



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**USO DE SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO EM  
COORDENADAS CARTESIANAS NA DESCRIÇÃO DA  
DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA DE FRUTAS**

**AUTOR: Juarez Everton de Farias Aires**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**Agosto de 2015**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**USO DE SOLUÇÕES NUMÉRICAS DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO EM  
COORDENADAS CARTESIANAS NA DESCRIÇÃO DA  
DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA DE FRUTAS**

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos

**AUTOR: Juarez Everton de Farias Aires**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**

**Campina Grande – PB**

**Agosto – 2015**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

A298u Aires, Juarez Everton de Farias.  
Uso de soluções numéricas da equação de difusão em coordenadas cartesianas na descrição da desidratação osmótica de frutas / Juarez Everton de Farias Aires. – Campina Grande, 2015. 253 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.

"Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva".  
Referências.

1. Simulação Numérica. 2. Desidratação Osmótica. 3. Otimização. 4. Secagem Convectiva. 5. Difusividade. I. Silva, Wilton Pereira da. II. Título.

CDU 664.8.047(043)

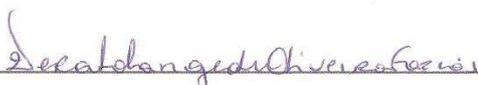
**MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE JUAREZ  
EVERTON DE FARIAS AIRES APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.**

**Tese de Doutorado aprovada com distinção em 28 de agosto de 2015**



---

**Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**  
**UAF/CCT/UFCG – Orientador**



---

**Prof.ª Dr.ª Vera Solange de Oliveira Farias**  
**UAE/CES/UFCG – Examinadora interna**



---

**Prof.ª Dr.ª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva**  
**UAF/CCT/UFCG – Examinadora externa**



---

**Prof. Dr. Fernando Fernandes Vieira**  
**DEQ/CCT/UEPB – Examinador externo**

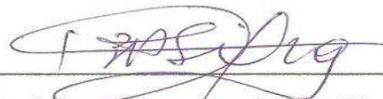


---

**Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde**  
**UAE/CES/UFCG – Examinadora interna**

**Campina Grande, 28 de agosto de 2015**

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Juarez Everton de Farias Aires e aprovada pela banca examinadora em 28 de agosto de 2015.



---

Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva  
UAF/CCT/UFCG – Orientador

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho:

A Deus, fonte de tudo em minha vida, a Quem dou testemunho de Sua imensa graça em minha vida.

Aos meus saudosos pais, Abdias Aires de Queiroz e Teresinha Jesus Farias Aires, sempre presentes em mim, a quem, em última análise, pertence essa conquista.

À “Puinha”, tradução maternal de uma vida dedicada aos filhos que acolheu.

À minha esposa, Kalina Lígia Cavalcante de Almeida Farias Aires, suporte inarredável e abnegado em minha vida e, em particular, nesse período.

Aos meus filhos, Abdias Aires de Queiroz Neto e Mateus Cavalcante de Almeida Farias Aires, expressões de um amor que se prolonga e se renova diariamente.

Aos meus irmãos Hélio José de Queiroz, Maria do Socorro Queiroz Ramos, Fernando Antônio de Farias Aires, Cláudio Manoel de Farias Aires, Luiza Lúcia de Farias Aires Leal, José de Arimatéia de Farias Aires, Teresa Amélia de Farias Aires Nóbrega, Manoel Ribeiro de Queiroz Neto, Luis Eduardo de Farias Aires, Ricardo Jorge de Farias Aires, Abdias Aires de Queiroz Júnior, Márcia Maria de Farias Aires Cabral e Wellington Emerson de Farias Aires, elos de uma teia de amor que me ampara e dá suporte.

Aos meus tios, sobrinhos, primos e família em geral, de quem tanto me orgulho.

## **AGRADECIMENTOS**

À Kalina, pela dedicação e esmero, suportando as inúmeras atividades do cotidiano familiar em meio aos compromissos de seu próprio doutorado.

Aos meus filhos, Abdias e Mateus, que instigam e inspiram o meu presente por serem a expressão de meu futuro.

À minha sogra Edviges Pereira Cavalcante, pelas orações e apoio nesse período.

Aos meus cunhados Carlos César e Silvio Romero, pela torcida e orações.

Ao sobrinho e colega de doutorado Fernando Antônio de Farias Aires Júnior, de quem me orgulho pela convivência nesse curso, e por me ajudar, juntamente com Edviges, a compor meu 'CPPD' emprestando seus computadores e tornando viável a estimativa dos parâmetros de processo por meio da otimização.

À toda minha família, fulcro sólido do meu ser.

Ao meu orientador Wilton Pereira da Silva, por sua orientação segura e presente, aliada a uma dedicação e benevolência que lhe são peculiares. Sinto-me grato pela oportunidade de partilhar de sua sabedoria e inteligência de pesquisador e professor, com toda força e honra que essa palavra resume.

Às professoras Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva e Vera Solange de Oliveira Farias, pela dedicação e generosidade nas valiosas contribuições a esse trabalho.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva, Prof. Dra. Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva, Prof. Dra. Vera Solange de Oliveira Farias, Prof. Dr. Fernando Fernandes Vierira e Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde, pelas valorosas contribuições conferidas a esse trabalho.

À coordenação e ao corpo docente da Pós-graduação em Engenharia de Processo.

A todo corpo administrativo e docente do IFPB e, em particular, aos professores da Coordenação de Matemática pelo apoio no afastamento para a realização desse trabalho.

À professora Joseli Silva pelo empenho e força dispensados para minha liberação para a realização desta pesquisa.

À amiga Célia Maria, pela confiança e “carta de recomendação” que me conferiu.

Ao amigo Aluizio Freire, pelo companheirismo, amizade e histórias compartilhadas no transcurso do doutorado, muitas vezes acompanhadas de uma ‘discreta e silenciosa risada’.

Aos colegas de curso Antônio Nunes, Fabrício, Rúbens, Waldemir, Renan, dentre tantos com quem tive o prazer de conviver e que me emprestaram, literalmente, em muitas situações, seus ouvidos.

À colega Renata Duarte, pela solicitude e apoio nas atividades no Laboratório de Engenharia de Alimentos da UFCG.

À colega Deise Castro pelo pioneirismo e benevolência nos experimentos de desidratação osmótica de goiaba.

À colega Juliana Brito, pelo desprendimento nos experimentos de desidratação osmótica de banana.

Aos professores Nelson Nery e Alfredo Gomes, pela confiança e generosidade em conceder-me os requisitos das cartas de recomendação.

A todos os professores que fizeram parte de minha vida, de quem tomei emprestados tantos exemplos e atitudes que carrego nessa honrosa profissão a que me dedico. Em particular, agradeço ao professor Claudianor Oliveira Alves, meu orientador de mestrado,

pela dedicação e compreensão numa das fases mais difíceis de minha vida, marcada pela dolorosa perda de meu pai e por problemas de saúde na família.

A todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

A Deus de Quem tudo provém e a Quem tudo dedico.

*“A humildade exprime uma das  
raras certezas de que estou certo:  
a de que ninguém é superior a  
ninguém”.*

Paulo Freire

# Sumário

Lista de Figuras .....	XVI
Lista de Tabelas .....	XXVII
Nomenclatura .....	XXXIII
Resumo .....	XXXVI
Abstract .....	XXXVII
Capítulo 1 – Introdução .....	1
1.1. Objetivo Geral.....	3
1.2 .Objetivos específicos.....	3
Capítulo 2 – Revisão bibliográfica. ....	5
2.1. Desidratação osmótica de frutas.....	5
2.1.1. Principais fatores e variáveis referentes à desidratação osmótica.....	5
2.1.1.1. Tipo, concentração, temperatura e agitação do agente desidratante.....	6
2.1.1.2. Razão entre as massas da solução e do produto e manutenção da concentração do meio desidratante.....	7
2.1.1.3. Natureza, tamanho e geometria do produto.....	8
2.1.1.4. Tempo de imersão.....	8
2.1.2. Otimização do processo de desidratação osmótica.....	9
2.1.3. Utilização de tratamentos antes e durante a desidratação osmótica.....	10
2.1.4. Mecanismos da desidratação osmótica e modelagem matemática.....	11
2.1.4.1. Modelos difusivos.....	13
2.2. A Equação de difusão.....	14
2.2.1. Equação de difusão tridimensional em coordenadas retangulares.....	14
2.2.2. Equação de difusão bidimensional em coordenadas retangulares.....	15
2.2.3. Equação de difusão unidimensional em coordenadas retangulares.....	15

2.3. Soluções analíticas para a equação de difusão em coordenadas retangulares.....	16
2.3.1. Condições iniciais.....	17
2.3.2. Condição de contorno do terceiro tipo.....	17
2.3.3. Solução analítica para a equação de difusão unidimensional com condição de contorno do terceiro tipo.....	18
2.3.4. Solução da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do primeiro tipo.....	19
2.3.5. Solução da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do terceiro tipo.....	20
2.4. Uso de soluções analíticas da equação de difusão no estudo da desidratação osmótica.....	22
2.5. Soluções numéricas da equação de difusão.....	23
2.5.1. Método dos volumes finitos.....	24
2.5.2. Formulações.....	25
2.6. Uso de soluções numéricas da equação de difusão no estudo da desidratação osmótica.....	27
2.7. Estimativa dos parâmetros para os modelos difusivos.....	28
2.8. A secagem como processo complementar à desidratação osmótica de frutas.....	31
2.8.1. Mecanismos de secagem e modelos matemáticos.....	32
2.9. Frutas utilizadas nesta pesquisa.....	35
2.9.1. A goiaba.....	35
2.9.1.1. Alguns trabalhos sobre desidratação osmótica de goiaba.....	36
2.9.2. A maçã.....	39
2.9.2.1. Alguns trabalhos sobre desidratação osmótica de maçã.....	42
Capítulo 3 – Material e métodos .....	48
3.1 . Modelagem matemática.....	48
3.1.1 . Solução numérica para a equação de difusão unidimensional.	49
3.1.1.1. Discretização para um volume de controle interno.....	49
3.1.1.2. Discretização para o volume de controle oeste.....	51

3.1.1.3.	Avaliação de $\Gamma^\Phi$ nos pontos nodais e nas interfaces dos volumes de controle.....	54
3.1.1.4.	Valor médio.....	55
3.1.2.	Solução numérica para a equação de difusão bidimensional.....	56
3.1.2.1.	Discretização para um volume de controle interno.....	56
3.1.2.2.	Discretização para um volume de controle ao norte.....	59
3.1.2.3.	Discretização para um volume de controle sudoeste.....	62
3.1.2.4.	Discretização para um volume de controle nordeste.....	63
3.1.2.5.	Valor médio para a solução bidimensional.....	64
3.1.2.6.	Encolhimento.....	65
3.2.	Determinação dos parâmetros de processo.....	66
3.2.1.	Problema direto.....	66
3.2.2.	Problema inverso.....	67
3.2.3.	Função objetivo.....	67
3.2.4.	Interpolação.....	68
3.2.5.	Coefficiente de determinação.....	69
3.2.6.	Algoritmo de otimização.....	70
3.3.	Metodologia experimental.....	75
3.3.1.	Matéria prima.....	76
3.3.2.	Lavagem e sanitização dos frutos.....	78
3.3.3.	Corte.....	78
3.3.4.	Desidratação osmótica.....	79
3.3.4.1.	Equipamentos e instrumentos utilizados.....	79
3.3.4.2.	Metodologia utilizada na desidratação osmótica.....	82
3.3.4.3.	Considerações gerais.....	86
3.3.5.	Secagem convectiva.....	88
3.3.5.1.	Metodologia utilizada na secagem convectiva de maçã	88
3.3.5.2.	Considerações gerais.....	91
3.4.	Programa computacional.....	92
3.4.1	Código para a simulação de processos difusivos.....	93
3.4.1.1	Arquivos gerados ao longo da simulação numérica.....	93
3.4.2	Código para estimativa dos parâmetros de processo.....	94
3.4.2.1.	Arquivos gerados ao final do processo de otimização...	95

Capítulo 4 – Resultados e discussões.....	96
4.1 Validação do programa computacional.....	96
4.1.1. Geometria unidimensional.....	96
4.1.1.1. Validação através de soluções analíticas.....	96
4.1.1.2. Validação através de teste de consistência.....	100
4.1.1.3. Validação através de teste de coerência.....	102
4.1.2 Geometria bidimensional.....	103
4.1.2.1. Validação através de soluções analíticas.....	104
4.1.2.2. Validação através de testes de consistência.....	107
4.1.2.3. Validação através de testes de coerência.....	111
4.1.2.4. Validação através de simetria e avaliação do tempo de execução.....	112
4.2. Validação do otimizador.....	114
4.3. Desidratação osmótica de goiaba.....	120
4.3.1 Resultados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba.....	120
4.3.2 Modelos utilizados na modelagem matemática da desidratação osmótica de goiaba.....	121
4.3.2.1 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões.....	124
4.3.2.2 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões.....	125
4.3.2.3 Comparação entre os modelos 1 e 2.....	127
4.3.2.4 Comparação entre os modelos uni e bidimensionais.....	129
4.4 Desidratação osmótica de maçã.....	133
4.4.1 Resultados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de maçã.....	134
4.4.2 Modelos utilizados na modelagem matemática da desidratação osmótica de maçã.....	136
4.4.2.1 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões.....	137
4.4.2.2 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões.....	143
4.4.2.3 Comparação entre os modelos utilizados.....	160
4.4.2.4 Resultados adicionais e discussões.....	163
4.5 Secagem convectiva de maçã.....	174

4.5.1 Modelos utilizados na modelagem da secagem convectiva de maçã.....	177
4.5.2 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões.....	178
4.5.3 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões.....	181
4.5.4 Comparação entre os modelos 1 e 2.....	192
4.5.5 Resultados adicionais e discussões.....	194
Capítulo 5 – Conclusões e sugestões para trabalhos futuros.....	201
5.1. Conclusões.....	201
5.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	204
Referências .....	206
Apêndice .....	224
A - Dados referentes aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba .....	224
B - Dados referentes aos experimentos de desidratação osmótica de maçã .....	228
C - Dados referente aos experimentos de secagem convectiva de maçã .....	240

## Lista de Figuras

Figura 2.1:	Domínio bidimensional retangular contínuo.....	15
Figura 2.2:	Domínio unidimensional contínuo. ....	16
Figura 2.3:	Interpolação no tempo – Formulações (adaptado de MALISKA, 2004).....	26
Figura 2.4:	Esquema para formulação totalmente implícita (adaptado de MALISKA, 2004).....	26
Figura 3.1:	Domínio unidimensional discretizado com um volume de controle interno destacado.....	49
Figura 3.2:	Domínio unidimensional discretizado com volume de controle oeste destacado.....	52
Figura 3.3:	Esquema para determinação de $\Gamma^\Phi$ na interface.....	54
Figura 3.4:	Domínio bidimensional discretizado exibindo os nove tipos de volumes de controle.....	56
Figura 3.5:	Volume de controle interno de um domínio bidimensional discretizado.....	57
Figura 3.6:	Volume de controle norte de um domínio bidimensional discretizado.....	60
Figura 3.7:	Volume de controle sudoeste de um domínio bidimensional discretizado.....	62
Figura 3.8:	Volume de controle nordeste de um domínio bidimensional discretizado.....	63
Figura 3.9:	Esquema para a interpolação linear de $\Phi$ .....	69
Figura 3.10:	Esquema básico do otimizador.....	71
Figura 3.11:	Fluxograma do algoritmo de otimização.....	74
Figura 3.12:	Diagrama dos procedimentos experimentais.....	76
Figura 3.13:	Goiaba cultivar Paluma usada nos experimentos de desidratação osmótica.....	77
Figura 3.14:	Maçã cultivar Gala utilizada nos experimentos de desidratação osmótica e secagem convectiva.....	77
Figura 3.15:	Corte da goiaba utilizada na desidratação osmótica.....	78
Figura 3.16:	Corte da maçã utilizada na desidratação osmótica.....	79

Figura 3.17:	Paquímetro digital.....	79
Figura 3.18:	Refratômetro.....	80
Figura 3.19:	Termômetro digital.....	80
Figura 3.20:	Dessecador.....	80
Figura 3.21:	Estufa sem circulação de ar.....	81
Figura 3.22:	Estufa de secagem e esterilização.....	81
Figura 3.23:	Balança para medida das massas das soluções.....	82
Figura 3.24:	Balança utilizada para medida das massas das amostras durante a desidratação osmótica.....	82
Figura 3.25:	Parte das cestas com as amostras de (a) goiaba e de (b) maçã submetidas à desidratação osmótica.....	83
Figura 3.26:	Esquema do experimento de desidratação osmótica.....	86
Figura 3.27:	Amostras das frutas submetidas a desidratação osmótica com marcas específicas para acompanhamento do encolhimento no transcurso do processo.....	87
Figura 3.28:	Cestas com as amostras de maçã: (a) <i>in natura</i> e desidratadas a (b) 60 °C e 40 °Brix e a (c) 60 °C 60 °Brix, que foram submetidas a secagem convectiva a 60 °C.....	88
Figura 3.29:	Amostras de maçã marcadas para acompanhamento do encolhimento durante a secagem a 60 °C. Da esquerda para a direita: <i>in natura</i> , 40 °Brix e 60 °C e 60 °Brix e 60 °C.....	89
Figura 3.30:	Estufa utilizada na secagem convectiva das amostras de maçã.....	91
Figura 3.31:	Termo anemômetro.....	92
Figura 4.1:	Superposição entre os gráficos da solução analítica e da solução obtida pelo programa desenvolvido (unidimensional) – condição de contorno do terceiro tipo.....	98
Figura 4.2:	Superposição dos gráficos da solução analítica e da solução obtida pelo programa desenvolvido (unidimensional) – condição de contorno do primeiro tipo.....	100
Figura 4.3:	Superposição das evoluções no tempo do teor de água nos volumes de controle leste e oeste da malha unidimensional.....	102
Figura 4.4:	Evolução no tempo de teores de água em volumes de controle posicionados do centro à fronteira do domínio unidimensional.....	102

Figura 4.5:	Perfis de teor de água ao longo da espessura do domínio unidimensional nos instantes (a) 17,5 s e (b) 40 s.....	103
Figura 4.6:	Superposição dos gráficos da solução analítica e da obtida pelo programa (bidimensional) desenvolvido – condição de contorno do terceiro tipo.....	105
Figura 4.7:	Superposição dos gráficos da solução analítica e da obtida pelo programa (bidimensional) desenvolvido – condição de contorno do primeiro tipo.....	106
Figura 4.8:	Malha utilizada para o teste de consistência.....	107
Figura 4.9:	Superposição das evoluções no tempo dos teores de água nos volumes de controle noroeste, nordeste, sudoeste e sudeste da malha bidimensional.....	108
Figura 4.10:	Superposição das evoluções no tempo dos teores de água em volumes de controles norte e sul simetricamente dispostos.....	109
Figura 4.11:	Superposição das evoluções no tempo dos teores de água em volumes de controle oeste e leste, simetricamente dispostos.....	110
Figura 4.12:	Evoluções no tempo dos teores de água para volumes de controle dispostos do centro à superfície.....	111
Figura 4.13:	Quarta parte da malha bidimensional utilizada para o teste de simetria.....	112
Figura 4.14:	Superposição das cinéticas de teores de água médios usando o domínio inteiro e a simetria (1/4 do domínio).....	113
Figura 4.15:	Superposição entre os ‘dados experimentais’ e simulados a partir dos parâmetros de processos obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica unidimensional.....	116
Figura 4.16:	Superposição dos resultados simulados a partir dos parâmetros de processo estimados pelo otimizador e dos ‘pontos experimentais’ da Tabela 4.15.....	119
Figura 4.17:	Dados experimentais das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose obtidas no experimento 1 (40 °Brix 30 °C) de desidratação osmótica de goiaba.....	120

Figura 4.18:	Dados experimentais das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose obtidas no experimento 2 (50 °Brix 40 °C) de desidratação osmótica de goiaba.....	121
Figura 4.19:	Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C obtidas usando o modelo 1.....	124
Figura 4.20:	Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C obtidas usando o modelo 1.....	125
Figura 4.21:	Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C obtidas usando o modelo 2.....	126
Figura 4.22:	Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C, obtidas usando o modelo 2.....	127
Figura 4.23:	Superposição entre as cinéticas de desidratação osmótica de goiaba referentes ao experimento 1, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	128
Figura 4.24:	Superposição entre as cinéticas de desidratação osmótica de goiaba referentes ao experimento 2, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	128
Figura 4.25:	Distribuições de água 120 minutos após o início do experimento 1 (40 °Brix 30 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional .....	130
Figura 4.26:	Distribuições de água 120 minutos após o início do experimento 2 (50 °Brix 40 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.....	130
Figura 4.27:	Distribuições de sacarose 120 minutos após o início do experimento 1 (40 °Brix 30 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.....	131

Figura 4.28:	Distribuições de sacarose 120 minutos após o início do experimento 2 (50 °Brix 40 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.....	131
Figura 4.29:	Difusividades efetivas de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais de quantidade de água e de ganho de sacarose, respectivamente, referentes ao experimento 1 (40 °Brix 30°C).....	132
Figura 4.30:	Difusividades efetivas de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais de quantidade de água e de ganho de sacarose, respectivamente, referentes ao experimento 2 (50 °Brix 40°C).....	133
Figura 4.31:	Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °C 40 °Brix .....	134
Figura 4.32:	Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °C 60 °Brix .....	135
Figura 4.33:	Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica a 60 °C 40 °Brix.....	135
Figura 4.34:	Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica a 60 °C 60 °Brix.....	136
Figura 4.35:	Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 1.....	139
Figura 4.36:	Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 1.....	139
Figura 4.37:	Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 1.....	140
Figura 4.38:	Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 1.....	140

Figura 4.39:	Ajuste linear dos valores adimensionais $L_x^*$ e $L_y^*$ em função (a) da quantidade de água e (b) do ganho de sacarose.....	144
Figura 4.40:	Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix e 40 °C simuladas usando o modelo 2.....	153
Figura 4.41:	Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 2.....	153
Figura 4.42:	Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 2.....	154
Figura 4.43:	Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 2.....	154
Figura 4.44:	Difusividades efetivas de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais da quantidade de água e do ganho de sacarose obtidas para o modelo 2.....	155
Figura 4.45:	Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais da quantidade de água e do ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C)...	156
Figura 4.46:	Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C)...	157
Figura 4.47:	Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C)...	157
Figura 4.48:	Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C)...	158
Figura 4.49:	Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com solução na temperatura de 40 °C.....	159

Figura 4.50:	Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã na temperatura de 60 °C.....	159
Figura 4.51:	Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com concentração de 40 °Brix.....	159
Figura 4.52:	Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com concentração de 60 °Brix.....	160
Figura 4.53:	Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 1, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	160
Figura 4.54:	Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 2, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	161
Figura 4.55:	Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 3, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	161
Figura 4.56:	Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 4, obtidas pelos modelos 1 e 2.....	162
Figura 4.57:	Malha utilizada para a obtenção das distribuições de água e de sacarose nas amostras de maçã.....	163
Figura 4.58:	Distribuição de quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 1 (40 °Brix 40 °C).....	164
Figura 4.59:	Evolução no tempo da quantidade de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).....	165
Figura 4.60:	Distribuição de ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 1 (40 °Brix 40 °C).....	166

Figura 4.61:	Evolução no tempo dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).....	166
Figura 4.62:	Distribuição da quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 2 (60 °Brix 40 °C).....	167
Figura 4.63:	Evolução no tempo das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C).....	167
Figura 4.64:	Distribuição do ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 2 (60 °Brix 40 °C).....	168
Figura 4.65:	Evoluções no tempo do ganho de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C).....	168
Figura 4.66:	Distribuição da quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 3 (40 °Brix 60 °C).....	169
Figura 4.67:	Evoluções no tempo das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C).....	169
Figura 4.68:	Distribuição do ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 3 (40 °Brix 60 °C).....	170
Figura 4.69:	Evoluções dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C).....	170
Figura 4.70:	Distribuição da quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 4 (60 °Brix 60 °C).....	171
Figura 4.71:	Evolução das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).....	171

Figura 4.72:	Distribuição do ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 4 (60 °Brix 60 °C).....	172
Figura 4.73:	Evolução no tempo dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).....	172
Figura 4.74:	Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose e das respectivas taxas de variação, relativas ao experimento 1.....	173
Figura 4.75:	Cinéticas de secagem a 40 °C referentes às amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix e (b) 40 °C 60 °Brix.....	175
Figura 4.76:	Cinética de secagem das amostras <i>in natura</i> submetidas à secagem a 40 °C.....	176
Figura 4.77:	Cinética de secagem a 60 °C referentes às amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix e (b) 60 °C 60 °Brix.....	176
Figura 4.78:	Cinética da amostra <i>in natura</i> submetidas à secagem a 60 °C.....	177
Figura 4.79:	Cinética de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 1.....	179
Figura 4.80:	Cinética de secagem a 40 °C das amostras <i>in natura</i> obtida usando-se o modelo 1.....	180
Figura 4.81:	Cinéticas de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix, obtidas usando o modelo 1.....	180
Figura 4.82:	Cinética de secagem a 60 °C das amostras <i>in natura</i> usando-se o modelo 1.....	181
Figura 4.83:	Ajuste linear dos valores adimensionais $L_x^*$ e $L_y^*$ em função do teor de água adimensional médio, $\bar{X}^*$ , relativo aos experimentos de secagem.....	182

Figura 4.84:	Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 40 °C para as amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix, (b) 40 °C 60 °Brix.	188
Figura 4.85:	Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 40 °C das amostras <i>in natura</i> .....	188
Figura 4.86:	Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 60 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix, (b) 60 °C 60 °Brix.....	189
Figura 4.87:	Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 60 °C das amostras <i>in natura</i> .....	189
Figura 4.88:	Cinética de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 2.....	190
Figura 4.89:	Cinética de secagem a 40 °C das amostras <i>in natura</i> obtida usando-se o modelo 2.....	190
Figura 4.90:	Cinética de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 2.....	191
Figura 4.91:	Cinética de secagem a 60 °C das amostras <i>in natura</i> obtida usando-se o modelo 2.....	191
Figura 4.92:	Superposição entre as cinéticas de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix e (b) 40 °C 60 °Brix, obtidas usando-se os modelos 1 e 2.....	192
Figura 4.93:	Superposição entre as cinéticas de secagem a 40 °C das amostras <i>in natura</i> usando-se os modelos 1 e 2.....	193

Figura 4.94:	Superposição entre as cinéticas de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix e (b) 60 °C 60 °Brix, obtidas usando-se os modelos 1 e 2.....	193
Figura 4.95:	Superpoisição entre as cinéticas de secagem a 60 °C das amostras <i>in natura</i> usando-se os modelos 1 e 2.....	194
Figura 4.96:	Superposições das cinéticas de secagem das amostras de maçã osmodesidratadas e <i>in natura</i> , paras as temperaturas de secagem de (a) 40 °C e (b) 60 °C.....	195
Figura 4.97:	Distribuição de teor de água após uma hora do início do experimento de secagem a 40 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix (b) 60 °Brix e (c) <i>in natura</i> .....	196
Figura 4.98:	Evolução no tempo dos teores de água nos volumes de controle (a) sudoeste e (b) central das amostras submetidas à secagem convectiva a 40 °C.....	197
Figura 4.99:	Distribuição de teor de água após quatro horas do início do experimento de secagem a 40 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix, (b) 60 °Brix e (c) <i>in natura</i> .....	197
Figura 4.100:	Distribuição de teor de água após quatro horas do início do experimento de secagem a 60 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix, (b) 60 °Brix e (c) <i>in natura</i> .....	198
Figura 4.101:	Evolução dos teores de água após quatro horas do início da secagem convectiva a 60 °C nos volumes de controle (a) VC(1,1) e (b) VC(33,17).....	199

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1:	Composição de 100 g de goiaba branca e vermelha.....	36
Tabela 2.2:	Composição de 100 g das maçãs Fuji e Argentina.....	40
Tabela 2.3:	Composição média de minerais em maçãs Fuji e Gala.....	41
Tabela 2.4:	Produção brasileira e mundial de maçã de 2008 a 2013.....	41
Tabela 3.1:	Expressões para $\Gamma^\Phi$ em função de $\Phi$ .....	75
Tabela 4.1:	Dados de placas de cerâmica vermelha utilizados para a simulação da secagem convectiva.....	97
Tabela 4.2:	Valores específicos do teor de água médio nas placas de argila obtidos através das soluções analítica e numérica unidimensionais com condição de contorno do terceiro tipo.....	98
Tabela 4.3:	Valores específicos do teor de água médio nas placas de argila obtidos através da solução analítica e da solução numérica unidimensionais com condição de contorno do primeiro tipo.....	99
Tabela 4.4:	Dados utilizados para o teste de consistência.....	100
Tabela 4.5:	Teores de água adimensionais nos volumes de controle oeste e leste da malha unidimensional.....	101
Tabela 4.6:	Valores específicos do teor de água nas placas de argila obtidos através das soluções analítica e numérica bidimensionais com condição de contorno do terceiro tipo.....	104
Tabela 4.7:	Valores específicos de teores de água médios obtidos a partir das soluções analítica e numérica.....	106
Tabela 4.8:	Teores de água nos volumes de controle correspondentes ao cantos da malha bidimensional.....	108
Tabela 4.9:	Teores de água nos volumes de controle sul, VC(17,1) e norte, VC(17,33) simetricamente posicionados.....	109
Tabela 4.10:	Teores de água nos volumes de controle oeste, VC(1,17) e leste, VC(33,17) simetricamente posicionados.....	110
Tabela 4.11:	Teores de água médios obtidos usando-se o domínio inteiro e um quarto do mesmo.....	113

Tabela 4.12:	Dados utilizados para a obtenção dos ‘dados experimentais’ usados na validação do otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão unidimensional.....	115
Tabela 4.13:	‘Pontos experimentais’ utilizados na validação do otimizador acoplado a solução numérica da equação de difusão unidimensional.	115
Tabela 4.14:	Parâmetros de processo obtidos através do otimizador acoplado à solução da equação de difusão unidimensional.....	116
Tabela 4.15:	‘Pontos experimentais’ utilizados na validação do otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional...	117
Tabela 4.16:	Resultados para a difusividade efetiva de massa obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional.....	118
Tabela 4.17:	Resultados para o coeficiente de transferência convectiva de massa obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional.....	118
Tabela 4.18:	Dados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba.....	120
Tabela 4.19:	Parâmetros de processo relativos ao modelo unidimensional $U_1$ .....	122
Tabela 4.20:	Parâmetros de processo relativos ao modelo unidimensional $U_2$ .....	123
Tabela 4.21:	Parâmetros de processo relativos ao modelo bidimensional 1.....	124
Tabela 4.22:	Parâmetros de processo relativos ao modelo bidimensional 2.....	126
Tabela 4.23:	Dados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de maçã.....	134
Tabela 4.24:	Parâmetros de processo relativos à água para o modelo 1.....	138
Tabela 4.25:	Parâmetros de processo relativos à sacarose para o modelo 1.....	138
Tabela 4.26:	Valores dos parâmetros de ajuste do modelo linear aos adimensionais $L_x^*$ e $L_y^*$ em função da quantidade de água e do ganho de sacarose médios.....	144
Tabela 4.27:	Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função da quantidade de água média nas amostras.....	145
Tabela 4.28:	Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do ganho de sacarose médio.....	146

Tabela 4.29:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 1 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.....	147
Tabela 4.30:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 2 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.....	148
Tabela 4.31:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 3 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.....	148
Tabela 4.32:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 4 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.....	149
Tabela 4.33:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 1 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.....	150
Tabela 4.34:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 2 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.....	150
Tabela 4.35:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 3 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.....	151
Tabela 4.36:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 4 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.....	151
Tabela 4.37:	Parâmetros de processo para o modelo 2 relativos à difusão de água.	152
Tabela 4.38:	Parâmetros de processo para o modelo 2 relativos à difusão de sacarose.....	152
Tabela 4.39:	Dados relativos aos experimentos de secagem convectiva de maçã a 40 °C.....	175
Tabela 4.40:	Dados relativos aos experimentos de secagem convectiva de maçã a 60 °C.....	175
Tabela 4.41:	Parâmetros de processo relativos ao modelo 1 correspondentes à secagem convectiva a temperatura de 40 °C.....	178

Tabela 4.42:	Parâmetros de processo relativos ao modelo 1 correspondentes à secagem convectiva à temperatura de 60 °C.....	178
Tabela 4.43:	Valores dos parâmetros de ajuste do modelo linear aos adimensionais $L_x^*$ e $L_y^*$ em função do teor de água adimensional $\bar{X}^*$ referentes aos experimentos de secagem.....	182
Tabela 4.44:	Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do valor adimensional do teor de água para os experimentos de secagem convectiva a 40 °C.....	183
Tabela 4.45:	Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do valor adimensional do teor de água médio para os experimentos de secagem convectiva a 60 °C.....	183
Tabela 4.46:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos à secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C e 40 °Brix .....	184
Tabela 4.47:	Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos à secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C e 60 °Brix .....	185
Tabela 4.48:	Parâmetros de processo referentes ao modelo 2 correspondentes à secagem convectiva com temperatura de 40 °C.....	186
Tabela 4.49:	Parâmetros de processo referentes ao modelo 2 correspondentes à secagem convectiva com temperatura de 60 °C.....	186
Tabela 4.50:	Valores médios da difusividade efetiva de massa para água obtidos a partir das expressões referentes ao modelo 2.....	186
Tabela 4.51:	Parâmetros de processo obtidos utilizando a geometria unidimensional para a temperatura de secagem de 40 °C.....	187
Tabela 4.52:	Parâmetros de processo obtidos utilizando a geometria unidimensional para a temperatura de secagem de 60 °C.....	187
Tabela A.1:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C.....	224
Tabela A.2:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C.....	225

Tabela A.3:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C.....	226
Tabela A.4:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C.....	227
Tabela A.5:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de goiaba referentes ao experimento 1 (30 °C 40 °Brix).....	228
Tabela A.6:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de goiaba referentes ao experimento 2 (40 °C 50 °Brix).....	229
Tabela B.1:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C.....	228
Tabela B.2:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C.....	229
Tabela B.3:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C.....	230
Tabela B.4:	Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C.....	231
Tabela B.5:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C.....	232
Tabela B.6:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C.....	233
Tabela B.7:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C.....	234
Tabela B.8:	Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C.....	235
Tabela B.9:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 1 (40 °C 40 °Brix).....	236
Tabela B.10:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 2 (40 °C 60 °Brix).....	237
Tabela B.11:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 3 (60 °C 40 °Brix).....	238
Tabela B.12:	Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 4 (60 °C 60 °Brix).....	239

Tabela C.1:	Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 40 °Brix.....	240
Tabela C.2:	Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 60 °Brix.....	241
Tabela C.3:	Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras <i>in natura</i> .....	242
Tabela C.4:	Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 40 °Brix.....	243
Tabela C.5:	Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 60 °Brix.....	244
Tabela C.6:	Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras <i>in natura</i> .....	245
Tabela C.7:	Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 40 °Brix.....	246
Tabela C.8:	Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 60 °Brix.....	247
Tabela C.9:	Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras <i>in natura</i> .....	248
Tabela C.10:	Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 40 °Brix.....	249
Tabela C.11:	Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 60 °Brix.....	250
Tabela C.12:	Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas <i>in natura</i> .....	251

# Nomenclatura

- $A_i^t$  - Amostra índice 'i' relativa ao tempo t.
- $A_P, A_E, A_W, A_N, A_S, B$  – Coeficientes da equação de difusão discretizada.
- $A_m, A_n$  – Coeficientes da solução analítica da equação de difusão.
- $B_m, B_n$  – Coeficientes da solução analítica da equação de difusão (valor médio).
- $Bi$  – Número de Biot para massa.
- $Bi_y$  – Número de Biot para massa relativo à variável de posição y.
- $D_A$  – Difusividade efetiva de massa relativa à água.
- $D_S$  – Difusividade efetiva de massa relativa à sacarose.
- h – Coeficiente de transferência convectiva de massa.
- i, j – Índices para identificação de amostras e da posição de volumes de controle na malha bidimensional.
- $L_x$  – Espessura de um paralelepípedo.
- $L_y$  – Largura de um paralelepípedo.
- $L_z$  – Comprimento de um paralelepípedo
- $L_{x0}$  – Espessura inicial de um paralelepípedo.
- $L_{y0}$  – Largura inicial de um paralelepípedo.
- $L_{z0}$  – Comprimento inicial de um paralelepípedo
- $M(A_i^0)$  – Massa inicial da amostra  $A_i$ .
- $M(A_i^\infty)$  – Massa de equilíbrio da amostra  $A_i$ .
- $M(A_i^t)$  – Massa da amostra  $A_i$ , relativa ao tempo t.
- $M_A(A_i^t)$  – Massa de água da amostra  $A_i$ , relativa ao tempo t.
- $M_A(A_i^\infty)$  – Massa de água no equilíbrio da amostra  $A_i$ .
- $M_S(A_i^t)$  – Massa de sacarose da amostra  $A_i$  relativa ao tempo t.
- $MS(A_i^t)$  – Massa seca da amostra  $A_i$  relativa ao tempo t.
- $\bar{Q}_A(A_i^t)$  – Quantidade de água média da amostra  $A_i$ , no instante t.
- $\bar{G}_S(A_i^t)$  – Ganho de sacarose médio da amostra  $A_i$ , no instante t.
- $Q_A$  valor local da quantidade de água.
- $G_S$  valor local do ganho de sacarose.
- $\bar{X}_0$  – Teor de água inicial em base seca.

$\bar{X}_{eq}$  – Teor de água de equilíbrio em base seca.

$X$  – Valor local do teor de água em base seca.

$\bar{X}(A_i^t)$  – Teor de água da amostra  $A_i$  no tempo  $t$ , em base seca.

$\bar{X}(A_i^\infty)$  – Teor de água da amostra  $A_i$  no equilíbrio, em base seca.

$X^*$  – Valor local do teor de água adimensional.

$\bar{X}^*$  – Teor de água adimensional médio.

$x, y, z$  – variáveis de posição em coordenadas cartesianas.

$t$  – tempo.

$T_p$  – Tempo de duração do processo.

$S$  – termo fonte da equação de difusão.

$V$  – Volume.

$V_{ij}$  – Volume do volume de controle ‘ $i, j$ ’.

$\nabla$  – operador nabla.

$\Phi$  – Grandeza de interesse na equação de difusão.

$\bar{\Phi}$  – Valor médio da grandeza de interesse.

$\Phi_0$  – Valor inicial de  $\Phi$ .

$\Phi_\infty$  – Valor de equilíbrio de  $\Phi$ .

$\Phi_{\infty e}$  – Valor de equilíbrio da grandeza  $\Phi$  no contorno leste.

$\Phi_{\infty w}$  – Valor de equilíbrio da grandeza  $\Phi$  no contorno oeste.

$\Phi_{\infty n}$  – Valor de equilíbrio da grandeza  $\Phi$  no contorno norte.

$\Phi_{\infty s}$  – Valor de equilíbrio da grandeza  $\Phi$  no contorno sul.

$\phi_e''$  – Fluxo da grandeza  $\Phi$  no contorno leste.

$\phi_w''$  – Fluxo da grandeza  $\Phi$  no contorno oeste.

$\phi_n''$  – Fluxo da grandeza  $\Phi$  no contorno norte.

$\phi_s''$  – Fluxo da grandeza  $\Phi$  no contorno sul.

$\Gamma^\Phi$  – Coeficiente de transporte relativo à variável  $\Phi$ .

$\lambda$  – Coeficiente de transporte.

$\mu_m, \mu_n$  – Raízes da equação característica relativa à solução analítica da equação de difusão.

$\frac{1}{\sigma_i^2}$  – peso estatístico do ponto experimental de índice ‘ $i$ ’.

## **Sobrescritos**

0 – instante de tempo anterior.

$\theta$  – instante de tempo intermediário.

1 – instante de tempo atual.

## **Subscritos**

P, E, W, N, S – Nó ‘P’ do volume de controle e de seus respectivos volumes de controles vizinhos a leste, a oeste, a norte e a sul.

e, w, n, s – fronteiras leste, oeste, norte e sul de um volume de controle, respectivamente.

## Resumo

O principal objetivo deste trabalho consiste no estudo da desidratação osmótica, em soluções de sacarose, de goiaba e de maçã, e da secagem convectiva complementar de maçã, com ênfase na modelagem matemática. As cinéticas características do processo de desidratação osmótica e da secagem convectiva são descritas por meio de dois tipos de modelos matemáticos que usam soluções numéricas da equação de difusão uni e bidimensional, em coordenadas cartesianas, com condição de contorno do terceiro tipo: no primeiro consideram-se os parâmetros de processo e as dimensões do produto constantes; no segundo admite-se que essas grandezas são variáveis. As soluções numéricas são obtidas por meio do método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita. A estimativa dos parâmetros de processo, a partir de dados experimentais, é feita por meio de um otimizador baseado no método inverso. Programas computacionais na linguagem FORTRAN foram desenvolvidos para a obtenção das soluções numéricas, assim como para a estimativa dos parâmetros de processo, apresentando-se como ferramentas adequadas para o estudo da desidratação osmótica e da secagem convectiva complementar. Experimentos de desidratação osmótica de goiaba e de maçã, e de secagem convectiva de maçã, sob diversas condições operacionais, foram implementados utilizando metodologias específicas que se mostraram adequadas a seus propósitos. Os resultados das cinéticas de desidratação osmótica e da secagem convectiva complementar, bem como da estimativa de parâmetros relativos às frutas estudadas, mostraram-se condizentes com a literatura. A temperatura e a concentração da solução osmótica, utilizadas nos experimentos, influenciaram de maneira significativa a cinética de captação de sólidos e de quantidade de água, assim como os valores dos parâmetros de processo nos experimentos de desidratação osmótica de maçã, sendo menos significativos nos experimentos de desidratação osmótica de goiaba. Os modelos matemáticos que levaram em conta as variações nos parâmetros de processo, assim como o encolhimento inerente aos processos de desidratação osmótica e de secagem convectiva mostraram-se mais adequados fisicamente, além de apresentarem uma melhora discreta nos indicadores estatísticos. Estudos comparativos atestaram que os modelos unidimensionais utilizados superestimam os parâmetros de processo relativos à desidratação osmótica e à secagem convectiva.

Palavras-chave: Simulação numérica, desidratação osmótica, otimização, secagem convectiva, difusividade.

# Abstract

The main objective of this work is to study osmotic dehydration, using sucrose solutions, of guava and apple, and convective drying of apple with emphasis on mathematical modeling. The process characteristic kinetics of osmotic dehydration and convective drying are described using two types of mathematical models whose numerical solutions are obtained from one and two-dimensional diffusion equation on Cartesian coordinates, with boundary condition of the third kind: in the first, the process parameters and product dimension have been considered constant; in the second, those physical quantities have been regarded as variable. Numerical solutions have been obtained by using the finite volume method with a fully implicit formulation. An estimate of the process parameters, based on experimental data, is implemented by means of an optimizer implemented by the inverse method. Computer programs developed in FORTRAN have been devised to obtain numerical solutions, as well as to estimate the process parameters. These programs have demonstrated to be suitable tools for the study of osmotic dehydration and additional convective drying kinetics. Osmotic dehydration and convective drying experiments under various operating conditions have been implemented by the use of the specific methodologies, which have been appropriated for the purposes for which they have been designed. The results of the kinetics of osmotic dehydration relating to the fruits studied have shown to be consistent with literature, as well as the estimated parameters. The temperature and the concentration used in the experiments of osmotic dehydration and convective drying of apple significantly influenced its kinetics, as well as the values of the process parameters, having been less significant with respect to the osmotic dehydration of guava. The mathematical models which considered variable parameters as well as the shrinkage inherent to osmotic dehydration and convective drying have been physically suitable, besides showing a slight improvement in statistical indicators. Comparative studies revealed that the one-dimensional models overestimate the process parameters of osmotic dehydration and convective drying.

Keywords: Numerical simulation, osmotic dehydration, optimization, convective drying, diffusivity.

## Capítulo 1 - Introdução

Uma das principais causas de perda de produtos agrícolas e, em particular, de frutas, é a alta quantidade de água livre e de constituição presentes no interior desses produtos. Com efeito, um alto teor de água favorece a proliferação de microrganismos e a ação de enzimas que, em última análise, promovem a degradação do produto. Neste sentido, a redução do teor de água em produtos como carnes, frutas e hortaliças, dentre outros, torna-se imprescindível para o aumento de seus tempos de conservação. A secagem apresenta-se como o método mais tradicional para a melhoria da estabilidade dos alimentos, haja vista que diminui consideravelmente a atividade de água do material, reduz a atividade microbológica e minimiza as mudanças físicas e químicas durante a armazenagem (MAYOR e SERENO, 2004). Entretanto, as depreciações de alguns nutrientes dos alimentos, bem como desagradáveis mudanças em suas cores e texturas, incluem-se dentre as desvantagens da secagem com uso de ar quente (TUNDE-AKINTUNDE e OGUNLAKIN, 2011). Um sistema ótimo de secagem deve ser economicamente eficaz, no sentido de reduzir o tempo de secagem e causar o mínimo de danos ao produto (SAGAR e SURESH, 2010). Com efeito, neste processo, o consumo de energia e a qualidade do produto seco são parâmetros críticos. Neste sentido, dependendo do produto a ser secado, sua destinação final e disponibilidade, diversos pré-tratamentos, como branqueamento, sulfitação e desidratação osmótica, dentre outros, têm sido reportados com intuito de reduzir os efeitos indesejáveis da secagem (TUNDE-AKINTUNDE e OGUNLAKIN, 2011).

Neste aspecto, a desidratação osmótica, em geral, é vista como uma alternativa de pré-tratamento, tendo em vista promover uma remoção parcial de água que, na maioria das vezes, é completada por algum tipo de secagem. Apresenta, no entanto, inúmeras vantagens uma vez que promove uma remoção de água concomitante com captação de sólidos, viabilizando o fornecimento de produtos minimamente processados ou ingredientes utilizados na panificação e nas indústrias de sorvetes, dentre outras aplicações. Além disso, tem importância industrial no que toca à eficiência energética, haja vista que não requer mudança de fase da água durante o processo (PANARESE et al., 2012). Consiste em um processo isotérmico de remoção parcial de água de um produto por meio de sua imersão em uma solução hipertônica, tendo como força motriz, para a migração de massa, a maior pressão osmótica do meio hipertônico. Em outros termos, há, na desidratação osmótica, a retirada de

parte da água da célula do produto biológico, de um meio com maior atividade de água para outro com menor atividade de água (YAO e MAGUER, 1996).

Tendo em vista apresentar-se como um processo em um meio biológico, a desidratação osmótica é um fenômeno complexo e dependente de diversos fatores como a composição e concentração dos agentes desidratantes, a temperatura, o tempo de imersão, a presença ou ausência de agitação do meio osmótico, a razão entre amostra e solução, assim como a natureza, o tamanho e a geometria do produto a ser desidratado (CHAVAN e AMAROWICZ, 2012; YADAV e SINGH, 2012).

A desidratação osmótica destina-se a produtos com alto teor de água inicial (FIOREZE, 2004). As frutas, além de apresentarem essa característica, são, em geral, produtos climatérios que se adequam bem a esse processo. Nesse sentido, diversos trabalhos, tendo como precursores Pointing et al. (1966), versam sobre a desidratação osmótica de frutas, a exemplo de kiwi e pera (ARBALLO et al., 2012), pêssego (YADAV et al., 2012), abacaxi (RUIZ-LÓPEZ et al., 2010), banana (MERCALI et al., 2011), goiaba (CORRÊA et al., 2010), maçã (TORTOE et al., 2007), coco (SILVA et al., 2013a), melão (FERRARI et al., 2011), tomate (SOUZA et al., 2007), kiwi (PANARESE et al., 2012), morango (MORENO et al., 2012), figo da Índia (VASCONCELOS et al., 2012), abacaxi (SILVA et al., 2014a), carambola (RUIZ-LOPEZ et al., 2011), dentre outros. Saliente-se, por oportuno, que outros produtos de origem vegetal (TORTOE et al., 2007, SINGH et al., 2008; MANIVANNAN e RAJASIMMAN, 2009) e animal (CORZO e BRACHO, 2008; URIBE et al., 2011; CHABBOUH et al., 2012) também têm sido objeto de estudos no que se refere à desidratação osmótica.

Diante do levantamento bibliográfico feito, percebe-se certa carência, no que se refere ao uso de soluções numéricas da equação de difusão, em coordenadas retangulares, para o estudo do processo de desidratação osmótica de frutas, considerando-se a geometria bidimensional de uma placa plana, na qual se admita a possibilidade de encolhimento, variação da difusividade efetiva de massa, além de uma possível resistência ao fluxo de massa na superfície do produto. Nesse aspecto repousa a principal contribuição deste trabalho que pretende fornecer à comunidade científica e, de resto, à sociedade, um estudo sobre a desidratação osmótica de goiaba e de maçã, em soluções de sacarose, além do processo de secagem convectiva complementar de maçã. A pesquisa delinea-se nos termos do objetivo geral e dos objetivos específicos discriminados na seção seguinte.

## 1.1. Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa concerne ao estudo da desidratação osmótica de frutas (goiaba e maçã) e da secagem convectiva de maçã, com ênfase na modelagem matemática, incluindo a variação dos parâmetros de processo, assim como a consideração do encolhimento, além de uma possível resistência ao fluxo mássico em sua superfície no transcurso do experimento.

## 1.2. Objetivos específicos

Visando o alcance do objetivo geral delineado, visam-se, neste estudo, os seguintes objetivos específicos.

- i) realizar experimentos de desidratação osmótica relativos à goiaba e à maçã, em soluções de sacarose, em diversas condições operacionais;
- ii) implementar experimentos visando uma secagem convectiva complementar de maçã, usando ar quente em temperaturas previamente estipuladas;
- iii) obter correlações matemáticas entre as dimensões do produto estudado e as quantidades de água e de sacarose ao longo dos ensaios de desidratação osmótica;
- iv) obter correlações matemáticas entre as dimensões das amostras e o teor de água médio no decorrer dos experimentos de secagem convectiva;
- v) usar o método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita, para obter soluções numéricas uni e bidimensionais da equação de difusão em coordenadas cartesianas com condição de contorno de terceiro tipo;

- vi) criar um código computacional, na plataforma *Windows*, para simular os processos de desidratação osmótica de goiaba e de maçã e a secagem convectiva complementar de maçã sob diversas condições operacionais;
- vii) desenvolver um código computacional com um otimizador acoplado a soluções numéricas uni e bidimensionais da equação de difusão para a estimativa dos parâmetros de processo, a partir de dados experimentais, usando método inverso;
- viii) prever a distribuição de sacarose e de água no interior dos produtos estudados, durante a desidratação osmótica, e a distribuição de água, no processo de secagem, em instantes previamente estipulados, bem como as suas respectivas cinéticas, utilizando os modelos matemáticos difusivos desenvolvidos.
- ix) interpretar os resultados obtidos nos experimentos, nas simulações e no processo de otimização acerca da adequação e da contribuição desta pesquisa no estudo da desidratação osmótica seguida de secagem convectiva de frutas.

## Capítulo 2 – Revisão bibliográfica

O principal foco desta pesquisa, como mencionado, diz respeito à descrição da desidratação osmótica de frutas, além do processo complementar de secagem convectiva, por meio de soluções numéricas da equação de difusão bidimensional, em coordenadas retangulares, com condição de contorno do terceiro tipo. Buscando precisar o contexto científico em que tal estudo se insere, é feito, nos tópicos a seguir, um levantamento bibliográfico acerca dos fundamentos e das principais variáveis desse processo, assim como sobre a modelagem matemática que se tem empregado para seu estudo em trabalhos científicos.

### 2.1. Desidratação osmótica de frutas

As frutas são fontes consideráveis de nutrientes, sendo fortemente recomendadas nas dietas humanas, devido aos importantes benefícios à saúde. Neste sentido, pesquisas acerca do aprimoramento de técnicas que lhes confirmam maior tempo de prateleira, assim como de novas alternativas de conservação, são abundantes na literatura. Neste contexto, a desidratação osmótica apresenta-se como uma alternativa barata de remoção parcial de água, sobretudo por não demandar mudança de fase da água durante o processo, além de proporcionar, se bem conduzida, uma maior retenção de vitaminas e minerais, cor e sabor da fruta *in natura* (YADAV e SINGH, 2012).

#### 2.1.1. Principais fatores e variáveis referentes à desidratação osmótica

Em consonância com os fluxos de massa característicos da desidratação osmótica, sobretudo os que dizem respeito à saída de água e à penetração de solutos, na maioria dos trabalhos científicos a cinética da desidratação osmótica é descrita principalmente pela análise das variáveis de perda de água, ganho de sólidos e redução de massa no transcurso do experimento. Há, no entanto, inúmeras pesquisas que, além de analisarem os efeitos das condições em que o processo se desenvolve sobre essas variáveis, abordam suas influências em outras, também importantes, como características morfológicas e químicas do produto (GIOVANELLI et al., 2013), encolhimento, porosidade, densidade e forma (MAYOR et al.,

2011), cor (FALADE et al., 2007), textura (BCHIR et al., 2012) e propriedades dielétricas (THERDTHAI e VISALRAKKIJ, 2012), dentre outras.

No que segue são feitos alguns comentários acerca dos principais fatores característicos da desidratação osmótica e de suas influências nas principais variáveis do processo.

#### **2.1.1.1. Tipo, concentração, temperatura e agitação do agente desidratante**

A escolha do agente osmótico deve levar em consideração diversos fatores, como as qualidades organolépticas do produto final, o potencial desidratante, além do custo, dentre outros. Diversos meios osmóticos são utilizados em trabalhos científicos, a exemplo de soluções de sacarose, de glicose, de cloreto de sódio e de açúcar invertido, além do xarope de milho (YADAV e SINGH, 2012), dentre outros. Uma maior massa molecular do soluto favorece a retirada de água por parte do produto e inibe a captação de sólidos. No sentido contrário, uma menor massa molecular promove uma maior incorporação de sólidos, em detrimento de uma menor perda de água (SPIAZZI e MASCHERONI, 1997).

Há vários trabalhos na literatura que discorrem sobre a combinação de agentes desidratantes com o intuito de aproveitar características específicas de solutos, em relação à desidratação osmótica. A adição de cloreto de sódio, por exemplo, a uma solução de sacarose, favorece a retirada de água do produto (MERCALI et al., 2011). Assim, é frequente o uso de soluções ternárias (SOUZA et al., 2007; AMINZADEH et al., 2012; VASCONCELOS et al., 2012), ou com um número maior de componentes (SILVA, K. et al., 2014), dependendo do objetivo do estudo.

A concentração da solução desidratante exerce papel decisivo no processo de desidratação osmótica, por ter influência direta no nível da pressão osmótica do meio. Em geral, a taxa de desidratação é favorecida pelo aumento na concentração da solução (RASTOGI et al., 2002; PEREIRA et al., 2009; VASCONCELOS et al., 2012).

A temperatura em que o processo de desidratação osmótica se desenvolve constitui-se como uma importante variável de processo. De maneira geral, um maior nível de temperatura relaciona-se a uma maior taxa de desidratação (VASCONCELOS et al., 2012) e de captação de sólidos por parte do produto (VIEIRA et al., 2012). Contudo, níveis de temperatura muito acima da temperatura ambiente podem acarretar o amolecimento do tecido

do produto submetido à desidratação (MAVROUDIS et al., 2012).

A presença ou não de agitação tem influência significativa no experimento de desidratação osmótica. Com efeito, durante o processo, há uma diluição local na superfície do produto que influencia a taxa de remoção de água. Uma agitação ou circulação adequada do agente osmótico atenua essa diluição local, promovendo uma conseqüente redução da resistência à transferência de massa na superfície do produto (YADAV e SINGH, 2012). Dessa forma, um maior nível de agitação do meio osmótico, dentro de determinados limites, conduz a uma maior taxa de desidratação (MOREIRA e SERENO, 2003).

#### **2.1.1.2. Razão entre as massas da solução e do produto e manutenção da concentração do meio desidratante**

A proporção entre a massa do produto a ser desidratado e a massa da solução utilizada como meio desidratante tem importância no que diz respeito à manutenção ou atenuação das mudanças nas condições em que o processo se desenvolve. Com efeito, à medida que a desidratação osmótica se processa, a passagem de água do produto para a solução e a incorporação de sólidos advindos da solução para o produto, torna o meio osmótico menos concentrado, mudando as condições em que o mesmo se desenvolve, por reduzir sua força motriz. Diante disso, nos experimentos de desidratação osmótica, procura-se minimizar tais mudanças por meio de algumas alternativas usuais como a utilização de uma alta razão entre as massas da solução e das amostras e a reconcentração da solução desidratante (WARCZOK et al., 2007).

A utilização de uma alta razão entre a massa da solução e das amostras minimiza a variação na concentração da solução, haja vista que faz com que a massa de água que se desloca do produto para a solução seja insignificante quando comparada com a massa da solução. Esse artifício tem importância particular no acompanhamento da cinética de desidratação osmótica, tendo em vista que, normalmente, no decorrer do processo, algumas amostras são retiradas para a determinação do teor de água e da massa seca das amostras em instantes predefinidos (MERCALI et al., 2011). Neste sentido, são comuns os trabalhos que adotam razões entre a massa da solução e das amostras acima de 1:10 (MERCALI et al., 2010; MAVROUDIS et al., 2012; VELICKOVA et al., 2013).

Há que se observar, no entanto, que, do ponto de vista econômico e da

aplicabilidade industrial, uma alta razão de solução para fruto pode representar desperdícios, sobretudo no tempo atual, em que a reciclagem é fomentada, por diversas razões. Dessa forma, algumas pesquisas têm se dirigido no sentido de apresentar alternativas para minorar o desperdício, a exemplo da reutilização da solução (GARCIA-MARTINEZ et al., 2002; PEIRÓ-MENA et al., 2007; MORAGA et al., 2011).

### **2.1.1.3. Natureza, tamanho e geometria do produto**

A desidratação osmótica, como mencionado anteriormente, desenvolve-se em um meio poroso biológico, sendo extremamente dependente da célula e de seu arranjo no tecido celular do material a ser desidratado (MAVROUDIS et al., 1998; PANARESE et al., 2012; OLIVER et al., 2012). De fato, a transferência de massa (ou parte dela) se dá através da membrana das células, que oferece a resistência dominante no processo. O estágio dessa membrana pode variar, de semipermeável, para totalmente permeável, no decurso do processo, com uma significativa mudança na arquitetura do tecido celular (RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004).

No que toca ao tamanho do produto, Rastogi et al. (2002) afirmam que um maior tamanho oferece um maior trajeto para a difusão mássica (água ou sólidos solúveis), e isso resulta em uma desidratação mais lenta. Por outro lado, no que concerne à geometria do produto, os mesmos autores a apontam como importante fator e destacam o trabalho de Lericci et al. (1985), em que diferentes formas de pedaços de maçã foram submetidos à desidratação osmótica e no qual se concluiu que um aumento na perda de massa e ganho de sólidos por parte do produto se deu em proporção com a razão entre a área da superfície e um comprimento característico de cada geometria.

### **2.1.1.4. Tempo de imersão**

No processo de desidratação osmótica, enquanto o produto permanecer imerso na solução desidratante, há captação de sólidos e perda de água por parte da amostra, até que se atinja o equilíbrio. Dessa forma, um maior tempo de imersão do produto no meio osmótico induz a uma maior perda de água e incorporação de sólidos. Contudo, há que se registrar que

a desidratação osmótica é relativamente demorada e as maiores taxas de incorporação de sólidos e perda de água ocorrem nas primeiras horas do experimento (VERMA et al., 2013). Além disso, em geral, a desidratação osmótica é seguida de algum tipo de secagem que também se apresenta como um processo relativamente longo. Nesse sentido, as diversas variáveis independentes relativas ao processo global de desidratação e secagem devem ser manipuladas no sentido de diminuir o tempo total de processamento (SOUZA et al., 2007; AMINZADEH et al., 2012).

### **2.1.2. Otimização do processo de desidratação osmótica**

Os fatores mencionados na seção 2.1.1 não influem na desidratação osmótica de maneira única e isolada. Ao contrário, influenciam o processo de maneira conjunta e complexa. Neste sentido, encontram-se diversos trabalhos na literatura referentes à otimização do processo em função desses e de outros fatores. Há que se ressaltar, no entanto, que um processo ótimo vincula-se, necessariamente, à destinação a que se propõe o produto final. Nesse contexto, os fatores descritos na seção 2.1.1 devem ser manipulados de acordo com o destino final que se almeja para o produto. Assim, por exemplo, na produção de doces, necessita-se de uma boa captação de sólidos, que é favorecida por uma baixa massa molecular do soluto, ao passo que, pensando estritamente na desidratação, uma maior massa molecular do soluto é mais adequada (RASTOGI et al., 2002).

Vários trabalhos discorrem sobre a otimização do processo de desidratação osmótica de frutas em diferentes aspectos (EREN e KAYMAK-ERTEKIN, 2007; MANIVANNAN e RAJASIMMAN, 2009; ALAM et al., 2010; YADAV et al., 2012; AMINZADEH et al., 2012). Vasconcelos et al. (2012) estudaram a desidratação osmótica de figo da Índia em soluções binárias, de sacarose e água e de glicose e água, e ternária de sacarose, sal e água, cujas variáveis independentes foram a temperatura (30 – 50 °C), o tempo de imersão (90 – 240 min) e a concentração (40 – 60 °Brix). As variáveis dependentes foram a perda de água, o ganho de sólidos e o índice de eficiência de desidratação. A otimização se deu no sentido de se ter um maior índice de eficiência de desidratação, com a máxima perda de água e mínima incorporação de sólidos. Segundo os autores a temperatura teve maior influência na perda de água, em três soluções hipertônicas estudadas. A concentração teve uma maior influência no ganho de sólidos em três soluções hipertônicas investigadas e as

melhores condições para o processo de desidratação osmótica foram uma solução de glicose com 40 °Brix, a 40 °C e tempo de imersão de 165 minutos.

Derossi et al. (2015) investigaram a otimização do processo de desidratação osmótica de tomates cereja em soluções de sacarose e sal. As variáveis independentes foram as frações mássicas de sacarose e de sal e o tempo de imersão. Diversos parâmetros de qualidade foram estudados, todavia a atividade de água, o teor de água, a consistência e o índice vermelho foram as únicas variáveis dependentes que apresentaram mudanças significativas. O tempo de imersão e a fração mássica de sacarose tiveram maior influência na redução do teor de água e da atividade de água. No que concerne à consistência e à cor, as frações mássicas de sacarose e de sal apresentaram-se como as variáveis independentes com maior influência. De acordo com os autores, as melhores condições operacionais, considerando-se a qualidade global do produto, se deram para as frações mássicas de sacarose e de sal de 55,62 e 2,45%, respectivamente, e um tempo de imersão de 22 horas.

### **2.1.3. Utilização de tratamentos antes e durante a desidratação osmótica**

A literatura aponta diversos tratamentos aplicados a um produto, antes ou durante o processo de desidratação osmótica com finalidades específicas, a exemplo da aplicação de alta pressão (NUÑEZ-MANCILLA et al., 2013), pulsos elétricos (AMAMI et al., 2007), vácuo (LOMBARD et al., 2008), branqueamento (SILVA, K. et al., 2011) e ultrassom (KEK et al., 2013). No que se refere ao tratamento com ultrassom, acredita-se que tenha duplo efeito na remoção de água e captação de sólidos: cria canais microscópicos no tecido da fruta e facilita a expansão e o escape do gás preso nos poros do tecido, favorecendo seu preenchimento pela solução osmótica, como afirmam Nowacka et al. (2014). Com efeito, esses autores estudaram a maneira como o tratamento com ultrassom modula os efeitos da desidratação osmótica de kiwi, no que diz respeito à sua microestrutura e estado de água. Para tanto, fatias de kiwi, com 10 mm de espessura foram submetidos a ondas de ultrassom com frequência de 35 KHz por 10, 20 e 30 minutos. Em seguida, iniciou-se o processo de desidratação osmótica através da imersão das amostras numa solução de sacarose com concentração de 61,5% (g/g) a 25 °C com tempos de imersão de 0, 10, 20 30, 60 e 120 minutos. A distribuição de água nas estruturas do tecido celular (vacúolo, citoplasma, espaços extracelulares e parede celular) foi investigada por ressonância magnética nuclear no domínio

do tempo (RMN-DT). Paralelamente, as microestruturas das fatias de kiwi foram examinadas usando um microscópio de varredura eletrônica. Foi observada a criação de microcanais e um aumento na área transversal média das células quando as amostras foram tratadas com ultrassom antes da desidratação osmótica. A análise por RMN-DT mostrou uma ligeira redistribuição de água através das subestruturas das células, em função da duração do tratamento por ultrassom aplicado. Os resultados mostraram que o tratamento com ultrassom por mais de 10 minutos tem um efeito positivo na troca de massa provocada pela desidratação osmótica.

Ferrari et al. (2011) investigaram o efeito do tempo de aplicação de pulsos de vácuo e da concentração da solução, na transferência de massa e nas propriedades mecânicas de cubos de melão osmodesidratados. Foram aplicados pulsos de vácuo de 100 mbar por 5, 10 e 15 minutos, no decorrer da desidratação osmótica de cubos de melão a 30 °C, por 4 horas, usando-se concentrações de sacarose de 40, 50 e 60 °Brix. Observou-se a cinética de perda de água, ganho de sólidos e a tensão de ruptura, assim como a difusividade efetiva de massa. A desidratação osmótica, com pulsos de vácuo e concentração de 60 °Brix, apresentou maior perda de água, menor captação de sólidos e uma melhor preservação da textura da fruta *in natura*. No que toca ao tempo de vácuo, não houve diferenças significativas nas amostras tratadas a 40, 50 ou 60 °Brix em relação à perda de água, evidenciando, segundo os autores, uma maior influência da concentração da solução em relação ao tempo de vácuo, nesse aspecto. Por outro lado, a aplicação de pulsos de vácuo aliada à baixa concentração da solução favoreceu a captação de sólidos.

#### **2.1.4. Mecanismos da desidratação osmótica e modelagem matemática**

A desidratação osmótica, como mencionado, é um processo complexo e dependente de vários fatores e, em particular, da heterogeneidade do material biológico que se submete ao experimento. Há três caminhos aceitos no transporte de massa na desidratação osmótica (TOUPIN et al., 1989; MARCOTTE et al., 1991):

- ✓ Apoplástico – desenvolve-se fora da membrana celular e pode ser visualizado como uma difusão de moléculas dentro da parede celular e nos espaços intercelulares.

- ✓ Simplástico – interno à membrana celular e caracterizado pelo movimento de moléculas de uma célula para outra através de pequenos canais.
- ✓ Transmembrana – concernente às trocas entre o interior (citoplasma e vacúolos) e exterior (parede celular e espaços intercelulares) da célula através da membrana celular.

Neste processo ocorrem três fluxos de massa (TORREGGIANI, 1993):

- Um fluxo principal de água do interior do produto para a solução osmótica.
- Um fluxo contrário ao de saída de água, porém menos intenso, concernente à migração de sólidos solúveis para o interior do produto.
- Um terceiro fluxo, bem menos intenso do que os anteriores, relativo à migração de substâncias solúveis naturais, como ácidos orgânicos, minerais, e vitaminas, dentre outros, do alimento para a solução osmótica, juntamente com o fluxo de água.

O primeiro fluxo relaciona-se diretamente com a desidratação do produto. Por outro lado, o segundo fluxo diz respeito à captação de sólidos por parte do produto, apresentando-se como uma importante característica da desidratação osmótica. Dessa forma, muitas pesquisas evidenciam a importância de seu controle com o intuito de minorá-lo, quando o principal interesse é a desidratação em si (VASCONCELOS et al., 2012), ou como uma alternativa para a formulação de novos produtos ou para impregnação de componentes bioativos em alimentos sólidos sem a alteração de sua matriz natural (BELLARY e RASTOGI, 2012).

Em que pese ser bem menos intenso, em comparação com os demais, o terceiro fluxo, caracterizado pela migração de substâncias solúveis naturais do produto para a solução, tem merecido atenção por parte de alguns pesquisadores, sobretudo no que diz respeito ao controle da perda de nutrientes, presentes no produto fresco, para a solução (BCHIR et al., 2012; SILVA, K. et al., 2014; MEGÍAS-PÉREZ et al., 2014). Esse fato reforça a importância de um melhor entendimento e uma melhor descrição da desidratação osmótica, inclusive, para que se evite a elaboração de produtos com boa aceitação organoléptica, porém com baixo valor nutricional (MEGÍAS-PÉREZ et al., 2014).

Alguns trabalhos versam sobre as mudanças estruturais que ocorrem no tecido

biológico durante a desidratação osmótica, acompanhada ou não de outros tratamentos (MAYOR et al., 2008; PANARESE et al., 2012; MORENO et al., 2012). Por outro lado, alguns pesquisadores buscam incorporar dados da estrutura do tecido celular e da célula em modelos matemáticos com intuito de descrever tais mudanças (MARCOTTE et al., 1991; SPIAZZI e MASCHERONI, 1997; SEGUÍ et al., 2012; OLIVER et al., 2012). Essa visão microscópica tem a vantagem de fornecer uma maior precisão do fenômeno de transferência de massa, tendo em vista que leva em conta propriedades do tecido biológico heterogêneo. Contudo, em sua maioria, esses modelos são complexos e requerem o conhecimento de parâmetros de difícil medição, como tortuosidade, permeabilidade da membrana, informações da parede celular, dentre outros (PORCIUNCULA et al., 2013).

Diante de tal complexidade, algumas pesquisas usam modelos empíricos ou semi-empíricos para descrever a cinética da desidratação osmótica ou estimar valores de equilíbrio da grandeza estudada, a exemplo dos modelos de Peleg (MERCALI et al., 2010; GANJLOO et al., 2012), de Azuara (SINGH et al., 2008; ARBALLO et al. 2012; ZÚÑIGA e PEDRESCHI, 2011), de Magee (SINGH et al., 2008; ARBALLO et al. 2012), de Penetração (SINGH et al., 2008), dentre outros. Encontram-se, ainda, modelos probabilísticos, como o uso da distribuição de Weibull (CORZO e BRACHO, 2008). Embora esses modelos descrevam com boa acurácia as cinéticas de desidratação osmótica, têm limitações, tendo em vista que não levam em conta a complexidade do fenômeno, além de não serem capazes de prever a distribuição do teor de água ou de sólidos no produto em um determinado instante.

#### **2.1.4.1. Modelos difusivos**

Embora sofram críticas, por reduzirem todos os efeitos estruturais e seus mecanismos a um único parâmetro, nomeadamente a difusividade efetiva de massa (MERCALI et al., 2011), ou à difusividade efetiva de massa e ao coeficiente de transferência convectiva de massa (SILVA et al., 2014a), os modelos difusivos são amplamente encontrados na literatura para descrever a cinética de desidratação osmótica (SIMAL et al., 1997; RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004; GARCIA et al., 2007; CONCEIÇÃO et al., 2010; RUIZ-LÓPEZ et al., 2010; ZÚÑIGA e PEDRESCHI, 2011; BARBOSA JÚNIOR et al., 2013; PORCIUNCULA et al., 2013). Nos termos de Silva et al. (2012a), esses modelos têm a vantagem de predizerem a distribuição de teor de água e de solutos em qualquer instante de

tempo do processo, permitindo a predição de tensões internas ao produto que podem danificá-lo.

## 2.2. A Equação de difusão

A equação de difusão tem a seguinte forma (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; BIRD et al., 2001):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + S \quad (2.1)$$

em que:

- $\Phi$  é a variável de interesse;
- $\Gamma^\Phi$  é um coeficiente de transporte que depende de  $\Phi$ ;
- $\lambda$  é um parâmetro de transporte;
- $t$  é a variável tempo;
- $S$  é o termo fonte.

Dependendo do sistema de coordenadas utilizado, a Equação (2.1) assume formas particulares (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; BIRD et al., 2001). Os trabalhos que utilizam modelos difusivos para o estudo da desidratação osmótica usam os sistemas de coordenadas retangulares, cilíndricas ou esféricas em geometrias simples. Na presente pesquisa, o sistema de coordenadas adotado é o retangular. Neste sentido, as seções seguintes discorrem, de forma sucinta, sobre a equação de difusão neste sistema de coordenadas.

### 2.2.1. Equação de difusão tridimensional em coordenadas retangulares

Em coordenadas cartesianas, a equação de difusão tridimensional tem a forma (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; BIRD et al., 2001):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S \quad (2.2)$$

em que  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam as variáveis de posição.

### 2.2.2. Equação de difusão bidimensional em coordenadas retangulares

Em algumas situações práticas, como a que se estuda neste trabalho, o fluxo da variável  $\Phi$ , em determinada direção, é muito pequeno frente àqueles que se desenvolvem nas outras direções, podendo ser desprezado. Nesse sentido, supondo que o fluxo, na direção  $z$ , seja desconsiderado, a Equação (2.2), recai na equação de difusão bidimensional, em coordenadas retangulares, dada a seguir:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) + S. \quad (2.3)$$

Essa equação será estudada em um domínio contínuo e retangular, como mostra a Figura 2.1. Nesta figura, N, E, S e W representam, respectivamente, as fronteiras norte, leste, sul e oeste com a vizinhança e  $L_x$  e  $L_y$  são as dimensões do retângulo.

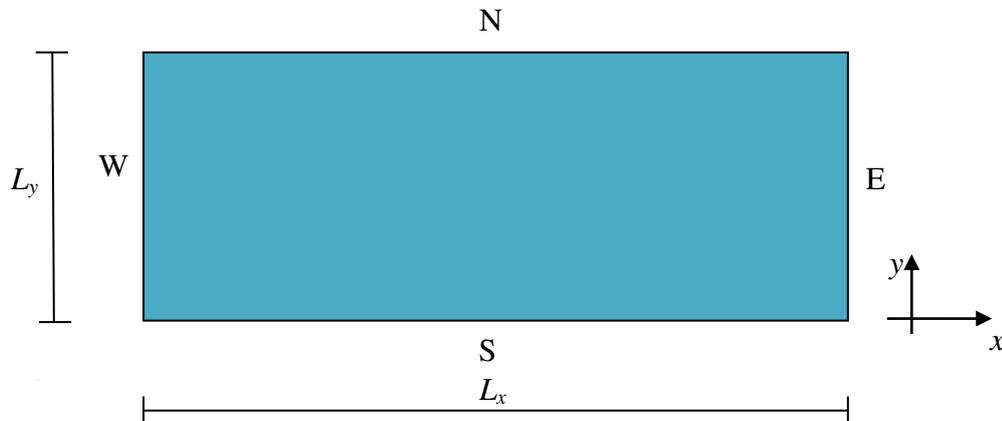


Figura 2.1: Domínio bidimensional retangular contínuo.

### 2.2.3. Equação de difusão unidimensional em coordenadas retangulares

Situações, ainda mais específicas, recomendam a consideração do fluxo da variável  $\Phi$  apenas em uma direção, por ser significativamente maior do que os demais. Admitindo-se que esse fluxo principal se dê na direção  $x$ , tem-se a equação de difusão unidimensional, em coordenadas retangulares, a saber:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) + S. \quad (2.4)$$

Para o estudo dessa equação, será considerado um domínio unidimensional como representando, na Figura (2.2), por um retângulo contínuo, no qual, para efeito de cálculos, se considera apenas a direção  $x$ . Nesta figura, W e E representam os contornos oeste e leste, respectivamente, e  $L_x$  é o comprimento do retângulo.

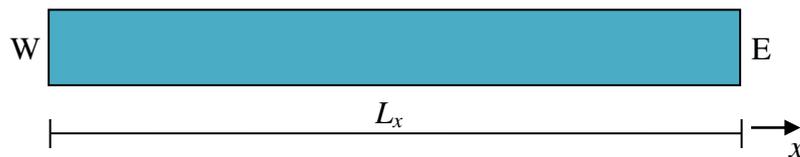


Figura 2.2: Domínio unidimensional contínuo.

O presente estudo refere-se à desidratação osmótica e à secagem convectiva de frutas, com ênfase na difusão de massa. Nesse sentido, considera-se o termo fonte nulo e faz-se, nas Equações (2.3) e (2.4),  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^\Phi = D_A$  (ou  $\Gamma^\Phi = D_S$ ),  $\Phi = Q_A$  (ou  $\Phi = G_S$ ), em que  $Q_A$  é o percentual da massa de água no produto, em relação à sua massa de água inicial,  $G_S$  é a massa de sacarose no produto, em relação à sua massa seca inicial,  $D_A$  representa a difusividade efetiva correspondente à massa de água e  $D_S$  é a difusividade efetiva de massa da sacarose.

