



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS NUMÉRICAS E COMPUTACIONAIS
PARA A DESCRIÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM CORPOS
CILÍNDRICOS: APLICAÇÃO EM DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA E SECAGEM
COMPLEMENTAR DE BANANA**

AUTOR: Aluizio Freire da Silva Junior

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

**CAMPINA GRANDE - PB
JULHO/2015**

ALUIZIO FREIRE DA SILVA JUNIOR

**DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTAS NUMÉRICAS E COMPUTACIONAIS
PARA A DESCRIÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM CORPOS
CILÍNDRICOS: APLICAÇÃO EM DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA E SECAGEM
COMPLEMENTAR DE BANANA**

Tese de Doutorado submetida à
Coordenação do Curso de Doutorado em
Engenharia de Processos, como parte dos
requisitos para obtenção do título de Doutor
em Engenharia de Processos.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

**CAMPINA GRANDE - PB
JULHO/2015**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA NA FONTE
Responsabilidade Msc. Jesiel Ferreira Gomes – CRB 15 – 256

S586d Silva Junior, Alúzio Freire da.

Desenvolvimento de ferramentas numéricas e computacionais para a descrição de transferência de massa em corpos cilíndricos: aplicação em desidratação osmótica e secagem complementar de banana. / Alúzio Freire da Silva Junior. – Campina Grande: CCT, 2015.

269 fl.

Tese (Curso de Pós-graduação em Engenharia de Processos) – Centro de Ciências e Tecnologia. / Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, 2015.


Orientador: Wilton Pereira da Silva.

1. Engenharia mecânica. 2. Equação de difusão. 3. Desidratação osmótica. 4. Secagem convectiva. 5. Otimização de processos. I. Título.

CDU 621(043)

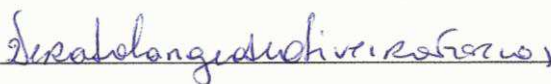
MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ALUIZIO FREIRE DA SILVA JUNIOR** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

Tese de Doutorado **aprovada com distinção** em 31 de julho de 2015



Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

UAF/CCT/UFCG – Orientador



Profª. Drª. Vera Solange de Oliveira Farias

UAE/CES/UFCG – Examinadora interna



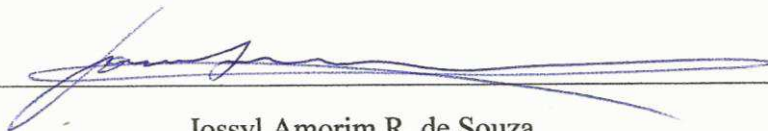
Profª Drª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva

UAF/CCT/UFCG – Examinadora externa



Prof. Dr. Edvaldo de Oliveira Alves

DF/CCT/UEPB – Examinador externo



Jossyl Amorim R. de Souza

UAF/CCT/UFCG – Examinador externo

Campina Grande, 31 de julho de 2015

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Aluizio Freire da Silva Junior e aprovada pela banca examinadora em 31 de julho de 2015.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Wilton Pereira da Silva', is written over a horizontal line.

Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva
UAF/CCT/UFCG – Orientador

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado:

Aos meus pais Aluizio Freire da Silva e Josefa Jovem da Silva pelos anos de lutas visando a formação acadêmica e, principalmente, a formação moral de seus filhos.

À minha esposa, Nuara Moraes Freire, pelo companheirismo, incentivo e orações nesses anos de batalhas.

Às minhas filhinhas Vitória Moraes Freire e Sophia Moraes Freire por serem a motivação para tudo em minha vida desde quando nasceram.

À minha irmã Daniele e meu cunhado Evaldo pelas orações e pelo auxílio durante a elaboração deste trabalho.

Àqueles que de alguma forma contribuíram para realização deste sonho.

AGRADECIMENTOS

A Deus por todas as bênçãos no decorrer desta caminhada, seja me capacitando diretamente, ou indiretamente através de pessoas às quais passo a agradecer agora.

Além de dedicar este trabalho, agradeço ao meus pais (Aluizio Freire da Silva e Josefa Jovem da Silva), que dedicaram boa parte de suas vidas ao trabalho (em alguns momentos em três turnos, em outros em finais de semana) para garantir o sustento e os estudos de seus filhos.

À minha esposa (Nuara Moraes Freire) que tem sido minha cúmplice em diversas fases de minha vida, e neste não poderia ser diferente. Agradeço pela ajuda em diversos momentos (principalmente naqueles que precisei estar ausente de casa).

Às minhas filhinhas (Vitória e Sophia) que podem não entender agora, mas um dia entenderão como filhos podem inspirar seus pais a fazerem quase tudo.

À minha irmã (Daniele, ou simplesmente “tia Dani”) e ao meu cunhado (Evaldo, ou “tio Evaldo”), que além das orações e auxílios já citados, são pessoas que me orgulho de ter na minha vida.

Ao meu orientador Prof. Wilton Pereira da Silva, um professor e orientador incansável (sempre disponível), com quem aprendi muito sobre programação, transferência de calor e massa e também sobre ser professor.

Aos membros da banca Prof^ª Dr^ª Vera Solange de Oliveira Farias, Prof^ª Dr^ª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva, Prof. Dr. Edvaldo de Oliveira Alves, Prof. Dr. Jossyl Amorim R. de Souza e Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva por terem contribuído para a melhoria do presente trabalho, com sugestões e correções de extrema relevância.

À Juarez e Kalina, pelos momentos que tivemos juntos: pagando disciplinas, fazendo experimentos ou discutindo artigos. Que esta amizade seja também pós-doutoral.

A todos aqueles com os quais compartilhei momentos na construção deste trabalho, em especial: Deise, Juliana, Fabrício, Célia, Antônio, Waldemir e Rubens.

Às professoras Maria Elieidy e Juliana Késsia, coordenadoras dos laboratórios de Bromatologia (LABROM) e de Tecnologia de Alimentos (LTA) do Centro de Educação e Saúde da UFCG (campus Cuité), pelo suporte em experimentos realizados para esta tese.

A todos os técnicos e coordenadores do Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas do Centro de Tecnologia e Recursos Naturais da UFCG (campus Campina Grande), pelo suporte em experimentos realizados para esta tese.

Aos que contribuíram para o aceleramento dos processos de otimização, emprestando seus computadores: Edvaldo Azevedo (ou “Valdinho”) e “tio Evaldo”.

Finalmente a todos meus ex-professores, em especial ao Prof. Bráulio Maia Junior, Prof. José Urânio e Prof. Osmundo Alves de Lima.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xiv
LISTA DE TABELAS	xxii
NOMENCLATURA	xxvi
RESUMO	xxix
ABSTRACT	xxx
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Justificativa	3
1.2 Objetivo geral	4
1.3 Objetivos específicos	4
1.4 Principais contribuições	6
CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 A importância comercial e nutricional da banana	7
2.2 Desidratação osmótica de banana	8
2.3 A desidratação osmótica aplicada a outros produtos	14
2.4 Mecanismos da desidratação osmótica	17
2.5 Secagem convectiva de frutas	18
2.6 Secagem: conceitos	21
2.6.1 Teor de umidade	21
2.6.2 Mecanismos da secagem	23
2.7 A Difusão líquida	24
2.7.1 Difusão em geometrias simples	25
2.7.1.1 Cilindro infinito	25
2.7.1.2 Cilindro finito	25
2.7.1.3 Difusão em outras geometrias	26
2.8 Ferramentas para solução da equação de difusão	27
2.8.1 Ferramentas analíticas	28

2.8.1.1	Solução analítica para geometria de um cilindro infinito	29
2.8.1.1.1	Solução analítica para o cilindro infinito usando condição de contorno do terceiro tipo	29
2.8.1.2	Solução analítica para geometria de um cilindro finito	32
2.8.1.2.1	Solução analítica para o cilindro finito usando condição de contorno do terceiro tipo.....	33
2.8.2	Métodos numéricos para solução de problemas difusivos	36
2.8.2.1	Método dos elementos finitos (MEF)	36
2.8.2.2	Método das diferenças finitas (MDF)	38
2.8.2.3	Método dos volumes finitos (MVF)	39
2.8.2.4	Formulações para métodos numéricos	41
CAPÍTULO 3 MATERIAIS E MÉTODOS		43
3.1	Ferramentas numéricas	43
3.1.1	Solução numérica para o caso do cilindro infinito	43
3.1.1.1	Discretização da equação de difusão para os volumes de controle internos	47
3.1.1.2	Discretização da equação de difusão para o primeiro volume de controle	49
3.1.1.3	Discretização da equação de difusão para o volume de controle no contorno	50
3.1.2	Solução numérica para o cilindro finito	53
3.1.2.1	Discretização da equação de difusão para os volumes de controle internos	57
3.1.2.2	Discretização da equação de difusão para o volume de controle a nordeste	59
3.1.2.3	Discretização da equação de difusão para o volume de controle a sudoeste	61
3.2	Valor médio de Φ	63
3.3	Avaliação do parâmetro Γ^Φ nas interfaces	64
3.4	Métodos de resolução de sistemas lineares	65
3.4.1	Método “Tridiagonal Matrix Algorithm” (TDMA)	66

3.4.2	Método de Gauss-Seidel	67
3.4.3	Combinação TDMA-Gauss Seidel	68
3.5	Otimizador desenvolvido para as soluções numéricas	69
3.6	<i>Softwares</i> desenvolvidos para os cilindros infinito e finito	73
3.6.1	Interface gráfica	74
3.7	Metodologia experimental	74
3.7.1	Matéria-prima	74
3.7.2	Desidratação osmótica	75
3.7.3	Secagem convectiva	81
CAPITULO 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO		86
4.1	Soluções numéricas: interface gráfica dos <i>softwares</i> e validações das soluções numéricas	86
4.1.1	Interface gráfica	86
4.1.1.1	Menu “Arquivo”	86
4.1.1.1.1	Item “Otimização”	87
4.1.1.1.2	Item “Simulação”	90
4.1.2	Validação da solução numérica para o caso unidimensional	93
4.1.3	Validação da solução numérica para o caso bidimensional	99
4.1.4	Teste de coerência para o <i>software</i> bidimensional	104
4.1.5	Validação do otimizador desenvolvido quando acoplado à solução numérica para o caso unidimensional	105
4.1.6	Validação do otimizador desenvolvido quando acoplado à solução numérica para o caso bidimensional	109
4.2	Desidratação osmótica de bananas cortadas em pedaços cilíndricos	111
4.2.1	Dados experimentais	111
4.2.2	Variação das dimensões dos cilindros de banana na desidratação osmótica	116
4.2.3	Estudo da malha para otimização	123
4.2.4	Otimização para a perda de água	127
4.2.4.1	Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 40°C	128

4.2.4.2	Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C	129
4.2.4.3	Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C	131
4.2.4.4	Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 40°C	132
4.2.4.5	Discussão sobre os resultados obtidos pela otimização	133
4.2.5	Análise das cinéticas de perda de água	135
4.2.6	Distribuição de água no interior do produto	140
4.2.7	Otimização para o ganho de sacarose	144
4.2.7.1	Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 40°C	144
4.2.7.2	Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C	145
4.2.7.3	Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C	147
4.2.7.4	Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 40°C	148
4.2.7.5	Discussão sobre os resultados obtidos na otimização	150
4.2.8	Análise das cinéticas de ganho de sacarose	152
4.2.9	Distribuição de sacarose no interior do produto	157
4.3	Secagem complementar de bananas cortadas em pedaços cilíndricos	161
4.3.1	Dados experimentais	162
4.3.2	Variação das dimensões dos cilindros de banana na secagem complementar	167
4.3.3	Otimização para a secagem complementar	172
4.3.3.1	Otimização para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C	172
4.3.3.2	Otimização para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C	174
4.3.3.3	Otimização para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C	176

4.3.3.4	Otimização para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C	178
4.3.3.5	Discussão sobre os resultados obtidos na otimização	179
4.3.4	Análise das cinéticas da secagem complementar	181
4.3.5	Distribuição de água no interior do produto	185
4.4	Desidratação osmótica de bananas inteiras	188
4.4.1	Dados experimentais	188
4.4.2	Otimização para a perda de água e o ganho de NaCl	188
4.4.2.1	Resultados das otimizações	189
4.4.3	Análise das cinéticas de perda de água e ganho de NaCl	191
	CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES	195
5.1	Caso unidimensional	195
5.2	Caso bidimensional	196
5.3	Sugestões para trabalhos futuros	200
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	202
	APÊNDICE A: DISCRETIZAÇÕES	225
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle a noroeste	226
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle ao norte	228
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle a leste.....	231
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle sudeste.....	233
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle ao sul.....	236
	Discretização da equação de difusão para o volume de controle a oeste.....	237

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1:	Hipóteses de Molz para o mecanismo de desidratação osmótica.....	18
Figura 2.2:	Cinética de secagem com teor de umidade de equilíbrio	22
Figura 2.3:	Sistema de coordenadas do cilindro finito	26
Figura 2.4:	Exemplo de um cilíndrico infinito	29
Figura 2.5:	Simetria radial do cilindro infinito	30
Figura 2.6:	Setor circular para estudo do caso unidimensional	31
Figura 2.7:	Fatia simétrica do cilindro finito	33
Figura 2.8:	Retângulo para estudo do caso bidimensional.....	33
Figura 2.9:	Domínio contínuo dividido em 256 volumes de controle.....	40
Figura 2.10:	Funções de interpolação no tempo	41
Figura 3.1:	(a) Malha unidimensional; (b) Fatia simétrica.....	44
Figura 3.2:	Elemento da malha unidimensional	45
Figura 3.3:	Tipos de volumes de controle do caso unidimensional	45
Figura 3.4:	Volume de controle interno	48
Figura 3.5:	Primeiro volume de controle	49
Figura 3.6:	Volume de controle no contorno da malha unidimensional	51
Figura 3.7:	Retângulo obtido com a hipótese da simetria	53
Figura 3.8:	Malha bidimensional para o caso do cilindro finito	54
Figura 3.9:	Volume de controle para geometria cilíndrica	54
Figura 3.10:	Tipos de volumes de controle da malha bidimensional	55
Figura 3.11:	Volume de controle interno e os volumes de controle vizinhos ao norte (N), ao sul (S), a oeste (W) e a leste (E)	57
Figura 3.12:	Volume de controle nordeste com seus volumes de controle vizinhos a oeste e ao sul	59
Figura 3.13:	O volume de controle sudoeste e seus vizinhos a leste e ao norte ..	62
Figura 3.14:	Esquema para obtenção de Γ_{eq}^{Φ}	65
Figura 3.15:	(a) Aplicando o Método TDMA às linhas da malha unidimensional; (b) Aplicando o Método TDMA às colunas da malha unidimensional	68
Figura 3.16:	Interpolação realizada para cada tempo experimental	70

Figura 3.17:	Busca do intervalo que contém o valor ótimo do parâmetro feita pelo otimizador desenvolvido	72
Figura 3.18:	Busca do valor ótimo do parâmetro a feita através dos pontos médios dos subintervalos do intervalo $[a_{k-1}, a_k]$	73
Figura 3.19:	Penca de banana Maçã.	75
Figura 3.20:	Bananas cortadas em rodela de 1 cm.....	75
Figura 3.21:	Cortador desenvolvido para o corte de rodela de banana de 1 cm de comprimento.....	76
Figura 3.22:	Amostra separadas em triplicata representando cada instante do processo de desidratação osmótica.....	76
Figura 3.23:	Refratômetro utilizado para ajuste das concentrações das soluções.	77
Figura 3.24:	Amostras em solução sendo colocadas na estufa.....	77
Figura 3.25:	Amostras retiradas da solução para a determinação de perda de água e ganho de sacarose	78
Figura 3.26:	(a) Balança analítica utilizada para determinação da massa das amostras; (b) Amostras na estufa de secagem para a determinação de matéria seca	78
Figura 3.27:	Paquímetro utilizado para verificar o encolhimento do produto durante o processo.....	79
Figura 3.28:	Aparelho utilizado para o armazenamento à vácuo	81
Figura 3.29:	Amostras de banana armazenadas à vácuo	81
Figura 3.30:	Cestos desenvolvidos para cinética de secagem e o acompanhamento do encolhimento.....	82
Figura 3.31:	Cestos com amostras osmoticamente desidratadas com 40 e 60° Brix durante a secagem a 70°C	82
Figura 3.32:	Estufa de circulação e renovação de ar usada para secagem convectiva.....	83
Figura 3.33:	Balança utilizada para determinação da massa das amostras a cada intervalo de tempo.....	83
Figura 3.34:	Estufa de secagem usada para determinação de massa seca	84
Figura 4.1:	Interface gráfica do programa desenvolvido para o caso bidimensional	86

Figura 4.2:	Menu “Arquivo”	87
Figura 4.3:	Caixa de diálogo para que sejam inseridos os dados gerais	87
Figura 4.4:	Caixa de diálogo para que seja escolhida uma expressão para a difusividade	88
Figura 4.5:	(a) Tela antes de iniciar otimização; (b) Ao iniciar o processo de otimização	89
Figura 4.6:	Caixa de diálogo com os resultados da otimização.....	89
Figura 4.7:	Gráfico da simulação comparado com os dados experimentais.....	90
Figura 4.8:	Caixa de diálogo para que sejam informadas as expressões para o raio, o comprimento, a difusividade e o termo fonte.	91
Figura 4.9:	Caixa de diálogo para informação dos dados referentes aos gráficos de distribuição de cores.	92
Figura 4.10:	Numeração das superfícies circulares.	92
Figura 4.11:	Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução analítica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 10% de NaCl a 50°C.	96
Figura 4.12:	Cinética do teor de sólidos obtida pela solução numérica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 10% de NaCl a 50°C.....	96
Figura 4.13:	Superposição das soluções analítica e numérica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 10% de NaCl a 50°C.....	97
Figura 4.14:	Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução analítica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 26,5 % de NaCl a 50°C	97
Figura 4.15:	Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução numérica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 26,5 % de NaCl a 50°C	98
Figura 4.16:	Superposição das soluções analítica e numérica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 26,5% de NaCl a 50°C.	98
Figura 4.17:	Solução analítica para o processo de desidratação osmótica em soluções de 50°Brix de sacarose a 50°C.	101

Figura 4.18:	Solução numérica para o processo de desidratação osmótica em soluções de 50°Brix de sacarose a 50°C.	101
Figura 4.19:	Superposição das soluções analítica e numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 50°Brix de sacarose a 50°C.	102
Figura 4.20:	Solução analítica para o processo de desidratação osmótica em soluções de 70°Brix de sacarose a 50°C.	102
Figura 4.21:	Solução numérica para o processo de desidratação osmótica em soluções de 70°Brix de sacarose a 50°C.	103
Figura 4.22:	Superposição das soluções analítica e numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 70°Brix de sacarose a 50°C.	103
Figura 4.23:	Cilindro inteiro e malha bidimensional com destaque para os volumes 1 (sudoeste), 2 sudeste e 3 (nordeste).	104
Figura 4.24:	Superposição das simulações para os volumes de controle sudoeste (1), sudeste (2) e nordeste (3).	105
Figura 4.25:	30 pontos escolhidos dentre os 3625 fornecidos pela solução numérica para o caso unidimensional.	106
Figura 4.26:	Sistema operacional e características do computador usado para os testes do otimizador	109
Figura 4.27:	100 pontos fornecidos pela solução numérica para o caso bidimensional.	110
Figura 4.28:	Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função da quantidade de água... ..	119
Figura 4.29:	Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função da quantidade de água... ..	120
Figura 4.30:	Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função da quantidade de sacarose.... ..	121
Figura 4.31:	Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função da quantidade de sacarose... ..	121
Figura 4.32:	(a) amostra <i>in natura</i> (b) amostra osmoticamente desidratada em solução de 40 °Brix e 70°C... ..	122

Figura 4.33:	Superposição da cinética obtida com 500 passos de tempo e da obtida com 1000 passos de tempo.....	124
Figura 4.34:	Superposição da cinética obtida com 1000 passos de tempo e da obtida com 2000 passos de tempo.....	124
Figura 4.35:	Superposição da cinética obtida para a malha 30×15 e da obtida para a malha 30×20	126
Figura 4.36:	Superposição da cinética obtida para a malha 30×20 e da obtida para a malha 35×25	126
Figura 4.37:	Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento): (a) 40°Brix e 40°C ; (b) 40°Brix e 70°C ; (c) 60°Brix e 40°C ; (d) 60°Brix e 70°C	135
Figura 4.38:	Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, para as condições experimentais de 40°Brix e 70°C	136
Figura 4.39:	Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).....	137
Figura 4.40:	Gráficos das difusividades de água em função da quantidade de água local, para as condições experimentais: (a) 40°Brix e 40°C ; (b) 40°Brix e 70°C ; (c) 60°Brix e 40°C ; (d) 60°Brix e 70°C	138
Figura 4.41:	Difusividades de água em função da quantidade de água local das quatro condições experimentais.....	139
Figura 4.42:	Distribuição de água no interior do produto nos tempos (40°Brix e 40°C): (a) $t = 180$ min; (b) $t = 450$ min e (c) $t = 1224$ min, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 53,7 a quantidade de água de equilíbrio.....	140
Figura 4.43:	Distribuição de água no interior do produto nos tempos (60°Brix e 70°C): (a) $t = 180$ min; (b) $t = 450$ min e (c) $t = 1224$ min, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 17,9 a quantidade de água de equilíbrio.....	141

Figura 4.44:	Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (40 °Brix e 70°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 23,2 a quantidade de água de equilíbrio.....	142
Figura 4.45:	Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (60 °Brix e 40°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 30,1 a quantidade de água de equilíbrio.....	143
Figura 4.46:	Difusividade de sacarose descrita pela expressão 4.....	150
Figura 4.47:	Cinéticas de ganho de sacarose obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento): (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 40 °Brix e 70°C; (c) 60 °Brix e 40°C; (d) 60 °Brix e 70°C.....	153
Figura 4.48:	Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, para as condições experimentais: (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 40 °Brix e 70°C; (c) 60 °Brix e 40°C; (d) 60 °Brix e 70°C.....	154
Figura 4.49:	Cinéticas do ganho de sacarose obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).....	155
Figura 4.50:	Gráficos das difusividades de sacarose em função da quantidade de sacarose local, para as condições experimentais: (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 40 °Brix e 70°C; (c) 60 °Brix e 40°C; (d) 60 °Brix e 70°C.....	156
Figura 4.51:	Distribuição de sacarose no interior do produto nos tempos (40 °Brix e 40°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 25,3 a quantidade de sacarose de equilíbrio.....	158

Figura 4.52:	Distribuição de sacarose no interior do produto nos tempos (60 °Brix e 70°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 58,1 a quantidade de sacarose de equilíbrio.....	159
Figura 4.53:	Distribuição de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (40 °Brix e 70°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 50,6 a quantidade de sacarose de equilíbrio.....	160
Figura 4.54:	Distribuição de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (60 °Brix e 40°C): (a) t = 180 min; (b) t = 450 min e (c) t = 900 min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 28,5 a quantidade de sacarose de equilíbrio.....	161
Figura 4.55:	Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função do teor de umidade adimensional.....	170
Figura 4.56:	Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função do teor de umidade adimensional.....	171
Figura 4.57:	Cinéticas de secagem a 40°C (assumindo difusividade variável e encolhimento) de amostras pré-tratadas nas condições experimentais: (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 60 °Brix e 40°C.....	182
Figura 4.58:	Cinéticas de secagem a 70°C (assumindo difusividade variável e encolhimento) de amostras pré-tratadas nas condições experimentais: (a) 40 °Brix e 70°C; (b) 60 °Brix e 70°C.....	182
Figura 4.59:	Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, nas secagens das amostras pré-tratadas nas condições: (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 60 °Brix e 40°C; (c) 40 °Brix e 70°C; (d) 60 °Brix e 70°C.....	183
Figura 4.60:	Cinéticas de secagem obtidas para as quatro condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).....	184

Figura 4.61:	Gráficos das difusividades efetivas de água em função do teor de umidade adimensional local, para as quatro condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).....	185
Figura 4.62:	Distribuição de água no interior do cilindro para secagem complementar a 70°C (amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 70°C) nos tempos: (a) $t = 89 \text{ min}$; (b) $t = 178 \text{ min}$ e (c) $t = 445 \text{ min}$, onde o número 1 da escala representa o teor de umidade inicial e 0 o teor de umidade de equilíbrio.....	186
Figura 4.63:	Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, para secagem complementar a 40°C (amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 40°C) nos tempos : (a) $t = 81 \text{ min}$; (b) $t = 161 \text{ min}$ e (c) $t = 484 \text{ min}$	187
Figura 4.64:	Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4.....	192
Figura 4.65:	Cinéticas de perda de água obtidas para as quatro condições experimentais estudadas.....	193
Figura 4.66:	Cinéticas de ganho de NaCl obtidas para as condições experimentais: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4.....	193
Figura 4.67:	Cinéticas de ganho de NaCl obtidas para as quatro condições experimentais estudadas.....	194
Figura A.1:	Volume de controle a noroeste com volumes de controle vizinhos ao leste e ao sul.....	226
Figura A.2:	Volume de controle ao norte com vizinhos a oeste, a leste e ao sul.	229
Figura A.3:	Volume de controle leste e seus vizinhos ao norte, ao sul e a oeste.	231
Figura A.4:	Volume de controle a sudeste com seus vizinhos ao norte e a oeste.	233
Figura A.5:	Volume de controle ao sul e seus vizinhos ao norte, a oeste e a leste.....	236
Figura A.6:	Volume de controle a oeste e seus vizinhos ao norte, ao sul e a leste.....	238

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1:	Valores nutritivos da banana.....	8
Tabela 4.1:	Dados do ganho de NaCl obtidos por Souraki et al. (2012) para condições experimentais de 10% de NaCl e 50°C.....	94
Tabela 4.2:	Dados do ganho de NaCl obtidos por Souraki et al. (2012) para condições experimentais de 26,5% de NaCl e 50°C.....	95
Tabela 4.3:	Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo Software Convective para o caso unidimensional.....	95
Tabela 4.4:	Dados do teor de umidade obtidos por Fernandes et al. (2006a) para secagem a 50°C de bananas desidratadas osmoticamente em concentração de 50° Brix de sacarose.....	99
Tabela 4.5:	Dados do teor de umidade obtidos por Fernandes et al. (2006a) para secagem a 50°C de bananas desidratadas osmoticamente em concentração de 70° Brix de sacarose	100
Tabela 4.6:	Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo Software Convective para o caso bidimensional.....	100
Tabela 4.7:	Valores da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectiva de massa obtidos pelo otimizador desenvolvido	107
Tabela 4.8:	Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo otimizador para diversos valores iniciais, quando acoplado à solução unidimensional.....	108
Tabela 4.9:	Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo otimizador para diversos valores iniciais e número de intervalos de tempo, quando acoplado à solução bidimensional.	110
Tabela 4.10:	Temperatura da desidratação osmótica (T), concentração da solução, teor de umidade inicial (\bar{X}_i), teor de umidade de equilíbrio (\bar{X}_{eq}), raio inicial (R_0), comprimento inicial (L_0).....	111
Tabela 4.11:	Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 40°C e concentração de 40 °Brix.....	113

Tabela 4.12:	Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 40°C e concentração de 60 °Brix.....	113
Tabela 4.13:	Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 70°C e concentração de 40 °Brix.....	114
Tabela 4.14:	Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 70°C e concentração de 60 °Brix.....	115
Tabela 4.15:	Valores percentuais para o raio e para o comprimento finais em relação ao início do processo de desidratação osmótica.....	115
Tabela 4.16:	Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 40°C e concentração de 40 °Brix.....	117
Tabela 4.17:	Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 40°C e concentração de 60 °Brix.....	117
Tabela 4.18:	Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 70°C e concentração de 40 °Brix.....	118
Tabela 4.19:	Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 70°C e concentração de 60 °Brix.....	118
Tabela 4.20:	Indicadores estatísticos para os ajustes realizados para os dados de encolhimento.....	122
Tabela 4.21:	Comparação entre os resultados fornecidos pela solução numérica admitindo uma malha 10×3 e os passos de tempo de 500 e 1000. .	123
Tabela 4.22:	Comparação entre os resultados fornecidos pela solução numérica admitindo as malhas 30×15, 30×20 e 35×25 e 1000 passos de tempo.	125
Tabela 4.23:	Expressões contidas na biblioteca do software desenvolvido.	127
Tabela 4.24:	Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C.	129
Tabela 4.25:	Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.	130
Tabela 4.26:	Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.	132
Tabela 4.27:	Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C.	133

Tabela 4.28:	Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C.	145
Tabela 4.29:	Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.	146
Tabela 4.30:	Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.	148
Tabela 4.31:	Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C.	149
Tabela 4.32:	Temperatura de secagem (T), concentração da solução no pré-tratamento osmótico, teor de umidade inicial (\bar{X}_i), teor de umidade de equilíbrio (\bar{X}_{eq}), raio inicial (R_0), comprimento inicial (L_0).....	162
Tabela 4.33:	Dados da secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 40°C..	163
Tabela 4.34:	Dados da secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 70°C..	164
Tabela 4.35:	Dados da secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix e 70°C..	165
Tabela 4.36:	Dados da secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix e 40°C..	166
Tabela 4.37:	Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 40 °Brix.....	167
Tabela 4.38:	Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 60 °Brix.....	168
Tabela 4.39:	Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 70°C e 40 °Brix.....	169
Tabela 4.40:	Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 70°C e 60 °Brix.....	169

Tabela 4.41:	Indicadores estatísticos para os ajustes realizados para os dados de encolhimento na secagem complementar..	171
Tabela 4.42:	Valores percentuais para o raio e para o comprimento finais em relação ao início do processo de secagem..	172
Tabela 4.43:	Resultados das otimizações para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C..	173
Tabela 4.44:	Resultados das otimizações para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C..	175
Tabela 4.45:	Resultados das otimizações para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C..	177
Tabela 4.46:	Resultados das otimizações para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C..	179
Tabela 4.47:	Resultados das otimizações para a perda de água de bananas inteiras.....	189
Tabela 4.48:	Resultados das otimizações para o ganho de NaCl de bananas inteiras.....	190

NOMENCLATURA

A_p, A_w, A_e, A_n, A_s - Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
a, b - Parâmetros de ajuste	[-]
A_{n1}, A_{m2} - Coeficientes da solução analítica unidimensional para o valor médio da grandeza de interesse.....	[-]
Bi - Número de Biot de transferência de massa	[-]
B - Termo independente de Φ na equação de difusão discretizada	[-]
B_{n1}, B_{m2} - Coeficientes da solução analítica bidimensional para o valor médio da grandeza de interesse	[-]
B_n - Coeficiente da solução analítica da equação de difusão admitindo o valor médio da grandeza de interesse.....	[-]
C_n - Coeficiente da solução analítica da equação de difusão	[-]
C_w^t - Quantidade de água do produto no tempo t	[%]
C_s^t - Quantidade de sacarose do produto no tempo t	[%]
D - Difusividade efetiva de massa	$[m^2s^{-1}]$
E, W, N, S, P - Pontos nodais	[-]
h - Coeficiente de transferência convectiva de massa	$[ms^{-1}]$
$J_0(\zeta_n), J_1(\zeta_n)$ - Funções de Bessel de primeira espécie de ordens zero e um	[-]
L - Comprimento do cilindro finito	[m]
L_0 - Comprimento inicial do cilindro finito.....	[m]
L^* - Comprimento adimensional	[-]
ΔL - Comprimento característico da malha	[m]
m_{11}^t - Massa da amostra n_{11} no tempo t	[g]
m_{11}^0 - Massa da amostra n_{11} no tempo 0.....	[g]
m_x^t - Massa da amostra n_x no tempo t.....	[g]
m_x^0 - Massa da amostra n_x no tempo 0.....	[g]
ms_{11}^t - Massa seca da amostra n_{11} no tempo t	[g]
ms_x^t - Massa seca da amostra n_x no tempo t	[g]
$m(t)$ - Massa da amostra no tempo t	[g]
$m_{H_2O}(t)$ - Massa de água da amostra no tempo t.....	[g]
m_s - Massa seca da amostra	[g]

r - Posição radial, coordenada cilíndrica	[m]
r_e - Posição radial da fronteira “e”	[m]
r_p - Posição radial do ponto nodal “P”	[m]
r_w - Posição radial da fronteira “w”	[m]
R - Raio do cilindro	[m]
R_0 - Raio inicial do cilindro	[m]
R^* - Raio adimensional	[-]
R^2 - Coeficiente de determinação	[-]
Δr - Largura do volume de controle.....	[m]
ΔL - Comprimento do volume de controle.....	[m]
S - Termo fonte da equação de transporte	[-]
S_C - Componente constante do termo fonte linearizado	[-]
S_P - Componente do termo fonte linear em Φ	[-]
SG_t - Ganho de sólidos após t unidades de tempo	[g/100g fruta in natura]
SG_∞ - Ganho de sólidos no equilíbrio	[g/100g fruta in natura]
SR - Razão de sólidos	[-]
t - Tempo de desidratação osmótica ou de secagem	[min]
t_i^{exp} - Tempo referente ao i -ésimo ponto experimental	[min]
t_i^{sim} - Tempo referente ao i -ésimo ponto simulado	[min]
Δt - Intervalo de tempo	[min]
\vec{v} - Vetor velocidade do meio	[min]
V_P - Volume do volume de controle P por unidade de comprimento	[m ³]
$\bar{X}_{bu}(t)$ - Teor de umidade em base úmida no tempo t	[b.u.]
$\bar{X}_{bs}(t)$ - Teor de umidade em base seca no tempo t	[b.s.]
\bar{X}^* - Razão de umidade	[-]
X_{eq} - Teor de umidade de equilíbrio	[b.s.]
X_i - Teor de umidade inicial	[b.s.]

Letras Gregas

Γ^Φ - Coeficiente de transporte	[-]
Γ_e^Φ - Coeficiente de transporte na interface entre P e E	[-]

Γ_E^Φ - Coeficiente de transporte do ponto nodal E	[-]
Γ_P^Φ - Coeficiente de transporte do ponto nodal E	[-]
Γ_W^Φ - Coeficiente de transporte na interface entre W e P	[-]
Γ_n^Φ - Coeficiente de transporte na interface entre N e P	[-]
Γ_S^Φ - Coeficiente de transporte na interface entre S e P	[-]
ζ_n - Raízes da equação característica.	[-]
θ - Tempo de avaliação de Φ	[-]
λ - Coeficiente de transporte	[-]
$\mu_{n,1}, \mu_{n,2}$ - Raízes de equações características	[-]
σ - Desvio padrão	[-]
Φ - Variável dependente de transporte	[-]
$\Phi_P, \Phi_E, \Phi_W, \Phi_N, \Phi_S$ - Variáveis dependentes obtidas na equação discretizada	[-]
$\bar{\Phi}$ - Valor médio de Φ	[-]
Φ_P^0 - Valor da variável no ponto nodal P avaliada no início do intervalo de tempo	[-]
Φ_e, Φ_n - Valores da grandeza de interesse nos contornos leste e norte	[-]
Φ_∞ - Valor de equilíbrio da grandeza no meio	[-]
$\bar{\Phi}_i^{exp}$ - Valor médio da grandeza de interesse referente ao i -ésimo ponto experimental.	[-]
$\bar{\Phi}_i^{sim}(\Gamma^\Phi, h)$ - Valor médio da grandeza de interesse calculado pela solução numérica como uma função de Γ^Φ e h	[-]
ϕ_e'' - Fluxo de Φ por unidade de área no contorno leste	[-]
ϕ_n'' - Fluxo de Φ por unidade de área no contorno norte	[-]
χ^2 - Qui-quadrado	[-]
$1/\sigma_i^2$ - Peso estatístico do i -ésimo ponto experimental	[-]
∇ - Gradiente	[-]
∇ . - Divergente	[-]

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver ferramentas numéricas e computacionais tendo vista descrever processos difusivos em sólidos com formas cilíndricas. Para isto a equação de difusão, considerando os casos de um cilindro infinito e de um cilindro finito, foi discretizada via método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita, admitindo uma condição de contorno do terceiro tipo. Para as soluções numéricas obtidas pelas discretizações, foram desenvolvidos *softwares* na plataforma Windows, utilizando a linguagem de programação Fortran. As soluções desenvolvidas foram validadas pela comparação com resultados fornecidos por soluções analíticas. Os testes realizados indicaram coerência nos resultados fornecidos pelas soluções numéricas. Além disso, a fim de obter os parâmetros físicos dos processos de transferência de massa, um otimizador foi desenvolvido e acoplado às soluções numéricas. Foram realizados testes com o otimizador desenvolvido tendo em vista analisar a capacidade deste em encontrar os valores ótimos de um processo de transferência de massa. Os testes indicaram que o otimizador tem capacidade para obter os parâmetros necessários ao estudo deste trabalho, conseguindo chegar a região que contém os valores ótimos para os parâmetros, mesmo quando considerados valores iniciais distantes destes valores ótimos. A partir dos dados obtidos em experimentos de desidratação osmótica de banana (cortada em pedaços de 10 mm) realizados em combinações de 40 e 70°C de temperatura e 40 e 60 °Brix de concentração, foram realizadas otimizações a fim de obter expressões para descrição das difusividades efetivas de água e sacarose e valores para o coeficiente de transferência convectiva de massa. Os resultados obtidos para as difusividades de água e sacarose estão de acordo com a literatura. Os valores fornecidos pelo otimizador para o coeficiente de transferência convectiva de massa indicaram uma condição de contorno do primeiro tipo. Foram realizadas otimizações a partir dos dados da secagem complementar das amostras osmoticamente desidratadas, e os resultados obtidos para a difusividade de água foram compatíveis com os encontrados na literatura. Foi concluído pelas otimizações que as altas concentrações da desidratação osmótica influenciaram a condição de contorno da secagem complementar.

Palavras-chave: Equação de difusão, Desidratação osmótica, Secagem convectiva, Transferência de massa, Soluções numéricas, Volumes finitos, Otimização de processos.

ABSTRACT

This study aims to develop numerical and computational tools to describe diffusion processes in solids with cylindrical shapes. For this the diffusion equation, considering the case of an infinite cylinder and a finite cylinder, was discretized via finite volume method with a fully implicit formulation, assuming a boundary condition of the third kind. For the numerical solutions obtained by discretization, software has been developed on the Windows platform using the Fortran programming language. The solutions developed were validated by comparison with results provided by analytical solutions. The tests showed consistency in the results provided by the numerical solutions. Furthermore, in order to obtain the physical parameters of the mass transfer process, was developed an optimizer which was coupled with numerical solutions. Tests were performed with the optimizer developed in order to analyze the capacity of finding the optimal values of a mass transfer process. The tests indicated that the optimizer is able to obtain the parameters necessary for the study of this work, reaching the region containing the optimal values for the parameters, even when initial values were considered far from the optimal values. From the data obtained in banana (cut into pieces of 10 mm) osmotic dehydration experiments performed by combining temperature of 40 and 70 ° C and concentration of 40 and 60 ° Brix, optimizations were carried out to obtain expressions for describing the effective diffusivity of water and sucrose and values for convective mass transfer coefficient. The results obtained for the diffusivities of water and sucrose are in agreement with the literature. The values supplied by the optimizer for the mass convective transfer coefficient indicated a boundary condition of the first kind. Optimizations were carried out from the complementary drying data of osmotically dehydrated samples, and the results obtained for the diffusivity of water were consistent with those found in the literature. It was concluded by the optimizations that high concentrations of osmotic dehydration influenced the boundary condition of the complementary drying.

Keywords: Diffusion equation, Osmotic dehydration, Convective drying, Mass Transfer, Numerical solutions, Finite volumes, Process optimization.

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

O processo de secagem de produtos úmidos faz parte de vários setores da indústria. A água presente nestes produtos é devido a sua própria constituição (no caso de produtos agrícolas e madeira), ou esta água é acrescentada no processo de fabricação, como é o caso de produtos cerâmicos e farmacêuticos. Com relação aos produtos farmacêuticos, uma parte considerável destes é comercializada seca (por exemplo, como comprimido), e deste modo, um processo de secagem é necessário após a formulação do medicamento. De forma semelhante ocorre na fabricação de produtos cerâmicos, onde a secagem é uma das fases de produção; sendo uma das mais importantes, visto que pode causar defeitos irreversíveis (SILVA, L., 2012). Pode-se destacar ainda a indústria de papel, onde a reciclagem tem tido grande importância nos últimos tempos. Neste processo de reciclagem, numa primeira etapa uma polpa de papel é produzida com alto teor de umidade, e numa etapa posterior existe a necessidade de secar este papel.

Na indústria agrícola, quando pretende-se armazenar o produto ou produzir novos produtos a partir deste (como banana passa), a secagem torna-se uma fase importante do processamento, visto que os produtos agrícolas possuem alto teor de umidade, principalmente quando se trata de frutas, as quais contêm, em média, 80% de água (MELO FILHO e VASCONCELOS, 2011). Apesar do alto teor de água promover benefícios para o consumidor, existe um ponto negativo: o aceleração da deterioração do produto. Isto é devido ao fato de que a água é responsável pelo metabolismo de bactérias e fungos (unicelulares e multicelulares) que promovem a decomposição da matéria orgânica. Deste modo, a secagem torna-se um processo indispensável quando deseja-se aumentar o tempo de armazenamento e, conseqüentemente, diminuir as perdas. Tais perdas tornam-se ainda mais importantes quando países como o Brasil, de dimensões continentais, são considerados, visto que são grandes as distâncias a serem percorridas entre as regiões produtoras e as regiões consumidoras. Assim, o risco de perda do produto antes de chegar a região consumidora é alto. Este fator também é destacado por Fioreze (2004), onde é informado que a secagem teve um grande desenvolvimento na segunda guerra mundial, devido à necessidade de transportar alimentos entre diferentes continentes.

Tendo em vista a importância do processo de secagem, várias técnicas têm sido desenvolvidas. Uma revisão dos avanços destas técnicas de secagem de frutas e vegetais foi

feita por Sagar (2010) onde são destacadas as secagens com bomba de calor, microondas, *freeze drying*, dentre outras. No entanto, em sua maioria, estas técnicas têm um alto custo energético, o que encarece o processamento dos produtos. De acordo com Fernandes et al. (2006a) a energia usada na secagem de produtos corresponde a uma parcela considerável de toda energia usada na indústria, e com baixa eficiência térmica, na gama de 25-50%. Brooker et al. (1992) destacam que em uma tonelada de milho, mais de 100 kg de água é removida, o que demanda cerca de 500.000 kJ de energia. Isto é devido ao alto calor latente de vaporização da água, cerca de 539,6 cal/g. Deste modo, além da importância do desenvolvimento de novas técnicas, faz-se necessário que estas diminuam o alto custo energético.

A desidratação osmótica é uma alternativa viável para retirar parte da umidade presente no produto e, assim, diminuir o consumo de energia. Além de diminuir o custo do processo de secagem, esta técnica traz outras vantagens, como um melhor produto final (após a secagem convencional). As características do produto final são destacadas no trabalho de Garcia et al. (2007) sobre desidratação osmótica e secagem convectiva de abóbora, no qual a desidratação osmótica é apresentada como responsável pela redução do escurecimento por oxidação, da acidez do produto e por diminuir o colapso estrutural durante a secagem convectiva. Estas características agregam valor ao produto, o que aumenta a importância deste pré-tratamento.

A técnica de desidratação osmótica consiste em imergir um determinado produto numa solução de água com um ou mais solutos, e através de uma pressão exercida pelo meio mais concentrado (a solução) o produto perde água e ganha soluto. Esta migração de massa do produto para o meio e do meio para o produto pode ser modelada pela equação de difusão, e alguns trabalhos têm sido publicados considerando esta modelagem. Por exemplo, Mercali et al. (2011) utilizaram a lei de Fick de estado não-estacionário para avaliar as difusividades efetivas de sacarose, água e NaCl (cloreto de sódio) durante a desidratação osmótica de banana, e esta mesma modelagem tem sido utilizada para a desidratação osmótica de outros produtos como: acerola (SILVA, M. et al., 2010), abóbora (GARCIA et al., 2007), maçã (DEROSSO et al., 2008). No entanto, uma parte considerável destes estudos admite soluções analíticas da equação de difusão para descrever a perda de água e o ganho de sólidos, e assim não consideram o encolhimento do produto durante o processo e a variação das difusividades.

A operação de remoção de água de um produto tem um determinado custo, e este custo está diretamente relacionado com os valores dos parâmetros termo-físicos da equação de

difusão inerente ao problema. Apesar da importância dos referidos parâmetros termo-físicos, poucos trabalhos encontrados na literatura dão um enfoque mais rigoroso ao estudo destes parâmetros. Para que a modelagem matemática seja mais próxima da realidade física, os parâmetros termo-físicos devem ser considerados variáveis. Então, a fim de determinar o custo desta operação, é necessário conhecer as expressões que possibilitam calcular tais parâmetros. Para que as hipóteses citadas até o momento (variação das dimensões do produto e das difusividades) possam ser consideradas na modelagem matemática, faz-se necessário a utilização de uma solução numérica para a equação de difusão. Para a obtenção desta solução numérica, normalmente é empregado o método de diferenças finitas, elementos finitos, ou volumes finitos (CLOUGH, 1960; TANNEHILL et al., 1997; SCHÄFER, 2006).

Como citado anteriormente, a maioria dos trabalhos que tratam da desidratação osmótica e da secagem convectiva complementar consideram que as difusividades permanecem constantes durante todo o processo. Para determinar tais difusividades alguns destes trabalhos utilizam regressão linear ou não-linear, admitindo alguns termos da série que representa a solução analítica para o problema em questão (GONZÁLEZ-FÉSLER et al., 2008; SINGH et al., 2008; AL-HARAHSEH et al., 2009). Deste modo, poucos utilizam um processo de otimização para determinar os parâmetros termo-físicos. Em um processo de otimização, via método inverso, é possível considerar a própria equação de difusão para determinar tais parâmetros. Além disso, após determinar os parâmetros, novamente a equação de difusão pode ser utilizada para descrever as cinéticas de transferência de massa. Geralmente para descrever estas cinéticas são utilizadas equações empíricas, as quais, apesar de apresentarem (em alguns casos) uma boa descrição, só são capazes de representar dados em condições semelhantes aos quais estes foram desenvolvidos.

1.1 Justificativa

O presente trabalho justifica-se por apresentar uma abordagem ao problema de transferência de massa em sólidos cilíndricos pouco comum na literatura sobre desidratação osmótica e secagem complementar de frutas, tais como: o encolhimento, a variação das difusividades e a resistência da superfície do produto à perda de água e ao ganho de sólidos.

Além de desenvolver um *software* com soluções numéricas acopladas e um otimizador, que poderão ser usados para descrever outros processos difusivos.

1.2 Objetivo geral

O objetivo do presente trabalho foi desenvolver ferramentas numéricas e computacionais para descrever os processos difusivos em sólidos com as geometrias de um cilindro finito e de um cilindro infinito.

1.3 Objetivos específicos

Tendo em vista abordar o problema da forma como descrito anteriormente, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Resolver numericamente a equação de difusão para um cilindro infinito e um cilindro finito, através do método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita;
- Desenvolver um otimizador para ser acoplado às soluções numéricas, tendo em vista determinar os parâmetros de processos difusivos;
- Desenvolver um *software* computacional com interface gráfica, em código Fortran para a plataforma *Windows*, para determinar os parâmetros termo-físicos, via otimização, a partir de dados experimentais de desidratação osmótica e secagem convectiva complementar, obtidos por experimento (bananas cortadas em rodela) e obtidos da literatura (bananas inteiras);

- Realizar experimentos de desidratação osmótica relativos a banana cortada na forma de pedaços cilíndricos com concentrações variando de 40 e 60 °Brix e temperaturas de 40 e 70 °C;
- Realizar experimentos visando à secagem convencional complementar dos pedaços de banana, usando ar quente nas temperaturas de 40 e 70 °C;
- Obter dados da literatura para a simulação da transferência de massa na desidratação osmótica, considerando a geometria de um cilindro infinito;
- Simular os processos de difusão de massa: absorção de sacarose e remoção de água;
- Predizer a distribuição de sacarose e de água no interior dos pedaços cilíndricos de banana, em tempos previamente estipulados, bem como as suas respectivas cinéticas, utilizando-se de modelos matemáticos a serem desenvolvidos;
- Estudar os efeitos das considerações adotadas nos diversos modelos sobre os coeficientes de transporte;
- Utilizar os modelos matemáticos desenvolvidos para descrever também a secagem complementar realizada no produto estudado;
- Obter correlações matemáticas para os coeficientes de difusão e de transferência convectiva de massa como função dos parâmetros de desidratação osmótica, de secagem e das dimensões do sólido.

1.4 Principais contribuições

- Uma modelagem matemática mais adequada para descrição dos processos de desidratação osmótica e secagem convectiva, uma vez que foram considerados fenômenos presentes nestes processos que não devem ser descartados, tais como: o encolhimento, a variação das difusividades e a resistência da superfície do produto.
- Um novo otimizador que foi acoplado às soluções numéricas para os casos do cilindro infinito e do cilindro finito, com qual será possível determinar os parâmetros dos processos estudados.
- Uma descrição, fisicamente mais adequada, dos processos de desidratação osmótica e secagem convectiva de bananas inteiras e cortadas em pedaços cilíndricos, devido a modelagem desenvolvida.
- Disponibilizar para a comunidade científica um software desenvolvido com interface gráfica, com qual será possível determinar (via otimização) as difusividades efetivas de água e de sólidos e o coeficiente de transferência convectiva de massa, além de simular as cinéticas de ganho de sólidos e perda de água. Este *software* também poderá ser aplicado posteriormente a outros problemas difusivos.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**2.1 A importância comercial e nutricional da banana**

A banana está entre os produtos agrícolas mais produzidos no mundo. Segundo dados da Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO, 2011), mundialmente existe 5.200.000 hectares de área plantada com uma produção de 107.000.000 de toneladas por ano (t/ano). O continente asiático é o maior produtor com 61.000.000 t/ano, seguido pelas américas (27.600.000 t/ano), África (16.300.000 t/ano), Oceania (1.200.000 t/ano) e Europa (380.000 t/ano). No Brasil, a banana é cultivada numa área com cerca de 500.000 hectares, com uma produtividade média de 14,56 toneladas/ha/ano e produção total de 7.300.000 t/ano. Ainda segundo a FAO (2011), hoje o Brasil é o quinto maior produtor de banana do mundo, sendo o primeiro país a Índia (29.600.000 t/ano), seguida pela China (10.400.000 t/ano), Filipinas (9.100.000 t/ano) e Equador (7.400.000 t/ano).

Silva Neto e Guimarães (2011) ainda apontam que a produção de banana no mundo quase triplicou nos últimos 30 anos. A produção mundial passou de 35 milhões de toneladas por ano em 1979 para 95 milhões de toneladas por ano em 2009. O Brasil, há 30 anos, cultivava 353,6 mil hectares de banana e era o maior produtor mundial. Atualmente na produção frutícola nacional, a banana tem uma participação de 20,9% (IBGE, 2012), o que a coloca como a segunda fruta mais produzida no país, ficando atrás apenas da laranja (21,8%). A região nordeste aparece como a maior produtora de banana, com 2.400.000 t/ano produzidas, mas o estado com a maior produção é São Paulo, com 1.200.000 t/ano produzidas.

Assim, pelos dados apresentados, fica evidente a importância comercial da banana no mundo e no Brasil. Esta importância mundial pode ser justificada por seu valor nutricional, o qual é verificado na Tabela Brasileira de Composição de Alimentos elaborada pelo Núcleo de Estudos e Pesquisas em Alimentação (NEPA, 2006). Na Tabela 2.1 são destacados alguns valores nutricionais da banana da terra, figo, maçã, nanica, ouro, pacovan e prata, para 100g por amostra.

Tabela 2.1: Valores nutritivos da banana.

Tipo	Umidade (%)	Proteína (g)	Carboidrato (g)	Magnésio (g)	Ferro (mg)	Potássio (mg)	Vitamina C (mg)
Terra	63,9	1,4	33,7	24	0,3	328	15,7
Figo	70,1	1,1	27,8	30	0,2	387	17,5
Maçã	75,2	1,8	22,3	24	0,2	264	10,5
Nanica	73,8	1,4	23,8	28	0,3	376	5,9
Ouro	68,2	1,5	29,3	28	0,3	355	7,6
Pacova	77,7	1,2	20,3	30	0,4	267	Tr
Prata	71,9	1,3	26,0	26	0,4	358	*

Fonte: NEPA, 2006.

2.2 Desidratação osmótica de banana

O alto custo energético da secagem convectiva de produtos agrícolas tem motivado o desenvolvimento de novas técnicas de secagem. Entre estas encontram-se os pré-tratamentos que têm como objetivo remover parte da água presente nestes produtos, e assim reduzir o consumo de energia na secagem com ar. Das técnicas de pré-tratamento existentes, uma que tem se destacado é a desidratação osmótica, na qual o produto é imerso em uma solução hipertônica cujos solutos mais usados são cloreto de sódio, sacarose, lactose, frutose e glicose (SILVA et al., 2003). A alta pressão osmótica da solução faz com que parte da água presente no produto migre para esta, além disso, existe a migração de soluto da solução para o produto o que, dependendo do destino que será dado ao produto, é algo benéfico.

Além de proporcionar uma redução no custo energético da secagem, a desidratação osmótica possui algumas vantagens em relação a outros processos de secagem, como por exemplo, a inibição do escurecimento enzimático e uma retenção de componentes responsáveis pelo sabor do alimento (MAEDA e LORETO, 1998; EHABE et al., 2006). Devido às vantagens apresentadas, diversos trabalhos têm sido publicados apresentando pesquisas com o pré-tratamento osmótico de vários produtos, entre os quais serão destacadas a seguir algumas pesquisas já realizadas com banana.

Mauro e Menegalli (1995) realizaram um estudo da difusão de água e sacarose na desidratação osmótica de banana (*Musa Cavendish* Lambert), e avaliaram a adequação da segunda lei de Fick ao problema. Para isto, o problema foi modelado pela equação de difusão, considerando a geometria de um cilindro finito e a condição de contorno do primeiro tipo. Esta condição foi considerada devido a alta concentração da solução (47,2 a 72 °Brix de uma solução binária) e a agitação constante. Foi concluído que a equação de difusão se adequou melhor quando a seletividade da membrana celular foi fortemente reduzida (ou seja, na parte final do processo), o que levou a uma redução no fluxo global. Este problema da adequação do modelo difusivo pode ser reduzido quando o efeito do encolhimento é considerado, o qual será admitido no presente trabalho

Rastogi et al. (1997) realizaram estudos cujo objetivo foi analisar o efeito da temperatura e da concentração da solução osmótica na desidratação osmótica de banana (*Cavendish*) e determinar o coeficiente de difusividade efetiva da água. Para isto foi utilizado um modelo difusivo para coordenadas cilíndricas, considerado apenas o fluxo radial (cilindro infinito). Além disso, a condição de contorno admitida foi a do primeiro tipo, e a solução analítica considerada foi a proposta por Crank (1975). Os experimentos de desidratação foram realizados com a proporção de banana para xarope de 1:20 (tendo em vista que não houvesse uma mudança significativa na concentração da solução), e concentrações e temperaturas variando de 40 a 70° Brix e 25 a 45°C, respectivamente. Para determinação do coeficiente de difusividade efetiva foi considerada a inclinação da reta obtida pela equação do número de Fourier. Foi concluído que o modelo difusivo para regime não-estacionário é válido para descrever a desidratação osmótica de banana, e que o teor de umidade em qualquer tempo de imersão pode ser predito com precisão se os coeficientes de difusão forem conhecidos. Tendo em vista analisar a influência da concentração osmótica no tempo de processo e na qualidade do produto final, outras pesquisas tem sido realizadas com banana (SOUSA et al., 2003a; SOUSA, et al., 2003b; NOWAKUNDA et al, 2004).

Porciuncula et al. (2013) utilizaram um modelo difusivo, considerando a geometria de um cilindro finito, para determinar o coeficiente de difusão efetiva de água em banana (variedade Prata) durante a desidratação osmótica. Para a modelagem foi considerado o não encolhimento das fatias cilíndricas durante o processo, simetria radial e axial, que o fluxo de sólidos não interfere no fluxo de água, e que a concentração da solução osmótica é constante. Uma condição de contorno do primeiro tipo foi considerada, e as soluções para o modelo

difusivo foram obtidas através dos métodos analítico e numérico. O método utilizado para obtenção da solução numérica foi o método das diferenças finitas com uma formulação explícita. As soluções foram então utilizadas para determinar os coeficientes de difusão efetiva através de três abordagens diferentes: uma difusividade média que melhor representa os dados experimentais, obtida pela solução numérica acoplada a um otimizador; uma difusividade como função da umidade da amostra determinada pelo processo de otimização citado anteriormente; e finalmente, uma difusividade determinada pela solução analítica em cada par de dados de umidade no tempo. A capacidade preditiva do modelo foi testada utilizando um conjunto de dados experimentais que não foi usado para estimar os coeficientes de difusão. Foi concluído que as difusividades efetivas, quando consideradas como função do teor de umidade, foi a melhor abordagem usada para a predição da desidratação osmótica de banana. Além disso, foi sugerida a aplicação desta abordagem a outros produtos e outras condições experimentais.

Para desidratação osmótica de frutas geralmente são usadas soluções binárias (água e sacarose). No entanto, Mercali et al. (2011) realizaram experimentos de desidratação osmótica de banana (*Musa sapientum*, *shum.*) usando uma solução ternária: água, sacarose e NaCl. O objetivo da pesquisa era analisar a influência da composição e concentração da solução osmótica e da temperatura sobre as difusividades efetivas da água e dos solutos durante a desidratação osmótica. Para determinar as difusividades efetivas foi utilizada a solução analítica da segunda lei de Fick proposta por Crank (1975). Para isto, foram utilizados cinco termos da série. Com relação a descrição do processo de perda de água e ganho de sacarose, a metodologia utilizada foi a de planejamento experimental. Finalmente, foi realizada uma otimização a fim de obter altos valores da difusividade efetiva da água combinada com baixos valores das difusividades da sacarose e de NaCl. Esta otimização indicou que as melhores condições para se obter as difusividades desejadas seriam: 25°C com uma solução com 30°Brix de sacarose e 10°Brix de NaCl. Estas condições fornecem $4,71 \times 10^{-10} m^2 s^{-1}$ para a difusividade da água, $3,21 \times 10^{-10} m^2 s^{-1}$ para a difusividade de sacarose e $4,49 \times 10^{-10} m^2 s^{-1}$ para a difusividade de NaCl. Concluiu-se que a temperatura e a composição da solução tiveram efeitos em todas as superfícies de resposta estudadas; que um aumento na temperatura e nas concentrações de NaCl e sacarose provoca um aumento na difusividade efetiva da água; que as difusividades efetivas de sacarose aumentaram em temperaturas e concentrações de NaCl maiores, enquanto que o aumento nas concentrações de NaCl resultaram no decréscimo das difusividades da

sacarose. Além disso, foi observado que o uso de uma solução osmótica ternária aumentou a difusividade efetiva da água em comparação com o uso de uma solução osmótica binária.

Com o objetivo de estudar a influência da temperatura e da concentração da solução osmótica no processo de desidratação de banana, do tipo “nanica” (*Musa spp.*), seguida de secagem com ar, Fernandes et al. (2006a) realizaram experimentos com pedaços cilíndricos deste produto. Na desidratação osmótica (em soluções de água e sacarose) foram consideradas quatro condições de operação: 50°C e 50 °Brix, 70°C e 50 °Brix, 50°C e 70 °Brix, e finalmente 70°C e 70 °Brix. Para modelar o processo, foi desenvolvido um modelo fenomenológico o qual foi obtido por um balanço de massas considerando a perda de água para a solução osmótica e o ganho de sacarose pelo fruto. Além deste modelo, foi desenvolvida outra modelagem para descrever o encolhimento do produto durante o processo, na qual foi considerado que o efeito do encolhimento é proporcional a mudança da massa de água no fruto. Foram realizados experimentos de secagem com produto sem o pré-tratamento osmótico e com o pré-tratamento osmótico. Na secagem dos produtos com pré-tratamento osmótico, foi considerado o tempo total de processamento, isto é, a desidratação osmótica juntamente com a secagem convectiva. Foi concluído que, para altas concentrações de sacarose na solução, a desidratação osmótica seguida de secagem convectiva foi mais rápida. Além disso, o efeito do encolhimento mostrou-se importante para descrever corretamente as concentrações de água e sacarose dentro do produto. O encolhimento é um fenômeno físico que ocorre no processo de secagem de produto agrícolas, e este deve ser considerado tendo em vista sua influência no fluxo e, conseqüentemente, na difusividade efetiva. No entanto, poucos trabalhos têm incorporado este fenômeno em seus modelos.

A estrutura celular de alimentos é complexa e age como uma membrana semipermeável. A taxa de difusão de água de tais tecidos depende de fatores como temperatura, concentração da solução osmótica, tamanho e geometria do material, proporção solução-fruta e, finalmente, do nível de agitação da solução, dependendo da condição de contorno que será utilizada. Tendo em vista analisar estes fatores na desidratação osmótica de banana do tipo “nanica” (*Musa spp.*), seguida de secagem com ar, Oliveira et al. (2006) estudaram a influência da concentração da solução osmótica sobre os coeficientes de transferência de massa, a influência da proporção de fruta para solução osmótica e o uso do vácuo no processo. Além disso, um dos objetivos era otimizar todo o tempo de processamento. Os modelos usados para descrição da variação da massa de água e sacarose dentro do produto e para descrição do efeito do encolhimento, foram

os mesmos utilizados por Fernandes et al. (2006a), citados anteriormente. A desidratação osmótica foi realizada em soluções de 45, 55 e 65° Brix em temperatura constante de 65°C. A segunda etapa do experimento (secagem em estufa) também foi realizada com temperatura de 65°C, visto que acima desta temperatura o amido sofre uma gelatinização acompanhada de inchaço, o que diminui a porosidade e promove endurecimento (DEMIREL e TURHAN, 2003; KARIM e HAWLADER, 2005). Foi verificado que no melhor cenário o coeficiente de transferência de massa aumentou 93% usando vácuo, no entanto, o uso do vácuo foi significativo para as menores concentrações (menores que 55° Brix). Além disso, foi observado que o uso da desidratação osmótica como pré-tratamento reduziu o tempo de secagem para 17,4 h, o que é 19,3 h a menos em comparação com a secagem sem o pré-tratamento.

Pesquisas recentes têm associado o pré-tratamento osmótico com outras tecnologias a fim de aumentar a qualidade do produto final e acelerar o processo. Entre estas novas tecnologias, destaca-se o uso do ultrassom. As ondas ultrassônicas causam compressões e expansões no produto, provocando um efeito “esponja”. Existem ainda outros efeitos causados pelas ondas ultrassônicas, tais como: a variação da viscosidade, tensão superficial e deformação dos poros do material sólido, a qual aumenta a transferência convectiva de massa na fruta (DE LA FUENTE-BLANCO et al., 2006). Fernandes e Rodrigues (2007) realizaram experimentos de pré-tratamento osmótico e com ultrassom em banana (*Musa ssp.*), e compararam seus efeitos na secagem convectiva. Para descrever o processo de secagem convectiva, foi utilizada uma equação baseada na segunda lei de Fick, considerando apenas a fase II (taxa decrescente) da secagem. Foi observado que, diferentemente da desidratação osmótica na qual a fruta perde uma considerável quantidade de água, no pré-tratamento com ultrassom o produto ganha água. Deste modo, o efeito do ultrassom foi observado apenas durante a secagem com ar, na qual constatou-se um aumento significativo na difusividade da água. Além disso, as bananas pré-tratadas osmoticamente com o uso do ultrassom tiveram uma incorporação menor de açúcar em relação aos produtos pré-tratados apenas com desidratação osmótica. Mohebbi et al. (2011) também utilizaram os pré-tratamentos osmótico e com ultrassom para desidratação de banana. Entretanto, este processo foi modelado por uma rede neural usando um algoritmo genético para estimar a umidade da banana seca. A rede neural proposta forneceu um coeficiente de correlação de 0,94, o que denota uma habilidade superior do modelo.

