrados aplicado no domínio da frequência. Apesar de haver uma penalização na fase devido à restrição do modelo como foi discutido no capítulo, este modelo trouxe características para a magnitude no diagrama de Bode na região da frequência de corte, o que torna suficiente para implementação do método original do Ótimo Simétrico. A importância deste mecanismo de identificação está na obtenção de um modelo e implementação de um método simples e robusto que é o Ótimo Simétrico. Este método é utilizado no meio industrial em processos de ordem baixa ou com características integradoras, tais como processos simples de temperatura ou tanques em cascata.

### Melhoria no SO-m

A segunda contribuição está na melhoria do método original do Ótimo Simétrico por meio de uma dupla parametrização que originou o Ótimo Simétrico modificado. Observou-se que para processos com dinâmicas complexas, as restrições do método original podem não ser atingidas, tornando-o inviável pois sua aplicação leva a uma malha fechada instável como pôde-se verificar no capítulo 3. Um método com uma dupla parametrização do controlador PI foi proposto e tornou possível a aplicação para várias classes de processos, inclusive os de ordem elevada como processos de terceira e quarta ordem. A eficiência do método proposto foi exposta em várias simulações e em um processo de temperatura em escala laboratorial.

As primeiras duas contribuições geraram publicações (BARBOSA; ACIOLI JUNIOR; BARROS, 2014) e (BARBOSA; BARROS; ACIOLI JUNIOR, 2014b), sendo a primeira para uma parametrização simples e a segunda para a dupla parametrização com os resultados experimentais.

### Procedimento Experimental para Estimação de Pontos em Frequência e Projeto de Controladores PI e PID Baseado no Critério do $M_s$

A terceira contribuição deste trabalho está no procedimento experimental proposto para estimação de vários pontos em frequência. Com as informações obtidas com o experimento do relé padrão mesclado com o experimento do relé mais o integrador, é possível obter mais informações do sistema nas frequências intermediárias, o que possibilita uma precisão maior do método dependendo da quantidade de pontos. Pôde-se observar que bons resultados já são obtidos com apenas uma frequência intermediária calculada entre a frequência crítica do sistema e a frequência onde a fase é  $-90^\circ$ . Tanto este procedimento experimental como outra contribuição deste trabalho está descrita no capítulo 4 com os primeiros procedimentos publicados em (BARBOSA; BARROS; ACIOLI JUNIOR, 2014a). O IMC é apresentado na literatura atual como um dos mais utilizados no meio industrial devido à simplicidade do método e equilíbrio entre robustez e desempenho. Por conta destas características, este método foi tomado como base para implementação do método final de sintonia. Como o objetivo geral para os métodos propostos neste trabalho é obter o controlador com características robustas baseados no círculo  $M_s$ , este método apresentou-se adequado para comparação. Resultados de simulações para vários processos e experimentais também são apresentados para comprovação da eficácia do método.

### 5.3 Sugestões de Trabalhos Futuros

A implementação de um método de sintonia para o controlador PID utilizando o método do Ótimo Simétrico requer a identificação de um modelo com integrador duplo. A proposta inicial do experimento era utilizar somente as duas informações obtidas na frequência para as fases  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$ , dessa forma, não se tinha parâmetros suficientes para obtenção do modelo. Com a inclusão do procedimento experimental para estimar outros pontos, torna-se viável esta alternativa, sendo os procedimentos de identificação sugeridos no capítulo 3 também adequados para identificação de um modelo com integrador duplo para adequar-se também às regras de sintonia do controlador PID.

Observe que os métodos de sintonia propostos não estão restritos somente ao procedimento experimental indicados no trabalho. Outros procedimentos como inserção de diferentes sinais na entrada do sistema tais como sequências binárias pseudo-aleatórias - PRBS (*Pseudorandom binary sequence*), sequência de pulsos que são exemplos clássicos de sinais para identificação de sistemas podem ser utilizados. Contanto que seja possível estimar a quantidade de pontos de  $\hat{G}$  propostos para os métodos do capítulo 3 e 4, os métodos são perfeitamente aplicáveis.

A identificação de um modelo simples com integrador proposto no capítulo 3 pode facilitar os procedimentos para identificação em malha fechada a partir de experimentos clássicos propostos na literatura para estimação das margens de ganho e fase do sistema. Essa proposta também foi levantada ao longo da pesquisa mas não se chegou a implementação alguma tornando-a passível de implementação em pesquisas futuras.

As técnicas de sintonia para os controladores PI e PID apresentadas no capítulo 3 e 4 não estão restritas às utilizações dos métodos do Ótimo Simétrico e IMC, respectivamente, como técnicas bases. Note que os procedimentos foram propostos de forma a tornar adequada a implementação das duas técnicas, como identificação do modelo de primeira ordem mais integrador para implementação do Ótimo Simétrico e o modelo de primeira ordem com atraso para o caso do IMC. Na literatura são listadas uma vasta quantidade de métodos baseados em modelos de primeira e segunda ordem, obtidos somente a partir do ponto crítico do sistema e até métodos empíricos podem ser ajustados com os procedimentos.

