

# Transmissão de Imagens e Sinais de Voz Quantizados Vetorialmente em Canais com Desvanecimento

Waslon Terllizzie Araújo Lopes

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus II como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre.

Área de Concentração: Processamento da Informação -  
Comunicações

Marcelo Sampaio de Alencar, Ph.D.  
Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil  
©Waslon Terllizzie Araújo Lopes, Agosto de 1999

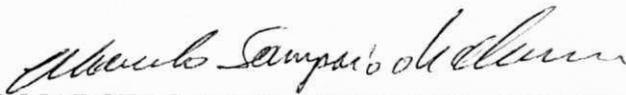
## Ficha Catalográfica

007      Lopes, Waslon Terllizzie Araújo  
L864t      Transmissão de Imagens e Sinais de Voz Quantizados Vetorialmente em Canais com Desvanecimento. Waslon Terllizzie Araújo Lopes. - Campina Grande: UFPB, 1999.  
99p:il.  
1. Teoria da Comunicação  
2. Transmissão de Imagens  
3. Transmissão de Voz  
4. Canal com Desvanecimento  
I - Título

**TRANSMISSÃO DE IMAGENS E SINAIS DE VOZ QUANTIZADOS  
VETORIALMENTE EM CANAIS COM DESVANECIMENTO**

**WASLON TERLLIZZIE ARAÚJO LOPES**

Dissertação Aprovada em 16.08.1999



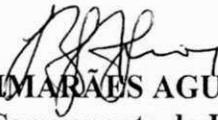
**PROF. MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFPB**  
Orientador



**PROF. VALDEMAR CARDOSO DA ROCHA JÚNIOR, Ph.D., UFPE**  
Componente da Banca



**PROF. JOÃO MARQUES DE CARVALHO, Ph.D., UFPB**  
Componente da Banca



**PROF. BENEDITO GUIMARÃES AGUIAR NETO, Dr.-Ing., UFPB**  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
Agosto - 1999

## **Dedicatória**

Esta dissertação é dedicada a minha querida mãe, que sobrevive em meus cromossomos e sonhos.

## Agradecimentos

- A Deus, por tudo;
- Aos meus pais, Albertino e Eliete, pelo amor , incentivo e compreensão;
- Aos meus irmãos Watson, Walston, Walszon e Walson, que sempre me incentivaram;
- A minha namorada Riuzuani, pelo carinho e companheirismo;
- Aos meus grandes amigos Humberto Vítor, Milana e Augusto César pelo incentivo recebido até hoje;
- A José Caetano e Maria Bernadete, pelo apoio recebido em todos os momentos;
- Ao professor Marcelo Sampaio de Alencar, pela orientação, incentivo e principalmente pela grande amizade;
- Aos professores Francisco Marcos e João Marques, pelos ensinamentos e Bruno Albert, pela amizade e incentivos;
- Aos meus colegas de pós-graduação Edmar, Madeiro, Gustavo, Lidiano, Mohit e demais, uma lista de boas pessoas que não caberia aqui;
- Aos demais professores do DEE-UFPB;
- A todos os funcionários, em especial a Ronaldo, pela amizade;
- Ao CNPq, órgão financiador deste trabalho.

## Resumo

A quantização vetorial tem sido bastante estudada para aplicações envolvendo sinais de voz e imagens, permitindo altas taxas de compressão. Contudo, os dados provenientes da quantização vetorial são bastantes sensíveis aos erros introduzidos pelo canal de comunicações.

Neste trabalho, o desempenho de um sistema de comunicações, baseado na quantização vetorial, é avaliado sob o ponto de vista da transmissão através de canais com desvanecimento. A transmissão por intermédio de múltiplas antenas transmissoras também é analisada.

Duas técnicas, que não aumentam a complexidade do sistema, são apresentadas para a melhoria de desempenho. A primeira se baseia na rotação da constelação de sinais transmitidos e no entrelaçamento das transmissões. A segunda consiste na organização do dicionário para quantização vetorial com o objetivo de minimizar os efeitos provocados por erros no canal.

A avaliação das técnicas apresentadas é feita por meio de simulações da transmissão de sinais de voz e imagens.

## Abstract

Vector quantization has been widely studied in connection with problems of signal and image compression, allowing high compression ratios. On the other hand, the data signal produced by the vector quantizer is very sensitive to errors introduced by the communication channel.

In this work, the performance of a communication system, based on vector quantization, is evaluated, considering the transmission over a fading channel. The transmission using multiple antennas is also analyzed.

Two techniques, which do not increase the system complexity, are presented to improve the system performance. The first is based on rotating the transmitted signal constellation and interleaving. The second consists in organizing the vector quantizer dictionary, in order to minimize the effect of errors in the signal to noise ratio.

The evaluation of the cited techniques involves simulating the transmission of voice signals and images.

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

- $SNR$  – Relação sinal-ruído  
 $SQNR$  – Relação sinal-ruído de quantização  
 $PSNR$  – Relação sinal-ruído de pico  
 $SNR_{seg}$  – Relação sinal-ruído segmental  
 $MOS$  – Escore de opinião média  
bpp – bits por *pixel*  
 $PCS$  – Serviço de Comunicações Pessoais  
 $AWGN$  – Ruído aditivo gaussiano branco  
 $N_0$  – Densidade espectral de potência do ruído  
 $CSI$  – Informação sobre o estado do canal  
 $QV$  – Quantização vetorial  
 $R$  – Taxa de codificação  
 $MOS$  – Escore de opinião média  
 $BSC$  – Canal Binário Simétrico  
 $PSK$  – *Phase Shift Keying*  
 $QAM$  – *Quadrature Amplitude Modulation*  
 $Q(\cdot)$  – Função erro  
 $GSM$  – *Global System for Mobile Communication*  
 $\text{erfc}(\cdot)$  – Função erro complementar  
 $E_b$  – Energia de bit  
 $P_b$  – Probabilidade de erro de bit

# Lista de Figuras

2.1	Partição do espaço bidimensional ( $N = 2$ ) em $L = 19$ regiões. Todos os vetores de entrada na partição $C_i$ serão quantizados como o vetor-código $\mathbf{y}_i$ . Os formatos das várias regiões podem ser diferentes. . . . .	6
2.2	Partição da reta real em $L = 10$ regiões ou intervalos para quantização escalar $N = 1$ . . . . .	6
2.3	Imagem <i>Lena</i> . . . . .	16
2.4	Formas de onda da sentença “ <i>O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia</i> ”. . . . .	18
3.1	Codificador convolucional linear com taxa $1/2$ . . . . .	22
3.2	Codificador convolucional linear com taxa $2/3$ . . . . .	22
3.3	Diagrama de estados para o codificador da Figura 3.1. . . . .	25
3.4	Codificador convolucional linear com taxa $1/3$ . . . . .	26
3.5	Diagrama de estados para o codificador da Figura 3.4. . . . .	26
3.6	Diagrama em treliça para o codificador da Figura 3.4. . . . .	27
3.7	Diagrama de treliça para entradas de comprimento 3 do codificador da Figura 3.4. . . . .	28
3.8	Problema da decodificação com o uso de um código convolucional. . . . .	29
3.9	Cálculo das métricas de ramo no início da decodificação. . . . .	31
3.10	Cálculo das métricas de ramo num estado no qual chegam dois percursos. . . . .	32
3.11	Canal binário sem memória. . . . .	34
3.12	Canal binário simétrico. . . . .	34
3.13	Decodificação de Viterbi com decisão brusca. . . . .	36

3.14	Canal discreto simétrico. . . . .	38
3.15	Decodificação de Viterbi com decisão suave. . . . .	40
3.16	Probabilidade de erro de um sistema BPSK para três casos diferentes: sem codificação, codificado com decodificação brusca e codificado com decodificação suave. . . . .	40
4.1	Diagrama de blocos de um transmissor com atraso. . . . .	44
4.2	Diagrama de blocos do transmissor. . . . .	45
4.3	Constelação 4-PSK. . . . .	50
4.4	Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 4 estados, 2 b/s/Hz. . . . .	50
4.5	Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 8 estados, 2 b/s/Hz. . . . .	51
4.6	Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 16 estados, 2 b/s/Hz. . . . .	51
4.7	Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 32 estados, 2 b/s/Hz. . . . .	52
4.8	Código para 4-PSK com taxa 2 b/s/Hz que alcança uma diversidade igual a 4 com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras. . .	54
4.9	Código para 4-PSK com taxa 2 b/s/Hz que alcança uma diversidade igual a 2 com duas antenas transmissoras e uma antena receptora. . . .	55
4.10	Capacidade do canal para duas antenas receptoras e duas antenas trans- missoras. . . . .	56
4.11	Capacidade do canal para uma antena receptora e duas antenas trans- missoras. . . . .	57
4.12	Diagrama de estados do exemplo. . . . .	57
5.1	Constelação QPSK modificada. . . . .	62
5.2	Diagrama de blocos do modulador para o esquema QPSK. . . . .	63
5.3	Diagrama de blocos do demodulador para o esquema QPSK. . . . .	64
5.4	Probabilidade de erro do esquema QPSK (original e rotacionado) através do canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal. . . . .	66

5.5	Comparação de desempenho entre o código espaço-temporal (8 estados – 2 antenas na transmissão e 1 na recepção) antes e após a rotação da constelação. Canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal. . . . .	67
5.6	Comparação de desempenho entre o código espaço-temporal (8 estados – 2 antenas na transmissão e 2 na recepção) antes e após a rotação da constelação. Canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal. . . . .	68
5.7	Código Gray. . . . .	70
5.8	Constelação QPSK. . . . .	70
5.9	Constelação QPSK. . . . .	71
5.10	Exemplo da aplicação do algoritmo para minimização da distância simétrica da constelação de vetores para o caso de um dicionário com 8 vetores. . . . .	74
6.1	Sistema de transmissão de imagens baseado na quantização vetorial. . . . .	78
6.2	Imagem <i>Lena</i> reconstruída após a transmissão através do canal com desvanecimento sem qualquer codificação de canal. . . . .	80
6.3	Imagem <i>Lena</i> reconstruída após a transmissão através do canal com desvanecimento utilizando-se um código espaço-temporal. . . . .	81
6.4	Probabilidade de erro de bit para o canal com desvanecimento sujeito ao ruído aditivo gaussiano branco. Sistema com duas antenas na transmissão e duas na recepção. . . . .	82
6.5	Comparação entre a relação sinal-ruído de pico ( $PSNR$ ) antes e após a organização do dicionário. (SC) = sem codificação de canal, (ST) = código espaço-temporal. . . . .	84
6.6	Formas de onda da sentença “ <i>O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia</i> ”, após a transmissão através do canal com desvanecimento. . . . .	86
6.7	Comparação entre a relação sinal-ruído segmental ( $SNR_{seg}$ ) antes e após a organização do dicionário. (SC) = sem codificação de canal, (ST) = código espaço-temporal. . . . .	88

# Lista de Tabelas

2.1	Relação sinal-ruído de pico para imagem <i>Lena</i> quantizada vetorialmente a várias taxas. . . . .	15
2.2	Relação sinal-ruído segmental para formas de onda de voz quantizadas à taxa de 1 bit/amostra. . . . .	17
5.1	Organização de dicionários para quantização de imagens. . . . .	75
5.2	Organização de dicionários para quantização de sinais de voz. . . . .	75
6.1	<i>PSNR</i> das imagens reconstruídas após a transmissão através de um canal com desvanecimento. A operação de quantização utilizou dicionários com número de vetores diferentes. . . . .	83

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Quantização Vetorial</b>	<b>3</b>
2.1	Introdução . . . . .	3
2.2	Quantização Vetorial . . . . .	4
2.2.1	Formulação do Problema da Quantização Vetorial . . . . .	4
2.2.2	Medidas de Distorção . . . . .	8
2.2.3	Projeto de Dicionários . . . . .	12
2.3	Simulações Realizadas . . . . .	14
2.3.1	Simulações Realizadas com Imagens . . . . .	14
2.3.2	Simulações Realizadas com Sinais de Voz . . . . .	15
2.4	Conclusão . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Códigos Convolucionais</b>	<b>20</b>
3.1	Introdução . . . . .	20
3.2	Codificadores Convolucionais Lineares . . . . .	21
3.3	Representação dos Códigos Convolucionais . . . . .	24
3.3.1	Diagrama de Estados . . . . .	25
3.3.2	Diagrama em Treliça . . . . .	26
3.4	Decodificação dos Códigos Convolucionais . . . . .	28
3.4.1	O Algoritmo de Viterbi . . . . .	28
3.5	Conclusão . . . . .	41

<b>4</b>	<b>Os Códigos Espaço-Temporais</b>	<b>42</b>
4.1	Introdução . . . . .	42
4.2	Os Códigos Espaço-Temporais . . . . .	43
4.3	Critério de Desempenho . . . . .	45
4.3.1	O Modelo do Sistema . . . . .	45
4.4	Construção do Código para Canais com Desvanecimento Plano Quasi-Estático . . . . .	49
4.5	Uniformidade Geométrica e suas Aplicações . . . . .	53
4.6	Conclusão . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Técnicas para Melhoria de Desempenho</b>	<b>59</b>
5.1	Introdução . . . . .	59
5.2	Rotação da Constelação QPSK . . . . .	59
5.2.1	Introdução . . . . .	59
5.2.2	O Modelo do Sistema . . . . .	61
5.2.3	Aplicação aos Códigos Espaço-Temporais . . . . .	67
5.3	Organização do Dicionário . . . . .	67
5.3.1	Introdução . . . . .	67
5.3.2	Definição do Problema da Organização do Dicionário . . . . .	69
5.3.3	Algoritmo Simplificado para Minimização da Energia da Constelação . . . . .	73
5.3.4	Resultados . . . . .	75
5.4	Conclusão . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>77</b>
6.1	Introdução . . . . .	77
6.2	Simulações Envolvendo Imagens . . . . .	77
6.2.1	Influência da Dimensão do Quantizador na Qualidade das Imagens Reconstruídas . . . . .	79
6.2.2	Influência da Organização do Dicionário na Qualidade das Imagens Reconstruídas . . . . .	83
6.3	Simulações Envolvendo Sinais de Voz . . . . .	85

6.3.1	Influência da Organização do Dicionário na Qualidade dos Sinais de Voz Reconstruídos . . . . .	87
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>Revisão de Álgebra Linear</b>	<b>92</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O objetivo de um sistema de compressão de dados é representar uma seqüência de amostras analógicas (ou finamente discretizadas) em uma seqüência digital com taxa relativamente baixa para a subsequente transmissão através de um canal de comunicações ou armazenamento em memórias digitais [27]. A quantização vetorial tem se destacado como uma poderosa técnica para compressão de dados [4, 29]. A utilização da quantização vetorial, comparada à quantização escalar, tem resultado numa grande melhoria de desempenho (em termos da redução da taxa de bits para uma mesma fidelidade) em várias aplicações de compressão de imagens e sinais de voz.

Um sistema de compressão eficiente remove, na medida do possível, a redundância da fonte de dados retendo a parte útil (não-redundante) da informação com o intuito de reduzir a taxa de bits necessária para representar a fonte [35, 51, 42]. Esta remoção de redundância pode aumentar a sensibilidade do sistema ao ruído introduzido durante a transmissão e aos erros dos equipamentos de armazenamento [23].

Atualmente observa-se um grande crescimento no número de usuários dos sistemas de comunicações sem fio, isto gera interesse crescente na oferta de novos serviços, tais como a transmissão de voz de alta qualidade e vídeo, utilizando o espectro celular (850 MHz) e PCS (Serviço de Comunicações Pessoais – *Personal Communication Services*) (1,9 GHz) [1]. Com base neste fato, será analisado neste trabalho o desempenho de um sistema de quantização vetorial, aplicado à compressão de sinais de voz e imagens, sob o ponto de vista da transmissão através de canais sujeitos ao desvanecimento. O sistema

móvel sem fio, que é corrompido pela adição destrutiva dos múltiplos percursos e da interferência entre usuários é um exemplo bastante prático desse tipo de canal. Será avaliado o efeito que o canal provoca no desempenho final do sistema de comunicações e propostas algumas estratégias visando melhoria deste desempenho.

Este texto encontra-se organizado da seguinte forma: No Capítulo 2 é apresentada a formulação matemática da quantização vetorial, com uma atenção especial a sua aplicação à compressão de sinais de voz e imagens. Também serão definidas algumas medidas de distorção utilizadas na avaliação de desempenho de um sistema de quantização vetorial.

Uma discussão introdutória sobre os códigos convolucionais encontra-se no Capítulo 3. Esses códigos são utilizados no controle dos erros decorrentes da comunicação em canais ruidosos. Incluem-se nesta discussão as possíveis representações dos códigos convolucionais e o algoritmo de máxima verossimilhança que pode ser utilizado na sua decodificação. O estudo desses códigos faz-se necessário pois uma de suas representações, o diagrama em treliça, é utilizada na caracterização dos códigos espaço-temporais.

Os códigos espaço-temporais, descritos no Capítulo 4, incorporam os benefícios oriundos da transmissão através de múltiplas antenas transmissoras e apresentam um bom desempenho na transmissão através de canais sujeitos ao desvanecimento plano não seletivo em frequência.

No Capítulo 5 são estudadas duas estratégias para melhoria do desempenho de um sistema de comunicações baseado na quantização vetorial através de canais com desvanecimento. Estas duas técnicas, uma baseada numa pequena modificação na constelação dos sinais utilizados na transmissão e a outra relacionada à organização do dicionário da quantização vetorial, não aumentam sobremaneira a complexidade do sistema.

Os resultados de simulações da transmissão de sinais de voz e imagens quantizados vetorialmente através de canais com desvanecimento, utilizando as técnicas descritas, serão apresentados no Capítulo 6. Por fim, as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros são descritas no Capítulo 7.

# Capítulo 2

## Quantização Vetorial

### 2.1 Introdução

A compressão de sinais é a conversão de uma seqüência de sinais analógicos ou discretos, tais como sinais de voz e imagens, em uma seqüência de dados com taxa relativamente menor para transmissão através de um canal digital de comunicações ou para armazenamento em memórias digitais. Muitas técnicas de codificação para compressão de dados foram desenvolvidas, sendo algumas delas aplicadas para a codificação de forma de onda arbitrária enquanto que outras são projetadas para aplicações específicas, sendo utilizadas em conjunto com uma transformação adequada.

A modulação codificada por pulsos (PCM), PCM diferencial (DPCM), modulação delta (DM) e várias outras versões híbridas e/ou adaptativas destas técnicas são largamente utilizadas na codificação de imagens e voz. Se os requisitos do sistema podem tolerar desde taxas médias até altas (um ou mais bits por amostra), estas técnicas de codificação de forma de onda são bastante utilizadas devido a sua simplicidade [11].

Outra importante classe de codificadores utiliza técnicas de codificação por transformada, nas quais o sinal original é sujeito a uma transformação que concentra a energia do sinal em algumas poucas dimensões. Existem esquemas eficientes para explorar a pequena redundância do sinal transformado. As transformadas de Hadamard (HT), Fourier (FT), Discreta do Cosseno (DCT) e Karhunen-Loeve (KLT) são exemplos úteis de transformadas utilizadas por essa classe de codificadores. Como no caso

das amostras de forma de onda, os coeficientes transformados são quantizados através de alguma técnica de codificação. A codificação de imagens a 1 bit/*pixel* por cor em cada um dos 64 coeficientes obtidos a partir da aplicação da DCT num quadro  $8 \times 8$  da imagem original é um exemplo típico desta classe de codificadores [11].

As amostras reais (ou valores transformados) são freqüentemente quantizados amostra a amostra muito embora os dados possam estar disponíveis na forma de bloco. Na quantização escalar, as possíveis correlações entre as amostras de um mesmo bloco não são exploradas. Um resultado fundamental da Teoria da Taxa versus Distorção de Shannon estabelece que pode ser obtido um melhor desempenho se forem codificados vetores ao invés de amostras [35, 42]. A quantização vetorial foi inicialmente estudada no final dos anos 70 como um esquema que mapeava uma seqüência de vetores em uma seqüência digital de números. A técnica usa uma extensão multidimensional de um algoritmo de Lloyd [6] modificado por Linde, Buzo e Gray [51].

## 2.2 Quantização Vetorial

Esta seção inicia com a formulação do problema da quantização vetorial (QV), seguida por uma discussão de algumas medidas de distorção utilizadas. Logo após serão apresentadas questões relativas ao projeto de um sistema de QV.

### 2.2.1 Formulação do Problema da Quantização Vetorial

Considere que  $\mathbf{x} = [x_1 x_2 \dots x_N]^T$  seja um vetor  $N$ -dimensional, cujas componentes  $\{x_k, 1 \leq k \leq N\}$  são valores reais de variáveis aleatórias contínuas em amplitude (o expoente  $T$  indica o vetor transposto). Na quantização vetorial, um vetor  $\mathbf{x}$  é mapeado em outro vetor real  $\mathbf{y}$  discreto em amplitude. Diz-se então que  $\mathbf{x}$  é quantizado por  $\mathbf{y}$  ou  $\mathbf{y}$  é a versão quantizada de  $\mathbf{x}$ . Tem-se então [20]

$$\mathbf{y} = q(\mathbf{x}), \tag{2.1}$$

sendo  $q(\cdot)$  o operador responsável pela quantização do vetor  $\mathbf{x}$ . O vetor  $\mathbf{y}$  é também chamado de vetor de reconstrução de  $\mathbf{x}$ . Tipicamente,  $\mathbf{y}$  é escolhido num conjunto

finito de valores  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_i, 1 \leq i \leq L\}$ , sendo  $\mathbf{y}_i = [y_{i1}y_{i2} \dots y_{iN}]$ . O conjunto  $\mathbf{Y}$  é chamado de dicionário de reconstrução, ou simplesmente, dicionário do quantizador vetorial. O número de vetores  $L$  do dicionário é também chamado de número de níveis do dicionário, termo decorrente da terminologia utilizada na quantização escalar. Desta forma, um dicionário com  $L$  vetores corresponde a um quantizador vetorial de  $L$  níveis.

Para se projetar um dicionário, o espaço  $N$ -dimensional do vetor aleatório  $\mathbf{x}$  é dividido em  $L$  regiões (também chamadas de partições ou células)  $\{C_i, 1 \leq i \leq L\}$  e um vetor  $\mathbf{y}_i$  é associado a cada região  $C_i$ . O quantizador aloca o vetor-código  $\mathbf{y}_i$  se o vetor  $\mathbf{x}$  estiver localizado na região  $C_i$ ,

$$q(\mathbf{x}) = \mathbf{y}_i, \quad \text{se } \mathbf{x} \in C_i. \quad (2.2)$$

O processo de geração do dicionário é também conhecido como treinamento do dicionário. O projeto de dicionários será apresentado na Seção 2.2.3.

Um exemplo de partição do espaço bidimensional ( $N = 2$ ) para quantização vetorial pode ser observado na Figura 2.1. A região assinalada na figura é a partição  $C_i$ . Qualquer vetor de entrada  $\mathbf{x}$  que pertença à partição  $C_i$  é quantizado como  $\mathbf{y}_i$ . As posições dos vetores-código correspondentes as outras partições estão identificados com pontos. O número total de vetores-código neste exemplo é  $L = 19$ .

Para  $N = 1$  a quantização vetorial se reduz à quantização escalar. Um exemplo de partição da reta real para quantização é apresentado na Figura 2.2. Os representantes de cada partição (saídas ou níveis reconstruídos) são identificados por pontos. Como no exemplo anterior, qualquer valor da entrada  $x$  pertencente ao intervalo  $C_i$  é quantizado como  $y_i$ . O número de níveis do quantizador da Figura 2.2 é  $L = 10$ . A quantização escalar tem a propriedade que as partições, embora podendo ter diferentes tamanhos, têm a mesma forma, i.e., todas são intervalos na reta real. No caso da quantização vetorial as partições podem ter formas diferentes.

Quando  $\mathbf{x}$  é quantizado como  $\mathbf{y}$  tem-se um erro de quantização e uma medida de distorção  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  pode ser definida entre  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ . O valor  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  também é conhecido como medida de dissimilaridade ou medida de distância. Como os vetores  $\mathbf{y}(n)$  são transmitidos a cada instante de tempo diferente  $n$ , pode-se definir uma distorção

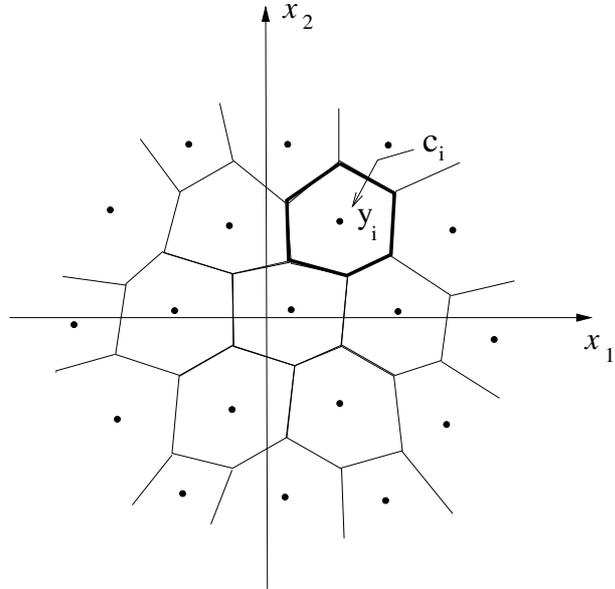


Figura 2.1: Partição do espaço bidimensional ( $N = 2$ ) em  $L = 19$  regiões. Todos os vetores de entrada na partição  $C_i$  serão quantizados como o vetor-código  $\mathbf{y}_i$ . Os formatos das várias regiões podem ser diferentes.

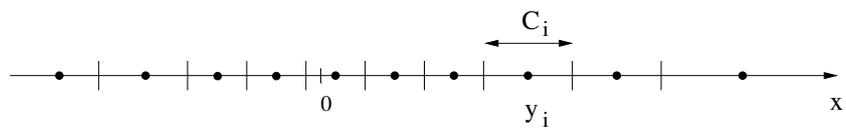


Figura 2.2: Partição da reta real em  $L = 10$  regiões ou intervalos para quantização escalar  $N = 1$

média total

$$D = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M d[\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n)]. \quad (2.3)$$

Se o processo estocástico  $\mathbf{x}[n]$  é estacionário e ergódico, a média na Equação 2.3 tende no limite à esperança estatística [20],

$$\begin{aligned} D &= E[d(\mathbf{x}, \mathbf{y})] \\ &= \sum_{i=1}^L P(\mathbf{x} \in C_i) E[d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_i) | \mathbf{x} \in C_i] \\ &= \sum_{i=1}^L P(\mathbf{x} \in C_i) \int_{\mathbf{x} \in C_i} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_i) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

sendo  $P(\mathbf{x} \in C_i)$  a probabilidade discreta que  $\mathbf{x}$  pertença à partição  $C_i$ ,  $p(\mathbf{x})$  a função densidade de probabilidade (fdp) multidimensional de  $\mathbf{x}$  e a integração feita sobre todas as componentes do vetor  $\mathbf{x}$ .