Assim como o ultrassom, a energia de microondas tem sido usada com o objetivo de acelerar o processo de secagem. O alimento aquecido com microondas tem no seu interior uma

temperatura maior do que a sua superfície, o que contribui para que a umidade migre para a superfície de forma mais rápida. Tendo em vista a característica desta energia, Pereira et al. (2007) usaram uma combinação da energia de microondas e ar quente na secagem de bananas que passaram por uma desidratação osmótica, e avaliaram o efeito da potência do microondas, da velocidade do ar e da temperatura sobre a secagem final. Neste experimento, as bananas foram primeiramente desidratadas em solução osmótica com 55° Brix de sacarose com 1% de ácido cítrico e 0,6% de ácido ascórbico, numa temperatura de 40°C. Após a desidratação osmótica, o produto foi armazenado durante a noite, numa temperatura de 5°C, para que houvesse uma melhor distribuição da água e da concentração de sacarose. Em seguida os experimentos de secagem foram realizados em um protótipo de secador que usa microondas e ar quente combinados. Com estes experimentos os autores puderam concluir que o aumento na potência do microondas na fase final da secagem provocou um aumento na taxa de secagem, implicando numa redução no tempo de secagem. Além disso, foi possível concluir que a temperatura e a velocidade do ar tiveram um efeito positivo sobre o tempo de secagem.

Em qualquer processo de secagem, independente do tipo de tecnologia usada, além de se objetivar a redução no custo do processo, deseja-se obter um produto de boa qualidade. Tendo em vista esta análise, Atares et al. (2011) investigaram os efeitos das condições do processo sobre a qualidade da banana desidratada osmoticamente. Para isto, eles estudaram a influência da concentração de sacarose e da temperatura sobre o processo de desidratação osmótica de banana e sobre as cinéticas da eficiência da desidratação e da perda de água. Por fim, analisaram a influência sobre a qualidade das bananas desidratadas osmoticamente, medindo as alterações de cores, perda de volume e mudanças nas formas. Foi utilizado um colorímetro antes e depois do tratamento osmótico a fim de analisar o efeito do pré-tratamento. Com relação as mudanças de volume e das formas, foram tiradas fotos de 10 amostras *in natura* e 10 amostras desidratadas osmoticamente e suas dimensões foram medidas utilizando o *software Corel Draw 10*. Foi verificado que a concentração de sacarose e a temperatura tiveram um impacto linear sobre a eficiência da desidratação, e não afetaram significativamente a perda de água depois das 4h de desidratação osmótica. Além disso, também não afetaram significativamente os parâmetros relacionados a cor. No entanto, a concentração de sacarose e a temperatura mostraram um efeito significativo sobre a perda de volume e a mudança de forma, com a temperatura tendo um impacto mais negativo sobre o volume e a mudança de forma do que a concentração de sacarose.

É possível notar que as pesquisas apresentadas sobre desidratação osmótica realizadas até o momento com banana possuem algumas restrições: poucos trabalhos usam ferramentas numéricas para descrever o processo. No entanto tais ferramentas viabilizam, por exemplo, considerar a variação dos parâmetros físicos. Ainda poucos trabalhos consideram o fenômeno do encolhimento. Finalmente, dos trabalhos consultados que utilizam modelo difusivo, todos usam condição de contorno do primeiro tipo, a qual necessita de algumas condições favoráveis para que possa descrever corretamente o processo. Tais restrições serão todas eliminadas no presente trabalho.

2.3 A desidratação osmótica aplicada a outros produtos

A desidratação osmótica tem sido usada como pré-tratamento para um número considerável de produtos biológicos. Por exemplo, Corzo e Bracho (2006) desidrataram sardinhas osmoticamente em solução binária (água e NaCl) e determinaram os teores de equilíbrio destes. Além disso, compararam a performance dos modelos propostos por Zugarramurdi e Lupín (1980) e por Azuara et al. (1992) para a predição dos teores de equilíbrio. Ambos os modelos mostraram-se eficazes para descrever a cinética de ganho de NaCl e perda de água, no entanto, o modelo de Zugarramurdi e Lupín (1980) foi considerado o melhor para prever os teores de equilíbrio de água e NaCl. Em outro trabalho de desidratação osmótica combinada com pulsos de vácuo, ainda usando a sardinha como produto, Corzo e Bracho (2008) fizeram uso do modelo de distribuição de Weibull (MARABI et al., 2003) para prever os teores de umidade e de NaCl durante o processo. Neste estudo foi verificado que o modelo de Weibull (MARABI et al., 2003) conseguiu prever adequadamente os teores de umidade e NaCl durante a desidratação osmótica de sardinhas com o auxílio de pulsos elétricos. Além disso, concluiu-se que os efeitos da concentração e da temperatura sobre os parâmetros para a perda de água e o ganho de NaCl depende das interações entre estes. Em um estudo utilizando solução binária com água e NaCl, Souraki et al. (2012) desidrataram cilindros de vagem. Para modelar este problema foi considerado o modelo de difusão de Fick para a geometria de um cilindro infinito, e para isto, foi desprezado o fenômeno do encolhimento e foi assumida uma condição de contorno do primeiro tipo. Uma solução analítica foi utilizada para determinar as difusividades efetivas da água e do NaCl a partir dos dados experimentais, as quais variaram

entre $1,776 \times 10^{-10} - 2,707 \times 10^{-10} m^2 s^{-1}$ (difusividade de água) e $1,126 \times 10^{-10} - 1,667 \times 10^{-10} m^2 s^{-1}$ (difusividade de NaCl). Para descrever a cinética da desidratação osmótica foi usado o modelo de Azuara et al. (1992). Pela distribuição de umidade e solução foi possível observar que as mudanças nas concentrações de água e soluto ocorrem principalmente na superfície do produto, progredindo lentamente para o interior. Soluções binárias e ternárias têm sido usadas para o processo de desidratação osmótica de diversos produtos (AMAMI et al., 2007, cenoura; AL-HARAHSEH et al., 2009, polpa de tomate; MONNERAT et al., 2010, maçã).

Assim como foi mencionado na seção 2.2, diversas técnicas têm sido associadas a desidratação osmótica tendo em vista acelerar o processo, entre as quais destacam-se a aplicação de vácuo, o pré-tratamento com pulsos elétricos, microondas, entre outras. Sutar et al. (2012) realizaram a desidratação osmótica de batatas (combinando microondas e pulsos de vácuo). O vácuo ajuda a controlar o aumento súbito da temperatura provocado pelo microondas e, até certo ponto, a evaporação da água da solução osmótica (SUTAR e PRASAD, 2011). Além da desidratação osmótica, foi realizada uma secagem complementar utilizando o mesmo equipamento. O modelo de Page (FIOREZE, 2004; BROOKER et al., 1992) e o primeiro termo da série da solução analítica da equação de difusão foram usados para determinar a cinética de secagem e as difusividades, respectivamente. Foi visto que a concentração da solução, a potência do microondas e o tempo de osmose foram significativos para a perda de água e o ganho de sacarose. Além disso, a combinação das soluções de sacarose e NaCl com os pulsos de microondas e aplicação de vácuo nas primeiras 4 horas, reduziu o tempo de osmose e aumentou a transferência de massa. Outros trabalhos destacam-se pela combinação da desidratação osmótica com tecnologias como microondas, ultrassom e pulsos elétricos (DE LA FUENTE-BLANCO et al., 2006; LI et al., 2012; KEK et al., 2013; FERNANDES et al., 2009, ultrassom; AMAMI et al., 2007; AMAMI et al., 2014, pulsos elétricos; AL-HARAHSEH et al., 2009; BÓRQUEZ et al., 2010; BOTHHA et al., 2012, microondas)

A grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura utilizam modelos empíricos para descrever o processo de desidratação osmótica de frutas. No entanto, estes modelos são limitados uma vez que são capazes apenas de representar dados em condições semelhantes aos quais estes foram desenvolvidos (ISPIR e TOGRUL, 2009; MERCALI et al., 2011). Outros pesquisadores têm utilizados modelos difusivos considerando uma solução analítica para o problema. Porém, geralmente apenas um termo da série que representa a solução analítica é

usada (SHARMA et al., 2003; RASTOGI e RAGHAVARAO, 2004; RUIZ-LÓPEZ et al., 2010; URIBE et al., 2011). Esta simplificação pode gerar um erro de truncamento principalmente nos tempos iniciais (SILVA et al., 2014b). Ainda nesta pesquisa, estes autores relataram que poucos trabalhos que usam modelo difusivo consideram condição de contorno do terceiro tipo, no entanto, esta condição possibilita investigar algumas resistências ao fluxo de massa promovidas pela superfície do produto, o que fornece um maior rigor na descrição das migrações de massa.

A fim de fornecer uma melhor descrição da resistência exercida pela superfície do produto, alguns trabalhos têm considerado o coeficiente de transferência convectiva. Silva et al. (2013b) consideraram a condição de contorno do terceiro tipo para equação de difusão tridimensional tendo em vista fazer uma descrição detalhada da remoção de água de pedaços de coco, cortados em forma de paralelepípedo, num processo de desidratação osmótica seguida por secagem convectiva. Foi utilizada uma solução analítica para equação de difusão tridimensional acoplada a um otimizador, a fim de determinar os parâmetros físicos. Foi observado que os números de Biot de transferência de massa tiveram valores entre 2,700 e 7,750, o que indica que a condição de contorno do terceiro tipo é a mais adequada para descrever os processos. Além disso, os valores obtidos pelo algoritmo de otimização para o coeficiente de transferência convectiva de massa e para a difusividade efetiva se mostraram coerentes ao serem comparados com os valores da literatura.

Outros trabalhos sobre desidratação osmótica têm sido publicados para diversos produtos, com várias abordagens sobre o pré-tratamento osmótico, tais como: a influência da desidratação osmótica sobre a respiração do produto (CASTELLÓ et al., 2009; CASTELLÓ et al., 2010), o efeito do branqueamento por aquecimento ôhmico sobre a transferência de massa durante a desidratação osmótica (ALLALI et al., 2010; LOREDO et al., 2013), o efeito dos pulsos de vácuo (BÓRQUEZ et al., 2010; CORRÊA et al., 2010; SUTAR et al., 2011; SUTAR et al., 2012), entre outros (ALAM et al., 2010; GARCÍA et al.; 2010; GARCÍA-SEGOVIA et al., 2010; JAIN et al., 2010; SINGH et al., 2010; WANG et al., 2010; FATHI et al., 2011; JAIN et al., 2011; AN et al., 2012; ARBALLO et al., 2012; BCHIR et al., 2012; PANARESE et al., 2012; SOSA et al., 2012; XIN et al., 2013; NOWACKA et al., 2014).

2.4 Mecanismos da desidratação osmótica

Como foi mencionado anteriormente, o pré-tratamento osmótico dado a frutas e vegetais consiste em colocar o produto numa solução hipertônica com um ou mais solutos, e a retirada de água ocorre devido a uma pressão exercida sobre o produto pela alta pressão osmótica da solução. Diversas abordagens foram propostas para explicar o mecanismo de transporte de massa dentro do produto durante a desidratação osmótica. Mercali et al. (2011) destaca três abordagens que explicam o transporte de massa. A primeira foi proposta por Molz (1976), a qual tem como base a estrutura do tecido celular, e aponta três caminhos que podem ser utilizados:

- **Transporte Apoplástico**, o qual ocorre fora da membrana plasmática e pode ser visto como uma difusão de moléculas pela parede celular e os espaços intercelulares.
- **Transporte Simplástico**, ocorre dentro do plasmalema e é caracterizado por um movimento de moléculas de uma célula para outra através de pequenos canais. Esta hipótese surgiu depois da descoberta do plasmalema.
- **Transporte Transmembrana**, a água move-se de vacúolo para vacúolo atravessando a membrana plasmática.

Uma ilustração desta abordagem encontra-se na Figura 2.1. A segunda abordagem é baseada na segunda lei de Fick para difusão em estado não estacionário, a qual é considerada por muitos pesquisadores como o mecanismo mais apropriado para estimar os coeficientes de difusão durante a desidratação osmótica.

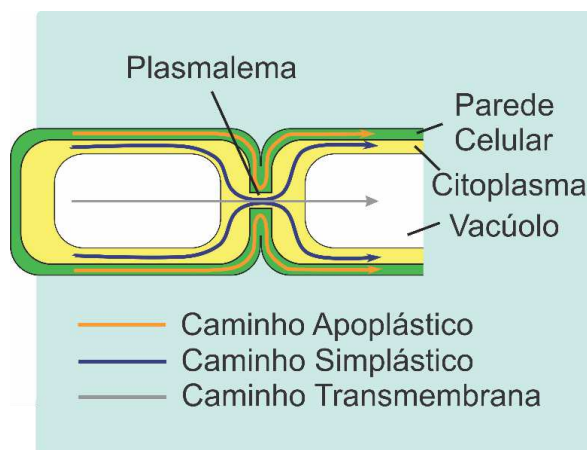


Figura 2.1: Hipóteses de Molz para o mecanismo de desidratação osmótica.

Fonte: WIKIMEDIA COMMONS, 2010.

Finalmente, a última abordagem é baseada em expressões macroscópicas de taxas, na qual é analisada a resistência total de transferência de massa e os coeficientes de transporte de massa obtidos são coeficientes globais (HAWKES e FLINK, 1978).

2.5 Secagem convectiva de frutas

Tem sido destacado, até o presente momento, que a desidratação osmótica é um pré-tratamento dado a frutas e vegetais, ou seja, ela não remove toda a água presente nos referidos produtos. Geralmente, a desidratação osmótica remove 30-40% da água presente no produto (SUTAR et al., 2012), o que resulta em um teor de água ainda alto para sua preservação e, portanto, é necessário um processo de secagem complementar para que o produto alcance o teor de umidade ideal para um armazenamento seguro. Deste modo, a maior parte dos trabalhos que tratam da desidratação osmótica, estudam também a secagem complementar, e assim determinam o efeito do pré-tratamento no tempo total do processo e no produto final. Teles et al. (2006) estudaram o processo de desidratação osmótica de melões seguida por secagem convectiva, e entre os objetivos específicos encontrava-se o de otimizar o tempo do processo unindo os dois tipos de desidratação. A desidratação osmótica foi realizada numa solução binária (sacarose/água) com concentrações de 45, 55 e 65 °Brix na temperatura de 65°C e sobre um vácuo de 600 mmHg. Em seguida estas amostras foram colocadas em um secador de

bandeja durante 18h para completar a secagem. A modelagem utilizada foi semelhante àquela usada por Fernandes et al. (2006a), onde o encolhimento foi considerado. Eles concluíram que o uso do pré-tratamento osmótico em altas concentrações de sacarose é positivo para reduzir o tempo total do processo de secagem. Outros trabalhos têm usado a mesma abordagem para diferentes produtos e utilizando diversos modelos (FERNANDES et al., 2006b, mamão; SOUZA et al., 2007, tomate; RODRIGUES e FERNANDES, 2007, banana; AL-HARAHSEH et al., 2009, polpa de tomate; MOREIRA et al., 2011, castanha; AMINZADEH et al., 2012, melão; BOTHA et al., 2012, abacaxi; SILVA et al., 2013b, coco; SILVA et al., 2013c, coco; VERMA et al., 2013, banana).

Além dos trabalhos já destacados, que tratam da secagem convectiva de produtos pré-tratados com desidratação osmótica, alguns pesquisadores têm abordado apenas o problema da secagem convectiva de frutas. Karim e Hawlader (2005) desenvolveram um modelo teórico para o processo de secagem de banana que descreve, simultaneamente, as transferências de calor e massa, no qual foi incorporado o fenômeno do encolhimento. Além disso, um modelo também foi desenvolvido para o secador, tendo em vista verificar as influências deste no processo. Para solucionar as equações diferenciais dos referidos modelos, foram usadas técnicas numéricas. Foi concluído que a modelagem matemática desenvolvida forneceu boa descrição da taxa de secagem, da distribuição de temperatura e umidade do material e da distribuição de temperatura e umidade do ar de secagem ao longo do secador e do tempo.

Quando um dos objetivos do experimento de secagem convectiva é estudar a penetração de calor durante a remoção de água, quando o ar quente é usado, a equação de difusão utiliza a taxa de secagem no balanço de energia. Deste modo, as equações empíricas podem ser usadas tanto para determinar a taxa de secagem em função do tempo quanto para determinar o tempo de secagem em função do teor de umidade. Visando esta abordagem, Silva et al. (2014a) num estudo de secagem convectiva de banana, selecionaram seis modelos empíricos para determinar a taxa de secagem e o tempo do processo, foram estes: Lewis, Henderson e Pabis, Wang e Singh, Peleg, Page e Silva et alii. Dentre estes, considerando indicadores estatísticos, os que melhor descreveram a cinética de secagem de banana em camada fina foram os modelos de Page e Silva et alii.

Diamante et al. (2010) propuseram um novo modelo empírico para descrever a secagem de frutas em camada fina. Para validar este modelo foram realizados experimentos com kiwi e

damasco, e a cinética de secagem predita por este modelo foi comparada aos modelos de Henderson e Pabis, Page e o modelo Logaritmico. O modelo proposto apresentou o melhor ajuste para as duas frutas estudadas. Um estudo semelhante foi realizado por Silva et al. (2013a) para secagem de grão de bico, onde foi proposto um modelo empírico para a descrição da cinética de secagem. Como foi citado anteriormente, este mesmo modelo foi depois usado para descrever a cinética de secagem de banana (SILVA et al., 2014a), e apresentou os melhores ajustes nos dois estudos. Outros trabalhos têm apresentado estudos de secagem de frutas (DISSA et al., 2009, manga; FANG et al., 2009, jujuba chinesa; CORZO et al., 2010, manga; KALETA e GÓRNICKI, 2010, maçã; DOYMAZ e ISMAIL, 2011, cereja; JANJAI et al., 2011, lichia; DOYMAZ, 2012, caqui).

Existem diversos outros modelos (empíricos e semi-empíricos) que podem ser utilizados para descrever o processo. Deste modo, Dandamrongrak et al. (2002) compararam três modelos: o modelo simples (considerando apenas o primeiro termo da solução analítica da equação de difusão), o modelo de dois termos exponenciais, e o modelo de Page, a fim de encontrar o que melhor descreveria o processo de secagem. Nesta pesquisa, foram realizados vários experimentos onde as amostras passaram por quatro pré-tratamentos diferentes: branqueamento, resfriamento, congelamento, e a combinação de branqueamento com congelamento. Dos modelos aplicados, o que melhor descreveu o processo foi o modelo de dois termos exponenciais. Outro trabalho semelhante no qual foram aplicados modelo semi-teórico de Page e o empírico de Thompsom, foi realizado por Silva et al. (2003). Neste trabalho foram realizados experimentos de desidratação osmótica de bananas da terra (*Musa sapientum*), e para descrever o processo foram utilizados os modelos supracitados. Foi concluído que o modelo que forneceu os melhores indicadores estatísticos foi o de Page.

Assim como na desidratação osmótica, os modelos difusivos são muito utilizados na descrição da secagem convectiva de frutas e em processos de transferência de calor e massa. Nos processos que utilizam estes modelos é comum o uso de soluções analíticas, no entanto, uma das principais vantagens das soluções numéricas está na possibilidade considerar a variação dos parâmetros físicos e do volume do produto, o que é fisicamente mais adequado. Silva et al. (2008) propuseram o uso de ferramentas numéricas para descrição de secagem em camada fina de produtos cilíndricos. A solução numérica da equação de difusão, acoplada a um otimizador, foi aplicada na descrição da secagem de arroz em casca e banana. Ainda neste estudo, as difusividades para os dois exemplos foram consideradas como função do teor de

umidade, e foi percebido, numa comparação com o caso em que as difusividades são constantes, que a variação do parâmetro físico fez com que a solução numérica se ajustasse melhor aos dados experimentais. Um estudo semelhante foi realizado por Silva et al. (2012a) para secagem de banana descascada, no qual foram utilizados três modelos para descrever o processo: volume e difusividade efetiva constantes, volume variável e difusividade constante, e finalmente volume e difusividade variáveis. Através de indicadores estatísticos, foi concluído que o último modelo descreveu melhor o processo de secagem.

2.6 Secagem: conceitos

A secagem é umas das principais etapas do pré-processamento de diversos produtos industriais, principalmente de produtos agrícolas. Tais produtos são extremamente perecíveis, e sua conservação *in natura* depende de meios artificiais como refrigeração e congelamento (FIOREZE, 2004). No entanto, quando pretende-se obter um novo produto (como no caso de frutas passa) ou reduzir a possibilidade de deterioração por insetos e fungos (como no caso de grãos), a secagem torna-se uma das principais alternativas. A secagem é um processo simultâneo de transferência de massa (na forma de água e vapor) e calor entre o produto e o ar de secagem (SILVA, 2008).

2.6.1 Teor de umidade

O produto agrícola é constituído de dois tipos de matéria: a matéria seca (fibras, proteínas, amido, etc) e água. Para que se possa quantificar a água presente neste produto (teor de umidade) são consideradas dois tipos de base: base úmida (bu) e base seca (bs). O teor de umidade em base úmida ($\bar{X}_{bu}(t)$) é calculado pela seguinte expressão:

$$\bar{X}_{bu}(t) = \frac{m_{H_2O}(t)}{m_{H_2O}(t) + m_s}, \quad (2.1)$$

onde $m_{H_2O}(t) = m(t) - m_s$ é a massa de água da amostra no tempo t , m_s é a massa seca da amostra e $m(t)$ é a massa total da amostra no tempo t .

Além da base úmida, o teor de umidade do produto pode ser calculado através da massa de água em relação a massa seca, como segue:

$$\bar{X}_{bs}(t) = \frac{m_{H_2O}(t)}{m_s} \quad (2.2)$$

O teor de umidade geralmente é apresentado em percentual, deste modo, para que esta forma seja obtida, multiplica-se as Equações (2.1) e (2.2) por 100.

Outro conceito importante para a secagem é o teor de umidade de equilíbrio, X_{eq} . Tal teor de umidade é obtido expondo o produto a um meio, com determinadas condições, por tempo suficiente até que não haja mais mudança no teor de umidade. A Figura (2.2) ilustra uma cinética de secagem com o teor de umidade de equilíbrio.

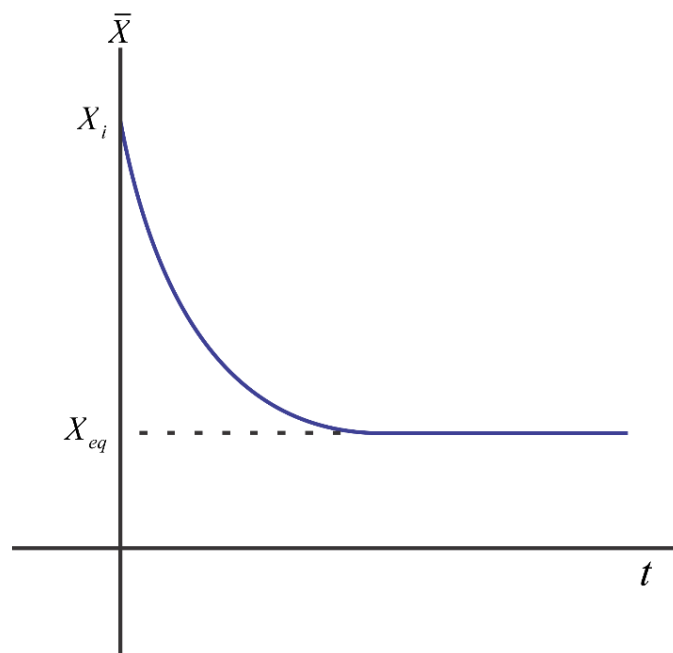


Figura 2.2: Cinética de secagem com teor de umidade de equilíbrio.

2.6.2 Mecanismos da secagem

Existem diversas hipóteses para descrever o movimento de água durante a secagem. Brooker et al. (1992) apresentam as seguintes hipóteses usadas para explicar a transferência de umidade em produtos higroscópicos porosos:

- Movimento líquido devido a capilaridade;
- Movimento líquido devido a diferença de concentração de umidade (difusão líquida);
- Movimento líquido devido a força osmótica;
- Movimento líquido devido à gravidade;
- Movimento de vapor devido a diferença de concentração de umidade (difusão de vapor);
- Movimento de vapor devido a diferença de temperatura (difusão térmica).

Com base nas hipóteses anteriores, diversas teorias têm sido desenvolvidas tendo em vista explicar o processo de secagem. Silva, C. (2010) e Carmo (2004) apresentam maiores detalhes das seguintes teorias:

- Teoria da condensação–evaporação;
- Teoria capilar;
- Teoria de Luikov;
- Teoria de Krischer;

- Teoria de Philip e De Vries.

2.7 A Difusão líquida

Quando dois pontos de um sistema estão com diferentes potenciais, um gradiente deste potencial é estabelecido, o que causa um fluxo da entidade (líquido ou gás, por exemplo) do ponto com maior potencial para o ponto de menor potencial (SHUKLA, 1990). Esta lei fenomenológica da difusão é usada como uma das principais hipóteses para explicar o mecanismo de transporte de massa no interior de sólidos, e diversos estudos foram realizados tendo-a como referência (FARIAS V., 2011; FARIAS R., 2011; NAHIMANA et al., 2011; SILVA, C., 2012; SILVA, L., 2012; HERMAN-LARA et al., 2013; LEMUS-MONDACA et al., 2013; LINS, 2013).

A lei de difusão de Fick foi usada em diversos trabalhos visando modelar o processo de difusão presente na desidratação de produtos alimentares. Tal lei é modelada pela equação geral de transporte:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda\vec{v}\Phi) = \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi}\nabla\Phi) + S, \quad (2.3)$$

onde Φ é a variável de interesse, λ e Γ^{Φ} são os coeficientes de transporte, \vec{v} é o vetor velocidade do meio, t é o tempo e S é o termo fonte. Para problemas difusivos como os que serão estudados no presente trabalho, faz-se $\vec{v} = 0$ na Equação (2.3), e a seguinte equação é obtida

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi}\nabla\Phi) + S \quad (2.4)$$

As soluções da Equação (2.4) dividem-se em duas categorias: as soluções analíticas e as soluções numéricas. Para obtê-las é necessário conhecer a geometria do material e as condições iniciais e de contorno.

2.7.1 Difusão em geometrias simples

A Equação (2.4) pode ser escrita de diferentes formas dependendo da geometria do produto estudado. A seguir serão apresentadas as formas desta equação para algumas geometrias.

2.7.1.1 Cilindro infinito

É possível considerar a geometria de um material cilíndrico de raio R e comprimento L como um cilindro infinito, se $R \ll L$. Neste caso, pode-se desprezar o fluxo nas demais direções e considerar apenas o fluxo na direção do raio. Assim a Equação (2.4) pode ser escrita como segue (SILVA, 2009):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right), \quad (2.5)$$

onde r é a coordenada radial.

Vários pesquisadores usaram esta geometria para modelar a transferência de massa e a transferência de calor em vários processos (ADEDEJI et al., 2008; CUNNINGHAM et al., 2008; SOURAKI e MOWLA, 2008; FALADE e OYEDELE, 2010; ILICALI e ICIER, 2010; MUNDADA et al., 2011; DING et al., 2012).

2.7.1.2 Cilindro finito

Em alguns casos, o fluxo axial é significativo e, assim, é necessário usar a geometria do cilindro finito para modelar o problema em questão. Deste modo, dado um cilindro de raio R e comprimento L , tem-se (SILVA, 2009):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (2.6)$$

onde y é a coordenada na direção axial.

O sistema de coordenadas considerado para a Equação (2.6) é apresentado na Figura 2.3. Esta geometria foi usada em diversos trabalhos (DEROSSI et al., 2008; GONZÁLEZ-FÉSLER et al., 2008; PONKHAM et al., 2012; PUIG et al., 2012; PERUSSELLO et al., 2013; PORCIUNCULA et al., 2013; SILVA et al., 2013d).

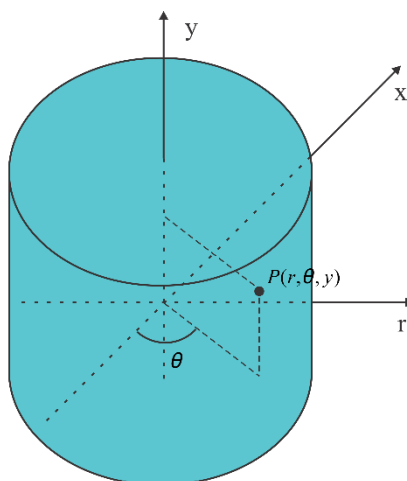


Figura 2.3: Sistema de coordenadas do cilindro finito.

2.7.1.3 Difusão em outras geometrias

Além das geometrias apresentadas, existem outras geometrias tais como o esferoide prolato e o esferoide oblato. Carmo (2004), por exemplo, usou a geometria de um esferoide oblato a fim de estudar o processo de secagem de lentilhas. Estas geometrias foram usadas no estudo de transferência de calor e massa por diversos pesquisadores (CIHAN et al., 2008; HERNÁNDEZ-DÍAZ et al., 2008; PUTRANTO et al., 2011; OLIVEIRA et al., 2012).

Outra geometria que se destaca na modelagem de diversos produtos é a parede infinita. Um paralelepípedo pode ser considerado como uma parede infinita se o comprimento e a

largura são consideravelmente maiores do que a espessura (LUIKOV, 1968). Neste caso considera-se apenas o fluxo na direção de x , da espessura. Silva et al. (2013c) usaram esta geometria para descrever os processos de desidratação osmótica e secagem convectiva de coco, e os resultados obtidos foram comparados com resultados de um trabalho anterior onde foi considerado o caso tridimensional (SILVA et al., 2013b). Foi concluído que os valores dos parâmetros obtidos para o caso unidimensional são maiores do que os obtidos para o caso tridimensional. Além disso, foi observado que o tempo de otimização usando o modelo unidimensional é significativamente menor do que o tempo para o modelo tridimensional. Outros pesquisadores consideraram esta geometria para modelar problemas envolvendo transferência de calor e massa (DERMESONLOUOGLU et al., 2008; SINGH et al., 2008; MORAGA et al., 2009; URIBE et al., 2011; ZÚÑIGA e PEDRESCHI, 2012).

Tendo em vista que diversos produtos biológicos podem ser considerados como uma esfera, tais como acerola e framboesa, vários trabalhos sobre desidratação têm sido publicados considerando esta geometria. A fim de estudar problemas de transferência de massa e calor, esta geometria tem sido usada em diversos contextos (OCHOA-MARTÍNEZ et al., 2009; ALLALI et al., 2010; BÓRQUEZ et al., 2010; FALADE e OYEDELE, 2010; SILVA, M. et al., 2010).

Apesar de representarem a geometria de um número grande de produtos, as geometrias simples não devem ser aplicadas no processo de transferência de calor e massa de vários outros produtos, devido à complexidade geométrica destes. Farias, V. (2011) discretizou a Equação (2.4) usando coordenadas generalizadas e considerando condições de contorno do terceiro tipo, a fim de simular o processo de secagem de telhas cerâmicas. Silva, C. (2012), com condições de contorno do terceiro tipo, também utilizou coordenadas generalizadas a fim de simular o processo de secagem de bananas inteiras e cortadas em pedaços cilíndricos. Outros trabalhos têm apresentado esta mesma abordagem para descrever processos em geometrias complexas (SILVA, 2007; SILVA et al., 2009; SILVA, W. et al., 2010; FARIAS et al., 2013).

2.8 Ferramentas para solução da equação de difusão

Existem dois tipos de ferramentas para resolver uma equação diferencial: as soluções analíticas e as soluções numéricas. As soluções analíticas são soluções exatas da equação, a

qual fornece o valor exato da variável de interesse em qualquer ponto e em qualquer tempo. No entanto, para casos mais complexos, como quando considera-se a variação dos parâmetros físicos ou a variação das dimensões do material, ainda não existem soluções analíticas. Em casos como este utiliza-se soluções numéricas, as quais permitem uma abordagem mais complexa do problema.

2.8.1 Ferramentas analíticas

Luikov (1968) e Crank (1975), dentre outros autores, apresentam várias soluções analíticas para equação de difusão considerando algumas geometrias e três condições de contorno: a condição de equilíbrio, de fluxo prescrito e condição convectiva. Em todos os casos considera-se as seguintes hipóteses:

- As dimensões do material não variam durante a difusão de massa;
- A distribuição inicial de Φ deve ser uniforme;
- A difusão é o único mecanismo de transporte dentro do material;
- O material é considerado homogêneo e isotrópico;
- A difusividade efetiva de massa não varia durante a difusão;
- No caso da condição de contorno convectiva, o coeficiente de transferência convectiva de massa é constante durante a difusão de massa;
- O processo é considerado isotérmico.

2.8.1.1 Solução analítica para geometria de um cilindro infinito

Um material cilíndrico de raio R e comprimento L pode ser considerado como um cilindro infinito se $R \ll L$, como na Figura 2.4. Como a área em contato com o meio na direção do raio é consideravelmente maior do que as áreas na direção axial, pode-se considerar apenas o fluxo na direção do raio.

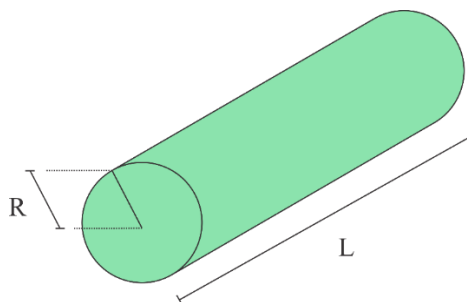


Figura 2.4: Exemplo de um cilindro infinito.

A condição de contorno em problemas de transferência de massa é fator de extrema importância na construção do modelo, tendo em vista que esta pode descrever a resistência da superfície do produto a ganhar ou perder massa. Quando nos referimos a produtos biológicos, este fator torna-se ainda mais importante. Monnerat et al. (2010) observaram que a membrana plasmática presente na parede celular de plantas é uma membrana semi-permeável que permite a passagem de solventes, mas é mais restritiva com relação à passagem de solutos. O coeficiente de transferência convectiva de massa exerce a função de medir este grau de permissão. Por esta razão neste trabalho serão consideradas condições de contorno do terceiro tipo para as duas geometrias estudadas: cilindro infinito e cilindro finito.

2.8.1.1.1 Solução analítica para o cilindro infinito usando condição de contorno do terceiro tipo

A condição de contorno do terceiro tipo é obtida ao se igualar o fluxo difusivo no interior do produto e o fluxo convectivo na superfície do produto.

$$-\Gamma^{\Phi} \frac{\partial \Phi(R, t)}{\partial r} + h[\Phi_{\infty} - \Phi(R, t)] = 0; \quad (2.7)$$

Além disso, assumindo a simetria em relação ao centro do cilindro e a distribuição uniforme da variável de interesse no início do processo, obtém-se as seguintes condições:

$$\Phi(r, 0) = \Phi_i, \text{ com } 0 < r < R; \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \Phi(0, t)}{\partial r} = 0 \quad (2.9)$$

$$\Phi(0, t) \neq \infty \quad (2.10)$$

onde R é o raio do cilindro, $\Phi(r, t)$ é a grandeza de interesse na posição r e no tempo t e h é coeficiente de transferência convectiva de massa.

Nas condições apresentadas, é estabelecida uma simetria radial que é ilustrada nas Figuras 2.5 e 2.6.

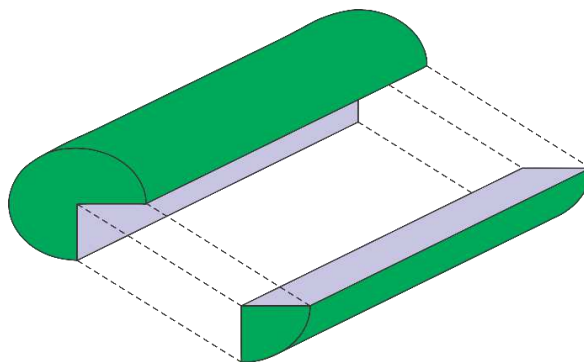


Figura 2.5: Simetria radial do cilindro infinito.

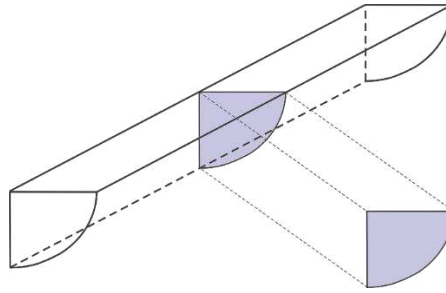


Figura 2.6: Setor circular para estudo do caso unidimensional.

Para esta geometria e esta condição de contorno, Luikov (1968) obteve a seguinte solução analítica através do método de separação de variáveis:

$$\frac{\Phi(r, t) - \Phi_{\infty}}{\Phi_i - \Phi_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp\left(-\zeta_n^2 \frac{D}{R^2} t\right) J_0\left(\frac{\zeta_n}{R} r\right), \quad (2.11)$$

onde Φ_i é o valor inicial da grandeza de interesse ($t = 0$), Φ_{∞} é o valor de equilíbrio da grandeza de interesse ($t \rightarrow \infty$),

$$C_n = \frac{2}{\zeta_n} \frac{J_1(\zeta_n)}{[J_0^2(\zeta_n) + J_1^2(\zeta_n)]}, \quad (2.12)$$

em que $J_0(\zeta_n)$ e $J_1(\zeta_n)$ são as funções de Bessel de primeira espécie de ordens zero e um, respectivamente, e ζ_n são as raízes de Bessel que são obtidas pela seguinte expressão

$$\zeta_n \frac{J_1(\zeta_n)}{J_0(\zeta_n)} = Bi, \quad (2.13)$$

onde Bi é número de Biot que será definido a seguir.

Em alguns casos, para que se possa obter informações sobre o valor da grandeza de interesse em todo o material, ao longo do processo, faz-se necessário o valor médio da grandeza de interesse. Para obtê-lo, faz-se uso da seguinte expressão:

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{1}{V} \int \Phi(r, t) dV. \quad (2.14)$$

A solução analítica para o valor médio da grandeza de interesse é obtida pelas Equações (2.11) e (2.14), e é dada por:

$$\frac{\bar{\Phi}(t) - \Phi_{\infty}}{\Phi_i - \Phi_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\zeta_n^2 \frac{D}{R^2} t\right), \quad (2.15)$$

onde o coeficiente B_n é dado por

$$B_n = \frac{4B_i^2}{\zeta_n^2(B_i^2 + \zeta_n^2)}, \quad (2.16)$$

em que Bi é o número de Biot de transferência convectiva de massa e é definido por

$$Bi = \frac{hR}{D}. \quad (2.17)$$

2.8.1.2 Solução analítica para geometria de um cilindro finito.

Em alguns casos, o fluxo axial é significativo, e assim é necessário usar a geometria de um cilindro finito para modelar o problema em questão.

2.8.1.2.1 Solução analítica para o cilindro finito usando condição de contorno do terceiro tipo

Seja um cilindro de raio R e comprimento L com a grandeza inicial Φ_i . Além disso, considerando o sistema de coordenadas de acordo com a Figura 2.7, e supondo que existe uma simetria em relação ao eixo central e outra radial em relação ao centro, obtém-se um domínio bidimensional como mostra a Figura 2.8.

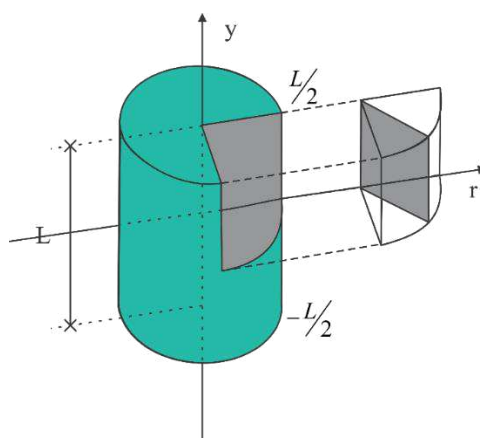


Figura 2.7: Fatia simétrica do cilindro finito.

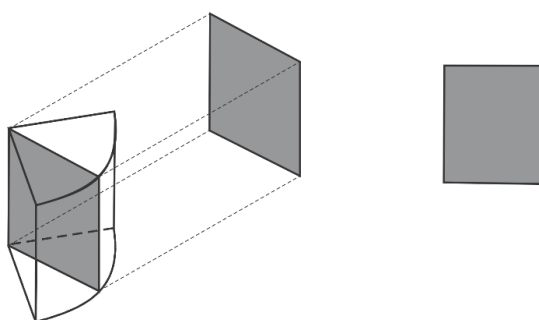


Figura 2.8: Retângulo para estudo do caso bidimensional.

A condição de contorno do terceiro tipo, condição inicial e simetria são estabelecidas como segue:

$$t > 0; 0 < r < R; -\frac{L}{2} < y < \frac{L}{2}, \tag{2.18}$$

$$\Phi(r, y, 0) = \Phi_i, \quad (2.19)$$

$$-\Gamma\Phi \frac{\partial\Phi(R, y, t)}{\partial r} + h[\Phi_\infty - \Phi(R, y, t)] = 0, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial\Phi(0, y, t)}{\partial r} = 0; \Phi(0, y, t) \neq \infty, \quad (2.21)$$

$$-\Gamma\Phi \frac{\partial\Phi(r, L/2, t)}{\partial y} + h[\Phi_\infty - \Phi(r, L/2, t)] = 0, \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial\Phi(r, 0, t)}{\partial y} = 0. \quad (2.23)$$

Nas condições apresentadas estão sendo admitidas duas simetrias, uma axial em relação ao eixo central e outra radial em relação ao centro. As Figuras 2.7 e 2.8 ilustram as simetrias consideradas.

Para esta geometria e condição de contorno do terceiro tipo, Luikov (1968) obteve a seguinte solução:

$$\frac{\Phi(r, y, t) - \Phi_\infty}{\Phi_i - \Phi_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{n,1} A_{m,2} J_0\left(\mu_{n,1} \frac{r}{R}\right) \cos\left(\mu_{m,2} \frac{y}{L/2}\right) \exp\left[-\left(\frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{(L/2)^2}\right) Dt\right], \quad (2.24)$$

onde os coeficientes $A_{n,1}$ e $A_{m,2}$ são determinados pelas seguintes Equações:

$$A_{n,1} = \frac{2Bi_1}{J_0(\mu_{n,1})[\mu_{n,1}^2 + Bi_1^2]}, \quad (2.25)$$

$$A_{m,2} = (-1)^{m+1} \frac{2Bi_2(Bi_2^2 + \mu_{m,2}^2)^{1/2}}{\mu_{m,2}(Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)}, \quad (2.26)$$

e Bi_1 e Bi_2 são os números de Biot dados por:

$$Bi_1 = \frac{hR}{D}, \quad (2.27)$$

onde Bi_1 é o número de Biot referente ao cilindro infinito.

$$Bi_2 = \frac{hL/2}{D}, \quad (2.28)$$

onde Bi_2 é o número de Biot referente a parede infinita. Finalmente, $\mu_{n,1}$ e $\mu_{m,2}$ são as raízes das equações características para o cilindro infinito e para a parede infinita, respectivamente.

Usando novamente a Equação (2.14) para a determinação do valor médio da grandeza de interesse, obtém-se a seguinte solução:

$$\frac{\bar{\Phi}(t) - \Phi_\infty}{\Phi_i - \Phi_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{n,1} B_{m,2} \exp \left[- \left(\frac{\mu_{n,1}^2}{R^2} + \frac{\mu_{m,2}^2}{(L/2)^2} \right) Dt \right], \quad (2.29)$$

onde

$$B_{m,2} = \frac{2Bi_2^2}{\mu_{m,2}^2(Bi_2^2 + Bi_2 + \mu_{m,2}^2)} \quad \text{e} \quad B_{n,1} = \frac{4Bi_1^2}{\mu_{n,1}^2(\mu_{n,1}^2 + Bi_1^2)}. \quad (2.30)$$

2.8.2 Métodos numéricos para solução de problemas difusivos

Como foi mencionado anteriormente, uma modelagem matemática mais adequada aos fenômenos físicos presentes no processo difusivo necessita de considerações tais como: difusividade variável e encolhimento; assim uma solução numérica torna-se necessária.

Para se obter uma solução numérica, o domínio contínuo é substituído por um domínio discreto e a equação diferencial parcial é transformada em equações algébricas (TANNEHILL et al., 1997; SCHÄFER, 2006; MALISKA, 2013).

Para se obter as equações algébricas as derivadas existentes na equação diferencial devem ser substituídas por valores discretos da função incógnita (MALISKA, 2013). A forma de integrar a equação diferencial em questão é o que caracteriza o método numérico usado. Dentre os diversos métodos existentes, destacam-se:

- Método dos Elementos Finitos (MEF);
- Método das Diferenças Finitas (MDF);
- Método dos Volumes Finitos (MVF).

2.8.2.1 Método dos elementos finitos (MEF)

O MEF surgiu entre 1940 e 1960, na área de mecânica estrutural, e o termo elemento finito foi introduzido por Ray W. Clough (CLOUGH, 1960). Atualmente o MEF é utilizado principalmente em mecânica dos sólidos e é considerado como uma ferramenta padrão. Este método consiste em dividir o domínio em subdomínios E_i , para $i = 1, \dots, N$, chamados

elementos finitos, os quais podem ser subintervalos, triângulos, quadriláteros, dependendo da dimensão que o problema está sendo estudado.

As formulações mais usadas para o MEF são a de Galerkin e de Ritz (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000). Na formulação de Galerkin, a equação diferencial é considerada como

$$Lu + q = 0, \quad (2.31)$$

onde u é o vetor das variáveis, L é o operador diferencial e q é o vetor das funções conhecidas. Assim, uma vez que o domínio é discretizado, a variável é aproximada por uma função contínua (u^e) dentro do elemento finito. Deste modo, obtém-se a seguinte equação

$$Lu^e + q = R, \quad (2.32)$$

onde R é o resíduo da aproximação. Para minimizar o resíduo, ou seja, aproximá-lo de zero é considerada a seguinte relação:

$$\int_{\Omega} R w_i d\Omega = 0, \text{ para } i = 1, \dots, N, \quad (2.33)$$

onde w_i são funções linearmente independentes chamadas de funções peso (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000). Vários trabalhos têm usado o MEF para obter soluções numéricas para seus problemas (BASTIAN e ENGWER, 2009; JIANG et al., 2010; RADTKE et al., 2010; POP et al., 2011; YE e WANG, 2011).

2.8.2.2 Método das diferenças finitas (MDF)

O MDF consiste em substituir o domínio contínuo do problema por uma malha de diferenças finitas (TANNEHILL et al., 1997). Para uma melhor compreensão, suponha-se que a função incógnita da equação diferencial parcial em questão seja $\Phi(x, y)$. Por definição, a derivada da função $\Phi(x, y)$, em relação a x , num ponto (x_0, y_0) é dada por

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Phi(x_0 + \Delta x, y_0) - \Phi(x_0, y_0)}{\Delta x}. \quad (2.34)$$

Para Δx finito, mas suficientemente pequeno, pode-se fazer a seguinte aproximação

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \approx \frac{\Phi(x_0 + \Delta x, y_0) - \Phi(x_0, y_0)}{\Delta x}. \quad (2.35)$$

Analogamente

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \approx \frac{\Phi(x_0, y_0 + \Delta y) - \Phi(x_0, y_0)}{\Delta y}. \quad (2.36)$$

Considerando

$$\Phi_{i+1,j} = \Phi(x_0 + \Delta x, y_0), \quad (2.37)$$

$$\Phi_{i-1,j} = \Phi(x_0 - \Delta x, y_0), \quad (2.38)$$

$$\Phi_{i,j+1} = \Phi(x_0, y_0 + \Delta y), \quad (2.39)$$

$$\Phi_{i,j-1} = \Phi(x_0, y_0 - \Delta y), \quad (2.40)$$

através da Série de Taylor, obtém-se aproximações tais como

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{i,j} \approx \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}}{2\Delta x}, \quad (2.41)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right|_{i,j} \approx \frac{\Phi_{i+1,j} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}, \quad (2.42)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{i,j} \approx \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j-1}}{2\Delta y}, \quad (2.43)$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right|_{i,j} \approx \frac{\Phi_{i,j+1} - 2\Phi_{i,j} + \Phi_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}. \quad (2.44)$$

Com aproximações como aquelas das Equações (2.41-2.44) a equação diferencial parcial pode ser reescrita como uma equação de diferenças finitas para o nó interior i, j (INCROPERA et al., 2012).

O MDF tem sido usado em diversos trabalhos de secagem e desidratação osmótica (RAMOS et al., 2010; RAMALLO e MASCHERONI, 2011; ABRAÃO et al., 2013; PORCIUNCULA et al., 2013).

2.8.2.3 Método dos volumes finitos (MVF)

O MVF é utilizado principalmente em soluções numéricas para problemas de mecânica dos fluidos. Isto por que o princípio do balanço (de energia ou massa, por exemplo) presentes

na modelagem matemática dos problemas de domínio contínuo da mecânica pode ser aplicado nas equações discretizadas pelo MVF (SCHÄFER, 2006), e além disso é um método estável.

A discretização inicia-se decompondo o domínio contínuo Ω em um número finito de subdomínios V_i , com $i = 1, \dots, N$, chamados *volumes de controle*. Estes volumes de controle são caracterizados por um ponto onde as variáveis desconhecidas são calculadas, os quais são conhecidos como *pontos nodais*.

Na Figura 2.9 é apresentado um domínio contínuo Ω , para a geometria de um cilindro finito, dividido em 256 volumes de controle, dentre os quais é destacado um volume de controle de dimensões Δr e Δy , o qual é caracterizado pelo ponto nodal P .

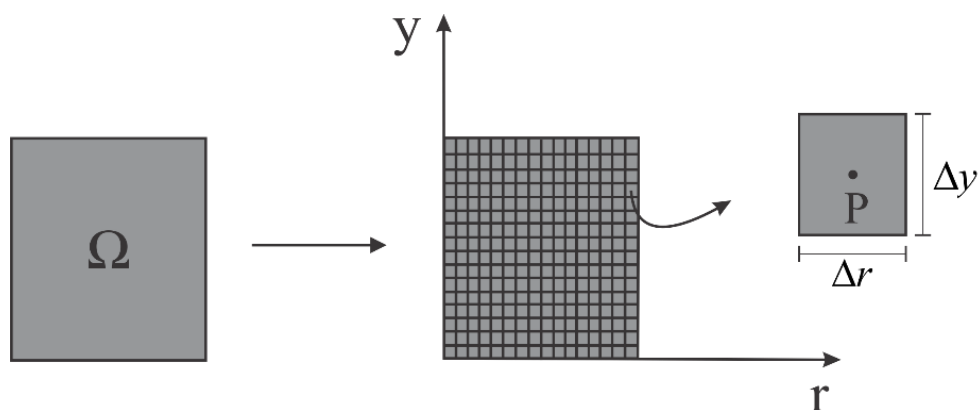


Figura 2.9: Domínio contínuo dividido em 256 volumes de controle.

Uma vez definidos os volumes de controle, a equação diferencial que modela o problema é integrada sobre cada um dos volumes de controle. A equação discretizada ainda dependerá da condição de contorno e da formulação escolhida.

Devido as propriedades mencionadas, o MVF tem sido usado em diversos trabalhos de mecânica dos fluidos e transferência de calor e massa (BENKHALDOUN et al., 2010; SILVA, W. et al., 2010; GOLESTANI et al., 2013).

2.8.2.4 Formulações para métodos numéricos

Quando o problema estudado encontra-se em regime transiente, é necessário saber qual instante no intervalo de tempo será considerado para expressar as derivadas espaciais. Em geral três formulações são mais utilizadas:

- Formulação explícita,
- Formulação implícita,
- Formulação totalmente implícita.

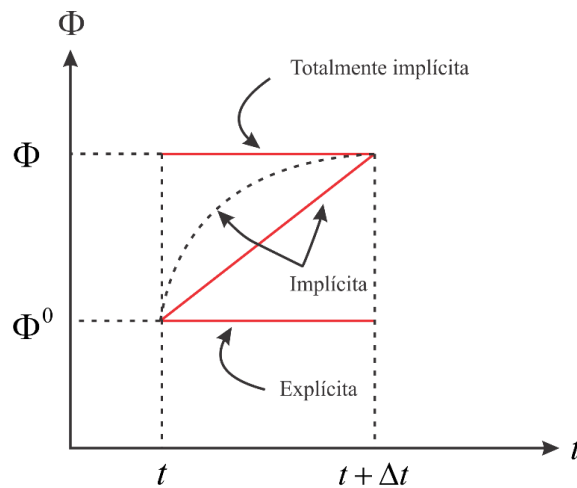


Figura 2.10: Funções de interpolação no tempo.

Estas três formulações podem ser representadas pela seguinte expressão:

$$\Phi^\theta = \theta\Phi + (1 - \theta)\Phi^0, \quad (2.45)$$

onde Φ é a variável de interesse e θ refere-se ao tempo de avaliação de Φ . Maliska (2013) apresenta a Figura 2.10 que ilustra a escolha de cada formulação. Fazendo $\theta = 0$ na Equação (2.45), obtem-se a formulação explícita, e neste caso a variável é avaliada no início do intervalo de tempo. Considera-se a equação de conservação discretizada na formulação explícita, pelo MVF. Se os coeficientes forem constantes, o termo fonte igual a zero e a malha uniforme, a condição de positividade sobre o coeficiente de Φ_p^0 será:

$$\Delta t < \frac{\lambda \Delta L^2}{2\Gamma^\Phi}, \quad (2.46)$$

onde ΔL é o comprimento característico do volume de controle. Na formulação explícita obtém-se um conjunto de equações.

Se na Equação (2.45) $0 < \theta < 1$, tem-se a formulação implícita para o método de Crank-Nicolson. Esta formulação apresenta algumas restrições com relação ao intervalo de tempo, e através do Critério de Estabilidade de Von Neumann é possível mostrar que: se $\theta \leq 0,5$, então

$$\frac{\Gamma^\Phi \Delta t}{\lambda(\Delta L)^2} \leq \frac{1}{2 - 4\theta}, \quad (2.47)$$

onde ΔL é o comprimento característico do volume de controle.

E se $0,5 \leq \theta \leq 1$, tem-se

$$\frac{\alpha \Delta t}{(\Delta L)^2} < \infty. \quad (2.48)$$

Finalmente, se na Equação (2.45) $\theta = 1$, uma formulação totalmente implícita é obtida. Uma das principais características desta formulação é a sua estabilidade incondicional, isto é, qualquer intervalo de tempo pode ser considerado sem interferir na convergência da solução.

CAPÍTULO 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentadas todas as ferramentas necessárias para obtenção das soluções numéricas para a equação de difusão em coordenadas cilíndricas (cilindro infinito e finito), tendo em vista o estudo da transferência de massa no processo de desidratação osmótica e de secagem convectiva de banana. Além disso, será apresentada toda a metodologia utilizada nos experimentos de desidratação osmótica e de secagem convectiva.

3.1 Ferramentas numéricas

No presente trabalho pretende-se considerar hipóteses que descrevam melhor a complexidade do problema de transferência de massa, tais como: a variação de volume do material e a variação da difusividade efetiva. Uma vez que as soluções analíticas existentes em geral não contemplam tais hipóteses, soluções numéricas serão necessárias.

Nesta seção serão apresentados o método numérico usado para a discretização da equação de difusão, a formulação adotada, além das discretizações para os casos do cilindro infinito e do cilindro finito.

3.1.1 Solução numérica para o caso do cilindro infinito

Para a obtenção da solução numérica, foram assumidas as seguintes hipóteses:

- O cilindro possui raio R e comprimento L , com $R \ll L$;
- O sólido é homogêneo e isotrópico;
- A distribuição da grandeza de interesse no interior do sólido tem simetria radial;

- O único mecanismo de transporte de massa dentro do sólido é o mecanismo da difusão;
- O raio pode variar durante o processo;
- A difusividade efetiva pode variar durante o processo, e o coeficiente de transferência convectiva de massa permanece constante.

O método utilizado para discretização da equação de difusão foi o Método dos Volumes Finitos (PATANKAR, 1980; SCHÄFER, 2006; MALISKA, 2013), devido as características favoráveis a problemas de transferência de massa.

Devido à hipótese da simetria radial, como foi ilustrado nas Figuras 2.5 e 2.6, foi considerado apenas um setor circular, no qual foi criada uma malha unidimensional como mostra a Figura 3.1.

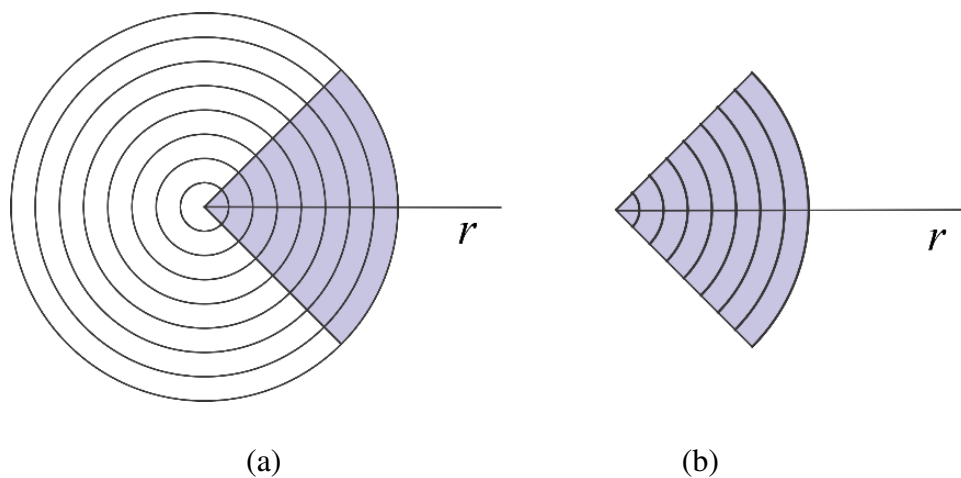


Figura 3.1: (a) Malha unidimensional; (b) Fatia simétrica.

Na Figura 3.2 é apresentado um elemento da malha uniforme, onde é destacado o ponto nodal P , a espessura (Δr) do elemento, o raio (r_P) até o ponto nodal P , o raio (r_w) até a interface oeste e o raio (r_e) até a interface leste.

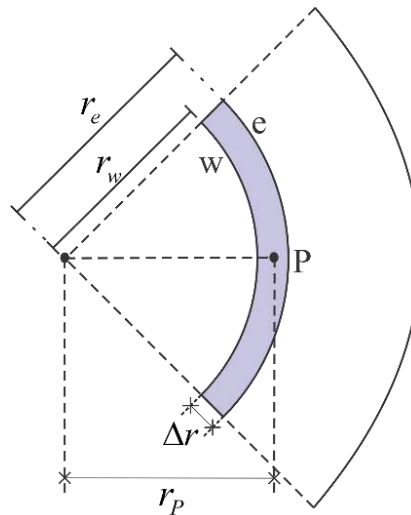


Figura 3.2: Elemento da malha unidimensional.

Na malha construída existem três tipos de volumes de controle: os volumes de controle internos, os quais possuem volumes de controle vizinhos a oeste e a leste; o volume de controle externo a leste, o qual possui volume de controle vizinho a oeste e está em contato com o meio externo a leste; e finalmente o primeiro volume de controle que possui vizinho a leste e fluxo zero a oeste. Estes tipos de volumes de controle podem ser vistos na Figura 3.3.

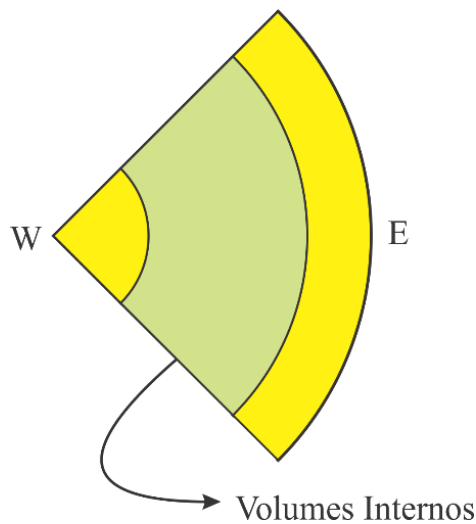


Figura 3.3: Tipos de Volumes de controle para o caso unidimensional.

A equação de difusão para geometria do cilindro infinito, dada por

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + S, \quad (3.1)$$

foi discretizada com uma formulação totalmente implícita e assumindo uma malha uniforme. Para isto a equação foi integrada no espaço $2\pi r_p \Delta r L$ e no tempo Δt , como é mostrado a seguir:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} dt dr = \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) dt dr + \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} S(\Phi) dt dr, \quad (3.2)$$

onde os subscritos w e e denotam as fronteiras oeste e leste, respectivamente, do volume de controle considerado.

Usando as seguintes aproximações das derivadas:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\lambda\Phi) \cong \frac{\lambda\Phi - \lambda^0\Phi^0}{\Delta t} \quad e \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) \cong \frac{r_e\Gamma_e^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w\Gamma_w^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_w}{\Delta r}, \quad (3.3)$$

obtém-se

$$\int_w^e \frac{\lambda_P\Phi_P - \lambda_P^0\Phi_P^0}{\Delta t} \Delta t dr = \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{r_P} \frac{r_e\Gamma_e^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w\Gamma_w^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_w}{\Delta r} 2\pi r_P \Delta r L dt, \quad (3.4)$$

$$+ S(\Phi_P) 2\pi r_P L \Delta r \Delta t$$

onde P denota o ponto nodal do volume de controle considerado, o sobrescrito zero significa que o termo é avaliado no início do intervalo de tempo e o termo sem sobrescrito é avaliado no fim do intervalo de tempo. Assim, realizando as últimas integrações, têm-se:

$$\begin{aligned}
(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) 2\pi r_P L \Delta r &= \left(r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_w \right) 2\pi L \Delta t \\
&+ S(\Phi_P) 2\pi r_P L \Delta r \Delta t
\end{aligned} \quad (3.5)$$

Dividindo a Equação (3.5) por $2\pi L \Delta t$, obtém-se

$$\frac{(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0)}{\Delta t} r_P \Delta r = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_w + S(\Phi_P) r_P \Delta r. \quad (3.6)$$

Linearizando o termo fonte, pode-se escrever $S(\Phi_P) = S_c + S_P \Phi_P$. Substituindo esta expressão na Equação (3.6), tem-se

$$\frac{(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0)}{\Delta t} r_P \Delta r = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_w + (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r. \quad (3.7)$$

A partir da Equação (3.7) serão obtidas as discretizações para todos os tipos de volumes de controle.

3.1.1.1 Discretização da equação de difusão para os volumes de controle internos

Os volumes de controle internos não têm contato com meio externo e possuem dois volumes de controle vizinhos, um a oeste e outro a leste (ver Figura 3.4).

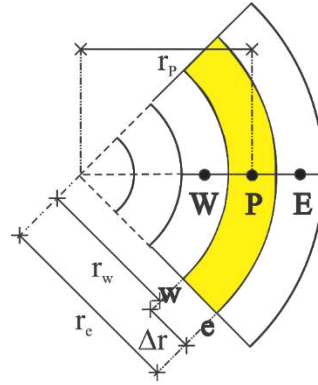


Figura 3.4: Volume de controle interno.

Pela Figura 3.4 é possível verificar as seguintes aproximações para as derivadas:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r}, \quad (3.8)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w \cong \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r}. \quad (3.9)$$

Substituindo as Equações (3.8) e (3.9) na Equação (3.7), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0)}{\Delta t} r_P \Delta r &= r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \\ &+ (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Organizando os termos semelhantes, tem-se

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + B, \quad (3.11)$$

onde

$$A_w = \frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi \quad (3.12)$$

$$A_p = \frac{\lambda_p r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi + \frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi - S_p r_p \Delta r \quad (3.13)$$

$$A_e = \frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi \quad (3.14)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 r_p \Delta r}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_c r_p \Delta r \quad (3.15)$$

3.1.1.2 Discretização da equação de difusão para o primeiro volume de controle

Como pode ser visto na Figura 3.5, a fronteira a oeste do primeiro volume de controle é o ponto denotado por w , o qual encontra-se no eixo central. Neste eixo a grandeza de interesse é máxima ou mínima, deste modo tem-se

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w = 0 \quad (3.16)$$

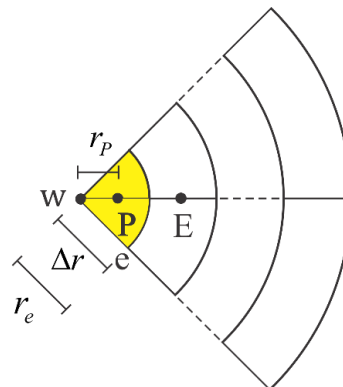


Figura 3.5: Primeiro volume de controle.

