

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E
ENGENHARIA DE MATERIAIS**

UMA PROPOSTA DE IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM ESTRUTURA TIPO
VIGA BASEADA NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR

Marcos Antonio da Silva Irmão

Campina Grande
Fevereiro/2012

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E
ENGENHARIA DE MATERIAIS**

UMA PROPOSTA DE IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM ESTRUTURA TIPO
VIGA BASEADA NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR

Marcos Antonio da Silva Irmão

Tese apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Ciência e Engenharia de
Materiais como requisito parcial à
obtenção do título de DOUTOR EM
CIÊNCIA E ENGENHARIA DE
MATERIAIS

Orientador: Dr. Antonio Almeida Silva

Agência Financiadora: CAPES

Campina Grande

Fevereiro/2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

I69p Irmão, Marcos Antonio da Silva
Uma proposta de identificação de defeito em estrutura tipo viga baseada nas frequências naturais e modos de vibrar / Marcos Antonio da Silva Irmão. – Campina Grande, 2012.
153 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Ciência e Engenharia de Materiais) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências Tecnologia.
Orientador: Dr. Antonio Almeida Silva.
Referências.

1. Viga – Estrutura. 2. Identificação de Defeito. 3. Integridade Estrutural.
4. Frequências Naturais. 5. Modos de Vibrar. I. Título.

CDU 624.072.2(043)

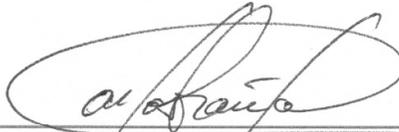
**UMA PROPOSTA DE IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM ESTRUTURA TIPO
VIGA BASEADA NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR**

Marcos Antonio da Silva Irmão

Tese Aprovada em 29/02/2012 pela banca examinadora constituída dos seguintes membros:



Dr. Antonio Almeida Silva
(Orientador)
UAEM - UFCG



Dr. Carlos José de Araújo
(Examinador Interno)
UAEM - UFCG



Dr. Marco Antonio dos Santos
(Examinador Interno)
UAEM - UFCG



Dr. Neilor Cesar dos Santos
(Examinador Externo)
IFPB



Dr. José Bismark de Medeiros
(Examinador Externo)
UNIVASF

DEDICATÓRIA

Á minha esposa e filhos, mãe, pai e irmãos.

VITAE DO CANDIDATO

(Mestre, Universidade Federal da Paraíba, 2002)

- Engenheiro Mecânico pela UFPB (2000).
- Mestre em Engenharia Mecânica pela UFPB (2002)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar á Deus que de bom grado capacita os homens a desenvolver e atingir suas metas. A minha querida esposa Miriam Pereira Gomes pelo apoio constante, carinho e paciência, ao meu filho Matheus que através de seu sorriso me anima. A minha querida mãe Maria do Socorro e ao meu pai Antonio João. Aos meus irmãos. Ao meu orientador Antonio Almeida, que tem sido não apenas um orientador mais um amigo. Aos colegas de laboratório Jader e Alberdan pelos momentos de discussão científica e descontração. À Igreja que está em Vila Eduardo – Petrolina/PE que oram por mim. A todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram com este trabalho.

UMA PROPOSTA DE IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM ESTRUTURA TIPO VIGA BASEADA NAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E MODOS DE VIBRAR

RESUMO

Nesta investigação busca-se avaliar as propriedades modais, em especial as frequências naturais e os modos de vibrar, como elementos de uma proposta de identificação de defeitos em estruturas tipo viga. Este novo procedimento de identificação do defeito compreende os seguintes passos: o levantamento das variações ocorridas nas frequências naturais da estrutura por conta do defeito; a seleção de modos preferenciais para identificação do defeito; levantamento da curva de variação da frequência natural associada a modos preferenciais versus a severidade do defeito calculada via modelo e identificação do defeito pela observação desta curva e do perfil das variações das frequências naturais. A investigação é numérico-experimental e realizada numa estrutura tipo viga de alumínio. Um defeito foi identificado pelo método proposto e por uma técnica baseada na Teoria de Fractal para comparação. Os resultados mostraram que a metodologia proposta é promissora na identificação de defeito em estruturas tipo viga.

A PROPOSAL FOR IDENTIFICATION OF DEFECT IN STRUCTURES TYPE BEAM BASED IN NATURAL FREQUENCIES AND VIBRATION MODES

ABSTRACT

This investigation aims to evaluate the modal properties, especially the natural frequencies and vibration modes, as elements of a proposal for identification of defects in beam-type structures. This new procedure for defect identification comprises the following steps: the evaluation of the changes in natural frequencies of the structure due to the defect, the selection of the main modes for defect identification; obtention of the natural frequency behavior associated with preferential modes versus the severity of defect calculated via model and defect identification by the observation of this curve and variations of natural frequency profiles. The research is numerical and experimental and the structure is a aluminum beam. Defect has been identified by the proposed method and also by a technique based on Fractal Theory for comparison. The results showed that the proposed methodology is promising for defects identification in beam structures.

PUBLICAÇÕES

- IRMÃO, M. A. S.; SILVA, A. A. Avaliação da integridade estrutural numa viga Euler-Bernoulli através das frequências naturais e modos residuais de vibração—abordagem numérica. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE ENGENHARIA MECÂNICA. **Anais do CIBIM**. Porto, Portugal, 2011.
- MOURA, E.P.; SOUTO, C.R.; SILVA, A.A.; IRMÃO, M.A.S. Evaluation of principal component analysis and neural network performance for bearing fault diagnosis from vibration signal processed by RS and DF analyses. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 25, p. 1765-1772, 2011.

SUMÁRIO

	Pag.
AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	ii
ABSTRACT.....	iii
PUBLICAÇÕES.....	iv
ÍNDICE DE TABELAS.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
SÍMBOLOS E ABREVIACÕES	xiii
1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....	1
1.1. Introdução	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo geral.....	2
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Conteúdo do Trabalho	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1. Monitoramento da Integridade Estrutural (Structural Health Monitoring - SHM).....	7
2.2. Técnicas de Identificação de Defeitos em Estruturas Baseadas nas Características Dinâmicas	9
2.3 Considerações Finais.....	29
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	31
3.1. Análise Modal.....	31
3.1.1 Análise modal teórica.....	32
3.1.2 Análise modal experimental	38
3.2. Teoria de Viga Euler-Bernoulli	45
3.3. Mola Torcional como Modelo de Defeito em Viga.....	48
3.4. Modelo Geral de uma Viga com Defeito	50
3.5. Verificação dos Modelos para a Viga Sem e Com Defeito.....	55
3.5.1. Verificação do modelo de viga sem defeito.....	55
3.5.2. Verificação do modelo de viga com defeito.....	56

4. MATERIAIS E MÉTODOS	61
4.1. Materiais e Equipamentos.....	61
4.1.1. Equipamentos	62
4.2. Metodologia.....	63
4.2.1. Confecção das amostras de vigas	64
4.2.2. Análise modal via simulação teórica	65
4.2.3. Análise modal experimental	70
4.2.4. Análises dos resultados e validação experimental.....	73
4.2.5. Identificação de defeito em estrutura tipo viga baseada nas frequências naturais e modos de vibrar.....	75
5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA E IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM VIGA.....	79
5.1. Modelo Analítico da Estrutura	79
5.1.1. Modelo teórico da estrutura sem defeito	79
5.1.2. Modelo teórico da estrutura com defeito	83
5.1.3. Avaliação da posição e severidade do defeito em viga com relação às frequências naturais e modos de vibrar	85
5.2. Procedimento de Identificação de Defeito em Viga.....	101
5.2.1. Aplicação do procedimento de detecção de defeito.....	101
5.2.2. Comparação de resultados numéricos.....	107
6. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO	113
6.1. Resultados da Viga Intacta (Sem Defeito)	113
6.2. Resultados da Viga com Defeito.....	114
6.3. Análise do Procedimento de Identificação Proposto.....	118
6.3.1. Seleção dos modos sensíveis.....	118
6.3.2. Estimativa da severidade do defeito	120
6.4. Identificação do Defeito Usando Fractal Dimension (FD)	124
6.4.1. Identificação da posição do defeito	124
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	130
7.1. Conclusões	131
7.2. Sugestões para Trabalhos Futuros	132
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	134
ANEXOS	140

ÍNDICE DE TABELAS

	Pag.
Tabela 3.1. Frequências naturais experimentais versus frequências naturais teóricas de uma viga de aço sob a condição livre-livre. $\text{Erro}=\text{abs}(\omega_{ne}-\omega_{nt})/\omega_{ne}$	56
Tabela 3.2. Propriedades materiais e geométricas da viga de aço similar a viga trabalhada em Silva & Gomes (1994).	57
Tabela 3.3. Frequências naturais experimentais de Silva & Gomes (1994), comparadas com as frequências naturais dos modelos de viga com defeito. ..	58
Tabela 4.1. Propriedades mecânicas e geométricas da viga usada no experimento	61
Tabela 4.2. Cenários de defeitos em viga para teste experimental.....	65
Tabela 4.3. Cenários de defeito em viga usados para os testes numéricos.	69
Tabela 4.4. Cenários experimentais da viga com defeito.....	74
Tabela 5.1. Propriedades materiais e geométricas da viga de alumínio.....	79
Tabela 5.2. Frequências naturais teóricas de uma viga engastada-livre.	80
Tabela 5.3. Posições dos zeros para cada um dos 8 primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre com 1m de comprimento.....	82
Tabela 5.4. Posições dos picos para cada um dos 8 primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre com 1m de comprimento.....	82
Tabela 5.5. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C1 a C5).	86
Tabela 5.6. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C6 a C10).	86
Tabela 5.7. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C11 a C15).	87
Tabela 5.8. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C16 a C20).	87
Tabela 5.9. Cenários escolhidos para análise do modo sensível.....	91
Tabela 5.10. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C5.	92

Tabela 5.11. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C12.	93
Tabela 5.12. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C17.	93
Tabela 5.13. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C6.	93
Tabela 5.14. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre sem e com defeito: $\beta=0,125$ e $\alpha=0,5$ e suas variações relativas.	102
Tabela 5.15. Variações das frequências naturais para a viga com defeito na posição e severidade candidata: $\alpha_1=0,492$; $\beta_1=0,132$	104
Tabela 5.16. Variações das frequências naturais para a viga com defeito nas posições e severidades candidatas: α_i ; β_i , $i=2...5$	104
Tabela 5.17. Identificação de defeito em um modelo de viga com defeito e avaliação dos resultados dos testes.	105
Tabela 5.18. Identificação de defeito em modelos de viga com defeito pelo método proposto considerando 20 modos do sistema.	106
Tabela 5.19. Identificação de defeito em um modelo de viga com defeito pelo método do Fractal Dimension (FD).	111
Tabela 6.1. Frequências naturais teóricas e experimentais para uma viga engastada-livre sem defeito.	113
Tabela 6.2. Frequências naturais de cenários experimentais e suas variações percentuais relativas com relação a um estado de referência $\Delta=abs[(\omega_{SD}-\omega_{CD})/\omega_{SD}]x100$	115
Tabela 6.3. Frequências naturais de cenários numéricos e suas variações percentuais relativas a um estado de referência $\Delta=abs[(\omega_{SD}-\omega_{CD})/\omega_{SD}]x100$	116
Tabela 6.4. Picos dos modos de vibrar de uma viga engastada-livre.	120
Tabela 6.5. Estimativa da posição e severidade de cenários gerados numericamente	121
Tabela 6.6. Estimativa da posição e severidade dos cenários experimentais	123
Tabela 6.7. Estimativa FD da posição dos cenários experimentais.	128

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pag.
Figura 2.1. a) Viga em balanço em estudo. b) Modelo da viga em balanço defeituosa. Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).....	10
Figura 2.2. FRFs para as três condições de placa e varredura na região do defeito. Fonte: Khan et al. (2000).....	16
Figura 2.3. Varredura demodulada para a viga com defeito. (a) para viga de aço, (b) para a viga de concreto. Fonte: Khan et al. (2000).....	17
Figura 2.4. FD estimado como uma função da distância ao longo da viga defeituosa (local do defeito $x=8$ cm). Defeito normalizado: (a) 20%, (b) 30% e (c) 40%. Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).	21
Figura 2.5. Localização do defeito pelo segundo modo de vibrar. (a) Usando AWCD sobre o sinal original, e (b) Usando AWCD sobre o sinal alternativo retirado do sinal original usando isomorfismo. Fonte: Qiao & Cao (2008).	22
Figura 2.6. (a) Modelo MEF de placa compósita danificada, (b) Gráfico 3D do índice de danificação nas subdivisões da placa baseada na energia de deformação dos modos de vibrar. Fonte: Hu et al. (2006).....	24
Figura 2.7. Gráfico 3D da diferença dos coeficientes Wavelet do quarto modo de vibrar de uma viga de alumínio com defeito á 400 mm da extremidade e severidade de 10%. Fonte: Zhong & Oyadiji (2011).....	25
Figura 2.8. Perfil R^2 da viga defeituosa. (a) 2º modo; (b) 3º modo e (c) 4º modo. Fonte: Wang & Qiao (2008).	27
Figura 2.9. Modos de vibração da estrutura analisada. Fonte: Yi et al. (2008).	28
Figura 3.1. Esquema da análise modal teórica e experimental.....	32
Figura 3.2. Curvas FRF típicas de uma viga. Fonte: Avitabile (2010).....	38
Figura 3.3. Esquema de um procedimento modal experimental.	39
Figura 3.4. Resposta de um oscilador simples para o cálculo do decaimento logarítmico.....	41
Figura 3.5. FRF para cálculo do amortecimento pela relação de meia potência.	42
Figura 3.6. Elemento de barra em flexão. Fonte: Lalanne et al (1984).....	45

Figura 3.7. Representação dos quatro primeiros modos de uma viga livre-livre.	48
Figura 3.8. Comparação da rigidez localizada deduzida por Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Paipetis & Dimaragonas (1983), $E=181\text{GPa}$, $b=0.02\text{m}$, $h=0.02\text{m}$ e $L=0.8\text{m}$. Fonte: Lee (2009b).....	50
Figura 3.9. Viga com defeito: a) Esquema de uma viga defeituosa, b) Modelo do defeito por mola rotacional sem massa.....	51
Figura 3.10. Comparação dos modelos de trinca baseados nas propostas de Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Dimarogonas & Paipetis (1983). Fonte: Adaptado de Lee (2009b).	57
Figura 3.11. Variações das frequências naturais extraídas dos modelos da viga com defeito ($L_c/L=0,125$ e $a/h=0,01$ á $0,5$) em relação aos dados experimentais de Silva & Gomes (1994).	59
Figura 4.1. Estrutura de viga usada para o experimento. a) Arranjo experimental. b) Detalhes do defeito simulado.....	62
Figura 4.2. Desenho da viga com defeito e suas coordenadas de identificação	65
Figura 4.3. Esquema da análise modal teórica.	66
Figura 4.4. a) Viga engastada-livre com defeito. b) Modelo da viga engastada-livre com defeito.	67
Figura 4.5. Fluxograma da rotina computacional usada para obtenção das soluções literais.....	68
Figura 4.6. Esquema da análise modal experimental.	70
Figura 4.7. Esquema da bancada de ensaios para obtenção de dados experimentais.....	71
Figura 4.8. Exemplo da identificação das frequências naturais (a) e respectivos modos de vibrar (b).	73
Figura 4.9. Diagrama da metodologia de identificação proposta	77
Figura 5.1. Esquema de uma estrutura tipo viga engastada-livre. 79	
Figura 5.2. Modos de vibrar da viga engastada-livre.	81
Figura 5.3. Alguns modos de vibrar de uma viga engastada-livre com um defeito modelada segundo o método (065D&P) com $\alpha=0,5$ e $\beta=0,125$	84

Figura 5.4. Gráfico de barras do cenário de defeito C19, com variações em algumas frequências naturais.	89
Figura 5.5. Gráfico de barras do cenário de defeito C1, com variações em algumas frequências naturais.	89
Figura 5.6. Gráficos de barras das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para alguns cenários de defeitos.....	91
Figura 5.7. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,125$	95
Figura 5.8. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,250$	96
Figura 5.9. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,375$	96
Figura 5.10. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,500$	97
Figura 5.11. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,125$). ...	98
Figura 5.12. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,250$). ...	99
Figura 5.13. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,375$). ...	99
Figura 5.14. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,500$). .	100
Figura 5.15. Variações das frequências naturais versus modos de vibrar para os modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com defeito.	102
Figura 5.16. Curva da variação da frequência natural do 6º modo sensível versus a severidade do defeito para obtenção do α_1	103
Figura 5.17. Seleção do modo sensível pela variação da frequência natural com 20 modos de uma viga engastada-livre para o cenário C5.	106
Figura 5.18. FD estimado como uma função da distância ao longo da viga defeituosa (local do defeito $x=0,8$ cm). Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).	108
Figura 5.19. Mapeamento da severidade do defeito pelas amplitudes de FD. Fonte: Hadjileontiadis et al.(2005).....	109

Figura 5.20. (a) Curva do 1º modo de vibrar; (b) Mapeamento da severidade do defeito pelas amplitudes de FD.....	110
Figura 5.21. Identificação de defeito usando FD. Curva em azul dos valores FD para o 1º modo de vibrar e curva na cor preta uma interpolação cúbica das amplitudes da curva FD para severidades de [0,05:0,05:0,7].....	112
Figura 6.1. Comparação dos dados experimentais e teóricos para vários cenários de defeitos localizados no meio da viga.	117
Figura 6.2. Gráfico de barras para seleção do modo sensível dos dados teóricos.	118
Figura 6.3. Gráfico de barras para seleção do modo sensível dos dados experimentais.....	119
Figura 6.4. Curvas experimentais para obtenção do fator multiplicativo da constante de mola torcional.	123
Figura 6.5. Curvas experimentais do primeiro modo de vibrar para viga com defeito em $\beta=0,5$ para dois cenários: (a) menos severo E1; (b) mais severo E7.	125
Figura 6.6. Curvas dos cálculos da FD para os cenários E1 e E7.	126
Figura 6.7. Gráfico da derivada da curva FD para os cenários E1 e E7.	127
Figura 6.8. Gráfico da derivada da curva FD para os cenários E1 e E7.	128

SÍMBOLOS E ABREVIACIONES

Latinos

- A**(ω) – Matriz de acelerância [m/s^2]
A – Área da secção transversal da viga [m]
AWCD - *Approximate waveform capacity dimension* []
a – Profundidade do defeito [m]
B_n – Autovalor do modo n da viga
C_n – Constantes da matriz do auto-problema
b – Largura da viga [m]
DLAC – *Damage Location Assurance Criterion*
D&P - Expressão de Paipetis & Dimaragonas (1983) para mola torcional
E – Módulo de Young [Pa]
F – Vetor de amplitude da força [N]
FD – *Fractal Dimension*
FRF – Função de Resposta em Frequência
f – Vetor de forças externas de ordem $N \times 1$ [N]
H(ω) – Matriz de receptância [m]
h – Espessura da viga [m]
i – Valor complexo igual á $\sqrt{-1}$ []
I – Segundo momento de inércia [m^4]
K_t – Constante da mola torcional [N/rad]
k₁ – Rigidez de mola segundo Ostachowicz & Krawkczuk (1991) [N/rad]
k₂ – Rigidez de mola segundo Paipetis & Dimaragonas (1983)[N/rad]
M – Matriz de massa [kg]
M(ω)– Matriz de mobilidade [m/s]
C – Matriz de amortecimento [N.m/s]
K – Matriz de rigidez [N/m]
L – Comprimento da viga [m]
L_c – Posição do defeito [m]
MEF – Método dos Elementos Finitos

MAC - Modal Assurance Criterion
MS – Modo sensível
 m_r – Massa modal
 n – Número do modo
O&K – Expressão de Ostachowicz & Krawczuk (1991) da mola torcional
PVDF – Fluoreto de Polivinilideno
PZT – Cerâmica Piezelétrica (Lead zirconate titanate)
 $\mathbf{R}(\omega)$ – Matriz de receptância [m]
 t – Variável tempo
 V – Deslocamento transversal função do tempo e espaço [m]
 \mathbf{X} – Vetor das amplitudes de deslocamento [m]
 \mathbf{x} – Vetor deslocamento de ordem $N \times 1$
 $\dot{\mathbf{x}}$ - Vetor de velocidade, de ordem $N \times 1$
 $\ddot{\mathbf{x}}$ - Vetor de aceleração, de ordem $N \times 1$

Grego

α - Severidade adimensional []
 β - Posição adimensional []
 ν – Coeficiente de Poisson []
 Δ - Erro relativo percentual [%]
 $\Delta\omega$ – Variação da frequência natural [Hz]
 Ψ – Deslocamento transversal função do espaço
 Φ – Vetor dos modos de vibrar
 φ – Inclinação [rad]
 ω – Frequência natural [Hz]
 ω_d – Frequência natural amortecida [Hz]
 ρ – Densidade [Kg/m^3]
 λ – Autovalor []
 ξ – Razão de amortecimento []
 δ – Decremento logarítmico []

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

1.1. Introdução

Na área de mecânica dos materiais a estrutura de viga é amplamente usada pelos pesquisadores como referência para testes de novas metodologias de avaliação da integridade estrutural. Isto quase sempre se deve ao fato de que ela representa arquiteturas abundantes na indústria aeronáutica, civil, naval e automobilística, e, além disso, suas equações de movimento são de fácil entendimento, facilitando as análises. Este tipo de estrutura, no entanto, aumenta significativamente de importância e complexidade quando assume a forma de uma estrutura anisotrópica, como a dos materiais compósitos, que combinam as características de seus constituintes (fibra, resina polimérica e interface) a fim de melhorar o desempenho do conjunto frente à utilização das fases isoladas. No item complexidade, a anisotropia destes materiais dificulta a previsão dos mecanismos de falha, Angélico (2009).

Sabe-se que as estruturas, durante a vida em serviço estão sujeitas à diversas formas de solicitações e, por isso, susceptíveis a deterioração das propriedades originais. Estas alterações estruturais se iniciam de forma quase imperceptível sendo progressivas, e quando não identificadas ou ainda que identificadas, não monitoradas, podem causar o colapso da estrutura, e conseqüentemente, grandes prejuízos, tanto de ordem econômica, quanto humana e ambiental. Neste contexto, é fundamental o uso de procedimentos que permitam avaliar a integridade das estruturas, e se possa interromper, ou mesmo minimizar efeitos catastróficos. Estes procedimentos vêm sendo investigados e podem ser agrupados em uma área da engenharia denominado Monitoramento de Integridade Estrutural (*Structural Health Monitoring - SHM*), Schulz et al. (2003); Mal et al. (2005); Yoder & Adams (2010); Ou & Li (2010).

O avanço do SHM tem sido notável nos últimos anos, visto o aumento das capacidades computacionais, do surgimento de técnicas de solução numéricas

mais robustas e uma significativa melhoria na capacidade dos sensores em detectar pequenas alterações ocorridas nas estruturas. Na indústria atual, o SHM é praticado por meio de técnicas não-destrutivas como: ultra-som, emissão acústica, técnicas de detecção baseado em campo elétrico e/ou magnético, raios X, termografia, entre outras, que se baseiam em diversos princípios físicos, que quando aplicadas sem interrupção do processo em que a estrutura atua, podem ser classificadas como técnicas não-destrutivas. Estas técnicas, no entanto, quase sempre se deparam com limitações que é a necessidade da existência de uma prévia estimativa do local danificado, bem como, de acessibilidade para montagem dos instrumentos, que permitirão a execução da inspeção propriamente dita.

A busca por metodologias que independem destas restrições tem aumentado a cada dia. Dentre os princípios físicos que compõe as técnicas não destrutivas, que buscam descrever o comportamento dos materiais quando sujeitos a defeitos do tipo trincas ou falhas estruturais internas, atualmente, vem sendo estudadas as que utilizam o princípio das vibrações mecânicas. Estas técnicas consistem em avaliar a integridade da estrutura tomando por base as alterações ocorridas nas características dinâmicas da estrutura. Elas mostram-se promissoras, haja vista os avanços em instrumentos para leitura das vibrações, a exemplo da vibrometria a laser, que podem acessar regiões da estrutura em análise, antes não alcançada, e softwares de técnicas numéricas, que auxiliam a análise, e permitem a criação de modelos sofisticados.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo geral

Com este trabalho pretende-se contribuir com as metodologias de identificação de defeito em estruturas, visando sua análise de integridade, usando como ferramenta a análise modal teórica e experimental para avaliar a influência do defeito sobre o comportamento dinâmico de uma estrutura tipo

viga, sobre a qual são impostas situações de defeito em diversas posições e graus de severidades.

1.2.2. Objetivos específicos

a) Investigar o comportamento dinâmico de modelos de viga, gerando situações para este tipo de estrutura sem e com defeito, baseando-se na teoria de viga de Euler-Bernoulli;

b) Realizar análises sobre as mudanças nos parâmetros modais frente a diversas condições de defeito sobre a viga e propor um método de identificação do defeito;

c) Aplicar o procedimento em estudo nos modelos de viga com defeito dando ênfase na identificação de defeito em estruturas;

d) Preparar amostras a serem ensaiadas experimentalmente sob diversas condições de defeito;

e) Realizar análise modal experimental sobre as amostras tratadas em (d) para obtenção dos parâmetros modais usados como entrada na metodologia em investigação;

f) Aplicar a metodologia aos dados experimentais;

g) Comparar os resultados dos modelos numéricos e os experimentais para validação da metodologia de identificação de defeito proposta.

1.3. Conteúdo do Trabalho

Este trabalho foi organizado de forma a conduzir o leitor ao entendimento da potencialidade dos parâmetros dinâmicos, em especial a frequência natural e o modo de vibrar como ferramentas na identificação de defeito em viga. Discute-se o comportamento destes parâmetros dentro das três fases de um procedimento de identificação, a saber: a detecção, localização e quantificação do defeito. Com ajuda de um *software* é realizado o cálculo de modelos numéricos e por meio de ferramentas laboratoriais são produzidos dados

modais experimentais com os quais se realizam testes de identificação de defeito e validação de um procedimento de identificação de defeito em viga. Para atingir este objetivo este trabalho está dividido nas partes a seguir:

✓ Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é destacado a necessidade de técnicas robustas para monitoramento da integridade estrutural e é mostrado que dentre os entes físicos que podem ser usados para este fim, atualmente vem se destacando os parâmetros dinâmicos. Faz-se então, um levantamento do estado da arte sobre as técnicas de identificação de defeito que se baseiam nas frequências naturais e os modos de vibrar, bem como suas variações;

✓ Capítulo 3 – Fundamentação Teórica

A teoria da análise modal, principal ferramenta de obtenção dos parâmetros dinâmicos são descritas neste capítulo em seus dois domínios, ou seja, numérico e experimental. A determinação destes parâmetros numericamente e obtenção experimental são discutidos. O levantamento numérico de um modelo de viga sem defeito e com defeito baseado num elemento de mola de torção e na Teoria de Euler-Berboulli é realizado. Por fim, a seleção de um modelo de viga com defeito baseado em expressões da constante de mola torcional a ser usada na identificação dos cenários de defeito experimental é também realizado no fechamento deste capítulo;

✓ Capítulo 4 – Materiais e Métodos

Neste capítulo é realizada a apresentação dos materiais e equipamentos usados na obtenção dos dados experimentais, bem como a metodologia usada na extração dos parâmetros modais dos sinais coletados. Os cenários numéricos e experimentais de vigas com um defeito a ser usados nas análises ao longo da investigação são descritos. Finalizando o capítulo, são mostrados

os passos do procedimento de identificação de defeito em viga que está sendo proposto neste trabalho;

✓ Capítulo 5 – Simulação Numérica e Identificação de Defeito em Viga

O capítulo cinco deste trabalho se concentra na descrição numérica do arranjo experimental e análises dos dados gerados que culminam no método de identificação proposto. Os dados numéricos são submetidos ao método proposto e os resultados comparados com os de um método retirado da literatura e baseado nos conceitos da Teoria do Fractal;

✓ Capítulo 6 – Validação Experimental do Método de Identificação

O capítulo 6 é composto pela apresentação dos dados experimentais e de dados numéricos que reproduzem o arranjo experimental. Os dados são submetidos ao procedimento de identificação proposto e do método de identificação baseado na Teoria Fractal. Limitações e vantagens dos resultados produzidos por ambos os métodos são comparados. A validação experimental do método de identificação de defeito proposto é realizada neste capítulo.

✓ Capítulo 7 – Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Neste capítulo são relacionadas as principais conclusões da investigação. A comparação final entre os resultados alcançados pelo método da identificação proposto e o método baseado no conceito de *Fractal Dimension* é realizada. São ainda relacionados alguns pontos da investigação que merecem uma atenção maior, e estes são colocados como possíveis temas de estudo futuros.

As referências bibliográficas e os anexos da pesquisa são incluídos no final deste capítulo.

CAPÍTULO 2

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será realizada uma revisão do estado da arte sobre as principais técnicas de identificação de defeitos em sistemas mecânicos e estruturais, observando as variações ocorridas em suas características dinâmicas. De forma geral as técnicas podem ser agrupadas pelo parâmetro dinâmico sensível ao defeito, como as frequências naturais, modos de vibrar ou amortecimento, bem como por suas possíveis variações. Esforços serão concentrados sobre as técnicas que explorem a capacidade de detecção das frequências naturais e modos de vibrar. O objetivo é conhecer os avanços das investigações neste tema e então vislumbrar contribuições nesta área do conhecimento.

A primeira parte do texto traz uma revisão dos estudos e processos de implementação de estratégias de detecção de defeitos em estruturas de engenharia, mas conhecida por *Structural Health Monitoring* (SHM). A segunda parte é mais focada sobre as técnicas e procedimentos de detecção de defeitos usando as características dinâmicas do sistema. O último tema se restringirá a alguns aspectos da identificação de defeitos baseada na análise de parâmetros de vibrações, tais como:

- Técnicas de detecção do defeito baseada nas frequências naturais e/ou modos de vibrar;
- Análise de sensibilidade das frequências naturais e dos modos de vibrar na detecção do defeito;
- Tendências modernas em transformar as frequências naturais e modos de vibrar e suas variações em padrões de reconhecimento de defeito.

Inicialmente se faz necessário estabelecer uma definição mais clara para o termo 'defeito' que ocorre num sistema mecânico ou estrutural. Visto ser comum nos trabalhos aqui relacionados o uso do termo *crack* para designar uma trinca, que possui uma definição mais rigorosa sob o ponto de vista da mecânica da fratura, o termo 'defeito' aqui adotado compreenderá a definição

de dano, que é definido por “mudanças introduzidas em um sistema que adversamente afeta seu atual ou futuro desempenho” (Sohn et al., 2004). Como este trabalho está mais focado na identificação de defeito, pode-se limitar a definição de defeito a “qualquer mudança das propriedades geométricas ou materiais do sistema, podendo inclusive ser uma trinca, por produzir mudanças na geometria e alterar a propriedade de rigidez do sistema”.

2.1. Monitoramento da Integridade Estrutural (Structural Health Monitoring - SHM)

A identificação de defeito estrutural tem chamado a atenção da comunidade científica visto que uma falha estrutural imprevista pode gerar causas catastróficas com perdas de vidas humanas, econômicas e danos ambientais. Uma técnica não-destrutiva de detecção de defeitos com resultados confiáveis e efetivos é de necessidade crucial, a fim de manter a segurança e integridade das estruturas sob controle.

Em geral, duas abordagens para o monitoramento das condições de estruturas podem ser adotadas. A primeira é uma abordagem local onde as falhas é que promovem mudanças em sinais lançados sobre a estrutura, como aquele emitido por uma técnica de ultra-som, pulso-eco, entre outros, e o efeito das distorções destes sinais são lidos e interpretados, podendo ser usado para caracterizar o defeito. Nestas técnicas a vizinhança do defeito tem que ser conhecida a priori e facilmente acessível, o que nem sempre é possível para a maioria dos casos encontrados na engenharia mecânica, civil e aeroespacial. A segunda abordagem é a global, em que mudanças nas propriedades da estrutura devido à presença do defeito são medidas e analisadas, permitindo, identificar o defeito.

As duas abordagens têm vantagens e desvantagens, que quando devidamente administradas podem em conjunto resultar em técnicas de identificação e monitoramento de falhas bastante robustas. Os métodos locais têm a capacidade de detectar pequenos defeitos em pequenas estruturas, mas não são eficientes na identificação de defeitos em grandes extensões. Por outro lado, os métodos globais são pouco sensíveis aos pequenos defeitos, mas podem ser usados para monitorar grandes estruturas, mesmo sendo estas

de geometria complexa. Considerando estes aspectos, uma metodologia de identificação de defeito que busque aliar as duas abordagens significaria detectar as regiões em que o defeito acontece por um método global e na sequência fazer uso de um método local para caracterizar com precisão o defeito. Assim, os métodos de detecção de defeito baseadas nas vibrações como técnicas de detecção de defeito global podem ser usados para superar as dificuldades encontradas nas técnicas de detecção de defeitos locais.

A premissa básica para a identificação de defeito baseado nas vibrações é que as mudanças induzidas pelo defeito nas propriedades físicas (massa, rigidez e amortecimento) causarão mudanças detectáveis nas propriedades dinâmicas (frequências naturais, modos de vibrar e amortecimento). Portanto, é intuitivo que os defeitos possam ser detectados analisando as mudanças nas características vibracionais da estrutura.

Os métodos de SHM baseados na resposta dinâmica dos sistemas vêm sendo sempre acompanhados por grupos de pesquisadores que avaliam as propostas das técnicas de identificação de defeito. Este levantamento do estado da arte sobre o tema se inicia com o trabalho de Doebling et al. (1997), que reúne as principais técnicas estudadas entre os anos 70 até 1996.

Sohn et al. (2004), realizaram uma vasta revisão sobre as diversas técnicas de detecção de defeito, trazendo os avanços técnicos alcançados entre os anos 1996 e 2001. Das conclusões relacionadas pelos autores destacam-se: A ausência de técnicas que busquem interagir métodos de detecção de defeito baseado nas vibrações, portanto, do tipo global, com técnicas de abordagem local não destrutiva; e o último objetivo do SHM que é o prognóstico de defeito, que estima a vida residual em serviço das estruturas dado as medidas e avaliações do presente estado de danificação. As formas de diagnóstico e prognósticos podem ser usadas para confirmar a integridade dos sistemas e determinar um tempo ótimo necessário a manutenção preventiva e o desenvolvimento de modificações apropriadas de projeto.

Carden & Fanning (2004) também registra as investigações neste tema entre os anos de 1996 até 2003. Mais recentemente, Fan & Qiao (2011), agrupa os principais trabalhos até 2009. Estes pesquisadores comumente tratam das técnicas de detecção de defeito e acompanhamento de suas evoluções como classificadas pelo parâmetro modal usado. Este apanhado das

técnicas de identificação de defeitos realizado por estes autores tem por objetivo principal suscitar áreas de pesquisas futuras necessárias ao avanço do SHM.

Os sistemas utilizados para validação das técnicas de detecção do defeito em grande parte começaram mais complexos, como em Doebling et al. (1997), que analisa, por exemplo, defeitos em máquinas rotativas. Porém, ao longo dos anos os trabalhos vêm se concentrando em análises de vigas e placas. Duas principais justificativas para isso são traçadas por Fan & Qiao (2011): (1) a maioria das estruturas ou seus componentes, seja na indústria civil ou mecânica podem ser simplificadas por vigas e placas, e (2) o problema de identificação de um defeito específico em vigas/placas fornece uma referência importante para a eficácia e precisão de técnicas de identificação.

Já existe um consenso geral entre os pesquisadores que os métodos SHM sejam classificados em 4 níveis, baseados no estado de identificação alcançado:

Nível 1: Determinação de que o defeito está presente na estrutura;

Nível 2: Determinação da localização geométrica do defeito;

Nível 3: Quantificação da severidade do defeito;

Nível 4: Predição da vida remanescente em serviço da estrutura.

É notável que a maioria das investigações se concentre nos níveis de 1 a 3. Isto porque a maioria dos trabalhos nesta área é essencialmente de caráter numérico, segundo é que são focadas em estruturas de laboratório ou em condições controladas e não se atenta em prever a vida residual das estruturas. O nível 4 de predição é indiscutivelmente um desafio último de monitoramento de condição dos sistemas.

2.2. Técnicas de Identificação de Defeitos em Estruturas Baseadas nas Características Dinâmicas

Os primeiros trabalhos sobre técnicas de identificação de defeito, baseados nas características dinâmicas, se concentraram nas frequências

naturais, visto que os ensaios para obtenção destas são rapidamente conduzidos e confiáveis.

Ostachowicz & Krawczuk (1991), realizaram a identificação de um defeito tipo trinca usando as frequências naturais em uma viga engastada-livre. Os autores deduzem ainda, uma expressão a partir da teoria da mecânica da fratura para o modelo de trinca. Neste modelo, a viga trincada é considerada como sendo composta de duas partes, uma antes e outra após a trinca, unidas por um elemento de mola rotacional sem massa, conforme mostra a Fig. (2.1).

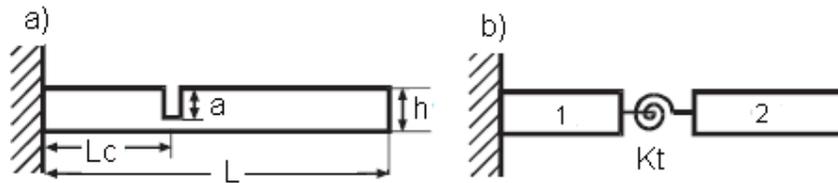


Figura 2.1. a) Viga em balanço em estudo. b) Modelo da viga em balanço defeituosa. Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).

A rigidez desta mola após manipulação das equações da mecânica da fratura e da dinâmica é dada pela expressão mostrada na Eq. (2.1).

$$k_1 = \frac{bh^2E}{72\pi\alpha^2F_1(\alpha)} \quad (2.1)$$

onde, b é a largura da seção transversal da viga retangular, E é o módulo de elasticidade, $\alpha = a/h$, um fator geométrico de severidade do defeito que relaciona a profundidade da trinca “ a ” em relação a espessura da viga h e $F_1(\alpha) = 0.6384 - 1.035\alpha + 3.7201\alpha^2 - 5.1773\alpha^3 + 7.553\alpha^4 - 7.332\alpha^5 + 2.4909\alpha^6$, é uma função característica do modelo adotado que vem da mecânica da fratura.

Liang et al. (1992), usando o modelo de mola rotacional sem massa, do tipo descrito na Eq. (2.1), desenvolveu um método baseado nas frequências naturais para detecção do defeito numa viga simplesmente apoiada e outra engastada-livre. O método consiste em obter uma curva que relaciona a localização do defeito com a rigidez calculada no modelo de mola sem massa

para três modos da viga. A intersecção das três curvas indica a localização do defeito e a rigidez encontrada é lançada na equação de rigidez da mola de onde se calcula a severidade do defeito.

Salawu (1997) faz uma investigação para analisar o uso das frequências naturais como parâmetro de diagnóstico e avaliação das condições de estruturas civis como pontes. Para isso as relações entre as variações nas frequências naturais e o defeito estrutural são estudadas. O pesquisador afirma que se faz necessário que a frequência natural varie de pelo menos 5% para que o defeito seja detectado. Testes foram conduzidos em pontes de aço e concreto a fim de avaliar o efeito das condições ambiente, e foram observadas variações na frequência natural daquela ordem no período de um dia. Concluiu destacando que embora as frequências naturais sejam de fácil obtenção, sozinhas não são suficientes para identificação dos defeitos, isto porque defeitos de mesmo tamanho em duas posições diferentes podem causar uma mesma quantidade de variação na frequência natural.

Dimaragonas (1996) realizou um amplo levantamento do estado da arte sobre as técnicas de detecção de defeitos em estruturas observando os parâmetros dinâmicos, os artigos usados se concentraram entre os anos de 1971 a 1993. O investigador narra que o início das pesquisas nesta área foi motivada pelo fim da vida útil de projeto de grupos geradores fabricados em 1960 para atender a demanda de energia daquela época, em especial na crise de energia em 1970. Divide sua pesquisa em grupos de técnicas de avaliação de defeito através das vibrações em eixos, vigas e placas.

Do trabalho de Dimaragonas (1996) destaca-se algumas necessidades de investigação válidas até hoje, entre as quais se podem citar: a criação de modelos que levam em conta o efeito do fechamento da trinca; modelos que contenha o efeito da propagação do defeito ao longo do tempo; formulação das variações no amortecimento como alternativa para identificação da trinca; e, modelos que consideram os efeitos térmicos no estudo da trinca. O trabalho trata ainda de um modelo de trinca deduzido pelo autor em pesquisa anterior e bastante usado por outros pesquisadores. Este modelo se baseia na mecânica da fratura com relações entre equações de energia de deformação e o fator de intensidade de tensão para uma viga de secção transversal uniforme, dada pela Eq. (2.2).

$$k_2 = \left(\frac{EI}{5.346hF_2(\alpha)} \right) \quad (2.2)$$

onde, h é a espessura, b é a largura da secção transversal da viga retangular, EI é a resistência á flexão, $\alpha = a/h$, sendo “a” a profundidade da trinca e $F_2(\alpha) = 1.86\alpha^2 - 3.95\alpha^3 + 16.37\alpha^4 + 37.22\alpha^5 + 76.81\alpha^6 + 126.9\alpha^7 + 172.5\alpha^8 - 144\alpha^9 + 66.6\alpha^{10}$

Uma análise comparativa mais apurada sobre os modelos de trinca mostrados nas Eqs. (2.1) e (2.2) é realizada no capítulo 3.

Uma vasta revisão sobre as técnicas de detecção de defeitos também foi realizada por Doebling et al. (1997). Neste trabalho os pesquisadores classificam os métodos de detecção do defeito pelo parâmetro dinâmico sensível ao defeito. Destaca que as observações das mudanças nas propriedades estruturais a partir das variações nas frequências naturais alavancaram os métodos de identificação de defeito e monitoramento de condições. Observa que as variações das frequências naturais possuem baixa sensibilidade ao defeito, porém foi verificado por Farrar & Jauregui (1996) que a frequência natural é a propriedade dinâmica menos afetada por erros aleatórios quando comparada aos demais parâmetros modais.

Doebling et al. (1997), observa ainda que as frequências naturais são melhores aplicadas em ambientes controlados. Segundo o pesquisador, múltiplas frequências podem fornecer informações espaciais, uma vez que diferentes localizações do defeito geram diferentes combinações na variação das frequências naturais, mas que, no entanto, muitas vezes há um número insuficiente de frequências com mudanças significativas, e por isso, com capacidade de determinar a localização do defeito de forma única. Conclui que as técnicas de identificação de defeito baseado em vibrações é fundamentalmente um problema de reconhecimento de padrões estatísticos e que é preciso avançar neste sentido.

Ruotolo & Surace (1997), propõe uma metodologia de identificação de múltiplas trincas em vigas baseada em algoritmo genético. Nesta investigação são trabalhadas três funções objetivo elementares baseadas nas diferenças das frequências naturais, curvatura dos modos e modos de vibrar normalizados para a estrutura defeituosa. A função objetivo final incorpora ambos os efeitos

das funções objetivo fundamentais. A metodologia é testada empregando uma viga experimental em balanço com 11 acelerômetros e seu respectivo modelo pelo método dos elementos finitos, com defeitos simulados nas posições do 4º e 8º acelerômetro iniciando do engaste.