### 2.3. Soluções analíticas para a equação de difusão em coordenadas retangulares

A maioria das soluções analíticas da equação de difusão em coordenadas retangulares, assim como em coordenadas cilíndricas e esféricas, parte de alguns pressupostos básicos, a saber:

- O sólido é considerado homogêneo e isotrópico;
- a difusividade efetiva de massa mantém-se constante no transcurso do processo;

- o coeficiente de transferência convectiva de massa, no caso da condição de contorno de terceiro tipo, não varia no decorrer do experimento;
- não se considera o encolhimento;
- no caso da desidratação osmótica, a difusão de água não interfere na difusão de sólidos e vice-versa.

Além disso, necessita-se da especificação da geometria, das condições iniciais e das condições de contorno. Neste contexto, no que segue, tecem-se algumas considerações nesse aspecto.

### 2.3.1. Condições iniciais

A condição inicial refere-se ao estado da grandeza de interesse,  $\Phi$ , no domínio de definição da equação no instante inicial de observação do fenômeno. Em geral, é especificada como uma função das coordenadas de posição e, em muitos trabalhos, é admitida uniforme.

### 2.3.2. Condição de contorno do terceiro tipo

Alguns trabalhos adotam a condição de contorno do terceiro tipo (convectiva ou de Cauchy), o que possibilita a consideração de uma resistência ao fluxo de massa na superfície do produto. Nesse sentido, impõe-se a igualdade entre os fluxos da grandeza de interesse,  $\Phi$ , difusivo, no interior do domínio, e convectivo, em sua superfície. Dessa forma, considerando-se a origem do sistema de coordenadas no centro de um paralelepípedo, no caso tridimensional, tem-se (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992; BIRD et al., 2001):

$$-\Gamma_{\Phi} \frac{\partial(\Phi(x, y, z, t))}{\partial t} \Big|_{\pm L_x/2} = h \left( \Phi(x, y, z, t) \Big|_{\pm L_x/2} - \Phi_{\infty} \right) \quad (2.5)$$

$$-\Gamma_{\Phi} \frac{\partial(\Phi(x, y, z, t))}{\partial t} \Big|_{\pm L_y/2} = h \left( \Phi(x, y, z, t) \Big|_{\pm L_y/2} - \Phi_{\infty} \right) \quad (2.6)$$

$$-\Gamma_{\Phi} \frac{\partial(\Phi(x, y, z, t))}{\partial t} \Big|_{\pm L_z/2} = h \left( \Phi(x, y, z, t) \Big|_{\pm L_z/2} - \Phi_{\infty} \right). \quad (2.7)$$

em que  $L_x$ ,  $L_y$  e  $L_z$  são as dimensões do paralelepípedo e  $h$  é o coeficiente de transferência convectiva de massa e  $\Phi_\infty$  é o valor de equilíbrio da grandeza  $\Phi$ .

Para a equação bidimensional (Equação 2.3), consideram-se, com as devidas adaptações, apenas as Equações (2.5) e (2.6) e, para a equação unidimensional (Equação 2.4), leva-se em conta apenas a equação (2.5).

### 2.3.3. Solução analítica para a equação de difusão unidimensional com condição de contorno do terceiro tipo

Considerando-se a equação de difusão unidimensional, Equação (2.4), no domínio da Figura (2.2), com origem do eixo  $x$  no seu centro, distribuição inicial uniforme e condição de contorno do terceiro tipo, tem-se a seguinte solução analítica (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992):

$$\Phi(x,t) = \Phi_\infty + (\Phi_0 - \Phi_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{L_x/2}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\Gamma^\Phi}{(L_x/2)^2} t\right). \quad (2.8)$$

Em que  $\Phi(x,t)$  representa o valor da grandeza  $\Phi$ , na posição  $x$  e no instante  $t$ ,  $\Phi_0$  representa o valor dessa grandeza no instante inicial, e  $\Phi_\infty$  é o valor de equilíbrio de  $\Phi$ , como mencionado. Os coeficientes  $A_n$  são dados por

$$A_n = \frac{4 \operatorname{sen}(\mu_n)}{2\mu_n + \operatorname{sen}(2\mu_n)}, \quad (2.9)$$

em que  $\mu_n$  representa as raízes da equação característica

$$\cot g(\mu_n) = \frac{\mu_n}{Bi}, \quad (2.10)$$

na qual  $Bi$  é o número de Biot, definido como a razão entre as resistências interna e externa ao fluxo de  $\Phi$  na superfície do produto, dado por

$$Bi = \frac{hL_x/2}{\Gamma^\Phi}. \quad (2.11)$$

Dessa forma, conhecendo-se os valores de  $\Gamma^\Phi$ ,  $h$  e  $L_x$ , tem-se o número de Biot e, com ele, pode-se resolver a equação característica, Equação (2.10), obtendo-se as raízes  $\mu_n$  e, conseqüentemente, os coeficientes  $A_n$  e a solução analítica da equação de difusão unidimensional expressa na Equação (2.8) que fornece o valor de  $\Phi$  em qualquer ponto  $x$  da placa, a cada instante de tempo  $t$ .

Em algumas situações, necessita-se do valor médio,  $\bar{\Phi}(t)$ , da grandeza de interesse  $\Phi$  em todo domínio, em instantes de tempo pré-definidos. Neste contexto, define-se

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{1}{L_x} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \Phi(x,t) dx. \quad (2.12)$$

Em que  $\Phi(x,t)$  é dado pela Equação (2.8). Procedendo à integração, encontra-se (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992):

$$\bar{\Phi}(t) = \Phi_\infty + (\Phi_0 - \Phi_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\Gamma^\Phi}{(L_x/2)^2} t\right), \quad (2.13)$$

em que os coeficientes  $B_n$  são dados por

$$B_n = \frac{2Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)}. \quad (2.14)$$

#### 2.3.4. Solução da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do primeiro tipo

A condição de contorno do terceiro tipo possibilita o estudo do fenômeno difusivo sob a hipótese de que exista alguma resistência ao fluxo de massa na superfície. Contudo, há

situações em que essa resistência é desprezível, ou, dito de outra forma, o coeficiente de transferência convectiva de massa é significativamente grande. Neste caso, tem-se a condição de contorno de equilíbrio (ou do primeiro tipo ou de Dirichlet) na qual o valor de equilíbrio da variável em estudo é instantaneamente atingido na superfície do sólido. No caso da desidratação osmótica, há vários trabalhos que assumem tal condição com base no nível de agitação do meio osmótico (SIMAL et al., 1997; MERCALI et al., 2011, PORCIUNCULA et al., 2013).

Dessa forma, torna-se pertinente a apresentação da solução analítica da equação de difusão unidimensional com a condição de contorno do primeiro tipo, inclusive, como mais um meio de validação da solução numérica. Como advertem Silva et al. (2014a), essa solução pode ser obtida daquela referente à condição do terceiro tipo, fazendo-se o número de Biot (ou  $h$ ) tender a infinito nas equações anteriores em que esta propriedade aparece. Neste caso, da Equação (2.10), tem-se

$$\cot g(\mu_n) = 0, \quad (2.15)$$

ou seja,

$$\mu_n = \frac{\pi}{2}(2n-1), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.16)$$

Dessa forma, determinam-se os coeficientes  $A_n$ , por meio da equação (2.9) e, conseqüentemente, a solução analítica para condição de contorno do primeiro tipo por meio da Equação (2.8). De maneira análoga, fazendo-se  $Bi \rightarrow \infty$  na Equação (2.14), tem-se:

$$B_n = \frac{2}{\mu_n^2}, \quad (2.17)$$

com  $\mu_n$  dado pela Equação (2.16). Logo, considerando-se essa expressão para  $B_n$ , o valor médio, para a condição de contorno do primeiro tipo, pode ser encontrado novamente pela Equação (2.13).

### 2.3.5. Solução da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do terceiro tipo

Considerando-se a equação de difusão bidimensional, Equação (2.3), no domínio retangular da Figura (2.1), com a origem do sistema cartesiano coincidindo com o seu centro,

distribuição inicial uniforme em todo domínio e condições de contorno do terceiro tipo, tem-se a seguinte solução analítica (LUIKOV, 1968; CRANK, 1992):

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_{\infty} + (\Phi_0 - \Phi_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m \cos\left(\mu_n \frac{x}{L_x/2}\right) \cos\left(\mu_m \frac{y}{L_y/2}\right) \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_x/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_y/2)^2}\right) \Gamma^{\Phi} t\right], \quad (2.18)$$

na qual, para se encontrar os coeficientes  $A_n$ , levam-se em conta as Equações (2.9), (2.10) e (2.11) e para calcular os coeficientes  $A_m$  consideram-se, de maneira análoga, as expressões

$$A_m = \frac{4 \operatorname{sen}(\mu_m)}{2\mu_m + \operatorname{sen}(2\mu_m)}, \quad (2.19)$$

$$\cot g(\mu_m) = \frac{\mu_m}{Bi_y}, \quad (2.20)$$

e

$$Bi_y = \frac{hL_y/2}{\Gamma^{\Phi}}. \quad (2.21)$$

Em que  $Bi_y$  é o número de Biot referente à variável  $y$ . No que concerne ao valor médio de  $\Phi$ , no instante  $t$ ,  $\bar{\Phi}(t)$ , define-se, de maneira análoga ao que foi feito no item 2.3.3:

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{1}{L_x L_y} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \Phi(x, y, t) dy dx. \quad (2.22)$$

Resolvendo-se a integral, com  $\Phi(x, y, t)$  dado pela Equação (2.18), obtém-se

$$\bar{\Phi}(t) = \Phi_{\infty} + (\Phi_0 - \Phi_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_n B_m \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_x/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_y/2)^2}\right) \Gamma^{\Phi} t\right], \quad (2.23)$$

em que os coeficientes  $B_n$  são calculados de acordo com a Equação (2.14) e os coeficientes  $B_m$  com uma equação que lhe é análoga. Importa ressaltar que o valor médio será utilizado no Capítulo 4 na validação de soluções numéricas.

Procedendo-se de maneira análoga ao que foi feito no item (2.3.4), encontra-se a solução analítica para equação de difusão bidimensional com condição de contorno do primeiro tipo, a partir da Equação (2.18) com os coeficientes  $A_n$  e  $A_m$ , encontrados usando equações análogas às Equações (2.9) e (2.10). Para o valor médio, pode-se encontrá-lo a partir da Equação (2.23), usando expressões análogas às Equações (2.16) e (2.17).

## **2.4. Uso de soluções analíticas da equação de difusão no estudo da desidratação osmótica**

Dentre os trabalhos que adotam modelos difusivos no estudo da desidratação osmótica, vários pesquisadores usam a solução analítica da equação de difusão reduzindo-a ao primeiro termo da série que a representa (RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004; FALADE et al., 2007; URIBE et al., 2011; ZÚÑIGA e PEDRESCHI, 2011; RODRÍGUEZ et al., 2013; ABBASI et al., 2014). Contudo, essa escolha pode acarretar erros de truncamentos significativos, sobretudo nos primeiros instantes de tempo (SILVA et al., 2012b). Por outro lado, mesmo utilizando um número maior de termos da série, alguns trabalhos adotam a condição de contorno do primeiro tipo, impondo o teor de água de equilíbrio na superfície do produto durante todo o processo (RASTOGI et al., 1997; EL-AOUAR et al., 2006; MERCALI et al., 2011). Embora esta imposição seja adequada, principalmente na presença de agitação do meio osmótico, na maioria das aplicações físicas existe alguma resistência na superfície do produto (SILVA et al., 2014a). Desta forma, algumas pesquisas adotam a condição de contorno do terceiro tipo, impondo a igualdade entre os fluxos difusivo e convectivo na superfície do produto (SILVA et al., 2012a, SILVA et al., 2013a, SILVA et al., 2014a).

Outro aspecto digno de nota, no que diz respeito ao uso de soluções analíticas da equação de difusão, relaciona-se à geometria utilizada. Nesse contexto, muitos trabalhos restringem-se à difusão unidimensional, com a geometria de uma placa infinita (ZÚÑIGA e PEDRESCHI, 2011; ABBASI et al., 2014); ou de um cilindro infinito (RASTOGI et al., 1997; MERCALI et al., 2011). Modelos bidimensionais, na forma de cilindro finito, também são encontrados (DEROSSI et al., 2008, PORCIUNCULA et al., 2013). Por fim, algumas

pesquisas fazem uso da geometria tridimensional (RASTOGI et al., 2004; EL-AOUAR et al., 2006; SILVA et al., 2012a, SILVA et al., 2014a).

Silva, K. et al. (2014), estudaram a transferência de massa, durante a desidratação osmótica de abacaxi, em soluções com até quatro componentes (água, sacarose, lactato de cálcio e ácido ascórbico), com o intuito de investigar a influência da concentração da solução no processo de impregnação. Na modelagem matemática foi usada a solução analítica da equação de difusão, numa placa plana, com condição de contorno do primeiro tipo. A determinação das difusividades efetivas de massa foi feita por meio do programa “Prescribed Adsorption – Desorption” (SILVA e SILVA, 2009a), que acopla à solução analítica, nas condições descritas, um otimizador para a estimativa desses parâmetros. Nos termos dos autores, quando se compara as difusividades, considerando-se soluções de sacarose com, ou sem, lactato de cálcio, com, ou sem, ácido ascórbico, é possível verificar que as difusividades de água, açúcar e cálcio aumentam com a presença de ácido ascórbico na solução. Por outro lado, o cálcio diminui as difusividades de água e sacarose.

Reitere-se, por fim, que, nos trabalhos que modelam o processo por meio de soluções analíticas da equação de difusão, independentemente da geometria ou da condição de contorno adotada, considera-se o produto homogêneo e isotrópico. Além disso, assume-se que a difusividade efetiva de massa mantém-se constante em todo processo. Essa hipótese, na verdade, apresenta-se como uma limitação, tendo em vista que a difusividade efetiva pode variar durante o processo, sobretudo em seus instantes finais (DEROSSO et al., 2008). Neste aspecto, a utilização de soluções numéricas é pertinente, haja vista que não apresenta restrições no que diz respeito à variação de parâmetros, assim como em relação às mudanças nas dimensões do produto (encolhimento).

## **2.5. Soluções numéricas da equação de difusão**

Como adverte Tannehill et al. (1997), o desenvolvimento dos métodos numéricos para solução de equações diferenciais está intimamente ligado ao aperfeiçoamento dos computadores digitais, recebendo uma expressiva atenção com o advento da 2ª Guerra Mundial. Os mesmos autores reportam a atribuição do primeiro trabalho de importância definitiva a Richardson (1910) na resolução numérica da equação de Laplace e da equação bi-harmônica.

Segundo Maliska (2004), os métodos tradicionais para a obtenção de soluções numéricas de equações diferenciais são os métodos de diferenças finitas, de elementos finitos e de volumes finitos. De acordo com esse autor, o método de diferenças finitas foi sempre empregado na mecânica dos fluídos, enquanto o método dos elementos finitos teve sua aplicação preponderante na área estrutural na solução de problemas de elasticidade.

A ideia central do método das diferenças finitas consiste em discretizar o domínio e substituir as derivadas da variável dependente por diferenças, o que conduz a uma representação algébrica da equação diferencial (TANNEHILL et al., 1997). Consiste, portanto, numa simples substituição do operador diferencial por seu correspondente numérico (MALISKA, 2004).

No método dos elementos finitos o domínio é dividido em um sistema de subdomínios ou unidades interligadas (elementos finitos) por pontos, linhas, ou superfícies comuns, a dois ou mais elementos. Neste método, ao invés de se resolver o problema em todo o domínio, em uma única operação, formula-se a equação em cada elemento finito combinando-as de modo a obter a solução em todo o domínio. Cada elemento finito é interligado aos demais direta ou indiretamente por meio de nós, linhas ou superfícies (LOGAN, 2012). Assim como no método das diferenças finitas, parte-se da discretização do domínio, mas, no caso, do método dos elementos finitos, encontram-se, em geral, soluções descritas por polinômios conhecidos em todo o domínio e não apenas nos pontos nodais, como ocorre nas diferenças finitas. Além disso, no método dos elementos finitos permite-se a utilização de topologias de discretização mais complexas, sem a necessidade de malhas estruturadas.

Um outro tipo de modelagem matemática baseia-se no método dos volumes finitos. Algumas considerações no que diz respeito ao método e às suas formulações são feitas na seção seguinte por ser o método utilizado nesta pesquisa.

### **2.5.1. Método dos volumes finitos**

A ideia básica da formulação em volumes de controle repousa diretamente na interpretação física (PATANKAR, 1980). De fato, no método dos volumes finitos o princípio físico de conservação é aplicado em cada volume de controle (TANNEHILL et al., 1997). Em síntese, todo método que, para a obtenção das equações aproximadas, satisfaz a conservação da propriedade em nível de volumes elementares é um método de volumes finitos

(MALISKA, 2004). Com efeito, neste método, o domínio de definição do problema é dividido em um número finito de volumes de controle, individualmente representados por seus respectivos pontos nodais. A equação diferencial que descreve o fenômeno é integrada em cada volume de controle, admitindo-se que a grandeza de interesse,  $\Phi$ , é constante em cada volume e igual ao seu valor no ponto nodal. A equação discretizada, assim obtida, expressa o princípio de conservação dessa grandeza em cada volume de controle, assim como a equação diferencial o faz para um volume de controle infinitesimal (PATANKAR, 1980). De fato, como lembra Maliska (2004), na dedução das equações diferenciais que representam fenômenos físicos, faz-se inicialmente um balanço em um volume finito e, em seguida, realiza-se o processo de limites para se obter a equação diferencial.

No Capítulo 3, referente a material e métodos, dá-se uma ideia mais precisa da discretização do domínio, assim como da equação, no caso particular das equações de difusão uni e bidimensional.

### 2.5.2. Formulações

Na discretização da equação diferencial que descreve o processo em estudo, faz-se necessário aproximar as derivadas de funções que envolvem a variável de interesse,  $\Phi$ , em relação às variáveis de posição. O instante de tempo no qual o cálculo de tais derivadas espaciais é feito define a formulação do método numérico utilizado. A interpolação no tempo pode ser feita por uma função da forma

$$\Phi^\theta = \theta\Phi^1 + (1-\theta)\Phi^0, \quad (2.24)$$

em que  $\Phi^\theta$  representa o valor de  $\Phi$ , no instante  $\theta$ , que será utilizado no cálculo das derivadas espaciais. Na mesma expressão,  $\Phi^1$ , denota o valor da variável no estepe de tempo atual (final do intervalo de tempo) e  $\Phi^0$  corresponde ao valor de  $\Phi$  no início do intervalo de tempo. A Figura 2.3 ilustra as possibilidades de interpolação.

Escolhendo-se  $\theta = 0$ , tem-se a formulação explícita, na qual os valores de  $\Phi$ , nas vizinhanças do ponto nodal P, são avaliados no início do intervalo de tempo e, portanto, já são conhecidos. No final da discretização, no caso do método dos volumes finitos, encontra-se uma equação algébrica para cada volume de controle, que, no entanto, não são acopladas e

podem ser resolvidas, uma a uma, tantas vezes quantos forem os níveis de tempo desejados.

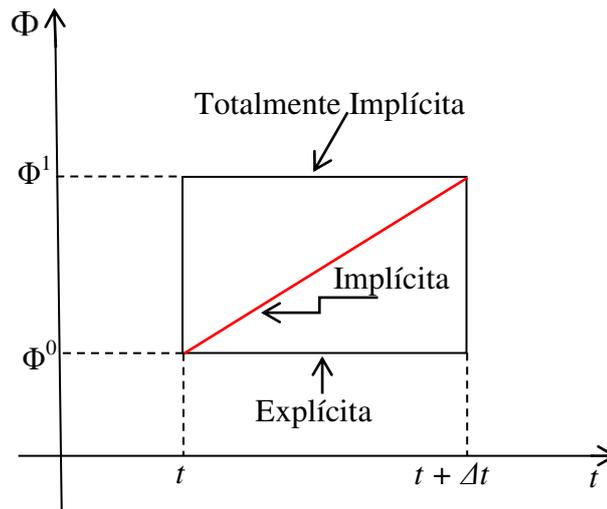


Figura 2.3: Interpolação no tempo – Formulações (adaptado de MALISKA, 2004)

Tomando-se  $0 < \theta < 1$ , tem-se a formulação implícita, no qual os valores de  $\Phi$  utilizados nos cálculos das derivadas espaciais são tomados como uma média ponderada entre seus valores no início e no final do intervalo de tempo. Maliska (2004), ressalta que o método mais conhecido com essa formulação é o de Crank-Nicolson, no qual  $\Phi$  é tomado como a média aritmética de seus valores no início e no fim do intervalo de tempo.

Fazendo-se  $\theta = 1$ , obtém-se a formulação totalmente implícita. Neste caso, os valores de  $\Phi$ , usados no cálculo das derivadas espaciais, são aqueles do final do intervalo de tempo e, portanto, não são conhecidos. Tem-se, ao final do processo de discretização, para o método dos volumes finitos, um sistema de equações algébricas, no qual cada equação provém de um volume de controle e se encontram acopladas (MALISKA, 2004). A Figura 2.4 apresenta um esquema para essa formulação para uma geometria unidimensional.

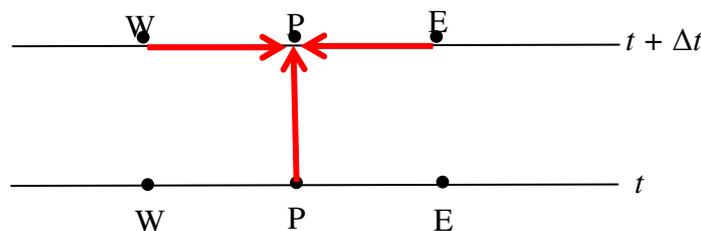


Figura 2.4: Esquema para formulação totalmente implícita (adaptado de MALISKA, 2004).

Note-se que para o cálculo de  $\Phi$  no instante de tempo  $t + \Delta t$  concorrem os valores de  $\Phi$  nos pontos nodais de seus volumes de controle vizinhos a leste e a oeste (no instante  $t + \Delta t$ ), além de seu valor no ponto nodal P, no instante de tempo anterior ( $t$ ).

## **2.6. Uso de soluções numéricas da equação de difusão no estudo da desidratação osmótica**

Poucos trabalhos foram encontrados utilizando soluções numéricas da equação de difusão para a modelagem matemática da desidratação osmótica. Rodríguez et al. (2013) estudaram a cinética de desidratação osmótica de nectarina de caldesi, avaliando o efeito de diversos fatores sobre o teor de água, a perda de água, o teor de sólidos solúveis e o ganho de sólidos. O processo foi matematicamente descrito por um modelo analítico e outro numérico. Para o analítico, usou-se o primeiro termo da série que representa a solução analítica da equação difusão, para uma placa semi-infinita. O modelo de Azuara foi utilizado para determinar as concentrações de equilíbrio. No modelo numérico, adotou-se uma geometria próxima da geometria real e utilizou-se uma solução numérica da equação de difusão, obtida por meio de elementos finitos, usando-se um programa computacional comercial (Consol Multiphysics 3.5a). A estimativa das difusividades de massa, para a perda de água e para a captação de sólidos, foi feita por meio de otimização com o auxílio dos programas Matlab 7.10.0 e Consol Multiphysics 3.5a. A função usada para medir a qualidade do ajuste foi uma função erro, definida como a soma dos erros relativos médios concernentes à difusão de água e de sólidos.

Os autores concluíram que os valores encontrados com o modelo analítico foram superestimados em relação àqueles encontrados com o modelo numérico que, por sua vez, se mostraram condizentes com a literatura. Há que se observar, no entanto, que o modelo analítico usado apresenta algumas limitações, já comentadas anteriormente, como o uso de apenas o primeiro termo da série representativa da solução. Além disso, apesar da utilização de uma geometria próxima da real, o modelo numérico assume, ainda, hipóteses restritivas, como ausência de encolhimento e difusividades constantes, além da condição de contorno do primeiro tipo.

Porciuncula et al. (2013) utilizaram modelos difusivos analíticos e numéricos para o estudo da desidratação osmótica de banana da variedade Prata, admitindo difusividade efetiva de massa constante e variável. A solução numérica foi obtida por meio do método de

diferenças finitas com uma formulação explícita. Três simulações da cinética de teor de água foram consideradas, a saber: usando a difusividade média e considerando a difusividade variando linearmente e exponencialmente, em função do teor de água. Nesse trabalho os parâmetros de processo, em ambos os modelos, foram estimados por meio de otimizadores nos quais o erro quadrático médio foi utilizado para medir a qualidade do ajuste. Segundo os autores, os modelos descreveram satisfatoriamente o processo. O menor erro quadrático médio foi obtido para a variação exponencial da difusividade em relação ao teor de água. Ressalte-se que, embora se tenha admitido a variação da difusividade no transcurso do processo, não se considerou a hipótese de encolhimento, assim como uma possível resistência ao fluxo de massa na superfície do produto (em consequência do nível de agitação da solução). Além disso, a variação da difusividade foi temporal, mas não espacial. Com efeito, a cada estepe de tempo, o valor da difusividade foi corrigido de acordo com o teor de água da amostra, no estepe anterior, mas com o mesmo valor em todos os pontos nodais.

Nas seção 2.9.2.1, por opção de organização deste trabalho, destaca-se a pesquisa de Kaymac-ertekin e Sultanoglu (2000) na qual se utiliza soluções numéricas da equação de difusão no caso específico da desidratação osmótica de maçã. Adiante-se, no entanto, que a modelagem matemática utilizada se distancia da proposta no presente trabalho.

No que se refere à desidratação osmótica de goiaba, como produto do presente trabalho, destaca-se, na seção 2.9.1.1, um primeiro estudo feito por Silva et al. (2014c) utilizando os dados experimentais obtidos nesta pesquisa, acerca da desidratação osmótica de goiaba por meio de modelos difusivos unidimensionais, nos quais se utilizam soluções numéricas da equação de difusão obtidas pelo método do volumes finitos.

Diante do exposto, percebe-se certa carência, no que se refere ao uso de soluções numéricas da equação de difusão, em coordenadas retangulares, com geometria unidimensional e, sobretudo, bidimensional para o estudo da desidratação osmótica de frutas pressupondo parâmetros de processo variáveis e o encolhimento característico do processo. Neste aspecto reside a principal contribuição do presente trabalho à comunidade científica.

## **2.7. Estimativa dos parâmetros para os modelos difusivos**

Para que se possa descrever as cinéticas próprias da desidratação osmótica, por meio de um modelo difusivo, necessita-se estimar os parâmetros de processo, nomeadamente

a difusividade efetiva de massa e o coeficiente de transferência convectiva de massa (no caso de condição de contorno do terceiro tipo).

Como mencionado anteriormente, várias pesquisas utilizam o primeiro termo da série que representa uma solução analítica da equação de difusão, em geometrias específicas, com condição de contorno do primeiro tipo, para modelar a desidratação osmótica de frutas. Nestes casos, a estimativa da difusividade efetiva de massa é feita linearizando-se o único termo considerado, através da aplicação do logaritmo natural, e ajustando-se a equação resultante, aos dados experimentais, por meio de regressão linear. A difusividade é encontrada através da inclinação da reta obtida (RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004; FALADE et al., 2007). Alguns estudos, no entanto, adotam um número maior de termos da série, juntamente com uma regressão não linear, para estimativa da difusividade (GARCIA et al., 2007; RUIZ – LÓPEZ et al., 2010; RUIZ – LÓPEZ et al., 2011; BARBOSA JÚNIOR et al., 2013). Como adverte Silva et al. (2009), embora esses métodos sejam úteis para descrever boa parte do processo, não produzem bons resultados para descrição nos tempos iniciais. Além disso, se o número de termos for muito alto, o ajuste de curva não é prático, pois seria necessário escrever toda expressão no software utilizado. Neste sentido, alguns trabalhos utilizam soluções analíticas da equação de difusão acopladas a otimizadores para a determinação dos parâmetros de processo da desidratação osmótica de frutas e alguns vegetais (DEROSSI et al., 2008; SILVA et al., 2012a).

Singh et al. (2008), estudaram a cinética de desidratação osmótica de cubos de cenoura sob diversas situações operacionais. O processo foi modelado por meio da solução analítica da equação de difusão numa placa infinita, com condição de contorno do primeiro tipo. Para determinar a difusividade efetiva de massa no processo, foi elaborado um programa computacional, na linguagem C++, usando uma técnica iterativa, na qual, inicialmente, calcula-se a difusividade,  $D$ , usando apenas o primeiro termo da série que representa a solução analítica da equação de difusão mencionada. Em seguida, incrementa-se o valor de  $D$  e, com esse novo valor, calcula-se o teor de água usando 6 termos da série representativa da solução, para um instante de tempo especificado. Caso o valor absoluto da diferença entre os valores do teor de água, calculado e experimental, nesse instante de tempo, seja maior do que uma tolerância especificada, a difusividade é mais uma vez atualizada e o procedimento anterior é repetido até que a tolerância estipulada seja atingida. Com esse algoritmo, determinam-se os valores para difusividade em vários instantes e, posteriormente, calcula-se a difusividade média. Segundo os autores, esse valor foi condizente com os encontrados na

literatura.

Silva et al. (2014a) analisaram a desidratação osmótica de cubos de abacaxi considerando concentrações de sacarose com 40 e 70 °Brix e temperatura de 30 °C. Para a descrição do processo, foram utilizados 3 modelos analíticos tridimensionais, a saber: (1) considerando 25 termos em cada somatório da solução analítica da equação de difusão em um paralelepípedo, com condição de contorno do primeiro tipo, (2) adotando apenas o primeiro termo da série que representa a solução analítica da equação de difusão, em um paralelepípedo, com condição de contorno do terceiro tipo e (3) considerando 16 termos, em cada somatório da série representativa da solução analítica da equação de difusão, em um paralelepípedo, com condição de contorno do terceiro tipo.

Para a estimativa da difusividade efetiva de massa, no primeiro modelo, foi utilizado um otimizador que utiliza a função qui-quadrado para medir a qualidade do ajuste e que, em linhas gerais, segue os seguintes passos: atribui-se um valor inicial, próximo de zero, à difusividade  $D$ , e obtém-se a solução correspondente ao modelo 1. Com a solução obtida, determinam-se os teores de água médios, em instantes nos quais se tem os valores experimentais correspondentes e, com isso, calcula-se o valor da função qui-quadrado,  $\chi^2$ . Em seguida, dobra-se o valor da difusividade  $D$ , calcula-se um novo valor para a função  $\chi^2$  e compara-o com seu valor obtido no estepe anterior. Caso o valor atual de  $\chi^2$  seja menor do que o anterior, dobra-se novamente o valor de  $D$  e calcula-se, outra vez, o valor de  $\chi^2$ , comparando-o com seu antecessor. O processo é repetido até que o valor de  $\chi^2$  seja maior do que o seu antecessor. Nesse ponto, o antepenúltimo e o penúltimo valores de  $D$ , denotados por  $D_a$  e  $D_b$  são os extremos do intervalo que contém o valor de  $D$  que minimiza a função  $\chi^2$ . O intervalo com extremos  $D_a$  e  $D_b$  é refinado dividindo-o em um número finito de subintervalos uniformemente distribuídos e o processo de procura do valor de  $D$  que minimiza a função  $\chi^2$  é repetido até que se atinja um critério de convergência estipulado.

Para o modelo 2, em consonância com os autores, o valor de  $D$  pode ser obtido por meio de regressão não linear ou alguma técnica de linearização.

Para o modelo 3, o otimizador utilizado no modelo 1 foi adaptado de modo a possibilitar a estimativa da difusividade,  $D$ , e do coeficiente de transferência convectiva de massa,  $h$ . Segundo os autores, o modelo 3 foi o mais adequado para a descrição do processo, de acordo com os indicadores estatísticos encontrados.

## **2.8. A secagem como processo complementar à desidratação osmótica de frutas**

Apesar das inúmeras aplicações relatadas na literatura em relação à desidratação osmótica, um produto submetido a esse processo apresenta, ainda, um teor de água intermediário, tendo em vista tratar-se de um processo de remoção de água apenas parcial. Além disso, sua atividade de água pode atingir níveis em torno de 0,900, permitindo o desenvolvimento de microrganismos, além de reações indesejáveis como escurecimento enzimático e não enzimático, oxidação de gorduras, degradação de vitaminas e desnaturação de proteínas durante a armazenagem (BCHIR et al., 2012). Neste sentido, a desidratação osmótica usualmente é utilizada como um pré-tratamento para os mais diversos processos. Com efeito, alguns trabalhos discorrem sobre sua influência em tratamentos posteriores, a exemplo de congelamento (GOULA e LAZARIDES, 2012), liofilização (GARCIA-NOGUERA et al., 2012), desidratação por evaporação súbita (ZOU et al., 2013), secagem em micro-ondas e ar quente (ZHAO et al., 2013), dentre outros. Contudo, uma das aplicações mais comuns da desidratação osmótica tem sido como pré-tratamento para a secagem convectiva a ar (FERNANDES et al., 2006; TELES et al., 2006; GARCIA et al., 2007; SOUZA et al., 2007; LOMBARD et al., 2008; FATHI et al., 2011; SILVA et al., 2012a; VELICKOVA et al., 2013; NIMMANPIPUG et al., 2013).

Neste contexto, Aminzadeh et al. (2012), investigaram o efeito de diferentes concentrações de sacarose (20 – 60% g/g) com 10% de sal (g/g), razão entre massas de fruto e solução (1:9 – 1:3), tempo de imersão (0,5 – 4 h) e temperatura (15 – 55 °C) sobre a cinética de transferência de massa durante a desidratação osmótica de melão em solução ternária de sacarose, sal e água, seguida por secagem convectiva a ar. A otimização se deu no sentido da redução do tempo total do processo. O tratamento ótimo foi determinado com uma concentração de 50% de sacarose com 10% de sal, razão de fruto para solução de 1:4, tempo de imersão de 4 horas e uma temperatura de 45 °C. Amostras tratadas e não tratadas, sob as condições ótimas, foram secadas a 60 °C até que se atingisse o equilíbrio. O pré-tratamento osmótico reduziu o tempo de secagem em aproximadamente 6,8 horas. Para a determinação da difusividade efetiva de massa, em ambos os processos, foi utilizada a solução analítica da equação de difusão unidimensional, para uma placa infinita, com condição de contorno do primeiro tipo. De acordo com os autores, os valores encontrados foram condizentes com a literatura.

### 2.8.1 Mecanismos de secagem e modelos matemáticos

De acordo com Fioreze (2004), a literatura aponta diversas teorias que tentam explicar a migração de água do interior para a superfície de um produto, no transcurso do processo de secagem. Dentre as quais, o autor destaca que a migração:

- ocorre por difusão de água na forma líquida, em consequência de uma diferença de concentração, havendo mudança de estado próximo ou na superfície do produto;
- se dá por difusão de vapor, pela diferença de pressão, com a mudança de estado, de líquido para vapor, acontecendo dentro do produto;
- acontece por difusão de líquido e vapor concomitantemente com a mudança de estado ocorrendo em função do aumento de temperatura do produto;
- ocorre por capilaridade, com o líquido escoando do interior para a superfície por meio de minúsculos interstícios, pela interação entre líquido e sólido;
- se dá por capilaridade, no estado líquido, e devido ao gradiente de concentração no estado de vapor.

O tipo de material, sobretudo no que diz respeito a materiais biológicos, tem influência decisiva no processo de secagem. Contudo, a literatura aponta três períodos distintos no que se refere à taxa de secagem durante a correspondente cinética, a saber: período de taxa crescente, período de taxa constante e período de taxa decrescente (FIOREZE, 2004). Em muitas situações, no entanto, a secagem se dá, exclusiva ou preponderantemente, no período de taxa decrescente (DIAMANTE e YAMAGUCHI, 2013).

A exemplo da desidratação osmótica, encontram-se diversos trabalhos na literatura que descrevem a cinética de secagem de frutas e vegetais através de modelos empíricos ou semi-empíricos como o de Page (PANGAVHANE et al., 1999; SILVA et al., 2013b), exponencial ou de Lewis (DOYMAZ e PALA, 2002), Newton (RHIM e LEE, 2011), logaritmo, Henderson e Pabis, exponencial de dois termos (PEREA-FLORES et al., 2012) e Page modificado (MWITHIGA e OLWAL, 2005), dentre outros. Neste contexto, Silva et al. (2014b) estudaram a descrição do processo de secagem convectiva de bananas inteiras, sob diversas condições de temperatura, utilizando vários modelos empíricos, nomeadamente Lewis; Henderson e Pabis; Wang e Singh; Peleg; Page e Silva et alii. As taxas e os tempos de

secagem foram estimados a partir de cada modelo. Segundo os autores, a máxima taxa de secagem se deu nos instantes iniciais do processo e os modelos de Page e Silva et alii obtiveram melhores resultados na descrição da cinética de secagem, com base em indicadores estatísticos.

Reitere-se que a secagem pode ser caracterizada levando-se em conta diversos mecanismos de transporte como difusão líquida, difusão superficial, difusão de Knudsen, evaporação e condensação, fluxo capilar, e termodifusão. Contudo, a difusão líquida apresenta-se como o mais importante mecanismo de transporte, sobretudo no período de taxa de secagem decrescente (VASIĆ et al., 2014). Neste sentido, modelos que se baseiam na difusão líquida, pelas mesmas vantagens já apresentadas em relação à descrição da desidratação osmótica, são largamente utilizados para descrever a cinética de secagem de frutas e vegetais (DOYMAZ e PALA, 2002; GARCIA et al., 2007; SILVA et al., 2009; SILVA et al. 2010; FARIAS, R.P., 2011; AMINZADEH et al., 2012; PEREA-FLORES et al., 2012; NIMMANPIPUG et al., 2013; ZHAO et al., 2013), assim como para a estimativa dos parâmetros de processo e na predição da distribuição de água no produto.

Silva et al. (2012a) estudaram a desidratação osmótica de fatias de coco semimaduros, seguida de secagem convectiva a ar. A desidratação osmótica foi feita em solução de sacarose com uma concentração de 35 °Brix a 40 °C. Os pedaços de coco osmodesidratados foram submetidos à secagem convectiva com temperaturas de 50, 60 e 70 °C. Em ambos os processos foi utilizada uma solução analítica da equação de difusão, em coordenadas retangulares, para um paralelepípedo, com condição de contorno do terceiro tipo. A solução analítica foi acoplada a um otimizador com o intuito de estimar os parâmetros que melhor descrevessem a cinética de secagem e da desidratação osmótica, no que diz respeito à perda de água e à captação de sólidos. Segundo os autores, o otimizador proposto para a determinação da difusividade efetiva de massa e o coeficiente de transferência convectiva de massa, em ambos os processos, apresentou resultados condizentes com a literatura, além de apresentar a vantagem de não necessitar de valores ou intervalos iniciais para a determinação dos parâmetros. Uma equação do tipo Arrhenius foi utilizada para descrever a dependência da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectiva de massa em relação à temperatura. Além das cinéticas descritas, com os valores ótimos dos parâmetros, pôde-se simular a distribuição de água e de sólidos em instantes específicos de forma consistente.

Tratando-se especificamente da secagem convectiva, Fernando et al. (2011), estudaram a influência da espessura da amostra e da temperatura de operação na secagem

convectiva de banana, abóbora e mandioca. Para tanto, propuseram um modelo matemático a partir da equação de difusão em coordenadas cilíndricas, admitindo difusão radial e axial e sem considerar o encolhimento. O modelo proposto possibilitou a estimativa das difusividades nas direções radial e axial a partir da difusividade efetiva. De acordo com os autores, os valores da difusividade efetiva para água cresceu com o aumento da temperatura e da espessura para todos os produtos. Além disso, constatou-se um maior valor para a difusividade no sentido axial, em relação àquela no sentido radial, mostrando um comportamento anisotrópico em todas as amostras.

Azoubel et al. (2010), estudaram o efeito da aplicação de ultrassom na cinética de secagem de banana Pacovan, por meio do modelo de Page e de um modelo difusivo, no qual se utilizou uma solução analítica da equação de difusão unidimensional em uma placa infinita. Com o fim de estimar a difusividade efetiva de massa no processo, dados experimentais foram ajustados ao modelo descrito, por meio de regressão não linear, usando o programa Statistica. O erro relativo médio e o coeficiente de determinação foram utilizados para medir a qualidade do ajuste. A ordem de grandeza desse parâmetro foi de  $10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , observando-se um crescimento em função do aumento da temperatura e da aplicação de ultrassom, com uma consequente redução do tempo de secagem e economia de energia.

Silva et al. (2012c) fizeram um estudo comparativo entre modelos difusivos na descrição da cinética de secagem de uva sem sementes a baixa temperatura. Para tanto, usaram 5 modelos baseados em soluções analíticas e numéricas (obtidas por meio do método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita) da equação de difusão em coordenadas esféricas, a saber: (1) assumindo volume e difusividade constantes e condição de contorno do primeiro tipo, (2) admitindo difusividade constante, volume variável e condição de contorno do primeiro tipo, (3) supondo difusividade e volume constantes e condição de contorno do terceiro tipo, (4) considerando difusividade constante, volume variável e condição de contorno do terceiro tipo e (5) adotando difusividade e volumes variáveis e condição de contorno do terceiro tipo. Os parâmetros de processo foram determinados por meio de otimização. De acordo com os autores, com base em indicadores estatísticos, o modelo mais adequado para a descrição do processo de secagem foi o modelo (5), no qual se usou a função cosseno hiperbólico para descrever a variação da difusividade em função do teor de água local.

Alguns trabalhos fazem uso de geometrias mais complexas na descrição da secagem de frutas por meio de modelos difusivos. Neste sentido, Silva, C. (2012) utilizou

soluções numéricas da equação de difusão, com condição de contorno do terceiro tipo para o estudo da secagem de banana inteira e em pedaços cilíndricos. Para a banana inteira foi considerada a forma elipsoidal. A análise se deu admitindo-se parâmetros constantes e variáveis, sendo que, no último caso, os indicadores estatísticos foram significativamente melhores.

Tratando-se da secagem de produtos não biológicos, encontram-se diversos trabalhos que fazem uso de modelos difusivos (analíticos e numéricos) em geometrias simples (DA SILVA, 2012) e complexas (SILVA, 2007; FARIAS, V., 2011).

## **2.9. Frutas utilizadas nesta pesquisa**

A presente pesquisa dispõe sobre a desidratação osmótica e a secagem convectiva complementar de maçã e sobre a desidratação osmótica de goiaba. As seções seguintes versam sobre estas frutas no que diz respeito às suas origens, composição química e produção nacional e mundial, dentre outros aspectos. Além disso, destacam-se trabalhos específicos sobre a desidratação osmótica seguida, ou não, de secagem convectiva relativos a essas frutas.

### **2.9.1. A goiaba**

A goiaba (*Psidium guajava* L.) pertencente à família *Myrtaceae*, é um fruto amplamente cultivado em regiões tropicais e subtropicais, sendo originária dos trópicos americanos. Segundo Vieira et al. (2012), seu único e penetrante sabor desperta grande aceitação para o consumo *in natura*, além de apresentar um largo espectro de aplicação industrial no que toca à produção de sucos, doces, sorvetes e polpas concentradas. Além disso, constitui-se como uma fonte considerável de vitaminas A, B e C, sendo que, no último caso, apresenta um índice três vezes maior do que a laranja (GANJLOO et al., 2012). Salientando-se que os níveis de nutrientes dependem de diversos fatores como estágio de maturação, condições de cultivo e solo, dentre outros, a Tabela 2.1 fornece informações sobre umidade, nível energético e alguns componentes químicos, de 100 g de goiaba vermelha e branca, em consonância com a Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (UNICAMP, 2011).

Tabela 2.1: Composição de 100 g de goiaba branca e vermelha.

Componente	Goiaba branca (com casca crua)	Goiaba vermelha (com casca crua)
Umidade (%)	85,7	85,0
Energia (kcal)	52,0	54,0
Proteína (g)	0,9	1,1
Lipídeo (g)	0,5	0,4
Carboidrato (g)	12,4	13,0
Fibra Alimentar(g)	6,3	6,2
Cinzas (g)	0,5	0,5
Cálcio (mg)	5,0	4,0
Magnézio (mg)	7,0	7,0

Fonte: UNICAMP (2011)

Segundo dados do Instituto Brasileiro Geografia e Estatística (IBGE – 2012), a produção de goiaba no Brasil, em 2012, foi de 345.332 toneladas, com destaque para a região sudeste, com uma produção de 161.116 toneladas. A região nordeste figurou em segundo lugar, com uma produção de 145.745 toneladas, com rendimento médio de 20.608 kg/ha.

### 2.9.1.1. Alguns trabalhos sobre desidratação osmótica de goiaba

As qualidades organolépticas e nutricionais da goiaba *in natura*, assim como seu potencial para a produção de outros produtos, tem recebido a atenção da indústria alimentícia e da comunidade científica, no que diz respeito a tratamentos que lhe propicie um maior tempo pós-colheita e de armazenamento, assim como maior valor agregado. A desidratação osmótica, bem como a secagem de goiaba, para os mais diversos fins, tem sido objeto de estudos no que toca aos seus efeitos, à otimização do processo e à modelagem matemática, dentre outros. Com efeito, a desidratação osmótica é uma técnica usual de conservação e preservação das qualidades nutricionais da goiaba. Além disso, quando combinada com outros tratamentos, como a secagem e o congelamento, a desidratação osmótica permite a elaboração de produtos estáveis com altas qualidades nutricionais e sensoriais, com características similares à da fruta *in natura* (MUHAMMAD, 2012).

Neste contexto, Vieira et al. (2012) estudaram os efeitos da concentração da

solução, da temperatura e da aplicação de pulsos de vácuo no processo de desidratação osmótica de pedaços de goiaba vermelha (50 x 30 mm, respeitada a espessura natural), cultivar Chinesa, sobre as variáveis de perda de água, redução de peso, ganho de sólidos, atividade de água, parâmetros de cores e propriedades mecânicas. O estudo foi feito usando a metodologia de superfície de resposta com uma função de preferência desenvolvida de modo a maximizar a perda de água e a redução de peso e minimizar a atividade de água. Nestes termos, os autores encontraram, como condições ótimas para o processo, uma concentração de 60 °Brix, com temperatura de 32 °C, e a aplicação de pulso de vácuo por 20 minutos. Para esses valores ótimos, foram avaliadas as variáveis de cor e propriedades mecânicas da goiaba tratada que, segundo os pesquisadores, mostraram-se similares àquelas da fruta *in natura*.

Ganjloo et al. (2012) utilizaram o modelo empírico de Peleg para investigar os efeitos das condições de processo sobre as cinéticas de ganho de sólidos e perda de água na desidratação osmótica de cubos de goiabas, usando soluções de sacarose (30 – 50 % g/g) com temperaturas de 30, 40 e 50 °C e uma relação de massa de fruta por solução de 1:10. Segundo os pesquisadores, o modelo aplicado ajustou-se adequadamente aos dados experimentais. Além disso, em todos os casos, um aumento na temperatura ou no nível de concentração da solução provocou um aumento na taxa de transferência de massa inicial, em consonância com o comportamento do parâmetro correspondente no modelo de Peleg. A taxa de transferência de massa inicial satisfaz, nos termos do trabalho, uma equação do tipo Arrhenius, que, por sua vez, indicou uma maior sensibilidade do ganho de sólidos, em relação à temperatura, quando comparada com outras transferências de massa. Por fim, os pesquisadores atestam que os resultados do trabalho permitem estimar a cinética de transferência de massa na desidratação osmótica de cubos de goiaba de modo a se obter produtos com determinado teor de sólidos e de água.

Kumar e Sagar (2012) investigaram vários tipos de secagem em manga, groselha indiana e goiaba osmodesidratadas, com o intuito de avaliar a melhor condição de secagem para as frutas. A desidratação osmótica foi conduzida colocando-se fatias das frutas em solução de açúcar com 60 °Brix, 0,05% de metabisulfito de potássio e 0,1 % de ácido cítrico a uma temperatura de 60 °C. A razão de fruta por solução foi de 1:4 e o tempo de imersão de 6 horas. A secagem posterior foi feita em quatro tipos de secadores, a saber: de fluxo cruzado, a vácuo, a baixa temperatura e solar. Os resultados apontaram que a secagem a vácuo foi superior às demais, tendo em vista apresentar uma maior retenção de ácido ascórbico, açúcar, e acidez, assim como uma maior remoção de água. A presença clara da taxa de secagem

decrecente, levou os autores a concluir que o transporte de água ocorreu por difusão. Os resultados distintos em relação aos tipos de frutas, deram-se, segundo os pesquisadores, devido à diferente estrutura do tecido celular de cada fruto.

O efeito na estrutura do tecido celular da goiaba vermelha, cultivar Paluma, submetida à desidratação osmótica, em solução de sacarose e maltose, foi analisado por Pereira et al. (2009). A desidratação osmótica foi feita em metades de goiabas em solução de sacarose com 40 e 60 °Brix, sob agitação de 120 rpm, com razão de fruta para solução de 1:10 e temperatura de 40 °C. Outro processo, nas mesmas condições, foi feito usando uma solução de maltose. Em algumas dessas soluções foi adicionado lactato de cálcio com o objetivo de investigar seu efeito na preservação da estrutura do tecido celular. A fruta *in natura* foi utilizada para se avaliar os efeitos da desidratação osmótica nas propriedades da goiaba. Em consonância com os autores, a desidratação osmótica, com ambos os solutos, causa sérios danos à estrutura do tecido celular das amostras de goiaba e esse efeito é intensificado pela maior concentração de açúcar na solução e pelo uso da sacarose. A adição do lactato de cálcio ajuda na manutenção da estrutura do tecido da goiaba.

Corrêa et al. (2010) estudaram a influência da aplicação de pulso de vácuo e da concentração da solução na transferência de massa na desidratação osmótica de goiaba vermelha cortada em fatias de 5,0 x 2,5 cm, respeitada a espessura natural de aproximadamente 5 mm. Foram analisadas as cinéticas de redução de peso, perda de água, ganho de sólidos e atividade de água. O processo foi conduzido em solução de sacarose com concentrações de 40, 50 e 60 °Brix com pulsos de vácuo de 100 mbar por 0, 10 e 15 minutos, no início do experimento. Observou-se uma maior perda de água e uma menor atividade de água com o aumento na concentração da solução e a aplicação de vácuo. Por outro lado, a captação de sólidos foi reduzida com o aumento na concentração e favorecida com o uso dos pulsos de vácuo. Na modelagem matemática das cinéticas de transferência de massa, foram utilizados um modelo difusivo de placa infinita com condição de contorno do primeiro tipo e um hidrodinâmico. O modelo de Peleg foi usado para a determinação dos valores de equilíbrio. A difusividade efetiva de massa e as constantes relativas à equação de Peleg foram obtidas por meio de regressão linear. No modelo hidrodinâmico, a difusividade efetiva foi determinada por meio de um modelo proposto por Fito e Chiralt (1997), no qual, em última análise, consideram-se dois períodos na transferência de massa, a saber: o primeiro, nos instantes iniciais, onde prepondera sua dependência em relação ao gradiente de pressão, considerado aproximadamente constante, e o segundo, no qual o processo é descrito pelo

primeiro termo da solução analítica da equação de difusão para uma placa semi-infinita, com condição de contorno do primeiro tipo. Com essas hipóteses simplificadoras, a difusividade efetiva, para cada experimento, foi determinada por meio de regressão linear, na qual a aferição da qualidade do ajuste foi feita por meio da estimativa do erro padrão. Os autores concluíram que o modelo hidrodinâmico reproduz bem os efeitos das variáveis do processo e apresenta uma melhor concordância com os resultados experimentais, quando comparado com o modelo difusivo. Registre-se que, em ambos os modelos, a difusividade efetiva foi considerada constante durante o processo.

Silva et al. (2014c) apresentaram um primeiro estudo com base nos experimentos de desidratação osmótica desenvolvidos na presente pesquisa. Neste trabalho, foram utilizados dois modelos difusivos unidimensionais numéricos: (1) desconsiderando o encolhimento inerente ao processo e admitindo a difusividade efetiva de massa, para água e para sacarose, constantes e (2) considerando as dimensões e as difusividades efetivas de massa variáveis no transcurso dos experimentos. A condição de contorno utilizada foi do primeiro tipo e os parâmetros de processo foram obtidos por otimização. Segundo os autores, ambos os modelos descreveram adequadamente as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose sendo equivalentes, sob o prisma de indicadores estatísticos. Contudo, os pesquisadores alertam para a melhor adequação física do modelo (2). Um novo estudo, com base nos mesmos dados experimentais, é feito na seção 4.3, utilizando soluções numéricas da equação de difusão bidimensional à título de comparação.

### **2.9.2. A maçã**

A maçã (*Malus Domestica*) é o fruto da macieira, planta da família das rosáceas e subfamília das pomáceas. Apesar de alguma controvérsia, atribui-se sua origem à Ásia Central (CHITARRA e CHITARRA, 2006; SKINNER e HUNTER, 2013). Apresenta-se como a fruta de clima temperado com maior importância, sendo consumida *in natura*, ou na forma de sucos, geleias e produtos desidratados para as mais diversas finalidades (SOSA et al., 2012). Atualmente há mais de 20.000 variedades, embora um pequeno número se submeta à produção comercial (SKINNER e HUNTER, 2013).

No Brasil, as variedades mais comercializadas são a Fuji, originária do Japão e a Gala, proveniente da Nova Zelândia. Juntas representam mais de 90% do mercado nacional,

sendo introduzidas no Brasil no final dos anos sessenta (ABPM, 2014). Outras cultivares plantadas são a Eva, *Golden Delicious*, Brasil, Anna Condesa, Catarina e *Granny Smith*.

Segundo Fioravanço (2009), a consolidação das cultivares Gala e Fuji fomentou ganhos de produtividade e viabilizou o atendimento do mercado interno e externo com qualidade. As características organolépticas agradaram o consumidor brasileiro e, juntamente com outros fatores, como a epiderme vermelha e boa conservação pós-colheita, foram decisivos para o aumento na produção e substituição da importação.

No que toca a informações nutricionais, a Tabela 2.2 apresenta os percentuais de umidade, nível energético e alguns componentes químicos, de 100 g de maçã, em consonância com a Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (UNICAMP, 2011) para a cultivar Fuji e a designada por maçã Argentina.

Há que se registrar que os percentuais variam em função da cultivar, da região de plantio e do clima, dentre outros fatores.

Tabela 2.2: Composição de 100 g das maçãs Fuji e Argentina.

Componente	Maçã Fuji (com casca crua)	Maçã Argentina (com casca crua)
Umidade (%)	84,3	82,6
Energia (kcal)	56,0	63,0
Proteína (g)	0,3	0,2
Lípídeo (g)	-	0,2
Carboidrato (g)	15,2	16,6
Fibra Alimentar(g)	1,3	2,0
Cinzas (g)	0,2	0,3
Cálcio (mg)	2,0	3,0
Magnézio (mg)	2,0	5,0

Fonte: UNICAMP (2011)

Constatação, nesse sentido, foi feita por Amarante et al. (2012), que analisaram a composição mineral de maçãs das cultivares Gala e Fuji em pomares de diferentes regiões do sul do Brasil. As composições médias, para alguns minerais, estão expostas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Composição média de minerais em maçãs Fuji e Gala.

Componente	Maçã Fuji (mg.kg <sup>-1</sup> )	Maçã Gala (mg.kg <sup>-1</sup> )
Cálcio	47,2 ± 11,8	41,0 ± 10,2
Potássio	1028 ± 134	1043 ± 151
Magnésio	51,6 ± 9,8	45,7 ± 8,2
Fósforo (g)	116 ± 26	116 ± 17
Nitrogênio	419 ± 84	373 ± 63
(K + Mg)/Ca	24,3 ± 7,1	28,3 ± 8,7
N/Ca	9,6 ± 3,7	9,7 ± 3,2

Fonte: Amarante et al.(2012)

De acordo com o Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE, 2014), a capacidade de armazenamento do Brasil é de cerca de 60% da produção de maçãs. Isso deixa patente a necessidade de métodos de conservação e desenvolvimento de outros produtos, a exemplo da desidratação osmótica seguida de secagem. Com efeito, ainda que a produção brasileira tenha mercado internacional, há excedentes, e o aproveitamento, na forma de maçã-passa, é uma alternativa plausível, tendo em vista o baixo investimento e a conservação do produto em condição ambiente (MOURA et al., 2007).

Em consonância com a *Food and Agriculture Organization of The United Nations* (FAO, 2015), no ano de 2013, os maiores produtores de maçã foram a China (39.682.618,00 t), os Estados Unidos (4.081.608,00 t) e a Turquia (3.128.450,00 t). O Brasil ocupou a décima primeira posição, com uma produção de 1.335.478,00 toneladas. A Tabela 2.4 exhibe as produções brasileira e mundial, de 2008 a 2013, segundo a mesma organização.

Tabela 2.4: Produção brasileira e mundial de maçã de 2008 a 2013.

Ano	Produção Brasileira (t)	Produção Mundial (t)
2008	1.124.155,00	69.050.546,50
2009	1.222.885,00	71.007.631,74
2010	1.279.124,00	70.585.832,00
2011	1.338.995,00	76.053.680,36
2012	1.339.771,00	77.488.543,33
2013	1.231.472,00	80.822.520,63

Fonte: FAO (2015)

### 2.9.2.1. Alguns trabalhos sobre desidratação osmótica de maçã

Como mencionado, a possibilidade da produção de maçã-passa como meio de aproveitamento do excedente de produção e o desenvolvimento de novos produtos, faz da desidratação osmótica de maçã, seguida ou não de secagem, uma importante alternativa de investimento relativamente baixo. Neste contexto, diversos trabalhos científicos têm reportados estudos, com diferentes enfoques, acerca da desidratação osmótica de maçã, assim como de sua modelagem matemática.

Mavroudis et al. (2012), analisaram a influência da concentração da solução osmótica, em tecidos de maçã no que se refere à textura e às cinéticas de perda de água e ganho de sólidos. Foram utilizadas soluções com idênticas pressões osmóticas, porém com composições levemente distintas em relação à adição de cloreto de cálcio e de sódio (g/g), a saber: (1) 50% de sacarose, (2) 49,47% de sacarose com 0,25% de cloreto de cálcio ( $\text{CaCl}_2$ ), (3) 48,27% de sacarose com 0,5% de  $\text{CaCl}_2$  e (4) 40,52% de sacarose, 0,5% de  $\text{CaCl}_2$  e 2% de cloreto de sódio ( $\text{NaCl}$ ). Os procedimentos desenvolveram-se nas temperaturas de 20, 40 e 60 °C com razão de fruto para solução acima de 1:35. Os resultados mostraram que, para cada temperatura, a captação de sólidos foi maior quando o meio 1 foi utilizado. Por outro lado, o uso das soluções 2 ou 3, promoveu menores ganhos de sólidos. Os autores argumentam que, a despeito dos efeitos na vitalidade das células, a adição de minerais influencia a permeabilidade da membrana celular. Além disso, atestam que é possível reduzir o amolecimento do tecido por meio do uso das soluções 2, 3 e 4 quando a temperatura do processo for a ambiente ou moderada. A temperatura de 60 °C causou amolecimento do tecido, independentemente da solução utilizada, provavelmente pelo maior dano à estrutura do tecido causado pela temperatura.

O uso da sacarose como agente osmótico (único ou em misturas) é frequente, em razão das características deste soluto. Contudo, outras experiências têm sido feitas com objetivos específicos. Diamante e Yamaguchi (2013) estudaram os efeitos do tempo de imersão, em diversos níveis de mistura de sucos de maçã e de groselhas concentrados, como agentes osmóticos, bem como da temperatura, nas características de secagem e no teor de ácido ascórbico na secagem de cubos de maçã (Granny Smith), usando a metodologia de superfície de resposta. Foram usados cubos de maçã congelados e descongelados, com 1 cm de aresta. Os níveis de misturas dos xaropes foram de 90% e 10%, 80% e 20% e 70% e 30% de suco de maçã e de groselha concentrados, respectivamente. As temperaturas de secagem

foram de 50, 60 e 70 °C com velocidade do ar de 0,20 m s<sup>-1</sup>. As condições ótimas para a secagem dos cubos de maçã foram: nível de suco de groselha concentrado de 24,4 a 30%, tempo de imersão de 52 a 55 minutos e temperatura de secagem de 70 °C. Por fim, os pesquisadores afirmam que o tratamento osmótico de cubos de maçã em mistura de sucos concentrados de maçã e groselha possibilita a criação de produtos secos com açúcar natural e alto teor de ácido ascórbico.

Como dito anteriormente, a desidratação osmótica, além de auxiliar na remoção da água do produto, possibilita a criação de novos produtos com valor agregado. Velickova et al. (2013), estudaram a produção de ‘chips’ de maçã, através da desidratação osmótica de discos de maçã (variedade Idared) com diâmetro de 18 mm e espessura de 2 mm, seguida de secagem convectiva a ar. O tratamento osmótico foi conduzido em solução de água e sacarose com 40 °Brix a 25 °C, com razão de fruto para solução de 1:20 e duração de 150 minutos. A secagem convectiva posterior foi feita a uma temperatura de 105 °C por 120 minutos. Propriedades mecânicas, retenção de cor e aceitabilidade do produto foram analisadas. De acordo com os autores, a redução da atividade de água do produto final, aliada à armazenagem sob atmosfera modificada, fez com que o produto não sofresse mudanças significativas nos parâmetros de qualidade em um período de seis meses, em particular, no que diz respeito à preservação de cor e a boas propriedades mecânicas, além de apresentar um índice de aceitabilidade de 95% por parte dos painelistas.

Simal et al. (1997), investigaram a influência da desidratação osmótica de cubos de maçã (aresta de 1 cm), sobre a cinética da secagem posterior. A desidratação osmótica foi feita em uma solução de água e sacarose com 70 °Brix, sob agitação, razão de fruta para solução de 1:6 e tempo de imersão máximo de 3 horas, com temperatura de operação de 50 °C. A secagem posterior foi feita a uma temperatura de 60 °C. Além disso, as maçãs osmodesidratadas por 90 minutos, nas mesmas condições, foram secadas a diversas temperaturas. Amostras *in natura* foram também submetidas à secagem convectiva e, em todos os procedimentos de secagem, observou-se apenas o período de taxa decrescente. A modelagem matemática foi feita por meio de modelos difusivos, nos quais se considerou a solução analítica da equação de difusão, para a geometria de um paralelepípedo, com condição de contorno do primeiro tipo. A determinação das difusividades efetivas de massa foi feita, no processo de secagem, ajustando-se a solução analítica aos dados experimentais, por meio do programa EXCEL, através do método de Newton. Para a secagem das frutas *in natura*, o modelo não apresentou boa acurácia. Esse fato foi atribuído a não consideração do

encolhimento durante o processo, que ficou em torno de 62%. Por outro lado, na secagem das amostras osmodesidratadas, houve boa acurácia, mesmo desprezando-se o encolhimento. Segundo os autores, isso se deu pela redução no encolhimento que girou em torno de 35%. A difusividade efetiva de massa, no processo de secagem, foi significativamente afetada pelo pré-tratamento osmótico, embora o tempo de imersão não tenha exercido grande influência. O intervalo de variação da difusividade foi de  $2 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , para 30 °C, e de  $9,8 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  para 90 °C. Esses valores foram menores do que os obtidos para as frutas *in natura*.

Na desidratação osmótica, o estado de equilíbrio tem importância fundamental no que toca à sua modelagem matemática e à estimativa dos parâmetros de processo. Todavia, como frisado anteriormente, trata-se, em regra, de um processo longo, com uma conseqüente demora para que se atinja o estado de equilíbrio. Neste contexto, em alguns trabalhos, equações empíricas são utilizadas para prever as condições de equilíbrio. Zúñiga e Pedreschi (2011) estudaram quatro modelos empíricos para o cálculo dos valores de pseudo-equilíbrio da desidratação osmótica de placas de maçã (5 x 50 x 50 mm) em meios osmóticos com concentrações de 30, 40, 50 e 60% (g/g), com o propósito de compará-los aos valores experimentais e de usá-los na determinação das difusividades efetivas de massa atinentes ao processo. O experimento se deu numa temperatura de  $25 \pm 0,5 \text{ °C}$  com razão de amostra para solução de 1:12. Utilizaram-se os modelos de Zugarramurdi e Lupín, de Azuara, Da Igual Concentração e das Inclinações (slopes). Segundo os pesquisadores, a ordem decrescente de acurácia desses modelos, na predição dos estados de equilíbrio e determinação das difusividades, foi a seguinte: Igual Concentração, Azuara, Inclinações e Zugarramurdi e Lupín. Para cada valor de pseudo-equilíbrio, o cálculo das difusividades efetivas de massa, para a água e para a sacarose, foi feito mediante o ajuste de soluções analíticas da equação de difusão, para uma placa infinita imersa em um volume finito de solução, aos dados experimentais. A qualidade do ajuste foi aferida por meio da minimização da raiz do erro médio quadrático. Para o modelo de melhor acurácia (Igual Concentração), considerando-se a menor e a maior temperatura, respectivamente, as difusividades efetivas para a água foram  $(1,71 \pm 0,43) \times 10^{-10}$  e  $(2,41 \pm 0,88) \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Para a sacarose, os valores correspondentes foram  $(1,32 \pm 0,07) \times 10^{-10}$  e  $(2,20 \pm 0,17) \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Como atestado pelos autores, apesar do método de Igual Concentração não ter acurácia teórica, apresenta vantagem frente aos demais, em razão de não depender dos dados de cinética.

Souraki et al. (2014) consideraram o efeito do encolhimento das amostras na determinação das difusividades efetivas de massa, na desidratação osmótica de placas de

maçã com espessura de  $5,0 \pm 0,1$  mm. O experimento foi conduzido por 6 horas, em 9 combinações de soluções de sacarose (30, 40 e 50 °Brix) e temperaturas (30, 40 e 50 °C), sob agitação e razão de amostra para solução de 1:20. Em instantes de tempo pré-definidos, foram medidas as espessuras das amostras e seus volumes, assim como os teores de água e de sólidos. O encolhimento foi considerado como uma função linear da perda de água. O estado de equilíbrio foi determinado por meio do modelo de Azuara. Para a determinação das difusividades efetivas de massa, da água e da sacarose, foi considerada a forma logarítmica do primeiro termo da série que representa a solução analítica da equação de difusão unidimensional em placa infinita, com condição de contorno do primeiro tipo (valor médio). Inicialmente, não se considerou o encolhimento, e as difusividades foram encontradas usando-se regressão linear, por meio do ajuste das expressões logarítmicas da razão de umidade e de sólidos aos dados experimentais, nas quais a espessura foi considerada constante e a perda de água e o ganho de sólidos médios foram calculados considerando o volume constante. Ao se considerar o encolhimento, um procedimento semelhante foi utilizado. Contudo, no lugar da espessura, usou-se a média ponderada, em relação ao tempo, das espessuras das amostras, medidas ao longo do experimento. Como esperado, os valores das difusividades, levando-se em conta o encolhimento, foram menores do que aqueles encontrados sem considerar esse fenômeno.

Kaymak-Ertekin e Sultanoğlu (2000), investigaram a desidratação osmótica de fatias de maçã em soluções de sacarose, de dextrose e de uma mistura entre esses solutos para diversas concentrações. Para a descrição das cinéticas de perda de água e de ganho de sólidos foram utilizados modelos difusivos consistentes nas soluções numéricas da equação de difusão obtidas por meio do método de Crank-Nicolson, considerando-se as fatias de maçã como uma placa infinita, com condição de contorno do primeiro tipo, difusividade efetiva de massa constante e encolhimento desprezível. O estado de equilíbrio foi determinado por meio do modelo de Azuara. A cada estepe de tempo, os perfis de concentração de água e de sólidos foram calculados separadamente por meio da solução numérica da equação de difusão correspondente. Porém, no mesmo estepe de tempo, a concentração de água foi ajustada usando a captação de sólidos e vice-versa. Determinou-se, assim, a concentração total de sólidos, a cada tempo, por meio de uma equação de balanço de massa. De acordo com os autores, a taxa de desidratação cresceu com o aumento da concentração e da temperatura da solução.

Diante do exposto neste Capítulo, percebe-se que o processo de desidratação

osmótica, seguida, ou não, de secagem convectiva ou outro tratamento posterior, tem merecido a atenção da comunidade científica, como se pode atestar pela grande quantidade de artigos científicos relacionados. Boa parte destes trabalhos atém-se ao estudo das condições operacionais relativas ao processo de desidratação osmótica seguido, ou não, de um processo complementar, com intuito de se garantir resultados específicos para as mais diversas variáveis dependentes observadas, a exemplo da perda de água, da captação de sólidos e das qualidades organolépticas do produto final, dentre outras. Neste sentido, a metodologia de superfície de resposta, dentre outras, tem sido fartamente utilizada com bons resultados.

No que se refere à modelagem matemática do processo de desidratação osmótica, a utilização de modelos empíricos ou semi-empíricos em diversos trabalhos tem apresentado bons resultados no que toca à descrição das cinéticas próprias do processo de desidratação osmótica. Contudo, apresentam limitações por não considerarem a complexidade do fenômeno e não serem capazes de predizer a distribuição de teor de água ou de sólidos em instantes específicos.

Alguns trabalhos utilizam modelos complexos que levam em conta características específicas do tecido celular do produto estudado. Embora apresentem boa acurácia, dependem de parâmetros de difícil mensuração.

Os modelos de difusão são fartamente utilizados no estudo da desidratação osmótica, pela vantagem de possibilitarem a descrição do fenômeno físico com boa precisão, além de predizerem a distribuição da variável de interesse no produto em qualquer instante de tempo. Há que se registrar, entretanto, que a maior parte desses trabalhos utiliza soluções analíticas da equação de difusão, admitindo-se parâmetros de processos constantes, além de não levarem em conta o encolhimento característico do processo.

Poucos trabalhos utilizam soluções numéricas da equação de difusão no estudo da desidratação osmótica seguida, ou não, de secagem convectiva. Em alguns trabalhos, apesar da utilização de modelos difusivos numéricos, algumas limitações são, ainda, impostas, como a consideração de parâmetros de processos constantes, a desconsideração do encolhimento e a imposição da condição de contorno do primeiro tipo. Além disso, não foram encontrados trabalhos que utilizem a geometria bidimensional de placa finita no estudo da desidratação osmótica de frutas.

Há, no entanto, trabalhos que admitem parâmetros de processos variáveis, contudo a variação não é considerada em função do valor local da grandeza de interesse. Além disso, a condição de contorno é admitida como do primeiro tipo, desconsiderando a

possibilidade de qualquer resistência ao fluxo de massa na superfície do produto.

Neste sentido, com base na revisão bibliográfica descrita neste Capítulo, sobretudo nas seções 2.9.1.1 e 2.9.2.1, pretende-se contribuir com o estudo da desidratação osmótica de frutas por meio da análise desse processo em maçã (variedade Gala) e em Goiaba (cultivar Paluma), em soluções de sacarose, assim como com a análise do processo complementar da secagem convectiva de maçã. A principal contribuição se dá pela utilização de modelos difusivos numéricos que utilizam o método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita para obter soluções da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do terceiro tipo. Estes modelos contemplam a possibilidade de resistência ao fluxo de massa na superfície do produto, assim como o encolhimento inerente aos processos de desidratação osmótica e de secagem, além da variação da difusividade efetiva de massa em função do valor local da grandeza de interesse. Tal estudo oferece à comunidade científica novos subsídios para o entendimento desses processos complexos, sobretudo no que se refere ao controle e predição de suas principais variáveis, de modo a adequá-los aos mais diversos fins da cadeia produtiva, sobretudo em relação às frutas citadas.

## Capítulo 3 – Material e métodos

Neste capítulo discorre-se acerca da modelagem matemática e experimental utilizada para o estudo da desidratação osmótica de frutas (goiaba e maçã) e da secagem complementar de maçã, sob a perspectiva de variação dos parâmetros de processos e do encolhimento do produto no transcurso do experimento.

### 3.1. Modelagem matemática

A principal contribuição deste trabalho diz respeito ao estudo da desidratação osmótica de goiaba e de maçã, e da secagem convectiva complementar de maçã, através de modelos difusivos, nos quais se admite parâmetros de processos variáveis e se considera o encolhimento inerente aos processos. Nesse sentido, soluções analíticas apresentam limitações, pois, em geral, pressupõem parâmetros de processo e geometria constantes. Diante do exposto, soluções numéricas da equação de difusão tornam-se pertinentes, por não apresentarem limitações nesse aspecto.

No presente estudo, soluções numéricas das equações de difusão uni e bidimensional, em coordenadas cartesianas, com condição de contorno do terceiro tipo, são obtidas usando-se o método de volumes finitos (PATANKAR, 1980; MALISKA, 2004) com uma formulação totalmente implícita. Para tanto, além da condição de contorno mencionada, considera-se:

- o sólido homogêneo e isotrópico;
- a difusividade efetiva de massa variando no transcurso do processo em função do valor local da grandeza de interesse;
- o coeficiente de transferência convectiva de massa constante no decorrer do experimento;
- o encolhimento inerente ao processo;
- a difusão de água independente da difusão de sólidos e vice-versa.

Os tópicos seguintes apresentam as discretizações das equações de difusão uni e bidimensional, em seus respectivos domínios.

### 3.1.1. Solução numérica para a equação de difusão unidimensional

Para se resolver a equação de difusão unidimensional, em coordenadas cartesianas, usando o método dos volumes finitos, necessita-se discretizar seu domínio de validade, dividindo-o em um número finito de volumes de controle (SILVA, 2009), como mostra a Figura 3.1, para uma malha com N volumes de controle, na qual se tem um volume de controle interno, i, em destaque. Os pontos destacados são os pontos nodais de cada volume de controle.

#### 3.1.1.1. Discretização para um volume de controle interno

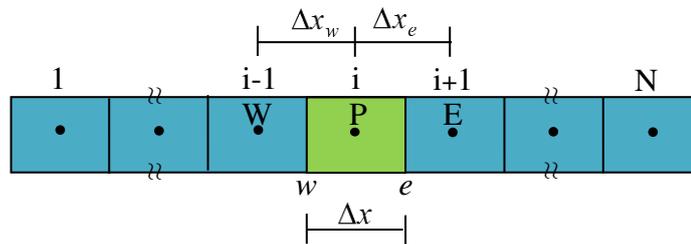


Figura 3.1: Domínio unidimensional discretizado com um volume de controle interno destacado.

De acordo com a Figura 3.1, um volume de controle interno possui vizinhos a leste e a oeste, representados pelos pontos nodais E e W, respectivamente. Integrando-se a equação de difusão unidimensional, em coordenadas cartesianas, Equação (2.4), no tempo e no espaço, em um desses volumes de controle, tem-se (SILVA, 2009)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} dxdt = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dxdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e (S) dxdt. \quad (3.1)$$

Esta pesquisa se restringe à difusão de massa com a hipótese de que o termo fonte seja nulo. Contudo, visando um desenvolvimento que contemple outros fenômenos difusivos, faz-se a opção de mantê-lo no decorrer do desenvolvimento que se segue considerando-o, no entanto, linearizado (SILVA, 2009) de acordo com a Equação (3.2):

$$S(\Phi_P) = S_P \Phi_P + S_C. \quad (3.2)$$

em que  $S(\Phi_P)$  representa o termo fonte como função do valor da grandeza  $\Phi$  no ponto nodal P e  $S_P$  e  $S_C$  denotam os coeficientes da linearização.

Substituindo-se a Equação (3.2) na equação (3.1), obtém-se

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} dxdt = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dxdt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e (S_P \Phi_P + S_C) dxdt. \quad (3.3)$$

Com base na Figura 3.1, as derivadas podem ser aproximadas por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) \cong \frac{\lambda\Phi - \lambda^0\Phi^0}{\Delta t} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) \cong \frac{\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_w}{\Delta x}, \quad (3.5)$$

em que  $\lambda^0\Phi^0$  é o valor do produto  $\lambda\Phi$  no início do intervalo de tempo. Levando-se em conta as Equações (3.4) e (3.5) e considerando-se os integrandos constantes e iguais a seus valores no ponto nodal do volume de controle destacado, uma primeira integração adequada na Equação (3.3), no tempo,  $\Delta t$ , e no espaço,  $\Delta x$ , fornece:

$$\int_w^e (\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) dx = \int_t^{t+\Delta t} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_w \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} (S_P \Phi_P + S_C) \Delta x dt. \quad (3.6)$$

Observe-se que, diante do desenvolvimento feito, a Equação (3.6) é válida para qualquer tipo de volume de controle. Usando as aproximações,

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e} \quad (3.7)$$

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w}, \quad (3.8)$$

fazendo-se uma nova integração, e dividindo-se o resultado por  $\Delta t$ , obtém-se

$$\begin{aligned} \lambda_P \Phi_P \frac{\Delta x}{\Delta t} - \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} &= \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Phi_E - \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Phi_P - \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Phi_P + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Phi_W \\ &+ S_P \Phi_P \Delta x + S_C \Delta x. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Agrupando-se os termos, encontra-se a equação algébrica

$$A_P \Phi_P = A_w \Phi_W + A_e \Phi_E + B \quad (3.10)$$

na qual

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} - S_P \Delta x \quad (3.11)$$

$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \quad (3.12)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \quad (3.13)$$

$$B = \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} + S_C \Delta x. \quad (3.14)$$

### 3.1.1.2. Discretização para o volume de controle oeste

A Figura 3.2 mostra o domínio discretizado com o volume de controle oeste destacado, em que  $\phi_w''$  representa o fluxo da grandeza estudada,  $\Phi$ , no contorno oeste desse domínio e  $\Phi_{\infty w}$  é o seu valor de equilíbrio nessa fronteira. Neste caso, tem-se vizinho apenas a leste e, no contorno oeste, deve-se impor a condição de contorno que, neste trabalho, é, considerada do terceiro tipo.