Para propósitos de transmissão, cada vetor  $\mathbf{y}_i$  é codificado em uma palavra-código binária  $c_i$  de comprimento  $B_i$ . Em geral, as palavras-código diferentes podem ter comprimentos diferentes. A taxa de transmissão  $T$  é dada por

$$T = B \cdot F_c \text{ (bits/seg)}, \quad (2.5)$$

sendo

$$B = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M B(n) \text{ (bits/vetor)} \quad (2.6)$$

o comprimento médio das palavras-código,  $B(n)$  o número de bits utilizado para representar o vetor  $\mathbf{x}(n)$  no instante de tempo  $n$  e  $F_c$  o número de palavras-código transmitidas por segundo. Pode-se definir também o número médio de bits por dimensão

$$R = \frac{B}{N} \text{ (bits/dimensão)}. \quad (2.7)$$

Para um dicionário com  $L$  níveis, o número máximo de bits necessários para codificar cada vetor código é

$$B_{\text{máx}} = \lceil \log_2 L \rceil, \quad (2.8)$$

sendo a notação  $\lceil n \rceil$  utilizada para representar o menor inteiro maior ou igual ao número  $n$ . No projeto de um sistema de compressão de dados objetiva-se minimizar a distorção para uma dada taxa de transmissão. No projeto de um quantizador a escolha da medida de distorção adequada é uma questão fundamental, como será visto adiante.

### 2.2.2 Medidas de Distorção

As medidas de distorção, utilizadas na avaliação da qualidade de um sistema de quantização, podem ser classificadas em duas categorias:

- Medidas de distorção objetivas;
- Medidas de distorção subjetivas.

As medidas subjetivas baseiam-se em comparações, entre o sinal original e o sinal processado, realizadas por um grupo de pessoas, que subjetivamente classificam a qualidade do sinal processado segundo uma escala pré-determinada. As medidas objetivas por outro lado se baseiam numa comparação matemática entre os sinais original e processado [22].

#### Medidas de Distorção Subjetivas

As medidas de distorção subjetivas são realizadas através de testes de escuta ou testes de visualização baseados nas opiniões individuais de cada pessoa participante dos testes. São utilizadas pessoas de diferentes formações profissionais e possíveis usuários do sistema a ser testado. Devem ser utilizadas pelo menos 15 pessoas que não sejam especialistas da área do projeto. Uma sessão de avaliação não deve durar mais de 30 minutos e começar mostrando para os avaliadores alguns exemplos típicos de imagens, voz ou áudio com diferentes escalas de degradação de forma a permitir “aclimatar” os avaliadores, entretanto deve ser observado que os exemplos não devem interferir no julgamento [31]. A seguir serão descritos dois testes de medidas de distorção subjetivas, os testes de preferência e o teste de qualidade absoluta.

**Testes de Preferência** – Os testes de preferência são realizados por comparação entre pares. Uma forma de avaliação consiste em se conceder um conceito a cada uma das possibilidades de comparação, ou seja

- A - Qualidade do primeiro melhor que a do segundo;
- B - Qualidade do segundo melhor que a do primeiro;
- C - Qualidade de ambos não se distingue.

Esse teste é normalmente utilizado para avaliação de sistemas que tenham características próximas. É mais indicado para a avaliação de sistema de áudio.

Para a avaliação de imagens é comum a utilização de um teste de preferência no qual a comparação é feita com relação a uma imagem de referência. Esse teste utiliza uma escala de graduação com valores que variam de um a cinco, onde cada valor corresponde a um adjetivo de comparação,

- 5 - A imagem sob teste tem qualidade muito superior à de referência;
- 4 - A imagem sob teste tem qualidade um pouco superior à de referência;
- 3 - A imagem sob teste tem a mesma qualidade da de referência;
- 2 - A imagem sob teste tem qualidade um pouco inferior à de referência;
- 1 - A imagem sob teste tem qualidade muito inferior à de referência.

Normalmente são recomendados 20 segundos de cadência de apresentação por par e 10 segundos de intervalos entre pares.

**Teste de Qualidade Absoluta: Escore de Opinião Média (MOS)** – O teste de avaliação denominado *Escore de Opinião Média* é realizado de forma individual em que cada avaliador atribui uma nota dentro uma escala com graduações. É calculada a média aritmética das notas obtidas e verificado o valor final da avaliação observando a escala de graduação. É utilizada uma escala com 5 graduações a 5 descritores padronizados, conforme mostrado a seguir:

- 5 - A qualidade é excelente;

- 4 - A qualidade é boa;
- 3 - A qualidade é razoável;
- 2 - A qualidade é pobre;
- 1 - A qualidade é ruim;

As avaliações segundo o critério MOS são bastantes utilizadas para avaliação de sistemas de codificação de voz.

### Medidas de Distorção Objetivas

Para ser útil, uma medida de distorção objetiva tem que ser tratável, ou seja, ela deve poder ser calculada e analisada, e ser subjetivamente relevante de modo que valores diferentes de distorção representem diferenças similares na qualidade dos sinais quantizados. Muitas das medidas de distorção utilizadas atualmente são tratáveis e, sob alguma extensão, subjetivamente relevantes. Muitos pesquisadores têm tido a frustrante experiência que o decréscimo de poucos decibéis pode ser percebido subjetivamente em algumas situações e em outras não. Por isto, muito embora a utilização de medidas de distorção objetivas sejam ferramentas úteis e necessárias no projeto de sistemas de codificação, testes subjetivos de qualidade são indispensáveis para tomadas de decisão para melhoria do desempenho do sistema.

As medidas de distorção  $SQNR$  (relação sinal-ruído de quantização) e  $SNR_{seg}$  (relação sinal-ruído segmental) serão descritas a seguir porque são medidas bastantes utilizadas para avaliação de desempenho de sistemas de compressão de voz. Também será apresentada a  $PSNR$  (relação sinal-ruído de pico), pois se trata de uma medida bastante utilizada na avaliação de imagens.

**Relação Sinal-Ruído de Quantização** – A relação sinal-ruído quantização ( $SQNR$  – *Signal to Quantization Noise Ratio*) e suas variantes são apropriadas para a avaliação de sistemas de codificação e remoção de ruído, que procuram reproduzir a forma de onda do sinal de entrada original.

Sejam  $x(n)$  o sinal original,  $y(n)$  o sinal processado e  $e(n) = x(n) - y(n)$  o sinal erro no instante de tempo  $n$ .

A energia contida no sinal original é

$$E_x = \sum_n x^2(n). \quad (2.9)$$

A energia contida no sinal erro é

$$E_e = \sum_n e^2(n) = \sum_n [x(n) - y(n)]^2. \quad (2.10)$$

A medida SQNR resultante, em dB, é dada por

$$SQNR = 10 \log_{10} \frac{E_x}{E_e} = 10 \log_{10} \frac{\sum_n x^2(n)}{\sum_n [x(n) - y(n)]^2}. \quad (2.11)$$

**Relação Sinal-Ruído Segmental** – Apesar da simplicidade matemática, a *SQNR* apresenta uma incômoda limitação: a igual ponderação de todos os erros no domínio do tempo. Desse modo, por exemplo, um indesejável e inevitável valor alto de *SQNR* pode ser obtido se a seqüência de fala apresentar alta concentração de segmentos vocais, sonoros, de alta energia, uma vez que o efeito do ruído é maior nos segmentos de baixa energia.

Uma medida de distorção mais refinada pode ser obtida calculando-se a média da *SQNR* calculada em curtos intervalos de tempo. É definida então, a relação sinal-ruído segmental

$$SNR_{\text{seg}}(\text{dB}) = E[SQNR(j)(\text{dB})], \quad (2.12)$$

sendo *SQNR(j)* a *SQNR* convencional para o segmento ou janela de tempo *j*.

A *SNR<sub>seg</sub>* é formulada da seguinte maneira

$$SNR_{\text{seg}} = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{n=m_j-N-1}^{m_j} x^2(n)}{\sum_{n=m_j-N-1}^{m_j} [x(n) - y(n)]^2} \right], \quad (2.13)$$

sendo  $m_0, m_1, \dots, m_{J-1}$  os instantes finais para as *J* janelas de tempo de *N* amostras com comprimento típico de 15 a 25 ms [31].

**Relação Sinal-Ruído de Pico** – A qualidade de imagens paradas é normalmente medida em termos da relação sinal-ruído de pico (*PSNR – Peak Signal-to-Noise Ratio*) que é definida como 10 vezes o logaritmo na base 10 da razão entre o quadrado do pico de amplitude do sinal de entrada e o erro médio quadrático (*MSE*). Para o caso de uma imagem codificada a 8 bpp (bits por *pixel*), a *PSNR* é dada por

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{255^2}{MSE} \right), \quad (2.14)$$

sendo *MSE* o erro médio quadrático entre a imagem original e a codificada.

O erro médio quadrático *MSE* entre duas imagens digitais  $F(m, n)$  e  $\hat{F}(m, n)$ , de dimensão  $m \times n$  *pixels* é dado por

$$MSE = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m [F(i, j) - \hat{F}(i, j)]^2. \quad (2.15)$$

### 2.2.3 Projeto de Dicionários

Como mencionado anteriormente, o projeto de um dicionário com  $L$  níveis consiste na divisão de um espaço em  $L$  regiões ou células  $\{C_i, 1 \leq i \leq L\}$  e na associação de um vetor  $\mathbf{y}_i$  a cada região  $C_i$ . O quantizador seleciona o vetor-código  $\mathbf{y}_i$  se o vetor de entrada  $\mathbf{x}$  estiver na partição  $C_i$ . O quantizador é dito ótimo (distorção mínima) se a distorção apresentada na Equação 2.4 é minimizada. Existem duas condições necessárias para a quantização ótima. A primeira delas é que a operação de quantização deve ser feita utilizando-se a regra de distorção mínima ou seleção do vizinho mais próximo

$$q(\mathbf{x}) = \mathbf{y}_i \quad \text{se } d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_i) \leq d(\mathbf{x}, \mathbf{y}_j), \quad j \neq i, \quad 1 \leq i, j \leq L. \quad (2.16)$$

Isto é, o quantizador escolhe o vetor-código que resulta numa menor distorção com respeito a  $\mathbf{x}$ . A segunda condição necessária para a quantização ótima é que cada vetor-código  $\mathbf{y}_i$  deve ser escolhido de modo a minimizar a distorção média na partição  $C_i$ . Logo, o vetor  $\mathbf{y}_i$  é o vetor  $\mathbf{y}$  que minimiza

$$D_i = E [d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) | \mathbf{x} \in C_i] = \int_{\mathbf{x} \in C_i} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (2.17)$$

ou seja, o vetor  $\mathbf{y}_i$  será o centróide da região  $C_i$ . Pode-se então escrever

$$\mathbf{y}_i = \text{cent}(C_i). \quad (2.18)$$

O cálculo do centróide de uma determinada região irá depender da definição da medida de distorção (as regiões assim definidas são conhecidas como regiões de Dirichlet ou células de Voronoi [3]).

Na prática, um conjunto de vetores de treinamento  $\{\mathbf{x}(n), 1 \leq n \leq M\}$  é fornecido. Um subconjunto com  $M_i$  desses vetores pertencerá à partição  $C_i$ . A distorção média  $D_i$  será então dada por

$$D_i = \frac{1}{M_i} \sum_{\mathbf{x} \in C_i} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \quad (2.19)$$

### O Algoritmo LBG

Um método bastante conhecido para o projeto de dicionários é o algoritmo iterativo LBG (Linde-Buzo-Gray [51]) também chamado de algoritmo GLA (Generalized Lloyd Algorithm). O algoritmo divide um conjunto de vetores de treinamento  $\{\mathbf{x}(n)\}$  em  $L$  regiões  $C_i$  de modo que as duas condições de quantização ótima sejam satisfeitas. Abaixo, o índice da iteração é  $m$  e  $C_i(m)$  é a  $i$ -ésima região na iteração  $m$ , sendo  $\mathbf{y}_i(m)$  o seu centróide.

O algoritmo consiste na seguinte seqüência de passos:

**Passo 1:** *Inicialização:* Faça  $m = 0$ . Escolha uma configuração inicial dos vetores-código  $\mathbf{y}_i(0)$ ,  $1 \leq i \leq L$ ;

**Passo 2:** *Classificação:* Classifique o conjunto de vetores de treinamento  $\{\mathbf{x}(n), 1 \leq n \leq M\}$  em regiões  $C_i$  segundo a regra do vizinho mais próximo;

**Passo 3:** *Atualização dos vetores-código:* Faça  $m \leftarrow m + 1$ . Atualize os vetores-código para cada região calculando o centróide dos vetores-código de cada região.

$$\mathbf{y}_i(m) = \text{cent}(C_i(m)), \quad 1 \leq i \leq L. \quad (2.20)$$

**Passo 4:** *Teste de Convergência:* Se a queda na distorção total  $D(m)$  na iteração  $m$  relativa a distorção  $D(m-1)$  estiver abaixo de um determinado limiar, pare, caso contrário, vá para o **Passo 2**.

Pode-se mostrar que o algoritmo LBG converge para um mínimo local [8, 51] e além do mais, qualquer solução não é, em geral, única [28, 36]. Um ótimo global pode ser obtido através da utilização do algoritmo com vários conjuntos de inicialização diferentes e escolhendo o dicionário com a menor distorção total.

## Os Algoritmos KMTAU e KMTAN

Além do algoritmo LBG existem outras técnicas utilizadas no projeto de dicionários para quantização vetorial, dentre elas pode ser citada a rede neural de Kohonen [24, 25].

A rede neural de Kohonen foi amplamente estudada em [22]. Nesse trabalho foram avaliados dois algoritmos denominados KMTAU (*Kohonen Modificado com Taxa de Aprendizagem Uniforme*) e KMTAN (*Kohonen Modificado com Taxa de Aprendizagem Não-Uniforme*), resultantes da introdução de modificações na rede neural utilizada no algoritmo original de Kohonen para projeto de dicionários para quantização vetorial. De acordo com os resultados apresentados, o desempenho destes algoritmos é superior ao alcançado pelo algoritmo LBG.

## 2.3 Simulações Realizadas

Nesta seção serão apresentados os resultados de experimentos com quantização vetorial aplicados a sinais de voz e imagens. Essas simulações não consideram a presença de ruído no canal e servirão de base para a comparação para o caso da transmissão através de canais com desvanecimento.

### 2.3.1 Simulações Realizadas com Imagens

Na quantização vetorial de imagens, os vetores são geralmente formados pela divisão da imagem em blocos quadrados de *pixels*: a dimensão  $N$  é o número de *pixels* no bloco e a taxa de codificação, em bit por *pixel* (bpp), é  $R = (\log_2 L)/N$ , sendo  $L$  o número de vetores do dicionário.

Para se verificar a eficiência do algoritmo LBG na compressão de imagens, foi feita a quantização da imagem *Lena*, originalmente codificada a 8 bpp e com dimensão 256

nº de vetores do dicionário	Taxa de codificação - $R$ (bpp)	Relação sinal-ruído de pico - $PSNR$ (dB)
32	0,312	24,42
64	0,375	25,12
128	0,437	26,40
256	0,500	27,32
512	0,562	28,18

Tabela 2.1: Relação sinal-ruído de pico para imagem *Lena* quantizada vetorialmente a várias taxas.

$pixels \times 256 pixels$ , utilizando-se dicionários com 32, 64, 128, 256 e 512 vetores com 16 componentes. A imagem original e suas versões comprimidas podem ser vistas na Figura 2.3. O desempenho deste esquema de compressão, medido em termos da relação sinal-ruído de pico ( $PSNR$ ), pode ser observado na Tabela 2.1.

### 2.3.2 Simulações Realizadas com Sinais de Voz

Foram projetados dicionários para quantização vetorial de sinais de voz utilizando um seqüência de treino relativamente curta, constituída por 7120 amostras (0,89 seg.), correspondente a palavra “*aplausos*”. A escolha da seqüência “*aplausos*” foi motivada pelo fato da mesma ser bastante representativa no que diz respeito às características da fala, como por exemplo: a predominância de baixas amplitudes e a existência de uma boa variedade de sons: explosivos (fonema |p|), sonoros (fonema |a|) e fricativos surdos (fonema |s|). Para avaliação do quantizador, utilizou-se uma seqüência de teste relativamente longa, constituída por 29.120 amostras (3,64 s), correspondentes as sentenças “*O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia*”.

As formas de onda resultantes da operação de quantização a taxa de 1 bit/amostra podem ser observadas na Figura 2.4. Nesta figura também pode ser observada a forma de onda original. Percebe-se então a superioridade da quantização vetorial em relação a quantização escalar, pois para a quantização escalar a 1 bit/amostra, somente seriam



(a) Imagem original (8 bpp).



(b) Imagem comprimida (0,562 bpp).



(c) Imagem comprimida (0,5 bpp).



(d) Imagem comprimida (0,437 bpp).



(e) Imagem comprimida (0,375 bpp).



(f) Imagem comprimida (0,312 bpp).

Figura 2.3: Imagem *Lena*.

aceitos dois níveis na saída do quantizador. Observa-se que a qualidade das formas de onda reconstruídas depende diretamente do número de dimensões e do número de vetores do dicionário utilizado na quantização vetorial, quanto maior for o número destas variáveis, melhor será o desempenho do sistema de quantização. O desempenho desse esquema de compressão, medido em termos da relação sinal-ruído segmental ( $SNR_{\text{seg}}$ ), pode ser observado na Tabela 2.2.

$N$	$L$	$R$ (bits/amostra)	$SNR_{\text{seg}}$ (dB)
2	4	1,0	4,02
3	8	1,0	5,69
4	16	1,0	6,27
5	32	1,0	7,26
6	64	1,0	7,88
7	128	1,0	8,19
8	256	1,0	8,58

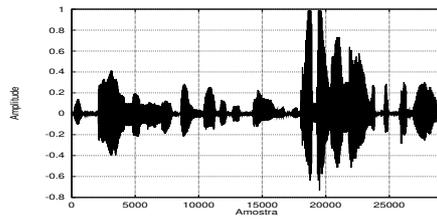
Tabela 2.2: Relação sinal-ruído segmental para formas de onda de voz quantizadas à taxa de 1 bit/amostra.

## 2.4 Conclusão

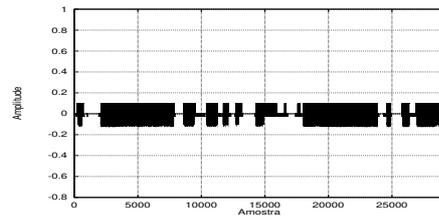
Neste capítulo foi estudada a quantização vetorial como uma técnica para compressão de sinais. Foram também analisadas as aplicações da quantização vetorial em sinais de voz e imagens e analisado o desempenho da QV nestes casos.

Deve-se observar que durante toda a discussão não foram feitas quaisquer considerações sobre a transmissão dos índices dos vetores através de um canal de comunicações, que pode ser ruidoso ou não. A presença de ruído no canal pode fazer com que o vetor decodificado seja diferente daquele resultante da decodificação de um índice transmitido num canal isento de ruído.

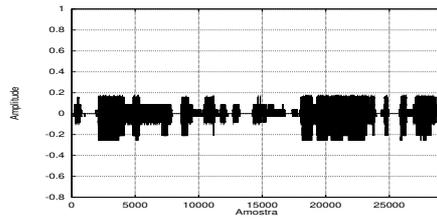
Por isso, visando uma caracterização mais completa de um sistema de QV, serão



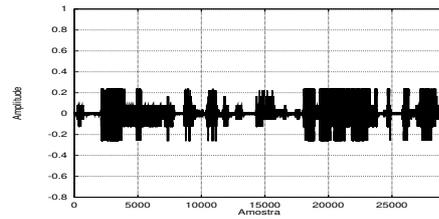
(a) Original.



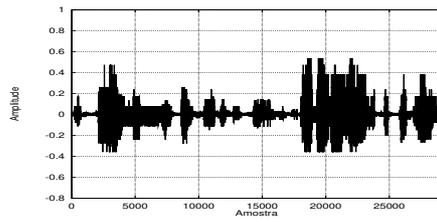
(b) Quantizada ( $N = 2, L = 4$ ).



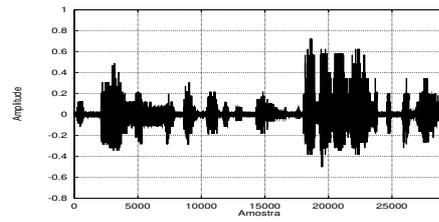
(c) Quantizada ( $N = 3, L = 8$ ).



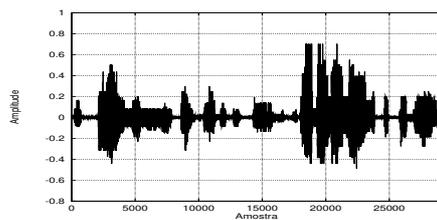
(d) Quantizada ( $N = 4, L = 16$ ).



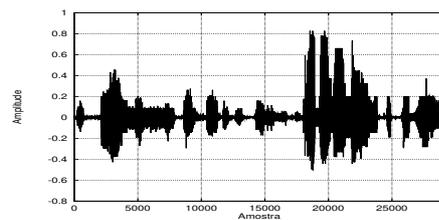
(e) Quantizada ( $N = 5, L = 32$ ).



(f) Quantizada ( $N = 6, L = 64$ ).



(g) Quantizada ( $N = 7, L = 128$ ).



(h) Quantizada ( $N = 8, L = 256$ ).

Figura 2.4: Formas de onda da sentença “*O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia*”.

analisados, nos dois capítulos seguintes, códigos de canal que tornam a transmissão em canais ruidosos mais confiável, i.e., menos susceptível a erros.

# Capítulo 3

## Códigos Convolucionais

Os códigos convolucionais oferecem um enfoque para o controle de erros de forma substancialmente diferente daquele proveniente dos códigos de bloco. Um codificador convolucional converte uma seqüência inteira de dados, não importando o seu comprimento, em uma simples palavra-código. Os codificadores de bloco, por outro lado, segmentam uma seqüência de dados em “blocos” de comprimento fixo “ $k$ ”. Esses blocos são então mapeados em palavras-código de comprimento fixo “ $n$ ”. Esta diferença fundamental implica numa natureza diferente no projeto de códigos convolucionais. Os códigos de bloco são geralmente desenvolvidos e analisados a partir do uso de técnicas algébricas/combinatoriais, enquanto que os códigos convolucionais utilizam técnicas heurísticas de construção.

Aqui, o estudo dos códigos convolucionais faz-se necessário porque uma de suas representações, o diagrama em treliça, é utilizada para caracterizar os códigos espaço-temporais utilizados na transmissão através de canais com desvanecimento. Os códigos espaço-temporais serão estudados no próximo capítulo.

### 3.1 Introdução

Os códigos convolucionais foram inicialmente estudados por Elias em 1955 [14]. Ele mostrou que pode ser introduzida redundância em uma seqüência de dados a partir do uso de um registrador de deslocamento linear (*linear shift register*). Ele também

mostrou que os códigos resultantes são muito bons quando escolhidos aleatoriamente. Este resultado foi muito interessante por sua correlação com o trabalho de Shannon, que mostrou que existem códigos selecionados aleatoriamente que, em média, possibilitam altos níveis de confiabilidade para uma transmissão de dados a taxas inferiores a capacidade do canal [41].

Em 1961, Wozencraft e Reiffen descreveram o primeiro algoritmo prático de decodificação para os códigos convolucionais [50]. Esse algoritmo foi o primeiro de uma classe de “algoritmos seqüenciais” que fornecem uma decodificação rápida, porém sub-ótima, dos códigos convolucionais. Fano [15] e Jelinek [21] descreveram modificações nos algoritmos seqüenciais em 1963 e 1969, respectivamente, que melhoravam o desempenho do algoritmo de Wozencraft-Reiffen, que continuava ainda subótimo.

Em 1967 Viterbi descobriu uma terceira aproximação para a decodificação dos códigos convolucionais que ele mostrou ser “assintoticamente ótima” [45]. Dois anos mais tarde, Omura [32] mostrou que o algoritmo de Viterbi era uma solução para o problema de encontrar o caminho de peso mínimo num grafo orientado de pesos. Em 1973, Forney mostrou que o algoritmo de Viterbi é realmente um algoritmo de máxima verossimilhança para a decodificação de códigos convolucionais [16].

## 3.2 Codificadores Convolucionais Lineares

Um codificador convolucional linear típico com taxa  $1/2$  pode ser visto na Figura 3.1. A taxa deste codificador é calculada a partir do fato que existem dois bits de saída para cada bit de entrada do codificador. Em geral, um codificador com  $k$  entradas e  $n$  saídas apresenta taxa  $k/n$ . Por exemplo, o codificador da Figura 3.2 é um codificador com taxa  $2/3$ .

Na Figura 3.1, a seqüência binária de dados  $\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, \dots)$  é aplicada à entrada de um registrador de deslocamento. A partir dos bits de entrada e dos valores armazenados no registrador é criado um par de seqüências de dados codificados  $\mathbf{y}^{(0)} = (y_0^{(0)}, y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots)$  e  $\mathbf{y}^{(1)} = (y_0^{(1)}, y_1^{(1)}, y_2^{(1)}, \dots)$ . Estas seqüências de saída podem ser multiplexadas para criar uma única seqüência de saída  $\mathbf{y} = (y_0^{(0)}y_0^{(1)}, y_1^{(0)}y_1^{(1)}, y_2^{(0)}y_2^{(1)}, \dots)$ .  $\mathbf{y}$  é a palavra-código convolucional.

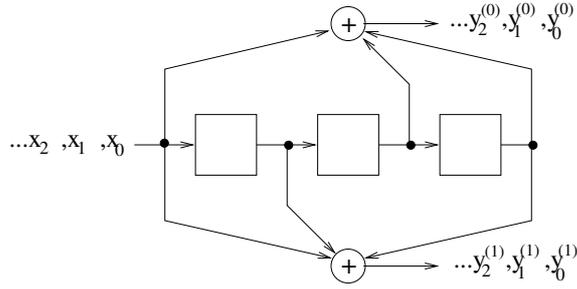


Figura 3.1: Codificador convolucional linear com taxa 1/2.

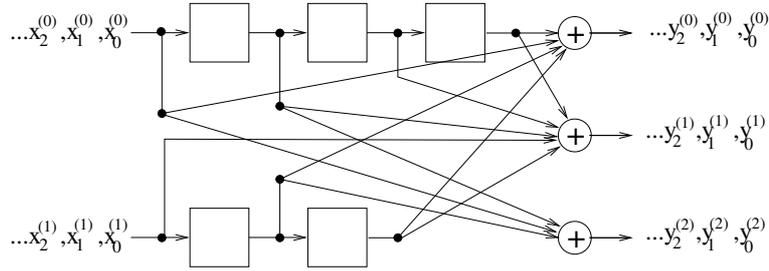


Figura 3.2: Codificador convolucional linear com taxa 2/3.