A técnica sugerida por Ruotolo & Surace (1997), é comparada a outra da literatura proposta por Hu & Liang (1993), que se baseia em um modelo de mola onde o Teorema de Castigliano é usado para dedução de uma relação teórica entre as variações dos autovalores e a localização e extensão do defeito. Resultados mostraram que por ambas as técnicas os defeitos e suas respectivas severidades foram detectados. O erro máximo obtido pela técnica proposta por Hu & Liang (1993), foi de 5%, enquanto que para a técnica sugerida por Ruotolo & Surace (1997), foi de 7%. Estes pesquisadores apresentam como vantagem o fato de sua técnica identificar a posição e a severidade do defeito, automaticamente, enquanto a técnica proposta por Hu & Liang (1993), divide a identificação em duas etapas, tornando o procedimento mais laborioso.

Messina *et al.* (1998), verifica algumas conclusões alcançadas por Doebling *et al.* (1997), em relação à detecção de defeito usando as frequências naturais e mostra que dado um vetor de suas variações e um modelo da estrutura é possível detectar e avaliar a severidade de múltiplos defeitos. Testes são conduzidos para estruturas do tipo treliça e plataforma, utilizando 10 e 12 frequências naturais na análise. Os autores deduzem um fator de correlação chamado de DLAC (*Damage Location Assurance Criterion*), dado pela Eq. (2.3), baseado na definição de MAC (*Modal Assurance Criterion*), usado para correlacionar modos de vibrar numérico e experimental.

$$DLAC(j) = \frac{|\{\Delta f\}^T \cdot \{\delta f_j\}|^2}{(\{\Delta f\}^T \cdot \{\Delta f\}) \cdot (\{\delta f_j\}^T \cdot \{\delta f_j\})} \quad (2.3)$$

onde $\{\Delta f\}$ é o vetor das variações das frequências naturais medidas para estrutura com defeito de severidade e localização desconhecida e $\{\delta f_j\}$ é o vetor teórico das variações das frequências naturais para o modelo da estrutura com defeito na j -ésima posição. Observa-se que este fator sinaliza um padrão

de reconhecimento das variações nas frequências naturais com relação à posição e severidade do defeito. Também expandiram o fator de correlação definido na Eq. (2.3) para múltiplos defeitos. A variação teórica para cada frequência natural passa a ser uma expressão expandida em série de Taylor das derivadas daquela frequência natural com respeito a cada severidade. Aproximações de primeira e segunda ordem são realizadas e comparadas. A metodologia foi aplicada a casos numéricos (estrutura de treliças e plataforma) e experimentais (estrutura plana) e comparados os resultados com relação ao número de modos e ordem de aproximação das variações das frequências naturais.

Para casos experimentais, Messina *et al.* (1998), faz reduções na rigidez de 40%, 67% e 84% em determinada parte da estrutura plana e reduções de 40% em duas partes da estrutura formaram o quarto cenário. No primeiro cenário testado, a concordância com os valores reais aconteceu para a localização e severidade do defeito, tanto para as aproximações de 1ª como de 2ª ordem, observando-se que a severidade foi melhor prevista quando se aumentou a ordem de aproximação. No quarto cenário, a localização dos defeitos se mostrou deficiente usando 10 modos, e eficiente para 12 modos, onde melhores resultados para a previsão da severidade foram observados para aproximação de 2ª ordem.

Outra forma de padrão estabelecido pelas características dinâmicas das estruturas quando avariadas é estudada por Cornwell *et al.* (1999). Neste estudo apenas os modos de vibrar normalizados são usados para testes sobre uma viga em balanço e uma placa fixada em duas extremidades. As estruturas são divididas em regiões menores e sobre cada subdivisão é calculada a energia de deformação para determinado modo que por sua vez é dividido pela energia de deformação sobre toda a estrutura, criando-se a idéia de energia fracionada.

Cornwell *et al.* (1999) também define um índice de danificação, dado pela soma da razão da energia fracionada para a estrutura com e sem defeito sobre alguns modos. Para validação experimental dessa metodologia os pesquisadores usaram uma placa com determinada região reduzida em 25% de sua espessura. Resultados mostraram que quando se considera um maior número de modos no cálculo da energia fracional o índice de energia é maior

na região do defeito. Os melhores resultados foram alcançados quando foram usados 12 modos da placa. Um importante aspecto da metodologia de Cornwell et al. (1999), é que os modos de vibrar não necessitam ser normalizados pela massa, trazendo vantagens quando consideradas excitações provenientes do ambiente.

Wake & Evans (1999) em seu artigo discute a importância de escolher de forma adequada as frequências naturais para avaliação da severidade. Os pesquisadores propuseram uma metodologia baseada na redução das frequências naturais de modos axi-simétrico em um cilindro de gás. Efeitos como, pressão interna e localização interna e externa dos defeitos foram avaliados. Uma formulação que relaciona a variação de frequências naturais com a severidade do defeito foi obtida, pela qual constataram, com boa precisão, que a redução nas frequências naturais é aproximadamente proporcional ao quadrado da severidade do defeito, como mostra a Eq. (2.4).

$$\Delta\omega = A \left(\frac{a}{h}\right)^2 \quad (2.4)$$

onde A é fortemente dependente do modo considerado, tendo relação forte com os modos de vibrar, que trazem consigo a influência geométrica da estrutura. Atestam ainda que a magnitude da variação na frequência natural ($\Delta\omega$) devido ao defeito dependerá dos pontos nodais relativos à localização deste. Quando o defeito se distancia de um ponto nodal, a variação da frequência natural será maximizada, por outro lado se o defeito coincide com o ponto nodal o $\Delta\omega$ será muito pequeno.

Os investigadores estabeleceram ainda uma expressão linear da pressão interna com as frequências naturais, cujo coeficiente linear é a frequência natural para pressão interna zero e o coeficiente angular um fator que varia com os modos. Entre as conclusões alcançadas destacam-se: Uma grande disparidade dos efeitos quando o defeito é interno e externo, que ocorre por conta do acoplamento entre as deformações de flexão e de membrana nos diferentes modos; Os resultados apontaram que é possível detectar o crescimento de defeitos conhecendo-se as mudanças das frequências naturais de modos selecionados.

Khan et al. (2000), realizaram análise de um defeito em três estruturas diferentes, uma viga e uma placa, ambas em aço e em balanço e uma viga de concreto simplesmente apoiada. Em ambas as estruturas foram realizadas uma varredura de curta distância em torno do defeito, a qual denominou SLDV (*Scan Laser Doppler Vibrometer*). Para a viga de aço foram testadas quatro condições de severidade num defeito tipo entalhe e o sinal das amplitudes de vibração da varredura em alguns modos foi comparado. Os pesquisadores verificaram que alguns dos modos não foram afetados pela presença do defeito, e atribuíram isto ao fato do defeito coincidir com um ponto de inflexão do modo de vibrar. Mudanças no sinal da varredura em todos os modos da estrutura foram observadas pelos pesquisadores, porém uma maior alteração foi percebida no modo de maior variação da frequência natural. Verificou-se ainda, que no modo de menor variação, a mudança no SLDV só foi detectada quando a severidade do defeito correspondeu a cerca de 80%.

Para análise da placa em balanço, Khan et al. (2000), estabeleceram três situações: sem defeito; com defeito tipo dente de serra; e, com trinca induzida por fadiga. Verificou-se que os defeitos tiveram notável efeito sobre as frequências naturais, Fig. (2.2a) e modos de vibrar, Fig. (2.2b), causando expressivas descontinuidades sobre a curva dos modos.

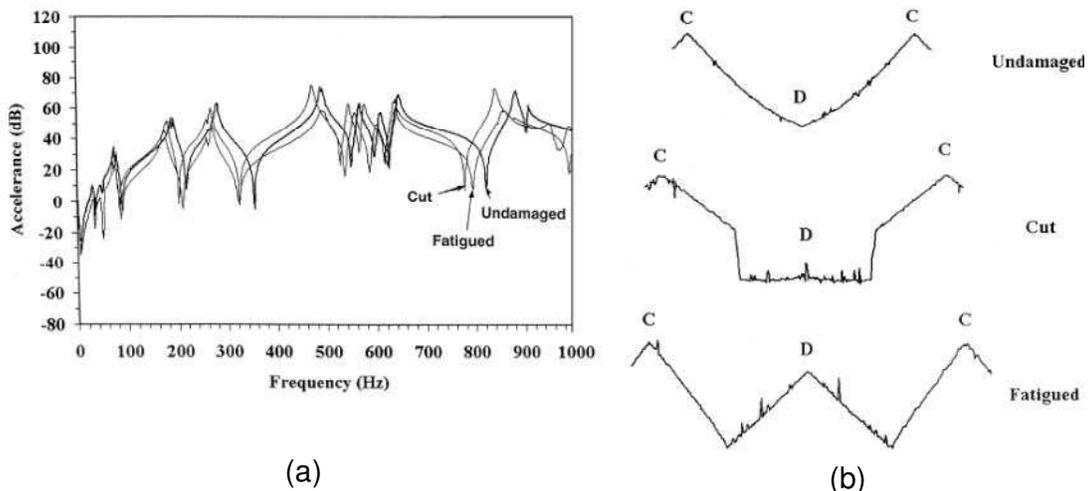


Figura 2.2. FRFs para as três condições de placa e varredura na região do defeito. Fonte: Khan et al. (2000).

Para a viga de concreto o defeito foi criado solicitando o centro da viga com uma carga de 0,85 toneladas. O segundo e terceiro modo foram comparados, e em ambos se verificou a presença do defeito. Um efeito inesperado foi observado, particularmente no segundo modo, onde se verificou mudanças na inclinação do perfil da varredura conforme mostra a Fig. (2.3). Isto, segundo os investigadores, ocorreu devido a anisotropia da viga de concreto, o que não foi possível observar na viga em aço por conta de sua suposta homogeneidade.

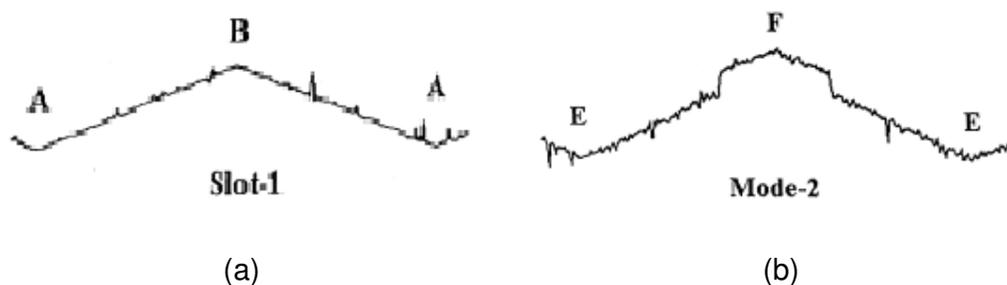


Figura 2.3. Varredura demodulada para a viga com defeito. (a) para viga de aço, (b) para a viga de concreto. Fonte: Khan et al. (2000).

Yan & Yam (2002), propuseram um sistema de detecção *on-line* do defeito pensando nas estruturas em ambiente de difícil acesso. A variação da energia de vibração da resposta do sistema decomposta por análise Wavelet foi usada para cálculo de um índice adimensional de danificação. Uma placa de material compósito foi usada para validação experimental da metodologia de detecção e nela foram embutidos quatro lâminas de material piezoeletrico, sendo um atuador e os demais sensores. Os investigadores mostram que foi possível identificar uma trinca superficial de largura de 0,1mm e 2,3mm de comprimento, correspondendo a cerca 0,06% da área total. Como conclusão, afirmam ser possível avaliar o comportamento local de uma estrutura compósita usando características dinâmicas globais, e sem uso de equipamentos externos de excitação.

Schulz et al. (2003), avaliaram o aumento da sensibilidade à detecção do defeito quando se considera uma banda mais larga das frequências naturais. Para os pesquisadores a excitação em altas frequências tem curto

comprimento de onda permitindo que pequenos defeitos sejam detectados. Um inconveniente neste processo é o ruído, que estão mais presentes nas altas frequências e a potência dos amplificadores que diminuem quando a frequência aumenta. Para atenuar esta situação, os pesquisadores sugerem a utilização de pequenos e múltiplos excitadores com amplificação independente, funcionando simultaneamente, forma pela qual se obteria uma excitação com nível global elevado nas altas frequências e com uma razão sinal/ruído aumentada.

Neste aspecto, testes numéricos foram realizados usando um sinal de resposta definido pelos autores como *Vibration Deflection Shape* (VDS), que representa uma deflexão padrão produzida pela estrutura quando excitada por uma força específica. Segundo os autores existe um modo onde o VDS pode ser mais sensível ao defeito, e sua seleção é realizada baseando-se na curva das variações das frequências naturais versus os modos considerados. Análises sobre uma viga bi-engastada com o modo relativo à frequência de 90 kHz foram realizadas, e inclinações locais no sinal do VDS de velocidade foram observadas na região do defeito. Concluem o trabalho afirmando que o método pode ser estendido para estruturas complexas uma vez que não dependem do modelo e nem de cálculo computacional mais elaborado.

Farrar (2003) classifica os métodos de identificação do defeito pelo tipo de aplicação, incluindo as vigas, treliças, placas, pontes, estruturas espaciais e estruturas de materiais compósitos. Acredita que o desafio das pesquisas em técnicas de identificação de defeito nas estruturas passa pela construção de modelos mais robustos. Sob esta ótica pensa que exista uma tendência de novos modelos com abordagem estatística. Em sua investigação a detecção do defeito é descrita como um problema estatístico de reconhecimento de padrões, dividindo-se em três partes: (i) coleta e filtragem dos dados; (ii) seleção das características para detecção e compressão dos dados; (iii) desenvolvimento do modelo estatístico.

Farrar (2003) realizou testes em uma coluna de concreto em escala real, sujeita a esforços cíclicos na parte superior, simulando as condições de operação com vinte e um acelerômetros adequadamente distribuídos na coluna para o monitoramento. A coluna foi então solicitada até que houvesse garantias que defeitos surgissem em seu interior. Um código preditivo linear baseado no

método de estimação de auto-regressão, considerando a frequência relativa entre dois estados A e B, foi proposto e os resultados mostraram que nos sinais coletados em todos os sensores foi possível verificar a presença de defeito na coluna. Embora a metodologia empregada tenha alcançado apenas a primeira fase do SHM, detecção de existência do defeito, os pesquisadores acreditam que suas formas podem ser diferenciadas pela técnica, além de que, permite combinar leituras de outros tipos de sensores, o que de fato é atrativo, já que em condições reais os parâmetros dinâmicos podem se alterar devido ao ambiente ou condições de operação.

Kim & Stubbs (2003), propuseram um método de detecção do defeito baseado em algumas frequências naturais. Um modelo para localização do defeito e outro para o tamanho do mesmo são formulados como uma função da razão da variação das frequências naturais e correspondentes frequências naturais da estrutura sem defeito e com defeito. Dados experimentais, disponibilizados na literatura por Silva & Gomes (1994), para uma viga livre-livre, foram usados para avaliar a metodologia, observando-se erros menores que 4,1% na localização do defeito, porém para severidade, os erros chegaram à 25%.

Yan et al. (2004), avaliaram uma proposta de identificação de defeito em um modelo dinâmico de uma placa sanduíche tipo colmeia baseado nas dez primeiras frequências naturais e na sua resposta dinâmica. A investigação consiste em comparar duas técnicas de detecção do defeito, uma baseada nas variações das frequências naturais e outra na wavelet da resposta dinâmica, estudada por Yan & Yam (2002). Os resultados obtidos por Yan et al. (2004), mostraram que as frequências naturais não variaram para placa com defeito de severidade menor que 5%, mas que foi possível percebê-lo a partir de uma severidade de 10% com modos mais altos, principalmente na 6ª e na 7ª frequência natural. Por outro lado, com a wavelet da resposta dinâmica os defeitos detectados tiveram erros da ordem de 2%. Outro resultado importante observado pelos pesquisadores foi que para o defeito longitudinal as frequências naturais são menos sensíveis que para defeitos transversais. Acreditam também que nos modos de vibrar de alta ordem, podem existir informações dos pequenos defeitos.

Usando PZT's como atuador e sensor sobre uma viga de alumínio, Emiliavaca et al. (2011), avaliou as variações das frequências naturais de 15 modos para severidades crescentes, que variaram de 10% a 70%. Os autores concluem que é possível estabelecer uma metodologia de monitoramento dessa estrutura, identificando defeitos com severidades acima de 30%.

Irmão & Silva (2011), usando um modelo de viga engastada-livre, realizaram um estudo sobre a identificação de defeito baseado nas variações das frequências naturais e modos de vibrar. Constataram que para os modos mais altos e devidamente escolhidos, é possível estimar a posição e severidade do defeito, com uma sensibilidade mínima da ordem de 10 %.

A partir de 2005, novas técnicas envolvendo o conceito de padrões fractal e outros fatores que visam o reconhecimento de padrões dos sinais passaram a ser pesquisados. Hadjileontiadis et al. (2005), baseando-se no modelo de defeito teórico-experimental desenvolvido por Dimaragonas & Paipetis (1983), propuseram uma metodologia de identificação de defeito em viga engastada-livre baseada no conceito de dimensão fractal (Fractal Dimension - FD). A proposta dos pesquisadores adota a estimação de Kartz de FD, que exhibe uma grande imunidade a ruídos. A definição de FD é dada pela Eq. (2.5).

$$FD = \frac{\log_{10}(n)}{\log_{10}\left(\frac{d}{L}\right) + \log_{10}(n)} \quad (2.5)$$

onde d é a máxima distância entre o primeiro ponto de uma forma de onda a seu i-ésimo ponto, dado por: $d = \max \text{dist}(1, i)$; L é o comprimento da curva ou a soma das distâncias entre os pontos sucessivos; e, n é o número subdivisões que constituem a curva, definido por $n = L/\bar{\alpha}$, com $\bar{\alpha}$ sendo a média das distancias entre os pontos sucessivos.

Hadjileontiadis et al. (2005), aplicaram o cálculo de FD sobre sucessivas subdivisões do primeiro modo de vibrar. O sinal resultante mostra uma curva suave, mas com mudanças súbitas nas regiões de irregularidades do sinal, sendo possível denunciar mudanças no modo de vibrar devido ao defeito. O pico deste sinal indica a posição do defeito. O tamanho do defeito por sua vez é tomado de uma curva, gerada por um modelo para diversos graus de

severidade e relacionada á amplitude do pico do sinal fractal para a posição encontrada, detalhes desta identificação podem ser visualizada na Fig. (2.4). A aplicação experimental do método é realizada sobre uma viga de acrílico 20x20x300 mm com defeito de severidade 30%,distanciado de 80 mm do engaste. O modo de vibrar foi capturado através da leitura em 39 pontos distribuídos ao longo da vida. Depois de aplicada a metodologia foi possível encontrar a posição do defeito com exatidão, porém com severidade igual a 32%. O método é atrativo por ser simples e imune a ruídos, no entanto, quando aplicado aos modos mais altos de uma viga engastada-livre apresenta falsos picos, mascarando os resultados.

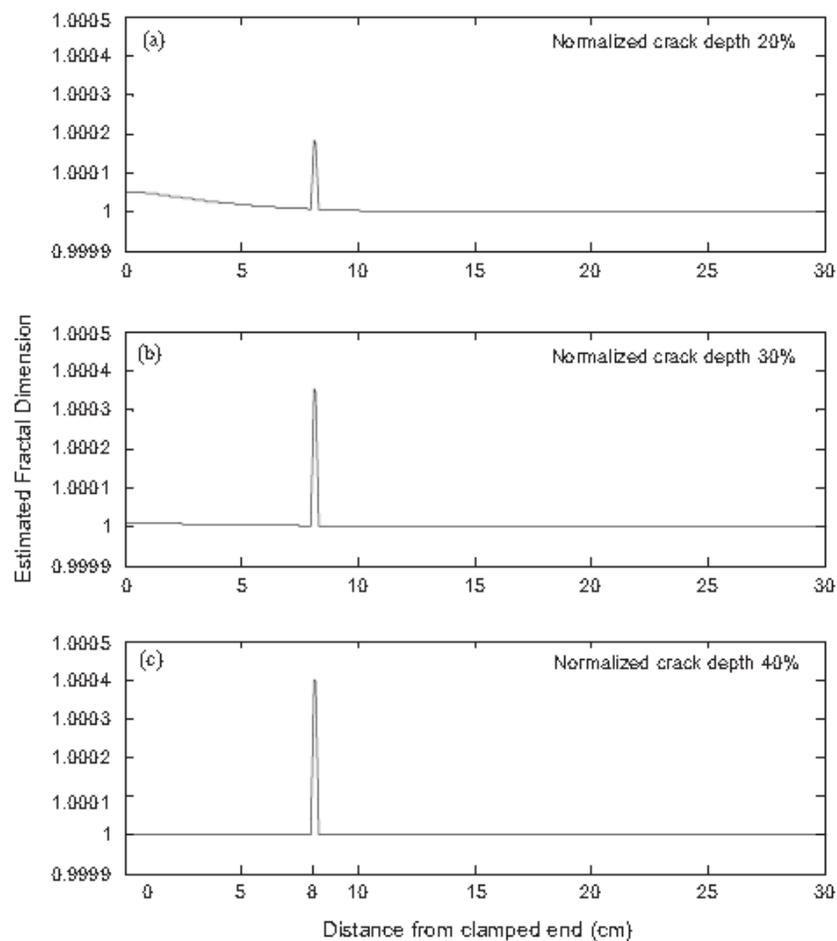


Figura 2.4. FD estimado como uma função da distância ao longo da viga defeituosa (local do defeito $x=8$ cm). Defeito normalizado: (a) 20%, (b) 30% e(c) 40%. Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).

Qiao & Cao (2008), diante da limitação apresentada na metodologia de Hadjileontiadis et al. (2005) para os modos mais altos, propõem o uso de dois novos conceitos. O primeiro é uma forma ainda mais simples do parâmetro fractal quando comparada ao da Eq. (2.5), dado por:

$$AWCD=1+\frac{\log_{10}(L)}{\log_{10}(n-1)} \quad (2.6)$$

onde L e n têm a mesma definição apresentada na Eq. (2.5). O segundo conceito é o de isomorfismo extraído da álgebra, que é capaz de conjugar o vetor espacial do modo de vibrar original para outro vetor espacial de um modo de vibrar alternativo, de tal forma que se preserve as propriedades. Uma viga de material compósito foi usada para teste experimental com um defeito de aproximadamente 1 mm no centro. A viga foi monitorada por dezenove sensores PVDF e excitada por um PZT próximo ao engaste, com defeito simulado entre o oitavo e o nono sensor. O gráfico da Fig. (2.5) mostra a detecção pelo segundo modo de vibrar original e o modificado, mostrando precisão na localização do defeito.

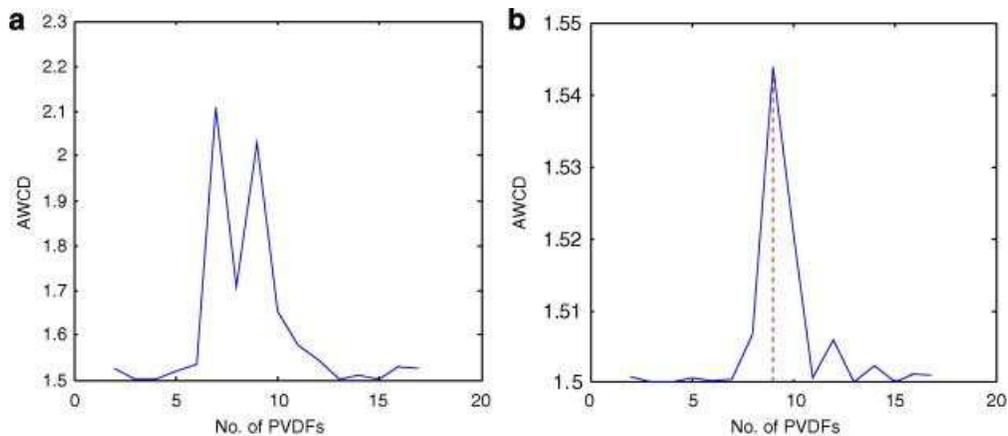


Figura 2.5. Localização do defeito pelo segundo modo de vibrar. (a) Usando AWCD sobre o sinal original, e (b) Usando AWCD sobre o sinal alternativo retirado do sinal original usando isomorfismo. Fonte: Qiao & Cao (2008).

O tema reconhecimento de padrões baseado nos modos de vibrar também é tratado por Borsaikia et al. (2006), que buscou sintetizar as assinaturas de vibrações através de padrões de reconhecimento, calculado pela soma dos dados da diferença entre as curvaturas da estrutura com e sem defeito. Nesta investigação apenas o modo de vibrar fundamental foi usado, sendo extraído experimentalmente de uma estrutura de concreto tipo viga, bi-apoiada, sujeita a um impacto. Defeitos foram simulados com severidades de 6,7%; 13,3%; 20,0%; 26,7%; 33,3% e 46,7%. Quatro acelerômetros à esquerda e quatro à direita do defeito foram usados para coleta dos sinais. O sinal da curvatura foi obtido pela aproximação da segunda derivada do modo de vibrar por diferença finita central. Os resultados mostraram a existência de uma relação crescente entre a variação da frequência natural fundamental com as severidades do defeito. O 1º modo de vibrar em deslocamento apresentou valores de amplitude crescente com aumento de severidade e o sinal da curvatura apresentou um pico na posição do defeito. Os valores que definem o padrão de defeito sugerido pelos pesquisadores, mostraram-se crescentes com o aumento da severidade e mais perceptíveis para os sensores mais próximos do defeito.

Moura et al. (2011) usaram os conceitos de reconhecimento de padrões combinadas com redes neurais artificiais para avaliar defeitos simulados em mancais de rolamentos. As técnicas escolhidas foram baseadas nas Análises *Detrended Fluctuation* (DF) e *Rescaled-range* (RS). Através da combinação destas técnicas foi possível classificar quatro categorias de falhas típicas de rolamento com taxas de sucesso que variaram de 80% a 100%.

Hu et al. (2006), buscou também estabelecer um índice de detecção de defeito para uma placa de material compósito com orientação das fibras em quatro formas de arranjo e um quinto arranjo na forma quase isotrópico, ambas de mesmas dimensões. Para a simulação do defeito tipo trinca superficial foi feito um corte próximo ao centro das placas com 1 mm de profundidade e 25 mm de comprimento. Subdivisões de 13x13 mm foram feitas, e uma a uma foi impactada com o martelo para leitura da resposta, coletada por um acelerômetro colocado no canto da placa (Fig. 2.6a).

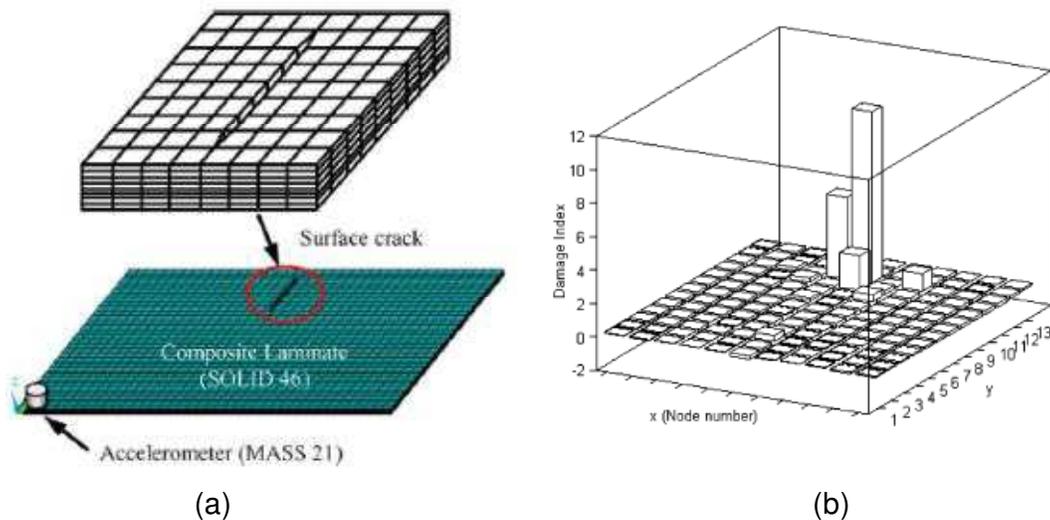


Figura 2.6. (a) Modelo MEF de placa compósita danificada, (b) Gráfico 3D do índice de danificação nas subdivisões da placa baseada na energia de deformação dos modos de vibrar. Fonte: Hu et al. (2006).

Foi definido por Hu et al. (2006), o valor de energia fracional, calculado a partir dos modos de vibrar experimentais para cada uma das subdivisões, permitindo-se montar um gráfico 3D para toda a placa conforme a Fig. 2.6b. Picos de maior energia foram observados para todos os arranjos da placa compósita na região do defeito.

Os modos de vibrar depois de aplicada a transformada de wavelet tem sido alvo de várias investigações em métodos de identificação de defeitos em estruturas, Chang & Chen (2005), Zhong & Oyadiji (2011). De forma geral, o procedimento consiste em estabelecer os modos de vibrar da viga, calcular os coeficientes de wavelet para estas curvas, mostrar gráfico dos coeficientes wavelet, detectar o número de defeitos e suas posições através de picos ou mudanças súbitas na curva dos coeficientes de wavelet e calcular o tamanho adimensional do defeito usando ou a equação característica do auto-problema ou a variação das amplitudes dos coeficientes wavelet.

Chang & Chen (2005), aplicaram a técnica para o caso experimental de uma viga em balanço de aço, com defeito produzido por eletro-erosão de 0.13 mm de largura e severidades (a/h) de 0,2 e 0,3. Os resultados foram

comparados aos da técnica proposta por Ruotolo & Surace (1997). Apresentaram-se mais precisos com menor erro relativo da ordem de 3,3% e o maior 20%, enquanto que Ruotolo & Surace (1997), obtiveram 5% e 35%, respectivamente.

Zhong & Oyadiji (2011), investigaram a wavelet dos modos de vibrar para detecção do defeito, a medida da severidade foi relacionada com o valor global da variação dos coeficientes wavelet para os quatro primeiros modos de vibrar da estrutura. Mostraram que a variação dos coeficientes são mais sensíveis à variação do defeito, quando comparados com os coeficientes simplesmente. A metodologia consiste na quebra sucessiva do sinal do modo de vibrar em dois sinais e no cálculo dos coeficientes wavelet para cada fragmento do sinal. Com os dados da escala wavelet pela distância ao longo da viga e pela soma da diferença entre estes coeficientes para n modos de vibrar, é montado uma curva 3D e dela é possível extrair a localização e severidade do defeito, ver Fig. (2.7).

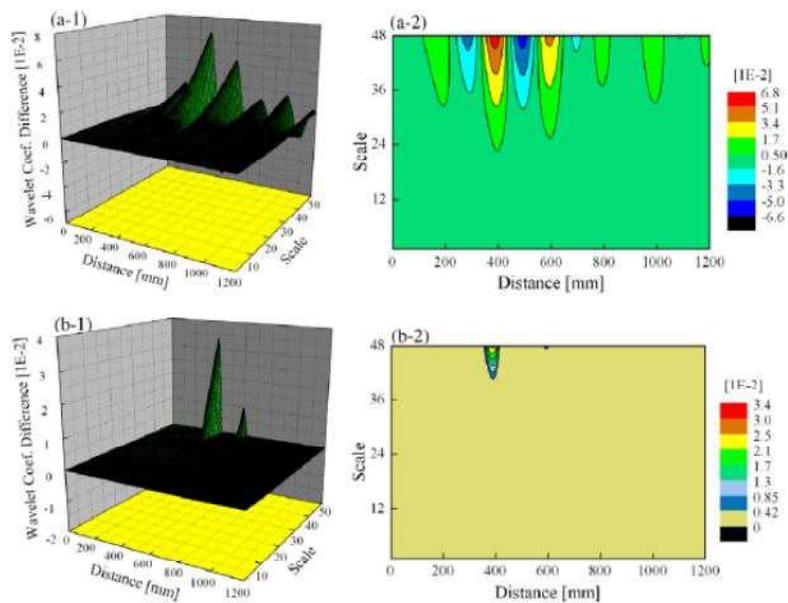


Figura 2.7. Gráfico 3D da diferença dos coeficientes wavelet do quarto modo de vibrar de uma viga de alumínio com defeito á 400 mm da extremidade e severidade de 10%. Fonte: Zhong & Oyadiji (2011).

Uma viga simplesmente apoiada de alumínio é usada nos testes experimentais e um defeito de 2,5 mm, localizado a 400 mm da extremidade. Vinte e cinco pontos de coleta de dados foram usados, espaçados igualmente e uma função de interpolação tipo *spline* foi aplicado aos vinte e cinco pontos na obtenção dos quatro primeiros modos. Os gráficos 3D mostraram a presença do defeito e sua severidade para o 1º e 4º modo. A presença de ruídos afetou a identificação do 2º e 3º modo de vibrar. Uma correção foi então realizada para os coeficientes, calculando o índice de danificação baseado no valor global de vários modos.

Wang & Qiao (2008), propõem uma metodologia de detecção do defeito que utiliza os quatro primeiros modos de vibrar de uma viga de material compósito através de irregularidades inseridas pelo defeito ao modo de vibrar. Avaliaram dois tipos de filtros, o triangular e o gaussiano e verificaram que o último oferece melhores resultados. Os pesquisadores acreditam que a técnica proposta é imune ao ruído e que uma resolução relativamente baixa é necessária para obtenção dos modos.

A validação experimental da técnica é mostrada aplicando-a sobre uma viga de material compósito e instrumentada com 9 sensores PVDF e um atuador PZT para excitação. O defeito simulado foi feito próximo a nono sensor, com severidade equivalente à redução 50% na espessura da viga. A localização do defeito é estimada observando-se mudanças abruptas num modo de vibrar filtrado e elevado ao quadrado. Resultados comparativos deste procedimento para o 2º, 3º e 4º modo, localizaram eficientemente o defeito e o quarto modo apresentou maior amplitude, sendo, portanto, o de maior sensibilidade conforme mostra a Fig. (2.8).

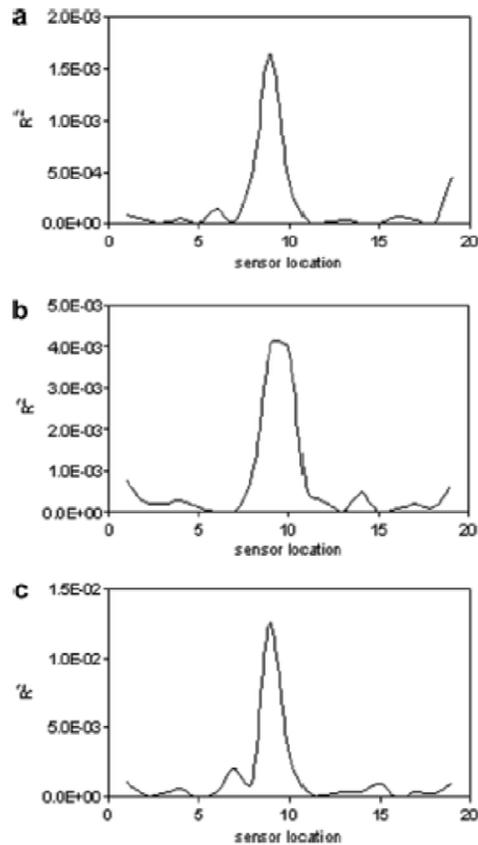


Figura 2.8. Perfil R^2 da viga defeituosa. (a) 2º modo; (b) 3º modo e (c) 4º modo. Fonte: Wang & Qiao (2008).

Wang & Qiao (2008), em sua análise, destacam que embora existam algumas dificuldades em se trabalhar com os modos mais altos, devido, por exemplo, a quantidade de sensores necessária para observação do modo, técnicas eficientes e autônomas, como varreduras realizadas por vibrômetro laser, podem facilitar esta tarefa.

Yi et al. (2008), discutiram o uso da sensibilidade dos altos modos para identificar parâmetros de uma estrutura com um defeito, este simulado pela adição de 9,36 kg de massa em uma das colunas de uma estrutura tridimensional (Fig. 2.9).

Análises numéricas e experimentais foram realizadas e foi observado que os modos de ordem alta identificaram o defeito, mas que o quinto e o sexto modo foram os mais sensíveis a ele.

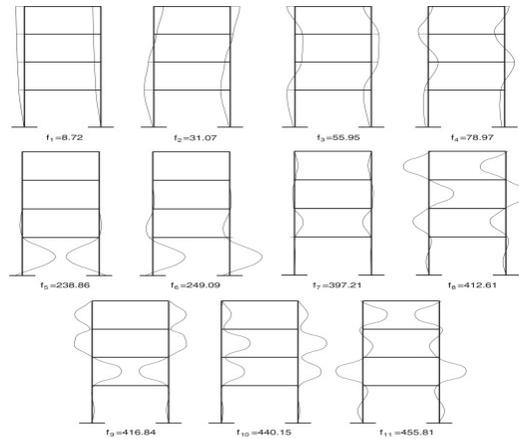


Figura 2.9. Modos de vibração da estrutura analisada. Fonte: Yi et al. (2008).

Os pesquisadores explicam que a alta sensibilidade do 5º e 6º modo de vibrar se deve ao fato do defeito estar próximo de um dos máximos destes modos.

Usando uma viga Euler-Bernoulli, Lee (2009a e 2009b), testou a capacidade de detecção das frequências naturais e suas amplitudes, respectivamente, na identificação de múltiplos defeitos. Para isso foi utilizado o método iterativo de Newton-Raphson na evolução de uma matriz Jacobiana que leva em conta as variações nas frequências naturais e amplitudes com respeito a severidade do defeito. Soluções numéricas em Elementos Finitos permitiram chegar à identificação do defeito de forma precisa em ambos os trabalhos, e no segundo, o autor ainda propõe versões melhoradas para os modelos de trinca propostos por Dimaragonas & Paipetis (1983) e Ostachowicz & Krawkczuc (1991).

Cao et al. (2011), investigaram a sensibilidade do primeiro modo na detecção do defeito de uma viga em balanço. Para os pesquisadores o tema é relevante diante das dificuldades instrumentais encontradas em obter com relativa precisão os modos mais altos, embora estes se mostrem mais sensíveis ao defeito. O modelo dinâmico do primeiro modo foi comparado com primeiro modo estático com carga concentrada e distribuída. Foram realizados testes de sensibilidade para as curvaturas destes três modelos, as quais se mostraram mais sensíveis à detecção do defeito do que as próprias formas modais. Na detecção do defeito o modo fundamental para condição de carga

concentrada se mostrou mais sensível, principalmente no quesito severidade. Os pesquisadores acreditam que é promissor o uso do modo fundamental sob as condições de carga estudadas para identificação de defeito.

Carr & Chapetti (2011) avaliaram o comportamento de uma trinca de fadiga sob o aspecto das vibrações e compararam com o estudo de uma viga em balanço com defeitos gerados por redução de espessura localizada. A viga foi solicitada por uma força cíclica tipo senoidal (10 Hz), as respostas ao impacto foram medidas por acelerômetros e as tensões por *strain-gage*. A detecção e evolução do defeito tipo trinca foram estabelecidas usando o primeiro modo de vibrar da viga que veio a ser sensível ao defeito quando esta representou cerca de 8,5% de perda da secção transversal. Foi analisado ainda a resposta em frequência do sinal de aceleração e os autores observaram picos de amplitude em múltiplos inteiros das frequências naturais quando a viga havia perdido cerca de 0,6% de sua secção transversal. Com base em trabalhos anteriores os autores concluíram que os picos são decorrentes da natureza da trinca por fadiga.

2.3 Considerações Finais

Do levantamento bibliográfico realizado conclui-se que a análise modal teórico-experimental é uma ferramenta capaz de fornecer informações sobre defeitos na estrutura, de forma a permitir avaliações sobre suas condições de integridade estrutural. As investigações em torno do tema vêm avançando, principalmente diante de novas tecnologias instrumentais e das avançadas capacidades computacionais.

Relativo às estruturas tipo viga verifica-se que já existem resultados consolidados a respeito do uso das frequências naturais e suas variações na detecção do defeito, mesmo quando pequeno. Embora os pesquisadores sejam unânimes em afirmar que a sensibilidade deste parâmetro é limitada, sendo apenas possível identificar defeitos quando estão acima 10% de redução na espessura da viga, pesquisas têm demonstrado que os modos de vibrar podem ser sensíveis à pequenos defeitos, onde uma redução de espessura da ordem de 5%, já é detectável por algumas técnicas.

Ficou claro também, que as informações inerentes ao defeito estão contidas nos modos de vibrar, e em especial nos modos de alta ordem. O que se tem buscado neste sentido são técnicas que extraíam dos modos de vibrar as informações do defeito ainda incipiente, entre as quais, as técnicas de reconhecimento de padrões tem se destacado. Acredita-se que boa parte das técnicas aqui tratadas possa ser expandida para os modos de ordem mais elevada, inclusive selecionando os modos mais sensíveis ao defeito. Capacidades instrumentais e de processamento de sinais podem permitir alcançar maior êxito neste tema.

Diante do exposto, acredita-se que técnicas que combinem os efeitos das frequências naturais com os modos de vibrar em modos selecionados e de ordem mais alta, pode ser uma solução na identificação de defeito em fase incipiente. As variações nas frequências naturais devido ao defeito confirmariam globalmente sua presença e os modos de vibrar como dependentes da geometria da estrutura informariam a posição da falha.

Visando corroborar os desafios acima traçados, este trabalho pretende testar uma metodologia de identificação de defeito baseada na associação das frequências naturais com os modos de vibrar da estrutura, valendo-se da realização de testes experimentais sobre a sensibilidade a pequenos defeitos estruturais, não perdendo de vista as limitações instrumentais na obtenção e processamento dos dados.

CAPÍTULO 3

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são abordados os conceitos envolvidos na análise modal teórica e experimental, o desenvolvimento da teoria e equacionamento da estrutura. São discutidos alguns modelos de viga, dos quais se fará uso para obtenção dos resultados desta investigação. O equacionamento será no domínio contínuo, e a solução gerada através de um pacote de matemática simbólica disponível no software MatLab. Buscar-se-á uma equação final para a viga defeituosa totalmente literal, onde os cenários de testes, que compreende as diversas posições e severidades do defeito na viga se resumam a uma simples substituição dos valores literais por valores numéricos.

3.1. Análise Modal

A análise modal é uma técnica de caráter tanto teórico como experimental que visa à construção de modelos representativos do comportamento dinâmico dos sistemas pela determinação dos seus parâmetros modais, ou seja, frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar.

Os parâmetros dinâmicos de um sistema podem ser determinados por modelos via métodos numéricos, dos quais se destaca o Método dos Elementos Finitos. Quando o modelo é viável por técnicas numéricas a abordagem experimental tem funções importantes de verificação e validação do modelo. Em qualquer das abordagens, numérica ou experimental, a análise modal segue três passos principais, conforme mostra o esquema da Fig.(3.1).