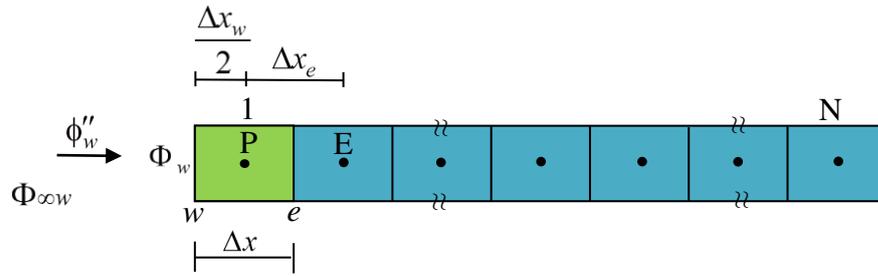


Figura 3.2: Domínio unidimensional discretizado com volume de controle oeste destacado.

Utilizando o mesmo desenvolvimento inicial feito para um volume de controle interno e integrando-se a Equação (2.4), no tempo,  $\Delta t$ , e no espaço,  $\Delta x$ , neste tipo volume de controle, encontra-se a Equação (3.6). De acordo com a Figura 3.2, as derivadas que figuram nessa equação podem, agora, ser aproximadas por

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e = \Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e}. \quad (3.15)$$

e

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w = \Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_w}{\Delta x_w / 2}. \quad (3.16)$$

Note-se que  $\Phi_w$  representa a grandeza  $\Phi$  na fronteira oeste do domínio para qual, a princípio, não se tem uma expressão. Nesse sentido, para se encontrar uma expressão para  $\Phi_w$  utiliza-se a condição de contorno convectiva nesta fronteira que, como mencionado anteriormente, corresponde à igualdade entre os fluxos difusivo e convectivo neste contorno. Impondo-se essa igualdade, com a devida aproximação para a derivada, tem-se

$$\phi_w'' = -\Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_w}{\Delta x_w / 2} = h_w (\Phi_{\infty w} - \Phi_w). \quad (3.17)$$

Explicitando  $\Phi_w$ , nessa equação, tem-se

$$\Phi_w = \frac{\frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Phi_P + h_w \Phi_{\infty w}}{\frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} + h_w}. \quad (3.18)$$

Substituindo-se as Equações (3.15), (3.16) e (3.18) na Equação (3.6), obtém-se, após uma integração adequada e dividindo-se o resultado por  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \left( \lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0 \right) \frac{\Delta x}{\Delta t} = & \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Phi_E - \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Phi_P - \frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \left[ \Phi_P - \frac{\frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Phi_P + h_w \Phi_{\infty w}}{\frac{2\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} + h_w} \right] \\ & + (S_P \Phi_P + S_C) \Delta x. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Agrupando-se os termos semelhantes, chega-se a

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + B \quad (3.20)$$

em que

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\frac{\Gamma_w^\Phi}{h_w} + \frac{\Delta x_w}{2}} + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} - S_P \Delta x \quad (3.21)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \quad (3.22)$$

$$B = \lambda_P^0 \frac{\Delta x}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_C \Delta x + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\frac{\Gamma_w^\Phi}{h_w} + \frac{\Delta x_w}{2}} \Phi_{\infty w}. \quad (3.23)$$

No que se refere ao contorno leste, chega-se a uma equação algébrica análoga a Equação (3.20), observando-se que, neste caso, a condição de contorno deve ser imposta no contorno leste.

### 3.1.1.3. Avaliação de $\Gamma^\Phi$ nos pontos nodais e nas interfaces dos volumes de controle

Neste trabalho, admite-se que o valor do parâmetro  $\Gamma^\Phi$  (que, no caso da difusão de massa, corresponde à difusividade efetiva de massa) varia em função da grandeza  $\Phi$ , ou seja,

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi) \tag{3.24}$$

em que  $f$  é uma função a ser determinada no processo de otimização com base em dados experimentais. Essa hipótese tem um caráter particular nessa pesquisa e, como dito anteriormente, justifica o uso de soluções numéricas da equação de difusão. Importa ressaltar que diversos trabalhos ratificam a dependência da difusividade efetiva de massa com o teor de água no produto (DEROSSO et al., 2008; PORCIUNCULA et al., 2013).

Na discretização da equação de difusão, no entanto, como mencionado anteriormente, o valor da grandeza  $\Phi$ , em cada volume de controle, é admitido constante e igual ao seu valor no ponto nodal correspondente, em cada estepe de tempo. Dessa forma, tem-se, de fato,

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi_p). \tag{3.25}$$

Na qual  $\Phi_p$ , denota o valor de  $\Phi$  no ponto nodal do volume de controle.

Observando-se as Equações de (3.11) a (3.14) e de (3.21) a (3.23), percebe-se que, para determinação dos coeficientes das equações algébricas, necessita-se, de fato, dos valores de  $\Gamma^\Phi$  nas interfaces dos volumes de controle. Nesse sentido, há de se ter uma expressão desse parâmetro, nessas fronteiras, em função de seus valores nos pontos nodais dos volumes de controle que se avizinham, admitidos conhecidos. Nesse estudo, de acordo com a Figura 3.3,

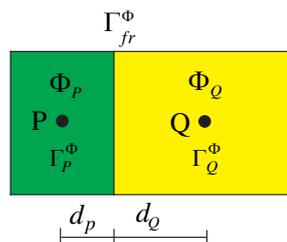


Figura 3.3: Esquema para determinação de  $\Gamma^\Phi$  na interface.

supõe-se que o valor de  $\Gamma^\Phi$ , na interface de dois volumes de controles vizinhos, seja dado pela média harmônica de seus valores nos pontos nodais desses volumes de controle (SILVA, 2009), ou seja

$$\Gamma_{fr}^\Phi = \frac{\Gamma_P^\Phi \Gamma_Q^\Phi}{f_d \Gamma_Q^\Phi + (1 - f_d) \Gamma_P^\Phi}. \quad (3.26)$$

em que  $\Gamma_{fr}^\Phi$  é o valor de  $\Gamma^\Phi$  na interface e  $\Gamma_P^\Phi$  e  $\Gamma_Q^\Phi$  são os valores desse parâmetro nos pontos nodais, P e Q, respectivamente, dos volumes de controle vizinhos. Nessa mesma equação, tem-se (SILVA, 2009)

$$f_d = \frac{d_P}{d_P + d_Q} \quad (3.27)$$

na qual  $d_P$ , e  $d_Q$  são, respectivamente, as distâncias dos pontos P e Q para a interface comum dos volumes de controle, como mostra a Figura 3.3. Tratando-se de uma malha uniforme, a Equação (3.26) reduz-se a

$$\Gamma_{fr}^\Phi = \frac{2\Gamma_P^\Phi \Gamma_Q^\Phi}{\Gamma_Q^\Phi + \Gamma_P^\Phi}. \quad (3.28)$$

#### 3.1.1.4. Valor médio

Para a estimativa dos parâmetros de processo, necessita-se do valor médio da grandeza  $\Phi$  em estepes de tempo específicos. Resolvendo-se numericamente a equação de difusão unidimensional, em coordenadas cartesianas, tem-se os valores de  $\Phi$  nos pontos nodais de todos os volumes de controle do domínio discretizado. Dessa forma, seu valor médio,  $\bar{\Phi}$ , pode ser encontrado por meio da média ponderada

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \Phi_i V_i, \quad (3.29)$$

em que N é o número de volumes de controle,  $\Phi_i$  é o valor da grandeza  $\Phi$  no volume de controle i, cujo volume é  $V_i$ , e V é dado por

$$V = \sum_{i=1}^N V_i. \quad (3.30)$$

Para uma malha uniforme, a equação (3.29) reduz-se a média aritmética dos valores de  $\Phi$  nos pontos nodais dos volumes de controle.

### 3.1.2. Solução numérica para a equação de difusão bidimensional

A exemplo do que foi feito para a equação de difusão unidimensional, para se resolver numericamente a equação de difusão bidimensional, Equação (2.3), faz-se necessário discretizar seu domínio de validade. A Figura 3.4 apresenta, a título de exemplo, um domínio retangular discretizado. Percebe-se a existência de nove tipos de volumes de controle distintos de acordo com suas vizinhanças. Cada tipo de volume de controle incorrerá em uma equação algébrica específica, como se verá nas seções seguintes.

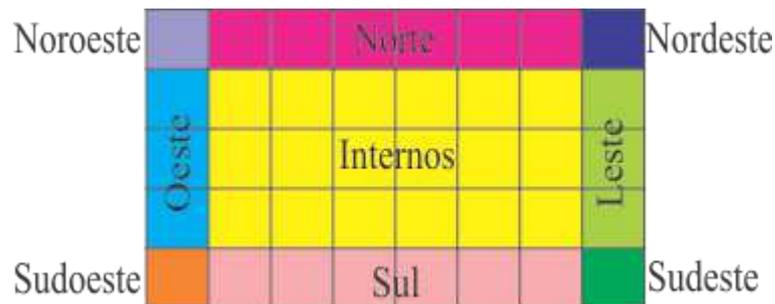


Figura 3.4: Domínio bidimensional discretizado exibindo os nove tipos de volumes de controle.

#### 3.1.2.1. Discretização para um volume de controle interno

Como se pode atestar, da Figura 3.4, um volume de controle interno possui volumes de controle que lhe fazem fronteira a norte, a sul, a leste e a oeste. A Figura 3.5 exhibe os detalhes da configuração, para um volume de controle interno, em que P, E, N, W e S representam os pontos nodais nos respectivos volumes de controle. Nessa figura,  $\Delta x$  e  $\Delta y$  são as dimensões da malha bidimensional e  $\Delta x_e$ ,  $\Delta x_w$ ,  $\Delta y_n$  e  $\Delta y_s$  são, respectivamente, as distâncias do ponto nodal P para os pontos E, W, N e S.

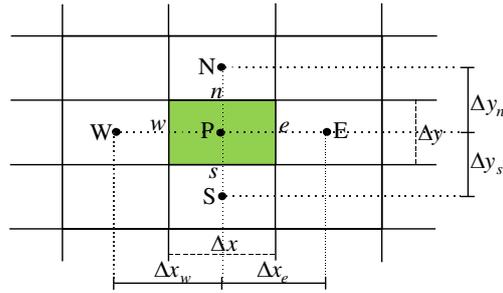


Figura 3.5: Volume de controle interno de um domínio bidimensional discretizado.

Integrando a Equação (2.3) no tempo e no espaço, para o volume de controle interno mostrado na Figura 3.5, tem-se

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) \right] dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e (s_P \Phi_P + s_C) dx dy dt \quad (3.31)$$

na qual, mais uma vez, o termo fonte encontra-se linearizado. Fazendo-se as aproximações

$$\frac{\partial}{\partial t} (\lambda\Phi) \cong \frac{\lambda\Phi - \lambda^0\Phi^0}{\Delta t} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) \cong \frac{\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial x} \Big|_w}{\Delta x} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) \cong \frac{\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_s}{\Delta y} \quad (3.34)$$

e procedendo-se a uma primeira integração adequada no tempo,  $\Delta t$ , e no espaço,  $\Delta x \Delta y$ , encontra-se

$$\begin{aligned}
 \int_s^e \int_w^n (\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) dx dy = & \int_t^{t+\Delta t} (\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e - \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w) \Delta y dt + \int_t^{t+\Delta t} (\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_n - \Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_s) \Delta x dt \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} (S_P \Phi_P + S_C) \Delta x \Delta y dt. \tag{3.35}
 \end{aligned}$$

Observe-se que a Equação (3.35) tem validade para qualquer tipo volume de controle, tendo em vista que os limites de integração,  $e$ ,  $w$ ,  $s$  e  $n$ , podem denotar os contornos de um volume de controle qualquer.

No caso específico de um volume de controle interno, de acordo com a Figura 3.5, têm-se seguintes aproximações:

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e \cong \Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta x_e} \tag{3.36}$$

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_w \cong \Gamma_w^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta x_w} \tag{3.37}$$

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_n \cong \Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y_n} \tag{3.38}$$

$$\Gamma^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_s \cong \Gamma_s^\Phi \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y_s}, \tag{3.39}$$

efetuando-se uma nova integração, e dividindo-se o resultado por  $\Delta t$ , obtém-se

$$\begin{aligned}
 \lambda_P \Phi_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} - \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} = & \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \Phi_E - \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \Phi_P - \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \Phi_P + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \Phi_W \\
 & + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x \Phi_N - \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x \Phi_P - \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \Phi_P + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \Phi_S + S_P \Phi_P \Delta x \Delta y + S_C \Delta x \Delta y. \tag{3.40}
 \end{aligned}$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se a seguinte equação algébrica:

$$A_p \Phi_p = A_w \Phi_w + A_e \Phi_e + A_n \Phi_n + A_s \Phi_s + B \quad (3.41)$$

em que

$$A_p = \lambda_p \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x - S_p \Delta x \Delta y \quad (3.42)$$

$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \quad (3.43)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \quad (3.44)$$

$$A_n = \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x \quad (3.45)$$

$$A_s = \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \quad (3.46)$$

$$B = \lambda_p^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_C \Delta x \Delta y . \quad (3.47)$$

### 3.1.2.2. Discretização para um volume de controle ao norte

Um volume de controle norte tem vizinhos a leste, a oeste e a sul. Na fronteira norte, faz contato com o meio e, neste caso, deve-se impor a condição de contorno que, como já mencionado, é considerada do terceiro tipo. A Figura 3.6 exhibe parte de uma malha bidimensional com um volume de controle ao norte destacado, em que  $\Phi_{\infty n}$  é o valor de equilíbrio de  $\Phi$  no contorno norte e  $\phi_n''$  é o fluxo de  $\Phi$ , nesta fronteira.

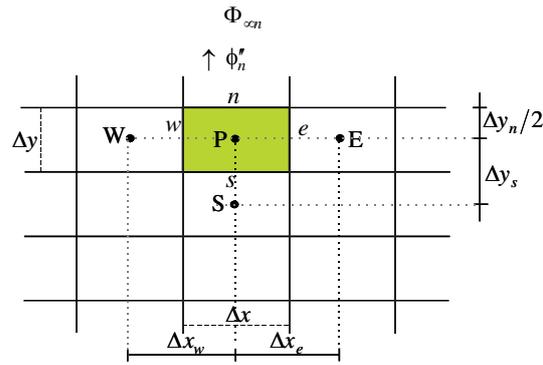


Figura 3.6: Volume de controle norte de um domínio bidimensional discretizado

Integrando-se a equação de difusão bidimensional (Equação 2.3) neste tipo de volume de controle e usando-se um desenvolvimento análogo ao que foi feito para um volume de controle interno, encontra-se a Equação (3.35). Neste ponto, vale salientar, que as aproximações para as derivadas nos contornos, dadas pelas Equações (3.36) a (3.39), se mantêm, exceto para o contorno norte, onde se tem

$$\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_n \cong \Gamma_n^{\Phi} \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y_n / 2}. \quad (3.48)$$

Nesta equação, não se conhece, em princípio, uma expressão para  $\Phi_n$ . Para determiná-la, impõe-se a condição de contorno que, como mencionado anteriormente, é considerada do terceiro tipo. Neste sentido, impõe-se a igualdade entre os fluxos difusivo e convectivo na fronteira norte, ou seja

$$\phi_n'' = -\Gamma_n^{\Phi} \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y_n / 2} = h_n (\Phi_n - \Phi_{\infty n}) \quad (3.49)$$

em que  $h_n$  é o coeficiente de transferência convectiva de massa no contorno norte. Explicitando-se  $\Phi_n$ , nesta equação, encontra-se

$$\Phi_n = \frac{\frac{2\Gamma_n^{\Phi}}{\Delta y_n} \Phi_P + h_n \Phi_{\infty n}}{\frac{2\Gamma_n^{\Phi}}{\Delta y_n} + h_n}. \quad (3.50)$$

Substituindo-se as Equações (3.36), (3.37), (3.39), (3.48) e (3.50) na equação (3.35), obtém-se, após uma integração adequada e dividindo-se o resultado por  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \lambda_P \Phi_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} - \lambda_P^0 \Phi_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} &= \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \Phi_E - \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \Phi_P - \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \Phi_P + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \Phi_W \\ &+ \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x \Phi_{\infty n} - \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x \Phi_P - \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \Phi_P + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \Phi_S \\ &+ S_P \Phi_P \Delta x \Delta y + S_C \Delta x \Delta y. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Agrupando-se os termos, ao final, tem-se a equação algébrica

$$A_P \Phi_P = A_w \Phi_W + A_e \Phi_E + A_s \Phi_S + B \quad (3.52)$$

em que

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x - S_P \Delta x \Delta y \quad (3.53)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \quad (3.54)$$

$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \quad (3.55)$$

$$A_s = \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \quad (3.56)$$

$$B = \lambda_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_C \Delta x \Delta y + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x \Phi_{\infty n}. \quad (3.57)$$

### 3.1.2.3. Discretização para um volume de controle sudoeste

O volume de controle sudoeste tem vizinhos apenas a leste e a norte. A Figura 3.7 mostra parte de uma malha bidimensional com o volume de controle sudoeste destacado. Nesta figura,  $\Phi_{\infty s}$  e  $\Phi_{\infty w}$  são, respectivamente, os valores de equilíbrio de  $\Phi$  nos contornos sul e oeste e  $\phi_w''$  e  $\phi_s''$  são, nesta ordem, os fluxos de  $\Phi$ , nos contornos sul e oeste.

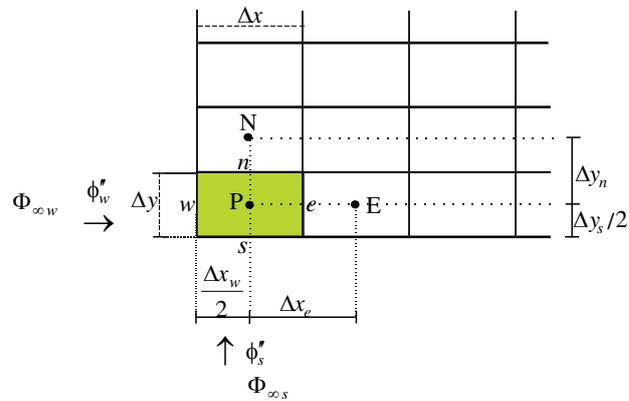


Figura 3.7: Volume de controle sudoeste de um domínio bidimensional discretizado

Integrando-se a Equação (2.3), neste volume de controle, obtém-se, de maneira análoga ao que foi feito para os volumes de contorno internos e norte, uma equação algébrica da forma

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_n \Phi_N + B, \quad (3.58)$$

em que

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\frac{\Gamma_w^\Phi}{h_w} + \frac{\Delta x_w}{2}} \Delta y + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\frac{\Gamma_s^\Phi}{h_s} + \frac{\Delta y_s}{2}} \Delta x - S_P \Delta x \Delta y \quad (3.59)$$

$$A_e = \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta x_e} \Delta y \quad (3.60)$$

$$A_n = \frac{\Gamma_n^\Phi}{\Delta y_n} \Delta x \quad (3.61)$$

$$B = \lambda_P^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_C \Delta x \Delta y + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\frac{\Gamma_w^\Phi}{h_w} + \frac{\Delta x_w}{2}} \Delta y \Phi_{\infty_w} + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\frac{\Gamma_s^\Phi}{h_s} + \frac{\Delta y_s}{2}} \Delta x \Phi_{\infty_s}. \quad (3.62)$$

Note-se que, neste caso, a condição de contorno do terceiro tipo deve ser imposta nos contornos sul e oeste e, com um desenvolvimento análogo ao feito nas seções 3.1.2.1 e 3.1.2.2, obtém-se, ao final, uma equação algébrica semelhante a equação (3.52).

### 3.1.2.4. Discretização para um volume de controle nordeste

A Figura 3.8 ilustra parte de uma malha bidimensional com o volume de controle nordeste destacado.

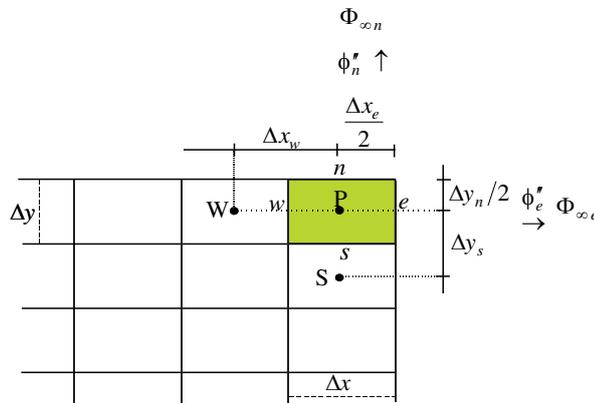


Figura 3.8: Volume de controle nordeste de um domínio bidimensional discretizado

Neste caso, a condição de contorno do terceiro tipo deve ser imposta nos contornos norte e leste. Um desenvolvimento similar ao feito nas seções anteriores resulta na equação algébrica

$$A_P \Phi_P = A_w \Phi_W + A_s \Phi_S + B \quad (3.63)$$

em que

$$A_P = \lambda_P \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h_e} + \frac{\Delta x_e}{2}} \Delta y + \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x + \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x - S_P \Delta x \Delta y \quad (3.64)$$

$$A_w = \frac{\Gamma_w^\Phi}{\Delta x_w} \Delta y \quad (3.65)$$

$$A_s = \frac{\Gamma_s^\Phi}{\Delta y_s} \Delta x \quad (3.66)$$

$$B = \lambda_p^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_C \Delta x \Delta y + \frac{\Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h_e} + \frac{\Delta x_e}{2}} \Delta y \Phi_{\infty e} + \frac{\Gamma_n^\Phi}{\frac{\Gamma_n^\Phi}{h_n} + \frac{\Delta y_n}{2}} \Delta x \Phi_{\infty n}. \quad (3.67)$$

Para os demais volumes de controle, obtêm-se equações algébricas análogas com desenvolvimentos similares.

É importante observar, mais uma vez, que os valores de  $\Gamma^\Phi$ , nas interfaces de dois volumes de controle que se avizinham, são determinados pelas Equações (3.26) e (3.28). Por outro lado, sua expressão nos pontos nodais, Equação (3.25), será determinada no processo de otimização com base em valores experimentais, como se detalha na seção 3.2.

### 3.1.2.5. Valor médio para a solução bidimensional

Como mencionado anteriormente, o valor médio da grandeza  $\Phi$ , em instantes de tempo específicos, é necessário para a validação das soluções numéricas, assim como para a estimativa de parâmetros de processo via otimização. De maneira análoga, ao caso unidimensional, para o caso bidimensional, pode-se encontrar o valor médio pela média ponderada (SILVA, 2009)

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \Phi_{ij} V_{ij} \quad (3.68)$$

em que

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M V_{ij}. \quad (3.69)$$

Nestas duas últimas equações,  $\Phi_{ij}$  representa o valor de  $\Phi$  no ponto nodal do volume de controle que ocupa a posição (i, j) na malha e,  $V_{ij}$ , denota o seu volume.  $N$  e  $M$ , representam, respectivamente, o número de divisões feitas nas medidas  $L_x$  e  $L_y$  do domínio retangular, para discretizá-lo. Para o caso particular de uma malha retangular em que os valores de  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , são uniformes, a Equação (3.68) reduz-se, como para o caso unidimensional, à média aritmética dos valores de  $\Phi$  em todos os volumes de controle da malha bidimensional.

### 3.1.2.6. Encolhimento

O encolhimento do produto é inerente aos processos de secagem e desidratação osmótica. Acarretando, em muitos casos, consequências negativas no que diz respeito à qualidade do produto desidratado. Com efeito, mudança de forma, perda de volume e aumento na rigidez causam impressões negativas nos consumidores (MAYOR e SERENO, 2004). A secagem e o encolhimento são fenômenos interligados, o que faz do entendimento da correlação entre a taxa de secagem e o encolhimento um importante fator no que toca à otimização de processos, projeto de equipamentos e à avaliação qualitativa de produtos (PARTHASARATHI e ANANDHARAMAKRISHNAN, 2014). Nesta pesquisa, supõe-se que o encolhimento se dá sem alterar a forma do produto e varia em função do valor médio da grandeza de interesse na amostra no transcurso do processo. Contudo, considera-se que tal variação não se processa, necessariamente, da mesma forma em todas as direções. De fato, no caso bidimensional, admitem-se variações distintas das dimensões  $L_x$  e  $L_y$  da placa retangular em função do valor médio da grandeza de interesse,  $\Phi$ , no produto (FARIAS V., 2011; DA SILVA, 2012), ou seja:

$$L_x = f(\bar{\Phi}) \quad (3.70)$$

e

$$L_y = g(\bar{\Phi}), \quad (3.71)$$

em que as funções  $f$  e  $g$  podem ser determinadas por meio do ajuste de curvas aos dados experimentais. No caso unidimensional, considera-se a espessura como função do valor médio de  $\Phi$ . A seção 4.4.2.2. apresenta detalhes desse procedimento para a desidratação osmótica de maçã. Adotando-se os valores adimensionais de  $L_x$  e de  $L_y$ ,  $L_x^*$  e  $L_y^*$ , respectivamente,

pode-se escrever, sem perda de generalidade,

$$L_x^* = f(\bar{\Phi}) \quad (3.72)$$

e

$$L_y^* = g(\bar{\Phi}) \quad (3.73)$$

em que

$$L_x^* = \frac{L_x}{L_{x0}} \text{ e } L_y^* = \frac{L_y}{L_{y0}} \quad (3.74)$$

e  $L_{x0}$  e  $L_{y0}$  denotam os valores iniciais de  $L_x$  e  $L_y$ , respectivamente.

Observe-se que no modelo numérico, a cada iteração no tempo, o valor médio da grandeza  $\Phi$  no produto modifica-se. Consequentemente, as dimensões da placa devem ser atualizadas de acordo com a equação (3.70) e (3.71), e, em consequência, os coeficientes do sistema de equações oriundo da discretização precisam ser também atualizados.

## 3.2. Determinação dos parâmetros de processo

Para o estudo da desidratação osmótica e da secagem convectiva de frutas, através de modelos de difusão, torna-se necessária a determinação dos parâmetros de processo, nomeadamente a difusividade efetiva de massa (para a água e para a sacarose) e o coeficiente de transferência convectiva de massa (em virtude da condição de contorno escolhida no modelo difusivo). No presente estudo essa determinação é feita por meio de um algoritmo de otimização baseado no método inverso (MARIANI et al., 2008; ONDRUŠKA et al., 2011; SILVA et al., 2009; SILVA et al., 2010; SILVA, M. et al., 2010; SILVA et al., 2013c).

### 3.2.1. Problema direto

O problema direto abordado neste estudo diz respeito à obtenção de valores simulados da grandeza de interesse, através de modelos de difusão, pressupondo-se conhecidos os parâmetros de processo. No presente trabalho propõe-se uma solução para esse tipo de problema por meio de soluções numéricas das equações de difusão uni e

bidimensional, em coordenadas cartesianas, com condição de contorno do terceiro tipo, com a metodologia e as hipóteses descritas na seção 3.1. Nesse sentido, conhecendo-se os parâmetros de processo, pode-se resolver o problema direto que, no caso específico desta pesquisa, possibilita a simulação dos processos de desidratação osmótica e secagem convectiva de frutas mediante modelos de difusão. A princípio, no entanto, os parâmetros de processo não são conhecidos e precisam ser estimados. Essa estimativa é feita por meio de uma proposta de solução para o problema inverso descrito na seção seguinte (processo de otimização).

### **3.2.2. Problema inverso**

De acordo com a seção 3.2.1, conhecendo-se os parâmetros de processo, pode-se resolver o problema direto e, com isso, obter-se os valores simulados da grandeza de interesse. O problema inverso consiste em estimar os parâmetros de processo a partir do conhecimento de valores específicos da grandeza de interesse (valores experimentais pré-determinados). No caso particular deste estudo, consiste na determinação da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectiva de massa relativos aos fluxos mássicos nos experimentos de desidratação osmótica de frutas e no processo complementar de secagem convectiva.

Como proposta de solução para o problema inverso descrito, propõe-se um algoritmo iterativo de otimização. Neste sentido, fixa-se inicialmente uma função objetivo para medir a qualidade do ajuste da curva simulada (obtida através da solução do problema direto) aos dados experimentais. A finalidade do algoritmo de otimização consiste em encontrar os valores das constantes que definem os parâmetros de processo que minimizem essa função objetivo e, conseqüentemente, promovam um melhor ajuste entre a curva simulada e os dados experimentais. Os valores ótimos para as mencionadas constantes são definidos como aqueles que minimizam a função objetivo. Nos tópicos seguintes detalha-se o algoritmo de otimização.

### **3.2.3. Função objetivo**

No desenvolvimento do algoritmo de otimização, a cada iteração, é feita uma

comparação, por meio de uma função objetivo, entre os valores médios simulados da grandeza de interesse e os valores experimentais correspondentes previamente obtidos. Na presente pesquisa a função objetivo a ser minimizada é o qui-quadrado, assim definido (BEVINGTON e ROBINSON, 1992; TAYLOR, 1997):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} \left[ \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{exp}} - \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}} \right]^2 \cdot \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (3.75)$$

em que  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{exp}}$  é o valor experimental médio de  $\Phi$  correspondente ao tempo  $t_i$ ,  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}}$  é o correspondente valor médio de  $\Phi$  calculado por simulação no mesmo instante de tempo  $t_i$ ,  $N_p$  é o número de pontos experimentais e  $1/\sigma_i^2$  é o peso estatístico referente ao  $i$ -ésimo ponto experimental. Admitindo-se que todos os pontos experimentais tenham sido obtidos nas mesmas condições, deve-se atribuir o mesmo peso estatístico a esses pontos que, no caso específico deste trabalho, foi considerado igual a unidade.

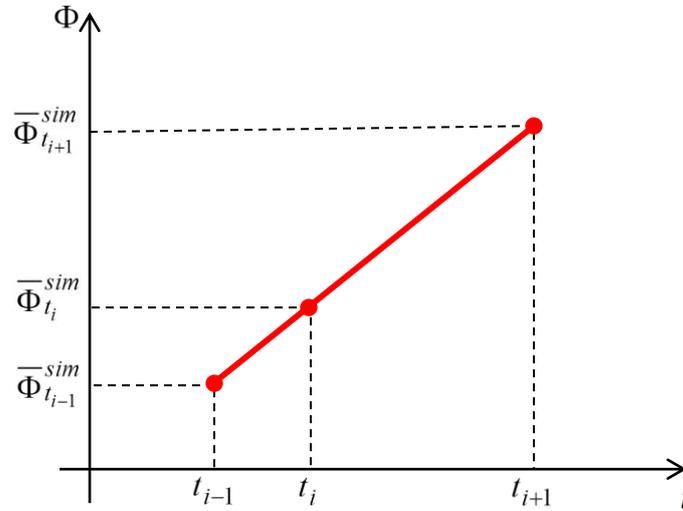
### 3.2.4. Interpolação

Para que o qui-quadrado definido na Equação (3.75) possa ser calculado impõe-se o cálculo do desvio referente à simulação numérica,  $\delta\Phi$ , que, para o ponto experimental  $(t_i, \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{exp}})$  e o ponto correspondente obtido por simulação  $(t_i, \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}})$ , é definido por (SILVA e SILVA, 1998):

$$\delta\Phi_i = \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{exp}} - \overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}} \quad (3.76)$$

Da Equação (3.76) observa-se que os valores de  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{exp}}$  e  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}}$  devem ser conhecidos no mesmo instante de tempo. Contudo, em algumas situações, não se tem (ou não é prático obter-se) o valor de  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}}$  para o exato instante de tempo  $t_i$ . Em geral, o valor simulado de  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}}$  é conhecido no instante imediatamente anterior,  $t_{i-1}$ , e imediatamente posterior,  $t_{i+1}$ . Para essa situação, considera-se, com base na Figura 3.9, o valor de  $\overline{\Phi}_{t_i}^{\text{sim}}$  obtido por interpolação linear, a saber:

$$\bar{\Phi}_{t_i}^{sim} = \bar{\Phi}_{t_{i+1}}^{sim} - \frac{\bar{\Phi}_{t_{i+1}}^{sim} - \bar{\Phi}_{t_{i-1}}^{sim}}{t_{i+1} - t_{i-1}}(t_{i+1} - t_i). \quad (3.77)$$


 Figura 3.9: Esquema para a interpolação linear de  $\Phi$ .

### 3.2.5. Coeficiente de determinação

Para a aferição da qualidade do ajuste da curva simulada aos dados experimentais usa-se também, neste trabalho o coeficiente de determinação,  $R^2$ , definido como o quadrado do coeficiente de correlação. Para uma sequência de valores experimentais  $\bar{\Phi}_{t_i}^{exp}$  e outra de valores simulados  $\bar{\Phi}_{t_i}^{sim}$ , o coeficiente de determinação é definido por (SILVA e SILVA, 1998):

$$R^2 = \frac{\left( \sum_1^{N_p} (\bar{\Phi}_{t_i}^{exp} \cdot \bar{\Phi}_{t_i}^{sim}) - N_p \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{exp} \right)_{med} \cdot \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{sim} \right)_{med} \right)^2}{\left( \sum_1^{N_p} \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{exp} \right)^2 - N_p \left( \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{exp} \right)_{med} \right)^2 \right) \left( \sum_1^{N_p} \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{sim} \right)^2 - N_p \left( \left( \bar{\Phi}_{t_i}^{sim} \right)_{med} \right)^2 \right)} \quad (3.78)$$

em que  $\left( \bar{\Phi}_{t_i}^{exp} \right)_{med}$  e  $\left( \bar{\Phi}_{t_i}^{sim} \right)_{med}$  são, respectivamente, os valores médios das sequências  $\bar{\Phi}_{t_i}^{exp}$  e  $\bar{\Phi}_{t_i}^{sim}$ .

### 3.2.6. Algoritmo de otimização

No caso específico deste trabalho, os parâmetros de processo a serem estimados são a difusividade efetiva de massa e o coeficiente de transferência convectiva de massa relativos aos processos de desidratação osmótica de frutas e posterior secagem convectiva, designados genericamente por  $\Gamma^\Phi$  e  $h$ , respectivamente.

Levando-se em conta o tempo de processamento computacional relativamente longo demandado por um otimizador, considera-se que  $\Gamma^\Phi$  seja expressa como uma função do valor local da grandeza  $\Phi$  através de uma função com no máximo dois parâmetros,  $a$  e  $b$ , para ajuste, ou seja:

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b). \quad (3.79)$$

O otimizador utilizado neste trabalho é basicamente o mesmo apresentado por Silva et al. (2013c) e Silva et al. (2013d) com duas pequenas modificações que dizem respeito à forma como os parâmetros são corrigidos e à busca pelo mínimo da função objetivo que, em algumas testes prévios, produziram bons resultados em relação ao tempo de execução e à precisão.

A ideia básica consiste em determinar os valores (ou expressões) ótimos para os parâmetros de processo variando-se um parâmetro de ajuste a cada vez, mantendo-se os demais inalterados, com duas sequências de incrementos, uma mais ‘fina’ do que a outra, até que se consiga minimizar a função objetivo. Neste sentido, em um primeiro momento, atualiza-se reiteradamente (aumentando-se ou diminuindo-se) um dos parâmetros de ajuste com a sequência de incrementos mais ‘grosseira’, mantendo-se os demais constantes, até que o valor encontrado para a função objetivo,  $\chi^2$ , supere o seu valor anterior. A partir deste ponto, atualiza-se o último valor do parâmetro de ajuste no sentido contrário (diminuindo-se ou aumentando-se) através da sequência de valores mais ‘fina’ até que o valor encontrado para  $\chi^2$  supere o anterior. Neste ponto fixa-se o penúltimo valor para o parâmetro de ajuste considerado e parte-se para a estimativa de outro, de maneira análoga. A Figura 3.10 apresenta um esquema com a ideia básica do otimizador.

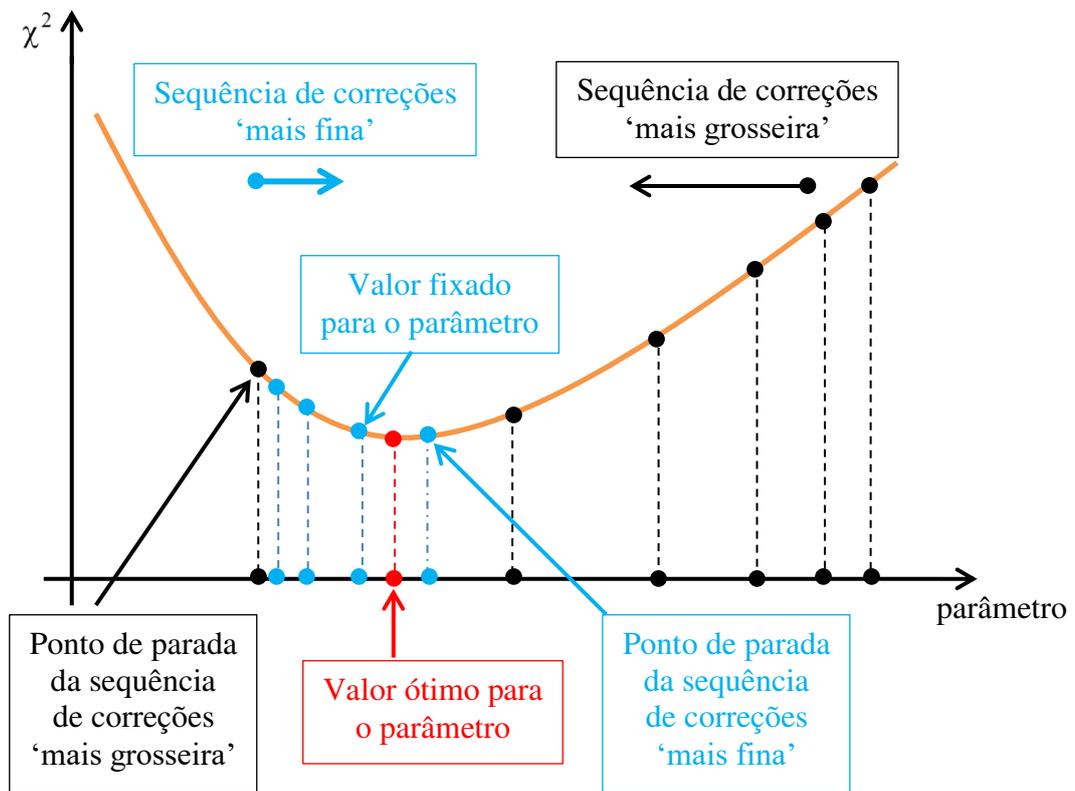


Figura 3.10: Esquema básico do otimizador.

Antes de enumerar de forma mais detalhada os passos básicos do algoritmo de otimização, importa registrar que para cada parâmetro são fixados dois incrementos de correção designados por  $\text{corr1}$  e  $\text{corr2}$ , em que  $\text{corr2} = 10\text{corr1}$ . Além disso, a cada iteração, o incremento correspondente é multiplicado por um múltiplo de 3, produzindo duas sequências ordenadas de incrementos: sequência 1 (mais ‘fina’) e sequência 2 (mais ‘grosseira’) de acordo com a correção imposta pelo algoritmo para cada parâmetro. Assim, tem-se:

- Sequência 1:  $3\text{corr1}$ ,  $6\text{corr1}$ ,  $9\text{corr1}$ ,  $12\text{corr1}$ ,... (‘mais fina’)
- Sequência 2:  $3\text{corr2}$ ,  $6\text{corr2}$ ,  $9\text{corr2}$ ,  $12\text{corr2}$ ,... (‘mais grosseira’)

O otimizador segue basicamente os seguintes passos:

- 1- Fixam-se valores iniciais para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $h$  e calcula-se o valor de  $\chi^2$ ;

- 2- Mantendo-se os valores de  $h$  e  $b$  constantes, atualiza-se o valor de  $a$  subtraindo-se o incremento  $\text{corr1}$  para  $a$ ;
- 3- resolve-se a Equação (2.3) ou (2.4) e calcula-se novamente  $\chi^2$ ;
- 4- compara-se o valor atual de  $\chi^2$  com o anterior: se for menor segue-se para a sequência de passos 4 (continua-se a diminuir o valor de  $a$  com a sequência de correções mais ‘grosseira’); caso contrário segue-se para a sequência de passos 5 (aumenta-se a valor de  $a$  com a sequência de incrementos mais ‘grosseira’);

Sequência de passos 4 (continua-se a diminuir o valor de  $a$ ):

- 4.1 mantendo-se os valores de  $h$  e  $b$  constantes atualiza-se o valor de  $a$  subtraindo-se o incremento da sequência 2 (mais ‘grosseira’), para  $a$ , na ordem fixada;
- 4.2 resolve-se a Equação (2.3) ou (2.4) e calcula-se  $\chi^2$ ;
- 4.3 compara-se o valor atual de  $\chi^2$  com o anterior: se for menor, retorna-se ao passo 4.1; caso contrário, segue-se para o passo 4.4;
- 4.4 atualiza-se o valor de  $a$  adicionando-se o incremento da sequência 1 (mais ‘fina’), para  $a$ , na ordem fixada;
- 4.5 resolve-se a Equação (2.3) ou (2.4) e calcula-se  $\chi^2$ ;
- 4.6 compara-se o valor atual de  $\chi^2$  com o anterior: se for menor, retorna-se ao passo 4.4; caso contrário, fixa-se o valor de  $a$  anterior (como uma primeira estimativa para esse parâmetro) e segue-se para o passo 6;

Sequência de passos 5 (aumenta-se a valor de  $a$ ):

- 5.1 mantendo-se os valores de  $h$  e  $b$  constantes atualiza-se o valor de  $a$  adicionando-se o incremento da sequência 2 , para  $a$  (mais ‘grosseira’) na ordem fixada;
- 5.2 resolve-se a Equação (2.3) ou (2.4) e calcula-se  $\chi^2$ ;
- 5.3 compara-se o valor atual de  $\chi^2$  com o anterior: se for menor, retorna-se ao passo 5.1; caso contrário segue-se para o passo 5.4;

5.4 atualiza-se o valor de  $a$  subtraindo-se o incremento da sequência 1, para  $a$  (mais ‘fina’) na ordem fixada;

5.5 resolve-se a Equação (2.3) ou (2.4) e calcula-se  $\chi^2$ ;

5.6 compara-se o valor atual de  $\chi^2$  com o anterior: se for menor, retorna-se ao passo 5.4; caso contrário, fixa-se o valor de  $a$  anterior (como primeira estimativa para esse parâmetro) e segue-se para o passo 6;

6. Com os valores de  $a$  e  $h$  fixados, inicia-se uma sequência de passos análoga a descrita para  $a$ , para a determinação da primeira estimativa do parâmetro  $b$  e segue-se para o passo 7;

7. Com os valores de  $a$  e  $b$  fixados, inicia-se uma sequência de passos análoga a descrita para  $a$ , para a determinação da primeira estimativa do parâmetro  $h$  e segue-se para o passo 8;

8. Inicia-se um novo ciclo retornando-se ao passo 2 e continua-se o procedimento até que uma tolerância seja atingida em relação aos valores de cada parâmetro de ajuste.

A Figura 3.11 apresenta um fluxograma com a ideia básica do otimizador para uma primeira estimativa do parâmetro  $a$ .

Admitindo-se a possibilidade de que o parâmetro  $\Gamma^\Phi$  varie de acordo com o valor local de  $\Phi$  na amostra, além da possibilidade de considerá-la constante, sugere-se uma lista de 19 equações que expressam esse parâmetro como função do valor local de  $\Phi$  (SILVA, 2007), como mostra a Tabela 3.1. Observe-se que são elencadas funções com no máximo dois parâmetros, a serem determinados por otimização, tendo em vista o tempo de processamento computacional relativamente longo exigido pelo otimizador.

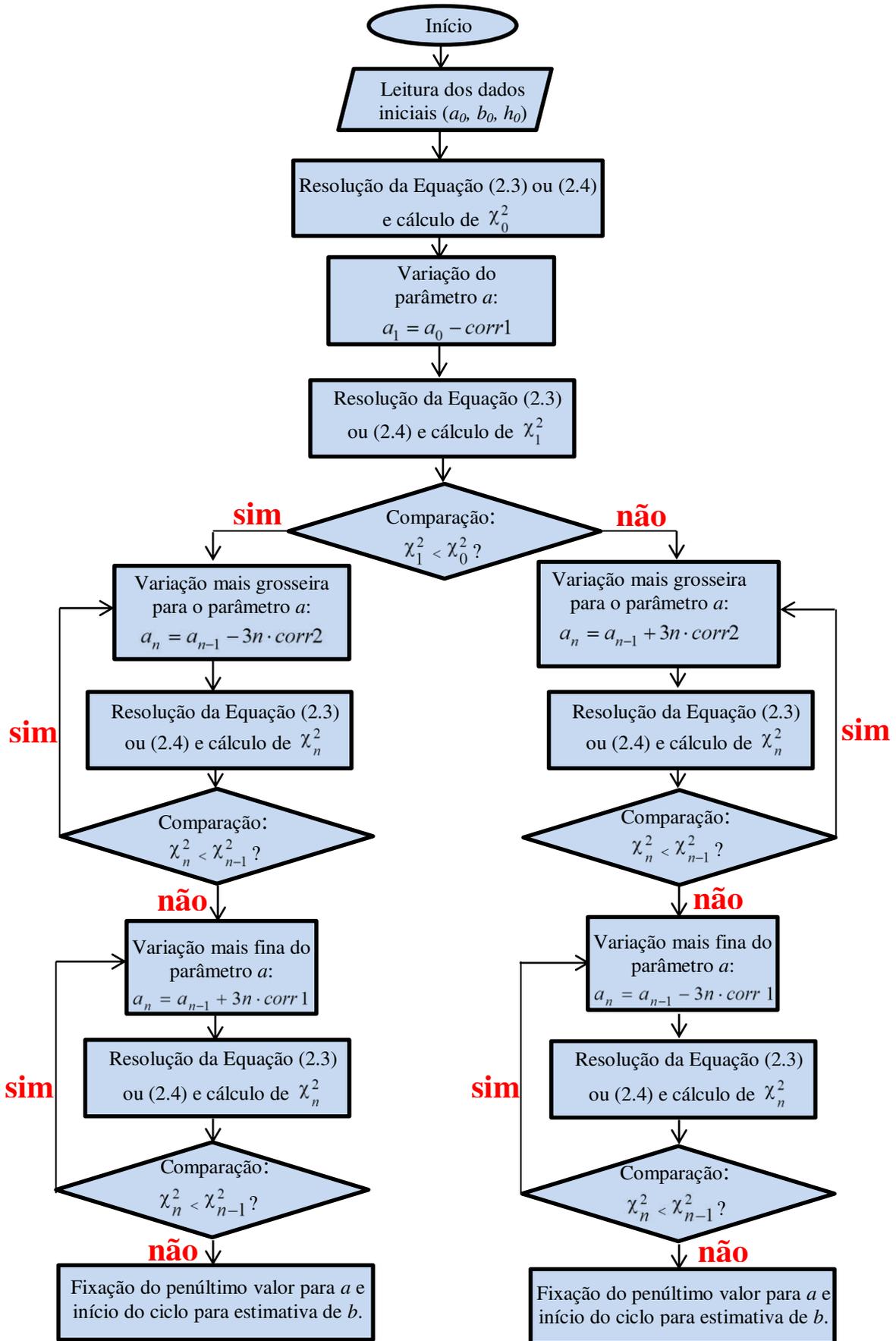


Figura 3.11: Fluxograma do algoritmo de otimização.

Tabela 3.1: Expressões para  $\Gamma^\Phi$  em função de  $\Phi$ .

Índice	Expressão para $\Gamma^\Phi$
1	$a$
2	$a \cdot \Phi + b$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$
4	$b \cdot \exp(a \cdot \Phi)$
5	$b \cdot \exp(a/\Phi)$
6	$b \cdot \exp(a \cdot \Phi^2)$
7	$b \cdot \cosh(a \cdot \Phi)$
8	$1/(a \cdot \Phi + b)$
9	$a \cdot \Phi^{1/2} + b$
10	$b \cdot \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$
11	$b \cdot \ln(a \cdot \Phi^{1/2})$
12	$b \cdot \ln(a \cdot \Phi)$
13	$b \cdot \ln(a \cdot \Phi^2)$
14	$b \cdot \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$
15	$b \cdot \cosh(a \cdot \Phi^2)$
16	$b / \cosh(a \cdot \Phi)$
17	$b / \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$
18	$b / \cosh(a \cdot \Phi^2)$
19	$a / \Phi^{1/2} + b$
20	$a / \Phi + b$

Fonte: Silva (2007)

### 3.3. Metodologia experimental

O presente estudo contou com a realização de experimentos de desidratação osmótica de goiaba e de maçã e de secagem convectiva complementar de maçã. Os experimentos foram desenvolvidos no Laboratório de Engenharia de Alimentos (LEA) da Universidade Federal de

Campina Grande (UFCG), em Campina Grande, PB. Nesta seção, explanam-se as condições e as rotinas empregadas em cada experimento.

Independentemente da fruta sob estudo, alguns procedimentos foram comuns e podem ser sintetizados no diagrama apresentado na Figura 3.12. A seguir, fazem-se alguns comentários acerca destas etapas.

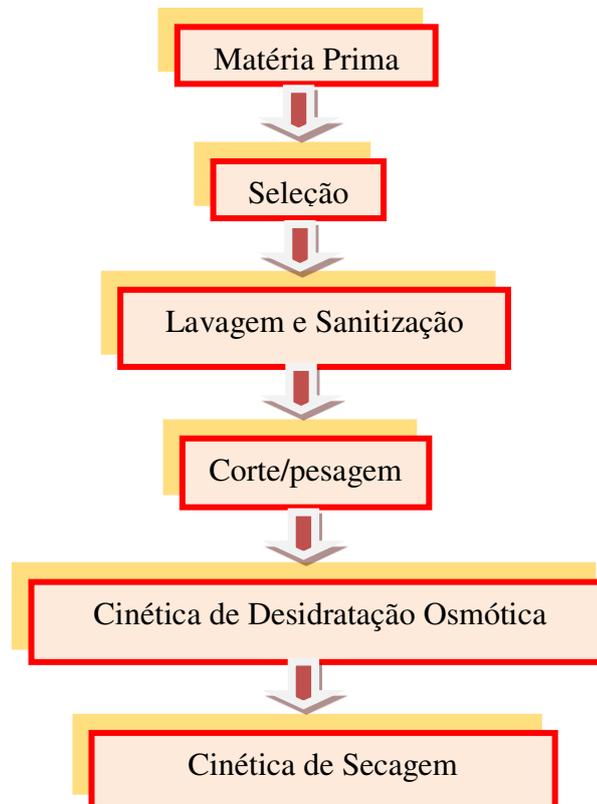


Figura 3.12: Diagrama dos procedimentos experimentais.

### 3.3.1. Matéria prima

As frutas foram adquiridas no comércio local de Campina Grande – PB, Brasil, em locais escolhidos por pesquisa prévia no sentido de não causar intecorrência de fornecimento ou de qualidade dos produtos. As variedades escolhidas basearam-se em pesquisa bibliográfica prévia referente a cada tipo de fruta, no sentido de se conferir uma contribuição também nesse sentido.

A goiaba escolhida pertence à cultivar Paluma, e provinha da cidade de Petrolina - PE. Foi sempre adquirida no mesmo estabelecimento, localizado no centro da cidade de Campina Grande - PB. A seleção foi feita de modo que todos os frutos se encontrassem em completo estágio de maturação, com coloração de casca amarela e livre de defeitos fisiológicos e mecânicos de acordo com a Figura 3.13.



Figura 3.13: Goiaba cultivar Paluma usada nos experimentos de desidratação osmótica.

No que se refere à maçã, escolheu-se a variedade Gala, que foi adquirida em um supermercado da cidade de Campina Grande-PB, observando-se, a exemplo da goiaba, o mesmo estágio de maturação e a ausência de defeitos fisiológicos e danos mecânicos (Figura 3.14).



Figura 3.14: Maçã cultivar Gala utilizada nos experimentos de desidratação osmótica e secagem convectiva.

### 3.3.2. Lavagem e sanitização dos frutos

A lavagem e sanitização foi um procedimento comum a ambos os frutos. Consistiu em lavagem prévia das frutas em água corrente e banho posterior em solução clorada a 50 ppm pelo período de 10 minutos. Decorrido este tempo, foram retirados, imersos em água destilada e, posteriormente, colocados em bandejas para escoamento. O local de corte foi também sanitizado com a mesma solução, tendo em vista a prevenção contra contaminações.

### 3.3.3. Corte

Para cada fruta, o tipo de corte escolhido teve como base a pesquisa bibliográfica prévia, no sentido de contribuir também nesse aspecto.

As goiabas foram descascadas a temperatura e pressão ambientes (24°C e 96 kPa) utilizando-se um descascador manual de legumes previamente higienizado. Retiraram-se todas as sementes dos frutos e a polpa vermelha foi cortada em pedaços em formato de paralelepípedos com larguras de 20 mm e comprimento de 30 mm, respeitada a espessura da polpa que, em média, situou-se em torno de 9 mm. Embora se tenha obtido alguns paralelepípedos ligeiramente côncavos, esse corte é condizente com a geometria utilizada no modelo matemático (Figura 3.15).



Figura 3.15: Corte da goiaba utilizada na desidratação osmótica.

As maçãs foram descascadas com um procedimento similar ao adotado para as goiabas. Em seguida, após a retirada das sementes, foram cortadas no sentido de seu eixo em fatias com 10 mm de espessura. Das fatias obtidas, com o auxílio de um molde previamente concebido, foram obtidos paralelepípedos com 20 mm de largura e 40 mm de comprimento,

respeitada a espessura já estabelecida nas fatias (Figura 3.16).

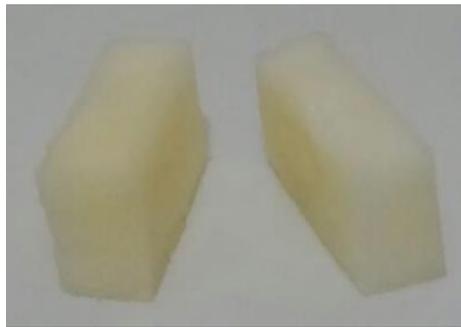


Figura 3.16: Corte da maçã utilizada na desidratação osmótica.

### 3.3.4. Desidratação osmótica

Após os estágios de seleção, sanitização e corte descritos na seção 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3, as amostras das frutas foram submetidas a experimentos de desidratação osmótica a pressão ambiente (96 kPa). As seções seguintes enumeram os equipamentos utilizados durante esses experimentos, assim como detalha a metodologia atinente a esse ensaio.

#### 3.3.4.1. Equipamentos e instrumentos utilizados

Para a execução do experimento de desidratação osmótica foram utilizados diversos equipamentos, instrumentos e materiais de apoio. Nesta seção destacam-se os principais equipamentos e instrumentos usados pertencentes ao Laboratório de Engenharia de Alimentos da UFCG, a saber:

- Paquímetro digital, marca DIGIMESS – utilizado no acompanhamento do encolhimento ao longo dos experimentos de desidratação osmótica e no estabelecimento das dimensões de corte das amostras (Figura 3.17);



Figura 3.17: Paquímetro digital.

- Refratômetro portátil, marca INSTRUTHERM modelo RT-280 – para aferição das concentrações das soluções desidratantes (Figura 3.18).



Figura 3.18: Refratômetro.

- Termômetro digital – usado para medida das temperaturas na estufa e nas soluções desidratantes (Figura 3.19);



Figura 3.19: Termômetro digital.

- Dessecador – utilizado para descanso das amostras retiradas da estufa usada para aferição da massa seca (Figura 3.20);



Figura 3.20: Dessecador.

- Estufa sem circulação de ar, marca MARCONI, modelo MA039 – utilizada para manutenção da temperatura de operação da desidratação osmótica (Figura 3.21);



Figura 3.21: Estufa sem circulação de ar.

- Estufa de secagem e esterilização, marca FANEM modelo 315 SE – usada para determinação das massas secas das amostras (Figura 3.22);



Figura 3.22: Estufa de secagem e esterilização.

- Balança digital com capacidade máxima de 4100 g, marca GEHAKA, modelo BK401 – usada para medição das massas das soluções hipertônicas (Figura 3.23).



Figura 3.23: Balança para medida das massas das soluções.

- Balança digital, AAKER, modelo JA3003N – usada para acompanhamento das massas das amostras durante a desidratação osmótica (Figura 3.24);



Figura 3.24: Balança utilizada para medida das massas das amostras durante a desidratação osmótica.

#### 3.3.4.2. Metodologia utilizada na desidratação osmótica

A metodologia descrita nesta seção foi comum às duas frutas. Neste sentido, por opção de organização deste trabalho, algumas fotografias referentes a etapas específicas dos experimentos foram colocadas com destaque para apenas uma fruta, tendo em vista que para a

outra o procedimento foi análogo.

Para o acompanhamento da cinética de desidratação osmótica amostras específicas foram retiradas (sem retorno) da solução em tempos previamente determinados. Neste sentido, para cada amostra (em triplicata) designadas por  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{10}$ , nesta ordem, associaram-se os seguintes instantes de tempo para retirada da solução: 0, 10, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 1440 minutos.

De forma sucinta, os experimentos de desidratação osmótica seguiram os seguintes passos (comuns às duas frutas):

1. Inicialmente, as amostras  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{10}$ , compostas, cada uma, por dois pedaços de frutas (*in natura*) com massas aproximadamente iguais, foram colocadas em cestas identificadas (Figura 3.25) e tiveram suas massas determinadas e designadas por  $M(A_0^0), M(A_1^0), M(A_2^0), \dots, M(A_{10}^0)$ . Para a amostra  $A_0$  determinou-se a massa seca, colocando-a em estufa (Figura 3.22) a  $105^\circ\text{C}$  por 24 horas (MERCALI et al., 2011). As demais amostras foram colocadas na solução conjuntamente e levadas a uma estufa (Figura 3.21) para a garantia da temperatura de operação do processo.



(a)



(b)

Figura 3.25: Parte das cestas com as amostras de (a) goiaba e de (b) maçã submetidas à desidratação osmótica.

2. Para cada tempo de pesagem ( $t$ ), a amostra correspondente,  $A_i^t$ , foi retirada da solução, lavada com água destilada para retirada do filme de sacarose que se

estabelece em sua superfície, e enxugada levemente com papel toalha para a remoção do excesso de água (MERCALI et al., 2011; GANJLOO et al., 2012).

3. Em seguida a amostra  $A_i^t$ , teve sua massa,  $M(A_i^t)$ , determinada e foi levada a estufa (Figura 3.22) a 105°C, por 24 horas, para determinação de sua massa seca,  $MS(A_i^t)$  (que engloba a sua massa seca inicial e a massa de sacarose captada da solução até o instante  $t$ ).
4. Ao final do experimento foi retirada a última amostra,  $A_{10}$ , que teve sua massa  $M(A_{10}^{1440})$ , determinada e foi levada para a estufa para determinação de sua massa seca no tempo final,  $MS(A_{10}^{1440})$ , usando-se o mesmo procedimento dispensado às demais amostras.
5. Dessa forma, a cada tempo de retirada,  $t$ , pôde-se determinar a massa da amostra  $A_{10}$ , nesse instante,  $M(A_{10}^t)$ , a partir da massa da amostra correspondente a esse tempo,  $M(A_i^t)$ , por meio de uma regra de três que conduziu à equação

$$M(A_{10}^t) = \frac{M(A_i^t)M(A_{10}^0)}{M(A_i^0)}. \quad (3.80)$$

6. A massa seca dessa amostra no tempo  $t$ ,  $MS(A_{10}^t)$ , foi então, calculada, a partir da massa seca da amostra  $A_i^t$ ,  $MS(A_i^t)$ , usando outra regra de três que resultou em

$$MS(A_{10}^t) = \frac{MS(A_i^t)M(A_{10}^t)}{M(A_i^t)}. \quad (3.81)$$

7. A massa de água de  $A_{10}$  no instante  $t$ ,  $M_A(A_{10}^t)$ , foi obtida pela diferença entre sua massa e sua massa seca, ou seja

$$M_A(A_{10}^t) = M(A_{10}^t) - MS(A_{10}^t), \quad (3.82)$$

o que permitiu encontrar a quantidade de água desta amostra, no instante  $t$ ,  $\bar{Q}_A(A_{10}^t)$ , definida como o percentual da sua massa de água, no instante  $t$ , em relação à sua massa de água inicial, a saber

$$\bar{Q}_A(A_{10}^t) = \frac{M(A_{10}^t) - MS(A_{10}^t)}{M_A(A_{10}^0)} \times 100, \quad (3.83)$$

em que  $M_A(A_{10}^0)$  é a massa de água de  $A_{10}$ , no tempo zero.

8. Para a massa de sacarose da amostra  $A_{10}$ , no tempo  $t$ ,  $M_S(A_{10}^t)$ , usou-se a diferença entre a massa seca dessa amostra no instante  $t$  (que corresponde a soma entre a massa seca inicial e a massa de sacarose advinda da solução e incorporada a amostra) e sua massa seca inicial, ou seja

$$M_S(A_{10}^t) = MS(A_{10}^t) - MS(A_{10}^0) \quad (3.84)$$

o que propiciou determinar o ganho percentual de sacarose desta amostra em relação à sua massa seca inicial, definido por

$$\bar{G}_S(A_{10}^t) = \frac{MS(A_{10}^t) - MS(A_{10}^0)}{MS(A_{10}^0)} \times 100. \quad (3.85)$$

Dessa forma, ao final, obteve-se a massa de água e a massa de sacarose da amostra  $A_{10}$ , em todos os tempos especificados para a cinética. Reitere-se que essa foi a única amostra que permaneceu na solução até o final do experimento e que sua massa e sua massa seca nos, instantes intermediários, foram obtidas a partir das massas e das massas secas das amostras  $A_i^t$ , como descrito. Todo o procedimento foi feito em triplicatas correspondentes aos tempos de retirada. O esquema da Figura 3.26 resume a metodologia descrita nesta seção.

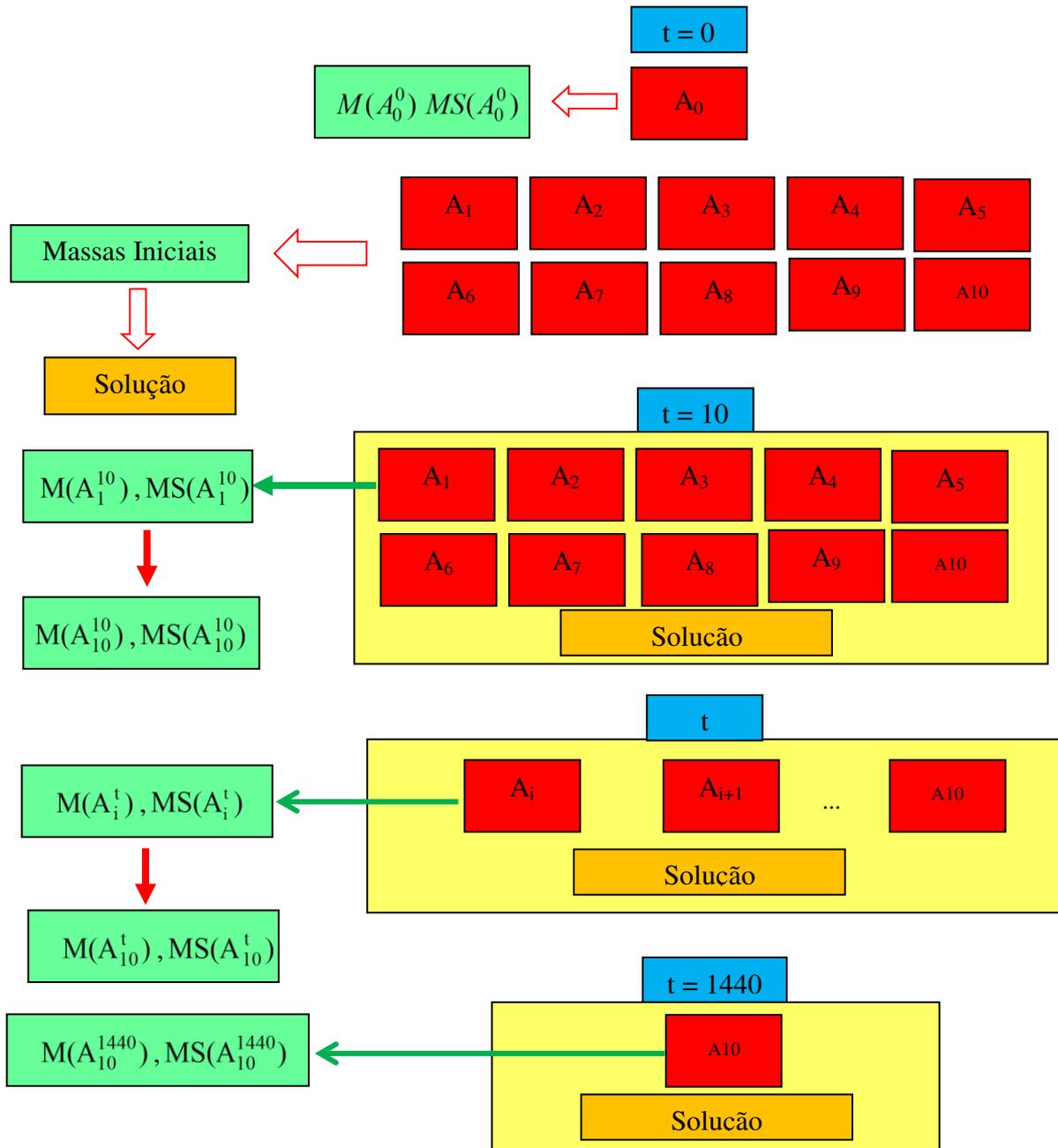


Figura 3.26: Esquema do experimento de desidratação osmótica.

### 3.3.4.3. Considerações gerais

As fatias de goiaba em forma de paralelepípedo (20 x 30 x 9 mm, em média) foram submetidas a dois experimentos de desidratação osmótica. O primeiro em solução de sacarose com concentração de 40 °Brix, a uma temperatura de 30 °C e o segundo usando-se uma solução de sacarose com concentração de 50 °Brix, a uma temperatura de 40 °C. As

soluções foram preparadas previamente, tendo seu teor de sólidos aferido por meio de refratômetro portátil (Figura 3.18), e acondicionadas em estufa (Figura 3.21) para que atingissem a temperatura de operação. A razão de fruta para solução foi de 1:15 (g/g), de modo a evitar variações significativas nas condições do meio osmótico, como fartamente recomendado na literatura (MERCALI et al., 2011). A solução desidratante não sofreu agitação, o que justificou, em um primeiro momento, a escolha da condição de contorno do terceiro tipo na modelagem matemática. O tempo de imersão foi de 24 horas e as cinéticas de perda de água e de massa, assim como da captação de sólidos, foram acompanhadas nos instantes de 0, 10, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 1440 minutos no transcurso do processo. Para cada período de tempo, foram associadas três cestas, devidamente identificadas e pesadas, de modo a tornar possível a determinação da quantidade de água e do ganho de sacarose, de acordo com o procedimento descrito na seção 3.3.4.2 e sintetizado no esquema da Figura 3.26.

No que se refere à maçã, as fatias, em forma de paralelepípedo (10 x 20 x 40 mm), foram colocadas em soluções de sacarose com concentrações de 40 e 60 °Brix a temperaturas de 40 e 60 °C, para cada concentração. A razão de amostra para solução foi de 1:15 (g/g) e o meio osmótico não sofreu agitação. O mesmo procedimento do diagrama apresentado na Figura 3.26 foi adotado com a diferença de que foi acrescida uma amostra referente ao tempo final de 30 horas ( $A_{11}$ ), com o intuito de se garantir que as condições de equilíbrio seriam atingidas. Isso se deu pelo fato da amostra de maçã ser significativamente maior do que a de goiaba.

O encolhimento do produto foi acompanhado por meio da inclusão de amostras específicas para esse fim. Foram colocadas marcas nessas amostras (Figura 3.27) de modo a se conferir o mesmo ponto de referência para a medição de suas dimensões nos mesmos instantes fixados para o acompanhamento da cinética de desidratação osmótica.



Figura 3.27: Amostras das frutas submetidas a desidratação osmótica com marcas específicas para acompanhamento do encolhimento no transcurso do processo.

### 3.3.5. Secagem convectiva

Após os tratamentos osmóticos, as amostras de maçã foram submetidas à secagem convectiva. Amostras *in natura* passaram pelo mesmo processo para efeitos de comparação e controle. Nesta seção explana-se a metodologia utilizada neste experimento.

Antes da secagem, novas amostras de maçã foram desidratadas osmoticamente, nas mesmas condições do experimento implementado para o acompanhamento das cinéticas de desidratação osmótica descrito na seção 3.3.4.2. Neste sentido, as amostras tiveram suas massas iniciais determinadas e foram colocadas nas soluções hipertônicas. Contudo, tendo em vista que o objetivo era apenas a obtenção de matéria prima para a secagem convectiva, não houve retiradas em instantes específicos, ou seja, todas as amostras permaneceram nas soluções durante todo tempo do experimento. Ao final, foram lavadas com água destilada para a retirada do filme de sacarose em suas superfícies e enxugadas levemente com papel toalha, como já descrito na seção 3.3.4.2.

#### 3.3.5.1. Metodologia utilizada na secagem convectiva de maçã

Os experimentos de secagem convectiva de maçã foram também conduzidos no Laboratório de Engenharia de Alimentos da UFCG. Inicialmente, as amostras das frutas *in natura* e aquelas obtidas através do processo de desidratação osmótica foram colocadas em cestas de arame galvanizado, devidamente identificadas e organizadas em triplicatas. A Figura 3.28 exibe, a título de exemplo, uma cesta de cada amostra, relativa à secagem de maçã para a temperatura do ar de secagem de 60 °C.

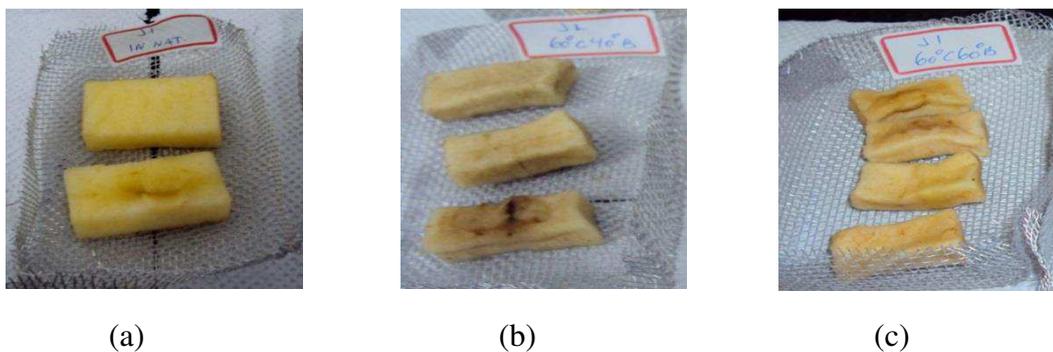


Figura 3.28: Cestas com as amostras de maçã: (a) *in natura* e desidratadas a (b) 60 °C e 40 °Brix e a (c) 60 °C 60 °Brix, que foram submetidas a secagem convectiva a 60 °C.

Para o acompanhamento do encolhimento, no transcurso do processo de secagem, foram selecionadas amostras específicas para esse fim. A Figura 3.29 exhibe, a título de exemplo, amostras de maçã com essa finalidade.



Figura 3.29: Amostras de maçã marcadas para acompanhamento do encolhimento durante a secagem a 60 °C. Da esquerda para a direita: *in natura*, 40 °Brix e 60 °C e 60 °Brix e 60 °C.

Observe-se, da Figura 3.29, que o encolhimento promovido pela desidratação osmótica é significativo e pode ser percebido a olho nu.

O procedimento utilizado na secagem convectiva de maçã consistiu basicamente nos seguintes passos:

1. Amostras da fruta *in natura*, assim como para cada tratamento osmótico feito, designadas genericamente por  $A_i$ , tiveram suas massas iniciais determinadas, por meio de balança analítica (Figura 3.23). Ao final do processo de secagem, todas as amostras foram levadas à estufa (Figura 3.22) para a determinação de suas massas secas, por meio do método gravimétrico. Isso possibilitou a determinação da massa de água inicial da amostra  $A_i$ , dada pela diferença

$$M_A(A_i^0) = M(A_i^0) - MS(A_i), \quad (3.86)$$

em que  $M_A(A_i^0)$  é a massa de água inicial da amostra  $A_i$ ,  $M(A_i^0)$  é a sua massa inicial e  $MS(A_i)$  é a sua massa seca, antes do processo de secagem e após a desidratação osmótica. O teor de água inicial foi então encontrado por

$$\bar{X}(A_i^0) = \frac{M_A(A_i^0)}{MS(A_i)}, \quad (3.87)$$

em que  $\bar{X}(A_i^0)$  é o teor de água da amostra  $A_i$  em base seca.

2. Em cada instante de tempo,  $t$ , especificado, as amostras *in natura*, e as referentes a cada tratamento osmótico, foram retiradas, tiveram suas massas determinadas e retornaram para a estufa de secagem. O cálculo das massas de água, neste instante, foi feito pela diferença

$$M_A(A_i^t) = M(A_i^t) - MS(A_i) \quad (3.88)$$

na qual  $M_A(A_i^t)$  e  $M(A_i^t)$  são a massa de água e a massa da amostra  $A_i$ , no tempo  $t$ , respectivamente. O teor de água dessa amostra, nesse instante, foi então calculado por

$$\bar{X}(A_i^t) = \frac{M_A(A_i^t)}{MS(A_i)}. \quad (3.89)$$

3. Ao final do processo de secagem, não havendo mais variação de massa nas amostras, a massa de água no equilíbrio foi determinada, pela diferença

$$M_A(A_i^\infty) = M(A_i^\infty) - MS(A_i), \quad (3.90)$$

em que  $M_A(A_i^\infty)$  e  $M(A_i^\infty)$  são a massa de água e a massa da amostra  $A_i$  no equilíbrio, respectivamente. O teor de água no equilíbrio foi então determinado por

$$\bar{X}(A_i^\infty) = \frac{M_A(A_i^\infty)}{MS(A_i)}. \quad (3.91)$$

Com isso, o teor de água dimensional  $X^*(A_i^t)$ , em cada instante de tempo  $t$ , pôde ser determinado por

$$\bar{X}^*(A_i^t) = \frac{\bar{X}(A_i^t) - \bar{X}(A_i^\infty)}{\bar{X}(A_i^0) - \bar{X}(A_i^\infty)}. \quad (3.92)$$

Observe-se que, diferentemente do processo de desidratação osmótica, a massa seca da amostra não varia ao longo da secagem convectiva.

### 3.3.5.2. Considerações gerais

Para a secagem das amostras de maçã foi utilizada uma estufa com circulação e renovação de ar da marca MARCONI, modelo MA 035 (Figura 3.30).



Figura 3.30: Estufa utilizada na secagem convectiva das amostras de maçã.

O encolhimento foi acompanhado através da medição das dimensões das amostras usando-se um paquímetro digital (Figura 3.17).

A velocidade do ar de secagem, em média, foi de 2 m/s, sendo obtida por meio de um termo anemômetro digital da marca MINIPA, modelo MDA-II (Figura 3.31).



Figura 3.31: Termo anemômetro.

Em cada cesta de arame galvanizado foram utilizadas, em média, 37 g de amostras de maçã *in natura* e osmodesidratadas, organizadas em triplicatas. Essas amostras foram submetidas a secagens convectivas, cujas temperaturas do ar de secagem coincidiram com as temperaturas utilizadas no processo de desidratação osmótica. Os instantes de retirada (com retorno) das amostras, durante o processo de secagem, em minutos, foram 0, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 100, 120, 140, 170, 200, 230, 290, 350, 410, 470, 530, ..., até peso constante. A cinética de secagem foi acompanhada por meio do teor de água em base seca e adimensional.

### 3.4. Programa computacional

O estudo da desidratação osmótica e da secagem convectiva de frutas, neste trabalho, tem como base modelos matemáticos difusivos, nos quais se faz uso de soluções numéricas da equação de difusão, com condição de contorno do terceiro tipo, para geometrias uni e bidimensionais. Neste sentido, desenvolveram-se códigos computacionais com base na modelagem matemática descrita no Capítulo 3, usando a linguagem FORTRAN, na plataforma Windows, utilizando o estúdio Compaq Visual FORTRAN 6.6, com a opção de programação QuickWin Application.