Substituindo a condição dada pela Equação (3.16) e a Equação (3.8) na Equação (3.7), obtém-se

$$(\lambda_p \Phi_p - \lambda_p^0 \Phi_p^0) r_p \frac{\Delta r}{\Delta t} = r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_p}{\Delta r} \right) + (S_c + S_p \Phi_p) r_p \Delta r \quad (3.17)$$

Agrupando os termos semelhantes, tem-se

$$A_p \Phi_p = A_e \Phi_E + B, \quad (3.18)$$

onde

$$A_p = \lambda_p r_p \frac{\Delta r}{\Delta t} + r_e \frac{\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} - S_p r_p \Delta r \quad (3.19)$$

$$A_e = \frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi \quad (3.20)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 r_p \Delta r}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_c r_p \Delta r \quad (3.21)$$

3.1.1.3 Discretização da equação de difusão para o volume de controle no contorno

O último volume de controle da malha unidimensional possui um volume de controle vizinho a oeste, como mostra a Figura 3.6, e está em contato com o meio a leste. Como foi mencionado anteriormente, a condição de contorno assumida para o problema foi a condição do terceiro tipo.

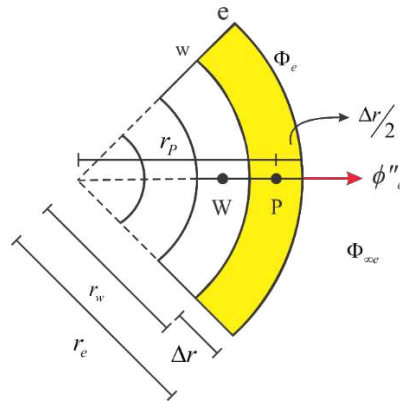


Figura 3.6: Volume de controle no contorno da malha unidimensional.

Na Figura 3.6, ϕ''_e representa o fluxo da grandeza de interesse por unidade de área, $\Phi_{\infty e}$ representa a grandeza de interesse de equilíbrio no meio e Φ_e representa a grandeza de interesse no contorno leste.

Seja o fluxo difusivo

$$\phi''_e = -\frac{\Gamma_e^\Phi (\Phi_e - \Phi_P)}{\Delta r/2} \quad (3.22)$$

e o fluxo convectivo

$$\phi''_e = h_e (\Phi_e - \Phi_{\infty e}) \quad (3.23)$$

Igualando os fluxos difusivo e convectivo na fronteira leste, chega-se a

$$\Phi_e = \frac{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} \Phi_P + h_e \Phi_{\infty e}}{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} + h_e} \quad (3.24)$$

Além disso, tem-se a seguinte aproximação

$$\Gamma_w^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_w \cong \frac{\Gamma_w^\Phi (\Phi_P - \Phi_W)}{\Delta r} \quad (3.25)$$

Substituindo a Equação (3.24) na Equação (3.22) e em seguida substituindo a expressão obtida e a Equação (3.25) na Equação (3.7), obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0}{\Delta t} r_P \Delta r &= \frac{2r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} \Phi_P + h_e \Phi_{\infty e}}{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} + h_e} - \Phi_P \right) - \frac{r_w \Gamma_w^\Phi}{\Delta r} \Phi_P \\ &\quad + \frac{r_w \Gamma_w^\Phi}{\Delta r} \Phi_W + (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r \end{aligned} \quad (3.26)$$

Organizando os termos semelhantes, chega-se a

$$A_P \Phi_P = A_W \Phi_W + B, \quad (3.27)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e \Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h_e} + \frac{\Delta r}{2}} + \frac{r_w \Gamma_w^\Phi}{\Delta r} - S_P r_P \Delta r \quad (3.28)$$

$$A_W = \frac{r_w \Gamma_w^\Phi}{\Delta r} \quad (3.29)$$

$$B = \frac{r_e \Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h_e} + \frac{\Delta r}{2}} \Phi_{\infty e} + \lambda_P^0 \frac{r_P \Delta r}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_c r_P \Delta r \quad (3.30)$$

3.1.2 Solução numérica para o cilindro finito

Para a obtenção da solução numérica foram admitidas as seguintes hipóteses:

- O cilindro possui raio R e comprimento L ;
- O cilindro é homogêneo e isotrópico;
- A distribuição espacial da grandeza de interesse dentro do cilindro possui simetrias radial e axial em relação ao eixo central;
- O único mecanismo de transporte de massa dentro do cilindro é a difusão;
- O raio e o comprimento do cilindro podem variar durante a difusão;
- A difusividade efetiva pode variar durante a difusão, e o coeficiente de transferência convectiva de massa permanece constante.

Assim como no caso unidimensional, o método utilizado para discretização da equação de difusão foi o Método dos Volumes Finitos com uma formulação totalmente implícita (PATANKAR, 1980; SCHÄFER, 2006; MALISKA, 2013).

Devido as hipóteses de simetria, foi considerado apenas o retângulo ilustrado na Figura 3.7, no qual foi criada uma malha uniforme.

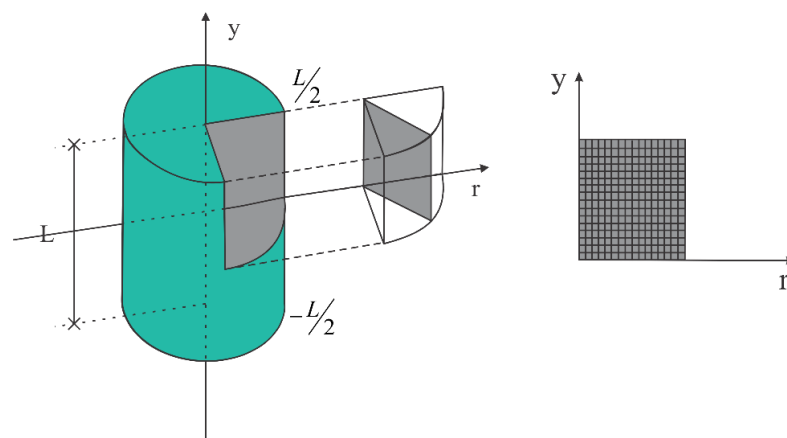


Figura 3.7: Retângulo obtido com as hipóteses de simetria.

Na Figura 3.8 é apresentado um elemento da malha uniforme, onde é destacado o ponto nodal P , a largura (Δr) e o comprimento (Δy).

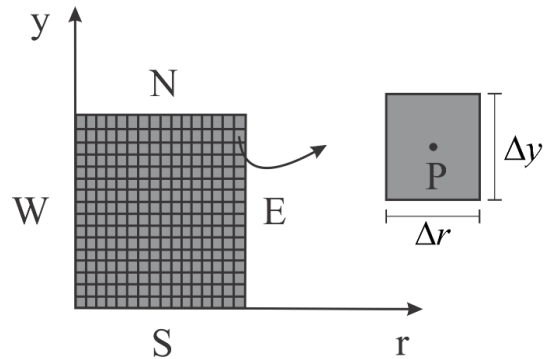


Figura 3.8: Malha bidimensional para o caso do cilindro finito.

O volume de controle definido para cada elemento da malha é ilustrado na Figura 3.9.

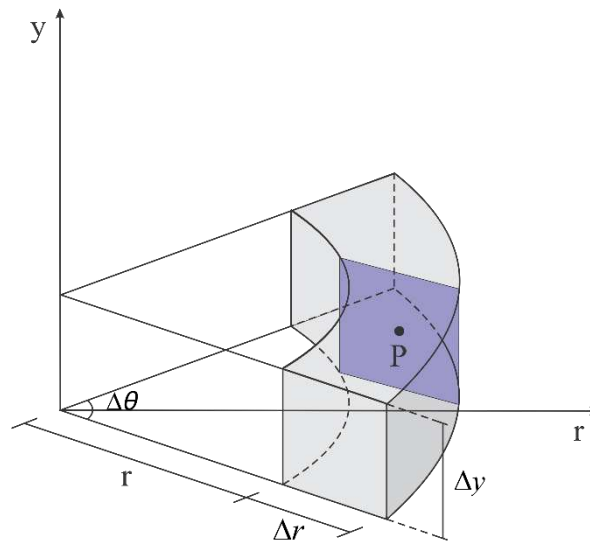


Figura 3.9: Volume de controle para geometria cilíndrica.

Através da Figura 3.10 é possível notar que existem 9 tipos distintos de volumes de controle: os volumes de controle internos (que não estão em contato com meio externo, e possui vizinhos a oeste, a leste ao norte e ao sul); os volumes de controle ao norte (em contato com

meio externo ao norte, e vizinhos a oeste, a leste e ao sul); os volumes de controle ao sul (com o fluxo zero ao sul, e vizinhos a oeste, ao norte e a leste); os volumes de controle a oeste (com fluxo zero a oeste, e vizinhos ao norte, sul e a leste); os volumes de controle ao leste (em contato com o meio externo a leste, e vizinhos ao sul, ao norte e a oeste); o volume de controle nordeste (em contato com o meio externo ao norte e a leste, e vizinhos ao sul e a oeste); o volume de controle sudoeste (com vizinhos ao norte e a leste, e fluxo zero ao sul e a oeste); o volume de controle noroeste (com fluxo zero a oeste, em contato com o meio externo ao norte, e vizinhos a leste e ao sul) e o volume de controle sudeste (com fluxo zero ao sul, em contato com o meio externo a leste, e vizinhos ao norte e a oeste).

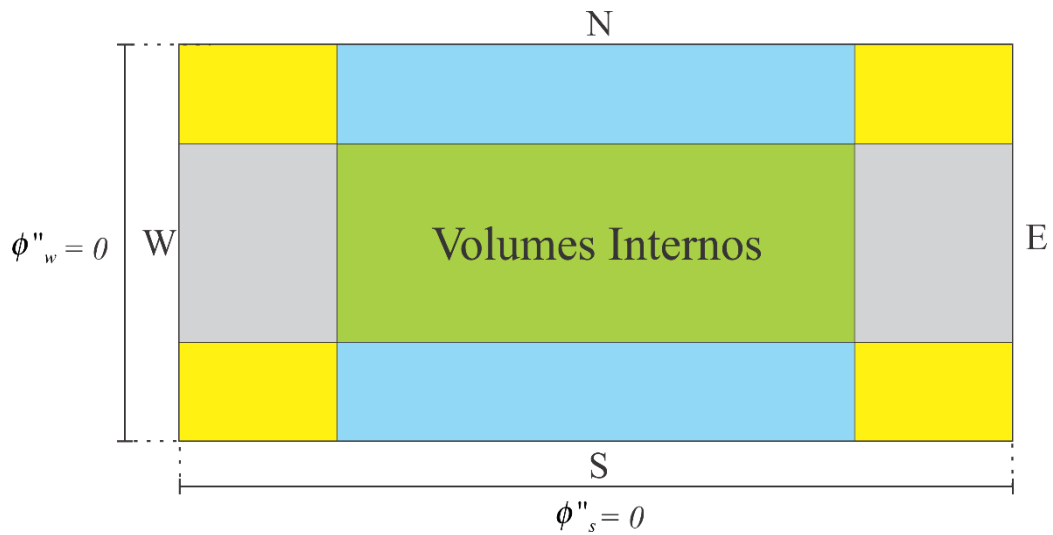


Figura 3.10: Tipos de volumes de controle da malha bidimensional.

A equação de difusão para a geometria do cilindro finito,

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) + S, \quad (3.31)$$

A Equação (3.31) foi integrada no espaço $r_p \Delta\theta \Delta r \Delta y$ e no tempo Δt , como é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} \Delta\theta r_p dy dr dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) \Delta\theta r_p dy dr dt \\
&+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) \Delta\theta r_p dy dr dt \quad (3.32) \\
&+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n S(\Phi) \Delta\theta r_p dy dr dt.
\end{aligned}$$

Efetuando as integrações na Equação (3.32), obtém-se

$$\begin{aligned}
(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) \Delta\theta r_p \Delta y \Delta r &= \left(r \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_e - r \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_w \right) \Delta\theta \Delta y \Delta t \\
&+ \left(\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_s \right) \Delta\theta r_p \Delta r \Delta t \\
&+ S(\Phi_P) \Delta\theta r_p \Delta r \Delta y \Delta t
\end{aligned} \quad (3.33)$$

Finalmente, dividindo a Equação (3.33) por $\Delta\theta\Delta t$, obtém-se

$$\begin{aligned}
(\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} &= \left(r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \Big|_w \right) \Delta y \\
&+ \left(\Gamma_n^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma_s^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \Big|_s \right) r_p \Delta r \\
&+ S(\Phi_P) r_p \Delta r \Delta y
\end{aligned} \quad (3.34)$$

A partir da Equação (3.34) serão obtidas as equações discretizadas para todos os tipos de volumes de controle.

3.1.2.1 Discretização da equação de difusão para os volumes de controle internos

Os volumes de controle internos não têm contato com o meio externo e possuem quatro volumes de controle vizinhos, um ao norte, um ao sul, um a oeste e finalmente um a leste, como mostra a Figura 3.11.

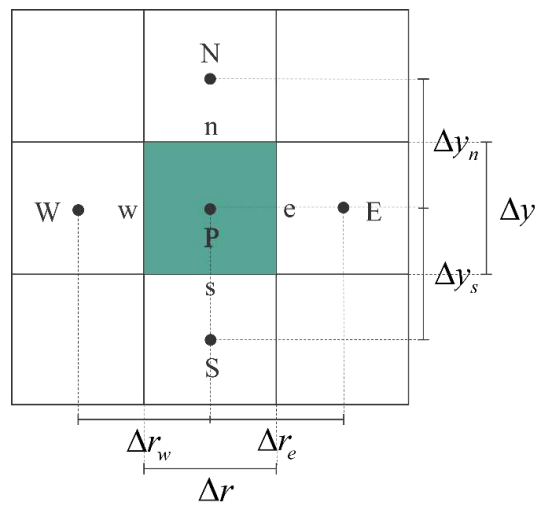


Figura 3.11: Volume de controle interno e os volumes de controle vizinhos ao norte (N), ao sul (S), a oeste (W) e a leste (E).

Considere as seguintes aproximações das derivadas para uma malha uniforme, isto é, $\Delta y_n = \Delta y_s = \Delta y$ e $\Delta r_w = \Delta r_e = \Delta r$,

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r}; \tag{3.35}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w \cong \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r}; \tag{3.36}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_n \cong \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y}; \quad (3.37)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s \cong \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y}. \quad (3.38)$$

Substituindo as Equações (3.35) – (3.38) na Equação (3.34) e linearizando o termo fonte, tem-se

$$\begin{aligned} (\lambda_P \Phi_P - \lambda_P^0 \Phi_P^0) r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} &= r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \Delta y \\ &+ \Gamma_n^\Phi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y} \right) r_P \Delta r - \Gamma_s^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y} \right) r_P \Delta r \\ &+ (S_c + S_p \Phi_P) r_P \Delta r \Delta y \end{aligned} \quad (3.39)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + A_n \Phi_N + A_s \Phi_S + B, \quad (3.40)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} + r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_p r_P \Delta r \Delta y \quad (3.41)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r}; \quad (3.42)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r}; \quad (3.43)$$

$$A_n = r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y}; \tag{3.44}$$

$$A_s = r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y}; \tag{3.45}$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_c r_p \Delta r \Delta y. \tag{3.46}$$

3.1.2.2 Discretização da equação de difusão para o volume de controle a nordeste

O volume de controle a nordeste possui as fronteiras ao norte e a leste em contato com o meio externo, e volumes de controle vizinhos a oeste e ao sul, como mostra a Figura 3.12.

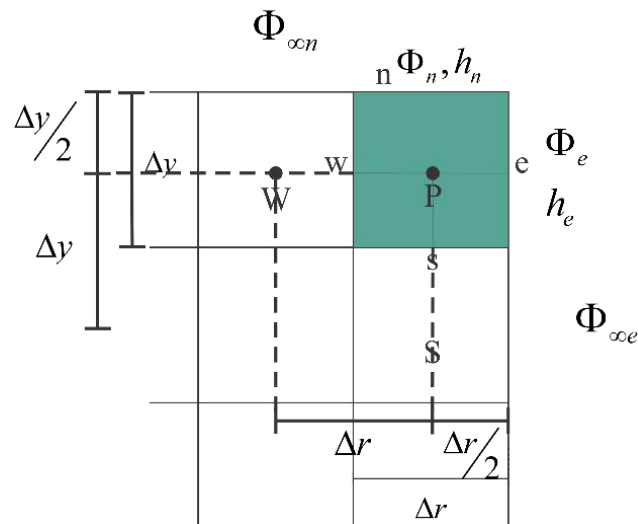


Figura 3.12: Volume de controle nordeste com seus volumes de controle vizinhos a oeste e ao sul.

De forma análoga ao que foi feito anteriormente, igualando os fluxos convectivos e difusivos nas fronteiras ao norte e a leste, obtém-se

$$\Phi_e = \frac{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} \Phi_P + h_e \Phi_{\infty e}}{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} + h_e}; \quad (3.47)$$

$$\Phi_n = \frac{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} \Phi_P + h_n \Phi_{\infty n}}{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} + h_n}, \quad (3.48)$$

onde Φ_e e Φ_n são os valores da grandeza de interesse nos contornos leste e norte, respectivamente; e $\Phi_{\infty e}$ e $\Phi_{\infty n}$ representam a grandeza de interesse de equilíbrio no meio externo a leste e ao norte, respectivamente.

Substituindo as Equações (3.47) e (3.48) nas expressões dos fluxos difusivos das fronteiras leste e norte, respectivamente, obtém-se

$$-\phi''_e = \Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\Delta r/2} = \frac{\Phi_{\infty e} - \Phi_P}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}} \quad (3.49)$$

$$-\phi''_n = \Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_{\infty n} - \Phi_P}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} \quad (3.50)$$

Substituindo (3.49), (3.50), (3.36) e (3.38) em (3.34), obtém-se

$$\lambda_p r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 = \left[r_e \left(\frac{\Phi_{\infty e} - \Phi_P}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}} \right) \Delta y - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \Delta y \right] + \left[\left(\frac{\Phi_{\infty n} - \Phi_P}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} \right) - \Gamma_s^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y} \right) \right] r_p \Delta r + (S_c + S_p \Phi_P) r_p \Delta r \Delta y \quad (3.51)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_W \Phi_W + A_S \Phi_S + B, \quad (3.52)$$

onde

$$A_P = \lambda_p r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + \frac{r_e \Delta y}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + \frac{r_p \Delta r}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} + r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_p r_p \Delta r \Delta y \quad (3.53)$$

$$A_W = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (3.54)$$

$$A_S = r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (3.55)$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + \frac{r_e \Delta y}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}} \Phi_{\infty e} + \frac{r_p \Delta r}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} \Phi_{\infty n} + S_c r_p \Delta r \Delta y \quad (3.56)$$

3.1.2.3 Discretização da equação de difusão para o volume de controle a sudoeste

O volume de controle a sudoeste possui vizinhos ao norte e a leste, e possui fluxo zero nas fronteiras ao sul e a oeste (devido as hipóteses de simetria), como é mostrado na Figura 3.13.

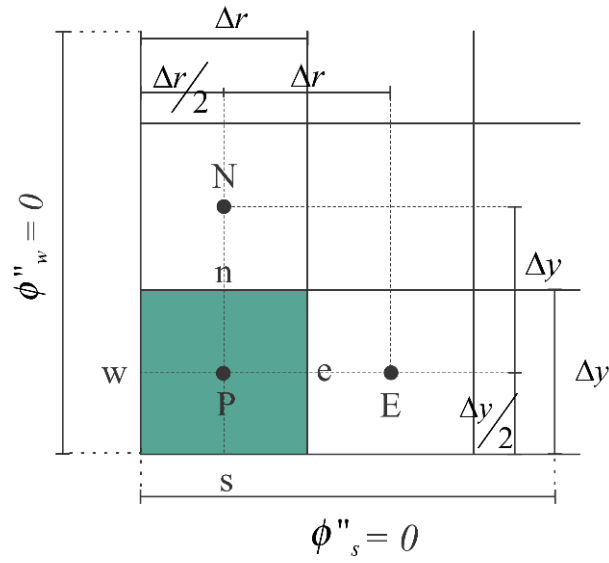


Figura 3.13: O volume de controle sudoeste e seus vizinhos a leste e ao norte.

Pela hipótese de simetria radial e axial, tem-se

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w = 0, \quad (3.57)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s = 0. \quad (3.58)$$

Substituindo (3.57), (3.58), (3.35) e (3.37) em (3.34), obtém-se:

$$\lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 = r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y + \Gamma_n^\Phi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y} \right) r_P \Delta r + (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r \Delta y \quad (3.59)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_n \Phi_N + B, \quad (3.60)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_P r_P \Delta r \Delta y \quad (3.61)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (3.62)$$

$$A_n = r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (3.63)$$

$$B = \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_c r_P \Delta r \Delta y \quad (3.64)$$

Neste capítulo serão apresentadas apenas as três discretizações acima, e as discretizações dos demais volumes de controle podem ser encontradas no Apêndice A.

3.2 Valor médio de Φ

A cada intervalo de tempo, a solução numérica fornece o valor da grandeza de interesse em cada ponto nodal. Como as contribuições de cada volume de controle não são iguais, o valor médio da grandeza de interesse, em cada intervalo, é calculado através da seguinte média ponderada:

$$\bar{\Phi} = \frac{\sum \Phi_P V_P}{\sum V_P}, \quad (3.65)$$

onde $V_P = \Delta \theta r_P \Delta r \Delta y$.

Para o caso do cilindro infinito, faz-se $\Delta\theta = \Delta y = 1$, e assim,

$$V_p = r_p \Delta r \quad (3.66)$$

Com relação a geometria do cilindro finito faz-se apenas $\Delta\theta = 1$, e assim, obtém-se

$$V_p = r_p \Delta r \Delta y \quad (3.67)$$

Finalmente, para malhas uniformes, a Equação (3.65) pode ser expressa apenas por

$$\bar{\Phi} = \frac{\sum \Phi_p r_p}{\sum r_p} \quad (3.68)$$

3.3 Avaliação do parâmetro Γ^Φ nas interfaces

Considerando as hipóteses para obtenção da solução numérica, a equação de difusão foi discretizadas assumindo que o parâmetro Γ^Φ pode variar com o valor local da grandeza de interesse, isto é,

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b), \quad (3.69)$$

onde a e b são os coeficientes de uma função que ajusta a solução numérica aos dados experimentais, e são determinados por processo de otimização.

Pelas discretizações apresentadas nota-se que o conhecimento do parâmetro Γ^Φ nas interfaces de cada volume de controle é necessário. No caso do valor de Γ^Φ nos pontos nodais, ele é calculado pela Equação 3.69, a cada passo do processo de otimização. Para calcular Γ^Φ

na interface entre os volumes de controle P e E , é utilizada a seguinte expressão (Patankar, 1980):

$$\Gamma_{eq}^\Phi = \frac{\Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{f_d \Gamma_E^\Phi + (1 - f_d) \Gamma_P^\Phi} \tag{3.70}$$

onde $f_d = \frac{d_P}{d_P + d_E}$ (Figura 3.14).

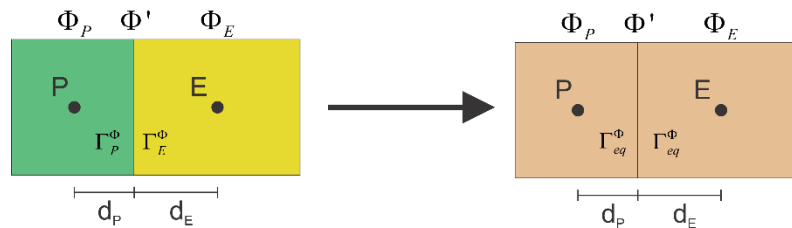


Figura 3.14: Esquema para obtenção de Γ_{eq}^Φ .

Em malhas uniformes, tem-se $f_d = 0,5$, que substituindo na Equação (3.70), obtém-se:

$$\Gamma_{eq}^\Phi = \frac{2\Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{\Gamma_P^\Phi + \Gamma_E^\Phi} \tag{3.71}$$

Para volumes de controle de contorno, para os quais o valor de Γ^Φ na interface em contato com o meio externo não pode ser calculado pela Equação (3.71), considera-se o valor do parâmetro no ponto nodal do volume de controle.

3.4 Métodos de resolução de sistemas lineares

A formulação totalmente implícita resulta em um sistema de equações lineares, onde cada incógnita é o valor da variável de interesse no ponto nodal. Deste modo faz-se necessário a aplicação de um método para resolução deste sistema linear em cada ponto.

3.4.1 Método “Tridiagonal Matrix Algoritm” (TDMA)

No caso do cilindro infinito, a formulação totalmente implícita fornece um sistema tridiagonal e, deste modo, para cada intervalo de tempo, o sistema obtido pode ser solucionado pelo método TDMA (PRESS et al., 1992; BORTOLI, 2000). As equações para os pontos nodais são as seguintes:

$$A_1\Phi_1 + B_1\Phi_2 = D_1 \quad (3.72)$$

$$C_k\Phi_{k-1} + A_k\Phi_k + B_k\Phi_{k+1} = D_k, \text{ como } 2 \leq k \leq N - 1 \quad (3.73)$$

$$C_N\Phi_{N-1} + A_N\Phi_N = D_N, \quad (3.74)$$

onde N é o número de volumes de controle.

Fazendo as substituições adequadas, obtém-se

$$\Phi_k = Q_k - P_k\Phi_{k+1}, \quad (3.75)$$

onde

$$Q_k = \frac{D_k - C_k Q_{k-1}}{A_k - C_k P_{k-1}}, \text{ para } k > 1 \quad (3.76)$$

$$P_k = \frac{B_k}{A_k - C_k P_{k-1}}, \text{ para } k > 1 \quad (3.77)$$

Finalmente,

$$\Phi_N = Q_N \text{ e } P_N = 0 \quad (3.78)$$

3.4.2 Método de Gauss-Seidel

No caso do cilindro finito, a formulação totalmente implícita fornece, a cada intervalo de tempo, um sistema de equações lineares (Equação 3.79) mais complexo do que o destacado na seção anterior. Para se obter uma solução para o referido sistema, aplica-se um método iterativo.

$$\begin{cases} A_{11}\Phi_1 & = & A_{12}\Phi_2 & + & B_1 \\ A_{22}\Phi_2 & = & A_{21}\Phi_1 & + & A_{23}\Phi_3 & + & B_2 \\ A_{33}\Phi_3 & = & A_{32}\Phi_2 & + & A_{34}\Phi_4 & + & B_3 \\ & \vdots & \dots & & \vdots & & \vdots \\ A_{N-1N-1}\Phi_{N-1} & = & A_{N-1N-2}\Phi_{N-2} & + & A_{N-1N}\Phi_N & + & B_{N-1} \\ A_{NN}\Phi_N & = & A_{NN-1}\Phi_{N-1} & + & B_N \end{cases} \quad (3.79)$$

Dos métodos iterativos existentes, um dos mais eficientes é o método de Gauss-Seidel (BARROSO et al., 1987; RUGGIERO e LOPES, 2004), que consiste em: dada uma tolerância ε e uma aproximação inicial $X^{(0)} = (\Phi_1^{(0)}, \Phi_2^{(0)}, \dots, \Phi_N^{(0)})$, obter as aproximações $X^{(k)} = (\Phi_1^{(k)}, \Phi_2^{(k)}, \dots, \Phi_N^{(k)})$ da solução exata $X = (\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N)$ a cada iteração k , como segue:

$$\begin{cases} \Phi_1^{(k)} & = & \frac{1}{A_{11}}(A_{12}\Phi_2^{(k-1)} & + & B_1) \\ \Phi_2^{(k)} & = & \frac{1}{A_{22}}(A_{21}\Phi_1^{(k)} & + & A_{23}\Phi_3^{(k-1)} & + & B_2) \\ \Phi_3^{(k)} & = & \frac{1}{A_{33}}(A_{32}\Phi_2^{(k)} & + & A_{34}\Phi_4^{(k-1)} & + & B_3) \\ & \vdots & \dots & & \vdots & & \vdots \\ \Phi_{N-1}^{(k)} & = & \frac{1}{A_{N-1N-1}}(A_{N-1N-2}\Phi_{N-2}^{(k)} & + & A_{N-1N}\Phi_N^{(k-1)} & + & B_{N-1}) \\ \Phi_N^{(k)} & = & \frac{1}{A_{NN}}(A_{NN-1}\Phi_{N-1}^{(k)} & + & B_N) \end{cases} \quad (3.80)$$

Se $d^{(k)} = \max_{1 \leq i \leq N} |\Phi_i^{(k)} - \Phi_i^{(k-1)}| < \varepsilon$, então $(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N) \cong (\Phi_1^{(k)}, \Phi_2^{(k)}, \dots, \Phi_N^{(k)})$. Caso contrário, repete-se o processo considerando $X^{(k)}$ como $X^{(0)}$.

3.4.3 Combinação TDMA-Gauss Seidel

O método de Gauss-Seidel, apresentado na seção anterior, tem um custo computacional considerável. Este custo torna-se importante principalmente quando este método é usado no processo de otimização, no qual, para cada conjunto de valores fornecidos pelo otimizador, um sistema de equações lineares precisa ser resolvido. Patankar (1980) apresentou uma metodologia, que combina os métodos TDMA e Gauss-Seidel, que visa diminuir o custo computacional do método de Gauss-Seidel. Para um caso bidimensional, considera-se cada linha ou coluna da malha como um caso unidimensional, fixando os termos correspondentes às linhas ou colunas vizinhas (Figura 3.15). Estes termos então são adicionados ao termo independente B da equação discretizada. Em seguida cada linha ou coluna é resolvida através do método TDMA e, finalmente, o sistema geral é resolvido pelo método Gauss-Seidel. Os resultados parciais fornecidos pelo método TDMA faz com que o método Gauss-Seidel convirja mais rapidamente.

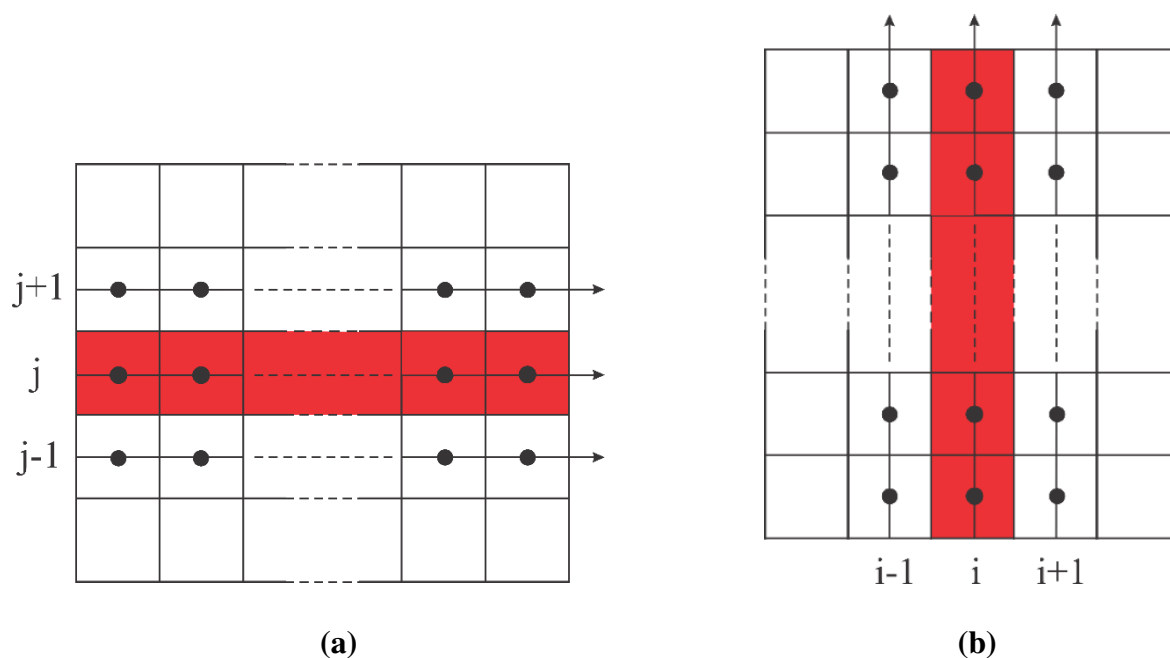


Figura 3.15: (a) Aplicando o Método TDMA às linhas da malha unidimensional; (b) Aplicando o Método TDMA às colunas da malha unidimensional.

3.5 Otimizador desenvolvido para as soluções numéricas

Tendo em vista obter os parâmetros físicos dos processos de desidratação osmótica e de secagem convectiva, que serão abordados neste trabalho, foi desenvolvido um otimizador a fim de ser acoplado às soluções numéricas para os casos uni e bidimensional descritos nas seções 3.1.1 e 3.1.2. O referido otimizador foi desenvolvido a partir de um método inverso, no qual são atribuídos valores iniciais aos parâmetros e então estes são corrigidos a fim de minimizar uma função objetivo. A função objetivo utilizada foi o qui-quadrado, que é definido como segue:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} [\bar{\Phi}_i^{exp} - \bar{\Phi}_i^{sim}(\Gamma^\Phi, h)]^2 \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (3.81)$$

onde $\bar{\Phi}_i^{exp}$ é o valor médio da grandeza de interesse referente ao i -ésimo ponto experimental, $\bar{\Phi}_i^{sim}(\Gamma^\Phi, h)$ é o valor médio da grandeza de interesse calculado pela solução numérica como uma função de Γ^Φ e h , N_p é o número de pontos experimentais, e $1/\sigma_i^2$ é o peso estatístico referente ao i -ésimo ponto experimental. Assim a função objetivo (Equação (3.81)) depende de Γ^Φ e do coeficiente de transferência convectiva de massa. Se Γ^Φ for considerado variável, isto é, $\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b)$, o qui-quadrado dependerá dos parâmetros a , b e h .

Para o cálculo do qui-quadrado é necessário que o i -ésimo ponto experimental $(t_i^{exp}, \bar{\Phi}_i^{exp})$ e o i -ésimo ponto simulado $(t_i^{sim}, \bar{\Phi}_i^{sim})$ sejam avaliados num mesmo tempo, isto é, $t_i^{exp} = t_i^{sim}$. No entanto estes tempos podem não coincidir, e assim faz-se necessário realizar interpolações. Se a curva simulada for decrescente, como no caso de secagem, a interpolação é feita pela seguinte fórmula:

$$\Phi^{int} = \frac{(\bar{\Phi}_i^{sim} - \bar{\Phi}_{i+1}^{sim})(t_{i+1}^{sim} - t^{exp}) + \bar{\Phi}_{i+1}^{sim}(t_{i+1}^{sim} - t_i^{sim})}{(t_{i+1}^{sim} - t_i^{sim})}, \quad (3.82)$$

onde t^{exp} é o tempo experimental que está entre os tempos simulados t_i^{sim} e t_{i+1}^{sim} , $\bar{\Phi}_i^{sim}$ é o valor da variável de interesse simulado no tempo t_i^{sim} e $\bar{\Phi}_{i+1}^{sim}$ é o valor da variável de interesse simulado no tempo t_{i+1}^{sim} .

Se a curva simulada for crescente, como no caso de ganho de sólidos na desidratação osmótica, a interpolação é feita pela seguinte fórmula:

$$\Phi^{int} = \frac{(\bar{\Phi}_{i+1}^{sim} - \bar{\Phi}_i^{sim})(t^{exp} - t_i^{sim}) + \bar{\Phi}_i^{sim}(t_{i+1}^{sim} - t_i^{sim})}{(t_{i+1}^{sim} - t_i^{sim})} \quad (3.83)$$

Na Figura 3.16 é apresentada uma ilustração de como é realizada a interpolação para o caso da curva simulada decrescente.

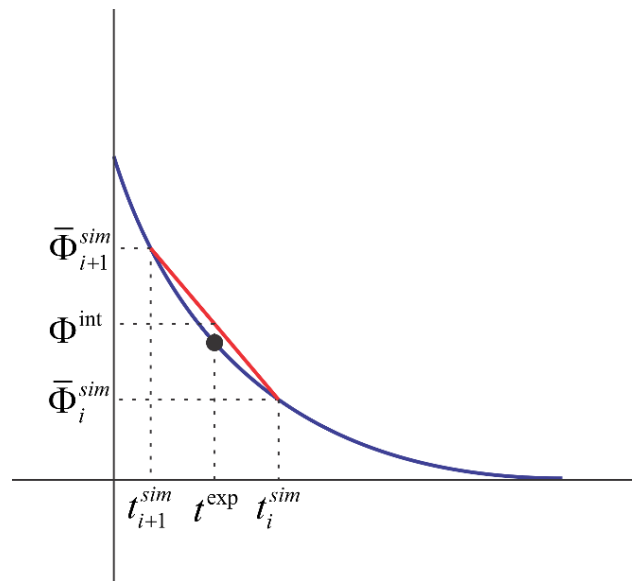


Figura 3.16: Interpolação realizada para cada tempo experimental.

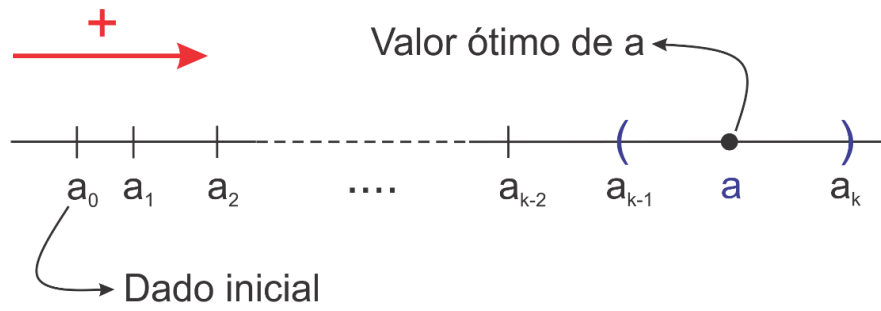
O termo $1/\sigma_2$ na Equação (3.81) é obtido pelo desvio padrão relativo ao ajuste da simulação aos pontos experimentais. Este desvio é calculado pela seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_p - p} \sum_{i=1}^{N_p} (\bar{\Phi}_i^{exp} - \bar{\Phi}_i^{sim})^2}, \quad (3.84)$$

onde N_p é o número de pontos experimentais e P é o número de parâmetros que ajustam os dados simulados aos dados experimentais.

Uma vez obtidos todos os elementos necessários para a determinação da função objetivo (Equação (3.81)), o próximo passo é a determinação dos parâmetros do processo, através de uma minimização do qui-quadrado. Para esta determinação foi desenvolvido o seguinte otimizador:

- 1°. São fornecidos, pelo usuário, valores iniciais para os três parâmetros (a , b , h), e em seguida é calculado o qui-quadrado considerando estes valores.
- 2°. Uma vez fornecidos os valores iniciais, o otimizador passa a buscar os intervalos onde se encontram os valores ótimos para os parâmetros a , b e h . Para isto são fixados os valores de dois parâmetros e um pequeno algoritmo desenvolvido, baseado no algoritmo de Levenberg-Marquardt (PRESS et al., 1992), corrige o valor inicial do terceiro parâmetro somando (caso o valor ótimo seja maior) ou subtraindo do valor atual 0,1% deste (caso o valor ótimo seja menor). A cada correção um novo qui-quadrado é calculado para estes valores, e este é comparado ao anterior. Esta rotina é repetida até que o valor do qui-quadrado aumente em relação ao anterior. Finalmente, é considerado que os valores ótimos dos parâmetros a , b e h se encontram nos intervalos $[a_{k-1}, a_k]$, $[b_{k-1}, b_k]$ e $[h_{k-1}, h_k]$, respectivamente; onde os índices k e $k-1$ representam as iterações onde o qui-quadrado aumenta e a iteração anterior, respectivamente. A Figura 3.17 ilustra esta segunda etapa do otimizador para a determinação do parâmetro a , considerando que o valor ótimo é maior que o valor inicial.



$$\chi^2(a_0) > \chi^2(a_1) > \chi^2(a_2) > \dots > \chi^2(a_{k-2}) > \chi^2(a_{k-1})$$

$$\chi^2(a_k) > \chi^2(a_{k-1})$$

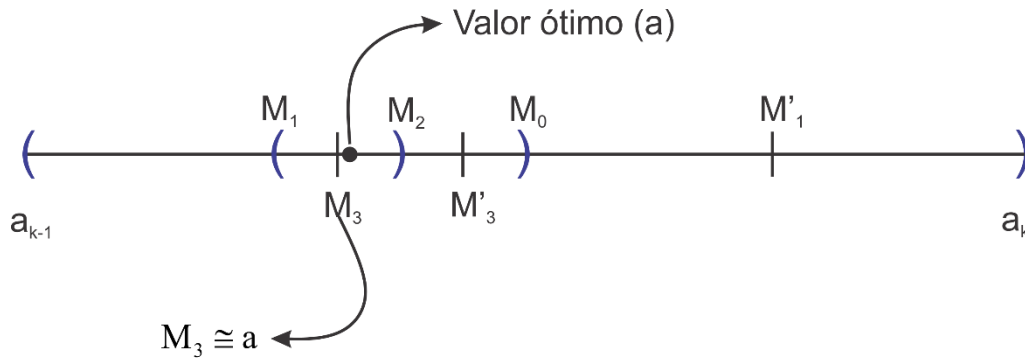
Figura 3.17: Busca do intervalo que contém o valor ótimo do parâmetro a feita pelo otimizador desenvolvido.

3°. Uma vez encontrado o intervalo que contém o valor ótimo para o parâmetro, a aproximação deste valor é feita através do ponto médio do intervalo. Além disso, um refinamento é feito através do ponto médio de cada subintervalo obtido, e a escolha do melhor ponto médio é feita através do decréscimo do qui-quadrado. Para um melhor entendimento do processo, é feita uma ilustração na Figura 3.18.

4°. Ao fim de cada iteração o otimizador verifica o erro relativo de cada parâmetro. O processo de otimização é finalizado quando o erro relativo de cada parâmetro é menor que 10^{-4} . Este erro é calculado pela seguinte fórmula:

$$E_{rel} = \frac{|P_{atual} - P_{anterior}|}{P_{anterior}}, \tag{3.85}$$

onde E_{rel} denota o erro relativo, P_{atual} é valor do parâmetro na iteração atual e $P_{anterior}$ é o valor do parâmetro na iteração anterior.



$$\chi^2(M_0) > \chi^2(M_1) > \chi^2(M_3) > \dots$$

Figura 3.18: Busca do valor ótimo do parâmetro a feita através dos pontos médios dos subintervalos do intervalo $[a_{k-1}, a_k]$.

As escolhas do otimizador na Figura 3.18 são baseadas no fato de $\chi^2(M_1) < \chi^2(M'_1)$ e $\chi^2(M_3) < \chi^2(M'_3)$.

3.6 Softwares desenvolvidos para os cilindros infinito e finito

Para as duas geometrias estudadas neste trabalho, serão desenvolvidos dois *softwares* com interfaces gráficas cujos objetivos são:

- Simular processos difusivos, quando os parâmetros são conhecidos.
- Determinar os parâmetros do processo, via otimização, quando um conjunto de dados experimentais é conhecido.

As equações discretizadas acopladas ao *software*, admitem tanto a variação do raio (caso unidimensional) e do comprimento do cilindro (caso bidimensional), quanto a variação da difusividade. Deste modo, para que o código computacional possa identificar as expressões que representam o raio, o comprimento e a difusividade, faz-se necessário um interpretador de *strings*. O interpretador escolhido para ser acoplado ao código foi o desenvolvido por Silva et

al. (2005). Esta escolha foi devido ao bom desempenho apresentado pelo referido interpretador em outros *softwares* (SILVA, C., 2012; SILVA, 2007).

3.6.1 Interface gráfica

A comunicação dos referidos *softwares* com o usuário será estabelecida através de caixas de diálogos e dos seguintes menus: “Arquivo”, “Resultados” e “Cancelar otimização/simulação”. O menu “Arquivo” deverá conter os seguintes itens: “Otimização”, “Simulação”, “Salvar Gráfico” e “Sair”. O menu “Resultados” deverá conter os itens: “Resultados da otimização” e “Resultados da simulação”, os quais deverão obrir os arquivos gerados pela otimização e simulação, respectivamente. O último menu deverá cancelar os processos de otimização e simulação durante sua execução.

3.7 Metodologia experimental

Nesta seção serão apresentadas a matéria-prima e os procedimentos experimentais que foram adotados para realização dos experimentos de desidratação osmótica e de secagem convectiva.

O objetivo dos experimentos realizados era obter dados a partir dos quais seriam determinados os parâmetros físicos dos processos, através de um processo de otimização.

3.7.1 Matéria-prima

A matéria-prima utilizada nos experimentos que serão apresentados foi a banana maçã (Figura 3.19), pertencente ao grupo genômico AAB, adquiridas no mercado local no quarto estágio de maturação: mais amarelo do que verde, segundo a escala de Von Loesecke (PBMH e PIF, 2006). Após serem adquiridas, as bananas foram mantidas em temperatura ambiente até atingirem o último estágio de maturação: amarela com áreas marrons. A escolha da referida variedade de banana deve-se a sua forma mais arredondada, mais adequada a geometria utilizada na modelagem (cilindro).

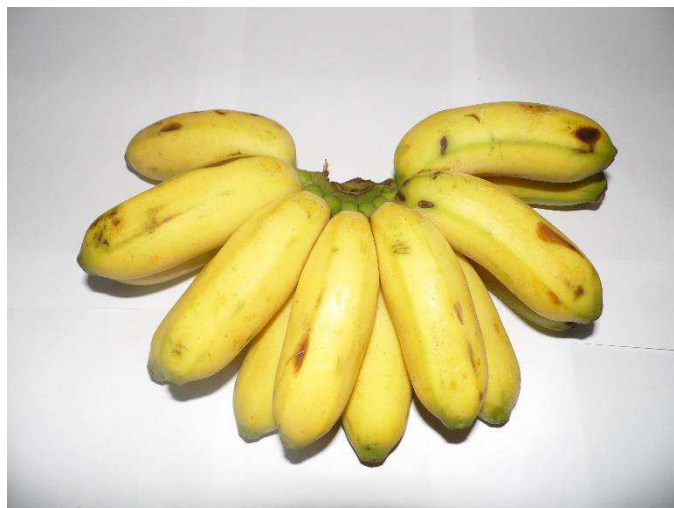


Figura 3.19: Penca de banana maçã.

3.7.2 Desidratação osmótica

Os experimentos de desidratação osmótica foram realizados no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas do Centro de Tecnologia e Recursos Naturais da UFCG, campus Campina Grande. Antes do início dos experimentos de desidratação osmótica, os frutos foram lavados em água corrente, higienizados com água clorada por um período de 15 min e, finalmente, lavados novamente com água corrente e descascados manualmente. Em seguida, foram cortados em rodela com aproximadamente 1 cm de comprimento, como mostra a Figura 3.20. Tendo em vista uma uniformização do corte, foi desenvolvido um cortador, mostrado na Figura 3.21.



Figura 3.20: Bananas cortadas em rodela de 1 cm.

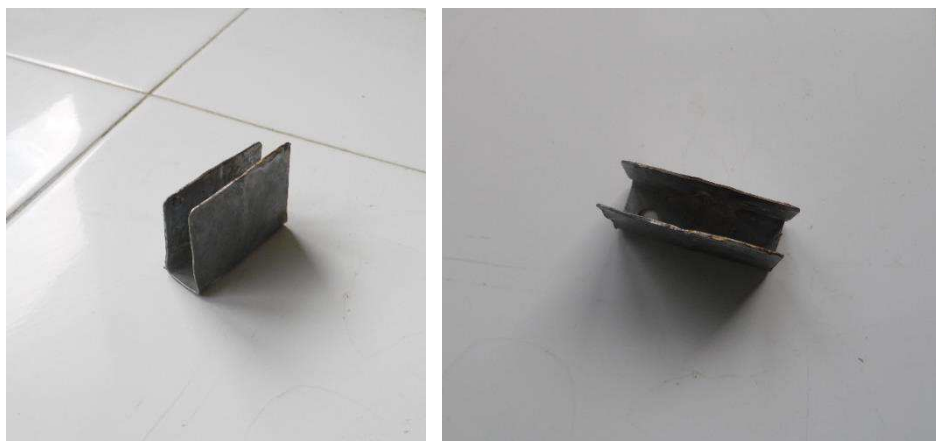


Figura 3.21: Cortador desenvolvido para o corte de rodelas de banana de 1 cm de comprimento.



Figura 3.22: Amostras separadas em triplicata representando cada instante do processo de desidratação osmótica.

Após serem cortadas, as amostras foram separadas, pesadas e colocadas em cestos (Figura 3.22)), os quais foram agrupados em triplicata e rotulados por 1.1, 1.2 e 1.3 até 11.1, 11.2 e 11.3; estes rótulos representavam os tempos nos quais os grupos seriam retirados da solução.

A solução usada para a desidratação osmótica foi do tipo binária, água destilada e açúcar cristal comercial, preparada na proporção 1:15 (g/g) (de fruto para solução) nas concentrações de 40 e 60° Brix. Esta proporção teve como objetivo manter as concentrações inalteradas

durante os experimentos. As soluções foram preparadas no dia anterior ao do experimento e deixadas na estufa (em recipientes plásticos), tendo em vista identificar alguma alteração nas concentrações destas. O controle destas concentrações foi feito através de um refratômetro da marca INSTRUTHERM modelo RT-280, o qual é mostrado na Figura 3.23.

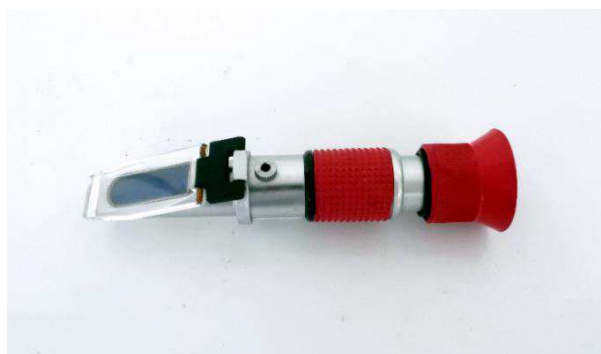


Figura 3.23: Refratômetro utilizado para ajuste das concentrações das soluções.

Os experimentos de desidratação osmótica foram realizados numa combinação das concentrações de 40 e 60° Brix com as temperaturas de 40 e 70° C. Antes de iniciar cada experimento, foram utilizados um mergulhão e um termômetro para manter a temperatura da solução no valor que seria utilizado no experimento. Uma vez alcançada a temperatura do experimento, as amostras foram colocadas simultaneamente nas soluções e em seguida colocadas na estufa da marca QUIMIS com temperatura previamente regulada, como mostra a Figura 3.24 .



Figura 3.24: Amostras em solução sendo colocadas na estufa.

O acompanhamento da variação da quantidade de água e sacarose no produto foi feito através de cada triplicata nos tempos 0, 10, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 1440 e 1800 min, os quais foram denotados por n_0, n_1, \dots, n_{11} . A amostra em triplicata referente ao tempo n_0 é a amostra *in natura*, que foi levada diretamente para a estufa de secagem (Figura 3.26 (b)) para determinar sua massa seca. A cada intervalo de tempo a amostra em triplicata era retirada da solução, levada com água destilada (para retirar a sacarose aderida na superfície), e em seguida enxugada levemente com papel toalha (a fim de retirar o excesso de água), como mostra a Figura 3.25. Finalmente estas amostras tiveram suas massas determinadas por uma balança de precisão da marca SHIMADZU modelo AUY220 (Figura 3.26 (a)), e em seguida foram colocadas (em cadinhos) numa estufa de secagem da marca FANEM modelo 315 SE a 105°C durante 24 horas, a fim de determinar as massas secas (Figura 3.26 (b)).

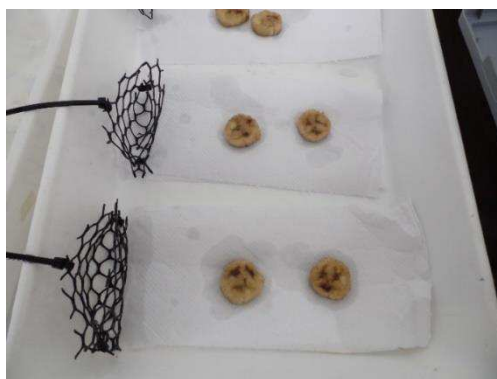


Figura 3.25: Amostras retiradas da solução para a determinação de perda de água e ganho de sacarose.



(a)



(b)

Figura 3.26: (a) Balança analítica utilizada para determinação da massa das amostras; (b) Amostras na estufa de secagem para a determinação de massa seca.

As cinéticas de ganho de sacarose e perda de água foram descritas pela amostra do tempo n_{11} , a qual saiu da solução no tempo 1800 min. Para determinar a massa total nos demais tempos, foi utilizada a seguinte fórmula, obtida através de uma regra de três simples:

$$m_{11}^t = m_{11}^0 \frac{m_x^t}{m_x^0}, \quad (3.86)$$

onde m_{11}^t é a massa da amostra n_{11} no tempo t , m_{11}^0 é a massa da amostra n_{11} no tempo 0, m_x^t é a massa da amostra n_x no tempo t , e m_x^0 é a massa da amostra n_x no tempo 0.

Para determinar a massa seca nos demais tempos, foi utilizada a seguinte fórmula, também obtida através de uma regra de três simples:

$$ms_{11}^t = ms_x^t \frac{m_{11}^t}{m_x^t}, \quad (3.87)$$

onde ms_{11}^t é a massa seca da amostra n_{11} no tempo t , ms_x^t é a massa seca da amostra n_x no tempo t , m_{11}^t é a massa da amostra n_{11} no tempo t , e m_x^t é a massa da amostra n_x no tempo t .

Além das amostras n_0, n_1, \dots, n_{11} , foi utilizada uma amostra em triplicata a fim de verificar o encolhimento a cada tempo, medindo (com um paquímetro digital TDS marca DIGIMESS modelo 100.174L (Figura 3.27)) o diâmetro e o comprimento de cada repetição.



Figura 3.27: Paquímetro utilizado para verificar o encolhimento do produto durante o processo.

Para o cálculo da quantidade de água do produto em cada tempo t , em porcentagem, foi utilizada a seguinte fórmula:

$$c_w^t = \frac{m_{11}^t - ms_{11}^t}{m_{11}^0 - ms_{11}^0} \times 100 \quad (3.88)$$

onde c_w^t é a quantidade de água do produto no tempo t , m_{11}^t é a massa da amostra n_{11} no tempo t , ms_{11}^t é a massa seca da amostra n_{11} no tempo t , m_{11}^0 é a massa da amostra n_{11} no tempo zero e ms_{11}^0 é a massa seca da amostra n_{11} no tempo zero.

Para o cálculo da quantidade de sacarose incorporada num tempo t , em porcentagem, uma fórmula análoga a (3.88) foi utilizada:

$$c_s^t = \frac{ms_{11}^t - ms_{11}^0}{ms_{11}^0} \times 100, \quad (3.89)$$

onde c_s^t é a quantidade de sacarose do produto no tempo t , ms_{11}^t é a massa seca da amostra n_{11} no tempo t e ms_{11}^0 é a massa seca da amostra n_{11} no tempo zero.

Após o processo de desidratação osmótica, as amostras de banana foram armazenadas à vácuo e em seguida colocadas em uma caixa plástica em temperatura ambiente, a fim de serem submetidas posteriormente à secagem convectiva. Nas Figuras 3.28 e 3.29 são apresentadas as amostras armazenadas e o equipamento da marca SULPACK modelo SVC 200 utilizado para o armazenamento.



Figura 3.28: Aparelho utilizado para o armazenamento à vácuo.



Figura 3.29: Amostras de banana armazenadas à vácuo.

3.7.3 Secagem convectiva

Após o processo de desidratação osmótica, as amostras foram submetidas a uma secagem convectiva complementar nas temperaturas de 40 e 70°C. Estes experimentos foram realizados nos laboratórios de Bromatologia (LABROM) e de Tecnologia de Alimentos (LTA) do Centro de Educação e Saúde da UFCG, campus Cuité.

Para a realização da secagem complementar, foram confeccionados cestos de alumínio para o acompanhamento da cinética de secagem e do encolhimento, como mostra a Figura 3.30.



Figura 3.30: Cestos desenvolvidos para cinética de secagem e o acompanhamento do encolhimento.

Inicialmente estes cestos tiveram suas massas determinadas e em seguida foram colocadas sete amostras em cada cesto (Figura 3.31), e posteriormente as massas dos cestos com as amostras foram determinadas. Em seguida os cestos com as amostras foram colocados simultaneamente na estufa de circulação e renovação de ar da marca AMERICANLAB modelo AL 102/480 (Figura 3.32), para o início da secagem.



Figura 3.31: Cestos com amostras osmoticamente desidratadas com 40 e 60° Brix durante a secagem a 70°C.



Figura 3.32: Estufa de circulação e renovação de ar usada para secagem convectiva.

Nos intervalos de 5, 10, 20, 30, 60, 120, 450 e 720 min as amostras, em triplicata, foram retiradas da estufa e tiveram suas massas determinadas em uma balança de precisão da marca RADWAG modelo PS 360/C/1 (Figura 3.33). Ainda nestes mesmos intervalos as amostras em triplicata, usadas para acompanhar o fenômeno de encolhimento, eram retiradas da estufa e tinham seu comprimento e seu raio determinados com o paquímetro mostrado na Figura 3.27. Este procedimento foi repetido até quando a massa constante foi atingida. Após o término da secagem, as amostras foram colocadas numa estufa de secagem da marca MEDCLAVE modelo 4 (Figura 3.34) a 105°C durante 24 horas, para a determinação da massa seca.



Figura 3.33: Balança utilizada para determinação da massa das amostras a cada intervalo de tempo.



Figura 3.34: Estufa de secagem usada para determinação de massa seca.

O teor de umidade em cada tempo foi calculado em base seca, o qual é dado pela seguinte expressão:

$$\bar{X}(t) = \frac{m_{H_2O}(t)}{m_s}, \quad (3.90)$$

onde $m_{H_2O}(t) = m(t) - m_s$ é a massa de água da amostra no tempo t e m_s é a massa seca da amostra.

Os dados experimentais obtidos para a cinética de secagem convectiva foram considerados na forma adimensional, através da seguinte equação:

$$\bar{X}^* = \frac{\bar{X}(t) - X_{eq}}{X_i - X_{eq}} \quad (3.91)$$

onde X_{eq} é o teor de umidade de equilíbrio, \bar{X} é o teor de umidade médio e X_i é o teor de umidade no início do processo de secagem, o qual é o teor de umidade final do processo de desidratação osmótica.

Para determinar X_{eq} , as amostras foram mantidas na estufa de circulação de ar (Figura 3.32) até atingir massa constante. Em seguida, estas amostras tiveram seus teores de umidade determinados, e o teor de umidade médio das três repetições foi considerado como X_{eq} .

CAPITULO 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Soluções numéricas: interface gráfica dos *softwares* e validações das soluções numéricas

As soluções numéricas e o otimizador descritos no Capítulo 3 foram acoplados ao *software* desenvolvido com interface gráfica, o qual será descrito a seguir.

4.1.1 Interface Gráfica

Como os dois *softwares* desenvolvidos possuem a mesma estrutura para a interface gráfica, será descrito apenas o *software* para o caso bidimensional.

A interface gráfica do *software* (Figura 4.1) foi desenvolvida em português, e a comunicação com o usuário é feita por caixas de diálogos e pelos seguintes menus: arquivo, resultados e cancelar otimização/simulação (Figura 4.2).

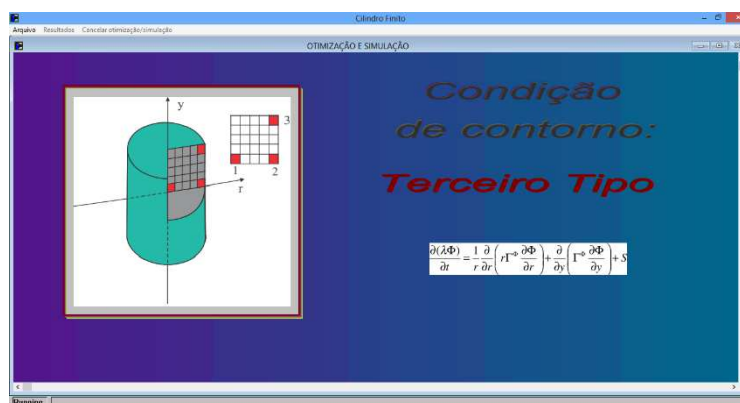


Figura 4.1: Interface gráfica do *software* desenvolvido para o caso bidimensional.

4.1.1.1 Menu “Arquivo”

Ao clicar no menu “Arquivo”, o usuário encontrará quatro opções: “Otimização”, “Simulação”, “Salvar gráfico” e “Sair”. O item “Salvar gráfico” do menu só estará ativo no fim

da otimização e da simulação, para que o usuário possa salvar o gráfico da simulação. A Figura 4.2 apresenta o menu “Arquivo” ao ser clicado.

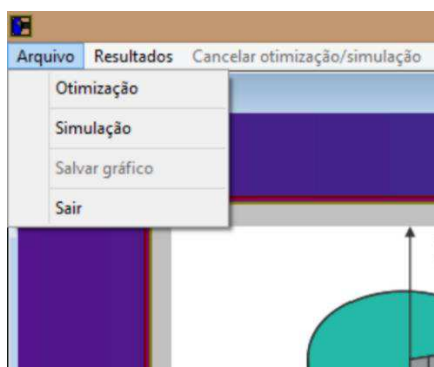
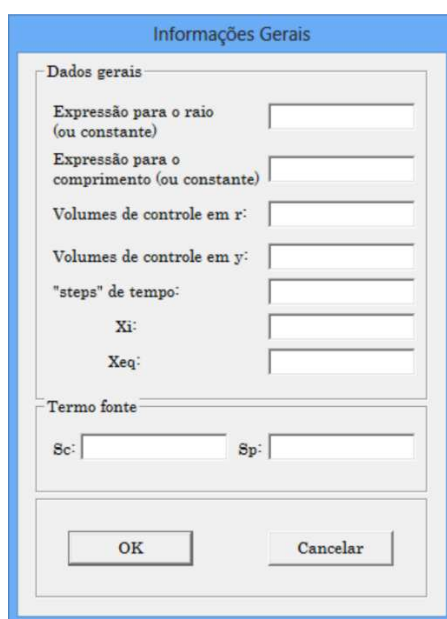


Figura 4.2: Menu “Arquivo”.

4.1.1.1.1 Item “Otimização”

Ao clicar em “Otimização” o *software* irá abrir o arquivo “exp.txt” onde deve ser inseridos os dados experimentais. Em seguida, uma caixa de diálogo é aberta para que o usuário insira os dados gerais para a otimização (expressões para o raio e para o comprimento, malha, *steps* de tempo, o valor inicial da grandeza de interesse, o valor de equilíbrio da grandeza de interesse e os coeficientes do termo fonte linearizado).



Informações Gerais

Dados gerais

Expressão para o raio (ou constante)

Expressão para o comprimento (ou constante)

Volumes de controle em r:

Volumes de controle em y:

"steps" de tempo:

Xi:

Xeq:

Termo fonte

Sc: Sp:

OK Cancelar

Figura 4.3: Caixa de diálogo para que sejam inseridos os dados gerais.

O *software* desenvolvido possui uma biblioteca com 30 expressões para difusividade. Após o usuário informar os dados gerais para a otimização, uma das 30 expressões deverá ser escolhida (Figura 4.4).



Figura 4.4: Caixa de diálogo para que seja escolhida uma expressão para a difusividade.

Escolhida a expressão para a difusividade, a última caixa de diálogo será aberta para que sejam informados os dados iniciais. Após iniciado o processo de otimização, o otimizador desenvolvido informará (a cada passo) a minimização do qui-quadrado, como mostra a Figura 4.5. O qui-quadrado é apresentado na tela do *software* para que o usuário possa avaliar se os dados iniciais foram adequados. A qualquer momento o usuário poderá cancelar o processo de otimização clicando no menu "Cancelar otimização/simulação". Neste caso serão apresentados (numa caixa de diálogo) os resultados parciais do processo de otimização.



(a)

(b)

Figura 4.5: (a) Tela antes de iniciar otimização; (b) Ao iniciar o processo de otimização.

No fim da otimização é aberta uma caixa de diálogo com todos os resultados finais: valores ótimos para os parâmetros a, b, h , qui-quadrado obtido, coeficiente de determinação (R^2) obtido e o tempo de otimização (em segundos), conforme é mostrado na Figura 4.6.