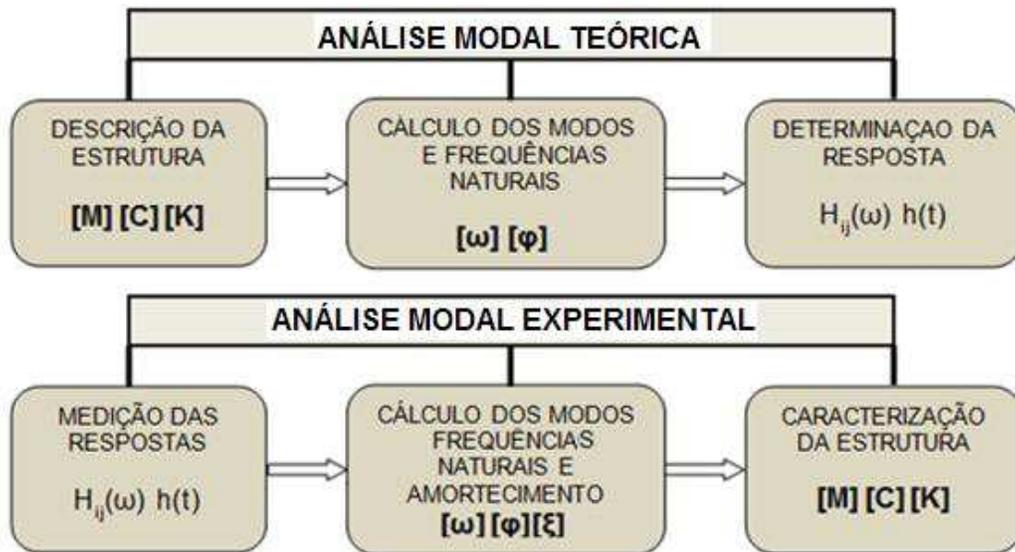


Figura 3.1. Esquema da análise modal teórica e experimental.

3.1.1 Análise modal teórica

Segundo Ewins (1984) na análise modal analítica tem-se a descrição do comportamento da estrutura como sendo um conjunto de modos de vibração que é conhecido como modelo modal. O modelo modal é um conjunto formado pelas frequências naturais, modos de vibrar e fatores de amortecimento. A aplicação mais simples da análise modal é a obtenção das informações modais e comparação delas com dados produzidos por uma análise numérica ou outro modelo teórico.

Na análise modal teórica as entradas são as características materiais e geométricas do sistema que permitem chegar à matriz de massa, amortecimento e rigidez, as quais definem o modelo espacial.

Com as matrizes de massa e rigidez pode-se chegar ao problema de autovalor que uma vez resolvido resulta nas frequências naturais e modos de vibrar, encerrando o problema sem amortecimento. Para o sistema não conservativo a matriz modal resulta numa matriz não desacoplada e implica na existência de pares de autovalores complexos conjugados.

O último passo da análise modal teórica consiste em analisar a estrutura sob uma excitação, sendo conveniente realizar a análise da resposta sob uma excitação normalizada. Sendo a resposta normalizada, é possível solucionar qualquer outro caso particular construído. O modelo da resposta é na verdade um conjunto de soluções em relação às quais as excitações assumem valores unitários, e quando aplicadas em vários pontos da estrutura para uma faixa específica de frequência geram funções específicas. Calculada estas funções no domínio da frequência passam a ser chamadas de Funções de Resposta em Frequência (FRF's), encerrando o modelo da resposta.

3.1.1.1 O modelo modal

O movimento de um sistema linear discretizado em N graus de liberdade, resulta num sistema de equações diferenciais de segunda ordem do tipo:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.1)$$

Onde:

M é a matriz de massa, de ordem $N \times N$;

C é a matriz de amortecimento, de ordem $N \times N$;

K é a matriz de rigidez, de ordem $N \times N$;

$\ddot{\mathbf{x}}(t)$ é o vetor de aceleração, de ordem $N \times 1$;

$\dot{\mathbf{x}}(t)$ é o vetor de velocidade, de ordem $N \times 1$;

$\mathbf{x}(t)$ é o vetor de deslocamento, de ordem $N \times 1$;

$\mathbf{f}(t)$ é o vetor de forças externas dependente do tempo t , de ordem $N \times 1$.

Omitindo a indicação da coordenada tempo, t , o modelo modal considerando a resposta livre e não amortecida da estrutura se resume a:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

Assumindo uma solução geral para esta equação do tipo,

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Phi}e^{\lambda t} \quad (3.3)$$

Sendo Φ o vetor modal, que representa o modo de vibrar do sistema, de ordem $N \times 1$ e $\lambda = i\omega$ é um número complexo. A solução para a Eq.(3.2), ou seja, sistema sem amortecimento e ainda para o caso de o sistema possuir amortecimento proporcional, os modos de vibrar Φ são valores reais. O caso geral que descreve um sistema não conservativo resulta em modos de vibrar de valores complexos, cujos detalhes podem ser encontrados em Inman (1994). Para o caso não amortecido, pela substituição da Eq.(3.3) na Eq.(3.2), tem-se:

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\Phi e^{\lambda t} = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

Resolvendo a Eq.(3.4) para uma solução não trivial, portanto, para o determinante igual á zero, Eq.(3.5), obtém-se a equação característica do sistema, cuja solução gera N autovalores λ_r que a satisfaz. Os autovalores encontrados são as frequências naturais para o sistema não-amortecido, Eq.(3.6).

$$\det(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = 0 \quad (3.5)$$

$$\lambda_r = i\omega_r \quad (3.6)$$

A substituição da Eq.(3.6) na Eq.(3.4) resulta nos autovetores (Φ) de valores reais correspondentes ao r -ésimo modo de vibrar do sistema não amortecido. Assim, para cada frequência natural ω_r , está associado um modo de vibrar Φ_r obtido por meio da solução do sistema homogêneo que satisfaz a condição mostrada pela Eq.(3.7).

$$(\mathbf{K} - \omega_r^2 \mathbf{M})\Phi_r = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

Para sistemas não-conservativos, a matriz modal resulta não desacoplada, que implica na existência de N pares de autovalores complexos conjugados λ_r Eq.(3.8).

$$\lambda_r = \pm i\omega_r \quad (3.8)$$

Para cada um dos autovalores, correspondem modos de vibrar em pares complexos conjugados. A Eq.(3.9) relaciona o autovalor λ_r com os parâmetros modais.

$$\lambda_r = -\xi_r \omega_r + i\omega_{dr} \quad (3.9)$$

Sendo ξ_r a razão de amortecimento
 ω_{dr} a frequência natural amortecida.

3.1.1.2 Função de resposta em frequência (FRF)

Seja um sistema amortecido e submetido a forças externas, consideradas as condições iniciais nulas. Admite-se que o vetor de excitação no tempo seja uma força harmônica, aplicada em um único ponto da estrutura, Eq.(3.10).

$$\mathbf{f} = \mathbf{F}e^{i\omega t} \text{ com } \mathbf{F} = \{0 \dots F_q \dots 0\} \quad (3.10)$$

onde F_q é a amplitude da força senoidal aplicada na q-ésima coordenada generalizada.

Baseado na hipótese de que o sistema é linear e assumindo que o sistema é livre para se movimentar harmonicamente, pode-se assumir que a resposta tenha a forma apresentada pela Eq.(3.11).

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}e^{i\omega t} \quad (3.11)$$

onde \mathbf{X} é um vetor independente do tempo, de ordem $N \times 1$. A equação do movimento então resulta na Eq.(3.12).

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}] \mathbf{X}e^{i\omega t} = \mathbf{F}e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

Manipulando a Eq.(3.12), tem-se:

$$\mathbf{X}=[(-\omega^2\mathbf{M}+\mathbf{K})+i\omega\mathbf{C}]^{-1}\mathbf{F} \quad (3.13)$$

onde a matriz $[(-\omega^2\mathbf{M}+\mathbf{K})+i\omega\mathbf{C}]^{-1}$ é chamada de Função de Resposta em Frequência, $\mathbf{H}(\omega)$ de ordem $N \times N$, e um elemento qualquer desta matriz pode ser definido como:

$$H_{pq}(\omega) = \frac{X_p}{F_q} \quad (3.14)$$

Porém, o procedimento de cálculo para obtenção da FRF envolve a inversão de matriz em cada frequência, tornando o processo inviável pelo custo operacional. A fim de contornar este problema faz-se uso das propriedades de ortogonalização e superposição modal que assume ser a resposta final do sistema um somatório das respostas nos N modos de vibrar. Desta forma é possível definir a matriz FRF através da forma mostrada na Eq.(3.15).

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\hat{\Phi}_r \hat{\Phi}_r^T}{[(-\omega^2 + \omega_r^2) + i2\xi_r \omega_r \omega]} \quad (3.15)$$

Realizando uma normalização pelas massas modais usando a relação $\hat{\Phi} = \Phi[1/\sqrt{m}]$ obtêm-se a Eq.(3.16).

$$\mathbf{H}_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_{rp} \Phi_{rq}}{m_r [(-\omega^2 + \omega_r^2) + i2\xi_r \omega_r \omega]} \quad (3.16)$$

Que representa a FRF de transferência, resposta no ponto p devido a uma excitação no ponto q . Se os pontos p e q são coincidentes, a FRF é chamada de ponto $\mathbf{H}_{pp}(\omega)$ e dada pela Eq.(3.17).

$$\mathbf{H}_{pp}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_{pp}^2}{m_r [(-\omega^2 + \omega_r^2) + i2\xi_r \omega_r \omega]} \quad (3.17)$$

No desenvolvimento acima, as respostas são em termos de deslocamento. Neste caso a FRF $\mathbf{H}(\omega)$ é chamada de matriz de receptância, também conhecida por $\mathbf{R}(\omega)$.

As relações entre a receptância $\mathbf{R}(\omega)$ com a FRF de mobilidade $\mathbf{M}(\omega)$, que relaciona a resposta em termos de velocidade, e com a FRF de aceleração $\mathbf{A}(\omega)$, que relaciona a resposta em termos de aceleração, são dadas nas Eq.(3.18) e Eq.(3.19).

$$M_{pq} = i\omega R_{pq} \quad (3.18)$$

$$A_{pq} = -\omega^2 R_{pq} \quad (3.19)$$

Concluindo, define-se FRF como sendo uma matriz que relaciona a saída do sistema (resposta) para cada unidade de entrada (excitação). No domínio da frequência esta relação permite operações mais convenientes e é possível escrevê-la conforme Eq.(3.20).

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) \quad (3.20)$$

A Figura (3.2) mostra esquematicamente as curvas FRF's para um sistema representado por alguns modos. Dos picos das curvas podem-se extrair as frequências naturais do sistema. Os demais parâmetros modais são extraídos através de procedimentos que serão mostrados a seguir.

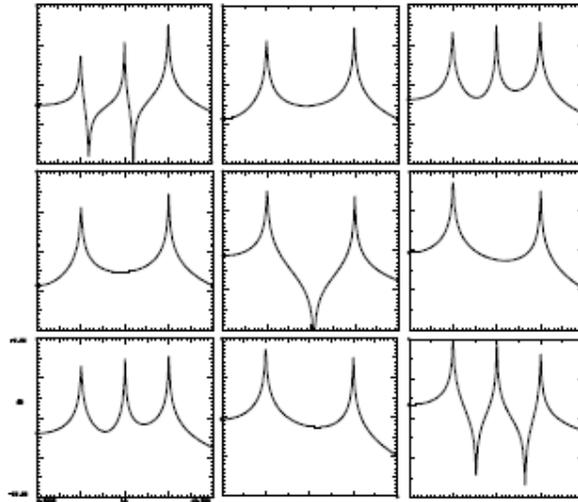


Figura 3.2. Curvas FRF típicas de uma viga. Fonte: Avitabile (2010).

3.1.2 Análise modal experimental

O primeiro passo na análise modal experimental é a medição da resposta e excitação que integram o cálculo das Funções de Resposta em Frequência (FRF's). Obtidas as FRF's, a aplicação de técnicas adequadas permite chegar às frequências naturais, os fatores de amortecimento e modos de vibrar, McConnell (1995). Em último caso é possível deduzir as propriedades espaciais ($[M]$ $[C]$ $[K]$) da estrutura através de técnicas apropriadas. Vale salientar que na criação do modelo pela análise experimental o mesmo sofre uma redução significativa de graus de liberdade face às limitações e sensibilidade dos instrumentos.

Uma descrição mais completa da análise modal experimental pode ser obtida de McConnell (1995), que a define como sendo a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico; e quando possível, simular este ambiente de maneira tal que a estrutura irá subsistir, ou funcionar adequadamente, quando exposta a este mesmo ambiente dinâmico sob condições reais. A cadeia experimental é basicamente composta pela estrutura, sensores de leitura do sinal de vibração, excitador da estrutura e analisador de frequência,

responsável pela coleta e pré-processamento dos sinais. Um esquema do procedimento modal experimental é mostrado na Fig.(3.3).

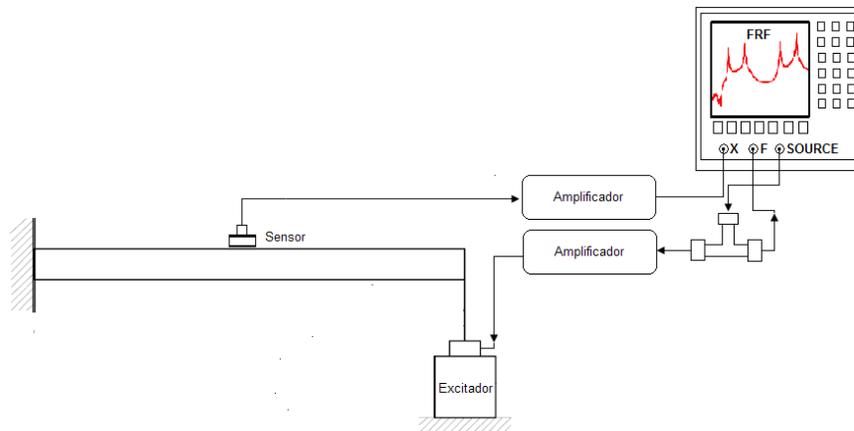


Figura 3.3. Esquema de um procedimento modal experimental.

3.1.2.1 Aplicações e hipóteses da análise experimental

As aplicações da análise modal experimental são diversas. McConnell (1995) apresenta algumas delas, das quais se destacam:

- ✓ Verificação da integridade estrutural e confiabilidade;
- ✓ Monitoramento de condições de sistemas;
- ✓ Elaboração, verificação, calibração, ajuste e correção de modelos teóricos e numéricos;
- ✓ Desenvolvimento e qualificação de um produto;

Quanto às hipóteses básicas em que se fundamenta a análise modal experimental para avaliação de um sistema estrutural, tem-se que:

- ✓ A estrutura é assumida linear. Nesta condição a resposta da estrutura obedece ao princípio da superposição dos efeitos;
- ✓ A resposta da estrutura é considerada em regime permanente, independe do tempo e por isso, os parâmetros modais são considerados constantes na base de tempo;

✓ O teorema da reciprocidade de Maxwell é válido para a estrutura. Este teorema estabelece que sempre existirá uma relação direta entre os deslocamentos da estrutura e as forças que atuam em qualquer ponto da mesma;

✓ A estrutura é observável. As medidas de entrada e saída que são realizadas contém informações suficientes para gerar um modelo de comportamento adequado para a estrutura.

3.1.2.2 Determinação dos parâmetros modais

Determinar os parâmetros modais a partir dos dados experimentais envolve algumas etapas, e o bom andamento do processo depende da correta interpretação dos erros em cada uma delas. As etapas, basicamente, são:

- ✓ O entendimento teórico da análise modal;
- ✓ O conhecimento de métodos de análise modal experimental;
- ✓ A coleta dos dados modais;
- ✓ Estimativa dos parâmetros modais;
- ✓ Apresentação e validação dos dados modais.

Realizado o ensaio modal experimental, calculam-se as FRF's, construindo as curvas do módulo da FRF versus frequência, de onde são extraídas as frequências naturais que correspondem aos picos da FRF.

Obter os modos de vibrar consiste em capturar a parte imaginária ou real das FRF's coletadas ao longo da estrutura. Toma-se a parte imaginária quando a FRF coletada tem resposta em aceleração, parte real quando em mobilidade. O modo de vibrar é então montado, fixando-se um determinado modo, e tomando as amplitudes relativas àquele modo em todas as FRF's lidas pelo sensor nos pontos dispostos ao longo da estrutura.

O amortecimento pode ser estimado por alguns métodos. Os mais comuns são o método do decremento logarítmico e o da meia potência. O decremento logarítmico representa a taxa de redução da amplitude de vibração do sistema sob uma excitação do tipo impulso em vibração livre, e calculado

pelo logaritmo natural da razão entre duas amplitudes sucessivas, Rao (2004). O termo decremento logarítmico se deve a redução logarítmica, relacionada com a redução do movimento após o impulso, pois a energia é transferida as partes do sistema ou absorvida pelo próprio sistema. A Figura 3.4 mostra a resposta transiente para um oscilador simples, cuja relação que governa este comportamento é dada pela Eq.(3.21) e decai exponencialmente em amplitude segundo a função $e^{-\xi\omega_n t}$.

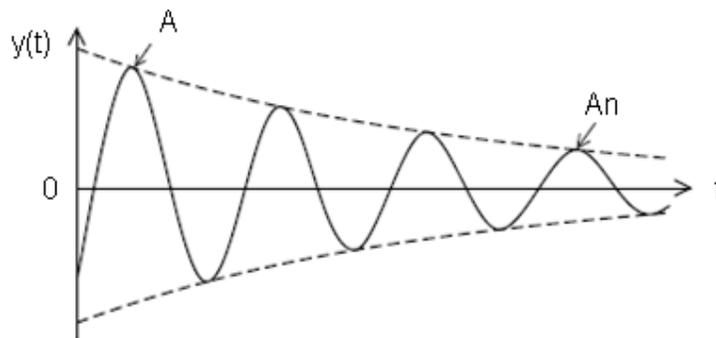


Figura 3.4. Resposta de um oscilador simples para o cálculo do decaimento logarítmico.

$$y(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)] \quad (3.21)$$

Onde $\xi = c/(2\sqrt{km})$ é o fator de amortecimento; c é a constante de amortecimento; $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ é frequência natural amortecida, A e B são constantes que dependem das condições iniciais.

O decremento logarítmico δ é deduzido da Eq.(3.21) e Fig.(3.4). Toma-se a razão entre as amplitudes de dois picos tais como A e A_n e aplica-os na Eq.(3.22), onde n é a posição da n -ésima amplitude.

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{n} \ln \left[\frac{A}{A_n} \right] \quad (3.22)$$

No método da meia potência a largura da banda à meia potência é definida como a largura da curva de resposta em frequência quando a amplitude Q é $(1/\sqrt{2})Q$ do valor de pico do modo considerado, ver Fig.(3.5). O intervalo entre as frequências tomadas a esta amplitude é $\Delta\omega$ que assume a relação com o amortecimento dada por:

$$\Delta\omega = 2\xi\omega_n = 2\xi\omega_r \quad (3.23)$$

E, portanto, o amortecimento pode ser estimado pela largura da banda.

$$\xi = \frac{\Delta\omega}{2\omega_r} \quad (3.24)$$

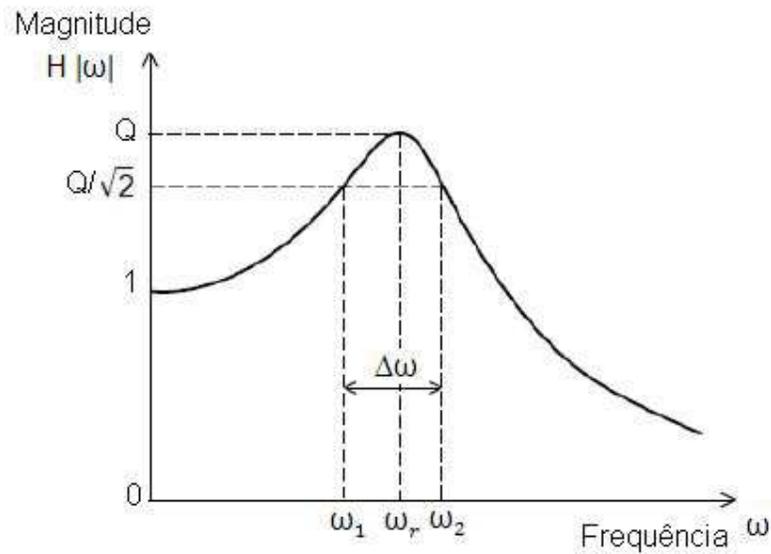


Figura 3.5. FRF para cálculo do amortecimento pela relação de meia potência.

3.1.2.3 Principais aspectos da análise modal experimental

A análise modal experimental deve ser realizada levando em conta vários aspectos importantes na determinação precisa da resposta do sistema. Entre vários aspectos os mais importantes são:

- ✓ A fixação da estrutura;
- ✓ A excitação da estrutura;
- ✓ Transdução dos sinais de excitação e resposta;
- ✓ O processamento de dados;
- ✓ A identificação dos parâmetros modais.

- Fixação da Estrutura

No aspecto de fixação da estrutura a importante questão que deve ser levantada é a respeito da vinculação real da estrutura, Ewins (1984). Uma primeira condição possível pode ser 'livre', que realmente não é livre, mas uma condição elástica suficientemente suave para esta aproximação, permitindo à estrutura um deslocamento de corpo rígido. Outra condição é a de engaste, que embora seja de simples implementação numérica, experimentalmente é quase que impossível. O que se faz na prática é criar a vinculação da estrutura no ponto de engaste a um suporte altamente rígido.

- Excitação da Estrutura

Com relação a excitação da estrutura a mesma pode acontecer de várias maneiras. Nos ensaios experimentais os instrumentos de excitação mais comuns são o martelo de impacto e excitador eletromagnético (*'shaker'*), ambos com vantagens e desvantagens. O martelo de impacto apresenta alguns inconvenientes que são a dificuldade de repetibilidade do impacto, sendo necessário um alto treinamento por parte de quem vai aplicar o esforço e, portanto, demanda um longo tempo de ensaio. Além disso, os sinais extraídos são facilmente contaminados por ruídos, de forma que é recomendado um processo de média das FRF's para minimizá-los. Uma das vantagens principais do martelo de impacto é a facilidade de realizar o ensaio para quantos pontos se queira.

Quanto aos excitadores eletromagnéticos (*'shaker'*), quando conectados a um gerador de sinal é capaz de gerar diversos tipos de funções de excitação. Isto permite que se crie uma fonte de excitação flexível em termos de banda de frequência e a reprodutibilidade da excitação. A sua principal desvantagem é o longo tempo de ensaio, quando se deseja ensaiar vários pontos da estrutura.

A respeito dos sinais de excitação alguns comumente usados são do tipo senoidal, aleatório, transiente, *'chirp'*, *'sweep sine'*, pseudo-aleatório entre outros. A excitação do tipo senoidal pode ser obtida sintonizando às frequências uma a uma, ou através de um processo de varredura dentro de uma faixa de frequência desejada. Uma das grandes vantagens desta excitação é a possibilidade de se detectar possíveis não linearidades na estrutura. Como desvantagem, se cita o tempo de aquisição dos dados que geralmente são longos.

Outros tipos de excitação são as aleatórias, que quando puras geram sinais contínuos e não repetidos. As pseudo-aleatórias são uma sequencia aleatória que se repete dentro de um período. A maior desvantagem dos sinais aleatórios é que elas fazem com que os efeitos não-lineares do sistema sejam apresentados no domínio da frequência como sendo linear, por conta do operador Fourier ser uma transformação linear, isto traz alguns efeitos indesejáveis como a susceptibilidade de ocorrer fenômenos como *leakage*¹, sendo necessário para correção deste problema um processo de média dos sinais denominado de *'averaging'*.

- Transdução dos sinais de excitação e resposta

A medida das respostas estruturais é realizada com sensores distribuídos estrategicamente ao longo da estrutura. De posse da entrada e saída do sistema pode-se obter as características dinâmicas pelas FRF's no domínio da frequência e da resposta no domínio do tempo. A coleta geralmente é realizada por transdutores piezelétricos, piezos-resistivos, capacitivos, elétricos, e mais recentemente usando sistemas a laser.

¹*Leakage* (ou vazamento) é um fenômeno que tende a espalhar energia contida numa frequência em linhas de frequências adjacentes no espectro, distorcendo-o, e fazendo com que a amplitude naquela frequência seja subestimada.

- Processamento dos dados

Os dados geralmente são processados em analisadores espectrais que possuem incorporadas técnicas de transformação como a de Fourier, podendo fornecer as características dos sinais no domínio do tempo e frequência. Sendo coletados diversos sinais FRF's os dados são submetidos ao processo de média ('*averaging*') que permitem reduzir os ruídos. É necessário também o cálculo de uma função de coerência que permite avaliar a relação entre o sinal de saída coletado e a entrada na forma da excitação. Se esta função se mantém próximo do valor 1 (um), a condição de linearidade entre excitação e resposta está bem estabelecida.

3.2. Teoria de Viga Euler-Bernoulli

Uma abordagem no domínio do contínuo é realizada considerando o tipo de estrutura que será investigada, uma estrutura tipo viga, conforme ilustrada na Fig.(3.6). Aproximações serão realizadas, tais como, a de que sempre existirá uma distribuição contínua de massa e elasticidade.

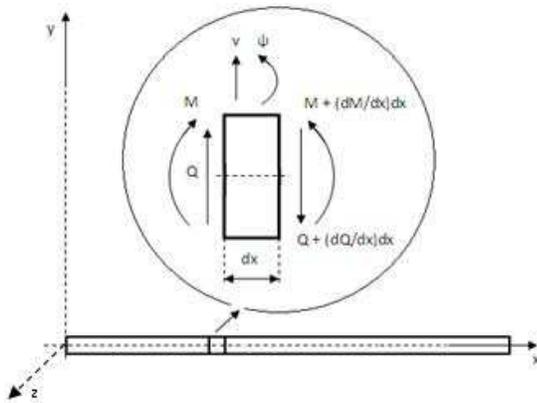


Figura 3.6. Elemento de barra em flexão. Fonte: Lalanne et al (1984).

Numa estrutura tipo viga, os movimentos considerados mais importantes são basicamente as deflexões laterais, os provenientes da força de

cisalhamento lateral e dos momentos. Um melhor entendimento destes deslocamentos pode ser feito pela combinação da observação da vista ampliada da Fig.(3.6), que representa um elemento de viga com o balanço de equilíbrio dos esforços que nela atuam.

A equação para a descrição dos movimentos da viga pode ser derivada a partir do equilíbrio das forças e momento na unidade elementar mostrada em destaque na Fig.(3.6). Detalhes desta dedução também são mostrados por Lalanne et al (1984), e Rao (2004). A solução do problema pode ser anunciada segundo duas grandes teorias: a Teoria das Vigas Euler-Bernoulli e de Timoshenko, que considera a inércia de rotação, conceito introduzido por Rayleigh e deformação por cisalhamento, introduzido pelo próprio Timoshenko.

Na teoria de Euler-Bernoulli, mais simplificada, ambos os efeitos são desprezados e é válida quando as dimensões da secção transversal são bem menores quando comparadas ao comprimento da viga. A equação final quando consideradas estas aproximações é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x^2} \right) + \rho A(x) \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial t^2} = Q_{\text{ext}}(x,t) \quad (3.25)$$

Onde, V é a deflexão lateral função do tempo e espaço;

E é o módulo de Young;

A é a área da secção transversal;

ρ é a densidade;

Q é força de cisalhamento lateral;

M é o momento de flexão;

Q_{ext} é a força lateral externa por unidade de comprimento;

I é o momento de inércia da secção transversal ao eixo neutro;

A partir do método da separação de variáveis, a Eq.(3.25) pode ser dada pelo produto de duas outras expressões, uma delas no domínio do tempo f(t) e a outra no domínio espacial $\psi(x)$. A expressão de interesse para este trabalho consiste na expressão no domínio espacial, que depois de aplicada á um

sistema de propriedades materiais homogênea e seção transversal constante, resulta em:

$$\frac{d^4 \psi(x)}{dx^4} - \frac{\rho A}{EI} \omega^2 \psi(x) = 0 \quad (3.26)$$

onde ω é a frequência natural e $\psi(x)$ o movimento transversal da viga. A solução geral para a Eq.(3.26) é do tipo:

$$\psi(x) = C \sin(Bx) + D \cos(Bx) + E \sinh(Bx) + F \cosh(Bx) \quad (3.27)$$

sendo, $B = \sqrt[4]{(\rho A \omega^2)/(EI)}$, e C, D, E e F são constantes obtidas pela aplicação das condições de contorno na Eq.(3.27).

As principais condições de contorno são:

- Tipo engaste - Deslocamento e curvatura nulos na extremidade fixa;
- Tipo apoio - Deslocamento e momento fletor nulos;
- Tipo livre - Momento fletor e esforço cisalhante nulo.

Os modos de vibrar são obtidos pela substituição de B e as constantes (C, D, E, F) na Eq.(3.27). Seja por exemplo o caso da viga livre-livre, cujas condições de contorno são mostradas na Eq.(3.28). Os quatro primeiros modos são mostrados esquematicamente na Fig.(3.7).

$$\left. \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{d^3 \psi(x)}{dx^3} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right|_{x=L} = 0; \quad \left. \frac{d^3 \psi(x)}{dx^3} \right|_{x=L} = 0; \quad (3.28)$$

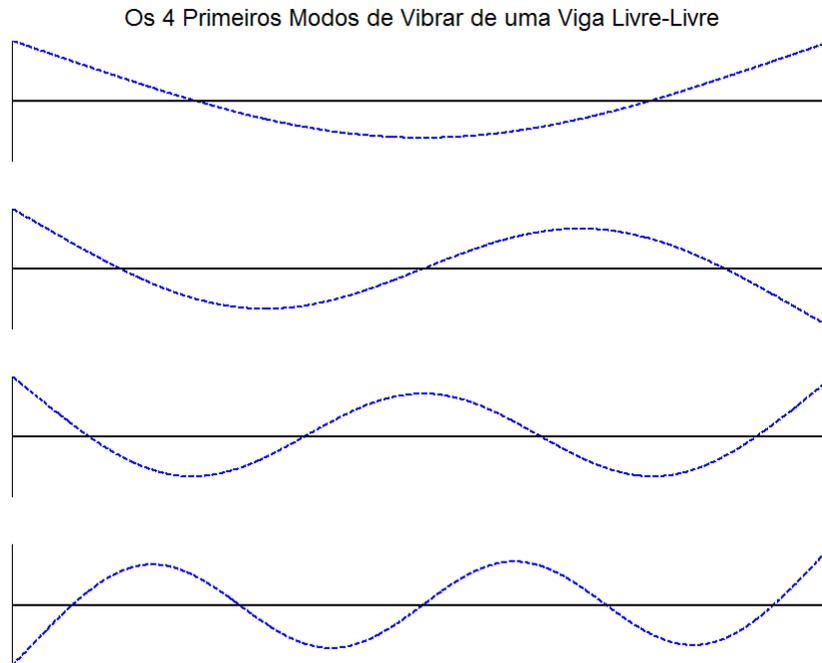


Figura 3.7. Representação dos quatro primeiros modos de uma viga livre-livre.

O modelo para o movimento transversal da viga pode ser resolvido pelas relações definidas anteriormente de duas formas: no domínio contínuo através de pacotes de matemática simbólica, e no domínio discreto, como por exemplo, através da discretização da viga pelo Método dos Elementos Finitos. As soluções por este método pode ser realizada discretizando a viga em elementos do tipo 1D, 2D e 3D, elevando-se o custo computacional necessariamente nesta ordem.

3.3. Mola Torcional como Modelo de Defeito em Viga

Os modelos teóricos para defeito em viga vão desde o conceito de redução do segundo momento de inércia local á construção de entalhes em modelos tridimensionais usando métodos numéricos. Entre estes dois extremos, muitos pesquisadores vêm usando as expressões propostos por Paipetis & Dimarogonas (1983) e Ostachowicz & Krawkczuk (1991) para rigidez localizada por conta de uma trinca.

Estas expressões são deduzidas a partir de conceitos da mecânica da fratura e partem da idéia de uma trinca sempre aberta, baseado no primeiro modo de fratura linear elástica. Relações entre a flexibilidade e o fator de intensidade de tensão são deduzidas e resultam numa relação com a flexibilidade local causada pela trinca e cujo inverso permite chegar à rigidez local do sistema. Esta rigidez localizada passa a ser um modelo de defeito na viga quando encarado como o valor de rigidez de uma mola torcional situada na região do defeito. As expressões finais deduzidas por Ostachowicz & Krawkczuk (1991), (O&K) e Paipetis & Dimaragonas (1983), (P&D) são dadas pela Eq.(3.29) e Eq.(3.30), respectivamente.

$$Kt_1 = \frac{bh^2E}{72\pi\alpha^2f_1(\alpha)} \quad (3.29)$$

onde, $f_1(\alpha) = 0.6384 - 1.035\alpha + 3.7201\alpha^2 - 5.1773\alpha^3 + 7.553\alpha^4 - 7.332\alpha^5 - 2.4909\alpha^6$, b e h são a largura e espessura da viga, respectivamente. E é seu Módulo de elasticidade e α a razão da profundidade do defeito pela espessura.

$$Kt_2 = \frac{EI}{5.346hf_2(\alpha)} \quad (3.30)$$

onde $f_2 = 1.8624\alpha^2 - 3.95\alpha^3 + 16.375\alpha^4 - 37.226\alpha^5 + 76.81\alpha^6 - 126.9\alpha^7 + 172\alpha^8 - 143.97\alpha^9 + 66.56\alpha^{10}$ e I o segundo momento de inércia.

Uma comparação entre as duas expressões é realizada por Lee (2009b) para uma viga de aço. Em sua investigação foram desenvolvidas relações entre um vetor de severidade crescente do defeito versus um vetor de rigidez local, cujas curvas são mostradas na Fig.(3.8).

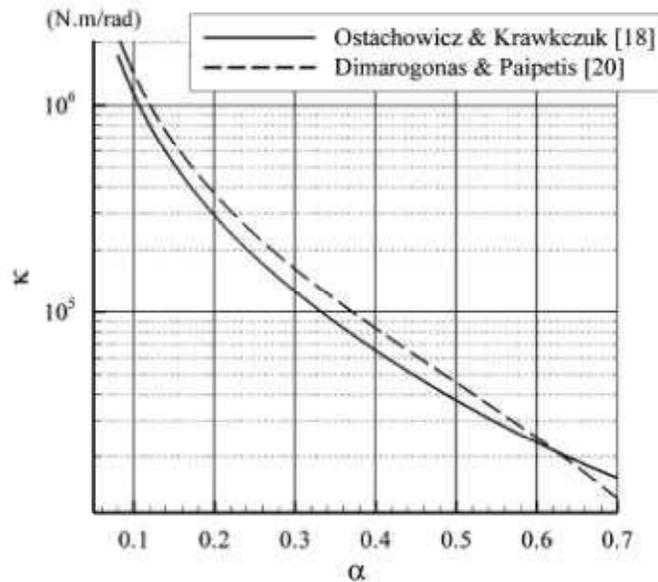


Figura 3.8. Comparação da rigidez localizada deduzida por Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Paipetis & Dimarogonas (1983), $E=181\text{GPa}$, $b=0.02\text{m}$, $h=0.02\text{m}$ e $L=0.8\text{m}$. Fonte: Lee (2009b).

Lee (2009b), assumindo o modelo do defeito como uma mola torcional de rigidez dada pelas expressões Eq.(3.29) e Eq.(3.30) observa que existe uma discrepância entre os modelos, principalmente para $0,1 < \alpha < 0,5$. O pesquisador realiza alguns testes sobre estes modelos e chega a valores de rigidez torcional dados por $K_t = 0,83K_{t1}$ e $K_t = 0,65K_{t2}$, cujos resultados de sensibilidade ao defeito se mostraram melhores que os K_t s proposto originalmente por Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Paipetis & Dimarogonas (1983), quando os modelos foram confrontados com dados experimentais obtidos por Ruotolo & Surace (1997).

Uma discussão sobre qual destas constantes de mola será usada para representar o estado de severidade do defeito nesta investigação será realizado mais adiante. O objetivo é selecionar entre estes modelos o mais adequado em função dos dados geométricos e materiais da viga que se pretende ensaiar experimentalmente.

3.4. Modelo Geral de uma Viga com Defeito

A vibração de flexão de uma viga uniforme Euler-Bernoulli já deduzida, é dada pela Eq.(3.25). Realizando as considerações de vibração sem excitação externa e propriedades homogêneas para a viga, a expressão no domínio espacial da equação anterior reduz-se a forma mostrada na Eq.(3.26).

Uma forma de adaptar o modelo do defeito ao modelo da viga é considerar que cada defeito separa a viga em dois segmentos e que em cada segmento o movimento é governado pela Eq.(3.26). A união entre os segmentos é feita por meio de um elemento de mola rotacional sem massa e a matriz de flexibilidade local, pode relacionar os efeitos de deslocamentos e forças entre os segmentos.

Conforme mostra Fig.(3.9), para a viga com um defeito, a mesma será decomposta em dois segmentos com L_c representando a posição do defeito e “a” sua profundidade.

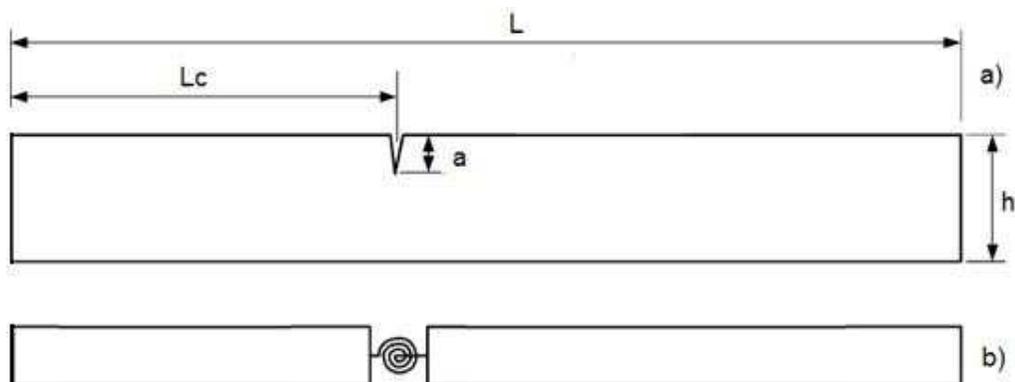


Figura 3.9. Viga com defeito: a) Esquema de uma viga defeituosa, b) Modelo do defeito por mola rotacional sem massa.

As vibrações transversais de cada um dos segmentos são governadas pelas equações do tipo:

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= c_1 \cosh(Bx) + c_2 \sinh(Bx) + c_3 \cos(Bx) + c_4 \sin(Bx) \\ \psi_2(x) &= c_5 \cosh(Bx) + c_6 \sinh(Bx) + c_7 \cos(Bx) + c_8 \sin(Bx) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Os termos B são os auto-valores do auto-problema, relacionando-se com as frequências naturais por $B = \sqrt[4]{\rho A \omega^2 / EI}$, sendo ω a frequência natural e $c_i, i=1,2,\dots,8$, as constantes a serem determinadas pelas condições de contorno. As condições de contorno, por exemplo, quando aplicadas a uma viga livre-livre, são mostradas na Eq.(3.28).

Para união entre os dois segmentos, condições especiais são introduzidas ao problema impondo continuidade de deslocamento, momento e força de cisalhamento. Além disso, uma condição a mais deve existir com objetivo de impor o equilíbrio entre o momento de flexão local e a rotação da mola que representa o defeito. Nestas circunstâncias as condições de contorno na região do defeito podem ser expressas por:

$$x=Lc: \psi_1(Lc)=\psi_2(Lc), \quad \frac{d^2\psi_1}{dx^2}(Lc)=\frac{d^2\psi_2}{dx^2}(Lc), \quad \frac{d^3\psi_1}{dx^3}(Lc)=\frac{d^3\psi_2}{dx^3}(Lc) \quad (3.32)$$

$$x=Lc: -EI \frac{d^2\psi_1}{dx^2}(Lc) = Kt \left[\frac{d\psi_1}{dx}(Lc) - \frac{d\psi_2}{dx}(Lc) \right]$$

A equação característica resultante do sistema de equações formada pelas equações de Eq.(3.28) à Eq.(3.32) pode ser resolvida de forma numérica ou analítica, e as frequências naturais e os modos de vibrar da viga defeituosa podem ser obtidos. Neste trabalho a solução do sistema de equações foi calculada analiticamente usando o pacote de variáveis simbólicas do software MatLab®.

Assumindo o movimento da viga como aquele descrito pela Eq.(3.31) e as restrições do movimento impostas pelas condições de contorno da viga e do defeito, é possível obter o sistema de equações que descrevem o movimento transversal da viga com defeito. Para obtenção dos coeficientes das equações foi usado uma rotina de programação que permite extraí-los para compor a matriz do auto-problema. A ordem desta matriz para a viga com defeito é de 8×8 , aumentando a ordem de 4 em 4 para cada defeito introduzido à viga. Exemplificando, o resultado da rotina de programação para a viga livre-livre

com um defeito é mostrada na página a seguir na forma da matriz do auto-problema com o cálculo de seu determinante.

As expressões finais a seguir vêm mostrar a comodidade em obter os resultados na forma literal através de uma programação com suporte simbólico, visto que diversos cenários para uma viga livre-livre com defeito podem ser simulados por uma simples substituição de valores na equação literal do determinante. Os zeros da equação característica e, portanto, os autovalores para cada cenário de defeito podem ser calculados por uma rotina computacional, sendo isto traduzido num expressivo ganho de processamento.

A solução na forma literal como estabelecida, permite ainda trabalhar alguns modelos de defeito pelo prévio cálculo dos valores de Kt , por exemplo, os mostrados nas Eq.(3.29) e Eq.(3.30), viabilizando a comparação de vários modelos do defeito de forma simplificada.