### 3.4.1 Código para a simulação de processos difusivos

Os programas desenvolvidos para a simulação dos processos difusivos tiveram por base o método dos volumes finitos para a obtenção de soluções numéricas das equações de difusão uni e bidimensional, em coordenadas cartesianas, com condição de contorno do terceiro tipo, permitindo-se variações nas dimensões das placas finitas e nas difusividades efetivas de massa de acordo com a metodologia descrita na seção 3.1.

Os sistemas de equações oriundos das discretizações uni e bidimensional, são resolvidos por meio do algoritmo de Thomas (SILVA, 2009) e de Gauss-Seidel (MALISKA, 2004), respectivamente.

#### 3.4.1.1 Arquivos gerados ao longo da simulação numérica

Buscando viabilizar o estudo de processos difusivos, a exemplo da desidratação osmótica de frutas e da secagem convectiva, os códigos numéricos desenvolvidos foram elaborados no sentido de gerar arquivos com informações úteis para um estudo detalhado do fenômeno difusivo estudado. Neste sentido, ao longo da simulação numérica geram-se os seguintes arquivos:

- 1- Dados.txt: informa, para efeito de confirmação pelo usuário, os dados fornecidos para a simulação do processo difusivo nomeadamente o número de volumes de controle, expressão escolhida para o parâmetro  $\Gamma^\Phi$ , valor do coeficiente de transferência convectiva de massa, valores iniciais e de equilíbrio da grandeza de interesse, período de observação do fenômeno e número de estepes de tempo.
- 2- Valores\_médios.txt: fornece os valores médios de  $\Phi$  ao longo da simulação.
- 3- VCescolhido1.txt, VCescolhido2.txt, VCescolhido3.txt e VCescolhido4.txt: apresentam os valores de  $\Phi$ , ao longo do tempo, para volumes de controles específicos escolhidos pelo usuário.
- 4- Gama\_Phi1.txt: permitem o acompanhamento do comportamento do parâmetro

$\Gamma^\Phi$  em um volume de controle específico escolhido pelo usuário.

- 5- Dimensões.txt: apresenta a evolução das dimensões da placa ao longo do processo difusivo.
- 6- Grade.txt: fornece as coordenadas da malha utilizada na simulação.
- 7- Phi0.txt, Phi1.txt, Phi2.txt, Phi3.txt, Phi4.txt, Phi5.txt e Phi6.txt; fornecem os valores de  $\Phi$  em todos volumes de controle da malha bidimensional nos instantes de tempo inicial (Phi0.txt) e final (Phi6.txt), assim como para instantes de tempo intermediários escolhidos pelo usuário (Phi1.txt, Phi2.txt, Phi3.txt, Phi4.txt, Phi5.txt), para a obtenção das distribuições da grandeza de interesse nesses instantes de tempo por meio do software “Contour plots” (SILVA, 2010);
- 8- Taxa.txt: fornece a taxa de variação média da grandeza  $\Phi$  nos estepes de tempo utilizados na simulação.

### 3.4.2 Código para estimativa dos parâmetros de processo

Tendo em vista viabilizar a estimativa dos parâmetros de processo, foram elaborados dois códigos na linguagem de programação FORTRAN no qual o otimizador descrito na seção 3.2 foi acoplado a soluções numéricas da equação de difusão uni e bidimensional.

De acordo com o fluxograma mostrado na Figura 3.11, para cada conjunto de valores para os parâmetros de processo, a equação de difusão uni ou bidimensional precisa ser resolvida. Neste sentido, os códigos descritos nas seções 3.4.1 foram convertidos em subrotinas que, quando invocadas, resolvem a equação de difusão uni ou bidimensional, disponibilizando os valores médios da grandeza de interesse em todos os estepes de tempo e, em particular, para os instantes de tempo correspondentes aos dados experimentais (por meio de interpolação, se necessário).

Ainda de acordo com o fluxograma da Figura 3.11, a cada vez que a equação de difusão uni ou bidimensional é numericamente resolvida, necessita-se comparar os valores

simulados da grandeza de interesse com os dados experimentais, nos mesmos instantes de tempo, por meio da função objetivo  $\chi^2$ , para a análise da qualidade do ajuste dos valores simulados aos dados experimentais. Neste sentido, foi elaborada uma subrotina para o cálculo dessa função objetivo. Além disso, outra subrotina foi elaborada para o cálculo do coeficiente de determinação, também para o acompanhamento da qualidade do ajuste dos dados simulados aos valores experimentais. Dessa forma, a cada vez que a subrotina que resolve a equação de difusão é invocada, chama-se também a subrotina que compara os dados experimentais da grandeza de interesse com os valores simulados, nos mesmos instantes de tempo, por meio da função  $\chi^2$  de acordo com a ideia mostrada no fluxograma da Figura 3.11.

Para que o processo seja acompanhado e, eventualmente interrompido, na medida em que um ciclo de estimativa de parâmetros é finalizado, são mostrados na tela do computador os valores parciais dos parâmetros, assim como o valor da função  $\chi^2$  obtido.

No final do processo de otimização, de acordo com a precisão fixada, geram-se arquivos com os resultados das estimativas de acordo com a seção seguinte.

#### 3.4.2.1 Arquivos gerados ao final do processo de otimização

Ao final do processo de otimização são gerados os seguintes arquivos de texto:

- Dados\_de\_simulação.txt – no qual se disponibiliza as informações fornecidas para a simulação, a exemplo da função escolhida para  $\Gamma^\Phi$ , dos valores iniciais dos parâmetros de processo, do número de volumes de controle, dos dados experimentais, do tempo de simulação e do número de estepes de tempo.
- Resultado.txt – em que se fornecem os valores ótimos encontrados, juntamente com os indicadores estatísticos, além da cinética de valores médios da grandeza de interesse obtida usando-se os valores ótimos dos parâmetros de processo;
- Teste.txt – no qual se pode acompanhar os valores parciais dos parâmetros de processo após o final de cada ciclo de otimização.

## **Capítulo 4 – Resultados e discussões**

O presente capítulo dispõe sobre os resultados obtidos no transcurso da pesquisa no que diz respeito aos experimentos realizados, aos modelos matemáticos utilizados, aos programas computacionais desenvolvidos, à estimativa dos parâmetros de processo e à simulação dos processos de desidratação osmótica de goiaba e de maçã, e da secagem convectiva complementar de maçã, por meio dos modelos matemáticos propostos.

### **4.1 Validação do programa computacional**

O objetivo das seções que se seguem é a validação dos códigos computacionais (parte numérica). Para isso, adota-se o procedimento apresentado na literatura que recomenda a validação por meio de soluções analíticas ou numéricas conhecidas, assim como através de testes de coerência, consistência e simetria. Nas seções seguintes são descritas essas validações para os códigos uni e bidimensional.

#### **4.1.1. Geometria unidimensional**

Apesar de o programa desenvolvido permitir as hipóteses de parâmetros variáveis e encolhimento, pode-se utilizá-lo segundo as condições de parâmetros constantes e ausência de encolhimento. Neste caso particular, as soluções numéricas devem coincidir com as soluções analíticas, constituindo um meio importante de validação para as soluções numéricas, como já foi mencionado.

##### **4.1.1.1. Validação através de soluções analíticas**

Para o estabelecimento da solução analítica da equação de difusão unidimensional, com condição de contorno do terceiro tipo e condição inicial admitida uniforme, utilizou-se o software “Convective Adsorption - Desorption”, desenvolvido por Silva e Silva (2009b), que permite a simulação de fenômenos difusivos por meio de soluções analíticas da equação de difusão, com condição de contorno do terceiro tipo, para várias

geometrias, assim como a estimativa dos parâmetros de processo por meio de otimização. Neste programa são utilizados 16 termos em cada somatório da série representativa da solução analítica de acordo com a geometria escolhida. O número de termos utilizado baseia-se no estudo realizado por Silva et al. (2012b) acerca do erro de truncamento.

No que se refere aos dados experimentais, usou-se os dados constantes em Silva et al. (2013c) referentes à secagem de placas de argila vermelha. A Tabela 4.1 fornece a temperatura de secagem e os dados das placas utilizados na simulação.

Tabela 4.1: Dados de placas de cerâmica vermelha utilizados para a simulação da secagem convectiva.

T(°C)	$\bar{X}_0$ (bs)	$\bar{X}_\infty$ (bs)	$L_{x0} \times 10^3$ (m)	$L_{y0} \times 10^3$ (m)	$L_{z0} \times 10^3$ (m)
50	0,1116	0,0162	6,05	29,38	77,50

Fonte: Silva et al. (2013c)

Na Tabela 4.1, T é a temperatura do ar de secagem,  $\bar{X}_0$  é o teor de água médio inicial, em base seca,  $\bar{X}_\infty$  é o teor de água médio de equilíbrio, em base seca, e  $L_{x0}$ ,  $L_{y0}$  e  $L_{z0}$  são as dimensões iniciais da placa.

Com os dados da Tabela 4.1, simulou-se a cinética de secagem das placas de argila utilizando-se a geometria unidimensional de uma placa infinita. Os valores da difusividade efetiva de massa (D) e do coeficiente de transferência convectiva de massa (h), estimados por meio de otimização pelo programa “Convective Adsorption – Desorption” (SILVA e SILVA, 2009b) foram  $D = 6,2602 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $h = 1,8884 \times 10^{-4} \text{ m min}^{-1}$ . A simulação foi feita de forma independente com o software “Convective Adsorption – Desorption” (SILVA e SILVA, 2009b) e o programa unidimensional desenvolvido, para um período de secagem de 435 minutos. No que toca ao código desenvolvido, usou-se uma malha com 100 volumes de controle, sem condição de simetria, com 2000 estepes de tempo. A Tabela 4.2 exhibe os valores obtidos por ambos os programas em tempos específicos acompanhados do erro percentual em relação à solução analítica.

Nota-se um bom resultado, tendo em vista os erros percentuais (em relação à solução analítica) encontrados, além do fato de serem maiores nos instantes iniciais nos quais o erro de truncamento da solução analítica é maior (Silva et al., 2012b).

Tabela 4.2: Valores específicos do teor de água médio nas placas de argila obtidos através das soluções analítica e numéricas unidimensionais com condição de contorno do terceiro tipo.

t (min)	$\bar{X}(\text{bs})$ analítica	$\bar{X}(\text{bs})$ numérica	Erro (%)
4,35	0,100253180735	0,100271151	0,0179253
43,50	0,062379536323	0,062386750	0,0115700
147,90	0,027204561307	0,027210723	0,0226514
234,90	0,019532552310	0,019535578	0,0154906
278,40	0,018033914554	0,018035898	0,0110026
304,50	0,017481564209	0,017483084	0,0086973
339,30	0,016994734502	0,016995788	0,0061991
365,40	0,016755371182	0,016756165	0,0047401
400,20	0,016544401503	0,016544942	0,0032669
435,00	0,016413573190	0,016413938	0,0022233

Na Figura 4.1 vê-se a superposição dos gráficos correspondentes às soluções analítica e numérica, ratificando a boa concordância entre as duas soluções. Para o traçado dessas curvas, como de resto, todas constantes neste trabalho, usou-se o software LAB Fit Curve Fitting Software (SILVA e SILVA, 2009c). Observe-se a ampliação correspondente aos instantes iniciais onde se pode perceber os dois gráficos.

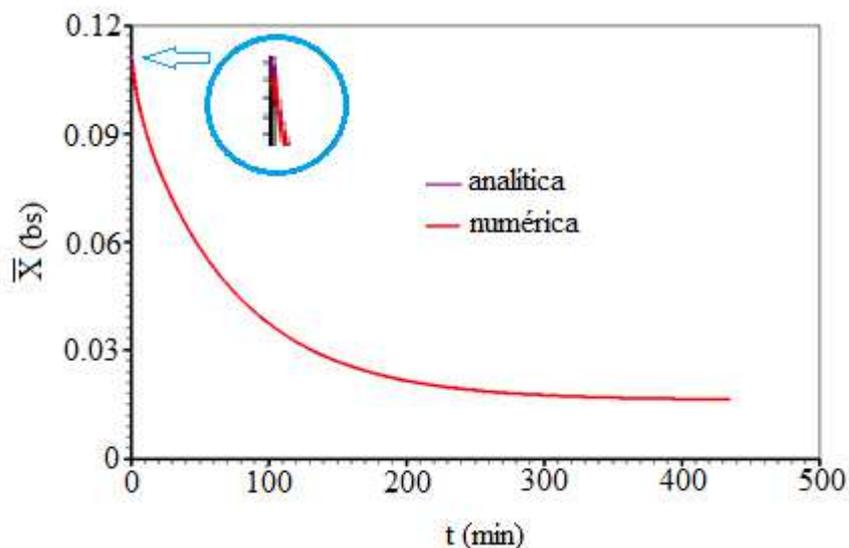


Figura 4.1: Superposição entre os gráficos da solução analítica e da solução obtida pelo programa desenvolvido (unidimensional) – condição de contorno do terceiro tipo.

Embora a concepção do código admita a condição de contorno do terceiro tipo, pode-se obter a simulação com condição de contorno do primeiro tipo, adotando-se um valor elevado para o coeficiente de transferência convectiva de massa. Para validar o programa nesse aspecto, foi utilizado o programa “Prescribed Adsorption - Desorption”, desenvolvido por Silva e Silva (2009a) que simula a cinética de fenômenos difusivos por meio da solução analítica da equação de difusão, com condição de contorno do primeiro tipo em diversas geometrias, assim como estima a difusividade efetiva de massa ( $D$ ), por meio de otimização. Neste caso, em consonância com Silva et al. (2012b) são utilizados 25 termos em cada somatório da série representativa da solução analítica.

Na simulação através do código desenvolvido, usaram-se os mesmos dados da Tabela 4.1 e  $D = 4,4751 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ , estimado por otimização pelo mencionado programa. Para o código elaborado neste trabalho, o valor de  $h$  foi tomado igual a  $10^7 \text{ m min}^{-1}$ , de modo a garantir a condição de contorno do primeiro tipo. Na Tabela 4.3 pode-se fazer uma comparação entre os valores dos teores de água nas placas de argila em instantes de tempo específicos obtidos por meio da solução analítica e da solução numérica.

Tabela 4.3: Valores específicos do teor de água médio nas placas de argila obtidos através da solução analítica e da solução numérica unidimensionais com condição de contorno do primeiro tipo.

t (min)	$\bar{X}(\text{bs})$ analítica	$\bar{X}(\text{bs})$ numérica	Erro (%)
4,35	0,095899125	0,095937293	0,0397998
43,50	0,062024628	0,062037847	0,0213114
147,90	0,029179665	0,029188717	0,0310219
234,90	0,020742939	0,020747752	0,0232027
278,40	0,018887655	0,018890989	0,0176518
304,50	0,018161533	0,018164179	0,0145714
339,30	0,017488917	0,017490842	0,0110109
365,40	0,017140691	0,017142198	0,0087958
400,20	0,016818125	0,016819205	0,0064232
435,00	0,016606168	0,016606936	0,0046290

Observa-se, a exemplo da condição de contorno do terceiro tipo, bons resultados

de acordo com os erros percentuais obtidos. A Figura 4.2 apresenta a superposição dos gráficos com uma ampliação referente aos instantes iniciais, onde se pode ver as duas curvas. Percebe-se, mais uma vez, boa concordância entre os mesmos.

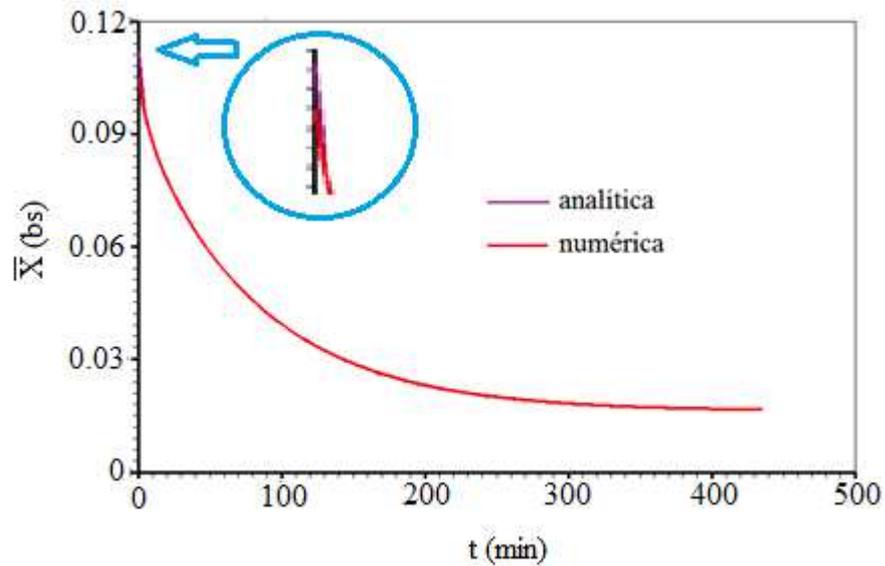


Figura 4.2: Superposição dos gráficos da solução analítica e da solução obtida pelo programa desenvolvido (unidimensional) – condição de contorno de primeiro tipo.

#### 4.1.1.2. Validação através de teste de consistência

Para a análise da consistência do programa unidimensional considerou-se um problema fictício de secagem, com condição inicial uniforme e condição de contorno do terceiro tipo, no qual se admite difusividade variável, em função do teor de água local, e espessura variando em função do teor de água médio na placa. Os dados para a simulação estão resumidos na da Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Dados utilizados para o teste de consistência.

$\bar{X}_0^*$	$\bar{X}_\infty^*$	$L_{x0} \times 10^3$ (m)	$T_P$ (s)
1	0	6,036	54,5

Na Tabela 4.4,  $T_p$  é a duração do processo e  $L_{x0}$  é a espessura inicial. Admitiu-se a difusividade como uma função do 1º grau do teor de água local adimensional ( $X^*$ ), dada por  $D = 9,508091 \times 10^{-7} X^* + 5,5874 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . O coeficiente de transferência convectiva de massa foi considerado constante, com mesmo valor nas fronteiras leste e oeste, e igual a  $h = 5,0188522 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$ . O encolhimento foi representado de acordo com a variação na espessura (expressa em função do teor de água adimensional médio) dada por  $L = 6,660 \times 10^{-4} \overline{X^*}^{5,34} + 5,37 \times 10^{-3}$ . Além disso, considerou-se uma malha uniforme com 101 volumes de controle e 545 estepes de tempo.

Tendo em vista a consideração da mesma condição de contorno nas duas fronteiras do domínio, há de se esperar a mesma evolução para o teor de água em volumes de controle simétricos em relação ao centro. Neste sentido, acompanharam-se a cinética de secagem nos volumes de controle das fronteiras leste VC(1) e oeste VC(101). A Tabela 4.5 mostra os teores de água adimensionais para estes volumes de controle em instantes específicos.

Tabela 4.5: Teores de água adimensionais nos volumes de controle oeste e leste da malha unidimensional.

t (min)	$X^*$ - VC(1)	$X^*$ - VC(101)
0,50	0,962534335	0,962534335
18,80	0,686552215	0,686552215
24,70	0,616895888	0,616895888
33,30	0,526994373	0,526994373
50,00	0,387441859	0,387441859

Tem-se, neste caso, os mesmos valores para os teores de água, demonstrando a boa consistência do modelo. A Figura 4.3 ratifica os dados expostos na Tabela 4.5 através da superposição dos gráficos dos teores de água nos mesmos volumes de controle. Observe-se que não se pode distinguir as curvas individualmente, tendo em vista a igualdade entre os valores dos teores de água.

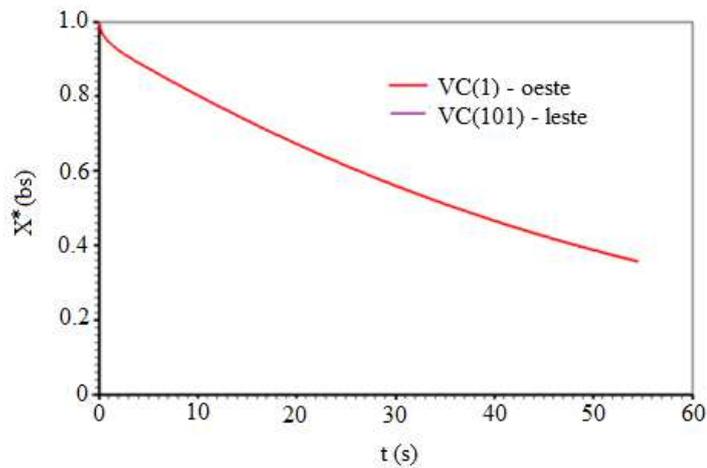


Figura 4.3: Superposição das evoluções no tempo dos teores de água nos volumes de controle leste e oeste da malha unidimensional.

#### 4.1.1.3. Validação através de teste de coerência

Com o intuito de analisar a coerência do modelo unidimensional, escolheram-se três volumes de controle, para a análise das evoluções no tempo dos teores de água, a saber: no centro, VC(51), na fronteira leste, VC(101) e em uma posição intermediária, VC(75), cujos gráficos estão expostos na Figura 4.4.

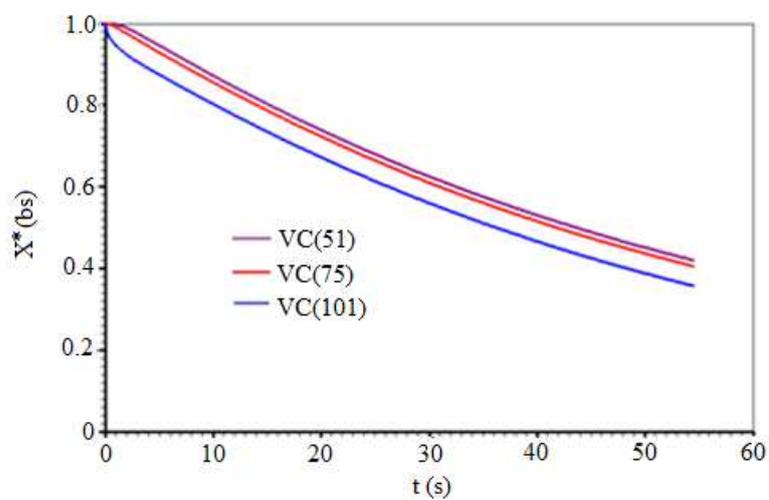


Figura 4.4: Evolução no tempo de teores de água em volumes de controle posicionados do centro à fronteira do domínio unidimensional.

Percebe-se a coerência física, tendo em vista que o volume de controle no centro, VC(51), tende a secar mais lentamente, enquanto que no volume de controle próximo à fronteira, VC(101), a secagem se dá mais rapidamente. Por outro lado, como esperado, no volume situado entre os dois anteriores, VC(75), há um comportamento intermediário.

A Figura 4.5 apresenta o perfil de teor de água ao longo da placa em instantes específicos. Observa-se claramente a simetria, no que diz respeito aos teores de água em posições simétricas em relação ao centro da placa. Além disso, evidencia-se a coerência física, tendo em vista que os teores de água diminuem do centro para os contornos laterais da placa e, para um período maior de secagem (40 s), têm-se níveis de teor de água significativamente menores em toda placa em relação aos níveis correspondentes ao período de secagem inferior (17,5 s).

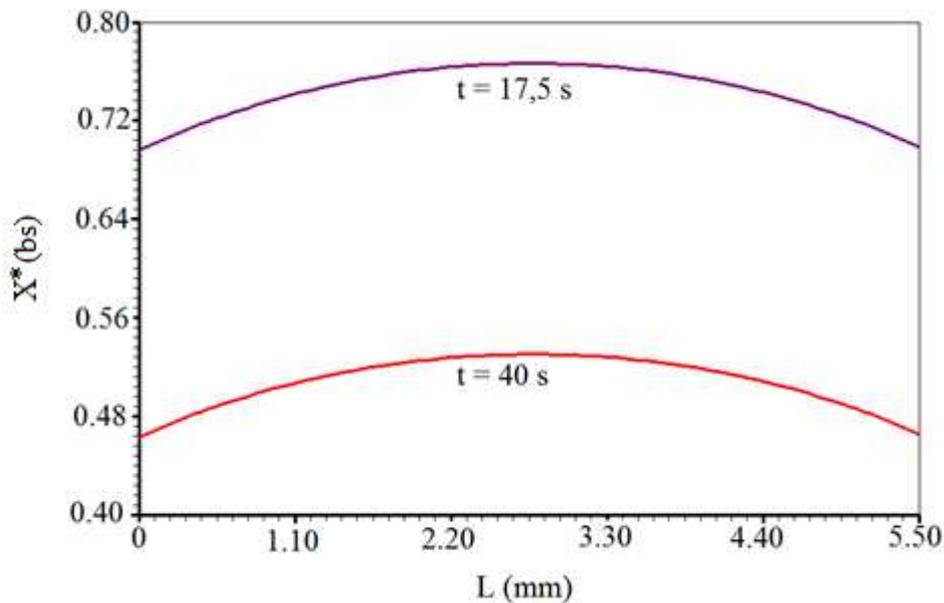


Figura 4.5: Perfis de teor de água ao longo da espessura do domínio unidimensional nos instantes 17,5 s e 40 s.

#### 4.1.2 Geometria bidimensional

Os mesmos testes utilizados para a geometria unidimensional foram conduzidos para a geometria bidimensional. As seções seguintes discorrem neste sentido.

#### 4.1.2.1. Validação através de soluções analíticas

A validação, por meio de soluções analíticas, da solução numérica obtida com uma geometria bidimensional foi feita usando-se os mesmos dados experimentais e programas utilizados na geometria unidimensional, nomeadamente “Convective Adsorption – Desorption” (SILVA e SILVA, 2009b) para a condição de contorno do terceiro tipo e Prescribed Adsorption – Desorption (SILVA e SILVA, 2009a) para a condição de contorno do primeiro tipo. Há, no entanto, que se registrar que ambos os programas não preveem, explicitamente, a geometria bidimensional. Esse fato foi contornado tomando-se o valor do comprimento da placa significativamente maior, quando comparado com as demais dimensões ( $L_z = 10^7$  m), de modo que os fluxos mássicos perpendiculares às duas menores áreas da placa pudessem ser desprezados. Para os demais dados da Tabela 4.1, os parâmetros obtidos através do programa “Convective Adsorption – Desorption” (SILVA e SILVA, 2009b) foram  $D = 6,1266 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $h = 1,1646 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ . A Tabela 4.6 exhibe valores do teor de água em instantes específicos obtidos a partir da solução analítica e da solução numérica, assim como o erro percentual em relação ao valor da solução analítica.

Tabela 4.6: Valores específicos do teor de água nas placas de argila obtidos através das soluções analítica e numérica bidimensionais com condição de contorno do terceiro tipo.

t (min)	$\bar{X}(\text{bs})$ analítica	$\bar{X}(\text{bs})$ numérica	Erro (%)
4,35	0,100315502	0,101079764	0,7618581
43,50	0,062100591	0,061782550	0,6330384
147,90	0,027752910	0,027850995	0,3534235
234,90	0,019950513	0,019983225	0,1639658
278,40	0,018344253	0,018363831	0,1067237
304,50	0,017734285	0,017748671	0,0811218
339,30	0,017182598	0,017192135	0,0555056
365,40	0,016903744	0,016911219	0,0442234
400,20	0,016651169	0,016656595	0,0325852
435,00	0,016489375	0,016493261	0,0235704

Observam-se bons resultados tendo em vista os valores encontrados para o erro percentual que diminuem significativamente nos instantes finais. A Figura 4.6 apresenta a superposição dos dois gráficos, mostrando uma boa adequação entre os mesmos. Note-se a ampliação nos instantes iniciais em que se consegue perceber os dois gráficos.

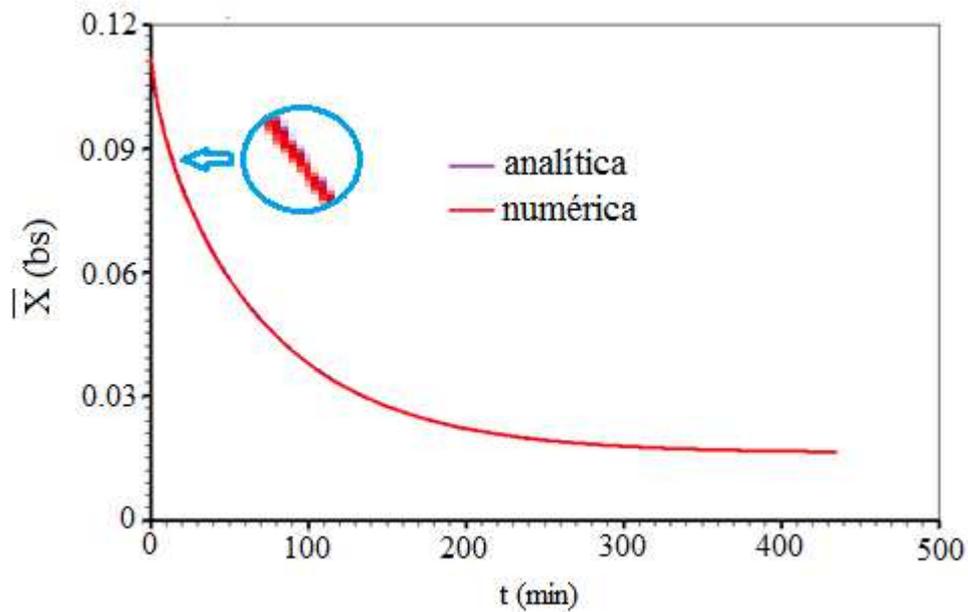


Figura 4.6: Superposição dos gráficos da solução analítica e da obtida pelo programa (bidimensional) desenvolvido – condição de contorno do terceiro tipo.

A exemplo do que foi feito para a geometria unidimensional, validou-se o programa bidimensional com a solução analítica com condição de contorno de primeiro tipo, obtida por meio do software Prescribed Adsorption – Desorption (SILVA e SILVA, 2009a). O valor encontrado para a difusividade efetiva de massa, via otimização, por esse software foi  $D = 3,6768 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ . A Tabela 4.7 exhibe valores do teor de água em instantes específicos obtidos a partir da solução analítica e da solução numérica, assim como o erro percentual em relação ao valor da solução analítica.

Tabela 4.7: Valores específicos de teores de água médios obtidos a partir das soluções analítica e numérica.

t (min)	$\bar{X}(\text{bs})$ analítica	$\bar{X}(\text{bs})$ numérica	Erro (%)
4,35	0,094715824	0,095192232	0,5029863
43,50	0,061350888	0,061782550	0,7035950
147,90	0,030731351	0,030871396	0,4557080
234,90	0,021985475	0,022043419	0,2635562
278,40	0,019861653	0,019899078	0,1884309
304,50	0,018984653	0,019013728	0,1531464
339,30	0,018134225	0,018155112	0,1151807
365,40	0,017672269	0,017688565	0,0922091
400,20	0,017223679	0,017235379	0,0679272
435,00	0,016912100	0,016920496	0,0496466

Mais uma vez obtêm-se bons resultados tendo em vista os erros de truncamento da solução analítica e o artifício utilizado para se obter a geometria bidimensional no software Prescribed Adsorption – Desorption (SILVA e SILVA, 2009a). Na Figura 4.7, tem-se a superposição dos gráficos referentes às duas soluções, confirmando a boa adequação entre os mesmos. Observe-se, a ampliação de parte dos gráficos onde se pode percebê-los individualmente.

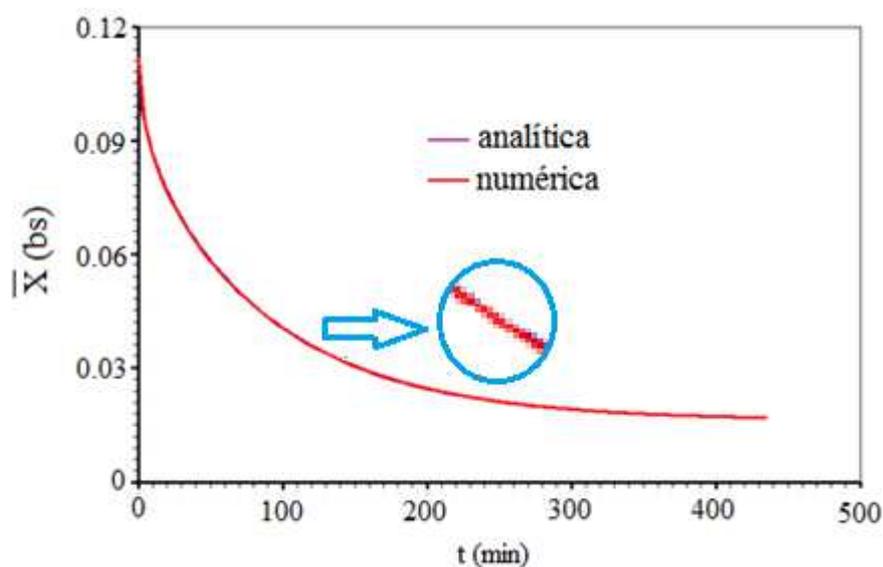


Figura 4.7: Superposição dos gráficos da solução analítica e da obtida pelo programa (bidimensional) desenvolvido – condição de contorno do primeiro tipo.

#### 4.1.2.2. Validação através de testes de consistência

Para a análise de consistência, considerou-se uma malha bidimensional com 33 x 33 volumes de controle, como mostra a Figura 4.8, além das mesmas condições de contorno em todas as fronteiras do domínio, sem utilizar a condição de simetria.

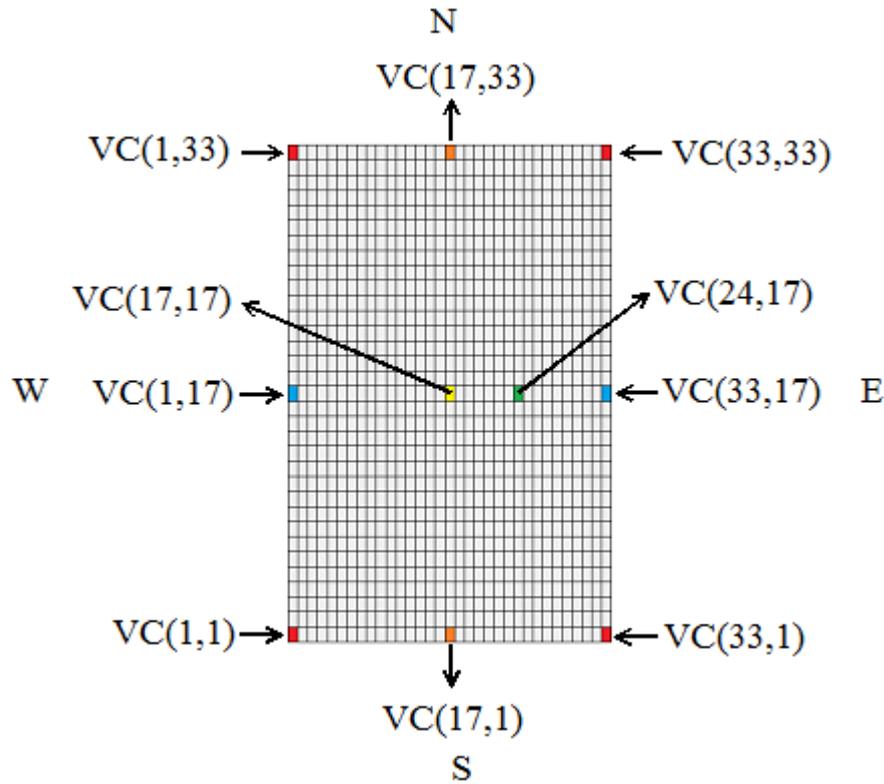


Figura 4.8: Malha utilizada para o teste de consistência.

A simulação foi feita utilizando-se os dados da Tabela 4.1 e os parâmetros de processo foram obtidos via otimização no trabalho desenvolvido por Silva et al. (2013c), no qual se estudou a cinética de secagem de placas de argila por meio de um modelo difusivo, em que se utilizou uma solução numérica da equação de difusão bidimensional com condição de contorno de terceiro tipo. Neste trabalho, em um dos modelos adotados, considerou-se a difusividade efetiva de massa como uma função polinomial do 1º grau do teor de água local ( $X$ ). Os resultados encontrados, por meio de otimização, foram:  $h = 6,474 \times 10^{-5} \text{ m min}^{-1}$  e  $D = 2,677 \times 10^{-6} X - 3,577 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ . Com esses dados, a cinética de secagem foi simulada utilizando o programa bidimensional desenvolvido. Na forma como foi concebido, o código permite o acompanhamento do teor de água em todos os volumes de controle da malha, em cada estepe de tempo. Além disso, permite a escolha de volumes de controle

específicos para o monitoramento do teor de água em função do tempo.

Dessa forma, escolheram-se, inicialmente, os volumes de controle noroeste, VC(1,33), nordeste, VC(33, 33), sudoeste, VC(1, 1) e sudeste VC(33,1) correspondentes aos quatro cantos da malha mostrada na Figura 4.8. Tendo em vista que as condições de contorno são as mesmas em toda fronteira do domínio, há de se esperar resultados idênticos para esses volumes de controle, em qualquer instante de tempo, o que se confirma pelos teores de água apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Teores de água nos volumes de controle correspondentes ao cantos da malha bidimensional.

t (min)	X (bs)	X (bs)	X (bs)	X (bs)
	VC(1,1)	VC(33,1)	VC(1,33)	VC(33,33)
0,50	0,10207277375	0,10207277375	0,10207277375	0,10207277375
136,5	0,01793908781	0,01793908781	0,01793908781	0,01793908781
221,0	0,01686201572	0,01686201572	0,01686201572	0,01686201572
293,0	0,016567242790	0,016567242790	0,016567242790	0,016567242790
390,0	0,01639709715	0,01639709715	0,01639709715	0,01639709715

A Figura 4.9 confirma os resultados da Tabela 4.8 mostrando a superposição das evoluções no tempo dos teores de água nos quatro volumes de controle mencionados.

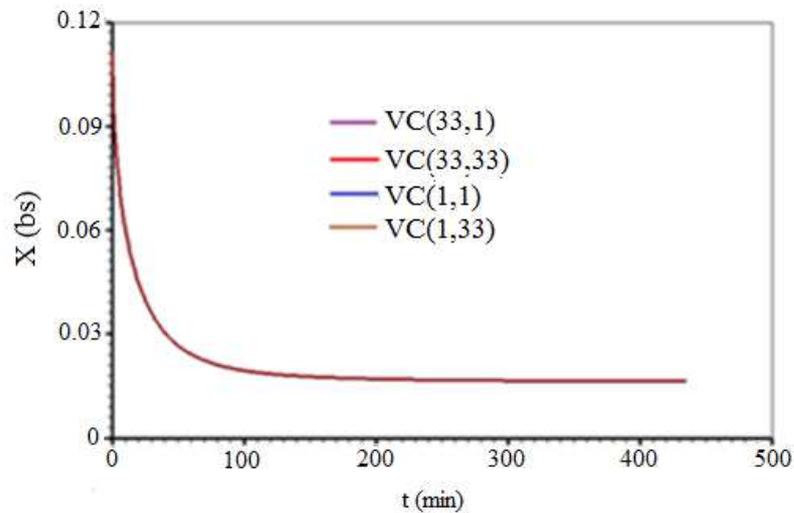


Figura 4.9: Superposição das evoluções no tempo dos teores de água nos volumes de controle noroeste, nordeste, sudoeste e sudeste da malha bidimensional.

Observe-se que na superposição da Figura 4.9 não se pode identificar as quatro curvas pelo fato de que os resultados são numericamente iguais, como atesta a Tabela 4.8.

Ainda, avaliando a consistência do programa, escolheu-se um volume de controle no contorno norte, VC(17,33), e outro no contorno sul, VC(17,1), simetricamente localizados e mostrados na Figura 4.8. Diante dessa disposição, espera-se a mesma evolução no tempo para os teores de água nestes volumes de controle, como atestam os valores apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Teores de água nos volumes de controle sul, VC(17,1) e norte, VC(17,33) simetricamente posicionados.

t (min)	X	X
	VC(17,1)	VC(17,33)
1,00	0,106423170949037	0,106423170949037
75,20	0,032246622879592	0,032246622879592
251,30	0,019173275823260	0,019173275823260
345,20	0,017946331552213	0,017946331552213
422,90	0,017406829626018	0,017406829626018

Novamente, nota-se excelente adequação entre os resultados que se confirmam por meio da Figura 4.10, na qual se encontra a superposição das evoluções no tempo dos teores de água nos dois volumes de controle considerados.

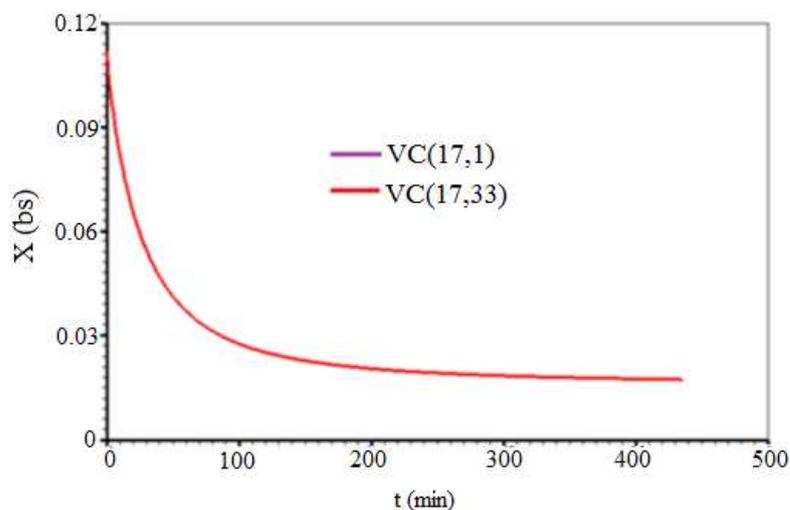


Figura 4.10: Superposição das evoluções no tempo dos teores de água em volumes de controles norte e sul simetricamente dispostos.

Observe-se que não se pode identificar as curvas individualmente pela igualdade entre os valores numéricos encontrados.

No mesmo sentido, escolheu-se um volume de controle no contorno oeste VC(1,17) e outro no contorno leste VC(33,17), simetricamente dispostos e mostrados na Figura 4.8. Mais uma vez, espera-se o mesmo de teor de água para ambos, conforme mostra a tabela 4.10.

Tabela 4.10: Teores de água nos volumes de controle oeste, VC(1,17) e leste, VC(33,17) simetricamente posicionados.

t (min)	X (bs)	
	VC(1,17)	VC(33,17)
1,00	0,106423170949037	0,106423170949037
75,20	0,032246622879592	0,032246622879592
251,30	0,019173275823260	0,019173275823260
345,20	0,017946331552213	0,017946331552213
422,90	0,017406829626018	0,017406829626018

A superposição dos gráficos referentes às evoluções dos teores de água nestes volumes de controle está representada na Figura 4.11, onde não se pode identificá-los individualmente pela igualdade entre os valores encontrados.

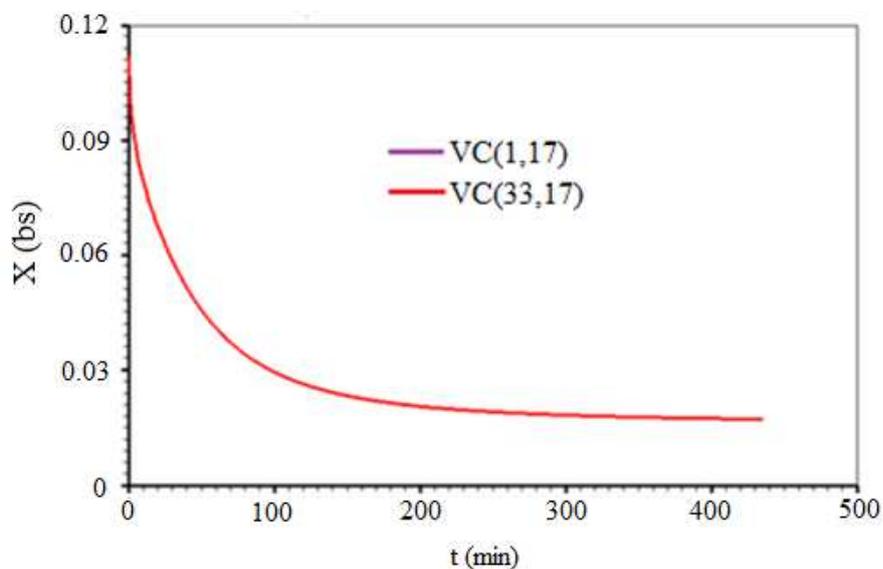


Figura 4.11: Superposição das evoluções no tempo dos teores de água em volumes de controle oeste e leste, simetricamente dispostos.

#### 4.1.2.3. Validação através de testes de coerência

Para avaliar a coerência da solução numérica, considerou-se a mesma malha bidimensional e escolheram-se três volumes de controle, a saber: no centro da malha, VC(17,17), entre o centro e a fronteira leste, VC(24,17), e neste contorno, VC(33,17), de acordo com a Figura 4.8. As evoluções no tempo dos teores de água para esses volumes de controles estão representadas na Figura 4.12.

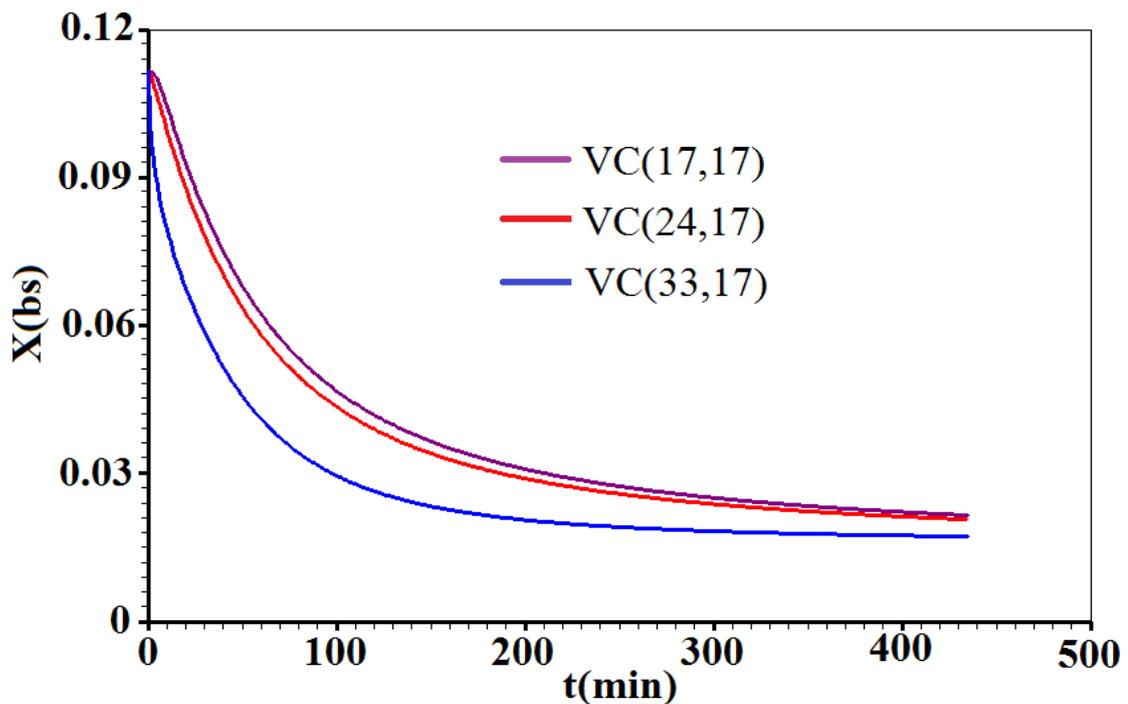


Figura 4.12: Evoluções no tempo dos teores de água para volumes de controle dispostos do centro à superfície.

Percebe-se boa coerência entre os gráficos, haja vista que o volume de controle localizado no centro, VC(17,17), tende a perder água mais lentamente do que os demais, pelo fato de que a difusão de água ocorre do centro para a superfície. Por outro lado, o volume de controle VC(33,17), por localizar-se na superfície, perde água mais rapidamente. Por fim, para o volume de controle VC(24,17) há uma evolução de perda de água intermediária, que ratifica o comportamento descrito para os outros dois volumes de controle.

#### 4.1.2.4. Validação através de simetria e avaliação do tempo de execução

Visando, ainda, a validação do código elaborado, utilizou-se outra alternativa para sua validação, nomeadamente o teste de simetria. Com efeito, mantidas as condições de contorno em todas as fronteiras do domínio, há que se esperar uma distribuição de teor de água simétrica na placa, em relação ao seu centro. Dessa forma, usando-se apenas um quarto desse domínio, supõe-se que o valor médio, neste setor, coincida com aquele obtido considerando-se o domínio inteiro. Diante disso, determinou-se, com o uso do programa concebido, o valor médio, ao longo do tempo de simulação, de duas formas distintas, a saber: usando todo o domínio e usando um quarto do domínio, valendo-se da simetria. Neste último caso, considerou-se a quarta parte do domínio localizada a nordeste, de acordo com a Figura 4.13.

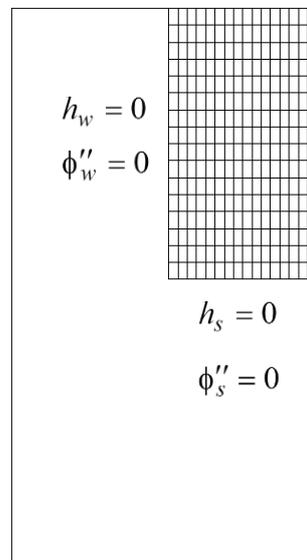


Figura 4.13: Quarta parte da malha bidimensional utilizada para o teste de simetria.

Diante da simetria, admitiram-se fluxos nulos nos contornos oeste e sul da quarta parte do domínio, o que equivale a se considerar os coeficientes de transferência convectiva de massa, nestes contornos, iguais a zero. Para o domínio inteiro usou-se uma malha com 32 x 32 volumes de controle e para um quarto do domínio, utilizou-se uma malha com 16 x 16 volumes de controle e o mesmo número de estepes de tempo. Os demais dados foram os mesmos usados nas seções anteriores. A Tabela 4.11 apresenta os teores de água médios nas placas de argila obtidos usando-se o domínio inteiro e apenas um quarto do mesmo. A análise

dos erros percentuais em relação aos valores com o domínio inteiro revela uma boa precisão quando se utiliza a simetria.

Tabela 4.11: Teores de água médios obtidos usando-se o domínio inteiro e um quarto do mesmo.

t (min)	$\bar{X}$	$\bar{X}$	Erro(%)
	(domínio inteiro)	(1/4 do domínio)	
1,00	0,109394200505978	0,109394206348847	$5,3411 \times 10^{-6}$
76,80	0,044531429775452	0,044531309587011	$2,699 \times 10^{-4}$
189,30	0,026697866493023	0,026697791784404	$2,7983 \times 10^{-4}$
245,90	0,023679935254223	0,023679869994090	$2,7559 \times 10^{-4}$
328,90	0,021193151022333	0,021193101954573	$2,3153 \times 10^{-4}$

A Figura 4.14 apresenta a superposição dos gráficos dos teores de água médios obtidos nas duas situações. Percebe-se uma excelente concordância entre os mesmos de modo que não se pode perceber os gráficos individualmente.

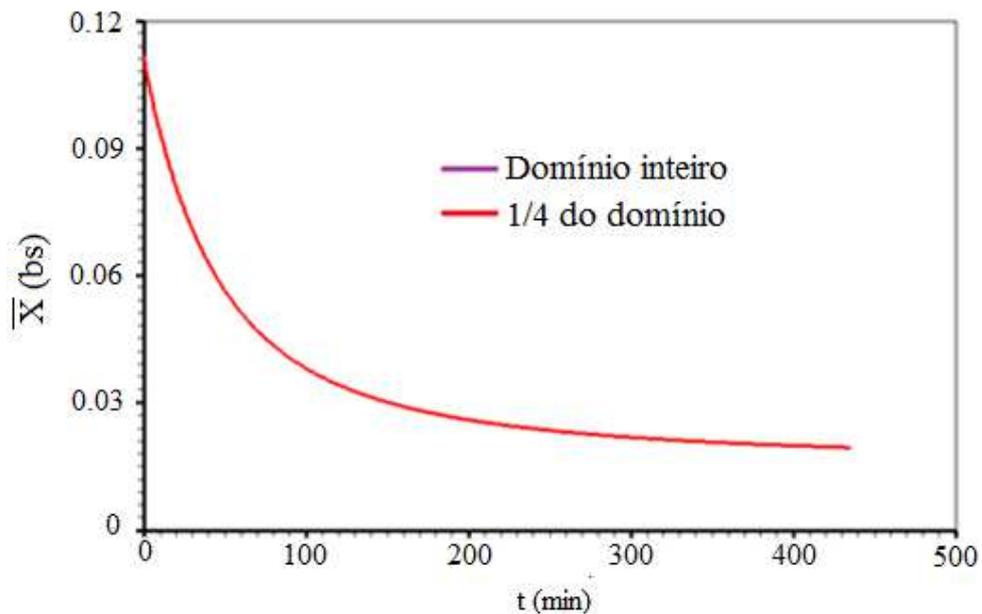


Figura 4.14: Superposição das cinéticas de teores de água médios usando o domínio inteiro e a simetria (1/4 do domínio).

Há que se registrar que o tempo de execução, usando-se o domínio inteiro, foi de 49,50 segundos, enquanto, com a utilização de 1/4 do domínio caiu para 12,27 segundos.

Tem-se, portanto uma redução de cerca de 75,21% no tempo de execução, mantendo-se a precisão nos resultados. Esse fato é importante, tendo em vista que, na estimativa dos parâmetros de processo através do otimizador, resolve-se a equação de difusão bidimensional diversas vezes, demandando um tempo de processamento computacional relativamente longo, além de um espaço de memória relativamente grande.

Diante dos testes preliminares de validação, conclui-se que os códigos elaborados são aptos para descreverem fenômenos descritos por meio da equação de difusão em coordenadas retangulares, com as geometrias de placa infinita e finita e condições de contorno do primeiro e do terceiro tipos. Em particular, mostram-se adequados para o estudo da desidratação osmótica seguida de secagem convectiva de frutas, como se pretende nesta pesquisa.

## 4.2. Validação do otimizador

A viabilização da simulação dos processos de desidratação osmótica e secagem convectiva de frutas, por meio de modelos de difusão, pressupõe o conhecimento dos parâmetros de processo. Nesta pesquisa, tal estimativa é feita por meio de um otimizador, baseado no método inverso, acoplado a soluções numéricas da equação de difusão uni e bidimensionais em coordenadas cartesianas, cujo algoritmo de otimização e metodologia encontram-se descritos na seção 3.2.6. A presente seção exhibe a metodologia de validação para esse otimizador.

O processo de validação segue o roteiro apresentado por Silva (2007) cuja ideia básica consiste em simular-se um problema difusivo com parâmetros de processo conhecidos e, a partir dos dados de simulação obtidos, escolherem-se valores para serem usados como resultados experimentais fictícios a serem utilizados para a estimativa dos parâmetros de processo por meio do algoritmo de otimização. Espera-se que o otimizador “recupere” os valores dos parâmetros de processo a partir dos ‘dados experimentais’ fornecidos.

Inicialmente, considerou-se o otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão unidimensional. Para a simulação inicial, foram adotados os dados encontrados em Silva et al. (2013a) que dispõe sobre a desidratação osmótica de coco, seguida de secagem convectiva. Neste trabalho, a modelagem matemática foi feita por meio de soluções analíticas da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do terceiro tipo e os parâmetros de processo foram estimados por meio de otimização. A Tabela 4.12 expõe os

resultados referentes à cinética de migração de água na desidratação osmótica das fatias de coco (com 6,13 mm de espessura) em solução de sacarose com concentração de 35 °Brix a 40 °C, no que se refere aos parâmetros de processo, a duração do experimento e a quantidade de água referente ao equilíbrio,  $\bar{Q}_{A\infty}$ , e ao início do processo,  $\bar{Q}_{A0}$ .

Tabela 4.12: Dados utilizados para a obtenção dos ‘dados experimentais’ usados na validação do otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão unidimensional.

$\bar{Q}_{A0}$ (%)	$\bar{Q}(A_{\infty})$ (%)	Tempo (min)	$D \times 10^8$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h \times 10^4$ (m min <sup>-1</sup> )
100	60,6	1618	2,35	1,65

Fonte: Silva et al. (2013a)

Com os dados da Tabela 4.12, simulou-se a cinética relativa à perda de água através do código com geometria unidimensional desenvolvido. Para tanto, utilizou-se 50 volumes de controle e 16180 estepes de tempo. Dos pontos simulados foram selecionados 22 ‘pontos experimentais’ mostrados na Tabela 4.13.

Tabela 4.13: ‘Pontos experimentais’ utilizados na validação do otimizador acoplado a solução numérica da equação de difusão unidimensional.

Tempo (min)	$\bar{Q}_A$ (%)	Tempo (min)	$\bar{Q}_A$ (%)
0,0	100,000000000000	511,10	62,4646792650676
12,10	93,8576379404284	605,10	61,6975843020114
31,00	89,2966037509611	718,80	61,1781421884383
50,50	85,9064011461010	824,80	60,9180427363644
83,10	81,4789491567390	934,30	60,7715403455420
110,40	78,4680002448082	1020,10	60,7057495088122
155,10	74,4784682252926	1123,10	60,6591663678990
197,20	71,545085189922	1252,20	60,6285735102168
254,60	68,5188969328537	1388,20	60,6132726334313
341,70	65,4461084096909	1552,20	60,6052649038314
418,80	63,7376739728736	1618,00	60,6036330724981

Com os dados das Tabelas 4.12 (exceto D e h) e 4.13 buscou-se ‘recuperar’ os parâmetros de processo por meio do otimizador. Para tanto, uma malha com 50 volumes de

controle foi escolhida, além de 16180 estepes de tempo e os seguintes valores iniciais:  $D = 5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $h = 8 \times 10^{-4} \text{ m min}^{-1}$ . A Tabela 4.14 apresenta os resultados obtidos com os respectivos erros de acordo com as tolerâncias atribuída para o otimizador. Note-se que, neste caso, a difusividade efetiva de massa é constante, o que corresponde à escolha do índice ‘1’ na Tabela 3.1.

Tabela 4.14: Parâmetros de processo obtidos através do otimizador acoplado à solução da equação de difusão unidimensional.

Tolerância	$D \times 10^8 \text{ (m}^2 \text{ min}^{-1}\text{)}$		$h \times 10^4 \text{ (m min}^{-1}\text{)}$	
	Resultado	Erro (%)	Resultado	Erro (%)
$1 \times 10^{-4}$	2,352295830813267	$9,77 \times 10^{-2}$	1,648657187874956	$8,13 \times 10^{-2}$
$1 \times 10^{-5}$	2,352029062981066	$8,63 \times 10^{-2}$	1,649866621423764	$8,08 \times 10^{-3}$
$1 \times 10^{-6}$	2,352003452950092	$8,52 \times 10^{-2}$	1,649984136723921	$9,61 \times 10^{-4}$

De acordo com a Tabela 4.14, observam-se bons resultados, tendo em vista os erros percentuais obtidos para cada tolerância estipulada. De fato, percebe-se que o erro diminui significativamente na medida em que a tolerância fixada aumenta. A Figura 4.15 apresenta a superposição entre os gráficos referentes aos ‘dados experimentais’ e a simulação feita com os parâmetros de processo obtidos no ‘pior caso’, ou seja, com a precisão de  $1 \times 10^{-4}$ . Vê-se uma boa concordância, ratificada pelos indicadores estatísticos encontrados para este caso:  $\chi^2 = 1,53100730199306 \times 10^{-6}$  e  $R^2 = 0,999999999297250$ .

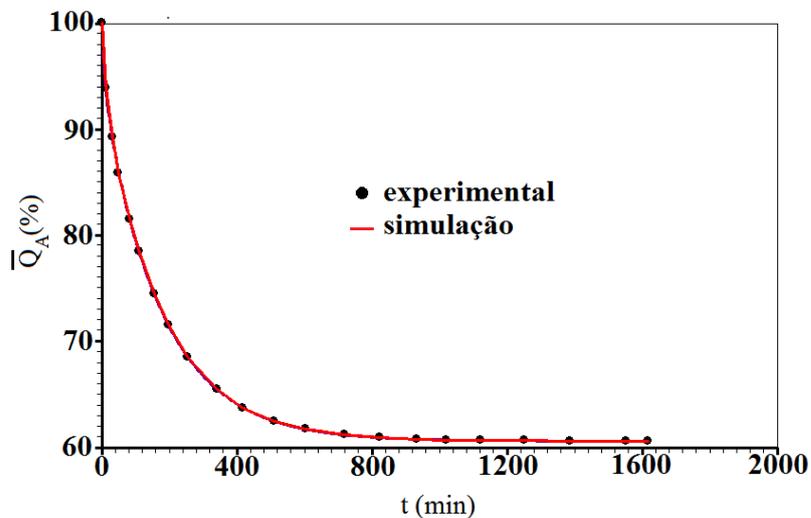


Figura 4.15: Superposição entre os ‘dados experimentais’ e simulados a partir dos parâmetros de processos obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica unidimensional.

Como outra forma de validação, acoplou-se o otimizador a uma solução numérica da equação de difusão bidimensional. Os dados da Tabela 4.15 foram escolhidos dentre os pontos obtidos através da simulação da secagem de placas de argila usando os dados da Tabela 4.1 e encontrados em Silva et al. (2013c).

Tabela 4.15: ‘Pontos experimentais’ utilizados na validação do otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional.

Tempo (min)	$\bar{X}(bs)$	Tempo (min)	$\bar{X}(bs)$
0,00	0,111600000000000	221,00	0,024473932412190
5,50	0,100617625830444	233,30	0,023898402044364
11,50	0,090920930243974	236,70	0,023750174869408
19,70	0,080164796342084	249,40	0,023233462507002
25,80	0,073574262385574	262,10	0,022768739852215
31,30	0,068449350799854	278,10	0,022246352174515
41,10	0,060849286952120	291,30	0,021860753109984
58,30	0,050977416965164	300,80	0,021605358735102
67,00	0,047190898473999	307,00	0,021447722674167
75,20	0,044170022013143	322,30	0,021086322361768
84,30	0,041319921902600	335,40	0,020804867073157
99,30	0,037519003246308	344,40	0,020624821238740
109,00	0,035522020664522	360,20	0,020332194167738
121,30	0,033388315544619	362,20	0,020297124165691
128,80	0,032265877581347	374,70	0,020087152256626
139,80	0,030819565119563	389,30	0,019860520180551
151,40	0,029507938278933	396,50	0,019755488549668
156,60	0,028980056682442	401,50	0,019684987395863
169,80	0,027780608327486	409,00	0,019582798595193
175,60	0,027309341346335	415,60	0,019496244056262
188,00	0,026398339057833	425,20	0,019375661935398
199,80	0,025636326156353	431,20	0,019303329681906
212,70	0,024900911407143	435,00	0,019258670654865

Na simulação, considerou-se a difusividade efetiva de massa variando em função do teor de água local de acordo com a Equação 4.1:

$$D = aX + b, \tag{4.1}$$

o que equivale a escolher o índice ‘2’ na Tabela 3.1.

Os valores ótimos, estimados em Silva et al. (2013c), e usados na simulação, foram  $h = 6,474 \times 10^{-5} \text{ m min}^{-1}$  e  $D = 2,677 \times 10^{-6} X - 3,577 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ . Considerou-se uma malha bidimensional com 16 x 16 volumes de controle aliada à condição de simetria e 4350 estepes de tempo.

Partindo-se do mesmo procedimento utilizado na geometria unidimensional, buscou-se recuperar os valores dos parâmetros de processo através do otimizador. Para tanto, consideraram-se os valores iniciais  $a = 4,399 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$ ,  $b = 2,245 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  e  $h = 1151 \times 10^{-4} \text{ m min}^{-1}$  (SILVA et al., 2013d), além dos dados das Tabelas 4.1 e 4.15. Os resultados obtidos encontram-se nas Tabela 4.16 e 4.17.

Tabela 4.16: Resultados para a difusividade efetiva de massa obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional.

Tolerância	$D \text{ (m}^2 \text{ min}^{-1}\text{)}$			
	$a \times 10^6$	Erro (%)	$b \times 10^8$	Erro (%)
$1 \times 10^{-4}$	2,686466316065462	0,35	-3,598877520099193	0,61
$1 \times 10^{-5}$	2,677907302834684	$3,39 \times 10^{-2}$	-3,579098348225766	$5,87 \times 10^{-2}$
$1 \times 10^{-6}$	2,677086613444993	$3,23 \times 10^{-3}$	-3,577200104382696	$5,59 \times 10^{-3}$

Tabela 4.17: Resultados para o coeficiente de transferência convectiva de massa obtidos pelo otimizador acoplado à solução numérica da equação de difusão bidimensional.

Tolerância	$h \times 10^5 \text{ (m min}^{-1}\text{)}$	Erro (%)
$1 \times 10^{-4}$	6,463464988923110	0,16
$1 \times 10^{-5}$	6,472983642471250	$1,57 \times 10^{-2}$
$1 \times 10^{-6}$	6,473903239199619	$1,49 \times 10^{-3}$

Observa-se, mais uma vez, que os erros percentuais encontrados diminuem consideravelmente com o aumento da tolerância utilizada no otimizador. A Figura 4.16 exibe o gráfico dos resultados simulados superpostos aos ‘dados experimentais’ da Tabela 4.15 usando os valores para os parâmetros de processo obtidos com a tolerância de  $1 \times 10^{-4}$ .

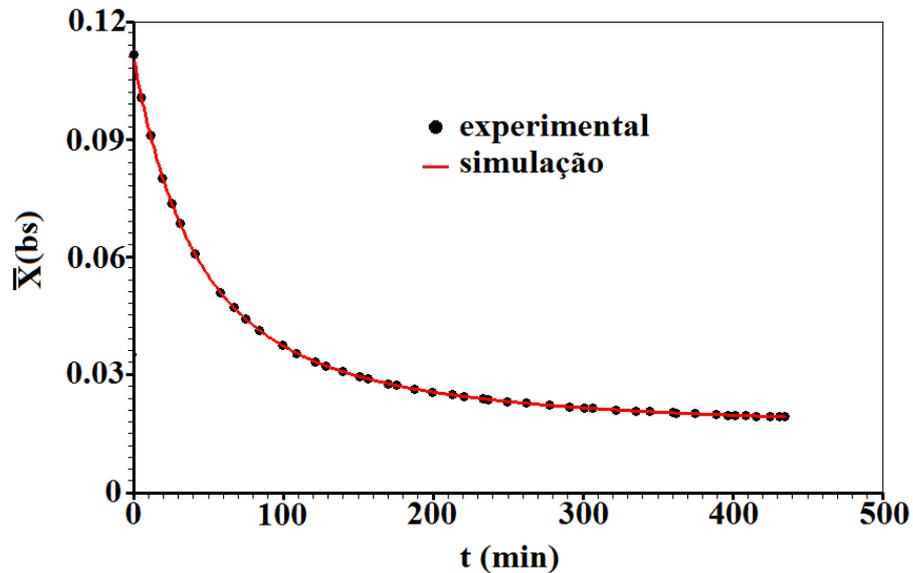


Figura 4.16: Superposição dos resultados simulados a partir dos parâmetros de processo estimados pelo otimizador e dos ‘pontos experimentais’ da Tabela 4.15.

Vê-se novamente que, mesmo no pior caso, há uma boa concordância entre os gráficos considerados. Com efeito, para este caso, obteve-se  $\chi^2 = 1,30602424607322 \times 10^{-9}$  e  $R^2 = 0,9999999697526$ .

Diante dos resultados obtidos, pode-se constatar a viabilidade da metodologia proposta para estimativa dos parâmetros de processo, assim como do otimizador apresentado. Há que se destacar, no entanto, como adverte Silva (2007), que o ajuste de curva envolvendo uma equação diferencial parcial e dados experimentais apresenta-se como um problema fortemente não linear entre os parâmetros de processo e a função objetivo. Neste sentido, o otimizador requer estimativas iniciais realistas, com base em considerações físicas e dados da literatura, com intuito de evitar mínimos locais, ou mesmo dados sem significados físicos condizentes.

### 4.3. Desidratação osmótica de goiaba

Os experimentos de desidratação osmótica de goiaba, em soluções de sacarose, tiveram por base a metodologia descrita na seção 3.3. Foram implementados dois experimentos nas condições discriminadas na Tabela 4.18 que apresenta as dimensões médias iniciais das placas de goiaba, as concentrações e temperaturas das soluções desidratantes, assim como a quantidade de água inicial ( $\bar{Q}_{A0}$ ), a quantidade de sacarose inicial ( $\bar{G}_{S0}$ ) e as quantidades de água ( $\bar{Q}_{A\infty}$ ) e de sacarose ( $\bar{G}_{S\infty}$ ) de equilíbrio das amostras de goiaba.

Tabela 4.18: Dados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba.

Experimento	$L_{x0} \times 10^3$ (m)	$L_{y0} \times 10^3$ (m)	$L_{z0} \times 10^3$ (m)	$\bar{Q}_{A0}$ (%)	$\bar{G}_{S0}$ (%)	$\bar{Q}_{A\infty}$ (%)	$\bar{G}_{S\infty}$ (%)
40°Brix 30 °C	9,56	20,03	30,29	100	0	33,80	72,00
50°Brix 40 °C	9,56	20,03	30,29	100	0	25,00	74,2

#### 4.3.1 Resultados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba

Os dados referentes às cinéticas de desidratação osmótica de goiaba encontram-se no apêndice A deste trabalho (Tabelas de A.1 a A.4). A Figura 4.17 mostra as cinéticas obtidas para o experimento conduzido em solução de sacarose com concentração de 40 °Brix a 30 °C designado por experimento 1.

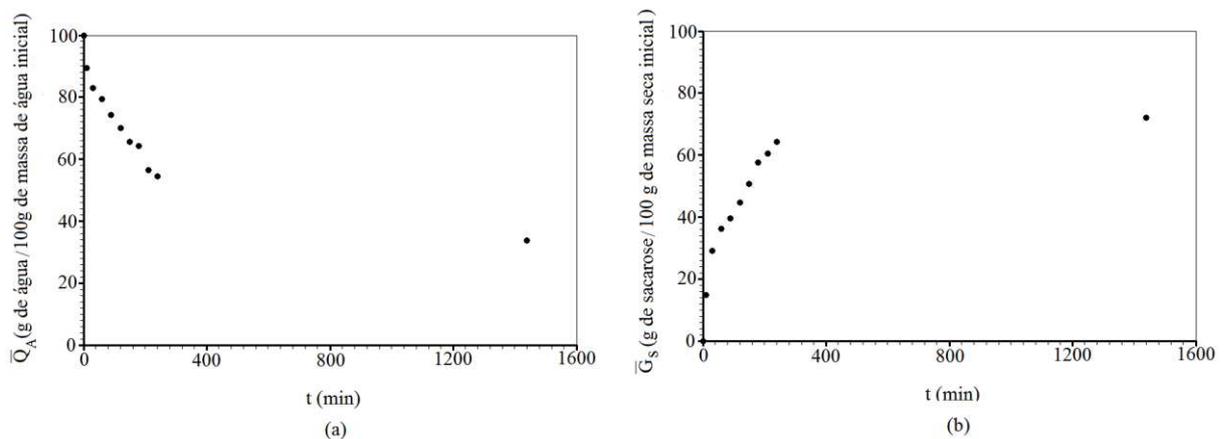


Figura 4.17: Dados experimentais das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose obtidas no experimento 1 (40 °Brix 30 °C) de desidratação osmótica de goiaba.

Os resultados obtidos no experimento 2 (50 °Brix 40 °C) encontram-se na Figura 4.18.

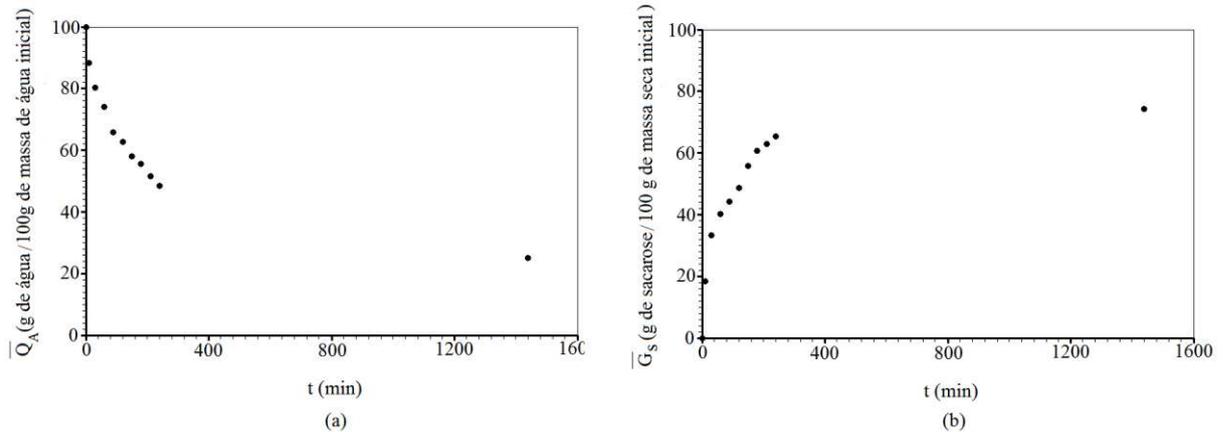


Figura 4.18: Dados experimentais das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose obtidas no experimento 2 (50 °Brix 40 °C) de desidratação osmótica de goiaba.

Observando-se os gráficos apresentados nas Figuras 4.17 e 4.18, pode-se afirmar que os resultados obtidos, em primeira análise, são condizentes com os encontrados na literatura acerca das cinéticas próprias de desidratação osmótica de frutas (MOREIRA e SERENO, 2003; RUIZ-LÓPEZ et al., 2010; SILVA et al., 2014a). Note-se que os níveis de temperatura e da concentração da solução desidratante não influenciaram de maneira significativa a captação de sólidos, apresentando uma influência discreta na quantidade de água. Uma análise mais detalhada dessas cinéticas será feita nas seções seguintes.

#### 4.3.2 Modelos utilizados na modelagem matemática da desidratação osmótica de goiaba

Um primeiro estudo versando sobre a modelagem matemática das cinéticas expostas nas Figuras 4.17 e 4.18, resultou no recente trabalho de Silva et al. (2014c) no qual foram propostos dois modelos unidimensionais para o estudo da desidratação osmótica de goiaba, a saber:

- Modelo U<sub>1</sub>: No qual se utiliza soluções numéricas da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do primeiro tipo, desconsiderando o encolhimento e assumindo que as difusividades efetivas de massa, para a água e para sacarose, são constantes no transcurso do processo.

- Modelo U<sub>2</sub>: Neste modelo, utilizam-se soluções numéricas da equação de difusão unidimensional, com condição de contorno do primeiro tipo. Para o estudo da perda de água considera-se que a espessura da placa varia em função da quantidade média de água nas amostras de goiaba, segundo a seguinte relação linear:

$$L_x = 3,96 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 5,60 \times 10^{-3}. \quad (4.2)$$

Para o estudo da captação de sacarose, considera-se que a espessura varia em função do ganho médio de sacarose nas amostras de goiaba segundo a relação

$$L_x = -3,64 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 9,56 \times 10^{-3} \quad (4.3)$$

nas quais  $L_x$  é dada em metros. Essas relações foram obtidas por meio de ajuste de curvas como se detalha na seção 4.4.2.2 referente à desidratação osmótica de maçã. Além disso, após um processo de otimização, considerou-se a difusividade efetiva de massa para água variando de acordo com os valores locais das quantidades de água segundo a expressão

$$D_A = b \cosh[a(Q_A)^2]. \quad (4.4)$$

No mesmo sentido, após o processo de otimização, considerou-se a difusividade efetiva de massa para a sacarose variando segundo a equação

$$D_S = b \exp(a\sqrt{G_S}). \quad (4.5)$$

Os valores dos parâmetros de processo encontrados para o modelo U<sub>1</sub>, na mencionada pesquisa, estão reproduzidos na Tabela 4.19:

Tabela 4.19: Parâmetros de processo relativos ao modelo unidimensional U<sub>1</sub>.

Experimento	$D_A \times 10^8$ ( $m^2 \min^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$	$D_S \times 10^8$ ( $m^2 \min^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
40 °Brix 30 °C	3,33	26,73	0,9920	6,84	53,67	0,9893
50 °Brix 40 °C	3,73	8,232	0,9983	7,80	77,62	0,9880

Fonte: Silva et al. (2014c).