## 5.4 Conclusões

Regras práticas de sintonia para controladores PI e PID foram apresentadas neste trabalho. A partir de uma dupla parametrização dos controladores PI e PID foi possível obter sistemas com características robustas baseadas no critério do  $M_s$ . Ao utilizar um método qualquer como ponto de partida para obtenção de uma malha fechada com características robustas, baseando-se em manipulações simples da curva de Nyquist do sistema pelos pontos estimados na frequência, as técnicas propostas neste trabalho atingem os objetivos. Observou-se que pode-se utilizar procedimentos computacionais simples, já que no processo de iteração estão envolvidas resoluções de equações de primeiro, segundo grau e manipulações geométricas das curvas interpoladas com os pontos estimados.

Para o primeiro método proposto, a escolha do Ótimo Simétrico se deu por ser uma técnica de fácil implementação que utiliza um modelo muito simples que não guarda muitas características relacionadas às dinâmicas do sistema. Viu-se um potencial na técnica pois são poucos os trabalhos na literatura que a referenciam desde a sua primeira implementação. Recentemente alguns autores passaram a investir na técnica como pôde ser observado ao longo do trabalho.

Observou-se que, mesmo para uma técnica já amplamente utilizada no meio industrial devido às suas características de robustez, ainda é possível melhorar o IMC nesse aspecto. A escolha do IMC foi feita porque é a técnica com características robustas mais utilizada atualmente, mas se torna empírica a escolha do parâmetro de ajuste quando se olha para o círculo  $M_s$  e, além disso, apresenta alguns problemas quando o processo tem determinadas características, principalmente os que tem atraso dominante, como se pôde observar no capítulo 4.

A estratégia de controle apresentada neste trabalho abre a possibilidade de ser utilizada em várias classes de processos. Uma manipulação simples das curvas do diagrama de Nyquist por meio de uma dupla parametrização dos controladores dá a garantia de uma malha fechada robusta, como pôde ser observada nos diversos exemplos de simulações e processos experimentais apresentados ao longo desta tese.

# Referências Bibliográficas

ALFARO, V. M.; VILANOVA, R. Model-reference robust tuning of 2DoF PI controllers for first- and second-order plus dead-time controlled processes. *Journal of Process Control*, v. 22, p. 359–374, 2012.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*, v. 20, p. 645–650, 1984.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID Control*. North Carolina: ISA - Instrument Society of America, 2006.

BARBOSA, A. L. S.; ACIOLI JUNIOR, G.; BARROS, P. R. Symmetrical optimum based pi control redesign. In: XX CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA. Belo Horizonte - MG, Brasil, 2014. p. 1143–1149.

BARBOSA, A. L. S.; BARROS, P. R.; ACIOLI JUNIOR, G. Frequency Evaluation and PI Controller Redesign Based on Robustness Specification. In: IECON 2014 - 40TH ANNUAL CONFERENCE OF IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY. Dallas, TX, USA, 2014. p. 169–175.

BARBOSA, A. L. S.; BARROS, P. R.; ACIOLI JUNIOR, G. Identification and PI Controller Redesign in Symmetrical Optimum Based Design. In: 2014 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS (CCA) PART OF 2014 IEEE MULTI-CONFERENCE ON SYSTEMS AND CONTROL. Antibes, France, 2014. p. 421–426.

BARROS, P. R.; ACIOLI JUNIOR, G.; SANTOS, J. B. M. dos. Two-input two-output laboratory-scale temperature system based on peltier modules. In: 17TH IFAC WORLD CONGRESS. Seoul, Korea: International Federation of Automatic Control, 2008. p. 9737–9772.

BARTELS, R. H.; BEATTY, J. C.; BARSKY, B. A. *An Introduction to Splines for Use in Computer Graphics and Geometric Modelling*. San Francisco CA, USA: Morgan Kaufmann, 1998.

CAMPOS, M. C. M. M. de; TEIXEIRA, H. C. G. *Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais*. Brasil: Edgar Blucher, 2010.

CHEN, D.; SEBORG, D. E. PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis and Disturbance Rejection. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 41, n. 19, p. 4807–4822, 2002.