M_Coef_CD_FF =

$$\begin{aligned}
 & [\quad \quad 1, \quad \quad 0, \quad \quad -1, \quad \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \\
 & [\quad \quad 0, \quad \quad 1, \quad \quad 0, \quad \quad -1, \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 0] \\
 & [\quad \cosh(B^*Lc), \quad \sinh(B^*Lc), \quad \cos(B^*Lc), \quad \sin(B^*Lc), \quad -\cosh(B^*Lc), \quad -\sinh(B^*Lc), \quad -\cos(B^*Lc), \quad -\sin(B^*Lc)] \\
 & [\quad \cosh(B^*Lc), \quad \sinh(B^*Lc), \quad -\cos(B^*Lc), \quad -\sin(B^*Lc), \quad -\cosh(B^*Lc), \quad -\sinh(B^*Lc), \quad \cos(B^*Lc), \quad \sin(B^*Lc)] \\
 & [\quad \sinh(B^*Lc), \quad \cosh(B^*Lc), \quad \sin(B^*Lc), \quad -\cos(B^*Lc), \quad -\sinh(B^*Lc), \quad -\cosh(B^*Lc), \quad -\sin(B^*Lc), \quad \cos(B^*Lc)] \\
 & [-Kt*\sinh(B^*Lc) - El*\cosh(B^*Lc), -El*\sinh(B^*Lc) - Kt*\cosh(B^*Lc), Kt*\sin(B^*Lc) + El*\cos(B^*Lc), El*\sin(B^*Lc) - Kt*\cos(B^*Lc), Kt*\sinh(B^*Lc), Kt*\cosh(B^*Lc), -Kt*\sin(B^*Lc), Kt*\cos(B^*Lc)] \\
 & [\quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \cosh(B^*L), \quad \sinh(B^*L), \quad -\cos(B^*L), \quad -\sin(B^*L)] \\
 & [\quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \quad 0, \quad \sinh(B^*L), \quad \cosh(B^*L), \quad \sin(B^*L), \quad -\cos(B^*L)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Det_CD_FF} = & 8*Kt*\cos(B^*L)*\cosh(B^*L) - 8*Kt + 2*El*\cos(B^*L)*\sinh(B^*L) - 2*El*\cosh(B^*L)*\sin(B^*L) - 4*El*\cos(B^*Lc)*\sinh(B^*Lc) + 4*El*\cosh(B^*Lc)*\sin(B^*Lc) + 2*El*\cos(B^*(L - 2^*Lc))*\sinh(B^*L) \\
 & - 2*El*\cosh(B^*(L - 2^*Lc))*\sin(B^*L) - 4*El*\cos(B^*(L - Lc))*\sinh(B^*(L - Lc)) + 4*El*\cosh(B^*(L - Lc))*\sin(B^*(L - Lc))
 \end{aligned}$$

3.5. Verificação dos Modelos para a Viga Sem e Com Defeito

A verificação dos modelos de viga sem e com defeito, gerados anteriormente, será realizada usando como referência os dados experimentais de Silva & Gomes (1994). Estes pesquisadores executaram um extenso trabalho de análise modal experimental sobre vigas uniformes sob condição livre-livre com objetivo de validar técnicas de detecção de defeito. Foi usada uma viga de aço com secção transversal 32x16 mm, comprimento de 720 mm e propriedades do material: $E=182,3$ GPa; $\nu=0,29$ e $\rho=7650$ Kg/m³. Realizaram 32 experimentos, sendo 16 deles sobre vigas sem defeito e 16 sobre a viga com defeito. O procedimento experimental consistiu em obter as quatro primeiras frequências naturais de flexão para as 16 vigas livre-livre, antes e após a introdução de um defeito, que consistiu num corte normal ao eixo longitudinal da viga, com profundidade controlada.

3.5.1. Verificação do modelo de viga sem defeito

Um estudo comparativo entre o modelo de viga sem defeito descrito no tópico 3.2 e a viga experimental trabalhada por Silva & Gomes (1994) pode ser realizado levando em conta as frequências naturais obtidas nos dois casos.

A Tabela 3.1 mostra as quatro primeiras frequências naturais experimentais (ω_{ne}) obtidas para as 16 vigas sem defeito, sendo os valores expressos na tabela, a média para cada uma das frequências naturais. Também se apresenta as quatro primeiras frequências de modelos teóricos (ω_{nt}), pelos seguintes métodos: domínio contínuo (solução analítica) e MEF com elemento de viga Euler-Bernoulli (MEF-EB) e MEF com elemento de viga Timoshenko (MEF-T), no domínio discreto. Deseja-se com estes resultados comparar o modelo analítico sob a teoria de Euler-Bernoulli com o modelo segundo esta mesma teoria usando o Método dos Elementos Finitos e uma segunda comparação com relação a significância do efeito cisalhante da viga, contemplado no modelo segundo a Teoria de Timoshenko. As colunas da Tab.(3.1) intercaladas pelos dados das frequências naturais são os erros dos vários modelos, relativos aos dados experimentais.

Os modelos obtidos via MEF foram calculados por um pacote incorporado ao software Matlab, denominado CALFEM.

Tabela 3.1. Frequências naturais experimentais versus frequências naturais teóricas de uma viga de aço sob a condição livre-livre. Erro= $\text{abs}(\omega_{ne}-\omega_{nt})/\omega_{ne}$.

Frequências Naturais [Hz]	Método Experimental	Método Analítico	Erro	MEF-E	Erro	MEF-T	Erro
ω_1	317,85	309,75	$2,5 \times 10^{-2}$	309,75	$2,5 \times 10^{-2}$	308,84	$2,8 \times 10^{-2}$
ω_2	864,01	853,83	$1,2 \times 10^{-2}$	853,83	$1,2 \times 10^{-2}$	844,64	$2,2 \times 10^{-2}$
ω_3	1661,59	1673,85	$0,7 \times 10^{-2}$	1673,85	$0,7 \times 10^{-2}$	1635,85	$1,5 \times 10^{-2}$
ω_4	2678,75	2766,95	$3,3 \times 10^{-2}$	2766,95	$3,3 \times 10^{-2}$	2660,64	$0,7 \times 10^{-2}$

Comparando os resultados apresentados na Tab.(3.1), observa-se que todos os modelos são satisfatoriamente capazes de reproduzir a viga experimental sob as condições já descritas. As diferenças observadas para todos os modelos foram menores que 3,3%. Verifica-se ainda que provavelmente os efeitos cisalhantes não são expressivos no equacionamento do modelo da viga e esta conclusão vem do fato de que para o modelo de viga de Timoshenko, os valores das frequências naturais estão próximos das frequências naturais obtidas pelo modelo de viga de Euler-Bernoulli. Sob a ótica do custo computacional para seleção de um modelo teórico de viga, é viável a utilização do modelo analítico obtido na forma simbólica, cujos valores das frequências naturais são semelhantes aos produzidos pelo MEF e o cálculo consiste basicamente numa substituição de valores numéricos às equações literais.

3.5.2. Verificação do modelo de viga com defeito

Uma vez que este trabalho se propõe a desenvolver um procedimento de identificação de defeito em viga que constará de um modelo adequado de defeito, neste tópico serão avaliadas as expressões para rigidez local discutidas no tópico 3.3 em conjunto com a estratégia de modelo de defeito em viga tratada no tópico 3.4. As informações dos modelos serão confrontadas com os dados experimentais das frequências naturais obtidos por Silva & Gomes (1994).

A lei de rigidez local proposta por Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Paipetis & Dimarogonas (1983), discutidas e alteradas por Lee (2009b) conforme apresentado no t3.2s3o aqui testadas para uma viga com as propriedades mostradas na Tab.(3.2). Esta viga 3.2s3o similar a trabalhada em Silva & Gomes (1994), e a finalidade, neste caso, 3.2s3o selecionar uma lei de comportamento do defeito para uso futuro nesta investig3.2s3o.

Tabela 3.2. Propriedades materiais e geom3.2s3o da viga de a3.2s3o similar a viga trabalhada em Silva & Gomes (1994).

Propriedades Materiais			Propriedades Geom3.2s3o				
E [Pa]	ρ [Kg/m ³]	ν []	L [m]	b [m]	h [m]	A [m ²]	I [m ⁴]
182,3x10 ⁹	7650	0,29	0,72	16x10 ⁻³	32x10 ⁻³	5,12x10 ⁻⁴	4,37x10 ⁻⁸

As curvas apresentadas na Fig.(3.10), mostram os valores locais de rigidez de uma viga devido ao defeito e sua rela3.2s3o com a severidade.

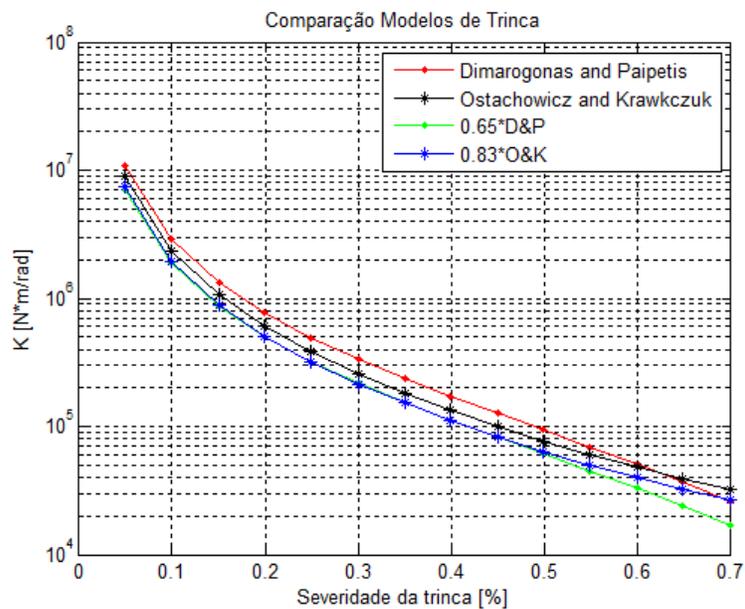


Figura 3.10. Compar3.2s3o dos modelos de trinca baseados nas propostas de Ostachowicz & Krawkczuk (1991) e Dimarogonas & Paipetis (1983). Fonte: Adaptado de Lee (2009b).

Do ponto de vista das leis de rigidez localizada percebe-se que as versões modificadas das expressões de Dimaragonas & Paipetis (0,65*D&P) e Ostachowicz & Krawkczuk (0,83*O&K), são mais sensíveis as mudanças de severidade do defeito. Destaca-se ainda entre as funções avaliadas, a 0,65*D&P, que mesmo para defeitos de severidade acima de 50% correspondem aos menores valores de rigidez localizada. Vale salientar que as expressões deduzidas são funções da geometria da viga e severidade do defeito, não levando em conta sua posição.

A Tab.(3.3) mostra uma comparação das 4 primeiras frequências naturais produzidas pelo modelo de viga com defeito e comparadas com os valores experimentais produzidos por Silva & Gomes (1994).

Tabela 3.3. Frequências naturais experimentais de Silva & Gomes (1994), comparadas com as frequências naturais dos modelos de viga com defeito.

Lc/L=0,125 a/h=0,125	ω_{exp}	D&P	Erro [%]	O&K	Erro [%]	065D&P	Erro [%]	083O&K	Erro [%]
ω_1 [Hz]	316,0	309,7	1,99	309,7	1,99	309,7	1,99	309,7	1,99
ω_2 [Hz]	859,4	853,4	0,70	853,7	0,66	853,2	0,72	853,7	0,66
ω_3 [Hz]	1649,0	1672,5	-1,43	1673,4	-1,48	1671,8	-1,38	1673,3	-1,47
ω_4 [Hz]	2653,0	2764,0	-4,18	2766,0	-4,26	2762,5	-4,13	2765,8	-4,25
Lc/L =0,125 a/h =0,250	ω_{exp}	D&P	Erro [%]	O&K	Erro [%]	065D&P	Erro [%]	083O&K	Erro [%]
ω_1 [Hz]	316,1	309,4	2,12	309,7	2,02	309,2	2,18	309,7	2,02
ω_2 [Hz]	857,8	850,9	0,80	853,3	0,52	849,3	0,99	853,2	0,54
ω_3 [Hz]	1632,5	1663,3	-1,89	1672,1	-2,42	1657,6	-1,54	1671,8	-2,41
ω_4 [Hz]	2608,0	2744,4	-5,23	2763,2	-5,95	2732,3	-4,77	2762,5	-5,92
Lc/L =0,125 a/h =0,375	ω_{exp}	D&P	Erro [%]	O&K	Erro [%]	065D&P	Erro [%]	083O&K	Erro [%]
ω_1 [Hz]	316,6	308,5	2,55	309,6	2,21	307,8	2,78	309,6	2,21
ω_2 [Hz]	851,4	842,8	1,01	852,6	-0,14	836,7	1,73	852,4	-0,12
ω_3 [Hz]	1593,5	1634,7	-2,58	1669,6	-4,77	1613,2	-1,24	1668,8	-4,72
ω_4 [Hz]	2520,0	2685,8	-6,58	2757,9	-9,44	2644,4	-4,94	2756,0	-9,36
Lc/L =0,125 a/h =0,500	ω_{exp}	D&P	Erro [%]	O&K	Erro [%]	065D&P	Erro [%]	083O&K	Erro [%]
ω_1 [Hz]	313,0	306,2	2,17	309,5	1,12	304,2	2,81	309,4	1,15
ω_2 [Hz]	826,6	821,2	0,65	851,4	-3,00	802,0	2,97	850,9	-2,94
ω_3 [Hz]	1515,0	1560,6	-3,01	1665,3	-9,92	1501,4	0,90	1663,5	-9,80
ω_4 [Hz]	2378,0	2553,8	-7,39	2748,6	-15,58	2467,8	-3,78	2744,9	-15,43

Analisando os dados contidos na Tab.(3.3) verifica-se que os modelos de viga com defeito que mais se aproximaram dos dados experimentais foram os que usaram as expressões deduzidas por Dimaragonas & Paipetis (D&P) e sua versão modificada (0,65D&P), sendo este último modelo o de menor erro médio para todos os cenários.

A Fig.(3.11) mostra as curvas de variação das frequências naturais para os 4 primeiros modos dos modelos da viga com defeito tratados anteriormente e confrontados com a curva de variação das frequências naturais experimentais obtidas por Silva & Gomes (1994). Esta variação refere-se a primeira posição ($\beta=0.125$) versus a severidade do defeito.

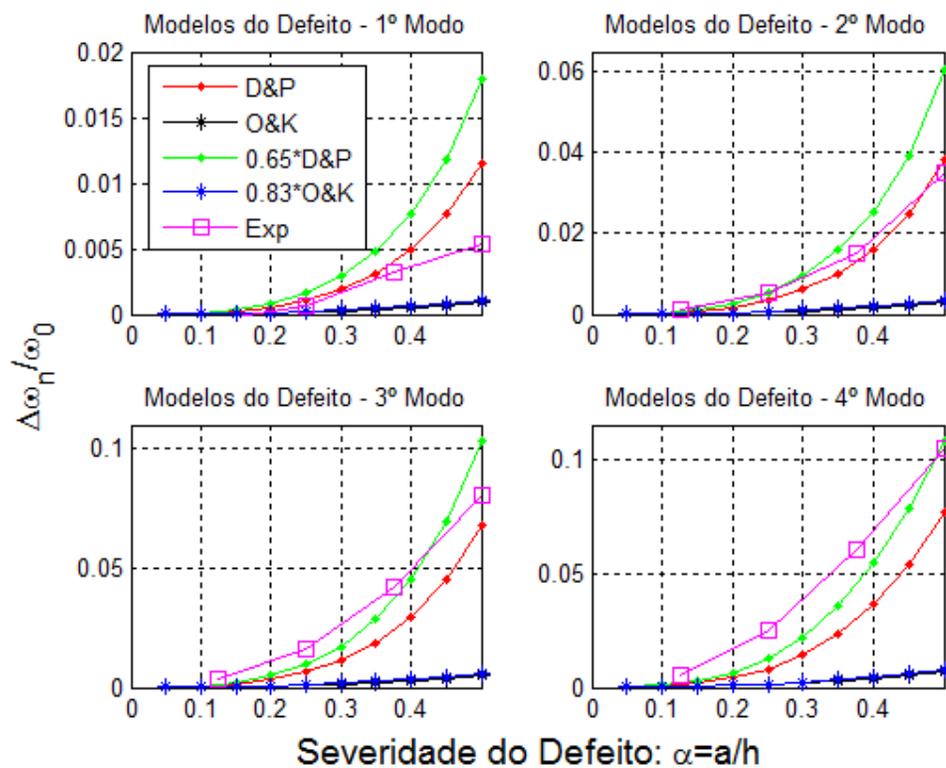


Figura 3.11. Variações das frequências naturais extraídas dos modelos da viga com defeito ($L_c/L=0,125$ e $a/h=0,01$ á $0,5$) em relação aos dados experimentais de Silva & Gomes (1994).

Analisando as curvas apresentadas na Fig.(3.11), percebe-se que de forma geral os vários modelos da viga com defeito aumentam sua variação de frequência natural para os modos considerados à medida que a severidade do defeito aumenta o que também é observado na variação das frequências naturais experimentais.

Destacam-se outras observações, tais como:

- Observa-se uma maior sensibilidade dos modos mais altos ao defeito, de modo que a sensibilidade é crescente no sentido do primeiro para o quarto modo;
- Os modelos de viga com defeito produzidos a partir das expressões de [O&K] e sua versão $[0,83 \cdot O\&K]$ não variam muito entre si para todos os cenários de defeito e se mostram pouco sensível aos defeitos;
- Verifica-se que as variações nas frequências naturais dos modelos de viga com defeito usando as expressões de [D&P] e sua versão $[0,65 \cdot D\&P]$ respondem melhor em todos os cenários de defeito se comparados aos dados experimentais, corroborando a análise feita sobre a Tab.(3.3).

CAPÍTULO 4

4. MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho de pesquisa foi realizado no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG e contou com o apoio do Laboratório de Instrumentação do Colegiado de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF.

4.1. Materiais e Equipamentos

O arranjo experimental deste trabalho se constitui de uma viga de alumínio de secção transversal retangular, engastada em uma de suas extremidades e livre noutra. A viga tem geometria prismática, com dimensões e propriedades mecânicas descritas na Tab.(4.1).

Tabela 4.1. Propriedades mecânicas e geométricas da viga usada no experimento

Propriedades Mecânicas			Propriedades Geométricas				
E [Pa]	ρ [Kg/m ³]	ν []	L [m]	b [m]	h [m]	A [m ²]	I [m ⁴]
70×10^9	2700	0,29	1,00	$63,5 \times 10^{-3}$	$6,35 \times 10^{-3}$	$4,03 \times 10^{-4}$	$1,35 \times 10^{-9}$

A escolha por este tipo de estrutura se deve ao fato de possuir modelos matemáticos consolidados que descrevem seu movimento de vibração, permitindo com isso, estabelecer uma referência teórica com capacidade de comparação com as informações obtidas experimentalmente. Quanto ao tipo de material e dimensões da viga, buscou-se adequar estas características de forma que ao realizar a análise modal experimental, um maior número de frequências se concentrassem numa banda, dentro das limitações das capacidades instrumentais disponíveis.

Os defeitos criados sobre a viga têm formas de entalhe triangular, e foram construídos por fresagem usando uma fresa de topo. A construção do entalhe na viga teve por objetivo realçar a perda das propriedades mecânicas de forma

localizada. Algumas geometrias (triangular, circular e retangular) do entalhe foram testadas numericamente sobre a viga usando MEF com elementos 3D e avaliado o impacto da geometria do entalhe sobre as mudanças nas frequências naturais. Chegou-se ao resultado de que o entalhe de geometria triangular afeta mais as frequências naturais, conservada a mesma severidade, sendo esta a geometria selecionada para esta investigação. A Fig.(4.1a) mostra foto da bancada experimental e um detalhe do entalhe construído para simular o defeito pode ser visto na Fig.(4.1b).



Figura 4.1. Estrutura de viga usada para o experimento. a) Arranjo experimental. b) Detalhes do defeito simulado.

Conforme se observa na Fig.(4.1a) a viga de alumínio se encontra presa á uma mesa inercial através de uma base rígida e duas chapas, ambas de aço, que formam um sanduíche envolvendo a extremidade engastada da viga. Visando melhorar a condição de engaste, as chapas possuem uma sede onde se permite encaixar a viga e uma vez que ela esteja presa às chapas, todo o conjunto é então aparafusado à mesa inercial.

4.1.1. Equipamentos

Os principais materiais e equipamentos utilizados no experimento se encontram detalhados abaixo:

- ✓ Mesa inercial em concreto com armação de aço 600x710x810 mm³ com aproximadamente 850 Kg;
- ✓ Analisador de Sinais (LDS Dactron Photon +) com um canal de saída e quatro canais de entrada, de 24 bits e faixa de tensão de 10 mV a 10 V;
- ✓ Vibrômetro Laser (PDV 100 Polytec), com medidas em velocidade, faixa de frequência de 0 a 22 kHz, com três filtros digitais em 1, 5, 22 kHz e frequência de amostragem de 48 kSa/s;
- ✓ Softwares (RT Pro Photon 6.33 para comunicação com o analisador, MatLab 2008b para processamento dos dados e Cal Fem 3.4 para cálculo de modelos pelo MEF);
- ✓ Excitador Eletromagnético (ET 132-203 LabWorks Inc.), faixa de frequência até 11 kHz, força tipo senoidal de 4,5 lbf pk e deslocamento p-p de 0,20 in;
- ✓ Martelo de impacto (DYTRAN 5800A2); Máxima tensão 5 V, máxima força 11,5 lbf, sensibilidade 100 mV/lbf, frequência de ressonância 75 kHz;
- ✓ Amplificador (PA-138 LabWorks Inc.), 300 VA, máxima aceleração 26 g pk (para carga de 0,1 lb) e 9,6 g pk (para carga de 0,4 lb)
- ✓ Guia linear SKF (L1H20 1200-Z) para ajuste da posição do Laser;
- ✓ Notebook (Semp Toshiba, 1.7MHz, 1GB RAM, 40G HD).
- ✓ Perfis retangulares de barra de alumínio 1000x63,5x6,35 mm³;
- ✓ Chapas de aço 10x170x120 mm³, dos aprisionadores da viga;
- ✓ Suporte de cantoneira para fixação do *shaker*, perfil L em aço 1/8x3';
- ✓ Parafusos 3/8' para fixação dos aprisionadores da viga á mesa inercial.

4.2. Metodologia

A metodologia aplicada à esta investigação constitui-se basicamente de quatro etapas: Confecção das amostras de viga; Análise modal teórica da viga;

Análise modal experimental, e; Validação do procedimento de identificação de defeito.

4.2.1. Confeção das amostras de vigas

A seleção das características da estrutura tipo viga a ser usada nesta pesquisa foi baseada em algumas necessidades e capacidades previamente conhecidas. A primeira delas é a de que o número de frequências naturais de flexão da viga pudessem representar os modos de baixa e alta frequência. A fim de representar estes modos foram tomadas as 8 primeiras frequências naturais de flexão da viga. Baseado nas capacidades instrumentais disponíveis em laboratório, determinou-se o material e geometria da viga de forma a contemplar os oito primeiros modos dentro de uma menor banda em frequência possível, e, além disso, com elevada resolução no eixo das frequências. Isto se faz necessário, uma vez que nesta investigação serão observadas as variações em frequência devido ao defeito na viga. Diante destas necessidades e limitações foi possível alcançar uma banda em frequência de até 1325 Hz.

Levando em consideração as informações citados anteriormente, foi decidido usar como amostra para teste experimental, vigas retangulares de alumínio com o comprimento de 1000 mm e secção transversal de 63,5x6,35 mm². A viga longa contribui para atingir um número maior possível de modos dentro da banda em frequência selecionada e as dimensões da secção transversal precisou ser de tal forma que se mantivesse as características geométricas ao longo da viga, sem, por exemplo, promover deformação permanente mesmo depois de criado o defeito simulado.

A construção do defeito na viga foi executada através de uma fresa de topo para profundidades variando de 0,5 mm a 3mm com passos de 0,5 mm. A escolha por estas profundidades tem como objetivo simular a variação das frequências naturais frente a um crescimento de severidade do defeito na viga. A Fig.(4.2) mostra um esquema da viga com defeito e as coordenadas que o localiza pela posição (L_c) e sua profundidade (a).

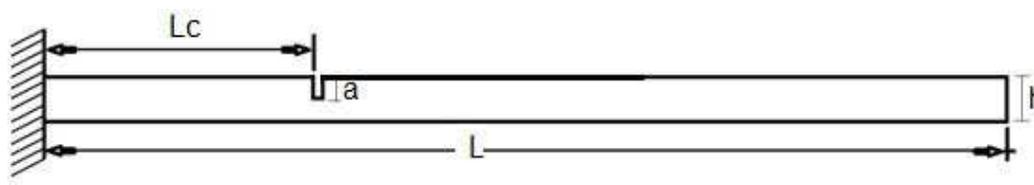


Figura 4.2. Desenho da viga com defeito e suas coordenadas de identificação

Cada viga inicialmente sem defeito passou pela análise modal para obtenção dos parâmetros modais de interesse à investigação, as frequências naturais e modos de vibrar. Na sequência se fez o primeiro defeito localizado a 500 mm do engaste e profundidade de 0,5 mm, repetiu-se o procedimento modal para obtenção dos novos parâmetros e assim foi realizado para as demais severidades. Os testes modais realizados abrangem os cenários de defeitos mostrados na Tab.(4.2).

Tabela 4.2. Cenários de defeitos em viga para teste experimental

Cenário	Localização [m]	Profundidade [m]	Localização Adimensional Lc/L	Profundidade Adimensional a/h
C1	0,5	$0,5 \times 10^{-3}$	0,5	0,079
C2	0,5	$1,0 \times 10^{-3}$	0,5	0,157
C3	0,5	$1,5 \times 10^{-3}$	0,5	0,236
C4	0,5	$2,0 \times 10^{-3}$	0,5	0,315
C5	0,5	$2,5 \times 10^{-3}$	0,5	0,394
C6	0,5	$3,0 \times 10^{-3}$	0,5	0,472

4.2.2. Análise modal via simulação teórica

A obtenção dos dados numéricos passa pelas etapas da análise modal teórica vista no diagrama da Fig.(4.3). Conhecidas as propriedades materiais e geométricas do sistema é possível se chegar a uma representação modal através das matrizes de massa, rigidez e amortecimento. Nesta investigação o termo de amortecimento não foi considerado, uma vez que para a estrutura em estudo a contribuição dele é

desprezível comparado aos outros parâmetros dinâmicos, além disso, uma estrutura em alumínio geralmente possui um baixo amortecimento estrutural.

A descrição das vibrações que ocorrem na viga foi abordada segundo a teoria de vigas de Euler-Bernoulli, que se aplicam a este tipo de estrutura cujo termo de cisalhamento não seja significativo no levantamento dos movimentos transversais.



Figura 4.3. Esquema da análise modal teórica.

Um critério bastante usado na classificação de vigas que levam em conta os termos cisalhantes se baseia na relação entre o comprimento da viga e a dimensão de sua secção transversal na direção do movimento considerado. Quando este valor está acima de 25, os esforços de cisalhamento podem ser desprezados e a teoria de Euler-Bernoulli pode ser aplicada. Uma vez selecionado a teoria que descreve a viga por este critério, as expressões dadas pelas Eq.(3.26), Eq.(3.27), Eq.(5.1) a Eq.(5.3) podem ser usadas para construção do modelo da viga sem defeito.

No modelo da viga com defeito é assumido que este seja sempre aberto e tenha uma profundidade uniforme ao longo da largura da viga. Devido ao efeito localizado do defeito, a viga pode ser modelada como sendo dois segmentos de viga conectados por um elemento de mola sem massa, conforme mostra a Fig.(4.4). Para união entre os dois segmentos, condições de igualdade entre os deslocamentos, momentos fletores e cisalhamento entre os segmentos devem ser impostas. Além destas condições, é necessário outra que imponha o equilíbrio entre o momento fletor transmitido e a rotação da mola que representa o defeito. A Eq.(3.32) mostra matematicamente cada um destes termos. A equação característica resultante deste

sistema de equações diferenciais pode ser resolvida numericamente e através dela se obtêm as frequências naturais e modos de vibrar da viga danificada.

A Figura (4.4) mostra o esquema da viga com defeito e seu modelo representado por duas vigas segmentadas unidas por um elemento de mola. O valor L é o comprimento da viga, h é a espessura e K_t a constante da mola torcional definida no tópico 3.3. O valor " L_c " é a coordenada que define a posição do defeito em relação à extremidade engastada da viga e " a " a profundidade do defeito. Neste estudo as coordenadas do defeito serão descritas em termos adimensionais, onde a posição adimensional será dada por $\beta=L_c/L$ e a profundidade adimensional, ou severidade, por $\alpha=a/h$.

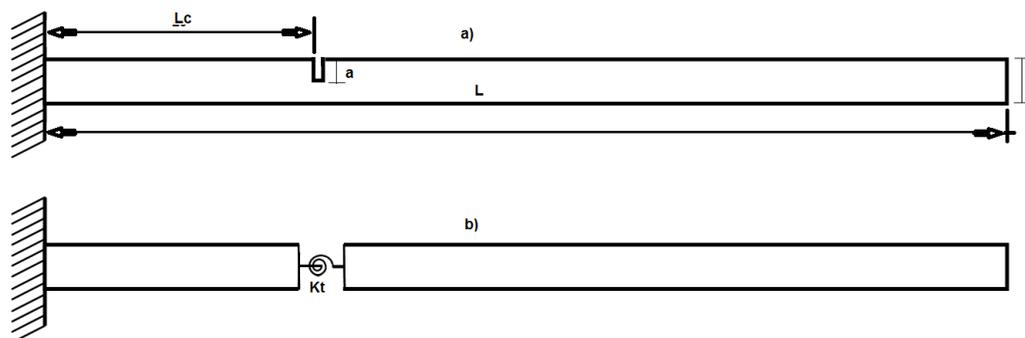


Figura 4.4. a) Viga engastada-livre com defeito. b) Modelo da viga engastada-livre com defeito.

As soluções finais para obtenção dos dados numéricos usados nesta investigação foram calculados usando a plataforma Matlab e colocados na forma literal através de um pacote de matemática simbólica, de maneira que a solução do auto-problema foi realizado uma única vez e o resultado salvo em arquivo. No procedimento de identificação proposto é necessário o cálculo repetidas vezes das frequências naturais para se obter um vetor de severidades, cujo uso das soluções na forma simbólica significa nesta etapa da identificação um ganho computacional expressivo. Na Fig.(4.5) é mostrado um fluxograma da rotina computacional usada na construção das soluções literais, incluindo a sequência das equações que são usadas em cada passo.

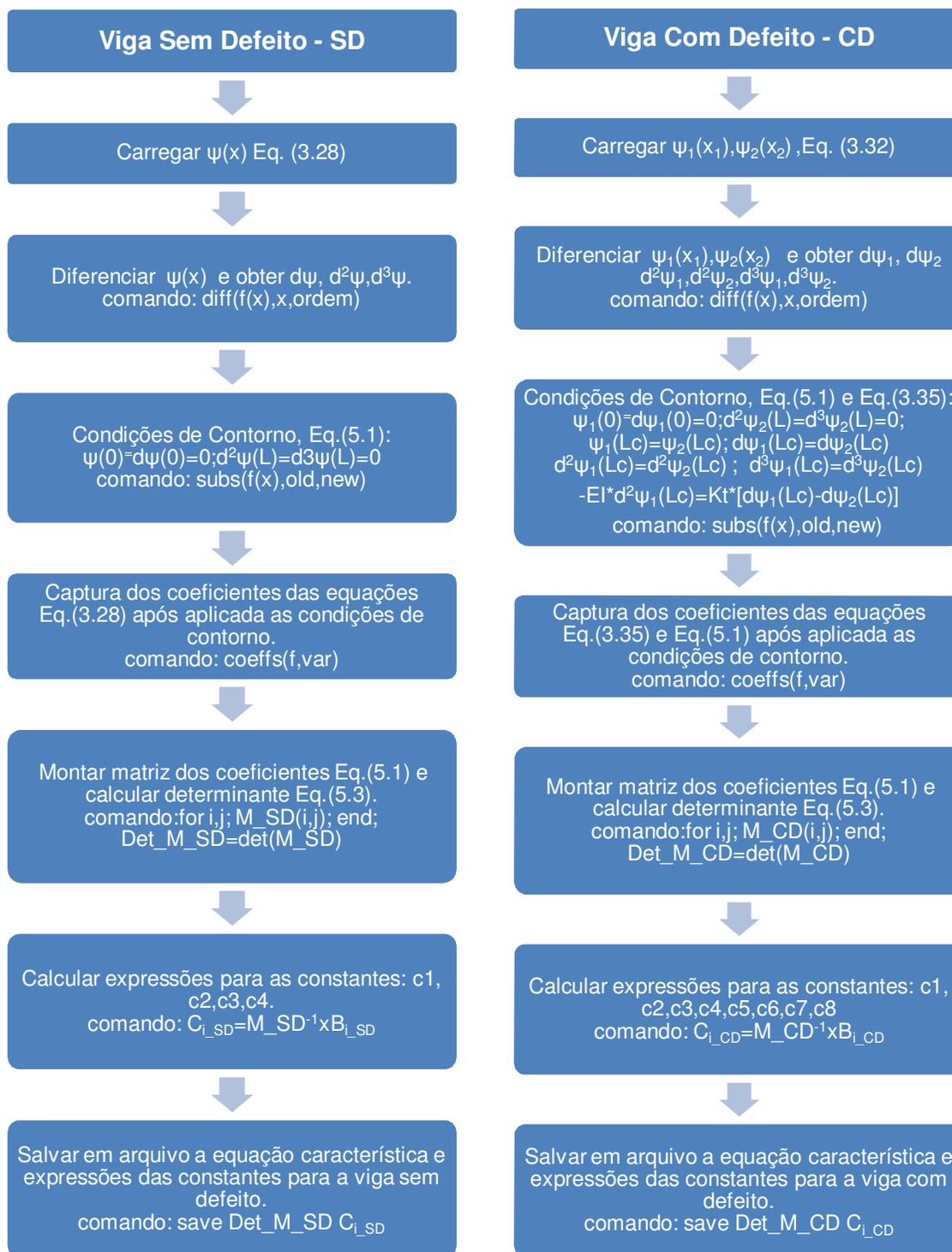


Figura 4.5. Fluxograma da rotina computacional usada para obtenção das soluções literais.

Na execução dos testes numéricos ao longo desta investigação algumas condições de viga com defeito foram escolhidas. Por também ser um trabalho computacional e com rotinas computacionais que permitam uma flexibilidade na geração dos resultados para diversos cenários de defeito, foram adotados um número maior de cenários de defeitos comparados aos definidos para o caso experimental. Os cenários compreenderam posições do defeito do lado engastado até o meio da viga, uma vez que esse domínio é o mais crítico em termo das maiores tensões. As severidades escolhidas variaram até metade da espessura da viga a fim de compreender todo o vetor das severidades experimentais. A Tab.(4.3) mostra os cenários (Ci) estabelecidos numericamente.

Tabela 4.3. Cenários de defeito em viga usados para os testes numéricos.

Ci	β	α	Ci	β	A	Ci	β	α	Ci	B	A	Ci	β	α
1	0,125	0,05	11	0,250	0,05	21	0,300	0,05	31	0,450	0,05	41	0,500	0,05
2	0,125	0,10	12	0,250	0,10	22	0,300	0,10	32	0,450	0,10	42	0,500	0,10
3	0,125	0,15	13	0,250	0,15	23	0,300	0,15	33	0,450	0,15	43	0,500	0,15
4	0,125	0,20	14	0,250	0,20	24	0,300	0,20	34	0,450	0,20	44	0,500	0,20
5	0,125	0,25	15	0,250	0,25	25	0,300	0,25	35	0,450	0,25	45	0,500	0,25
6	0,125	0,30	16	0,250	0,30	26	0,300	0,30	36	0,450	0,30	46	0,500	0,30
7	0,125	0,35	17	0,250	0,35	27	0,300	0,35	37	0,450	0,35	47	0,500	0,35
8	0,125	0,40	18	0,250	0,40	28	0,300	0,40	38	0,450	0,40	48	0,500	0,40
9	0,125	0,45	19	0,250	0,45	29	0,300	0,45	39	0,450	0,45	49	0,500	0,45
10	0,125	0,50	20	0,250	0,50	30	0,300	0,50	40	0,450	0,50	50	0,500	0,50

Com o propósito de gerar os cenários numericamente foram construídos quatro rotinas computacionais que permitiram um melhor desempenho nas fases do procedimento de identificação, são elas:

- VIGA_ENGASTADA_LIVRE.m: Carrega as soluções simbólicas da viga sem e com defeito e substitui os valores das propriedades geométricas, materiais, posição e severidade do defeito, bem como o número de modos desejado pelo usuário. Como saída disponibiliza para o usuário as frequências naturais da viga sem e com defeito;

- CURVA_SEV.m: Reproduz a curva de variação da frequência natural de um modo selecionado pelo usuário versus a severidade do defeito. As entradas para esta rotina são: a posição do defeito, vetor dos valores de severidade e o modo que se deseja mostrar a curva;

- ZER_F.m: Encontra os zeros da equação característica, os autovalores, baseado na mudança de sinal da equação característica. As entradas desta rotina é a função em uma variável independente e o número de zeros que o usuário deseja encontrar;

- PICOS_MODAL.m: Calcula a posição dos picos para um modo de vibrar. O usuário deve entrar com os dados do modo de vibrar e seu número de picos. Como saída tem-se as posições ao longo do vetor das abscissas e os picos para aquele modo. O método se baseia na mudança dos sinais das derivadas à esquerda e à direita de um ponto da curva.

4.2.3. Análise modal experimental

Através dos ensaios modais das amostras de vigas obteve-se a determinação experimental das frequências naturais de flexão e modos de vibrar, conforme mostra o esquema da Fig.(4.6).

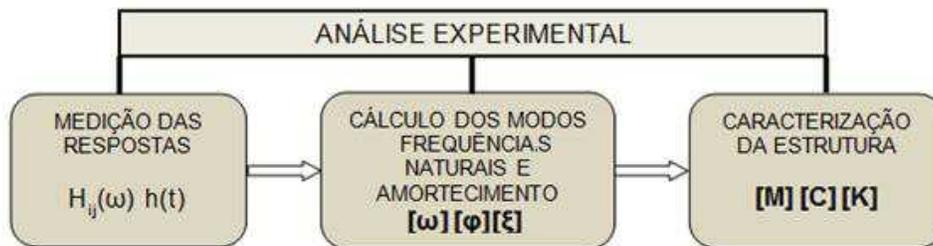


Figura 4.6. Esquema da análise modal experimental.

Um arranjo experimental é mostrado na Figura 4.7. A primeira fase desta análise consiste na obtenção da Função de Resposta em Frequência (FRF), que é possível quando se excita a estrutura por uma força conhecida e se mede a resposta da estrutura a esta excitação.

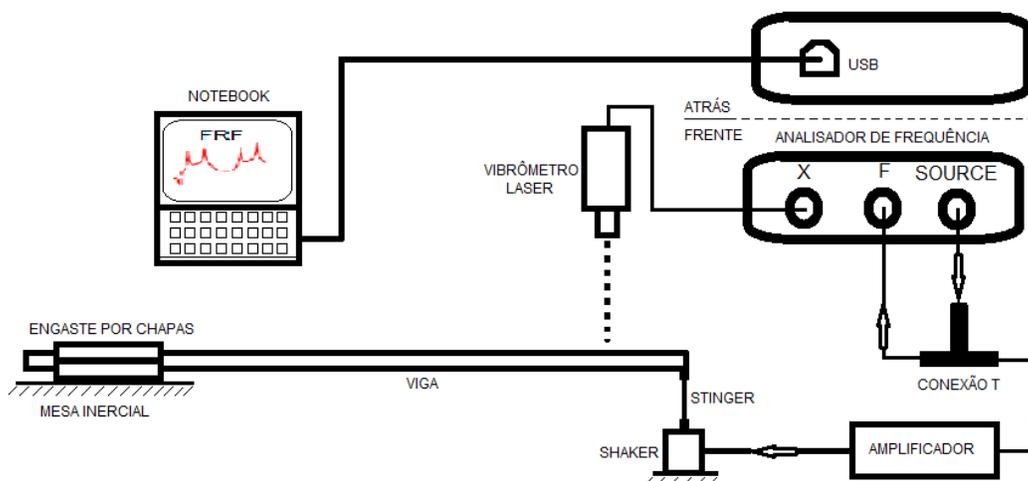


Figura 4.7. Esquema da bancada de ensaios para obtenção de dados experimentais.

Neste arranjo experimental a função de excitação foi gerada por uma unidade de controle dos sinais, denominado analisador de frequência, que gera o sinal de interesse e o transmite para um amplificador de tensão. O sinal amplificado alimenta um excitador eletro-mecânico que por sua vez age sobre a viga segundo uma função senoidal de frequência variada predefinida. A resposta da viga à esta excitação foi medida através de um vibrômetro a laser e transmitida a um analisador, que ao receber os sinais de excitação e resposta da estrutura no tempo, realiza um processamento interno dos sinais e mostra na tela do computador a operação resultante, a FRF. Outras análises com estes sinais podem ser realizadas, através do software, tais como, função de coerência entre estes sinais e obtenção da parte complexa e real da FRF.

Na análise modal experimental devem estar bem definidas as posições do excitador e do sensor de medida da resposta. Neste experimento a posição do excitador foi mantida na extremidade livre da viga, isto porque esta posição é um ponto de máxima amplitude para todos os modos de vibrar da viga engastada-livre, ao passo que o sensor da resposta esteve localizado ao longo da viga em passos de 20 mm, totalizando 51 pontos de coleta de dados.

Para permitir maior flexibilidade no posicionamento do sensor para leitura da resposta, o vibrômetro a laser, foi montado sobre patins que deslizam sobre uma

guia linear paralela à viga. Em posições previamente marcadas sobre a viga, o vibrômetro é apontado e preso, iniciando-se o procedimento modal. Através de um gatilho pré-programado no *software* do analisador de frequência inicia-se a excitação da viga pelo *shaker*, numa banda em frequência entre 0,1 e 1350 Hz, e a coleta do sinal da resposta pelo vibrômetro a laser. A janela temporal do procedimento modal é de 5,5 segundos, resultando numa resolução em frequência de aproximadamente 0,18Hz.

Esta banda de frequência foi escolhida por compreender 10 modos da viga, permitindo uma margem segura de leitura de pelo menos 8 modos, estes usados nas análises deste trabalho.

Uma vez obtidas as FRFs nos pontos ao longo da viga completa-se o primeiro ciclo da análise modal experimental. Inicia-se a partir de então a fase de identificação dos parâmetros modais que nesta investigação compreenderá a obtenção das frequências naturais e modos de vibrar. Nesta fase foi construída uma rotina computacional na plataforma Matlab que permite automatizar a captura destes parâmetros.

Os valores das frequências naturais foram obtidos relacionando os valores de pico em cada modo ao seu par ordenado no eixo das frequências. Isto foi feito para os 51 sinais coletados, para depois se extrair a média das frequências naturais encontradas.

A busca pelas frequências naturais experimentais dentro de cada sinal FRF se dá a partir do conhecimento das frequências naturais teóricas e consiste em filtrar o sinal em frequência 10% abaixo e acima de cada uma delas. Em seguida extrai-se deste sinal filtrado o valor de pico e sua posição. A posição no vetor de amplitudes é então usada para acessar a frequência associada ao pico no vetor de frequência que é a frequência natural propriamente dita, conforme exemplo mostrado na Fig.(4.8a).