Os valores estimados, na mesma pesquisa, por meio do modelo  $U_2$ , encontraram-se expostos na Tabela 4.20.

Tabela 4.20: Parâmetros de processo relativos ao modelo unidimensional  $U_2$ .

Experimento		$a$	$b \times 10^8$ ( $m^2 \min^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
40 °Brix 30 °C	água	$8,17 \times 10^{-5}$	2,55	22,99	0,9936
50 °Brix 40 °C	água	$32,5 \times 10^{-5}$	1,62	5,273	0,9988
40 °Brix 30 °C	sacarose	$2,53 \times 10^{-1}$	29,52	52,35	0,9894
50 °Brix 40 °C	sacarose	$2,0 \times 10^{-1}$	23,88	72,63	0,9884

Fonte: Silva et al. (2014c).

De acordo com os autores, ambos os modelos tiveram boa acurácia, porém o modelo 2 é fisicamente mais realista. Neste sentido, dando continuidade ao estudo feito no mencionado trabalho, propõem-se dois modelos numéricos bidimensionais, com intuito de comparação:

- Modelo 1: No qual se utilizam soluções numéricas da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do primeiro tipo, desconsiderando o encolhimento e assumindo que a difusividade efetiva de massa para a água e para sacarose são constantes no transcurso do processo.
- Modelo 2: Em que se utiliza soluções numéricas da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do primeiro tipo, considerando-se as mesmas expressões para as difusividades efetivas de massa usadas por Silva et al. (2014c), expressas nas Equações (4.4) e (4.5). Ainda em consonância com o mencionado trabalho, admite-se que as dimensões da placa variam em função das quantidades médias de água e de sacarose, nas amostras de goiaba, segundo as relações:

$$L_x = 3,96 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 5,60 \times 10^{-3} \text{ e } L_y = 8,30 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 11,73 \times 10^{-3} \quad (4.6)$$

e

$$L_x = -3,64 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 9,56 \times 10^{-3} \text{ e } L_y = -7,63 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 20,03 \times 10^{-3} \quad (4.7)$$

nas quais as expressões para  $L_y$  foram obtidas, a partir das expressões para  $L_x$ ,

admitindo-se as mesmas relações lineares para os comprimentos adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$ .

#### 4.3.2.1 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões

Utilizando como valores iniciais os dados obtidos com o modelo unidimensional  $U_1$ , mostrados na Tabela 4.19, o otimizador descrito na seção 3.2.6 foi acoplado a soluções numéricas bidimensionais da equação de difusão com condição de contorno do primeiro tipo para a estimativa dos parâmetros de processo. Registre-se que, como o programa desenvolvido foi concebido usando-se a condição de contorno de terceiro tipo, o problema foi contornado fazendo-se o valor do coeficiente de transferência convectiva significativamente alto ( $1 \times 10^{15} \text{ m min}^{-1}$ ). Os resultados obtidos para o modelo 1 estão dispostos na Tabela 4.21.

Tabela 4.21: Parâmetros de processo relativos ao modelo bidimensional 1.

Experimento	$D_A \times 10^8$ ( $\text{m}^2\text{min}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$	$D_S \times 10^8$ ( $\text{m}^2\text{min}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
40 °Brix 30 °C	2,03	41,15	0,9920	4,51	56,27	0,9936
50 °Brix 40 °C	2,32	7,77	0,9983	5,17	37,30	0,9988

Com os resultados das Tabelas 4.18 e 4.21, as cinéticas de desidratação osmótica das placas de goiaba foram simuladas por meio do modelo 1. A Figura 4.19 mostra o resultado, referente ao experimento 1 (40 °Brix 30 °C).

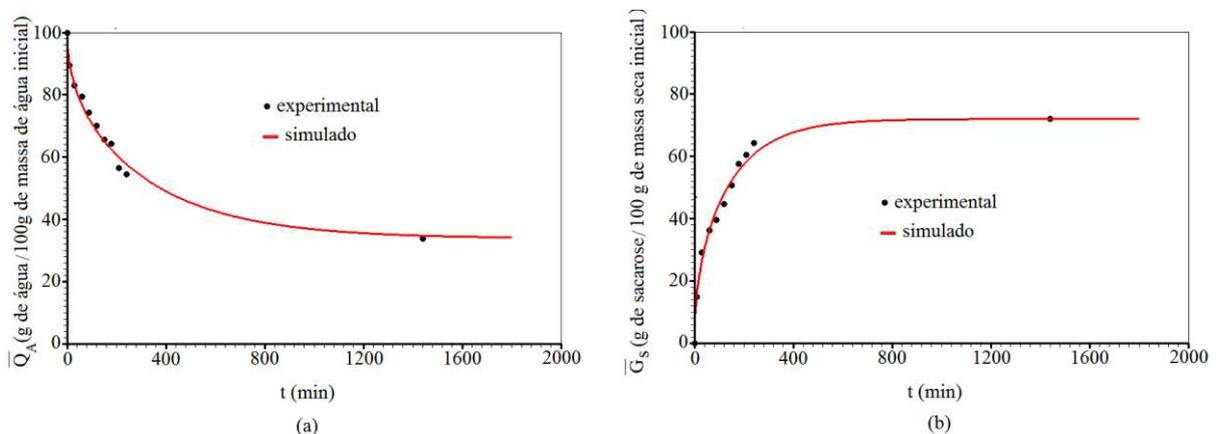


Figura 4.19: Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C obtidas usando o modelo 1.

As cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose correspondentes ao experimento 2 (50 °Brix 40 °C) são apresentadas na Figura 4.20.

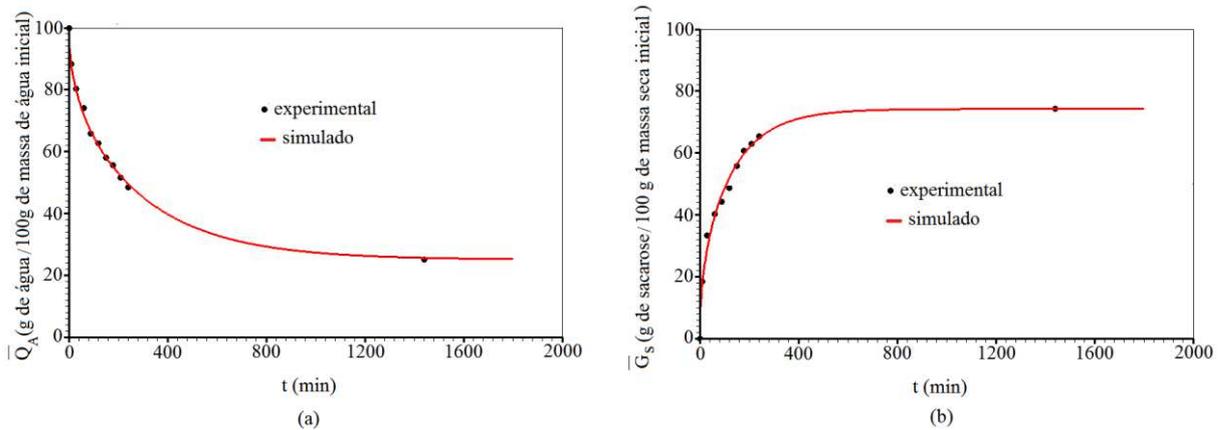


Figura 4.20: Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C obtidas usando o modelo 1

Observando-se os indicadores estatísticos dispostos na Tabela 4.21 e as cinéticas apresentadas nas Figuras 4.19 e 4.20, vê-se que o modelo 1 descreve adequadamente as cinéticas de desidratação osmóticas de goiaba em ambos os experimentos. Além disso, vê-se que os valores obtidos para a difusividade efetiva de massa, para a água e para a sacarose, são condizentes com dados da literatura relativos à desidratação osmótica de frutas (CORRÊA et al., 2010; MERCALI et al., 2011; SILVA et al., 2014a).

Note-se que os valores encontrados para as difusividades referentes à sacarose foram superiores aos relativos à água. Resultados similares foram encontrados por Khoyi e Hesari (2007) no estudo da desidratação osmótica de damascos, no quais se encontrou uma difusividade média de  $7,86 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  para a água e de  $8,70 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$  para a sacarose. No mesmo sentido, Amami et al. (2006) estimaram valores inferiores para a difusividade efetiva de massa para a água em relação à concernente à sacarose, em duas situações experimentais relativas ao estudo do efeito de pulsos elétricos sobre a desidratação osmótica de discos de maçã em soluções hipertônicas de água e sacarose.

#### 4.3.2.2 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões

De maneira análoga, utilizando como valores iniciais os dados do modelo unidimensional  $U_2$ , o otimizador foi acoplado a soluções numéricas da equação de difusão

bidimensional para a estimativa da difusividade efetiva de massa relativa ao modelo 2 bidimensional. Neste caso, utilizou-se uma malha de 16 x 32 volumes de controle e a condição de simetria (o que equivale a uma malha de 32 x 64 volumes de controle) e 2000 estepes de tempo. Essa escolha foi feita com base em testes preliminares (não reportados neste trabalho). Os resultados estão dispostos na Tabela 4.22.

Tabela 4.22: Parâmetros de processo relativos ao modelo bidimensional 2.

Experimento		$a$	$b \times 10^8$ ( $m^2 \text{min}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
40 °Brix 30 °C	água	$6,42 \times 10^{-8}$	1,65	29,10	0,9913
50 °Brix 40 °C	água	$1,84 \times 10^{-4}$	1,44	4,63	0,9989
40 °Brix 30 °C	sacarose	$-3,02 \times 10^{-1}$	8,50	50,61	0,9894
50 °Brix 40 °C	sacarose	$-3,65 \times 10^{-1}$	14,06	34,99	0,9928

Com os dados expostos na Tabela 4.22, as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose foram simuladas por meio do modelo 2. A Figura 4.21 apresenta as cinéticas de quantidade de água e ganho de sacarose referentes ao experimento 1.

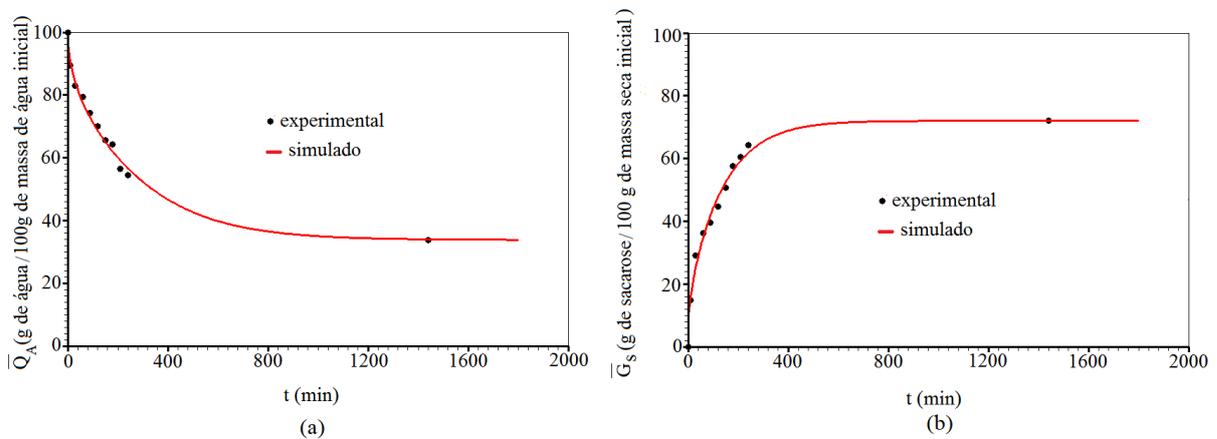


Figura 4.21: Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de: (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C obtidas usando o modelo 2.

No mesmo sentido, a Figura 4.22 mostra as cinéticas relativas ao experimento 2 (50 °Brix 40 °C).

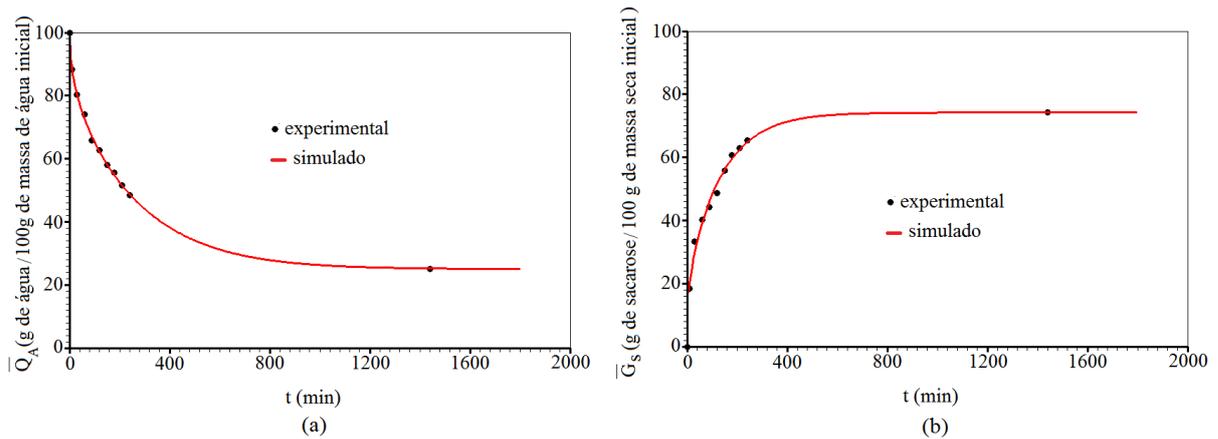


Figura 4.22: Superposição dos resultados experimentais e simulados das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C, obtidas usando o modelo 2.

Percebe-se, a exemplo do modelo 1, que o modelo 2 descreve com boa acurácia as cinéticas de desidratação osmótica de goiaba, como se pode atestar pelos indicadores estatísticos mostrados na Tabela 4.22 e pelas Figuras 4.21 e 4.22.

#### 4.3.2.3 Comparação entre os modelos 1 e 2

Considerando os indicadores estatísticos mostrados nas Tabelas 4.21 e 4.22, pode-se afirmar que os modelos 1 e 2 são equivalentes, de forma similar ao que se deu em relação aos modelos unidimensionais correspondentes (SILVA et al., 2014c), embora o modelo 2 tenha apresentado uma discreta melhora nos indicadores. Reitere-se que o modelo 1 não considera o encolhimento inerente à desidratação osmótica, além de considerar as difusividades efetivas de massa constantes. De acordo com Silva et al. (2012d) o encolhimento e a migração de massa modificam a estrutura interna do produto que afeta as difusividades efetivas de massa. Os mesmos autores conjecturam que as hipóteses de difusividade efetiva de massa constante e a desconsideração do encolhimento resultam em erros que se cancelam mutuamente.

A Figura 4.23 apresenta a superposição entre as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose, obtidas a partir dos dois modelos, para o experimento feito a 40 °Brix 30 °C.

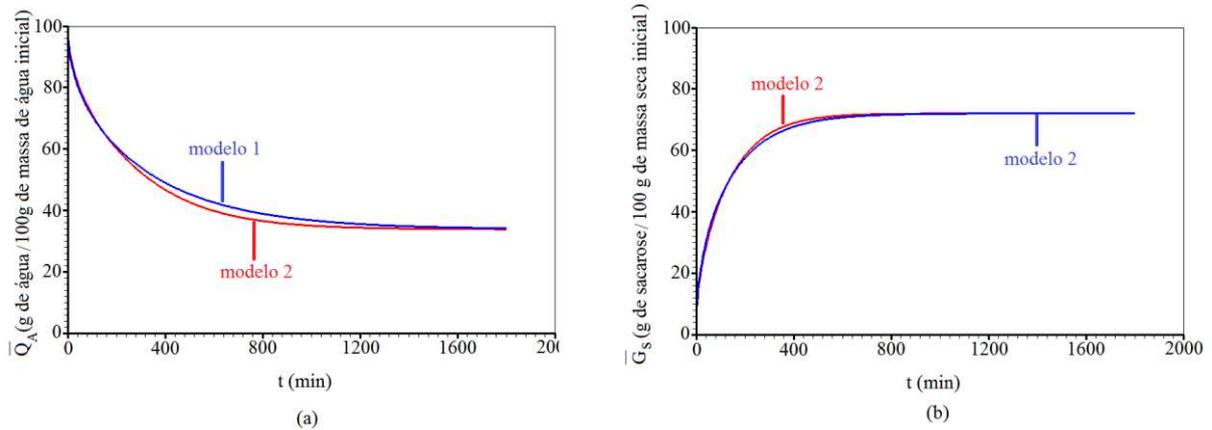


Figura 4.23: Superposição entre as cinéticas de desidratação osmótica de goiaba referentes ao experimento 1, obtidas pelos modelos 1 e 2.

No mesmo sentido a Figura 4.24 apresenta a superposição entre as cinéticas obtidas para o experimento feito a 50 °Brix 40 °C, obtidas pelos dois modelos.

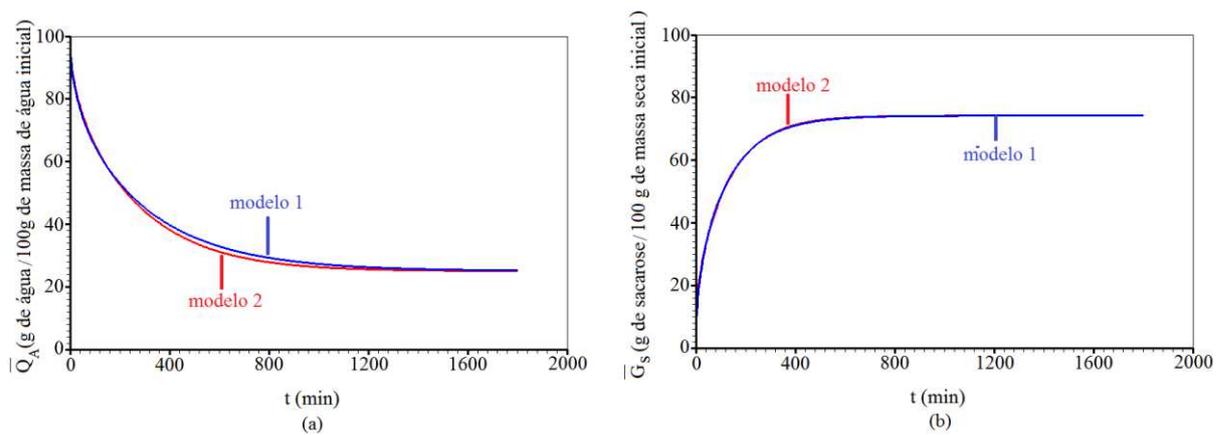


Figura 4.24: Superposição entre as cinéticas de desidratação osmótica de goiaba referentes ao experimento 2, obtidas pelos modelos 1 e 2.

Observando-se as Figuras 4.23 e 4.24, percebe-se que as descrições das cinéticas de ganho de sacarose obtidas pelos dois modelos são praticamente iguais. Em relação às cinéticas relativas à quantidade de água vê-se pequenas discrepâncias entre os resultados obtidos por ambos os modelos.

Dessa forma, a diferença substancial entre os dois modelos, a exemplo do que se deu usando-se os modelos unidimensionais, diz respeito à adequação física. De fato, no transcurso do experimento de desidratação osmótica a 40 °Brix 30 °C, por exemplo, o valor de  $L_x$  variou de 9,56 mm para 6,56 mm, enquanto que a medida de  $L_y$  sofreu uma variação de 20,03 mm para 16,28 mm. Esse dado é relevante por si só, mas também por influir no valor da difusividade efetiva de massa para água no decorrer do experimento (RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004). Dessa forma, resta clara a melhor adequação física por parte do modelo 2 em relação ao modelo 1.

#### 4.3.2.4 Comparação entre os modelos uni e bidimensionais

Analisando as tabelas 4.19 e 4.21 percebe-se que, a julgar pelos indicadores estatísticos, os modelos uni e bidimensional que adotam as difusividades efetivas de massa constantes e desconsideram o encolhimento, são equivalentes na descrição da cinética de quantidade de água para o experimento 2 (50 °Brix 40 °C) e para o de ganho de sacarose no experimento 1 (40 °Brix 30 °C). No que se refere a cinética de quantidade de água correspondente ao experimento 1, há um melhor indicador estatístico para o modelo unidimensional, com um comportamento inverso para a sacarose no experimento 2. Quando se considera os modelos uni e bidimensionais que levam em conta as variações nas difusividades e nas dimensões das amostras (modelos 2, em cada caso) percebe-se um comportamento similar. Dessa forma, de maneira geral, pode-se afirmar que, sob o prisma do ajuste às cinéticas próprias da desidratação osmótica de goiaba, os modelos uni e bidimensionais são equivalentes. Neste sentido, se o objetivo é apenas o ajuste aos dados experimentais relativos às cinéticas próprias da desidratação osmótica, o modelo unidimensional é preferível, tendo em vista o menor tempo de processamento computacional que demanda, aliado a uma economia de memória significativa.

Há que se observar, no entanto, que, no modelo bidimensional, consegue-se um bom ajuste com a geometria mais próxima da real. Esse fato torna-se mais relevante quando se observa as distribuições de quantidade de água e de ganho de sacarose obtidas pelos dois modelos. A Figura 4.25 apresenta as distribuições de quantidade de água obtidas pelos modelos uni e bidimensionais que levam em conta a variação na difusividade de massa e o encolhimento (modelo U<sub>2</sub> e 2, respectivamente) para o experimento 1 (40° C 30 °Brix).

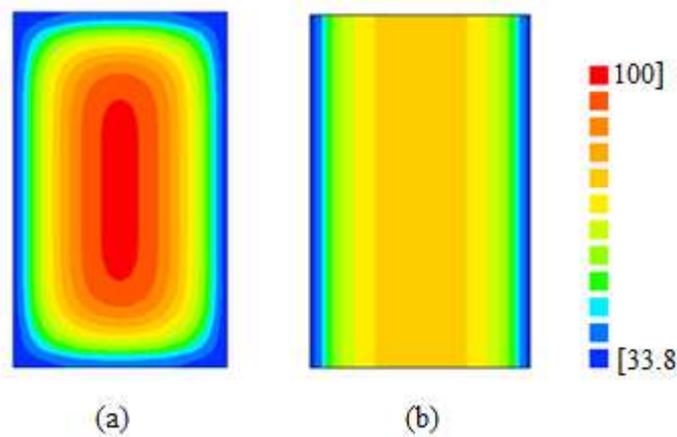


Figura 4.25: Distribuições de quantidade de água 120 minutos após o início do experimento 1 (40 °Brix 30 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.

As distribuições de água para o experimento 2 encontram-se na Figura 4.26.

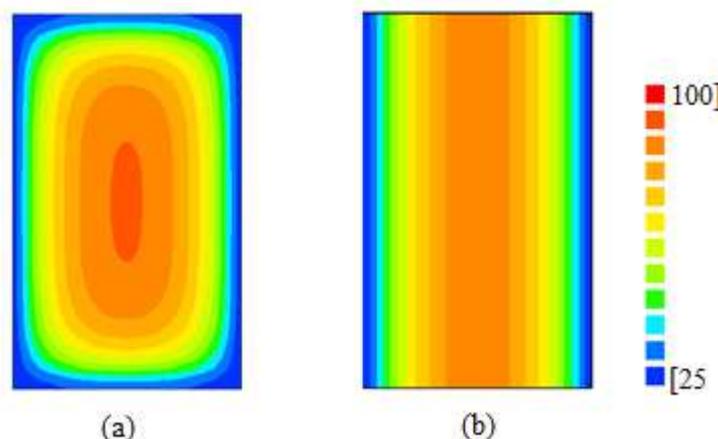


Figura 4.26: Distribuições de quantidade de água 120 minutos após o início do experimento 2 (50 °Brix 40 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.

Percebe-se, das Figuras 4.25 e 4.26 que há uma diferença significativa em relação às distribuições de água obtidas pelos modelos uni e bidimensionais. Note-se que o modelo unidimensional não consegue prever com boa precisão as distribuições de água, sobretudo nos cantos da placa. Com efeito, o nível em determinada faixa vertical é o mesmo ao longo de toda placa, o que obviamente não condiz com a realidade física. Isso se dá porque os fluxos de água (ou de sacarose) perpendiculares às quatro menores superfícies da placa são desconsiderados no modelo unidimensional. Registre-se, ainda, que mesmo o modelo bidimensional apresenta erros neste sentido, tendo em vista que não considera os

mencionados fluxos perpendiculares às duas menores superfícies da placa. Contudo, neste caso, o erro é significativamente menor quando se tem por base um modelo tridimensional que levaria em conta os fluxos em todas as superfícies da placa.

As Figuras 4.27 e 4.28 apresentam as distribuições de ganho de sacarose obtidas pelo modelo unidimensional  $U_2$  e pelo modelo bidimensional 2.

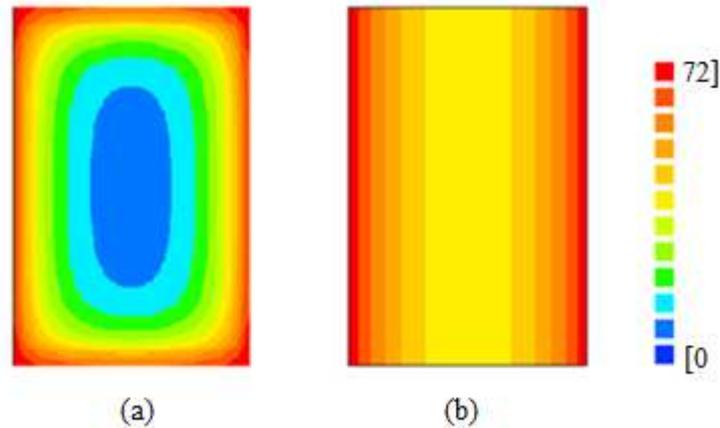


Figura 4.27: Distribuições de ganho de sacarose 120 minutos após o início do experimento 1 (40 °Brix 30 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.

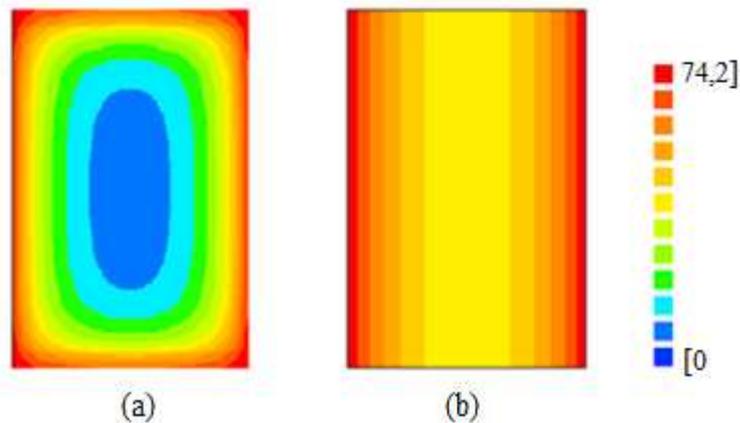


Figura 4.28: Distribuições de ganho de sacarose 120 minutos após o início do experimento 2 (50 °Brix 40 °C) usando o modelo (a) bidimensional e (b) unidimensional.

Os mesmos comentários feitos em relação às distribuições de quantidade de água se aplicam para a predição das distribuições de sacarose.

A desconsideração dos fluxos, admitida no modelo unidimensional, repercute também na estimativa das difusividades efetivas de massa para água e sacarose. Com efeito, de acordo com as Tabelas 4.19 e 4.21, os resultados obtidos com os modelos uni e bidimensional que desconsideram as variações nas dimensões e na difusividade efetiva de massa (modelos 1 e U<sub>1</sub>, respectivamente), percebe-se que os valores correspondentes ao modelo unidimensional são maiores do que os encontrados para a geometria bidimensional. Resultado análogo foi encontrado por Silva et al. (2013a) no estudo da desidratação osmótica de coco, onde se constatou que os parâmetros de processo obtidos por um modelo unidimensional foram maiores do que os obtidos por meio de um modelo tridimensional.

A Figura 4.29 apresenta, à título de comparação, a superposição entre as curvas representativas das difusividades efetivas para a água e para a sacarose, relativas ao experimento 1 (40 °Brix 30 °C), em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose, pelos modelos uni e bidimensionais que levam em conta o encolhimento e a variação nas difusividades (modelo U<sub>2</sub> e 2, respectivamente).

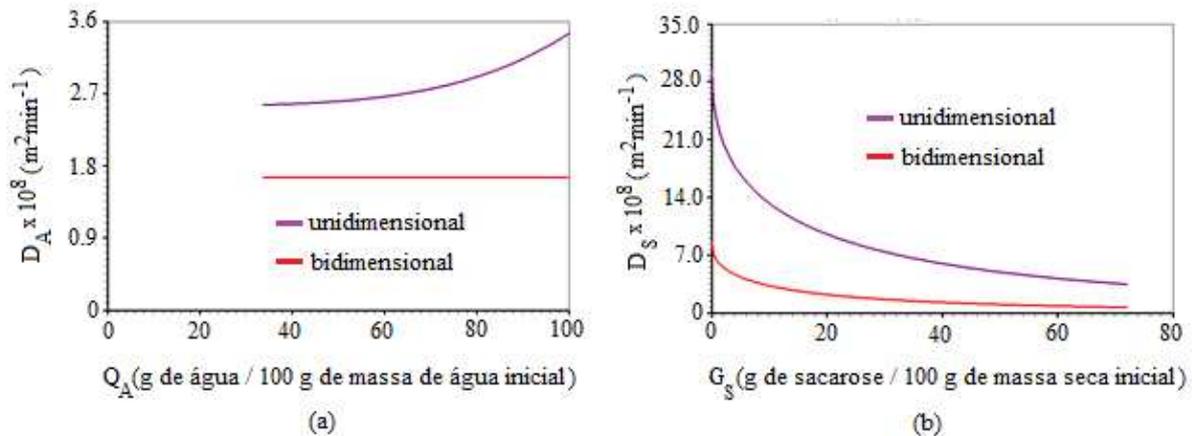


Figura 4.29: Difusividades efetivas de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais de quantidade de água e de ganho de sacarose, respectivamente, referentes ao experimento 1 (40 °Brix 30°C).

A Figura 4.30 mostra a superposição para o experimento a 50 °Brix 40 °C.

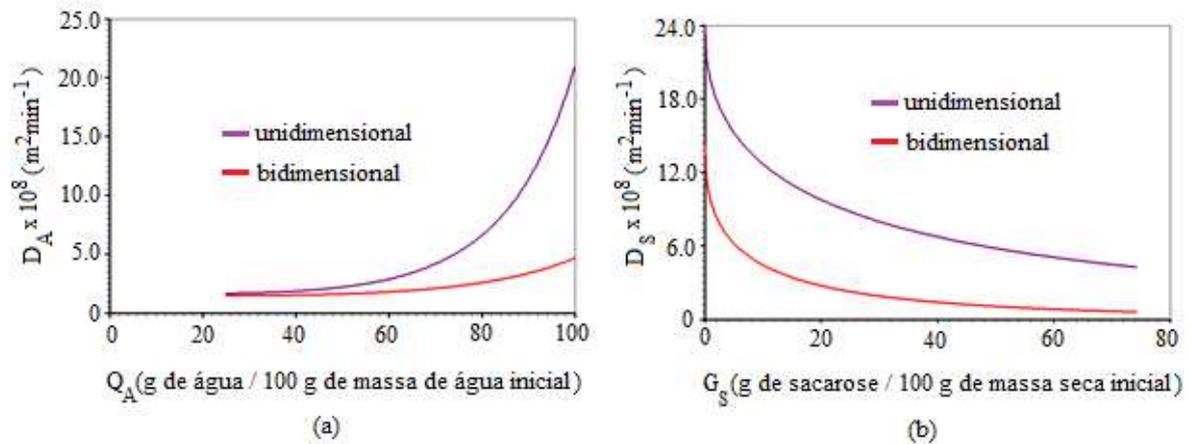


Figura 4.30: Difusividade efetiva de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais de quantidade de água e de ganho de sacarose, respectivamente, referentes ao experimento 2 (50 °Brix 40°C).

Percebe-se, das Figuras 4.29 e 4.30, que o modelo unidimensional claramente superestima as difusividades efetivas de massa. Resultado similar foi encontrado por Silva et al. (2015) no estudo de secagem de paralelepípedos de madeira por meio de um modelo difusivo numérico unidimensional com condição de contorno de terceiro tipo. Neste artigo os autores constataram que os parâmetros de processo obtidos por meio do modelo unidimensional são significativamente maiores do que os obtidos através de modelos bi e tridimensionais. Os pesquisadores argumentam que, no modelo unidimensional, desprezam-se os fluxos de massa perpendiculares às quatro menores superfícies do paralelepípedo de madeira que, no caso específico da mencionada pesquisa, correspondiam a 29% da área total da superfície do paralelepípedo, acarretando a superestimativa dos parâmetros de processo. Por outro lado, atestam que os valores obtidos pelos modelos bi e tridimensionais foram sensivelmente mais próximos.

#### 4.4 Desidratação osmótica de maçã

Nesta seção, apresentam-se os resultados e discussões do que se pretende que seja a principal contribuição deste trabalho, nomeadamente o estudo de desidratação osmótica de maçã por meio de modelos numéricos bidimensionais, com condição de contorno de terceiro tipo, considerando-se variações nos parâmetros de processo e nas dimensões das placas de maçã no transcurso do experimento.

Os experimentos de desidratação osmótica de maçã, em soluções de sacarose, foram realizados com base na metodologia descrita na seção 3.3. Foram realizados quatro ensaios nas condições descritas na Tabela 4.23 que apresenta as concentrações e temperaturas relativas a cada experimento, além das dimensões iniciais, quantidade de água inicial ( $\bar{Q}_{A0}$ ), quantidade de sacarose inicial ( $\bar{G}_{S0}$ ) e quantidades de água ( $\bar{Q}_{A\infty}$ ) e de sacarose ( $\bar{G}_{S\infty}$ ) de equilíbrio dos paralelepípedos de maçã.

Tabela 4.23: Dados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de maçã.

Experimento	$L_x \times 10^3$ (m)	$L_y \times 10^3$ (m)	$L_z \times 10^3$ (m)	$\bar{Q}_{A0}$ (%)	$\bar{G}_{S0}$ (%)	$\bar{Q}_{A\infty}$ (%)	$\bar{G}_{S\infty}$ (%)
40 °Brix 40 °C	9,95	22,38	40,91	100	0	49,13	67,19
60 °Brix 40 °C	11,5	21,67	42,19	100	0	36,07	77,08
40 °Brix 60 °C	10,97	20,24	39,61	100	0	30,28	85,82
60 °Brix 60 °C	11,69	21,20	40,06	100	0	21,14	98,17

#### 4.4.1 Resultados relativos aos experimentos de desidratação osmótica de maçã

Os dados referentes às cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose encontram-se no apêndice B deste trabalho (Tabelas de B.1 a B.8). A Figura 4.31 apresenta essas cinéticas para o experimento 1. As massas médias, inicial e de equilíbrio, foram de 16,33 e 10, 58 g, respectivamente. Os teores de água médios, inicial e de equilíbrio, foram de 656 e 192 % em base seca (86,78 % e 65,85 % em base úmida), respectivamente.

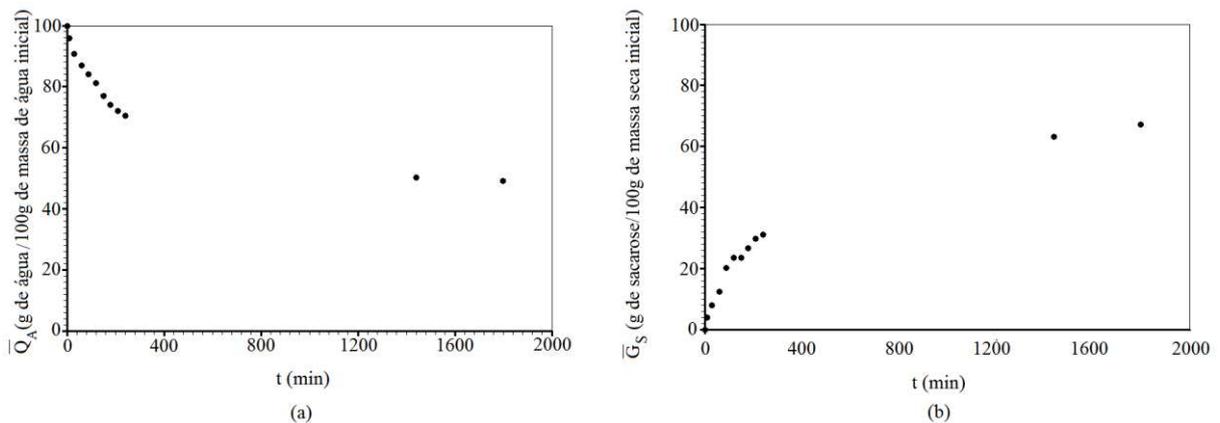


Figura 4.31: Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °C 40 °Brix.

No mesmo sentido na Figura 4.32 têm-se as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica a 60 °Brix 40 °C. Nestes caso, as massas médias, inicial e de equilíbrio, foram de 16,48 e 8,90 g, respectivamente. Os teores de água médios, inicial e de equilíbrio, foram de 712 e 141 % em base seca (87,68 % e 58,58 % em base úmida), respectivamente.

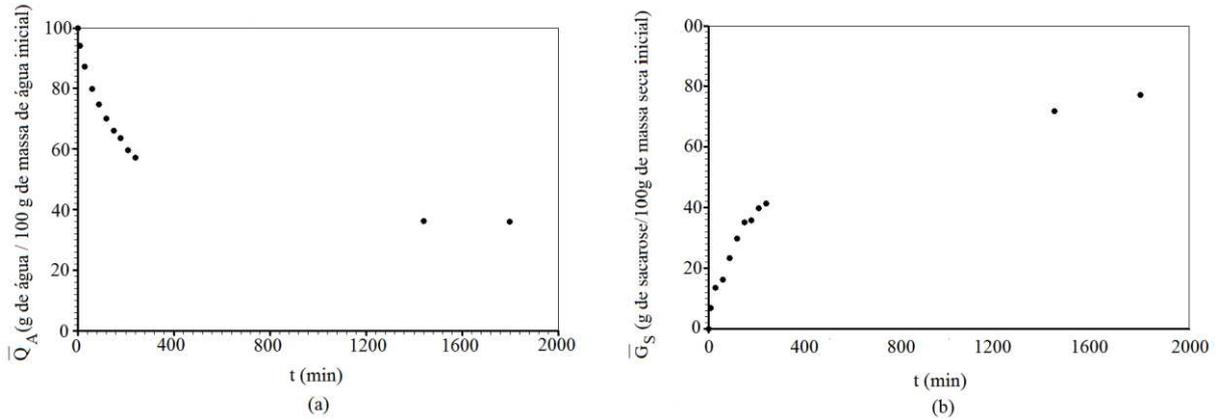


Figura 4.32: Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °C 60 °Brix.

A Figura 4.33 mostra as mesmas cinéticas para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C.

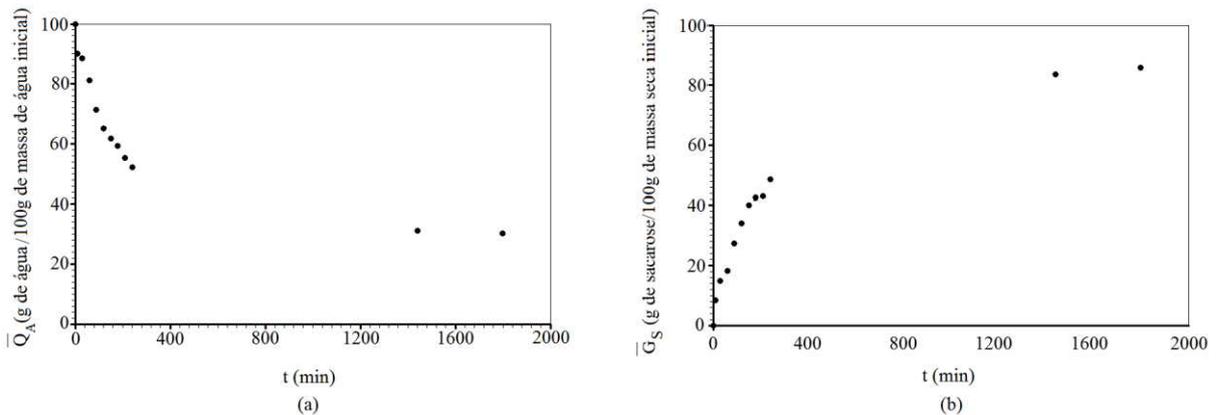


Figura 4.33: Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica a 60 °C 40 °Brix.

Para este experimento, as massas médias, inicial e de equilíbrio, foram de 17,06 e 8,59 g, respectivamente. Os teores médios, inicial e de equilíbrio, foram de 675 e 110 % em base seca (87,10 % e 52,39 % em base úmida), respectivamente.

Por fim, a Figura 4.34 apresenta as cinéticas para o experimento de desidratação osmótica a 60 °Brix 60 °C. Os valores médios das massas iniciais e finais foram de 16,904 e 7,17 g, respectivamente. Os teores de água médios, inicial e final, foram de 731 e 78 %, em base seca (87,96 % e 43,82% em base úmida), respectivamente.

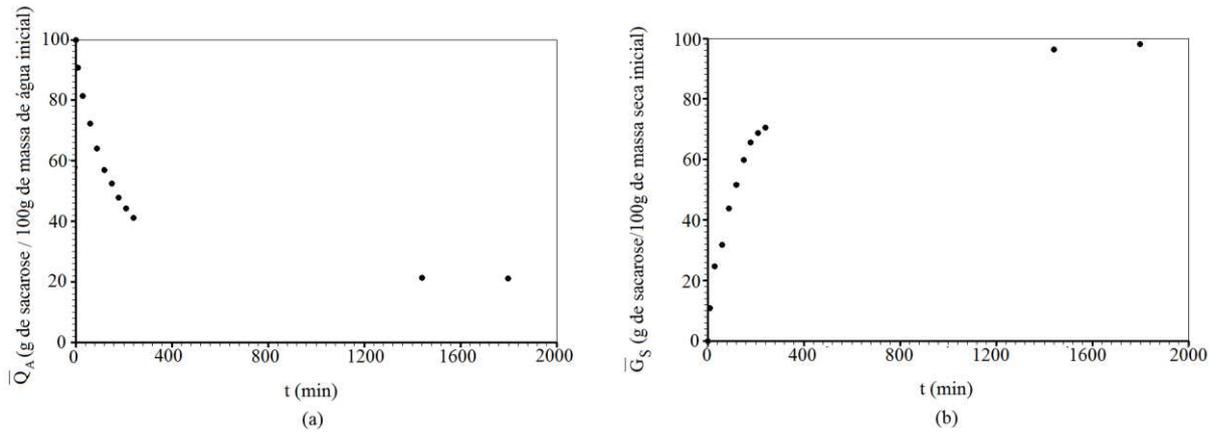


Figura 4.34: Dados das cinéticas de quantidade de água (a) e de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica a 60 °C 60 °Brix.

Uma análise inicial das Figuras 4.31 a 4.34 revela que os resultados experimentais obtidos para os experimentos de desidratação osmótica dos paralelepípedos de maçã apresentam um comportamento típico para as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sólidos para frutas encontrados na literatura (MERCALI et al., 2010; RUIZ-LÓPEZ et al., 2011; SILVA et al., 2013a). Uma análise quantitativa e qualitativa mais acurada acerca dos efeitos das diversas condições operacionais sobre os resultados experimentais é feita nas seções seguintes, por opção de organização do trabalho.

#### 4.4.2 Modelos utilizados na modelagem matemática da desidratação osmótica de maçã

Para a descrição do processo de desidratação osmótica de maçã propõem-se, neste trabalho, dois modelos difusivos bidimensionais numéricos, com condição de contorno de terceiro tipo, a saber:

- Modelo 1: Neste modelo o encolhimento inerente à desidratação osmótica não é considerado e os parâmetros de processo, nomeadamente a difusividade efetiva de massa (para água e para a sacarose) e o coeficiente de transferência convectiva de

massa, são considerados constantes.

- Modelo 2: Neste modelo considera-se a difusividade efetiva de massa (para água e para a sacarose) variável e o encolhimento característico da desidratação osmótica de acordo com a metodologia descrita no Capítulo 3.

#### 4.4.2.1 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões

A estimativa dos parâmetros de processo referentes ao modelo 1 foi feita acoplando-se o otimizador descrito na seção 3.2 à solução numérica da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do terceiro tipo. Em regra, adotou-se o seguinte procedimento:

- Para o experimento 1, referente à desidratação osmótica de maçã em solução de sacarose com concentração de 40 °Brix a 40 °C, estimaram-se os parâmetros de processo acoplando-se, inicialmente, o otimizador à solução numérica da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do terceiro tipo. Para este propósito, os valores iniciais utilizados no processo de otimização foram aqueles disponíveis em Silva et al. (2013a) que versa sobre a desidratação osmótica de coco, em solução de sacarose, seguida de secagem convectiva.
- Os valores dos parâmetros de processo encontrados para o experimento 1, utilizando-se a geometria unidimensional, foram utilizados como valores iniciais para a estimativa dos parâmetros referentes à geometria bidimensional, para o mesmo experimento.
- Os valores obtidos para os parâmetros de processo correspondentes ao experimento 1, usando-se a geometria bidimensional, foram utilizados como dados iniciais para a estimativa dos parâmetros relativos ao experimento 2 (40 °C 60 °Brix).
- Os valores dos parâmetros encontrados para o experimento 2 foram utilizados para a estimativa dos parâmetros correspondentes ao experimento 3 (40 °Brix 60 °C) e estes

como dados iniciais para a estimativa dos parâmetros atinentes ao experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

No caso unidimensional, utilizou-se uma malha com 100 volumes de controle (sem simetria), 4.500 estepes de tempo e uma precisão de  $10^{-4}$ . Para a geometria bidimensional utilizou-se uma malha com 16 x 32 volumes de controle, com simetria (o que equivale a uma malha de 32 x 64 volumes de controle) e 4500 estepes de tempo.

Os resultados obtidos para o modelo 1, relativos à difusão de água, estão dispostos na Tabela 4.24, juntamente com os respectivos indicadores estatísticos.

Tabela 4.24: Parâmetros de processo relativos à água para o modelo 1.

Experimento	Condições operacionais	Água					
		$D_A \times 10^8$ ( $m^2 \text{ min}^{-1}$ )	$h_A \times 10^5$ ( $m \text{ min}^{-1}$ )	$Bi_x$	$Bi_y$	$\chi^2$	$R^2$
1	40 °Brix 40 °C	2,88805	3,86902	6,65	14,99	5,295	0,9981
2	60 °Brix 40 °C	4,69715	5,76630	7,06	13,30	1,204	0,9997
3	40 °Brix 60 °C	5,41741	4,31982	4,37	8,07	33,834	0,9939
4	60 °Brix 60 °C	6,68956	6,66440	5,82	10,08	2,772	0,9996

A Tabela 4.25 apresenta os resultados referentes à difusão de sacarose com os respectivos indicadores estatísticos.

Tabela 4.25: Parâmetros de processo relativos à sacarose para o modelo 1.

Experimento	Condições operacionais	Sacarose					
		$D_S \times 10^8$ ( $m^2 \text{ min}^{-1}$ )	$h_s \times 10^5$ ( $m \text{ min}^{-1}$ )	$Bi_x$	$Bi_y$	$\chi^2$	$R^2$
1	40 °Brix 40 °C	1,91216	2,87378	7,48	16,82	17,644	0,9965
2	60 °Brix 40 °C	2,58396	5,18682	11,54	21,75	29,514	0,9952
3	40 °Brix 60 °C	2,88879	4,07282	7,73	14,27	33,141	0,9958
4	60 °Brix 60 °C	6,37529	6,57333	6,03	10,92	30,000	0,9972

Com os dados apresentados nas Tabelas 4.24 e 4.25, simularam-se as cinéticas relativas aos percentuais de quantidade de água e de ganho de sacarose usando-se o modelo 1 para os quatros experimentos de desidratação osmótica implementados. A Figura 4.35 mostra

a curva obtida por meio da simulação superposta aos dados experimentais para o experimento 1 (40 °C 40 °Brix).

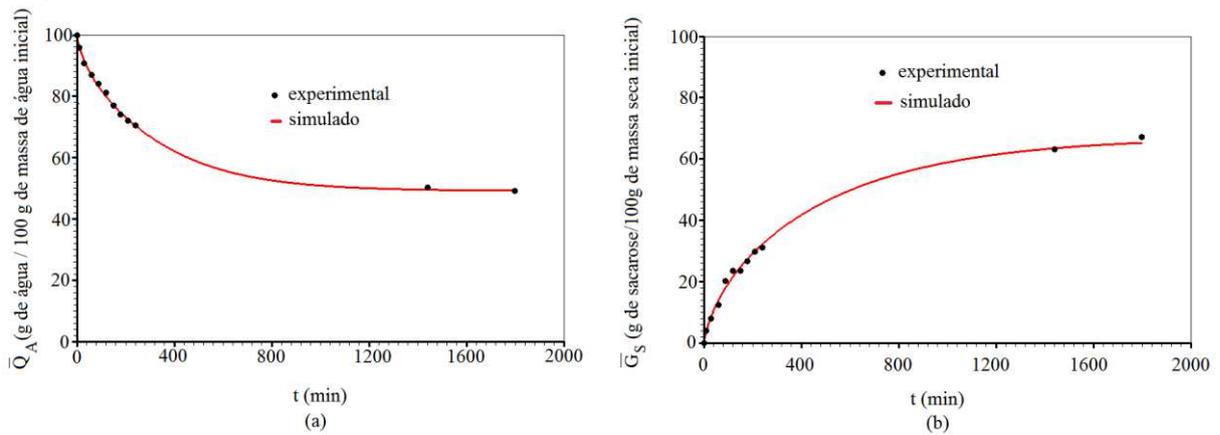


Figura 4.35: Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 1.

A Figura 4.36 apresenta a superposição entre os dados simulados e experimentais relativos às cinéticas de quantidade de água e ganho de sacarose para o experimento 2 (60 Brix 40°C).

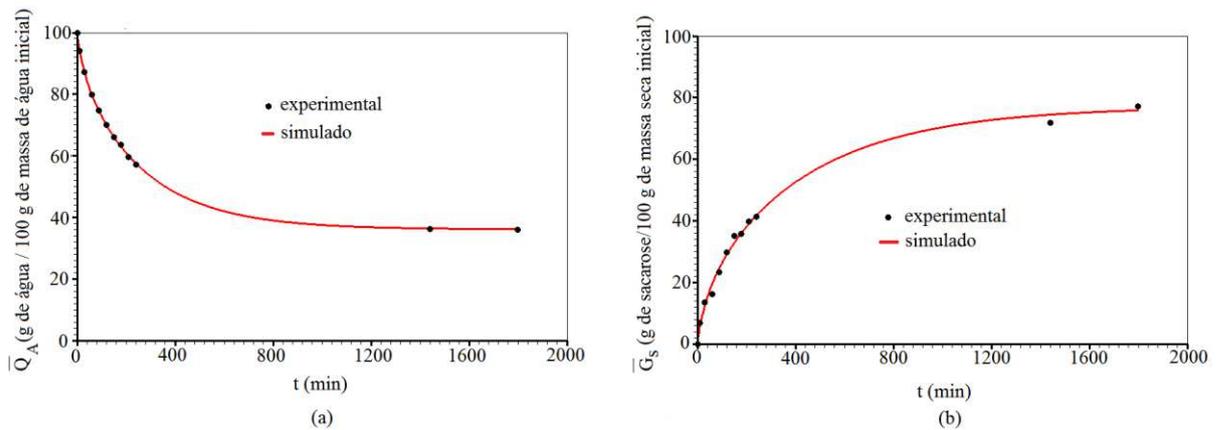


Figura 4.36: Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 1.

Na Figura 4.37 observa-se a superposição entre os dados experimentais e simulados correspondentes ao experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

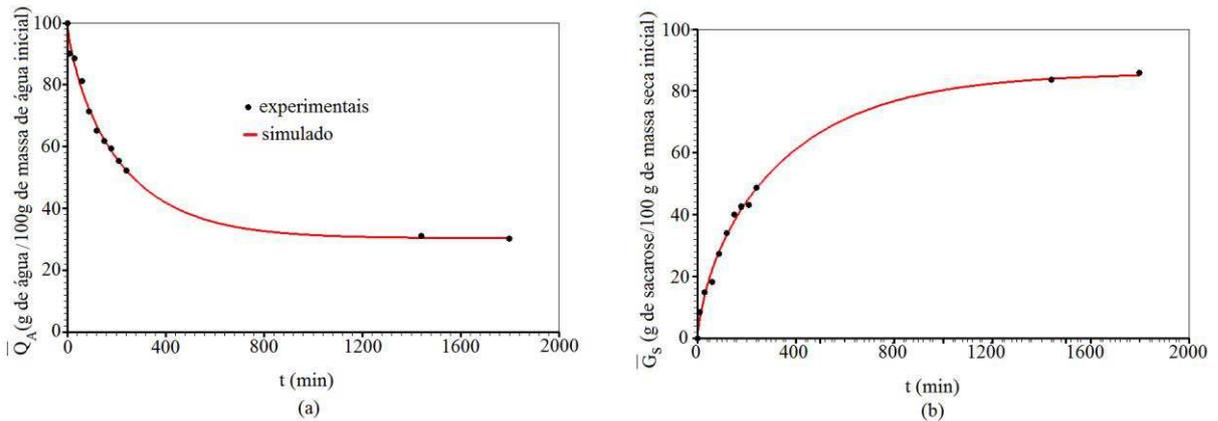


Figura 4.37: Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 1.

A curva simulada superposta aos dados experimentais correspondentes ao experimento 4 é apresentada na Figura 4.38.

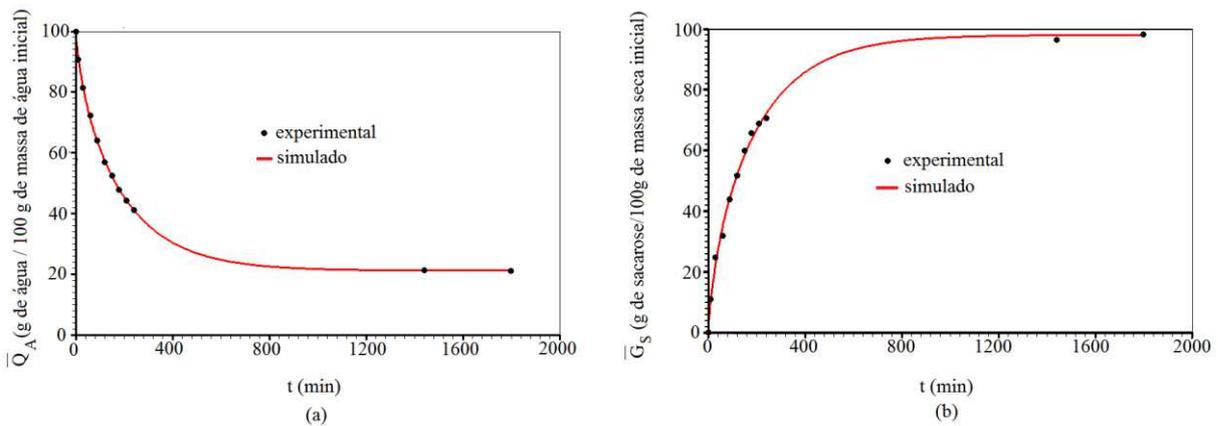


Figura 4.38: Cinéticas de quantidade de água (a) e de ganho de sacarose (b) para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 1.

A julgar pelos resultados mostrados nas Tabelas 4.24 e 4.25 e pelas Figuras de 4.35 a 4.38, pode-se afirmar que o modelo 1 descreve adequadamente as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose para o ensaio de desidratação osmótica dos paralelepípedos de maçã em solução de sacarose. Observe-se que os números de Biot, mostrados nas mencionadas tabelas, indicam que a condição de contorno de terceiro tipo é adequada. Neste sentido, as resistências aos fluxos mássicos de água e de sacarose na superfície dos paralelepípedos de maçã não são completamente desprezíveis e devem ser

consideradas.

Os resultados encontrados são condizentes com a literatura no que diz respeito a valores encontrados para a difusividade efetiva de massa para água e para a sacarose em trabalhos que versam sobre desidratação osmótica de frutas (RUÍZ LÓPEZ et al., 2011; SILVA et al., 2013a), embora eventuais discrepâncias possam ser atribuídas à utilização de diferentes metodologias e ao tipo, variedade e estágio de maturação das frutas estudadas, dentre outros fatores (PORCIUNCULA et al., 2013). Contudo não foram encontrados trabalhos que utilizem a equação de difusão com condição de contorno de terceiro tipo no estudo da desidratação osmótica de maçã. Silva et al. (2014a) utilizaram modelos difusivos analíticos com condição de contorno de primeiro e de terceiro tipos no estudo da desidratação osmótica de abacaxi. Neste trabalho, os valores encontrados para as difusividades efetivas de massa com a condição de contorno de terceiro tipo (que proporcionou um melhor ajuste aos dados experimentais) foram significativamente maiores do que aqueles encontrados com a condição de primeiro tipo.

Observando-se as Tabelas 4.24 e 4.25, percebe-se que, em todos os experimentos, a difusividade efetiva de massa para água foi superior àquela relativa à sacarose. Esse fato pode ser explicado pela maior massa molecular da sacarose. Também em todos os experimentos, o coeficiente de transferência convectiva de massa para a água superou o correspondente à sacarose, sugerindo uma menor resistência ao fluxo de água na superfície do produto em relação ao fluxo de sacarose. Resultados similares foram encontrados por Silva et al. (2014a), no estudo da desidratação osmótica de cubos de abacaxi usando-se soluções analíticas da equação de difusão tridimensional com condição de contorno do primeiro e do terceiro tipos. No mesmo sentido, Silva et al. (2013a) encontraram valores superiores para a difusividade efetiva de massa e para o coeficiente de transferência convectiva de massa, relativos à água, quando comparados com os obtidos para a sacarose no estudo da desidratação osmótica de coco usando soluções analíticas da equação de difusão unidimensional com condição de contorno do terceiro tipo.

Souraki et al. (2014) encontraram valores superiores para a difusividade efetiva de massa para água, em relação àquela referente à sacarose, na desidratação osmótica de maçã sob diversas condições operacionais. No mesmo sentido, Kaymak-Ertekin e Sultanoğlu (2000) encontraram valores superiores para a difusividade efetiva da água, em relação à sacarose, em 13 de 16 condições operacionais estudadas na desidratação osmótica de fatias de maçã.

Comparando-se os resultados obtidos com o experimento 1 com aqueles referentes ao experimento 2, percebe-se que, mantida a temperatura em 40 °C, o aumento na concentração da solução provocou um aumento nas difusividades efetivas de massa para água e para a sacarose, sendo mais significativa para a água. Mantida a temperatura em 60 °C, observa-se, pelos resultados obtidos nos experimentos 3 e 4, um resultado similar, porém mais significativa para a sacarose. Zuñiga e Pedreschi (2011) testaram diversos modelos para prever as condições de equilíbrio do processo de desidratação osmótica de placas de maçãs e, com isso, determinar a difusividade efetiva de massa para água e para a sacarose. Usando o melhor modelo, observou-se que, mantida a temperatura de operação em 25 °C, um aumento na concentração da solução de 40 para 60 °Brix provocou um aumento nas difusividades efetivas para água e para a sacarose, sendo mais significativa para água. Por outro lado, aumentando-se a concentração de 40 para 50 °Brix o aumento foi mais significativa para a sacarose.

Comparando-se os resultados encontrados para os experimentos 1 e 3, verifica-se que, mantida a concentração da solução em 40 °Brix, o aumento na temperatura provocou um acréscimo nas difusividades efetivas para a água e para a sacarose, sendo mais significativa para a água. No mesmo sentido, mantida a concentração de 60 °Brix, o aumento da temperatura provocou um acréscimo nas difusividades efetivas de massa para a água e sacarose, sendo mais significativa, neste caso, para a sacarose. Ruiz-López et al. (2011) estudaram a desidratação osmótica de carambola em diversos meios desidratantes. Usando a sacarose, o aumento na temperatura de operação provocou um acréscimo nas difusividades efetivas para a água e para a sacarose, sendo mais significativa para a água. Aminzadeh et al. (2012) estudando a desidratação osmótica de melão em soluções ternárias de sacarose e sal, atestou que em todos os experimentos o aumento na temperatura acarretou um consequente aumento nas difusividades efetivas de água e de sacarose, sendo mais efetiva para a água.

No que se refere ao coeficiente de transferência convectiva de massa, mantida a temperatura em 40 °C, observa-se que o aumento na concentração provocou um aumento neste coeficiente, tanto para a água como para a sacarose, sendo mais importante, em termos percentuais, para a sacarose. Considerando-se a temperatura de 60 °C, obteve-se um resultado similar. Ainda em relação ao coeficiente de transferência convectiva de massa, percebe-se que, mantida a concentração da solução desidratante, o aumento na temperatura provocou um aumento neste coeficiente para água e para a sacarose, porém, neste caso, foi mais significativa, em termos percentuais, para a água.

Confrontando-se as influências da concentração e da temperatura em relação às difusividades efetivas de massa (água ou sacarose), percebe-se que a temperatura foi mais importante neste aspecto.

#### 4.4.2.2 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões

No modelo 2 considera-se o encolhimento admitindo-se que as dimensões das amostras variam no transcurso do processo de desidratação osmótica sem, no entanto, alterar a forma do produto.

Como descrito na seção 3.3, no decorrer dos experimentos de desidratação osmótica, amostras específicas foram reservadas para o acompanhamento do encolhimento do produto. Neste sentido, a cada período de imersão fixado para o acompanhamento das cinéticas de desidratação osmótica, foram obtidas as dimensões dessas amostras específicas. Com isso, pôde-se encontrar os valores adimensionais,  $L_x^*$  e  $L_y^*$ , para as duas menores dimensões do paralelepípedo,  $L_x$  e  $L_y$ , respectivamente. Os resultados encontram-se no apêndice B deste trabalho (Tabelas de B.9 a B.12).

Com intuito de correlacionar a variação nos valores de  $L_x^*$  e  $L_y^*$  com a quantidade de água e o ganho de sacarose médios, adotou-se o seguinte procedimento:

- i) Criou-se um único conjunto de dados composto pelos valores adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$  obtidos em todos os experimentos, em função da quantidade de água média;
- ii) Diversas funções foram ajustadas ao conjunto de dados mencionado no item i) com o intuito de encontrar aquela que proporcionasse o melhor ajuste. Para isso, foi utilizado o programa Lab Fit Curve Fitting software (Silva e Silva, 2009c) por meio da opção ‘Find’ que ajusta diversos modelos aos dados fornecidos e apresenta o resultado juntamente com o valor do indicador estatístico  $\chi^2$  relativo ao ajuste.
- iii) O mesmo procedimento foi utilizado para correlacionar os valores adimensionais relativos ao ganho médio de sacarose.

Com o procedimento descrito, pôde-se atestar que, embora não tenha gerado os melhores indicadores estatísticos, o ajuste linear figurou entre os melhores, tanto para a quantidade de água, como para a quantidade de sacarose, apresentando bons valores para o  $\chi^2$ , como mostra a Tabela 4.26.

Tabela 4.26: Valores dos parâmetros de ajuste do modelo linear aos adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$  em função da quantidade de água e do ganho de sacarose médios.

Grandeza	Modelo Linear	$a \times 10^2$	b	$\chi^2 \times 10^2$
Quantidade de água	$L_x^* \equiv L_y^* = a\bar{Q}_A + b$	0,54	0,44	0,152
Ganho de sacarose	$L_x^* \equiv L_y^* = a\bar{G}_S + b$	-0,43	0,96	0,188

A Figura 4.39 mostra as retas de ajuste superpostas aos valores experimentais para as dimensões da placa de maçã como função da quantidade de água e do ganho de sacarose médios.

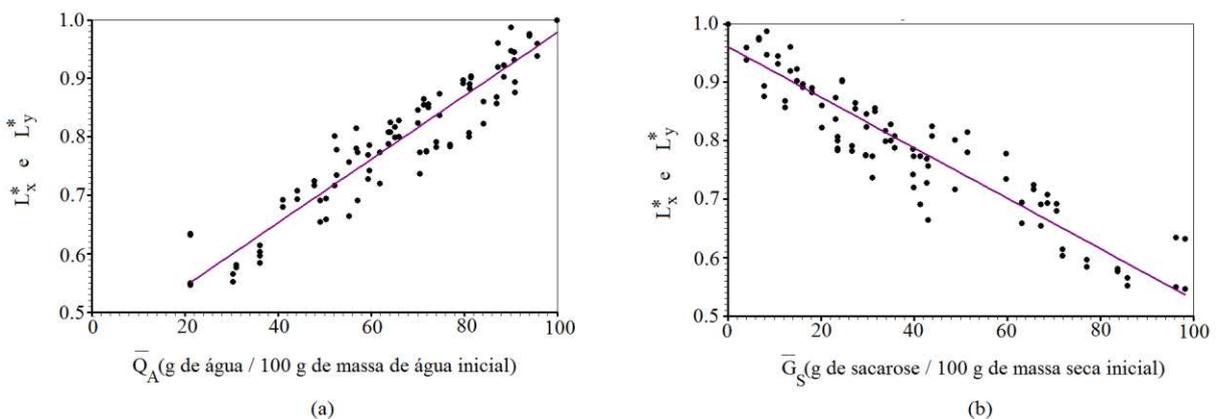


Figura 4.39: Ajuste linear dos valores adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$  em função (a) da quantidade de água e (b) do ganho de sacarose.

Observe-se a adequação do ajuste em relação à situação física, tendo em vista que, no transcurso do processo de desidratação osmótica, a quantidade de água no produto diminui com um correspondente decréscimo nas dimensões do produto devido ao encolhimento. Por outro, na medida em que a captação de sacarose aumenta as dimensões das amostras diminuem pelo mesmo motivo.

Com base nos dados informados na Tabela 4.26 e nos valores iniciais das dimensões dos paralelepípedos de maçã, em cada experimento, obtiveram-se as expressões mostradas na Tabela 4.27 que relacionam as dimensões dos paralelepípedos em função das quantidades de água médias nas amostras em cada experimento.

Tabela 4.27: Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função da quantidade de água média nas amostras.

Experimento	Dimensões (m)	
	Valores iniciais (m)	Equações
40 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 9,95 \times 10^{-3}$	$L_x = 5,37 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 4,38 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 22,38 \times 10^{-3}$	$L_y = 12,08 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 9,84 \times 10^{-3}$
60 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 11,50 \times 10^{-3}$	$L_x = 6,21 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 5,06 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 21,67 \times 10^{-3}$	$L_y = 11,70 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 9,53 \times 10^{-3}$
40 °Brix 60 °C	$L_{x0} = 10,97 \times 10^{-3}$	$L_x = 5,92 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 4,83 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 20,24 \times 10^{-3}$	$L_y = 10,93 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 8,91 \times 10^{-3}$
60 °Brix 60 °C	$L_{x0} = 11,69 \times 10^{-3}$	$L_x = 6,31 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 5,14 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 21,20 \times 10^{-3}$	$L_y = 11,45 \times 10^{-5} \bar{Q}_A + 9,33 \times 10^{-3}$

Em relação ao ganho de sacarose, têm-se os resultados dispostos na Tabela 4.28.

O procedimento utilizado para a estimativa dos parâmetros de processo relativos ao modelo 2 foi o mesmo aplicado na estimativa daqueles correspondentes ao modelo 1. Neste caso, utilizou-se o recurso da simetria descrito na seção 4.1.2.4 com uma malha de 16 x 32 volumes de controle e 9000 estepes de tempo. O número maior de estepes de tempo justifica-se pela presença de não linearidades quando se admite parâmetros de processo e dimensões variáveis, como adverte Silva et al (2013c). Com efeito, de acordo com a modelagem matemática descrita no Capítulo 3, considerando-se dimensões e parâmetros de processo variáveis, os coeficientes do sistema de equações oriundo da discretização para a obtenção da solução numérica da equação de difusão precisam ser atualizados a cada estepe de tempo. Por outro lado, considerando-se as dimensões e os parâmetros de processo constantes, apenas os termos independentes do sistema de equação precisam ser atualizados.

Tabela 4.28: Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do ganho de sacarose médio.

Experimento	Dimensões (m)	
	Valores iniciais (m)	Equações
40 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 9,95 \times 10^{-3}$	$L_x = -4,28 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 9,55 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 22,38 \times 10^{-3}$	$L_y = -9,62 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 21,48 \times 10^{-3}$
60 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 11,50 \times 10^{-3}$	$L_x = -4,94 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 11,04 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 21,67 \times 10^{-3}$	$L_y = -9,32 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 20,80 \times 10^{-3}$
40 °Brix 60 °C	$L_{x0} = 10,97 \times 10^{-3}$	$L_x = -4,72 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 10,53 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 20,24 \times 10^{-3}$	$L_y = -8,70 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 19,43 \times 10^{-3}$
60 °Brix 60 °C	$L_x = 11,69 \times 10^{-3}$	$L_x = -5,03 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 11,22 \times 10^{-3}$
	$L_y = 21,20 \times 10^{-3}$	$L_y = -9,12 \times 10^{-5} \bar{G}_S + 20,35 \times 10^{-3}$

Buscando-se o modelo mais adequado para a descrição do processo de desidratação osmótica de paralelepípedos de maçã foram testados diversos modelos para a difusividade efetiva de massa de acordo com a Tabela 3.1. A Tabela 4.29 mostra os resultados obtidos, após o processo de otimização, para a difusividade efetiva de massa e o coeficiente de transferência convectiva de massa relativos à água para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C) com os respectivos indicadores estatísticos (neste caso,  $\Phi$  representa a quantidade de água).

A julgar pelos indicadores estatísticos, os modelos apresentados na Tabela 4.29 são equivalentes. Contudo, levando-se em conta que a grandeza  $\Phi$  é positiva, uma análise inicial da Tabela 4.29, permite observar a existência de três tipos de funções para a difusividade: (I) funções crescentes independentemente do valor de  $a$  (7, 11, 12, 13,14 e 15) (II) funções decrescentes independentemente do valor de  $a$  (16, 17 e 18) e (III) funções crescentes ou decrescentes dependendo do valor assumido por  $a$  (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 19 e 20). Observando-se particularmente os valores encontrados para o parâmetro  $a$ , neste último caso (funções crescentes ou decrescentes), percebe-se que os valores assumidos por  $a$  as tornam crescentes. Além disso, os valores encontrados para as funções que são crescentes (independentemente do valor de  $a$ ), apresentam indicadores estatísticos equivalentes. Em

suma, a maioria das funções testadas leva a crer que a difusividade efetiva para água, para o experimento 1, cresce com o aumento do valor local da quantidade de água. Esse fato é condizente com a situação física, haja vista que, levando-se em conta o encolhimento e a migração de água, inerentes ao processo de desidratação osmótica, espera-se que o valor da difusividade para a água diminua no transcurso do experimento.

Tabela 4.29: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 1 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.

Índice	$D_A$	$a$	$b \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$	$h \text{ m min}^{-1}$	$\chi^2$	$R^2$
2	$a \cdot \Phi + b$	$4,25 \times 10^{-10}$	$-0,94 \times 10^{-8}$	$3,78 \times 10^{-5}$	4,913	0,9983
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$2,64 \times 10^{-12}$	$0,67 \times 10^{-8}$	$3,91 \times 10^{-5}$	4,783	0,9983
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$3,64 \times 10^{-3}$	$1,47 \times 10^{-8}$	$4,67 \times 10^{-5}$	4,751	0,9985
5	$b \exp(a/\Phi)$	-52,35	$4,15 \times 10^{-8}$	$4,32 \times 10^{-5}$	4,709	0,9984
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$0,36 \times 10^{-4}$	$1,60 \times 10^{-8}$	$4,59 \times 10^{-5}$	4,787	0,9984
7	$b \cosh(a \cdot \Phi)$	$1,82 \times 10^{-2}$	$1,01 \times 10^{-8}$	$4,05 \times 10^{-5}$	4,753	0,9983
8	$1/(a \cdot \Phi + b)$	$-1,07 \times 10^6$	$1,28 \times 10^8$	$3,87 \times 10^{-5}$	4,904	0,9983
9	$a \cdot \Phi^{1/2} + b$	$2,39 \times 10^{-9}$	$-8,86 \times 10^{-10}$	$4,60 \times 10^{-5}$	4,786	0,9983
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	$2,10 \times 10^{-2}$	$1,57 \times 10^{-8}$	$4,89 \times 10^{-5}$	4,832	0,9984
11	$b \ln(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,26	$2,53 \times 10^{-8}$	$4,39 \times 10^{-5}$	4,722	0,9983
12	$b \ln(a \cdot \Phi)$	$4,53 \times 10^{-2}$	$1,72 \times 10^{-8}$	$4,22 \times 10^{-5}$	4,705	0,9983
13	$b \ln(a \cdot \Phi^2)$	$9,65 \times 10^{-4}$	$1,31 \times 10^{-8}$	$3,93 \times 10^{-5}$	4,850	0,9983
14	$b \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,10	$1,42 \times 10^{-8}$	$4,37 \times 10^{-5}$	4,540	0,9982
15	$b \cosh(a \cdot \Phi^2)$	$1,64 \times 10^{-4}$	$1,41 \times 10^{-8}$	$4,00 \times 10^{-5}$	4,785	0,9983
16	$b/\cosh(a \cdot \Phi)$	$1,08 \times 10^{-3}$	$1,87 \times 10^{-8}$	$5,05 \times 10^{-5}$	4,892	0,9983
17	$b/\cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	$7,39 \times 10^{-2}$	$2,23 \times 10^{-8}$	$5,13 \times 10^{-5}$	4,932	0,9982
18	$b/\cosh(a \cdot \Phi^2)$	$-6,13 \times 10^{-9}$	$1,86 \times 10^{-8}$	$5,07 \times 10^{-5}$	4,893	0,9984
19	$a/\Phi^{1/2} + b$	$5,38 \times 10^{-8}$	$1,21 \times 10^{-8}$	$5,16 \times 10^{-5}$	4,935	0,9982
20	$a/\Phi + b$	$2,98 \times 10^{-7}$	$1,42 \times 10^{-8}$	$5,25 \times 10^{-5}$	4,940	0,9982

As mesmas funções da Tabela 4.29 foram testadas para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C). Os cinco melhores resultados relativos à água estão dispostos na Tabela 4.30.

Tabela 4.30: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 2 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.

Índice	$D_A$	$a$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$1,02 \times 10^{-2}$	$1,49 \times 10^{-8}$	$6,99 \times 10^{-5}$	0,842	0,9998
5	$b \exp(a/\Phi)$	-33,68	$4,94 \times 10^{-8}$	$7,14 \times 10^{-5}$	0,842	0,9998
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$1,17 \times 10^{-4}$	$1,78 \times 10^{-8}$	$6,22 \times 10^{-5}$	0,861	0,9997
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	$4,57 \times 10^{-2}$	$1,89 \times 10^{-8}$	$8,13 \times 10^{-5}$	0,892	0,9997
14	$b \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,12	$1,85 \times 10^{-8}$	$7,64 \times 10^{-5}$	0,871	0,9991

Novamente, os valores encontrados para o parâmetro  $a$  para as funções do tipo III, indicam que a difusividade efetiva para a água cresce com o valor local da quantidade de água. A Tabela 4.31 apresenta os cinco melhores resultados para os parâmetros de processo relativos a água correspondentes ao experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

Tabela 4.31: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 3 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.

Índice	$D_A$	$a$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$3,13 \times 10^{-12}$	$1,45 \times 10^{-8}$	$4,94 \times 10^{-5}$	32,841	0,9943
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$0,61 \times 10^{-2}$	$1,91 \times 10^{-8}$	$5,85 \times 10^{-5}$	32,832	0,9941
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$0,88 \times 10^{-4}$	$1,74 \times 10^{-8}$	$5,46 \times 10^{-5}$	32,645	0,994
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	$2,43 \times 10^{-2}$	$1,94 \times 10^{-8}$	$6,71 \times 10^{-5}$	32,782	0,993
14	$b \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,11	$1,93 \times 10^{-8}$	$6,06 \times 10^{-5}$	32,84	0,993

Também neste caso, os valores encontrados para as funções do tipo III sugerem o aumento da difusividade efetiva para água com o crescimento do valor local da quantidade de água. A Tabela 4.32 apresenta os cinco melhores resultados para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

Tabela 4.32: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 4 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para água.