- CHIEN, I.-L.; FRUEHAUF, P. S. Consider IMC Tuning to Improve Controller Performance. *Chem. Eng. Progress*, v. 86, p. 33–41, 1990.
- CHIEN, K. L.; HRONES, J. A.; RESWICK, J. B. On the automatic control of generalized passive systems. *Trans. ASME*, v. 74, p. 175–185, 1952.
- COHEN, G. H.; COON, G. A. Theoretical consideration of retarded control. *Trans. ASME*, v. 75, p. 827–834, 1953.
- DOYLE, J.; FRANCIS, B.; TANNENBAUM, A. *Feedback Control Theory*. [S.l.]: Macmillan Publishing Co., 1990.
- FRUEHAUF, P.; CHIEN, I.; LAURITSEN, M. Simplified IMC-PID tuning rules. *ISA Transactions*, v. 33, p. 43–59, 1994.
- GARCIA, C. E.; MORARI, M. Internal model control. A unifying review and some new results. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, v. 21, n. 2, p. 308–323, 1982.
- GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Optimal PI-Control and Verification of the SIMC Tuning Rule. In: 2ND IFAC CONFERENCE ON ADVANCES IN PID CONTROL. Brescia, Italy: International Federation of Automatic Control, 2012.
- HORN, I. G. et al. Improved Filter Design in Internal Model Control. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 35, p. 3437–3441, 1996.
- HU, L.; LI, X.; TANG, W. Adaptive IMC for variable parameter systems with large deadtimes. *Computer Modelling & New Technologies*, v. 22, p. 359–374, 2012.
- KESSLER, C. Das symmetrische optimum. *Regelungstechnik*, v. 6, p. 395–400 and 432–436, 1958, 1958.
- KHALIL, H. *Nonlinear Systems*. 2. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- LEE, M.; SHAMSUZZOHA, M.; VU, T. N. L. IMC-PID approach: An effective way to get an analytical design of robust PID controller. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS. Seoul, Korea: IEEE, 2008.
- LEVA, A. PID autotuning algorithm based on relay feedback. *IEEE Proceedings-D*, v. 140, n. 5, 1993.
- LIU, T.; GAO, F. New insight into internal model control filter design for load disturbance rejection. *Control Theory & Applications, IET*, v. 4, p. 448–460, 2010.
- LORON, L. Tuning of PID Controllers by the Non-symmetrical Optimum Method. *Automatica*, v. 33, p. 103–107, 1997.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2003.
- PAPADOPOULOS, K. G.; PAPASTENAKI, E. N.; MARGARIS, N. I. Optimal Tuning of PID Controllers for Type-III Control Loops. In: 19TH MEDITERRANEAN CONFERENCE ON CONTROL AND AUTOMATION. Corfu, Greece, 2011.

- PAPADOPOULOS, K. G.; PAPASTENAKI, E. N.; MARGARIS, N. I. Extending the Symmetrical Optimum criterion to the design of PID type-p control loops. *Journal of Process Control*, v. 22, p. 11–25, 2012.
- PREITL, S.; PRECUP, R. An extension of tuning relations after symmetrical optimum method for PI and PID controllers. *Automatica*, v. 35, p. 1731–1736, 1999.
- PREITL, S. et al. Extensions in Symmetrical Optimum Design Method. Advantages, Applications and Perspectives. In: 6TH IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON APPLIED COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND INFORMATICS. Timișoara, Romania, 2011.
- PREITL, S.; PRECUP, R. E. On the Algorithmic Design of a Class of Systems Based on Providing the Symmetry of Open-loop Bode Plots. *Buletinul Stiintific al U.P.Timisoara. Transactions on AC and CS*, v. 41, p. 47–55, 1996.
- PREITL, S.; PRECUP, R. E. PI Controller Design for Speed Control of DC Drives with Variable Moment of Inertia. *Buletinul Stiintific al U.P.Timisoara. Transactions on AC and CS*, v. 42, p. 97–105, 1997.
- PREITL, Z. Improving disturbance rejection by means of a double parameterization of the symmetrical optimum method. *Sc. Bull. of the Politehnica University of Timisoara, Series Automation and Computers*, v. 50(64), p. 25–34, 2005.
- RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. Internal model control. 4. PID Controller Design. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, v. 25, p. 252–265, 1986.
- SANTOS, J. B. M.; BARROS, P. R. Time Domain Identification for First-Order plus Time-Delay Systems using Frequency Domain Information. In: IECON 2011 - 37TH ANNUAL CONFERENCE ON IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY. [S.l.]: IEEE, 2011. p. 775–780.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. *Process Dynamics and Control*. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- SELVIA, J. A. V.; RADHAKRISHNANA, T. K.; SUNDARAMA, S. Model Based IMC Controller for Processes with Dead Time. *Journal of Process Control*, v. 34, p. 463–474, 2006.
- SHAMSUZZOHA, M.; SKOGESTAD, S. The setpoint overshoot method: A simple and fast closed-loop approach for PID tuning. *Journal of Process Control*, v. 20, p. 1220–1234, 2010.
- SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, v. 13, p. 291–309, 2003.
- SKOGESTAD, S. Tuning for Smooth PID Control with Acceptable Disturbance Rejection. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 45, p. 7817–7822, 2006.
- VODA, A. A.; LANDAU, I. D. A Method for the Auto-calibration of PID Controllers. *Automatica*, v. 31, n. 1, p. 41–53, 1995.

VU, T. N. L.; LEE, J.; LEE, M. Design of multi-loop PID controllers based on the generalized IMC-PID method with Mp criterion. *International Journal of Control, Automation and Systems*, v. 5, p. 212–217, 2007.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, v. 64, p. pp. 759–769, 1942.