Cada elemento da seqüência de saída é uma combinação linear dos elementos das seqüências de entrada  $\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(k-1)}$ . Por exemplo, a seqüência de saída da Figura 3.1 é calculada a partir da única seqüência de entrada  $\mathbf{x}$ . Assumindo-se que o conteúdo do registrador de deslocamento seja nulo no início do processo de decodificação, tem-se

$$\begin{aligned}
 y_0^{(1)} &= x_0^{(0)} + 0 + 0 \\
 y_1^{(1)} &= x_1^{(0)} + x_0^{(0)} + 0 \\
 y_2^{(1)} &= x_2^{(0)} + x_1^{(0)} + 0 \\
 y_3^{(1)} &= x_3^{(0)} + x_2^{(0)} + x_0^{(0)} \\
 y_4^{(1)} &= x_4^{(0)} + x_3^{(0)} + x_1^{(0)} \\
 &\vdots
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

De um modo geral, uma coordenada arbitrária  $y_j^{(1)}$  da seqüência de saída  $y^{(1)}$  pode ser

calculada como

$$y_i^{(1)} = x_i^{(0)} + x_{i-1}^{(0)} + x_{i-3}^{(0)}. \quad (3.2)$$

**Exemplo:** O codificador de taxa 1/2 da Figura 3.1 é usado para codificar a seqüência de informação  $\mathbf{x} = (10110)$ . Obtém-se as seguintes seqüências codificadas de saída:

$$\mathbf{y}^{(0)} = (10001010),$$

$$\mathbf{y}^{(1)} = (11111110).$$

A palavra código convolucional correspondente à entrada  $\mathbf{x} = (10110)$  é então

$$\mathbf{y} = (11, 01, 01, 01, 11, 01, 11, 00)$$

Após toda a seqüência  $\mathbf{x}$  ter entrado no codificador, introduz-se uma seqüência de zeros para que no final do processo de codificação o conteúdo do registrador seja nulo. Esta é uma condição necessária para se efetuar a decodificação dessa classe de códigos, como será visto adiante.

As vírgulas são usadas para indicar os blocos de bits que são gerados no mesmo intervalo de tempo. ■

Pode-se observar a partir da Equação 3.2 que codificadores como os das Figuras 3.1 e 3.2 são lineares. Se  $\mathbf{y}_1$  e  $\mathbf{y}_2$  são palavras-código correspondentes às entradas  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ , respectivamente, então  $(\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2)$  é a palavra-código correspondente a entrada  $(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)$ . A estrutura linear destes códigos permite o seu estudo através da utilização das técnicas provenientes da teoria de sistemas lineares.

Uma resposta ao impulso  $\mathbf{g}_j^{(i)}$  é obtida a partir da  $i$ -ésima saída de um codificador aplicando-se um 1 seguido de zeros à  $j$ -ésima entrada. Cadeias de zeros são aplicadas a todas as outras entradas. A seqüência de dados  $\mathbf{x}^{(j)} = \delta = (1000\dots)$  serve como a função Delta de Dirac na análise de sistemas contínuos (ou Delta de Kronecker nos sistemas discretos). As respostas ao impulso para o codificador da Figura 3.1 são

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(0)} &= (1011), \\ \mathbf{g}^{(1)} &= (1101). \end{aligned} \quad (3.3)$$

O codificador da Figura 3.2 tem as seguintes respostas ao impulso:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}_0^{(0)} &= (1001) & \mathbf{g}_1^{(0)} &= (0110) \\
 \mathbf{g}_0^{(1)} &= (0111) & \mathbf{g}_1^{(1)} &= (1010) \\
 \mathbf{g}_0^{(2)} &= (1100) & \mathbf{g}_1^{(2)} &= (0100).
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

As respostas ao impulso são freqüentemente referidas como seqüências geradoras, porque a sua relação com as palavras-códigos geradas é semelhante àquela entre os polinômios geradores e as palavras-código num código cíclico.

Como existem três elementos de memória no codificador da Figura 3.1, cada bit de entrada pode afetar no máximo 4 bits, que é o comprimento máximo da seqüência geradora da Equação 3.3. Em geral, uma seqüência de dados de entrada  $\mathbf{x}^{(i)}$  para um dado codificador convolucional é colocada num registrador de deslocamento com  $m_i$  elementos de memória. A quantidade de elementos de memória determina a extensão na qual um bit de entrada afeta diretamente a seqüência de dados de saída.

A restrição de comprimento  $k$  de um código convolucional é o número máximo de bits em uma seqüência de saída que podem ser afetados por qualquer bit de entrada, ou seja,

$$k \triangleq 1 + \max_i m_i. \tag{3.5}$$

A memória total  $M$  de um código convolucional é definido como o número total de elementos de memória no codificador, logo

$$M = \sum_{i=0}^{k-1} m_i. \tag{3.6}$$

A memória total de um codificador tem um forte impacto na complexidade do decodificador de Viterbi, como será visto adiante.

### 3.3 Representação dos Códigos Convolucionais

Um código convolucional pode ser representado, dentre outras formas, através de diagramas de estados ou de diagramas em treliça.

### 3.3.1 Diagrama de Estados

O codificador convolucional pode ser visto como uma máquina de estados finitos. O conteúdo dos seus elementos de memória determina o mapeamento entre o próximo conjunto de bits de entrada e de saída. Considere o codificador da Figura 3.1. Este codificador contém três elementos de memória binários que podem assumir coletivamente um entre oito possíveis estados. Estes estados são designados por  $\{S_0, S_1, \dots, S_7\}$  e são associados com o conteúdo dos elementos de memória como mostrado abaixo.

$$\begin{aligned} S_0 &\leftrightarrow (000), & S_4 &\leftrightarrow (001) \\ S_1 &\leftrightarrow (100), & S_5 &\leftrightarrow (101) \\ S_2 &\leftrightarrow (010), & S_6 &\leftrightarrow (011) \\ S_3 &\leftrightarrow (110), & S_7 &\leftrightarrow (111) \end{aligned}$$

Como uma típica máquina de estados, o codificador somente pode se mover entre os estados de maneira limitada. Dado o corrente estado  $(XYZ)$ , o próximo estado poderá ser  $(0XY)$  (correspondendo a uma entrada zero) ou  $(1XY)$  (correspondendo a uma entrada um). O diagrama de estados da Figura 3.3 apresenta esta restrição.

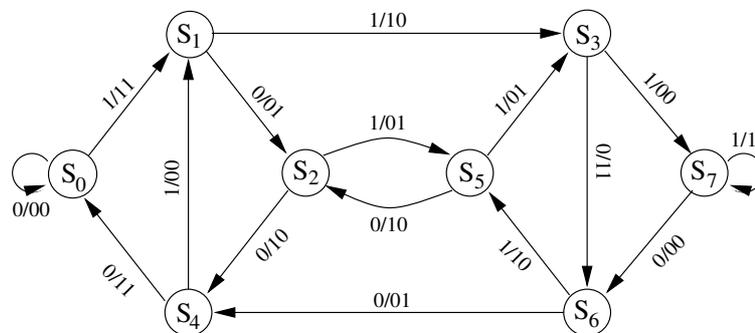


Figura 3.3: Diagrama de estados para o codificador da Figura 3.1.

Cada ramo do diagrama de estados apresenta um rótulo na forma  $X/YZ$ , sendo  $X$  o bit que provoca a transição de estados e  $YZ$  o correspondente par de bits na saída do codificador.

### 3.3.2 Diagrama em Treliça

Um diagrama em treliça é uma extensão do diagrama de estados que mostra explicitamente a passagem do tempo, i.e., representa cada instante de tempo com um diagrama de estados separado. Por exemplo, considere o codificador da Figura 3.4. Este codificador, com taxa 1/3, tem duas células de memória, logo o diagrama de estados possui 4 estados, como pode ser observado na Figura 3.5. Na Figura 3.6 esse diagrama é estendido no tempo na forma de diagrama de treliça. Os ramos do diagrama da treliça são rotulados com os bits de saída correspondentes às transições de estados associadas.

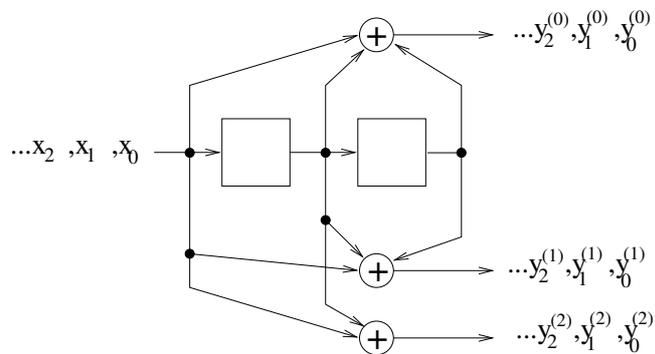


Figura 3.4: Codificador convolucional linear com taxa 1/3.

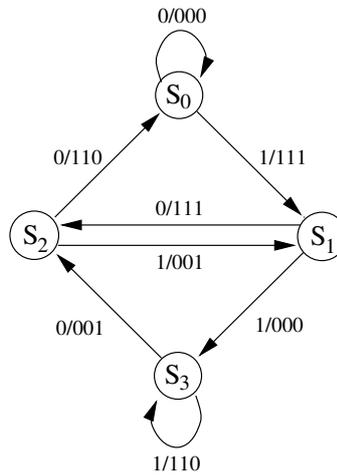


Figura 3.5: Diagrama de estados para o codificador da Figura 3.4.

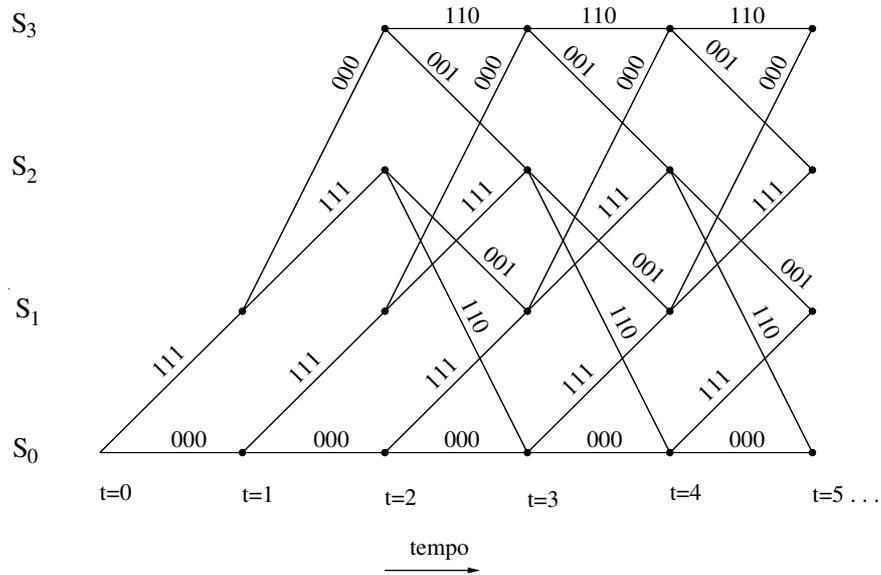


Figura 3.6: Diagrama em treliça para o codificador da Figura 3.4.

Cada palavra-código convolucional é associada com um único caminho, iniciando e terminando no estado  $S_0$ , através do diagrama de treliça associado. A estrutura em treliça permite alguns exercícios de contagem que levam a alguns resultados úteis. Considere um codificador convolucional genérico  $(n, k)$  com memória total  $M$  e ordem máxima de memória  $m$ . O diagrama de treliça associado tem  $2^M$  nós em cada estágio, ou incremento de tempo  $t$ . Existem  $2^k$  ramos deixando cada nó, um ramo para cada combinação possível dos bits de entrada. Depois do instante  $t = m$ , existem  $2^k$  ramos chegando a cada nó. Assume-se que após a seqüência ter entrado no decodificador sejam necessárias  $m$  transições de estados para o codificador retornar ao estado  $S_0$ . Dada uma seqüência de entrada com  $k \cdot L$  bits, sendo  $L$  um número inteiro positivo qualquer, o diagrama de treliça deverá ter  $L + m$  estágios, o primeiro e o último estágio iniciando e terminando, respectivamente, no estado  $S_0$ . Desta forma, existirão  $2^{kL}$  caminhos distintos através de uma treliça geral, cada um correspondendo a uma palavra-código convolucional de comprimento  $n(L + m)$ . Por exemplo, a seqüência de entrada, com comprimento 3,  $\mathbf{x} = (011)$  é apresentada na Figura 3.7 que corresponde ao percurso associado, com 5 ramos, a palavra-código convolucional com,  $3(3 + 2) = 15$  bits,  $\mathbf{y} = (000, 111, 000, 001, 110)$ .

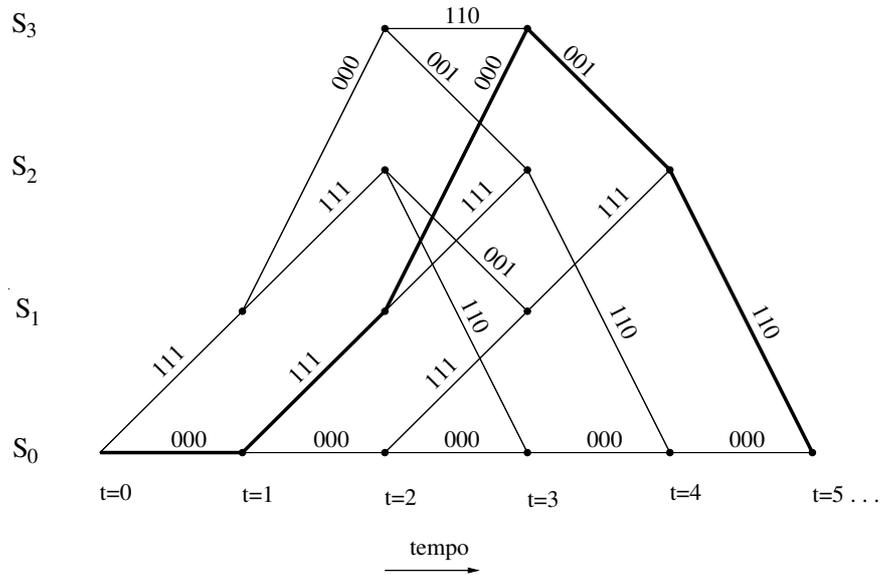


Figura 3.7: Diagrama de treliça para entradas de comprimento 3 do codificador da Figura 3.4.

### 3.4 Decodificação dos Códigos Convolucionais

Os algoritmos de decodificação dos códigos convolucionais podem ser divididos em duas classes: os algoritmos seqüenciais e o algoritmo de Viterbi. A popularidade dos algoritmos seqüenciais decresceu rapidamente depois do desenvolvimento do algoritmo de Viterbi, em 1967, que é um algoritmo de máxima verossimilhança, enquanto que os algoritmos seqüenciais não o são.

Na próxima seção será apresentado detalhadamente o algoritmo de Viterbi. Os algoritmos seqüenciais são estudados em profundidade em [38].

#### 3.4.1 O Algoritmo de Viterbi

Considere o problema de decodificação apresentado na Figura 3.8. Uma seqüência de informação  $\mathbf{x}$  é codificada numa palavra-código convolucional  $\mathbf{y}$ , que é transmitida através de um canal ruidoso. O decodificador convolucional recebe o vetor  $\mathbf{r}$  e gera uma estimativa  $\mathbf{y}'$  da palavra-código transmitida.

O decodificador de máxima verossimilhança seleciona, por definição, a estimativa

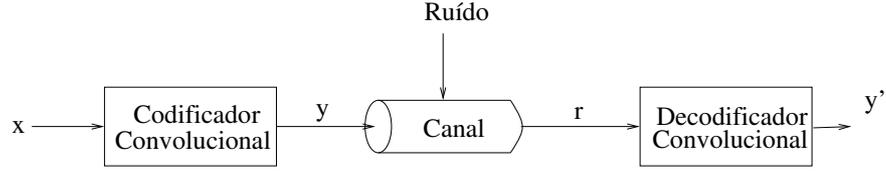


Figura 3.8: Problema da decodificação com o uso de um código convolucional.

que maximiza a probabilidade  $p(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$ , enquanto que um decodificador de máximo *a posteriori* (MAP) seleciona a estimativa que maximiza a probabilidade  $p(\mathbf{y}'|\mathbf{r})$ . Se a distribuição da fonte for uniforme, então os dois decodificadores são idênticos; em geral, eles podem ser relacionados pela regra de Bayes [33],

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{y}) \cdot p(\mathbf{y}) = p(\mathbf{y}|\mathbf{r}) \cdot p(\mathbf{r}).$$

Um codificador convolucional com taxa  $k/n$  recebe  $k$  bits de entrada e gera  $n$  bits de saída a cada deslocamento de seus registradores. Supondo uma seqüência de entrada  $\mathbf{x}$  composta de  $L$  blocos de  $k$ -bits, tem-se

$$\mathbf{x} = \left( x_0^{(0)}, x_0^{(1)}, \dots, x_0^{(k-1)}, x_1^{(0)}, x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(k-1)}, x_{L-1}^{(0)}, \dots, x_{L-1}^{(k-1)} \right). \quad (3.7)$$

A seqüência de saída  $\mathbf{y}$  consistirá de  $L$  blocos de  $n$  bits (um para cada bloco de entrada) mais  $m$  blocos adicionais, sendo  $m$  o número de células do registrador de deslocamento mais longo.

$$\mathbf{y} = \left( y_0^{(0)}, y_0^{(1)}, \dots, y_0^{(n-1)}, y_1^{(0)}, y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(n-1)}, y_{L+m-1}^{(0)}, \dots, y_{L+m-1}^{(n-1)} \right). \quad (3.8)$$

A versão ruidosa da palavra-código transmitida chega ao receptor e o decodificador de máxima verossimilhança gera uma estimativa  $\mathbf{y}'$  da seqüência transmitida. As seqüências  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{y}'$  apresentam as seguintes formas

$$\mathbf{r} = \left( r_0^{(0)}, r_0^{(1)}, \dots, r_0^{(n-1)}, r_1^{(0)}, r_1^{(1)}, \dots, r_1^{(n-1)}, r_{L+m-1}^{(0)}, \dots, r_{L+m-1}^{(n-1)} \right), \quad (3.9)$$

$$\mathbf{y}' = \left( y_0'^{(0)}, y_0'^{(1)}, \dots, y_0'^{(n-1)}, y_1'^{(0)}, y_1'^{(1)}, \dots, y_1'^{(n-1)}, y_{L+m-1}'^{(0)}, \dots, y_{L+m-1}'^{(n-1)} \right). \quad (3.10)$$

Assumindo que o canal é sem memória, i.e., o ruído que afeta um dado bit da palavra recebida  $\mathbf{r}$  é independente do ruído que afeta os outros bits e usando o fato

que a probabilidade conjunta de eventos independentes é simplesmente o produto das probabilidades dos eventos individuais, tem-se

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}|\mathbf{y}') &= \prod_{i=0}^{L+m-1} \left[ p(r_i^{(0)}|y_i'^{(0)})p(r_i^{(1)}|y_i'^{(1)}) \cdots p(r_i^{(n-1)}|y_i'^{(n-1)}) \right] \\ &= \prod_{i=0}^{L+m-1} \left( \prod_{j=0}^{n-1} p(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

A Equação 3.11 é algumas vezes chamada de função de verossimilhança de  $\mathbf{y}'$  [46]. Como a função logarítmica é monotonicamente crescente, a estimativa que maximiza  $p(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$  também maximiza  $\log p(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$ . Aplicando o logaritmo em cada lado da Equação 3.11 tem-se a função logarítmica de verossimilhança.

$$\log p(\mathbf{r}|\mathbf{y}') = \sum_{i=0}^{L+m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} \log p(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) \right). \quad (3.12)$$

Nas implementações em *hardware* do decodificador de Viterbi, os elementos do somatório da Equação 3.12 são usualmente convertidos numa forma mais facilmente manipulável chamada de *métrica de bit* ( $M(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)})$ ) dada por

$$M(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) = a \left[ \log p(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) + b \right]. \quad (3.13)$$

Os coeficientes  $a$  e  $b$  são escolhidos de modo que as métricas de bit sejam inteiros pequenos que possam ser rapidamente processados por circuitos lógicos digitais. A *métrica de percurso* (ou *métrica de caminho*) para a palavra-código  $\mathbf{y}'$  é calculada da seguinte forma

$$M(\mathbf{r}|\mathbf{y}') = \sum_{i=0}^{L+m-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} M(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) \right). \quad (3.14)$$

Se o valor de  $a$  na Equação 3.13 é positivo e real e o valor de  $b$  também é real, então a palavra-código  $\mathbf{y}'$  que maximiza  $p(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$  também maximiza  $M(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$ . Um valor negativo também pode ser escolhido para  $a$ , neste caso  $\mathbf{y}'$  é escolhida de modo a minimizar  $M(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$ .

As vezes é útil medir a contribuição na métrica de percurso feita por um simples bloco de  $\mathbf{r}$  e de  $\mathbf{y}$ . Um bloco corresponde a um ramo na treliça. A  $k$ -ésima métrica de

ramo,  $M(\mathbf{r}_k|\mathbf{y}'_k)$ , para uma palavra-código  $\mathbf{y}'$  é definida como a soma das métricas de bit do  $k$ -ésimo bloco de  $\mathbf{r}$  dado  $\mathbf{y}'$ .

$$M(\mathbf{r}_k|\mathbf{y}'_k) = \sum_{j=0}^{n-1} M(r_k^{(j)}|y_k'^{(j)}). \quad (3.15)$$

A  $k$ -ésima métrica parcial de percurso,  $M^k(\mathbf{r}|\mathbf{y}')$ , para um percurso é obtida através da soma das métricas de ramo para os  $k$ -ésimos primeiros ramos pelos quais o percurso passa,

$$M^k(\mathbf{r}|\mathbf{y}') = \sum_{i=0}^{k-1} M(\mathbf{r}_i|\mathbf{y}'_i) = \sum_{i=0}^{k-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} M(r_i^{(j)}|y_i'^{(j)}) \right). \quad (3.16)$$

Os diagramas em treliça podem ser usados para o cálculo das métricas de percurso no Algoritmo de Viterbi. Vale ressaltar que os ramos das treliças apresentadas foram rotulados com os bits de saída correspondentes a uma entrada particular no decodificador e ao seu estado corrente. Assume-se que  $\mathbf{r}$  é a seqüência recebida, escrita na parte inferior da treliça, um bloco a cada instante de tempo, com cada bloco correspondendo a um estágio da treliça. Por exemplo, no caso do código cuja treliça é mostrada na Figura 3.6, o início da treliça deverá apresentar o aspecto mostrado na Figura 3.9.

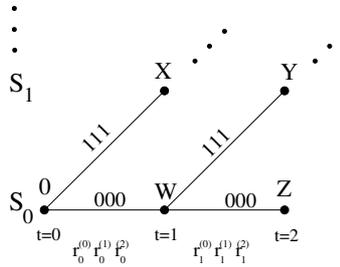


Figura 3.9: Cálculo das métricas de ramo no início da decodificação.

No Algoritmo de Viterbi, cada nó da treliça é designado por um número. Esse número é a métrica parcial do percurso que inicia no estado  $S_0$  no instante de tempo  $t = 0$  e termina naquele nó. Por exemplo, na Figura 3.9, o rótulo  $Y$  corresponde ao percurso com dois ramos que termina no estado  $S_1$  no instante de tempo  $t = 2$ . Como os bits de saída correspondentes a esse percurso consistem de três “zeros” seguidos de

três “uns”, tem-se

$$\begin{aligned}
 Y &= M^2(\mathbf{r}|\mathbf{y}' = (000, 111)) \\
 &= W + M(\mathbf{r}_1|\mathbf{y}'_1 = (111)) \\
 &= \left( M(r_0^{(0)}|0) + M(r_0^{(1)}|0) + M(r_0^{(2)}|0) \right) + \\
 &\quad + \left( M(r_1^{(0)}|1) + M(r_1^{(1)}|1) + M(r_1^{(2)}|1) \right).
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

A designação de números aos nós da treliça é feita até que se chegue a um ponto da rotina no qual mais de um percurso entre num mesmo nó. Neste caso escolhe-se o percurso que tenha a melhor “métrica” parcial entre todos os percursos que chegam àquele nó (a melhor métrica pode ser a maior ou a menor, dependendo do valor de  $a$  e  $b$  na Equação 3.13). O percurso com a melhor métrica é o sobrevivente, enquanto que os outros são não sobreviventes. Observando a Figura 3.10 e assumindo que as métricas de percurso tenham sido escolhidas de modo que o percurso de menor métrica apresenta a palavra-código de máxima-verossimilhança, o rótulo  $Z$  pode ser determinado da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 Z = \min \left\{ \left[ X + M(r_t^{(0)}|0) + M(r_t^{(1)}|0) + M(r_t^{(2)}|1) \right], \right. \\
 \left. \left[ Y + M(r_t^{(0)}|1) + M(r_t^{(1)}|1) + M(r_t^{(2)}|1) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

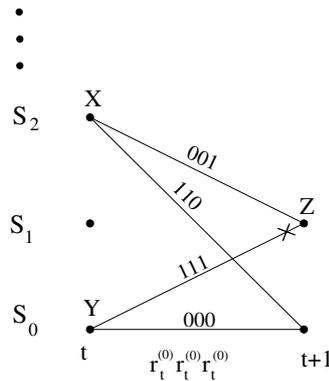


Figura 3.10: Cálculo das métricas de ramo num estado no qual chegam dois percursos.

O algoritmo termina quando todos os nós da treliça tenham sido rotulados e os sobreviventes determinados. Percorrendo o caminho inverso a partir do último nó da

treliça (estado  $S_0$  no instante de tempo  $L + m$ ) obtém-se um único percurso, pois apenas um percurso pode sobreviver como entrada em um dado nó. Este percurso é o percurso de máxima verossimilhança.

A seguir será apresentado um resumo do Algoritmo de Viterbi.

### O Algoritmo de Viterbi

Admitindo que  $S_{j,t}$  seja o estado  $S_j$  no instante de tempo  $t$ , então a cada nó da treliça pode ser associada uma métrica  $V(S_{j,t})$ . Essas métricas podem ser calculadas da seguinte forma:

Passo 1. Faça  $V(S_{0,0}) = 0$  e  $t = 0$ ;

Passo 2. A cada instante de tempo  $t$ , calcule as métricas parciais para todos os percursos entrando em cada nó;

Passo 3. Faça  $V(S_{k,t})$  igual à melhor métrica parcial entrando no correspondente estado  $S_k$  no instante de tempo  $t$ ;

Passo 4. Se  $t < L + m$ , incremente  $t$  e retorne ao Passo 2.

Depois que as métricas em todos os nós tenham sido calculadas, o percurso único obtido a partir do estado  $S_0$ , no instante de tempo  $t = L + m$ , seguindo o caminho inverso em direção ao estado  $S_{0,0}$  é o percurso de máxima verossimilhança.