Índice	$D_A$	$A$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$6,61 \times 10^{-12}$	$1,64 \times 10^{-8}$	$7,91 \times 10^{-5}$	1,771	0,9991
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$1,54 \times 10^{-2}$	$1,49 \times 10^{-8}$	$7,99 \times 10^{-5}$	1,691	0,9998
5	$b \exp(a/\Phi)$	-24,24	$5,44 \times 10^{-8}$	$9,61 \times 10^{-5}$	1,943	0,9945
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$1,70 \times 10^{-4}$	$2,06 \times 10^{-8}$	$6,91 \times 10^{-5}$	1,772	0,9995
14	$b \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,16	$1,81 \times 10^{-8}$	$9,71 \times 10^{-5}$	2,078	0,9993

Embora se tenha bons indicadores estatísticos para várias funções, com base nos resultados expostos nas Tabelas 4.29 a 4.32, opta-se, neste trabalho, pela função de índice 4 para representar a variação da difusividade efetiva de massa para água pelas seguintes razões:

- apresenta bons indicadores estatísticos, figurando entre os cinco primeiros melhores resultados em todos os experimentos;
- dentre os 5 melhores resultados, apresenta melhores indicadores estatísticos na maioria dos experimentos;
- tem sido considerada como expressão para difusividade efetiva de massa para água em trabalhos que versam sobre a migração de massa em processos difusivos em meios biológicos (SILVA C., 2012; SILVA et al. 2012c; PORCIUNCULA et al., 2013).

No que se refere à estimativa de parâmetros de processo relativos à sacarose,

adotou-se um procedimento similar ao dispensado para água. Contudo, neste caso, por limitação de domínio, não foram testadas as funções 4, 7, 11, 12, 13, 14, 15, 19 e 20, tendo em vista que o ganho de sacarose é nulo no início do processo. A Tabela 4.33 apresenta os cinco melhores resultados encontrados para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C). Neste caso,  $\Phi$  representa o percentual do ganho de sacarose em relação à massa seca inicial.

Tabela 4.33: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 1 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.

Índice	$D_s$	$A$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
2	$a \cdot \Phi + b$	$-1,20 \times 10^{-10}$	$1,67 \times 10^{-8}$	$3,33 \times 10^{-5}$	17,021	0,9981
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$-1,16 \times 10^{-12}$	$1,37 \times 10^{-8}$	$3,56 \times 10^{-5}$	17,032	0,9983
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$-1,15 \times 10^{-2}$	$1,88 \times 10^{-8}$	$3,20 \times 10^{-5}$	17,020	0,9983
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$-1,15 \times 10^{-4}$	$1,44 \times 10^{-8}$	$3,45 \times 10^{-5}$	17,020	0,9983
16	$b / \cosh(a \cdot \Phi)$	$1,72 \times 10^{-2}$	$1,50 \times 10^{-8}$	$3,38 \times 10^{-5}$	17,021	0,9982

Observe-se que, neste caso, as funções do tipo III apresentam valores negativos para o parâmetro  $a$ . Este fato indica que a difusividade efetiva de massa para a sacarose diminui com o aumento no ganho desse soluto. Esse fato é condizente com a situação física, haja vista que, à medida que o produto encolhe e capta sólidos, no transcurso do processo, espera-se um aumento concomitante na resistência interna à captação de sacarose. A Tabela 4.34 apresenta os cinco melhores resultados para o experimento 2.

Tabela 4.34: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 2 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.

Índice	$D_A$	$a$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$-3,56 \times 10^{-12}$	$2,68 \times 10^{-8}$	$4,49 \times 10^{-5}$	27,841	0,9981
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$-2,51 \times 10^{-2}$	$5,42 \times 10^{-8}$	$3,89 \times 10^{-5}$	27,532	0,9981
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$-2,62 \times 10^{-4}$	$3,28 \times 10^{-8}$	$4,11 \times 10^{-5}$	27,611	0,9983
16	$b / \cosh(a \cdot \Phi)$	$3,10 \times 10^{-2}$	$3,99 \times 10^{-8}$	$3,84 \times 10^{-5}$	27,501	0,9981
17	$b / \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,32	$7,55 \times 10^{-8}$	$3,90 \times 10^{-5}$	27,832	0,9983

Observe-se, mais uma vez, que as funções do tipo III apresentam valores negativos para  $a$ , indicando que, neste caso, essas funções são decrescentes. A Tabela 4.35 apresenta os cinco melhores resultados encontrados para o experimento 3.

Tabela 4.35: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 3 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.

Índice	$D_A$	$a$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$-1,94 \times 10^{-12}$	$2,27 \times 10^{-8}$	$4,58 \times 10^{-5}$	32,417	0,9984
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$-1,42 \times 10^{-4}$	$2,54 \times 10^{-8}$	$4,38 \times 10^{-5}$	32,501	0,9981
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	-0,07	$14,40 \times 10^{-8}$	$23,76 \times 10^{-5}$	33,501	0,9981
16	$b / \cosh(a \cdot \Phi)$	$3,10 \times 10^{-2}$	$3,99 \times 10^{-8}$	$3,84 \times 10^{-5}$	32,440	0,9984
17	$b / \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,26	$5,53 \times 10^{-8}$	$3,82 \times 10^{-5}$	32,483	0,9981

Também, neste caso, as funções do tipo III são decrescentes. A Tabela 4.36 apresenta os cinco melhores resultados para o experimento 4.

Tabela 4.36: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos ao experimento 4 considerando-se variável a difusividade efetiva de massa para sacarose.

Índice	$D_A$	$a$	$b$ (m <sup>2</sup> min <sup>-1</sup> )	$h$ (m min <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$R^2$
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	$-0,81 \times 10^{-3}$	$4,80 \times 10^{-8}$	$9,40 \times 10^{-5}$	29,373	0,9982
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	$-1,17 \times 10^{-4}$	$4,91 \times 10^{-8}$	$7,94 \times 10^{-5}$	27,904	0,9982
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	-0,19	$13,61 \times 10^{-8}$	$7,09 \times 10^{-5}$	28,412	0,9983
16	$b / \cosh(a \cdot \Phi)$	$2,09 \times 10^{-3}$	$6,09 \times 10^{-8}$	$7,03 \times 10^{-5}$	27,671	0,9985
17	$b / \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,17	$6,15 \times 10^{-8}$	$8,37 \times 10^{-5}$	28,803	0,9984

Diante dos resultados expostos nas Tabelas 4.33 a 4.36, optou-se neste trabalho, pela função de índice 16 para expressar a variação da difusividade efetiva de massa em função do valor local do ganho de sacarose por razões análogas às apontadas para a água.

Em síntese, após o processo de otimização, tem-se, para o modelo 2, as seguintes expressões para a difusividade efetiva para água e para sacarose, respectivamente:

$$D_A = b \exp(a \cdot Q_A) \quad (3.93)$$

$$D_S = b / \cosh(a \cdot G_S). \quad (3.94)$$

As Tabelas 4.37 e 4.38 resumem os parâmetros de processo para a água e para sacarose respectivamente.

Tabela 4.37: Parâmetros de processo para o modelo 2 relativos à difusão de água.

Experimento	Condições operacionais	Água: $D_A = b \exp(a \cdot Q_A)$				
		$a \times 10^2$	$b \times 10^8$ ( $\text{m}^2 \text{min}^{-1}$ )	$h \times 10^5$ ( $\text{m min}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
1	40 °Brix 40 °C	0,36492	1,47553	4,67795	4,751	0,9985
2	60 °Brix 40 °C	1,02035	1,49143	6,93344	0,842	0,9998
3	40 °Brix 60 °C	6,04890	1,90126	5,91794	32,832	0,9941
4	60 °Brix 60 °C	1,39722	1,60506	8,30553	1,691	0,9998

Tabela 4.38: Parâmetros de processo para o modelo 2 relativos à difusão de sacarose.

Experimento	Condições operacionais	Sacarose: $D_S = b / \cosh(a \cdot G_S)$				
		$a \times 10^2$	$b \times 10^8$ ( $\text{m}^2 \text{min}^{-1}$ )	$h \times 10^5$ ( $\text{m min}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
1	40 °Brix 40 °C	1,60259	1,43543	3,52127	17,021	0,9982
2	60 °Brix 40 °C	3,09865	3,99045	3,83895	27,501	0,9981
3	40 °Brix 60 °C	1,92817	2,60526	4,47650	32,440	0,9984
4	60 °Brix 60 °C	2,08646	6,09267	7,02344	27,671	0,9985

Comparando-se as Tabelas 4.37 e 4.38 com as Tabelas 4.24 e 4.25, percebe-se que, embora de forma discreta, a consideração da difusividade efetiva de massa variável e do encolhimento fez com que o modelo 2 obtivesse indicadores estatísticos melhores em relação ao modelo 1 em todos os experimentos, tanto para água como para a sacarose.

Com os dados apresentados nas Tabelas 4.23, 4.27, 4.28, 4.37 e 4.38, as cinéticas de quantidade de água e ganho de sacarose relativas aos experimentos de desidratação osmótica de paralelepípedos de maçã foram simuladas. A Figura 4.40 apresenta curva obtida por simulação superposta aos dados experimentais para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).

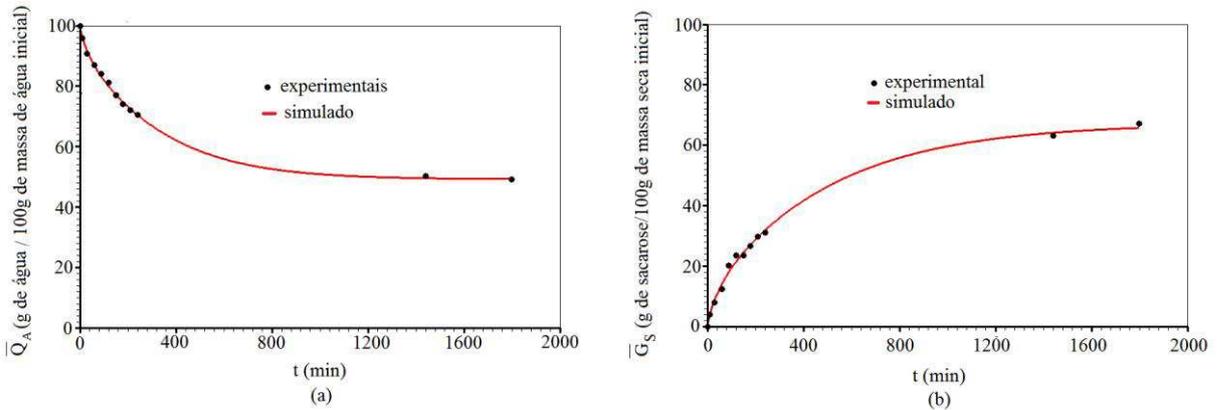


Figura 4.40: Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix e 40 °C simuladas usando o modelo 2.

A Figura 4.41 apresenta as cinéticas de captação de sólidos e de quantidade de água para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C) obtidas por meio do modelo 2.

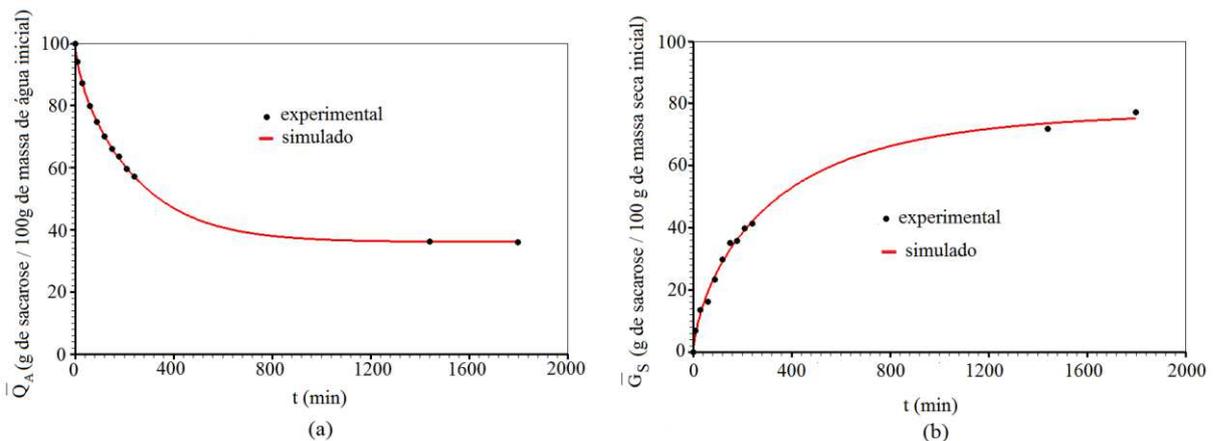


Figura 4.41: Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C simuladas usando o modelo 2.

As cinéticas de quantidade de água e de captação de sólidos referentes ao experimento 3 estão apresentadas na Figura 4.42.

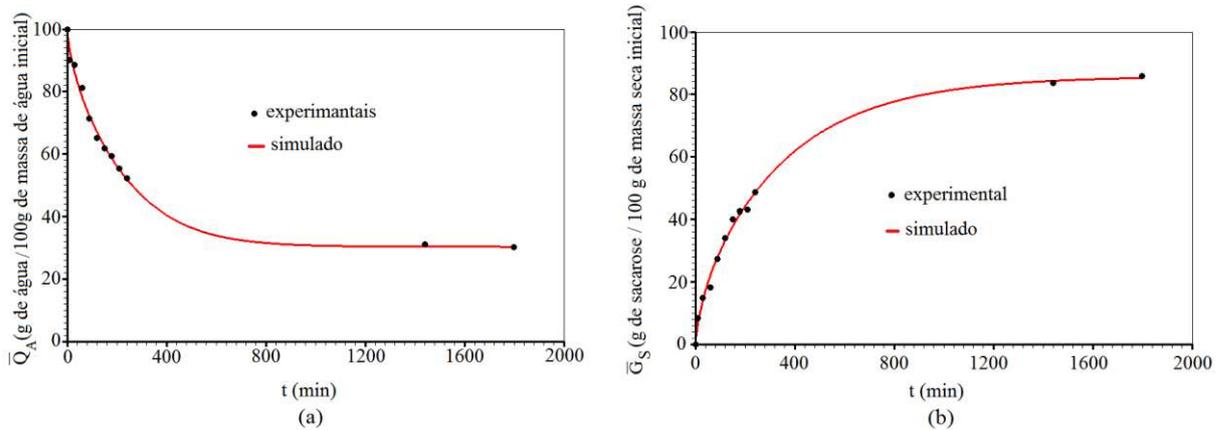


Figura 4.42: Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 2.

Por fim, a Figura 4.43 expõe as cinéticas de ganho de sólidos e de quantidade de água para o experimento 4.

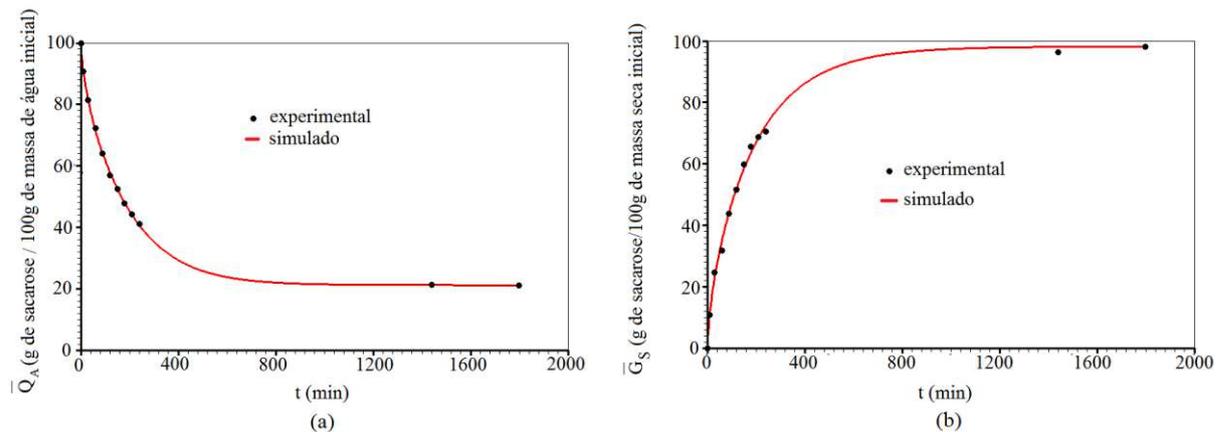


Figura 4.43: Cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C simuladas usando o modelo 2.

Observando-se os indicadores estatísticos obtidos por meio do processo de otimização acerca dos parâmetros de processo mostrados nas Tabelas 4.37 e 4.38, assim como

os gráficos exibidos nas Figuras 4.40 a 4.43, pode-se afirmar que o modelo 2 descreve adequadamente o processo de desidratação osmótica das placas de maçã em soluções de sacarose. Reitere-se que, embora de forma discreta, o modelo 2 melhorou os indicadores estatísticos em todos os experimentos em relação ao modelo 1 (vide Tabelas 4.24, 4.25, 4.37 e 4.38).

A Figura 4.44 apresenta a superposição dos gráficos referentes às difusividades efetivas de massa relativas à água e à sacarose correspondentes ao modelo 2. Observe-se que os gráficos referentes a cada experimento estão restritos aos respectivos intervalos de variação da quantidade de água e do ganho de sacarose obtidos nos experimentos.

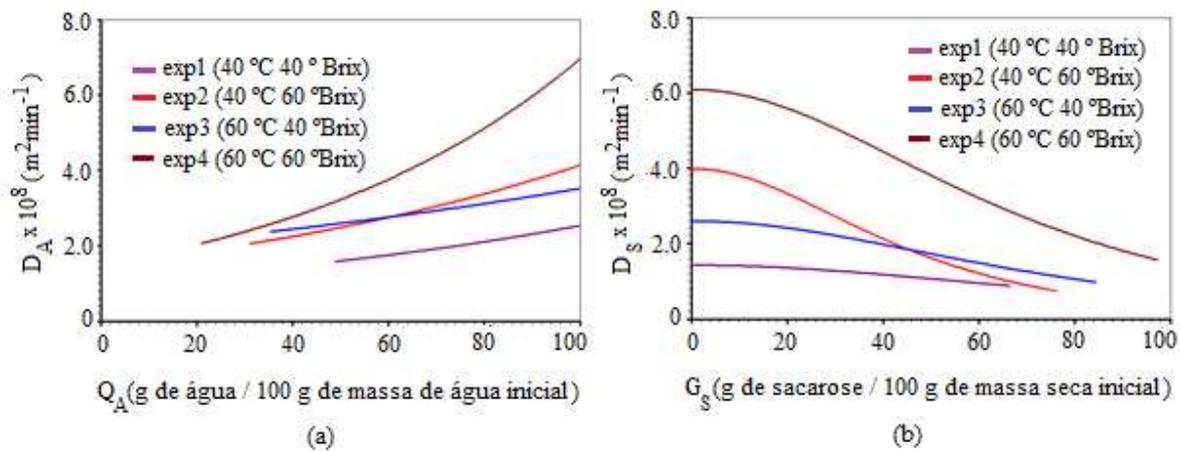


Figura 4.44: Difusividades efetivas de massa para a (a) água e para a (b) sacarose em função dos valores locais da quantidade de água e do ganho de sacarose obtidas para o modelo 2.

Observando-se a Figura 4.44, percebem-se as influências da concentração da solução desidratante e da temperatura sobre as difusividades efetivas para água e para a sacarose. Com efeito, comparando-se os resultados relativos aos experimentos 1 e 2, assim como os correspondentes aos experimentos 3 e 4 vê-se que, mantida a mesma temperatura, o aumento da concentração acarretou um acréscimo na difusividade para água e para sacarose em toda faixa de valores obtidos para a quantidade de água e de ganho de sacarose nos respectivos experimentos.

Confrontando-se os resultados concernentes aos experimentos 1 e 3, assim como os relativos aos ensaios 2 e 4, observa-se a influência nítida da temperatura nas difusividades efetivas para a água e para a sacarose. Com efeito, observa-se que, mantida a concentração da solução desidratante, o aumento na temperatura ocasionou um acréscimo na difusividade

efetiva de massa em toda faixa de valores obtidos para a quantidade de água e para o ganho de sacarose nos respectivos experimentos.

Registre-se, por fim, que as curvas correspondentes aos experimentos 2 e 3, nos quais as temperaturas e as concentrações diferem, as curvas se cruzam, mostrando que dentro da faixa inicial de valores assumidos pela quantidade de água, nos dois experimentos, a difusividade da água foi maior para o experimento com maior temperatura, enquanto para a faixa final, a concentração da solução foi mais importante nesse aspecto. Um comportamento inverso é observado para a sacarose. Rodríguez et al. (2013), estudando a desidratação osmótica de nectarina em diversas condições operacionais, registra que, isoladamente a temperatura não teve um efeito evidente na captação de sólidos e na perda de água, dentre outras variáveis, mas quando combinada com a concentração da solução, teve efeitos significativos e diversos.

Diversos trabalhos apontam a influência da temperatura e da concentração da solução desidratante sobre os parâmetros e as variáveis próprias do processo de desidratação osmótica (KAYMAK-ERTEKIN e SULTANOĞLU, 2000; ZUÑIGA e PEDRESCHI, 2011; SOURAK et al., 2012).

A Figura 4.45 apresenta a superposição entre a curva referente à difusividade efetiva para água e para a sacarose referente ao experimento 1 e seus respectivos valores médios.

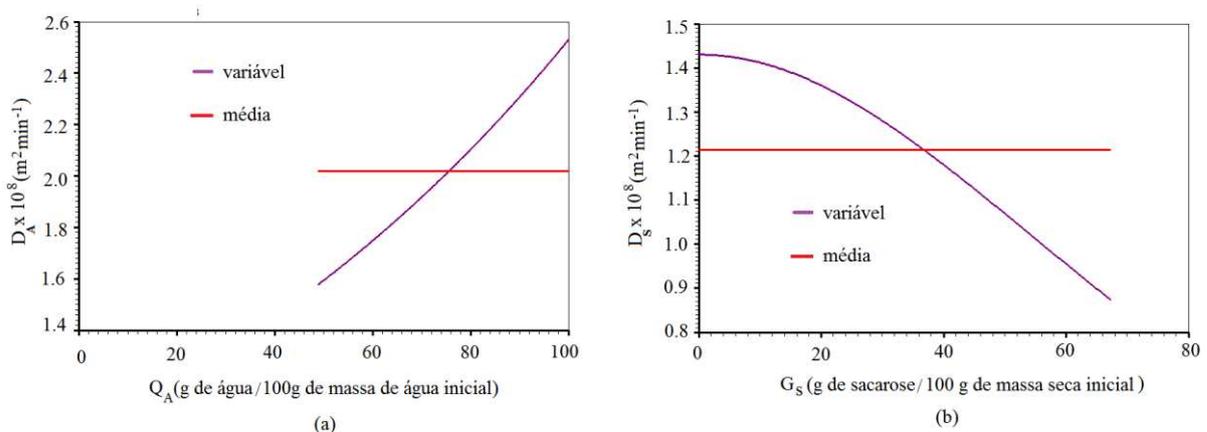


Figura 4.45: Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).

A Figura 4.46 apresenta as difusividade efetivas para água e para a sacarose relativas ao experimento 2.

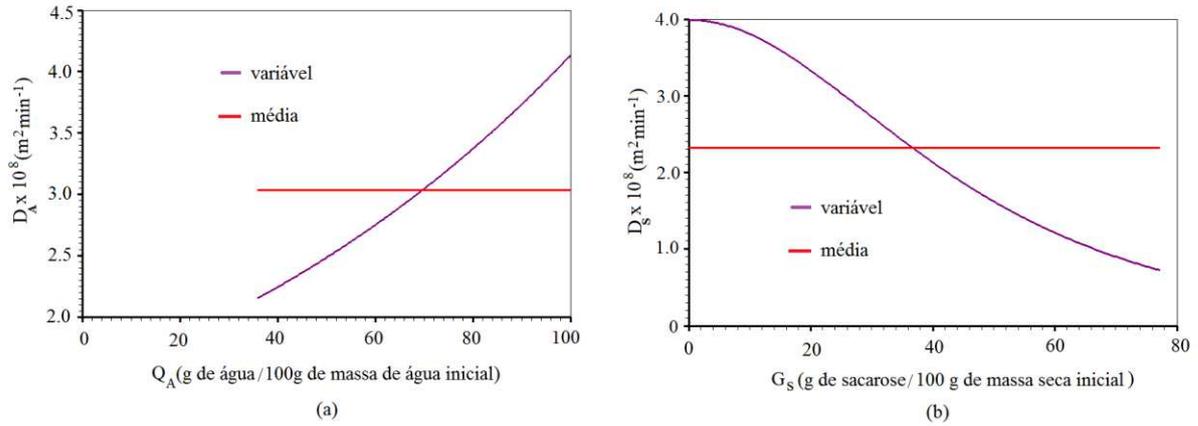


Figura 4.46: Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C).

As difusividades relativas ao experimento 3 são apresentadas na Figura 4.47.

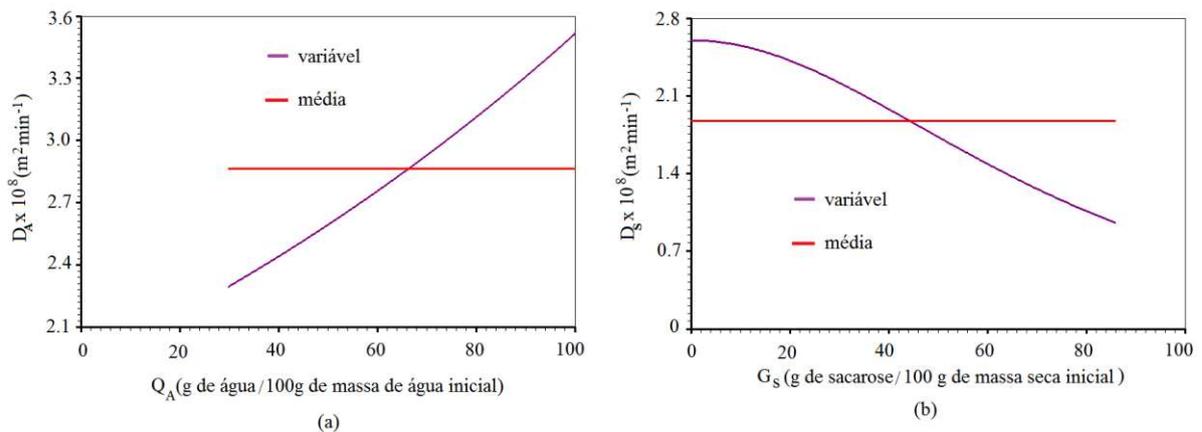


Figura 4.47: Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

Por fim, as difusividades relativas ao experimento 4 estão apresentadas na Figura 4.48.

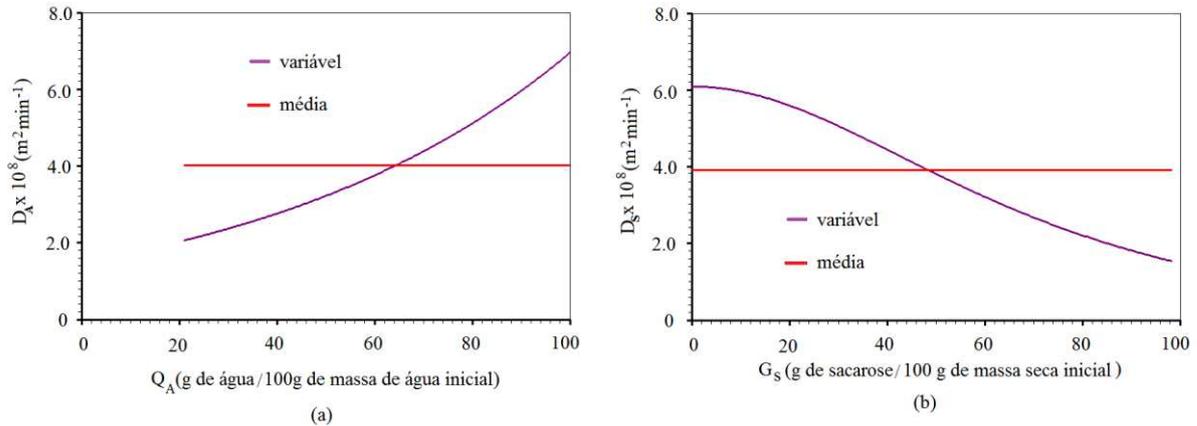


Figura 4.48: Difusividades efetivas para água e para a sacarose em função dos valores locais das quantidades de água e de ganho de sacarose com respectivos valores médios para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

Observe-se que todos os valores médios são inferiores aos encontrados com o modelo 1 para todos os experimentos. Esse resultado está de acordo com o encontrado por Souraki et al., (2014) que, estudando a desidratação osmótica de maçã, estimaram as difusividades efetivas de massa para água e para a sacarose sob duas perspectivas: considerando o encolhimento e sem considerá-lo. De acordo com os autores, os valores encontrados, desprezando-se o encolhimento, foram superiores aos encontrados quando se leva em conta esse aspecto. Registre-se que, no mencionado trabalho, os autores não consideraram as difusividades variáveis, enquanto que, no presente trabalho, levaram-se em conta o encolhimento, a variação nas difusividades e a condição de contorno de terceiro tipo.

As influências da temperatura e da concentração da solução desidratante nas difusividades efetivas, já comentadas, se confirmam quando se observa os valores médios das difusividades.

A superposição das cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose para a mesma temperatura (experimentos 1 e 2 e experimentos 3 e 4), assim como para a mesma concentração (experimentos 1 e 3 e experimentos 2 e 4) são coerentes com esses resultados, como se vê nas Figuras de 4.49 a 4.52.

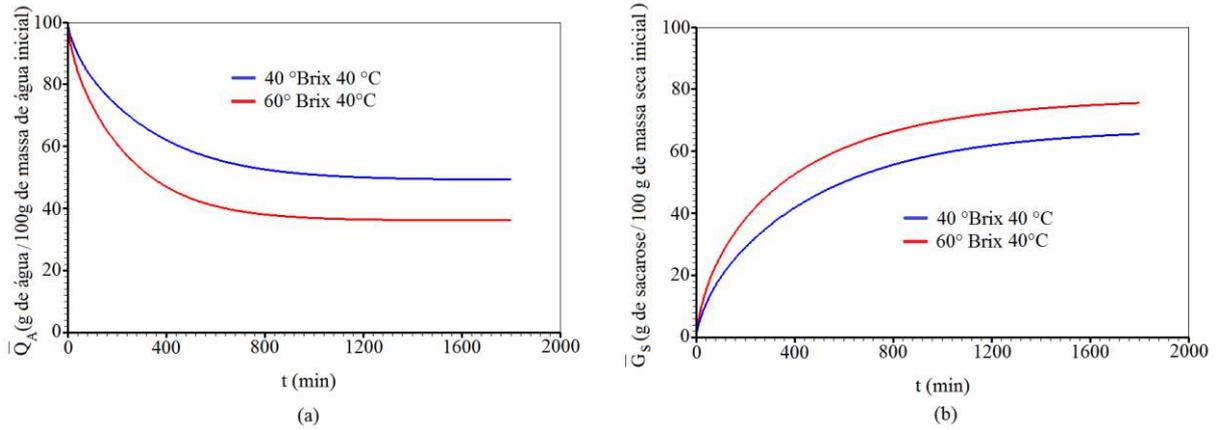


Figura 4.49: Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com solução na temperatura de 40 °C.

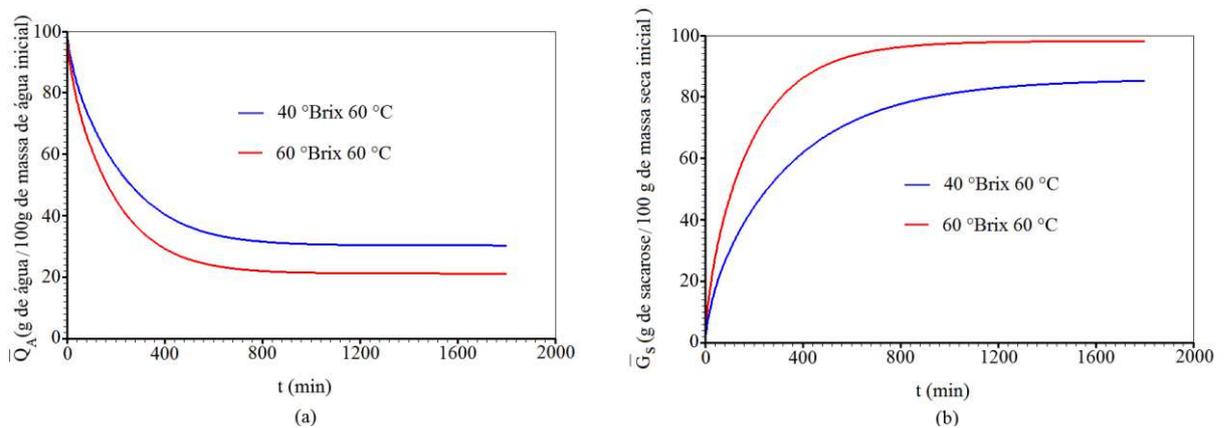


Figura 4.50: Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã na temperatura de 60 °C.

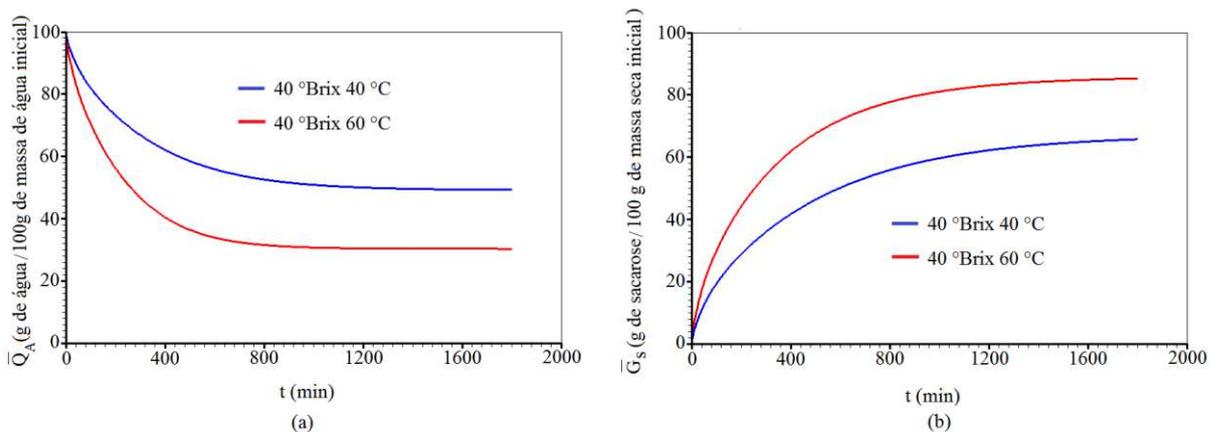


Figura 4.51: Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com concentração de 40 °Brix.

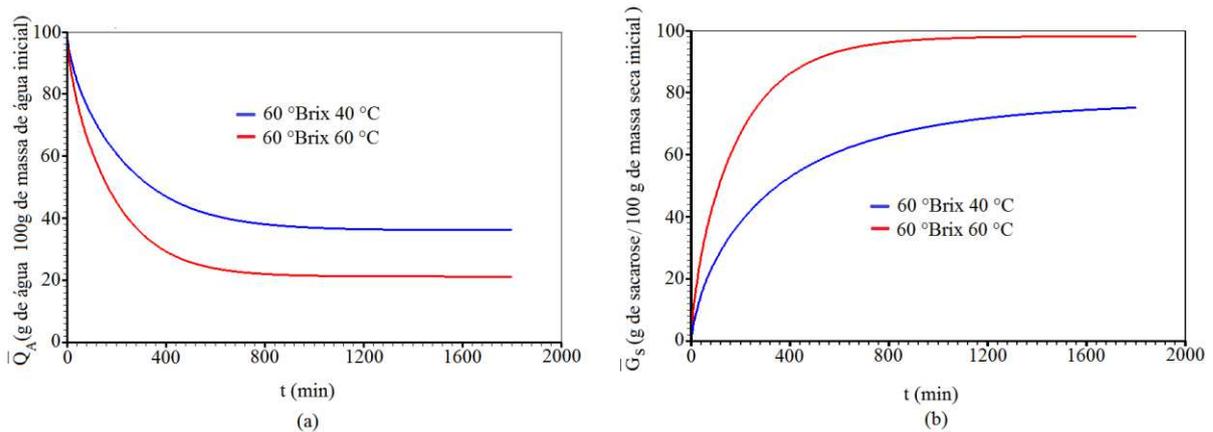


Figura 4.52: Superposição das cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose para os experimentos de desidratação osmótica de maçã com concentração de 60 °Brix.

#### 4.4.2.3 Comparação entre os modelos utilizados

Tendo por referência os indicadores estatísticos relativos aos modelos 1 e 2 (vide Tabelas 4.24, 4.25, 4.37 e 4.38), assim como as cinéticas de ganho de sacarose e de quantidade de água obtidas por ambos os modelos, é possível afirmar que os modelos são equivalentes. A superposição entre as cinéticas obtidas pelos modelos 1 e 2, para o experimento 1, encontra-se na Figura 4.53.

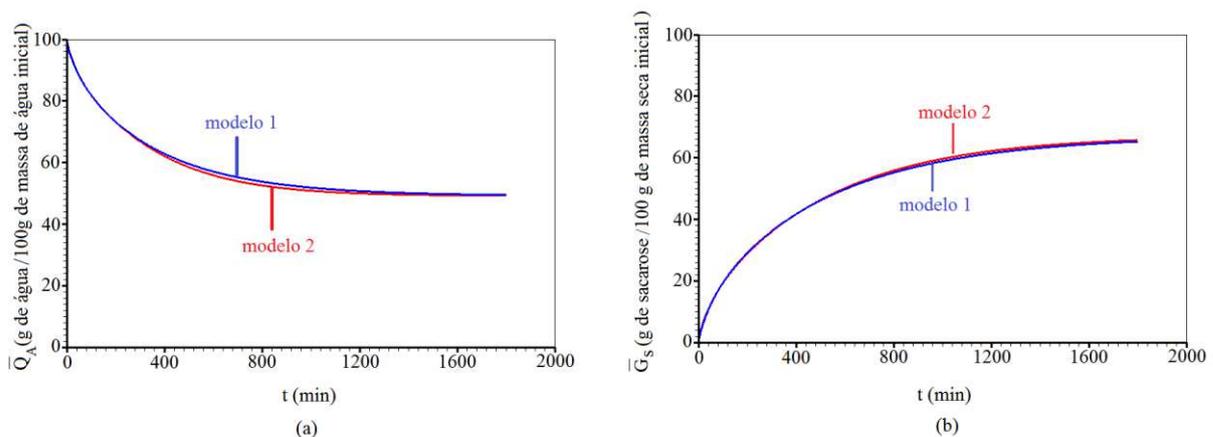


Figura 4.53: Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 1, obtidas pelos modelos 1 e 2.

As cinéticas referentes ao experimento 2 encontram-se superpostas na Figura 4.54.

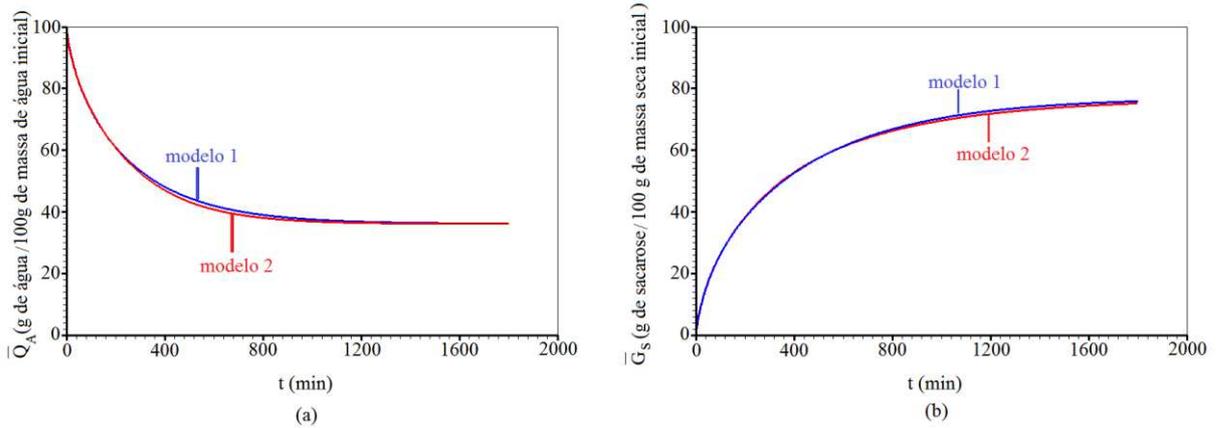


Figura 4.54: Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 2, obtidas pelos modelos 1 e 2.

Para o experimento 3, as superposições estão expostas na Figura 4.55.

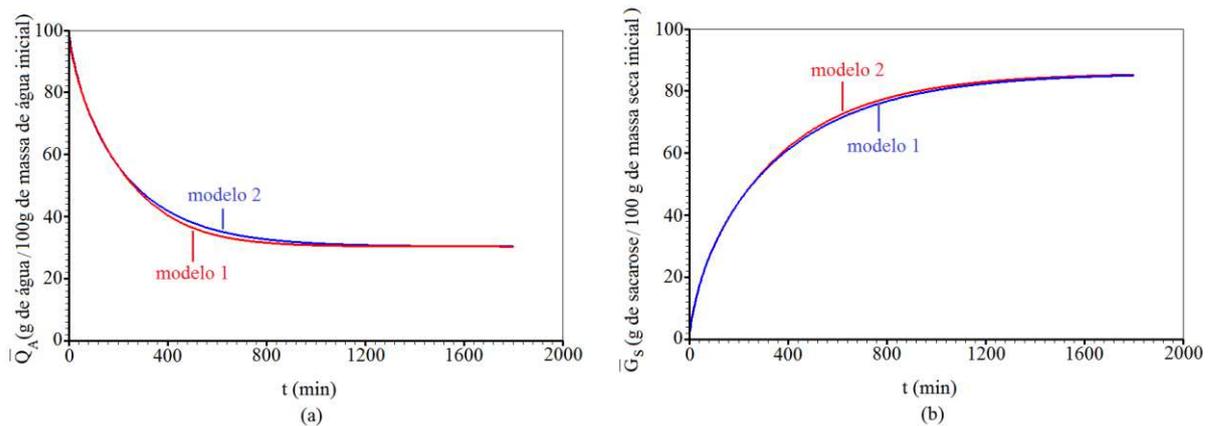


Figura 4.55: Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 3, obtidas pelos modelos 1 e 2.

Por fim, as superposições das cinéticas referentes ao experimento 4 estão apresentadas na Figura 4.56.

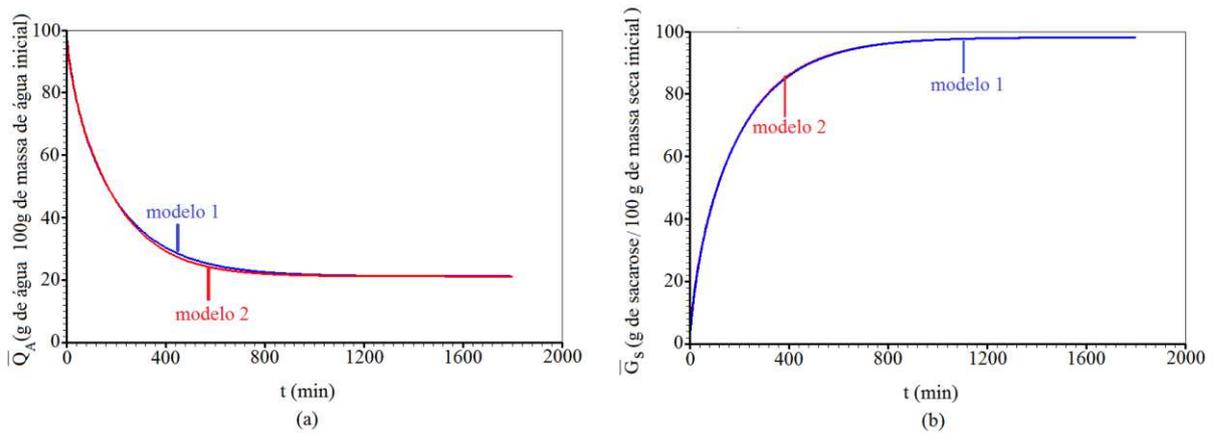


Figura 4.56: Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose relativas ao experimento 4, obtidas pelos modelos 1 e 2.

Há que se ressaltar que, embora os modelos 1 e 2 sejam equivalentes no que diz respeito aos indicadores estatísticos referentes ao ajuste às cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose, não o são no que concerne à adequação física, como se frizou nos experimentos relativos à desidratação osmótica de goiaba. Com efeito, reitera-se que o modelo 1 não leva em conta o encolhimento inerente ao processo de desidratação osmótica, assim como a variação na difusividade efetiva de massa em relação a água e à sacarose. No que se refere a não consideração do encolhimento, despreza-se uma característica do processo facilmente verificável a olho nu (vide Figura 3.29) e, como advertem Parthasarathi e Anandharamakrishnan (2014) a implementação de modelos matemáticos fisicamente consistentes apresenta-se como um grande desafio para os pesquisadores. Por outro lado, a variação na difusividade efetiva de massa tem sido largamente preconizada em diversos trabalhos que versam sobre a secagem ou desidratação osmótica de produtos biológicos (DEROSSI et al., 2008; TUNDE-AKINTUNDE e OGUNLAKIN, 2011; PORCIUNCULA et al., 2013). De acordo com Silva et al. (2012d) o encolhimento e a migração de água modificam a estrutura interna do produto e afeta a difusividade efetiva de massa. Os mesmos autores conjecturam que as hipóteses de difusividade efetiva de massa constante e a desconsideração do encolhimento resultam em erros que se cancelam mutuamente.

Diante do exposto, torna-se clara a melhor adequação do modelo 2 para a modelagem matemática do processo de desidratação osmótica de paralelepípedos de maçã em soluções de sacarose sob diversas condições operacionais. Neste sentido, as análises e discussões que se seguem têm por base esse modelo.

#### 4.4.2.4 Resultados adicionais e discussões

A consideração de que o processo de desidratação osmótica de maçã pode ser descrito eficazmente por um modelo difusivo permite algumas análises que ajudam a elucidar e entender melhor o processo. Neste sentido, utilizando o modelo 2, pode-se simular as distribuições de quantidade de água e de sacarose no interior das placas de maçã em instantes específicos. Para tanto, o programa desenvolvido gera arquivos de texto com os valores locais da quantidade de água e de sacarose em todos os volumes de controle em instantes de tempo previamente escolhidos. Com isso, por meio do software Contour plots software (SILVA, 2010) é possível prever a distribuição de água e de sacarose no interior das amostras de maçã nesses instantes.

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos através da simulação através do modelo 2 utilizando uma malha de 33 x 33 volumes de controle, sem simetria, e usando-se 9000 estepes de tempo. A Figura 4.57 apresenta a malha utilizada (sem escala) com alguns volumes de controle destacados para análise posterior.

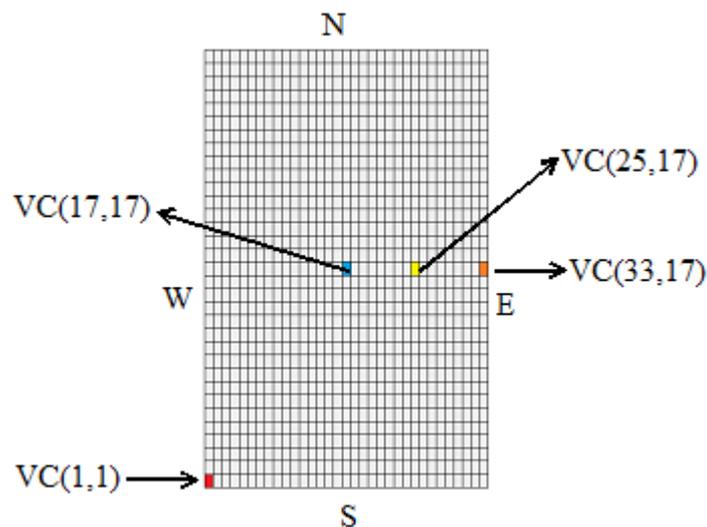


Figura 4.57: Malha utilizada para a obtenção das distribuições de água e de sacarose nas amostras de maçã.

A Figura 4.58 apresenta as distribuições de água nos instantes de 60, 120, 180 e 240 minutos, a partir do início do experimento 1.

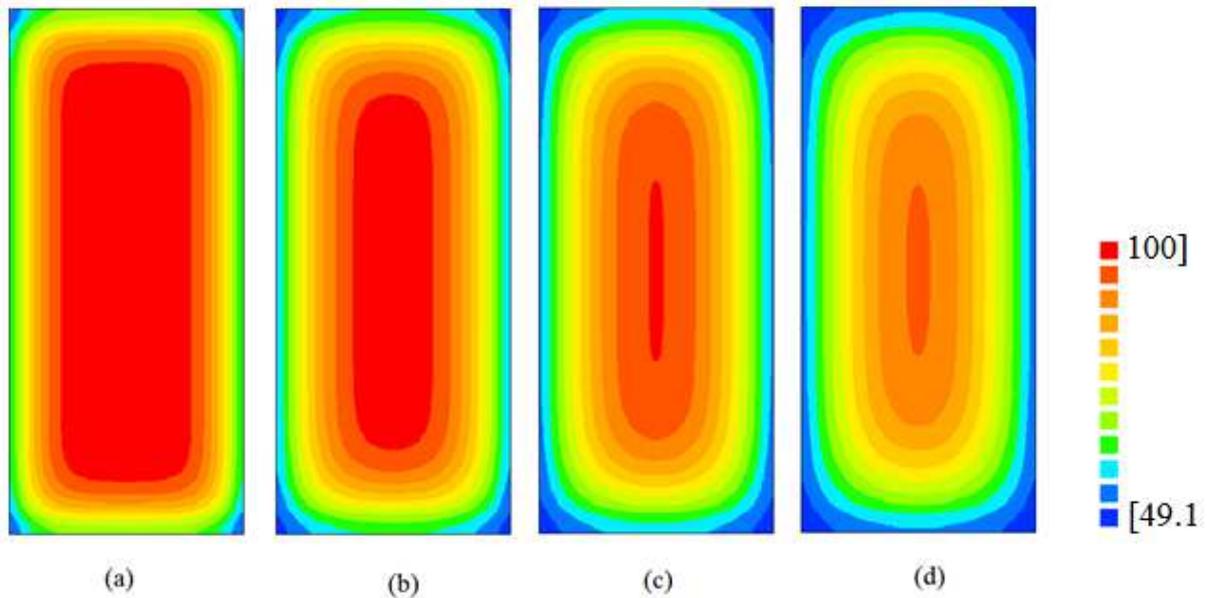


Figura 4.58: Distribuição de quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 1 (40 °Brix 40 °C)

É possível verificar, a partir da Figura 4.58, a evolução da distribuição de água nas primeiras quatro horas iniciais do experimento 1 (40 °Brix 40 °C). Percebe-se claramente que a camada mais úmida se localiza no meio do produto e que a umidade diminui do centro para sua superfície. Esse fato evidencia o sentido do fluxo de água que se dá de dentro para fora do produto, como esperado para o processo de desidratação osmótica. Note-se que após quatro horas, nenhuma região da placa de maçã encontra-se com o nível de umidade inicial.

A Figura 4.59 apresenta as evoluções no tempo das quantidades de água nos volumes de controle destacados na Figura 4.57, a saber: VC(1,1) correspondente ao canto inferior esquerdo da malha, VC(17,17) localizado no centro da malha, VC(33,17) localizado na fronteira leste da malha e VC(25,17) localizado em uma posição intermediária entre os dois últimos.

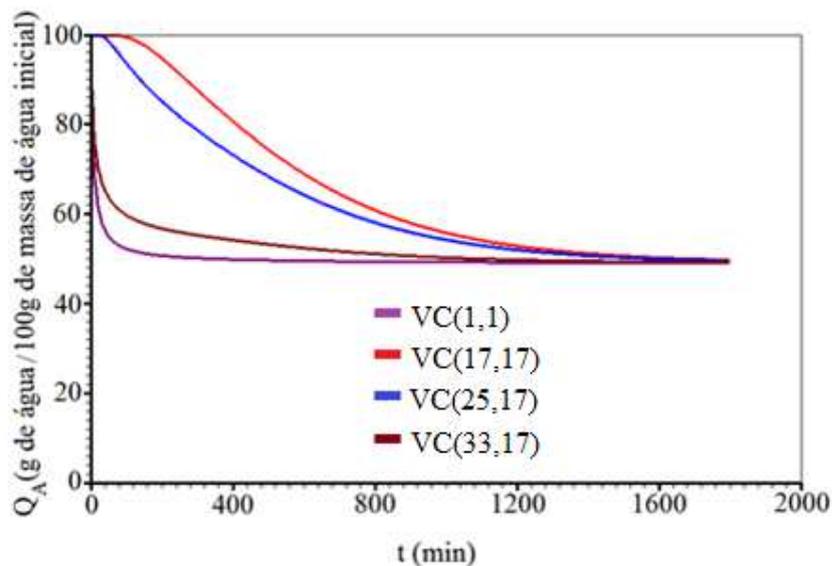


Figura 4.59: Evolução no tempo da quantidade de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).

A Figura 4.59 ratifica o comportamento mostrado em relação às distribuições de água nas amostras de maçã para o experimento 1. De fato, o volume de controle VC(1,1), localizado no canto inferior esquerdo, corresponde a uma região da placa de maçã que faz contato com a solução a sul e a oeste e que, portanto, tende a perder água mais rapidamente do que as demais. No mesmo sentido, o volume de controle VC(33,17) corresponde a uma região da placa de maçã que faz contato com a solução a leste e que, conseqüentemente, tende a perder água mais lentamente do que o localizado no canto inferior, mas de forma mais rápida do que os volumes VC(17,17) e (25,17) correspondentes a regiões no interior da placa. O volume de controle VC(17,17), localizado no centro da placa, tende a perder água mais lentamente do que os demais e o volume de controle VC(25,17) possui uma evolução de quantidade de água intermediária em relação as encontradas para os volumes de controle VC(17,17) e VC(33,17) como esperado.

Na Figura 4.60 vê-se a evolução da penetração de sacarose nas amostras de maçã nas primeiras quatro horas do experimento 1. Note-se que as regiões com maior presença de sacarose são as mais externas, ao contrário do que se deu para a água, o que deixa claro o sentido do fluxo de sacarose da superfície para o centro do produto, como esperado, haja vista que a sacarose passa da solução para as amostras de maçã. Observe-se, ainda, que, após quatro horas, há presença de sacarose em todas as partes da placa de maçã com níveis mais altos variando da superfície para o centro.

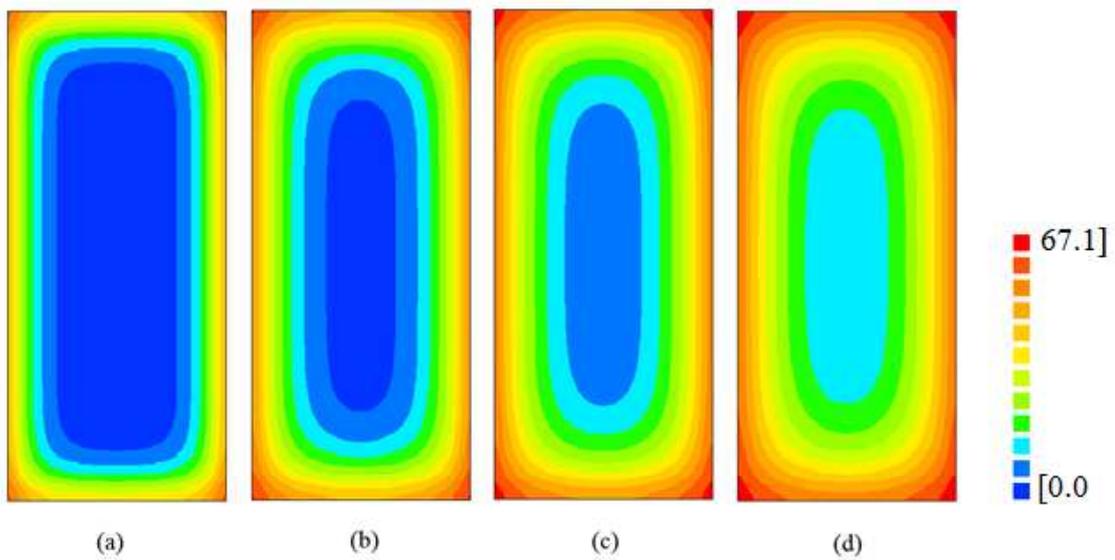


Figura 4.60: Distribuição de ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 1 (40 °Brix 40 °C).

Esse comportamento é confirmado pelas evoluções no tempo do ganho de sacarose nos mesmos volumes de controle analisados para a quantidade de água, como mostra a Figura 4.61.

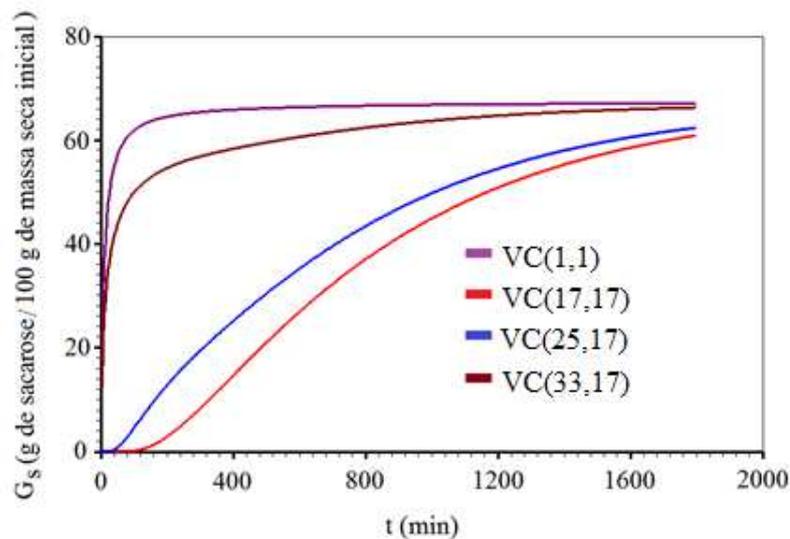


Figura 4.61: Evolução no tempo dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 1 (40 °Brix 40 °C).

Nota-se um comportamento contrário ao obtido para a água. De fato, neste caso, os maiores níveis de sacarose ocorrem para os volumes de controle mais próximos da superfície e, portanto da vizinhança (solução).

A Figura 4.62 apresenta a distribuição de água nas placas de maçã relativas ao experimento 2 nas primeiras quatro horas.

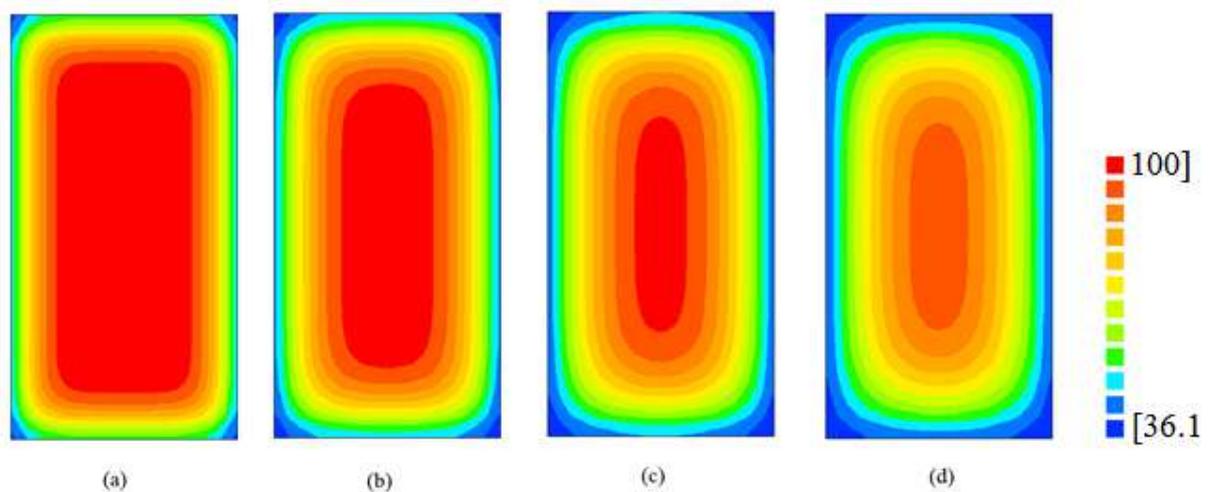


Figura 4.62: Distribuição de quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 2 (60 °Brix 40 °C).

Os mesmos comentários feitos para a distribuição de água no experimento 1 se aplicam para o experimento 2. Atente-se, no entanto, para o menor nível inferior de quantidade de água mostrado na escala. As evoluções no tempo das quantidades de água correspondentes aos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) são apresentadas na Figura 4.63:

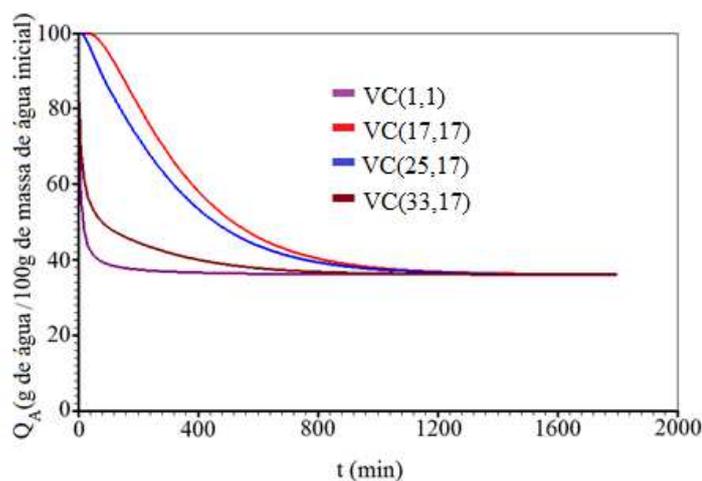


Figura 4.63: Evolução no tempo das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C).

Percebe-se a mesma adequação física destacada para as evoluções correspondentes ao experimento 1. Note-se, no entanto, que o nível de quantidade de água de equilíbrio é atingido mais rapidamente neste caso.

A Figura 4.64 apresenta a correspondente distribuição de sacarose nas placas de maçã nas primeiras quatro horas do experimento 2.

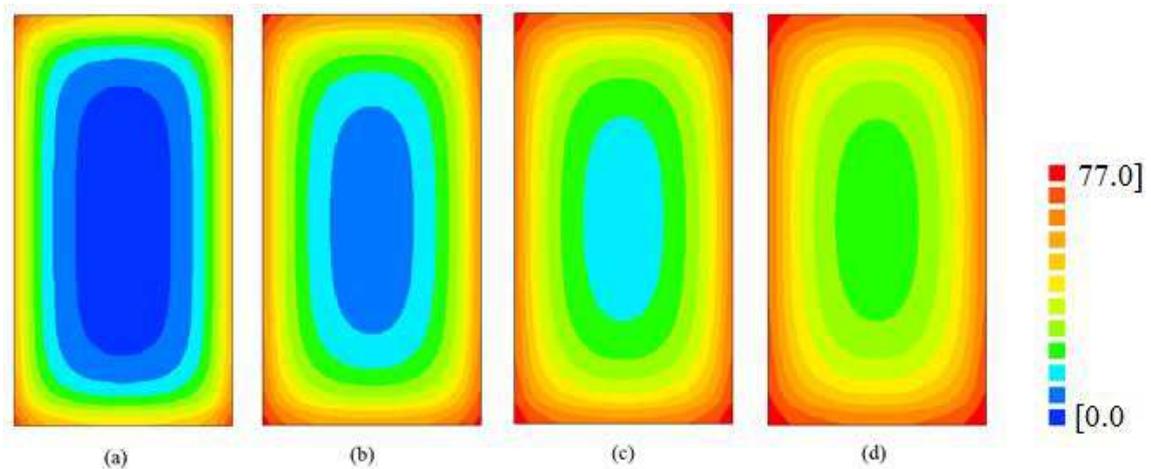


Figura 4.64: Distribuição de ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 2 (60 °Brix 40 °C).

A exemplo da perda de água, percebe-se a presença de sacarose em níveis um pouco mais alto para o segundo experimento. Note-se, por exemplo, que, após quatro horas, a presença de sacarose no centro do produto é mais acentuada nas amostras do experimento 2.

As evoluções no tempo do ganho de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) são mostrados na Figura 4.65.

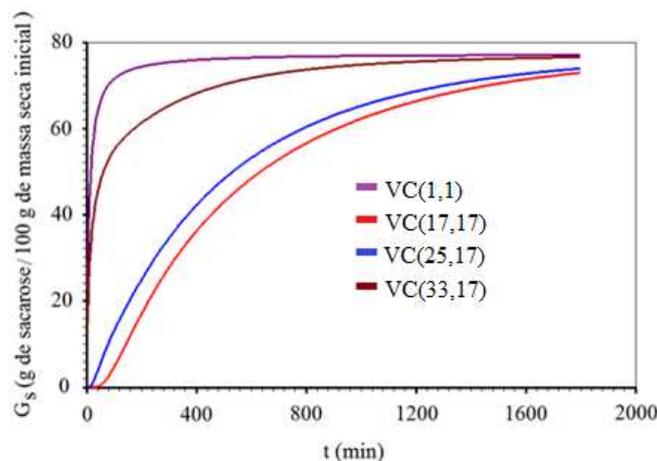


Figura 4.65: Evoluções no tempo do ganho de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 2 (60 °Brix 40 °C).

Observe-se que o nível de equilíbrio é mais rapidamente atingido nos volumes de controle mais próximos da vizinhança.

A Figura 4.66 mostra a distribuição de água nas primeiras quatro horas para o experimento 3. Os mesmos comentários referentes aos experimentos 1 e 2 se aplicam neste caso. Atente-se, mais uma vez, para o menor nível de quantidade de água indicado na escala.

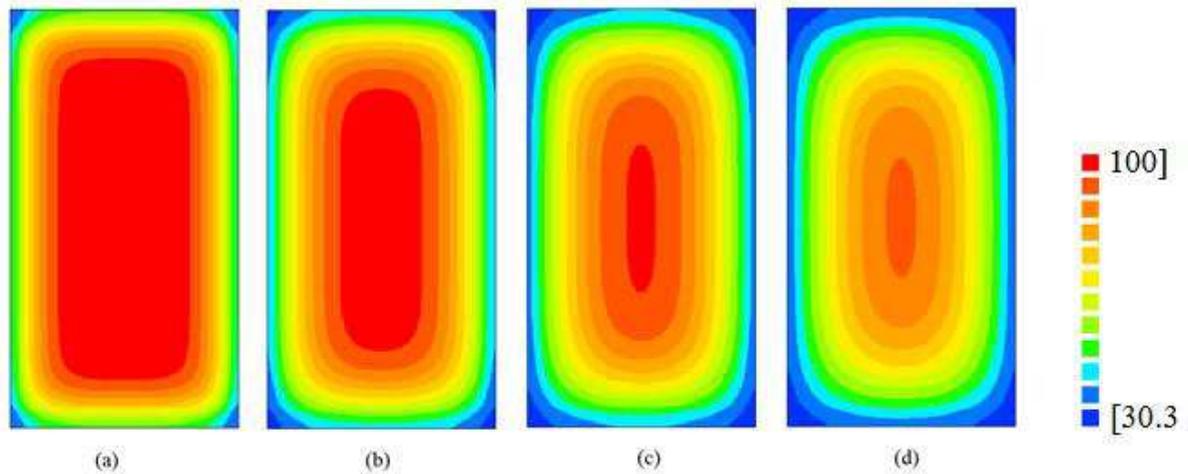


Figura 4.66: Distribuição de quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

As evoluções das quantidades de água correspondentes aos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(17,25) e VC(17,33) são apresentados na Figura 4.67:

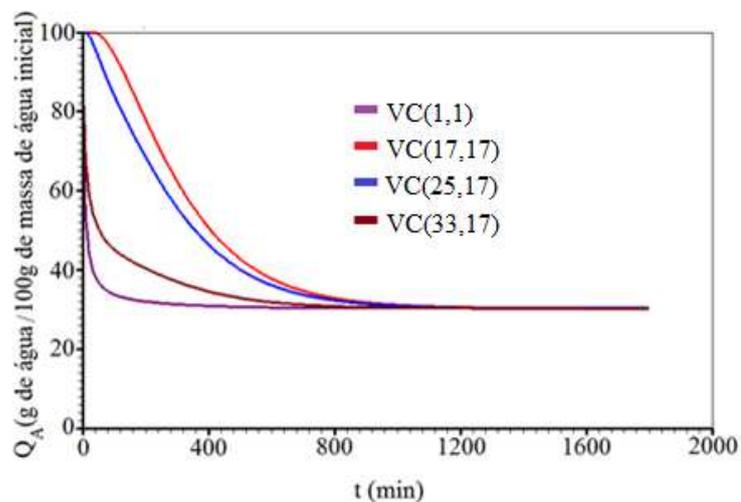


Figura 4.67 Evoluções no tempo das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

A Figura 4.68 mostra a distribuição de sacarose nas amostras de maçã relativas ao experimento 3.

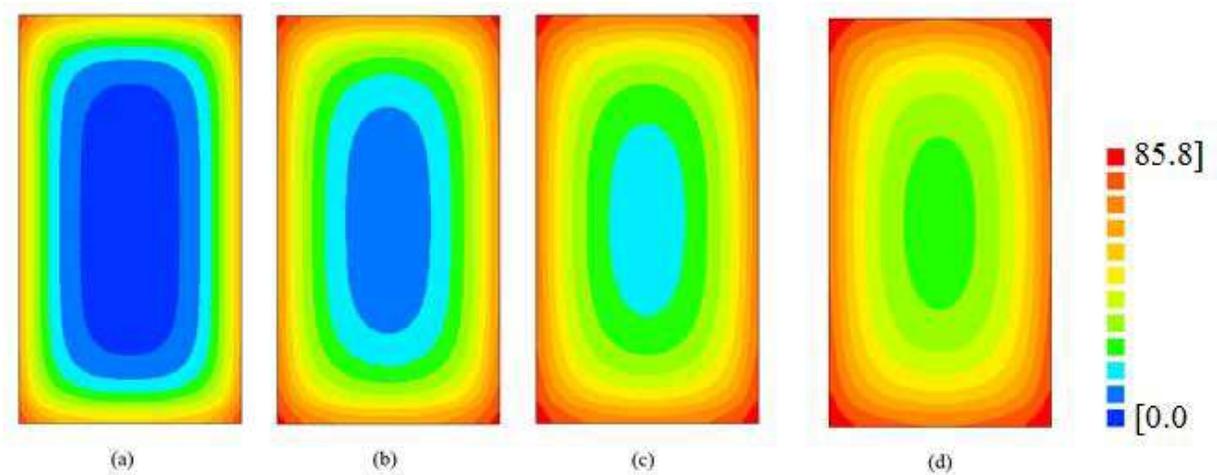


Figura 4.68: Distribuição de ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

As evoluções dos ganhos de sacarose correspondentes aos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(17,25) e VC(17,33), para o experimento 3, são apresentados na Figura 4.69:

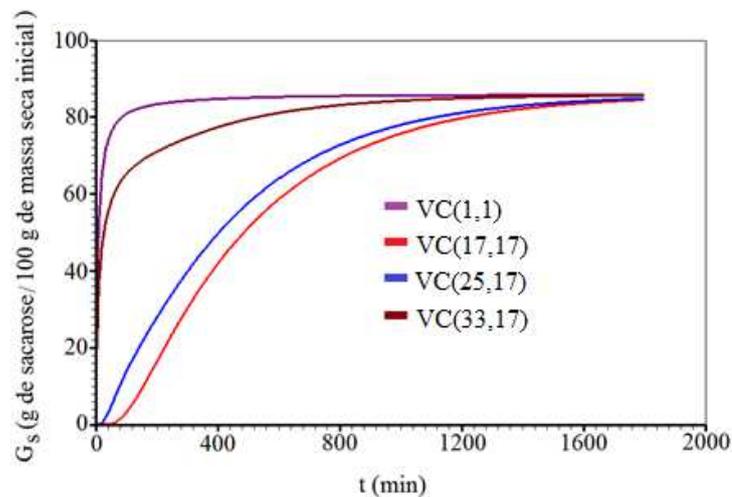


Figura 4.69: Evoluções dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 3 (40 °Brix 60 °C).

A Figura 4.70 apresenta as distribuições de água referente ao experimento 4 nas quatro primeiras horas.

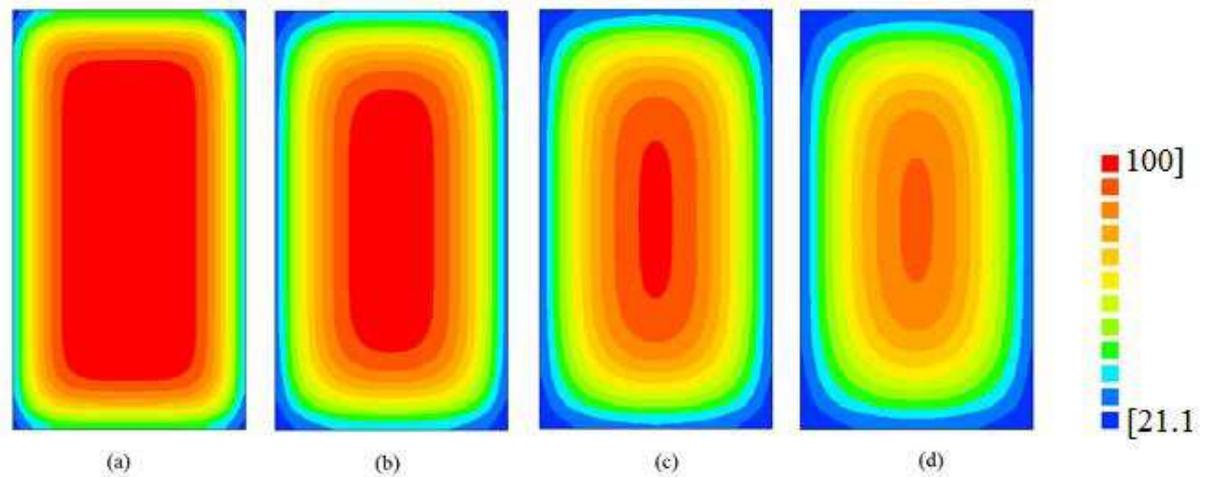


Figura 4.70: Distribuição de quantidade de água nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

As evoluções no tempo das quantidades de água correspondentes aos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(17,25) e VC(17,33), para o mesmo experimento, são apresentados na Figura 4.71:

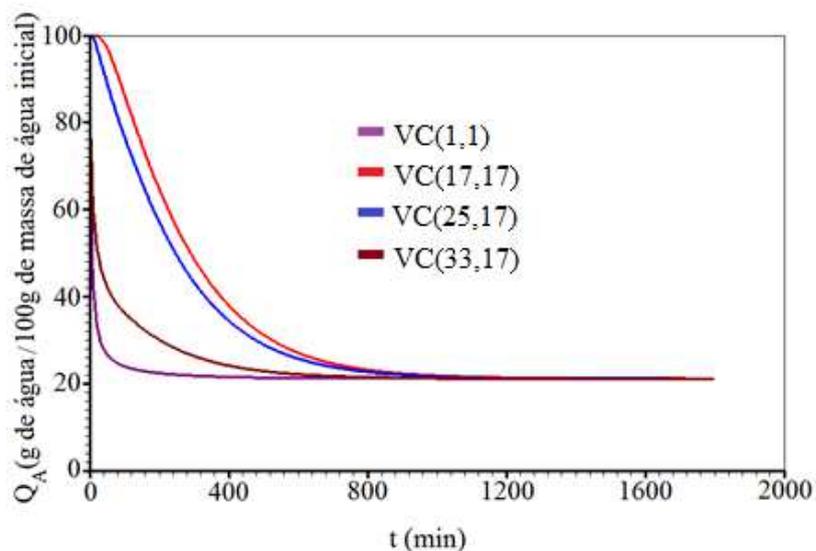


Figura 4.71: Evolução das quantidades de água nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

Por fim, a Figura 4.72 traz as distribuições de sacarose para o experimento 4.