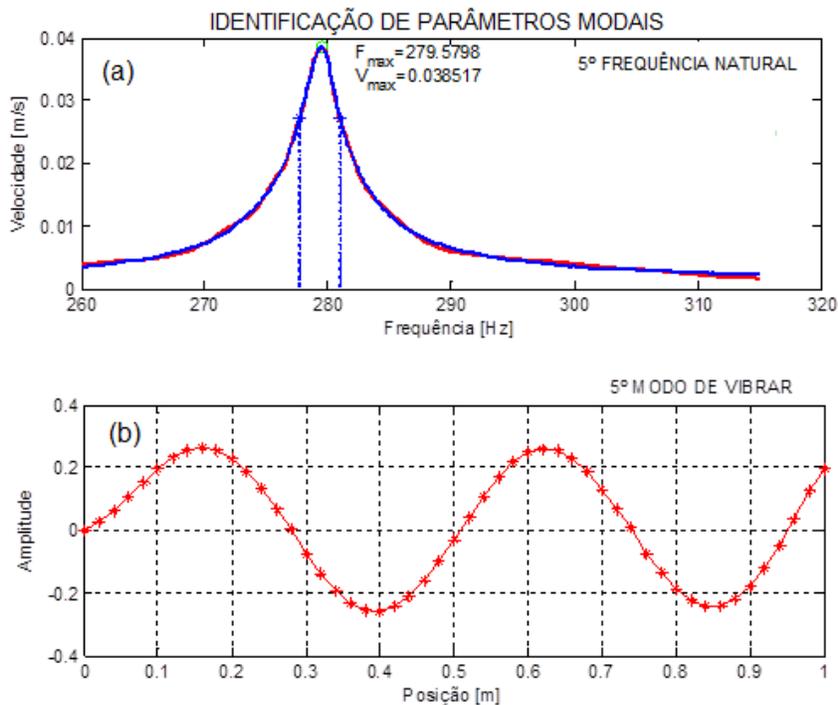


Figura 4.8. Exemplo da identificação das frequências naturais (a) e respectivos modos de vibrar (b).

Esta mesma rotina é usada para capturar os valores de amplitudes da parte complexa das FRFs para cada sinal coletado nos 51 pontos ao longo da viga. Com este conjunto de amplitudes se obtêm os modos de vibrar de cada modo, conforme exemplo mostrado na Fig.(4.8b).

A terceira fase da análise modal experimental é aqui caracterizada pela aplicação do procedimento de identificação do defeito que busca caracterizar a estrutura no seu estado danificado. Nesta fase cada um dos cenários experimentais de defeito é caracterizado inicialmente como sendo uma função das variações das frequências naturais no conjunto dos modos previamente selecionado.

4.2.4. Análises dos resultados e validação experimental

As análises que serão desenvolvidas neste trabalho buscarão mostrar as mudanças que ocorrem nas 8 primeiras frequências naturais e modos de vibrar

quando a estrutura tipo viga está com defeito e a partir destas informações para estes dois parâmetros modais, formar o procedimento de identificação de defeito.

As análises são três e serão conduzidas inicialmente com os cenários produzidos numericamente, uma vez que é uma forma de gerar um maior número de dados e que represente uma diversidade maior em termos de posição e severidade do defeito em viga. Os cenários mostrados na Tab.(4.3) serão usados na solução teórica e a Tab (4.4) com os dados experimentais.

Tabela 4.4. Cenários experimentais da viga com defeito

Cenários	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$
E1	0,500	0,087
E2	0,500	0,132
E3	0,500	0,161
E4	0,500	0,201
E5	0,500	0,238
E6	0,500	0,309
E7	0,500	0,472

A primeira análise estará dedicada a mostrar que os pontos de máximos e mínimos dos modos de vibrar e seus pontos nodais são posições estratégicas na predição do local do defeito. Para isso serão capturadas as posições dos picos dos oito primeiros modos como candidatos à posição do defeito. Um critério de seleção de um modo de vibrar será estabelecido baseado na segunda análise, que restringirá as posições candidatas a no mínimo de um e no máximo de sete (considerando 8 modos), cuja posição estimada se baseará num critério estabelecido pela terceira análise.

Na segunda análise se pretende mostrar que as variações nas frequências naturais têm uma relação direta com as severidades do defeito. Mostrar-se-á que para determinado defeito em viga sua severidade possui uma melhor função em termos da variação de frequência natural para um modo preferencial. Este modo é aquele de maior variação relativa em termos de frequência natural e cujos picos do modo de vibrar são candidatos prováveis à posição do defeito. Nesta fase as informações das frequências naturais para a viga sem e com defeito são subtraídas

para cada cenário de defeito estudado e selecionado o modo de maior variação relativa, que passará se chamar de modo sensível.

Na terceira fase de análise se mostrará que para um determinado cenário de defeito em viga, o perfil das variações das frequências naturais dos modos considerados guarda uma identidade do defeito e esta identidade pode ser usada para estimação da posição e severidade do defeito.

A reunião das informações destas análises culminará no procedimento de identificação do defeito em viga proposto e que será detalhado no tópico seguinte. Testes serão realizados para os 50 cenários numéricos descritos anteriormente e finalmente para validação deste procedimento de identificação de defeito, serão escolhidos alguns cenários experimentais, que consistirão numa posição adimensional de 0.5 e severidades [0,087; 0,132; 0,161; 0,201; 0,238; 0,309; 0,472].

4.2.5. Identificação de defeito em estrutura tipo viga baseada nas frequências naturais e modos de vibrar

A detecção do defeito em viga será possível usando as frequências naturais e os modos de vibrar combinados, uma vez que as variações ocorridas nas frequências naturais podem ser uma leitura indireta da severidade do defeito. Esta relação é máxima se o defeito está exatamente sobre um máximo ou mínimo de um determinado modo de vibrar e vai se tornando mínima a medida que o defeito está próximo de um ponto nodal. Fica então evidenciado que ao passo que as frequências naturais dão informação da severidade, os modos de vibrar dão a idéia espacial da posição do defeito, podendo com isso se chegar à identificação do defeito na viga.

Outra consideração que parte das análises realizadas é a de que os defeitos atuam na mudança da estrutura através de modos preferenciais, uma vez que no modo que ocorre maior variação na frequência natural, a provável posição do defeito fica restrita aos máximos ou mínimos do modo de vibrar naquela frequência. A seleção sobre que máximo ou mínimo é o da posição do defeito é o aspecto que falta para completar a detecção. No procedimento proposto nesta investigação este aspecto é realizado calculando através de um modelo de viga com defeito um conjunto de frequências naturais para cada posição candidata (os picos do modo de

vibrar selecionado). Parte-se do princípio que o conjunto das variações das frequências naturais gera um perfil próprio para cada cenário de defeito na viga. Então, o melhor fator de correlação calculado entre os conjuntos das frequências naturais obtidas do modelo para cada posição candidata e o conjunto das frequências naturais conhecidas, indica o pico mais provável de ser a posição do defeito. O fator de correlação alternativamente pode ser aquele definido na Eq.(2.3), apropriado para estabelecer as relações entre as frequências naturais experimentais e teóricas.

Quanto à severidade do defeito uma curva da variação da frequência natural do modo sensível versus a severidade do defeito é construída, para cada posição candidata, a partir do modelo de viga com defeito. De posse da variação da frequência natural conhecida no modo sensível se entraria à esta curva e extrairia a severidade associada. Um diagrama da metodologia de identificação é mostrado na Fig.(4.9).

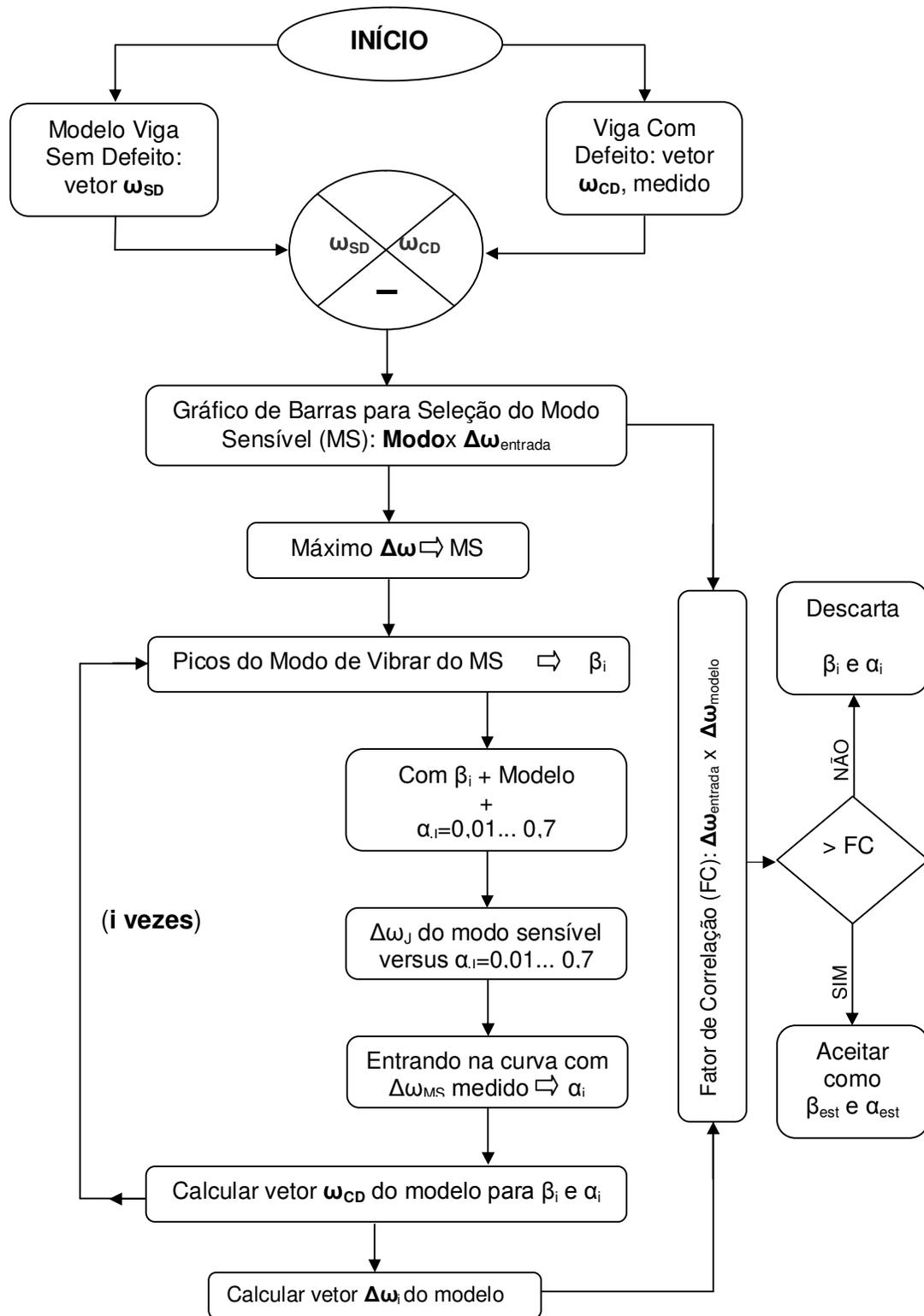


Figura 4.9. Diagrama da metodologia de identificação proposta

A descrição detalhada da metodologia de identificação é feita a seguir:

- 1 – A partir das frequências naturais da viga sem defeito (ω_{SD}) e com defeito (ω_{CD}), para n modos, calcula-se as variações relativas das frequências naturais, pela relação $\Delta\omega_n=(\omega_{SD} - \omega_{CD})/\omega_{SD}$;
- 2 – Seleciona-se o modo sensível (MS) como sendo aquele de maior variação relativa entre as frequências naturais calculadas;
- 3 - Extraem-se os respectivos picos desse modo sensível sem defeito e os assume como candidatos à posição do defeito (β_i);
- 4 - Para cada candidato à posição do defeito (β_i) calcula-se através do modelo de viga com defeito n severidades de defeitos e captura-se a variação da frequência natural do modo sensível ($\Delta\omega_{MS}$);
- 5 - Com os dados das severidades e sua respectiva variação da frequência natural do modo sensível amplia-se o conjunto dos dados através de um processo de interpolação;
- 6 - Com os dados interpolados monta-se uma curva da variação da frequência natural do modo sensível versus a severidade. Nesta curva entra-se com a variação da frequência natural do modo sensível conhecido, ou de entrada, e se obtém a severidade candidata á severidade do defeito (α_i);
- 7 – Calcula-se os parâmetros do modelo da viga com defeito para a posição (β_i) e severidade (α_i) candidatas e se obtém as frequências naturais para o mesmo número de modos dos dados da entrada;
- 8 - Calcula-se o fator de correlação entre o conjunto das frequências naturais obtidas na etapa anterior e o conjunto das frequências naturais de entrada;
- 9 - Repete-se as fases de 4 a 8 para todos as posições candidatas;
- 10 - A posição e severidade candidatas que possuir o conjunto das frequências naturais com maior fator de correlação com respeito ao conjunto das frequências naturais de entrada são a posição e severidade estimadas do defeito.

Foram construídas algumas rotinas na plataforma Matlab que contempla todas as fases acima descritas. Isto permitiu automatizar o procedimento de identificação do defeito tendo como saída apenas os valores estimados da posição e severidade do defeito. Estas rotinas são mostradas no anexo C.

CAPÍTULO 5

5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA E IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITO EM VIGA

Neste capítulo serão realizadas algumas análises teóricas que visam estabelecer uma relação do conjunto dos parâmetros dinâmicos, modos de vibrar e frequências naturais com as características do defeito em uma estrutura tipo viga. Busca-se com estas análises validar o procedimento de identificação de defeito em viga baseado nestes dois parâmetros dinâmicos, conforme descrito anteriormente.

5.1. Modelo Analítico da Estrutura

5.1.1. Modelo teórico da estrutura sem defeito

A Figura (5.1) mostra o esquema do arranjo estrutural que se pretende modelar, a partir do qual serão realizados os testes de identificação de defeito. O arranjo consiste de uma viga de alumínio sob a condição de engastada-livre.

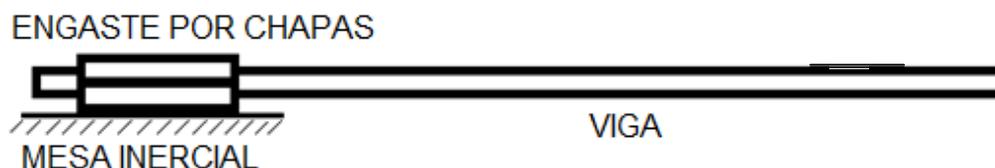


Figura 5.1. Esquema de uma estrutura tipo viga engastada-livre.

Os dados geométricos e materiais da viga necessários ao cálculo dos parâmetros do modelo são mostrados na Tab.(5.1).

Tabela 5.1. Propriedades materiais e geométricas da viga de alumínio

Propriedades Materiais		Propriedades Geométricas				
Módulo Young (E) [Pa]	Densidade (ρ) [Kg/m ³]	Comprimento (L) [m]	Largura (b) [m]	Altura (h) [m]	Área (A) [m ²]	M. de Inércia (I) [m ⁴]
$7,0 \times 10^{10}$	2700	1,0	$6,35 \times 10^{-3}$	$63,5 \times 10^{-3}$	$4,0323 \times 10^{-4}$	$1,3549 \times 10^{-9}$

Para o cálculo teórico das frequências naturais da viga foram usadas as equações analíticas já deduzidas nas Eq.(3.26) e Eq.(3.27), agora aplicadas às condições de contorno apresentadas pela Eq.(5.1). Duas rotinas na plataforma Matlab foram construídas, uma para aplicar as condições de contorno na Eq.(3.27) e extrair os coeficientes para compor a matriz do auto-problema, Eq.(5.2), e a outra, para encontrar os autovalores a partir dos zeros da equação característica, Eq.(5.3). Estas rotinas computacionais são apresentadas no anexo B deste trabalho.

$$\psi(x)|_{x=0}=0; \frac{d\psi(x)}{dx}\Big|_{x=0}=0; \frac{d^2\psi(x)}{dx^2}\Big|_{x=L}=0; \frac{d^3\psi(x)}{dx^3}\Big|_{x=L}=0 \quad (5.1)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(BL) & -\cos(BL)\sinh(BL) & \cosh(BL) & \\ -\cos(BL) & \sin(BL)\cosh(BL) & \sinh(BL) & \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

$$\cos(BL)\cosh(BL) + 1 = 0 \quad (5.3)$$

A Tabela 5.2 mostra os valores teóricos das oito primeiras frequências naturais da viga sem defeito (intacta), com as propriedades apresentadas na Tab.(5.1).

Tabela 5.2. Frequências naturais teóricas de uma viga engastada-livre.

Frequências Naturais [Hz]							
ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
5,22	32,75	91,66	179,58	296,80	443,31	619,72	824,91

Encontrado os autovalores e substituindo cada um deles na Eq.(5.2), chega-se a um sistema de equações cuja solução produz os valores das constantes c_i $i=1..4$, que aplicadas na Eq.(3.27) permite calcular os modos de vibrar da viga. A Fig.(5.2) mostra os oito primeiros modos de vibrar da viga engastada-livre dados pela amplitude modal normalizada versus a distância com relação à extremidade engastada da viga.

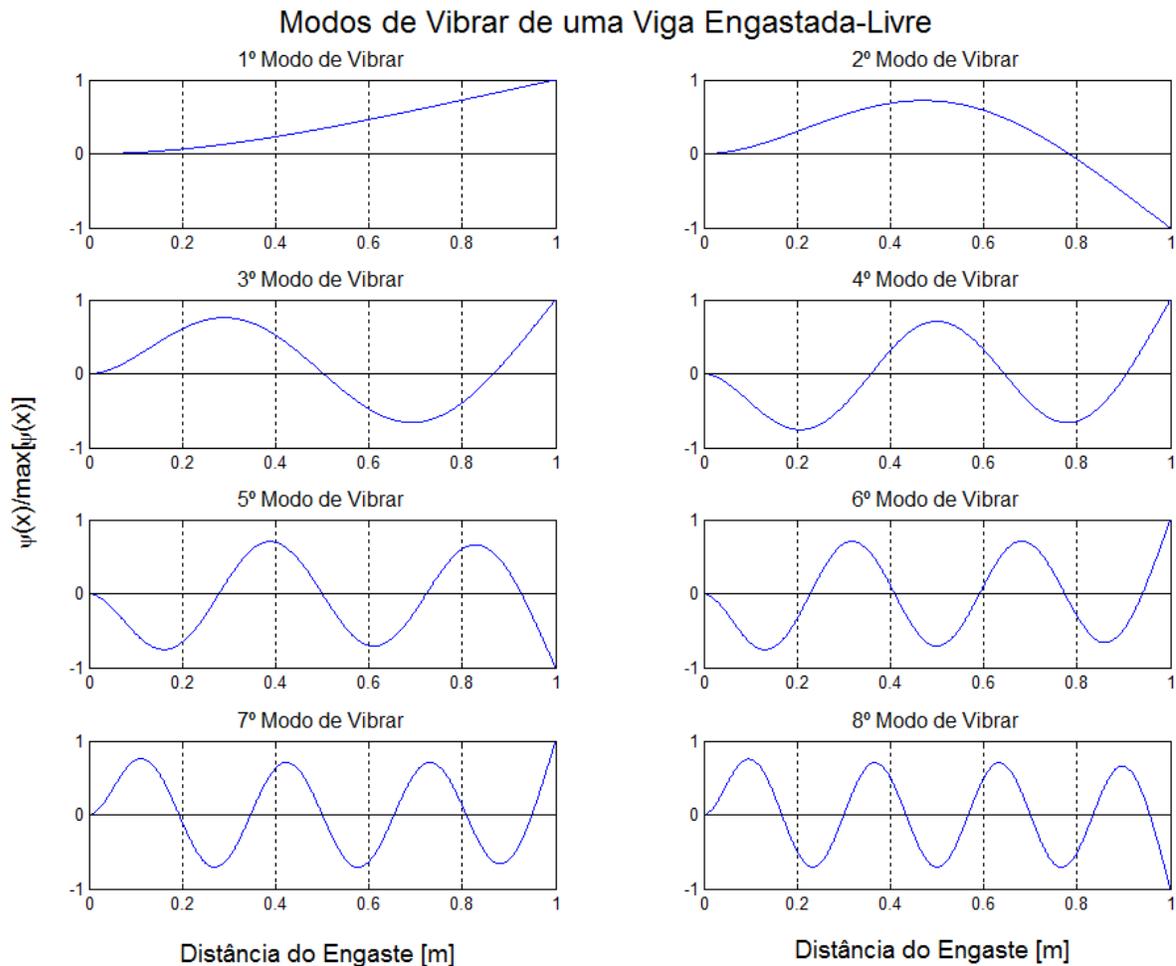


Figura 5.2. Modos de vibrar da viga engastada-livre.

Conforme apresentado na Fig.(5.2) os modos de vibrar possuem n zeros para o n -ésimo modo e $n-1$ picos de amplitude excetuando-se o primeiro modo. Para a geometria e condições de contorno em questão as posições dos pontos nodais e dos picos para os 8 primeiros modos são mostrados na Tab.(5.3) e Tab.(5.4), respectivamente.

As informações apresentadas nas Tab.(5.3) e Tab.(5.4) são importantes na determinação da sensibilidade dos modos ao defeito, como será analisado no tópico seguinte.

Tabela 5.3. Posições dos zeros para cada um dos 8 primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre com 1 m de comprimento.

		Posições dos zeros de cada modo [m]							
Modos	1º	0,000	--	--	--	--	--	--	--
	2º	0,000	0,783	--	--	--	--	--	--
	3º	0,000	0,503	0,867	--	--	--	--	--
	4º	0,000	0,358	0,644	0,905	--	--	--	--
	5º	0,000	0,278	0,500	0,723	0,926	--	--	--
	6º	0,000	0,227	0,408	0,591	0,773	0,940	--	--
	7º	0,000	0,192	0,345	0,500	0,654	0,808	0,950	--
	8º	0,000	0,167	0,300	0,433	0,567	0,700	0,834	0,955

Tabela 5.4. Posições dos picos para cada um dos 8 primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre com 1 m de comprimento.

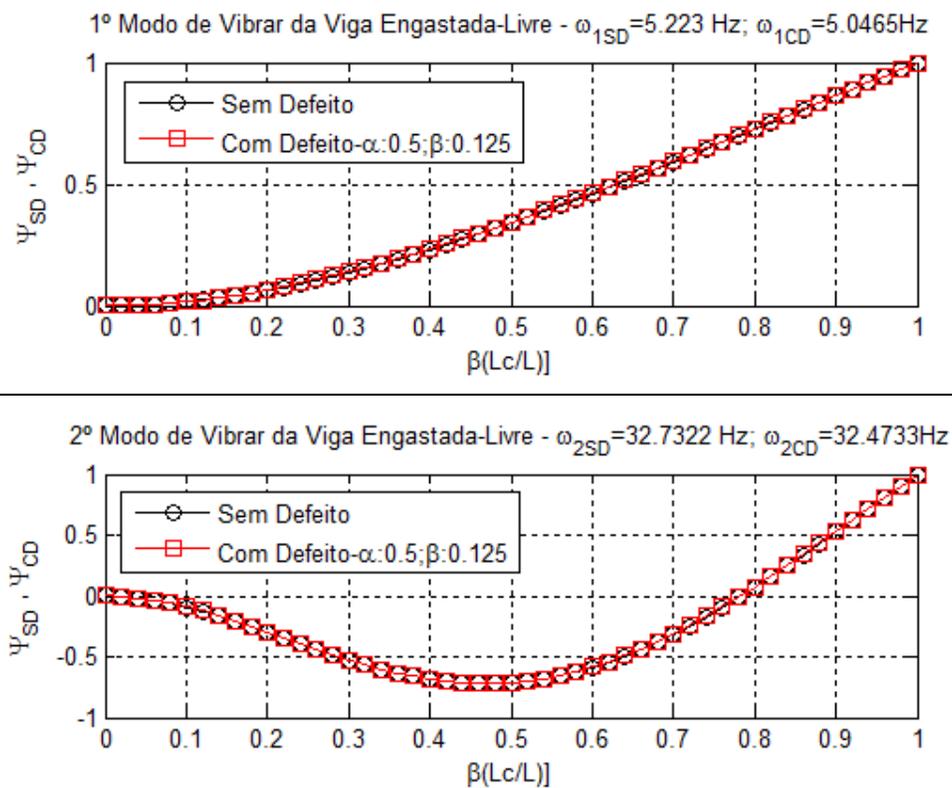
		Posições dos picos de cada modo [m]							
Modos	1º	--	--	--	--	--	--	--	--
	2º	0,4705	--	--	--	--	--	--	--
	3º	0,2915	0,6925	--	--	--	--	--	--
	4º	0,2075	0,5005	0,7795	--	--	--	--	--
	5º	0,1615	0,3895	0,6115	0,8285	--	--	--	--
	6º	0,1325	0,3185	0,4995	0,6815	0,8595	--	--	--
	7º	0,1115	0,2695	0,4235	0,5765	0,7305	0,8815	--	--
	8º	0,0965	0,2335	0,3665	0,5005	0,6335	0,7665	0,8975	--

Nesta investigação a idéia de sensibilidade do modo estará sempre vinculada ao fato de que determinado defeito esteja localizado próximo de um dos picos dos respectivos modos de vibrar.

5.1.2. Modelo teórico da estrutura com defeito

Conforme discutido no capítulo 3, alguns modelos para a viga com defeito foram considerados e analisados para uma viga de aço, seguindo dados de Silva & Gomes (1990) apud Kim & Stubbs (2003). Uma vez escolhido o modelo, os resultados agora são avaliados para a viga com dados materiais e geométricos mostrados na Tab.(5.1). As condições de contorno usadas são aquelas apresentadas na Eq.(5.1) e as condições de continuidade mostradas na Eq.(3.32), aplicadas na posição do defeito.

A matriz dos coeficientes e equação característica são mostradas no Anexo A. As expressões dos coeficientes c_i para $i=1:8$ da Eq.(3.31) são também colocados na forma simbólica. Na Fig.(5.3) são mostrados alguns modos de vibrar da viga engastada-livre sem defeito (ψ_{SD}) e com um defeito (ψ_{CD}) para uma posição, $\beta=L_c/L=0,125$ e uma severidade, $\alpha=a/h=0,5$.



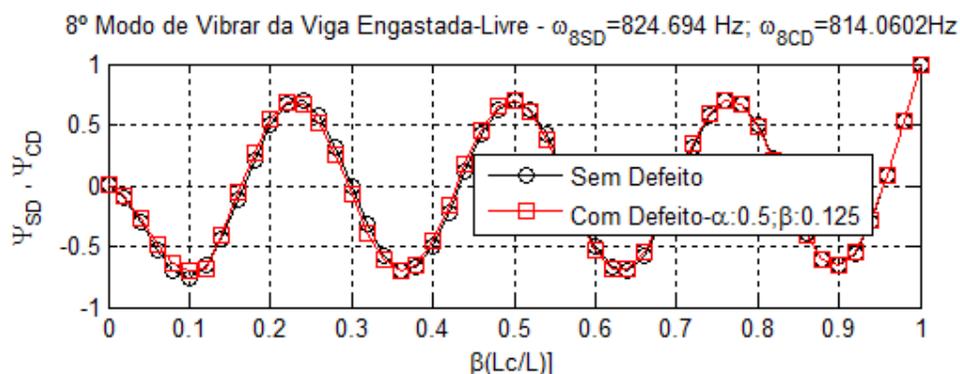
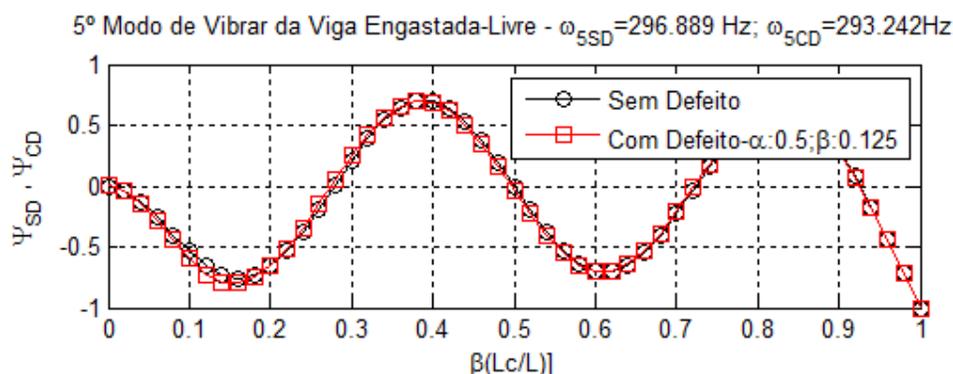


Figura 5.3. Alguns modos de vibrar de uma viga engastada-livre com um defeito modelada segundo o método (065D&P) com $\alpha=0,5$ e $\beta=0,125$.

A expressão de rigidez de mola torcional usada neste modelo foi o de Dimaragonas & Paipetis, denominado (065*D&P), escolhido para o modelo da viga com defeito segundo os critérios já discutidos no capítulo 3.

Realizando uma inspeção visual das curvas dos modos de vibrar para a viga sem e com defeito, baseada na Fig.(5.3), fica evidente que pouca é a diferença do modo de vibrar quando o defeito está presente na viga mesmo que para uma severidade relativamente alta ($\alpha=0,5$), onde se percebe que quando os modos são mais altos, á exemplo do 5º e 8º modos mostrados, existe um pequeno desvio na região defeituosa da viga, nas proximidades de $\beta=0,12$. Porém, ainda assim não seria possível tirar qualquer tipo de conclusão a respeito do defeito. Um tratamento destes dados se faz necessário afim de que se extraiam as informações do defeito que inevitavelmente estão contidas nos modos.

5.1.3. Avaliação da posição e severidade do defeito em viga com relação às frequências naturais e modos de vibrar

As Tabelas (5.5 a 5.8) apresentam alguns resultados de simulação, relativas ao caso de estudo da viga engastada-livre obtidos para diversos cenários de posições e severidades de defeitos, onde nas colunas de cor cinza são apresentadas as variações percentuais das frequências naturais da viga defeituosa relativa a sua respectiva frequência natural para a condição sem defeito, definida pela expressão: $\Delta = [(\omega_{SD} - \omega_{CD}) / \omega_{SD}] \times 100$, onde ω_{SD} é a frequência natural para a viga sem defeito e ω_{CD} é a frequência natural para a viga com defeito. Os cenários para a viga com defeito serão chamados de Cn, onde n é o número de cada cenário, mostrado na primeira coluna da tabela.

Foram gerados computacionalmente cenários da viga com defeito para severidades variando de 0,05 á 0,5 com passo de 0,05 e posições adimensionais que vão 0,125 a 0,5, com passos de 0,125. A fim de poupar espaço neste texto apenas alguns dos cenários gerados são mostrados, mas quando necessário serão resgatados todos eles.

Tabela 5.5. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C1 a C5).

Cenários			2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
			$\omega_{SD}=32,73$ Hz		$\omega_{SD}=91,65$ Hz		$\omega_{SD}=179,60$ Hz		$\omega_{SD}=296,89$ Hz		$\omega_{SD}=443,50$ Hz		$\omega_{SD}=619,44$ Hz		$\omega_{SD}=824,69$ Hz	
	$\beta=\frac{L_c}{L}$	$\alpha=\frac{a}{h}$	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ
		[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	
C1	0,125	0,100	32,723	0,028	91,651	0,000	179,578	0,012	296,765	0,042	443,204	0,067	618,997	0,071	824,263	0,052
C2	0,125	0,200	32,698	0,104	91,649	0,001	179,519	0,045	296,417	0,159	442,378	0,253	617,787	0,266	823,092	0,194
C3	0,125	0,300	32,655	0,236	91,647	0,004	179,416	0,102	295,810	0,363	440,954	0,574	615,744	0,596	821,149	0,430
C4	0,125	0,400	32,585	0,449	91,645	0,006	179,250	0,195	294,834	0,692	438,699	1,083	612,612	1,102	818,245	0,782
C5	0,125	0,500	32,473	0,791	91,640	0,011	178,977	0,346	293,242	1,228	435,140	1,885	607,909	1,861	814,060	1,289

Tabela 5.6. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C6 a C10).

Cenários			2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
			$\omega_{SD}=32,73$ Hz		$\omega_{SD}=91,65$ Hz		$\omega_{SD}=179,60$ Hz		$\omega_{SD}=296,89$ Hz		$\omega_{SD}=443,50$ Hz		$\omega_{SD}=619,44$ Hz		$\omega_{SD}=824,69$ Hz	
	$\beta=\frac{L_c}{L}$	$\alpha=\frac{a}{h}$	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ
		[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	
C6	0,250	0,050	32,731	0,001	91,636	0,016	179,568	0,018	296,880	0,003	443,486	0,003	619,318	0,019	824,536	0,019
C7	0,250	0,100	32,731	0,004	91,599	0,056	179,483	0,065	296,857	0,011	443,445	0,013	618,990	0,072	824,106	0,071
C8	0,250	0,200	32,728	0,012	91,455	0,214	179,163	0,243	296,767	0,041	443,288	0,048	617,763	0,270	822,508	0,265
C9	0,250	0,300	32,723	0,027	91,204	0,487	178,614	0,549	296,614	0,093	443,011	0,110	615,638	0,613	819,829	0,590
C10	0,250	0,400	32,715	0,050	90,797	0,931	177,742	1,035	296,373	0,174	442,570	0,210	612,274	1,156	815,772	1,082

Tabela 5.7. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C11 a C15).

Cenários			2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
			$\omega_{SD}=32,73$ Hz		$\omega_{SD}=91,65$ Hz		$\omega_{SD}=179,60$ Hz		$\omega_{SD}=296,89$ Hz		$\omega_{SD}=443,50$ Hz		$\omega_{SD}=619,44$ Hz		$\omega_{SD}=824,69$ Hz	
	$\beta=\frac{L_c}{L}$	$\alpha=\frac{a}{h}$	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ
			[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
C11	0,375	0,100	32,716	0,048	91,603	0,053	179,593	0,004	296,650	0,081	443,389	0,025	619,279	0,025	824,036	0,080
C12	0,375	0,250	32,640	0,283	91,371	0,306	179,562	0,021	295,484	0,473	442,834	0,150	618,506	0,150	820,876	0,463
C13	0,375	0,300	32,597	0,412	91,241	0,447	179,544	0,031	294,841	0,690	442,534	0,218	618,081	0,219	819,177	0,669
C14	0,375	0,400	32,473	0,792	90,873	0,849	179,495	0,059	293,021	1,303	441,694	0,408	616,879	0,413	814,491	1,237
C15	0,375	0,500	32,267	1,420	90,277	1,500	179,413	0,104	290,128	2,277	440,393	0,701	614,982	0,719	807,446	2,092

Tabela 5.8. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com um defeito (C16 a C20).

Cenários			2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
			$\omega_{SD}=32,73$ Hz		$\omega_{SD}=91,65$ Hz		$\omega_{SD}=179,60$ Hz		$\omega_{SD}=296,89$ Hz		$\omega_{SD}=443,50$ Hz		$\omega_{SD}=619,44$ Hz		$\omega_{SD}=824,69$ Hz	
	$\beta=\frac{L_c}{L}$	$\alpha=\frac{a}{h}$	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ	ω_{CD}	Δ
			[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]	[Hz]	[%]
C16	0,500	0,100	32,704	0,085	91,651	0,001	179,449	0,084	296,889	0,000	443,132	0,083	619,436	0,000	824,008	0,083
C17	0,500	0,150	32,672	0,185	91,651	0,001	179,276	0,181	296,889	0,000	442,704	0,180	619,436	0,000	823,214	0,179
C18	0,500	0,200	32,627	0,321	91,651	0,001	179,034	0,315	296,889	0,000	442,114	0,313	619,436	0,000	822,127	0,311
C19	0,500	0,300	32,491	0,735	91,651	0,001	178,316	0,715	296,889	0,000	440,370	0,706	619,436	0,000	818,936	0,698
C20	0,500	0,400	32,272	1,407	91,649	0,002	177,170	1,353	296,889	0,000	437,633	1,323	619,436	0,000	814,008	1,296

Pretende-se com estes dados realizar análises sobre aspectos importantes na construção do procedimento de identificação de defeito proposto, tais como:

- A relação existente entre as variações das frequências naturais e a presença do defeito na viga (a detecção);
- A relação existente entre a posição do defeito e os picos dos modos de vibrar, daqueles de maior variação das frequências naturais (identificação da posição);
- A relação existente entre o nível da severidade do defeito e a variação da frequência natural de modos preferenciais (identificação da severidade);
- A relação entre a posição do defeito e o perfil das variações das frequências naturais geradas pela presença do defeito na estrutura.

5.1.3.1. Detecção do defeito em viga baseada nas variações das frequências naturais

O primeiro passo na identificação de defeito em estrutura é saber se o defeito existe. Nesta investigação esta fase é realizada baseando-se nas variações das frequências naturais entre dois estados da estrutura. Vale destacar que esta observação deve ser realizada levando-se em conta várias frequências naturais uma vez que existem alguns modos que são afetados pelo defeito e outros não. É o que se pode perceber no caso de uma viga com defeito na posição $\beta=0,5$ (Tab.(5.8)), para os modos ímpares, cuja variação é aproximadamente igual á zero. Já para os modos pares, ocorrem maiores variações. Estes dois efeitos podem ser visualizados através dos gráficos de barras mostrados nas Figs. (5.4 e 5.5), onde no eixo das ordenadas se tem as amplitudes das variações das frequências naturais e no eixo das abscissas o modo associado a cada variação.

Pela Figura (5.4) observa-se que a detecção de um defeito pelo cenário C19 não seria possível se considerado um modo ímpar, portanto a seleção do modo a considerar na detecção é um aspecto crucial da identificação do defeito. Por outro lado, a Fig.(5.5) mostra outro caso onde estas diferenças entre os modos apresentam uma variação diferenciada. Para estas situações vale a regra dos modos de maior variação em frequência natural.

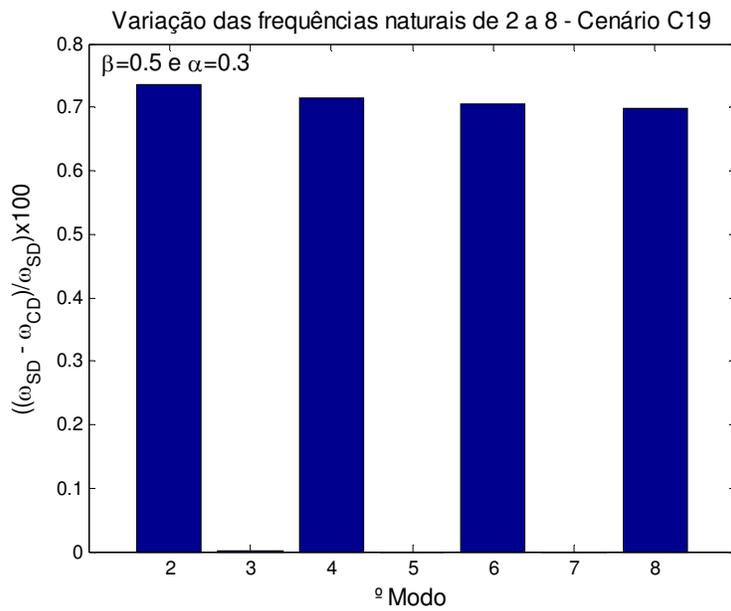


Figura 5.4. Gráfico de barras do cenário de defeito C19, com variações em algumas frequências naturais.

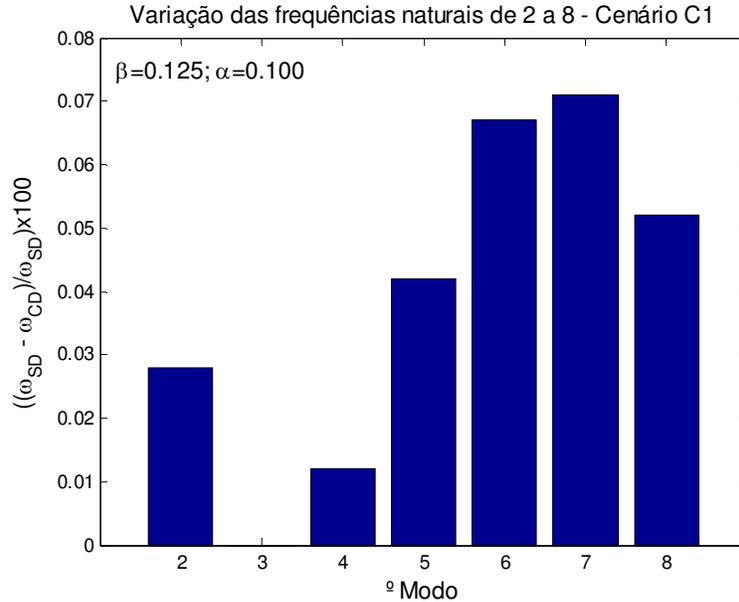


Figura 5.5. Gráfico de barras do cenário de defeito C1, com variações em algumas frequências naturais.

Para o caso do cenário C1, a Fig.(5.5) vem mostrar que numa viga com defeito localizado na posição $\beta=0,125$, o sétimo modo é o de maior variação de frequência e, portanto o modo mais adequado para detecção do defeito na faixa de frequência considerada.

Vale destacar que nos casos experimentais quando não se tem um histórico das medidas de frequência vale calcular as frequências naturais de um modelo da estrutura, e então usá-las como estado ou condição de referência.

Outro aspecto importante na detecção do defeito para um procedimento de identificação é o mínimo valor de severidade para as quais as variações das frequências naturais sejam capazes de identificar. Numericamente, este limite chega até valores próximos de zero, porém na prática experimental sempre ocorrem maiores limitações, especialmente devido à precisão das medidas e instrumentação utilizada. Como já discutido na revisão bibliográfica, pequenas variações nas frequências naturais podem ser provenientes de um efeito indesejável, como por exemplo, a mudança de temperatura do meio em que se encontra a estrutura. Acredita-se, no entanto que estas situações podem ser contornadas uma vez que estes efeitos são transitórios e, portanto de natureza diferente de um defeito permanente da estrutura.

5.1.3.2. Avaliação da posição do defeito e dos picos dos modos de vibrar

Existindo o defeito, o passo seguinte no procedimento de identificação é a estimativa de sua posição na estrutura.

Uma provável questão a ser levantada, diz respeito ao porque alguns modos se destacam em termos das variações de frequências que outros. Estes modos a partir deste ponto do texto serão chamados de modos sensíveis. Percebe-se que os modos sensíveis guardam uma relação entre os picos dos modos de vibrar e a posição do defeito. Esta questão será investigada tomando quatro cenários extraídos das Tabs.(5.5 a 5.8) levando em consideração uma maior diversidade de posições e severidades possíveis, conforme mostrado na Tab.(5.9).

Tabela 5.9. Cenários escolhidos para análise do modo sensível.

	C5	C12	C17	C6
$\alpha=a/h$	0,500	0,250	0,150	0,050
$\beta=L_c/L$	0,125	0,375	0,500	0,250

Na Fig.(5.6) são apresentados os respectivos gráficos de barras mostrando a variação das frequências naturais para os modos 2 a 8 para cada um dos cenários da Tab.(5.9).