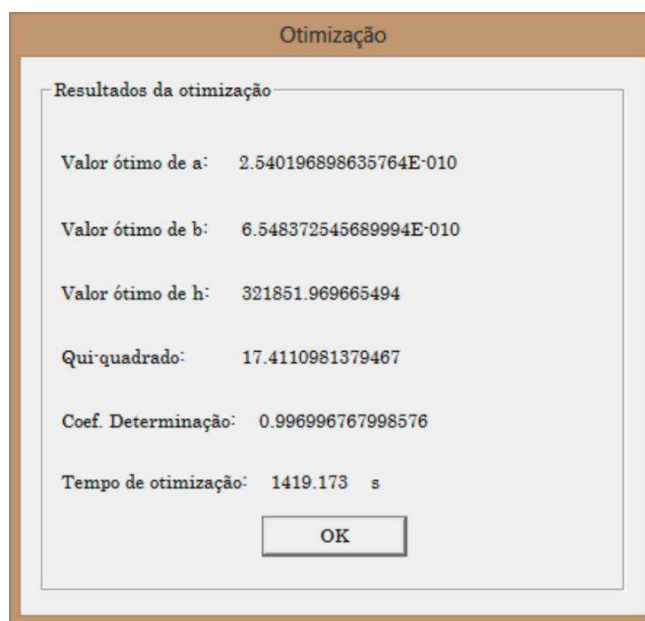


Figura 4.6: Caixa de diálogo com os resultados da otimização.

Ao clicar em “OK” na caixa de diálogo com os resultados, o usuário deve optar por visualizar, ou não, o gráfico da simulação comparada com os dados experimentais. Finalmente, são criados dois arquivos (que poderão ser acessados pelo menu “Resultados”):

- **“ótimo.txt”**- neste arquivo encontram-se todas as informações referentes ao processo de otimização: número da expressão usada para a otimização; expressão usada para o raio; expressão usada para o comprimento; valores ótimos para os parâmetros; valor do qui-quadrado; valor do coeficiente de determinação; malha usada para a otimização; passos de tempo; e tempo de otimização.
- **“médio.txt”**- neste arquivo encontram-se os valores obtidos para $\bar{\Phi}$ ao longo do tempo.

Na Figura 4.7 é apresentado o gráfico de uma simulação comparado com os dados experimentais, o qual é apresentado quando o usuário opta pela visualização.

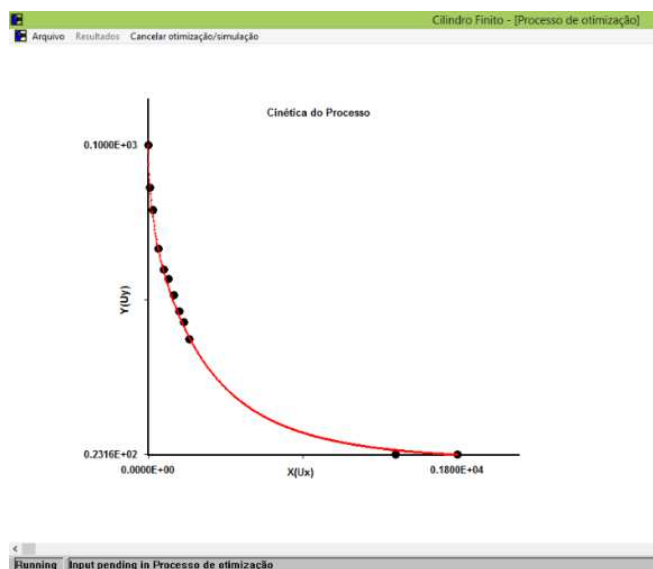
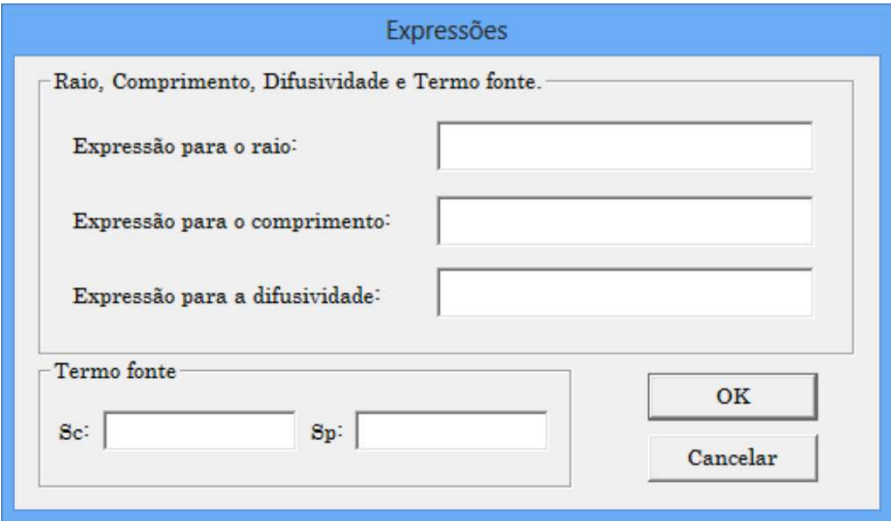


Figura 4.7: Gráfico da simulação comparado com os dados experimentais.

4.1.1.1.2 Item “Simulação”

Quando o usuário possui os valores dos parâmetros termo-físicos e a variável de interesse no início do processo e no equilíbrio, ele poderá simular o problema para várias

configurações de malha e de passos de tempo. Clicando no item “Simulação” do menu “Arquivo”, será aberta a primeira caixa de diálogo (Figura 4.8), onde deverão ser inseridas as expressões (ou valores constantes) para o raio, o comprimento e a difusividade, além dos valores para o termo fonte. Para a leitura das expressões inseridas nesta caixa de diálogo, o código computacional utiliza o interpretador de *strings* desenvolvido por Silva et al. (2005).



A caixa de diálogo intitulada "Expressões" possui um cabeçalho azul com o mesmo texto. O conteúdo principal é dividido em duas seções. A primeira seção, intitulada "Raio, Comprimento, Difusividade e Termo fonte.", contém três linhas de entrada: "Expressão para o raio:", "Expressão para o comprimento:" e "Expressão para a difusividade:", cada uma seguida por um campo de texto branco. A segunda seção, intitulada "Termo fonte", contém dois campos de texto rotulados "Sc:" e "Sp:". Na parte inferior direita da caixa, há dois botões: "OK" e "Cancelar".

Figura 4.8: Caixa de diálogo para que sejam informadas as expressões para o raio, o comprimento, a difusividade e o termo fonte.

Após as expressões serem informadas, uma caixa de diálogo semelhante à apresentada na Figura 4.3 será aberta para que sejam informados os dados gerais para a simulação.

No presente trabalho serão apresentados gráficos de distribuição de cores tendo em vista descrever a distribuição de água e sólidos no interior dos cilindros de banana. Para isto, serão utilizados os *softwares Contour Plot* (SILVA, W., 2010) e *Contour Cylinder* (SILVA, C., 2012). Deste modo, o *software* desenvolvido foi programado para gerar os arquivos de dados necessários para criar os gráficos de distribuição de cores. Portanto, após a caixa de diálogo para a informação dos dados gerais, é aberta outra caixa onde o usuário deve informar se deseja gerar tais arquivos de dados, e qual o número da superfície circular para a qual pretende gerar os dados para o *software Contour Cylinder* (Figura 4.9). Finalmente, o usuário deverá informar os instantes de tempo para os quais pretende gerar os arquivos de dados.

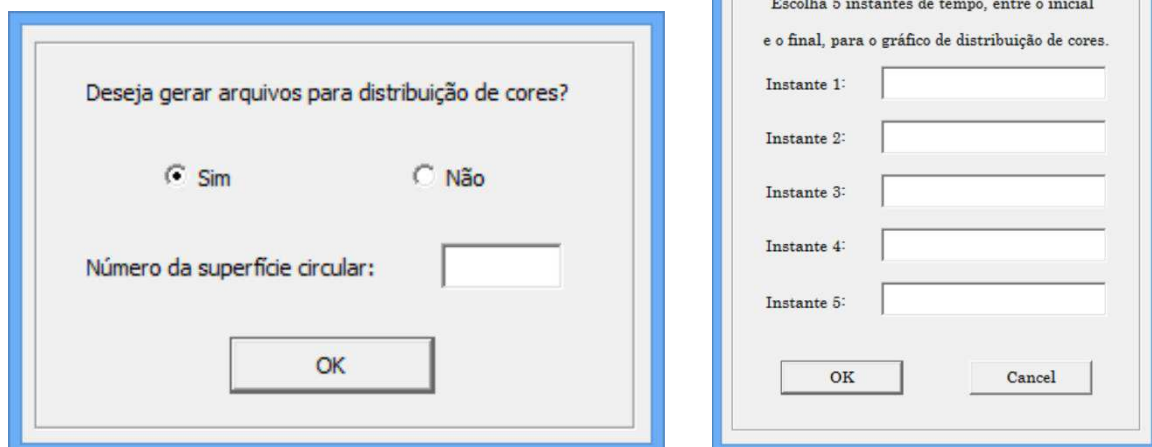


Figura 4.9: Caixas de diálogo para informação dos dados referentes aos gráficos de distribuição de cores.

A numeração das superfícies circulares inicia no centro e segue até o topo do cilindro, e dependerá do número de volumes de controle na direção y . Deste modo, se a malha possuir 10 volumes de controle na direção y , a primeira superfície circular é 1 e a última é 10. A Figura 4.10 ilustra as superfícies circulares de uma malha com 3 volumes de controle na direção y .

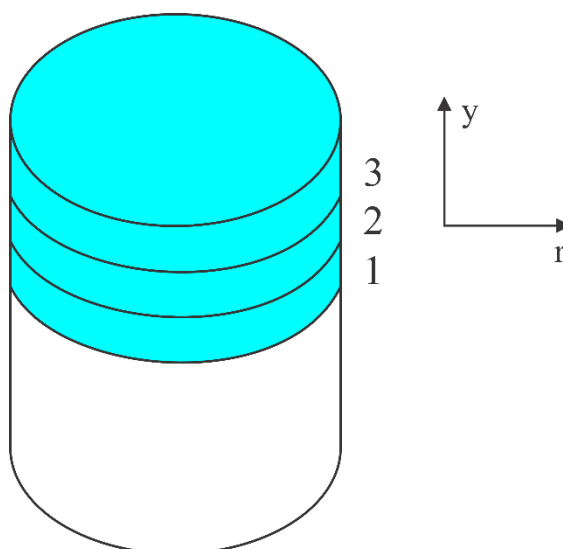


Figura 4.10: Numeração das superfícies circulares.

No final de uma simulação, o *software* desenvolvido gera os seguintes arquivos:

- “**médio.txt**”-neste arquivo encontram-se os valores obtidos para $\bar{\Phi}$ ao longo do tempo.
- “**Grid0.txt, Grid1.txt, Grid2.txt, Grid3.txt, Grid4.txt, Grid5.txt, Grid6.txt**”-nestes arquivos encontram-se as coordenadas (r, y) das interseções das linhas da malha retangular geratriz do cilindro, em instantes determinados 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, respectivamente;
- “**Phi0.txt, Phi1.txt, Phi2.txt, Phi3.txt, Phi4.txt, Phi5.txt, Phi6.txt**”- nestes arquivos encontram-se os valores de $\bar{\Phi}$ em cada volume de controle da malha nos instantes: inicial (0); (1, 2, 3, 4, 5), escolhidos pelo usuário (Figura 4.9); e final (6).
- “**RADIAL0.txt, RADIAL 1.txt, RADIAL 2.txt, RADIAL 3.txt, RADIAL 4.txt, RADIAL 5.txt, RADIAL 6.txt**”-nestes arquivos encontram-se os valores de $\bar{\Phi}$ em cada volume de controle referente a superfície circular escolhida pelo usuário (Figura 4.9) nos instantes: inicial (0); (1, 2, 3, 4, 5), escolhidos pelo usuário (Figura 4.9); e final (6).

4.1.2 Validação da solução numérica para o caso unidimensional

Uma vez obtida uma solução numérica, esta deve ser validada tendo em vista a avaliação dos resultados obtidos. Um dos métodos mais usados é a comparação dos resultados obtidos por uma solução analítica para um determinado problema conhecido com os resultados obtidos pela solução numérica aplicada a este mesmo problema.

Para a validação da solução numérica obtida para o caso unidimensional, foram analisados processos difusivos considerando a difusividade efetiva e o volume constantes, sendo os dados experimentais destes processos obtidos da literatura. Os resultados fornecidos pela solução numérica foram, então, comparados com aqueles fornecidos por uma solução analítica.

Os dados experimentais usados para a validação foram obtidos por Souraki et al. (2012). Nesse trabalho foram realizados experimentos de desidratação osmótica de vagens com teor de umidade inicial variando de 91% a 92% (b.u.). A referida desidratação ocorreu em soluções binárias de água e NaCl. As cinéticas que serão apresentadas são para soluções de 10 e 26,5% de NaCl a 50°C.

Os dados foram extraídos de gráficos apresentados em Souraki et al. (2012) através do *software xyExtract* (SILVA, 2011), e são apresentados nas Tabelas 4.1 e 4.2. A partir destes dados experimentais, a difusividade efetiva do soluto e o coeficiente de transferência convectiva de massa foram obtidos através do *software Convective* (SILVA e SILVA, 2009b), o qual utiliza uma solução analítica da equação de difusão acoplada a um otimizador. Este otimizador, a partir dos dados experimentais, determina os parâmetros físicos. Os valores dos parâmetros obtidos pelo *software convective* são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.1: Dados do ganho de NaCl obtidos por Souraki et al. (2012) para condições experimentais de 10% de NaCl e 50°C.

Tempo (s)	Ganho de sólidos adimensional (SG)
0	0
1771	$1,06 \times 10^{-1}$
3582	$2,59 \times 10^{-1}$
7165	$5,34 \times 10^{-1}$
10747	$5,31 \times 10^{-1}$
14412	$6,24 \times 10^{-1}$
17994	$6,10 \times 10^{-1}$
21576	$6,32 \times 10^{-1}$

A grandeza denominada razão de sólidos é definida como segue:

$$SR = \frac{SG_{\infty} - SG_t}{SG_{\infty}}, \quad (4.1)$$

onde SG_{∞} é o ganho de sólidos no equilíbrio e SG_t é o ganho de sólidos após t unidades de tempo. Para se obter o ganho de sólidos adimensional (SG), faz-se $(1 - SR)$. Assim

$$SG = 1 - SR \quad (4.2)$$

Tabela 4.2: Dados do ganho de NaCl obtidos por Souraki et al. (2012) para condições experimentais de 26,5% de NaCl e 50°C.

Tempo (s)	Ganho de sólidos adimensional (SG)
0	0
1812	$1,79 \times 10^{-1}$
3582	$4,36 \times 10^{-1}$
7206	$5,31 \times 10^{-1}$
10788	$6,46 \times 10^{-1}$
14412	$6,97 \times 10^{-1}$
17994	$6,76 \times 10^{-1}$
21576	$8,06 \times 10^{-1}$

Na Tabela 4.3 são apresentados os parâmetros físicos utilizados para solução numérica.

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo *Software Convective* para o caso unidimensional.

Concentração	Temperatura	$D_{ef} \times 10^{10} (m^2 s^{-1})$	$h \times 10^6 (m^2 s^{-1})$
10%	50°C	5,25	1,25
26,5%	50°C	6,91	3,31

Os parâmetros físicos foram então fornecidos à solução numérica para obtenção do ganho de sólidos. A referida solução numérica foi obtida considerando uma malha com 1000 volumes de controle e 100 intervalos de tempo. Vale salientar que o *Software Convective* (SILVA e SILVA, 2009b), além de determinar os parâmetros físicos, calcula, através de uma solução analítica, os ganhos de sólidos em 100 diferentes tempos do processo. Deste modo, estes dados fornecidos pelo *software* juntamente com aqueles fornecidos pela solução numérica foram, então, utilizados para descrever as cinéticas e comparar as duas soluções. Nas figuras 4.11 e 4.12 são apresentadas as cinéticas descritas pelas soluções analítica e numérica, respectivamente.

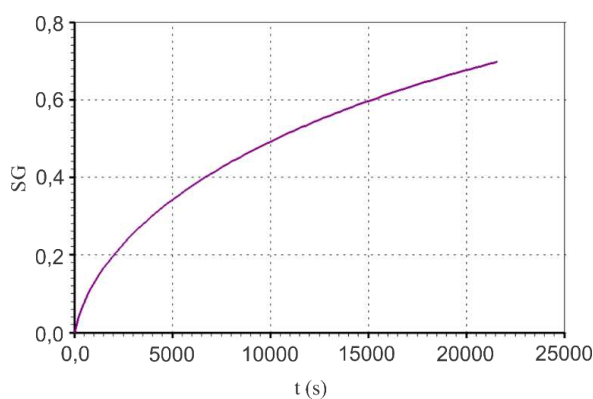


Figura 4.11: Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução analítica durante o processo de desidratação osmótica em soluções de 10% de NaCl a 50°C.

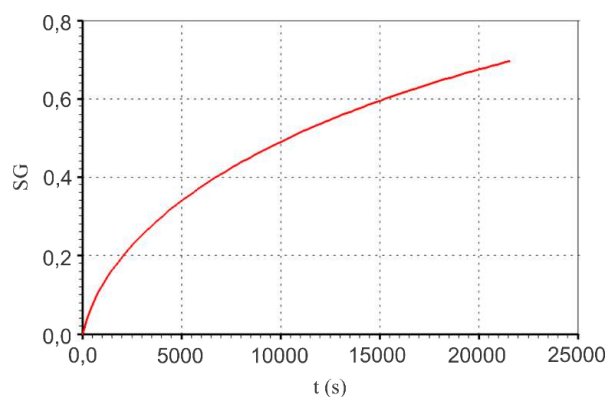


Figura 4.12: Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução numérica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 10% de NaCl a 50°C.

Na Figura 4.13 as curvas obtidas pelas soluções analítica e numérica são sobrepostas, a fim de comparar uma solução com a outra e, assim, validar a solução numérica obtida.

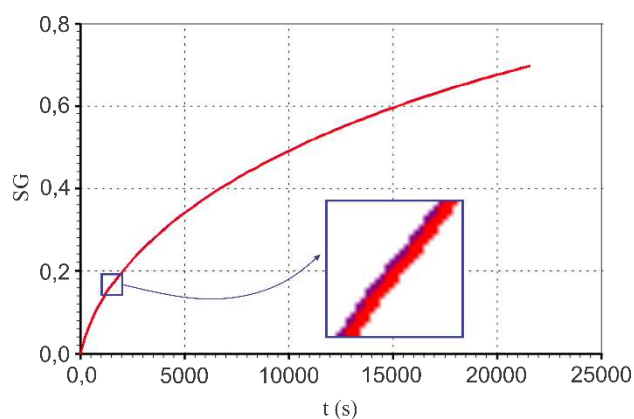


Figura 4.13: Superposição das soluções analítica e numérica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 10% de NaCl a 50°C.

Além dos dados para as condições de 10% de NaCl e 50°C, foram usados os dados para as condições de 26,5% de NaCl e 50°C (Tabela 4.2), a fim de, mais uma vez, avaliar os resultados fornecidos pela solução numérica.

Nas Figuras 4.14 e 4.15 são apresentadas as cinéticas descritas pelas soluções analítica e numérica, respectivamente.

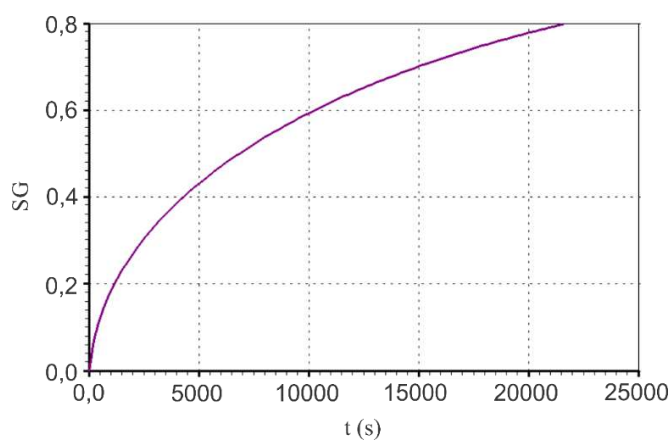


Figura 4.14: Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução analítica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 26,5 % de NaCl a 50°C.

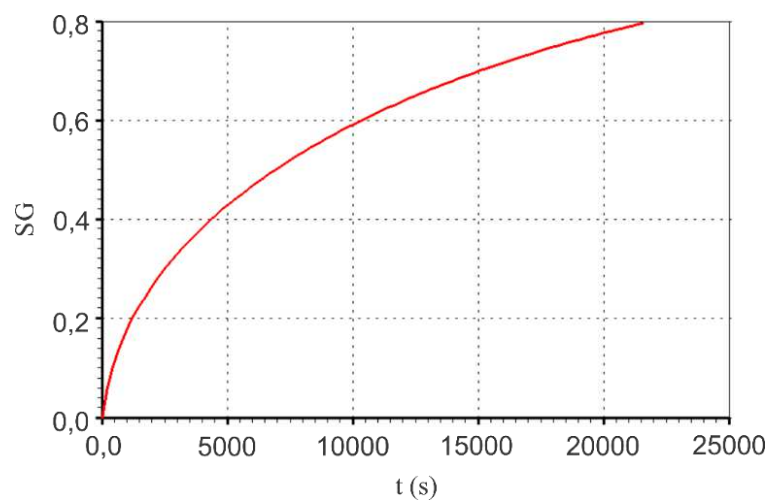


Figura 4.15: Cinética do ganho de sólidos obtida pela solução numérica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 26,5 % de NaCl a 50°C.

De forma análoga ao que foi feito para a concentração anterior, as soluções foram comparadas em um mesmo gráfico, como mostra a Figura 4.16.

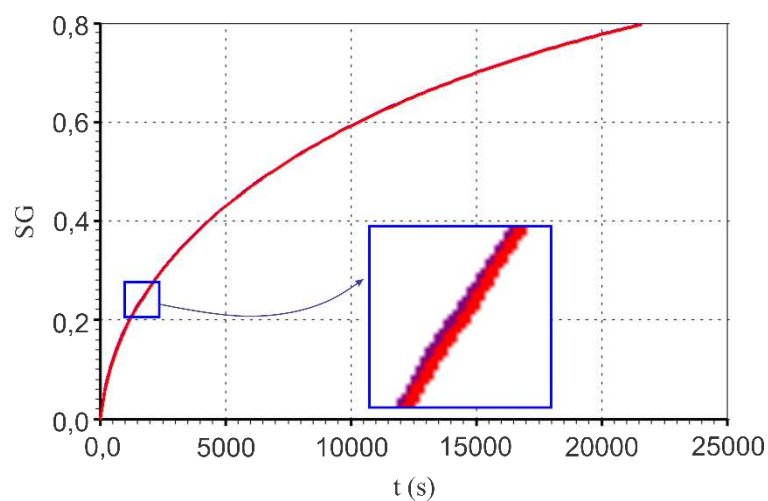


Figura 4.16: Superposição das soluções analítica e numérica durante o processo de desidratação osmótica em solução de 26,5% de NaCl a 50°C.

Pelas comparações acima apresentadas, conclui-se que os resultados obtidos pela solução numérica são satisfatórios.

4.1.3 Validação da solução numérica para o caso bidimensional

Para a validação da solução numérica obtida para o caso bidimensional, foram considerados os dados experimentais obtidos por Fernandes et al. (2006a) na desidratação osmótica de banana em soluções de sacarose seguida por secagem convectiva. Nesta pesquisa foram realizados experimentos de desidratação osmótica de banana em concentrações de 50 e 70° Brix em temperaturas de 50 e 70°C, considerando as proporções de produto para solução de 1:4. Para a validação da solução numérica, foram utilizados os dados referentes a secagem convectiva a 50°C de bananas desidratadas osmoticamente em soluções de 50 e 70° Brix, os quais são apresentados nas Tabelas 4.4 e 4.5. Os dados foram extraídos do referido artigo através do *software xyExtract* (SILVA, 2011). Em seguida, assim como foi feito para o caso unidimensional, os dados foram submetidos ao *software Convective* (SILVA e SILVA, 2009b) a fim de obter os parâmetros físicos necessários para a simulação. Os valores da difusividade efetiva da água e do coeficiente de transferência convectiva de massa, para cada concentração, são apresentados na Tabela 4.6.

Tabela 4.4: Dados do teor de umidade obtidos por Fernandes et al. (2006a) para secagem a 50°C de bananas desidratadas osmoticamente em concentração de 50° Brix de sacarose.

Tempo (min)	Teor de umidade adimensional	Tempo (min)	Teor de umidade adimensional
0	0,800	210	0,386
30	0,704	240	0,355
60	0,632	270	0,333
90	0,566	300	0,313
120	0,511	330	0,296
150	0,464	360	0,280
180	0,423	390	0,267

Tabela 4.5: Dados do teor de umidade obtidos por Fernandes et al. (2006a) para secagem a 50°C de bananas desidratadas osmoticamente em concentração de 70° Brix de sacarose.

Tempo (min)	Teor de umidade adimensional	Tempo (min)	Teor de umidade adimensional
0	0,650	210	0,319
30	0,566	240	0,301
60	0,506	270	0,283
90	0,455	300	0,266
120	0,417	330	0,253
150	0,380	360	0,238
180	0,348	390	0,224

Vale salientar que o teor de umidade apresentado na Tabela 4.4 inicia em 0,8, pois no referido artigo é considerado o valor global de todo o processamento (desidratação osmótica e secagem), o mesmo se aplica a Tabela 4.5 que inicia em 0,65. Deste modo, é considerada a umidade que o produto perdeu na desidratação osmótica.

Tabela 4.6: Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo *Software Convective* para o caso bidimensional.

Concentração (°Brix)	Temperatura	$D_{ef} \times 10^8$ ($m^2 min^{-1}$)	$h \times 10^5$ ($m min^{-1}$)
50	50°C	2,18	1,69
70	50°C	1,63	2,12

Para a obtenção da solução numérica, foi considerada uma malha 30 x 30 e 100 intervalos de tempo. Os gráficos das soluções analítica e numérica são apresentados nas Figuras 4.17 e 4.18, respectivamente, simuladas para concentrações de 50°Brix.

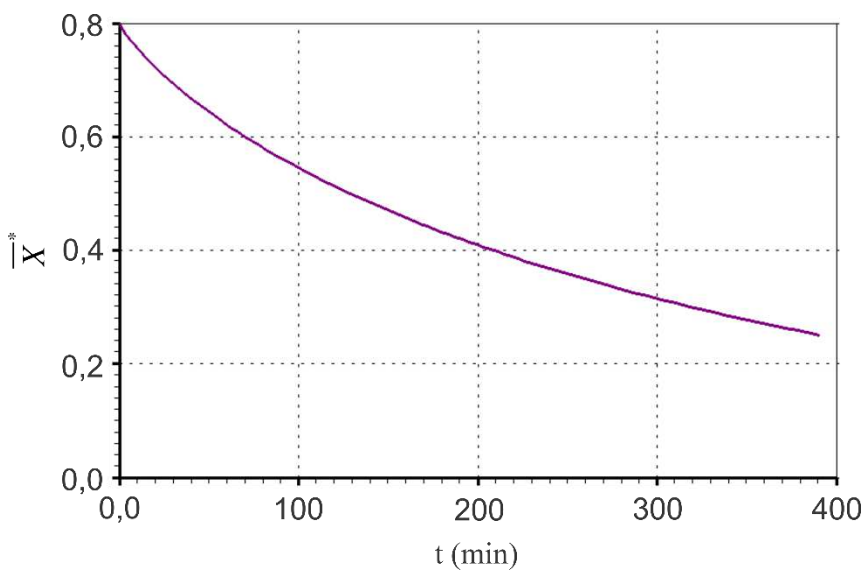


Figura 4.17: Solução analítica para o processo de desidratação osmótica em solução de 50°Brix de sacarose a 50°C.

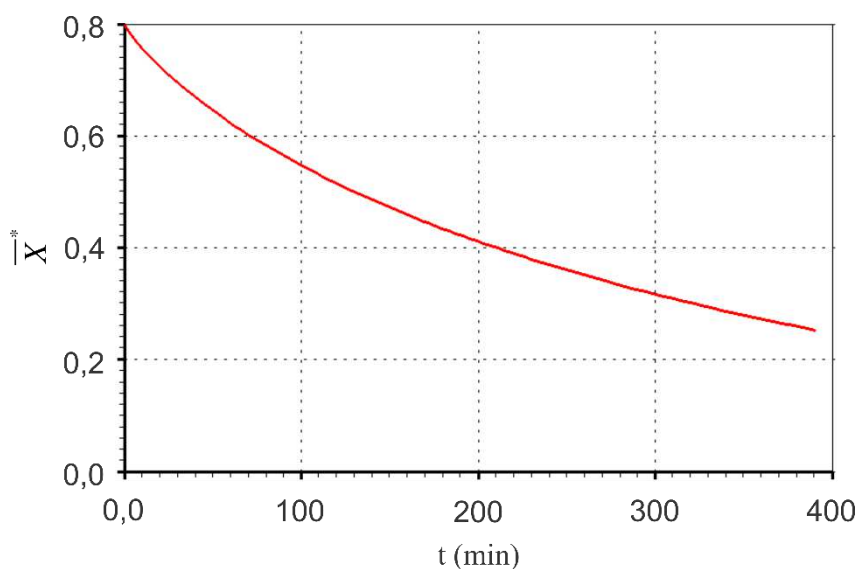


Figura 4.18: Solução numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 50°Brix de sacarose a 50°C.

Para uma melhor visualização do resultado obtido pela solução numérica, na Figura 4.19 as soluções analítica e numérica são sobrepostas.

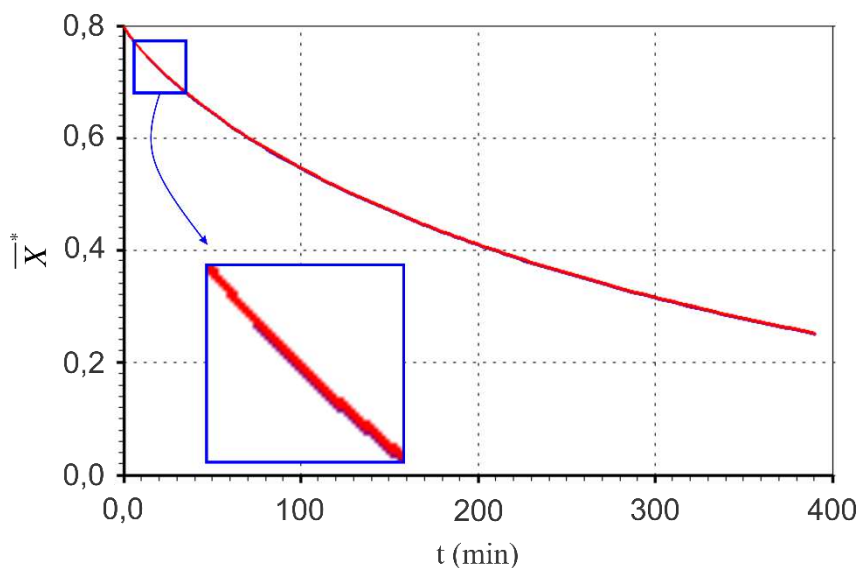


Figura 4.19: Superposição das soluções analítica e numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 50°Brix de sacarose a 50°C.

As simulações para a concentração de 70°Brix de sacarose são apresentadas a seguir, nas Figuras 4.20 (solução analítica) e 4.21 (solução numérica).

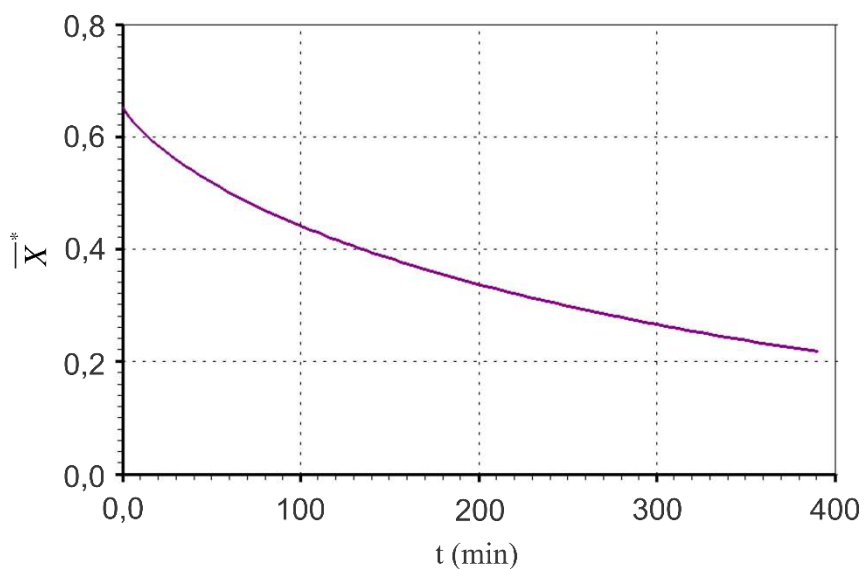


Figura 4.20: Solução analítica para o processo de desidratação osmótica em solução de 70°Brix de sacarose a 50°C.

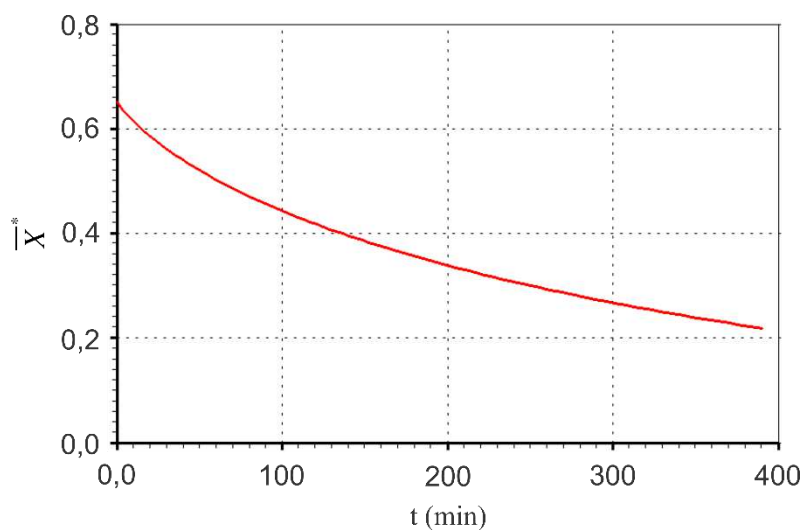


Figura 4.21: Solução numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 70°Brix de sacarose a 50°C.

Novamente, para uma melhor visualização da coerência dos resultados obtidos pela solução numérica, as soluções analítica e numérica foram sobrepostas no gráfico da Figura 4.22

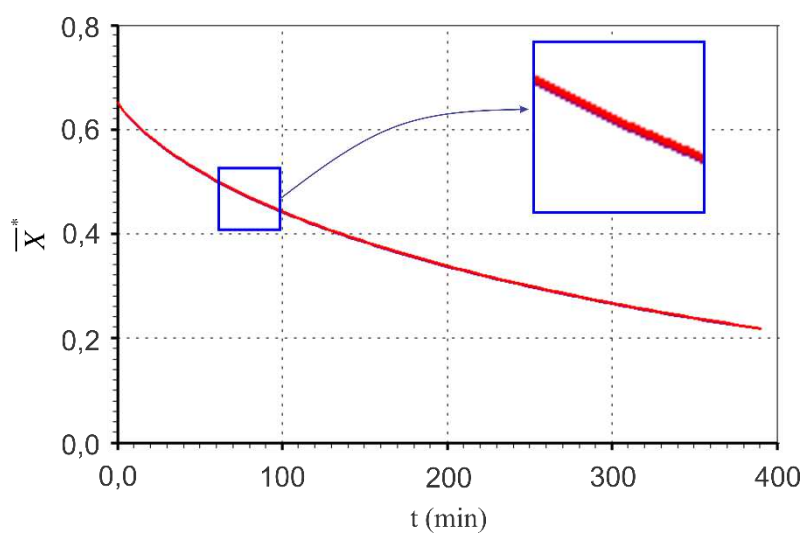


Figura 4.22: Superposição das soluções analítica e numérica para o processo de desidratação osmótica em solução de 70°Brix de sacarose a 50°C.

4.1.4 Teste de coerência para o *software* bidimensional

Tendo em vista analisar os resultados obtidos pela solução numérica, um teste de coerência foi realizado. Para este teste foram considerados os volumes de controle sudoeste, sudeste e nordeste, como mostra a Figura 4.23.

A escolha dos volumes de controle destacados na Figura 4.23 deve-se as suas características em relação ao contato com o meio, isto é, o volume de controle 1 não tem contato com o meio em nenhuma de suas fronteiras; o volume de controle 2 mantém contato com o meio na fronteira leste; e o volume de controle 3 mantém contato com o meio nas fronteiras leste e norte. Devido a estas características, do ponto de vista físico, em um problema de desidratação, espera-se que o volume de controle 1 apresente o maior teor de umidade; o volume de controle 2 um teor intermediário e, finalmente, o volume de controle 3 o menor teor de umidade.

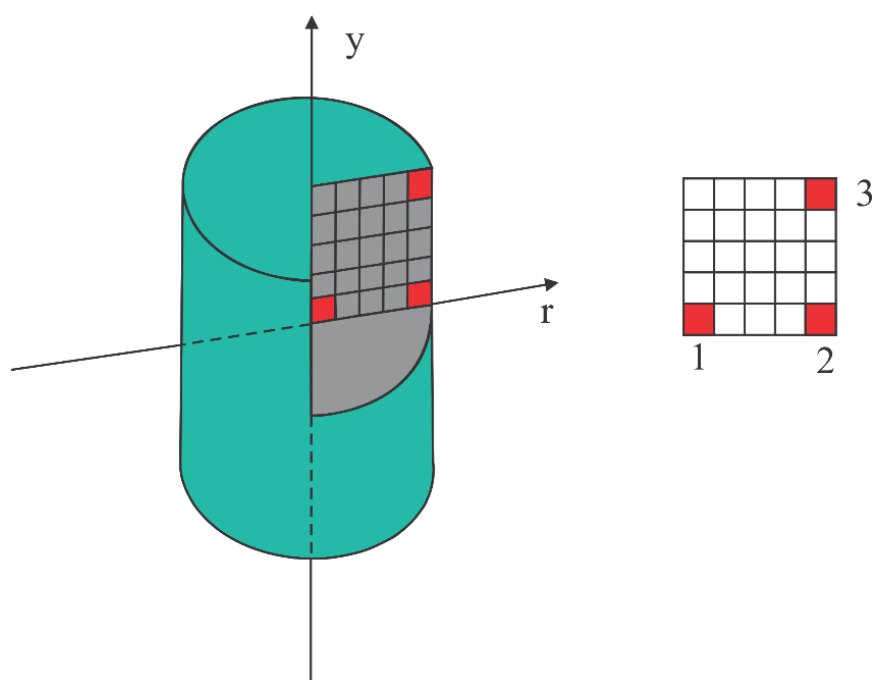


Figura 4.23: Cilindro inteiro e malha bidimensional com destaque para os volumes 1 (sudoeste), 2 sudeste e 3 (nordeste).

Para avaliar os resultados fornecidos pela solução numérica para cada um destes três volumes de controle, os parâmetros apresentados na Tabela 4.6 para as condições de 50°Brix e

50°C foram novamente considerados. Neste caso, foram feitas simulações para uma malha 10 x 10 e 100 intervalos de tempo. Na figura 4.24 é apresentada a evolução do teor de umidade ao longo do tempo para os volumes de controle nordeste (3), sudeste (2) e sudoeste (1).

É possível observar, pela Figura 4.24, que os resultados obtidos são coerentes com o fenômeno físico da difusão. O teor de umidade do volume de controle nordeste (3) decresce mais rapidamente em relação aos demais, uma vez que possui contato com o meio em duas fronteiras. No volume de controle sudoeste (1) a variação do teor de umidade ocorre mais lentamente, e isto é devido ao fato deste volume de controle não possuir contato com meio. E finalmente, o volume de controle sudeste (2) possui uma variação intermediária do teor de umidade, visto que possui contato com meio em apenas uma fronteira.

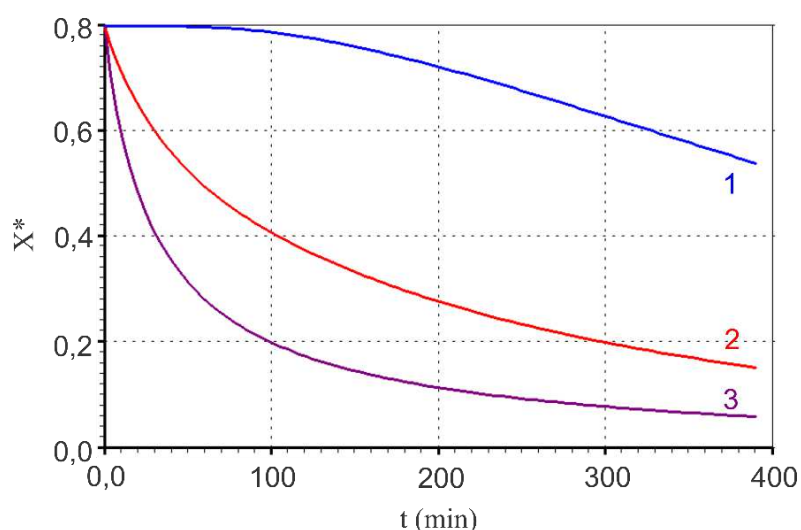


Figura 4.24: Superposição das simulações para os volumes de controle sudoeste (1), sudeste (2) e nordeste (3).

4.1.5 Validação do otimizador desenvolvido quando acoplado à solução numérica para o caso unidimensional

Uma vez desenvolvido o otimizador descrito na seção 3.5, este foi acoplado à solução numérica para o caso unidimensional. A validação que será apresentada a seguir teve como

referência o artigo de Silva et al. (2014c), no qual, a fim de validar um otimizador modificado para a condição do primeiro tipo, foi utilizada uma metodologia que neste trabalho foi adaptada como segue:

- Para gerar um conjunto de dados $(t_i^{exp}, \bar{\Phi}_i^{exp})$, foi usada a solução numérica apresentada na seção 3.1.1 para simular a transferência de massa de um cilindro infinito com $R = 1,574 \times 10^{-2} \text{ m}$, $\Gamma^\Phi = 3,19019 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$, $h = 1,92547 \times 10^{-5} \text{ m min}^{-1}$, $\Phi^{*0} = 1$ e $\Phi_{\infty e}^* = 0$. Além disso, foi considerada uma malha com 100 volumes de controle, $\Delta t = 1 \text{ min}$ e o número de passos de tempo igual a 3625.
- A solução numérica gerou 3625 pontos dos quais foram escolhidos 30 pontos representativos de todos os 3625. Esta escolha foi feita considerando um dado a cada 125. Os referidos dados são apresentados na Figura 4.25.

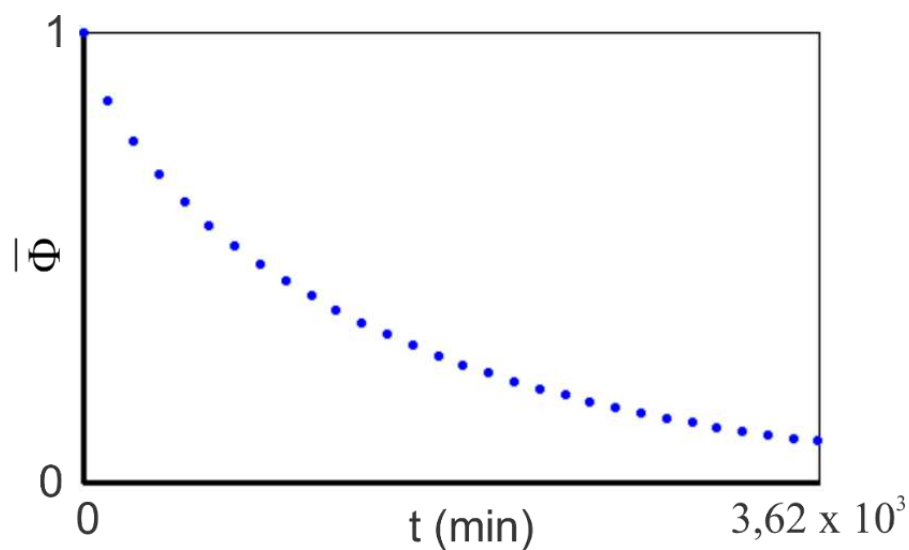


Figura 4.25: 30 pontos escolhidos dentre os 3625 fornecidos pela solução numérica para o caso unidimensional.

- O próximo passo foi verificar a capacidade do otimizador para encontrar os valores originais da difusividade efetiva (Γ^Φ) e do coeficiente de transferência convectiva de massa (h) fornecidos à solução numérica. Para isto, foi considerada uma malha com 100

volumes de controle e 200 passos de tempo. Para os dados iniciais $\Gamma^\Phi = 1 \times 10^{-9} m^2 min^{-1}$ e $h = 1 \times 10^{-6} m min^{-1}$, o otimizador desenvolvido forneceu os seguintes valores para estes parâmetros:

Tabela 4.7: Valores da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectiva de massa obtidos pelo otimizador desenvolvido.

Γ^Φ estipulado	Γ^Φ obtido	Erro (%)	h estipulado	h obtido	Erro (%)
$3,190 \times 10^{-8}$	$3,202 \times 10^{-8}$	0,36	$1,925 \times 10^{-5}$	$1,949 \times 10^{-5}$	1,23

O erro apresentado na Tabela 4.7 foi calculado pela seguinte fórmula:

$$erro(\%) = \frac{|p_{ob} - p_{tru}|}{p_{tru}} \times 100, \quad (4.3)$$

onde P_{ob} é o valor obtido pelo otimizador para o parâmetro e P_{tru} é o valor admitido verdadeiro do parâmetro.

Pela Tabela 4.7 é possível notar que, apesar de pequeno, houve um erro significativo nos valores fornecidos pelo otimizador, principalmente no valor obtido para h . No entanto, vale salientar que o erro não pode ser atribuído apenas ao otimizador, uma vez que dos 3625 dados fornecidos pela solução numérica, apenas 30 foram usados pelo otimizador, o que pode explicar parte do erro obtido. Além disso, foram realizados testes para malhas mais refinadas e o erro foi minimizado.

Outro método para validação do otimizador é apresentado em Silva et al. (2012c). Neste trabalho é realizada uma análise da capacidade do otimizador de encontrar os mesmos valores ótimos para os parâmetros, considerando os mais variados valores iniciais. Na Tabela 4.8 são apresentados os valores obtidos pelo otimizador para Γ^Φ e h considerando diversos valores iniciais. Além disso, são apresentados os erros gerados para cada valor inicial considerado.

Tabela 4.8: Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo otimizador para diversos valores iniciais, quando acoplado à solução unidimensional.

Dados iniciais de $\Gamma^\Phi (m^2 min^{-1})$	Dados iniciais de $h (m min^{-1})$	Resultados obtidos pelo otimizador para Γ^Φ	Resultados obtidos pelo otimizador para h	Erro de D (%)	Erro de h (%)
1×10^{-7}	1×10^{-4}	$3,205 \times 10^{-8}$	$1,945 \times 10^{-5}$	0,456	1,03
1×10^{-7}	1×10^{-3}	$3,205 \times 10^{-8}$	$1,945 \times 10^{-5}$	0,456	1,03
1×10^{-7}	1×10^{-5}	$3,202 \times 10^{-8}$	$1,949 \times 10^{-5}$	0,363	1,24
1×10^{-9}	1×10^{-6}	$3,202 \times 10^{-8}$	$1,949 \times 10^{-5}$	0,366	1,23
5×10^{-9}	5×10^{-6}	$3,201 \times 10^{-8}$	$1,950 \times 10^{-5}$	0,350	1,27
1×10^{-10}	1×10^{-7}	$3,201 \times 10^{-8}$	$1,950 \times 10^{-5}$	0,349	1,27
5×10^{-10}	5×10^{-7}	$3,202 \times 10^{-8}$	$1,949 \times 10^{-5}$	0,359	1,25
1×10^{-11}	1×10^{-8}	$3,202 \times 10^{-8}$	$1,949 \times 10^{-5}$	0,358	1,25
1×10^{-7}	1×10^{-7}	$3,203 \times 10^{-8}$	$1,948 \times 10^{-5}$	0,391	1,17
1×10^{-7}	1	$3,155 \times 10^{-8}$	$2,010 \times 10^{-5}$	1,09	4,41
1×10^{-6}	1	$3,153 \times 10^{-8}$	$2,013 \times 10^{-5}$	1,15	4,55
1×10^{-6}	0,5	$3,155 \times 10^{-8}$	$2,010 \times 10^{-5}$	1,09	4,41
1×10^{-9}	1×10^{-4}	$3,154 \times 10^{-8}$	$2,011 \times 10^{-5}$	1,12	4,47
1×10^{-10}	1×10^{-4}	$3,155 \times 10^{-8}$	$2,010 \times 10^{-5}$	1,09	4,41
1×10^{-8}	1×10^{-4}	$3,155 \times 10^{-8}$	$2,011 \times 10^{-5}$	1,10	4,42
1×10^{-9}	1×10^{-5}	$3,201 \times 10^{-8}$	$1,950 \times 10^{-5}$	0,334	1,30
1×10^{-8}	1×10^{-3}	$3,155 \times 10^{-8}$	$2,010 \times 10^{-5}$	1,10	4,41

Pela Tabela 4.8 é possível observar que os menores erros foram obtidos quando considerados valores iniciais menores que os valores ótimos. Além disso, uma característica importante que foi apresentada pelo otimizador é a capacidade de chegar a região onde se encontram os valores ótimos, mesmo nos casos onde os valores iniciais atribuídos são muito distantes, como é o caso de $h = 1 m min^{-1}$ e $h = 0,5 m min^{-1}$. Finalmente, como já foi observado, os erros apresentados não podem ser atribuídos unicamente ao otimizador uma vez que não foram utilizados todos os dados fornecidos pela solução numérica.

O tempo de otimização variou entre 58 min (para $\Gamma^\Phi = 1 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$ e $h = 1 \times 10^{-4} m min^{-1}$ como dados iniciais) e 256,4 min (para $\Gamma^\Phi = 1 \times 10^{-6} m^2 min^{-1}$ e $h = 1 m min^{-1}$ como dados iniciais) em um computador com o sistema operacional e configurações de acordo com o que é apresentado na Figura 4.26.

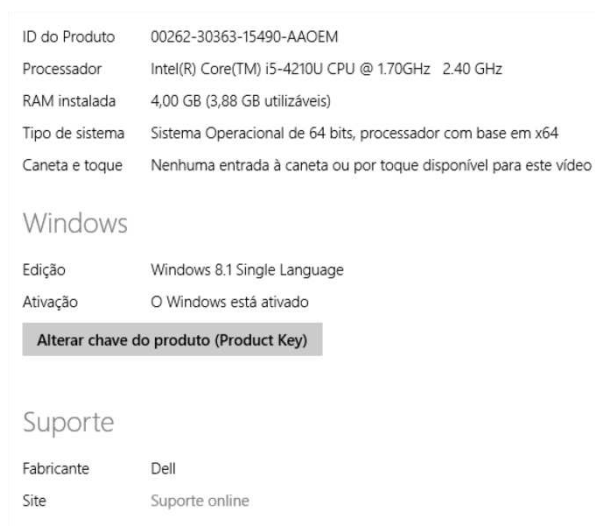


Figura 4.26: Sistema operacional e características do computador usado para os testes do otimizador.

4.1.6 Validação do otimizador desenvolvido quando acoplado à solução numérica para o caso bidimensional

O mesmo otimizador acoplado à solução numérica para o caso unidimensional foi acoplado à solução para o caso bidimensional. Deste modo, os testes que serão apresentados nesta seção tiveram como objetivo verificar se este otimizador teria um comportamento semelhante ao apresentado quando acoplado à solução unidimensional. Para isto, testes análogos aos apresentados na seção anterior foram aplicados neste caso.

Para gerar um conjunto de dados $(t_i^{exp}, \bar{\Phi}_i^{exp})$, foi usada a solução numérica para o caso bidimensional apresentada na seção 3.1.2 para simular a transferência de massa de um cilindro finito com raio $R = 1 \times 10^{-2} m$, comprimento $L = 1 \times 10^{-2} m$, $\Gamma^\Phi = 2,1775 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$, $h = 1,6875 \times 10^{-5} m min^{-1}$, $\Phi^{*0} = 1$ e $\Phi_{\infty e}^* = 0$. Os dados gerados pela solução numérica são apresentados na Figura 4.27. Além disso foram consideradas as malhas 20×10 , 10×10 e 30×15 , $\Delta t = 3,904 min$ e o número de passos de tempo igual a 1000 e 2000. A escolha das malhas e dos passos de tempo teve como objetivo verificar a influência destas configurações no desempenho do otimizador. Em seguida foi analisada a capacidade do otimizador de encontrar os valores de Γ^Φ e h . Na Tabela 4.9 encontra-se os valores obtidos pelo otimizador para alguns valores iniciais de Γ^Φ e h .

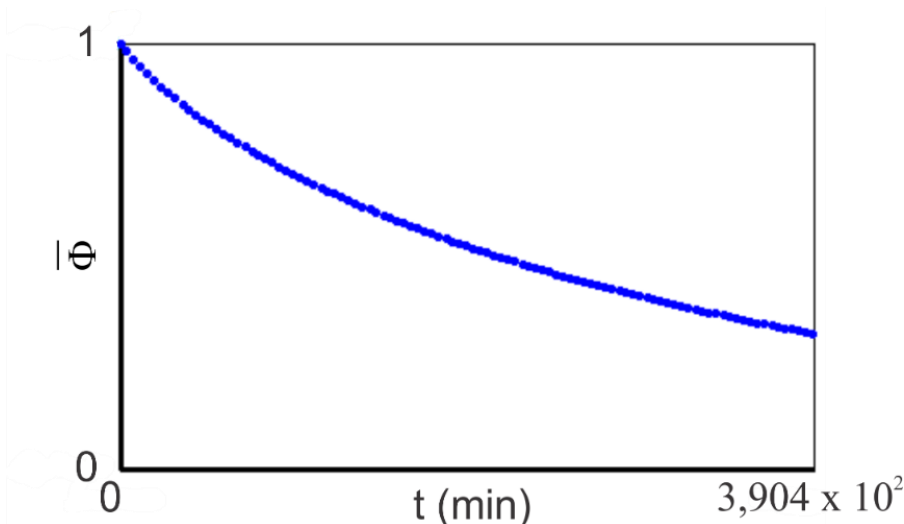


Figura 4.27: 100 pontos fornecidos pela solução numérica para o caso bidimensional.

Tabela 4.9: Valores dos parâmetros físicos obtidos pelo otimizador para diversos valores iniciais e número de intervalos de tempo, quando acoplado à solução bidimensional.

Dados iniciais de $\Gamma^\Phi (m^2 min^{-1})$	Dados iniciais de $h (m min^{-1})$	Resultados obtidos pelo otimizador para Γ^Φ	Resultados obtidos pelo otimizador para h	Malha	Passos de tempo
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,148 \times 10^{-8}$	$1,687 \times 10^{-5}$	10×10	1000
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,150 \times 10^{-8}$	$1,685 \times 10^{-5}$	10×10	2000
1×10^{-9}	1×10^{-6}	$2,150 \times 10^{-8}$	$1,685 \times 10^{-5}$	10×10	2000
1×10^{-7}	1×10^{-4}	$2,149 \times 10^{-8}$	$1,686 \times 10^{-5}$	10×10	2000
5×10^{-8}	5×10^{-5}	$2,151 \times 10^{-8}$	$1,684 \times 10^{-5}$	10×10	2000
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,156 \times 10^{-8}$	$1,682 \times 10^{-5}$	20×10	1000
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,159 \times 10^{-8}$	$1,679 \times 10^{-5}$	20×10	2000
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,184 \times 10^{-8}$	$1,656 \times 10^{-5}$	30×15	1000
1×10^{-9}	1×10^{-6}	$2,157 \times 10^{-8}$	$1,681 \times 10^{-5}$	20×10	1000
1×10^{-7}	1×10^{-4}	$2,157 \times 10^{-8}$	$1,681 \times 10^{-5}$	20×10	1000
1×10^{-7}	1×10^{-6}	$2,247 \times 10^{-8}$	$1,629 \times 10^{-5}$	20×10	1000
1×10^{-8}	1×10^{-5}	$2,199 \times 10^{-8}$	$1,644 \times 10^{-5}$	30×15	2000

Pela Tabela 4.9 é possível notar que o comportamento do otimizador, quando acoplado à solução numérica para o caso bidimensional, foi análogo ao apresentado para o caso

unidimensional. Além disso, nota-se também que a variação da malha e do número de passos de tempo tiveram pouca influência sobre os resultados finais, o que pode ser visto como uma característica positiva do otimizador, principalmente se este for utilizado por um usuário com pouca experiência no uso de soluções numéricas. Vale salientar, ainda, que as otimizações, cujos resultados foram apresentados na Tabela 4.9, foram realizadas no mesmo computador com as configurações da Figura 4.26. Os tempos de otimização variaram de 200,17 à 7461,52 min.

4.2 Desidratação osmótica de bananas cortadas em pedaços cilíndricos

Nesta seção serão apresentados os dados de desidratação osmótica obtidos nos experimentos descritos no Capítulo 3, além dos resultados das otimizações e simulações realizadas para perda de água e o ganho de sacarose.

4.2.1 Dados experimentais

A partir da metodologia experimental descrita no Capítulo 3, foram obtidos os dados experimentais que serão apresentados a seguir. Na Tabela 4.10 encontram-se as condições de desidratação osmótica para os quatro experimentos realizados.

Tabela 4.10: Temperatura da desidratação osmótica (T), concentração da solução, teor de umidade inicial (\bar{X}_i), teor de umidade de equilíbrio (\bar{X}_{eq}), raio inicial (R_0), comprimento inicial (L_0).

T (°C)	Concentração (° Brix)	\bar{X}_i (bs)	\bar{X}_{eq} (bs)	R_0 (m)	L_0 (m)
40	40	3,3202	1,2226	$17,317 \times 10^{-3}$	$10,507 \times 10^{-3}$
40	60	3,1007	0,8370	$16,030 \times 10^{-3}$	$10,593 \times 10^{-3}$
70	40	2,9484	0,4208	$16,665 \times 10^{-3}$	$10,457 \times 10^{-3}$
70	60	2,9913	0,4101	$17,465 \times 10^{-3}$	$10,053 \times 10^{-3}$

Pela Tabela 4.10 é possível notar que a temperatura do processo e a concentração da solução influenciaram o teor de umidade de equilíbrio. No entanto, a temperatura influenciou de forma mais significativa do que a concentração. Estas influências já foram estudadas em outros trabalhos sobre desidratação osmótica. Atares et al. (2011), ao estudarem os efeitos da concentração da solução e da temperatura sobre a qualidade final da banana, concluíram que a concentração e a temperatura não tiveram efeitos significativos sobre o valor de equilíbrio da perda de massa. No entanto, os valores de equilíbrio foram obtidos por aqueles autores pela Equação de Peleg, uma vez que os experimentos foram realizados apenas durante 4 horas.

Mercali et al. (2010) identificaram a influência da temperatura, da concentração de sacarose e da concentração de NaCl sobre o teor de umidade de equilíbrio na desidratação osmótica de banana. Entretanto, assim como Atares et al. (2011), o teor de umidade de equilíbrio foi obtido através da Equação de Peleg. Além disso, os experimentos foram realizados apenas durante 10 h. Como os valores de equilíbrio apresentados na Tabela 4.10 foram obtidos experimentalmente, estes resultados podem ser considerados como mais adequados.

Os dados experimentais relativos a desidratação osmótica na temperatura de 40°C e na concentração de 40 °Brix encontram-se na Tabela 4.11. Estes dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 19,982$ g (*IN NATURA*), massa média de equilíbrio (obtida após 1800 min) $\bar{m}_{eq} = 13,702$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 6,152$ g (obtida após 1800 min). Na Tabela 4.11 encontram-se ainda as medidas do raio (R) e do comprimento (L) para cada instante de tempo, além das quantidades de água (c_w^t) e sacarose (c_s^t) para os mesmos instantes de tempo.

Em seguida encontra-se a Tabela 4.12, na qual estão dispostos os dados experimentais relativos a desidratação osmótica de banana na temperatura de 40°C e concentração de 60 °Brix de sacarose. Além disso, encontram-se dados das medidas do raio (R) e do comprimento (L) para cada instante de tempo, além das quantidades de água (c_w^t) e sacarose (c_s^t) para os mesmos instantes de tempo.

Tabela 4.11: Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 40°C e concentração de 40 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	100	0	17,317	10,507
10	92,49	3,514	16,786	9,785
30	88,26	5,459	16,438	9,265
60	85,73	8,265	16,133	8,845
90	83,03	9,776	15,773	8,650
120	81,75	11,42	15,651	8,473
150	80,59	12,56	15,376	8,245
180	78,85	13,47	15,291	8,160
210	77,44	13,88	14,966	7,990
240	75,65	15,10	14,806	7,977
1440	54,20	25,44	12,868	7,763
1800	53,70	25,33	12,823	7,793

Os dados apresentados na Tabela 4.12 foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 17,194$ g, massa média de equilíbrio $\bar{m}_{eq} = 7,026$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 3,811$ g.

Tabela 4.12: Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 40°C e concentração de 60 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	100	0	16,030	10,593
10	88,66	4,916	15,685	10,147
30	82,01	8,481	15,372	9,750
60	78,25	9,886	15,183	9,630
90	75,53	11,96	14,990	9,441
120	69,87	15,03	14,677	9,047
150	68,69	16,10	14,617	8,920
180	66,38	16,82	14,502	8,860
210	63,21	17,44	14,353	8,840
240	61,69	20,64	14,252	8,547
1440	31,56	28,08	12,235	7,327
1800	30,01	28,49	12,187	7,097

Para a desidratação osmótica na temperatura de 70°C e 40 °Brix de concentração, foram obtidos os dados experimentais apresentados na Tabela 4.13. Estes dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 20,5026$ g, massa média de equilíbrio $\bar{m}_{eq} = 11,654$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 8,1983$ g.

Tabela 4.13: Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 70°C e concentração de 40 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	100	0	16,665	10,457
10	89,59	5,823	15,968	9,717
30	83,97	10,469	15,473	9,050
60	74,29	13,70	15,175	8,667
90	69,08	17,17	14,977	8,233
120	66,82	18,42	14,885	8,037
150	62,78	22,65	14,648	8,005
180	58,89	22,84	14,635	7,587
210	56,16	25,43	14,548	7,520
240	51,83	28,84	14,508	7,407
1440	23,25	49,86	14,007	6,975
1800	23,16	50,69	14,005	6,905

Finalmente, na Tabela 4.14 são apresentados os dados experimentais da desidratação osmótica para temperatura de 70°C e concentração de 60 °Brix. Os referidos dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 20,423$ g, massa média de equilíbrio $\bar{m}_{eq} = 9,380$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 6,4671$ g.

Em seguida encontra-se a Tabela 4.15, na qual são apresentados os valores percentuais para o raio e para o comprimento (no fim do processo) em relação as medidas no início do processo, a fim de mostrar o nível da ação do encolhimento em cada condição experimental.

Tabela 4.14: Dados da desidratação osmótica de banana na temperatura de 70°C e concentração de 60 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	100	0	17,465	10,053
10	85,13	11,130	16,105	9,245
30	73,43	18,77	14,530	9,218
60	65,59	22,59	14,127	9,200
90	59,13	27,37	13,740	8,815
120	53,05	33,46	13,360	8,877
150	46,12	37,54	13,337	8,843
180	42,11	40,27	13,300	8,785
210	36,74	43,89	13,022	8,965
240	38,51	46,79	12,842	8,756
1440	17,58	58,98	11,387	8,820
1800	17,90	58,13	11,283	8,590

Pelas Tabelas 4.11 - 4.14 e pela Tabela 4.15 fica evidente que o fenômeno do encolhimento não deve ser desprezado.

Tabela 4.15: Valores percentuais para o raio e para o comprimento finais em relação ao início do processo de desidratação osmótica.

Condições experimentais	$R/R_0 \times 100$	$L/L_0 \times 100$
40°C e 40 °Brix	74,048	74,170
40°C e 60 °Brix	76,026	66,997
70°C e 40 °Brix	84,038	66,032
70°C e 60 °Brix	64,603	85,447

Algumas observações podem ser feitas através dos dados percentuais da Tabela 4.15. O fenômeno do encolhimento ocorre de forma considerável em todas as condições experimentais, chegando a níveis de quase 40% de redução no comprimento e no raio. Além disso, observa-se a influência no encolhimento tanto da concentração (quando a temperatura é fixada e varia-se a concentração) quanto da temperatura (quando a concentração é fixada e varia-se a temperatura). Na menor temperatura e na menor concentração, a ação do encolhimento é

praticamente a mesma na direção do raio e na direção do comprimento. No entanto, nas demais condições experimentais, o efeito do encolhimento ocorre principalmente em uma direção (na direção do raio ou do comprimento).