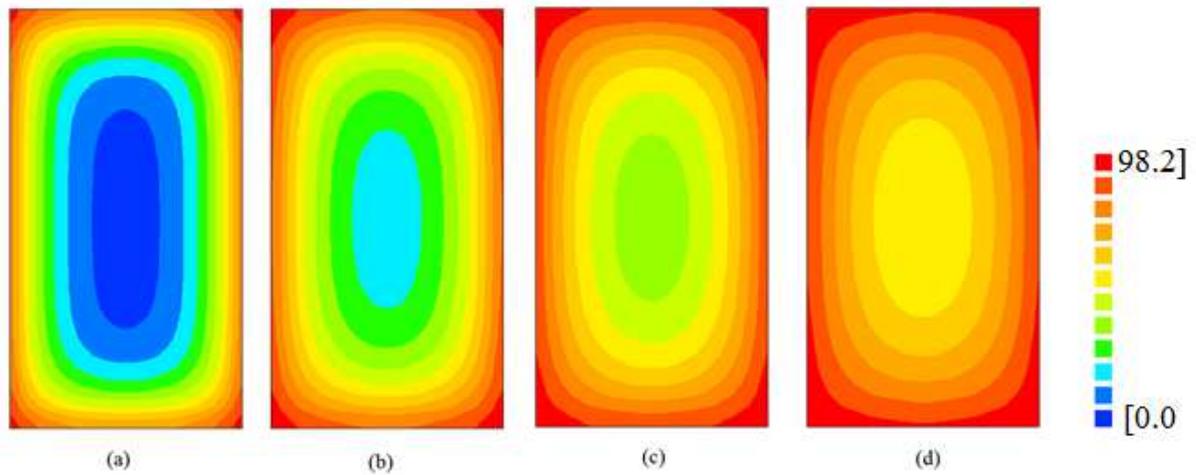


Figura 4.72: Distribuição de ganho de sacarose nas placas de maçã nos instantes de (a) 60, (b) 120, (c) 180 e (d) 240 minutos a partir do início do experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

Observe-se que, após as quatro primeiras horas, a penetração de sacarose, mesmo na parte mais interna das placas, é considerável. As evoluções no tempo do ganho de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(17,25) e VC(17,33), mostradas na Figura 4.73, atestam essa afirmação.

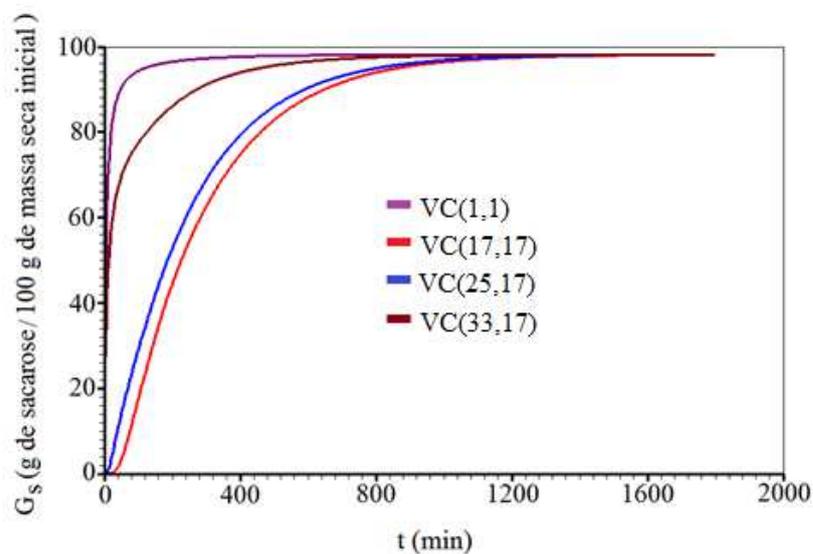


Figura 4.73: Evolução no tempo dos ganhos de sacarose nos volumes de controle VC(1,1), VC(17,17), VC(25,17) e VC(33,17) para o experimento 4 (60 °Brix 60 °C).

Observa-se, a exemplo dos demais experimentos, a adequada correspondência entre as Figuras 4.72 e 4.73.

Registre-se por fim, que os índices de equilíbrio de captação de sacarose, em todos os experimentos, são relativamente altos, sendo atingidos em tempos consideravelmente longos. Em muitos casos, essa situação deve ser evitada diante de alguns aspectos negativos relativos ao consumo exagerado de sacarose (MEGÍAS-PÉREZ et al., 2014). Neste sentido, a modelagem matemática proposta neste trabalho torna-se importante à medida que fornece diversas informações pertinentes sobre o fenômeno, permitindo o controle das variáveis de interesse, de modo a viabilizar a produção de alimentos com características previamente especificadas, evitando a fabricação de produtos com boas características organolépticas, mas com altos níveis de sacarose. Com efeito, o modelo proposto permite a predição dos níveis de sacarose e de perda de água em qualquer instante de tempo, assim como as distribuições de água e de sacarose nos mesmos instantes, além de viabilizar o estudo do encolhimento, muitas vezes indejejado na produção de alimentos desidratados por diversas razões (MAYOR e SERENO, 2004; PARTHASARATHI e ANANDHARAMAKRISHNAN, 2014).

Observe-se, por exemplo, que, apesar do tempo relativamente longo do processo, as maiores taxas de perda de água e de ganho de sacarose ocorrem nas primeiras horas do experimento, como mostra a Figura 4.74, que apresenta a superposição entre as cinéticas de quantidade de água e de captação de sólidos e os respectivos gráficos das taxas de variação dessas grandezas relativas ao experimento 1 (40 °C 40 °Brix).

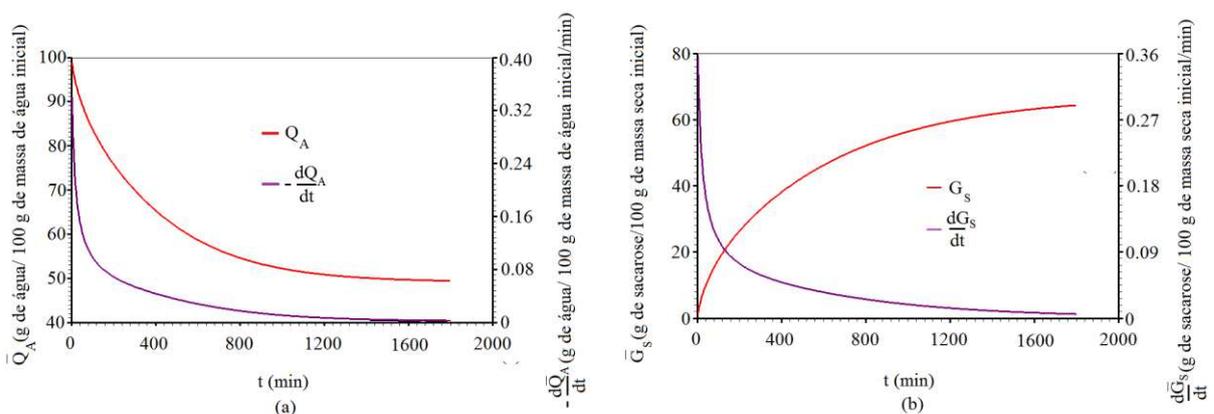


Figura 4.74: Superposição entre as cinéticas de (a) quantidade de água e de (b) ganho de sacarose e das respectivas taxas de variação, relativas ao experimento 1.

As taxas de variação instantâneas foram aproximadas pelo valor absoluto do

quociente entre a variação da grandeza de interesse  $\Delta\Phi$  (quantidade de água ou ganho de sacarose) e a variação no tempo,  $\Delta t$ , ou seja

$$\frac{d\Phi}{dt} \approx \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \left| \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{t_{i+1} - t_i} \right|. \quad (4.8)$$

Com base na Figura 4.74 pode-se afirmar que as maiores taxas de variação ocorrem nas primeiras 3 horas e tendem para zero nos instantes finais de operação, mostrando um comportamento típico da desidratação osmótica de frutas. Dessa forma, o tempo de imersão pode ser controlado de acordo com a finalidade que se pretende dar ao produto. Neste sentido, vários trabalhos levam em conta o tempo de imersão como variável independente para o controle de outras variáveis dependentes, como ganho de sacarose e perda de água, dentre outras (VASCONCELOS et al., 2012; DIAMANTE e YAMAGUCHI, 2013).

As seções seguintes abordam os resultados relativos ao processo complementar de secagem convectiva das amostras de maçã.

## 4.5 Secagem convectiva de maçã

Os experimentos de secagem convectiva das amostras de maçã seguiram a metodologia descrita na seção 3.3.5.

Foram submetidas à secagem amostras osmoticamente desidratadas nas condições especificadas na seção 4.4, assim como amostras *in natura* para efeito de comparação. As temperaturas de secagem foram as mesmas utilizadas no processo de desidratação osmótica. Assim, as amostras desidratadas osmoticamente sob a temperatura de 40 °C foram secadas a essa temperatura e as desidratadas a 60 °C foram submetidas à secagem convectiva a 60 °C.

Os períodos de tempo necessários para que as amostras submetidas à secagem atingissem o equilíbrio variaram de acordo com a temperatura do ar de secagem e com as condições do tratamento osmótico dispensado às amostras de maçã.

Como os tempos de secagem foram relativamente longos, a umidade relativa do ar ambiente variou do início ao fim do processo, ficando, em média, em torno de 60%.

A Tabela 4.39 apresenta as condições iniciais e de equilíbrio das amostras submetidas à secagem convectiva usando a temperatura de 40 °C, no que diz respeito aos

teores de água iniciais, às dimensões iniciais e aos tempos ( $t_\infty$ ) e teores de equilíbrio.

Tabela 4.39: Dados relativos aos experimentos de secagem convectiva de maçã a 40 °C.

Amostras	$L_{x0} \times 10^3$ (m)	$L_{y0} \times 10^3$ (m)	$m_0$ (g)	$m_\infty$ (g)	$X_0$ (bs)	$X_\infty$ (bs)	$t_\infty$ (min)
40°Brix 40 °C	9,87	16,04	40,087	17,861	1,63	0,17	1370
60°Brix 40 °C	8,75	14,38	32,602	15,307	1,46	0,15	1190
<i>In natura</i>	10,97	22,77	39,909	7,595	5,43	0,22	1370

No mesmo sentido a Tabela 4.40 expõe os dados iniciais e de equilíbrio da secagem convectiva usando a temperatura de 60 °C.

Tabela 4.40: Dados relativos aos experimentos de secagem convectiva de maçã a 60 °C.

Amostras	$L_{x0} \times 10^3$ (m)	$L_{y0} \times 10^3$ (m)	$m_0$ (g)	$m_\infty$ (g)	$X_0$ (bs)	$X_\infty$ (bs)	$t_\infty$ (min)
40°Brix 60 °C	9,13	15,14	40,569	23,12	1,01	0,14	470
60°Brix 60 °C	8,97	13,88	35,037	22,97	0,71	0,12	590
<i>In natura</i>	11,15	20,55	36,200	6,07	6,18	0,20	830

Os resultados concernentes às cinéticas de secagem encontram-se no apêndice C (Tabela de C.1 a C.6). A Figura 4.75 apresenta os resultados dos teores de água adimensionais,  $\bar{X}^*$ , concernentes às amostras pré-tratadas osmoticamente submetidas à secagem com temperatura de 40 °C.

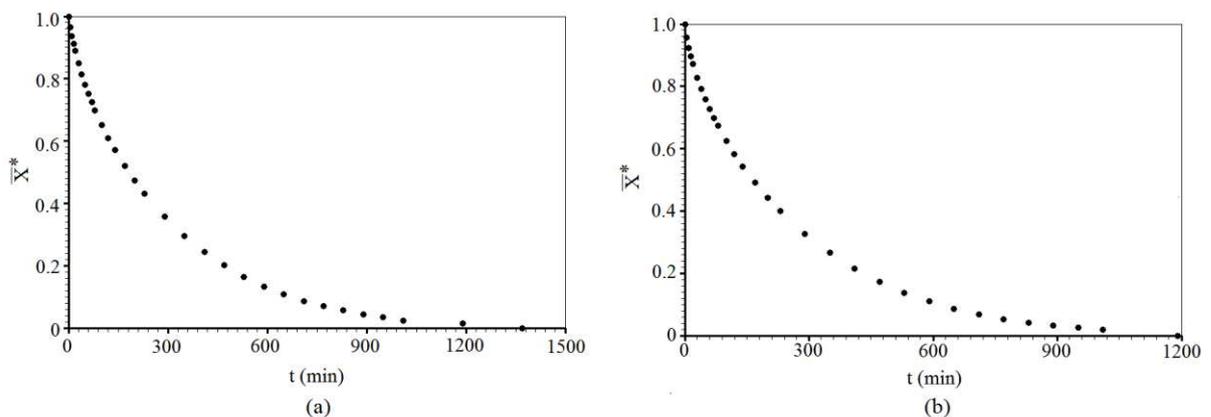


Figura 4.75: Cinéticas de secagem a 40 °C referentes às amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix e (b) 40 °C 60 °Brix.

A Figura 4.76 apresenta a cinética de  $\bar{X}^*$  referentes às amostras *in natura* submetidas à secagem com temperatura de 40 °C.

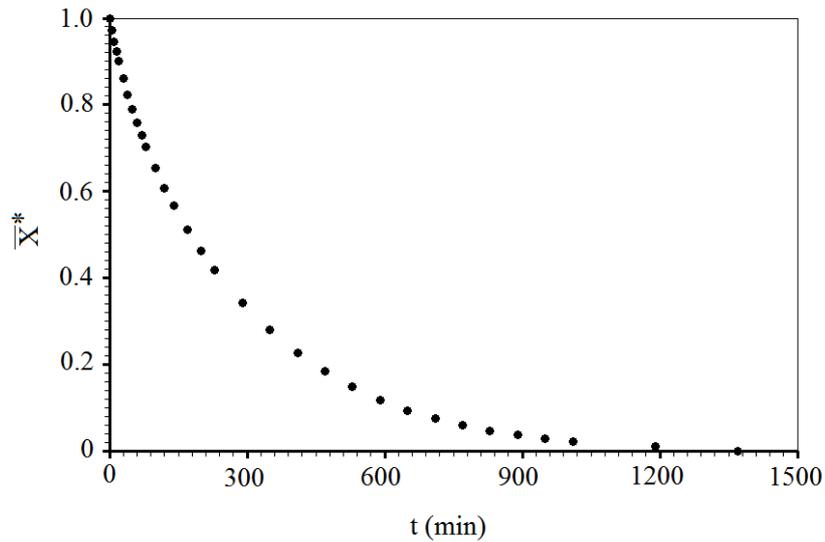


Figura 4.76: Cinética de secagem das amostras *in natura* submetidas à secagem a 40 °C.

A Figura 4.77 mostra as cinéticas das amostras osmodesidratadas submetidas à secagem convectiva à temperatura de 60 °C.

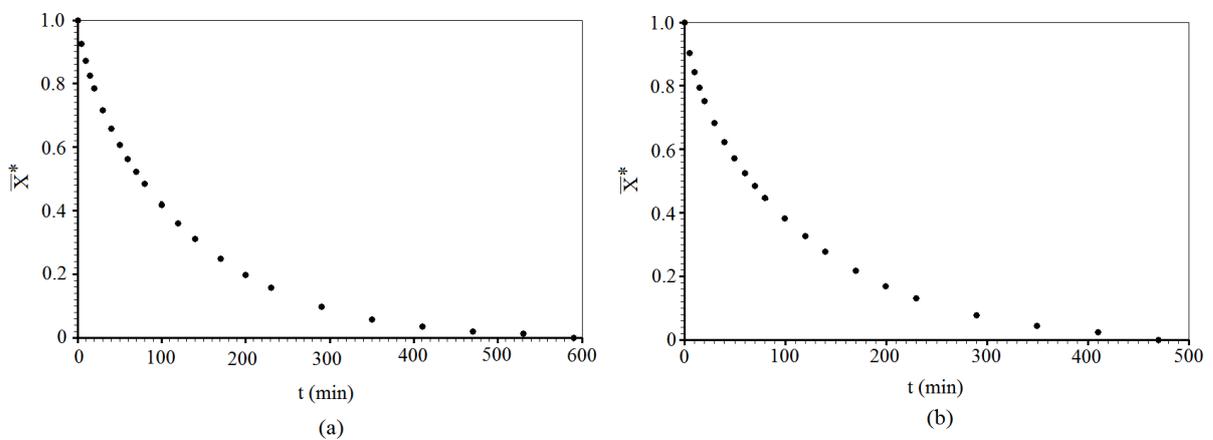


Figura 4.77: Cinética de secagem a 60 °C referentes às amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix e (b) 60 °C 60 °Brix.

A Figura 4.78 apresenta a cinética referente às amostras *in natura* submetidas à secagem a 60 °C.

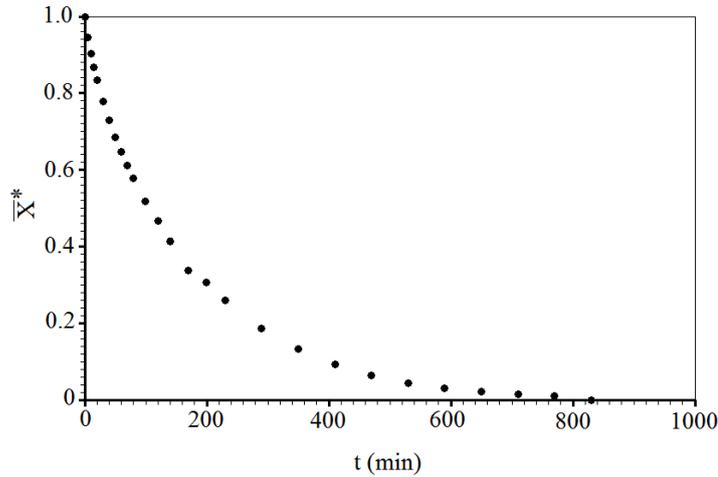


Figura 4.78: Cinética da amostra *in natura* submetidas à secagem a 60 °C.

As Figuras de 4.75 a 4.78 são características de um processo de secagem convectiva de frutas. Nota-se, em primeira análise, que os tempos de secagem das amostras submetidas à mesma temperatura são comparáveis, apesar dos diferentes valores para os teores de água iniciais. Além disso, os tempos de secagem referentes à temperatura de 60 °C são sensivelmente menores quando comparados com os tempos obtidos para a secagem à temperatura de 40 °C, embora os pré-tratamentos osmóticos dispensados às amostras que se submeteram à secagem à temperatura de 40 °C sejam diferentes daqueles utilizados nas amostras que se submeteram à secagem à 60 °C.

Em todos os experimentos o processo de secagem se deu no período de taxa de secagem decrescente, não sendo identificados períodos de taxa de secagem constante. Resultados similares foram encontrados por Simal et al. (1997), na secagem de cubos de maçã osmodesidratados em soluções de sacarose e por Diamante e Yamaguchi (2013) na secagem de cubos de maçã osmodesidratados em sucos concentrados de groselha e de maçã.

#### 4.5.1 Modelos utilizados na modelagem da secagem convectiva de maçã

De maneira análoga ao que foi descrito na modelagem matemática do processo de desidratação osmótica, propõem-se, neste trabalho, dois modelos difusivos numéricos bidimensionais (com condição de contorno do terceiro tipo) para a descrição da secagem convectiva das amostras de maçã, a saber:

- Modelo 1: No qual se considera os parâmetros de processo e as dimensões das amostras de maçã constantes no transcurso do processo.
- Modelo 2: Em que os parâmetros de processo e o encolhimento inerente à secagem convectiva são considerados.

#### 4.5.2 Resultados obtidos com o modelo 1 e discussões

A estimativa dos parâmetros de processo para o modelo 1 foi feita acoplando-se o otimizador a soluções numéricas da equação de difusão bidimensional, respeitando-se a mesma ideia utilizada no estudo da desidratação osmótica (descrita na seção 4.4). Neste caso, foi utilizada uma malha com 16 x 32 volumes de controle, usando a simetria (o que equivale a uma malha com 32 x 64 volumes de controle) e 2000 estepes de tempo. Essa escolha foi feita com base em testes preliminares não reportados neste trabalho.

Os resultados referentes ao modelo 1, para a temperatura de 40 °C, encontram-se na Tabela 4.41.

Tabela 4.41: Parâmetros de processo relativos ao modelo 1 correspondentes à secagem convectiva à temperatura de 40 °C.

Amostras	$D_A \times 10^8$ ( $m^2 \text{ min}^{-1}$ )	$h_A \times 10^5$ ( $m \text{ min}^{-1}$ )	$Bi_x$	$Bi_y$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
40°Brix 40 °C	3,5210	2,3770	3,33	5,41	14,284	0,99967
60°Brix 40 °C	2,7616	2,6152	4,14	6,81	21,047	0,99942
<i>In natura</i>	6,3907	2,5107	2,15	4,47	7,530	0,99980

Os resultados referentes à temperatura de 60 °C estão apresentados na Tabela 4.42.

Tabela 4.42: Parâmetros de processo relativos ao modelo 1 correspondentes à secagem convectiva à temperatura de 60 °C

Amostras	$D_A \times 10^8$ ( $m^2 \text{ min}^{-1}$ )	$h_A \times 10^5$ ( $m \text{ min}^{-1}$ )	$Bi_x$	$Bi_y$	$\chi^2 \times 10^3$	$R^2$
40°Brix 60 °C	6,7152	5,6443	3,84	6,36	7,638	0,99973
60°Brix 60 °C	5,8889	7,5508	5,75	8,90	13,270	0,99940
<i>In natura</i>	8,0198	4,9028	3,41	6,28	9,309	0,99973

Embora as amostras submetidas à secagem convectiva com temperaturas de 40 e 60 °C tenham características distintas, por terem passado por pré-tratamentos de desidratação osmótica diferentes, nota-se que o aumento na temperatura teve influência significativa nos valores da difusividade efetiva e no coeficiente de transferência convectiva de massa para água.

Note-se, ainda, que a ordem crescente dos valores para a difusividade efetiva de massa para água, em ambas as temperaturas, corresponde às amostras tratadas a 60 °Brix, a 40 °Brix e às amostras *in natura*. Essa ordem pode ser explicada observando-se os diferentes teores de água inicial que têm a mesma ordem crescente e atentando-se para o fato de que os tempos de secagem são comparáveis, sobretudo na secagem na temperatura de 40 °C. Simal et al. (1997) atestaram que, dependendo da temperatura, da concentração da solução desidratante e do tempo de imersão, a difusividade de amostras *in natura* pode, ou não, superar às difusividades das amostras osmodesidratadas.

No que se refere ao coeficiente de transferência convectiva de massa, o maior valor, para ambas as temperaturas, corresponde às amostras tratadas a 60 °Brix. Na temperatura de 40 °C o valor de  $h_A$  é maior para as amostras *in natura* em relação às amostras tratadas a 40 °Brix. Essa ordem é invertida para a temperatura de 60 °C. Observe-se, no entanto, que, em ambas as temperaturas, tem-se valores próximos de  $h_A$  para as amostras pré-tratadas a 40 °Brix e *in natura*.

Utilizando os dados das Tabelas 4.39 a 4.42 foram simuladas as cinéticas de secagem convectiva das amostras de maçã usando o modelo 1. A Figura 4.79 apresenta as superposições entre os valores simulados e os dados experimentais para a secagem convectiva a 40 °C relativa às amostras osmodesidratadas a 40 °C.

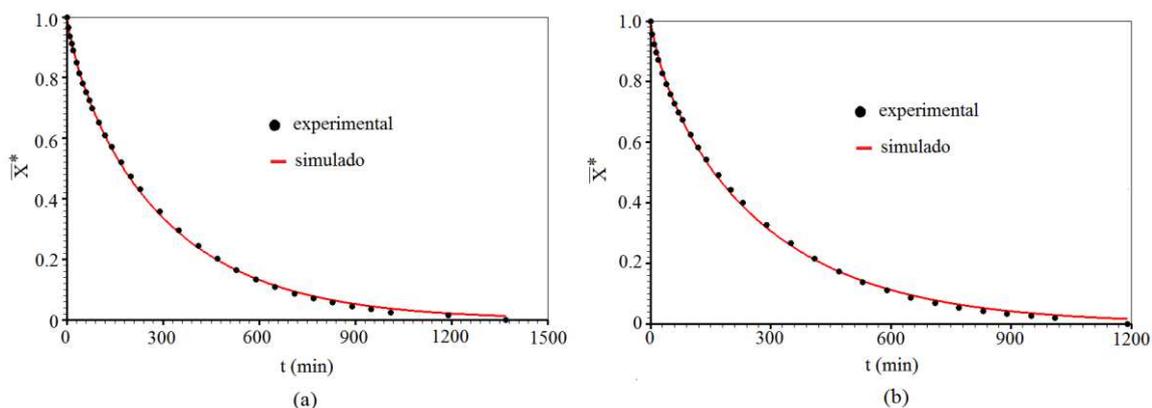


Figura 4.79: Cinética de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e de (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 1.

A Figura 4.80 apresenta a cinética de secagem para a temperatura de 40 °C para as amostras *in natura*.

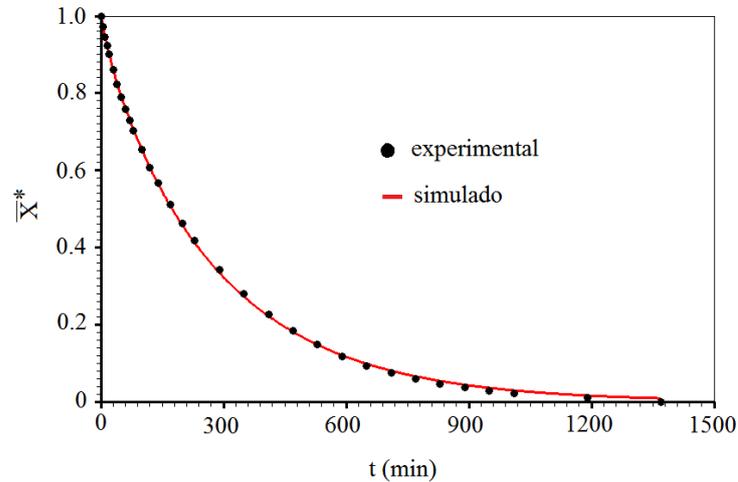


Figura 4.80: Cinética de secagem a 40 °C das amostras *in natura* obtida usando-se o modelo 1.

A Figura 4.81 apresenta a superposição entre os valores simulados e os dados experimentais para a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas usando a mesma temperatura.

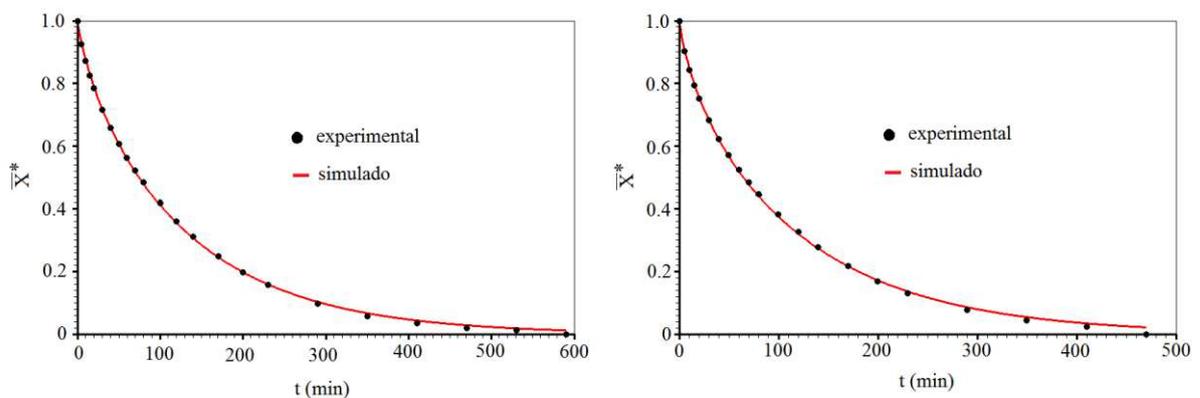


Figura 4.81: Cinéticas de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e de (b) 60 °Brix, obtidas usando o modelo 1.

A cinética de secagem, para a temperatura de 60 °C, relativa às amostras *in natura* encontra-se na Figura 4.82.

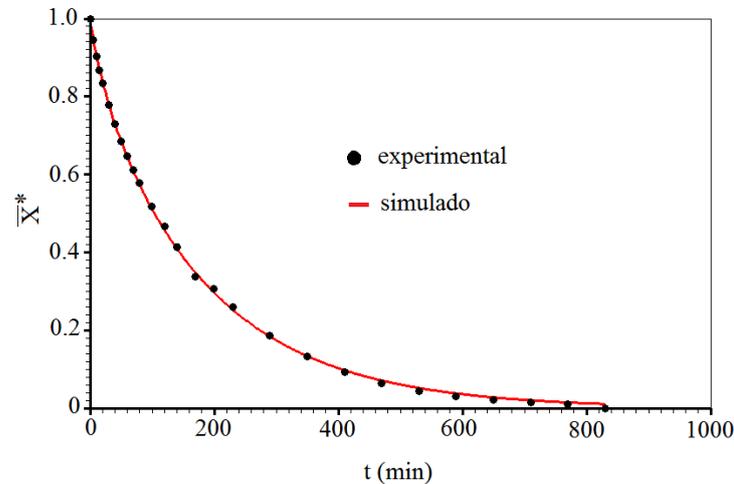


Figura 4.82: Cinética de secagem a 60 °C das amostras *in natura* usando-se o modelo 1.

Analisando-se as Figuras de 4.79 a 4.82, assim como os indicadores estatísticos apresentados nas Tabelas 4.41 e 4.42, pode-se afirmar que o modelo 1 decreve adequadamente as cinéticas de secagem das amostras de maçã, *in natura*, e osmodesidratadas. Registre-se, ainda, que os valores encontrados para os parâmetros de processo apresentam consonância com a literatura (FERNANDES et al., 2006; KEK et al., 2013; SILVA et al., 2013a). Uma análise comparativa com o modelo 2 (apresentado na seção 4.5.3) é feita na seção 4.5.4.

#### 4.5.3 Resultados obtidos com o modelo 2 e discussões

No modelo 2, a exemplo do que foi feito no estudo da desidratação osmótica, o encolhimento foi considerado admitindo-se que as dimensões das amostras de maçã variam no transcurso do processo de secagem sem alterar a forma geométrica das amostras.

A ideia para se obter a correlação entre a variação nas dimensões das amostras e os valores médios dos teores de água adimensionais foi a mesma utilizada no modelo 2 usado na modelagem da desidratação osmótica de maçã, descrita na seção 4.4.2.2. Neste sentido, um único conjunto de dados foi criado com os valores adimensionais das duas menores dimensões dos paralelepípedos de maçã,  $L_x^*$  e  $L_y^*$ , em função dos teores médios dos valores

adimensionais dos teores de água em todos os experimentos de secagem. Em seguida esse conjunto de dados foi submetido ao software Lab Fit Curve Fitting (SILVA e SILVA, 2009c) por meio da opção ‘Find’ de modo a encontrar as funções que melhor se ajustassem aos dados. Neste caso, a função linear obteve os melhores indicadores estatísticos, sendo adotada para a modelagem do encolhimento das amostras de maçã durante a secagem convectiva. A Figura 4.83 mostra a reta de ajuste encontrada.

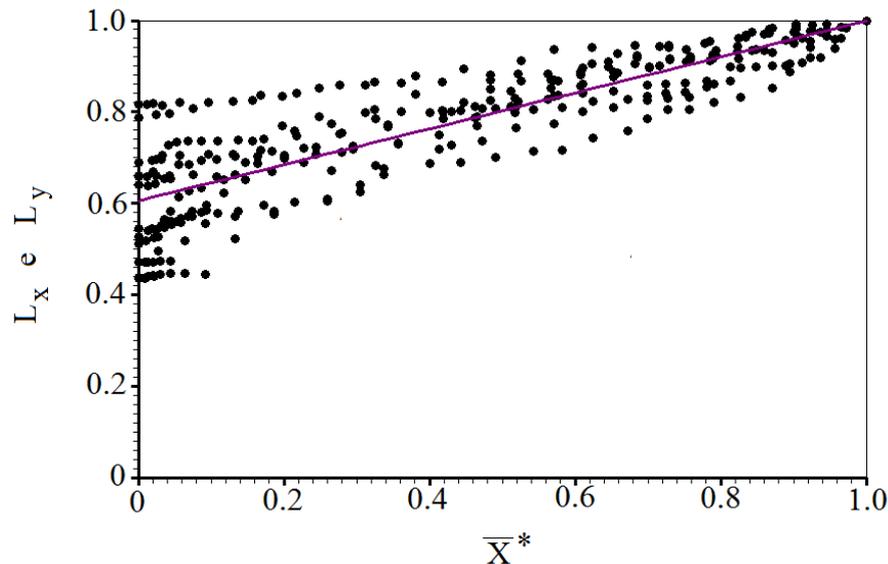


Figura 4.83: Ajuste linear dos valores adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$  em função do teor de água adimensional médio,  $\bar{X}^*$ , relativo aos experimentos de secagem.

A Tabela 4.43 apresenta os valores dos parâmetros correspondentes ao ajuste linear.

Tabela 4.43: Valores dos parâmetros de ajuste do modelo linear aos adimensionais  $L_x^*$  e  $L_y^*$  em função do teor de água adimensional  $\bar{X}^*$  referentes aos experimentos de secagem.

Modelo Linear	$a$	$b$	$\chi^2 \times 10^2$
$L_x^* \equiv L_y^* = a\bar{X}^* + b$	0,39	0,61	0,580

Com os valores apresentados na Tabela 4.43, foram obtidas as expressões para as dimensões  $L_x$  e  $L_y$  referentes a cada experimento de secagem convectiva, como mostra a Tabela 4.44 para a temperatura de secagem de 40 °C.

Tabela 4.44: Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do valor adimensional do teor de água para os experimentos de secagem convectiva a 40 °C.

Amostra	Dimensões (m)	
	Valores iniciais (m)	Equações
40 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 9,87 \times 10^{-3}$	$L_x = 3,85 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 6,02 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 16,04 \times 10^{-3}$	$L_y = 6,25 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 9,78 \times 10^{-3}$
60 °Brix 40 °C	$L_{x0} = 8,75 \times 10^{-3}$	$L_x = 3,41 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 5,33 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 14,38 \times 10^{-3}$	$L_y = 5,61 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 8,77 \times 10^{-3}$
<i>In natura</i>	$L_{x0} = 10,97 \times 10^{-3}$	$L_x = 4,28 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 6,69 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 22,77 \times 10^{-3}$	$L_y = 8,88 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 13,89 \times 10^{-3}$

Os resultados referentes à temperatura de secagem de 60 °C estão apresentados na Tabela 4.45.

Tabela 4.45: Valores iniciais e equações das dimensões das amostras de maçã em função do valor adimensional do teor de água para os experimentos de secagem convectiva a 60 °C.

Amostra	Dimensões (m)	
	Valores iniciais (m)	Equações
40 °Brix 60 °C	$L_{x0} = 9,13 \times 10^{-3}$	$L_x = 3,56 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 5,57 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 15,14 \times 10^{-3}$	$L_y = 5,90 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 9,23 \times 10^{-3}$
60 °Brix 60 °C	$L_{x0} = 8,97 \times 10^{-3}$	$L_x = 3,50 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 5,47 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 13,88 \times 10^{-3}$	$L_y = 5,41 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 8,47 \times 10^{-3}$
<i>In natura</i>	$L_{x0} = 11,15 \times 10^{-3}$	$L_x = 4,35 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 6,80 \times 10^{-3}$
	$L_{y0} = 20,55 \times 10^{-3}$	$L_y = 8,01 \times 10^{-3} \bar{X}^* + 12,53 \times 10^{-3}$

A estimativa dos parâmetros de processo para o modelo 2 seguiu o mesmo roteiro usado na modelagem matemática da desidratação osmótica dos paralelepípedos de maçã descrito na seção 4.4.2.2. Neste sentido, levando-se em conta as equações mostradas nas Tabelas 4.44 e 4.45 para simular o encolhimento, o otimizador desenvolvido foi acoplado à soluções da equação de difusão bidimensional com condição de contorno do terceiro tipo. Neste caso, foram testadas dez expressões, constantes da Tabela 4.29, para descrever a dependência da difusividade efetiva de massa para água em função do teor de água local adimensional. Neste caso, não foram testadas as funções 5, 11, 12, 13, 19 e 20, em virtude do domínio de definição. Além disso, foram testadas apenas as funções do tipo I e III não sendo consideradas as funções do tipo II, por esperar-se que o valor da difusividade cresça com o aumento do teor de água, a exemplo do que se deu no estudo da quantidade de água na desidratação osmótica (vide seção 4.4.2.2). A Tabela 4.46 apresenta os resultados obtidos usando todas as funções testadas para a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a mesma temperatura com 40 °Brix de concentração da solução desidratante.

Tabela 4.46: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos à secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C e 40 °Brix.

Índice	$D_A$	$a$	$b \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$	$h \text{ m min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
2	$a \cdot \Phi + b$	$1,10 \times 10^{-8}$	$1,20 \times 10^{-8}$	$3,16 \times 10^{-5}$	1,897	0,99995
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$1,85 \times 10^{-8}$	$1,34 \times 10^{-8}$	$2,89 \times 10^{-5}$	1,678	0,99997
4	$b \exp(a \cdot \Phi)$	0,71	$1,23 \times 10^{-8}$	$3,08 \times 10^{-5}$	1,715	0,99996
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	1,08	$1,37 \times 10^{-8}$	$2,80 \times 10^{-5}$	1,030	0,99997
7	$b \cosh(a \cdot \Phi)$	1,59	$1,35 \times 10^{-8}$	$2,86 \times 10^{-5}$	1,120	0,99997
8	$1/(a \cdot \Phi + b)$	$-4,59 \times 10^7$	$7,91 \times 10^7$	$2,98 \times 10^{-5}$	1,528	0,99996
9	$a \cdot \Phi^{1/2} + b$	$0,98 \times 10^{-8}$	$1,01 \times 10^{-8}$	$3,33 \times 10^{-5}$	2,627	0,99993
10	$b \exp(a \cdot \Phi^{1/2})$	0,69	$1,07 \times 10^{-8}$	$3,26 \times 10^{-5}$	2,380	0,99994
14	$b \cosh(a \cdot \Phi^{1/2})$	1,28	$1,22 \times 10^{-8}$	$3,13 \times 10^{-5}$	1,829	0,99996
15	$b \cosh(a \cdot \Phi^2)$	2,35	$1,47 \times 10^{-8}$	$2,53 \times 10^{-5}$	0,690	0,99998

Observe-se que os valores assumidos pelo parâmetro de ajuste,  $a$ , nas funções do tipo III (vide seção 4.4.2.2) são tais que as tornam crescentes, como esperado. Esse fato, além

de apresentar consistência física, justifica o fato de não se ter testado as funções do tipo II. As mesmas funções foram consideradas para a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas na mesma temperatura com concentração da solução desidratante de 60 °Brix. A Tabela 4.47 apresenta os cinco melhores resultados.

Tabela 4.47: Valores obtidos para os parâmetros de processo relativos à secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C e 60 °Brix.

Índice	$D_A$	$a$	$b \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$	$h \text{ m min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
3	$a \cdot \Phi^2 + b$	$1,18 \times 10^{-8}$	$1,10 \times 10^{-8}$	$3,60 \times 10^{-5}$	1,000	0,99997
6	$b \exp(a \cdot \Phi^2)$	0,87	$1,12 \times 10^{-8}$	$3,52 \times 10^{-5}$	0,945	0,99997
7	$b \cosh(a \cdot \Phi)$	1,41	$1,11 \times 10^{-8}$	$3,58 \times 10^{-5}$	0,979	0,99997
8	$1/(a \cdot \Phi + b)$	$-4,59 \times 10^7$	$9,51 \times 10^7$	$3,75 \times 10^{-5}$	1,213	0,99996
15	$b \cosh(a \cdot \Phi^2)$	2,07	$1,17 \times 10^{-8}$	$3,22 \times 10^{-5}$	0,781	0,99998

As mesmas funções da Tabela 4.46 foram testadas para a secagem a 40 e 60 °C das amostras *in natura* e para a secagem usando a temperatura de 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C em soluções com concentrações de 40 e 60 °Brix. Ao final, as funções que se mantiveram dentre aquelas com melhores indicadores estatísticos foram as de índice 6, 7 e 15, com destaque para esta última que apresentou melhores resultados para todos os experimentos, com exceção da secagem das amostras *in natura* usando a temperatura de 60 °C. Contudo, mesmo neste caso, a função de índice 15 figurou em segundo lugar, com indicadores estatísticos muito próximos da função de índice 6 que apresentou os melhores resultados, neste caso específico.

Diante do exposto, adota-se, nesta pesquisa, a função de índice 15 para descrever a variação da difusividade efetiva de massa para água nos processos de secagem estudados. Em síntese, tem-se

$$D_A = b \cosh[a \cdot (X^*)^2] \quad (4.9)$$

Os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$ , da Equação 4.9 (modelo 15), para cada experimento de secagem com temperatura de 40 °C, estão dispostos na Tabela 4.48.

Tabela 4.48: Parâmetros de processo referentes ao modelo 2 correspondentes à secagem convectiva com temperatura de 40 °C.

Amostras	$a$	$b \times 10^8$ $m^2 \text{ min}^{-1}$	$h \times 10^5$ $m \text{ min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
40 °C 40 °Brix	2,3477	1,4735	2,5286	0,690	0,99998
40 °C 60 °Brix	2,0665	1,1731	3,2163	0,781	0,99998
<i>In natura</i>	2,7786	2,5886	2,3098	0,240	0,99999

Os resultados para a temperatura de 60 °C estão sintetizados na Tabela 4.49.

Tabela 4.49: Parâmetros de processo referentes ao modelo 2 correspondentes à secagem convectiva com temperatura de 60 °C.

Amostras	$a$	$b \times 10^8$ $m^2 \text{ min}^{-1}$	$h \times 10^5$ $m \text{ min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
60 °C 40 °Brix	2,6086	2,9257	5,5588	0,4375	0,99998
60 °C 60 °Brix	2,3293	2,6309	8,9035	1,7447	0,99992
<i>In natura</i>	2,7381	3,4517	4,6069	3,9916	0,99987

A Tabela 4.50 apresenta os valores médios das difusividades efetivas de massa para ambas as temperaturas de secagem.

Tabela 4.50: Valores médios da difusividade efetiva de massa para água obtidos a partir das expressões referentes ao modelo 2.

Temperatura	Tratamento osmótico	Difusividade média $\times 10^8$ $(m^2 \text{ min}^{-1})$
40 °C	40 °C 40° Brix	2,5213
	40 °C 60° Brix	1,7831
	<i>In natura</i>	5,4432
60 °C	60 °C 40° Brix	5,6356
	60 °C 60° Brix	4,4653
	<i>In natura</i>	7,1101

Note-se que os valores médios encontrados, considerando-se o encolhimento e a variação da difusividade efetiva da água, são menores do que aqueles encontrados com o modelo 1 (vide Tabelas 4.41 e 4.42). Um resultado similar foi encontrado no estudo feito, neste trabalho, da desidratação osmótica dos paralelepípedos de maçã.

Reitere-se que na estimativa dos parâmetros de processo, inicialmente foram obtidos os dados referentes à geometria unidimensional para o experimento 1 (secagem com temperatura de 40 °C das amostras osmodesidratadas na mesma temperatura com concentração da solução desidratante de 40 °Brix) que foram utilizados como dados iniciais para a estimativa dos parâmetros de processo referente à geometria bidimensional para o mesmo experimento. Posteriormente os dados obtidos para o experimento 1 foram usados como dados iniciais para o experimento 2, repetindo-se o procedimento para os experimentos subsequentes, como descrito no estudo da desidratação osmótica (seção 4.4.2.2). No caso específico da função adotada (índice 15) foram estimados os demais dados para a geometria unidimensional a título de comparação. As Tabelas 4.51 e 4.52 apresentam os resultados obtidos para as temperaturas de secagem de 40 e 60 °C, respectivamente.

Tabela 4.51: Parâmetros de processo obtidos utilizando a geometria unidimensional para a temperatura de secagem de 40 °C.

Amostras	$a$	$b \times 10^8$ $m^2 \text{ min}^{-1}$	$h \times 10^5$ $m \text{ min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
40 °C 40 °Brix	3,2951	2,162	3,727	0,9942	0,99997
40 °C 60 °Brix	3,2367	1,699	4,570	0,9418	0,99997
<i>In natura</i>	3,4404	3,388	3,2030	0,8273	0,99997

Tabela 4.52: Parâmetros de processo obtidos utilizando a geometria unidimensional para a temperatura de secagem de 60 °C.

Amostras	$a$	$b \times 10^8$ $m^2 \text{ min}^{-1}$	$h \times 10^5$ $m \text{ min}^{-1}$	$\chi^2 \times 10^4$	$R^2$
60 °C 40 °Brix	3,4871	4,3086	8,0553	0,799	0,99997
60 °C 60 °Brix	3,5077	4,0020	12,4534	1,763	0,99991
<i>In natura</i>	3,4939	4,7965	6,6012	5,755	0,99981

A Figura 4.84 mostra a superposição dos gráficos das difusividades efetivas de massa para água obtidas pelo processo de otimização para as geometrias uni e bidimensional correspondentes à temperatura de secagem de 40 °C para as amostras osmodesidratadas.

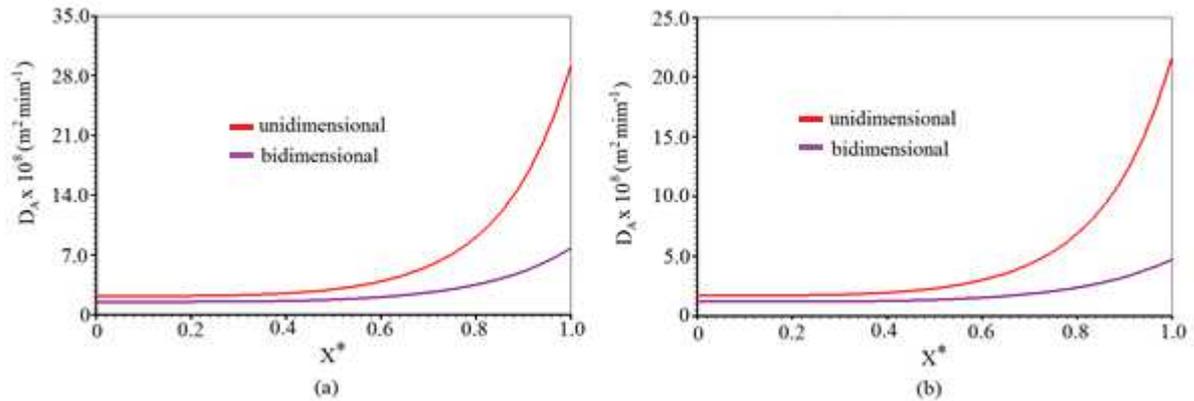


Figura 4.84: Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 40 °C para as amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix e (b) 40 °C 60 °Brix.

A Figura 4.85 mostra a superposição para as amostras *in natura* correspondente à temperatura de secagem de 40 °C.

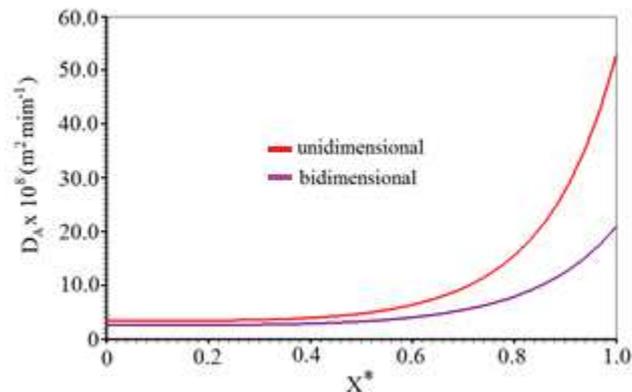


Figura 4.85: Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 40 °C das amostras *in natura*.

A Figura 4.86 apresenta as superposições correspondentes a temperatura de 60 °C para as amostras osmodesidratadas na mesma temperatura.

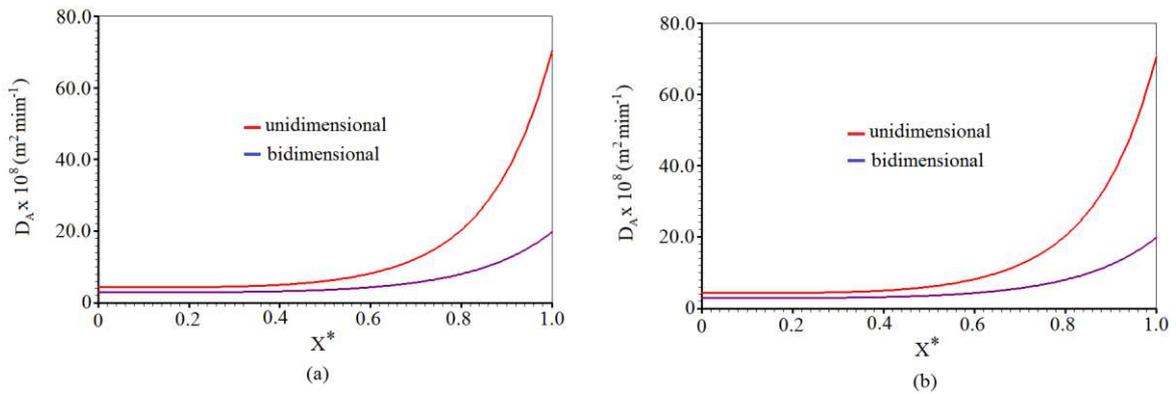


Figura 4.86: Superposição das curva de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 60 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix e (b) 60 °C 60 °Brix.

A Figura 4.87 mostra a superposição das difusividades de água para as amostras *in natura* submetida à secagem com temperatura de 60 °C.

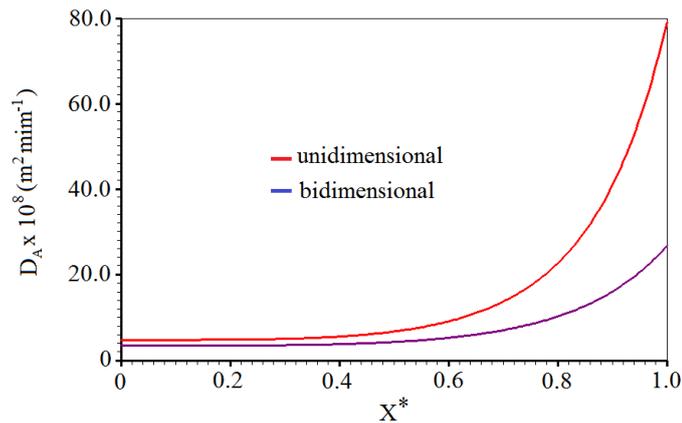


Figura 4.87: Superposição das curvas de difusividades efetivas de massa em função do teor de água local referentes às geometrias uni e bidimensional relativas à secagem convectiva a 60 °C das amostras *in natura*.

Observa-se das Tabela 4.51 e 4.52 e das Figuras 4.84 a 4.87 que, a exemplo do estudo feito para a desidratação osmótica de goiaba, o modelo unidimensional superestima os parâmetros de processo por desprezar os fluxos perpendiculares às quatro menores superfícies

das placas de maçã, como discutido na seção 4.3. Registre-se, no entanto, que o modelo unidimensional apresenta indicadores estatísticos próximos daqueles indicadores encontrados para o modelo bidimensional, além de fornecer dados iniciais consistentes para geometrias mais complexas, como foi usado nesta pesquisa. Apresenta, contudo, limitações em relação à predição das distribuições de teor de água nas amostras de maçã, como descrito na seção 4.3.

Com os dados das Tabelas 4.44, 4.45, 4.48 e 4.49, as cinéticas de secagem foram simuladas usando-se o modelo 2. A Figura 4.88 apresenta as superposições entre os dados experimentais e os resultados simulados referentes à secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas, na mesma temperatura, em soluções de sacarose com concentrações de 40 e 60 °Brix.

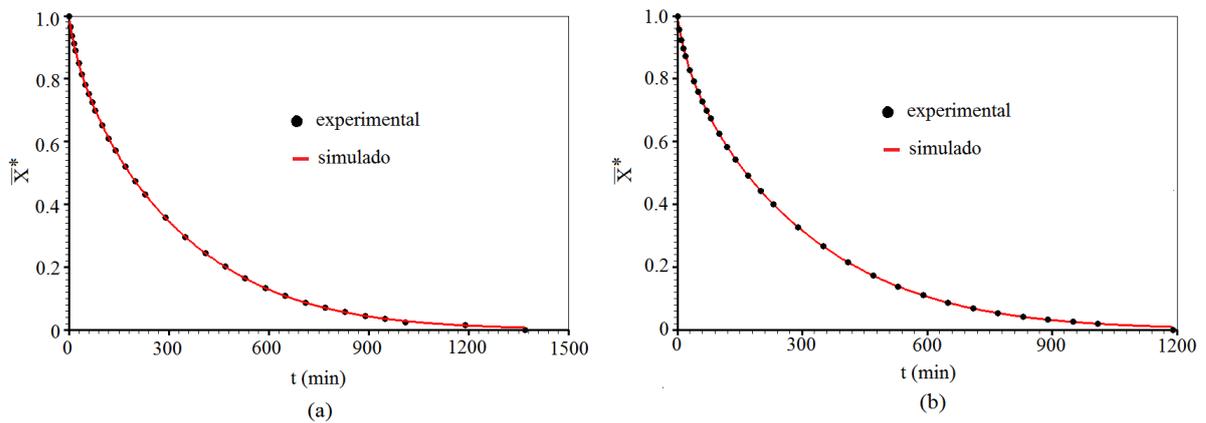


Figura 4.88: Cinética de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 2.

A superposição referente à secagem a 40 °C das amostras *in natura* encontra-se na Figura 4.89.

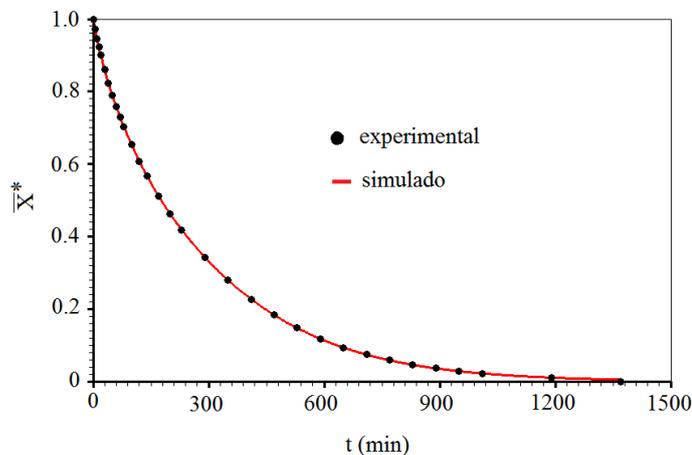


Figura 4.89: Cinética de secagem a 40 °C das amostras *in natura* obtida usando-se o modelo 2.

A Figura 4.90 mostra as superposições entre os dados simulados e os experimentais referentes à secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C em soluções de sacarose com concentrações de 40 e 60 °Brix.

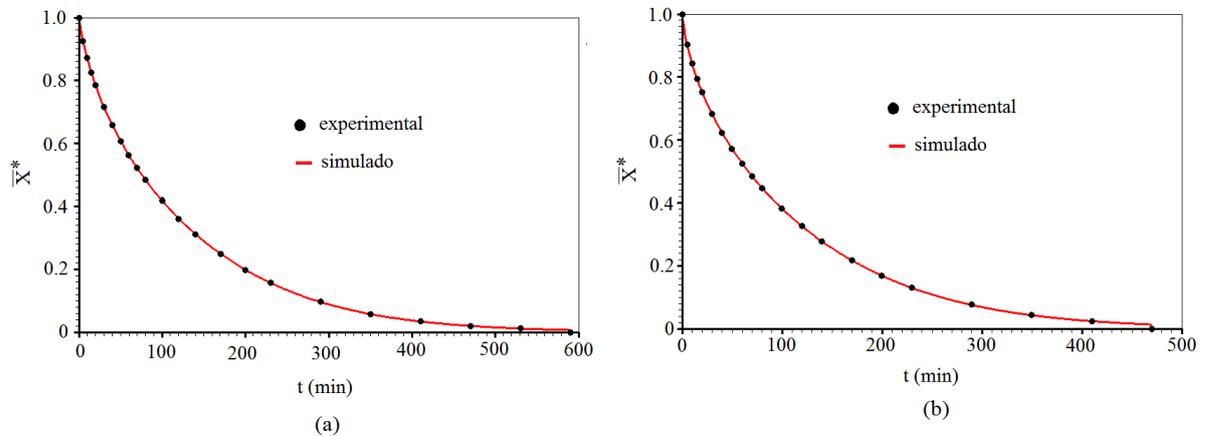


Figura 4.90: Cinética de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C em soluções de sacarose com concentração de (a) 40 °Brix e (b) 60 °Brix obtidas usando-se o modelo 2.

A superposição correspondente à secagem das amostras *in natura* com temperatura de secagem de 60 °C encontra-se na Figura 4.91.

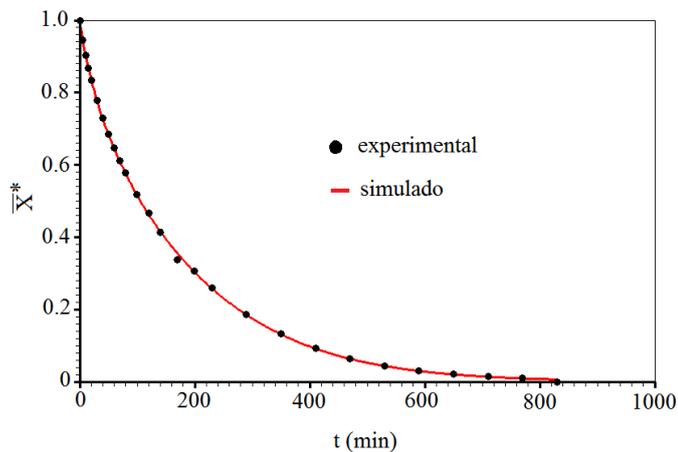


Figura 4.91: Cinética de secagem a 60 °C das amostras *in natura* obtida usando-se o modelo 2.

Observando-se as Tabelas de 4.48 e 4.49 e as Figuras de 4.88 a 4.91 percebe-se

que o modelo 2 descreve adequadamente as cinéticas de secagem de maçã osmodesidratadas e *in natura*. A seção seguinte apresenta uma comparação mais detalhada entre os dois modelos propostos.

#### 4.5.4 Comparação entre os modelos 1 e 2

A exemplo do que se obteve no estudo da desidratação osmótica, percebe-se que os modelos 1 e 2, referentes à secagem convectiva, são equivalentes no que diz respeito ao ajuste das curvas simuladas aos dados experimentais, como atestam os indicadores estatísticos apresentados nas Tabelas 4.41, 4.42, 4.48 e 4.49. Há, no entanto, uma discreta melhora nos indicadores estatísticos correspondentes ao modelo 2, em relação aos indicadores referentes ao modelo 1 (sobretudo no  $\chi^2$ ) para todos os experimentos de secagem.

A Figura 4.92 apresenta a superposição das cinéticas de secagem a 40 °C, obtidas usando-se os dois modelos, para as amostras osmodesidratadas a 40 °C com concentrações do meio desidratante de 40 e 60 °Brix.

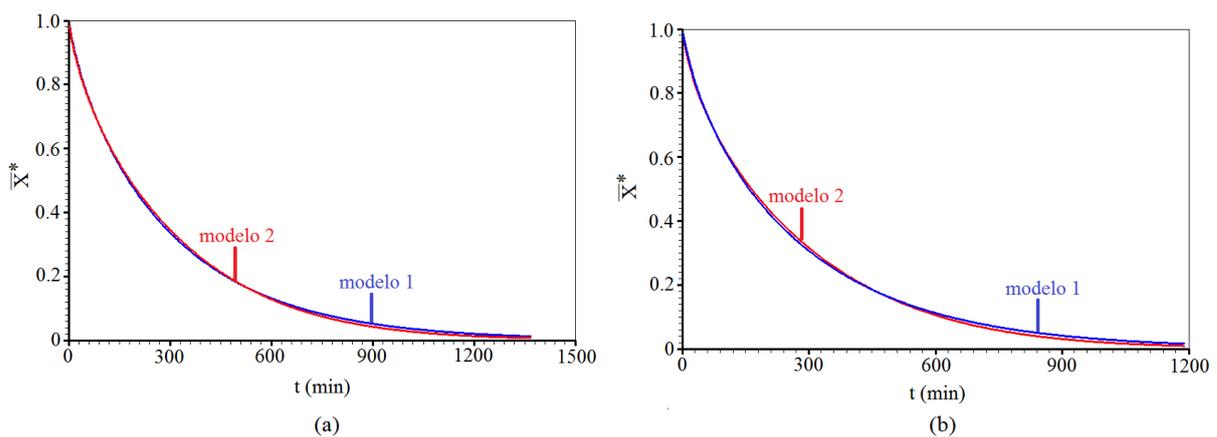


Figura 4.92: Superposição entre as cinéticas de secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 40 °C 40 °Brix e (b) 40 °C 60 °Brix, obtidas usando-se os modelos 1 e 2.

A superposição correspondente à secagem convectiva com temperatura de 40 °C das amostras *in natura* encontra-se na Figura 4.93.

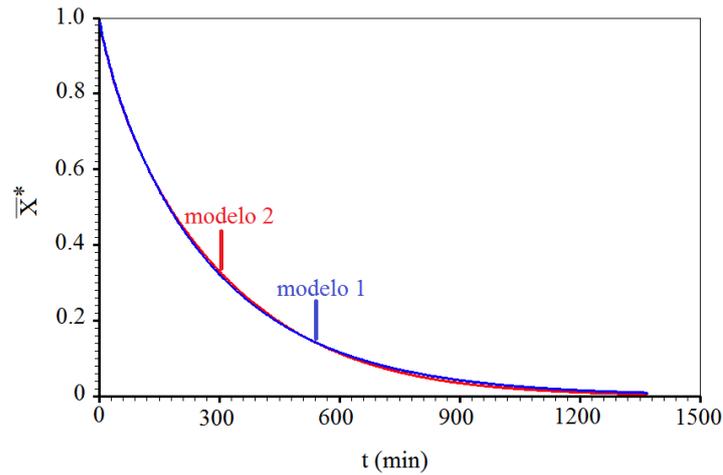


Figura 4.93: Superposição entre as cinéticas de secagem a 40 °C das amostras *in natura* usando-se os modelos 1 e 2.

A Figura 4.94 mostra as superposições das cinéticas de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas, na mesma temperatura, em soluções de sacarose com concentrações de 40 e 60 °Brix.

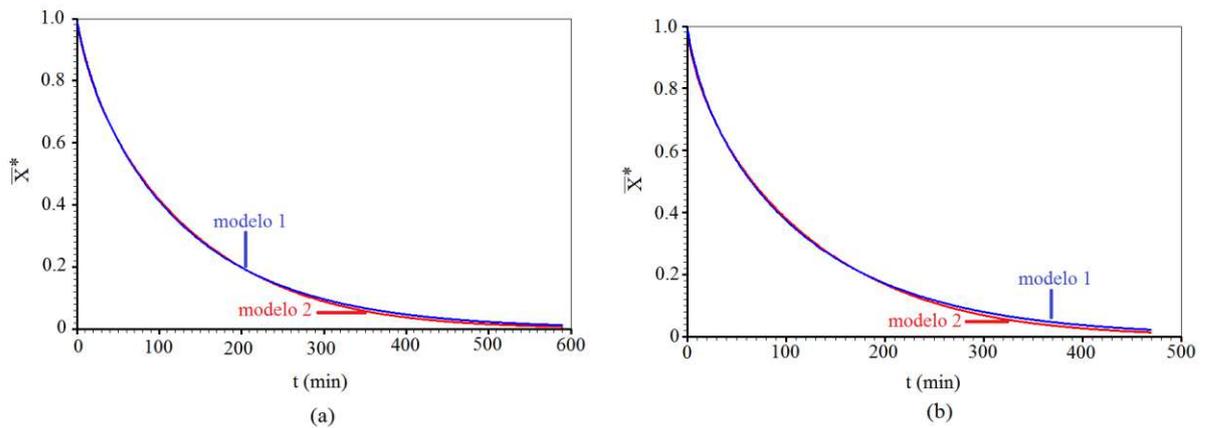


Figura 4.94: Superposição entre as cinéticas de secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a (a) 60 °C 40 °Brix e (b) 60 °C 60 °Brix, obtidas usando-se os modelos 1 e 2.

A superposição das cinéticas de secagem usando-se a temperaturas de 60 °C referente às amostras *in natura* encontra-se na Figura 4.95.

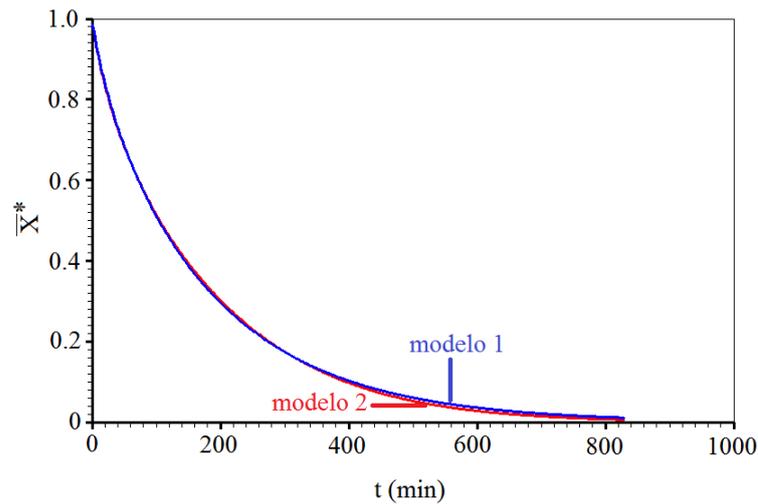


Figura 4.95: Superposição entre as cinéticas de secagem a 60 °C das amostras *in natura* usando-se os modelos 1 e 2.

As Figuras de 4.92 a 4.95 confirmam a equivalência entre os modelos 1 e 2. Contudo ressalte-se que, com o modelo 2, obtém-se melhores indicadores estatísticos com maior adequação física, a exemplo do que se deu no estudo da desidratação osmótica de maçã desenvolvido na seção 4.4. Com efeito, a título de exemplo, no final dos experimentos de secagem com a temperatura de 40 °C, os valores aproximados dos percentuais das dimensões  $L_x$  e  $L_y$ , nesta ordem, em relação aos respectivos valores iniciais, foram de 47% e 36%, 46% e 31% e 56% e 49% para as amostras osmodesidratadas a 40 °C 40° Brix, 40 °C 60° Brix e *in natura*, respectivamente. Esses valores deixam claro que desprezar o encolhimento, significa afastar-se da realidade física do fenômeno. Neste sentido, os resultados e discussões na seção 4.5.5 têm por base esse modelo 2.

#### 4.5.5 Resultados adicionais e discussões

Usando-se o modelo 2 foram obtidas as superposições das cinéticas de secagem convectivas usando as temperatura do ar de secagem de 40 e 60 °C, para as amostras osmodesidratadas e *in natura* (Figura 4.96).

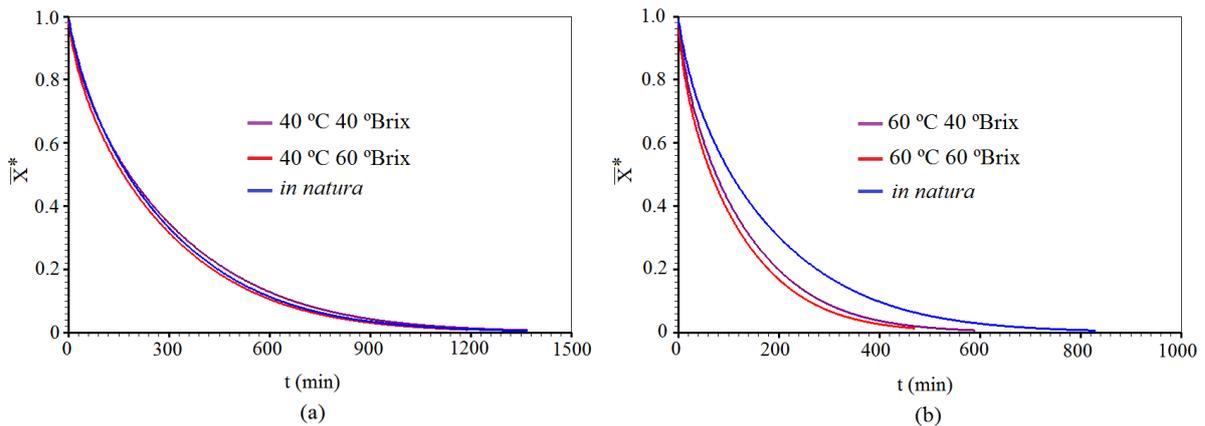


Figura 4.96: Superposições das cinéticas de secagem das amostras de maçã osmodesidratadas e *in natura*, para as temperaturas de secagem de (a) 40 °C e (b) 60 °C.

Registre-se que na Figura 4.96 têm-se as cinéticas referentes aos teores de água adimensionais médios e que os teores de água iniciais e de equilíbrio, em base seca, são diferentes para as amostras osmodesidratadas e *in natura*.

Observe-se que, em ambas as temperaturas, as amostras pré-tratadas com concentração de 60 °Brix tendem para o equilíbrio mais rapidamente do que as demais no decorrer de todo experimento, sobretudo para a temperatura de 60 °C. Por outro lado, embora o teor de água das amostras *in natura*, seja significativamente superior ao das amostras osmodesidratadas, percebe-se que o teor de equilíbrio é atingido de forma praticamente equivalente para todas as amostras em relação à temperatura de 40 °C. No que se refere à temperatura de 60 °C as amostras *in natura* tendem para o equilíbrio mais lentamente do que as amostras osmodesidratadas. Esse fato não contradiz os valores obtidos para as difusividades médias relativas à água das amostras *in natura* (em ambas as temperaturas) que foram consideravelmente superiores aos correspondentes às amostras pré-tratadas, tendo em vista que os teores de água iniciais das amostras *in natura* são significativamente superiores aqueles teores das amostras osmodesidratadas.

A modelagem matemática do processo de secagem convectiva das amostras de maçã, *in natura* e osmodesidratadas, por meio de um modelo difusivo, permite a predição das distribuições de teor de água nas amostras de maçã em instantes específicos. Para isso, foi

considerada, na simulação, uma malha com 33 x 33 volumes de controle, sem simetria, e 2000 estepes de tempo.

A Figura 4.97 apresenta as distribuições de teor de água, após uma hora do início do experimento de secagem convectiva usando a temperatura de 40 °C, para as amostras osmodesidratadas e *in natura*.

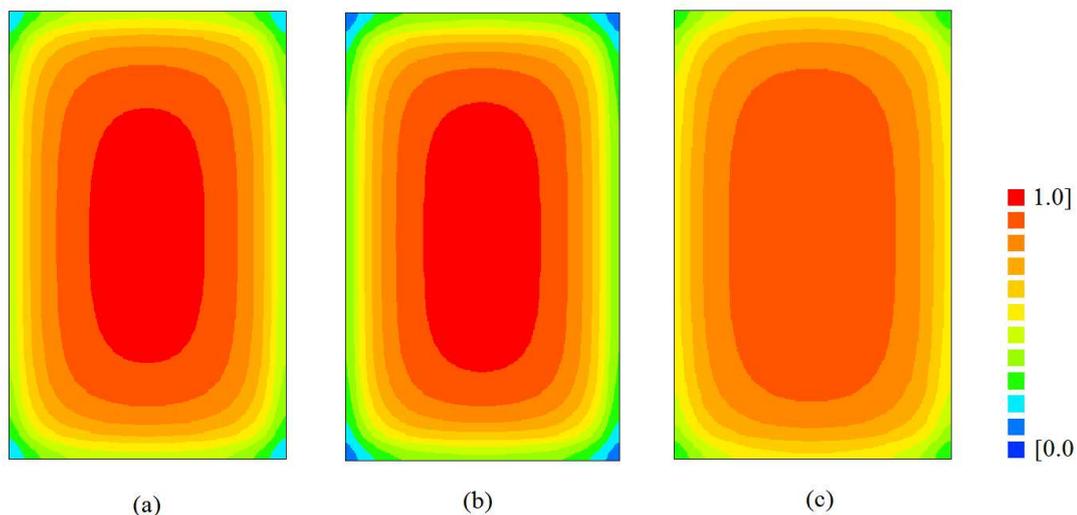


Figura 4.97: Distribuição de teor de água após uma hora do início do experimento de secagem a 40 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix, de (b) 60 °Brix e (c) *in natura*.

Observa-se da Figura 4.97 que os teores de água são maiores no interior das amostras e diminuem do centro para a fronteira, como se espera em um processo de secagem. Nota-se, ainda, que os cantos das amostras secam mais rapidamente, atingindo níveis de teor de água próximos do valor de equilíbrio para a amostra desidratada em solução com concentração de 60 °Brix, já na primeira hora do início do processo. Por outro lado, os centros das amostras secam mais lentamente apresentando os maiores níveis de teor de água para todas as amostras. Esse entendimento é confirmado pela análise dos teores de água no volume de controle VC(17,17) correspondente ao centro das amostras (vide Figura 4.57) e no volume de controle VC(1,1) correspondente ao canto inferior esquerdo (sudeste), como mostra a Figura 4.98.

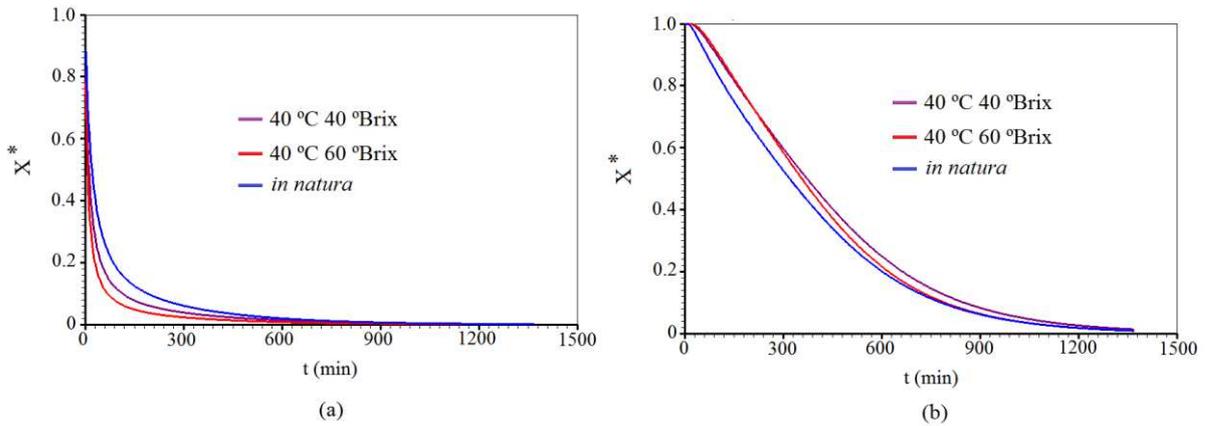


Figura 4.98: Evolução no tempo dos teores de água nos volumes de controle (a) sudoeste e (b) central das amostras submetida à secagem convectiva a 40 °C.

Percebe-se a coerência entre as Figuras 4.97 e 4.98, tendo em vista que, na primeira hora, os cantos da placa têm níveis mais próximos do equilíbrio nas amostras pré-tratada em solução com concentração de 60 °Brix, seguidas das amostras tratadas com concentração de 40 °Brix e das amostras *in natura*. Por outro lado, na primeira hora, observa-se que, no centro das amostras osmodesidratadas, os teores de água estão próximos do teor de água inicial, enquanto que nas amostras *in natura* são perceptivelmente inferiores.

Uma análise similar pode ser feita para as distribuições de água nas placas de maçã transcorridas quatro horas após o início da secagem convectiva a 40 °C. A Figura 4.99 exhibe essas distribuições.

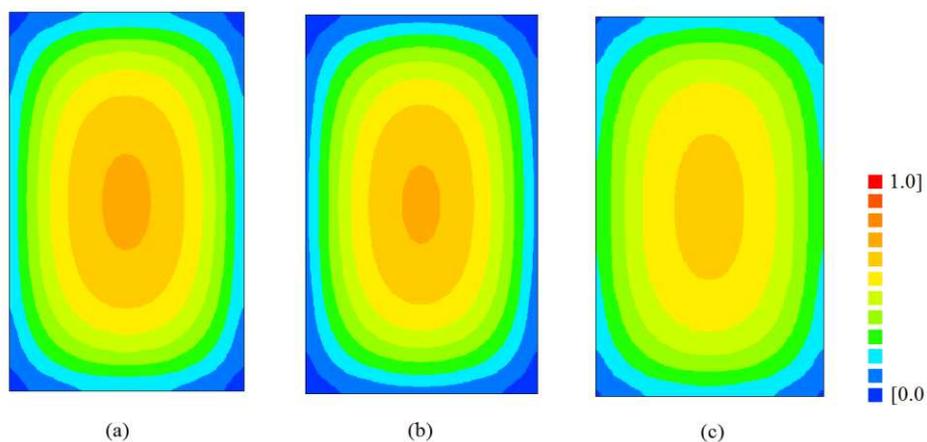


Figura 4.99: Distribuição de teor de água após quatro horas do início do experimento de secagem a 40 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix, de (b) 60 °Brix e (c) *in natura*.