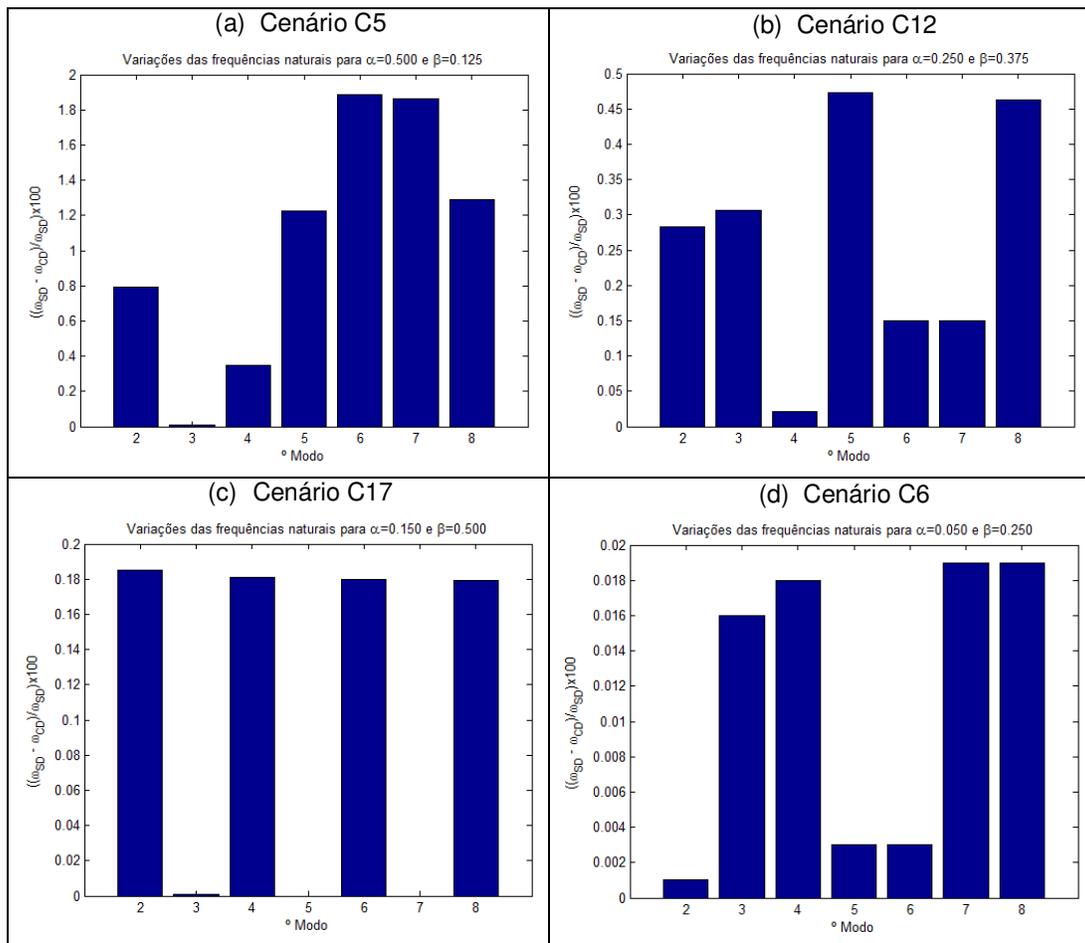


Figura 5.6. Gráficos de barras das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para alguns cenários de defeitos.

Analisando os gráficos de barra mostrados na Fig.(5.6) observa-se que para cada cenário da viga com defeito tem-se um perfil próprio em termos das variações das frequências naturais ocorridas nos modos considerados.

Os modos de maior variação em frequência natural para cada um dos cenários escolhidos são os de número 6 e 7 para o cenário C5, 5 e 8 para o cenário C12, os modos pares para o cenário C17 e os modos de número 7 e 8 para o cenário C6. Com o propósito de analisar mais em detalhe a relação dos modos sensíveis e os respectivos picos dos seus modos de vibrar será selecionado apenas um dos modos sensíveis, o de maior variação em frequência.

Nas Tabs. (5.10 a 5.13) são mostradas as variações das frequências naturais para os modos de 2 a 8 de cada um dos cenários da Fig. (5.6), onde tem-se uma linha com os valores das variações das frequências naturais, que permite a seleção do modo sensível, marcada na tabela pela célula sombreada em cor cinza e logo abaixo desta linha encontram-se os picos candidatos à posição do defeito extraídos da forma de vibrar do modo sensível. A célula da posição do pico que se aproxima da posição do defeito também se encontra sombreada em cor cinza.

Tabela 5.10. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C5.

C5: $\alpha=0,500$; $\beta=0,125$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,791	0,012	0,346	1,229	1,885	1,861	1,289
Picos Candidatos à Posição do Defeito (6º modo):							
	0,1325	0,3185	0,4995		0,6815		0,8595

Das variações das frequências naturais para os modos mostrados na Tab.(5.10), o sexto modo apresenta maior valor, sendo este o modo sensível. As respectivas posições dos picos do modo de vibrar para este modo sensível podem ser extraídas da Tab. (5.4). No conjunto das posições dos picos do 6º modo de vibrar é possível perceber que existe uma posição que mais se aproxima da posição do defeito ($\beta=0,125$), ou seja, 0,1325. Deduz-se então

que as posições dos picos do modo considerado sensível são fortes candidatos à posição do defeito.

O mesmo procedimento de análise pode ser aplicado aos cenários de defeitos C12, C17 e C6 em outras posições ao longo da viga, conforme as Tabs. (5.11 a 5.13).

Tabela 5.11. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C12.

C12: $\alpha=0,250$; $\beta=0,375$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,283	0,306	0,021	0,473	0,150	0,150	0,463
Picos Candidatos á Posição do Defeito (5º modo):							
	0,1615	0,3895		0,6115		0,8285	

Tabela 5.12. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C17.

C17: $\alpha=0,150$; $\beta=0,500$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,185	0,001	0,181	0,000	0,180	0,000	0,179
Picos Candidatos á Posição do Defeito (2º modo):							
	0,4705						

Tabela 5.13. Identificação das posições dos picos dos modos de vibrar como candidatos prováveis à posição do defeito do cenário C6.

C6: $\alpha=0,050$; $\beta=0,250$							
	Modo2	Modo3	Modo4	Modo5	Modo6	Modo7	Modo8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,001	0,016	0,018	0,003	0,003	0,019	0,019
Picos Candidatos á Posição do Defeito (7º modo):							
	0,1115	0,2695	0,423	0,5765	0,7305	0,8815	

Do procedimento aplicado aos cenários C5, C12, C17 e C6 é possível afirmar que os modos sensíveis contêm a informação da localização do defeito, e que esta posição ao longo da viga é próxima da posição de um dos picos da forma de vibrar daquele modo sensível.

Foi realizado o mesmo procedimento para todos os cenários da Tab.(5.5) e observou-se que variando a severidade do defeito e conservando a sua posição na viga o perfil das variações das frequências naturais foram mantidas

e que apenas crescem em amplitude proporcionalmente para todos os modos à medida que a severidade do defeito aumenta. Sendo assim os modos sensíveis são os mesmos para um defeito numa mesma posição, e serão adotados os picos do seu respectivo modo de vibrar como os candidatos a posição do defeito.

5.1.3.3. Identificação da severidade do defeito baseada na variação relativa da frequência natural e do modo sensível

Nesta parte da investigação busca-se apresentar para o procedimento de identificação do defeito uma alternativa de estimação de sua severidade. Este corresponde ao terceiro passo da identificação do defeito e um dos mais importantes, visto ser determinante na estimação da vida residual da estrutura.

Conforme observado anteriormente, comparando os dados da variação das frequências naturais para todos os cenários apresentados nas colunas em cor cinza das Tabs.(5.5 a 5.8) frente ao comportamento crescente das severidades do defeito mantida sua posição, verifica-se que existe sempre uma relação crescente entre estes dois parâmetros, o que pode tornar possível inferir sobre a severidade do defeito a partir das variações das frequências naturais.

A idéia de usar a variação das frequências naturais como medida indireta para a severidade do defeito se dá por conta de uma teoria desenvolvida por Gudmunson (1982) apud Kim & Stubbs (2003). Esta teoria assume que para pequenas trincas, a variação fracional da energia de deformação pode ser relacionada com a variação da frequência natural pela expressão:

$$\frac{\delta W_i}{W_i} = \frac{\delta \lambda_i}{\lambda_i} \quad (5.4)$$

onde, W_i é a i -ésima energia de deformação da estrutura intacta, δW_i é a i -ésima perda de energia de deformação da estrutura com defeito e $\delta \lambda_i / \lambda_i$ é a variação fracional do i -ésimo autovalor devido o defeito. Desenvolvendo esta expressão usando o conceito do fator de intensidade de tensões da mecânica

da fratura elástica, Kim & Stubbs (2003) chegaram a uma relação quadrática entre a severidade do defeito e a variação da frequência natural, dada por:

$$\frac{\delta\lambda_i}{\lambda_i} = \eta S_{ik} \alpha_i^2 \quad (5.5)$$

onde S_{ik} representa a sensibilidade da k -ésima posição na i -ésima energia de deformação e η é um fator de forma da estrutura.

As Figuras (5.7 a 5.10) mostram as curvas da variação das frequências naturais versus a severidade (α) para os cenários das Tabs. (5.5 a 5.8), respectivamente, considerando os modos de 2 a 8. As curvas dentro de cada figura são para uma mesma posição e severidade variando segundo o vetor $[0,05:0,05:0,5]$, e estão assim separadas para se analisar o comportamento que existe entre a severidade e a variação das frequências naturais.

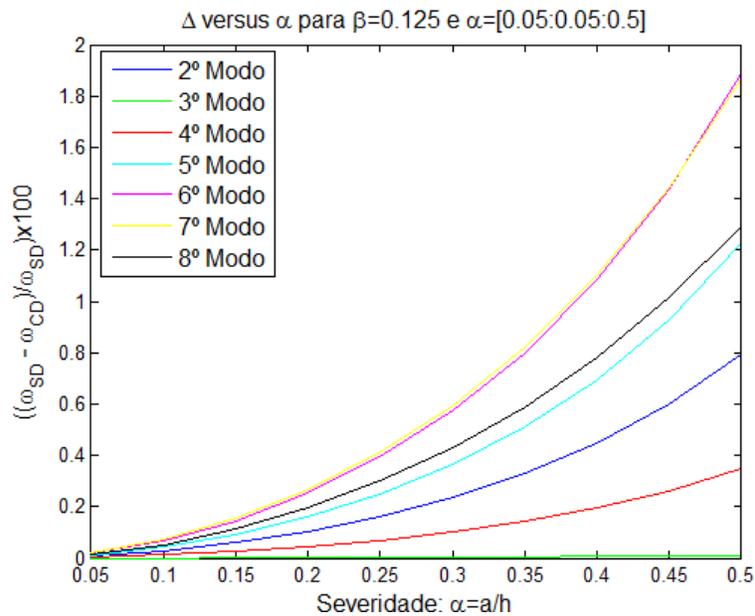


Figura 5.7. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,125$.

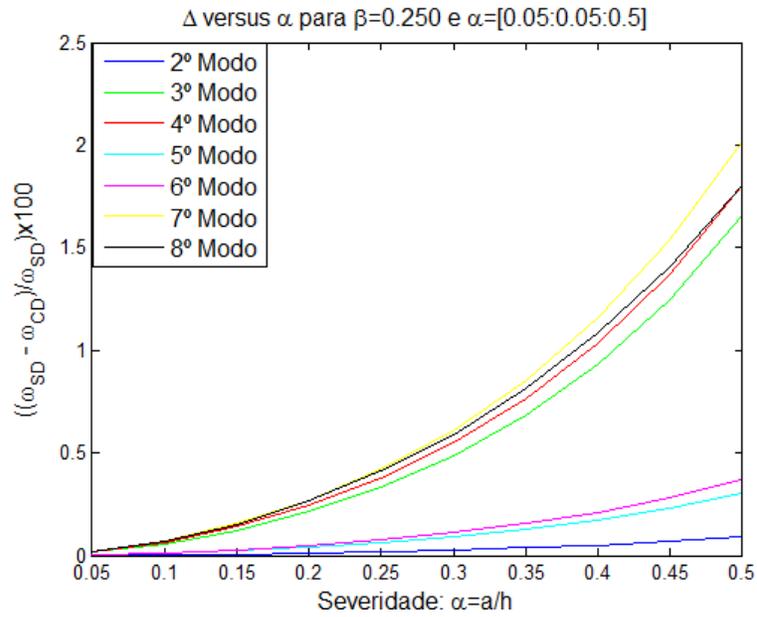


Figura 5.8. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,250$.

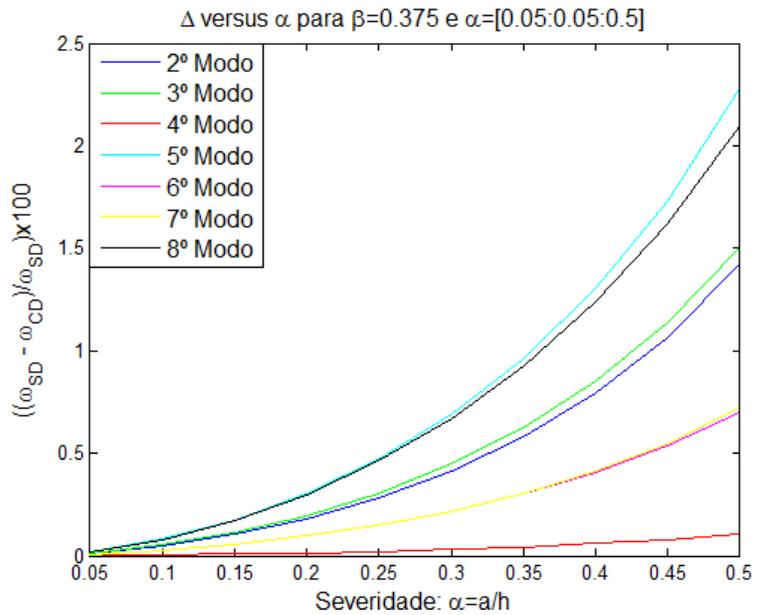


Figura 5.9. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,375$.

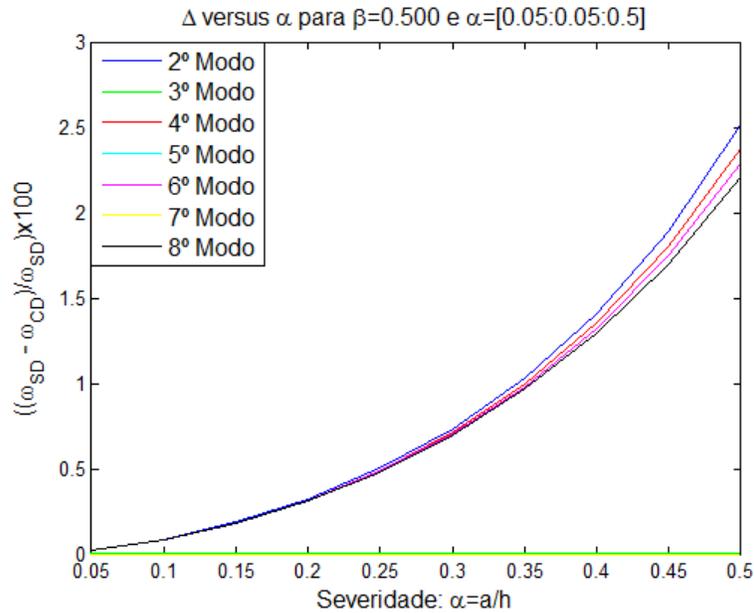


Figura 5.10. Gráficos das variações das frequências naturais versus severidade do defeito para os cenários com $\beta=0,500$.

Nota-se que para todos os cenários de defeito conservando a posição e variando-se a severidade o comportamento entre os parâmetros de severidade e variação de frequência é sempre crescente e aproximadamente parabólico, estando de acordo com a Eq.(5.5).

Nas Figs. (5.7 a 5.10) é observado ainda que a função da severidade em termos da variação das frequências naturais é dependente dos modos. Alguns modos possuem o comportamento mais pronunciado que outros, indicando que a seleção adequada de um modo pode melhorar a estimação da severidade pela variação da frequência natural.

Diante do exposto a respeito da relação existente entre severidade e variação das frequências naturais pode-se afirmar ser possível estimar a severidade do defeito observando as variações nas frequências naturais de alguns modos preferenciais. Percebe-se ainda em todos os casos mostrados que os modos que se evidenciaram em termos da variação de frequência são os mesmos modos sensíveis usados na identificação da posição do defeito e que, portanto, esta sensibilidade á severidade do defeito também está

associada às posições dos picos dos modos de vibrar em relação à posição do defeito.

Desta forma, conhecida a posição do defeito e de posse de um modelo consistente da viga pode-se levantar a curva das variações de uma frequência natural de um modo sensível pela severidade e então realizar uma leitura da severidade do defeito observando a variação de uma frequência natural, que é uma propriedade da estrutura de mais fácil obtenção.

5.1.3.4. Identificação do defeito pelo perfil das variações das frequências naturais

Uma terceira análise foi realizada para compor os aspectos deste procedimento de identificação. Esta análise permite avaliar o perfil das variações das frequências naturais frente às características do defeito em termos dos parâmetros de severidade.

Os perfis das variações das frequências naturais para todos os cenários gerados são mostrados nas Figs. (5.11 a 5.14), sendo que em cada uma se conservou a posição do defeito e se variou a sua severidade.

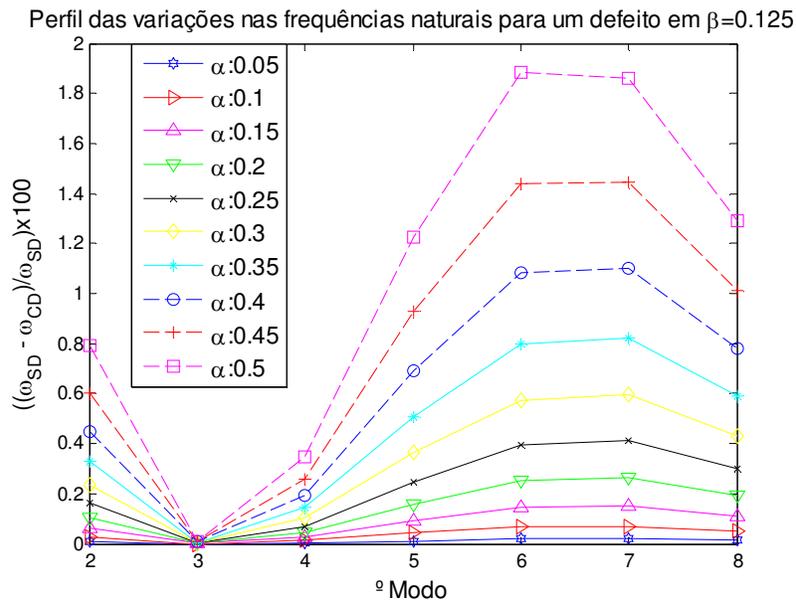


Figura 5.11. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,125$).

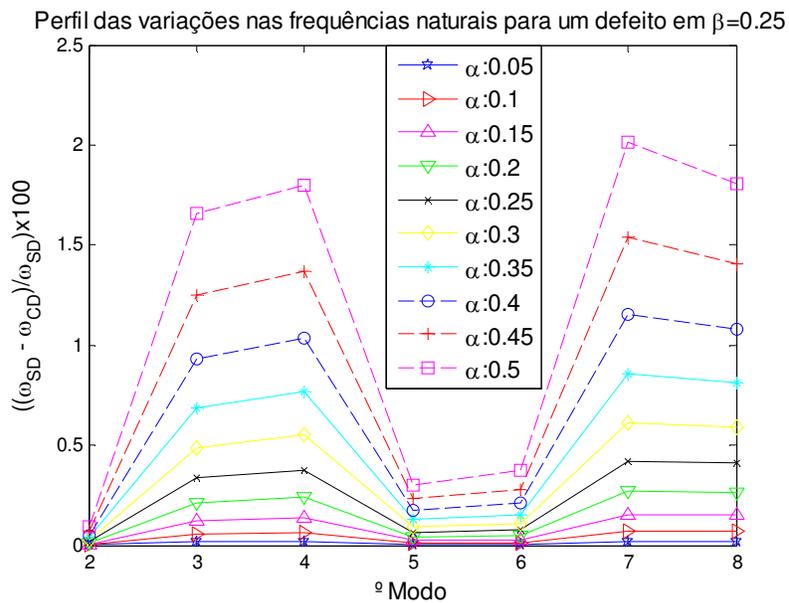


Figura 5.12. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,250$).

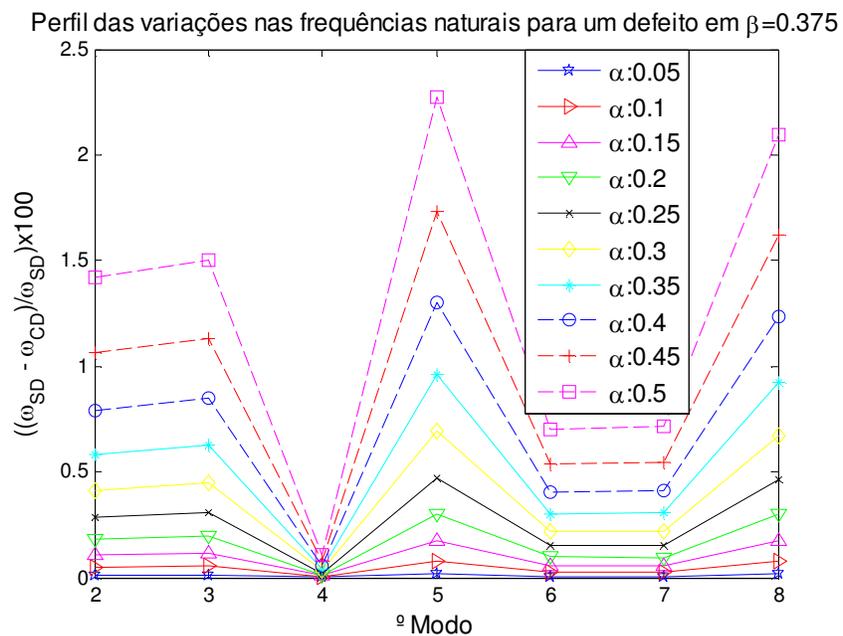


Figura 5.13. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,375$).

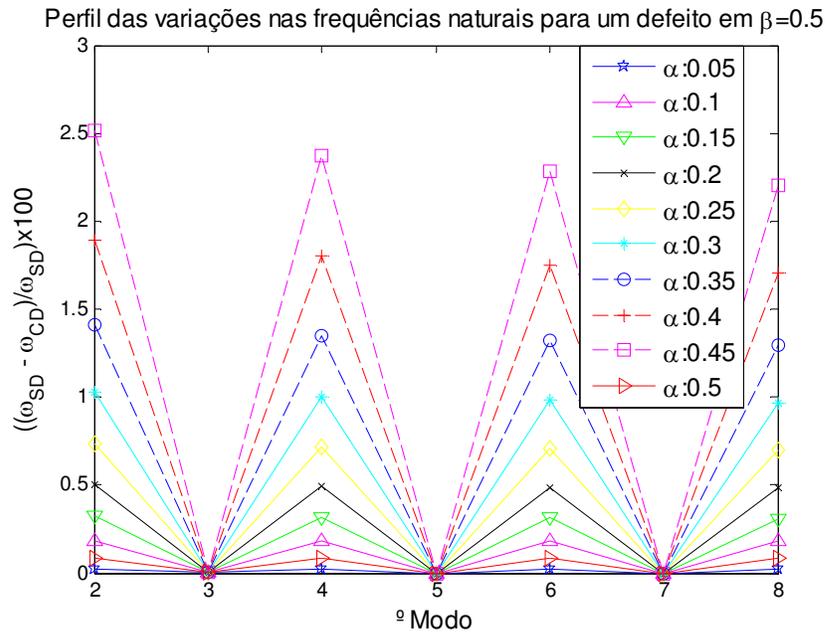


Figura 5.14. Gráficos dos perfis das variações das frequências naturais versus modos de vibrar para várias severidades de defeitos na posição ($\beta=0,500$).

No eixo das abscissas estão representados os modos considerados e no eixo das ordenadas a variação das frequências naturais. Cada curva representa as variações das frequências naturais dos modos de 2 a 8 para cada cenário de defeito na viga indicado na legenda.

Analisando as curvas apresentadas nas Figs.(5.11 a 5.14) percebe-se que mantida a posição do defeito, é conservado o perfil das variações das frequências naturais para um mesmo conjunto de modos, e que simplesmente este perfil se reduz ou amplifica se a severidade diminui ou aumenta, respectivamente.

Isto sinaliza que conhecido um conjunto de frequências naturais para um determinado cenário de defeito é possível estimar a posição do defeito a partir do perfil das variações destas frequências em relação a um estado inicial. Um alto fator de correlação calculado entre o perfil das variações de frequências naturais medidas e perfis gerados via modelo para diversas posições, pode ser um bom estimador da posição real do defeito.

5.2. Procedimento de Identificação de Defeito em Viga

Neste ponto do estudo, é perceptível que a detecção do defeito em viga é possível usando uma combinação das frequências naturais e modos de vibrar. Foi mostrado também que se tem uma condição ótima de detecção quando o defeito se localiza exatamente sobre um pico de um determinado modo de vibrar, condição esta, que vai se tornando mínima à medida que o defeito se aproxima de um ponto nodal. Também ficou evidenciado que ao passo que as variações das frequências naturais dão informação da severidade, os modos de vibrar podem indicar a posição do defeito, chegando com isso à identificação do defeito na viga.

Outra consideração que parte das análises realizadas é a de que os defeitos se evidenciam na estrutura através de modos preferenciais, uma vez que nos modos que ocorrem as maiores variações das frequências naturais, a provável posição do defeito fica restrita aos picos do respectivo modo de vibrar. A seleção sobre que pico é o da posição do defeito é o aspecto que falta para completar a detecção.

No procedimento proposto nesta investigação este aspecto é realizado calculando através de um modelo de viga com defeito um conjunto de frequências naturais para cada posição candidata, que são os picos da forma de vibrar do modo sensível. Parte-se do princípio que o conjunto das variações das frequências naturais gera um perfil próprio para cada cenário de defeito na viga. Então, o melhor fator de correlação calculado entre os conjuntos das frequências naturais obtidas do modelo para cada posição candidata e o conjunto das frequências naturais conhecidas indica o pico mais provável de ser a posição do defeito.

5.2.1. Aplicação do procedimento de detecção de defeito

Para fins de análise será testado o procedimento de detecção de defeito proposto para uma dada posição e severidade já escolhida num dos cenários da Tab.(5.9). A sequência das fases de identificação será conforme a

metodologia já apresentada no capítulo 4, e cujos passos são resumidos a seguir.

- 1) Dados das frequências naturais do 2º ao 8º modo para uma viga sem defeito e com defeito em $\beta=0,125$ e severidade $\alpha=0,5$ e suas variações relativas são mostradas na Tab.(5.14), estes são os dados de entrada necessários ao procedimento;

Tabela 5.14. Frequências naturais dos modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre sem e com defeito: $\beta=0,125$ e $\alpha=0,5$ e suas variações relativas.

	$\beta=0,125; \alpha=0,500$ - Cenário C5						
	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
ω_{n_SD}	32,732	91,651	179,600	296,890	443,502	619,436	824,693
ω_{n_CD}	32,473	91,640	178,977	293,242	435,140	607,909	814,060
$\Delta\omega/\omega_{SD}[\%]$	0,791	0,012	0,347	1,229	1,885	1,861	1,289

Colocando os dados das variações das frequências naturais num gráfico de barras versus o modo é mais prático visualizar quais dos modos são os modos sensíveis para o cenário de defeito. O gráfico de barra para este cenário é mostrado na Fig.(5.15).

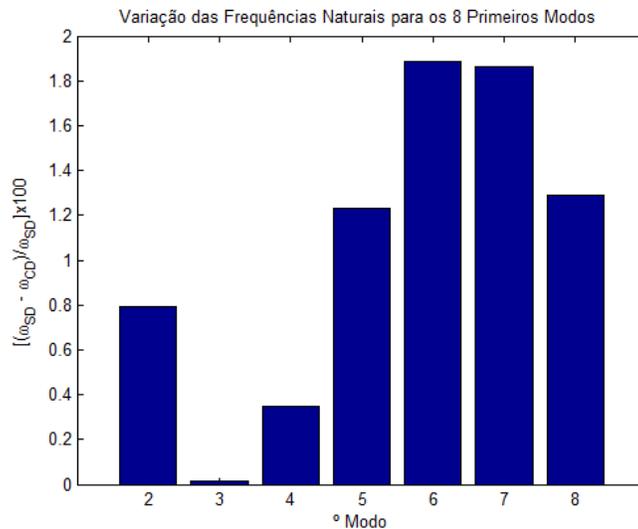


Figura 5.15. Variações das frequências naturais versus modos de vibrar para os modos 2 a 8 de uma viga engastada-livre com defeito.

- 2) Os modos sensíveis observando o gráfico de barras no passo 1 são aqueles de maior variação na frequência natural, portanto, o 6º e 7º modo. Foi considerado o modo de maior variação, assim o 6º modo foi escolhido;
- 3) Os respectivos picos desse modo sensível são: $\beta_i = 0,1325; 0,3185; 0,4995; 0,6815; 0,8595$, para $i=1\dots5$;
- 4) Assumindo-se $\beta_1=0,1325$ e $\alpha_i=0,05:0,05:0,5$, por exemplo, e com estas informações entra-se na rotina do modelo de viga com defeito e calcula-se as variações da frequência natural do modo sensível (6º modo) para cada cenário de β_1 e α_j ;
- 5) Amplia-se os dados obtidos no passo 4 por um processo de interpolação, neste trabalho é usado o comando *spline* do software Matlab, que é uma interpolação cúbica dos dados;
- 6) Dos dados interpolados monta-se a curva da variação da frequência natural do modo sensível versus severidade e dela retira-se severidade candidata á severidade do defeito ($\alpha_1=0,492$), entrado com valor da variação da frequência do modo sensível (1,885), como mostra a Fig.(5.16);

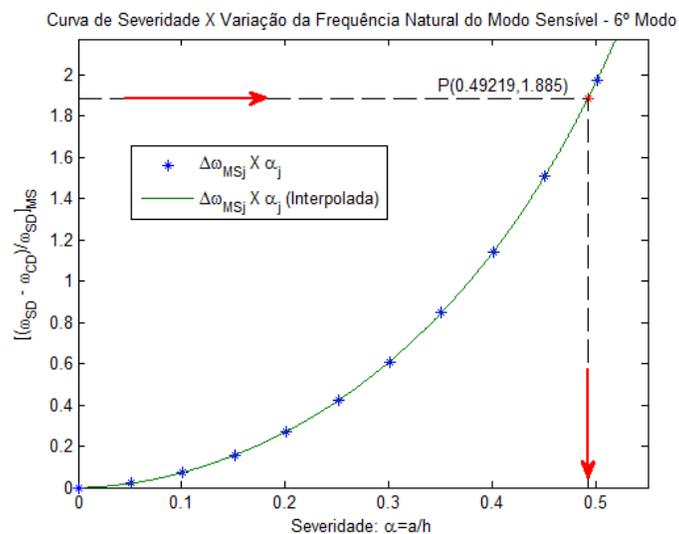


Figura 5.16. Curva da variação da frequência natural do 6º modo sensível versus a severidade do defeito para obtenção do α_1 .

- 7) Com as informações da posição ($\beta_1=0,132$) e severidade ($\alpha_1=0,492$) candidatas executa-se novamente o modelo da viga com defeito para obtenção do conjunto das variações das frequências naturais candidatas. Estes dados são mostrados na Tab.(5.15).

Tabela 5.15. Variações das frequências naturais para a viga com defeito na posição e severidade candidata: $\alpha_1=0,492$; $\beta_1=0,132$.

$\alpha_1=0,492$; $\beta_1=0,132$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,642	0,000	0,479	1,383	1,883	1,648	0,957
DLAC [%]	98,22						

- 8) Um fator de correlação entre as variações das frequências naturais de entrada e aquelas obtidas no passo 7 é calculado. Neste procedimento foi usado o fator de correlação definido na Eq.(2.3), denominado DLAC, seu valor foi calculado e mostrado na última linha da Tab.(5.15);
- 9) As fases de 4 a 8 são repetidas para as demais posições candidatas. Os resultados gerados para cada valor de posição e severidade candidata calculado são mostrados na Tab.(5.16).

Tabela 5.16. Variações das frequências naturais para a viga com defeito nas posições e severidades candidatas: α_i ; β_i , $i=2...5$.

$\alpha_2=0,463$; $\beta_2=0,318$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,570	1,688	0,304	0,589	1,888	0,537	0,321
DLAC [%]	47,54						
$\alpha_3=0,464$; $\beta_3=0,500$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	2,049	0,001	1,948	0,000	1,888	0,000	1,831
DLAC [%]	41,38						
$\alpha_4=0,465$; $\beta_4=0,682$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	1,308	2,192	0,374	0,560	1,885	0,539	0,326
DLAC [%]	39,37						

$\alpha_5=0,444; \beta_5=0,860$							
	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7	Modo 8
$(\Delta\omega/\omega_{SD})$ [%]	0,104	0,553	1,294	1,883	1,887	1,330	0,583
DLAC [%]	75,76						

10) Pela observação dos fatores de correlação calculados na fase 9 verifica-se que o par de posição e severidade estimada do defeito é $\alpha_1=0,492$; $\beta_1=0,132$ com o fator de correlação DLAC=98,22%. Os erros percentuais alcançados na detecção do defeito para severidade e posição são de 1,562% e 5,6%, respectivamente.

A estimativa da posição e severidade do defeito para os demais cenários escolhidos é apresentada na Tab.(5.17), sendo realizada considerando inicialmente modos de 2 a 8.

Tabela 5.17. Identificação de defeito em um modelo de viga com defeito e avaliação dos resultados dos testes.

Cenários	Modo Sensível (MS)	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
		$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
C12	5	0,375	0,250	0,389	0,246	3,867	1,777
C17	2	0,500	0,150	0,471	0,155	5,800	3,333
C6	7	0,250	0,050	0,269	0,046	8,000	7,604

Dos resultados mostrados na Tab.(5.17) é possível afirmar que o procedimento foi capaz de identificar o defeito no modelo de viga com boa precisão. Acredita-se que os valores da precisão podem ser melhorados se considerados um número maior de modos na análise.

Seja, por exemplo, o cenário C5 com o número de modos a ser considerado ampliado para até 20 modos. O gráfico de barras das variações das frequências naturais versus os modos são mostrados na Fig.(5.17).

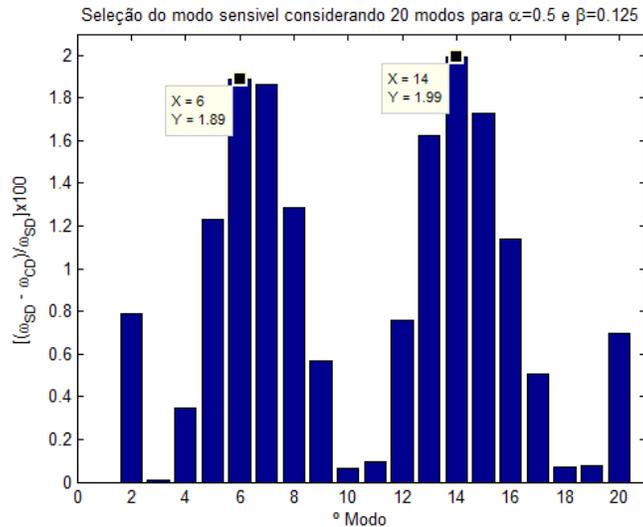


Figura 5.17. Seleção do modo sensível pela variação da frequência natural com 20 modos de uma viga engastada-livre para o cenário C5.

Observando este gráfico percebe-se que entre os candidatos a modo sensível está o 14º modo, considerou-se então este como modo sensível e aplicou-se o procedimento de identificação do defeito.

O mesmo foi realizado para os demais cenários testados, a solução desta identificação é mostrada na Tab.(5.18).

Tabela 5.18. Identificação de defeito em modelos de viga com defeito pelo método proposto considerando 20 modos do sistema.

Cenários	Modo Sensível (MS)	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
		$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
C5	14	0,125	0,500	0,128	0,501	2,400	0,200
C12	5	0,375	0,250	0,389	0,246	3,867	1,777
C17	4	0,500	0,150	0,501	0,149	0,200	0,667
C6	19	0,250	0,050	0,256	0,046	2,400	7,604

Os resultados da nova estimativa dos defeitos para os cenários escolhidos mostram um aumento significativo na precisão das estimativas de posição e severidade do defeito. Excetua-se o cenário C12 que mesmo considerando 20 modos, o quinto modo permanece como o de maior variação de frequência natural, portanto, permanecem os resultados.

Quanto ao C6, o aumento na precisão dos resultados só foi observado para a posição do defeito, permanecendo o mesmo valor de severidade estimada. Uma justificativa para isto é o fato de que as curvas da variação da frequência natural versus a severidade do defeito para os modos sensíveis se sobrepõe no domínio das baixas severidades, fornecendo praticamente o mesmo valor de severidade para qualquer modo sensível, conforme pode ser visualizado nas curvas da Fig.(5.8).

De forma geral o procedimento proposto para identificação de defeito em viga baseando-se nas frequências naturais e modos de vibrar se mostrou eficiente na identificação dos defeitos para os cenários gerados numericamente. Mostrou-se ainda que a precisão pode ser melhorada quando se considera um número maior de modos, porém na prática pode haver limitação da instrumentação e outras fontes.

Uma vantagem importante que se deve destacar no procedimento proposto é que não houve a necessidade de se calcular os modos de vibrar para a viga com defeito, para se obter os picos candidatos. Isto se deve ao fato de que os modos de vibrar são propriedades intrínsecas da estrutura e independente de ter defeito ou não os picos de cada modo permanecerão em suas posições ao longo da estrutura. Isto também viabiliza a identificação para os casos experimentais, não havendo necessidade de se obter os modos de vibrar experimentalmente, bastando um bom modelo para obtenção dos picos candidatos.

5.2.2. Comparação de resultados numéricos

Com a finalidade de comparar os resultados obtidos pelo procedimento de identificação proposto de defeito em viga e considerando novos métodos de detecção baseado no reconhecimento de padrões, a seguir é aplicado aos cenários de viga com defeito apresentados nos tópicos anteriores deste capítulo com uma metodologia de identificação proposta por Hadjileontiadis et al. (2005).

O método é baseado no cálculo de uma propriedade fractal denominada de *Fractal Dimension* (FD) e dada pela Eq.(2.5). O procedimento de identificação consiste em subdividir o primeiro modo de vibrar da viga e sobre

cada trecho do sinal calcular o valor de FD e montar uma curva FD versus comprimento da viga, representado pelo valor médio entre os pontos considerados em cada trecho.

A localização do defeito é realizada considerando a posição do pico de maior amplitude na curva montada pelos valores de FD's, conforme mostra a Fig.(5.18).

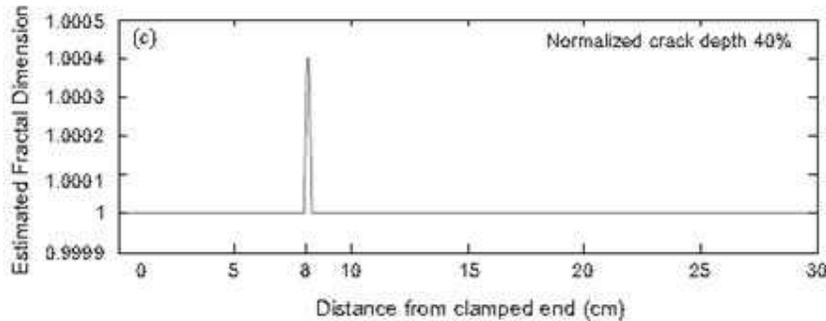


Figura 5.18. FD estimado como uma função da distância ao longo da viga defeituosa (local do defeito $x=0,8$ cm). Fonte: Hadjileontiadis et al. (2005).

O número de pontos que formam a curva do modo de vibrar tem que ser elevado, pois como a FD é sensível as mudanças na curva, uma baixa resolução da mesma seria entendido como distorções. Diante disto é usada uma função de interpolação para suavização da curva, sendo recomendada pelos autores do método uma função de interpolação cúbica.

A localização do defeito sendo realizada gera-se a partir de um modelo teórico da viga uma curva das amplitudes de FD versus a severidade do defeito para aquela posição. Nesta curva se entra com a ordenada, amplitude do pico FD relativo ao da identificação da posição para encontrar a abscissa na forma de severidade do defeito, detalhe da estimação da severidade é mostrado na Fig.(5.19).

Nesta figura com o valor de FD igual a 1,0019, encontrado num procedimento de identificação da posição pelo máximo de uma curva FD, se entrou com este valor no eixo das ordenadas e através da curva se chegou a uma abscissa de 32,3 de severidade normalizada.

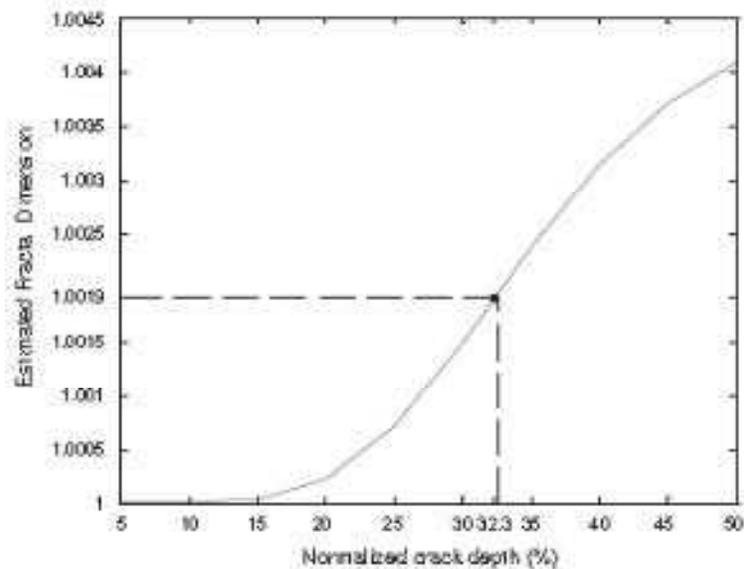


Figura 5.19. Mapeamento da severidade do defeito pelas amplitudes de FD. Fonte: Hadjileontiadis et al.(2005).

A fim de esclarecer os passos do procedimento baseado na FD é considerado o cenário C5 da viga com defeito. A Fig.(5.20a) mostra as curvas do primeiro modo de vibrar da viga engastada-livre sem e com defeito em $\beta=0,125$ com severidade $\alpha=0,5$. A Figura (5.20b) é composta de dois sistemas de coordenadas, uma em azul, das amplitudes FD (lado esquerdo) versus β (eixo inferior) e a outra em preto das amplitudes FD (lado direito) versus a severidade do defeito $\alpha=a/h$ (eixo superior).

Calculando os valores de FD para a curva do primeiro modo da viga com defeito se chega à curva em azul, mostrada na Fig.(5.20b) que mostra um pico entre os valores de 0,1 e 0,2 para β . Aplicando uma rotina de busca pelo ponto máximo da curva neste intervalo, é identificada de forma precisa a posição do defeito, que está localizado na posição adimensional de 0,125 da viga.