Apesar das evidências apresentadas relacionadas ao encolhimento, alguns trabalhos negligenciam este fenômeno quando tratam da desidratação osmótica de banana (DANDAMRONGRAK et al., 2002; MERCALI et al., 2010; MERCALI et al., 2011; MOHEBBI et al., 2011; PORCIUNCULA et al., 2013).

4.2.2 Variação das dimensões dos cilindros de banana na desidratação osmótica

Como foi mencionado na metodologia experimental, a cada intervalo de tempo (pré-determinados) as amostras de banana tinham seus raios e comprimentos aferidos. Nas subseções seguintes serão apresentadas as expressões obtidas para o raio e o comprimento em função da quantidade de água e da quantidade de sacarose.

A fim de obter expressões únicas (para o raio e para o comprimento) que pudessem ser usadas nas simulações de todas as condições experimentais, os dados das variações destas dimensões foram convertidos para valores adimensionais. Na Tabela 4.16 são apresentados os valores adimensionais do raio e do comprimento, para as condições experimentais de 40°C e 40 °Brix, obtidos pelas seguintes equações:

$$R^* = \frac{R_t}{R_0} \quad \text{e} \quad L^* = \frac{L_t}{L_0}, \quad (4.4)$$

onde R^* e L^* são os valores adimensionais do raio e do comprimento, respectivamente, no tempo t ; R_t e L_t são os valores (em metros) do raio e do comprimento, respectivamente, no tempo t ; R_0 e L_0 são os valores (em metros) do raio e do comprimento, respectivamente, no tempo $t = 0$.

Tabela 4.16: Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 40°C e concentração de 40 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	R^*	L^*
0	100	0	1,000	1,000
10	92,49	3,514	0,969	0,931
30	88,26	5,459	0,949	0,882
60	85,73	8,265	0,932	0,842
90	83,03	9,776	0,911	0,823
120	81,75	11,42	0,904	0,806
150	80,59	12,56	0,888	0,785
180	78,85	13,47	0,883	0,777
210	77,44	13,88	0,864	0,760
240	75,65	15,10	0,855	0,759
1440	54,20	25,44	0,743	0,739
1800	53,70	25,33	0,740	0,742

Usando novamente as Equações (4.4), dados adimensionais para as dimensões dos cilindros de bananas foram obtidos, para condições experimentais de 40°C e 60 °Brix. Os referidos dados estão dispostos na Tabela 4.17.

Tabela 4.17: Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 40°C e concentração de 60 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	R^*	L^*
0	100	0	1,000	1,000
10	88,66	4,916	0,978	0,958
30	82,01	8,481	0,959	0,920
60	78,25	9,886	0,947	0,909
90	75,53	11,96	0,935	0,891
120	69,87	15,03	0,916	0,854
150	68,69	16,10	0,912	0,842
180	66,38	16,82	0,905	0,836
210	63,21	17,44	0,895	0,834
240	61,69	20,64	0,889	0,807
1440	31,56	28,08	0,763	0,692
1800	30,01	28,49	0,760	0,670

Nas Tabelas 4.18-4.19 encontram-se os dados adimensionais do raio e do comprimento referentes aos experimentos de desidratação osmótica com temperatura de 70°C e concentração de 40 °Brix e temperatura de 70°C e concentração de 60 °Brix, respectivamente.

Tabela 4.18: Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 70°C e concentração de 40 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	R^*	L^*
0	100	0	1,000	1,000
10	89,59	5,823	0,958	0,929
30	83,97	10,469	0,928	0,865
60	74,29	13,70	0,911	0,829
90	69,08	17,17	0,899	0,787
120	66,82	18,42	0,893	0,769
150	62,78	22,65	0,879	0,766
180	58,89	22,84	0,878	0,726
210	56,16	25,43	0,873	0,719
240	51,83	28,84	0,871	0,708
1440	23,25	49,86	0,840	0,667
1800	23,16	50,69	0,840	0,660

Tabela 4.19: Valores adimensionais do raio e do comprimento nas condições experimentais de 70°C e concentração de 60 °Brix.

Tempo (min)	c_w^t (%)	c_s^t (%)	R^*	L^*
0	100	0	1,000	1,000
10	85,13	11,130	0,922	0,920
30	73,43	18,77	0,832	0,917
60	65,59	22,59	0,809	0,915
90	59,13	27,37	0,787	0,877
120	53,05	33,46	0,765	0,883
150	46,12	37,54	0,764	0,880
180	42,11	40,27	0,762	0,874
210	36,74	43,89	0,746	0,892
240	38,51	46,79	0,735	0,871
1440	17,58	58,98	0,652	0,877
1800	17,90	58,13	0,646	0,854

A partir dos dados apresentados na Tabelas 4.16-4.19, foram realizados ajustes de curvas a fim de obter expressões para R^* e L^* em função da quantidade de água e em função da quantidade de sacarose. Para isto, foi utilizado o *software Lab Fit* (SILVA e SILVA, 2009a), o qual possui uma biblioteca com mais de 200 funções de uma variável que podem ser ajustadas aos dados experimentais. Este *software* possui ainda uma ferramenta cuja função é buscar a expressão que melhor se ajusta aos dados experimentais submetidos.

Usando os dados expressos nas segunda e quarta colunas das Tabelas 4.16-4.19, foi obtida a seguinte expressão para o raio, usando a ferramenta de busca do *software Lab Fit*.

$$R^* = 1/(-0,4792 \times 10^{-2} c_w^t + 1,477), \quad (4.5)$$

onde c_w^t representa a quantidade média de água no tempo t .

Procedendo de forma análoga, foi obtida uma expressão para o comprimento do cilindro em função da quantidade de água, considerando os dados das segunda e quinta colunas da Tabelas 4.16-4.19.

$$L^* = 0,6595 \cosh(0,9493 \times 10^{-2} c_w^t) \quad (4.6)$$

Nas Figuras 4.28 e 4.29 são apresentados os gráficos dos ajustes obtidos pelo *Software Lab Fit* para o raio e o comprimento (adimensionais) em função da quantidade de água.

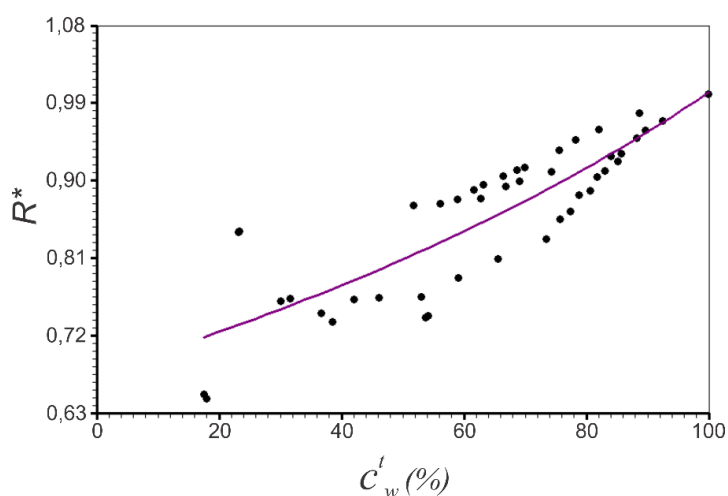


Figura 4.28: Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função da quantidade de água.

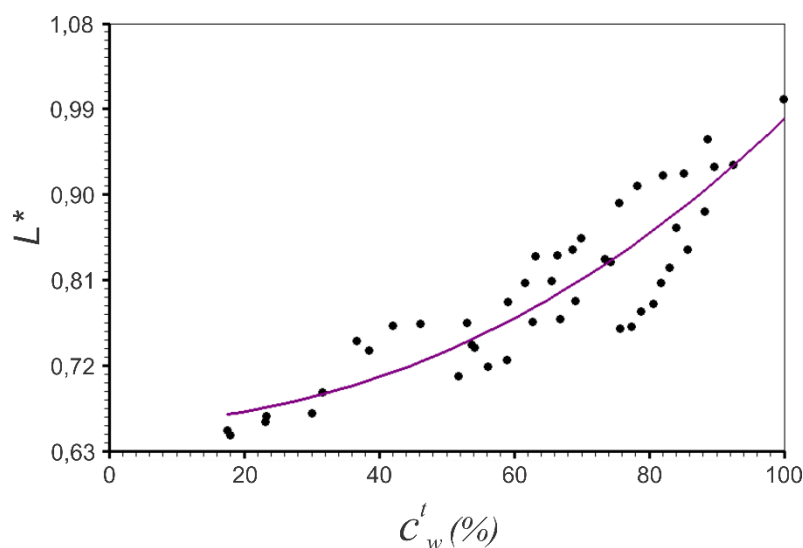


Figura 4.29: Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função da quantidade de água.

Assim como foram obtidas expressões para o raio e para o comprimento em função da quantidade de água, usando a terceira e quarta colunas das Tabelas 4.16-4.19 e submetendo estes dados ao *software Lab Fit*, foi obtida a seguinte expressão para o raio em função da quantidade de sacarose,

$$R^* = 1/(0,7605 \times 10^{-2} c_s^t + 1,006), \quad (4.7)$$

onde c_s^t representa a quantidade média de sacarose incorporada no tempo t .

Finalmente, utilizando os dados da terceira e quinta colunas das Tabelas 4.16-4.19, foi obtida a seguinte expressão para o comprimento (em função da quantidade de sacarose),

$$L^* = 1/(0,9686 \times 10^{-2} c_s^t + 1,051), \quad (4.8)$$

onde c_s^t representa a quantidade média de sacarose no tempo t .

Nas Figuras 4.30 e 4.31 são apresentados gráficos dos ajustes obtidos pelo *software Lab Fit*.

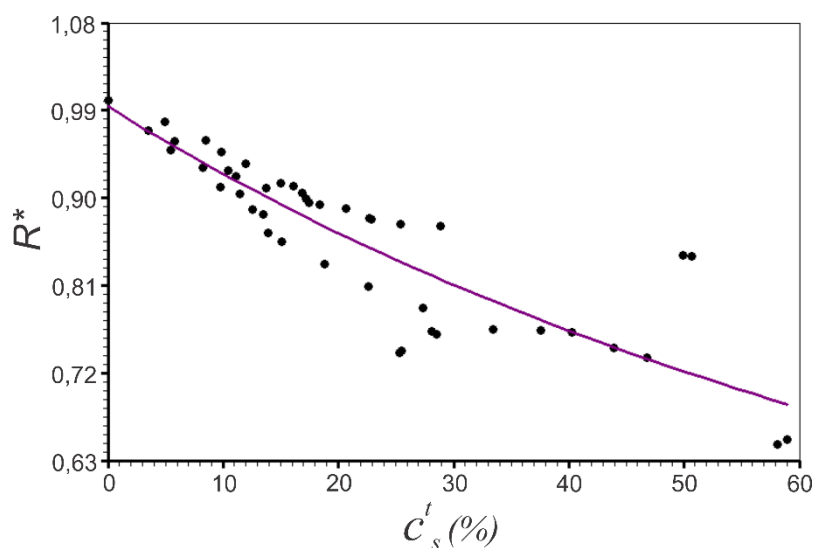


Figura 4.30: Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função da quantidade de sacarose.

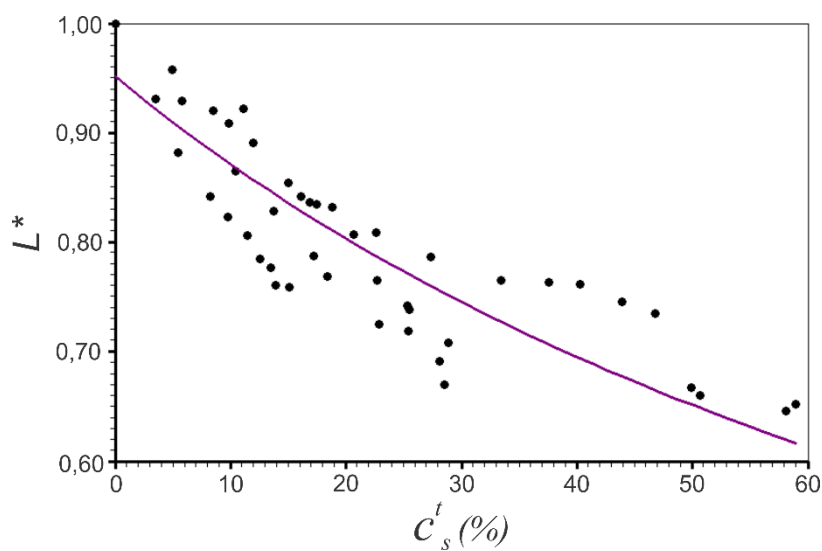


Figura 4.31: Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função da quantidade de sacarose.

Comparando as Figuras 4.28 e 4.30 (dos ajustes para o raio) e as Figuras 4.29 e 4.31 (dos ajustes para o comprimento) nota-se uma maior flutuação dos pontos nos dados do raio (principalmente no fim do processo). Isto também pode ser observado na Figura 4.32, onde é

apresentada uma imagem de uma amostra desidratada em condições experimentais de 40 °Brix e 70°C. Nesta imagem é destacado o encolhimento ocorrido na direção do raio.



Figura 4.32: (a) amostra *in natura* (b) amostra osmoticamente desidratada em solução de 40 °Brix e 70°C.

Ainda pela Figura 4.32 é possível observar que, nos tempos iniciais, a medição do raio não depende muito do local onde o paquímetro está sendo posicionado, devido ao formato da amostra (com raio praticamente uniforme). No entanto, nos tempos próximo ao fim do processo, o local onde o paquímetro é posicionado torna-se extremamente relevante. Deste modo, uma metodologia mais adequada para a medição do raio seria medir em, pelo menos, dois locais distintos e em seguida calcular a média. Como a metodologia adotada foi de apenas uma medição, observa-se as flutuações no fim do processo.

Na Tabela 4.20 estão dispostos os indicadores estatísticos para cada ajuste acima apresentado.

Tabela 4.20: Indicadores estatísticos para os ajustes realizados para os dados de encolhimento na desidratação osmótica.

Quantidade de água		
Equação	R^2	χ^2
$L^* = 0,6595 \text{COSH}(0,9493 \times 10^{-2} c_w^t)$	0,8341	$0,7338 \times 10^{-1}$
$R^* = 1/(-0,4792 \times 10^{-2} c_w^t + 1,477)$	0,7634	$0,8981 \times 10^{-1}$
Quantidade de sacarose		
$L^* = 1/(0,9686 \times 10^{-2} c_s^t + 1,051)$	0,7778	$0,9877 \times 10^{-1}$
$R^* = 1/(0,7605 \times 10^{-2} c_s^t + 1,006)$	0,7966	$0,7724 \times 10^{-1}$

4.2.3 Estudo da malha para otimização

Uma fase importante para o início do processo de otimização é o estudo sobre a malha e o número de passos no tempo. Ao realizar este estudo, pretende-se encontrar uma malha que forneça resultados adequados sem exigir um custo computacional muito grande.

Para realizar o estudo de malha, foram utilizados os dados experimentais da perda de água na desidratação osmótica em condições de 40 °Brix e 40°C, apresentados na Tabela 4.11. Neste caso, a difusividade foi considerada constante e o encolhimento não foi considerado. Foram realizadas otimizações para as malhas 10×3 , 30×15 , 30×20 e 35×25 , com os passos de tempo de 500, 1000 e 2000. Na Tabela 4.21 estão dispostos os erros relativos obtidos ao comparar os valores de c_w^t fornecidos pela solução numérica para malha 10×3 e passos de tempo de 500 e 1000, considerando 3 instantes de tempo aleatórios.

Tabela 4.21: Comparação entre os resultados fornecidos pela solução numérica admitindo uma malha 10×3 e os passos de tempo de 500 e 1000.

Tempo (min)	Passos de tempo	Valor de c_w^t	Erro relativo (%)	Erro relativo médio (%)	
14,4	500	96,2915	0,030	0,02	
	1000	96,2621			
493,2	500	65,2540	0,016		
	1000	65,2647			
1267,2	500	56,1515	0,013		
	1000	56,1588			
14,4	1000	96,2621	0,016		
	2000	96,2465			
493,2	1000	65,2647	0,006		0,009
	2000	65,2686			
1267,2	1000	56,1588	0,005		
	2000	56,1617			

Pelos resultados apresentados na Tabela 4.21, é possível concluir que o número de passos de tempo teve pouca influência sobre os valores de c_w^t fornecidos pela solução numérica. Isto pode ser atribuído ao otimizador, uma vez que, como já foi constatado na seção 4.1.3, o otimizador é pouco influenciado pela configuração da malha.

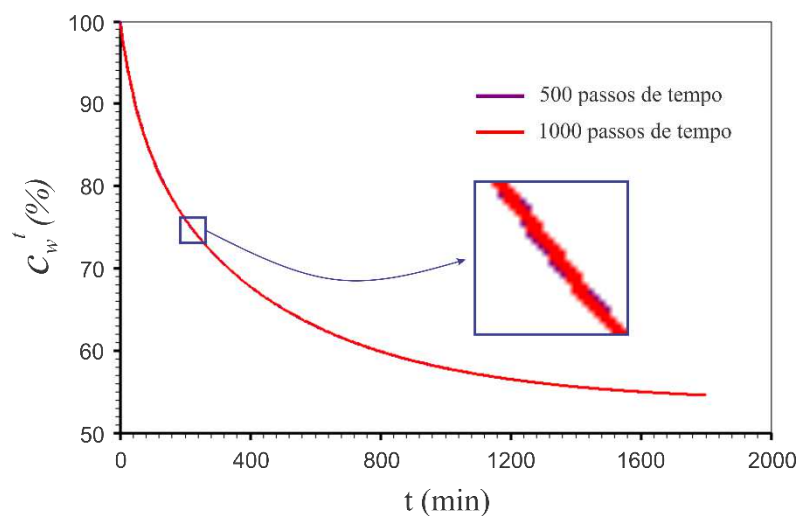


Figura 4.33: Superposição da cinética obtida com 500 passos de tempo e da obtida com 1000 passos de tempo.

Para que se possa obter resultados mais refinados, foi decidido adotar 1000 passos de tempo. Na Figura 4.33 é feita uma comparação entre a cinética obtida com 500 passos de tempo e entre a obtida com 1000 passos de tempo.

Na Figura 4.34 é feita a sobreposição das cinéticas obtidas com 1000 passos de tempo e 2000 passos de tempo.

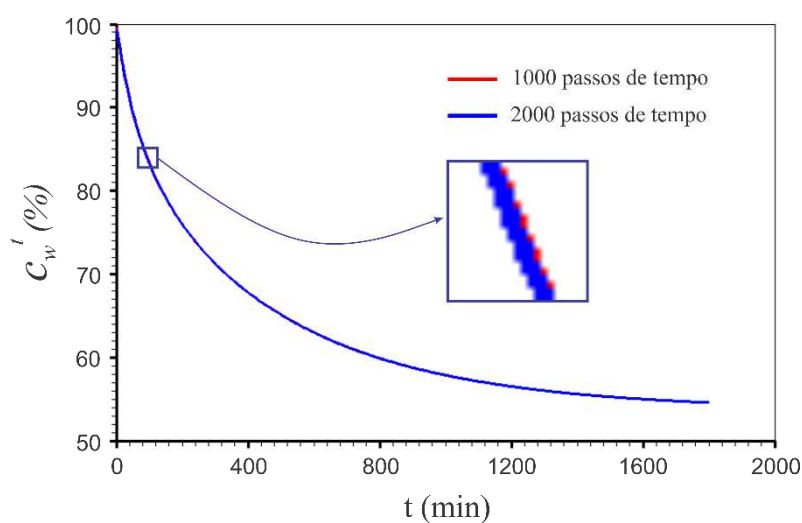


Figura 4.34: Superposição da cinética obtida com 1000 passos de tempo e da obtida com 2000 passos de tempo.

Nas Figuras 4.33 e 4.34 percebe-se uma boa concordância entre a cinética com 1000 passos de tempo e as cinéticas com 500 e 2000 passos de tempo, o que confirma a observação feita com base nos erros relativos apresentados na Tabela 4.21. Deste modo, o número de passos de tempo escolhido para as otimizações foi 1000.

Uma vez estabelecido o número de passos de tempo (1000) que será utilizado nas otimizações, a próxima etapa é estabelecer a malha. Para isto, foi utilizada uma metodologia semelhante a usada anteriormente para o tempo. Foram realizadas otimizações considerando as malhas 30×15 , 30×20 e 35×25 , todas com 1000 passos de tempo. Na Tabela 4.22 estão dispostos os valores fornecidos pela solução numérica para tempos aleatórios, além do erro relativo médio obtido ao comparar os referidos valores.

Tabela 4.22: Comparação entre os resultados fornecidos pela solução numérica admitindo as malhas 30×15 , 30×20 e 35×25 e 1000 passos de tempo.

Tempo (min)	Malha	Valor de c_w^t	Erro relativo (%)	Erro relativo médio (%)	
14,4	30×15	93,5181	0,077	0,03	
	30×20	93,4457			
81,0	30×15	84,3751	0,006		
	30×20	84,3696			
624,59	30×15	64,1606	0,041		
	30×20	64,1871			
1711,79	30×15	55,3939	0,022		
	30×20	55,4059			
14,4	35×25	93,3354	0,118		0,05
	30×20	93,4457			
81,0	35×25	84,3597	0,012		
	30×20	84,3696			
624,59	35×25	64,2204	0,052		
	30×20	64,1871			
1711,79	35×25	55,4213	0,028		
	30×20	55,4059			

Analisando os dados da Tabela 4.22, nota-se um leve aumento no erro relativo médio quando a malha 30×20 passa a ser comparada com a malha 35×25 . No entanto, isto pode

ser justificado pela diferença entre os números de volumes controle das malhas 30×15 e 30×20 ($600 - 450 = 150$), e das malhas 30×20 e 35×25 ($875 - 600 = 275$). Na segunda comparação a diferença entre os números de volumes de controle é quase o dobro da primeira comparação. Por outro lado, o erro nos dois casos é muito pequeno e, deste modo, a malha 30×20 será adotada para os processos de otimização.

Nas Figuras 4.35 e 4.36 são apresentadas as comparações entre a malha 30×20 e as malhas 30×15 e 35×25 , nas quais percebe-se uma boa concordância entre a cinética obtida para a malha 30×20 e as obtidas para as malhas 30×15 e 35×25 , o que confirma a observação feita com base nos erros relativos apresentados na Tabela 4.22.

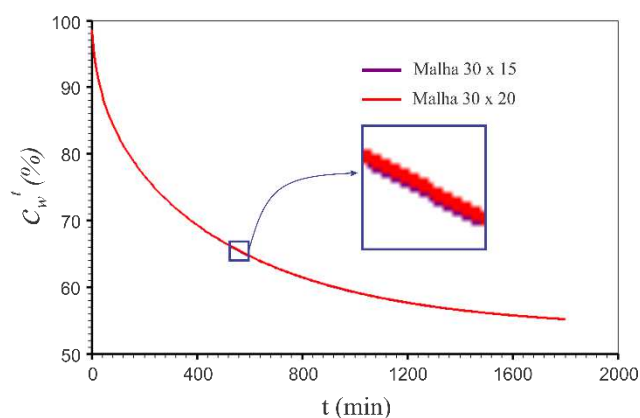


Figura 4.35: Superposição da cinética obtida para a malha 30×15 e da obtida para a malha 30×20 .

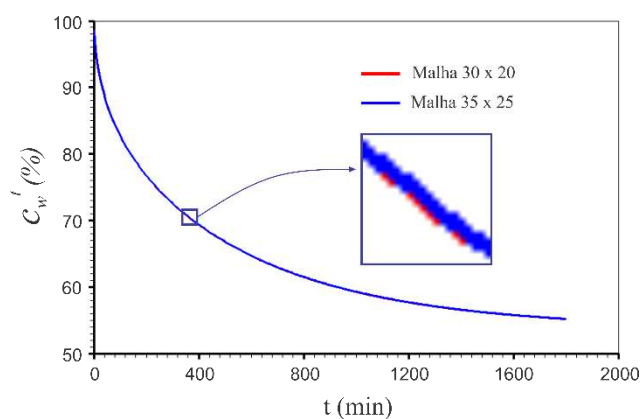


Figura 4.36: Superposição da cinética obtida para a malha 30×20 e da obtida para a malha 35×25 .

4.2.4 Otimização para a perda de água

Uma vez estabelecida a malha (30×20) e o número de passos de tempo (1000), a próxima etapa é encontrar uma expressão adequada para descrever a variação da difusividade efetiva de água para todas as condições experimentais, além de obter valores ótimos para o coeficiente de transferência convectiva de massa (para cada condição experimental).

Como já foi mencionado na seção 4.1, o *software* desenvolvido possui uma biblioteca com 30 expressões possíveis para a difusividade, como mostra a Tabela 4.23.

Tabela 4.23: Expressões contidas na biblioteca do *software* desenvolvido.

Nº	Expressão	Nº	Expressão	Nº	Expressão
1	b	11	$b \ln(ax)$	21	$a \ln(x) + b$
2	$ax + b$	12	$b \ln(a\sqrt{x})$	22	$1/(a \ln(x) + b)$
3	$ax^2 + b$	13	$b \ln(ax^2)$	23	$x/(ax + b)$
4	$b \exp(ax)$	14	$b \cosh(ax^2)$	24	$1/(ax^2 + b)$
5	$b \exp(a/x)$	15	$b \cosh(a\sqrt{x})$	25	$x/(ax^2 + b)$
6	$b \exp(ax^2)$	16	$b / \cosh(ax)$	26	$b \cos(ax)$
7	$b \cosh(ax)$	17	$b / \cosh(ax^2)$	27	$b \sin(ax)$
8	$1/(ax + b)$	18	$b / \cosh(a\sqrt{x})$	28	$1/(a\sqrt{x} + b)$
9	$a\sqrt{x} + b$	19	$a/x + b$	29	$x/(a\sqrt{x} + b)$
10	$b \exp(a\sqrt{x})$	20	$a/x^2 + b$	30	$b/(ax)$

As expressões dispostas na Tabela 4.23 foram testadas nos processos de otimização a fim de obter a que melhor representa a difusividade efetiva de água em função da quantidade de água.

4.2.4.1 Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 40°C

As amostras utilizadas no experimento de desidratação osmótica nas condições de 40 °Brix e 40°C tinham, em média, o raio inicial $R_0 = 17,3175 \times 10^{-3}m$ e o comprimento inicial $L_0 = 10,5067 \times 10^{-3} m$. Estes valores foram assumidos para a otimização quando a difusividade foi considerada constante. No caso da difusividade variável, foram assumidas as seguintes expressões para o raio e para o comprimento, as quais foram obtidas a partir das Equações (4.5) e (4.6):

$$R = [1/(-0,4792 \times 10^{-2}c_w^t + 1,477)]. 17,3175 \times 10^{-3}, \quad (4.9)$$

$$L = [0,6595 \cosh(0,9493 \times 10^{-2}c_w^t)]. 10,5067 \times 10^{-3}. \quad (4.10)$$

Uma vez que a malha adotada foi 30×20 , a cada passo de tempo os valores de Δr e Δy (presentes nas equações discretizadas) foram recalculados como segue:

$$\Delta r = R/30 \quad \text{e} \quad \Delta y = L/20, \quad (4.11)$$

Após serem realizadas diversas otimizações utilizando as expressões apresentadas na Tabela 4.23, cinco destas apresentaram os melhores resultados para a difusividade. Todas as demais expressões tiveram indicadores estatísticos equivalentes aos obtidos ao assumir a difusividade e as dimensões constantes, e portanto foram descartadas.

Na Tabela 4.24 encontram-se os valores obtidos pelo processo de otimização para as cinco melhores expressões, juntamente com os indicadores estatísticos. Os resultados encontram-se em ordem de melhor ajuste aos dados experimentais.

Tabela 4.24: Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade (m^2min^{-1})	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
2	$ax + b$	a	$1,690151070955441 \times 10^{-10}$
		b	$7,449470793022496 \times 10^{-11}$
		h	$3,16151443219480 \times 10^5$
		R²	0,990737441118469
		χ²	19,4485267822086
13	$b \ln(ax^2)$	a	$8,778214517975614 \times 10^{-4}$
		b	$8,379148431874718 \times 10^{-9}$
		h	$3,23805065374290 \times 10^5$
		R²	0,990455244829471
		χ²	19,6830535687470
11	$b \ln(ax)$	a	$2,779189031283489 \times 10^{-2}$
		b	$1,845327717221475 \times 10^{-8}$
		h	$3,16309439863711 \times 10^5$
		R²	0,990304627298199
		χ²	19,8672083193047
3	$ax^2 + b$	a	$2,408412606200826 \times 10^{-12}$
		b	$7,359869181735412 \times 10^{-13}$
		h	$3,16151443219480 \times 10^5$
		R²	0,990025216261142
		χ²	20,0681340314164
1	b	b	$1,479381824808800 \times 10^{-8}$
		h	$3,21691124103442 \times 10^5$
		R²	0,989949770330663
		χ²	20,4884047326909

Pelos dados apresentados na Tabela 4.24, em todos os casos o coeficiente de transferência convectiva de massa está tendendo ao infinito. Neste caso, a condição de contorno indicada é a do primeiro tipo.

4.2.4.2 Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C

As amostras utilizadas nestes experimentos possuíam, em média, raio $R_0 = 17,465 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 10,0533 \times 10^{-3}m$. Neste caso, o raio e o comprimento ficaram expressos da seguinte forma:

$$R = [1/(-0,4792 \times 10^{-2} c_w^t + 1,477)]. 17,465 \times 10^{-3}, \quad (4.12)$$

$$L = [0,6595 \cosh(0,9493 \times 10^{-2} c_w^t)]. 10,0533 \times 10^{-3}. \quad (4.13)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento também foram considerados constantes.

Na Tabela 4.25 são apresentados os resultados obtidos nos processos de otimização admitindo as cinco expressões apresentadas na Tabela 4.24. Nenhuma outra expressão foi utilizada para estes dados experimentais, pois estas expressões não apresentaram uma boa descrição para os dados de 40 °Brix e 40°C.

Tabela 4.25: Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
3	$ax^2 + b$	a	$3,333498792915278 \times 10^{-12}$
		b	$1,457251470468633 \times 10^{-8}$
		h	$3,25997856810099 \times 10^5$
		R²	0,997266700557919
		χ²	19,0367904624802
13	$b \ln(ax^2)$	a	$9,610580789232404 \times 10^{-3}$
		b	$8,253143028990658 \times 10^{-9}$
		h	$2,76264010494904 \times 10^5$
		R²	0,997188951784818
		χ²	19,4744697921931
11	$b \ln(ax)$	a	0,290404211128810
		b	$9,167711065406644 \times 10^{-9}$
		h	$2,23657045390371 \times 10^5$
		R²	0,997163377308907
		χ²	20,0908703972411
2	$ax + b$	a	$5,147667929943612 \times 10^{-10}$
		b	$9,000000000000000 \times 10^{-12}$
		h	$3,16151443219480 \times 10^5$
		R²	0,996780479089641
		χ²	21,9357639485451
1	b	b	$3,458058199415758 \times 10^{-8}$
		h	$3,31925772941230 \times 10^5$
		R²	0,996106905798218
		χ²	26,4422150984908

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 4.24 e 4.25 observa-se uma permuta entre as expressões 2 e 3. Na Tabela 4.24 a melhor expressão para a difusividade de água foi a de número 2, enquanto que na Tabela 4.25 a melhor expressão foi a de número 3. Para que apenas uma expressão fosse usada para a difusividade, as expressões 2 e 3 foram testadas nos processos de otimização das demais condições experimentais, de modo a concluir qual de fato é a melhor expressão. Outro fato que se destaca ao comparar as Tabelas 4.24 e 4.25, é que as expressões 13, 11 e 1 mantiveram a mesma posição com relação ao melhor ajuste.

Assim como foi observado na Tabela 4.24, os valores obtidos para o coeficiente de transferência convectiva de massa indicam uma condição de contorno do primeiro tipo.

4.2.4.3 Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C

Na Tabela 4.26 estão expostos os resultados obtidos pelas otimizações realizadas com os dados experimentais de 40 °Brix e 70°C. As expressões para o raio e para o comprimento usadas nestas otimizações são apresentadas a seguir:

$$R = [1/(-0,4792 \times 10^{-2} c_w^t + 1,477)]. 16,665 \times 10^{-3}, \quad (4.14)$$

$$L = [0,6595 \cosh(0,9493 \times 10^{-2} c_w^t)]. 10,4567 \times 10^{-3}. \quad (4.15)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento foram considerados $R_0 = 16,665 \times 10^{-3}m$ e $L_0 = 10,4567 \times 10^{-3}m$.

Tabela 4.26: Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
3	$ax^2 + b$	a	$9,582263668186237 \times 10^{-13}$
		b	$1,055258282211292 \times 10^{-8}$
		h	$3,34557608439419 \times 10^5$
		R²	0,998441430737034
		χ^2	9,34033433909422
2	$ax + b$	a	$1,106644275170884 \times 10^{-10}$
		b	$7,807818193831772 \times 10^{-9}$
		h	$3,26421741955640 \times 10^5$
		R²	0,998390229147091
		χ^2	9,62410072362923
1	b	b	$1,864383783749086 \times 10^{-8}$
		h	$3,21691124103442 \times 10^5$
		R²	0,996953564022939
		χ^2	17,4807222656944

Assim como foi observado nas otimizações para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C, a melhor expressão para a difusividade foi a de número 3. Além disso, novamente a condição de contorno indicada é a do primeiro tipo.

4.2.4.4 Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 40°C

Afim de confirmar a melhor expressão para a difusividade de água, as otimizações para os experimentos de 60 °Brix e 40°C foram realizadas considerando as expressões 2, 3 e 1. Para estas otimizações foram consideradas as seguintes expressões para o raio e para o comprimento:

$$R = [1/(-0,4792 \times 10^{-2}c_w^t + 1,477)]. 16,03 \times 10^{-3}, \quad (4.16)$$

$$L = [0,6595 \cosh(0,9493 \times 10^{-2}c_w^t)]. 10,5933 \times 10^{-3}. \quad (4.17)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento foram considerados $R_0 = 16,03 \times 10^{-3}m$ e $L_0 = 10,5933 \times 10^{-3}m$. Na Tabela 4.27 estão dispostos os resultados das otimizações.

Tabela 4.27: Resultados para as otimizações de perda de água nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade (m^2min^{-1})	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
3	$ax^2 + b$	a	$2,055421876638922 \times 10^{-12}$
		b	$4,899156871921275 \times 10^{-9}$
		h	$3,26952483378111 \times 10^5$
		R²	0,994516169950313
		χ^2	25,7295433395879
1	b	b	$1,554046337382923 \times 10^{-8}$
		h	$3,26421741955640 \times 10^5$
		R²	0,994326434650759
		χ^2	26,4924025166295
2	$ax + b$	a	$1,964102413851025 \times 10^{-10}$
		b	$8,622081757555181 \times 10^{-10}$
		h	$3,26666476575066 \times 10^5$
		R²	0,994268946377589
		χ^2	27,1683518805001

Pelos resultados apresentados pela Tabela 4.27 é possível concluir que a expressão mais adequada para representar a variação da difusividade efetiva de água é a expressão 3. Conclui-se, ainda, que a condição de contorno indicada para o processo de perda de água nos experimentos realizados, é a condição de contorno do primeiro tipo.

4.2.4.5 Discussão sobre os resultados obtidos pela otimização

Pelos resultados apresentados nas Tabelas 4.24-4.27, é possível concluir que o processo de otimização forneceu resultados compatíveis com os disponíveis na literatura. Quando considerada constante, a difusividade efetiva de água variou entre $1,4794 \times 10^{-8}$ e $3,4580 \times 10^{-8}$ (m^2min^{-1}). Mercali et al. (2011) ao estudar a desidratação osmótica de bananas inteiras em soluções ternárias (água/sacarose/NaCl), encontraram difusividades de água variando entre $3,114 \times 10^{-8}$ e $3,882 \times 10^{-8}$ (m^2min^{-1}). Ao comparar os valores encontrados no presente

trabalho e os encontrados por Mercali et al. (2011), percebe-se que o menor valor encontrado no presente trabalho é consideravelmente menor que o encontrado pelos referidos autores. No entanto, este resultado pode ser explicado pelas soluções usadas por Mercali et al. (2011) que possuía dois agentes (sacarose e NaCl) que pode ter aumentado a pressão osmótica. Além disso, a modelagem usada foi para a geometria de um cilindro infinito, o qual (na maioria dos casos) fornece difusividades maiores do que a modelagem bidimensional.

Porciuncula et al. (2013) encontrou valores para difusividade variando entre $1,272 \times 10^{-8}$ e $2,388 \times 10^{-8}$ (m^2min^{-1}). Neste trabalho, foram realizados experimentos para apenas duas condições: 65 °Brix e 60°C. No entanto, os valores encontrados foram compatíveis com os obtidos nos processos de otimização do presente trabalho.

Outra informação importante dos dados obtidos para a difusividade constante é a influência da temperatura e da concentração sobre esse parâmetro. Tal influência foi relatada em trabalhos como: Rastogi et al., 1997; Singh et al., 2007; Singh et al., 2008; Abraão et al., 2013.

Com relação a difusividade variável, o número de trabalhos que consideram esta hipótese na desidratação osmótica é muito pequeno. Porciuncula et al. (2013) utilizaram as expressões 2 e 4 (Tabela 4.23) para representar a variação da difusividade de água na desidratação osmótica de banana, e a expressão 4 foi considerada mais adequada. No entanto, as duas expressões foram testadas nos processos de otimização do presente trabalho, e não apresentaram os melhores indicadores estatísticos. Como no presente trabalho foram testadas 30 expressões, a expressão 3 pode ser considerada a mais adequada. Além disso, Porciuncula et al. (2013) não consideraram a hipótese do encolhimento, mas de acordo com Silva et al. (2012a), assumir a variação da difusividade sem considerar o encolhimento pode gerar um erro maior do que considerar a difusividade constante. Isto é devido ao fato de que o encolhimento muda a estrutura interna do produto, o que afeta diretamente a difusividade.

Dos dados utilizados para otimização, o único que apresentou a expressão 2 como a mais indicada foi o da menor concentração e menor temperatura (40 °Brix e 40°C). Além disso, pela Tabela 4.15 percebe-se que (nesta mesma condição experimental) a ação do encolhimento foi a mesma nas duas direções. Deste modo, novos experimentos podem ser realizados a fim de verificar se a ação do encolhimento e a linearidade da difusividade efetiva de água (observado neste experimento) tem relação com as condições experimentais (concentração e temperatura).

4.2.5 Análise das cinéticas de perda de água

Na Figura 4.37 são apresentadas as simulações da cinética de perda de água para as quatro condições experimentais, considerando a melhor expressão para a difusividade de água (expressão 3) e o encolhimento.

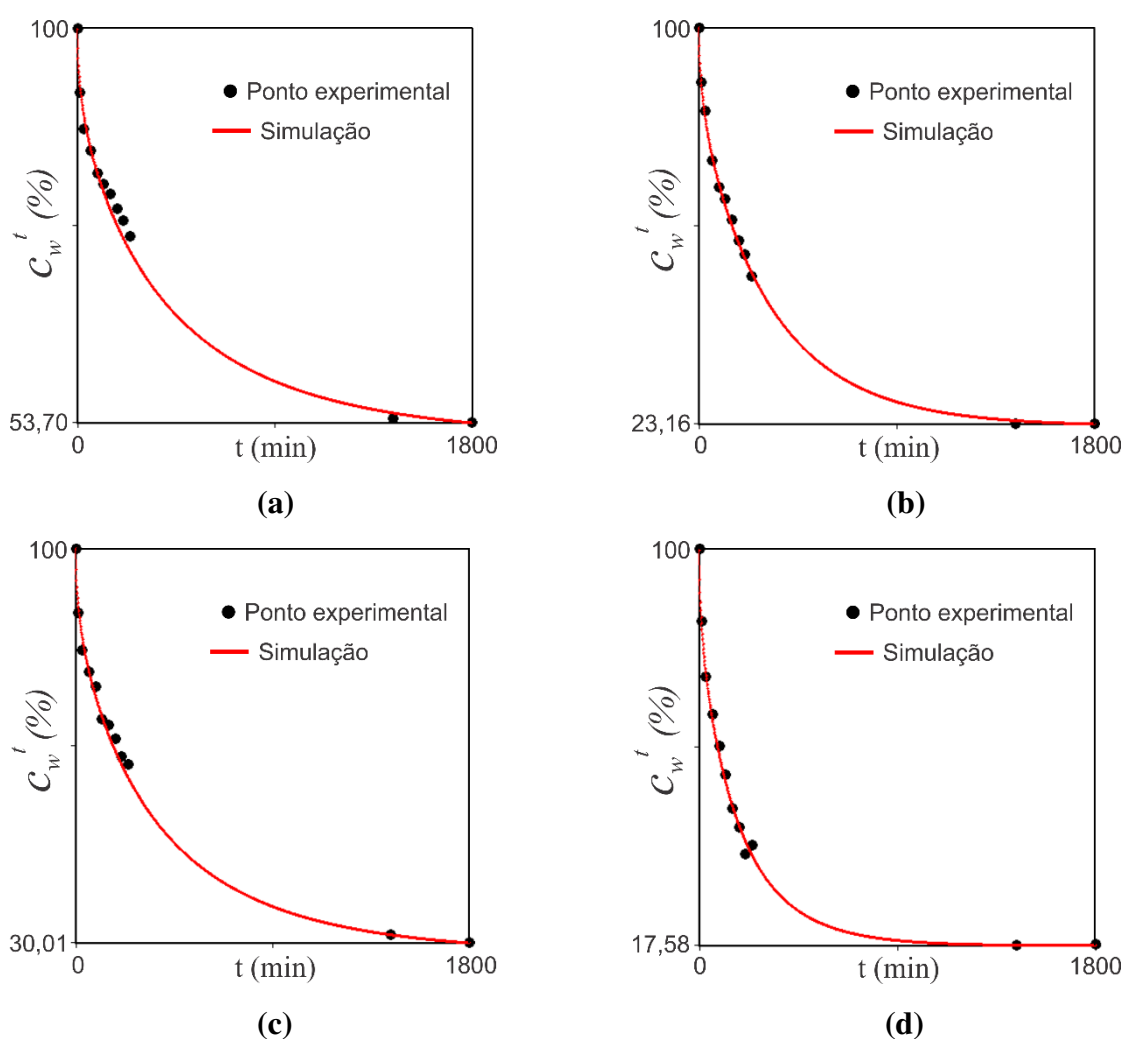


Figura 4.37: Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento): (a) 40 °Brix e 40°C; (b) 40 °Brix e 70°C; (c) 60 °Brix e 40°C; (d) 60 °Brix e 70°C.

Como os indicadores estatísticos das Tabelas 4.24-4.27 já indicavam, os ajustes apresentados na Figura 4.37 sugerem que a modelagem desenvolvida para a descrição da perda de água no processo de desidratação osmótica foi adequada.

Pela Figura 4.37 (d) nota-se que aproximadamente na metade do tempo do processo, o valor de equilíbrio já é atingido. Isto mostra que nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C, o tempo de processamento para perda de água pode ser menor, próximo a 900 min.

Os indicadores estatísticos apresentados nas Tabelas 4.24-4.27 sugerem uma boa descrição do processo de perda de água tanto para difusividade constante (sem a hipótese de encolhimento) quanto para difusividade variável (com a hipótese de encolhimento). No entanto, ao comparar as cinéticas simuladas para os dois casos (difusividade constante e variável) para as condições de 40 °Brix e 70°C, percebe-se uma discordância entre as duas simulações (Figura 4.38). Neste caso, os melhores indicadores estatísticos foram referentes a difusividade variável com o encolhimento. Deste modo, pode-se supor que a discordância foi provocada por erros ao assumir a difusividade constante e desconsiderar o encolhimento.

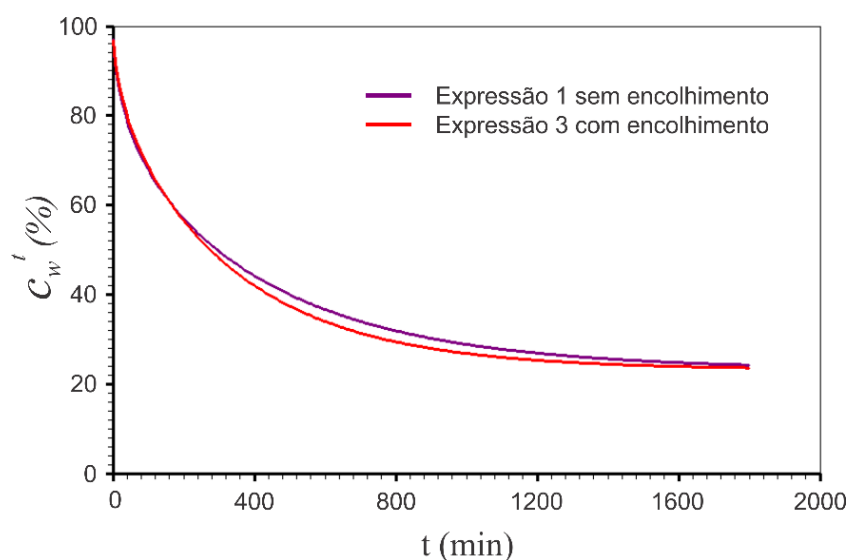


Figura 4.38: Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.

Assumir as simulações com a difusividade constante e sem o encolhimento pode acarretar um uso desnecessário de energia na secagem complementar, uma vez que estas simulações superestimam a quantidade de água presente no produto no fim do processo de desidratação osmótica.

Na Figura 4.39 encontram-se as quatro cinéticas de perda de água (usando a expressão 3 para a difusividade e o encolhimento), onde nota-se a influência da concentração e da temperatura sobre a perda de água. No entanto, observa-se que a temperatura teve mais influência na perda de água do que a concentração. Isto também foi observado nos seguintes trabalhos: Rodrigues e Fernandes (2007); Ferrari e Hubinger (2008); Singh et al. (2008); Abraão et al. (2013). Singh et al. (2008) observaram uma influência significativa da temperatura e do tempo de imersão sobre a perda de água, no entanto, o efeito da concentração da solução osmótica não foi significativo sobre a perda de água. Assim como no presente trabalho, Rodrigues e Fernandes (2007) observaram a influência tanto da temperatura quanto da concentração sobre a perda de água, em experimentos de desidratação osmótica em soluções ternárias. No entanto, a concentração de NaCl mostrou mais influência do que a temperatura. Finalmente, ainda pela Figura 4.39, percebe-se que depois de cerca de 1000 minutos o equilíbrio é praticamente atingido por todas as condições experimentais.

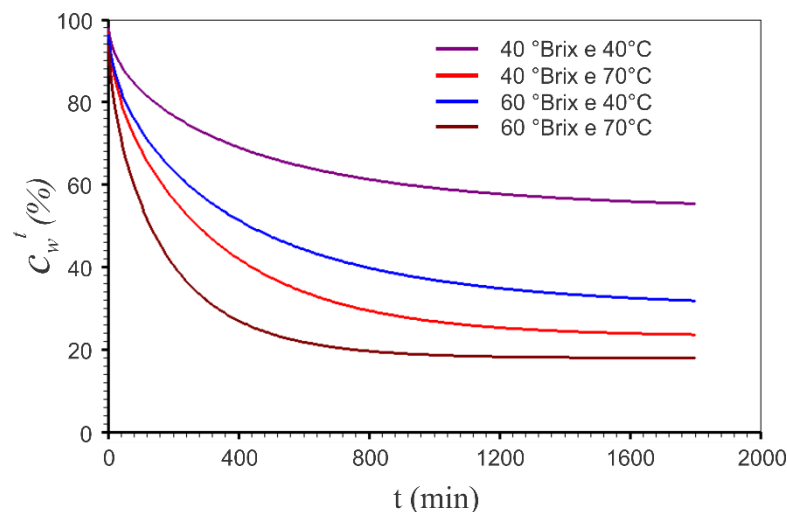


Figura 4.39: Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento)

Outra informação importante num processo de desidratação osmótica é o comportamento da difusividade de água em função da distribuição local de água. Na Figura 4.40 são apresentados os gráficos das difusividades em função da quantidade de água local, para os quatro experimentos. A difusividade é expressa pela melhor função obtida no processo de otimização:

$$D_w = a(c_w^t)^2 + b, \quad (4.18)$$

onde D_w é a difusividade de água e c_w^t é a quantidade de água local no tempo t .

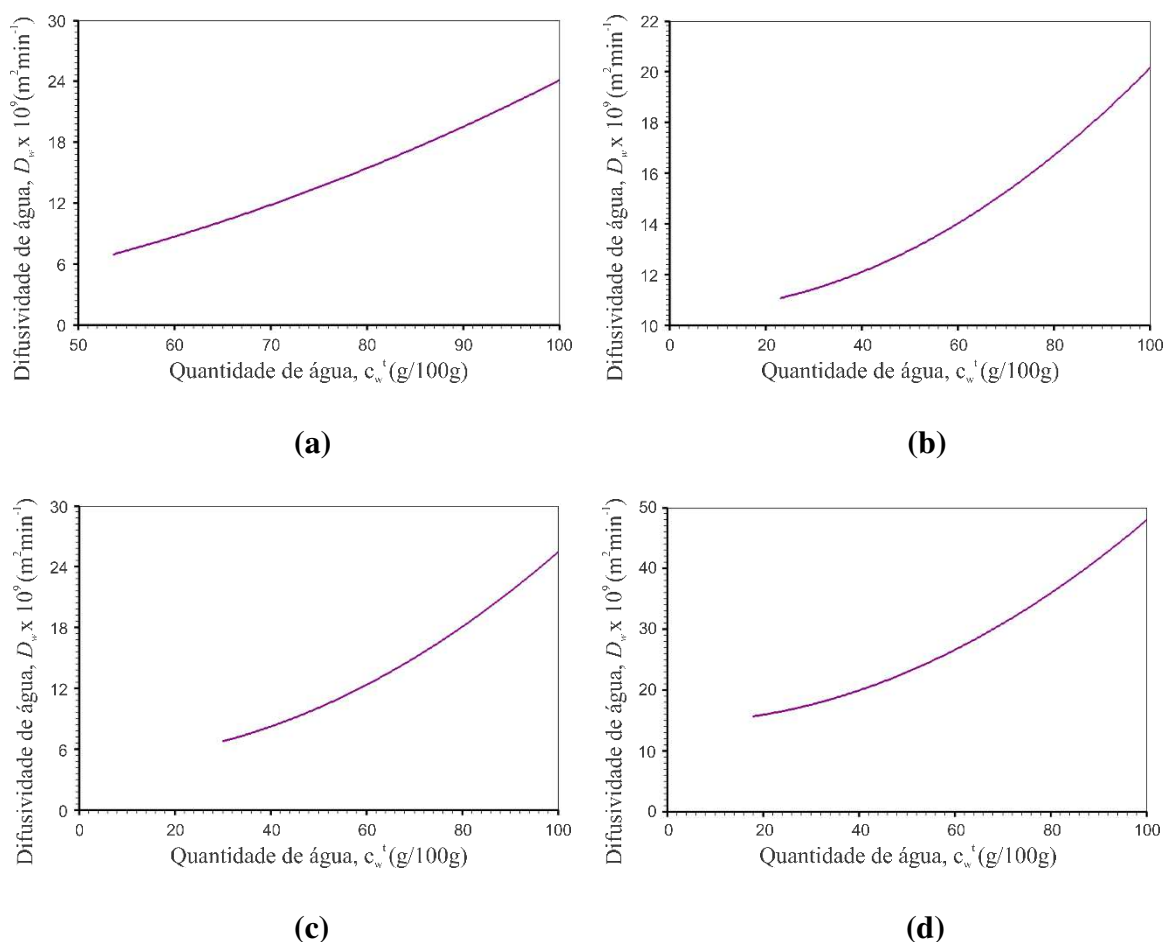


Figura 4.40: Gráficos das difusividades de água em função da quantidade de água local, para as condições experimentais: **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 40 °Brix e 70°C; **(c)** 60 °Brix e 40°C; **(d)** 60 °Brix e 70°C.

Como pode ser observado na Figura 4.40, a difusividade efetiva de água aumenta com o aumento da quantidade de água local. Além disso, de forma inversa, observa-se que a medida que o produto perde água durante o processo, a difusividade decresce. Isto é devido ao fato de que a água presente no produto passa a ter maior concentração nas camadas inferiores, e deste modo, a resistência para que esta água seja conduzida até as camadas superiores torna-se maior. Vale salientar ainda que num processo de desidratação osmótica ocorre a incorporação de sólidos, o que pode contribuir para o aumento da resistência à perda de água. Este fato também foi observado por Singh et al. (2008).

Ainda pela Figura 4.40 observa-se na concentração de 60 °Brix que o aumento da temperatura provocou o aumento da difusividade, e nas temperaturas de 40 e 70°C o aumento da concentração provocou o aumento da difusividade. Nota-se que a difusividade aumenta com o aumento da temperatura (na concentração de 60 °Brix) e da concentração (nas temperaturas de 40 e 70°C). Para que as influências fiquem mais evidentes, na Figura 4.41 são dispostas as quatro difusividades em um mesmo gráfico.

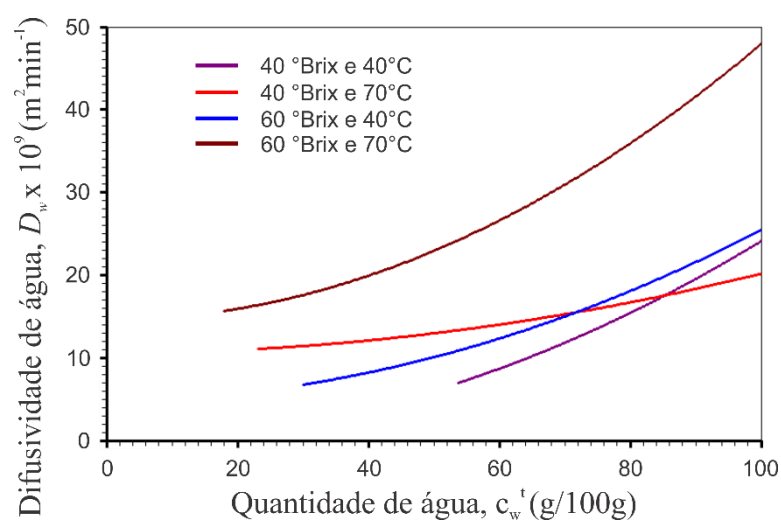


Figura 4.41: Difusividades de água em função da quantidade de água local das quatro condições experimentais.

4.2.6 Distribuição de água no interior do produto

Uma das vantagens do modelo difusivo sobre outros modelos é a possibilidade de prever a distribuição da grandeza de interesse no interior do sólido. Na Figura 4.42 é apresentada a distribuição de água (quantidade de água) no interior do produto nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 1224 \text{ min}$, para as condições de 40°Brix e 40°C .

Pela Figura 4.42 (a) nota-se que após 180 min de processamento, o contorno superior do produto já se encontra em equilíbrio com o meio externo. No entanto, o contorno a leste ainda não tem atingido o equilíbrio no mesmo tempo. Isto se deve ao fato de que a área superior em contato com o meio externo é maior do que área em contato com o meio a leste. Finalmente, após 1224 min de processamento, quase todo o produto encontra-se em equilíbrio.

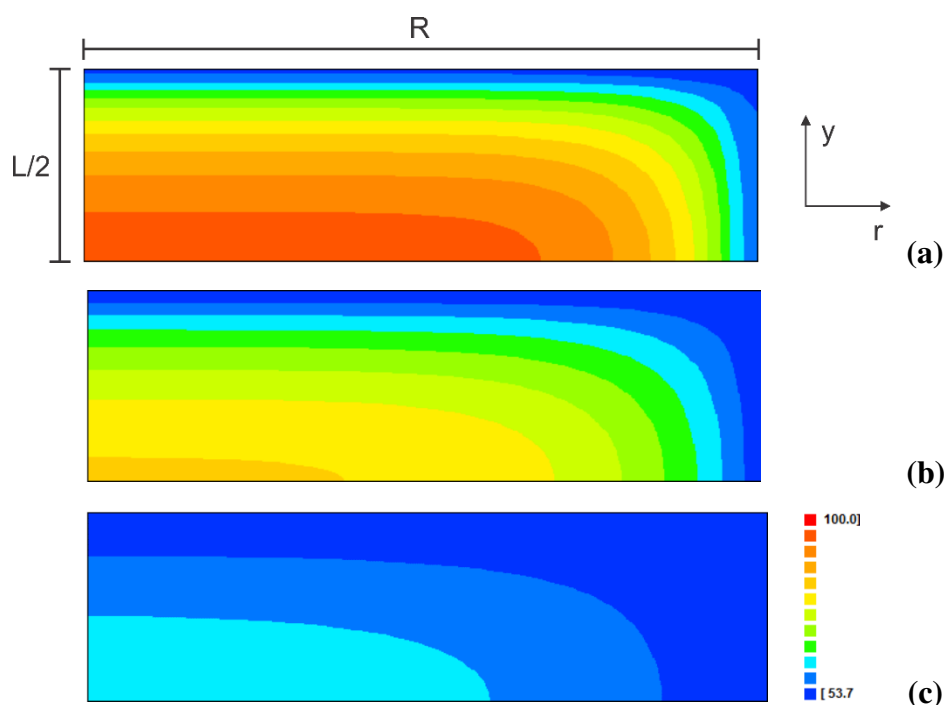


Figura 4.42: Distribuição de água no interior do produto nos tempos (40°Brix e 40°C): (a) $t = 180 \text{ min}$; (b) $t = 450 \text{ min}$ e (c) $t = 1224 \text{ min}$, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 53,7 a quantidade de água de equilíbrio.

Na Figura 4.43 estão dispostas as distribuições de água no interior do produto nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 1224 \text{ min}$, para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.

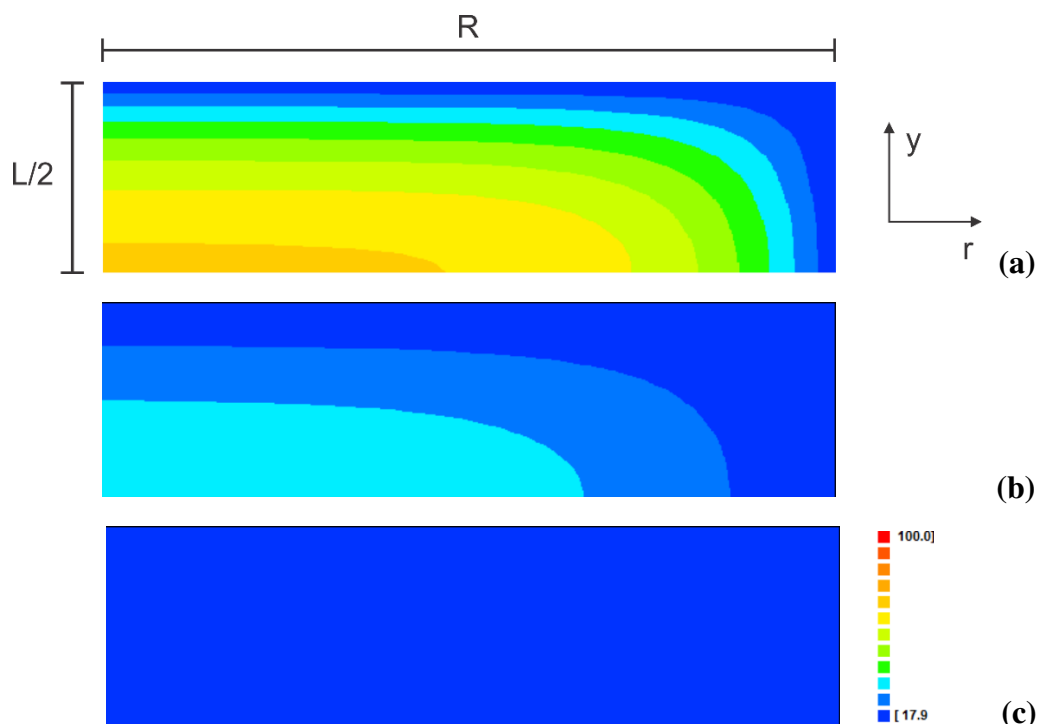


Figura 4.43: Distribuição de água no interior do produto nos tempos (60 °Brix e 70°C): **(a)** $t = 180 \text{ min}$; **(b)** $t = 450 \text{ min}$ e **(c)** $t = 1224 \text{ min}$, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 17,9 a quantidade de água de equilíbrio.

Comparando as Figuras 4.42 (a) e 4.43 (a) percebe-se a influência da temperatura e da concentração sobre a perda de água. Como era esperado, na Figura 4.43 (a) as camadas apresentam menor quantidade de água quando comparadas as da Figura 4.42 (a). Além disso na Figura 4.42 (c) o produto ainda não se encontra em equilíbrio, enquanto que na Figura 4.43 (c) todo o produto encontra-se em equilíbrio.

Outra forma de analisar a distribuição de água no interior do produto ao longo do tempo, é verificar esta distribuição em superfícies circulares (do centro do cilindro ao topo). Esta análise foi feita para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C e 60°Brix e 40°C. Na Figura 4.44 são apresentadas as distribuições de água nas superfícies circulares do centro do

cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 900 \text{ min}$, para 40°Brix e 70°C .

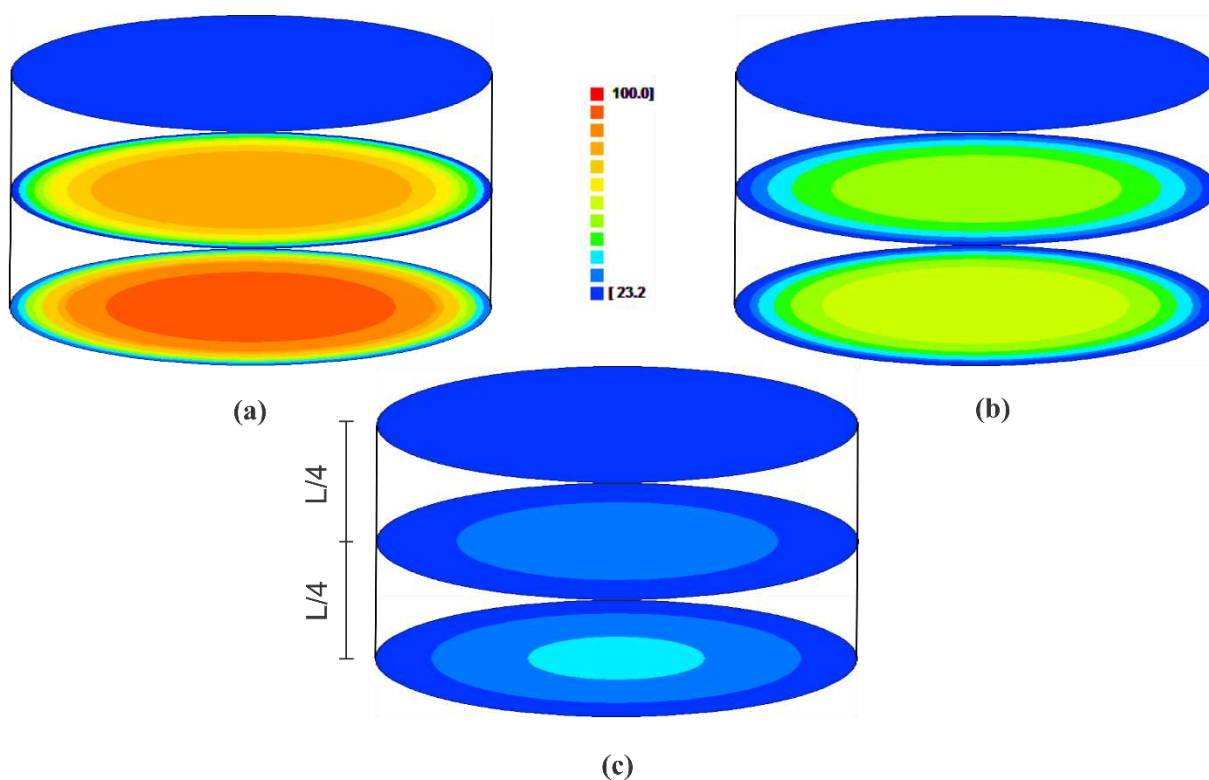


Figura 4.44: Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (40°Brix e 70°C): (a) $t = 180 \text{ min}$; (b) $t = 450 \text{ min}$ e (c) $t = 900 \text{ min}$, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 23,2 a quantidade de água de equilíbrio.