**Teorema 1** *O percurso selecionado pelo algoritmo de Viterbi é o percurso de máxima verossimilhança.*

**Prova:** Se o percurso de máxima verossimilhança (MV)  $\mathbf{y}$  não é selecionado pelo decodificador, então, em algum instante de tempo  $t$ , o percurso parcial de MV não sobrevive quando comparado a algum outro percurso parcial  $\mathbf{z}$ . Se o complemento de  $\mathbf{y}$  é adicionado a  $\mathbf{z}$ , então o percurso resultante apresenta uma métrica melhor que a do percurso  $\mathbf{y}$ . Isto contradiz a suposição que  $\mathbf{y}$  é o percurso de MV. ■

### Decodificação com Decisão Brusca

Na decodificação com decisão brusca cada sinal é analisado e é tomada uma decisão brusca a respeito do sinal transmitido representar um “0” ou um “1”. Esta decisão forma a entrada do decodificador de Viterbi. Assumindo-se que o canal é sem memória, ele pode ser modelado como na Figura 3.11. Os ramos são rotulados com as funções de verossimilhança. Este canal é comumente chamado de canal binário sem memória.

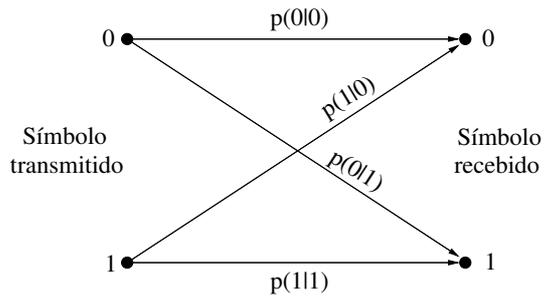


Figura 3.11: Canal binário sem memória.

Se no canal binário a probabilidade de erro de bit for independente do bit transmitido, o canal é chamado de canal binário simétrico (BSC - *Binary Symmetric Channel*), que pode ser observado na Figura 3.12.

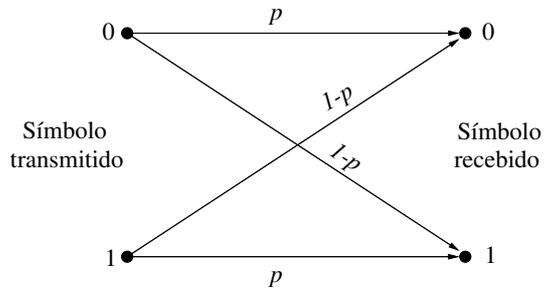


Figura 3.12: Canal binário simétrico.

## Determinação das Métricas de Bit para os Canais Binários Simétricos sem Memória

O primeiro passo na determinação das métricas de bit para canais binários é o cálculo das funções de verossimilhança. Estas probabilidades condicionais são então convertidas em funções logarítmicas de verossimilhança para, finalmente, serem convertidas em métricas de bit usando a Equação 3.13.

Se  $a$  e  $b$ , na Equação 3.13, são selecionados para serem iguais a  $[\log_2 p - \log_2(1-p)]^{-1}$  e  $-\log_2(1-p)$ , respectivamente, as métricas de bit são independentes da probabilidade de cruzamento  $p$ .

$$M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) = \frac{1}{\log_2 p - \log_2(1-p)} \left[ \log_2 p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) - \log_2(1-p) \right]$$

$M(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	$r_i^{(j)} = 0$	$r_i^{(j)} = 1$
$y_i^{(j)} = 0$	0	1
$y_i^{(j)} = 1$	1	0

Para o caso binário simétrico, a métrica de percurso para a palavra-código  $\mathbf{y}$  dada uma palavra recebida  $\mathbf{r}$  é simplesmente a distância de Hamming  $d(\mathbf{y}, \mathbf{r})$ . Os caminhos sobreviventes são aqueles com a menor métrica parcial em cada nó.

Por outro lado, se  $a$  for igual a  $[\log_2(1-p) - \log_2 p]$  e  $b$  igual a  $-\log_2 p$ , as métricas seguintes podem ser obtidas.

$M(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	$r_i^{(j)} = 0$	$r_i^{(j)} = 1$
$y_i^{(j)} = 0$	1	0
$y_i^{(j)} = 1$	0	1

Com este conjunto de métricas, os percursos sobreviventes são aqueles com a maior métrica parcial a cada nó.

**Exemplo:** Decodificação de Viterbi com decisão brusca para o canal binário simétrico.

O codificador da Figura 3.4 codifica a seqüência  $\mathbf{x} = (110101)$  gerando a palavra-código

$$\mathbf{y} = (111, 000, 001, 001, 111, 001, 111, 110),$$

que é transmitida através de um canal binário simétrico ruidoso. A palavra recebida

$$\mathbf{r} = (\bar{1}\bar{0}1, \bar{1}00, 001, 0\bar{1}1, 111, \bar{1}01, 111, 110)$$

sai do circuito de deteção do receptor e é enviada ao decodificador de Viterbi. Os bits decodificados erroneamente estão identificados com uma barra. As métricas usadas são aquelas do segundo conjunto de métricas calculado anteriormente. Os caminhos sobreviventes são aqueles que possuem maior métrica parcial. A operação de decodificação da palavra recebida pode ser observada na Figura 3.13. Cada nó da treliça é rotulado com o valor calculado com o algoritmo de Viterbi. O percurso de máxima verossimilhança, denotado por uma linha mais espessa, é obtido a partir do estado  $S_{0,8}$  indo em direção ao estado  $S_{0,0}$  pelos caminhos sobreviventes. A palavra decodificada é igual à palavra código que foi transmitida, o decodificador de Viterbi corrigiu 4 erros da palavra recebida.

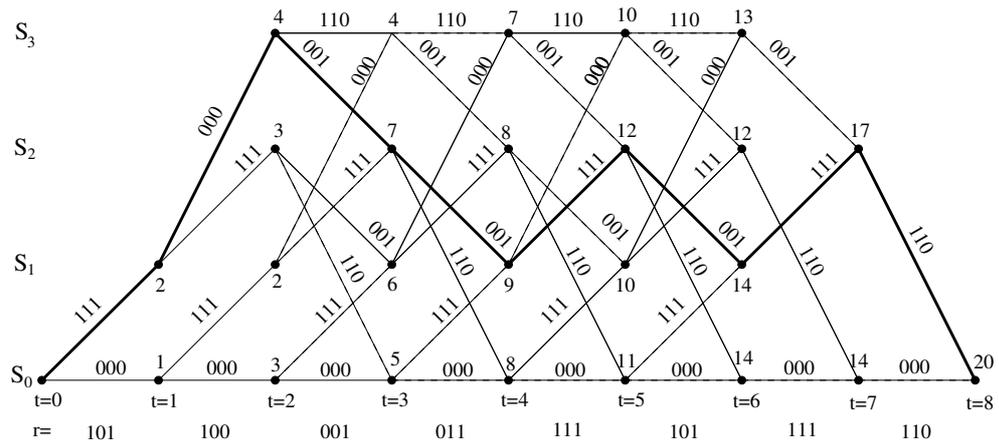


Figura 3.13: Decodificação de Viterbi com decisão brusca.

■

### Decodificação com Decisão Suave

Na decodificação por decisão suave o decodificador é mais flexível, pois utiliza uma quantização multibit; i.e., ao invés de designar um “1” ou um “0” para cada sinal binário ruidoso recebido, são estabelecidas quatro ou mais regiões de decodificação,

variando da região de decisão por um “1-forte(1)” até um “0-forte(0)”. Valores intermediários são dados a sinais com níveis de decisão menos claros. Em canais com ruído gaussiano branco aditivo, a decodificação por decisão suave aumenta o ganho de decodificação de 2 a 3 dB em relação à decodificação por decisão brusca.

Considere o caso de um sistema BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) operando em um canal com ruído gaussiano branco aditivo (AWGN). Sendo  $E_b$  a energia do bit e  $N_0$  W/Hz a densidade espectral de potência do ruído. Se os bits transmitidos  $\{y_i^{(j)}\}$  assumem os valores  $\pm 1$ , então os sinais recebidos podem ser representados por variáveis aleatórias gaussianas com média  $y_i^{(j)}\sqrt{E_b}$  e variância  $N_0/2$ . Assim a função de verossimilhança será

$$p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-(r_i^{(j)} - y_i^{(j)}\sqrt{E_b})^2/N_0}. \quad (3.19)$$

A função logarítmica de verossimilhança pode ser simplificada se for notado que  $(y_i^{(j)})^2 = 1$ , independentemente do valor de  $y_i^{(j)}$ . Todos os termos que não são função de  $\mathbf{y}$  são agrupados em um par de constantes  $C_1$  e  $C_2$  [46].

$$\begin{aligned} \log p(\mathbf{r}|\mathbf{y}) &= \sum_{i=0}^{L-1} \left( \sum_{j=0}^{n-1} \log p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) \right) \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} \left[ -\frac{(r_i^{(j)} - y_i^{(j)}\sqrt{E_b})^2}{N_0} - \log \sqrt{\pi N_0} \right] \right\} \\ &= \frac{-1}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} (r_i^{(j)}\sqrt{E_b})^2 \right\} - \frac{Ln}{2} \log \pi N_0 \\ &= \frac{-1}{N_0} \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} [r_i^{(j)2} - 2r_i^{(j)}y_i^{(j)}\sqrt{E_b} + y_i^{(j)2}E_b] \right\} - \frac{Ln}{2} \log \pi N_0 \\ &= C_1 \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{n-1} r_i^{(j)}y_i^{(j)} \right\} + C_2 \\ &= C_1(\mathbf{r} \cdot \mathbf{y}) + C_2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

As métricas de percurso podem ser então obtidas através do produto interno entre a palavra recebida e as palavras-código. As métricas de bit são

$$M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) = r_i^{(j)}y_i^{(j)}. \quad (3.21)$$

A minimização da métrica de percurso da Equação 3.20 é equivalente a encontrar a palavra-código  $\mathbf{y}$  mais próxima de  $\mathbf{r}$  em termos de distância Euclidiana.

A análise anterior assume que o receptor é capaz de processar números reais com precisão infinita. Na prática, contudo, os circuitos digitais quantizam os sinais em algum ponto sacrificando de alguma forma a eficácia do algoritmo de Viterbi.

Na Figura 3.14 é apresentado um canal simétrico discreto para o qual o receptor associa um entre quatro valores para cada sinal recebido. O “0” ou o “1” sublinhado representa a recepção de um sinal forte enquanto que um simples “0” ou um “1” representa a recepção de um sinal fraco.

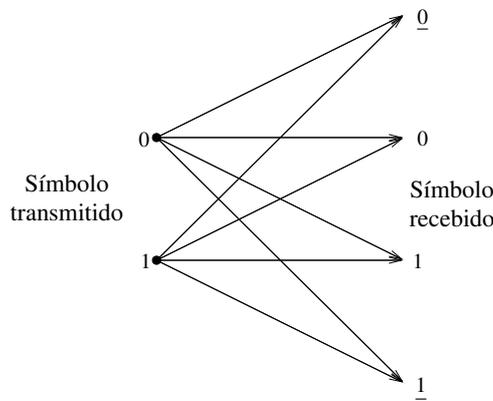


Figura 3.14: Canal discreto simétrico.

As decisões de bit num receptor com decisão brusca são feitas por meio de um limitador brusco. Nos receptores com decisão suave, esse elemento é substituído por um conversor analógico-digital (CAD) multibit. Por exemplo, o modelo da Figura 3.14 implica no uso de um CAD de 2 bits no circuito de decisão.

**Exemplo: Codificação de Viterbi com decisão suave.**

Considere os seguintes valores para as probabilidades condicionais na Figura 3.14.

$p(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	$r_i^{(j)} = \underline{0}$	$r_i^{(j)} = 0$	$r_i^{(j)} = 1$	$r_i^{(j)} = \underline{1}$
$y_i^{(j)} = 0$	0.50	0.32	0.13	0.05
$y_i^{(j)} = 1$	0.05	0.13	0.32	0.50

A partir destas probabilidades podem ser obtidas as seguintes funções logarítmicas de

verossimilhança.

$\log_2 p(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	$r_i^{(j)} = \underline{0}$	$r_i^{(j)} = 0$	$r_i^{(j)} = 1$	$r_i^{(j)} = \underline{1}$
$y_i^{(j)} = 0$	-1.00	-1.64	-2.94	-4.32
$y_i^{(j)} = 1$	-4.32	-2.94	-1.64	-1.00

Usando a expressão  $M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) = 1.5[\log_2 p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) - \log_2(0.05)]$  são obtidas as métricas de bit que podem ser facilmente implementadas através de circuitos digitais.

$M(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	$r_i^{(j)} = \underline{0}$	$r_i^{(j)} = 0$	$r_i^{(j)} = 1$	$r_i^{(j)} = \underline{1}$
$y_i^{(j)} = 0$	5	4	2	0
$y_i^{(j)} = 1$	0	2	4	5

Assuma que a palavra-código

$$\mathbf{y} = (111, 000, 001, 001, 111, 001, 111, 110)$$

tenha sido transmitida e corrompida por uma rajada de erros no final da palavra-código. Contudo, existe a disponibilidade da decisão suave de dois bits no decodificador. Tem-se então a seguinte entrada para o decodificador de Viterbi.

$$\mathbf{r} = (\underline{1}\bar{0}1, \bar{1}00, 00\underline{1}, 0\underline{1}1, \underline{1}\bar{1}\bar{0}, \bar{1}\bar{1}\bar{0}, \underline{1}\underline{1}\underline{1}, \underline{1}\underline{1}\underline{0})$$

A decodificação da palavra recebida pode ser observada na Figura 3.15

■

Para tornar mais evidente o ganho decorrente da utilização dos códigos convolucionais, foram feitas simulações utilizando o codificador da Figura 3.1. O sistema utiliza o esquema de modulação BPSK ortogonal operando em um canal com ruído gaussiano branco aditivo. Pode ser observado na Figura 3.16 o desempenho desse código, medido em termos da probabilidade de erro em função da razão entre a energia de bit  $E_b$  e densidade espectral de potência do ruído  $N_0$ , para o caso da decodificação brusca e para o caso da decodificação utilizando decisão suave. O uso da decisão suave provoca um ganho de aproximadamente 2 dB em relação à decodificação brusca. Também é apresentada na Figura 3.16 a probabilidade de erro para um sistema BPSK sem codificação, cujo desempenho é muito pior do que o do sistema codificado (da ordem de 5 dB quando a probabilidade de erro do sistema é  $10^{-3}$ ).

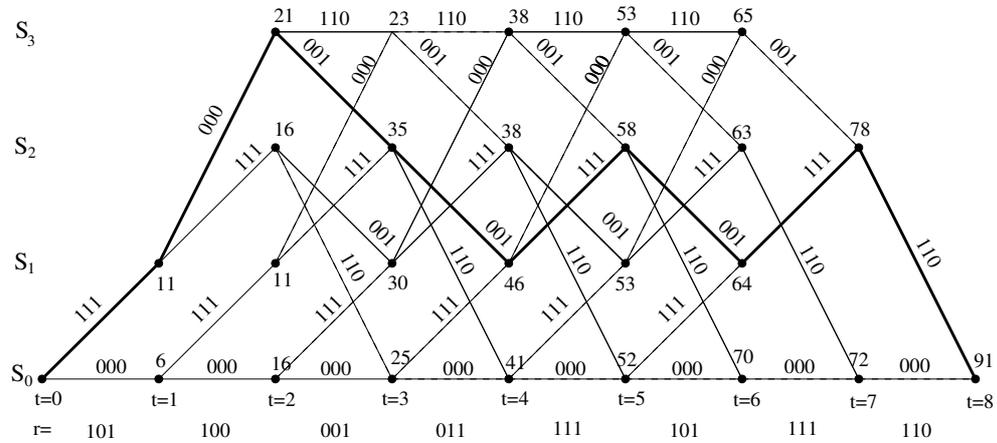


Figura 3.15: Decodificação de Viterbi com decisão suave.

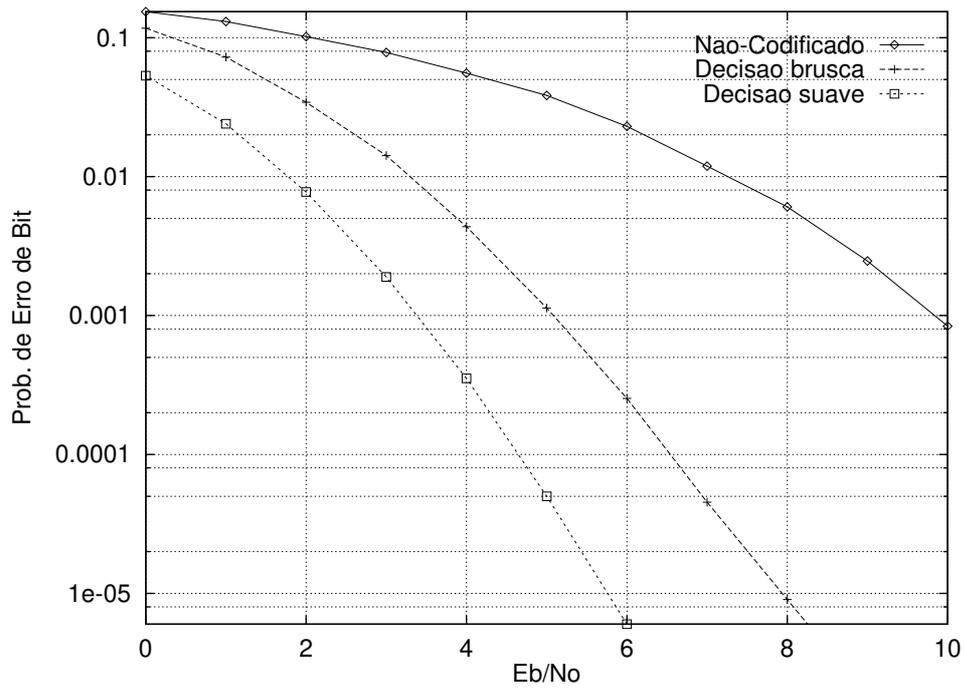


Figura 3.16: Probabilidade de erro de um sistema BPSK para três casos diferentes: sem codificação, codificado com decodificação brusca e codificado com decodificação suave.

## 3.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os códigos convolucionais, suas representações e o algoritmo de Viterbi utilizado na decodificação. O entendimento do diagrama em treliça destes códigos é necessário para compreensão dos códigos espaço-temporais que serão discutidos no próximo capítulo.

# Capítulo 4

## Os Códigos Espaço-Temporais

O espaço é uma nova dimensão que tem sido explorada recentemente para melhorar o desempenho e aumentar a capacidade dos sistemas de comunicação sem fio. Os códigos espaço-temporais constituem uma poderosa técnica que incorpora os benefícios oriundos da transmissão através de múltiplas antenas transmissoras.

Neste capítulo será apresentado um critério de desempenho para construção dos códigos espaço-temporais determinado por matrizes construídas a partir de palavras-código distintas. Esse critério é utilizado para construir códigos em treliça para canais de comunicação sem fio. A complexidade do processo de codificação/decodificação desses códigos é comparável à dos códigos em treliça projetados para canais gaussianos.

### 4.1 Introdução

Os padrões atuais de comunicação sem fio incluem transmissão de dados a 9,6 kb/s. Recentemente, verifica-se um interesse crescente na oferta de uma grande variedade de serviços, incluindo transmissão sem fio de voz de alta qualidade e dados a 64-128 kb/s, usando o espectro celular (850 MHz) e PCS (Serviço de Comunicações Pessoais – *Personal Communication Services*) (1,9 GHz). O rápido crescimento da computação móvel está estimulando o uso de transmissão em alta velocidade na faixa de 144 kb/s (para aplicações com alta mobilidade) e acima de 2 Mb/s (para aplicações em interiores) [1].

Ao contrário do canal gaussiano, o canal sem fio sofre atenuação através da adição

destrutiva de multi-percursos na propagação como também através da interferência entre usuários [7]. A severa atenuação torna impossível a recuperação do sinal transmitido sem que alguma réplica do sinal esteja disponível no receptor. Isto é chamado de diversidade e se constitui em um dos principais fatores para a confiabilidade da comunicação celular. A seguir estão listados alguns exemplos de técnicas de diversidade.

- *Diversidade Temporal:* Neste esquema o sinal é fornecido ao receptor com redundância no tempo através da codificação de canal e do entrelaçamento (*interleaving*) das transmissões.
- *Diversidade em Frequência:* O fato de diferentes frequências sofrerem de forma distinta os efeitos do canal é explorado. Assim, réplicas do sinal transmitido são fornecidas ao receptor na forma de redundância no domínio da frequência. Uma outra forma de diversidade em frequência é aquela oriunda do espalhamento espectral do sinal a ser transmitido.
- *Diversidade Espacial:* São usadas antenas separadas no espaço ou antenas diferentemente polarizadas para criar canais de transmissão independentes entre o transmissor e o receptor.

O canal sem fio limitado em faixa não acomoda o fluxo de dados a altas velocidades. Através do uso de múltiplas antenas transmissoras e receptoras e baseando-se na Teoria da Informação, pode-se aumentar o fluxo de dados a partir do processamento linear dos dados no receptor. As pesquisas nessa área incluem o desenvolvimento de técnicas eficientes de codificação, modulação e de processamento de sinais que melhorem a qualidade e a eficiência espectral dos sistemas de comunicação sem fio [2].

## 4.2 Os Códigos Espaço-Temporais

Considere o esquema de diversidade com atraso proposto por Wittneben [48]. Esse esquema transmite a mesma informação através de duas antenas simultaneamente, com um atraso de um intervalo de símbolo, que pode ser visto como um caso especial da Figura 4.1 (sendo o código de canal um código de repetição de comprimento 2).

A seqüência de saída do codificador é dividida em duas seqüências paralelas que são transmitidas com um intervalo de símbolo. Observe que não há penalidade na largura de faixa devido ao uso do código de repetição, pois a cada intervalo de sinalização são transmitidos dois símbolos.

Os códigos espaço-temporais são desenvolvidos para melhorar o desempenho desse sistema mantendo a mesma taxa de transmissão. O elemento de atraso é retirado (Figura 4.2) e um critério de construção do código é desenvolvido assumindo que o desvanecimento entre cada antena transmissora e cada antena receptora é do tipo Rayleigh.

Na próxima seção será apresentado o critério de desempenho para esses códigos. Para canais com desvanecimento Rayleigh plano (não seletivo em freqüência), o ganho em diversidade é determinado através do posto de certas matrizes e o ganho em codificação é quantificado pelos determinantes dessas matrizes. Essas matrizes são construídas a partir de palavras-código distintas.

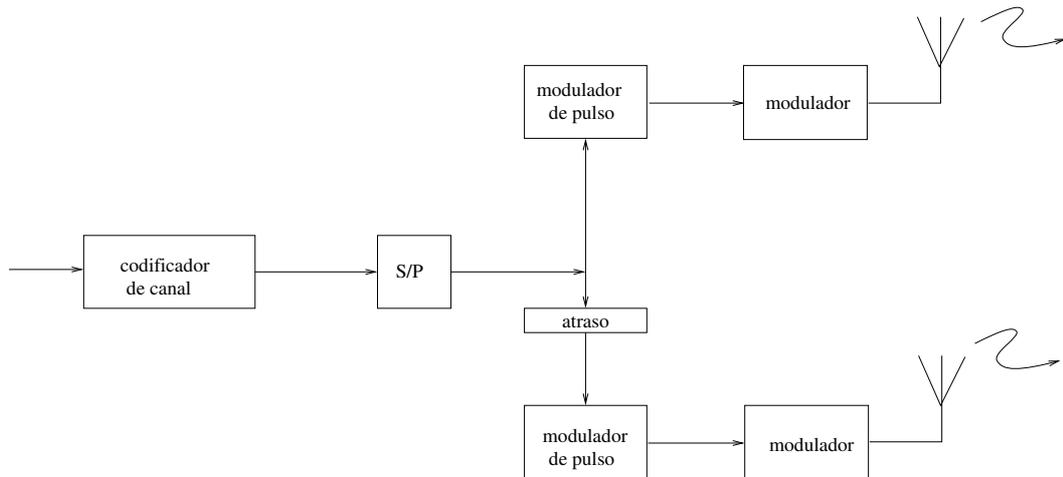


Figura 4.1: Diagrama de blocos de um transmissor com atraso.

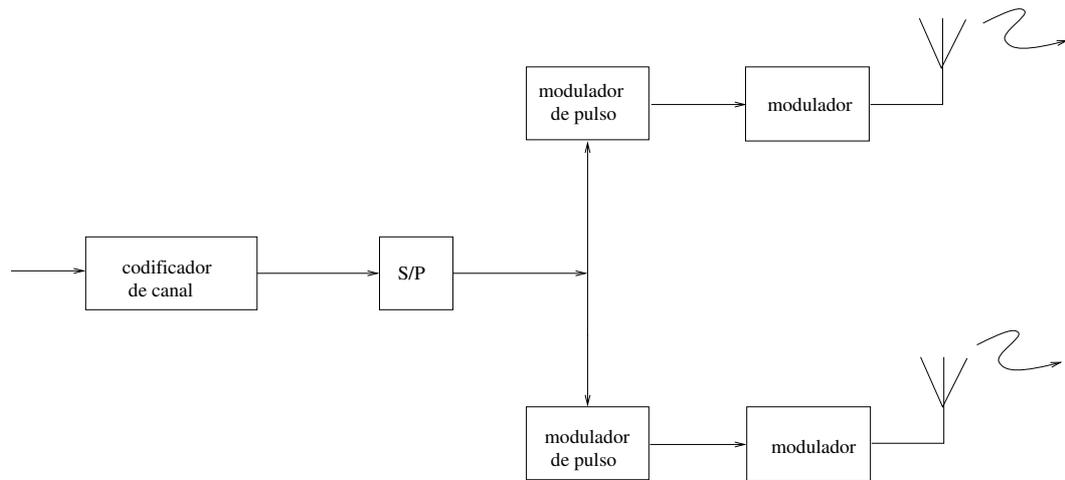


Figura 4.2: Diagrama de blocos do transmissor.

## 4.3 Critério de Desempenho

### 4.3.1 O Modelo do Sistema

Considere o sistema móvel no qual a estação base é equipada com  $n$  antenas transmissoras e a estação móvel é equipada com  $m$  antenas. Os dados são codificados por meio de um codificador de canal e divididos em  $n$  blocos. Cada bloco é usado como entrada do modulador de pulso. A saída do modulador  $i$ , para  $1 \leq i \leq n$ , é o sinal  $c_t^i$  que será transmitido pela antena  $i$ , no instante de tempo  $t$ . Todos os sinais são transmitidos simultaneamente no mesmo período de transmissão  $T$ .