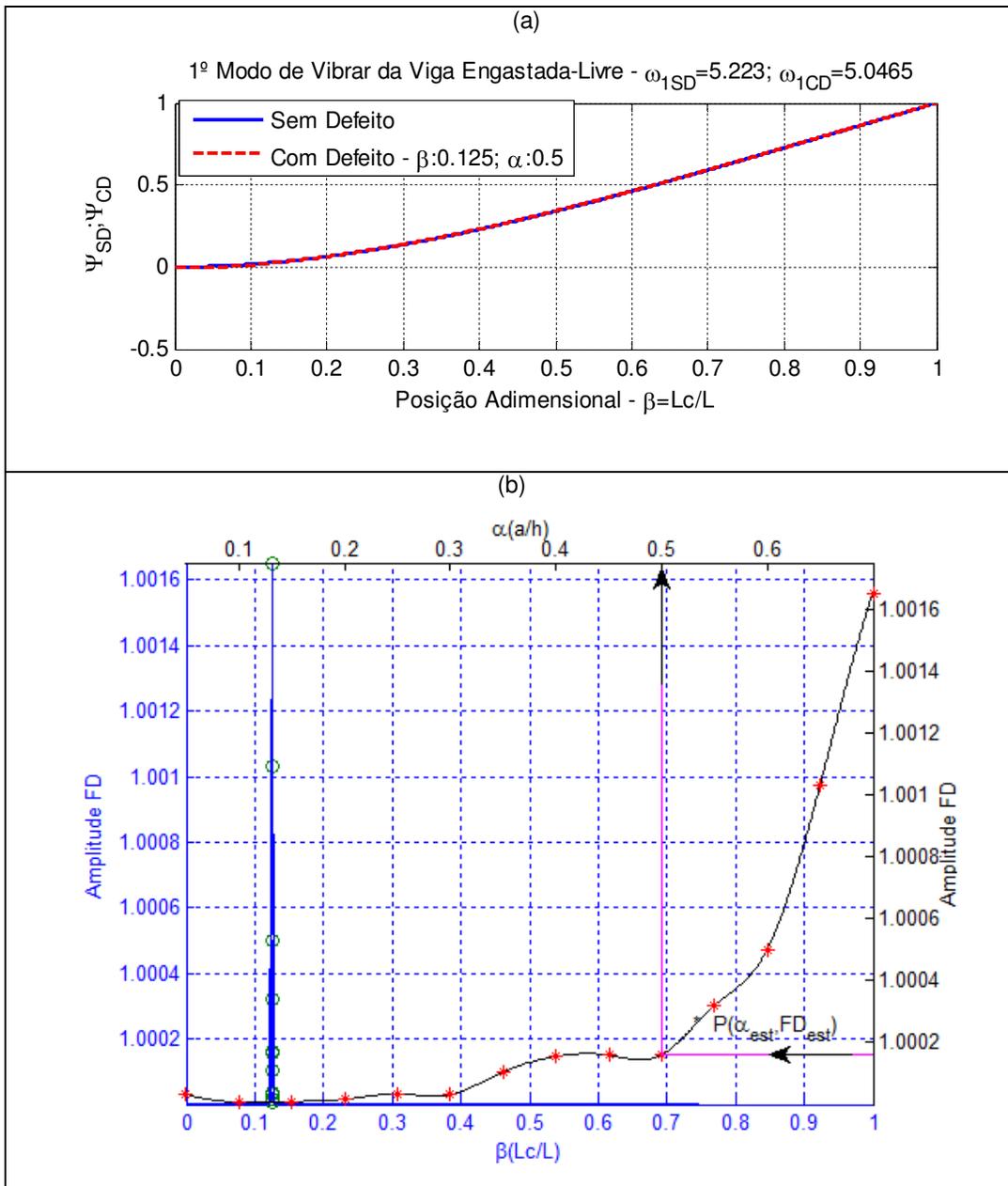


Figura 5.20. (a) Curva do 1º modo de vibrar; (b) Mapeamento da severidade do defeito pelas amplitudes de FD.

Com respeito à severidade do defeito, uma vez conhecida a posição, calcula-se várias severidades através de um modelo de viga com defeito, aqui usado o modelo baseado na relação de Paipetis & Dimaragonas (1983), que permitiu chegar aos pontos representados pelos asteriscos em vermelho na Fig.(5.20b). Na sequência uma interpolação cúbica dos pontos foi realizada

resultando na curva de cor preta, onde se entra com o valor da amplitude do pico FD da identificação da posição do defeito, pelo eixo das ordenadas e através da curva chega-se ao par ordenado cuja abscissa permite estimar o valor da severidade do defeito.

A aplicação deste procedimento para identificação de defeito para este cenário e os demais são calculados e mostrados da Tab.(5.19).

Tabela 5.19. Identificação de defeito em um modelo de viga com defeito pelo método do *Fractal Dimension* (FD).

Cenários	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
C5	0,125	0,500	0,1240	0,4900	0,800	2,000
C12	0,375	0,250	0,3735	----	0,400	----
C17	0,500	0,150	0,4995	----	0,100	----
C6	0,250	0,050	0,2505	----	0,200	----

A Tabela (5.19) mostra a identificação do defeito para os cenários dos defeitos pelo método do *Fractal Dimension* (FD), discutidos anteriormente. Em três dos quatro cenários não foi possível a estimação da severidade do defeito, isto porque no passo de construção da curva mostrada na Fig.(5.19) não foi possível se obter um comportamento crescente das amplitudes dos máximos FDs com o crescimento da severidade do defeito. Este comportamento teórico era esperado para viabilizar a estimação da severidade.

As curvas dos picos de amplitude FD versus severidade do defeito para os cenários testados são mostrados na Fig.(5.21). Nelas é possível observar que para os cenários C12, C17 e C6, os valores dos máximos FD's oscilam na região da curva onde estaria as severidades a estimar apresentando inclusive mais de uma severidade para um mesmo valor do máximo FD. Como os autores do método afirmam, este procedimento é altamente dependente da posição do defeito e isto é devido as diferentes inclinações que o modo de vibrar assume ao longo do comprimento da viga, isto possivelmente seria o motivo pelo qual não se conseguiu estimar algumas das severidades.

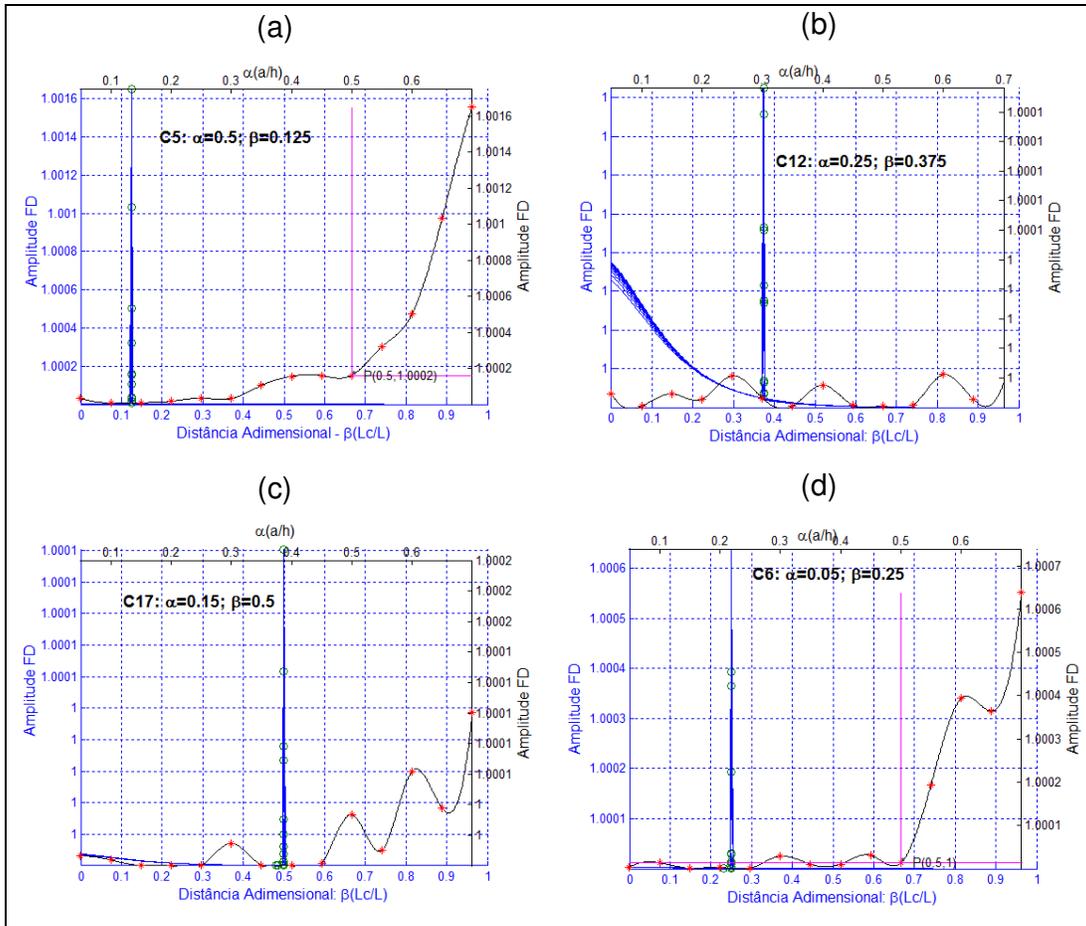


Figura 5.21. Identificação de defeito usando FD. Curva em azul dos valores FD para o 1º modo de vibrar e curva na cor preta uma interpolação cúbica das amplitudes da curva FD para severidades de [0,05:0,05:0,7].

CAPÍTULO 6

6. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO

Para validar a metodologia de identificação de defeito proposta no capítulo anterior, foram realizados vários experimentos com uma viga de alumínio montada numa bancada simulando alguns cenários de defeito, conforme a metodologia proposta no Capítulo 4. Dentre os vários cenários de defeitos idealizados, serão apresentados alguns resultados experimentais visando compará-los com os resultados teóricos de modo a permitir uma análise e discussão sobre a viabilidade do modelo e implementação da técnica de identificação proposta.

6.1. Resultados da Viga Intacta (Sem Defeito)

A Tabela (6.1) mostra as frequências naturais da viga intacta, obtidas experimentalmente via análise modal, seguidos de seus respectivos valores teóricos obtidos no Capítulo 5. A terceira coluna da tabela apresenta os respectivos erros percentuais relativos entre os valores teóricos (ω_t) e experimentais (ω_e), onde observa-se que para as primeiras 8 frequências naturais esses valores não ultrapassam 1,3%, confirmando a boa coerência com o modelo de viga proposto.

Tabela 6.1. Frequências naturais teóricas e experimentais para uma viga engastada-livre sem defeito.

Frequências Naturais dos Modos de 1 a 8			
Modos	Teórica [Hz]	Experimental [Hz]	$((\omega_t - \omega_e) / \omega_t) \times 100$
1	5,213	5,218	-0,098
2	32,732	32,501	0,706
3	91,651	90,820	0,907
4	179,600	177,700	1,058
5	296,889	293,790	1,044
6	443,501	437,900	1,263
7	619,436	619,840	-0,065
8	824,694	821,040	0,443

Um aspecto importante a ser observado é que, geralmente, nos procedimentos de identificação encontrados na literatura exige-se o conhecimento a priori de uma condição que sirva de referência àquela que se

está analisando. Isto às vezes é um problema visto que nem sempre se tem um histórico das medidas da estrutura quando da sua instalação e operação em condições de projeto. Entretanto, considerando a simplicidade da geometria da viga adotada, o uso das frequências naturais teóricas pode ser convenientemente usado como medidas de referência para o processo de identificação de defeitos.

6.2. Resultados da Viga com Defeito

A Tab.(6.2) apresenta as frequências naturais obtidas experimentalmente através da introdução de um defeito no meio da viga, simulado através um entalhe usinado com fresa de topo, que serão utilizadas como dados de entrada para a identificação do defeito na viga experimental para sete cenários considerando a posição do defeito fixa ($\beta=0,5$) e vetor de severidades crescentes, $\alpha=[0,087 \ 0,132 \ 0,161 \ 0,201 \ 0,236 \ 0,309 \ 0,472]$. Para uma melhor comparação entre os resultados teóricos e experimentais, os dados numéricos foram também compilados e se encontram reproduzidos na Tab.(6.3).

Analisando os dados mostrados na Tab.(6.2), observa-se de forma geral que os erros relativos às variações das frequências naturais (colunas em cor cinza), apresentam tendência crescente quando a severidade do defeito aumenta. Porém, pode-se notar que nos dados coletados da segunda frequência natural, representada pelos cenários experimentais de severidades $E1=0,087$ e $E2=0,132$, que não existe mudança nas variações daquela frequência. Isto provavelmente está ligado à limitação do aparato experimental refletindo como uma falta de sensibilidade na detecção do defeito até essa condição inicial de severidade.

Tabela 6.2. Frequências naturais de cenários experimentais e suas variações percentuais relativas com relação á um estado de referência $\Delta = \text{abs}[(\omega_{SD} - \omega_{CD}) / \omega_{SD}] \times 100$.

				2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
				ω_{2_SD}		ω_{3_SD}		ω_{4_SD}		ω_{5_SD}		ω_{6_SD}		ω_{7_SD}		ω_{8_SD}	
				32,501[Hz]		90,820[Hz]		177,700[Hz]		293,790 [Hz]		437,90 [Hz]		619,840 [Hz]		821,040 [Hz]	
		$\beta = \frac{L_c}{L}$	$\alpha = \frac{a}{h}$	ω_{2_CD}	Δ^*	ω_{3_CD}	Δ^*	ω_{4_CD}	Δ^*	ω_{5_CD}	Δ^*	ω_{6_CD}	Δ^*	ω_{7_CD}	Δ^*	ω_{8_CD}	Δ^*
				[Hz]	[%]												
Cenários Experimentais	E1	0,500	0,087	32,410	0,280	90,729	0,100	177,520	0,101	293,700	0,031	437,810	0,020	620,010	0,027	820,290	0,091
	E2	0,500	0,132	32,410	0,280	90,729	0,100	177,340	0,202	293,520	0,092	437,070	0,189	619,070	0,124	818,980	0,251
	E3	0,500	0,161	32,318	0,563	90,637	0,201	177,150	0,309	293,520	0,092	437,160	0,169	618,570	0,205	818,210	0,345
	E4	0,500	0,201	32,227	0,843	90,546	0,302	176,700	0,563	293,150	0,218	435,970	0,441	618,560	0,206	816,080	0,604
	E5	0,500	0,236	32,227	0,843	90,546	0,302	176,510	0,670	293,150	0,218	435,150	0,628	617,560	0,368	815,220	0,709
	E6	0,500	0,309	32,135	1,126	90,546	0,302	175,960	0,979	293,060	0,248	433,960	0,890	618,360	0,239	812,670	1,019
	E7	0,500	0,472	31,586	2,815	90,271	0,604	173,130	2,572	292,370	0,483	427,770	2,313	616,130	0,598	801,500	2,380

Tabela 6.3. Frequências naturais de cenários numéricos e suas variações percentuais relativas á um estado de referência
 $\Delta = \text{abs}[(\omega_{SD} - \omega_{CD}) / \omega_{SD}] \times 100$

				2º Modo		3º Modo		4º Modo		5º Modo		6º Modo		7º Modo		8º Modo	
				ω_{2_SD}		ω_{3_SD}		ω_{4_SD}		ω_{5_SD}		ω_{6_SD}		ω_{7_SD}		ω_{8_SD}	
				32,732[Hz]		91,651[Hz]		179,600[Hz]		296,889 [Hz]		443,501 [Hz]		619,436 [Hz]		824,694 [Hz]	
				ω_{2_CD}	Δ^*	ω_{3_CD}	Δ^*	ω_{4_CD}	Δ^*	ω_{5_CD}	Δ^*	ω_{6_CD}	Δ^*	ω_{7_CD}	Δ^*	ω_{8_CD}	Δ^*
		$\beta = \frac{L_c}{L}$	$\alpha = \frac{a}{h}$	[Hz]	[%]												
Cenários Teóricos	T1	0,500	0,087	32,710	0,066	91,650	0,000	179,483	0,064	296,889	0,000	443,219	0,064	619,436	0,000	824,165	0,064
	T2	0,500	0,132	32,685	0,145	91,650	0,000	179,344	0,142	296,889	0,000	442,878	0,141	619,436	0,000	823,532	0,141
	T3	0,500	0,161	32,663	0,211	91,650	0,000	179,228	0,206	296,889	0,000	442,588	0,206	619,436	0,000	823,000	0,205
	T4	0,500	0,201	32,625	0,326	91,650	0,000	179,029	0,317	296,889	0,000	442,101	0,316	619,436	0,000	822,102	0,314
	T5	0,500	0,236	32,586	0,447	91,650	0,000	178,816	0,436	296,889	0,000	441,581	0,433	619,436	0,000	821,145	0,430
	T6	0,500	0,309	32,732	0,784	91,650	0,000	179,599	0,761	296,889	0,000	443,501	0,751	619,436	0,000	824,694	0,742
	T7	0,500	0,472	32,030	2,144	91,649	0,001	175,941	2,037	296,889	0,000	434,759	1,971	619,436	0,000	808,953	1,909

A Figura (6.1) reúne a descrição do comportamento das variações das frequências naturais com a severidade de defeito para todos os modos considerados nas Tabs.(6.2) e (6.3). As curvas dos dados experimentais são apresentadas em linha cheia e as teóricas em linha tracejada. A legenda sinaliza as cores das curvas para o mesmo modo em todas as condições de severidade.

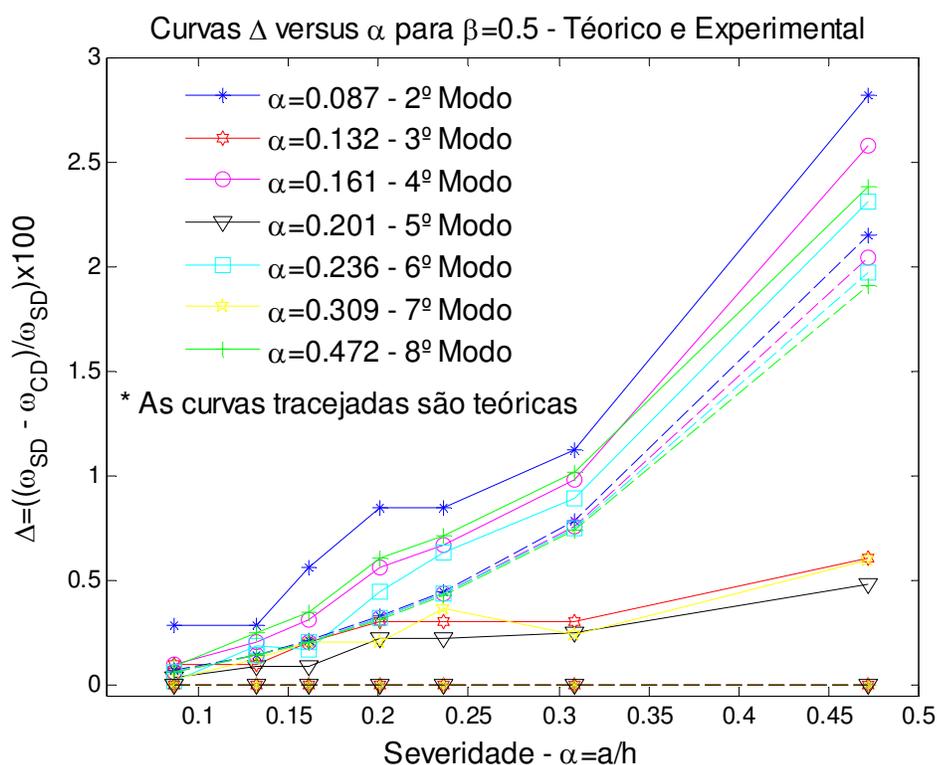


Figura 6.1. Comparação dos dados experimentais e teóricos para vários cenários de defeitos localizados no meio da viga.

Uma das primeiras observações sobre estas curvas é a de que existe uma boa correlação entre os comportamentos das curvas experimentais e as teóricas. Outro detalhe importante de ser observado é que os modos pares apresentam maior sensibilidade às mudanças nas frequências naturais da viga do que os modos ímpares. Nota-se ainda que o segundo modo, tanto nos dados experimentais como teóricos, mostra ser o de maior sensibilidade para todos os cenários de testes considerados. Esta situação vem corroborar uma

das idéias usadas no procedimento de identificação proposto, de que alguns modos são mais sensíveis à variação da severidade que outros, e assim validando a tese de que o defeito influencia alguns modos preferenciais da viga.

6.3. Análise do Procedimento de Identificação Proposto

6.3.1. Seleção dos modos sensíveis

Na primeira fase do procedimento de identificação de defeito em viga proposto, se realiza a seleção dos modos sensíveis na faixa das frequências naturais consideradas. Para isso as variações relativas das frequências naturais são calculadas e podem ser melhores visualizadas na forma de gráficos de barras, conforme é mostrado nas Fig.(6.2) e Fig.(6.3), para os dados teóricos e experimentais, respectivamente. Cada conjunto de barras de mesma cor representa a variação relativa das frequências naturais para os modos de um cenário de defeito na viga.

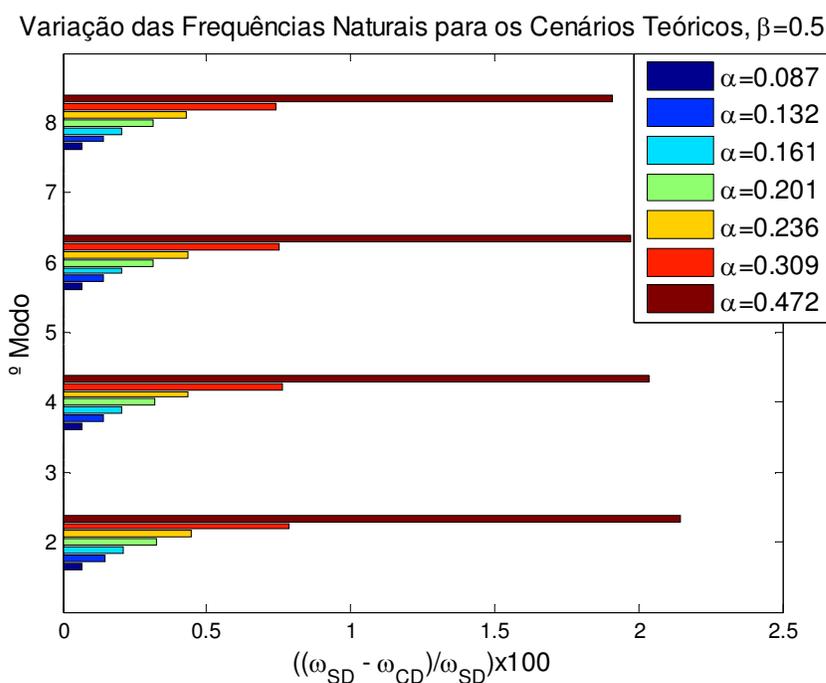


Figura 6.2. Gráfico de barras para seleção do modo sensível dos dados teóricos.

Variação das Frequências Naturais para os Cenários Experimentais, $\beta=0.5$

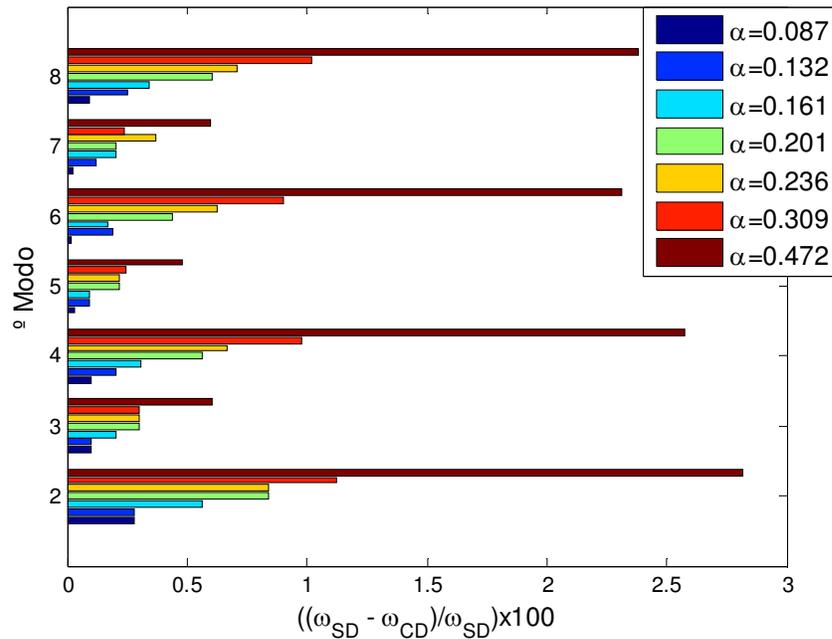


Figura 6.3. Gráfico de barras para seleção do modo sensível dos dados experimentais.

Comparando os gráficos das Figs.(6.2) e (6.3) é possível visualizar mais uma vez que existe uma boa concordância entre os comportamentos de dados numéricos e experimentais. É observado ainda que de forma geral os modos pares se sobressaem em amplitudes de variação das frequências naturais entre os modos considerados.

Para os cenários experimentais esperava-se, no entanto, um mínimo de variação para os modos ímpares, ou seja, o que idealmente está apresentado para os cenários teóricos. Isto possivelmente se deve á erros operacionais comuns na obtenção de dados experimentais, tais como, a exatidão na posição e largura do defeito criado, das condições de engaste e dimensões da viga.

Uma vez que os modos pares são os de maior amplitude de variação de frequência natural e os ímpares de amplitude reduzida, baseado em análises já realizadas no capítulo 5 para o cenário C17 pode-se prever que o defeito se localiza nas proximidades do meio da viga, onde possivelmente os modos de vibrar dos modos pares possuem picos nesta posição, o que se pode confirmar

pelos dados mostrados na Tab.(5.4) e repetidos na Tab.(6.4) pelos valores nas células sombreadas em cor cinza.

Tabela 6.4. Picos dos modos de vibrar de uma viga engastada-livre.

Posições dos picos dos 8 modos de vibrar de uma viga engastada-livre de 1 m de comprimento [m]								
Modos	1º	--	--	--	--	--	--	--
	2º	0,4705	--	--	--	--	--	--
	3º	0,2915	0,6925	--	--	--	--	--
	4º	0,2075	0,5005	0,7795	--	--	--	--
	5º	0,1615	0,3895	0,6115	0,8285	--	--	--
	6º	0,1325	0,3185	0,4995	0,6815	0,8595	--	--
	7º	0,1115	0,2695	0,4235	0,5765	0,7305	0,8815	--
	8º	0,0965	0,2335	0,3665	0,5005	0,6335	0,7665	0,8975

Conforme já comentado, a seleção do modo sensível é possível de ser realizado pelos gráficos das Figs.(6.2) e (6.3), e que o segundo e quarto modos tanto experimental quanto teórico para todos os cenários pode ser um dos modos sensíveis a ser escolhido, visto ser o de maior variação em frequência natural.

Percebe-se que as amplitudes de variação das frequências naturais dos modos pares para os cenários teóricos são aproximadamente iguais, enquanto que para os dados experimentais esta tendência é apenas observada para valores de severidades acima de $E3=0,201$, para os cenários com severidade abaixo de $E3$, embora os modos pares têm se destacado e entre eles mais ainda o segundo modo, os demais modos pares possuem amplitudes bem diferentes entre si, isto possivelmente se deve a imprecisão experimental.

6.3.2. Estimativa da severidade do defeito

O próximo passo no procedimento de identificação de defeito na viga é gerar através do modelo de viga com defeito a curva de variação da frequência natural do modo sensível versus severidade do defeito e nesta curva entrar com o valor da variação da frequência natural do segundo modo medido, para finalmente estimar a severidade do defeito. A Tab.(6.5) mostra a estimativa da posição e severidade do defeito para os dados teóricos relativos ao segundo e quarto modo, e a Tab.(6.6) para os respectivos dados experimentais.

Tabela 6.5. Estimativa da posição e severidade de cenários gerados numericamente

Cenários	Modo Sensível (MS)	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
		$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
T1	2	0,500	0,087	0,4705	0,0899	5,900	3,333
T1	4	0,500	0,087	0,5005	0,0869	0,100	0,115
T2	2	0,500	0,132	0,4705	0,1356	5,900	2,727
T2	4	0,500	0,132	0,4995	0,1321	0,100	0,075
T3	2	0,500	0,161	0,4705	0,1667	5,900	3,540
T3	4	0,500	0,161	0,5005	0,1610	0,100	0,003
T4	2	0,500	0,202	0,4705	0,2080	5,900	2,970
T4	4	0,500	0,202	0,5005	0,2018	0,100	0,099
T5	2	0,500	0,236	0,4705	0,2423	5,900	2,669
T5	4	0,500	0,236	0,5005	0,2361	0,100	0,042
T6	2	0,500	0,309	0,4705	0,3174	5,900	2,718
T6	4	0,500	0,309	0,5005	0,3900	0,100	0,012
T7	2	0,500	0,472	0,4705	0,4819	5,900	2,097
T7	4	0,500	0,472	0,5005	0,4719	0,100	0,021

Na estimativa das características do defeito pelo método proposto para os cenários numéricos verifica-se a partir da Tab.(6.6) uma ótima precisão na identificação do defeito com erros relativos da ordem de até 6% para a posição e de até 3,5% para as severidades. Observa-se ainda que ao realizar a identificação por um modo mais alto, exemplo do 4º modo, por conta de um

maior número de picos ao longo da viga, a precisão tanto na estimativa da posição, quanto da severidade, aumentaram significativamente.

Há de se observar que os dados numéricos das frequências naturais para cada cenário foram gerados pelo modelo de viga com defeito usando a expressão de Paipetis & Dimarogonas (1983), e que no processo de identificação do defeito para cada cenário estava-se usando o mesmo modelo para gerar as curvas das variações das frequências naturais do modo sensível versus severidade.

Por conta de que os dados de entrada no procedimento de identificação tenham sido calculados pelo mesmo modelo que gerou o gráfico das severidades, os erros na estimativa da severidade do defeito foram relativamente baixos, ficando estes erros simplesmente por conta da imprecisão dos picos candidatos à posição do defeito. Isto vem mostrar que a precisão do método de identificação proposto na estimativa da severidade, em particular, é alta se o modelo usado para criar a curva de severidade for capaz de descrever de forma precisa as frequências naturais da estrutura.

Diante disso, calibrou-se o modelo da viga de Paipetis & Dimarogonas (1983), usado na identificação dos defeitos simulados para os cenários experimentais. A calibração baseou-se na busca por um fator multiplicativo da constante da mola torcional. Este procedimento foi realizado usando uma relação de compromisso entre os valores do fator multiplicativo da mola e os erros resultantes da estimativa da severidade de dois cenários de defeito, um de severidade pequena e outro de severidade maior, os cenários escolhidos foram os cenários E2 e E7. A Fig. (6.4) mostra o comportamento entre estes parâmetros e sinaliza onde aproximadamente ambos os erros da estimativa estão próximos de zero para os dois cenários considerados.

O fator multiplicativo escolhido foi o valor médio dos fatores que levam os cenários C2 e C7 a terem um erro de estimação da severidade próximo de zero, portanto, aproximadamente 0,4.

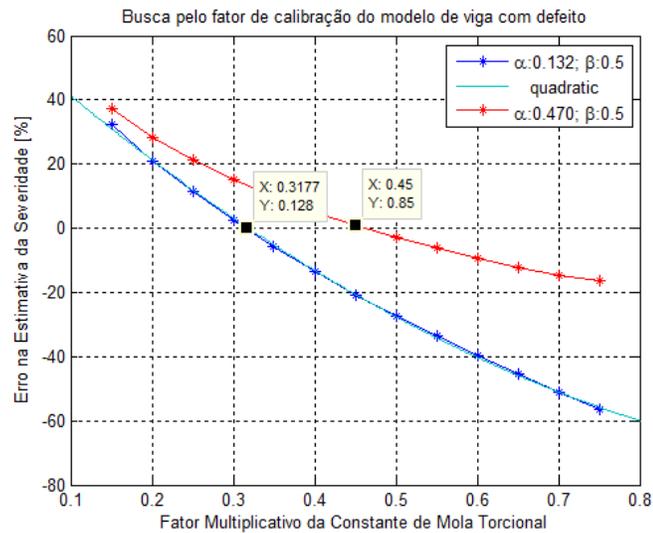


Figura 6.4. Curvas experimentais para obtenção do fator multiplicativo da constante de mola torcional.

O modelo para a viga com defeito foi atualizado e então se passou ao procedimento de identificação dos 7 cenários de defeito em viga. A Tab.(6.6) mostra os resultados da estimação da posição adimensional e severidade e seus respectivos erros nas duas últimas colunas.

Tabela 6.6. Estimativa da posição e severidade dos cenários experimentais

Cenários	Modo Sensível (MS)	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
		$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
E1	2	0,500	0,087	0,470	0,149	5,899	73,101
E1	4	0,500	0,087	0,501	0,147	0,100	69,982
E2	2	0,500	0,132	0,470	0,149	5,899	13,340
E2	4	0,500	0,132	0,501	0,147	0,100	11,298
E3	2	0,500	0,161	0,470	0,214	5,899	33,195
E3	4	0,500	0,161	0,501	0,211	0,100	31,345
E4	2	0,500	0,201	0,470	0,262	5,899	29,994
E4	4	0,500	0,201	0,501	0,258	0,100	28,386
E5	2	0,500	0,238	0,470	0,262	5,899	10,194
E5	4	0,500	0,238	0,501	0,259	0,100	8,831
E6	2	0,500	0,309	0,470	0,301	5,899	2,503
E6	4	0,500	0,309	0,501	0,298	0,100	3,466
E7	2	0,500	0,472	0,470	0,449	5,899	5,025
E7	4	0,500	0,472	0,501	0,450	0,100	4,740

Dos resultados apresentados na Tab.(6.6) verifica-se que o método foi capaz de identificar o defeito por suas características de posição e severidade para a maioria dos cenários testados. Os erros na estimativa da posição são pequenos e diminuí significativamente quando considerado como modo sensível um modo mais alto.

Observou-se que semelhante ao que ocorreu com os dados teóricos a precisão na estimação do defeito foi aumentada quando usado um modo de ordem mais alta, o 4º modo, ficando evidente que o método proposto aumenta sua capacidade de identificação do defeito quando os modos são de mais alta ordem.

6.4. Identificação do Defeito Usando *Fractal Dimension* (FD)

Conforme definido anteriormente a informação que é necessária á identificação do defeito numa viga engastada-livre pelo método baseado na FD é o primeiro modo de vibrar da viga. Este modo conforme definido na metodologia foi obtido via análise modal experimental para 51 pontos de medição conferindo para a viga de 1000 mm uma resolução em termos espaciais de 20 mm. Os mesmos cenários experimentais da viga testados pela metodologia de identificação proposto foram usados.

A identificação experimental do defeito por este método segue dois passos principais que é a identificação da posição a partir do pico da curva do *Fractal Dimension* (FD) e em seguida a severidade é estimada entrando numa curva que relaciona o pico FD e a severidade. Os dois passos são detalhados a seguir.

6.4.1. Identificação da posição do defeito

As Figuras (6.5a) e (6.5b) mostram o primeiro modo de vibrar para dois cenários de viga com um defeito menos severo e outro mais severo e os seus respectivos modos de vibrar para a viga sem defeito.

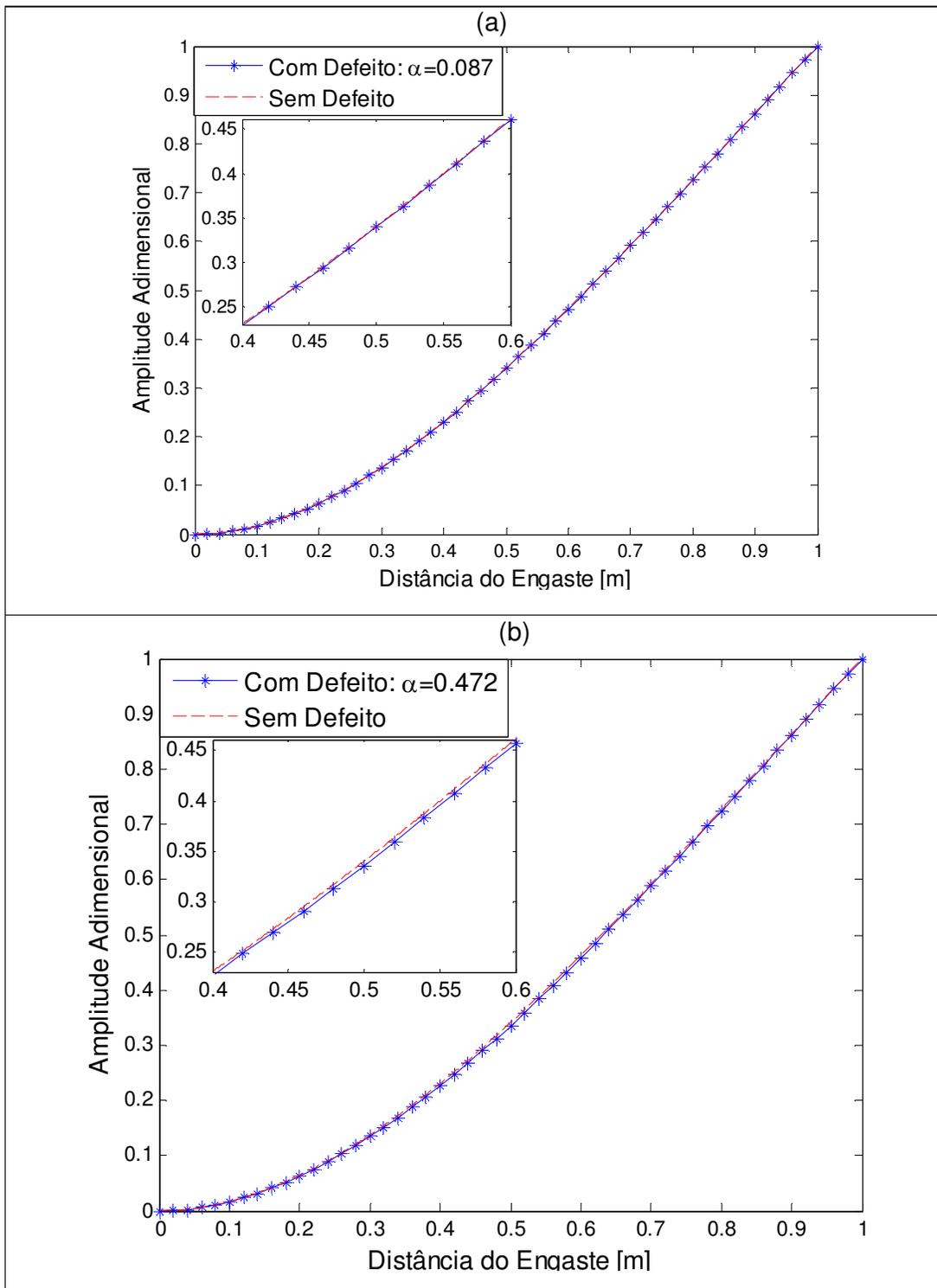


Figura 6.5. Curvas experimentais do primeiro modo de vibrar para viga com defeito em $\beta=0,5$ para dois cenários: (a) menos severo E1; (b) mais severo E7.

As curvas mostram os 51 pontos obtidos experimentalmente e uma curva que é dada pela interpolação cúbica dos valores experimentais. Uma ampliação na região da curva entre 0,4 e 0,6 do comprimento da viga é mostrada no quadro menor.

Observando as curvas da Fig.(6.5) percebe-se que mesmo diante de uma ampliação em torno da região do defeito pouco se percebe em termo de diferença do primeiro modo com defeito em relação ao primeiro modo da viga sem defeito. Chega-se a perceber alguma diferença já para o cenário de severidade mais alta (E7) para $\alpha=0,472$, e ainda assim a diferença não é localizada de forma á indicar pelo menos a posição do defeito.

Uma vez aplicada o conceito do *Fractal Dimension* (FD) sobre os primeiro modo de vibrar relativos a cada um dos 7 cenários do defeito (E1 a E7), chega-se as curvas apresentadas na Fig.(6.6).

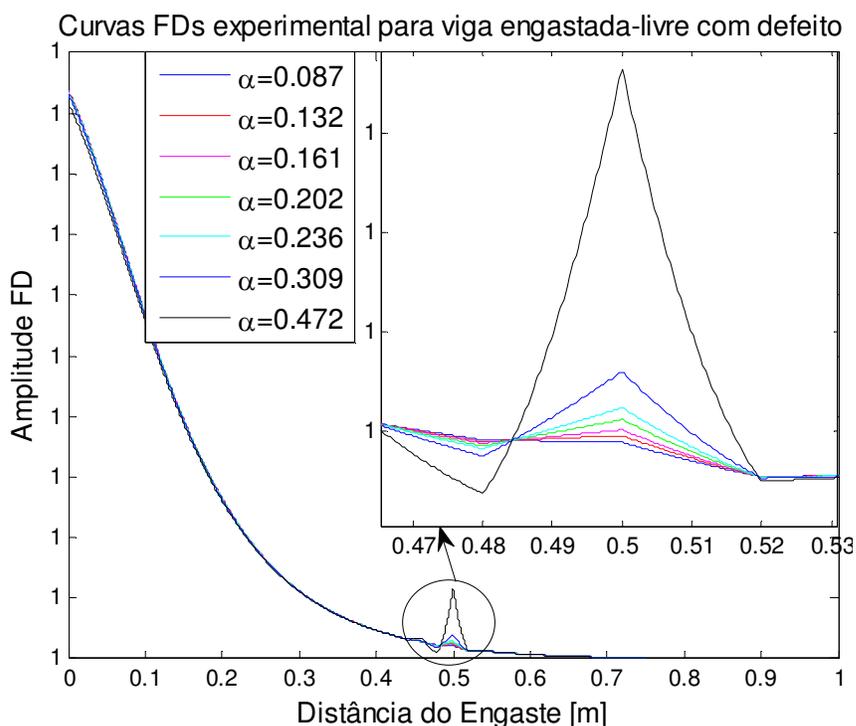


Figura 6.6. Curvas dos cálculos da FD para os cenários E1 e E7.

A Figura (6.6) mostra que a técnica de identificação baseada na FD é robusta na identificação da posição defeito. Para a viga experimental com

severidades até os 16% (cenários E1, E2 e E3) a mudança ocorrida na região do defeito foi muito sutil não aparecendo o pico esperado de amplitude do FD. Porém foi adotado o conceito da derivada do sinal para identificação automática deste ponto na curva e após esta operação todos os cenários tiveram a posição do defeito identificada.

A Fig.(6.7) mostra as derivadas das curvas FD para os cenários menos severo e mais severo, E1 e E7, respectivamente, onde é possível observar variações localizadas em torno da região do defeito na viga.