Como era esperado, a perda de água ocorre do centro para o topo do cilindro, deste modo, a superfície central apresenta a maior quantidade de água nos três tempos estudados. Isto é devido ao fato de que a superfície em contato com o meio externo perde água mais rapidamente. Como os valores obtidos para h já indicavam, o topo do cilindro já se encontra em equilíbrio com o meio após 180 min do processo. No entanto, após 900 min o centro do cilindro ainda não tem atingido o equilíbrio.

Na Figura 4.45 são apresentadas as distribuições de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 900 \text{ min}$, para $60 \text{ }^\circ\text{Brix}$ e 40°C .

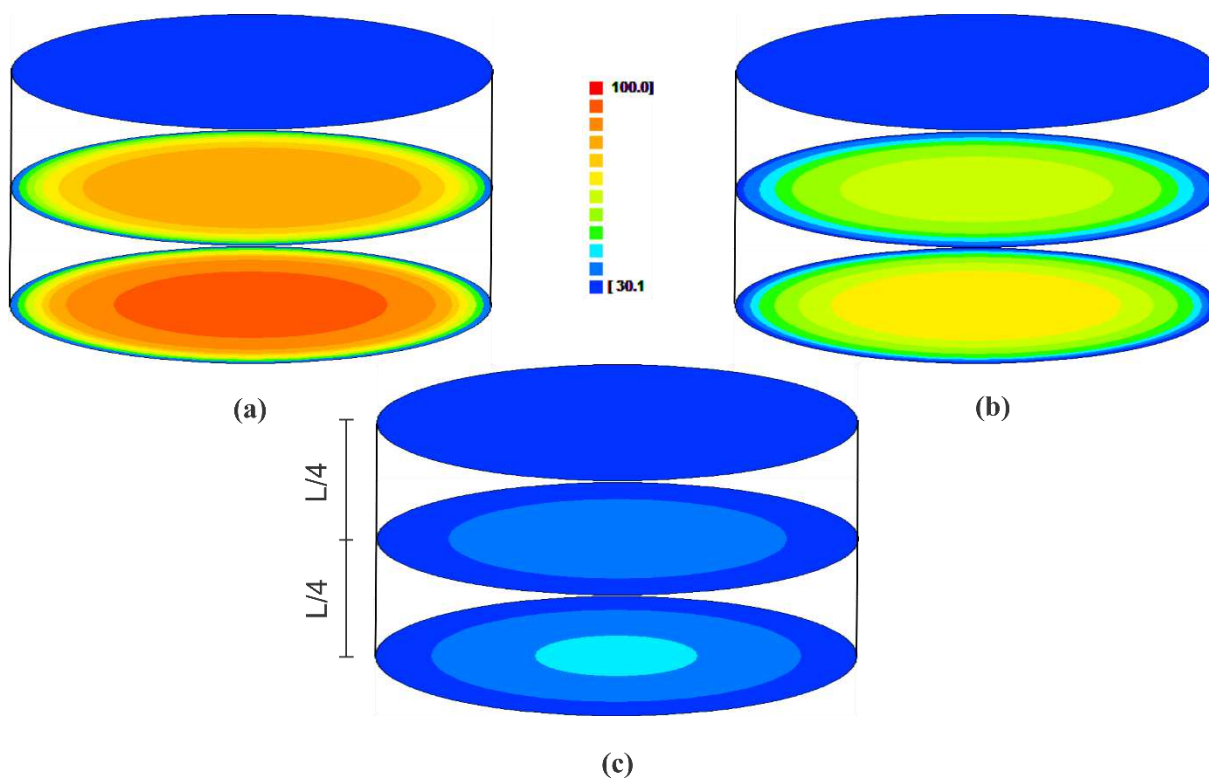


Figura 4.45: Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro ($60 \text{ }^\circ\text{Brix}$ e 40°C): (a) $t = 180 \text{ min}$; (b) $t = 450 \text{ min}$ e (c) $t = 900 \text{ min}$, onde o número 100 da escala representa a quantidade de água inicial e 30,1 a quantidade de água de equilíbrio.

Assim como foi observado na Figura 4.44, o centro do cilindro apresenta a maior quantidade de água nos três tempos apresentados. Ao comparar as Figuras 4.44 (c) e 4.45 (c) percebe-se que a condição da quantidade de água no interior do produto é praticamente a mesma. Isto pode indicar que os efeitos das condições experimentais sobre a perda de água são mais significativos nos tempos iniciais. Este fato também foi observado por Mercali et al. (2010) em estudos de desidratação osmótica de banana em soluções ternárias. Além disso, a Figura 4.44 (b) mostra que no centro o produto está mais seco que na Figura 4.45 (b), o que indica que a temperatura tem mais influência do que a concentração.

4.2.7 Otimização para o ganho de sacarose

A metodologia usada para a realização dos processos de otimização para o ganho de sacarose foi análoga à utilizada nas otimizações para a perda de água. Através de malhas 30×20 , com 1000 passos de tempo, foram realizados testes com as 30 expressões dispostas na Tabela 4.23. A seguir serão apresentadas as melhores expressões para a difusividade de sacarose para as quatro condições experimentais.

4.2.7.1 Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 40°C

As amostras utilizadas no experimento de desidratação osmótica nas condições de 40 °Brix e 40°C tinham, em média, raio $R_0 = 17,3175 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 10,5067 \times 10^{-3}m$. Estes valores foram assumidos para a otimização quando a difusividade foi considerada constante. No caso da difusividade variável, foram assumidas as seguintes expressões para o raio e para o comprimento, as quais foram obtidas a partir das Equações 4.7 e 4.8:

$$R = [1/(0,7605 \times 10^{-2}c_s^t + 1,006)]. 17,3175 \times 10^{-3}, \quad (4.19)$$

$$L = [1/(0,9686 \times 10^{-2}c_s^t + 1,051)]. 10,5067 \times 10^{-3}. \quad (4.20)$$

Após serem realizadas diversas otimizações utilizando as expressões apresentadas na Tabela 4.23, quatro destas apresentaram os melhores resultados. Estas expressões são apresentadas na Tabela 4.28, por ordem de melhor ajuste.

Tabela 4.28: Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade (m^2min^{-1})	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
4	be^{ax}	a	$-7,260970279028510 \times 10^{-4}$
		b	$1,514197642177754 \times 10^{-8}$
		h	$3,83205367004525 \times 10^5$
		R²	0,998559527245452
		χ^2	$9,33333125596874 \times 10^{-1}$
10	$be^{a\sqrt{x}}$	a	$-7,370676318473742 \times 10^{-4}$
		b	$1,501349966242350 \times 10^{-8}$
		h	$3,83396969688027 \times 10^5$
		R²	0,998557787645704
		χ^2	$9,35109672959634 \times 10^{-1}$
6	be^{ax^2}	a	$-7,330247956458594 \times 10^{-4}$
		b	$1,842811382695633 \times 10^{-8}$
		h	$3,83205367004525 \times 10^5$
		R²	0,998212728067029
		χ^2	1,12826331128479
1	b	b	$1,866020586276242 \times 10^{-8}$
		h	$3,70731817600664 \times 10^5$
		R²	0,997810148447201
		χ^2	1,36345530205566

Assim como ocorreu nas otimizações para a perda de água, em todos os casos apresentados na Tabela 4.28 o coeficiente de transferência convectiva de massa está tendendo ao infinito. Neste caso, a condição de contorno indicada é a do primeiro tipo.

4.2.7.2 Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C

As amostras utilizadas nestes experimentos possuíam, em média, raio $R_0 = 17,465 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 10,0533 \times 10^{-3}m$. Neste caso, o raio e o comprimento foram expressos da seguinte forma:

$$R = [1/(0,7605 \times 10^{-2}c_s^t + 1,006)]. 17,465 \times 10^{-3}, \quad (4.21)$$

$$L = [1/(0,9686 \times 10^{-2} c_s^t + 1,051)]. 10,0533 \times 10^{-3}. \quad (4.22)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento também foram considerados constantes.

Na Tabela 4.29 são apresentados os resultados obtidos nos processos de otimização admitindo as quatro expressões apresentadas na Tabela 4.28. Nenhuma outra expressão foi utilizada para estes dados experimentais, pois estas expressões não apresentaram uma boa descrição para os dados de 40 °Brix e 40°C.

Tabela 4.29: Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
4	be^{ax}	a	$-5,917720660324998 \times 10^{-5}$
		b	$2,152830783067953 \times 10^{-8}$
		h	$3,83780462506957 \times 10^5$
		R²	0,995463473244311
		χ^2	16,5388106746618
6	be^{ax^2}	a	$-1,002001249999688 \times 10^{-7}$
		b	$2,149421131069898 \times 10^{-8}$
		h	$3,83396969688027 \times 10^5$
		R²	0,995461154142008
		χ^2	16,5495460989592
10	$be^{a\sqrt{x}}$	a	$-1,002502250624688 \times 10^{-7}$
		b	$2,149089572359122 \times 10^{-8}$
		h	$3,83588668172871 \times 10^5$
		R²	0,995460941881820
		χ^2	16,5505466699655
1	b	b	$3,413840975357475 \times 10^{-8}$
		h	$3,46903335279520 \times 10^5$
		R²	0,991454986744339
		χ^2	29,2114920574125

Comparando os resultados apresentados nas Tabelas 4.28 e 4.29 observa-se que a expressão 4 foi a que obteve os melhores indicadores estatísticos nos dois casos. Além disso, houve uma permuta entre as expressões 6 e 10. Para que apenas uma expressão fosse usada para a difusividade, todas as expressões foram novamente testadas nos processos de otimização das demais condições experimentais, de modo a concluir qual de fato é a melhor expressão.

Assim como foi observado na Tabela 4.28, os valores obtidos para o coeficiente de transferência convectiva de massa indicam uma condição de contorno do primeiro tipo.

4.2.7.3 Otimização para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C

Na Tabela 4.30 estão expostos os resultados obtidos pelas otimizações realizadas com os dados experimentais de 40 °Brix e 70°C. As expressões para o raio e para o comprimento usadas nestas otimizações são apresentadas a seguir:

$$R = [1/(0,7605 \times 10^{-2} c_s^t + 1,006)]. 16,665 \times 10^{-3}, \quad (4.23)$$

$$L = [1/(0,9686 \times 10^{-2} c_s^t + 1,051)]. 10,4567 \times 10^{-3}. \quad (4.24)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento foram considerados $R_0 = 16,665 \times 10^{-3}m$ e $L_0 = 10,4567 \times 10^{-3}m$.

Diferentemente do que ocorreu nas condições experimentais anteriores, a melhor expressão para a difusividade de sacarose foi a 6. Além disso, novamente a condição de contorno indicada é a do primeiro tipo.

Tabela 4.30: Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade (m^2min^{-1})	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
6	be^{ax^2}	a	$-9,027029258992114 \times 10^{-6}$
		b	$1,007394091629060 \times 10^{-8}$
		h	$3,84356421084036 \times 10^5$
		R²	0,997348666839709
		χ²	7,01357276713831
4	be^{ax}	a	$-9,027031515749996 \times 10^{-6}$
		b	$9,973088697111311 \times 10^{-9}$
		h	$3,83972352738210 \times 10^5$
		R²	0,997347439781288
		χ²	7,02700208149318
10	$be^{a\sqrt{x}}$	a	$-1.001030205921233 \times 10^{-11}$
		b	$9,971188281325236 \times 10^{-9}$
		h	$3,26421741955640 \times 10^5$
		R²	0,997347308800495
		χ²	7,02747222762660
1	b	b	$1,401554876442293 \times 10^{-8}$
		h	$3,83780462506957 \times 10^5$
		R²	0,993217522518248
		χ²	16,3974949001778

4.2.7.4 Otimização para as condições experimentais de 60 °Brix e 40°C

Afim de confirmar a melhor expressão para a difusividade de sacarose, as otimizações para os experimentos de 60 °Brix e 40°C foram realizadas considerando as expressões 6, 4 e 1. Para estas otimizações foram consideradas as seguintes expressões para o raio e para o comprimento:

$$R = [1/(0,7605 \times 10^{-2}c_s^t + 1,006)]. 16,03 \times 10^{-3}, \quad (4.25)$$

$$L = [1/(0,9686 \times 10^{-2}c_s^t + 1,051)]. 10,5933 \times 10^{-3}. \quad (4.26)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento foram considerados $R_0 = 16,03 \times 10^{-3}m$ e $L_0 = 10,5933 \times 10^{-3}m$. Na Tabela 4.31 estão dispostos os resultados das otimizações.

Tabela 4.31: Resultados para as otimizações de ganho de sacarose nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade (m^2min^{-1})	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
6	be^{ax^2}	a	$-1,006016276026831 \times 10^{-4}$
		b	$2,012109281644492 \times 10^{-8}$
		h	$3,84548599294578 \times 10^5$
		R²	0,993354285834699
		χ^2	5,50768807751359
1	b	b	$2,488471984293450 \times 10^{-8}$
		h	$4,32049887433880 \times 10^5$
		R²	0,993009838141956
		χ^2	5,59427678058224
4	be^{ax}	a	$-1,001500499749813 \times 10^{-4}$
		b	$1,942266333978911 \times 10^{-8}$
		h	$3,84356421084036 \times 10^5$
		R²	0,993248102230221
		χ^2	5,60037159501853

Apesar das expressões 4 e 6 terem figurado entre as melhores expressões o mesmo número de vezes, a expressão 6 contribui para os melhores resultados, uma vez que, nos quatro conjuntos de dados, foi a primeira ou segunda melhor expressão. Deste modo, a expressão 6 será adotada para descrever a difusividade de sacarose.

Entre os resultados apresentados na Tabela 4.31 destacam-se, ainda, aqueles obtidos pelas expressões 1 e 4. Pelos indicadores estatísticos é possível afirmar que estas expressões fornecem resultados equivalentes. Este fato fica ainda mais evidente na Figura 4.46, onde é possível notar que a expressão 4 fornece valores praticamente constantes, uma vez que a variação é muito pequena.

Conclui-se ainda que a condição de contorno indicada para o processo de perda de água nos experimentos realizados, é a condição de contorno do primeiro tipo.

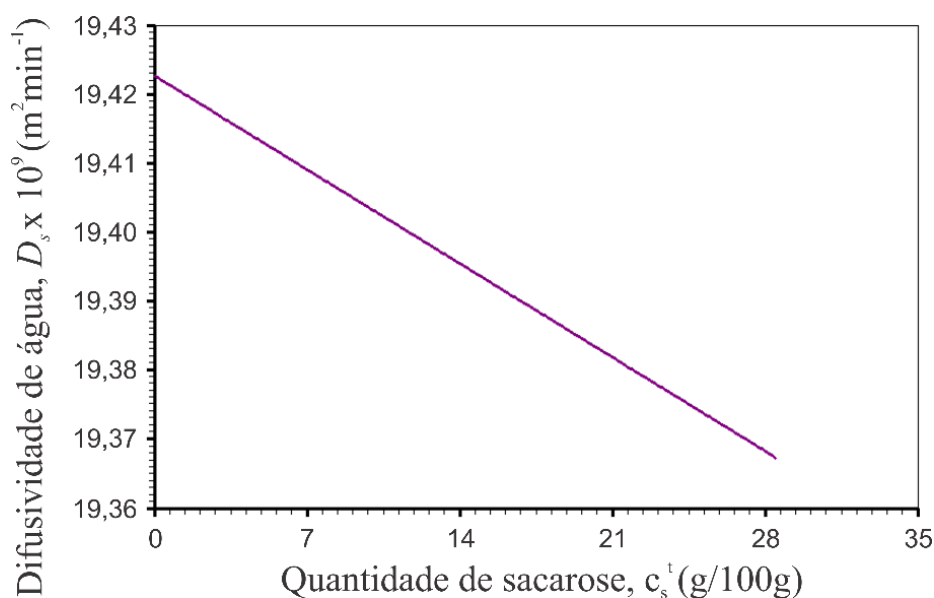


Figura 4.46: Difusividade de sacarose descrita pela expressão 4.

4.2.7.5 Discussão sobre os resultados obtidos na otimização

Uma análise comum em trabalhos de desidratação osmótica é avaliar o comportamento da difusividade de sólidos com a mudança nas condições experimentais do processo. Ao analisar as difusividades constantes para cada caso estudado, percebe-se a influência tanto da concentração quanto da temperatura sobre a difusividade de sacarose, assim como foi observado na perda de água. Nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C e 40 °Brix e 70°C a difusividade de sacarose variou de $1,8660 \times 10^{-8}$ para $1,4015 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ min}^{-1}$. Este comportamento da difusividade de sólidos foi também observado nos seguintes trabalhos: Falade et al. (2007); Khoiyi e Hesari (2007); Singh et al. (2007); Singh et al. (2008); Abraão et al. (2013). De acordo com Abraão et al. (2013), existem diversas razões para este comportamento da difusividade, entre essas pode ser destacada as alterações nas estruturas

internas do produto que podem alterar as propriedades de transporte, como a possibilidade de as células superficiais desidratadas ou a sacarose acumulada na camada sub-superficial provocarem um bloqueio ao transporte de massa. Nas demais condições experimentais o aumento da temperatura ou da concentração provocaram o aumento da difusividade de sacarose.

A difusividade de sacarose (quando considerada constante) variou de $1,4015 \times 10^{-8}$ a $3,4138 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$. Estes valores estão de acordo com valores encontrados na literatura. Khoji e Hesari (2007) ao realizarem experimentos de desidratação osmótica de damasco, obtiveram valores para difusividade de sacarose que variaram entre $5,172 \times 10^{-8}$ e $1,8762 \times 10^{-7} m^2 min^{-1}$. No entanto, nesse estudo as concentrações das soluções foram maiores do que as utilizadas no presente trabalho, variando de 50 a 70 °Brix. Abraão et al. (2013) realizaram experimentos de desidratação osmótica de abóboras em concentrações de 40 a 60 °Brix em temperaturas de 40 a 60°C, e obtiveram valores da difusividade de sacarose variando entre $2,994 \times 10^{-8}$ e $6,72 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$.

Nos experimentos de 40°C e 40 °Brix e 40°C e 60 °Brix foram obtidos valores para difusividade de água menores do que para difusividade de sacarose. Apesar de muito autores encontrarem uma situação inversa, existem diversos trabalhos que apontam o mesmo comportamento para as difusividades observado no presente trabalho: Amami et al. (2006); Falade et al. (2007); Khoji e Hesari (2007); Singh et al. (2008); Abraão et al. (2013), Silva et al. (2014d). No trabalho realizado por Abraão et al. (2013), em particular, esse comportamento da difusividades foi observado em todos os experimentos realizados. Novamente o possível bloqueio provocado pelas células superficiais desidratadas, pode explicar este comportamento. Entretanto, a fim de testar essa hipótese, futuros exames de imagem do produto poderão ser feitos tendo em vista analisar as células superficiais e os canais internos.

Com relação a difusividade variável, a expressão que obteve os melhores resultados foi a expressão 6. Silva et al. (2014d) realizaram experimentos de desidratação osmótica de goiaba em soluções binárias (água e sacarose), e a modelagem matemática desenvolvida considerou a variação das difusividades. Dentre diversas expressões testadas, a que obteve os melhores indicadores estatísticos para a difusividade de sacarose foi a expressão 10 (Tabela 4.22). No entanto, a expressão 10 é apenas uma variação da expressão 6 (encontrada no presente trabalho). Deste modo, pode-se afirmar que nos dois estudos a difusividade de sacarose apresentou

comportamentos semelhantes. Novos estudos deverão ser realizados a fim de verificar se a melhor expressão que descreve a difusividade de sacarose, está relacionada com o produto ou com o experimento.

Assim como na perda de água, os indicadores estatísticos apresentados apontam uma boa descrição do processo de ganho de sacarose tanto para difusividade constante (sem hipótese de encolhimento) quanto para difusividade variável (com hipótese de encolhimento). No entanto, para a perda de água, a mudança dos indicadores estatísticos ao considerar a difusividade variável e o encolhimento foi pequena. Por outro lado, para o ganho de sacarose, as hipóteses da difusividade variável e do encolhimento melhoraram significativamente os indicadores estatísticos em algumas condições experimentais. No caso de 40 °Brix e 70°C o qui-quadrado decresceu de 16,3974 para 7,0136.

Como foi observado na perda de água, a menor redução no qui-quadrado (quando o encolhimento e a difusividade variável foram considerados) ocorreu nos experimentos de 60 °Brix e 40°C.

4.2.8 Análise das cinéticas de ganho de sacarose

Na Figura 4.47 são apresentadas as simulações da cinética de ganho de sacarose para as quatro condições experimentais, considerando a melhor expressão para a difusividade de sacarose (expressão 6) e o encolhimento.

Como os indicadores estatísticos das Tabelas 4.28-4.31 já indicavam, os ajustes apresentados na Figura 4.47 mostram que a modelagem desenvolvida para a descrição do ganho de sacarose no processo de desidratação osmótica foi adequada.

Assim como ocorreu na perda de água, pela Figura 4.47 (d) é possível notar que aproximadamente na metade do tempo de processamento, o equilíbrio é atingido. Portanto, nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C, o tempo de processamento para ganho de sacarose pode ser menor, próximo a 900 min.

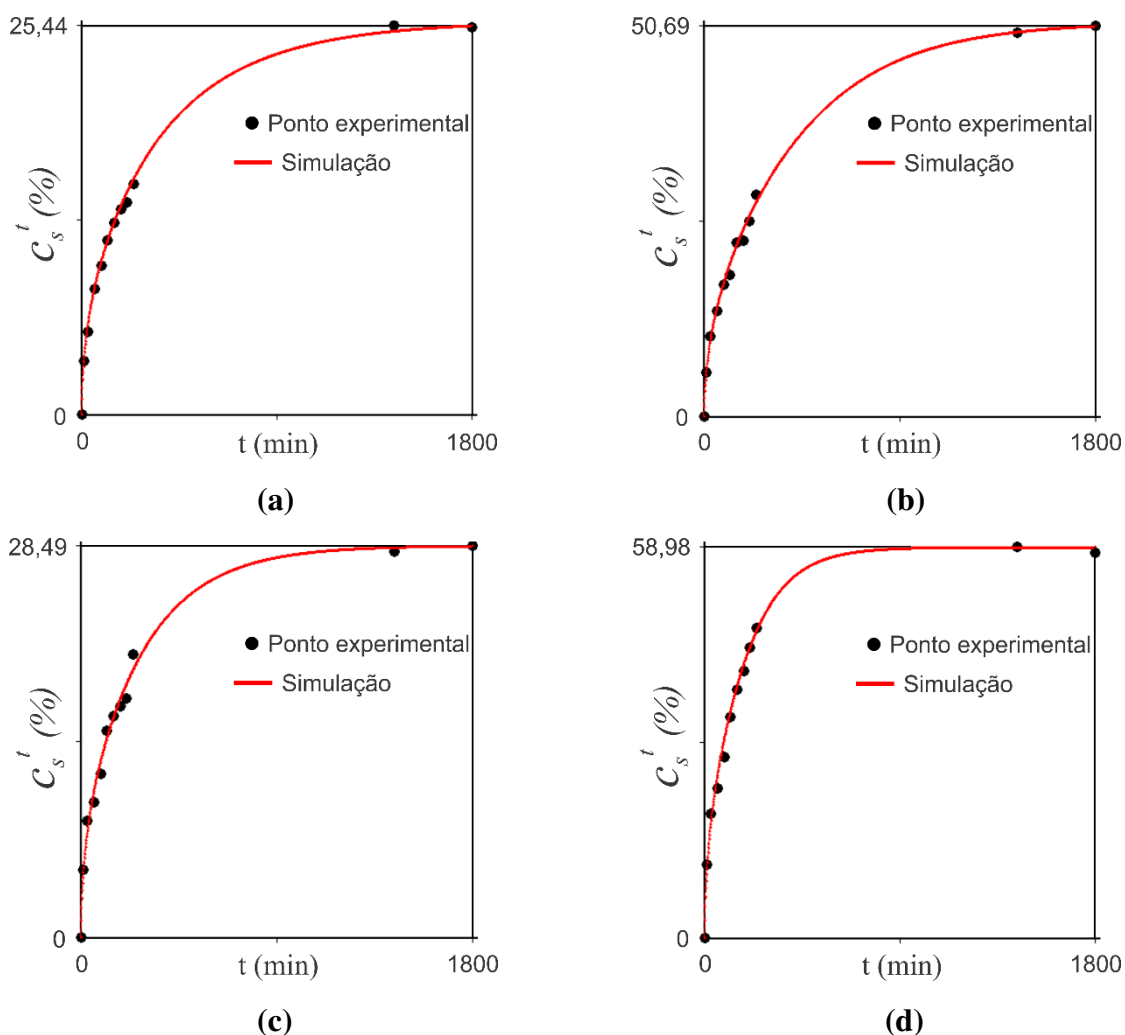


Figura 4.47: Cinéticas de ganho de sacarose obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento): **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 40 °Brix e 70°C; **(c)** 60 °Brix e 40°C; **(d)** 60 °Brix e 70°C.

Nos resultados obtidos para a perda de água, foi visto que os indicadores estatísticos para difusividade constante e difusividade variável (com encolhimento) ficaram próximos. No entanto, as otimizações para o ganho de sacarose apresentaram (para alguns casos) uma melhoria significativa nos indicadores quando a difusividade variável e o encolhimento foram considerados. Deste modo, na Figura 4.48 são comparadas as cinéticas com difusividade constante e as cinéticas com difusividade variável.

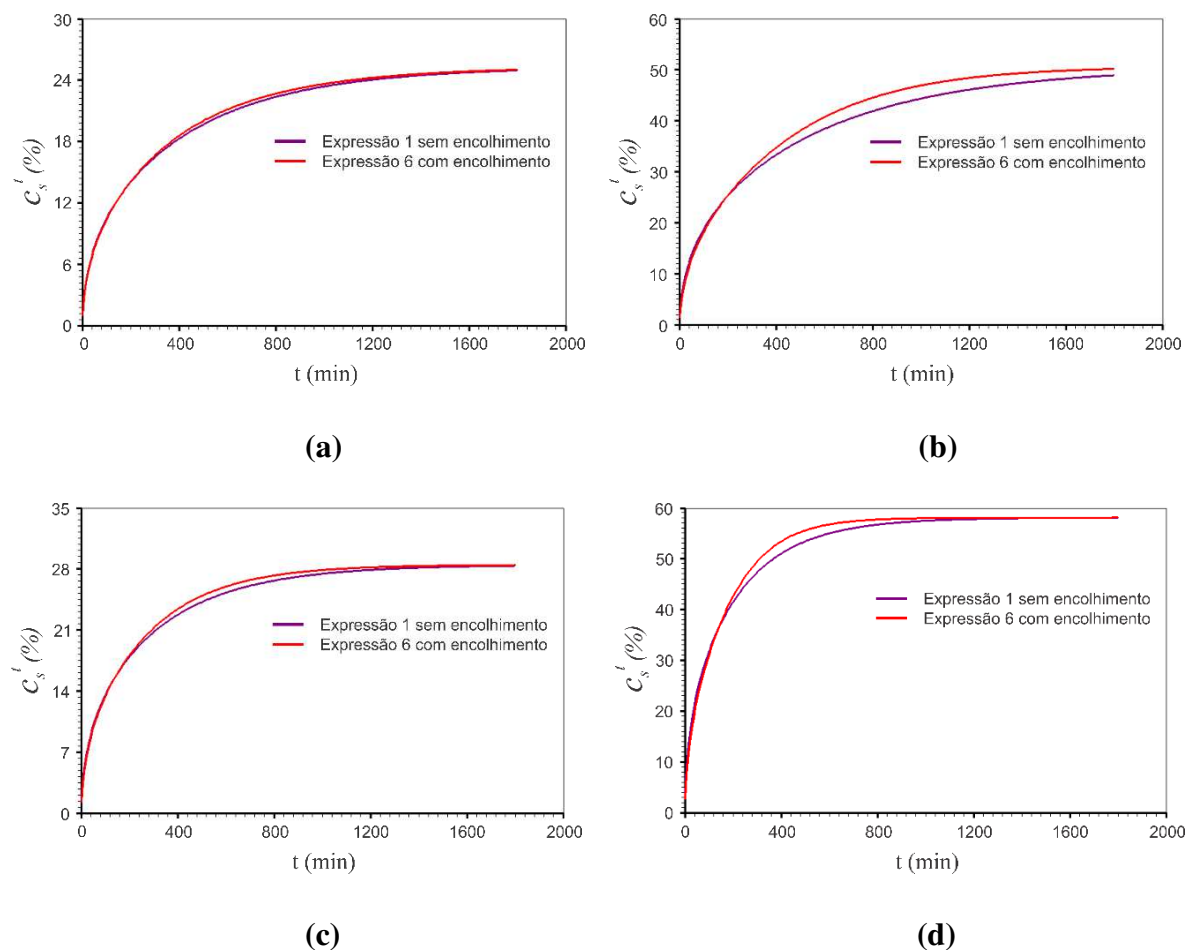


Figura 4.48: Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, para as condições experimentais: **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 40 °Brix e 70°C; **(c)** 60 °Brix e 40°C; **(d)** 60 °Brix e 70°C.

Em todas as condições experimentais nota-se uma discrepância entre a cinética com difusividade constante e a cinética com difusividade variável. No entanto, esta discrepância fica mais evidente nos casos de 40 °Brix e 70°C e 60 °Brix e 70°C. Pela Figura 4.48 é possível notar que ao assumir a difusividade constante, os resultados são subestimados. Isto pode ser um ponto negativo dependendo da aplicação pretendida para o produto osmoticamente desidratado. Se a banana osmoticamente desidratada for usada para a produção de doces e geleias, por exemplo, a subestimação da quantidade de sacarose incorporada torna-se um ponto negativo.

Na Figura 4.48 (d) nota-se que a discrepância não ocorre no fim do processo (como na Figura 4.48 (b)). No entanto, isto também pode acarretar problemas nas simulações, uma vez que a maioria dos trabalhos de desidratação osmótica assumem a difusividade constante e

poucos realizam o processo até o equilíbrio (FERNANDES et al., 2006a; MERCALI et al., 2010; ATARES et al., 2011; SOURAKI et al., 2012). Deste modo, os resultados obtidos pelos referidos trabalhos (para a incorporação de sólidos) podem estar subestimados.

Para que seja possível analisar a influência da temperatura e da concentração sobre o ganho de sacarose, na Figura 4.49 estão dispostas as cinéticas para as quatro condições experimentais.

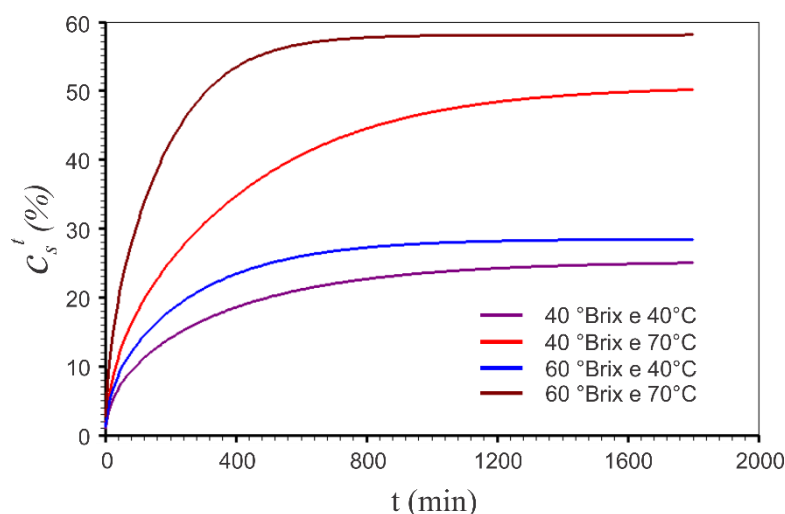


Figura 4.49: Cinéticas do ganho de sacarose obtidas para as condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).

Assim como ocorreu para a perda de água, tanto a temperatura quanto a concentração influenciaram o ganho de sacarose. No entanto, a temperatura exerceu mais influência do que a concentração. Estes resultados também foram obtidos pelos seguintes autores: Singh et al. (2010); Mundada et al. (2011); Uribe et al. (2011); Arballo et al. (2012); Abraão et al. (2013). Em experimentos de desidratação osmótica de romã realizados por Mundada et al. (2011), foram analisados os efeitos de todos os parâmetros do processo (concentração da solução, temperatura e tempo de processo) sobre a perda de água e o ganho de sacarose. Assim como no presente trabalho, concluíram que tanto a concentração quanto a temperatura tiveram efeitos positivos sobre o ganho de sacarose. No entanto, o efeito da concentração foi menor do que o da temperatura. Finalmente, ainda pela Figura 4.49, observa-se que após cerca de 800 - 1000 min o equilíbrio é atingido para, praticamente, todas as condições experimentais.

Na Figura 4.50 são apresentados os gráficos das difusividades em função da quantidade de sacarose local, para os quatro experimentos. A difusividade é expressa pela melhor função obtida no processo de otimização:

$$D_s = be^{a(c_s^t)^2}, \tag{4.27}$$

onde D_s é a difusividade de sacarose e c_s^t é a quantidade de sacarose local no tempo t .

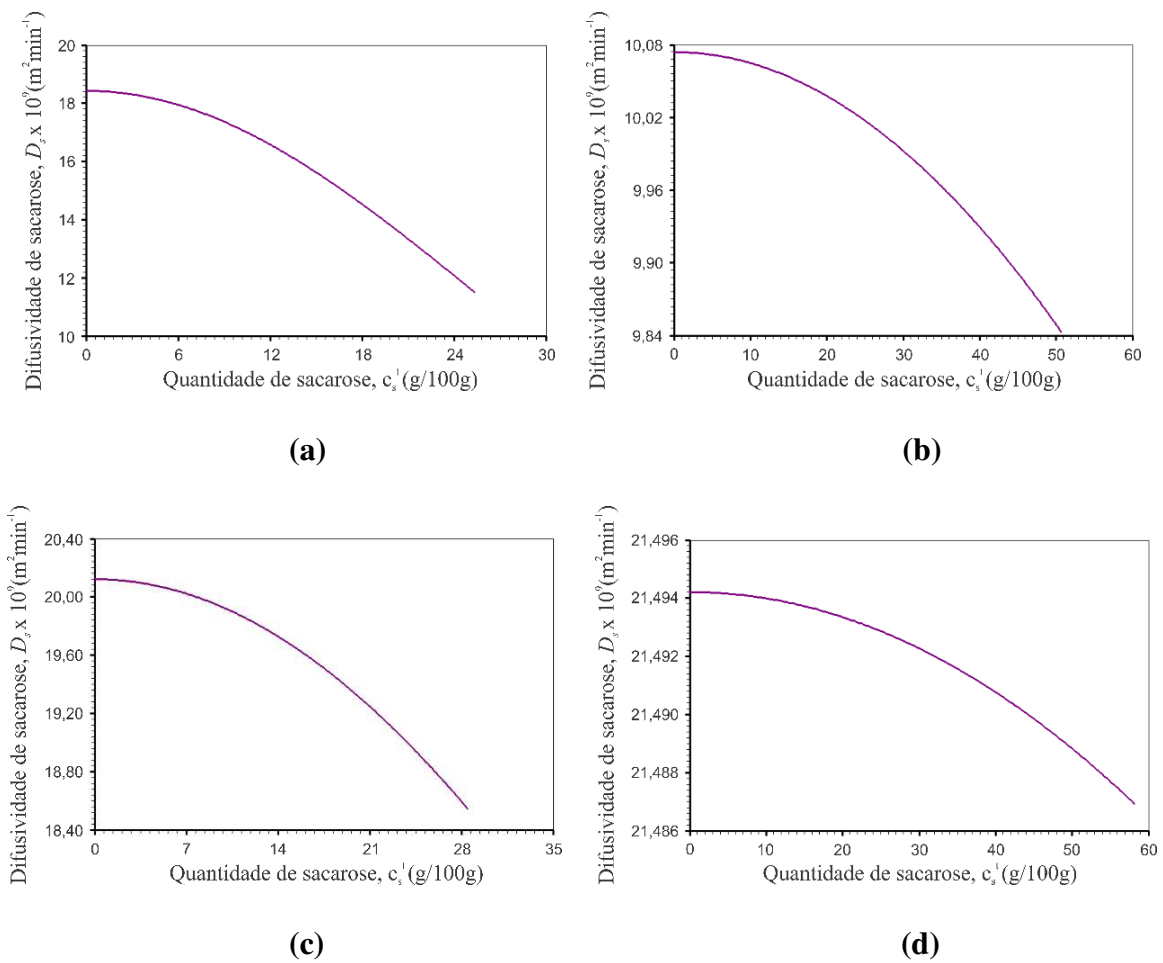


Figura 4.50: Gráficos das difusividades de sacarose em função da quantidade de sacarose local, para as condições experimentais: **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 40 °Brix e 70°C; **(c)** 60 °Brix e 40°C; **(d)** 60 °Brix e 70°C.

Como pode ser observado na Figura 4.50, a difusividade efetiva de sacarose diminui com o aumento da quantidade local de sacarose. Isto pode ser devido a uma barreira criada pela sacarose incorporada pelo produto e pelo colapso das células externas, que provoca maior resistência para o ganho de mais sacarose no decorrer do processo. A ação da sacarose incorporada e das células colapsadas como barreiras é relatada por Ferrari et al. (2013) também como responsável pela redução na difusão de oxigênio. Um comportamento semelhante da difusividade de sacarose é apresentado por Silva et al. (2014d) em processos de desidratação osmótica de goiabas.

Pelas Figuras 4.50 (b) e (d) é possível notar que o efeito da alta temperatura (70°C) leva a difusividade se comportar quase como constante, tendo uma variação muito pequena. No entanto, o efeito sobre as cinéticas de ganho de sacarose (quando comparadas com a difusividade constante) foi considerável, como pode ser observado nas Figuras 4.48 (b) e (d).

4.2.9 Distribuição de sacarose no interior do produto

Na Figura 4.51 é apresentada a distribuição de sacarose (quantidade de sacarose) no interior do produto nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 900 \text{ min}$, para as condições de 40 °Brix e 40°C.

Pela Figura 4.51 (a) nota-se que após 180 min de processamento, o contorno superior do produto já se encontra em equilíbrio com o meio externo. Além disso, comparando as Figuras 4.51 (c) e 4.42 (c) nota-se que a sacarose (no tempo $t = 900 \text{ min}$) chega a uma distribuição semelhante à da água no tempo $t = 1224 \text{ min}$. Deste modo, o equilíbrio da sacarose é alcançado mais rápido do que o da água.

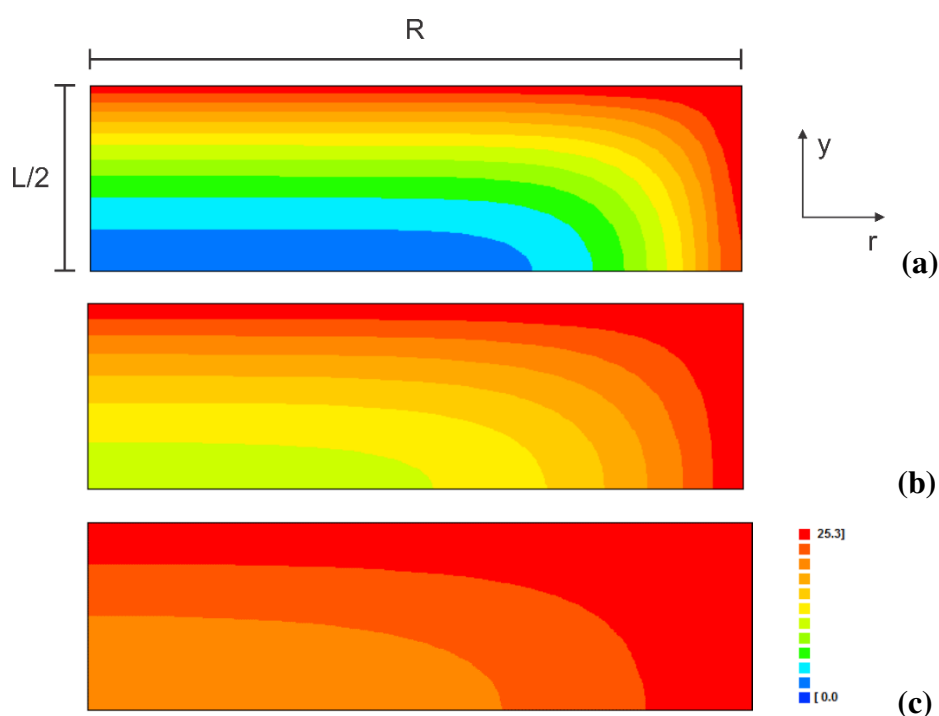


Figura 4.51: Distribuição de sacarose no interior do produto nos tempos (40 °Brix e 40°C): **(a)** $t = 180 \text{ min}$; **(b)** $t = 450 \text{ min}$ e **(c)** $t = 900 \text{ min}$, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 25,3 a quantidade de sacarose de equilíbrio.

Na Figura 4.52 estão dispostas as distribuições de sacarose no interior do produto nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 900 \text{ min}$, para as condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.

Comparando as Figuras 4.51 (a) e 4.52 (a) percebe-se a influência da temperatura e da concentração sobre o ganho de sacarose. Como era esperado, na Figura 4.52 (a) as camadas apresentam maior quantidade de sacarose quando comparadas as da Figura 4.51 (a). Além disso, é possível notar nas Figuras 4.51 (a) e 4.52 (a) a condição de contorno do primeiro tipo (que as otimizações indicaram), pois nessas Figuras percebe-se o equilíbrio das camadas mais externas já após 180 min de processo.

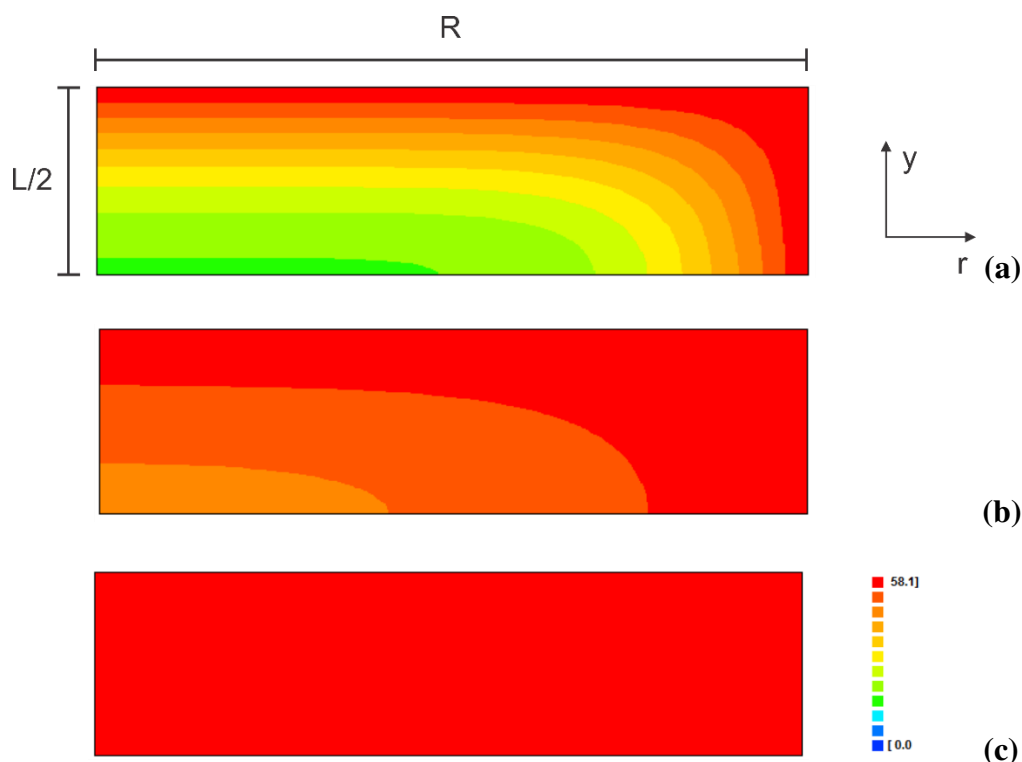


Figura 4.52: Distribuição de sacarose no interior do produto nos tempos (60 °Brix e 70°C): **(a)** $t = 180 \text{ min}$; **(b)** $t = 450 \text{ min}$ e **(c)** $t = 900 \text{ min}$, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 58,1 a quantidade de sacarose de equilíbrio.

Assim como foi feito para a distribuição de água, foram realizadas simulações da distribuição de sacarose em superfícies circulares (do centro do cilindro ao topo). Esta análise foi feita para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C e 60°Brix e 40°C. Na Figura 4.53 são apresentadas as distribuições de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, nos tempos $t = 180 \text{ min}$, $t = 450 \text{ min}$ e $t = 900 \text{ min}$, para 40 °Brix e 70°C.

De forma inversa ao que ocorreu na perda de água, o ganho de sacarose ocorreu da superfície para o centro, e deste modo, a superfície central apresentou a menor quantidade de sacarose nos três tempos estudados. Devido a condição de contorno, o topo do cilindro já encontra-se em equilíbrio com o meio após 180 *min* do processo. No entanto, após 900 *min* o centro do cilindro ainda não tem atingido o equilíbrio.

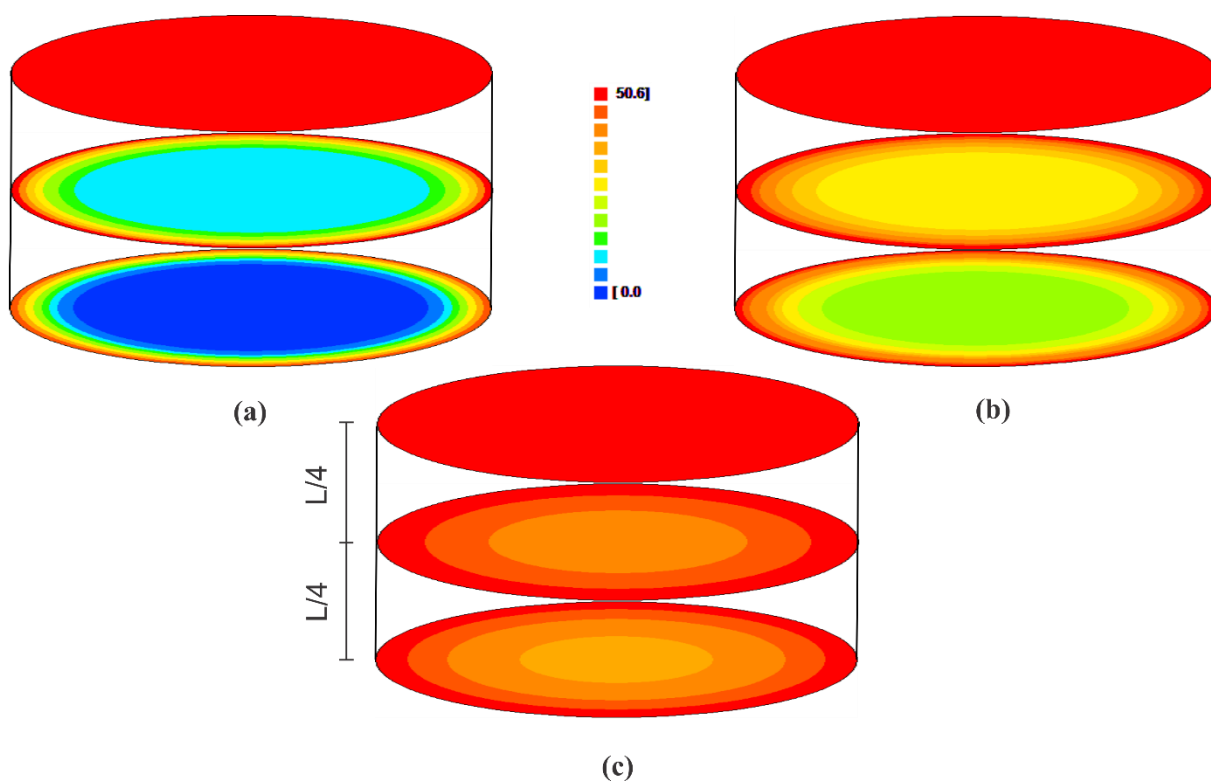


Figura 4.53: Distribuição de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (40 °Brix e 70°C): **(a)** $t = 180$ min; **(b)** $t = 450$ min e **(c)** $t = 900$ min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 50,6 a quantidade de sacarose de equilíbrio.

Comparando as Figuras 4.44 (a) e 4.53 (a) nota-se uma maior resistência ao ganho de sacarose do que a perda de água, uma vez que neste mesmo tempo (180 min) o centro do produto ainda não tem incorporado sacarose, enquanto a quantidade de água já se encontra levemente abaixo de 100%.

Na Figura 4.54 são apresentadas as distribuições de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, nos tempos $t = 180$ min, $t = 450$ min e $t = 900$ min, para 60 °Brix e 40°C.

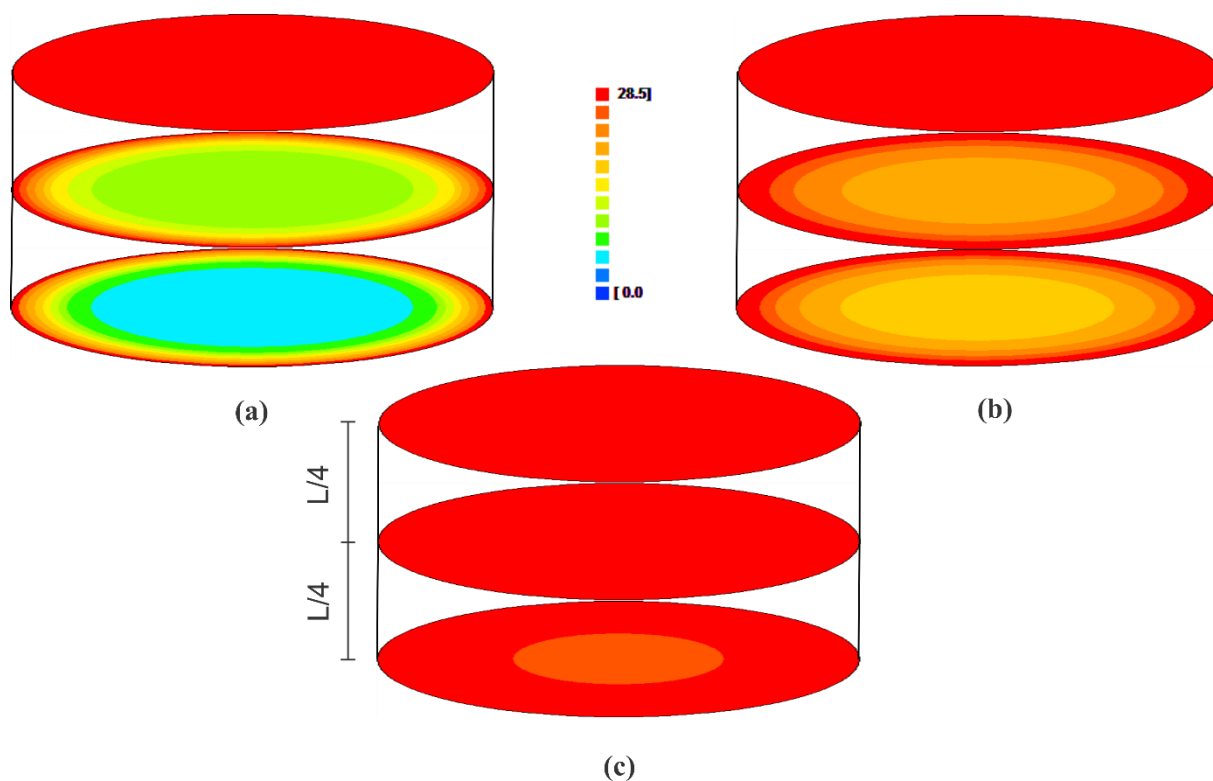


Figura 4.54: Distribuição de sacarose nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro (60 °Brix e 40°C): **(a)** $t = 180$ min; **(b)** $t = 450$ min e **(c)** $t = 900$ min, onde o número 0 da escala representa a quantidade de sacarose inicial e 28,5 a quantidade de sacarose de equilíbrio.

Assim como foi observado na Figura 4.53, o centro do cilindro apresenta a menor quantidade de sacarose nos três tempos apresentados. Comparando as Figuras 4.53 e 4.54, nota-se que nas condições de 60 °Brix e 40°C o equilíbrio é atingido mais rapidamente, uma vez que no tempo $t = 900$ min praticamente todo o cilindro encontra-se em equilíbrio, embora a quantidade de sacarose incorporada seja bem menor.

4.3 Secagem complementar de bananas cortadas em pedaços cilíndricos

Nesta seção serão apresentados os dados da secagem complementar obtidos nos experimentos descritos no Capítulo 3, além dos resultados das otimizações e simulações realizadas para a secagem.

4.3.1 Dados experimentais

A partir da metodologia experimental descrita no Capítulo 3, foram obtidos os dados experimentais que serão apresentados a seguir. Na Tabela 4.32 encontram-se as condições de secagem para os quatro experimentos realizados.

Tabela 4.32: Temperatura de secagem (T), concentração da solução no pré-tratamento osmótico, teor de umidade inicial (\bar{X}_i), teor de umidade de equilíbrio (\bar{X}_{eq}), raio inicial (R_0), comprimento inicial (L_0).

T (°C)	Concentração (° Brix)	\bar{X}_i (bs)	\bar{X}_{eq} (bs)	R_0 (m)	L_0 (m)
40	40	1,11437	0,16255	$16,135 \times 10^{-3}$	$7,833 \times 10^{-3}$
40	60	0,71076	0,19167	$14,818 \times 10^{-3}$	$6,583 \times 10^{-3}$
70	40	0,83096	0,18169	$14,262 \times 10^{-3}$	$7,190 \times 10^{-3}$
70	60	0,54923	0,23196	$13,230 \times 10^{-3}$	$5,370 \times 10^{-3}$

Pelos dados apresentados na Tabela 4.32 nota-se que o menor teor de umidade de equilíbrio foi obtido para a menor temperatura e a menor concentração. Isto pode estar relacionado com o fato de que a maior temperatura e a maior concentração provocaram maior incorporação de sacarose e, principalmente, uma maior perda de água, como foi visto na seção 4.2. Esta sacarose incorporada pode ter provocado um bloqueio para água no processo de secagem.

Devido ao fato de que as amostras osmoticamente desidratadas foram armazenadas antes da secagem complementar (e assim podem ter incorporado água), alguns valores do teor de umidade inicial e das dimensões apresentados na Tabela 4.32 diferem dos valores observados no fim da desidratação osmótica.

Os dados experimentais relativos a secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 40°C, encontram-se na Tabela 4.33. Estes dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 44,723$ g, massa média de equilíbrio (obtida após 8070 min) $\bar{m}_{eq} = 24,588$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 21,148$ g.

Tabela 4.33: Dados da secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 40°C.

Tempo (min)	\bar{X}^*	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	1,000	16,135	7,833
5	0,982	15,935	7,813
10	0,964	15,712	7,623
20	0,936	15,455	7,433
30	0,907	15,352	7,270
40	0,882	15,215	6,920
60	0,833	15,095	6,770
90	0,775	14,917	6,543
120	0,724	14,718	6,383
150	0,681	14,645	6,307
180	0,643	14,530	6,290
210	0,609	14,525	6,237
240	0,576	14,453	6,163
270	0,546	14,330	6,053
300	0,520	14,290	5,933
330	0,495	14,183	5,840
360	0,470	14,165	5,830
390	0,446	14,138	5,800
450	0,405	14,122	5,757
510	0,367	14,115	5,737
570	0,333	14,115	5,737
630	0,304	14,115	5,737
690	0,277	14,115	5,737
750	0,253	14,115	5,737
1230	0,137	14,115	5,737
1710	0,089	14,115	5,737
2430	0,057	14,115	5,737
3030	0,042	14,115	5,737
3750	0,027	14,115	5,737
4470	0,019	14,115	5,737
5190	0,013	14,115	5,737
5910	0,011	14,115	5,737
6630	0,006	14,115	5,737
7350	0,002	14,115	5,737
8070	0,000	14,115	5,737

Os dados experimentais relativos a secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 70°C, encontram-se na Tabela 4.34. Estes dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 33,851$ g, massa média de equilíbrio (obtida após 2670 min) $\bar{m}_{eq} = 21,843$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 18,487$ g.

Tabela 4.34: Dados da secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 40 °Brix e 70°C.

Tempo (min)	\bar{X}^*	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	1,000	14,26	7,19
5	0,959	14,06	6,81
10	0,905	13,78	6,73
20	0,851	13,66	6,58
30	0,791	13,41	6,44
40	0,744	13,22	6,16
60	0,667	13,13	6,10
90	0,573	13,01	5,99
120	0,502	12,93	5,87
150	0,445	12,80	5,66
180	0,400	12,75	5,62
210	0,361	12,71	5,56
240	0,329	12,70	5,45
270	0,304	12,61	5,45
300	0,281	12,61	5,45
330	0,259	12,61	5,45
360	0,241	12,61	5,45
390	0,225	12,61	5,45
450	0,196	12,61	5,45
510	0,173	12,61	5,45
570	0,153	12,61	5,45
630	0,139	12,61	5,45
690	0,127	12,61	5,45
750	0,113	12,61	5,45
870	0,092	12,61	5,45
1290	0,041	12,61	5,45
1410	0,038	12,61	5,45
1890	0,015	12,61	5,45
2670	0,000	12,61	5,45

Na Tabela 4.35 encontram-se dispostos os dados experimentais relativos a secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix. Estes dados foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 26,082$ g, massa média de equilíbrio (obtida após 2670 min) $\bar{m}_{eq} = 20,744$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 16,856$ g.

Tabela 4.35: Dados da secagem a 70°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix e 70°C.

Tempo (min)	\bar{X}^*	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	1,000	13,23	5,37
5	0,944	13,20	5,27
10	0,888	13,05	5,03
20	0,837	12,88	4,96
30	0,789	12,75	4,86
40	0,754	12,61	4,78
60	0,695	12,47	4,77
90	0,622	12,46	4,72
120	0,569	12,40	4,69
150	0,524	12,21	4,65
180	0,482	12,09	4,57
210	0,451	12,07	4,54
240	0,420	12,05	4,51
270	0,395	12,02	4,48
300	0,377	12,02	4,48
330	0,356	12,02	4,48
360	0,338	12,02	4,48
390	0,323	12,02	4,48
450	0,285	12,02	4,48
510	0,266	12,02	4,48
570	0,239	12,02	4,48
630	0,220	12,02	4,48
690	0,203	12,02	4,48
750	0,186	12,02	4,48
870	0,155	12,02	4,48
1290	0,084	12,02	4,48
1410	0,072	12,02	4,48
1890	0,038	12,02	4,48
2670	0,000	12,02	4,48

Finalmente, na Tabela 4.36 encontram-se dispostos os dados experimentais relativos a secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix e 40°C.

Tabela 4.36: Dados da secagem a 40°C de bananas osmoticamente desidratadas em soluções de 60 °Brix e 40°C.

Tempo (min)	\bar{X}^*	$R \times 10^3$ (m)	$L \times 10^3$ (m)
0	1,000	14,818	6,583
5	0,941	14,707	6,557
10	0,894	14,665	6,447
20	0,858	14,525	6,163
30	0,821	14,323	6,047
40	0,791	14,108	5,897
60	0,739	14,073	5,663
90	0,674	13,920	5,647
120	0,628	13,825	5,617
150	0,589	13,577	5,570
180	0,550	13,508	5,450
210	0,517	13,430	5,420
240	0,487	13,417	5,357
270	0,462	13,327	5,343
300	0,445	13,268	5,353
330	0,420	13,260	5,353
360	0,405	13,208	5,243
390	0,392	13,210	5,243
450	0,356	13,202	5,137
510	0,331	13,202	5,137
570	0,310	13,202	5,137
630	0,293	13,202	5,137
690	0,272	13,202	5,137
750	0,257	13,202	5,137
870	0,232	13,202	5,137
1350	0,157	13,202	5,137
1830	0,129	13,202	5,137
3270	0,054	13,202	5,137
3990	0,039	13,202	5,137
5430	0,009	13,202	5,137
6150	0,004	13,202	5,137
6870	0,000	13,202	5,137

Os dados apresentados na Tabela 4.36 foram obtidos para amostras com massa média inicial $\bar{m}_i = 33,60$ g, massa média de equilíbrio (obtida após 6870 min) $\bar{m}_{eq} = 23,403$ g e massa seca média $\bar{m}_s = 19,638$ g.

4.3.2 Variação das dimensões dos cilindros de banana na secagem complementar

Como foi mencionado na metodologia experimental, a cada intervalo de tempo (pré-determinados) as amostras de banana eram retiradas da estufa de circulação de ar e tinham seus raios e comprimentos aferidos. Na Tabela 4.37 são apresentados os valores adimensionais do raio e do comprimento, para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 40 °Brix.

Tabela 4.37: Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 40 °Brix.

Tempo (min)	\bar{X}^*	R^*	L^*
0	1,000	1,000	1,000
5	0,982	0,988	0,997
10	0,964	0,974	0,973
20	0,936	0,958	0,949
30	0,907	0,951	0,928
40	0,882	0,943	0,883
60	0,833	0,936	0,864
90	0,775	0,924	0,835
120	0,724	0,912	0,815
150	0,681	0,908	0,805
180	0,643	0,901	0,803
210	0,609	0,900	0,796
240	0,576	0,896	0,787
270	0,546	0,888	0,773
300	0,520	0,886	0,757
330	0,495	0,879	0,746
360	0,470	0,878	0,744
390	0,446	0,876	0,740
450	0,405	0,875	0,735
510	0,367	0,875	0,732

Na Tabela 4.38 estão dispostos os dados adimensionais para as dimensões dos cilindros de bananas obtidos na secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 60 °Brix.

Tabela 4.38: Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40°C e 60 °Brix.

Tempo (min)	\bar{X}^*	R^*	L^*
0	1,000	1,000	1,000
5	0,941	0,992	0,996
10	0,894	0,990	0,979
20	0,858	0,980	0,936
30	0,821	0,967	0,918
40	0,791	0,952	0,896
60	0,739	0,950	0,860
90	0,674	0,939	0,858
120	0,628	0,933	0,853
150	0,589	0,916	0,846
180	0,550	0,912	0,828
210	0,517	0,906	0,823
240	0,487	0,905	0,814
270	0,462	0,899	0,812
300	0,445	0,895	0,813
330	0,420	0,895	0,813
360	0,405	0,891	0,796
390	0,392	0,891	0,796
450	0,356	0,891	0,780
510	0,331	0,891	0,788
570	0,310	0,891	0,783

Nas Tabelas 4.39 e 4.40 encontram-se os dados adimensionais para as dimensões dos cilindros de bananas obtidos na secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 70°C e 40 °Brix e de 70°C e 60 °Brix, respectivamente.

Tabela 4.39: Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 70°C e 40 °Brix.

Tempo (min)	\bar{X}^*	R^*	L^*
0	1,000	1,000	1,000
5	0,959	0,986	0,948
10	0,905	0,966	0,937
20	0,851	0,958	0,915
30	0,791	0,941	0,896
40	0,744	0,927	0,857
60	0,667	0,921	0,849
90	0,573	0,912	0,834
120	0,502	0,906	0,817
150	0,445	0,897	0,788
180	0,400	0,894	0,782
210	0,361	0,891	0,774
240	0,329	0,890	0,759
270	0,304	0,884	0,759

Tabela 4.40: Valores adimensionais do raio e do comprimento para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 70°C e 60 °Brix.

Tempo (min)	\bar{X}^*	R^*	L^*
0	1,000	1,000	1,000
5	0,944	0,997	0,981
10	0,888	0,986	0,937
20	0,837	0,973	0,923
30	0,789	0,963	0,904
40	0,754	0,953	0,891
60	0,695	0,943	0,889
90	0,622	0,942	0,878
120	0,569	0,937	0,874
150	0,524	0,922	0,867
180	0,482	0,914	0,851
210	0,451	0,912	0,845
240	0,420	0,911	0,839
270	0,395	0,908	0,835

A partir dos dados apresentados nas Tabelas 4.37-4.40, foram realizados ajustes de curvas utilizando o *software Lab Fit* (SILVA e SILVA, 2009a), a fim de obter expressões para R^* e L^* em função do teor de umidade adimensional. A expressão obtida para o raio é apresentada a seguir:

$$R^* = 0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*) \quad (4.28)$$

Procedendo de forma análoga, foi obtida uma expressão para o comprimento do cilindro em função do teor de umidade adimensional.

$$L^* = 0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*) \quad (4.29)$$

Nas Figuras 4.55 e 4.56 são apresentados os gráficos dos ajustes obtidos pelo *Software Lab Fit* para o raio e o comprimento (adimensionais) em função do teor de umidade adimensional.