O sinal que chega a cada antena receptora é uma superposição linear ruidosa dos sinais transmitidos, corrompidos pelo desvanecimento Rayleigh. Assumindo que os sinais estão contraídos pelo fator  $\sqrt{E_s}$ , a energia média da constelação é unitária. Desta forma, o critério de projeto é independente da constelação e pode ser aplicado igualmente para os esquemas 4-PSK, 8-PSK e 16-QAM.

No receptor o demodulador calcula a mensagem transmitida a partir dos sinais que chegam em cada antena  $j$  ( $0 \leq j \leq m$ ). O sinal  $d_t^j$  recebido pela antena  $j$  no instante de tempo  $t$  é dado por

$$d_t^j = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} c_t^i \sqrt{E_s} + n_t^j, \quad (4.1)$$

sendo o ruído  $n_t^j$  modelado como uma variável aleatória gaussiana complexa de média zero e variância  $N_0/2$  por dimensão. O coeficiente  $\alpha_{i,j}$  representa o ganho de percurso entre a antena transmissora  $i$  e a antena receptora  $j$ . Admite-se que estes coeficientes são constantes durante uma janela de transmissão e variam de uma janela para outra (desvanecimento quasi-estático).

Se os sinais transmitidos a partir de antenas diferentes sofrem desvanecimentos diferentes, então os coeficientes  $\alpha_{i,j}$  podem ser modelados como amostras independentes de variáveis aleatórias gaussianas complexas com média possivelmente não nula  $E\alpha_{i,j}$  e variância 0.5 por dimensão o que faz com que a energia média dos sinais recebidos unitária.

O critério de desempenho será desenvolvido para este cenário de transmissão. No Apêndice A encontra-se uma pequena revisão de Álgebra Linear necessária ao entendimento das deduções que virão a seguir.

Será considerada a probabilidade que o receptor de máxima verossimilhança decida erroneamente em favor do sinal

$$\mathbf{e} = e_1^1 e_1^2 \cdots e_1^n e_2^1 e_2^2 \cdots e_2^n \cdots e_l^1 e_l^2 \cdots e_l^n$$

assumindo que

$$\mathbf{c} = c_1^1 c_1^2 \cdots c_1^n c_2^1 c_2^2 \cdots c_2^n \cdots c_l^1 c_l^2 \cdots c_l^n$$

foi transmitido.

Admitindo uma informação ideal sobre o estado do canal, a probabilidade de se transmitir  $\mathbf{c}$  e decidir por  $\mathbf{e}$  é dada por [2, 34]

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \alpha_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) = Q \left( \sqrt{\frac{d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) E_s}{2N_0}} \right) \quad (4.2)$$

sendo  $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^{+\infty} \exp(-x^2/2) dx$ ,  $N_0$  a variância do ruído por dimensão e

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^l \left| \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} (c_t^i - e_t^i) \right|^2. \quad (4.3)$$

Em [43], o autor analisa os efeitos do erros na estimação do canal e mostra que o critério de desempenho para construção dos códigos espaço-temporais permanece válido mesmo na ausência de uma informação ideal sobre o estado do canal.

Utilizando o limite de Chernoff apresentado em [30] a Equação 4.2 pode ser aproximada por

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \alpha_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \leq \exp\left(\frac{-d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})E_s}{4N_0}\right). \quad (4.4)$$

Fazendo  $\Omega_j = (\alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \dots, \alpha_{n,j})$  pode se escrever a Equação 4.3 como

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{i'=1}^n \alpha_{i,j} \overline{\alpha_{i',j}} \sum_{t=1}^l (c_t^i - e_t^i) \overline{(e_t^{i'} - e_t^{i'})}$$

e depois de algumas manipulações, pode-se observar que

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^m \Omega_j A(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \Omega_j^* \quad (4.5)$$

com  $A_{pq}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \mathbf{x}_p \cdot \mathbf{x}_q$  e  $\mathbf{x}_p = (c_1^p - e_1^p, c_2^p - e_2^p, \dots, c_l^p - e_l^p)$  para  $1 \leq p, q \leq n$ . Assim

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \alpha_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \leq \prod_{j=1}^m \exp(-\Omega_j A(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \Omega_j^* E_s / 4N_0) \quad (4.6)$$

sendo a matriz  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  hermitiana, existe uma matriz unitária  $V$  e uma matriz diagonal real  $D$  tal que  $VA(\mathbf{c}, \mathbf{e})V^* = D$ . As linhas de  $V$   $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  formam uma base ortonormal de  $\mathbb{C}^n$  dada pelos autovetores de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ . Além disto, os elementos da diagonal de  $D$  são os autovalores  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ . Pela própria construção, a matriz

$$B(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \dots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \dots & e_l^2 - c_l^2 \\ e_1^3 - c_1^3 & e_2^3 - c_2^3 & \dots & e_l^3 - c_l^3 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1^n - c_1^n & e_2^n - c_2^n & \dots & e_l^n - c_l^n \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

é uma raiz quadrada de  $A(\mathbf{e}, \mathbf{c})$ . Logo os autovalores de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  são números reais não negativos.

Agora,  $d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  será expressa em termos dos autovalores da matriz  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ . Fazendo  $(\beta_{1,j}, \dots, \beta_{n,j}) = \Omega_j V^*$ , tem-se

$$\Omega_j A(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \Omega_j^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{i,j}|^2. \quad (4.8)$$

Relembrando que os coeficientes  $\alpha_{i,j}$  são amostras de uma variável aleatória gaussiana complexa com média  $E\alpha_{i,j}$  pode-se definir

$$\mathbf{K}^j = (E\alpha_{1,j}, E\alpha_{2,j}, \dots, E\alpha_{n,j}).$$

Como  $V$  é unitária,  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  forma uma base ortornormal de  $\mathbb{C}^n$  e  $\beta_{i,j}$  são variáveis aleatórias complexas gaussianas independentes com variância 0.5 por dimensão e média  $\mathbf{K}^j \cdot \mathbf{v}_i$ . Fazendo  $K_{i,j} = |E\beta_{i,j}|^2 = |\mathbf{K}^j \cdot \mathbf{v}_i|^2$ . Desta forma  $|\beta_{i,j}|$  têm distribuições Rice independentes com função densidade de probabilidade (fdp) dada por

$$p(|\beta_{i,j}|) = 2|\beta_{i,j}| \exp(-|\beta_{i,j}|^2 - K_{i,j}) I_0(2|\beta_{i,j}| \sqrt{K_{i,j}}),$$

para  $|\beta_{i,j}| \geq 0$  e  $I_0$  representando a função de Bessel modificada de primeira ordem.

Logo, para se calcular o limite superior da probabilidade de erro média, simplesmente calcula-se a média

$$\prod_{j=1}^m \exp\left(-\frac{E_S}{4N_0} \sum_{i=1}^n \lambda_i |\beta_{i,j}|^2\right),$$

com respeito à distribuição Rician de  $|\beta_{i,j}|$ . Então, chega-se a [44]

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \prod_{j=1}^m \left( \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + \frac{E_S}{4N_0} \lambda_i} \exp\left(-\frac{K_{i,j} \frac{E_S}{4N_0} \lambda_i}{1 + \frac{E_S}{4N_0} \lambda_i}\right) \right). \quad (4.9)$$

No caso do desvanecimento Rayleigh  $E\alpha_{i,j} = 0$  e, conseqüentemente,  $K_{i,j} = 0$  para todo  $i$  e  $j$ . Desta forma a Equação 4.9 pode ser escrita como

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left( \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + \lambda_i E_S / 4N_0)} \right)^m. \quad (4.10)$$

Sendo  $r$  o posto da matriz  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ , então o núcleo de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  tem dimensão  $(n - r)$  e  $n - r$  autovalores de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  são zero. Se os autovalores de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  são  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ ,

então

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) \leq \left( \prod_{i=1}^r \lambda_i \right)^{-m} (E_S/4N_0)^{-rm}. \quad (4.11)$$

Assim, um ganho em diversidade  $rm$  e um ganho em codificação  $(\lambda_1, \lambda_2 \dots, \lambda_r)^{1/r}$  são alcançados.

A partir da análise precedente chega-se ao seguinte critério de projeto.

*Critério de Construção de Códigos Espaço-Temporais para Canais com Desvanecimento Rayleigh:*

- *Critério do posto:* De modo a alcançar a máxima diversidade  $mn$ , a matriz  $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  deverá ter o máximo posto para quaisquer palavras-código  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$ . Se  $B(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  possuir um posto mínimo  $r$  para qualquer conjunto de duas palavras-código, então uma diversidade de  $rm$  é alcançada. Este critério também foi derivado em [19].
- *Critério do determinante:* Suponha que o objetivo a ser alcançado seja uma diversidade  $rm$ . A menor  $r$ -ésima raiz da soma dos determinantes de todos os cofatores principais  $r \times r$  de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = B(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \cdot B^*(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  tomados sob todos os pares de palavras-código distintas  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$  correspondem ao ganho de codificação, onde  $r$  é o posto de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$ . O objetivo do projeto é tornar esta soma a maior possível. Se uma diversidade de  $mn$  é o objetivo do projeto, então o menor determinante de  $A(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  calculado sobre todo par possível de palavras-código  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$  deverá ser maximizado.

## 4.4 Construção do Código para Canais com Desvanecimento Plano Quasi-Estático

O critério derivado na seção anterior pode ser usado no projeto de códigos em treliça para um sistema de comunicações sem fio que emprega  $n$  antenas transmissoras e uma diversidade (opcional) na recepção num canal que apresenta desvanecimento plano quasi-estático. O esquema de codificação desses códigos é semelhante ao utilizado na

codificação dos código em treliça, com a exceção que no início e no final de cada quadro, o estado do codificador deverá ser zero. A cada instante de tempo  $t$ , dependendo do estado do codificador e dos bits de entrada é escolhido um ramo de transição. Se o rótulo deste ramo é  $q_t^1 q_t^2 \cdots q_t^n$ , então a antena transmissora  $i$  é usada para enviar os símbolos  $q_t^i, i = 1, 2, \dots, n$  e todas essas transmissões são simultâneas.

Considerando a constelação 4-PSK apresentada na Figura 4.3, as Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 fornecem códigos (com 4, 8, 16 e 32 estados, respectivamente) para a transmissão a 2 b/s/Hz usando duas antenas transmissoras. Estes códigos foram desenvolvidos de forma sistemática para taxa de 2 b/s/Hz visando uma pequena complexidade na decodificação da treliça, o ganho de codificação foi maximizado através do critério do determinante.

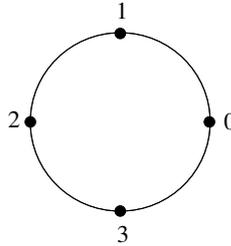


Figura 4.3: Constelação 4-PSK.

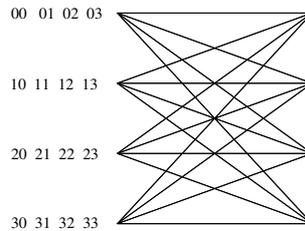


Figura 4.4: Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 4 estados, 2 b/s/Hz.

Considerando esses códigos e assumindo uma informação ideal sobre o estado do canal, os ganhos de percurso  $\alpha_{i,j}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$  são conhecidos pelo decodificador. Assumindo que  $r_t^j$  é o sinal recebido pela antena  $j$  no instante de tempo

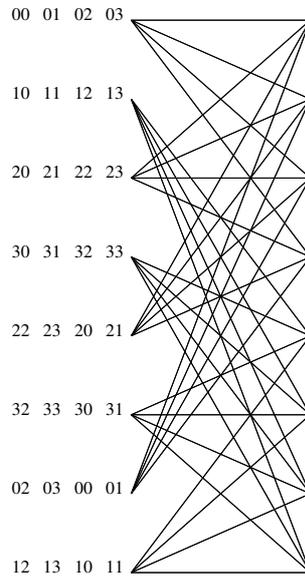


Figura 4.5: Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 8 estados, 2 b/s/Hz.

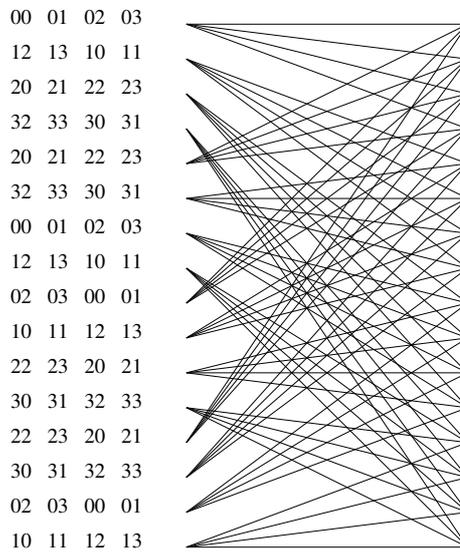


Figura 4.6: Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 16 estados, 2 b/s/Hz.

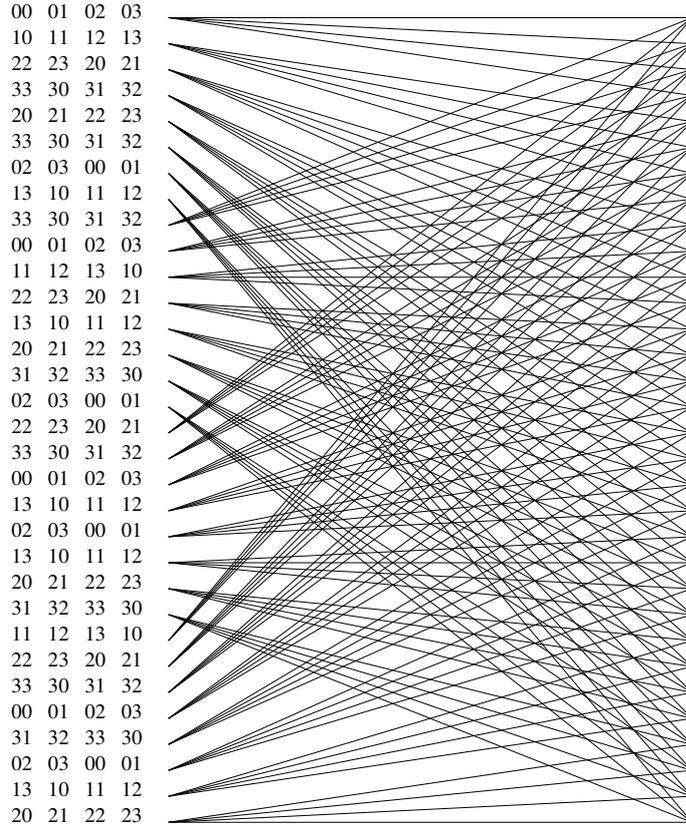


Figura 4.7: Código 2-Espaço-Temporal, 4-PSK, 32 estados, 2 b/s/Hz.

$t$ , a métrica de ramo para a transição rotulada por  $q_t^1, q_t^2, \dots, q_t^n$  é dada por

$$\sum_{j=1}^m \left| r_t^j - \sum_{i=1}^n \alpha_{i,j} q_t^i \right|^2.$$

O algoritmo de Viterbi é então usado para calcular o caminho com menor métrica acumulada.

De acordo com o tipo de desvanecimento (lento ou rápido), vários algoritmos de estimação de canal são propostos na literatura. Dependendo da constelação utilizada, os símbolos-piloto são adicionados de diferentes maneiras [40]. Por exemplo, no sistema GSM (*Global System for Mobile Communications*), o canal é estimado através da adição de um bloco de símbolos-piloto (seqüência de treinamento) no quadro de transmissão.

Em virtude do grande número de operações realizadas pelo algoritmo de Viterbi

na decodificação dos sinais transmitidos, a utilização de algoritmos sequenciais como, por exemplo, o algoritmo da pilha (*stack algorithm*), pode diminuir de forma bastante significativa o tempo necessário na decodificação sem que haja um expressivo comprometimento no desempenho desses códigos, medido em termos de probabilidade de erro de quadro (*frame*) [47, 5].

Os códigos em treliça anteriormente descritos são *códigos espaço-temporais* e combinam técnicas de diversidade espacial e temporal. Além do mais, se o código espaço-temporal garante uma diversidade  $r$  para o canal modelado com desvanecimento plano quasi-estático, assumindo uma antena receptora, o código será denominado de código  $r$ -espaço-temporal. Os códigos das Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 são códigos 2-espaço-temporais.

Nas Figuras 4.8 a 4.9 são apresentados resultados de simulação para o desempenho desses códigos com duas antenas transmissoras e com uma ou duas antenas receptoras. Nessas simulações cada quadro (*frame*) consistiu de 130 transmissões de cada antena. A partir destas simulações observa-se que o ganho em codificação aumenta com o aumento do número de estados do codificador, como também com o número de antenas receptoras.

Para comparação, as curvas de capacidade obtidas em [18] são apresentadas nas Figuras 4.10 e 4.11. Observe que considerando uma probabilidade de erro igual a 0,10, o desempenho do código com 32 estados está 2,5 dB abaixo da capacidade do canal.

## 4.5 Uniformidade Geométrica e suas Aplicações

Para o canal gaussiano, o método de construção de códigos em treliça baseados em partições e subconjuntos permite que os projetistas de códigos trabalhem com grandes constelações e com esquemas de particionamento de conjuntos mais complicados. Será examinada a construção algébrica dos códigos apresentados na Seção 4.4.

**Exemplo:** Neste exemplo a constelação dos sinais é 4-PSK na qual cada sinal é rotulado por um elemento de  $\mathbb{Z}_4$ , o anel dos inteiros módulo 4, como pode ser observado na Figura 4.3. Também é considerado o código em treliça com 4 estados da Figura 4.4. O rótulo  $x_1x_2$  indica que o sinal  $x_1$  é transmitido pela antena 1 e o sinal  $x_2$  é transmitido

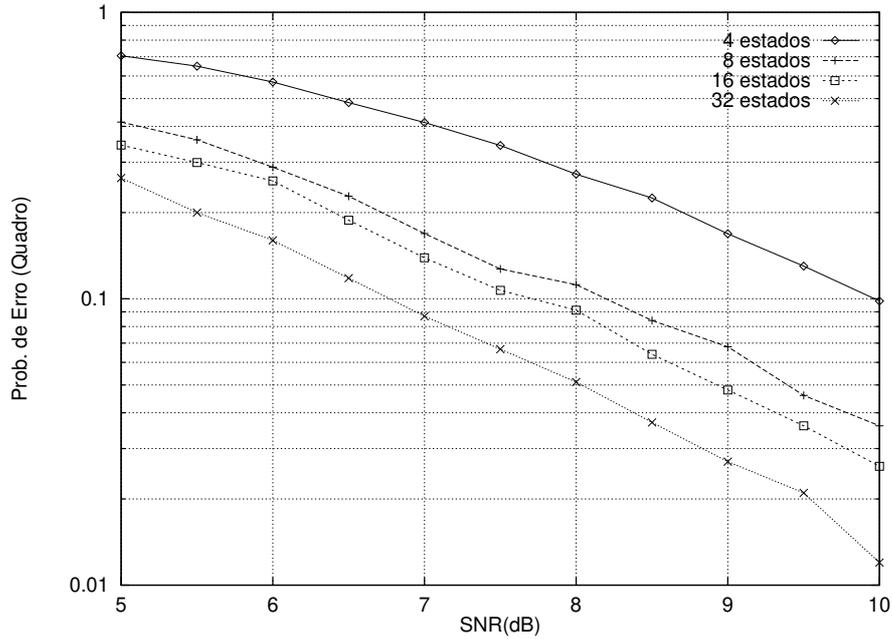


Figura 4.8: Código para 4-PSK com taxa 2 b/s/Hz que alcança uma diversidade igual a 4 com duas antenas transmissoras e duas antenas receptoras.

pela antena 2. Este código tem uma descrição muito simples em termos da sequência binária de entrada  $(b_k, a_k)$ . Os sinais de saída  $(x_1^k, x_2^k)$  no instante de tempo  $k$  são dados por

$$(x_1^k, x_2^k) = b_{k-1} \cdot (2, 0) + a_{k-1} \cdot (1, 0) + b_k \cdot (0, 2) + a_k \cdot (0, 1), \quad (4.12)$$

com as operações sendo realizadas em  $\mathbb{Z}_4$ . ■

Um código é dito geometricamente uniforme se dadas duas palavras-código  $x$  e  $y$ , existir uma isometria  $\phi_{x,y}$  permutando sobre o conjunto de palavras-código tal que  $\phi_{x,y}(x) = y$ . Se um código espaço-temporal é geometricamente uniforme, então o desempenho é independente da palavra-código transmitida [17]. O código da Figura 4.4 é geometricamente uniforme [44].

Para um ganho em diversidade igual a 2, o posto de

$$B(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \begin{pmatrix} e_1^1 - c_1^1 & e_2^1 - c_2^1 & \cdots & e_l^1 - c_l^1 \\ e_1^2 - c_1^2 & e_2^2 - c_2^2 & \cdots & e_l^2 - c_l^2 \end{pmatrix},$$

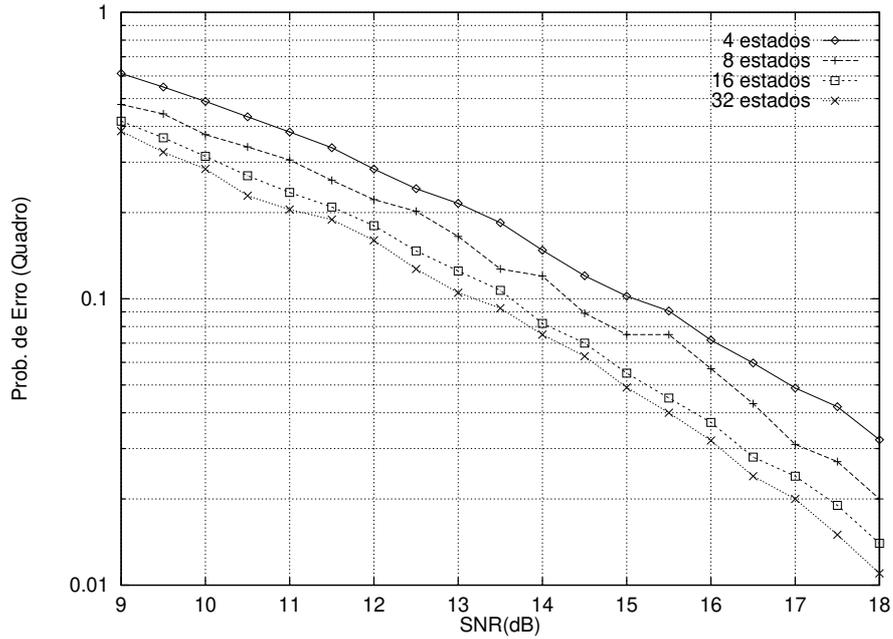


Figura 4.9: Código para 4-PSK com taxa 2 b/s/Hz que alcança uma diversidade igual a 2 com duas antenas transmissoras e uma antena receptora.

para quaisquer palavras-código distintas  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$ , deverá ser 2. É evidente a partir da Figura 4.4 e da descrição algébrica apresentada na Equação 4.12 que se os caminhos correspondentes às palavras-código  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$  divergem no instante de tempo  $t_1$  e convergem no instante de tempo  $t_2$ , então os vetores  $(e_1^{t_1} - c_1^{t_1}, e_2^{t_1} - c_2^{t_1})$  e  $(e_1^{t_2} - c_1^{t_2}, e_2^{t_2} - c_2^{t_2})$  são linearmente independentes. De fato,  $e_1^{t_1} - c_1^{t_1} = e_2^{t_2} - c_2^{t_2} = 0$ ,  $e_2^{t_1} - c_2^{t_1} \neq 0$  e  $e_1^{t_2} - c_1^{t_2} \neq 0$ .

Para calcular o ganho de codificação, precisa-se encontrar as palavras-código  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$  tais que o determinante

$$\det \left( \sum_{k=1}^l (e_k^1 - c_k^1, e_k^2 - c_k^2)^* \cdot (e_k^1 - c_k^1, e_k^2 - c_k^2) \right) \quad (4.13)$$

seja mínimo. Como o código deste exemplo é geometricamente uniforme, será assumido, sem perda da generalidade, que  $\mathbf{c}$  é a palavra-código nula.

A Equação 4.13 é modificada trocando-se o rótulo  $(x_1 x_2)$  pela matriz complexa

$$\begin{pmatrix} (j^{-x_1} - 1)(j^{x_1} - 1) & (j^{x_1} - 1)(j^{-x_2} - 1) \\ (j^{-x_1} - 1)(j^{x_2} - 1) & (j^{x_2} - 1)(j^{-x_2} - 1) \end{pmatrix}.$$

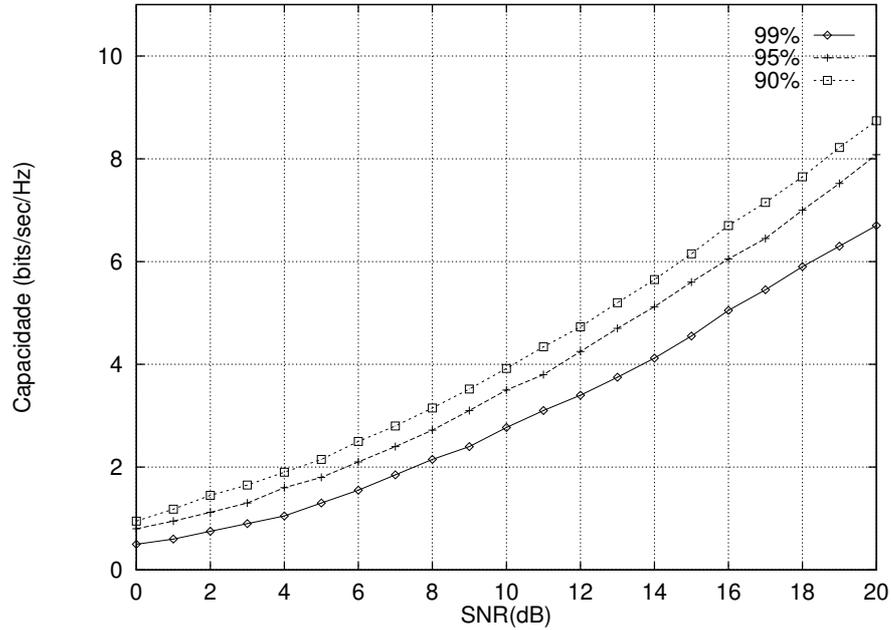


Figura 4.10: Capacidade do canal para duas antenas receptoras e duas antenas transmissoras.

Isto é mostrado na Figura 4.12.

Divergindo do estado zero produz-se uma matriz da forma

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}$$

e convergindo para o estado zero a matriz

$$\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

é formada, com  $s, t \geq 2$ . Desta forma a Equação 4.13 pode ser escrita como

$$\det \left[ \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ \bar{b} & d \end{pmatrix} \right] \quad (4.14)$$

com  $a, d \geq 0$  e  $|b|^2 \leq ad$ . Logo, o determinante mínimo é 4.