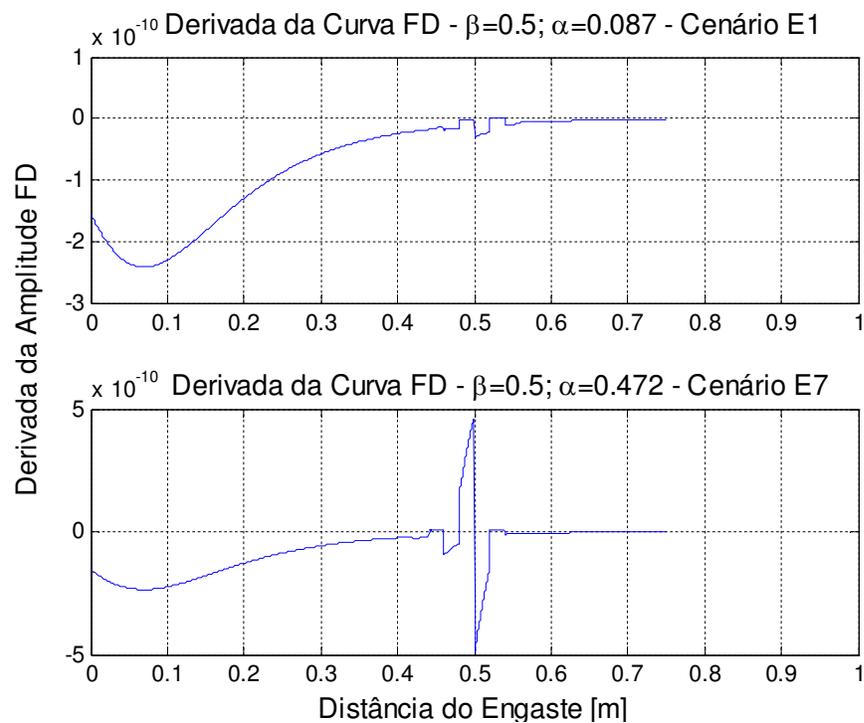


Figura 6.7. Gráfico da derivada da curva FD para os cenários E1 e E7.

Identificada a posição do defeito, o próximo passo na identificação pelo método da FD é construir através de um modelo de viga com defeito a curva dos máximos FD's versus severidades, para estimativa da severidade do defeito. Observa-se que esta curva já foi construída para teste dos dados numéricos da viga com defeito em $\beta=0,5$ e mostrada no gráfico da Fig.(5.21c). Este gráfico foi repetido na Fig.(6.8) a seguir e foi conservado o eixo das

amplitudes dos máximos FD's do lado esquerdo e da severidade na parte superior da figura.

O que se verifica a partir da curva da Fig.(6.8) é que o modelo usado para a viga com defeito não foi capaz de descrever um comportamento único entre o máximo valor FD e a severidade do defeito na viga estudada, inviabilizando a estimativa da severidade a partir desta curva. Diante disto será apresentada apenas a estimativa da posição do defeito pelo método baseado na FD.

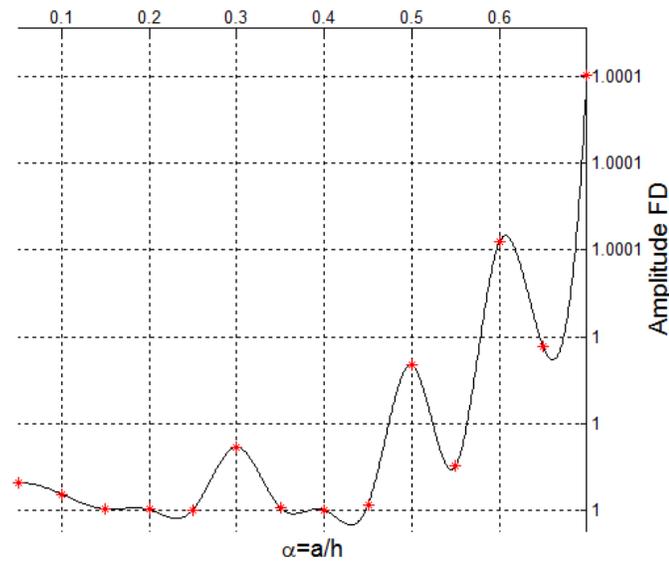


Figura 6.8. Gráfico da derivada da curva FD para os cenários E1 e E7.

A Tabela 6.7 mostra os valores da identificação da posição do defeito pelo método baseado na FD.

Tabela 6.7. Estimativa FD da posição dos cenários experimentais.

Cenários	Defeito Simulado		Defeito Estimado		Precisão da Estimativa [%]	
	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	$\beta(Lc/L)$	$\alpha(a/h)$	Erro β	Erro α
E1	0,500	0,087	0,519	----	-3,800	----
E2	0,500	0,132	0,479	----	4,200	----
E3	0,500	0,161	0,479	----	4,200	----
E4	0,500	0,201	0,499	----	0,200	----
E5	0,500	0,238	0,499	----	0,200	----
E6	0,500	0,309	0,499	----	0,200	----
E7	0,500	0,472	0,499	----	0,200	----

O método de identificação baseado na FD foi capaz de estimar com boa precisão a posição do defeito, não ultrapassando 4,2% de erro percentual na estimativa. As estimativas das severidades não estão sendo realizadas pela ausência de comportamento sempre crescente entre o parâmetro de máximo FD e a severidade, conforme mostra Fig.(6.8), não permitindo que se entre com o valor do máximo FD experimental e encontre o par ordenado com a severidade.

CAPÍTULO 7

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Tendo em vista a revisão bibliográfica realizada no tema relativo ao monitoramento da integridade estrutural de vigas sujeitas a defeitos tipo trinca, o estudo permitiu uma investigação numérica e validação experimental de algumas técnicas já consolidadas, especialmente quanto à detecção da posição do defeito. Porém, quanto à identificação experimental, observou-se que existem várias limitações nestes métodos, o que indica a necessidade de novos indicadores relacionados com a severidade do defeito.

Uma nova proposta de identificação de defeito em vigas comuns baseada na variação das frequências naturais e modos de vibrar foi apresentada. Para tal, uma estrutura tipo viga contendo um defeito localizado foi investigada tanto numérica quanto experimentalmente.

A fim de cumprir os três primeiros estágios do procedimento de identificação, a detecção foi realizada baseada na variação da frequência natural dada por uma diferença relativa percentual entre os estados da viga sem e com defeito. A identificação da posição do defeito foi realizada baseando-se na idéia de que para cada posição do defeito existe um perfil das variações das frequências naturais e que quanto mais frequências forem consideradas, mais precisa será a estimativa da posição.

Para a identificação da severidade, foram consideradas análises sobre a posição do defeito e os picos das formas de vibrar dos modos de maior variação das frequências naturais, e entre o nível da severidade do defeito e a variação da frequência natural de modos preferenciais.

O método proposto foi aplicado a vários cenários de defeitos simulados numericamente e confrontados com a aplicação do método a cenários experimentais de uma viga prismática engastada-livre, sendo possível chegar a algumas conclusões.

7.1. Conclusões

- Os modelos de defeito em viga baseado na expressão deduzida por Dimarogonas & Paipetis (1983) foi selecionado para modelo da viga com defeito, isto se deve ao fato de que a curva das variações das frequências naturais gerados por este modelo diante da variação da severidade se destacou entre os modelos testados.

- Das análises sobre a viga com defeito foi confirmado a existência de uma relação parabólica entre as variações das frequências naturais e a severidade do defeito, podendo as variações serem usadas como uma medida indireta da severidade;

- A sensibilidade ao defeito usando as variações das frequências naturais pode ser melhorada quando considerado os modos adequados. Estes modos possuem naturalmente algum pico de sua forma vibrar próximo à posição do defeito;

- As técnicas de identificação baseada na FD apresenta um custo computacional inferior ao da técnica proposta. Uma vez que a técnica baseada em FD gera a curva de estimação da severidade uma só vez, a técnica proposta realiza esta tarefa $n-1$ vezes, onde n é o número do modo sensível;

- Dos resultados numéricos apresentados para identificação do defeito pelo método usando a FD é possível verificar que o procedimento permite a identificação da posição do defeito com maior precisão que o procedimento proposto. Se bem que a precisão na estimativa da posição do defeito pelo método proposto pode ser melhorada quando se considera um maior número de modos. Neste caso, caberia um estudo da relação de compromisso entre a precisão da estimativa e o custo computacional;

- A técnica de identificação baseada na FD e para o modelo de viga com defeito proposto por Dimarogonas & Paipetis (1983), apresenta limitações na estimativa da severidade do defeito uma vez que nem sempre os máximos FD's apresentam um mesmo comportamento diante do crescimento da severidade. No entanto, a técnica proposta mostrou uma melhor robustez neste aspecto uma vez que a estimativa da severidade se dá pela leitura direta das

variações ocorridas sobre uma propriedade dinâmica da estrutura, as frequências naturais. E, portanto, qualquer modelo que garanta isto pode ser usado na estimativa da severidade.

- Em casos experimentais, o método proposto pode ser aplicado à identificação do defeito em viga, sem necessidade de se obter o modo de vibrar experimental, pois os picos dos modos de vibrar usados na estimativa da posição do defeito podem ser obtidos via modelo da viga. Por outro lado, a técnica baseada na FD torna-se impraticável se não houver o 1º modo de vibrar experimental.

- Os resultados experimentais mostraram que a metodologia proposta é válida na identificação do defeito em vigas comuns. Quanto a sua comparação com o método baseado na FD, se mostrou mais robusta, principalmente na estimativa da severidade do defeito. Isto se deve ao fato de que o método proposto estabelece uma relação direta de dependência com um parâmetro dinâmico da estrutura, a frequência natural, enquanto no método baseado na FD esta relação é intermediada por uma definição da teoria dos fractais.

7.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Na investigação realizada, embora se tenha adquirido um bom aprofundamento no tema, alguns pontos necessitam de uma maior investigação. Estes temas podem ser sumarizados nos seguintes tópicos:

- Realizar testes experimentais para vigas com defeito criado numa largura mínima e constante, a fim de melhor concentrar o efeito de perda de rigidez local;
- Estender a metodologia proposta de identificação para mais de um defeito em viga, conforme já sugerido em trabalhos mais recentes;
- Aplicar a metodologia proposta em estruturas de geometria mais complexa, como numa junta soldada sujeita a eventuais trincas;
- Aplicar a seleção de modos preferenciais em outras metodologias da literatura que usa os parâmetros modais na identificação de defeito;

- Investigar uma proposta híbrida de identificação de defeito usando para a estimativa da localização o método baseado na FD e para estimativa da severidade o método que foi proposto;
- Realizar investigação sobre o nível da sensibilidade ao defeito das variações das frequências naturais, considerando efeitos ambientais de natureza transitória, tipo variação de temperatura ambiente;
- Construção de uma máquina que permita realizar a criação dos defeitos experimentais sem alterar as condições de aprisionamento da viga engastada-livre.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANGÉLICO R. A. Avaliação de modelos de falhas progressivas para estruturas de materiais compósitos. **Tese Doutorado** – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil, 2009.

AVITABILE P., A Simple Non-Mathematical Presentation, **Sound and Vibration Magazine**. Mechanical Engineering Department, University of Massachusetts Lowell, 2010.

BORSAIKIA, A.; TALUKDAR, S.; DUTTA, A. Study of modal parameters and vibration signatures of notched concrete prisms. **Cement and Concrete Research**, v. 36, p.592-598, 2006.

CAO, M., YE, L., ZHOU L., SU, Z., BAI, R. Sensitivity of fundamental mode shape and static deflection for damage identification in cantilever beams. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v.25, p.630-643, 2011.

CARDEN, E. P., FANNING, P. Vibration based condition monitoring: a review. **Structural Health Monitoring**. v.3, p.355-377, 2004.

CARR, G. E., CHAPETTI, M. D., UNMdP. On the detection threshold for fatigue cracks in welded steel beams using vibration analysis. **International Journal of Fatigue**. v.33, p.642-648, 2011.

CHANG, C. C.; CHEN, L. W. Detection of the location and size of cracks in the multiple cracked beam by spatial wavelet based approach. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.19, p.139-155, 2005.

CORNWELL, P. ; DOEBLING, S. W. ; FARRAR, C. R. Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures. **Journal of Sound and Vibration**. v.224, p.359-374, 1999.

DIMAROGONAS, A. D. Vibration of cracked structures: A state of the art review. **Engineering Fracture Mechanics**. v.55, n.5, p.831-857, 1996.

DIMAROGONAS, A.D.; PAIPETIS, S.A. Analytical methods in rotor dynamics, **Applied Science Publishers**, London, 1983.

DOEBLING, S. W.; FARRAR, C. R., PRIME, M. B. A Summary review of vibration-based damage identification methods, **Los Alamos National Laboratory**, Engineering Analysis Group, Los Alamos, NM. pp.1-34, 1997.

EMILIAVACA, A.; SANTOS A. G.; VILAR Z. T.; REIS R. P. B.; SOUTO C. R.; ARAÚJO C. J. Damage identification and characterization in a flexible structure using piezoelectric sensor and actuator, 21^º Brazilian Congress of Mechanical Engineering - **COBEM 2011**, Natal, p.7, 2011.

EWINS D. J., **Modal Testing: Theory and Practice**, Ed. United State of America. John Wiley & Sons, (1984).

FAN, W., QIAO, P. Vibration-based damage identification methods: A review and comparative study. **Structural Health Monitoring**. v.1, p.83-29, 2011.

FARRAR, C. An Introduction to Damage Prognosis. **Damage Prognosis Team from Weapon Response Group, Los Alamos National Laboratory**, Pan American Advanced Study Institute on Damage Prognosis, Florianopolis, SC, Brasil, 2003.

FARRAR, C.; JAUREGUI, D. Damage detection algorithms applied to experimental and numerical modal data from the I-40 bridge, **Los Alamos National Laboratory, LA-13074-MS**, Los Angeles, NM, USA, 1996.

GUDMUNSON, P. Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**. v.30, p.339-353, 1982.

HADJILEONTIADIS, L. J.; DOUKA, E.; TROCHIDIS, A. Fractal dimension analysis for crack identification in beam structures. **Mechanical Systems and Signal Processing**. v.19, p. 659-684, 2005.

HU, H.; WANG, B. T.; LEE, C. H.; SU, J. S. Damage detection of surface cracks in composite laminates using modal analysis and strain energy method. **Composite Structures**, v.74, p.399-405, 2006.

HU, J.; LIANG, Y. An integrated approach to detection of cracks using vibration characteristics. **Journal of the Franklin Institute**, v.330, p.841-853, 1993.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**, Ed.5, p.259, New Jersey: Prentice-Hall, 1994.

IRMÃO, M. A. S.; SILVA A. A.; Avaliação da integridade estrutural numa viga Euler-Bernoulli através das frequências naturais e modos residuais de vibração - abordagem numérica. X Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica, **CIBIM 10**, Porto-Portugal, p.7, 2011.

KHAN, A. Z.; STANBRIDGE, A. B.; EWINS, D. J. Detecting damage in vibrating structures with a scanning LDV. **Optics and Lasers in Engineering**, v.32, p.583-592, 2000.

KIM, J. T., STUBBS, N. Crack detection in beam-type structures using frequency data. **Journal of Sound and Vibration**. v.259, p.145-160, 2003.

LALANNE, M., BERTHIER, P., HAGOPIAN J. D. **Mechanical Vibrations for Engineers**. p.266, Lyon, France: John Wiley and Sons, 1984.

LEE, J. Identification of multiple cracks in a beam using natural frequencies. **Journal of Sound and Vibration**. v.320, p.482-490. 2009a.

LEE, J. Identification of multiple cracks in a beam using vibration amplitudes. **Journal of Sound and Vibration**. v.326, p.205-212. 2009b.

LIANG, R. Y., HU J., CHOY, F. Theoretical study crack-induced eigenfrequency changes on beam structures. **Journal of Engineering Mechanics**. v.118, p.384-396, 1992.

MAL, A., RICCI F., BANERJEE S., SHIH F., A Conceptual Structural Health Monitoring System based on Vibration and Wave Propagation. **Structural Health Monitoring**. v.4, p. 283-293, 2005.

MCCONNELL, K. G., **Vibration testing (Theory and Practice)**. John Wiley & Sons, (1995).

MESSINA, A., WILLIAMS E. J., CONTURSI T. Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method. **Journal of Sound and Vibration**, v.216, p.791-808, 1998.

MOURA E. P.; SOUTO C. R.; SILVA A. A.; IRMÃO M. A. S. Evaluation of principal component analysis and neural network performance for bearing fault diagnosis from vibration signal processed by RS and DF analyses. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.25, p.1765-1772, 2011.

OSTACHOWICZ, W.M., KRAWKCZUK, M. Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam. **Journal of Sound and Vibration**. v.2, p. 191-201, 1991.

OU, J., LI H. Structural Health Monitoring in mainland China: Review and Future Trends. **Structural Health Monitoring**. v.9, p.219-231. 2010.

QIAO, P.; CAO, M. Waveform fractal dimension for mode shape-based damage identification of beam-type structures. **International Journal of Solids and Structures**, v. 45, p.5946-5961, 2008.

RAO S. S., **Mechanical Vibration**. New Jersey: Upper Saddle River, 1^o Ed., p.1078, 2004.

RUOTOLO, R.; SURACE, C. Damage assessment of multiple cracked beams: numerical results and experimental validation, **Journal of Sound and Vibration**. 206 (4) 567–588, 1997.

SALAWU, O., S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. **Engineering Structures**. v.19, p.718-723, 1997.

SCHULZ, M. J.; GHOSHAL, A.; SUNDARESAN, M. J.; PAI, P. F.; CHUNG, J. H.; Theory of damage detection using constrained vibration deflection shapes. **Structural Health Monitoring**. v.2, p. 75-98, 2003.

SILVA, J. M. M., GOMES, A. J. M. A. Experimental dynamic analysis of cracked free-free beams. **Journal of Experimental Mechanics**. v. 30, p. 20–25, 1994.

SOHN, H., FARRAR, C. R., HEMEZ, M. F., SHUNK D. D., STINEMATES, D. W., NADLER, B. R., CZARNECKI, J. J. A review of structural health monitoring literature: 1996-2001. **Los Alamos National Laboratory, LA-13976-MS**. pp.311, 2004.

SOHN, H.; FARRAR, C. R.; HEMEZ, F. M.; SHUNK, D. D.; STINEMATES, D. W.; NADLER, B. E.; CZARNECKI, J. J. A Review of structural health monitoring

literature: 1996-2001. **Los Alamos National Laboratory. LA-13976-MS**, p.1-301, 2004.

WAKE, R. N.; EVANS, J. T. The effect of cracks on the natural frequencies of axi-symmetric vibration modes of gas cylinders. **Engineering Fracture Mechanics**. v.64, p.177-191, 1999.

WANG, J.; QIAO, P. On irregularity-based damage detection method for cracked beams. **International Journal of Solids and Structures**, v. 45, p.688-704, 2008.

YAN, Y. J.; HAO, H. N.; TAM, L. H. Vibration-based construction and extraction of structural damage feature index. **International Journal of Solids and Structures**, v.41, p.6661-6676, 2004.

YAN, Y. J.; YAM, L. H. Online detection of crack damage in composite plates using embedded piezoelectric actuators/sensors and wavelet analysis. **Composite Structures**, v.58, p.29-38, 2002.

YODER N. C., ADAMS D. E., Vibro-Acoustic Modulation Utilizing a Swept Probing Signal for Robust Crack Detection. **Structural Health Monitoring**. v.9, p.257-267. 2010.

YI, W. J.; ZHOU, Y.; KUNNATH, S.; XU, B. Identification of localized frame parameters using higher natural modes. **Engineering Structures**, v.30, p.3082-3094, 2008.

ZHONG, S.; OYADIJI, S. O. Detection of cracks in simply-supported beams by continuous wavelet transform of reconstructed modal data. **Computers & Structures**, v.89, p.127-148,2011.

ANEXOS

ANEXO A (Matriz literal dos coeficientes e equação característica para viga engastada-livre)

M_Coef_CD_CF =

$$\begin{bmatrix}
 1, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\
 0, & 1, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\
 \cosh(B^*Lc), & \sinh(B^*Lc), & \cos(B^*Lc), & \sin(B^*Lc), & -\cosh(B^*Lc), & -\sinh(B^*Lc), & -\cos(B^*Lc), & -\sin(B^*Lc) \\
 \cosh(B^*Lc), & \sinh(B^*Lc), & -\cos(B^*Lc), & -\sin(B^*Lc), & -\cosh(B^*Lc), & -\sinh(B^*Lc), & \cos(B^*Lc), & \sin(B^*Lc) \\
 \sinh(B^*Lc), & \cosh(B^*Lc), & \sin(B^*Lc), & -\cos(B^*Lc), & -\sinh(B^*Lc), & -\cosh(B^*Lc), & -\sin(B^*Lc), & \cos(B^*Lc) \\
 -Kt^*\sinh(B^*Lc) - B^*EI^*\cosh(B^*Lc), & -Kt^*\cosh(B^*Lc) - B^*EI^*\sinh(B^*Lc), & Kt^*\sin(B^*Lc) + B^*EI^*\cos(B^*Lc), & B^*EI^*\sin(B^*Lc) - Kt^*\cos(B^*Lc), & Kt^*\sinh(B^*Lc), & Kt^*\cosh(B^*Lc), & -Kt^*\sin(B^*Lc), & Kt^*\cos(B^*Lc) \\
 0, & 0, & 0, & 0, & \cosh(B^*L), & \sinh(B^*L), & -\cos(B^*L), & -\sin(B^*L) \\
 0, & 0, & 0, & 0, & \sinh(B^*L), & \cosh(B^*L), & \sin(B^*L), & -\cos(B^*L)
 \end{bmatrix}$$

Det_CD_CF =

$$\begin{aligned}
 & 2^*B^*EI^*\cosh(B^*L)^*\sin(B^*L) - 8^*Kt^*\cos(B^*L)^*\cosh(B^*L) - 8^*Kt - 2^*B^*EI^*\cos(B^*L)^*\sinh(B^*L) + 4^*B^*EI^*\cos(B^*Lc)^*\sinh(B^*Lc) - 4^*B^*EI^*\cosh(B^*Lc)^*\sin(B^*Lc) - 2^*B^*EI^*\cos(B^*(L - 2^*Lc))^*\sinh(B^*L) + \\
 & 2^*B^*EI^*\cosh(B^*(L - 2^*Lc))^*\sin(B^*L) - 4^*B^*EI^*\cos(B^*(L - Lc))^*\sinh(B^*(L - Lc)) + 4^*B^*EI^*\cosh(B^*(L - Lc))^*\sin(B^*(L - Lc))
 \end{aligned}$$

ANEXO B (Rotinas Matlab usadas montar matriz literal do auto-problema e equação característica)

```

%% ROTINA PARA MONTAR MATRIZ LITERAL DOS COEFICIENTES E
EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA
%%
clear all
close all
clc
%%
%% SIMULANDO VIGA SEM DEFEITO:
%%
syms x c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8 B Bn_C D L Lc E I Kt real
u=c1*cosh(B*x)+c2*sinh(B*x)+c3*cos(B*x)+c4*sin(B*x);
du=diff(u,'x',1)/B;
d2u=diff(u,'x',2)/B^2;
d3u=diff(u,'x',3)/B^3;
x=0;M_Var=[c1 c2 c3 c4];
Cond1=subs(u);
for i=1:4;V_coef=coeffs(Cond1,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(1,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(1,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond2=subs(du);
for i=1:4;V_coef=coeffs(Cond2,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(2,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(2,i)=0;end;clear
V_coef;end
x=L;
Cond3=subs(d2u);
for i=1:4;V_coef=coeffs(Cond3,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(3,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(3,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond4=subs(d3u);
for i=1:4;V_coef=coeffs(Cond4,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(4,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(4,i)=0;end;clear
V_coef;end
Det_SD_CF=simplify(det(M_Coefs));
M_Coef_SD_CF=M_Coefs;
MC_SD_CF=simplify(M_Coef_SD_CF\ones(4,1).*B);
%% Teste dos Modos de Vibrar para a viga sem defeito
%%
syms xreal
Det_SD_CF_x=subs(Det_SD_CF,{B,L},{1,x});
BL_SD=zer_f(Det_SD_CF_x,x,10);

```

```

h=6.35e-3;b=63.5e-3;L=1;I=(b*h^3)/12;A=b*h;
E=70e09;v=0.3;rho=2700;
B_SD=BL_SD./L;
Wn_SD=(( (B_SD.*L).^2).*sqrt((E*I)./(rho*A*L^4)))/(2*pi));
for i=1:8
    B=BL_SD(i)/L;
    c1=subs(MC_SD_CF(1));
c2=subs(MC_SD_CF(2));
    c3=subs(MC_SD_CF(3));
    c4=subs(MC_SD_CF(4));

eval(['u_',num2str(i),'=c1*cosh(B*x)+c2*sinh(B*x)+c3*cos(B*
x)+c4*sin(B*x);']);
eval(['ezplot(u_',num2str(i),'',[0
L])']),title([num2str(i),'º Modo de Vibrar'])
pause
end
save DADOS_SD_VIGA_CFDet_SD_CFM_Coef_SD_CFMC_SD_CF
pause
% load DADOS_SD_VIGA_CF.mat
%% VIGA ENGASTADA-LIVRE COM DEFEITO
%%
syms x c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8 B Bn Bn_C D L Lc E I K t
real
u1=c1*cosh(B*x)+c2*sinh(B*x)+c3*cos(B*x)+c4*sin(B*x);
du1=diff(u1,'x',1);
d2u1=diff(u1,'x',2);
d3u1=diff(u1,'x',3);
u2=c5*cosh(B*x)+c6*sinh(B*x)+c7*cos(B*x)+c8*sin(B*x);
du2=diff(u2,'x',1);
d2u2=diff(u2,'x',2);
d3u2=diff(u2,'x',3);
% Condição de Contorno
M_Coefs=sym(zeros(8));
x=0;M_Var=[c1 c2 c3 c4 c5 c6 c7 c8];
Cond1=subs(u1);
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond1,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(1,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(1,i)=0;end;clear
V_coef;end;clear i
Cond2=subs(du1)/B;
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond2,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(2,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(2,i)=0;end;clear
V_coef;end
x=Lc;
Cond3=subs(u1-u2);
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond3,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;

```

```

M_Coefs(3,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(3,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond4=subs(d2u1-d2u2)/B^2;
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond4,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(4,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(4,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond5=subs(d3u1-d3u2)/B^3;
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond5,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(5,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(5,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond6=simplify(subs(-EI*d2u1-Kt*(du1-du2))/B);
Cond6=collect(Cond6,[c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8]);
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond6,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(6,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(6,i)=0;end;clear
V_coef;end
x=L;
Cond7=subs(d2u2)/B^2;
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond7,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(7,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(7,i)=0;end;clear
V_coef;end
Cond8=subs(d3u2)/B^3;
for i=1:8;V_coef=coeffs(Cond8,M_Var(i));if
length(V_coef)==2;
M_Coefs(8,i)=V_coef(2);else;M_Coefs(8,i)=0;end;clear
V_coef;end
Det_CD_CF=simple(det(M_Coefs));
M_Coef_CD_CF=simplify(M_Coefs);
MC_CD_CF=simplify(M_Coef_CD_CF\ones(8,1).*B);
pause
save DADOS_CD_VIGA_CFDet_CD_CFM_Coef_CD_CFMCD_CD_CF
%% Teste dos Modos de Vibrar para a viga com defeito
%%
Vbeta=[0.125;0.250;0.375;0.500;0.125;0.250;0.375;0.500;0.12
5;0.250;0.375;0.500;0.125;0.250;0.375;0.500];
Valfa=[0.125;0.250;0.375;0.500;0.125;0.250;0.375;0.500;0.12
5;0.250;0.375;0.500;0.125;0.250;0.375;0.500];
load DADOS_CD_VIGA_CF.mat
h=6.35e-3;b=63.5e-
3;L=1;I=(b*h^3)/12;A=b*h;E=70e09;v=0.30;rho=2700;
beta=0.125;alfa=0.2;Lc=beta*L;a=alfa;
f_a=0.6384 - 1.035.*a + 3.7201.*a.^2 - 5.1773.*a.^3 +
7.553.*a.^4 - 7.332.*a.^5 + 2.4909.*a.^6;
Kt_OK=(b*(h^2)*E)/(72*pi.*(a.^2).*f_a);
OK083=083*Kt_OK;EI=E*I;

```

```

J_a=1.8624*a^2 - 3.95*a^3 + 16.375*a^4 - 37.226*a^5 +
76.81*a^6 - 126.9*a^7 + 172*a^8 - 143.97*a^9 + 66.56*a^10;
c=(5.346*h*J_a)/(E*I);Kt_DP=1/c;EI=E*I;DP065=0.65*Kt_DP;
Kt=DP065;n_modos=10;
for i=1:n_modos
B=sym('x');
detM_SD=(subs(Det_SD_CF));
detM_CD=(subs(Det_CD_CF));
syms xreal
Bn_SD=zer_f(detM_SD,x,n_modos);
Bn_CD=zer_f(detM_CD,x,n_modos);
B_SD=double(Bn_SD);
B_CD=double(Bn_CD);

Wn_SD((((B_SD.*L).^2).*sqrt((E*I)/(rho*A*L^4)))/(2*pi));

Wn_CD((((B_CD.*L).^2).*sqrt((E*I)/(rho*A*L^4)))/(2*pi));
clear x
B=B_SD;
Coef_SD=subs(MC_SD_CF);
B=B_CD;
Coef_CD=subs(MC_CD_CF);
c1=Coef_SD(1,i);c2=Coef_SD(2,i);c3=Coef_SD(3,i);c4=Coef_SD(
4,i);
C1=Coef_CD(1,i);C2=Coef_CD(2,i);C3=Coef_CD(3,i);C4=Coef_CD(
4,i);
C5=Coef_CD(5,i);C6=Coef_CD(6,i);C7=Coef_CD(7,i);C8=Coef_CD(
8,i);
x=0:0.001:L;
x_cd1=x(1:round(length(x)*beta));x_cd2=x(round(length(x)*be
ta)+1:end);
Yn_SD(:,i)=subs(c1.*cosh(B_SD(i).*x)+c2.*sinh(B_SD(i).*x)+c
3.*cos(B_SD(i).*x)+c4.*sin(B_SD(i).*x));
Yn_SD(:,i)=Yn_SD(:,i)/max(abs(Yn_SD(:,i)));
Yn_CD1=subs(C1.*cosh(B_CD(i).*x_cd1)+C2.*sinh(B_CD(i).*x_cd
1)+C3.*cos(B_CD(i).*x_cd1)+C4.*sin(B_CD(i).*x_cd1));
Yn_CD2=subs(C5.*cosh(B_CD(i).*x_cd2)+C6.*sinh(B_CD(i).*x_cd
2)+C7.*cos(B_CD(i).*x_cd2)+C8.*sin(B_CD(i).*x_cd2));
Yn_CD(:,i)=[Yn_CD1 Yn_CD2];
Yn_CD(:,i)=Yn_CD(:,i)/max(abs(Yn_CD(:,i)));
if Yn_CD(end,i) > 0 && Yn_SD(end,i) < 0 || Yn_CD(end,i) <
0 && Yn_SD(end,i) > 0;Yn_SD(:,i)=-Yn_SD(:,i);else;end
[x_fd,s_fd]=fractal_dimension(x',Yn_CD(:,i),4);
subplot(211),plot(x,Yn_SD(:,i),'-m',x,Yn_CD(:,i),'--
k','LineWidth',2),ylabel('\Psi_S_D , \Psi_C_D')
xlabel('Distância do Engaste x[m]')
title([num2str(i),'º Modo de Vibrar da Viga Engastada-
Livre - \omega_',num2str(i),'_S_D=',num2str(Wn_SD(i)), 'Hz;
\omega_',num2str(i),'_C_D=',num2str(Wn_CD(i)), 'Hz'])

```

```

        legend('Sem Defeito', ['Com Defeito-
\alpha:', num2str(alfa), '; \beta:', num2str(beta)])
subplot(212), [AX, H1, H2]=plotyy(x, Yn_SD(:, i)-
Yn_CD(:, i), x_fd, s_fd, 'plot');
        set(get(AX(1), 'Ylabel'), 'String', '\Psi_S_D - \Psi_C_D')
        set(get(AX(2), 'Ylabel'), 'String', 'Fractal Dimension')
xlabel('Distância do Engaste x[m]'), grid on
        pause
end

```

ANEXO C (Rotinas Matlab usadas no método de identificação proposto)

```

%% Rotina de Identificação do Defeito em Viga
%%
clear all
close all
clc
load Freq_Exp.mat
Wn_SD=Freq_Exp(1:8,1);
Wn_CD=Freq_Exp(1:8,3); alfa_ent=0.84/6.35;
beta_ent=0.5/1;
Var_Wn_Ent=((Wn_SD-Wn_CD)./(Wn_SD))*100;
AA=Var_Wn_Ent;
[V_Beta,V_Alfa]=fun_curva_sev(Wn_SD,Wn_CD,8);
n_mod=length(Freq_Exp(1:8,1));
for i=1:length(V_Beta);
    dados=VIGA_ENGASTADA_LIVRE(V_Beta(i),V_Alfa(i),n_mod)
    ;
    dados_sd=dados(1:8,1);
    dados_cd=dados(1:8,2);
    Var_Wn(:,i)=((dados_sd-dados_cd)./(dados_sd))*100;
BB(:,i)=Var_Wn(:,i);
    FC(i)=(abs(AA'*BB(:,i))^2)/((AA'*AA)*(BB(:,i)'*BB(:,i)
    ));
end
[V,P]=max(FC);
alfa_est=V_Alfa(P);
beta_est=V_Beta(P);
e_alfa=((alfa_ent-alfa_est)/alfa_ent)*100;
e_beta=((beta_ent-beta_est)/beta_ent)*100;
disp('alfa_ent      beta_ent')
disp('                ')
disp([alfa_ent beta_ent])
disp('alfa_est      beta_est')
disp('                ')
disp([alfa_est beta_est])
disp('Erro_alfa Erro_beta')
disp('                ')
disp([e_alfa e_beta])
%% Rotina para cálculo da curva de severidade
%%
function
[V_Beta,V_Alfa]=fun_curva_sev(DADOS_SD,DADOS_CD,n_mod)
%% EQUAÇÕES SIMBÓLICAS PARA A VIGA SEM DEFEITO:
load DADOS_SD_VIGA_CF.mat
%% EQUAÇÕES SIMBÓLICAS PARA A VIGA COM DEFEITO:
load DADOS_CD_VIGA_CF.mat

```

```

%% DADOS DE ENTRADA:
Var_Wn_Entrada=( (DADOS_SD-DADOS_CD) ./ (DADOS_SD) ) *100;
[Var_Wn_MS,MS]=max(Var_Wn_Entrada);
if MS == 1
    [Var_Wn_MS,MS]=max(Var_Wn_Entrada(2:end));
    MS=MS+1;
else
end
MS=MS;
modo=MS;v_alfa=[0.01:0.05:0.1 0.11:0.05:0.55];
nz=n_modo;
eval(['load XX',num2str(MS)])
figure
for i=1:MS-1
eval(['pos_def=XX',num2str(MS),'(i)']);

    [M_B,VB_CD,VB_Modo]=curva_sev(modo,v_alfa,pos_def,nz);
    %%
    %% CURVA DO MODO DE VIBRAR DO MODO SENSÍVEL
    %%
    h=6.35e-3;b=63.5e3;L=1;I=(b*h^3)/12;A=b*h;
    v=0.29;rho=2700;E=70e09;
B=sym('x');
detM_SD=(subs(Det_SD_CF));
syms xreal
Bn_SD=zer_f(detM_SD,x,n_modo);
Wn_SD=(Bn_SD.^2)*sqrt((E*I)/(rho*A))./(2*pi);
M_W=(M_B.^2)*sqrt((E*I)/(rho*A))./(2*pi);
    Var_Bn_Modo=( (Bn_SD(modo)-
    M_B(modo,:))./Bn_SD(modo))*100;
    Var_Wn_Modo=( (Wn_SD(modo)-
    M_W(modo,:))./Wn_SD(modo))*100;
xx=linspace(0.01,0.55,2000);
Var_Bn_Modo_Int=spline(v_alfa,Var_Bn_Modo,xx);
Var_Wn_Modo_Int=spline(v_alfa,Var_Wn_Modo,xx);
[V_Wn_MS,P_Wn_MS]=min(abs(Var_Wn_Modo_Int-Var_Wn_MS));
x_MS(i)=xx(P_Wn_MS);
y_MS(i)=Var_Wn_Modo_Int(P_Wn_MS);
    %%
    %% SAÍDA GRÁFICA
    %%
    plot(v_alfa,Var_Wn_Modo,'*',xx,Var_Wn_Modo_Int,x_MS(i)
    ,y_MS(i),'*',x_MS(i)*ones(1,100),linspace(0,y_MS(i)),
    '--k',linspace(0,x_MS(i)),y_MS(i)*ones(1,100),'--k')
axis([0 0.55 0 1.1*max(Var_Wn_Modo)])
xlabel('Severidade: \alpha=a/h');
ylabel('[(\omega_S_D -
\omega_C_D)/\omega_S_D]_M_S')

```

```

legend('\Delta\omega_M_S_j X
\alpha_j', '\Delta\omega_M_S_j X \alpha_j
(Interpolada)')
title(['Curva de Severidade X Variação da Frequência
Natural do Modo Sensível - ', num2str(modo), 'º Modo'])
text(x_MS(i), y_MS(i), ['
P(', num2str(x_MS(i)), ', ', num2str(y_MS(i)), ')'])
V_Beta(i)=pos_def;
V_Alfa(i)=x_MS(i);
end

```

```

function[DADOS]=VIGA_ENGASTADA_LIVRE(beta,alfa,n_modos)
%%
%% DADOS DA VIGA SEM DEFEITO
%%
load DADOS_SD_VIGA_CF.mat
%% VIGA ENGASTADA-LIVRE COM DEFEITO
%%
load DADOS_CD_VIGA_CF.mat
h=6.35e-3;b=63.5e-
3;L=1;I=(b*h^3)/12;A=b*h;E=70e09;v=0.29;rho=2700;
Lc=beta*L;a=alfa;
J_a=1.8624*a^2 - 3.95*a^3 + 16.375*a^4 - 37.226*a^5 +
76.81*a^6 - 126.9*a^7 + 172*a^8 - 143.97*a^9 + 66.56*a^10;
c=(5.346*h*J_a)/(E*I);Kt_DP=1/c;EI=E*I;
Kt=0.4*Kt_DP;
for i=1:n_modos
B=sym('x');
    detM_SD=(subs(Det_SD_CF));
    detM_CD=(subs(Det_CD_CF));
    syms xreal
Bn_SD=zer_f(detM_SD,x,n_modos);
    Bn_CD=zer_f(detM_CD,x,n_modos);
B_SD=double(Bn_SD);
    B_CD=double(Bn_CD);
    Wn_SD=(((B_SD.*L).^2).*sqrt((E*I)/(rho*A*L^4)))/(2*pi);
    Wn_CD=(((B_CD.*L).^2).*sqrt((E*I)/(rho*A*L^4)))/(2*pi);
clear x
B=B_SD;
Coef_SD=subs(MC_SD_CF);
B=B_CD;
Coef_CD=subs(MC_CD_CF);
c1=Coef_SD(1,i);c2=Coef_SD(2,i);c3=Coef_SD(3,i);c4=Coe
f_SD(4,i);
C1=Coef_CD(1,i);C2=Coef_CD(2,i);C3=Coef_CD(3,i);C4=Coe
f_CD(4,i);
C5=Coef_CD(5,i);C6=Coef_CD(6,i);C7=Coef_CD(7,i);C8=Coe
f_CD(8,i);
x=0:0.001:L;
    x_cd1=x(1:round(length(x)*beta));x_cd2=x(round(length(
x)*beta)+1:end);
Yn_SD(:,i)=subs(c1.*cosh(B_SD(i).*x)+c2.*sinh(B_SD(i).
*x)+c3.*cos(B_SD(i).*x)+c4.*sin(B_SD(i).*x));
Yn_CD(:,i)=Yn_SD(:,i)/max(abs(Yn_SD(:,i)));
Yn_CD1=subs(C1.*cosh(B_CD(i).*x_cd1)+C2.*sinh(B_CD(i).
*x_cd1)+C3.*cos(B_CD(i).*x_cd1)+C4.*sin(B_CD(i).*x_cd1
));

```

```

Yn_CD2=subs(C5.*cosh(B_CD(i).*x_cd2)+C6.*sinh(B_CD(i).
*x_cd2)+C7.*cos(B_CD(i).*x_cd2)+C8.*sin(B_CD(i).*x_cd2
));
Yn_CD(:,i)=[Yn_CD1 Yn_CD2];
Yn_CD(:,i)=Yn_CD(:,i)./max(abs(Yn_CD(:,i)));
if Yn_CD(end,i) > 0 && Yn_SD(end,i) < 0 ||
Yn_CD(end,i) < 0 && Yn_SD(end,i) > 0;Yn_SD(:,i)=-
Yn_SD(:,i);else;end
end
DADOS=[Wn_SD' Wn_CD'];

```

```

%% Function para encontrar zeros de funções literais
baseado na mudança de sinal
%%
% Sintaxe da função Z_f=zer_f(fun,var,nz)
% Z_f é a saída e representa os zeros da função
% fun é uma entrada e deve ser literal
% var é uma entrada e é a variável considerada na função
literal
% nz é uma entrada e é o número de zeros que se deseja
calcular
function [Z_f]=zer_f(fun,x,nz)
%
nome_x=[ 'xa'; 'xp'; 'xn'];
f_n=subs(fun,x,nome_x(3,:));
fa=subs(fun,x,nome_x(1,:));
fp=subs(fun,x,nome_x(2,:));
dx=0.5;
xa=0;xp=xa+dx;
cont=0;Z_f=zeros(1,nz);
while cont <= nz-1
    fa_n=double(subs(fa));
    fp_n=double(subs(fp));
    if fa_n > 0 && fp_n < 0 || fa_n < 0 && fp_n>0
        xn=xa:dx/10000:xp;
        f_new=subs(f_n);
        [f_v,f_pos]=min(abs(f_new-eps));
        cont=cont+1;
        Z_f(cont)=mean(xn(f_pos-1:f_pos+1));
    else
    end
        xa=xp;
        xp=xa+dx;
    end
end

```

```

%% FUNCTION PARA VIGA COM DEFEITO EM Bi E DIVERSAS
SEVERIDADES
function [M_B,VB_CD,VB_Modo]=curva_sev(modo,v_alfa,pos_def,n
z)
%% Carregando a Equação do Determinante e Coeficientes
load DADOS_CD_VIGA_CF.mat
%% Dados da Viga
h=6.35e-3;b=63.5e-
3;L=1;I=(b*h^3)/12;A=b*h;v=0.29;rho=2700;E=70e09;
beta=pos_def;Lc=beta*L;
for mm=1:length(beta)
for nn=1:length(v_alfa)
a=v_alfa(nn);
      J_a=(1.8624*a^2 - 3.95*a^3 + 16.375*a^4 -
      37.226*a^5 + 76.81*a^6 - 126.9*a^7 + 172*a^8 -
      143.97*a^9 + 66.56*a^10);
      c=5.346*(h*J_a/(E*I));Kt=1/c;EI=E*I;
Kt=0.4*Kt;
      B=sym('x');
      fun=subs(Det_CD_CF);
      syms xreal
      VB_CD=zer_f(fun,x,nz);
      M_B(:,nn)=VB_CD;
VB_Modo(nn)=VB_CD(modo);
end
end
end

```