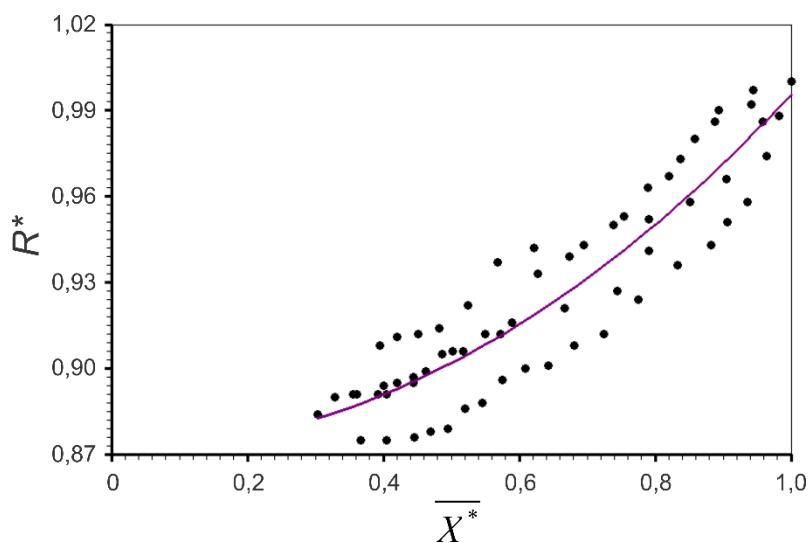


Figura 4.55: Gráfico do ajuste para o raio adimensional em função do teor de umidade adimensional.

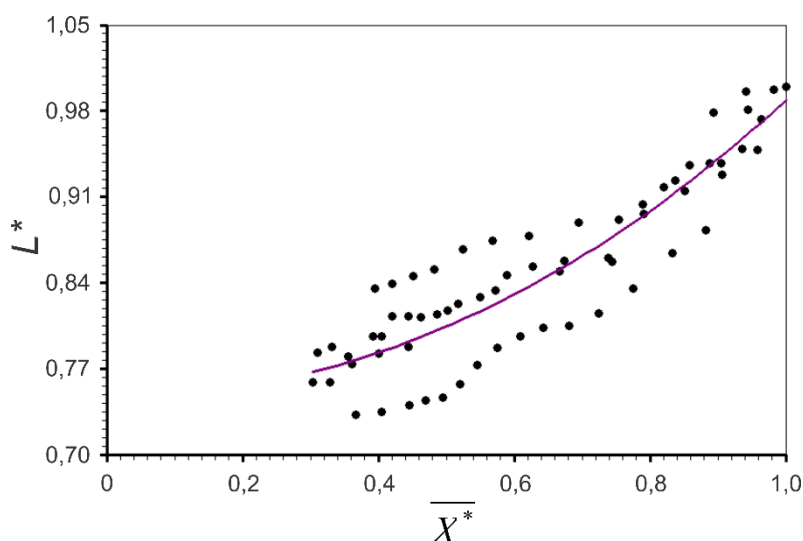


Figura 4.56: Gráfico do ajuste para o comprimento adimensional em função do teor de umidade adimensional.

Pelas Figuras 4.55 e 4.56 nota-se que, diferentemente do que ocorreu com o raio na desidratação osmótica, na secagem complementar as variações do raio e do comprimento foram mais comportadas. Esta observação também pode ser confirmada pelos indicadores estatísticos apresentados a seguir na Tabela 4.41. Comparando esta tabela com a Tabela 4.20 observa-se que os indicadores para o raio foram melhores na secagem complementar.

Tabela 4.41: Indicadores estatísticos para os ajustes realizados para os dados de encolhimento na secagem complementar.

Equação	R^2	χ^2
$L^* = 0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*)$	0,8388	$0,6475 \times 10^{-1}$
$R^* = 0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*)$	0,8672	$0,1287 \times 10^{-1}$

Outra observação importante é o encolhimento que ocorre no processo de secagem complementar. Na Tabela 4.42 são apresentados os valores percentuais para o raio e o encolhimento finais em relação a estes valores no início do processo de secagem. Observa-se que o encolhimento chega a níveis próximos a 25% para o comprimento e 13% para o raio.

Se for considerado o encolhimento da desidratação osmótica e da secagem, este fenômeno chega a níveis próximos a 50%.

Tabela 4.42: Valores percentuais para o raio e para o comprimento finais em relação ao início do processo de secagem.

Temperatura de secagem	Pré-tratamento	$R/R_0 \times 100$	$L/L_0 \times 100$
40°C	40°C e 40 °Brix	87,48	73,24
40°C	40°C e 60 °Brix	89,09	78,03
70°C	70°C e 40 °Brix	88,43	75,80
70°C	70°C e 60 °Brix	90,85	83,43

4.3.3 Otimização para a secagem complementar

A malha considerada nos processos de otimização para a secagem complementar foi a mesma utilizada para a desidratação osmótica (30 × 20). No entanto, devido ao fato do tempo de secagem ter sido grande, o número de passos de tempo considerado foi de 2000 passos.

Assim como foi feito nas otimizações para a desidratação osmótica, para cada conjunto de dados, foram testadas várias expressões para a difusividade efetiva de água (de acordo com a Tabela 4.23).

4.3.3.1 Otimização para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C

As amostras utilizadas neste processo de secagem tinham, em média, o raio inicial $R_0 = 16,135 \times 10^{-3}m$ e o comprimento inicial $L_0 = 7,833 \times 10^{-3}m$. Estes valores foram assumidos para a otimização quando a difusividade foi considerada constante. No caso da difusividade variável, foram assumidas as seguintes expressões para o raio e para o comprimento, as quais foram obtidas a partir das Equações 4.28 e 4.29:

$$R = [0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*)]. 16,135 \times 10^{-3} \quad (4.30)$$

$$L = [0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*)]. 7,833 \times 10^{-3} \quad (4.31)$$

Após serem realizadas diversas otimizações utilizando as expressões apresentadas na Tabela 4.23, seis destas apresentaram os melhores resultados para a difusividade. Estas expressões são apresentadas na Tabela 4.43, por ordem de melhor ajuste.

Tabela 4.43: Resultados das otimizações para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
9	$a\sqrt{x} + b$	a	$1,167443774065662 \times 10^{-8}$
		b	$3,779419666916351 \times 10^{-11}$
		h	$1,448164622447737 \times 10^{-5}$
		R²	0,999910244374882
		χ²	$3,543425070990956 \times 10^{-4}$
2	$ax + b$	a	$1,443395738614751 \times 10^{-8}$
		b	$1,883294551782387 \times 10^{-9}$
		h	$1,276897489657082 \times 10^{-5}$
		R²	0,999835880615094
		χ²	$6,524271046363237 \times 10^{-4}$
10	$bexp(a\sqrt{x})$	a	2,31160179858174
		b	$1,714649395429463 \times 10^{-9}$
		h	$1,291749452862185 \times 10^{-5}$
		R²	0,999814963509231
		χ²	$7,375846773134660 \times 10^{-4}$
12	$bln(a\sqrt{x})$	a	12,8613119285327
		b	$3,237390562343102 \times 10^{-9}$
		h	$1,754493549287447 \times 10^{-5}$
		R²	0,999665055608653
		χ²	$1,317681797525474 \times 10^{-3}$
4	$bexp(ax)$	a	2,13548664425286
		b	$3,021779864515818 \times 10^{-9}$
		h	$1,201375011624449 \times 10^{-5}$
		R²	0,999650003919770
		χ²	$1,404121146796187 \times 10^{-3}$
1	b	b	$9,808019636446822 \times 10^{-9}$
		h	$1,656799570691608 \times 10^{-5}$
		R²	0,998847725859729
		χ²	$4,676647686741783 \times 10^{-3}$

Considerando os valores da otimização obtidos quando a difusividade foi considerada constante (sem o encolhimento), obtem-se os seguintes números de Biot $Bi_1 = 27,25$ e $Bi_2 = 6,61$. Estes valores indicam que a condição de contorno para estas condições experimentais é a do terceiro tipo.

A resistência da superfície à perda de água, indicada pelos números de Biot, pode estar relacionada ao pré-tratamento osmótico, uma vez que a sacarose incorporada pode exercer um bloqueio a perda de água nas camadas superficiais.

Como era esperado a expressão que menos descreveu a difusividade efetiva de água foi a expressão 1 (difusividade constante sem encolhimento). Para a descrição da difusividade efetiva de água variável, a melhor expressão foi a de número 9 (com encolhimento). Comparando os resultados obtidos para a expressão 1 (sem encolhimento) e para a expressão 9 (com encolhimento), observa-se uma melhoria significativa dos indicadores estatísticos, o que evidencia a modelagem desenvolvida no presente trabalho como a mais adequada.

4.3.3.2 Otimização para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C

As amostras utilizadas nestes experimentos possuíam, em média, raio $R_0 = 14,818 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 6,583 \times 10^{-3}m$. Neste caso, o raio e o comprimento ficaram expressos da seguinte forma:

$$R = [0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*)]. 14,818 \times 10^{-3} \quad (4.32)$$

$$L = [0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*)]. 6,583 \times 10^{-3} \quad (4.33)$$

No caso da difusividade constante, o raio e o comprimento também foram considerados constantes.

Na Tabela 4.44 são apresentados os resultados obtidos nos processos de otimização admitindo as cinco expressões apresentadas na Tabela 4.43. Nenhuma outra expressão foi utilizada para estes dados experimentais, pois estas expressões não apresentaram uma boa descrição para os dados de secagem em 40°C apresentados na seção 4.3.3.1.

Considerando os valores da otimização obtidos quando a difusividade foi considerada constante (sem o encolhimento), nota-se que em todos os casos o coeficiente de transferência convectiva de massa está tendendo ao infinito. Estes valores indicam que a condição de contorno para estas condições experimentais é a do primeiro tipo. Este resultado pode estar relacionado com a alta concentração da solução no pré-tratamento, que pode ter provocado rupturas no tecido superficial, devido a alta pressão osmótica.

Tabela 4.44: Resultados das otimizações para a secagem em 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
2	$ax + b$	a	$1,112111268374794 \times 10^{-8}$
		b	$4,869347103605733 \times 10^{-10}$
		h	$2,81731131233134 \times 10^6$
		R²	0,998272232956927
		χ^2	$4,492601112342056 \times 10^{-3}$
10	$bexp(a\sqrt{x})$	a	3,06918625679579
		b	$6,516803528210179 \times 10^{-10}$
		h	$2,81203237437944 \times 10^6$
		R²	0,997881607184853
		χ^2	$5,556409035282075 \times 10^{-3}$
4	$bexp(ax)$	a	2,58292341969559
		b	$1,428908573208361 \times 10^{-9}$
		h	$2,81062635819225 \times 10^6$
		R²	0,996637843412790
		χ^2	$8,874459922706305 \times 10^{-3}$
9	$a\sqrt{x} + b$	a	$7,418005263850768 \times 10^{-9}$
		b	$7,809802665825009 \times 10^{-14}$
		h	$2,81449470534683 \times 10^6$
		R²	0,996311716610211
		χ^2	$1,029732117675590 \times 10^{-2}$
12	$bln(a\sqrt{x})$	a	6,94753961224436
		b	$3,258424713572327 \times 10^{-9}$
		h	$2,84010624792842 \times 10^6$
		R²	0,995258342577230
		χ^2	$1,276442940302075 \times 10^{-2}$
1	b	b	$5,342207961260618 \times 10^{-9}$
		h	$2,81731131233134 \times 10^6$
		R²	0,993210565620298
		χ^2	$1,990903572248108 \times 10^{-2}$

Como era esperado, a pior expressão para a descrição da difusividade efetiva de água foi a expressão 1 (difusividade constante sem encolhimento). Para a descrição da difusividade efetiva variável de água, a melhor expressão foi a de número 2 (com encolhimento). Assim como foi observado na seção anterior, comparando os resultados obtidos para a expressão 1 (sem encolhimento) e para a expressão 2 (com encolhimento), observa-se uma melhoria significativa dos indicadores estatísticos.

4.3.3.3 Otimização para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C

Para realizar os processos de otimização que serão apresentados nesta seção, foram consideradas as melhores expressões das seções 4.3.3.1 e 4.3.3.2 (expressões 1, 2, 4, 9 e 10). As amostras utilizadas nestes experimentos possuíam, em média, raio $R_0 = 14,262 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 7,190 \times 10^{-3}m$. Neste caso, o raio e o comprimento ficaram expressos da seguinte forma:

$$R = [0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*)]. 14,262 \times 10^{-3} \quad (4.34)$$

$$L = [0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*)]. 7,190 \times 10^{-3} \quad (4.35)$$

Assim como foi feito nos casos anteriores, quando a difusividade foi considerada constante, o raio e o comprimento também foram considerados constantes.

Na Tabela 4.45 são apresentados os resultados obtidos nos processos de otimização admitindo as expressões 1, 2, 4, 9 e 10.

Ao considerar os valores ótimos obtidos para a difusividade constante (sem encolhimento), obtém-se os seguintes números de Biot $Bi_1 = 92,01$ e $Bi_2 = 23,19$. Estes valores indicam que a condição de contorno está muito próxima da condição de equilíbrio (primeiro tipo), o que mostra a influência da temperatura sobre a condição de contorno, uma vez que nas condições de 40°C e 40 °Brix, a condição observada foi a do terceiro tipo.

Tabela 4.45: Resultados das otimizações para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
4	$bexp(ax)$	a	3,24858734344439
		b	$3,587817980807501 \times 10^{-9}$
		h	$2,824745620181526 \times 10^{-5}$
		R²	0,999868661124408
		χ^2	$3,470315640918585 \times 10^{-4}$
10	$bexp(a\sqrt{x})$	a	3,45482371566294
		b	$1,576591761937336 \times 10^{-9}$
		h	$3,173992409286849 \times 10^{-5}$
		R²	0,999688798099879
		χ^2	$8,156092452094880 \times 10^{-4}$
2	$ax + b$	a	$3,020932036505591 \times 10^{-8}$
		b	$1,822325072721661 \times 10^{-9}$
		h	$3,735930413053181 \times 10^{-5}$
		R²	0,999495485677769
		χ^2	$1,322041281853528 \times 10^{-3}$
9	$a\sqrt{x} + b$	a	$1,924507252107295 \times 10^{-8}$
		b	$6,057913587408538 \times 10^{-14}$
		h	$5,620278140963056 \times 10^{-5}$
		R²	0,998332367484636
		χ^2	$4,407726690451522 \times 10^{-3}$
1	b	b	$1,377786340192928 \times 10^{-8}$
		h	$8,889335507230347 \times 10^{-5}$
		R²	0,994913765792560
		χ^2	$1,380512491342640 \times 10^{-2}$

Assim como ocorreu nas demais condições experimentais, a expressão que menos descreveu a difusividade efetiva de água foi a expressão 1 (difusividade constante sem encolhimento). No entanto, para a descrição da difusividade efetiva variável de água, a melhor expressão foi a de número 4 (com encolhimento). Assim como foi observado nas demais seções, comparando os resultados obtidos para a expressão 1 (sem encolhimento) e para a expressão 4 (com encolhimento), observa-se uma melhoria significativa dos indicadores estatísticos.

4.3.3.4 Otimização para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C

Finalmente, para realizar os processos de otimização que serão apresentados nesta seção, foram consideradas as expressões 1, 2, 4, 9 e 10. As amostras utilizadas nestes experimentos possuíam, em média, raio $R_0 = 13,23 \times 10^{-3}m$ e comprimento $L_0 = 5,37 \times 10^{-3}m$. Neste caso, o raio e o comprimento ficaram expressos da seguinte forma:

$$R = [0,8712 \cosh(0,5280\bar{X}^*)]. 13,23 \times 10^{-3} \quad (4.36)$$

$$L = [0,7457 \cosh(0,7865\bar{X}^*)]. 5,37 \times 10^{-3} \quad (4.37)$$

Quando a difusividade foi considerada constante, o raio e o comprimento também foram considerados constantes.

Na Tabela 4.46 são apresentados os resultados obtidos nos processos de otimização admitindo as expressões 1, 2, 4, 9 e 10.

Em todos os processos de otimização realizados para esta seção, o coeficiente de transferência convectiva de massa tendeu ao infinito. Estes valores indicam que a condição de contorno para estas condições experimentais é a do primeiro tipo. Este resultado corrobora com a observação feita na seção 4.3.3.2., na qual foi levantada a hipótese de que a alta concentração no pré-tratamento osmótico estaria influenciando a condição de contorno da secagem complementar.

A pior expressão para a descrição da difusividade efetiva de água foi a expressão 1 (difusividade constante sem encolhimento). Para a descrição da difusividade efetiva variável de água, a melhor expressão foi a de número 10 (com encolhimento). Comparando os resultados obtidos para a expressão 1 (sem encolhimento) e para a expressão 10 (com encolhimento), observa-se uma melhoria significativa dos indicadores estatísticos, assim como foi observado nas demais condições experimentais.

Tabela 4.46: Resultados das otimizações para a secagem em 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 70°C.

Nº	Expressão para a difusividade ($m^2 min^{-1}$)	Parâmetros/indicadores estatísticos	Valores obtidos
10	$bexp(a\sqrt{x})$	a	2,56881415390087
		b	$8,459304747314576 \times 10^{-10}$
		h	$3,27321821398525 \times 10^6$
		R²	0,997833715351085
		χ^2	$4,798031404116133 \times 10^{-3}$
2	$ax + b$	a	$8,753248805144583 \times 10^{-9}$
		b	$9,759098943659707 \times 10^{-10}$
		h	$3,27240215890109 \times 10^6$
		R²	0,997825427182350
		χ^2	$4,823762506949584 \times 10^{-3}$
4	$bexp(ax)$	a	2,28128926384700
		b	$1,560271815689094 \times 10^{-9}$
		h	$3,18092169317763 \times 10^6$
		R²	0,997771193854731
		χ^2	$4,937217169499240 \times 10^{-3}$
9	$a\sqrt{x} + b$	a	$7,019056292070335 \times 10^{-9}$
		b	$2,610763831329868 \times 10^{-15}$
		h	$3,29281376384823 \times 10^6$
		R²	0,997166046453360
		χ^2	$6,490911074080122 \times 10^{-3}$
1	b	b	$5,003368647845713 \times 10^{-9}$
		h	$3,29281376384823 \times 10^6$
		R²	0,995739589606834
		χ^2	$1,024667318445215 \times 10^{-2}$

4.3.3.5 Discussão sobre os resultados obtidos na otimização

A difusividade efetiva de água, quando considerada constante, variou de $5,0034 \times 10^{-9}$ a $1,3778 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$. Estes valores são um pouco menores do que os encontrados por outros autores (FERNANDES et al., 2006a; GARCIA et al., 2007; SILVA et al., 2013b; SILVA et al., 2013c). No entanto, nesses trabalhos citados a secagem complementar foi realizada em secadores, cujo ar aumenta a taxa de secagem. Por outro lado, no presente trabalho a secagem

complementar foi realizada em estufa (como pode ser observado na metodologia experimental), e deste modo, a taxa de secagem torna-se bem menor. Isto fica ainda mais evidente quando analisamos os longos tempos de secagem, os quais variaram de 2670 a 8070 min (Tabelas 4.33-4.36).

A secagens de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C e 40 °Brix e 70°C apresentaram valores para difusividade efetiva de água de $9,8080 \times 10^{-9}$ e $1,3778 \times 10^{-8} m^2 min^{-1}$, respectivamente; o que mostra uma influência da temperatura sobre a difusividade (nestas condições experimentais). No entanto, para a maior concentração (60 °Brix) foi observado o inverso, ou seja, para as secagens de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 60 °Brix e 40°C e 60 °Brix e 70°C, os valores encontrados para a difusividade de água foram $5,3422 \times 10^{-9}$ e $5,0034 \times 10^{-9} m^2 min^{-1}$, respectivamente. Isto era o esperado, uma vez que as amostras de 60 °Brix e 70°C possuem menos água do que as de 60 °Brix e 40°C (Figura 4.47 da seção 4.2.8), deste modo, esperava-se uma difusividade de água menor. Além disso, analisando as Figuras 4.47 e 4.49 da seção 4.2.8, nota-se uma alta incorporação de sacarose (58,98%) nas amostras de 60 °Brix e 70°C, o que pode também ter contribuído para o aumento da resistência à perda de água.

Ao analisar a influência da concentração do pré-tratamento sobre a difusividade de água na secagem complementar, observa-se resultados semelhantes aos acima destacados. Para as amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 40°C e 60 °Brix e 40°C, os valores encontrados para a difusividade foram $9,8080 \times 10^{-9}$ e $5,3422 \times 10^{-9} m^2 min^{-1}$, respectivamente. Assim como foi observado anteriormente, a menor quantidade de água presente nas amostras de 60 °Brix e 40°C, contribui para o decréscimo da difusividade, além da sacarose incorporada no pré-tratamento (Figuras 4.47 e 4.49 da seção 4.2.8) que pode também ter contribuído para o aumento na resistência. O mesmo é observado para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C e 60 °Brix e 70°C, cujos valores da difusividade são $1,3778 \times 10^{-8}$ e $5,0034 \times 10^{-9} m^2 min^{-1}$.

Além da influência da concentração sobre a difusividade de água na secagem complementar, foi observada também uma influência sobre a condição de contorno. Para as secagens realizadas com amostras pré-tratadas em soluções com 60 °Brix, a condição de contorno indicada foi a do primeiro tipo; e para as secagens realizadas com amostras pré-tratadas em soluções com 40 °Brix, a condição de contorno foi a do terceiro tipo. Este

comportamento pode ter relação com a alta pressão osmótica provocada pela concentração de 60 °Brix no pré-tratamento, que pode ter causado danos nas camadas superficiais das amostras, facilitando o transporte de água na secagem complementar.

Para as secagens de amostras pré-tratadas com soluções de 40 °Brix, os números de Biot obtidos foram: $Bi_1 = 27,25$ e $Bi_2 = 6,61$, para amostras pré-tratadas com 40 °Brix e 40°C; e $Bi_1 = 92,01$ e $Bi_2 = 23,19$, para amostras pré-tratadas com 40 °Brix e 70°C. Estes valores apontam o contorno perto da condição do primeiro tipo, principalmente para as amostras de 40 °Brix e 70°C.

Quando considerada variável, a difusividade efetiva de água foi melhor descrita pelas expressões 2 e 10 (Tabelas 4.43-4.46). No entanto, as expressões exponenciais são comumente usadas na literatura (RUIZ-LÓPEZ e GARCÍA-ALVARADO, 2007; THUWAPANICHAYANAN et al., 2011; PORCIUNCULA et al., 2013; SILVA et al, 2015). Deste modo, a expressão assumida no presente trabalho foi a expressão 10.

Pelos indicadores estatísticos, observa-se a melhor adequação da modelagem matemática desenvolvida no presente trabalho (difusividade variável com o encolhimento), ao comparar com a modelagem mais comum (difusividade constante sem encolhimento).

4.3.4 Análise das cinéticas da secagem complementar

Na Figura 4.57 são apresentadas as simulações da cinética de secagem a 40°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C e 60 °Brix e 40°C, considerando a melhor expressão para a difusividade efetiva de água (expressão 10) e o encolhimento.

Os bons ajustes observados nas Figuras 4.57 (a) e 4.57 (b) confirmam os valores dos indicadores estatísticos apresentados nas Tabelas 4.43 e 4.44.

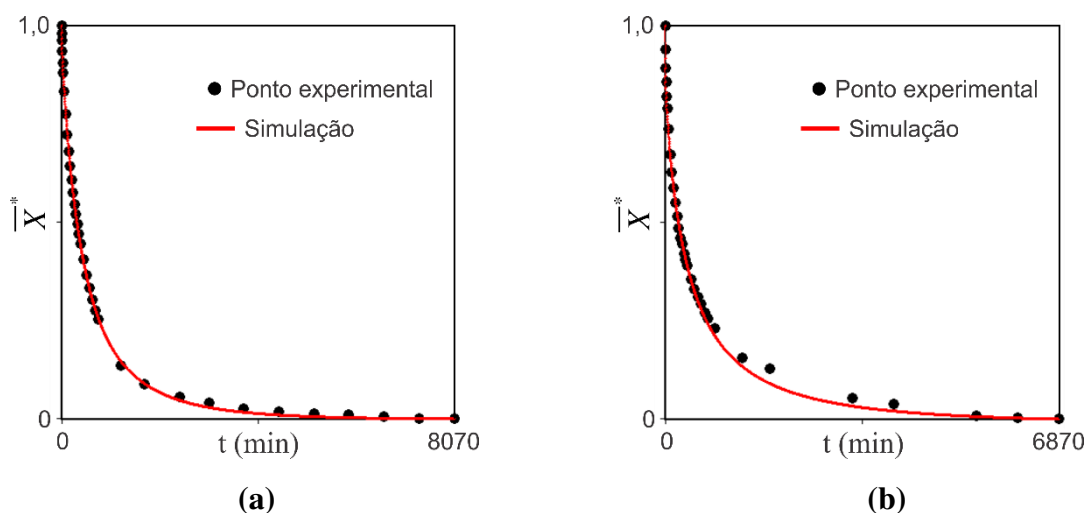


Figura 4.57: Cinéticas de secagem a 40°C (assumindo difusividade variável e encolhimento) de amostras pré-tratadas nas condições experimentais: **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 60 °Brix e 40°C.

Na Figura 4.58 são apresentadas as simulações da cinética de secagem a 70°C de amostras pré-tratadas nas condições experimentais de 40 °Brix e 70°C e 60 °Brix e 70°C, novamente considerando a melhor expressão para a difusividade efetiva de água (expressão 10) e o encolhimento.

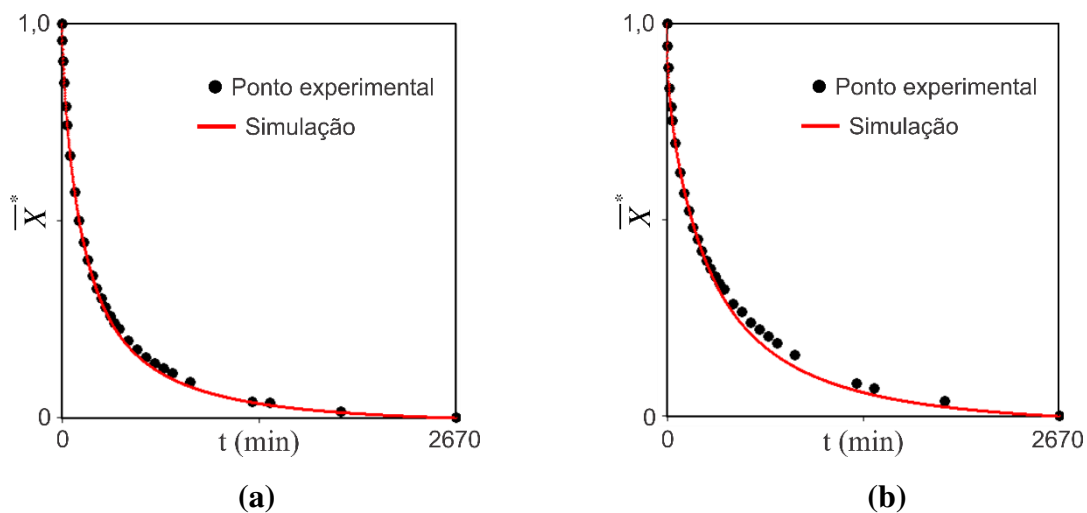


Figura 4.58: Cinéticas de secagem a 70°C (assumindo difusividade variável e encolhimento) de amostras pré-tratadas nas condições experimentais: **(a)** 40 °Brix e 70°C; **(b)** 60 °Brix e 70°C.

Nos valores dos indicadores estatísticos apresentados nas Tabelas 4.43-4.46 observa-se uma diferença significativa entre os resultados apresentados ao se considerar a difusividade constante (sem encolhimento) e a difusividade variável (com encolhimento). Deste modo, na Figura 4.59 são comparadas as cinéticas com difusividade constante e as cinéticas com difusividade variável.

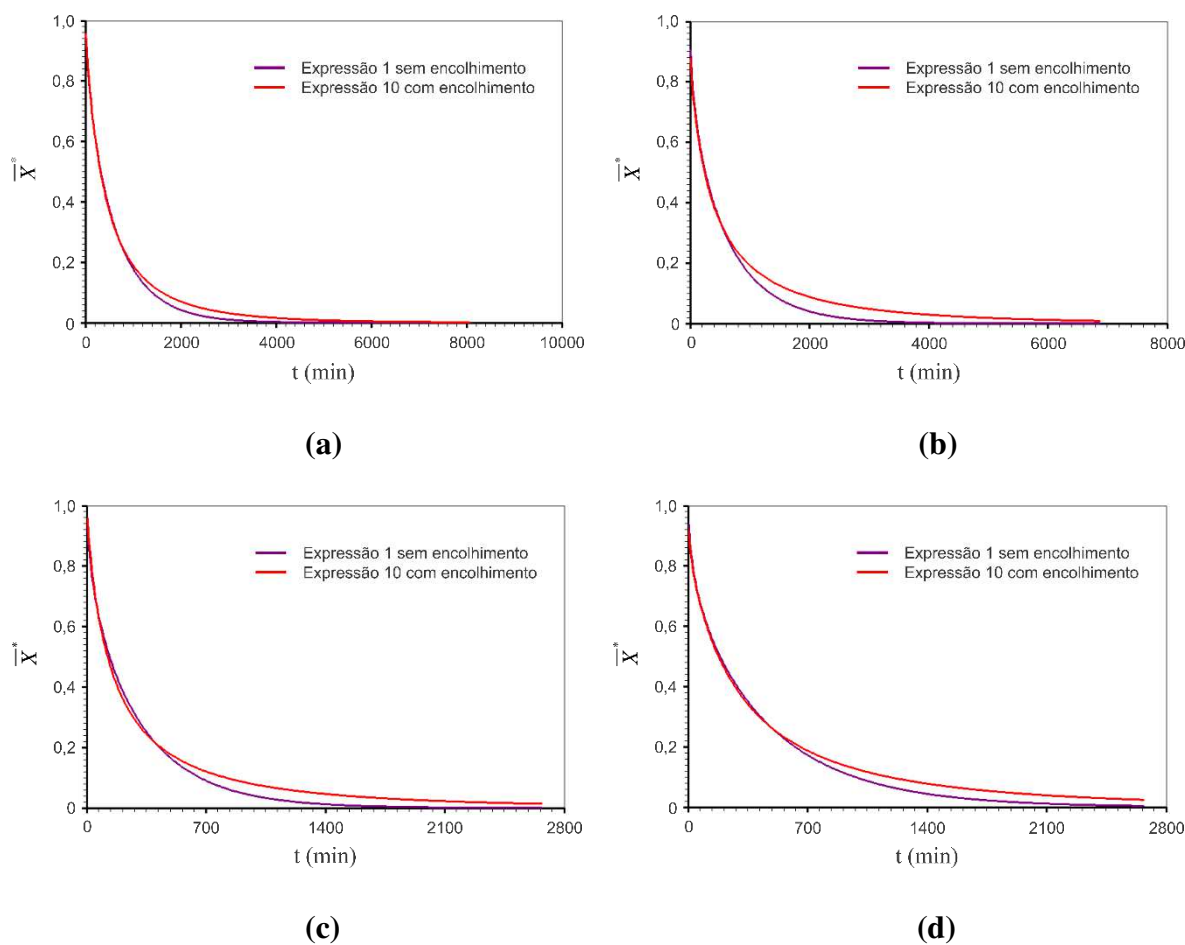


Figura 4.59: Comparação entre a cinética admitindo difusividade constante e a cinética admitindo a difusividade variável, nas secagens das amostras pré-tratadas nas condições: **(a)** 40 °Brix e 40°C; **(b)** 60 °Brix e 40°C; **(c)** 40 °Brix e 70°C; **(d)** 60 °Brix e 70°C.

Pela Figura 4.59 é possível notar que em todas as condições experimentais existe uma discrepância entre a cinética com difusividade constante e a cinética com difusividade variável. No entanto, esta discrepância fica mais evidente nos casos de 40 °Brix e 70°C e 60 °Brix e

70°C, assim como foi observado no ganho de sacarose do pré-tratamento osmótico. Nota-se ainda que ao assumir a difusividade constante, os resultados são subestimados.

Para que seja possível analisar a influência das condições dos processamentos sobre as cinéticas de secagem, na Figura 4.60 estão dispostas as cinéticas para as quatro condições experimentais.

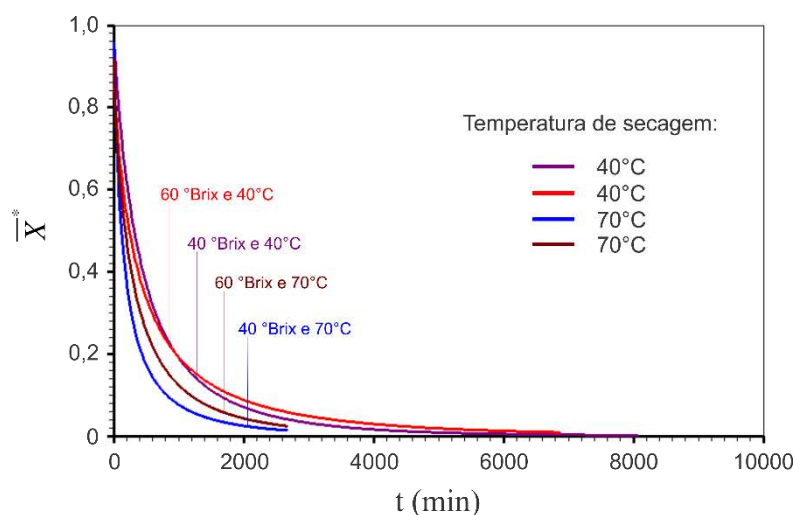


Figura 4.60: Cinéticas de secagem obtidas para as quatro condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).

Pela Figura 4.60 observa-se a influência das condições do pré-tratamento e da temperatura de secagem sobre as cinéticas. A maior temperatura de secagem provocou a maior perda de água, como era esperado. No entanto, destaca-se o fato de, até cerca de 2000 min, a maior perda de água ter ocorrido para amostras pré-tratadas com 40 °Brix e 70°C e secas a 70°C. Isto corrobora com a hipótese já levantada de que a sacarose incorporada no pré-tratamento provoca um bloqueio para a perda de água, uma vez que o esperado seria a maior perda ter ocorrido para amostras pré-tratadas com 60 °Brix e 70°C e secas a 70°C, em todo o tempo de processamento.

Na Figura 4.61 são apresentados os gráficos das difusividades em função do teor de umidade local, para as quatro condições de secagem. A difusividade é expressa pela melhor função obtida no processo de otimização:

$$D_w = be^{a\sqrt{X^*}}, \quad (4.38)$$

onde D_w é a difusividade efetiva de água e X^* é teor de umidade adimensional local no tempo t .

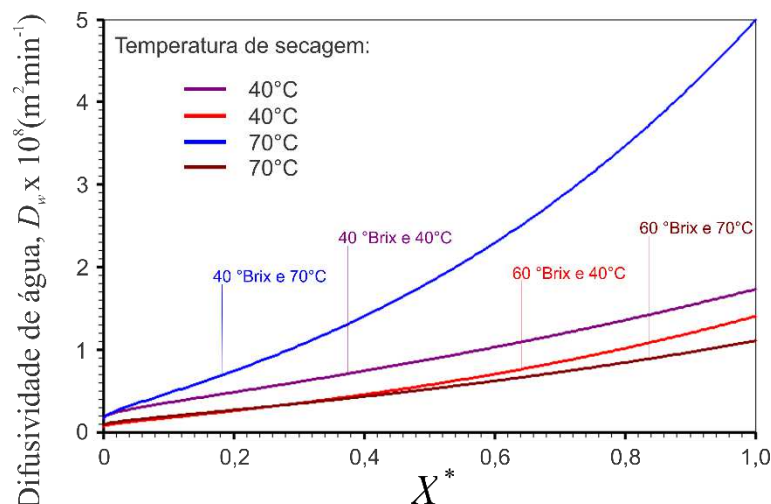


Figura 4.61: Gráficos das difusividades efetivas de água em função do teor de umidade adimensional local, para as quatro condições experimentais (assumindo difusividade variável e encolhimento).

A Figura 4.61 confirma o que já foi observado nas cinéticas de secagem, uma vez que apresenta a maior difusividade de água como sendo a das amostras pré-tratadas nas condições de 40 °Brix e 70°C, e a menor difusividade como sendo a das amostras pré-tratadas nas condições de 60 °Brix e 70°C. Assim, se o objetivo do processamento é retirar água do produto, a melhor condição experimental é a do pré-tratamento em soluções de 40 °Brix e 70°C e secagem complementar a 70°C. Vale salientar ainda, que as amostras pré-tratadas nas condições de 60 °Brix e 70°C possuem o menor teor de umidade inicial (como pode ser visto na Tabela 4.32) e a maior incorporação de sacarose (como pode ser visto na Figura 4.49), portanto, estes efeitos do pré-tratamento podem explicar o comportamento da difusividade na Figura 4.61.

4.3.5 Distribuição de água no interior do produto

Tendo vista analisar os efeitos da condição de contorno, observada (terceiro tipo) nas amostras de 40 °Brix e 40°C e 40 °Brix e 70°C, sobre a distribuição de água ao longo do tempo,

esta distribuição foi simulada para a secagem dos dois tipos de amostras. Na Figura 4.62 é apresentada a distribuição de água no interior do cilindro para secagem complementar a 70°C (amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 70°C) nos tempos $t = 89 \text{ min}$, $t = 178 \text{ min}$ e $t = 445 \text{ min}$.

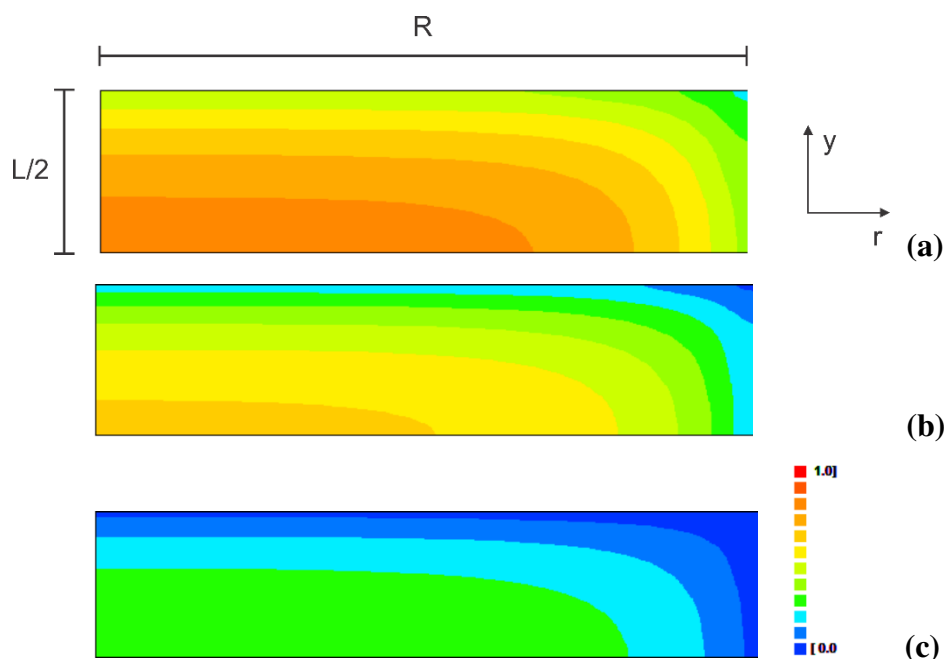


Figura 4.62: Distribuição de água no interior do cilindro para secagem complementar a 70°C (amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 70°C) nos tempos: **(a)** $t = 89 \text{ min}$; **(b)** $t = 178 \text{ min}$ e **(c)** $t = 445 \text{ min}$, onde o número 1 da escala representa o teor de umidade inicial e 0 o teor de umidade de equilíbrio.

Pela Figura 4.62 (a) nota-se que após 89 *min* (aproximadamente 1,5 h de secagem) as camadas em contato com o meio ao norte e a leste ainda não se encontram em equilíbrio com o meio. Além disso, a camada em contato com o meio ao norte apresenta um teor de umidade maior do que a camada a leste. Este fato também pode ser observado na Figura 4.62 (b). Isto pode ter relação com a sacarose incorporada na superfície ao norte, pois, devido a área em contato com meio ao norte ser maior do que a área em contato com o meio a leste, a quantidade de sacarose acumulada nesta superfície é maior. Assim, como foi observado anteriormente, a sacarose incorporada às camadas superficiais do produto pode estar contribuindo para a resistência à perda de água.

Para as amostras pré-tratadas em soluções com 40 °Brix e 70°C foi feita a análise da distribuição de água no interior do produto ao longo do tempo, verificando esta distribuição em superfícies circulares (do centro do cilindro ao topo), assim como foi feito para a desidratação osmótica. Na Figura 4.63 são apresentadas as distribuições de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, nos tempos $t = 81 \text{ min}$, $t = 161 \text{ min}$ e $t = 484 \text{ min}$.

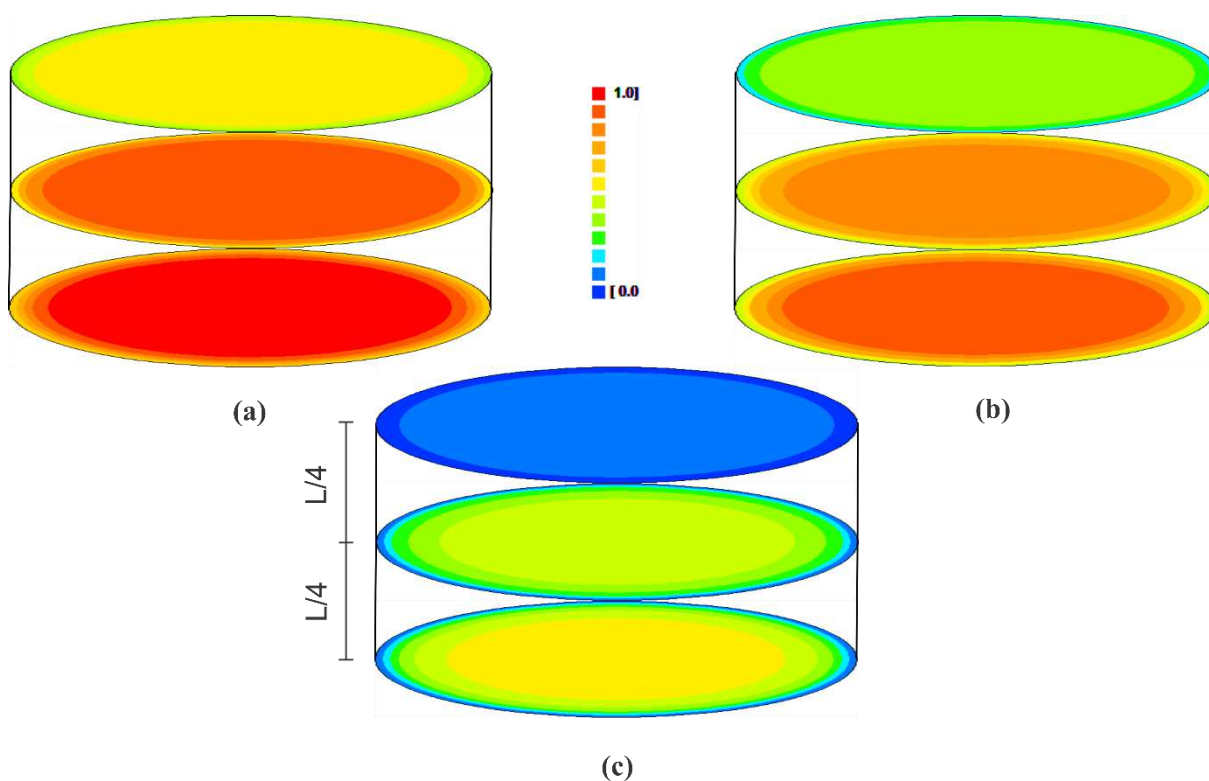


Figura 4.63: Distribuição de água nas superfícies circulares do centro do cilindro, do topo e na superfície localizada a 1/4 do centro, para secagem complementar a 40°C (amostras pré-tratadas em 40 °Brix e 40°C) nos tempos : (a) $t = 81 \text{ min}$; (b) $t = 161 \text{ min}$ e (c) $t = 484 \text{ min}$.

Como era esperado, a perda de água ocorre do centro para o topo do produto, deste modo, a superfície central apresenta os maiores valores do teor de umidade nos três tempos estudados. Isto é devido ao fato de que a superfície em contato com o meio externo perde água mais rapidamente. Como os valores obtidos para os números de Biot já indicavam ($Bi_1 = 27,25$ e $Bi_2 = 6,61$), nota-se uma resistência à perda de água tanto no topo do cilindro quanto nas camadas a leste e a oeste do cilindro. O topo do cilindro apresenta resistência em todos os três

tempos destacados. No entanto, em $t = 484 \text{ min}$ o topo já se encontra próximo ao equilíbrio. Com relação as camadas a leste e a oeste do cilindro, estas apresentam resistência ao fluxo de água nos dois primeiros instantes de tempos estudados ($t = 81 \text{ min}$ e $t = 161 \text{ min}$), chegando ao equilíbrio em $t = 484 \text{ min}$ (aproximadamente após 8 horas de secagem). Estes fatos observados evidenciam a condição de contorno do terceiro tipo.

4.4 Desidratação osmótica de bananas inteiras

Tendo em vista estudar o caso unidimensional da transferência de massa em corpos cilíndricos, cuja modelagem foi desenvolvida no presente trabalho, foram obtidos dados da literatura de desidratação osmótica de bananas inteiras.

4.4.1 Dados experimentais

Os dados experimentais utilizados nas simulações da perda de água e do ganho NaCl que serão apresentados a seguir, foram obtidos por Mercali et al. (2011) referentes à desidratação osmótica de bananas do tipo Prata (*Musa Sapientum, shum*) com 1,8 cm de diâmetro e 10 cm de comprimento. Os experimentos foram realizados em soluções osmóticas ternárias de água, sacarose e NaCl. A proporção de amostra para solução foi de 1:100 (g/g) e a duração do processo variou de 0 a 10 h. Os teores de umidade das amostras foram determinados por um método gravimétrico, os de açúcares por cromatografia em fase líquida e os teores de cloretos por um método indireto, a partir de medidas de condutividade elétrica das amostras. Maiores detalhes sobre o experimento podem ser obtidos em Mercali et al. (2011).

4.4.2 Otimização para a perda de água e o ganho de NaCl

A malha considerada nos processos de otimização para a perda de água e o ganho de NaCl foi de 1000 volumes de controle e 500 passos de tempo.

Uma vez que no referido trabalho o encolhimento foi desprezado, foram realizadas otimizações considerando apenas as difusividades constantes de água e de NaCl. Portanto, o objetivo deste trabalho será analisar as resistências da superfície do produto à transferência de massa, visto que no trabalho original a condição de contorno usada foi a do primeiro tipo.

4.4.2.1 Resultados das otimizações

Na Tabela 4.47 estão dispostos os resultados das otimizações para quatro dados experimentais obtidos por Mercali et al. (2011).

Tabela 4.47: Resultados das otimizações para a perda de água de bananas inteiras.

Nº	Temperatura (°C)	Concentração sacarose/NaCl (° Brix/° Brix)	D_w (m^2h^{-1})	h (mh^{-1})
1	25	45 / 5	$1,8894219 \times 10^{-6}$	$8,686527 \times 10^6$
			R^2	0,9979917
			χ^2	$1,8909736 \times 10^{-3}$
2	55	45 / 5	$2,5543074 \times 10^{-6}$	$1,02762020 \times 10^8$
			R^2	0,9933016
			χ^2	$1,1653387 \times 10^{-2}$
3	40	45 / 10	$2,5152486 \times 10^{-6}$	$1,06120415 \times 10^8$
			R^2	0,9951383
			χ^2	$7,2669584 \times 10^{-3}$
4	40	45 / 5	$2,4863128 \times 10^{-6}$	$6,8091978 \times 10^7$
			R^2	0,9940008
			χ^2	$7,7332376 \times 10^{-3}$

Nos experimentos de desidratação osmótica realizados por Mercali et al. (2011), as soluções foram mantidas em agitação constante a fim de obter um coeficiente de transferência convectiva de massa (h) tendendo ao infinito. Este objetivo se confirma pelos valores obtidos para h nas otimizações para a perda de água. No entanto, isto não se confirma nos resultados obtidos para o ganho de NaCl, uma vez que para os experimentos 1, 3 e 4 h não tendeu ao infinito, como pode ser visto na Tabela 4.48.

Tabela 4.48: Resultados das otimizações para o ganho de NaCl de bananas inteiras.

Nº	Temperatura (°C)	Concentração sacarose/NaCl (° Brix/° Brix)	$D_{NaCl} (m^2 h^{-1})$	$h (mh^{-1})$
1	25	45 / 5	$1,7378664 \times 10^{-6}$	$6,7834652 \times 10^{-3}$
			R^2	0,9926992
			χ^2	1,8327380
2	55	45 / 5	$2,0763369 \times 10^{-6}$	$2,2057709 \times 10^7$
			R^2	0,9964756
			χ^2	4,9594338
3	40	45 / 10	$1,9444056 \times 10^{-6}$	$3,1898319 \times 10^{-2}$
			R^2	0,9972056
			χ^2	4,1242299
4	40	45 / 5	$1,6908021 \times 10^{-6}$	$6,9346035 \times 10^{-2}$
			R^2	0,9976176
			χ^2	1,1521516

Nos experimentos de números 1, 3 e 4 da Tabela 4.48, os valores do número de Biot são 35,13; 147,64 e 369,12, respectivamente. Portanto, a condição de contorno do primeiro tipo se confirma nos experimentos 3 e 4, mas no experimento 1, apesar de pequena, existe resistência ao ganho de NaCl. Deste modo, a condição de contorno mais indicada para a análise dos 18 experimentos realizados por Mercali et al. (2011) seria a do terceiro tipo, uma vez que a pequena

resistência observada no experimento 1 pode ser mais significativa em outras condições experimentais não analisadas neste presente trabalho.

Além das observações feitas com relação a condição de contorno, vale salientar que os valores das difusividades fornecidos por Mercali et al. (2011) foram obtidos considerando apenas cinco termos da série que representa a solução analítica da equação de difusão para o caso unidimensional (Equação (2.15)). No entanto, Silva et al. (2012d) mostraram que o uso de poucos termos da série que representa a solução analítica pode gerar erros significativos, principalmente nos instantes iniciais. De forma ainda mais específica, quanto maior for o número de Biot, maior é o erro gerado quando se considera poucos termos da série. Ainda segundo Silva et al. (2012d), para valores do número de Biot como 35,13; 147,64 e 369,12 (encontrados no presente trabalho), seria necessário utilizar mais de 16 termos da série. Deste modo, os valores encontrados no presente trabalho para a difusividade efetiva de NaCl podem ser considerados mais adequados a condição física do problema.

Os valores obtidos por Mercali et al. (2011) para a difusividade efetiva de água para os quatro experimentos da Tabela 4.47 variaram entre $1,86 \times 10^{-6}$ e $2,26 \times 10^{-6} m^2 h^{-1}$. Estes valores são compatíveis com os obtidos no presente trabalho. Com relação a difusividade de NaCl, os valores obtidos por Mercali et al. (2011) variam entre $1,56 \times 10^{-6}$ e $1,95 \times 10^{-6} m^2 h^{-1}$. Estes valores também são compatíveis com os obtidos no presente trabalho.

Ainda pelas Tabelas 4.47 e 4.48, nota-se as influências da concentração e da temperatura sobre as difusividades de água e de NaCl. No entanto, assim como foi observado no caso bidimensional, a influência da temperatura é um pouco maior do que a da concentração.

4.4.3 Análise das cinéticas de perda de água e ganho de NaCl

Na Figura 4.64 são apresentadas as simulações da cinética de perda de água para as quatro condições experimentais estudadas.

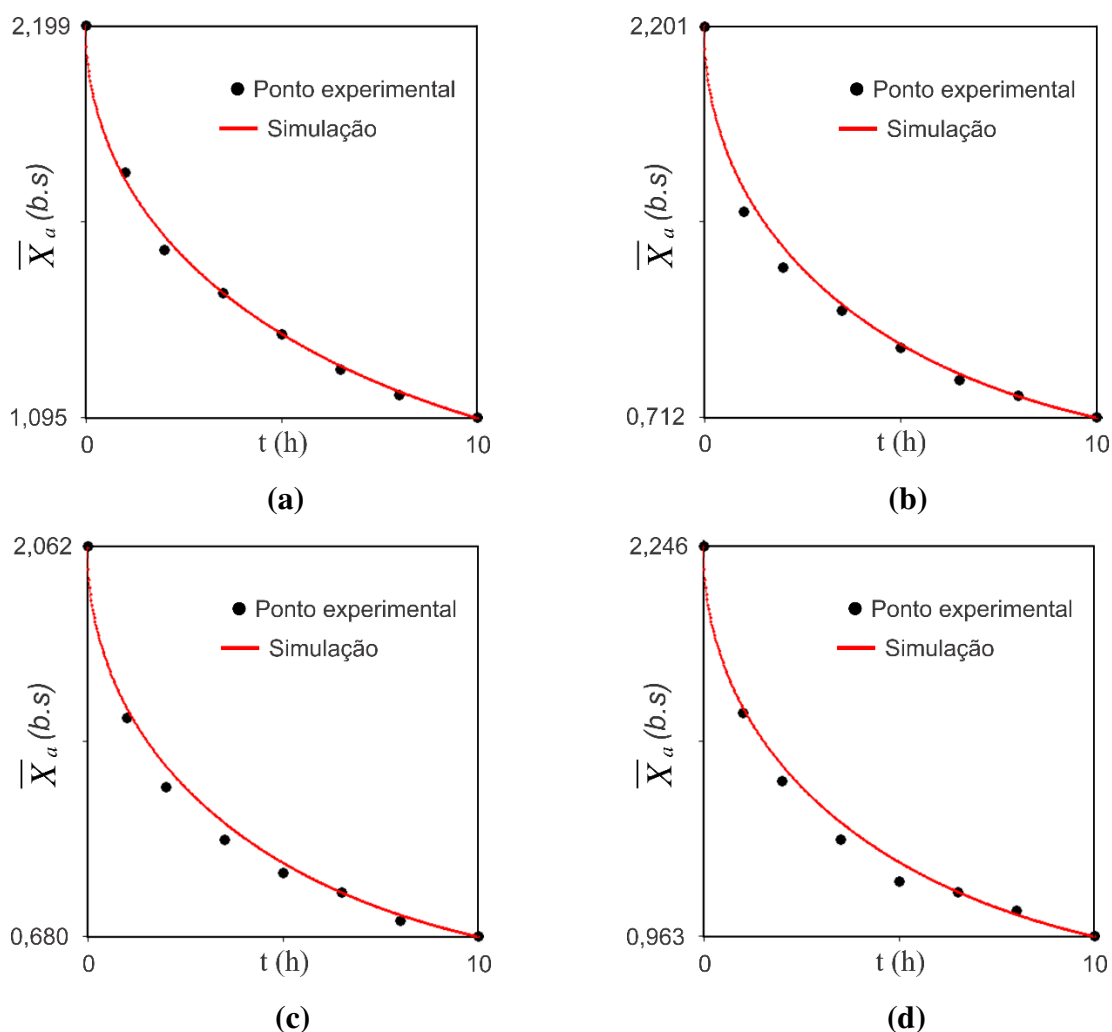


Figura 4.64: Cinéticas de perda de água obtidas para as condições experimentais: **(a)** 1; **(b)** 2; **(c)** 3; **(d)** 4.

A Figura 4.64 apresenta um bom ajuste da solução numérica aos dados experimentais, o que indica que a modelagem desenvolvida para o caso unidimensional é adequada para o estudo da perda de água na desidratação osmótica de bananas inteiras.

Para que seja possível analisar as influências da temperatura e da concentração sobre as cinéticas de perda de água, na Figura 4.65 são dispostas as quatro cinéticas num mesmo gráfico. Assim como foi observado para as difusividades de água e de NaCl, as cinéticas de perda de água são influenciadas pela temperatura e pela concentração.

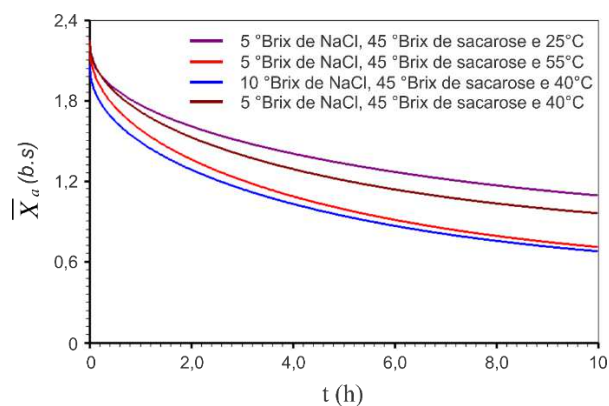


Figura 4.65: Cinéticas de perda de água obtidas para as quatro condições experimentais estudadas.

Na Figura 4.66 são apresentadas as simulações da cinética de ganho de NaCl para as quatro as condições experimentais estudadas.

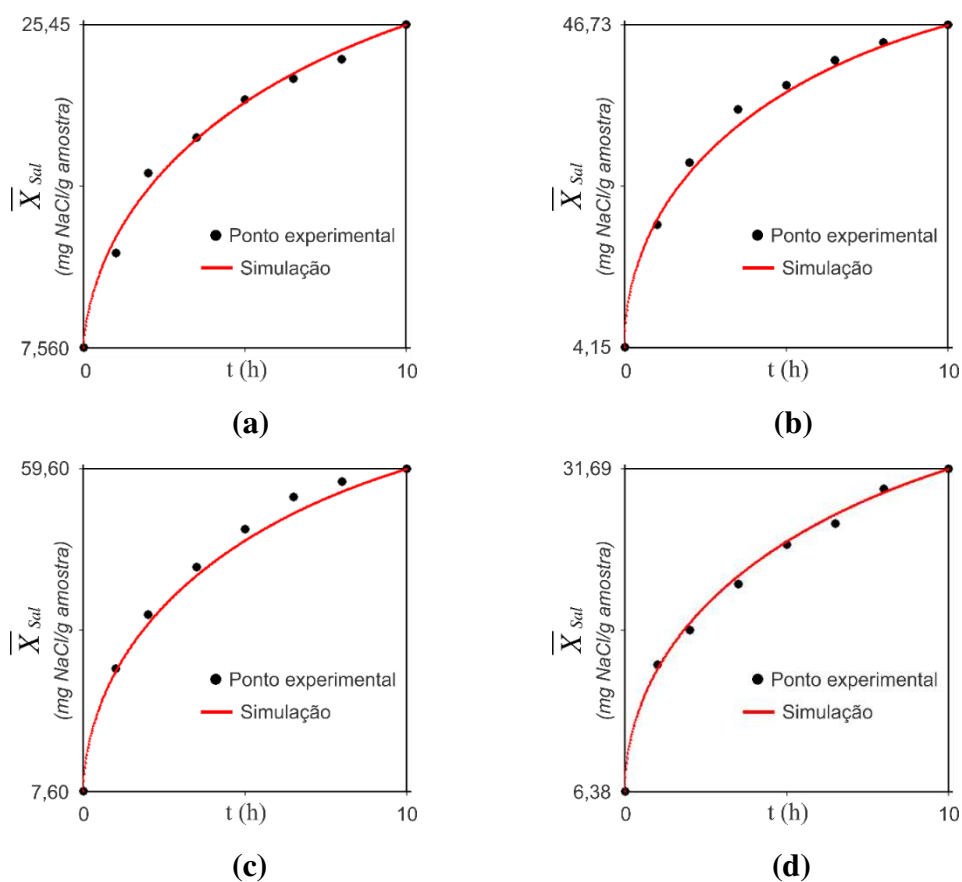


Figura 4.66: Cinéticas de ganho de NaCl obtidas para as condições experimentais: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4

Assim como foi observado para a perda de água, a Figura 4.66 apresenta um bom ajuste da solução numérica aos dados experimentais de ganho de NaCl, o que indica que a modelagem desenvolvida para o caso unidimensional é adequada para o estudo do ganho de NaCl na desidratação osmótica de bananas inteiras.

Na Figura 4.67 são dispostas as quatro cinéticas de ganho de NaCl num mesmo gráfico. Nesta Figura nota-se novamente as influências da temperatura e da concentração sobre as cinéticas de ganho de NaCl.

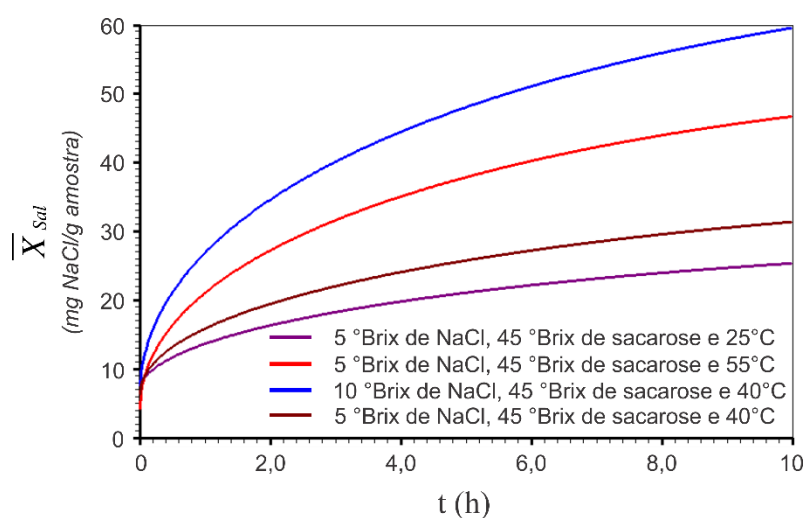


Figura 4.67: Cinéticas de ganho de NaCl obtidas para as quatro condições experimentais estudadas.

CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES

5.1 Caso unidimensional:

- A utilização de técnicas numéricas possibilitou o desenvolvimento de um *software*, com interface gráfica, para solucionar numericamente a equação de difusão em coordenadas cilíndricas, regime transiente e condição de contorno do terceiro tipo. Os testes realizados comparando os resultados obtidos pela solução numérica e pelos obtidos pela solução analítica validaram a solução numérica desenvolvida.
- As cinéticas de desidratação osmótica obtidas pela solução analítica e pela solução numérica concordaram entre si (na validação da solução numérica), admitindo parâmetros físicos constantes.
- O otimizador desenvolvido, quando acoplado à solução numérica unidimensional, apresentou bom desempenho fornecendo resultados compatíveis com o esperado.
- O otimizador desenvolvido mostrou uma capacidade considerável em encontrar valores ótimos para o problema, mesmo quando utilizados dados iniciais relativamente distantes dos valores ótimos.
- Os resultados obtidos nos processos de otimização para a perda de água e para o ganho de NaCl demonstram que a modelagem desenvolvida no presente trabalho foi adequada para a descrição da perda de água e do ganho de NaCl durante o processo de desidratação osmótica de bananas inteiras.
- Os valores obtidos para as difusividades de água e de NaCl foram compatíveis com os obtidos por Mercali et al. (2011).
- Os valores obtidos para h indicam uma pequena resistência ao ganho de NaCl no experimento 1, o que contraria o esperado por Mercali et al. (2011) (h tendendo ao infinito).

- A temperatura e a concentração influenciaram as difusividades de água e de NaCl. No entanto, a temperatura apresentou maior influência.
- A solução numérica desenvolvida apresentou bons ajustes aos dados experimentais de perda de água e de ganho de NaCl, considerando a difusividade efetiva de água e de NaCl constantes (sem encolhimento).
- A temperatura e a concentração influenciaram as cinéticas de perda de água e de ganho de NaCl.

5.2 Caso bidimensional:

- Como no caso unidimensional, a utilização de técnicas numéricas possibilitou o desenvolvimento de um *software*, com interface gráfica, para solucionar numericamente a equação de difusão em coordenadas cilíndricas, regime transiente e condição de contorno do terceiro tipo. Os testes realizados comparando os resultados obtidos pela solução numérica e pelos obtidos pela solução analítica validaram a solução numérica desenvolvida.
- As cinéticas de secagem obtidas pela solução analítica e pela solução numérica concordaram entre si (na validação da solução numérica), admitindo parâmetros físicos constantes.
- O teste de coerência realizado com o *software* desenvolvido permitiu concluir que os resultados obtidos pela solução numérica foram aqueles esperados para o problema físico estudado.