Observe-se que, em todos os casos, uma porção maior das amostras de maçã já se encontra com teores de água próximos ou iguais aos teores de equilíbrio.

A Figura 4.100 apresenta as distribuições de teores de água para as amostras osmodesidratadas e *in natura* nas quatro primeiras horas da secagem convectiva com temperatura do ar de secagem de 60 °C.

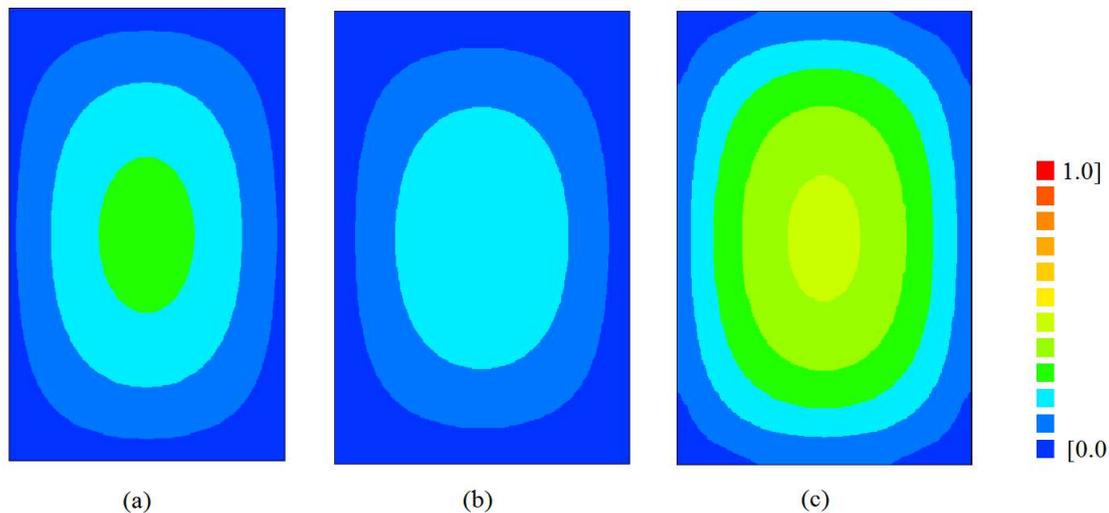


Figura 4.100: Distribuição de teor de água após quatro horas do início do experimento de secagem a 60 °C para as amostras de maçã osmodesidratadas em soluções com concentrações de (a) 40 °Brix, (b) 60 °Brix e (c) *in natura*.

Observa-se facilmente da Figura 4.100 que uma área considerável das amostras de maçã já se encontra com teores de água próximo ou igual ao teor de equilíbrio, sobretudo para as amostras osmodesidratadas. A Figura 4.101 apresenta as evoluções dos teores de água nos volumes de controle VC(1,1) e VC(33,1) correspondentes ao canto inferior esquerdo das amostras (sudoeste) e ao ponto médio próximo do contorno leste das amostras, respectivamente.

Comparando-se as Figuras 4.100 e 4.101 percebe-se que os teores de equilíbrio, nos volumes de controle destacados, são atingidos mais rapidamente nas amostras tratadas em solução com concentração de 60 °Brix, seguida das amostras tratadas a 40 °Brix e, por fim, para as amostras *in natura*. Ressalte-se que esses volumes de controle situam-se próximos dos contornos das amostras, e a ordem em que os valores de equilíbrio são atingidos é a mesma dos valores decrescentes dos coeficientes de transferência convectiva de massa encontrados por otimização. Um comportamento similar pode ser observado na secagem utilizando a temperatura de 40 °C. Esse fato é consistente, haja vista que um maior valor do coeficiente de

transferência convectiva implica numa menor resistência ao fluxo de água na superfície do produto.

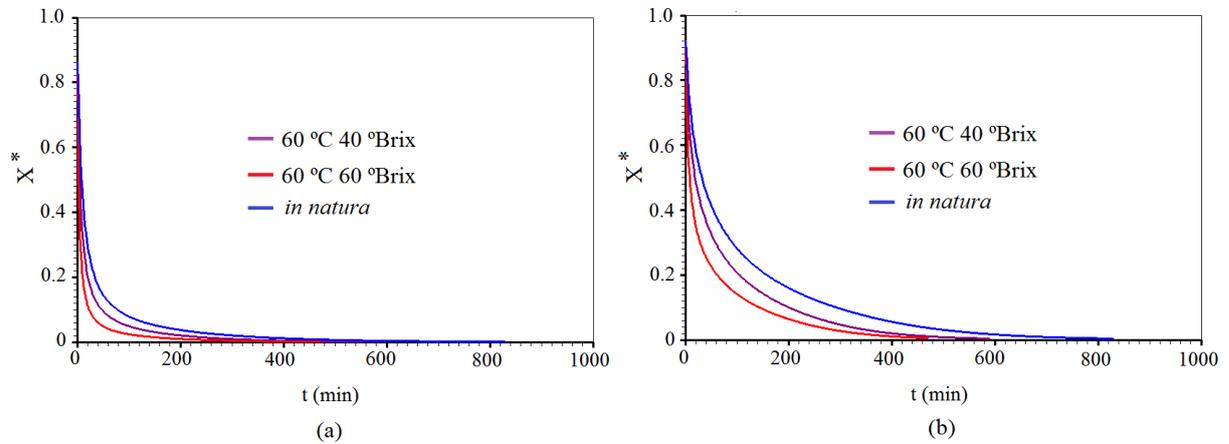


Figura 4.101: Evolução dos teores de água após quatro horas do início da secagem convectiva a 60 °C nos volumes de controle (a) VC(1,1) e (b) VC(33,17).

Analisando-se a Figura 4.101 vê-se que no volume VC(1,1) os teores de água tendem ao valor de equilíbrio mais rapidamente do que nos volumes de controle VC(33,17) em todas as amostras. Esse fato é consistente, tendo em vista que o volume de controle VC(1,1) faz contato com o meio externo a oeste e a sul, enquanto o volume de controle VC(33,17) faz contato com o meio externo apenas a leste.

Analisando-se conjuntamente os experimentos de desidratação osmótica e secagem convectiva complementar dos paralelepípedos de maçã, pode-se afirmar que o tempo total de processo é substancialmente longo, sobretudo quando se compara com os tempos gastos nas secagens das amostras *in natura* que se submeteram apenas ao processo de secagem. Há que se observar, no entanto, que, como destacado no estudo da desidratação osmótica, as maiores taxas de transferência de massa ocorrem nas primeiras horas do experimento de desidratação osmótica. Neste sentido, as amostras submetidas à desidratação osmótica podem ser levadas à secagem convectiva antes de atingirem o equilíbrio no processo osmótico e, com isso, diminuir o tempo total do processo. Nesta perspectiva, Aminzadeh et al. (2012) atestaram que a desidratação osmótica de melão reduziu o tempo total do processo de desidratação osmótica seguida de secagem convectiva em 6,8 horas, considerando-se um tempo de imersão de 4 horas.

Neste aspecto, a modelagem matemática adotada nesta pesquisa é importante por

oferecer subsídios adequados para as tomadas de decisão em relação à produção de alimentos usando os dois processos estudados no presente trabalho.

Observe-se que, na secagem com temperatura de 60 °C, as amostras osmodesidratadas obtiveram tempos de secagem substancialmente inferiores em relação ao tempo correspondente às amostras *in natura*. Com efeito, para as amostras *in natura* o secador permaneceu ligado por aproximadamente 14 horas, enquanto que para as amostras osmodesidratadas a 40 °Brix e 60 °Brix, esse tempo foi reduzido para aproximadamente 10 e 8 horas, respectivamente.

Mesmo em relação à secagem com a temperatura de 40 °C, no qual os tempos são praticamente os mesmos, há que se considerar outras características do produto, como qualidades organolépticas, dentre outras que fazem da desidratação osmótica uma opção viável.

# Capítulo 5 – Conclusões

Diante dos resultados expostos no Capítulo 4, algumas conclusões podem ser elencadas com base nos resultados experimentais obtidos, assim como em relação às simulações e estimativas de parâmetros de processo referentes aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba e de maçã e da secagem complementar de maçã, dentre outros aspectos.

## 5.1. Conclusões

A presente pesquisa diz respeito ao estudo da desidratação osmótica de goiaba e da desidratação osmótica seguida de secagem convectiva de paralelepípedos de maçã através do uso de soluções numéricas da equação de difusão, em coordenadas retangulares, em placas infinitas e finitas, com condição de contorno do terceiro tipo. Para tanto, foi criado programas computacionais na linguagem FORTRAN que propicia a obtenção de tais soluções, assim como permite a estimativa dos parâmetros de processo por meio de otimização.

No Capítulo 4 apresentaram-se os resultados e discussões atinentes às simulações e estimativas de parâmetros que, em síntese, permitem as seguintes conclusões:

- Admitindo-se difusividade efetiva de massa constante, assim como o coeficiente de transferência convectiva de massa e as dimensões do produto, os programas foram validados, em ambas as geometrias, por meio de soluções analíticas da equação de difusão, em coordenadas cartesianas, com condição de contorno de primeiro e de terceiro tipos apresentando boa concordância;
- Os testes de consistência e de coerência demonstraram a adequação física da modelagem matemática e dos códigos correspondentes para ambas as geometrias;
- O uso da simetria, como forma de validação, assim como meio para a redução do tempo de processamento e para a economia de memória, mostrou-se adequado para ambas as geometrias;

- Os programas desenvolvidos, de acordo com os testes conduzidos, apresentam-se como ferramentas adequadas para o estudo da desidratação osmótica e da secagem convectiva de frutas, assim como para a análise de outros problemas difusivos, por meio de soluções numéricas da equação de difusão, em coordenadas retangulares, com geometrias uni e bidimensional com condição de contorno do primeiro e do terceiro tipos.
- As metodologias experimentais apresentadas na seção 3.3.4.2, para a desidratação osmótica, e a apresentada na seção 3.3.5.1, para a secagem convectiva, mostraram-se adequadas para o acompanhamento das respectivas cinéticas.
- Para a estimativa dos parâmetros de processo relativos aos fenômenos físicos estudados neste trabalho, por meio de modelos de difusão, foi desenvolvido um otimizador que tem por base o método inverso. Os testes de validação feitos na seção 4.2, permitem concluir que o algoritmo de otimização proposto mostra-se adequado ao fim a que se destina, configurando-se como uma importante e complementar ferramenta para o estudo da desidratação osmótica e secagem convectiva de frutas, por meio de modelos difusivos.
- Os resultados obtidos para as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose referentes à desidratação osmótica de goiaba foram condizentes com a literatura.
- Os modelos propostos para a análise da desidratação osmótica de goiaba mostraram-se adequados para tal estudo, com destaque para o modelo 2 que, além de apresentar bons indicadores estatísticos, apresenta melhor adequação física com o fenômeno estudado.
- Os valores dos parâmetros de processo referentes à desidratação osmótica de goiaba foram condizentes com a literatura, sendo que para o modelo unidimensional proposto verificou-se que há uma superestimativa dos parâmetros quando comparados com aqueles estimados usando-se o modelo bidimensional.

- A temperatura e o nível de concentração das soluções utilizadas na desidratação osmótica de goiaba influenciaram as respectivas cinéticas de forma discreta em relação à sacarose e de forma mais significativa em relação à água.
- Os modelos de difusão apresentados para o estudo da desidratação osmótica de maçã demonstraram boa acuidade na simulação e na estimativa de parâmetros referentes a esse processo. Ambos os modelos demonstraram a adequação da condição de contorno de terceiro tipo no estudo do fenômeno o que proporcionou estimar os coeficientes de transferência convectiva e, com isso, atestar que há, de fato, uma resistência na superfície do produto em relação aos fluxos de massa de água e de sacarose. Os números de Biot calculados para o modelo 1 confirmam esse entendimento.
- Os parâmetros de processo estimados para os experimentos de desidratação osmótica de maçã mostraram-se consistentes com a literatura.
- Os níveis de temperatura e de concentração da solução desidratante apresentaram influência significativa nos valores dos parâmetros de processo referentes à desidratação osmótica de maçã.
- Mantida a concentração da solução desidratante constante, o aumento na temperatura favoreceu a perda de água e a captação de sólidos por parte das amostras de maçã.
- Mantida a temperatura de operação constante, o aumento na concentração da solução desidratante favoreceu a perda de água e a captação de sólidos na desidratação osmótica de maçã.
- Os modelos difusivos propostos para o estudo da secagem convectiva de maçã, sobretudo os bidimensionais, mostraram-se adequados para a simulação e estimativa dos parâmetros de processo relativos a esse experimento. O modelo 2 proporcionou uma melhora discreta nos indicadores estatísticos, além de dispor de uma melhor adequação física, por considerar o encolhimento inerente à secagem e a variação dos parâmetros de processo.

- Os parâmetros de processo correspondentes à secagem convectiva de maçã foram consistentes, apresentando consonância com a literatura. Atestou-se que o modelo unidimensional superestima tais parâmetros em relação ao modelo bidimensional.
- Os modelos difusivos propostos (sobretudo os bidimensionais) permitiram a predição das distribuições de água e de sacarose no processo de desidratação osmótica, e de água no processo de secagem complementar, além da análise de valores locais das quantidades de água e de sacarose em volumes de controles específicos, como forma de confirmar os demais resultados obtidos.
- A presente pesquisa apresenta contribuições significativas no estudo da desidratação osmótica de maçã e de goiaba e da secagem convectiva de maçã permitindo, através da modelagem matemática e dos programas computacionais desenvolvidos, que se obtenha detalhes das cinéticas próprias desses processos, assim como das distribuições das grandezas de interesse no interior das amostras, levando em conta o encolhimento inerente aos processos estudados, além da variação da difusividade efetiva de massa para água e para a sacarose no transcurso da desidratação osmótica, e da difusividade efetiva para água no decorrer do processo de secagem. Tais informações, dentre outras, propiciam uma análise e uma avaliação adequada dos processos estudados com o intuito de aprimorá-los e usá-los de forma racional evitando-se inconsistências e desperdícios que, em última análise, minimizam os custos e dão melhores subsídios para a determinação das melhores condições de operação dos processos estudados de acordo com os fins que se pretende dar ao produto final.

## 5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Tendo em vista que a presente pesquisa configura-se como uma contribuição para o estudo dos processos de desidratação osmótica e de secagem convectiva de frutas, sugerem-se alguns tópicos complementares que podem ser objeto de trabalhos futuros, a saber:

- Estudo, por meios de modelos difusivos bidimensionais, da desidratação osmótica de maçã e de goiaba com revestimentos comestíveis, como

forma de minorar a captação de sólidos.

- Estudo da desidratação osmótica de paralelepípedos de maçã utilizando-se geometria tridimensional de modo a contemplar os fluxos mássicos em todas as superfícies dos paralelepípedos permitindo a análise da influência desses fluxos nas cinéticas de difusão de massa, assim como nas estimativas dos parâmetros de processo.
- Estudo da desidratação osmótica de maçã e de goiaba usando-se cortes e geometrias mais complexas como forma de analisar os efeitos da escolha da geometria nas cinéticas e na estimativa dos parâmetros de processo.

## Referências

Abbasi. B. S.; Ghavami M.; Tondro H. **Correction of moisture and sucrose effective diffusivities for shrinkage during osmotic dehydration of apple in sucrose solution.** Food and bioproducts processing, v. 92, p. 1–8, 2014.

ABPM – Associação Brasileira de Produtores de Maçã. **Brazilian Apples Growers and Exporters.** Disponível em: <http://www.brazilianappleexporters.com/>, acesso em 26 de março de 2014.

Alam M. S.; Amarjit S.; Sawhney B. K. **Response surface optimization of osmotic dehydration process for aonla slices.** J Food Sci Technol, v. 47(1), p. 47–54, 2010.

Amami, E; Vorobiev E.; Kechaou N. **Modelling of mass transfer during osmotic dehydration of apple tissue pre-treated by pulsed electric field.** LWT, v. 39, p. 1014–1021, 2006.

Amami, E; Fersi, A; Vorobiev E.; Kechaou N. **Osmotic dehydration of carrot tissue enhanced by pulsed electric field, salt and centrifugal force.** Journal of Food Engineering, v. 83, p. 605–613, 2007.

Amarante, C.V.T.; Argenta, L.C; Basso, C.; Suzuki, A. **Composição mineral de maçãs 'Gala' e 'Fuji' produzidas no Sul do Brasil.** Pesq. agropec. bras., Brasília, v.47, n.4, p.550-560, 2012.

Aminzadeh, R.; Sargolzaei, J.; Abarzani, M. **Preserving melons by osmotic dehydration in a ternary system followed by air-drying.** Food Bioprocess Technol, v. 5, p. 1305–1316, 2012.

Arballo, J.R.; Bambicha, R.R.; Campañone L.A.; Agnelli, M.E.; Mascheroni, R.H. **Mass transfer kinetics and regression-desirability optimization during osmotic dehydration of pumpkin, kiwi and pear.** International Journal of Food Science and Technology, v. 47, p. 306–314, 2012.

- Azoubel, P.M.; Baima, M.A.M.; Amorim, M.R.; Oliveira, S.S.B. **Effect of ultrasound on banana cv Pacovan drying kinetics**. *Journal of Food Engineering*, v. 97, p. 194–198, 2010.
- Barbosa Júnior., J.L.; Mancini, M.C.; Hubinger, M.D. **Mass transfer kinetics and mathematical modelling of the osmotic dehydration of orange-fleshed honeydew melon in corn syrup and sucrose solutions**. *International Journal of Food Science and Technology*, v. 48, p. 2463–2473, 2013.
- Bchir B.; Besbes, S.; Karoui, R.; Paquot, M.; Attia, H.; Blecker, C. **Osmotic dehydration kinetics of pomegranate seeds using date juice as an immersion solution base**. *Food Bioprocess Technol*, v. 5, p. 999–1009, 2012.
- Bellary, A.N. Rastogi, N.K. **Effect of hypotonic and hypertonic solutions on impregnation of curcuminoids in coconut slices**. *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, v. 16, p. 33–40, 2012.
- Bevington, P. R.; Robinson, D. K. **Data reduction and error analysis for the Physical Sciences**. Second ed., WCB/McGraw-Hill, Boston, (1992).
- Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. **Transport phenomena**. 2nd Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 912 p.
- Chabbouh, M.; Ahmed, S.B.H.; Farhat, A.; Sahli, A.; Bellagha, S. **Studies on the salting step of Tunisian kaddid meat: experimental kinetics, modeling and quality**. *Food Bioprocess Technol*, v.5, p. 1882–1895, 2012.
- Chavan, U.D.; Amarowicz, R. **Osmotic dehydration process for preservation of fruits and vegetables**. *Journal of Food Research*, v. 1, p. 2012.
- Chitarra, M.I.F.; Chitarra, A.B. **Pós-colheita de frutas e hortaliças – glossário**. UFLA 2006, 256 p.

Conceição, S.M.A.; Corrêa, J. L. G.; Silva, Z. E. **Application of inverse methods in the osmotic dehydration of acerola**. *International Journal of Food Science & Technology*, v. 45(12), p. 2477-2484, 2010.

Corrêa, J.L.G.; Pereira, L.M.; Vieira, G.S.; Hubinger, M.D. **Mass transfer kinetics of pulsed vacuum osmotic dehydration of guavas**. *Journal of Food Engineering*, v. 96, p. 498–504, 2010.

Corzo, O.; Bracho, N. **Application of Weibull distribution model to describe the vacuum pulse osmotic dehydration of sardine sheets**. *LWT* v.41, p. 1108–1115, 2008.

Crank, J. **The mathematics of diffusion**. Oxford Science Publications, New York 1992, 414 p.

Da Silva, L.D. **Técnicas analíticas e numéricas para a secagem de sólidos na forma de paralelepípedo: uma abordagem tridimensional**. Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2012, 182 p.

Derossi, A.; De Pilli, T.; Severini C.; McCarthy, M.J. **Mass transfer during osmotic dehydration of apples**. *Journal of Food Engineering*, v. 86, p. 519 –528, 2008.

Derossi, A.; Severini C.; Del Mastro A.; De Pilli T. **Study and optimization of osmotic dehydration of cherry tomatoes in complex solution by response surface methodology and desirability approach**. *Food Science and Technology* v. 60, p. 641– 648, 2015.

Diamante, L.M.; Yamaguchi, Y. **Response surface methodology optimization of dried apple-blackcurrant cubes**. *Journal of Food Processing and Preservation*, v. 37, 1084–1093, 2013.

Doymaz, I.; Pala; M. **The effects of dipping pretreatments on air-drying rates of the seedless grapes**. *Journal of Food Engineering*, v. 52, p. 413–417, 2002.

- El-Aouar, Â. A.; Moreira, P.; Barbosa Jr, J. L.; Murr, F.E.X. **Influence of the osmotic agent on the osmotic dehydration of papaya (*Carica papaya* L.)**. Journal of Food Engineering, v. 75, p. 267–274, 2006.
- Eren, I.; Kaymak-Ertekin, F. **Optimization of osmotic dehydration of potato using response surface methodology**. Journal of Food Engineering, v.79, p. 344–352, 2007.
- Falade, K.O.; Igbeka, J.C.; Ayanwuyi, F.A. **Kinetics of mass transfer, and colour changes during osmotic dehydration of watermelon**. Journal of Food Engineering, v. 80, p. 979–985, 2007.
- FAO – Food and Agriculture Organization of The United Nations. **Statistics division** (2015). Disponível em <http://faostat3.fao.org/download/Q/QC/E>, acessado em 04/08/2015.
- Farias, R.P. **Secagem de banana em estufa: efeitos térmicos e geométricos**. Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2011, 136 p.
- Farias, V.S.O. **Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2011, 265 p.
- Fathi, M.; Mohebbi, M.; Razavi, S.M.A. **Effect of osmotic dehydration and air drying on physicochemical properties of dried kiwifruit and modeling of dehydration process using neural network and genetic algorithm**. Food Bioprocess Technol, v.4, p. 1519–1526, 2011.
- Fernandes, F.A.N.; Rodrigues, S.; Gaspareto, O.C.P.; Oliveira, E.L. **Optimization of osmotic dehydration of bananas followed by air-drying**. Journal of Food Engineering, v. 77, 188–193, 2006.

- Fernando, W.J.N.; Low, H.C.; Ahmad A.L. **Dependence of the effective diffusion coefficient of moisture with thickness and temperature in convective drying of sliced materials. A study on slices of banana, cassava and pumpkin.** Journal of Food Engineering, v. 102, p. 310–316, 2011.
- Ferrari, C.C.; Arballo, J.R.; Mascheroni, R.H.; Hubinger, M.D. **Modelling of mass transfer and texture evaluation during osmotic dehydration of melon under vacuum.** International Journal of Food Science and Technology, v. 46, p. 436–443, 2011.
- Fioravanço, J.C. **Maçã brasileira: da importação à auto-suficiência e exportação - a tecnologia como fator determinante.** Informações Econômicas, SP, v.39, n.3, 2009.
- Fioreze, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos.** João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004, 229 p.
- Fito, P., Chiralt, A. **An approach to the modeling of solid food-liquid operations: application to osmotic dehydration.** In: Fito, P., Ortega-Rodriguez, E., Barbosa-Canovas, G. (Eds.), Food Engineering 2000. Chapman and Hall, New York, p. 231–252, 1997.
- Ganjloo, A.; Rahman, R.A.; Bakar Jamilah, O.; Azizah, B.M. **Kinetics modeling of mass transfer using Peleg's equation during osmotic dehydration of seedless guava (*Psidium guajava* L.): effect of process parameters.** Food Bioprocess Technol, v. 5, p. 2151–2159, 2012.
- Garcia, C. C.; Mauro, M. A.; Kimura, M. **Kinetics of osmotic dehydration and air-drying of pumpkins (*Cucurbita moschata*).** Journal of Food Engineering, v. 82(3), p. 284-291, 2007.
- García-Martínez, E.; Martínez-Monzó, J.; Camacho, M.M.; Martínez-Navarrete, N. **Characterisation of reused osmotic solution as ingredient in new product formulation.** Food Research International, v.35, p. 307–313, 2002.

Garcia-Noguera, J.; Oliveira, F.I.P.; Weller, C.L.; Rodrigues, S.; Fernandes, F.A.N. **Effect of ultrasonic and osmotic dehydration pre-treatments on the colour of freeze dried strawberries.** J Food Sci Technol, 2012.

Giovanelli, G.; Brambilla, A; Sinelli, N. **Effects of osmo-air dehydration treatments on chemical, antioxidant and morphological characteristics of blueberries.** Food Science and Technology, v. 54, p. 577-584, 2013.

Goula, A.M.; Lazarides, H.N. **Modeling of mass and heat transfer during combined processes of osmotic dehydration and freezing (Osmo-Dehydro-Freezing).** Chemical Engineering Science, v. 82, p. 52–61, 2012.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – PAM – **Produção agrícola municipal – culturas temporárias e permanentes**, 2012.

Kaymak-Ertekin, F.; Sultanoğlu, M. **Modelling of mass transfer during osmotic dehydration of apples.** Journal of Food Engineering, v. 46, p. 243-250, 2000.

Khoyi, M. R.; Hesari, J. **Osmotic dehydration kinetics of apricot using sucrose solution.** Journal of Food Engineering, v. 78, p. 1355–1360, 2007.

Kek, S.P.; Chin, N.L.; Yusof, Y.A. **Direct and indirect power ultrasound assisted pre-osmotic treatments in convective drying of guava slices.** Food and Bioproducts Processing, v. 91, p. 495–506, 2013.

Kumar, P.S.; Sagar, V. R. **Drying kinetics and physico-chemical characteristics of Osmo-dehydrated Mango, Guava and Aonla under different drying conditions.** J Food Sci Technol DOI 10.1007/s13197-012-0658-3, 2012.

Lerici, C. L.; Pinnavaia, G.; Dalla Rosa, M.; Bartolucci, L. **Osmotic dehydration of fruit: influence of osmotic agents on drying behaviour and product quality.** Journal of Food Science, v. 50, p. 1217–1219, 1985.

- Logan, D. L. **A first course in the finite element method**. Cengage Learning, 2012, 956p.
- Lombard, G.E.; Oliveira, J.C.; Fito, P.; Andrés A. **Osmotic dehydration of pineapple as a pre-treatment for further drying**. Journal of Food Engineering, v. 85, p. 277–284, 2008.
- Luikov, A. V. **Analytical heat diffusion theory**. Academic Press, New York and London, 1968, 685 p.
- Maliska, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. LTC: Rio de Janeiro, 2004, 453 p.
- Manivannan, P.; Rajasimman, M. **Optimization of osmotic dehydration of radish in sugar solution**. Food Sci. Technol. Res., v. 15 (6), p. 575 – 586, 2009.
- Marcotte, M.; Toupin, C.J.; Le Maguer, M. **Mass transfer in cellular tissues. part I: the mathematical model**. Journal of Food Engineering, v. 13, p. 199-220, 1991.
- Mariani, V. C.; Lima, A. G. B.; Coelho, L. S. **Apparent thermal diffusivity estimation of the banana during drying using inverse method**. Journal of Food Engineering, v. 85, p. 569-579, 2008.
- Mavroudis, N.E.; Sjöholm, I.; Gekas, V. **Osmotic dehydration of apples. shrinkage phenomena and the significance of initial structure on mass transfer rates**. Journal of Food Engineering, v. 38, p. 101 - 123, 1998.
- Mavroudis, N.E.; Gidley, M.J.; Sjöholm, I. **Osmotic processing: effects of osmotic medium composition on the kinetics and texture of apple tissue**. Food Research International, v.48, p. 839–847, 2012.
- Mayor L.; Sereno, A.M. **Modelling shrinkage during convective drying of food materials: a review**. Journal of Food Engineering, v. 61, p. 373–386, 2004

- Mayor L.; Pissarra J.; Sereno, A.M. **Microstructural changes during osmotic dehydration of parenchymatic pumpkin tissue.** Journal of Food Engineering, v. 85, p. 326–339, 2008.
- Mayor, L.; Moreira R.; Sereno A.M. **Shrinkage, density, porosity and shape changes during dehydration of pumpkin (*Cucurbita pepo* L.) fruits.** Journal of Food Engineering, v.103, p. 29–37, 2011.
- Mercali, G.D.; Tessaro, I.C.; Noreña, C.P.Z.; Marczak, L.D.F. **Mass transfer kinetics during osmotic dehydration of bananas (*Musa sapientum*, *shum.*).** International Journal of Food Science and Technology, v. 45, p. 2281–2289, 2010.
- Mercali, G.D.; Marczak, L.D.F.; Tessaro, I.C.; Noreña, C.P.Z. **Evaluation of water, sucrose and NaCl effective diffusivities during osmotic dehydration of banana (*Musa sapientum*, *shum.*).** LWT - Food Science and Technology , v.44, 82-91, 2011.
- Megías-Pérez, R.; Gamboa-Santos, J.; Soria, A.C.; Villamiel, M.; Montilla, A. **Survey of quality indicators in commercial dehydrated fruits.** Food Chemistry, v. 150, p. 41–48, 2014.
- Moraga, M.J.; Moraga, G.; Martínez-Navarrete, N. **Effect of the re-use of the osmotic solution on the stability of osmodehydro-refrigerated grapefruit.** LWT - Food Science and Technology, v. 44, p. 35-41, 2011.
- Moreira, R.; Sereno, A.M. **Evaluation of mass transfer coefficients and volumetric shrinkage during osmotic dehydration of apple using sucrose solutions in static and non-static conditions.** Journal of Food Engineering, v. 57, p. 25–31, 2003.
- Moreno J.; Simpson R.; Baeza A.; Morales J.; Muñoz C.; Sastry S.; Almonacid S. **Effect of ohmic heating and vacuum impregnation on the osmodehydration kinetics and microstructure of strawberries (cv. Camarosa).** LWT - Food Science and Technology, v. 45, p. 148-154, 2012.

- Moura, S.C.S.R.; Berbari, S.A.; Germer, S.P.M.; Almeida, M.E.M.; Fefim, D.A. **Determinação da vida-de-prateleira de maçã-passa por testes acelerados.** Ciênc. Tecnol. Aliment., Campinas, v.27(1), p. 141-148, 2007.
- Muhammad, S.(Ed). Tropical and subtropical fruits: Postharvest Physiology, processing and packanging. First Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2012.
- Mwithiga, G.; Olwal, J.O. **The drying kinetics of kale (*Brassica oleracea*) in a convective hot air dryer.** Journal of Food Engineering, v. 71, p. 373–378, 2005.
- Nimmanpipug, N.; Therdthai, N.; Dhamvithee, P. **Characterisation of osmotically dehydrated papaya with further hot air drying and microwave vacuum drying.** International Journal of Food Science and Technology, v. 48, p. 1193–1200, 2013.
- Nowacka, M.; Tylewicz U.; Laghi L.; Dalla, Rosa M.; Witrowa-Rajchert, D. **Effect of ultrasound treatment on the water state in kiwifruit during osmotic dehydration.** Food Chemistry, v. 144, p. 18–25, 2014.
- Núñez-Mancilla, Y.; Pérez-Won, M.; Uribe, E.; Vega-Gálvez, A.; Scala, K.D. **Osmotic dehydration under high hydrostatic pressure: Effects on antioxidant activity, total phenolics compounds, vitamin C and colour of strawberry (*Fragaria vesca*).** Food Science and Technology, v. 52, p. 151-156, 2013.
- Oliver, L.; Betoret, N.; Fito, P.; Meinders, M. B.J. **How to deal with visco-elastic properties of cellular tissues during osmotic dehydration.** Journal of Food Engineering, v. 110, p. 278–288, 2012.
- Ondruška J.; Trník A.; Medved I. **Estimation of mass transfer parameters during dihydroxylation in a large ceramic body by inverse methods.** Ceramics International, v. 37, p. 3299–3305, 2011.

- Panarese, V.; Tylewicz, U.; Santagapita, P.; Rocculi, P.; Rosa, M. D. **Isothermal and differential scanning calorimetries to evaluate structural and metabolic alterations of osmo-dehydrated kiwi fruit as a function of ripening stage.** Innovative Food Science and Emerging Technologies, v. 15, p. 66–71, 2012.
- Pangavhane, D.R.; Sawhney, R.L.; Sarsavadia, P.N. **Effect of various dipping pretreatment on drying kinetics of Thompson seedless grapes.** Journal of Food Engineering, v. 39, p. 211-216, 1999.
- Parthasarathi, S.; Anandharamakrishnan C. **Modeling of shrinkage, rehydration and textural changes for food structural analysis: a review.** Journal of Food Process Engineering ISSN 1745-4530, 2014.
- Patankar, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow**, New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- Peiró-Mena, R.; Camacho, M.; Martínez-Navarrete, N. **Compositional and physicochemical changes associated to successive osmodehydration cycles of pineapple (*Ananas comosus*).** Journal of Food Engineering, v. 79, p. 842–849, 2007.
- Perea-Flores, M.J.; Garibay-Febles, V.; Chanona-Perez, J.J.; Calderon-Dominguez, G.; Mendez-Mendez, J.V.; Palacios-Gonzalez, E.; Gutierrez-Lopez, G.F. **Mathematical modelling of castor oil seeds (*Ricinus communis*) drying kinetics in fluidized bed at high temperatures.** Industrial Crops and Products, v. 38, p. 64– 71, 2012.
- Pereira, L. M.; Carmello-Guerreiro, S. M; Hubinger, M. D. **Microscopic features, mechanical and thermal properties of osmotically dehydrated guavas.** LWT - Food Science and Technology, v. 42, p. 378–384, 2009.
- Pointing, J.D.; Warrers, G.; Forrey, R.; Jackson, R.; Stanley, W.L. **Osmotic dehydration of fruits.** Food Techology, p. 1365-1368, 1966.

- Porciuncula, B.D.A.; Zotarelli, M.F.; Carciofi, B.A.M.; Laurindo, J.B. **Determining the effective diffusion coefficient of water in banana (Prata variety) during osmotic dehydration and its use in predictive models.** Journal of Food Engineering, v. 119, p. 490–496, 2013.
- Rastogi, N. K.; Raghavarao, K.S.M.S.; Niranjana, K. **Mass transfer during osmotic dehydration of banana: fickian diffusion in cylindrical configuration.** Journal of Food Engineering, v.31, p. 423-432, 1997.
- Rastogi, N.K.; Raghavarao, K.S.M.S.; Niranjana K.; Knorr, D. **Recent developments in osmotic dehydration: methods to enhance mass transfer.** Trends in Food Science & Technology, v.13, p. 48–59, 2002.
- Rastogi N.K.; Raghavarao K.S.M.S. **Mass transfer during osmotic dehydration of pineapple: considering Fickian diffusion in cubical configuration.** Lebensm.-Wiss. u.-Technol, v 37, p. 43–47, 2004.
- Rhim, J.W; Lee, J.H. **Drying kinetics of whole and sliced shiitake mushrooms (*Lentinus edodes*).** Food Sci. Biotechnol, v. 20(2), p.: 419-427, 2011.
- Richardson, L.F. **The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations with an application to the stresses in a masonry dam.** Philos, Trans. R. Soc. London, Ser. A. V. 210, pp 307-357, 1910.
- Rodríguez, M.; Arballo J. R.; Campañone, L. A. ; Cocconi, M. B.; Pagano, A. M.; Mascheroni, R. H. **Osmotic Dehydration of Nectarines: Influence of the Operating Conditions and Determination of the Effective Diffusion Coefficients.** Food Bioprocess Technol v. 6, p. 2708–2720, 2013.
- Ruiz-López, I.I.; Castillo-Zamudio, R. I.; Salgado-Cervantes, M. A.; Rodríguez-Jimenes, G. C.; García-Alvarado, M. A. **Mass transfer modeling during osmotic dehydration of hexahedral pineapple slices in limited volume solutions.** Food Bioprocess Technol, v.3, p. 427–433, 2010.

Ruiz-Lopez, I.I.; Ruiz-Espinosa, H.; Herman-Lara E.; Zarate-Castillo G.. **Modeling of kinetics, equilibrium and distribution data of osmotically dehydrated carambola (*Averrhoa carambola* L.) in sugar solutions.** Journal of Food Engineering, v. 104, p. 218–226, 2011.

Sagar V. R.; Suresh K. P. **Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: a review.** J Food Sci Technol, v. 47(1), p. 15–26, 2010.

SEBRAE – Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas. Disponível em <http://www.sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/artigos/O-cultivo-e-o-mercado-da-maçã>, acessado em 26/03/2014.

Seguí, L.; Fito, P.J.; Fito P. **Understanding osmotic dehydration of tissue structured foods by means of a cellular approach.** Journal of Food Engineering, v. 110, p. 240–247, 2012.

Silva, C.M.D.P.S. **Ferramentas Analíticas e Numéricas para a Descrição da Secagem de Sólidos na Forma de Cilindros e de Elipsóides.** Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2012. 254 p.

Silva, K.S.; Caetano, L.; Garcia, C. C.; Romero, J.T.; Santos, A.B.; Mauro, M.A. **Osmotic dehydration process for low temperature blanched pumpkin.** Journal of Food Engineering, v. 105, p. 56–64, 2011.

Silva, K.S.; Fernandes, M.A.; Mauro, M.A. **Osmotic dehydration of pineapple with impregnation of Sucrose, calcium, and ascorbic acid.** Food Bioprocess Technol, v. 7, p. 385–397, 2014.

Silva, M.A.C.; Corrêa, J.L.G.; Silva, Z.E. **Application of inverse methods in the osmotic dehydration of acerola.** International Journal of Food Science and Technology, v. 45, p. 2477–2484, 2010.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S. **Tratamento de Dados experimentais**. João Pessoa:UFPB/Editora Universitária, 2ª Edição, 1998, 197p.

Silva, W.P. **Transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. Tese de Doutorado em Engenharia de Processos. Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2007, 263 p.

Silva, W. P. **Discretizações em fenômenos de transporte computacional, Cursos 1 e 2** (2009) Apresentações em Powerpoint, online, disponível no endereço eletrônico: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>, data de acesso: maio/2014.

Silva, W.P.; Precker, J.W.; Silva, C.M.D.P.S.; Silva, D.D.P.S. **Determination of the effective diffusivity via minimization of the objective function by scanning: Application to drying of cowpea**. Journal of Food Engineering v. 95, p. 298–304, 2009.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S. **“Prescribed” software**, 2009a. Disponível em <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Prescribed.htm> , acessado em fevereiro de 2014.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S. **“Convective” software**, 2009b. Disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm> , acessado em fevereiro/2014.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S. **Lab Fit curve Fitting software, V.7.2.46** , 2009c. Disponível em: [www.labfit.net](http://www.labfit.net) , acessado em fevereiro de 2013.

Silva, W. P., **“Contour plots” software**, 2010. Disponível em:<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Contour.zip>, acessado em abril de 2014.

Silva, W. P.; Precker, J.W.; Silva, C.M.D.P.S.; Gomes, J.P. **Determination of effective diffusivity and convective mass transfer coefficient for cylindrical solids via analytical solution and inverse method: application to the drying of rough rice**. Journal of Food Engineering, v. 98, p. 302–308, 2010.

Silva, W. P.; Amaral, D. S.; Duarte, M.E.M.; Mata, M.E.R.M.C.; Silva, C.M.D.P.S.; Pinheiro, R.M.M. **Description of the osmotic dehydration and convective drying of coconut (*Cocos nucifera* L.) pieces: a three-dimensional approach.** Journal of Food Engineering, v. 115(1), p. 121–131, 2012a.

Silva, W. P.; Farias, V. S. O.; Neves, G. A.; Lima, A. G. B. **Modeling of water transport in roof tiles by removal of moisture at isothermal conditions.** Heat and Mass Transfer, v. 48, p. 809–821, 2012b.

Silva, W. P.; Silva, C.M.D.P.S.; Precker, J. W.; Gomes, J. P.; Nascimento, P. L., Da Silva, L. D. **Diffusion models for the description of seedless grape drying using analytical and numerical solutions.** Agricultural Sciences, v.3, n.4, p. 545-556, 2012c.

Silva, W. P.; Silva, C. M. D. P. S., Farias, V. S. O.; Gomes, J. P. **Diffusion models to describe the drying process of peeled bananas: optimization and simulation.** Drying Technology, v. 30(2), p. 164 -174, 2012d.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S.; Aires, J.E.F.; Silva Jr., A.F. **Osmotic dehydration and convective drying of coconut slices: Experimental determination and description using one-dimensional diffusion model.** Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jssas.2013.05.002>, 2013a.

Silva, W. P.; Silva, C.M.D.P.S.; Sousa, J.A.R.; Farias, V. S. O. **Empirical and diffusion models to describe water transport into chickpea (*Cicer arietinum* L.).** International Journal of Food Science and Technology, v. 48, p. 267–273, 2013b.

Silva, W. P.; Silva, C.M.D.P.S.; Da Silva, L.D.; Farias, V.S.O. **Drying of clay slabs: experimental determination and prediction by two-dimensional diffusion models.** Ceramics International, v. 39, p. 7911-7919, 2013c.

Silva, W. P.; Da Silva, L.D.; Farias, V.S.O.; Silva, C.M.D.P.S. **Water migration in clay slabs during drying: a three-dimensional numerical approach.** Ceramics International, v. 39, p. 4017 - 4030, 2013d.

Silva, W. P.; Silva, C.M.D.P.S.; Lins, M.A.; Gomes, J. P. **Osmotic dehydration of pineapple (*Ananas comosus*) pieces in cubical shape described by diffusion models.** LWT - Food Science and Technology, v.55, p.1–8, 2014a.

Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S.; Gama, F.J.A.; Gomes, J.P. **Mathematical models to describe thin-layer drying and to determine drying rate of whole bananas.** Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences, v. 13, p. 67–74, 2014b.

Silva, W.P.; Aires, J.E.F; Castro, D.S; Silva, C.M.D.P.S.; Gomes, J. P. **Numerical description of guava osmotic dehydration including shrinkage and variable effective mass diffusivity.** LWT - Food Science and Technology, p. 1-8, 2014c.

Silva, W. P.; Silva, C.M.D.P.S, Rodrigues, A.M.; Figueiredo, R.M.F. **One-dimensional numerical solution of the diffusion equation to describe wood drying: comparison with two- and threedimensional solutions.** J Wood Sci , DOI 10.1007/s10086-015-1479-6, 2015.

Simal, S.; Deyá E.; Frau, M.; Rosselk, C. **Simple modelling of air drying curves of fresh and osmotically pre-dehydrated apple cubes.** Journal of Food Engineering v. 33, p. 139 - 150, 1997.

Singh, B.; Panesar, P.S.; Nanda, V. **Osmotic dehydration kinetics of carrot cubes in sodium chloride solution.** International Journal of Food Science and Technology, v. 43, p. 1361–1370, 2008

Skinner, M.; Hunter, D. **Health properties of apple and pear. bioactives in fruits: health benefits and functional foods.** Wiley, 2013.

Sosa, N.; Salvatori, D.M.; Schebor, C. **Physico-chemical and mechanical properties of apple disks subjected to osmotic dehydration and different drying methods.** Food Bioprocess Technol, v. 5, p. 1790–1802, 2012.

Souraki, B. A.; Ghavami, M.; Tondro, H. **Correction of moisture and sucrose effective diffusivities for shrinkage during osmotic dehydration of apple in sucrose solution.** Food and Bioproducts Processing, v. 92, p. 1–8, 2014.

Souza, J.S.; Medeiros, M.F.D.; Magalhães, M.M.A.; Rodrigues, S.; Fernandes, F.A.N. **Optimization of osmotic dehydration of tomatoes in a ternary system followed by air-drying.** Journal of Food Engineering, v.83, p. 501–509, 2007.

Spiazzi E.; Mascheroni R. **Mass transfer model for osmotic dehydration of fruits and vegetables-I. development of the simulation model.** Journal of Food Engineering, v. 34 p. 387.-410, 1997.

Tannehill, C; Anderson, D.A.; Pletcher, R. H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**, second edition, Taylor & Francis, Philadelphia, 1997, 792p.

Taylor, J.R. **An Introduction to Error Analysis. University Science Books**, 2nd Edition, Sausalito, California, 1997, 327 p.

Teles U.M; Fernandes, F.A.N.; Rodrigues, S.; Lima, A.S.; Maia, G.A. Figueiredo, R.W. **Optimization of osmotic dehydration of melons followed by air-drying.** International Journal of Food Science and Technology, v. 41, p. 674–680, 2006.

Therdthai, N.; Visalrakkij, T. **Effect of osmotic dehydration on dielectric properties, microwave vacuum drying kinetics and quality of mangosteen.** International Journal of Food Science and Technology, v. 47, p. 2606–2612, 2012.

Torreggiani, D. **Osmotic dehydration in fruit and vegetable processing.** Food Research International, v. 26, p. 59-68, 1993.

Tortoe, C.; Orchard J.; Beezer, A. **Osmotic dehydration kinetics of apple, banana and potato.** International Journal of Food Science and Technology, v. 42, p. 312–318, 2007.

Toupin, C.J.; Marcotte, M.; Le Maguer, M. **Osmotically-induced mass transfer in plant storage tissues: a mathematical model. part I.** Journal of Food Engineering, v. 10, p. 13-38, 1989.

Tunde-Akintunde, T.Y.; Ogunlakin, G.O. **Influence of drying conditions on the effective moisture diffusivity and energy requirements during the drying of pretreated and untreated pumpkin.** Energy Conversion and Management, v. 52, p. 1107–1113, 2011.

Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. **Tabela brasileira de composição de alimentos (TACO)**, 2011.

Uribe, E.; Miranda, M.; Vega-Gálvez, A.; Quispe, I.; Clavería, R.; Di Scala, K. **Mass transfer modelling during osmotic dehydration of jumbo squid (*dosidicus gigas*): influence of temperature on diffusion coefficients and kinetic parameters.** Food Bioprocess Technol, v.4, p. 320–326, 2011.

Vasić, M.; Grbavčić, Z.; Radojević, Z. **Determination of the moisture diffusivity coefficient and mathematical modeling of drying.** Chemical Engineering and Processing v. 76, p. 33– 44, 2014.

Vasconcelos J.L.L.A.; Andrade, S.A.C.; Maciel, M.I.S.; Guerra, N.B.; Vasconcelos, M.A.S. **Osmotic dehydration of the Indian fig (*Opuntia ficus indica*) with binary and ternary solutions.** International Journal of Food Science and Technology, v. 47, p. 2359–2365, 2012.

Velickova, E.; Winkelhausen, E.; Kuzmanova, S. **Physical and sensory properties of ready to eat apple chips produced by osmo-convective drying,** J Food Sci Technol, DOI 10.1007/s13197-013-0950-x, 2013.

Verma, D.; Kaushik, N.; Rao, P.S. **Application of high hydrostatic pressure as a pretreatment for osmotic dehydration of banana slices (*Musa cavendishii*) finish-dried by dehumidified air drying.** Food Bioprocess Technol. DOI 10.1007/s11947-013-1124-6, 2013.

- Vieira, G.S.; Pereira, L.M.; Hubinger, M.D. **Optimisation of osmotic dehydration process of guavas by response surface methodology and desirability function.** International Journal of Food Science and Technology, v. 47, p. 132–140, 2012.
- Warczok, J.; Ferrando, M.; López, F.; Pihlajamäki A.; Güell, C. **Reconcentration of spent solutions from osmotic dehydration using direct osmosis in two configurations.** Journal of Food Engineering, v. 80, p. 317–326, 2007.
- Yadav, A.K.; Singh, S.V. **Osmotic dehydration of fruits and vegetables: a review.** Journal of Food Science and Technology, DOI 10.1007/s13197-012-0659-2, 2012
- Yadav, B.S; Yadav, R.B.; Monika J. **Optimization of osmotic dehydration conditions of peach slices in sucrose solution using response surface methodology.** J Food Sci Technol, v. 49(5), p. 547–555, 2012.
- Yao, Z.; Le Maguer, M. **Mathematical modelling and simulation of mass transfer in osmotic dehydration processes. part I: conceptual and mathematical models.** Journal of Food Engineering, v. 29, p. 349-360, 1996.
- Zhao, D.; Zhao, C.; Tao, H.; An K.; Ding, S.; Wang, Z. **The effect of osmosis pretreatment on hot-air drying and microwave drying characteristics of chili (*Capsicum annuum* L.) flesh.** International Journal of Food Science and Technology, v. 48, p. 1589–1595, 2013.
- Zou, K.; Teng, J.; Li, D.; Huang, X.; Wei, B. **Effect of osmotic pretreatment on quality of mango chips by explosion puffing drying.** LWT - Food Science and Technology, v. 51, p. 253-259, 2013.
- Zúñiga, R.N.; Pedreschi, F. **Study of the pseudo-equilibrium during osmotic dehydration of apples and its effect on the estimation of water and sucrose effective diffusivity coefficients.** Food Bioprocess Technol, v. 5, p. 2717–2727, 2011.

## Apêndice

### A - Dados referentes aos experimentos de desidratação osmótica de goiaba

Tabela A.1: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100,000
10	89,3761
30	83,0619
60	79,3638
90	74,2801
120	70,1201
150	65,4983
180	64,2635
210	56,5626
240	54,5579
1440	33,8000

Tabela A.2: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100
10	88,3127
30	80,2870
60	74,0043
90	65,8030
120	62,6598
150	57,9469
180	55,6758
210	51,4861
240	48,3429
1440	25,0000

Tabela A.3: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de goiaba a 40 °Brix 30 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,0000
10	14,8820
30	28,9600
60	36,1000
90	39,4700
120	44,6300
150	50,5800
180	57,5200
210	60,5020
240	64,2600
1440	72,0000

Tabela A.4: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de goiaba a 50 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,0000
10	18,3447
30	33,2235
60	44,2235
90	48,7048
120	55,8355
150	60,7235
180	60,7235
210	60,7235
240	62,9629
1440	74,2000

**B - Dados referentes aos experimentos de desidratação osmótica de maçã**

Tabela B.1: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100,000
10	95,7712
30	90,8616
60	86,9543
90	84,1335
120	81,0760
150	76,9822
180	73,9942
210	71,9550
240	70,4290
1440	50,3245
1800	49,1333

Tabela B.2: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100,000
10	94,0792
30	87,1851
60	79,7849
90	74,7293
120	70,1390
150	65,9714
180	63,6620
210	59,6756
240	57,0826
1440	36,1687
1800	36,0717

Tabela B.3: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100,000
10	90,0551
30	88,4703
60	81,1586
90	71,3684
120	65,1212
150	61,8958
180	59,3167
210	55,2705
240	52,2082
1440	31,0572
1800	30,2826

Tabela B.4: Dados da cinética de quantidade de água na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C

t (min)	$\bar{Q}_A$ (g de água / 100 g de massa de água inicial)
0	100,000
10	90,8384
30	81,4525
60	72,3262
90	64,1032
120	56,8803
150	52,5588
180	47,8789
210	44,1227
240	41,0585
1440	21,2628
1800	21,1462

Tabela B.5: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,0000
10	3,9708
30	7,8683
60	12,3749
90	20,1696
120	23,5517
150	23,5681
180	26,7104
210	29,6819
240	31,0944
1440	63,2188
1800	67,1948

Tabela B.6: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 40 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,0000
10	6,7317
30	13,4030
60	16,1068
90	23,2195
120	29,8397
150	34,9675
180	35,7969
210	39,7675
240	41,3178
1440	71,9252
1800	77,0818

Tabela B.7: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 40 °Brix 60 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,000000000
10	8,370137989
30	14,79023053
60	18,12711862
90	27,33011129
120	33,89740078
150	39,95746734
180	42,72098476
210	43,07613915
240	48,73585855
1440	83,72283493
1800	85,82103603

Tabela B.8: Dados da cinética de ganho de sacarose na desidratação osmótica de maçã a 60 °Brix 60 °C

t (min)	$\bar{G}_s$ (g de sacarose / 100 g de massa seca inicial)
0	0,00000
10	10,7665
30	24,6239
60	31,6425
90	43,8542
120	51,4861
150	59,7889
180	65,7012
210	68,6185
240	70,5658
1440	96,2937
1800	98,1711

Tabela B.9: Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 1 (40 °C 40 °Brix).

t (min)	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_x^*$	$L_y^*$	$L_z^*$
0	9,95	22,38	40,91	1	1	1
10	9,34	21,46	39,98	0,938693	0,958892	0,977267
30	8,71	20,00	39,12	0,875377	0,893655	0,956245
60	8,53	19,42	39,03	0,857286	0,867739	0,954045
90	8,18	19,24	38,93	0,822111	0,859696	0,951601
120	8,03	17,91	37,73	0,807035	0,800268	0,922268
150	7,83	17,54	37,66	0,786935	0,783735	0,920557
180	7,78	17,70	37,36	0,78191	0,790885	0,913224
210	7,71	17,35	37,3	0,774874	0,775246	0,911758
240	7,33	17,3	36,52	0,736683	0,773012	0,892691
1440	6,91	14,73	32,66	0,694472	0,658177	0,798338
1800	6,88	14,64	32,46	0,691457	0,654155	0,793449

Tabela B.10: Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 2 (40 °C 60 °Brix).

t (min)	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_x^*$	$L_y^*$	$L_z^*$
0	11,50	21,67	42,19	1	1	1
10	11,22	21,08	41,63	0,975652	0,972773	0,986727
30	11,05	19,92	40,48	0,96087	0,919243	0,959469
60	10,25	19,43	39,76	0,891304	0,896631	0,942403
90	9,62	18,93	38,84	0,836522	0,873558	0,920597
120	9,47	18,33	38,52	0,823478	0,845870	0,913013
150	9,20	17,94	38,26	0,800000	0,827873	0,90685
180	9,06	17,51	37,59	0,787826	0,80803	0,890969
210	8,54	17,02	36,89	0,742609	0,785418	0,874378
240	7,94	16,76	36,23	0,690435	0,773419	0,858734
1440	6,93	13,3	31,69	0,602609	0,613752	0,751126
1800	6,86	12,65	30,13	0,596522	0,583756	0,71415

Tabela B.11: Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 3 (60 °C 40 °Brix).

t (min)	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_x^*$	$L_y^*$	$L_z^*$
0	10,97000	20,24333	39,60667	1	1	1
10	10,83333	19,16667	38,78333	0,987542	0,946814	0,979212
30	10,12000	18,27667	37,80667	0,922516	0,902849	0,954553
60	9,77000	17,87000	37,01667	0,890611	0,88276	0,934607
90	9,48000	17,30667	36,31667	0,864175	0,854932	0,916933
120	8,76000	16,53333	35,55000	0,798541	0,81673	0,897576
150	7,903333	15,66667	35,41333	0,72045	0,773917	0,894125
180	7,980000	15,55667	34,63000	0,727438	0,768483	0,874348
210	7,283333	15,32333	34,36333	0,663932	0,756957	0,867615
240	7,862510	16,20845	33,75333	0,716728	0,800681	0,852213
1440	6,326667	11,7500	30,06333	0,576724	0,580438	0,759047
1800	6,050000	11,4500	29,64667	0,551504	0,565618	0,748527

Tabela B.12: Evolução no tempo das dimensões das amostras de maçã referentes ao experimento 4 (60 °C 60 °Brix).

t (min)	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$L_x^*$	$L_y^*$	$L_z^*$
0	11,68667	21,20333	40,06333	1	1	1
10	10,89000	20,03667	39,38000	0,931831	0,944977	0,982944
30	10,53667	19,15333	38,54667	0,901597	0,903317	0,962143
60	10,00333	18,02000	37,28000	0,855961	0,849866	0,930527
90	9,44000	17,49000	36,53333	0,807758	0,82487	0,91189
120	9,11000	17,28000	35,87667	0,779521	0,814966	0,895499
150	8,58000	16,48333	35,34667	0,73417	0,777393	0,88227
180	8,373333	15,37000	34,26667	0,716486	0,724886	0,855312
210	8,266667	14,68667	33,75000	0,707359	0,692658	0,842416
240	8,083333	14,41333	32,66667	0,691671	0,679767	0,815376
1440	7,410000	11,65000	29,74333	0,634056	0,549442	0,742408
1800	7,380000	11,57667	29,68000	0,631489	0,545983	0,740827

**C - Dados referente aos experimentos de secagem convectiva de maçã**

Tabela C.1: Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 40 °Brix.

t	m (g)	$\bar{X}$ (% bs)	$\bar{X}^*$
0	40,087	162,986398	1,0000
5	39,331	158,0289124	0,9660
10	38,693	153,8442114	0,9373
15	38,133	150,1698398	0,9121
20	37,624	146,8308275	0,8892
30	36,727	140,9401682	0,8488
40	35,935	135,7493892	0,8132
50	35,224	131,0835205	0,7812
60	34,571	126,7967536	0,7518
70	33,964	122,8161843	0,7245
80	33,397	119,0980702	0,6990
100	32,357	112,2742371	0,6522
120	31,419	106,1211228	0,6100
140	30,563	100,5074994	0,5715
170	29,403	92,89630106	0,5193
200	28,365	86,08704887	0,4726
230	27,427	79,93393448	0,4304
290	25,798	69,24617891	0,3571
350	24,434	60,29354327	0,2957
410	23,284	52,7552491	0,2440
470	22,318	46,41258379	0,2005
530	21,502	41,06141558	0,1638
590	20,822	36,59967861	0,1332
650	20,257	32,8961453	0,1078
710	19,791	29,83416894	0,0868
770	19,408	27,3262645	0,0696
830	19,099	25,29952777	0,0557
890	18,848	23,65189287	0,0444
950	18,646	22,32503645	0,0353
1010	18,373	20,53159315	0,0230
1190	18,168	19,19015589	0,0138
1370	17,861	17,17800000	0,0000

Tabela C.2: Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras  
osmodesidratadas a 40 °C 60 °Brix.

t (min)	m(g)	$\bar{X}$ (% bs)	$\bar{X}^*$
0	32,602	145,6267142	1
5	31,855	139,9975938	0,9568
10	31,281	135,6715105	0,9236
15	30,796	132,0230065	0,8956
20	30,369	128,8045047	0,8709
30	29,626	123,201445	0,8279
40	28,984	118,3671772	0,7908
50	28,408	114,0280635	0,7575
60	27,884	110,079861	0,7272
70	27,398	106,4183266	0,6991
80	26,946	103,0173997	0,6730
100	26,120	96,78888214	0,6252
120	25,378	91,1988528	0,5823
140	24,702	86,10397757	0,5432
170	23,785	79,19788072	0,4902
200	22,969	73,0475454	0,4430
230	22,232	67,49660718	0,4004
290	20,957	57,89322344	0,3267
350	19,902	49,94469687	0,2657
410	19,024	43,32526819	0,2149
470	18,294	37,82645145	0,1727
530	17,692	33,29188219	0,1379
590	17,201	29,59125671	0,1095
650	16,801	26,58124091	0,0864
710	16,481	24,1706222	0,0679
770	16,225	22,24212723	0,0531
830	16,023	20,71757377	0,0414
890	15,862	19,50574923	0,0321
950	15,737	18,56756248	0,0249
1010	15,641	17,83786168	0,0193
1190	15,307	15,3230000	0,0000

Tabela C.3: Dados da secagem convectiva a 40 °C das amostras *in natura*.

t	m(g)	$\bar{X}$ (% bs)	$\bar{X}^*$
0	39,909	543,0714528	1,0000
5	39,001	528,4399743	0,9719
10	38,177	515,1622981	0,9464
15	37,414	502,873939	0,9228
20	36,700	491,3666196	0,9007
30	35,388	470,2264763	0,8601
40	34,202	451,1170365	0,8234
50	33,117	433,6217455	0,7898
60	32,112	417,4281875	0,7587
70	31,178	402,3801545	0,7298
80	30,299	388,2172999	0,7026
100	28,693	362,3388486	0,6529
120	27,242	338,9597247	0,6080
140	25,923	317,7154427	0,5672
170	24,140	288,973179	0,5120
200	22,553	263,4071437	0,4629
230	21,125	240,3925049	0,4187
290	18,662	200,7156843	0,3425
350	16,623	167,8599444	0,2794
410	14,927	140,5235522	0,2269
470	13,518	117,8213294	0,1833
530	12,351	99,02430546	0,1472
590	11,395	83,61178721	0,1176
650	10,616	71,06308148	0,0935
710	9,986	60,90956439	0,0740
770	9,482	52,78675072	0,0584
830	9,078	46,27808592	0,0459
890	8,758	41,1232234	0,0360
950	8,503	37,00974724	0,0281
1010	8,306	33,83351882	0,0220
1190	7,931	27,79347789	0,0104
1370	7,595	22,37826877	0,0000

Tabela C.4: Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 40 °Brix.

t	m(g)	$\bar{X}$ (%bs)	$\bar{X}^*$
0	40,569	100,9162689	1,0000
5	39,285	94,55542122	0,9264
10	38,316	89,75885811	0,8709
15	37,515	85,79197079	0,8250
20	36,817	82,33498837	0,7850
30	35,623	76,42354843	0,7166
40	34,611	71,41092392	0,6586
50	33,725	67,02055625	0,6078
60	32,931	63,08823875	0,5623
70	32,214	59,53618932	0,5212
80	31,559	56,2952683	0,4837
100	30,404	50,5739624	0,4175
120	29,413	45,66504736	0,3607
140	28,554	41,41295899	0,3115
170	27,467	36,02870887	0,2492
200	26,577	31,62105628	0,1982
230	25,853	28,03443702	0,1567
290	24,793	22,7884662	0,0960
350	24,123	19,46976308	0,0576
410	23,703	17,38693118	0,0335
470	23,464	16,2029147	0,0198
530	23,319	15,48559084	0,0115
590	23,118	14,4917084	0,0000

Tabela C.5: Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras  
osmodesidratadas a 60 °C 60 °Brix.

t	m(g)	$\bar{X}$ (%bs)	$\bar{X}^*$
0	35,037	71,56649508	1,0000
5	33,880	65,89734834	0,9041
10	33,138	62,26767565	0,8427
15	32,549	59,38285437	0,7939
20	32,046	56,91775094	0,7522
30	31,196	52,75604155	0,6818
40	30,482	49,2623338	0,6227
50	29,862	46,22381302	0,5713
60	29,310	43,52224883	0,5256
70	28,813	41,08670299	0,4844
80	28,361	38,87579488	0,4470
100	27,567	34,98601536	0,3812
120	26,892	31,68147623	0,3253
140	26,311	28,83803558	0,2772
170	25,586	25,28521264	0,2171
200	25,004	22,43586047	0,1689
230	24,538	20,15401413	0,1303
290	23,881	16,93814778	0,0759
350	23,486	15,00508106	0,0432
410	23,257	13,88189245	0,0242
470	22,965	12,45130484	0,0000

Tabela C 6: Dados da secagem convectiva a 60 °C das amostras *in natura*.

t	m(g)	$\bar{X}$ (%bs)	$\bar{X}^*$
0	36,200	618,3962318	1,0000
5	34,585	586,3462066	0,9464
10	33,289	560,6344326	0,90340
15	32,178	538,5701428	0,86650
20	31,201	519,1966201	0,83410
30	29,499	485,412545	0,77760
40	28,029	456,2326713	0,72880
50	26,724	430,3415129	0,68550
60	25,546	406,961737	0,64640
70	24,464	385,4953955	0,61050
80	23,467	365,703309	0,57740
100	21,674	330,1253892	0,51790
120	20,098	298,8526967	0,46560
140	18,513	267,4006197	0,41300
170	16,251	222,4947075	0,33790
200	15,271	203,06139	0,30540
230	13,906	175,9743351	0,26010
290	11,704	132,2643193	0,18700
350	10,068	99,79573036	0,13270
410	8,869	75,99739073	0,09290
470	8,007	58,8960713	0,06430
530	7,401	46,87731185	0,04420
590	6,976	38,44624178	0,03010
650	6,684	32,64614393	0,02040
710	6,485	28,6996856	0,01380
770	6,350	26,00891856	0,00930
830	6,069	20,44800000	0,00000

Tabela C.7: Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 40 °Brix.

t(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	33,05	16,04	9,87	1	1	1
5	32,93	15,42	9,72	0,996369138	0,961346633	0,984802432
10	32,74	14,74	9,61	0,990620272	0,918952618	0,973657548
15	31,27	14,54	9,48	0,946142209	0,906483791	0,960486322
20	30,99	14,44	9,45	0,937670197	0,900249377	0,957446809
30	30,41	14,40	9,25	0,920121029	0,897755611	0,937183384
40	30,2	13,93	8,88	0,91376702	0,868453865	0,899696049
50	30,14	13,91	8,44	0,911951589	0,867206983	0,855116515
60	29,02	13,84	8,32	0,87806354	0,862842893	0,84295846
70	28,93	13,80	8,29	0,875340393	0,860349127	0,839918946
80	29,00	13,76	8,15	0,877458396	0,857855362	0,825734549
100	29,02	13,55	8,00	0,878063540	0,844763092	0,810536981
120	28,75	13,50	7,90	0,869894100	0,841645885	0,800405268
140	28,36	13,38	7,64	0,858093797	0,834164589	0,774062817
170	28,20	13,01	7,54	0,853252648	0,811097257	0,763931104
200	28,27	12,94	7,27	0,855370651	0,806733167	0,736575481
230	28,21	12,85	7,18	0,853555219	0,801122195	0,727456940
290	28,11	11,72	7,19	0,850529501	0,730673317	0,728470111
350	27,67	11,64	7,08	0,837216339	0,725685786	0,717325228
410	27,29	11,59	6,99	0,825718608	0,722568579	0,708206687
470	27,14	11,29	6,89	0,82118003	0,703865337	0,698074975
530	26,78	11,27	6,79	0,810287443	0,702618454	0,687943262
590	26,65	11,26	6,53	0,806354009	0,701995012	0,661600811
650	26,27	11,17	6,49	0,794856278	0,69638404	0,657548126
710	26,25	11,14	6,25	0,794251135	0,694513716	0,633232016
770	25,93	11,00	6,18	0,784568835	0,685785536	0,626139818
830	25,64	10,97	6,05	0,775794251	0,683915212	0,612968592
890	25,45	10,48	5,74	0,770045386	0,653366584	0,581560284
950	25,38	10,48	5,582	0,767927383	0,653366584	0,565552178
1010	25,39	10,32	5,35	0,768229955	0,643391521	0,542046606
1190	25,17	10,25	5,34	0,761573374	0,639027431	0,541033435
1370	24,99	10,26	5,19	0,75612708	0,639650873	0,525835866

Tabela C.8: Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras osmodesidratadas a 40 °C 60 °Brix.

t(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	29,72	14,38	8,75	1	1	1
5	29,49	13,49	8,38	0,992261104	0,93810848	0,957714
10	29,27	13,22	8,23	0,984858681	0,91933241	0,940571
15	29,05	13,01	7,77	0,977456258	0,90472879	0,888000
20	28,94	12,95	7,46	0,973755047	0,90055633	0,852571
30	28,64	12,88	7,27	0,963660834	0,89568846	0,830857
40	28,19	12,38	7,18	0,948519515	0,86091794	0,820571
50	28,33	11,95	7,04	0,953230148	0,8310153	0,804571
60	28,23	11,93	7,05	0,949865410	0,82962448	0,805714
70	28,06	12,00	6,86	0,944145357	0,83449235	0,784000
80	28,15	11,90	6,63	0,94717362	0,82753825	0,757714
100	27,82	11,83	6,49	0,936069987	0,82267038	0,741714
120	27,76	11,63	6,27	0,934051144	0,80876217	0,716571
140	27,65	11,58	6,24	0,930349933	0,80528512	0,713143
170	27,53	11,62	6,13	0,926312248	0,80806676	0,700571
200	27,46	11,55	6,04	0,923956931	0,80319889	0,690286
230	27,38	11,49	6,02	0,921265141	0,79902643	0,688000
290	27,31	11,28	5,97	0,918909825	0,78442281	0,682286
350	27,37	11,13	5,87	0,920928668	0,77399166	0,670857
410	27,2	10,92	5,27	0,915208614	0,75938804	0,602286
470	27,08	10,64	5,22	0,911170929	0,73991655	0,596571
530	27,05	10,61	5,10	0,910161507	0,73783032	0,582857
590	26,55	10,58	5,06	0,89333782	0,73574409	0,578286
650	26,45	10,57	5,08	0,889973082	0,73504868	0,580571
710	26,33	10,57	4,99	0,885935397	0,73504868	0,570286
770	26,28	10,56	4,91	0,884253028	0,73435327	0,561143
830	26,3	10,46	4,9	0,884925976	0,72739917	0,560000
890	26,34	10,00	4,82	0,886271871	0,69541029	0,550857
950	26,21	10,00	4,73	0,881897712	0,69541029	0,540571
1010	26,19	9,98	4,77	0,881224764	0,69401947	0,545143
1190	25,97	9,92	4,76	0,873822342	0,68984701	0,544000

Tabela C9: Evolução das dimensões durante a secagem a 40 °C das amostras *in natura*.

t(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	41,19	22,77	10,97	1	1	1
5	41,06	22,39	10,78	0,996843894	0,983311375	0,982680036
10	41,05	21,97	10,75	0,996601117	0,964866052	0,979945305
15	40,56	21,73	10,71	0,984705025	0,954325867	0,976298997
20	40,35	21,62	10,69	0,979606701	0,949494949	0,974475843
30	40,15	21,29	10,65	0,974751153	0,935002196	0,970829535
40	39,73	21,2	10,34	0,964554504	0,931049627	0,942570647
50	39,69	20,87	10,15	0,963583394	0,916556873	0,925250684
60	39,46	20,8	10,11	0,957999514	0,913482653	0,921604376
70	39,32	20,83	10,05	0,954600631	0,914800176	0,916134913
80	39,052	20,39	9,85	0,948094198	0,895476504	0,897903373
100	38,76	19,95	9,74	0,941005098	0,876152833	0,887876026
120	38,62	19,49	9,66	0,937606215	0,855950812	0,880583409
140	38,25	19,38	9,53	0,928623452	0,851119895	0,868732908
170	37,92	18,51	9,28	0,920611799	0,812911726	0,845943482
200	37,32	17,95	8,9	0,906045157	0,788317962	0,811303555
230	37,13	17,89	8,78	0,901432387	0,785682916	0,800364631
290	35,80	17,48	8,46	0,869142996	0,767676768	0,771194166
350	34,84	16,19	8,27	0,845836368	0,711023276	0,753874202
410	32,93	15,72	7,91	0,79946589	0,690382082	0,721057429
470	32,48	15,26	7,82	0,788540908	0,670180061	0,712853236
530	31,98	14,84	7,55	0,776402039	0,651734739	0,688240656
590	29,83	14,19	7,14	0,724204904	0,623188406	0,650865998
650	29,33	13,33	6,54	0,712066035	0,585419412	0,596171376
710	28,12	13,24	6,26	0,682689973	0,581466842	0,57064722
770	27,61	12,93	6,12	0,670308327	0,567852437	0,557885141
830	27,43	12,75	6,08	0,665938335	0,559947299	0,554238833
890	26,96	12,46	6,05	0,654527798	0,547211243	0,551504102
950	26,75	11,97	5,43	0,649429473	0,5256917	0,494986326
1010	26,61	11,92	4,82	0,64603059	0,523495828	0,439380128
1190	26,58	11,77	4,81	0,645302258	0,516908213	0,438468551
1370	26,08	11,65	4,79	0,633163389	0,51163812	0,436645397

Tabela C.10: Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 40 °Brix.

t(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	28,520	13,88	8,97	1	1	1
5	28,430	13,75	8,76	0,996844320	0,990634006	0,976588629
10	28,180	13,64	8,35	0,988078541	0,982708934	0,930880713
15	28,190	13,33	8,22	0,988429173	0,96037464	0,91638796
20	27,820	13,26	8,18	0,97545582	0,955331412	0,911928651
30	27,640	13,08	8,09	0,96914446	0,942363112	0,901895206
40	27,580	12,89	7,95	0,967040673	0,928674352	0,886287625
50	27,480	12,29	7,96	0,963534362	0,885446686	0,887402453
60	27,230	12,27	7,43	0,954768583	0,884005764	0,828316611
70	27,180	12,27	7,38	0,953015428	0,884005764	0,822742475
80	27,130	12,07	7,40	0,951262272	0,869596542	0,824972129
100	27,000	12,02	7,20	0,946704067	0,865994236	0,802675585
120	26,700	11,98	7,19	0,936185133	0,863112392	0,801560758
140	26,100	11,93	7,16	0,915147265	0,859510086	0,798216276
170	25,980	11,81	7,09	0,910939691	0,850864553	0,790412486
200	25,990	11,57	6,90	0,911290323	0,833573487	0,769230769
230	25,83	11,45	6,61	0,905680224	0,824927954	0,73690078
290	25,68	11,38	6,34	0,900420757	0,819884726	0,706800446
350	25,61	11,38	6,32	0,897966339	0,819884726	0,704570792
410	25,6	11,29	6,32	0,897615708	0,813400576	0,704570792
470	25,51	11,35	6,00	0,894460028	0,817723343	0,668896321
530	25,41	11,34	5,90	0,890953717	0,817002882	0,657748049
590	25,4	11,33	5,91	0,890603086	0,816282421	0,658862876

Tabela C.11: Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas a 60 °C 60 °Brix.

t(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	30,850	15,14	9,13	1	1	1
5	30,760	14,87	9,06	0,997082658	0,982166446	0,992332968
10	30,670	14,75	8,54	0,994165316	0,974240423	0,935377875
15	30,520	14,15	8,42	0,989303079	0,934610304	0,922234392
20	30,120	14,18	8,3	0,976337115	0,93659181	0,909090909
30	30,260	14,30	8,27	0,980875203	0,944517834	0,905805038
40	30,270	14,25	8,27	0,981199352	0,941215324	0,905805038
50	29,910	14,18	7,94	0,969529984	0,93659181	0,86966046
60	29,590	13,82	7,91	0,959157212	0,912813738	0,866374589
70	29,410	13,33	7,75	0,953322528	0,880449141	0,848849945
80	29,250	13,54	7,5	0,948136143	0,894319683	0,821467689
100	29,180	13,31	7,66	0,945867099	0,879128137	0,838992333
120	28,890	13,1	7,36	0,936466775	0,865257596	0,806133625
140	28,470	13,01	6,87	0,922852512	0,859313078	0,752464403
170	28,320	12,72	6,82	0,917990276	0,84015852	0,746987952
200	28,200	12,65	6,54	0,914100486	0,835535007	0,716319825
230	28,25	12,47	6,45	0,915721232	0,823645971	0,706462212
290	27,97	12,21	6,05	0,906645057	0,806472919	0,662650602
350	27,86	12,07	6,02	0,903079417	0,797225892	0,659364732
410	27,83	12,02	6,02	0,902106969	0,793923382	0,659364732
470	27,79	11,92	6,02	0,900810373	0,787318362	0,659364732

Tabela C.12: Evolução das dimensões durante a secagem a 60 °C das amostras osmodesidratadas *in natura*.

(min)	$L_z$	$L_y$	$L_x$	$L_z^*$	$L_y^*$	$L_x^*$
0	39,990	20,55	11,15	1	1	1
5	39,930	20,41	10,9	0,998499625	0,993187348	0,977578475
10	39,560	20,29	10,81	0,989247312	0,987347932	0,969506726
15	39,060	20,17	10,83	0,976744186	0,981508516	0,971300448
20	39,030	19,81	10,78	0,975993998	0,963990268	0,966816143
30	38,770	19,54	10,59	0,969492373	0,950851582	0,949775785
40	38,470	19,42	10,49	0,961990498	0,945012165	0,940807175
50	37,880	18,95	10,25	0,947236809	0,922141119	0,919282511
60	37,610	18,45	10,14	0,940485121	0,897810219	0,90941704
70	36,410	17,68	10	0,910477619	0,860340633	0,896860987
80	36,290	17,2	9,67	0,907476869	0,836982968	0,867264574
100	35,580	16,41	9,24	0,889722431	0,798540146	0,828699552
120	34,890	15,81	8,81	0,872468117	0,769343066	0,790134529
140	34,030	14,76	8,35	0,850962741	0,718248175	0,748878924
170	32,260	13,6	7,54	0,806701675	0,661800487	0,676233184
200	31,400	13,17	6,97	0,785196299	0,640875912	0,625112108
230	29,92	12,43	6,78	0,748187047	0,60486618	0,608071749
290	29,24	11,85	6,49	0,731182796	0,576642336	0,58206278
350	28,25	10,72	6,38	0,706426607	0,521654501	0,572197309
410	27,79	9,14	6,19	0,694923731	0,444768856	0,555156951
470	27,31	9,17	5,78	0,68292073	0,44622871	0,51838565
530	27,18	9,18	5,28	0,679669917	0,446715328	0,473542601
590	27,05	9,13	5,27	0,676419105	0,444282238	0,47264574
650	26,91	9,07	5,25	0,67291823	0,44136253	0,470852018
710	26,78	9,02	5,24	0,669667417	0,43892944	0,469955157
770	26,64	8,96	5,24	0,666166542	0,436009732	0,469955157
830	26,63	8,95	5,24	0,665916479	0,435523114	0,469955157