Pode-se mostrar que os códigos em treliça das Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 são geometricamente uniformes. Estes códigos podem ser, respectivamente, expressos pelas equações

$$(x_1^k, x_2^k) = a_{k-2} \cdot (2, 2) + b_{k-1} \cdot (2, 0) + a_{k-1} \cdot (1, 0) + b_k \cdot (0, 2) + a_k \cdot (0, 1), \quad (4.15)$$

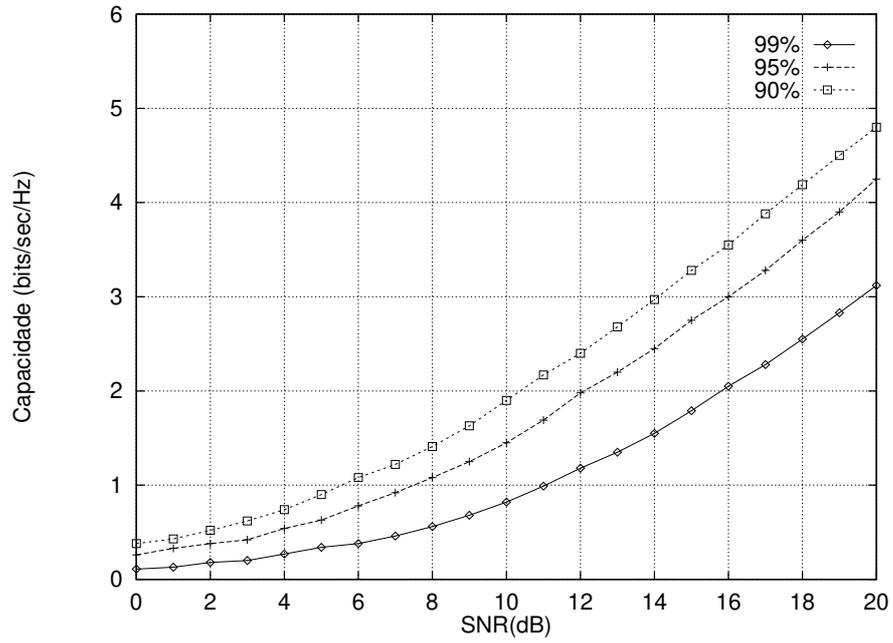


Figura 4.11: Capacidade do canal para uma antena receptora e duas antenas transmissoras.

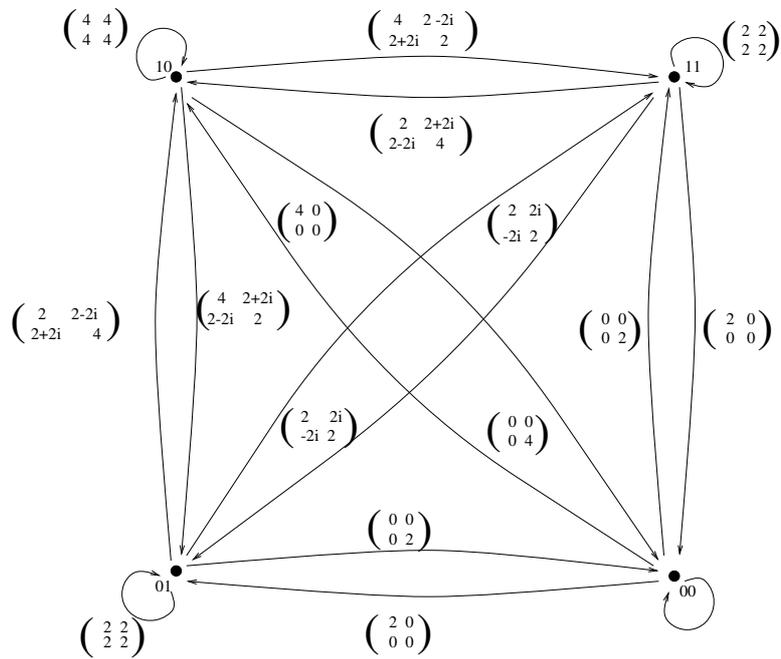


Figura 4.12: Diagrama de estados do exemplo.

$$(x_1^k, x_2^k) = b_{k-2} \cdot (0, 2) + a_{k-2} \cdot (2, 0) + b_{k-1} \cdot (2, 0) + a_{k-1} \cdot (1, 2) + b_k \cdot (0, 2) + a_k \cdot (2, 0) \quad (4.16)$$

e

$$(x_1^k, x_2^k) = a_{k-4} \cdot (2, 2) + b_{k-2} \cdot (3, 3) + a_{k-2} \cdot (2, 0) + b_{k-1} \cdot (2, 2) + a_{k-1} \cdot (1, 1) + b_k \cdot (0, 2) + a_k \cdot (0, 1) \quad (4.17)$$

com as operações realizadas em  $\mathbb{Z}_4$  e considerando a mesma notação utilizada no caso do código com 4 estados. Estes códigos são geometricamente uniformes. O determinantes mínimos são, respectivamente, 12, 20 e 28.

As regras de projeto que garantem a diversidade dos códigos projetados anteriormente são as seguintes:

- *Regra de Projeto 1:* Transições partindo do mesmo estado diferem no segundo símbolo;
- *Regra de Projeto 2:* Transições que chegam no mesmo estado diferem no primeiro símbolo.

## 4.6 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada uma classe de códigos chamados de códigos espaço-temporais, adequada à transmissão através de canais com desvanecimento Rayleigh. Estes códigos, que utilizam múltiplas antenas transmissoras, apresentam um desempenho muito bom com complexidade comparável à dos códigos em treliça utilizados para transmissão através de canais gaussianos.

Muito embora aqui se tenha considerada uma informação ideal sobre o estado do canal que foi modelado através de um único percurso, em [43] prova-se que os critérios de projeto descritos continuam válidos mesmo na presença de erros na estimação do canal, múltiplos percursos e mobilidade.

# Capítulo 5

## Técnicas para Melhoria de Desempenho

### 5.1 Introdução

Neste capítulo serão estudadas duas técnicas que melhoram o desempenho do sistema de comunicações baseado na quantização vetorial através de canais com desvanecimento.

Na Seção 5.2 é apresentada uma pequena modificação na constelação de sinais utilizados na transmissão em canais com desvanecimento que diminui a probabilidade de erro do sistema. Vale salientar que esta modificação não aumenta a complexidade do sistema. Em seguida, uma forma alternativa de organização de dicionários para quantização vetorial será introduzida. Esta nova organização reduz a distorção introduzida pelo ruído, quando os índices dos vetores-código são transmitidos através do canal de comunicações.

### 5.2 Rotação da Constelação QPSK

#### 5.2.1 Introdução

O desvanecimento causa uma degradação significativa no desempenho de sistemas de comunicações digitais. Para um canal com desvanecimento lento não-seletivo em

freqüência, a modulação codificada em combinação com entrelaçamento de bits (*interleaving*) apresenta um bom ganho de desempenho. O *interleaving* destrói as correlações do desvanecimento adicionando um tipo especial de diversidade [9, 12].

A diversidade para esquemas codificados em treliça é definida pelo comprimento do menor percurso do evento erro na treliça do código e uma alta diversidade é obtida ao custo de uma alta complexidade. Como a distância quadrática Euclidiana é secundária em canais com desvanecimento, um esquema ótimo para canais com ruído aditivo gaussiano branco (canais AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) pode não ser ótimo para canais com desvanecimento.

Alguns pontos sobre o projeto de esquemas de codificação ótimos para canais com desvanecimento são apresentados em [9, 13]. Em [13] Zehavi mostra que através do *interleaving* independente de cada bit, o ganho em diversidade de esquemas codificados em treliça (8PSK) é aumentado pelo número de posições dos bits codificados. Porém, as propriedades de distância Euclidiana são destruídas, causando alguma degradação no desempenho em canais AWGN quando comparado com o esquema original. Em [9], Jeličić usa uma forma mais direta de *interleaving* das coordenadas dos sinais em esquemas de modulação em quadratura (QAM) codificados em treliça, em que cada coordenada é entrelaçada independentemente. Nesse caso, a diversidade pode ser ampliada por um fator de até dois. Esses resultados indicam a importância da diversidade no canal com desvanecimento, sugerindo que, para o desvanecimento plano, os códigos em treliça padrões que usam entrelaçamento de bits podem não representar um enfoque correto. Seguindo estas sugestões, será analisada a referência de fase de um sistema QPSK não codificado, mostrando que o desempenho de um sistema PSK pode ser melhorado sem o aumento na complexidade do sistema.

Na próxima seção será apresentado um esquema PSK apropriado para aplicações em canais com desvanecimento. Combinando o entrelaçamento dos sinais da constelação e ainda usando uma detecção bit a bit, o desempenho dos esquemas PSK é consideravelmente melhorado. Porém, para atingir este desempenho é requerida uma informação ideal sobre o estado do canal (CSI - *Channel State Information*).

Por fim, na Seção 5.2.3 serão apresentados resultados da aplicação deste esquema aos códigos espaço-temporais.

### 5.2.2 O Modelo do Sistema

A modulação QPSK pode ser vista como duas modulações PSK binárias em paralelo - uma em fase (canal  $I$ ) e outra em quadratura (canal  $Q$ ). Os dois sinais correspondentes são ortogonais e podem ser separados no receptor. Além do mais, a transmissão desses dois sinais em canais com desvanecimento independente introduz um ganho em diversidade no sistema. Isto pode ser atingido através do entrelaçamento independente dos canais  $I$  e  $Q$  [37]. Contudo, o ganho em diversidade só é útil se existir uma redundância entre as duas componentes em quadratura.

Considere um esquema QPSK convencional. O sinal transmitido é dado por

$$s(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n p(t - nT_S) \cos(2\pi f_c t) + A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n p(t - nT_S) \sin(2\pi f_c t) \quad (5.1)$$

sendo

$a_n, b_n = \pm 1$  com a mesma probabilidade,

$$p(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T_S \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e  $f_c$  a frequência da portadora de amplitude  $A$ .

Pode ser observado a partir da Equação 5.1 que a informação transmitida em um canal é independente da informação transmitida no outro. Neste caso, o sistema não pode tomar vantagem das regras de diversidade sem que algum tipo de redundância entre os dois canais em quadratura seja introduzida. Nesta seção será apresentada uma forma de se gerar alguma redundância no esquema QPSK sem afetar sua eficiência espectral.

A introdução de redundância no esquema QPSK pode ser alcançada através da rotação da constelação de sinais por uma fase constante  $\theta$ , como mostrado na Figura 5.1. Com essa constelação modificada, o sinal transmitido pode ser escrito como

$$s(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n p(t - nT_S) \cos(2\pi f_c t) + A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_n p(t - nT_S) \sin(2\pi f_c t) \quad (5.2)$$

sendo

$$x_n = a_n \cos \theta - b_n \sin \theta$$

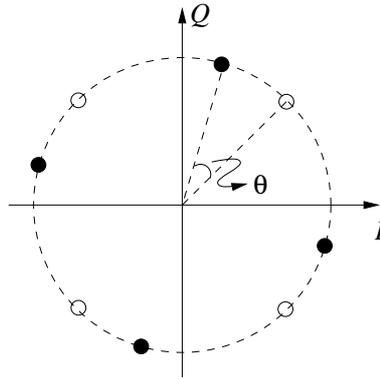


Figura 5.1: Constelação QPSK modificada.

$$y_n = a_n \sin \theta + b_n \cos \theta.$$

A partir da equação anterior, nota-se que a cada intervalo de símbolo, um par de bits ( $a_n$  e  $b_n$ ) é apresentado a cada canal em quadratura. Além disso, um ganho em diversidade pode ser obtido sem afetar a eficiência espectral do esquema QPSK e sem alterar o seu desempenho através de canais AWGN. Além do mais, pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \end{bmatrix} = [a_n \quad b_n] \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

tornando a modificação no modulador QPSK muito simples.

O diagrama de blocos do modulador PSK é apresentado na Figura 5.2. O modulador em banda básica gera os componentes em quadratura  $a_n \cos \theta - b_n \sin \theta$  e  $a_n \sin \theta + b_n \cos \theta$  do sinal transmitido. Cada componente em quadratura é entrelaçada independentemente. Os sinais entrelaçados são escolhidos de modo que após o entrelaçamento, as duas componentes sejam independentes. As duas componentes em quadratura são então convertidas à frequência da portadora e adicionadas. O sinal transmitido torna-se

$$s(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n p(t - nT_S) \cos(2\pi f_c t) + A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_{n-k} p(t - nT_S) \sin(2\pi f_c t) \quad (5.3)$$

sendo  $k$  o inteiro que representa o atraso em número de símbolos introduzido pelo entrelaçamento entre as componentes  $I$  e  $Q$ .

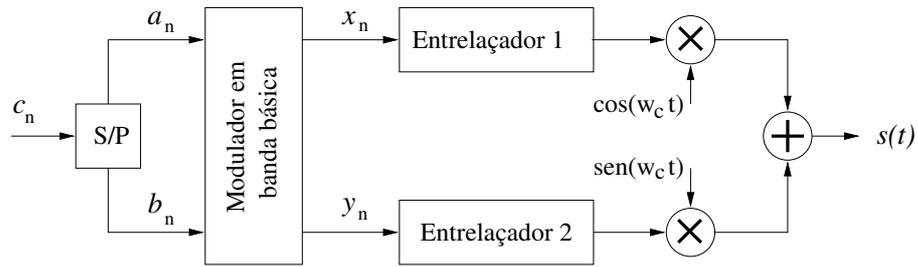


Figura 5.2: Diagrama de blocos do modulador para o esquema QPSK.

A fase constante  $\theta$  é selecionada de modo que a distância Euclidiana quadrática entre os sinais da constelação QPSK seja maximizada em ambas as componentes,  $I$  e  $Q$ . Para dois pontos mais próximos da constelação do esquema QPSK, pode-se escrever

$$\begin{aligned} d_I^2 &= 1 + \cos(2\theta) \\ d_Q^2 &= 1 - \cos(2\theta) \end{aligned} \quad (5.4)$$

sendo  $d_I^2$  e  $d_Q^2$  as distâncias Euclidianas quadráticas normalizadas tomadas ao longo das direções em fase e em quadratura, respectivamente. A soma destas duas distâncias é obviamente independente de  $\theta$  e representa a distância quadrática Euclidiana de um sistema QPSK convencional, que garante o desempenho regular do sistema QPSK sobre canais AWGN. O uso desta fase inicial melhora o desempenho do sistema quando o sinal é transmitido através de canais com desvanecimento.

Assume-se que o canal de comunicação digital apresenta desvanecimento lento não-seletivo em frequência com um fator multiplicativo representando o efeito do desvanecimento e um termo aditivo representando o canal AWGN. O sinal recebido  $r(t)$  é então escrito como

$$r(t) = \alpha(t)s(t) + n(t), \quad (5.5)$$

sendo  $\alpha(t)$  modelado como um processo gaussiano complexo com média zero. No receptor (Figura 5.3),  $r(t)$  é primeiramente convertido para banda básica. O sinal obtido  $r_l(t)$  (equivalente passa-baixas) em um intervalo de sinalização é

$$r_l(t) = \alpha_n e^{-j\phi_n} s_l(t) + z(t), \quad nT_s \leq t \leq (n+1)T_s, \quad (5.6)$$

em que  $z(t)$  representa o ruído gaussiano branco complexo,  $\alpha_n$  a amplitude do desvanecimento (considerada constante em um intervalo de símbolo),  $\phi_n$  é o deslocamento

de fase devido ao canal com desvanecimento e  $s_l(t)$  o equivalente passa-baixas do sinal transmitido  $s(t)$ .

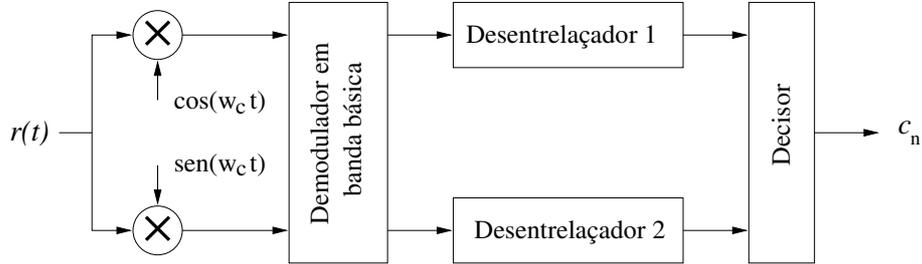


Figura 5.3: Diagrama de blocos do demodulador para o esquema QPSK.

Assumindo um canal com desvanecimento suficientemente lento, o deslocamento de fase  $\phi_n$  pode ser estimado sem erro a partir do sinal recebido. Assim, depois da demodulação, o vetor recebido  $\tilde{\mathbf{r}}_n$  apresenta a seguinte forma

$$\tilde{\mathbf{r}}_n = \alpha_n \mathbf{s}_n + \mathbf{z}_n, \quad (5.7)$$

sendo  $\mathbf{s}_n$  a representação vetorial do sinal transmitido no instante de tempo  $nT_s$  dada por

$$\mathbf{s}_n = x_n + jy_{n-k}. \quad (5.8)$$

Os elementos do vetor complexo  $\mathbf{z}_n$  são variáveis aleatórias gaussianas independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância  $N_0/2$ .

Depois do desentrelaçamento, o vetor recebido torna-se

$$\mathbf{r}_n = \alpha_n x_n + \text{Re}\{\mathbf{z}_n\} + j[\alpha_{n+k} y_n + \text{Im}\{\mathbf{z}_{n+k}\}] \quad (5.9)$$

que é então processado usando a detecção símbolo a símbolo. O demodulador ótimo calcula a distância Euclidiana quadrática entre o sinal recebido e cada um dos quatro vetores do esquema QPSK e decide em favor do mais próximo a  $\mathbf{r}_n$ .

Assumindo uma perfeita informação sobre o estado do canal, a probabilidade de erro média condicionada às amplitudes do desvanecimento pode ser escrita como

$$P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}_n | \alpha_n, \alpha_{n+k}) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0} d^2(\mathbf{s}_n, \hat{\mathbf{s}}_n)} \right), \quad (5.10)$$

sendo  $d^2(\mathbf{s}_n, \hat{\mathbf{s}}_n)$  a distância quadrática Euclidiana entre  $\mathbf{s}_n$  e  $\hat{\mathbf{s}}_n$  dada por

$$d^2(\mathbf{s}_n, \hat{\mathbf{s}}_n) = \alpha_n^2 d_I^2 + \alpha_{n+k}^2 d_Q^2, \quad (5.11)$$

$E_b$  a energia de bit e  $\text{erfc}(\cdot)$  a função erro complementar definida como

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-y^2} dy. \quad (5.12)$$

A probabilidade de erro média é então obtida calculando-se a média sob a função densidade de probabilidade (fdp) das amplitudes do desvanecimento. Observe que quando não existe desvanecimento, a distância Euclidiana quadrática permanece a mesma do esquema QPSK original e o seu desempenho sobre canais AWGN permanece inalterado.

Neste estudo, a amplitude do desvanecimento é modelada como uma variável aleatória com distribuição Rayleigh. Assumindo o entrelaçamento ideal ( $k \gg 1$ ),  $\alpha_n$  e  $\alpha_{n+k}$  podem ser vistas como variáveis aleatórias i.i.d. com fdp dada por [26]

$$p_\alpha(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (5.13)$$

com  $E\{\alpha^2\} = 1$ . Calculando-se a média sob a fdp de  $\alpha_n$  e  $\alpha_{n+k}$ , pode-se obter [37]

$$P_b = \frac{d_I^2}{2(d_I^2 - d_Q^2)} \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_I^2 E_b / 2N_0}{1 + d_I^2 E_b / 2N_0}} \right] - \frac{d_Q^2}{2(d_I^2 - d_Q^2)} \left[ 1 - \sqrt{\frac{d_Q^2 E_b / 2N_0}{1 + d_Q^2 E_b / 2N_0}} \right] \quad (5.14)$$

sendo

$$\begin{cases} d_I^2 = 1 + \cos(2\theta), \\ d_Q^2 = 1 - \cos(2\theta), \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq \pi/4. \quad (5.15)$$

Pode-se observar a partir da Equação 5.14 que a probabilidade de erro é uma função do deslocamento de fase  $\theta$ . Quando  $\theta = 0$ , a constelação QPSK é simétrica em relação a ambos o eixos. Neste caso a distância Euclidiana em uma das componentes é *zero* e assim o desempenho do sistema, medido em termos da probabilidade de erro de bit

( $P_b$ ), se reduz àquele de um sistema QPSK convencional dado por

$$P_b = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{E_b/N_0}{1 + E_b/N_0}} \right]. \quad (5.16)$$

O resultado acima representa o pior caso de desempenho. De fato, quando  $\theta$  é aumentado, a distância Euclidiana é dividida entre as duas componentes em quadratura e uma diversidade de grau *dois* é obtida. Como resultado, o desempenho do sistema é melhorado. Um desempenho ótimo é obtido quando a distância Euclidiana é dividida adequadamente entre as duas componentes em quadratura, que é obtida para uma rotação de fase  $\theta = \pi/8$  [37].

Pode ser observado na Figura 5.4 o desempenho do esquema QPSK para o caso ótimo. Observa-se que há uma considerável melhora de desempenho em comparação ao esquema QPSK convencional, um ganho de 9 dB é alcançado à probabilidade de erro de  $10^{-3}$ . Este ganho é obtido sem o aumento da complexidade do sistema, isto é, usando a detecção símbolo a símbolo. Também são apresentados na Figura 5.4 resultados de simulações para os esquemas original e modificado, revelando os mesmos resultados que foram obtidos analiticamente.

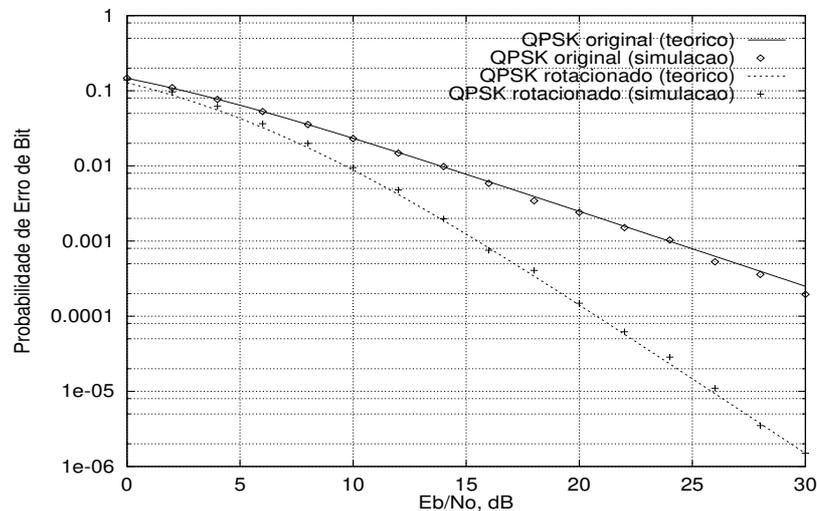


Figura 5.4: Probabilidade de erro do esquema QPSK (original e rotacionado) através do canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal.

### 5.2.3 Aplicação aos Códigos Espaço-Temporais

A utilização da constelação modificada melhora o desempenho dos códigos espaço-temporais apresentados no capítulo anterior, como pode ser observado nos resultados de simulação apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6. Nestas simulações foram utilizados os códigos espaço-temporais com 8 estados com 1 e 2 antenas receptoras. O desempenho no segundo caso é menos significativo do que no primeiro caso, pois a segunda antena utilizada na recepção já fornecia uma determinada redundância que possibilitava o desempenho do código mais próximo à capacidade do canal do que no primeiro caso.

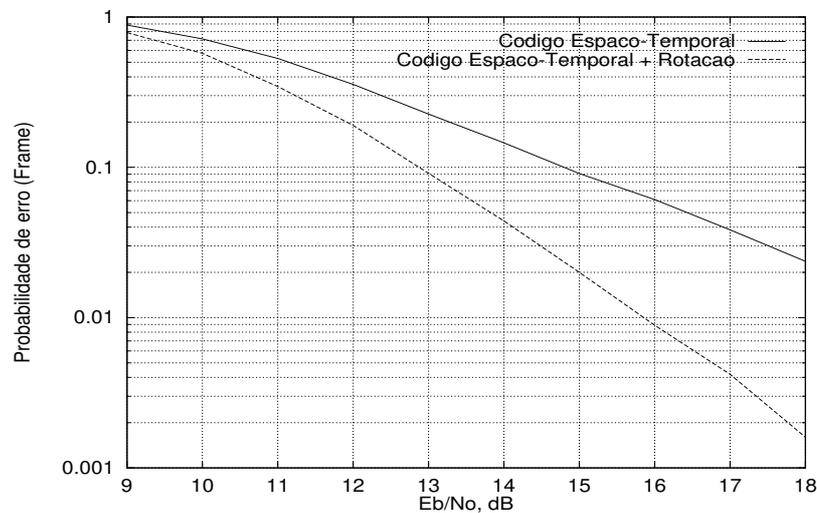


Figura 5.5: Comparação de desempenho entre o código espaço-temporal (8 estados – 2 antenas na transmissão e 1 na recepção) antes e após a rotação da constelação. Canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal.

## 5.3 Organização do Dicionário

### 5.3.1 Introdução

O projeto de dicionários para quantização vetorial é normalmente feito sob o ponto de vista de que o canal não introduz erros nos símbolos transmitidos. Desta forma, o projeto de dicionário se reduz à determinação dos vetores-código, segundo algum

Figura 5.6: Comparação de desempenho entre o código espaço-temporal (8 estados – 2 antenas na transmissão e 2 na recepção) antes e após a rotação da constelação. Canal com desvanecimento Rayleigh com perfeita informação sobre o estado do canal.

critério de minimização do erro de quantização. Porém a degradação do desempenho da quantização vetorial em canais ruidosos é um problema que deve ser combatido. Vale salientar que a distorção total em um sistema de transmissão de dados quantizados é a soma de duas parcelas: a distorção introduzida pela operação de quantização mais a distorção introduzida pelos erros no canal. O uso de esquemas de codificação na transmissão reduz a distorção introduzida pelo canal, não afetando a parcela da distorção devido à codificação de fonte.

Para um quantizador vetorial com dicionário fixo e sem qualquer esquema de proteção contra erros, um ganho de desempenho (sob o ponto de vista da transmissão através de canais ruidosos) pode ser obtido através da adequada atribuição das palavras-código (i.e., índices binários) aos vetores-código [23].

Intuitivamente, os vetores que estão próximos<sup>1</sup> devem ser associados a índices que difiram em poucos bits [39]. Desta forma, os erros provocados pelo canal ruidoso nos índices transmitidos fazem com que o vetor decodificado se aproxime daquele vetor que

---

<sup>1</sup>Dois vetores estão “próximos” um do outro se a medida de distorção entre eles (medida de distância) for relativamente pequena.

seria resultado da decodificação de um índice isento de erros (i.e., na ausência de ruído no canal).