- O otimizador desenvolvido, ao ser acoplado à solução numérica bidimensional, apresentou desempenho análogo ao caso unidimensional, fornecendo resultados compatíveis aos esperados.
- O otimizador desenvolvido mostrou uma capacidade considerável em encontrar valores ótimos para o problema estudado, mesmo variando a configuração da malha e o número de intervalos de tempo.
- Os dados obtidos nos experimentos de desidratação osmótica nas combinações de 40 e 70°C de temperatura e 40 e 60 °Brix de concentração revelaram um efeito considerável do encolhimento, o que indica que tal fenômeno não deve ser desprezado. O encolhimento ocorreu principalmente na direção do raio, havendo uma flutuação dos dados. Esta flutuação pode ser minimizada realizando duas medições do raio durante os experimentos de desidratação osmótica.
- Os valores de equilíbrio da quantidade de água e da quantidade de sacarose, mostraram uma influência tanto da concentração da solução quanto da temperatura. Esta observação corrobora com diversos estudos encontrados na literatura.
- Os resultados obtidos nos processos de otimização para a perda de água demonstram que a modelagem desenvolvida no presente trabalho foi adequada para a descrição da perda de água durante o processo de desidratação osmótica. Em todas as otimizações realizadas o valor do coeficiente de transferência convectiva de massa foi muito alto, o que mostra que a condição de contorno mais indicada é a do primeiro tipo.
- A solução numérica desenvolvida apresentou bons ajustes aos dados experimentais, considerando a difusividade efetiva de água constante (sem encolhimento) e a difusividade efetiva de água variável (com o encolhimento). No entanto, quando foram considerados o encolhimento e a difusividade efetiva de água variável, os indicadores estatísticos melhoraram. Deste modo, como era esperado, a modelagem desenvolvida no presente trabalho (com o encolhimento e a difusividade variável) apresentou melhor descrição do problema de perda de água no processo de desidratação osmótica.

- A difusividade efetiva de água (quando considerada constante) variou entre $1,4794 \times 10^{-8}$ e $3,4580 \times 10^{-8} \text{ (m}^2\text{min}^{-1}\text{)}$. Estes valores estão de acordo com os encontrados na literatura.
- A temperatura e a concentração da solução influenciaram a difusividade efetiva de água. No entanto, a influência da temperatura foi maior do que a da concentração. Conseqüentemente, esta influência também pôde ser percebida nas cinéticas de perda de água.
- Os resultados obtidos nos processos de otimização para o ganho de sacarose, demonstram que a modelagem desenvolvida no presente trabalho foi adequada para a descrição do ganho de sacarose durante o processo de desidratação osmótica. Assim como ocorreu para a perda de água, em todas as otimizações realizadas o coeficiente de transferência convectiva de massa é dado por um valor muito alto, o que indica que a condição de contorno mais apropriada é a do primeiro tipo.
- A solução numérica desenvolvida apresentou bons ajustes aos dados experimentais, considerando a difusividade efetiva de sacarose constante (sem encolhimento) e a difusividade efetiva de sacarose variável (com o encolhimento). No entanto, quando foram considerados o encolhimento e a difusividade efetiva de sacarose variável, os indicadores estatísticos melhoraram. No caso de 40 °Brix e 70°C o qui-quadrado decresceu de 16,3974 para 7,0136. Deste modo, como era esperado, a modelagem desenvolvida no presente trabalho (com o encolhimento e a difusividade variável) apresentou melhor descrição do problema de ganho de sacarose no processo de desidratação osmótica.
- A difusividade efetiva de sacarose (quando considerada constante) variou entre $1,4015 \times 10^{-8}$ e $3,4138 \times 10^{-8} \text{ m}^2\text{min}^{-1} \text{ (m}^2\text{min}^{-1}\text{)}$. Estes valores estão de acordo com os encontrados na literatura. No entanto, nas condições experimentais de 40 °Brix e 40°C e 40 °Brix e 70°C a difusividade de sacarose variou de $1,8660 \times 10^{-8}$ para $1,4015 \times 10^{-8} \text{ m}^2\text{min}^{-1}$ (decresceu). Este comportamento pode

ser devido as alterações nas estruturas internas do produto que podem alterar as propriedades de transporte, como a possibilidade de as células superficiais desidratadas ou a sacarose acumulada na camada sub-superficial provocarem um bloqueio ao transporte de massa.

- Nos experimentos de 40°C e 40 °Brix e 40°C e 60 °Brix foram obtidos valores para difusividade de água menores do que para difusividade de sacarose. Apesar de muito autores encontrarem uma situação inversa, existem diversos outros trabalhos que apontam o mesmo comportamento para as difusividades observado no presente trabalho.
- Nas simulações obtidas para as condições experimentais de 40 °Brix e 70°C e 60 °Brix e 70°C, foi observada uma discrepância ao comparar as cinéticas com difusividade de sacarose constante e com a difusividade de sacarose variável. Como os melhores indicadores estatísticos foram obtidos para difusividade variável, pode-se considerar que os erros foram obtidos quando a difusividade foi considerada constante. Além disso, foi observado que, ao assumir a difusividade constante, os resultados foram subestimados. Isto pode ser um ponto negativo dependendo da aplicação pretendida para o produto osmoticamente desidratado. Se a banana osmoticamente desidratada for usada para a produção de doces e geleias, por exemplo, a subestimação da quantidade de sacarose incorporada torna-se um ponto negativo.
- Os dados experimentais da secagem complementar revelaram um efeito considerável do encolhimento. Considerando o encolhimento da desidratação osmótica e da secagem, este fenômeno chegou a níveis maiores do que 50%.
- O menor teor de umidade de equilíbrio foi obtido para a menor temperatura e a menor concentração, o que pode estar relacionado com o fato de que a maior temperatura e a maior concentração provocaram maior incorporação de sacarose no processo de desidratação osmótica. Esta sacarose pode ter causado um bloqueio à perda de água na secagem complementar.

- A difusividade efetiva de água, quando considerada constante, variou de $5,0034 \times 10^{-9}$ a $1,3778 \times 10^{-8} m^2 \cdot min^{-1}$. Estes valores são um pouco menores do que os encontrados na literatura. Isto pode ter relação com o uso de uma estufa para a secagem complementar no presente trabalho.
- A concentração apresentou influência sobre a condição de contorno. Para as secagens realizadas com amostras pré-tratadas em soluções com 60 °Brix, a condição de contorno indicada foi a do primeiro tipo, e para as secagens realizadas com amostras pré-tratadas em soluções com 40 °Brix, a condição de contorno foi a do terceiro tipo. Este comportamento pode ter relação com a alta pressão osmótica provocada pela concentração de 60 °Brix no pré-tratamento, que pode ter causado danos nas camadas superficiais das amostras, facilitando o transporte de água na secagem complementar.
- Pelas resistências superficiais observadas na secagem complementar, conclui-se que a condição de contorno indicada para este tipo de problema é a do terceiro tipo.
- Os valores dos indicadores estatísticos revelaram uma diferença significativa entre os resultados apresentados ao se considerar a difusividade constante (sem encolhimento) e a difusividade variável (com encolhimento). Isto indica uma melhor adequação da modelagem matemática desenvolvida no presente trabalho (difusividade variável com o encolhimento) ao problema de secagem complementar, ao comparar com a modelagem mais simples (difusividade constante sem encolhimento), mais frequente na literatura.

5.3 Sugestões para trabalhos futuros

- Realizar exames de imagem de amostras osmoticamente desidratadas e de amostras secas (nas condições experimentais do presente trabalho), a fim de testar algumas hipóteses levantadas no presente trabalho.

- Aplicar as ferramentas numéricas e computacionais desenvolvidas à desidratação osmótica e à secagem complementar de outros produtos.
- Aplicar as ferramentas numéricas e computacionais desenvolvidas a outros processos difusivos tais como resfriamento, aquecimento e pausterização.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAÃO, A. S.; LEMOS, A. M.; VILELA, A.; SOUSA, J. M.; NUNES, F. M. Influence of osmotic dehydration process parameters on the quality of candied pumpkins. **Food and Bioproducts Processing**. v.91, p. 481–494, 2013.
- ADEDEJI, A. A.; GACHOVSKA, T. K.; NGADI, M. O.; RAGHAVAN, G. S. V. Effect of Pretreatments on Drying Characteristics of Okra. **Drying Technology**. v. 26, p. 1251-1256, 2008.
- ALAM, M. S.; SINGH, A.; SAWHNEY, B. K. Response surface optimization of osmotic dehydration process for aonla slices. **Journal of Food Science and Technology**. v. 47, p. 47–54, 2010.
- AL-HARAHSEH, M.; AL-MUHTASEB, A. H.; MAGEE, T. R. A. Microwave drying kinetics of tomato pomace: Effect of osmotic dehydration. **Chemical Engineering and Processing**. v. 48, p. 524–531, 2009.
- ALLALI, H.; MARCHAL, L.; VOROBIEV, E. Blanching of Strawberries by Ohmic Heating: Effects on the Kinetics of Mass Transfer during Osmotic Dehydration. **Food Bioprocess Technol**, v. 3, p. 406–414, 2010.
- AMAMI, E.; FERSI, A.; VOROBIEV, E.; KECHAOU, N. Modelling of mass transfer during osmotic dehydration of apple tissue pre-treated by pulsed electric field. **LWT**. v. 39, p. 1014–1021, 2006.
- AMAMI, E.; FERSI, A.; VOROBIEV, E.; KECHAOU, N. Osmotic dehydration of carrot tissue enhanced by pulsed electric field, salt and centrifugal force. **Journal of Food Engineering**. v. 83, p. 605–613, 2007.

- AMAMI, E.; KHEZAMI, L.; JEMAI, A. B.; VOROBIEV, E. Osmotic dehydration of some agro-food tissue pre-treated by pulsed electric field: Impact of impeller's Reynolds number on mass transfer and color. **Journal of King Saud University – Engineering Sciences**. v. 26, p. 93–102, 2014.
- AMINZADEH, R.; SARGOLZAEI, J.; ABARZANI, M. Preserving Melons by Osmotic Dehydration in a Ternary System Followed by Air-Drying. **Food Bioprocess Technology**. v. 5, p. 1305–1316, 2012.
- AN, K.; DING, S.; TAO, H.; ZHAO, D.; WANG, X.; WANG, Z.; HU, X. Response surface optimisation of osmotic dehydration of Chinese ginger (*Zingiber officinale* Roscoe) slices. **International Journal of Food Science and Technology**. v.48, p. 28–34, 2012.
- ARBALLO, J. R.; BAMBICHA, R. R.; CAMPAÑONE, L. A.; AGNELLI, M. E.; MASCHERONI, R. H. Mass transfer kinetics and regression-desirability optimisation during osmotic dehydration of pumpkin, kiwi and pear. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 47, p. 306–314, 2012.
- ATARES, L.; GALLAGHER, M. J. S.; OLIVEIRA, F. A. R. Process conditions effect on the quality of banana osmotically dehydrated. **Journal of Food Engineering**. v. 103, p. 401–408, 2011.
- AZUARA, E., BERISTAIN, C. J., GARCIA, H. S. Development of a mathematical model to predict kinetics of osmotic dehydration. **Journal of Food Science and Technology**. v.29, p. 239–242, 1992.
- BARROSO, L. C.; BARROSO, M. M. A.; CAMPOS, F. F.; CARVALHO, M. L. B.; MAIA, M. L. Cálculo numérico com aplicações. São Paulo: Ed. Harbra, 1987.
- BASTIAN, P.; ENGWER, C. An unfitted finite element method using discontinuous Galerkin. **International Journal For Numerical Methods In Engineering**. v.79, p. 1557–1576, 2009.

- BCHIR, B.; BESBES, S.; KAROUI, R.; PAQUOT, M.; ATTIA, H.; BLECKER, C. Osmotic Dehydration Kinetics of Pomegranate Seeds Using Date Juice as an Immersion Solution Base. **Food Bioprocess Technology**. v. 5, p. 999–1009, 2012.
- BENKHALDOUN, F.; ELMAHI, I.; SEAÏD, M. A new finite volume method for flux-gradient and source-term balancing in shallow water equations. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.** v.199, p. 3324–3335, 2010.
- BÓRQUEZ, R. M.; CANALES, E. R.; REDON, J. P. Osmotic dehydration of raspberries with vacuum pretreatment followed by microwave-vacuum drying. **Journal of Food Engineering**. v. 99, p. 121–127, 2010.
- BORTOLI, A. L. **Introdução à dinâmica dos fluidos computacional**. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRS, 2000, 134 p.
- BOTHA, G. E.; OLIVEIRA, J. C.; AHRNÉ, L. Quality optimisation of combined osmotic dehydration and microwave assisted air drying of pineapple using constant power emission. **Food and Bioproducts Processing**. v. 90, p. 171–179, 2012.
- BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. Westport: The AVI Publishing Company, 1992, 450 p.
- CARMO, J. E. F. **Fenômeno de difusão transiente em sólidos esferoidais oblatos. Estudo de caso: secagem de lentilhas**. 2004. 139 p. (Tese Doutorado). Doutorado em Engenharia de Processos, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.
- CASTELLÓ, M. L.; FITO, P. J.; CHIRALT, A. Changes in respiration rate and physical properties of strawberries due to osmotic dehydration and storage. **Journal of Food Engineering**. v. 97, p. 64–71, 2010.

- CASTELLÓ, M. L.; IGUAL, M.; FITO, P. J.; CHIRALT, A. Influence of osmotic dehydration on texture, respiration and microbial stability of apple slices (Var. Granny Smith). **Journal of Food Engineering**. v. 91, p. 1-9, 2009.
- CIHAN, A.; KAHVECI, K.; HACIHAFIZOGLU, O.; LIMA, A. G. B. A diffusion based model for intermittent drying of rough rice. **Heat Mass Transfer**. v. 44, p. 905–911, 2008.
- CLOUGH, R.W., **The finite element method in plane stress analysis**, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation, Pittsburg, Pa., Sept. 1960.
- CORRÊA, J. L. G.; PEREIRA, L. M.; VIEIRA, G. S.; HUBINGER, M. D. Mass transfer kinetics of pulsed vacuum osmotic dehydration of guavas. **Journal of Food Engineering**. v. 96, p. 498–504, 2010.
- CORZO, O.; BRACHO, N. Application of Weibull distribution model to describe the vacuum pulse osmotic dehydration of sardine sheets. **LWT - Food Science and Technology**. v. 41, p. 1108–1115, 2008.
- CORZO, O.; BRACHO, N. Equilibrium water and salt contents of sardine sheets during osmotic dehydration. **LWT - Food Science and Technology**. v. 39, p. 357–363, 2006.
- CORZO, O.; BRACHO, N.; ALVAREZ, C. Weibull Model For Thin-Layer Drying Of Mango Slices At Different Maturity Stages. **Journal of Food Processing and Preservation**. v.34, p. 993–1008, 2010.
- CRANK, J. **The mathematics of diffusion**. Clarendon Press, Oxford, UK, 1975, 414 p.
- CUNNINGHAM, S. E.; MCMINN, W. A. M.; MAGEE, T. R. A.; RICHARDSON, P. S. Effect of processing conditions on the water absorption and texture kinetics of potato. **Journal of Food Engineering**. v. 84, p. 214–223, 2008.

- DANDAMRONGRAK, R.; YOUNG, G.; MASON, R. Evaluation of various pre-treatments for the dehydration of banana and selection of suitable drying models. **Journal of Food Engineering**. v. 55, p. 139–146, 2002.
- DE LA FUENTE-BLANCO, S.; RIERA-FRANCO DE SARABIA, E.; ACOSTA-APARICIO, V. M.; BLANCO-BLANCO, A.; GALLEGUO-JUÁREZ, J. A. Food drying process by power ultrasound. **Ultrasonics**. v. 44, p. 523–527, 2006.
- DEMIREL, D.; TURHAN, M. Air-drying behavior of dwarf Cavendish and Gros Michel banana slices. **Journal of Food Engineering**. v. 59, p. 1–11, 2003.
- DERMESONLOUOGLOU, E. K.; POURGOURI, S.; TAOUKIS, P. S. Kinetic study of the effect of the osmotic dehydration pre-treatment to the shelf life of frozen cucumber. **Innovative Food Science and Emerging Technologies**. v. 9, p. 542–549, 2008.
- DEROSSI, A.; DE PILLI, T.; SEVERINI, C.; MCCARTHY, M. J. Mass transfer during osmotic dehydration of apples. **Journal of Food Engineering**. v. 86, p. 519–528, 2008.
- DIAMANTE, L. M.; IHNS, R.; SAVAGE, G. P.; VANHANEN, L. A new mathematical model for thin layer drying of fruits. **International Journal of Food Science and Technology**. v.45, p. 1956–1962, 2010.
- DING, S.; YOU, J.; AN, K.; LI, Y.; WANG, Z. Effective diffusivities and energy consumption of daylily in microwave drying. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 47, p. 2648–2654, 2012.
- DISSA, A. O.; BATHIEBO, J.; KAM, S.; SAVADOGO, P. W.; DESMORIEUX, H.; KOULIDIATI, J. Modelling and experimental validation of thin layer indirect solar drying of mango slices. **Renewable Energy**. v.34, p. 1000–1008, 2009.
- DOYMAZ, I. Evaluation of some thin-layer drying models of persimmon slices (*Diospyros kaki* L.). **Energy Conversion and Management**. v.56, p. 199–205, 2012.

- DOYMAZ, I.; ISMAIL, O. Drying characteristics of sweet cherry. **Food and Bioproducts Processing**. v.89, p. 31–38, 2011.
- EHABE, E. E.; EYABI EYABI; G. D.; NUMFOR, F. A. Effect of sugar and NaCl soaking treatments on the quality of sweet banana figs. **Journal of Food Engineering**. v.76, p. 573–578, 2006.
- FALADE, K. O.; IGBEKA, J. C.; AYANWUYI; F. A. Kinetics of mass transfer, and colour changes during osmotic dehydration of watermelon. **Journal of Food Engineering**. v.80, p. 979–985, 2007.
- FALADE, K. O.; OYEDELE, O. O. Effect of osmotic pretreatment on air drying characteristics and colour of pepper (*Capsicum spp*) cultivars. **Journal Food Science Technology**. v.47, p. 488–495, 2010.
- FANG, S.; WANG, Z.; HU, X. Hot air drying of whole fruit Chinese jujube (*Zizyphus jujuba* Miller): thin-layer mathematical modelling. **International Journal of Food Science and Technology**. v.44, p. 1818–1824, 2009.
- FAO – Food and Agriculture Organization of the United Nations. Statistical databases 2011. Disponível em: <<http://www.foa.org>>. Acesso em: 02/09/2013.
- FARIAS, R. P. **Secagem De Banana Em Estufa: Efeitos Térmicos E Geométricos**. 2011. 136 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.
- FARIAS, V. S. O. **Difusão 3D Em Sólidos Com Forma Arbitrária Usando Coordenadas Generalizadas**. 2011. 265 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

- FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; ROCHA, V. P. T.; LIMA, A. G. B. Drying of solids with irregular geometry: numerical study and application using a three-dimensional model. **Heat Mass Transfer**. v.49, p. 695–709, 2013.
- FERNANDES, F. A. N.; GALLÃO, M. I.; RODRIGUES, S. Effect of osmosis and ultrasound on pineapple cell tissue structure during dehydration. **Journal of Food Engineering**. v. 90, p. 186–190, 2009.
- FERNANDES, F. A. N.; RODRIGUES, S. Ultrasound as pre-treatment for drying of fruits: Dehydration of banana. **Journal of Food Engineering**. v. 82, p. 261–267, 2007.
- FERNANDES, F. A. N.; RODRIGUES, S.; GASPARETO, O. C. P.; OLIVEIRA, E. L. Optimization of osmotic dehydration of bananas followed by air-drying. **Journal of Food Engineering**. v. 77, p. 188–193, 2006a.
- FERNANDES, F. A. N.; RODRIGUES, S.; GASPARETO, O. C. P.; OLIVEIRA, E. L. Optimization of osmotic dehydration of papaya followed by air-drying. **Food Research International**. v. 39, p. 492–498, 2006b.
- FERRARI, C. C.; HUBINGER, M. D. Evaluation of the mechanical properties and diffusion coefficients of osmodehydrated melon cubes. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 43, p. 2065–2074, 2008.
- FERRARI, C. C.; SARANTÓPOULOS, C. I. G. L.; CARMELLO-GUERREIRO, S. M.; HUBINGER, M. D. Effect of Osmotic Dehydration and Pectin Edible Coatings on Quality and Shelf Life of Fresh-Cut Melon. **Food Bioprocess Technol**. v. 6, p. 80–91, 2013.
- FATHI, M.; MOHEBBI, M.; RAZAVI, S. M. A. Application of Image Analysis and Artificial Neural Network to Predict Mass Transfer Kinetics and Color Changes of Osmotically Dehydrated Kiwifruit. **Food Bioprocess Technol**. v. 4, p. 1357–1366, 2011.

- FIGUEIREDO, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos**. Editora Universitária da UFPB, João Pessoa, PB, 2004, 229 p.
- GARCIA, C. C.; MAURO, M. A.; KIMURA, M. Kinetics of osmotic dehydration and air-drying of pumpkins (*Cucurbita moschata*). **Journal of Food Engineering**. v. 82, p. 284–291, 2007.
- GARCÍA, M.; DÍAZ, R.; MARTÍNEZ, Y.; CASARIEGO, A. Effects of chitosan coating on mass transfer during osmotic dehydration of papaya. **Food Research International**. v. 43, p. 1656–1660, 2010.
- GARCÍA-SEGOVIA, P.; MOGNETTI, C.; ANDRÉS-BELLO, A.; MARTÍNEZ-MONZÓ, J. Osmotic dehydration of Aloe vera (*Aloe barbadensis* Miller). **Journal of Food Engineering**. v. 97, p. 154–160, 2010.
- GOLESTANI, R.; RAISI, A.; AROUJALIAN, A. Mathematical Modeling on Air Drying of Apples Considering Shrinkage and Variable Diffusion Coefficient. **Drying Technology**. v. 31, p. 40–51, 2013.
- GONZÁLEZ-FÉSLER, M.; SALVATORI, D.; GÓMEZ, P.; ALZAMORA, S. M. Convective air drying of apples as affected by blanching and calcium impregnation. **Journal of Food Engineering**. v. 87, p. 323–332, 2008.
- HAWKES, J., FLINK, J. M. Osmotic concentration of fruit slices prior to freeze dehydration. **Journal of Food Processing and Preservation**. v. 2, p. 265-284, 1978.
- HERMAN-LARA, E.; MARTÍNEZ-SÁNCHEZ, C. E.; PACHECO-ÂNGULO, H.; CARMONA-GARCÍA, R.; RUIZ-ESPINOSA, H.; RUIZ-LÓPEZ, I. I. Mass transfer modeling of equilibrium and dynamic periods during osmotic dehydration of radish in NaCl solutions. **Food and Bioproducts Processing**. v. 91, p. 216–224, 2013.

- HERNÁNDEZ-DÍAZ, W. N.; RUIZ-LÓPEZ, I. I.; SALGADO-CERVANTES, M. A.; RODRÍGUEZ-JIMENES, G. C.; GARCÍA-ALVARADO, M. A. Modeling heat and mass transfer during drying of green coffee beans using prolate spheroidal geometry. **Journal of Food Engineering**. v. 86, p. 1–9, 2008.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Produção Agrícola Municipal, 2012. Disponível em: <<http://loja.ibge.gov.br/producao-agricola-municipal-2012.html>>. Acesso em: 04/06/2014.
- ILICALI, C.; ICIER, F. Freezing time prediction for partially dried papaya puree with infinite cylinder geometry. **Journal of Food Engineering**. v. 100, p. 696–704, 2010.
- INCROPERA, F. P.; DE WITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S., . **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- ISPIR, A.; TOGRUL, I. T. Osmotic dehydration of apricot: Kinetics and the effect of process parameters. **Chemical Engineering Research and Design**. v. 87, p. 166–180, 2009.
- JAIN, S. K.; VERMA, R. C.; MURDIA, L. K.; JAIN, H. K.; SHARMA, G. P. Optimization of process parameters for osmotic dehydration of papaya cubes. **Journal Food Science Technology**. v. 48, p. 211–217, 2011.
- JAIN, S. K.; VERMA, R. C.; SHARMA, G. P.; JAIN, H. K. Studies on moisture sorption isotherms for osmotically dehydrated papaya cubes and verification of selected models. **Journal Food Science Technology**. v.47, p. 343–346, 2010.
- JANJAI, S.; PRECOPPE, M.; LAMLERT, N.; MAHAYOTHEE, B.; BALA, B. K.; NAGLE, M.; MÜLLER, J. Thin-layer drying of litchi (*Litchi chinensis* Sonn.). **Food and Bioproducts Processing**. v.89, p. 194–201, 2011.

- JIANG, W.; GONG, J.; TU, S. T. A study of the effect of filler metal thickness on tensile strength for a stainless steel plate-fin structure by experiment and finite element method. **Materials and Design**. v.31, p. 2387–2396, 2010.
- KALETA, A.; GÓRNICKI, K. Evaluation of drying models of apple (var. McIntosh) dried in a convective dryer. **International Journal of Food Science and Technology**. v.45, p. 891–898, 2010.
- KARIM, M. A.; HAWLADER, M. N. A. Drying characteristics of banana: theoretical modelling and experimental validation. **Journal of Food Engineering**. v.70, p. 35–45, 2005.
- KEK, S. P.; CHIN, N. L.; YUSOF, Y. A. Direct and Indirect Power Ultrasound Assisted Pre-Osmotic Treatments in Convective Drying of Guava Slices. **Food and Bioprocess Processing**. v. 91, p. 495–506, 2013.
- KHOYI, M. R.; HESARI, J. Osmotic dehydration kinetics of apricot using sucrose solution. **Journal of Food Engineering**. v. 78, p. 1355–1360, 2007.
- LEMUS-MONDACA, R. A.; ZAMBRA, C. E.; VEGA-GÁLVEZ, A.; MORAGA, N. O. Coupled 3D heat and mass transfer model for numerical analysis of drying process in papaya slices. **Journal of Food Engineering**. v. 116, p. 109–117, 2013.
- LI, H.; ZHAO, C.; GUO, Y.; AN, K.; DING, S.; WANG, Z. Mass transfer evaluation of ultrasonic osmotic dehydration of cherry tomatoes in sucrose and salt solutions. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 47, p. 954–960, 2012.
- LINS, M. A. A. **Estudo Analítico e Numérico das Propriedades Termo-Físicas Durante o Processo de Transferência de Calor em Produtos de Forma Cilíndrica**. 2013. 262 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

- LOREDO, A. B. G.; GUERRERO, S. N.; GOMEZ, P. L.; ALZAMORA, S. M. Relationships between rheological properties, texture and structure of apple (Granny Smith var.) affected by blanching and/or osmotic dehydration. **Food Bioprocess Technology**. v.6, p. 475–488, 2013.
- LUIKOV, A. V. **Analytical heat diffusion theory**. Academic Press, Inc. Ltd: London, 1968, 685 p.
- MAEDA, M.; LORETO, R. L. Desidratação Osmótica de Bananas. **Semina: Ciências Agrárias**. v. 19, p. 60–67, 1998.
- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. LTC: Rio de Janeiro, 2013, 453 p.
- MARABI, A.; LIVINGS, S.; JACOBSON, M.; SAGUY, I. S. Normalized Weibull distribution for modeling rehydration of food particulates. **European Food Research and Technology**. v. 217, p. 311–318, 2003.
- MAURO, M. A.; MENEGALLI, F. C. Evaluation of diffusion coefficients in osmotic concentration of bananas (Musa Cavendish Lambert). **International Journal of Food Science and Technology**. v. 30, p. 199-213, 1995.
- MELO FILHO, A. B.; VASCONCELOS, M. A. S. **Química de Alimentos**. Recife: UFRPE, 2011.
- MERCALI, G. D.; TESSARO, I. C.; NOREÑA, C. P. Z.; MARCZAK, L. D. F. Mass transfer kinetics during osmotic dehydration of bananas (Musa sapientum, shum.). **International Journal of Food Science and Technology**. v. 45, p. 2281–2289, 2010.
- MERCALI, G. D.; MARCZAK, L. D. F.; TESSARO, I. C.; NOREÑA, C. P. Z. Evaluation of water, sucrose and NaCl effective diffusivities during osmotic dehydration of banana (Musa sapientum, shum.). **LWT - Food Science and Technology**. v. 44, p. 82-91, 2011.

- MOHEBBI, M.; SHAHIDI, F.; FATHI, M.; EHTIATI, A.; NOSHAD, M. Prediction of moisture content in pre-osmosed and ultrasounded dried banana using genetic algorithm and neural network. **Food And Bioproducts Processing**. v. 89, p. 362–366, 2011.
- MOLZ, F. J. Water transport through plant tissue: the apoplasm and symplasm pathways. **J. Theor. Biol.** v. 59, 277-292, 1976.
- MONNERAT, S. M.; PIZZI, T. R. M.; MAURO, M. A.; MENEGALLI, F. C. Osmotic dehydration of apples in sugar/salt solutions: Concentration profiles and effective diffusion coefficients. **Journal of Food Engineering**. v.100, p. 604–612, 2010.
- MORAGA, M. J.; MORAGA, G.; FITO, P. J.; MARTÍNEZ-NAVARRETE, N. Effect of vacuum impregnation with calcium lactate on the osmotic dehydration kinetics and quality of osmodehydrated grapefruit. **Journal of Food Engineering**. v. 90, p. 372–379, 2009.
- MOREIRA, R.; CHENLO, F.; CHAGURI, L.; VÁZQUEZ, G. Air drying and colour characteristics of chestnuts pre-submitted to osmotic dehydration with sodium chloride. **Food and Bioproducts Processing**, v. 89, p. 109–115, 2011.
- MUNDADA, M.; HATHAN, B. S.; MASKE, S. Mass Transfer Kinetics during Osmotic Dehydration of Pomegranate Arils. **Journal of Food Science**. v. 76, p. 31-39, 2011.
- NAHIMANA, H.; ZHANG, M.; MUJUMDAR, A. S; DING, Z. Mass Transfer Modeling and Shrinkage Consideration during Osmotic Dehydration of Fruits and Vegetables. **Food Reviews International**. v. 27, p. 331–356, 2011.
- NOWACKA, M.; TYLEWICZ, U.; LAGHI, L.; DALLA ROSA, M.; WITROWA-RAJCHERT, D. Effect of ultrasound treatment on the water state in kiwifruit during osmotic dehydration. **Food Chemistry**. v. 144, p. 18–25, 2014.

- NOWAKUNDA, K.; ANDRÉS, A.; FITO, P. Osmotic Dehydration Of Banana Slices As A Pretreatment For Drying Processes. **Proceedings of the 14th International Drying Symposium (IDS 2004)**. v. C, p. 2077-2083, 2004.
- OCHOA-MARTÍNEZ, C. I.; RAMASWAMY, H. S.; AYALA-APONTE, A. A. Suitability Of Crank's Solutions To Fick's Second Law For Water Diffusivity Calculation And Moisture Loss Prediction In Osmotic Dehydration Of Fruits. **Journal of Food Process Engineering**. v.32, p. 933–943, 2009.
- OLIVEIRA, I. M.; FERNANDES, F. A. N.; RODRIGUES, S.; SOUSA, P. H. M.; MAIA, G. A.; FIGUEIREDO, R. W. Modeling And Optimization Of Osmotic Dehydration Of Banana Followed By Air Drying. **Journal of Food Process Engineering**. v. 29, p. 400–413, 2006.
- OLIVEIRA, V. A. B.; LIMA, A. G. B.; SILVA, C. J. Drying of Wheat: A Numerical Study Based on the Non-Equilibrium Thermodynamics. **International Journal of Food Engineering**. v. 8, 2012.
- PANARESE, V.; LAGHI, L.; PISI, A.; TYLEWICZ, U.; ROSA, M. D.; ROCCULI, P. Effect of osmotic dehydration on *Actinidia deliciosa* kiwifruit: A combined NMR and ultrastructural study. **Food Chemistry**. v. 132, p. 1706–1712, 2012.
- PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980, 197 p.
- PBMH & PIF - PROGRAMA BRASILEIRO PARA A MODERNIZAÇÃO DA HORTICULTURA & PRODUÇÃO INTEGRADA DE FRUTAS. **Normas de Classificação de Banana**. São Paulo: CEAGESP, 2006.
- PEREIRA, N. R.; MARSAIOLI JR, A.; AHRNÉ, L. M. Effect of microwave power, air velocity and temperature on the final drying of osmotically dehydrated bananas. **Journal of Food Engineering**. v. 81, p. 79–87, 2007.

- PERUSSELLO, C. A.; MARIANI, V. C.; MASSON, M. L.; CASTILHOS, F. Determination of thermophysical properties of yacon (*Smallanthus sonchifolius*) to be used in a finite element simulation. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v. 67, p. 1163–1169, 2013.
- PONKHAM, K.; MEESO, N.; SOPONRONNARIT, S.; SIRIAMORNPUN, S. Modeling of combined far-infrared radiation and air drying of a ring shaped-pineapple with/without shrinkage. **Food and Bioproducts Processing**. v. 90, p. 155–164, 2012.
- POP, N.; CIOBAN, H.; HORVAT-MARC, A. Finite element method used in contact problems with dry friction. **Computational Materials Science**. v.50, p. 1283–1285, 2011.
- PORCIUNCULA, B. D. A.; ZOTARELLI, M. F.; CARCIOFI, B. A. M.; LAURINDO, J. B. Determining the effective diffusion coefficient of water in banana (Prata variety) during osmotic dehydration and its use in predictive models. **Journal of Food Engineering**. v.119, p. 490–496, 2013.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical recipes in Fortran 77. The art of scientific computing**. New York: Cambridge University Press, v. 1, 1992, 933p.
- PUIG, A.; PEREZ-MUNUERA, I.; CARCEL, J. A.; HERNANDO, I.; GARCIA-PEREZ, J. V. Moisture loss kinetics and microstructural changes in eggplant (*Solanum melongena* L.) during conventional and ultrasonically assisted convective drying. **Food and Bioproducts Processing**. v. 90, p. 624–632, 2012.
- PUTRANTO, A.; CHEN, X. D.; XIAO, Z.; WEBLEY, P. A. Mathematical modeling of intermittent and convective drying of rice and coffee using the reaction engineering approach (REA). **Journal of Food Engineering**. v. 105, p. 638–646, 2011.

- RADTKE, F. K. F.; SIMONE, A.; SLUYS, L. J. A partition of unity finite element method for obtaining elastic properties of continua with embedded thin fibres. **International Journal For Numerical Methods In Engineering**. v.84, p. 708–732, 2010.
- RAMALLO, L. A.; MASCHERONI, R. H. Effect Of Shrinkage On Prediction Accuracy Of The Water Diffusion Model For Pineapple Drying. **Journal of Food Process Engineering**. v.36, p. 66–76, 2011.
- RAMOS, I. N.; MIRANDA, J. M. R.; BRANDÃO, T. R. S.; SILVA, C. L. M. Estimation of water diffusivity parameters on grape dynamic drying. **Journal of Food Engineering**. v.97, p. 519–525, 2010.
- RASTOGI, N. K., RAGHAVARAO, K. S. M. S. Mass transfer during osmotic dehydration of pineapple: considering Fickian diffusion in cubical configuration. **LWT-Food Science and Technology**. v.37, p. 43-47, 2004.
- RASTOGI, N. K.; RAGHAVARAO, K. S. M. S.; NIRANJAN, K. Mass Transfer during Osmotic Dehydration of Banana: Fickian Diffusion in Cylindrical Configuration. **Journal of Food Engineering**. v. 31, p. 473-432, 1997.
- RODRIGUES, S.; FERNANDES, F. A. N. Dehydration of melons in a ternary system followed by air-drying. **Journal of Food Engineering**. v. 80, p. 678–687, 2007.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo: Makron Books, 2004.
- RUIZ-LÓPEZ, I. I.; GARCÍA-ALVARADO, M. A. Analytical solution for food-drying kinetics considering shrinkage and variable diffusivity. **Journal of Food Engineering**. v. 79, p. 208–216, 2007.

- RUIZ-LÓPEZ, I. I.; CASTILLO-ZAMUDIO, R. I.; SALGADO-CERVANTES, M. A.; RODRÍGUEZ-JIMENES, G. C.; GARCÍA-ALVARADO, M. A. Mass Transfer Modeling During Osmotic Dehydration of Hexahedral Pineapple Slices in Limited Volume Solutions. **Food Bioprocess Technology**. v. 3, p. 427–433, 2010.
- SAGAR, V. R.; SURESH, K. P. Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: a review. **Journal Food Science Technology**. v. 47, p. 15–26, 2010.
- SCHÄFER, M. **Computational Engineering –Introduction to Numerical Methods**. Springer: Germany, 2006, 321 p.
- SHARMA, G. P., PRASAD, S., DATTA, A. K. Drying kinetics of garlic cloves under convective drying conditions. **Journal of Food Science Technology**. v. 40, p. 45-51, 2003.
- SHUKLA, K. N. **Diffusion Processes During Drying of Solids**. World Scientific: Singapore, 1990, 159 p.
- SILVA, C. M. D. P. S. **Difusão De Massa Em Corpos Cilíndricos: Modelagem E Desenvolvimento De Software Com Aplicação À Secagem De Bananas**. 2010. 129 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola), Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil.
- SILVA, C. M. D. P. S. **Ferramentas Analíticas e Numéricas para a Descrição da Secagem de Sólidos na Forma de Cilindros e de Elipsóides**. 2012. 254 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.
- SILVA, F. D.; MATA, M. E. E. M. C.; DUARTE, M. E. M.; SOUZA, J. A.; SILVA, Y. C. Desidratação Osmótica De Banana Da Terra (*Musa Sapientum*) Aplicação De Modelos Matemáticos. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**. p. 69-76, 2003.
- SILVA, J. S. **Secagem e Armazenagem de Produtos Agrícolas**. Viçosa: Aprenda Fácil, 2008.

- SILVA, L. D. **Técnicas Analíticas e Numéricas para a Secagem de Sólidos na Forma de Paralelepípedo: Uma Abordagem Tridimensional**. 2012. 182 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.
- SILVA, M. A. C.; CORRÊA, J. L. G.; SILVA, Z. E. Application of inverse methods in the osmotic dehydration of acerola. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 45, p. 2477–2484, 2010.
- SILVA NETO, S. P. da; GUIMARÃES, T. G. **Evolução da cultura da banana no Brasil e no mundo**. Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2011. Disponível em: <<http://www.cpac.embrapa.br/noticias/artigosmidia/publicados/287/>>. Acesso em: 14/11/2013.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOARES, I. B.; NASCIMENTO, J. L.; SILVA, C. D. P. S. Um avaliador de expressões em Fortran. **Science & Engineering Journal**, v. 14, n. 1, p. 95-99, 2005.
- SILVA, W. P. **Transporte Difusivo em Sólidos com Forma Arbitrária Usando Coordenadas Generalizadas**. 2007. 263 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S. Numerical Simulation of the Water Diffusion in Cylindrical Solids. **International Journal of Food Engineering**. v.4, p. 1556-3758, 2008.
- SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S.; LIMA, A. G. B. Numerical simulation of diffusive processes in solids of revolution via the finite volume method and generalized coordinates. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v.52, p. 4976–4985, 2009.

- SILVA, W. P. **Discretizações em fenômenos de transporte computacional, Cursos 1 e 2** (2009) Apresentações em Powerpoint, online, disponível no endereço eletrônico: <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>>, data de acesso: 13/11/2013.
- SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. Lab fit curve fitting software, V.7.2.46 (2009a); online, disponível em : www.labfit.net, data de acesso: Abril/2015).
- SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. “**Convective**” software (2009b), online, disponível no endereço eletrônico: <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Convective.htm>>, data de acesso: 15-12-2013.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B. Mass and heat transfer study in solids of revolution via numerical simulations using finite volume method and generalized coordinates for the Cauchy boundary condition. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v. 53, p. 1183–1194, 2010.
- SILVA, W. P., “**Contour plots**” software (2010) online, disponível no seguinte endereço eletrônico <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Contour.zip>, data de acesso: Março/2015.
- SILVA, W. P. **xyExtract** (2011), online, disponível no endereço eletrônico: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index_xyExtract.htm>, date of access: 26-03-2015.
- SILVA, W. P., SILVA E SILVA, C.M.D.P., FARIAS, V.S.O., Gomes, J.P. Diffusion Models to Describe the Drying Process of Peeled Bananas: Optimization and Simulation. **Drying Technology**. v.30, p. 164-174, 2012a.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; GAMA, F. J. A. An improved technique for determining transport parameters in cooling processes. **Journal of Food Engineering**. v. 111, p. 394–402, 2012b.

- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, L. D.; LINS, M. A. A. Comparison between models with constant and variable diffusivity to describe water absorption by composite materials. **Materialwissenschaft und Werkstofftechnik**. v. 43, p. 825–831, 2012c.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, L. D.; LINS, M. A. A. Modeling of water transport in roof tiles by removal of moisture at isothermal conditions. **Heat Mass Transfer**. v. 48, p. 809–821, 2012d.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOUSA, J. A. R.; FARIAS, V. S. O. Empirical and diffusion models to describe water transport into chickpea (*Cicer arietinum* L.). **International Journal of Food Science and Technology**. v.48, p. 267–273, 2013a.
- SILVA, W. P.; AMARAL, D. S.; DUARTE, M. E. M.; MATA, M. E.R.M.C.; SILVA, C. M. D. P. S.; PINHEIRO, R. M. M.; PESSOA, T. Description of the osmotic dehydration and convective drying of coconut (*Cocos nucifera* L.) pieces: A three-dimensional approach. **Journal of Food Engineering**. v. 115, p. 121–131, 2013b.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; AIRES, J. E. F.; SILVA JUNIOR, A. F. Osmotic dehydration and convective drying of coconut slices: Experimental determination and description using one-dimensional diffusion model. **Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences**. 2013c.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; GOMES, J. P. Drying description of cylindrical pieces of bananas in diferente temperatures using diffusion models. **Journal of Food Engineering**. v. 117, p. 417–424, 2013d.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; GAMA, F. J. A.; GOMES, J. P. Mathematical models to describe thin-layer drying and to determine drying rate of whole bananas. **Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences**. v.13, p. 67–74, 2014a.

- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A.; GOMES, J. P. Osmotic dehydration of pineapple (*Ananas comosus*) pieces in cubical shape described by diffusion models. **LWT - Food Science and Technology**. v. 55, p. 1-8, 2014b.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A.; COSTA, W. S. Optimal Removal of Experimental Points to Determine Apparent Thermal Diffusivity of Canned Products. **International Journal of Food Engineering**. v. 10, p. 223–231, 2014c.
- SILVA, W. P.; AIRES, J. E. F.; CASTRO, D. S.; SILVA, C. M. D. P. S.; GOMES, J. P. Numerical description of guava osmotic dehydration including shrinkage and variable effective mass diffusivity. **LWT - Food Science and Technology**. v. 59, p. 859–866, 2014d.
- SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; JUNIOR, A. F. S. A numerical approach to determine some properties of cylindrical pieces of bananas during drying. **International Journal of Food Engineering**. v. 11, p. 335–347, 2015.
- SINGH, B.; KUMAR, A.; GUPTA, A. K. Study of mass transfer kinetics and effective diffusivity during osmotic dehydration of carrot cubes. **Journal of Food Engineering**. v. 79, p. 471–480, 2007.
- SINGH, B.; PANESAR, P. S.; NANDA, V. Osmotic dehydration kinetics of carrot cubes in sodium chloride solution. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 43, p. 1361–1370, 2008.
- SINGH, B.; PANESAR, P. S.; NANDA, V.; KENNEDY, J. F. Optimisation of osmotic dehydration process of carrot cubes in mixtures of sucrose and sodium chloride solutions. **Food Chemistry**. v. 123, p. 590–600, 2010.
- SOSA, N.; SALVATORI, D. M.; SCHEBOR, C. Physico-Chemical and Mechanical Properties of Apple Disks Subjected to Osmotic Dehydration and Different Drying Methods. **Food Bioprocess Technology**. v. 5, p. 1790–1802, 2012.

- SOURAKI, B. A.; GHAFARI, A.; BAYAT, Y. Mathematical modeling of moisture and solute diffusion in the cylindrical green bean during osmotic dehydration in salt solution. **Food and Bioproducts Processing**. v.90, p. 64–71, 2012.
- SOURAKI, B. A.; MOWLA, D. Axial and radial moisture diffusivity in cylindrical fresh green beans in a fluidized bed dryer with energy carrier: Modeling with and without shrinkage. **Journal of Food Engineering**. v.88, p. 9–19, 2008.
- SOUSA, P. H. M.; MAIA, G. A.; SOUZA FILHO, M. S. M.; FIGUEIREDO, R. W.; NASSU, R. T.; SOUZA NETO, M. A. Influência da Concentração e da Proporção Fruto:Xarope na Desidratação Osmótica de Bananas Processadas. **Ciências e Tecnologia de Alimentos** . v. 23, p. 126–130, 2003a.
- SOUSA, P. H. M.; MAIA, G. A.; SOUZA FILHO, M. S. M.; FIGUEIREDO, R. W.; NASSU, R. T.; BORGES, M. F. Avaliação de Produtos Obtidos Pela Desidratação Osmótica de Banana Seguida de Secagem. **Boletim do Centro de Pesquisa de Processamento de Alimentos**. v. 21, p. 109-120, 2003b.
- SOUZA, J. S.; MEDEIROS, M. F. D.; MAGALHÃES, M. M. A.; RODRIGUES, S.; FERNANDES, F. A. N. Optimization of osmotic dehydration of tomatoes in a ternary system followed by air-drying. **Journal of Food Engineering**. v. 83, p. 501–509, 2007.
- SUTAR, P.P.; PRASAD, S. Optimization of osmotic dehydration of carrots under atmospheric and pulsed microwave vacuum conditions. **Drying Technology**. v. 29, p. 371–380, 2011.
- SUTAR, P. P.; RAGHAVAN, G. V. S.; GARIEPY, Y.; PRASAD, S.; TRIVEDI, A. Optimization of Osmotic Dehydration of Potato Cubes Under Pulsed Microwave Vacuum Environment in Ternary Solution. **Drying Technology**. v. 30, p. 1449-1456, 2012.
- Tabela brasileira de composição de alimentos-TACO/NEPA-UNICAMP-Versão II**. 2. ed. Campinas: NEPA-UNICAMP, 2006.

- TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. A.; PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Mechanics And Heat Transfer**. Taylor & Francis: USA, 1997, 781 p.
- TELES, U. M.; FERNANDES, F. A. N.; RODRIGUES, S.; LIMA, A. S.; MAIA, G. A.; FIGUEIREDO, R. W. Optimization of osmotic dehydration of melons followed by air-drying. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 41, p. 674–680, 2006.
- THUWAPANICHAYANAN, R.; PRACHAYAWARAKORN, S.; KUNWISAWA, J.; SOPONRONNARIT, S. Determination of effective moisture diffusivity and assessment of quality attributes of banana slices during drying. **Food Science and Technology**. v. 44, p. 1502-1510, 2011.
- URIBE, E.; MIRANDA, M.; VEGA-GÁLVEZ, A.; QUISPE, I.; CLAVERÍA, R.; DI SCALA, K. Mass Transfer Modelling During Osmotic Dehydration of Jumbo Squid (*Dosidicus gigas*): Influence of Temperature on Diffusion Coefficients and Kinetic Parameters. **Food Bioprocess Technology**. v. 4, p. 320–326, 2011.
- VERMA, D.; KAUSHIK, N.; RAO, P. S. Application of High Hydrostatic Pressure as a Pretreatment for Osmotic Dehydration of Banana Slices (*Musa cavendishii*) Finish-Dried by Dehumidified Air Drying. **Food Bioprocess Technol**. 2013.
- WANG, R.; ZHANG, M.; MUJUMDAR, A. S. Effect of Osmotic Dehydration on Microwave Freeze-Drying Characteristics and Quality of Potato Chips. **Drying Technology**. v. 28, p. 798-806, 2010.
- WIKIMEDIA COMMONS, **Apoplast and symplast pathways**, 2010. Disponível em: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Apoplast_and_symplast_pathways.svg>. Acesso em: 20/11/2014.
- XIN, Y.; ZHANG, M.; ADHIKARI, B. Effect of trehalose and ultrasound-assisted osmotic dehydration on the state of water and glass transition temperature of broccoli (*Brassica oleracea* l. var. botrytis l.). **Journal of Food Engineering**. v. 119, p. 640–647, 2013.

- YE, Z.; WANG, C. Discontinuous Galerkin Implementation Of Time-Domain Finite-Element Method Using Crank–Nicolson Scheme And Complex Frequency-Shifted Perfectly Matched Layers For Efficient Analysis Of Dielectric Loaded Waveguide Structures. **Microwave And Optical Technology Letters**. v.53, p. 2635– 2642, 2011.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method**. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2000, 689 p.
- ZUGARRAMURDI, A., LUPÍN, H. M. A model to explain observed behavior on fish salting. **Journal of Food Science**. v.45, p. 1305–1311, 1980.
- ZÚÑIGA, R. N.; PEDRESCHI, F. Study of the Pseudo-equilibrium During Osmotic Dehydration of Apples and Its Effect on the Estimation of Water and Sucrose Effective Diffusivity Coefficients. **Food Bioprocess Technology**. v.5, p. 2717-2727, 2012.

APÊNDICE A: DISCRETIZAÇÕES

Discretização da equação de difusão para o volume de controle a noroeste

O volume de controle a noroeste possui uma fronteira no eixo central, que pela condição de simetria, tem-se

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w = 0. \quad (1A)$$

E uma fronteira em contato com o meio externo, como mostra a Figura A.1.

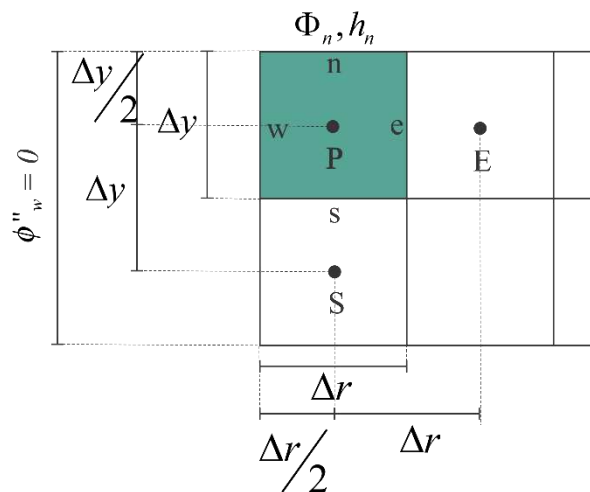


Figura A.1: Volume de controle a noroeste com volumes vizinhos ao leste e ao sul.

Considerando o fluxo difusivo na fronteira norte, tem-se

$$\phi''_n = -\Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y/2} \quad (2A)$$

E pelo fluxo convectivo, tem-se

$$\phi''_n = h_n(\Phi_n - \Phi_{\infty n}) \quad (3A)$$

Igualando (2A) e (3A), obtém-se

$$\Phi_n = \frac{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} \Phi_P + h_n \Phi_{\infty n}}{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} + h_n} \quad (4A)$$

Substituindo (4A) em (3A), obtém-se

$$\phi''_n = \left(\frac{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} \Phi_P + h_n \Phi_{\infty n}}{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} + h_n} - \Phi_{\infty n} \right) = \frac{\Phi_P - \Phi_{\infty n}}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi} \right)} \quad (5A)$$

Assim

$$-\phi''_n = \Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_P - \Phi_{\infty n}}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi} \right)} \quad (6A)$$

Substituindo (1A), (6A) e as aproximações da derivadas (3.35) e (3.38) em (3.34), chega-se a

$$\begin{aligned} \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 &= r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y + \frac{\Phi_{\infty n} - \Phi_P}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_n^\Phi} \right)} r_P \Delta r \\ &\quad - \Gamma_s^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta r} \right) r_P \Delta y + (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r \Delta y \end{aligned} \quad (7A)$$

Finalmente, agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_s \Phi_S + B, \quad (8A)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + \frac{r_P \Delta r}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}\right)} + r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_P r_P \Delta r \Delta y \quad (9A)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (10A)$$

$$A_s = r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (11A)$$

$$B = \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + \frac{r_P \Delta r}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}\right)} \Phi_{\infty n} + S_c r_P \Delta r \Delta y \quad (12A)$$

Discretização da equação de difusão para o volume de controle ao norte

O volume ao norte possui vizinhos a oeste, a leste e ao sul. A fronteira norte está em contato com o meio externo, como mostra a Figura A.2. Assumindo uma malha uniforme e considerando o fluxo difusivo, tem-se

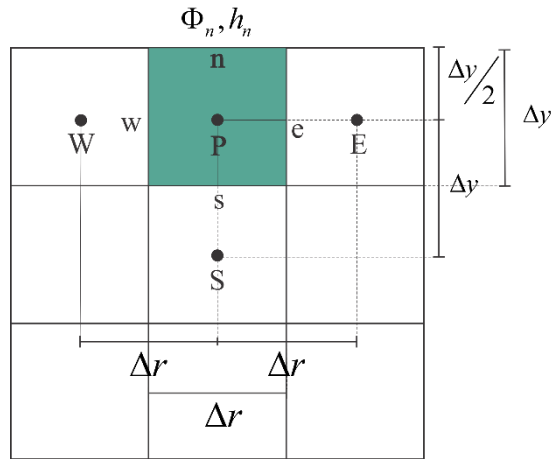


Figura A.2: Volume ao norte com vizinhos a oeste, a leste e ao sul.

$$\phi''_n = -\Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y/2} \quad (13A)$$

Para o fluxo convectivo, tem-se

$$\phi''_n = h_n(\Phi_n - \Phi_{\infty n}) \quad (14A)$$

Com cálculos análogos ao volume anterior, obtém-se

$$\Phi_n = \frac{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} \Phi_P + h_n \Phi_{\infty n}}{\frac{2\Gamma_n^\Phi}{\Delta y} + h_n} \quad (15A)$$

Assim,

$$-\phi''_n = \Gamma_n^\Phi \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_{\infty n} - \Phi_P}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}\right)} \quad (16A)$$

Substituindo (16A), (3.35), (3.36) e (3.38) em (3.34), obtém-se

$$\begin{aligned} \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 &= \left[r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \Delta y \right] \\ &+ \left[\left(\frac{\Phi_{\infty n} - \Phi_P}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} \right) - \Gamma_s^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y} \right) \right] r_P \Delta r \\ &+ (S_c + S_p \Phi_P) r_P \Delta r \Delta y \end{aligned} \quad (17A)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_W \Phi_W + A_E \Phi_E + A_S \Phi_S + B, \quad (18A)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + \frac{r_P \Delta r}{\left(\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi} \right)} + r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_p r_P \Delta r \Delta y \quad (19A)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (20A)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (21A)$$

$$A_s = r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (22A)$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + \frac{r_p \Delta r}{\frac{1}{h_n} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_n^\Phi}} \Phi_{\infty n} + S_c r_p \Delta r \Delta y \quad (23A)$$

Discretização da equação de difusão para o volume de controle a leste

O volume de controle a leste possui volumes vizinhos ao norte, a oeste e ao sul, e a fronteira leste está em contato com o meio externo.

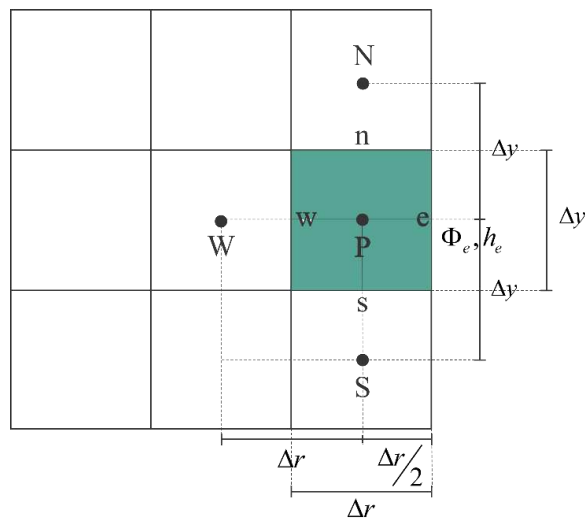


Figura A.3: Volume de controle leste e seus vizinhos ao norte, ao sul e a oeste.

Igualando os fluxos convectivo e difusivo na fronteira leste, como foi feito nos demais volumes de controle, obtém-se

$$\Phi_e = \frac{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} \Phi_P + h_e \Phi_{\infty e}}{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} + h_e} \quad (24A)$$

Substituindo (24A) em $\phi''_e = h_e(\Phi_e - \Phi_{\infty e})$, obtém-se

$$-\phi''_e = \Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_{\infty e} - \Phi_P}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}\right)} \quad (25A)$$

Substituindo (25A), (3.36), (3.37) e (3.38) em (3.34), e finalmente agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_W \Phi_W + A_n \Phi_N + A_s \Phi_S + B, \quad (26A)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + \frac{r_e \Delta y}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}\right)} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} + r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_P r_P \Delta r \Delta y \quad (27A)$$

$$A_W = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (28A)$$

$$A_n = r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (29A)$$

$$A_s = r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (30A)$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + \frac{r_e \Delta r}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_e \Phi}} \Phi_{\infty e} + S_c r_p \Delta r \Delta y \quad (31A)$$

Discretização da equação de difusão para o volume de controle sudeste

O volume de controle sudeste possui dois volumes vizinhos, um ao norte e outro a oeste, uma fronteira em contato com o meio externo e outro no eixo de simetria, como mostra a Figura A.4.

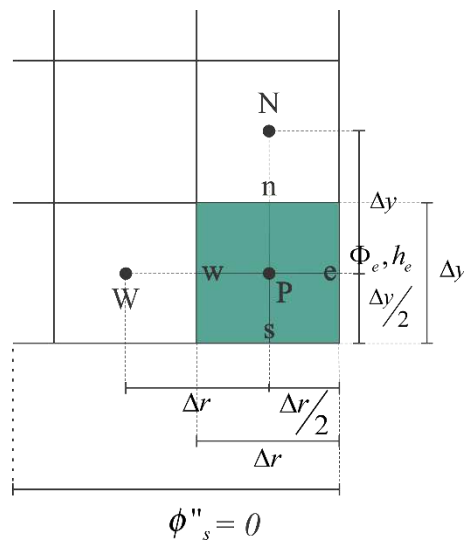


Figura A.4: Volume a sudeste com seus vizinhos ao norte e a oeste.

Como a fronteira “s” está no eixo de simetria, tem-se

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s = 0. \quad (32A)$$

Considerando o fluxo difusivo e convectivo na fronteira “e”, de forma análoga a volumes anteriores, obtém-se

$$\Phi_e = \frac{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} \Phi_P + h_e \Phi_{\infty e}}{\frac{2\Gamma_e^\Phi}{\Delta r} + h_e} \quad (33A)$$

Substituindo (33A) em $\phi''_e = h_e(\Phi_e - \Phi_{\infty e})$, obtém-se

$$\phi''_e = \frac{\Phi_P - \Phi_{\infty e}}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}\right)} \quad (34A)$$

Assim, tem-se

$$-\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_P - \Phi_{\infty e}}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}\right)}, \quad (35A)$$

o que implica em

$$\Gamma_e^\Phi \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\Delta y/2} = \frac{\Phi_{\infty e} - \Phi_P}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi}\right)} \quad (36A)$$

Substituindo (32A), (36A), (3.36) e (3.37) em (3.34), obtém-se

$$\lambda_p r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 = \left[r_e \left(\frac{\Phi_{\infty e} - \Phi_P}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_e^\Phi}} \right) \Delta y - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \Delta y \right] + \left[\Gamma_n^\Phi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y} \right) r_p \Delta r \right] + (S_c + S_p \Phi_P) r_p \Delta r \Delta y \quad (37A)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_w \Phi_W + A_n \Phi_N + B, \quad (38A)$$

onde

$$A_P = \lambda_p r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + \frac{r_e \Delta y}{\left(\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta r}{2\Gamma_e^\Phi} \right)} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_p r_p \Delta r \Delta y \quad (39A)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (40A)$$

$$A_n = r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (41A)$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + \frac{r_e \Delta r}{\frac{1}{h_e} + \frac{\Delta y}{2\Gamma_e^\Phi}} \Phi_{\infty e} + S_c r_p \Delta r \Delta y \quad (42A)$$

Discretização da equação de difusão para o volume de controle ao sul

O volume ao sul possui volumes vizinhos ao norte, a leste e a oeste, e a fronteira “s” no eixo de simetria, como mostra a Figura A.5. Por esta última observação, tem-se

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s = 0. \quad (43A)$$

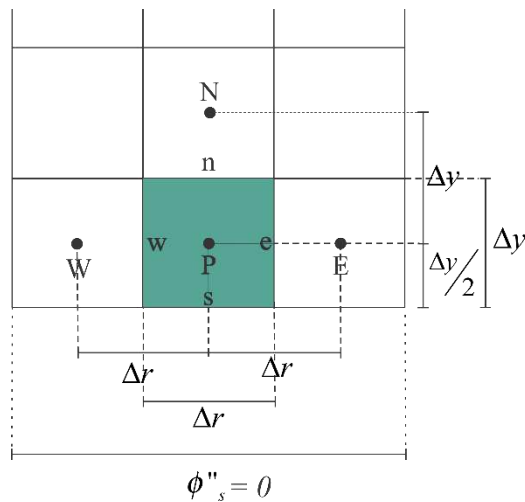


Figura A.5: Volume ao sul e seus vizinhos ao norte, a oeste e a leste.

Substituindo (43A), (3.35), (3.36) e (3.37) em (3.34), obtém-se

$$\begin{aligned} \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 &= r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y - r_w \Gamma_w^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r} \right) \Delta y \\ &+ \Gamma_n^\Phi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y} \right) r_P \Delta r + (S_c + S_P \Phi_P) r_P \Delta r \Delta y \end{aligned} \quad (44A)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_P \Phi_P = A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + A_n \Phi_N + B, \quad (45A)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_P r_P \Delta r \Delta y \quad (46A)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (47A)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (48A)$$

$$A_n = r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (49A)$$

$$B = \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_c r_P \Delta r \Delta y \quad (50A)$$

Discretização da equação de difusão para o volume de controle a oeste

O volume de controle a oeste possui volumes de controle vizinhos ao norte, a leste e ao sul, e possui a fronteira oeste no eixo central

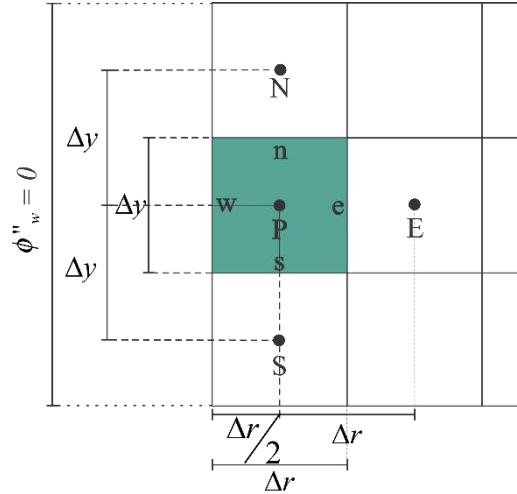


Figura A.6: Volume de controle a oeste e seus vizinhos ao norte, ao sul e a leste.

Assim

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_w = 0. \quad (51A)$$

Substituindo (51A), (3.35), (3.37) e (3.38) em (3.34), obtém-se

$$\begin{aligned} \lambda_p r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_p^0 r_p \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 &= r_e \Gamma_e^\Phi \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r} \right) \Delta y + \Gamma_n^\Phi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y} \right) r_p \Delta r \\ &\quad - \Gamma_s^\Phi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y} \right) r_p \Delta r + (S_c + S_p \Phi_P) r_p \Delta r \Delta y \end{aligned} \quad (52A)$$

Agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$A_p \Phi_P = A_e \Phi_E + A_n \Phi_N + A_s \Phi_S + B, \quad (53A)$$

onde

$$A_P = \lambda_P r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} + r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} + r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} - S_P r_P \Delta r \Delta y \quad (54A)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r} \quad (55A)$$

$$A_n = r_P \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (56A)$$

$$A_s = r_P \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y} \quad (57A)$$

$$B = \lambda_P^0 r_P \frac{\Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + S_c r_P \Delta r \Delta y \quad (58A)$$