Essa forma de atribuição de índices aos vetores código pode ser encarada como uma forma de se organizar o dicionário proveniente do algoritmo de quantização vetorial objetivando-se um melhor desempenho em termos da transmissão através de canais ruidosos.

Vários estudos propõem uma codificação conjunta de fonte e de canal como solução para o problema da quantização vetorial através de canais ruidosos [27, 10]. Contudo esse enfoque redundante em sistemas de alta complexidade, difíceis de serem aplicados na prática.

Na próxima seção será apresentada uma forma sistemática da alocação de índices na quantização vetorial e em seguida será descrito um algoritmo que reduz a distorção média de um sistema de QV, sob o ponto de vista da transmissão em canais ruidosos, por meio da organização dos vetores-código de um dado dicionário.

### 5.3.2 Definição do Problema da Organização do Dicionário

Em comunicações digitais, quando a probabilidade de erro no canal binário simétrico é baixa, a probabilidade associada à ocorrência de um único erro numa palavra-código é maior do que aquela associada à ocorrência de dois ou mais erros. Em situações como esta, a utilização de um código Gray pode trazer alguns benefícios ao sistema. Um código Gray é projetado de forma que palavras adjacentes difiram em apenas um único bit. Na Figura 5.7 são apresentados os códigos Gray com palavras de 2, 3 e 4 bits de comprimento.

Considere o caso do sistema QPSK, em banda básica, apresentado na Figura 5.8. No caso da transmissão destes sinais através de um canal corrompido por ruído gaussiano aditivo, com média zero e variância  $N_0/2$ , a probabilidade de que após a transmissão do símbolo  $S_0$  se decida na recepção por  $S_1$  é [49]

$$P[S_1|S_0] = \int_{\sqrt{E_S/2}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\alpha^2/N_0} d\alpha = Q\left(\sqrt{E_S/N_0}\right), \quad (5.17)$$

sendo  $\sqrt{E_S}$  a energia de símbolo e  $Q(\cdot)$  a função erro, já definida anteriormente.

	00	0000
	01	0001
	11	0011
	10	0010
(a) 2 bits.		0110
		0111
		0101
		0100
	000	1100
	001	1101
	011	1111
	010	1110
	110	1010
	111	1011
(b) 3 bits.		1001
	101	1000
	100	1000
		(c) 4 bits.

Figura 5.7: Código Gray.

De mesma forma, a decisão por  $S_2$  ou  $S_3$  apresenta a seguintes probabilidades

$$P[S_2|S_0] = Q\left(\sqrt{2E_S/N_0}\right) \quad (5.18)$$

$$P[S_3|S_0] = Q\left(\sqrt{E_S/N_0}\right) \quad (5.19)$$

Tem-se então que  $P[S_2|S_0] > P[S_1|S_0] = P[S_3|S_0]$ .

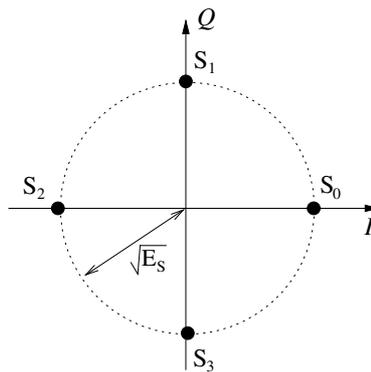


Figura 5.8: Constelação QPSK.

Se a atribuição dos bits ao símbolos for feita da maneira natural, isto é,

$$\begin{aligned}
 S_0 &\leftarrow 00 \\
 S_1 &\leftarrow 01 \\
 S_2 &\leftarrow 10 \\
 S_3 &\leftarrow 11
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

a probabilidade de que ocorram erros em 2 bits durante a transmissão de um único símbolo (como por exemplo no caso em que a operação de decodificação decide por  $S_3$  dado que o símbolo  $S_0$  foi transmitido), pode ser maior do que a probabilidade da ocorrência de um único erro (caso a operação de decodificação decida por  $S_2$  dado que o símbolo  $S_0$  foi transmitido).

Este problema pode ser resolvido, se a atribuição dos índices aos símbolos for feita de acordo com o código Gray de 2 bits, conforme pode ser observado na Figura 5.9. Este esquema melhora o desempenho do sistema de transmissão em termos da probabilidade de erro de bit, pois os símbolos que se encontram mais distantes um do outro são associados a representações binárias diferindo em dois bits. Observe que a probabilidade de erro de símbolo permanece inalterada.

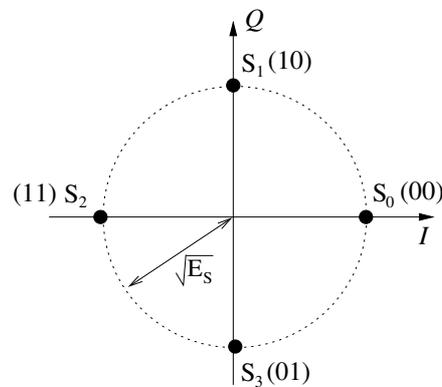


Figura 5.9: Constelação QPSK.

Uma extensão desta técnica pode ser usada para atribuição dos índices (organização do dicionário) dos vetores-códigos na quantização vetorial. Para tanto, pode-se imaginar uma circunferência hipotética na qual os vetores-código serão arranjados para posterior aplicação de um código Gray.

Considerando que cada palavra-código, após a transmissão através de um canal ruidoso, poderá ter no máximo um bit decodificado erroneamente (para canais binários, sem qualquer esquema de codificação, esta suposição é perfeitamente válida quando a probabilidade de erro de bit é suficientemente baixa), os erros de decodificação farão com que o vetor decodificado seja aquele da posição adjacente àquela que seria resultado da decodificação da palavra-código recebida sem erro.

Sob estas condições, pode-se definir a distância dimétrica  $D_i$  (distorção) associada à transmissão de um dado vetor  $\mathbf{x}_i$  com a posterior decodificação pelo vetor  $\mathbf{x}_{i-1}$  ou pelo vetor  $\mathbf{x}_{i+1}$  como

$$D_i = d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}) + d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}), \quad (5.21)$$

sendo  $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  a medida de distorção (distância) entre os vetores  $\mathbf{x}_i$  e  $\mathbf{x}_j$ .

Considerando um dicionário com  $L$  vetores ( $\mathbf{x}_i; i = 0, 1, \dots, L-1$ ), pode-se definir a distância simétrica total associada ao dicionário,  $D$ , como

$$D = \sum_{i=0}^{L-1} D_i, \quad i = 0, 1, \dots, L-1, \quad (5.22)$$

sendo  $D_0 = d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{L-1}) + d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1)$ ,  $D_{L-1} = d(\mathbf{x}_{L-1}, \mathbf{x}_{L-2}) + d(\mathbf{x}_{L-1}, \mathbf{x}_0)$  e  $D_i$  para  $i = 1, 2, \dots, L-2$  dada na Equação 5.21. Uma versão normalizada de  $D$  (distância simétrica total da constelação) é obtida levando-se em consideração o número  $L$  de vetores do dicionário e a quantidade  $N$  de componentes de cada vetor,

$$\bar{D} = \frac{1}{L \cdot N} \cdot D. \quad (5.23)$$

Intuitivamente, a degradação na qualidade da transmissão, em termos da medida de distorção definida pelo sistema de quantização vetorial, será maior para altos valores de  $\bar{D}$ , pois os erros em um único bit do índice transmitido fazem com que o vetor decodificado esteja próximo do vetor correto. O valor da distância simétrica total pode ser minimizado através do arranjo dos vetores sobre a circunferência hipotética, ou seja, deve-se organizar o dicionário visando a transmissão dos índices dos vetores através de canais ruidosos. Essa tarefa envolve uma elevada complexidade computacional devido à natureza combinatorial do problema, pois para um dicionário com  $L$  vetores existem  $L!$  combinações possíveis a serem pesquisadas. Por exemplo, um dicionário com 32 vetores

apresenta aproximadamente  $10^{35}$  combinações possíveis, tornando a busca exaustiva inviável.

### 5.3.3 Algoritmo Simplificado para Minimização da Energia da Constelação

Nesta seção será descrito um algoritmo sub-ótimo, visto que não garante a obtenção de uma configuração de vetores no dicionário ótima pois não pesquisa sobre todos os casos possíveis, para minimização da distância simétrica total da constelação de vetores de um dicionário para quantização vetorial.

O algoritmo apresenta a limitação que o número  $L$  de vetores  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, L-1$ , deve ser potência de 2, isto é,  $L = 2^b$  para um número inteiro  $b$  qualquer. Ele se baseia na minimização da distância de um vetor aos vetores adjacentes ao mesmo. O algoritmo, que obtém a sequência de vetores  $\mathbf{y}_i$  a partir de um espaço de busca formado pelos vetores  $\mathbf{x}_i$ , consta da seguinte sequência de passos:

**Passo 1:** Faça  $\mathbf{y}_0$  igual ao vetor  $\mathbf{x}_i$  de maior módulo e exclua este vetor  $\mathbf{x}_i$  do espaço de busca;

**Passo 2:** Entre os vetores  $\mathbf{x}_i$  restantes escolha aquele com maior distância em relação a  $\mathbf{y}_0$  e faça  $\mathbf{y}_{L/2}$  igual a este vetor. Novamente exclua este vetor  $\mathbf{x}_i$  do espaço de busca.

**Passo 3:** Para  $i$  variando de 1 até  $L/2 - 1$ , faça:

(A) Entre os vetores  $\mathbf{x}_i$  restantes escolha aquele com menor distância em relação a  $\mathbf{y}_{i-1}$  e faça  $\mathbf{y}_i$  igual a este vetor. Novamente exclua este vetor  $\mathbf{x}_i$  do espaço de busca.

(B) Entre os vetores  $\mathbf{x}_i$  restantes escolha aquele com menor distância em relação a  $\mathbf{y}_{L-i+1}$  e faça  $\mathbf{y}_{L-i}$  igual a este vetor. Novamente exclua este vetor  $\mathbf{x}_i$  do espaço de busca.

**Passo 4:** A esta constelação de vetores  $\mathbf{y}_i$  formada atribua um código Gray com  $\log_2 L$  bits.

A fim de tornar o entendimento do algoritmo mais claro, o caso da aplicação do algoritmo para organização de um dicionário com  $2^3 = 8$  vetores é apresentado na Figura 5.10. Observe que durante o **Passo 2**, o vetor escolhido é aquele que apresenta a maior distância em relação ao vetor inicial.

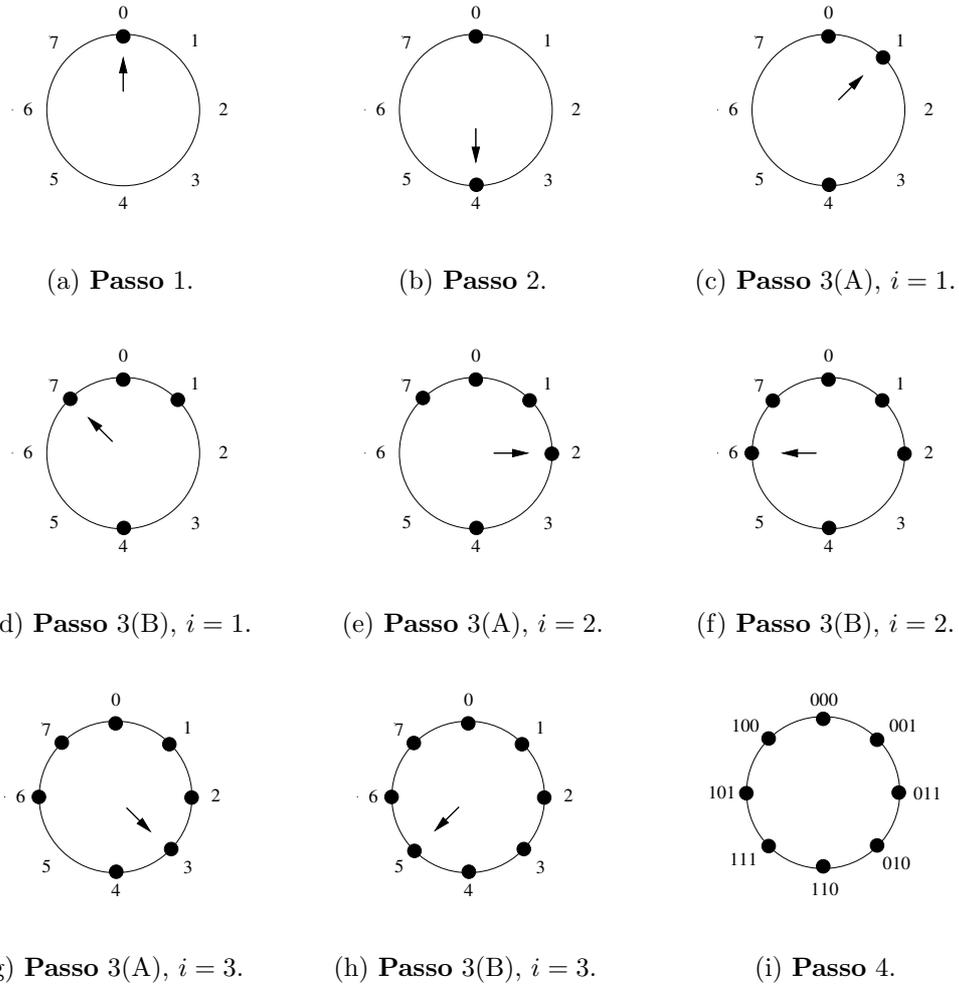


Figura 5.10: Exemplo da aplicação do algoritmo para minimização da distância simétrica da constelação de vetores para o caso de um dicionário com 8 vetores.

### 5.3.4 Resultados

O algoritmo da seção anterior foi utilizado na organização de dicionários para quantização vetorial de sinais de imagens e sinais de voz. A partir da observação das Tabelas 5.1 e 5.2, percebe-se que em todos os dicionários submetidos à organização houve uma significativa diminuição da distância simétrica total do dicionário ( $D$ ), definida na Equação 5.22.

De acordo com resultados experimentais, descritos no próximo capítulo, a utilização desses dicionários organizados diminui a distorção média introduzida pelo erro provocado pelo ruído do canal de transmissão.

$N$	$L$	$\overline{D}(\text{inicial})$	$\overline{D}(\text{final})$
16	32	4556,8	1757,1
16	64	4928,7	1183,0
16	128	4269,7	1133,2
16	256	4030,5	698,1
16	512	2885,2	464,8

Tabela 5.1: Organização de dicionários para quantização de imagens.

$N$	$L$	$D(\text{inicial})$	$D(\text{final})$
2	16	1,058	0,856
2	32	2,102	1,864
2	64	6,091	2,178
2	128	14,902	3,035
2	256	19,843	4,934

Tabela 5.2: Organização de dicionários para quantização de sinais de voz.

## 5.4 Conclusão

Neste capítulo foram apresentadas duas técnicas para melhoria de desempenho de um sistema de comunicações baseado na quantização vetorial. Mostrou-se, tanto analiticamente quanto através de simulações, que a rotação da constelação de sinais QPSK reduz a probabilidade de erro do sistema através de canais com desvanecimento. A organização dos vetores do dicionário também foi discutida como alternativa para melhorar o desempenho do sistema quando ocorrem erros nos índices transmitidos através do canal. Vale salientar que estas duas estratégias não aumentam a complexidade do sistema.

# Capítulo 6

## Resultados

### 6.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados resultados de simulações envolvendo a transmissão de imagens e sinais de voz em canais com desvanecimento do tipo Rayleigh utilizando as técnicas descritas nos capítulos anteriores.

### 6.2 Simulações Envolvendo Imagens

O primeiro conjunto de experimentos consistiu na transmissão de imagens através de dois sistemas: um sistema utilizando um código espaço-temporal e um sistema sem codificação de canal. O principal objetivo desse experimento foi traduzir a diminuição da probabilidade de erro, devido à utilização do código espaço-temporal, em ganho de qualidade nas imagens transmitidas, medido em termos da relação sinal-ruído de pico (*PSNR*) das imagens reconstruídas.

Para esse experimento foi escolhido um código espaço-temporal com 8 estados, dessa forma garantiu-se uma diminuição na probabilidade de erro do canal com uma complexidade de codificação relativamente pequena (e, conseqüentemente, menor custo computacional na operação de codificação/decodificação). O esquema não codificado utilizava as duas antenas para transmitir a mesma informação, desta forma a taxa de transmissão no canal, em bits/segundo, foi a mesma para os dois casos.

Foi utilizado um sistema de transmissão com duas antenas na transmissão e duas antenas na recepção, utilizando a modulação QPSK, conforme pode ser observado na Figura 6.1. O funcionamento do sistema pode ser explicado da seguinte forma: Os dados de entrada (imagem original) são fornecidos ao quantizador vetorial, que compara cada vetor de entrada  $\mathbf{x}$  com aqueles vetores do dicionário que estão a sua disposição, o índice  $b_I$  do vetor que produz a menor distorção é então enviado ao codificador de canal que seleciona os sinais  $c_1$  e  $c_2$  que serão produzidos pelos moduladores e enviados às antenas para transmissão. Assume-se que o canal de transmissão está sujeito ao desvanecimento do tipo Rayleigh e ao ruído aditivo gaussiano branco. Na recepção o processo é invertido, os sinais recebidos pelas antenas receptoras são demodulados e assim as estimativas  $\hat{c}_1$  e  $\hat{c}_2$  do sinais transmitidos são fornecidas ao decodificador de canal que gera a estimativa  $\hat{b}_I$  do índice transmitido. De posse deste valor, o decodificador vetorial, que detém uma cópia do dicionário usado na quantização, escolhe o vetor  $\hat{\mathbf{x}}_I$  com sendo o vetor transmitido.

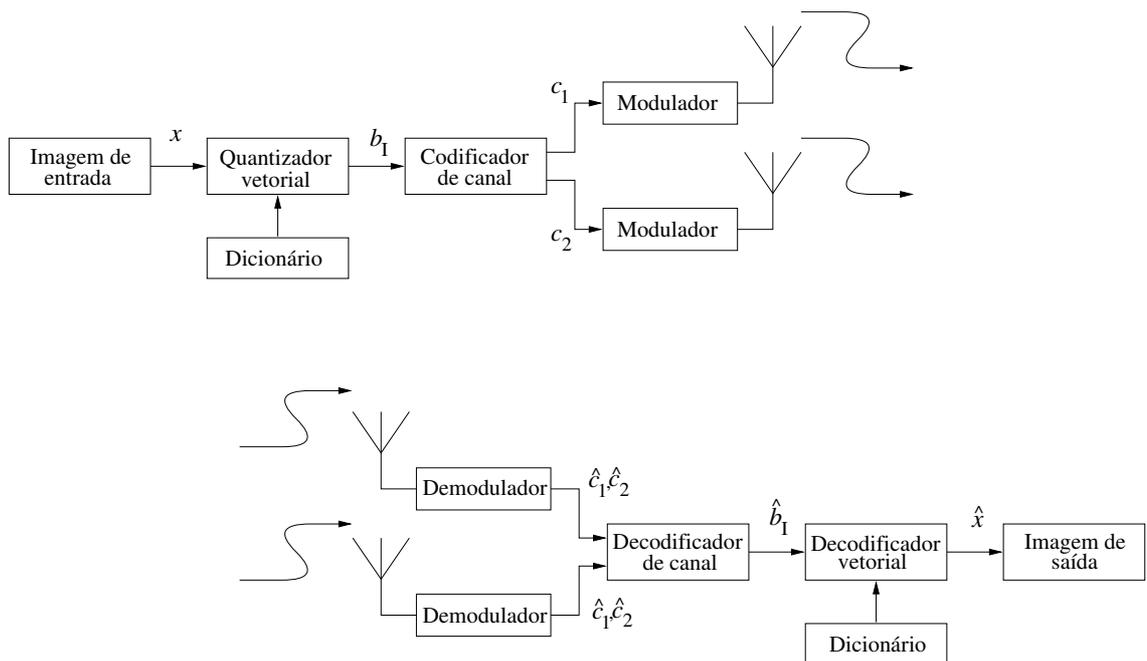


Figura 6.1: Sistema de transmissão de imagens baseado na quantização vetorial.

Os resultados deste experimento, no qual foi utilizada a imagem *Lena* ( $256 \times 256$  pi-

*xels*) codificada inicialmente à taxa de 8 bpp e uma relação sinal-ruído ( $SNR$ ) do canal com desvanecimento variando de 6 a 10 dB, podem ser vistos nas Figuras 6.2 (esquema não codificado) e 6.3 (onde foi utilizado o código espaço-temporal), nestas figuras o dicionário para quantização vetorial era constituído por 256 vetores de dimensão 16 (taxa de codificação  $R = 0,5$  bpp). Observa-se a superioridade da qualidade das imagens no caso em que houve a codificação de canal. O ganho em desempenho, em termos da  $PSNR$ , é da ordem de 4,5 dB. Testes subjetivos informais também comprovaram esta superioridade.

Os gráficos da probabilidade de erro em função da relação sinal-ruído ( $SNR$ ) do canal com desvanecimento pode ser observado na Figura 6.4, onde é nítida a superioridade do código espaço-temporal em relação ao sistema não codificado no tocante a proteção contra erros.

Os erros na decodificação dos índices provocados pelo canal afetam a qualidade das imagens através do aparecimento de blocos de *pixels* (“artefatos”) destoantes com os padrões locais das imagens, isto é, após a transmissão, o vetor decodificado pode ser muito diferente daquele que seria resultado da decodificação de um índice isento de erros. Este tipo de erro, que caracteriza um ruído do tipo impulsivo sob a imagem, é muito difícil de ser removido usando as técnicas usuais de filtragem.

Aqui pode-se deixar uma sugestão (não implementada no decorrer deste trabalho) para se tentar minimizar este problema: a idéia é bastante simples e consiste na quantização da imagem no domínio da frequência, isto é, utiliza-se a quantização vetorial aplicada ao resultado da Transformada de Fourier bidimensional da imagem em questão, desta forma acredita-se que um erro concentrado (“artefato”) no domínio da frequência será distribuído em todos os *pixels* da imagem no domínio espacial, tornando assim o erro na decodificação de um vetor menos perceptível.

### **6.2.1 Influência da Dimensão do Quantizador na Qualidade das Imagens Reconstruídas**

Um fato bem conhecido da Teoria da Quantização é que quanto maior for a dimensão (número de vetores do dicionário) do quantizador vetorial, melhor será a qualidade dos



(a) Trans. sem erro,  $PSNR = 27,32$  dB.



(b)  $SNR = 6$  dB,  $PSNR = 20,02$  dB.



(c)  $SNR = 7$  dB,  $PSNR = 22,58$  dB.



(d)  $SNR = 8$  dB,  $PSNR = 23,05$  dB.



(e)  $SNR = 9$  dB,  $PSNR = 23,73$  dB.

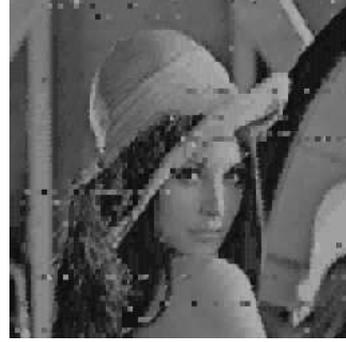


(f)  $SNR = 10$  dB,  $PSNR = 25,23$  dB.

Figura 6.2: Imagem *Lena* reconstruída após a transmissão através do canal com desvanecimento sem qualquer codificação de canal.



(a) Trans. sem erro,  $PSNR = 27,32$  dB.



(b)  $SNR = 6$  dB,  $PSNR = 25,11$  dB.



(c)  $SNR = 7$  dB,  $PSNR = 25,75$  dB.



(d)  $SNR = 8$  dB,  $PSNR = 26,32$  dB.



(e)  $SNR = 9$  dB,  $PSNR = 26,73$  dB.



(f)  $SNR = 10$  dB,  $PSNR = 27,18$  dB.

Figura 6.3: Imagem *Lena* reconstruída após a transmissão através do canal com desvanecimento utilizando-se um código espaço-temporal.

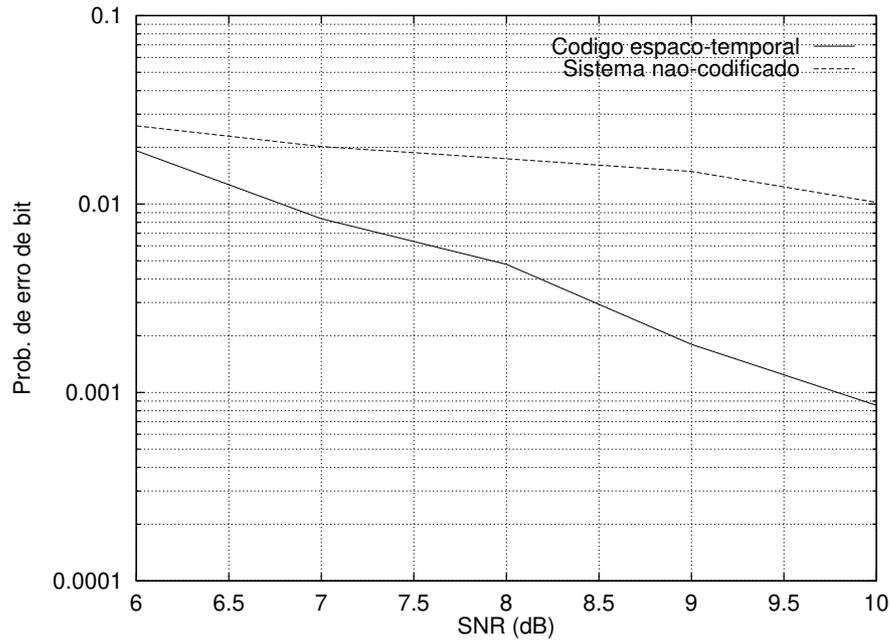


Figura 6.4: Probabilidade de erro de bit para o canal com desvanecimento sujeito ao ruído aditivo gaussiano branco. Sistema com duas antenas na transmissão e duas na recepção.

sinais quantizados. Com o objetivo de se verificar se esta premissa continua válida mesmo para transmissões em canais ruidosos, foram feitas simulações com imagens quantizadas com dicionários com números de vetores diferentes (ou número de níveis diferentes). Os resultados deste experimento para relação sinal-ruído do canal igual a 6 dB e 10 dB encontram-se na Tabela 6.1.

A partir dos dados expostos na Tabela 6.1 chega-se a conclusão que quando a relação sinal ruído no canal for relativamente alta (para este caso igual a 10 dB), a melhoria do desempenho da quantização, através do aumento do número de vetores do dicionário, será preservada após a transmissão, pois os erros de decodificação dos índices dos vetores serão escassos (com a utilização do código espaço-temporal, a prob. de erro de bit é aproximadamente igual a  $10^{-3}$ ). Por outro lado, quando a relação sinal-ruído no canal é baixa, ocorrem muitos erros no bits transmitidos através do canal com desvanecimento, logo muitos vetores serão decodificados erroneamente, degradando o

n <sup>o</sup> de vetores	$SNR = 6$ dB	$SNR = 10$ dB	Trans. sem erro
32 vetores	23,76 dB	24,34 dB	24,41 dB
64 vetores	24,08 dB	25,08 dB	25,10 dB
128 vetores	25,02 dB	26,34 dB	26,40 dB
256 vetores	25,11 dB	27,18 dB	27,32 dB
512 vetores	25,40 dB	27,98 dB	28,17 dB

Tabela 6.1:  $PSNR$  das imagens reconstruídas após a transmissão através de um canal com desvanecimento. A operação de quantização utilizou dicionários com número de vetores diferentes.

desempenho do sistema. Observando a Tabela 6.1 percebe-se que o ganho de desempenho obtido pelo aumento do número de vetores do dicionário da quantização vetorial não é muito significativo quando o canal introduz muitos erros nos bits dos índices transmitidos. Por exemplo, para o caso dos dicionários com 128, 256 e 512 vetores os valores de  $PSNR$  para os três casos estão muito próximos (em torno de 25 dB), chega-se então a conclusão que o aumento em complexidade (gerado pelo aumento no número de vetores do dicionário) não é suficiente para uma melhora significativa da qualidade das imagens reconstruídas.

### 6.2.2 Influência da Organização do Dicionário na Qualidade das Imagens Reconstruídas

A organização do dicionário, descrita no Capítulo 5, reduz a distância simétrica total, definida na Equação 5.22, associada a um dicionário para QV. Com o objetivo de traduzir esta diminuição na distância simétrica em ganho de qualidade das imagens reconstruídas, após a transmissão através do canal com desvanecimento, foram simuladas transmissões de imagens quantizadas com um dicionário com 256 vetores, antes e após a organização do dicionário. Para esse dicionário a distância simétrica total passou de 4030,5 para 698,1 após a organização. Os resultados destas simulações podem ser observados na Figura 6.5.

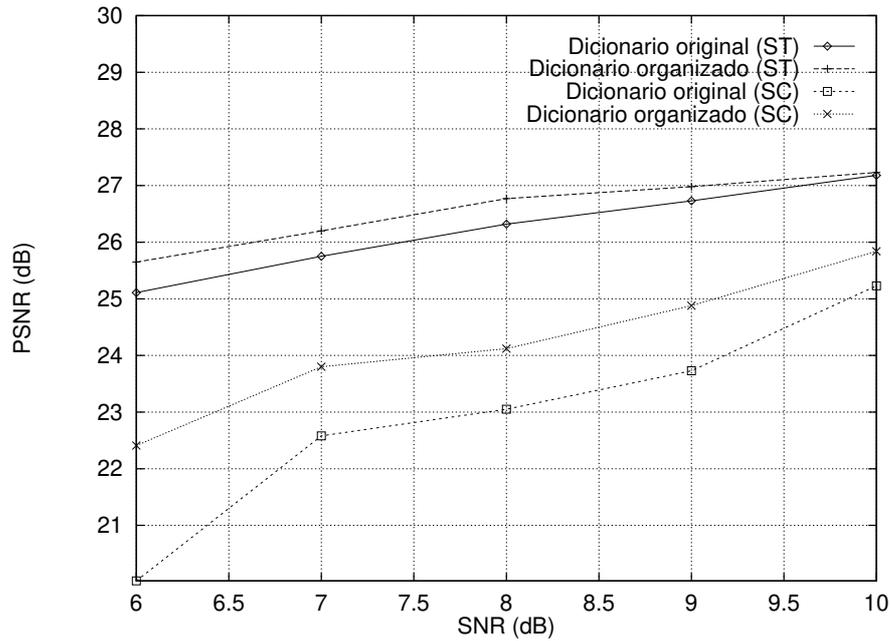


Figura 6.5: Comparação entre a relação sinal-ruído de pico ( $PSNR$ ) antes e após a organização do dicionário. (SC) = sem codificação de canal, (ST) = código espaço-temporal.

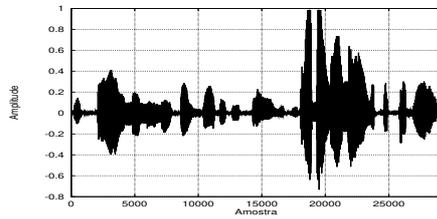
A partir da Figura 6.5 chega-se a conclusão que a organização do dicionário melhora o desempenho do sistema quando o canal de transmissão está sujeito a erros, pois, após a organização do dicionário, os vetores resultantes da decodificação de um índice com um bit decodificado erroneamente estão mais “próximos” do vetor que seria resultado da decodificação de um índice sem erros. Pode-se notar também que o ganho de desempenho diminui com o aumento da  $SNR$ , pois com o aumento da  $SNR$  menos bits serão recebidos com erro e, conseqüentemente, menor será o ganho em desempenho decorrente da organização do dicionário que se baseia na diminuição do erro de quantização dos vetores decodificados erroneamente.

### 6.3 Simulações Envolvendo Sinais de Voz

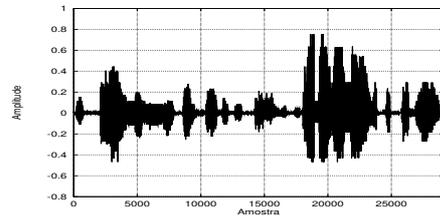
Com o objetivo de avaliar o desempenho do sistema de codificação de voz, baseado na quantização vetorial, sob o ponto de vista da transmissão através de canais com desvanecimento, o sistema da Figura 6.1 foi utilizado na transmissão do sinal de voz correspondente à elocução “*O sol ilumina a fachada de tarde. Trabalhou mais do que podia*” (29120 amostras, 3,64 seg, originalmente codificado a 8,0 bit/amostra). O dicionário para a quantização vetorial foi projetado com  $L = 128$  vetores de dimensão  $k = 4$ , correspondendo, portanto, à taxa de 1,75 bit/amostra. Sob estas condições a taxa de bits na saída do quantizador vetorial foi 14 kbits/s.

Como no caso da transmissão de imagens, o canal provocou uma degradação significativa na qualidade dos sinais reconstruídos quando não houve codificação de canal. Para a faixa de valores de  $SNR$  analisada, o desempenho foi bastante melhorado com a utilização dos códigos espaço-temporais. Algumas formas de onda resultantes desse experimento podem ser vistas na Figura 6.6. Observa-se que a utilização do código espaço-temporal melhora o desempenho do sistema, por exemplo, quando a relação sinal-ruído ( $SNR$ ) do canal é 10 dB a relação sinal-ruído segmental ( $SNR_{seg}$ ) é incrementada de 7,42 para 19,97 dB com utilização do código.

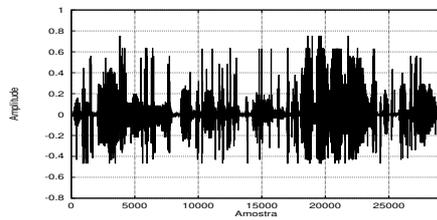
Teste de escuta subjetivos informais realizados com os sinais reconstruídos após a transmissão, com  $SNR = 6$  dB, sem utilização da codificação de canal, demonstraram um nível de ruído bastante elevado, traduzindo a presença de “estalos”, muito incômodos no sinal reconstruído, comprometendo significativamente a sua inteligibilidade, com o aumento da  $SNR$  para 10 dB houve uma pequena melhora na qualidade dos sinais reconstruídos, revelando uma grande sensibilidade da quantização vetorial aos erros introduzidos pelo canal. Com a utilização do código espaço-temporal o número de bits decodificados erroneamente foi reduzido, seguindo as curvas da Figura 6.4. Desta forma, os “estalos” foram menos freqüentes pois os vetores decorrentes da decodificação de índices contaminados por ruído não mais obedecem a regra de distorção mínima.



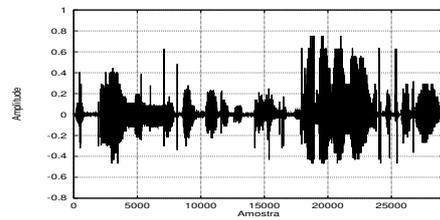
(a) Sinal de voz original (8,0 bit/amostra).



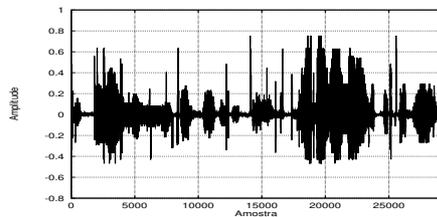
(b) Sinal reconstruído (quantização vetorial à taxa de 1,75 bit/amostra);  $SNR_{\text{seg}} = 10,97$  dB.



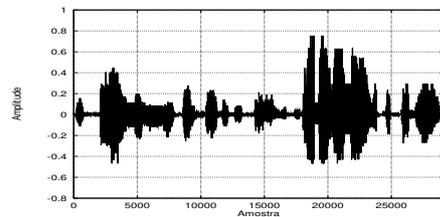
(c) Transmissão sem codificação de canal;  $SNR = 6$  dB,  $SNR_{\text{seg}} = 4,27$  dB.



(d) Transmissão sem codificação de canal;  $SNR = 10$  dB,  $SNR_{\text{seg}} = 7,42$  dB.



(e) Transmissão com a utilização do código espaço-temporal;  $SNR = 6$  dB,  $SNR_{\text{seg}} = 6,85$  dB.



(f) Transmissão com a utilização do código espaço-temporal;  $SNR = 10$  dB,  $SNR_{\text{seg}} = 10,97$  dB.

Figura 6.6: Formas de onda da sentença “*O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia*”, após a transmissão através do canal com desvanecimento.

### 6.3.1 Influência da Organização do Dicionário na Qualidade dos Sinais de Voz Reconstruídos

A organização do dicionário, descrita no Capítulo 5, reduz a distância simétrica total, definida na Equação 5.22, associada a um dicionário para QV. Com o objetivo de traduzir esta diminuição de distância simétrica em ganho de qualidade dos sinais reconstruídos após a transmissão através do canal com desvanecimento, foram simuladas transmissões da sentença *O sol ilumina a fachada a tarde. Trabalhou mais do que podia*” quantizada por meio de um dicionário com  $L = 128$  vetores de dimensão  $k = 4$ , antes e após a organização do dicionário. Para este dicionário a distância simétrica total passou de 33,30 para 10,11 após a organização.

Os resultados destas simulações podem ser observados na Figura 6.7, onde é possível visualizar os valores da  $SNR_{seg}$  antes e após da organização do dicionário. Observa-se que a organização do dicionário apresenta um melhor desempenho, para o caso do sistema sem codificação de canal, quando a  $SNR$  do canal é 6 dB, quando a probabilidade de erro é maior. A medida que os erros nos índices transmitidos vão ficando menos comuns (isto acontece com o aumento da  $SNR$ ), o ganho de desempenho em relação ao dicionário original vai ficando menos evidente porque a vantagem de se decodificar um índice contaminado por ruído por um vetor mais “próximo” daquele que seria resultante da decodificação de um índice correto diminui a medida que os erros vão ficando mais freqüentes.

Testes de escuta subjetivos informais nos sinais de voz reconstruídos antes e após a organização do dicionário revelaram que o ganho de desempenho representado pelo aumento da  $SNR_{seg}$  implicava diretamente na qualidade subjetiva dos sinais, sendo menor o número de “estalos” observados.

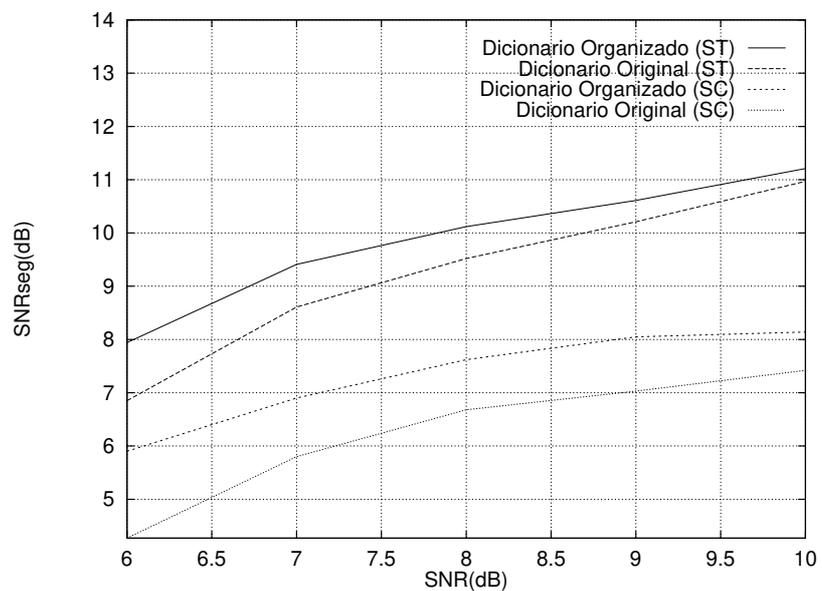


Figura 6.7: Comparação entre a relação sinal-ruído segmental ( $SNR_{seg}$ ) antes e após a organização do dicionário. (SC) = sem codificação de canal, (ST) = código espaço-temporal.

# Capítulo 7

## Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho foi avaliado o desempenho de um sistema de comunicações, baseado na quantização vetorial, sob o ponto de vista da transmissão através de canais com desvanecimento.

A quantização vetorial, que pode ser vista como uma extensão da quantização escalar no espaço  $N$ -dimensional, tem sido bastante estudada para aplicações envolvendo voz e imagens, apresentando um bom desempenho, isoladamente ou como parte integrante de sistemas complexos, permitindo elevadas taxas de compressão.

Os dados provenientes da quantização vetorial de uma fonte de informação são bastante vulneráveis aos erros introduzidos pelo canal. O canal com desvanecimento, utilizado neste trabalho, é profundamente afetado pela propagação através dos multi-percursos e tem sido bastante utilizado para caracterizar o canal sem fio.

A fim de tornar a transmissão através do canal com desvanecimento mais confiável, foram estudados e implementados os código espaço-temporais. Essa nova classe de códigos incorpora os benefícios da diversidade espacial introduzida pelo uso de múltiplas antenas transmissoras.

Com o objetivo de melhorar o desempenho total do sistema foram propostas duas técnicas de reduzida complexidade. A primeira delas se constitui numa forma alternativa para melhoria de desempenho de sistema de modulação PSK baseada na observação da referência de fase da constelação dos sinais e no *interleaving* adequado das componentes em quadratura. O ângulo de rotação ótimo para referência de fase foi

determinado analiticamente e o ganho de desempenho do sistema, medido em termos da probabilidade de erro de bit do sistema, foi comprovado através de simulações. A segunda modificação consiste na organização dos vetores de um dicionário com o objetivo de torná-lo mais imune aos erros introduzidos pelo canal. O processo de organização do dicionário consiste basicamente na atribuição de índices que difiram em poucos bits aos vetores que estejam próximos. Como foi visto, a organização do dicionário é um problema de natureza combinatorial que implica num grande esforço computacional em sua solução. Este problema foi resolvido através da implementação de um algoritmo sub-ótimo para organização do dicionário. Com este algoritmo a atribuição de índices aos vetores códigos foi feita de forma sistemática. Resultados de simulações comprovaram a eficiência do algoritmo proposto.

Nos experimentos envolvendo a transmissão de imagens através do canal com desvanecimento observou-se que a qualidade das imagens reconstruídas foi bastante afetada pelo uso das técnicas apresentadas. O uso da codificação espaço-temporal provocou uma melhora expressiva na qualidade do sistema de transmissão de imagens. Para os valores de relação sinal-ruído do canal utilizados na simulações, o ganho de desempenho, medido em termos da relação sinal-ruído de pico ( $PSNR$ ) foi da ordem de 2 a 3 dB. O ganho na qualidade das imagens também foi verificado através da avaliação subjetiva informal das imagens reconstruídas. Também foi verificado através das simulações que a organização do dicionário provocou uma ganho adicional no desempenho do sistema. Vale salientar que este ganho foi atingido sem a utilização de bits extras nos índices transmitidos através do canal com desvanecimento.

Nos experimentos envolvendo a transmissão de sinais de voz foi verificada a eficiência das técnicas apresentadas. O ganho de desempenho, medido em termos da relação sinal-ruído segmental  $SNR_{seg}$ , devido à utilização da codificação espaço-temporal foi da ordem de 3 a 4 dB para a faixa de valores de relação sinal-ruído do canal com desvanecimento utilizada. A organização do dicionário, como no caso da transmissão de imagens, provocou um ganho de desempenho adicional ao sistema. A avaliação subjetiva também serviu para verificar os benefícios oriundos da utilização das técnicas estudadas.

Em resumo, em todas as simulações realizadas, cujos resultados podem ser observa-

dos no decorrer do texto, observou-se a influência das técnicas estudadas. Tanto para imagens quanto para sinais de voz verificou-se, através de medidas de distorção objetivas e avaliação subjetivas informais, que as modificações introduzidas contribuíram de forma significativa na melhoria do desempenho global do sistema.

Como continuação das atividades de pesquisa realizadas podem ser citadas as seguintes sugestões:

- Realização da quantização vetorial no domínio da frequência, pois desta forma os erros na transmissão dos índices dos vetores calculados no domínio da frequência, serão espalhados no domínio espacial, o que pode tornar os seus efeitos menos perceptíveis;
- Análise do desempenho do sistema admitindo-se outras técnicas de codificação de fonte (exemplos: técnicas preditivas, transformada wavelet);
- Estudo da codificação conjunta de fonte e de canal, com o objetivo de determinar as taxas de codificação de fonte e de canal, sujeitas à restrição na taxa total, que minimizem a distorção total do sistema;
- Estudo de técnicas de busca eficientes para a organização do dicionário utilizado na quantização vetorial;
- Aperfeiçoamento do modelo do canal, através da inclusão do efeito Doppler e utilização de outros modelos, diferentes do Rayleigh, para o canal com desvanecimento;
- Realização de testes subjetivos mais formais e consistentes dos sinais reconstruídos após a transmissão através do canal com desvanecimento.

# Apêndice A

## Revisão de Álgebra Linear

Neste apêndice são apresentados resultados de Álgebra Linear utilizados na determinação do critério de desempenho dos códigos espaço temporais.

Sejam  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$  e  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k)$  vetores no espaço complexo  $\mathbb{C}^k$ . O produto interno entre  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  é dado por

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^k x_i \bar{y}_i \quad (\text{A.1})$$

sendo  $\bar{y}_i$  o conjugado complexo de  $y_i$ . Para qualquer matriz  $A$ ,  $A^*$  denota a matriz transposta conjugada de  $A$ . Se  $A = A^*$ , a matriz  $A$  é dita hermitiana. A matriz  $A$  é não-negativa se, para qualquer vetor complexo  $\mathbf{x}_{1 \times n}$ ,  $\mathbf{x}A\bar{\mathbf{x}} \geq 0$ . Uma matriz  $V$  é unitária se  $VV^* = I$ , sendo  $I$  a matriz identidade. Uma matriz real  $B_{n \times l}$  é uma raiz quadrada de uma matriz  $A_{n \times n}$  se  $BB^* = A$ . Os seguintes resultados, provenientes da teoria de Álgebra Linear foram utilizados nas deduções feitas no Capítulo 4.

- Um autovetor  $\mathbf{v}_{1 \times n}$  de uma matriz  $A_{n \times n}$  correspondente a um autovalor  $\lambda$  é um vetor unitário tal que  $\mathbf{v}A = \lambda\mathbf{v}$  para algum número complexo  $\lambda$ . O espaço vetorial gerado pelos autovetores de  $A$  tem dimensão  $n - r$ , sendo  $r$  o posto de  $A$ ;
- Qualquer matriz  $A$  com raiz quadrada  $B$  é não negativa;
- Para qualquer matriz hermitiana não negativa  $A$ , existe uma matriz quadrada triangular inferior  $B$  tal que  $BB^* = A$ ;

- Dada uma matriz hermitiana  $A$ , os autovalores de  $A$  geram  $\mathbb{C}^n$ , o espaço complexo  $n$ -dimensional, e uma base ortonormal de  $\mathbb{C}^n$  pode ser construída a partir dos autovetores de  $A$ . Além disso, existe uma matriz unitária  $V$  e uma matriz real diagonal  $D$  tais que  $VAV^* = D$ . As linhas de  $V$  são uma base ortonormal de  $\mathbb{C}^n$  dada pelos autovetores de  $A$ . Os elementos da diagonal de  $D$  são  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  de  $A$  contando as suas multiplicidades;
- Os autovalores de uma matriz hermitiana são reais;
- Os autovalores de uma matriz hermitiana não-negativa são não-negativos.

# Bibliografia

- [1] “Special Issue on the European Path Towards UMTS”, *IEEE Personal Commun. Mag.*, Feb 1995.
- [2] A. F. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri and A. R. Calderbank. “A Space-Time Coding Modem for High-Data-Rate Wireless Communications”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 16(8):1459–1478, October 1998.
- [3] A. Gersho. “On the Structure of Vector Quantizers”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28:157–166, March 1982.
- [4] A. Gersho and R. M. Gray. “*Vector Quantization and Signal Compression*”. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1992.
- [5] A. Lau and F. R. Kschischang. “A Sequential Soft-Decision Decoder for Reed-Solomon Codes Applied to Encoded PSK in Rayleigh Fading Channels”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(1):97–104, February 1996.
- [6] A. Lowry, H. Sqama and W. Millar. “Binary Search Trees for Vector Quantization”. *Proc. ICASSP’87*, 4:2205–2208, April 1987.
- [7] M. S. Alencar. “Comunicações Móveis Celulares”. Apostila, Universidade Federal da Paraíba, 1998.
- [8] M. R. Anderberg. “*Cluster Analysis for Applications*”. Academic Press, New York, NY, 1973.

- [9] B. D. Jeličić and S. Roy. “Design of Trellis Coded QAM for Flat Fading and AWGN Channels”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 44:192–201, February 1995.
- [10] C. Leung L. Chan. “Transmission of Vector Quantized Data over a Noisy Channel”. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 8(3):582–589, May 1997.
- [11] H. Abut. “Vector Quantization”. *IEEE Press*, New York, 1990.
- [12] D. Divsalar and M. K. Simon. “The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria”. *IEEE Transactions on Communications*, 36(9):1004–1012, 1988.
- [13] E. Zehavi. “8-PSK Trellis Codes for a Rayleigh Channel”. *IEEE Transactions on Communications*, 40:873–884, May 1992.
- [14] P. Elias. “Coding for Noisy Channels”. *IRE Conv. Record, Part 4*, pages 37–44, 1955.
- [15] R. M. Fano. “A Heuristic Discussion of Probabilistic Decoding”. *IEEE Transactions on Information Theory*, pages 64–74, April 1963.
- [16] G. D. Forney Jr. “The Viterbi Algorithm”. *Proceedings of the IEEE*, 61:268–278, March 1973.
- [17] G. D. Forney Jr. “Geometrically Uniform Codes”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 37:1241–1260, 1991.
- [18] G. J. Foschini and M. J. Gans. “On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment When Using Multiple Antennas”. *Wireless Personal Communications*, 6(3):311, March 1998.
- [19] J. C. Guey, M. P. Fitz, M. R. Bell and W. Y. Kuo. “Signal Design for Transmitter Diversity Wireless Communication Systems over Rayleigh Fading Channels”. *Proceedings of the IEEE 46th Vehicular Technology Conference – VTC’96*, pages 136–140, 1996.

- [20] J. Makhoul, S. Roucos and H. Gish. “Vector Quantization in Speech Coding”. *Proceedings of the IEEE*, 73:1551–1558, November 1985.
- [21] F. Jelinek. “A Fast Sequential Decoding Algorithm Using a Stack”. *IBM Journal of Research and Development*, 13:675–685, November 1969.
- [22] F. M. Bernadino Jr. “Quantização Vetorial Aplicada à Compressão de Sinais de Voz e Imagem”. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Março 1998.
- [23] K. Zeger and A. Gersho. “Pseudo-Gray Coding”. *IEEE Transactions on Communications*, 38(12):2147–2157, December 1990.
- [24] T. Kohonen. “*Self Organization and Associative Memory*”. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [25] T. Kohonen. “The Self-Organizing Map”. *Proceedings of the IEEE*, 78(9):1464–1480, September 1994.
- [26] W. C. Y. Lee. “*Mobile Communications Engineering*”. McGraw-Hill, New York, 1982.
- [27] N. Farvardin. “A Study of Vector Quantization for Noisy Channels”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(4):799–809, July 1990.
- [28] N. Farvardin and J. W. Modestino. “Optimum Quantizer Performance for a Class of Non-Gaussian Memoryless Sources”. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-30(3):485–497, May 1984.
- [29] N. S. Jayant and P. Noll. “*Digital Coding of Waveforms*”. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [30] N. Seshadri and C. W. Sundberg. “Multilevel Trellis Coded Modulations for the Rayleigh Fading Channel”. *IEEE Trans. Communications*, 41(9), Sept 1993.
- [31] B. G. Aguiar Neto. “Processamento e Transmissão Digital de Voz”. Apostila, Universidade Federal da Paraíba, 1995.

- [32] J. K. Omura. “On the Viterbi Decoding Algorithm”. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-15:6–12, September 1969.
- [33] A. Papoulis. “*Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*”. McGraw-Hill, New York, 1984.
- [34] J. G. Proakis. “*Digital Communications*”. McGraw-Hill, New York, 1989.
- [35] R. M. Gray. “Vector Quantization”. *IEEE ASSP Magazine*, 1:4–29, April 1984.
- [36] R. M. Gray and E. D. Karnin. “Multiple Local Optima in Vector Quantizers”. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-28(2):256–261, March 1982.
- [37] S. B. Slimane. “An Improved PSK Scheme for Fading Channels”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 47(2):703–710, May 1998.
- [38] S. B. Wicker. “*Error Control Systems for Digital Communication and Storage*”. Prentice Hall., New Jersey, 1995.
- [39] S. Carrato. “Image Vector Quantization Using Ordered Codebooks: Properties and Applications”. *Signal Processing*, 40:87–103, 1994.
- [40] S. Sampei and T. Sunaga. “Rayleigh Fading Compensation for QAM in Land Mobile Radio Communications”. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(2):137–147, May 1993.
- [41] C. E. Shannon. “A Mathematical Theory of Communication”. *Bell System Technical*, 28:379–423 and 623–635, 1948.
- [42] T. Lookbaugh and R. M. Gray. “High-resolution Quantization Theory and Vector Quantizer Advantage”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 35:1020–1033, September 1989.
- [43] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri and A. R. Calderbank . “Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criteria in the Presence of Channel Estimation Errors, Mobility and Multiple Paths”. *IEEE Transactions on Communications*, 47(2):199–207, February 1999.

- [44] V. Tarokh, N. Seshadri and A. R. Calderbank . “Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion an Code Construction”. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(2):744–765, March 1998.
- [45] A. J. Viterbi. “Errors Bounds for Convolutional Codes and Asymptotically Optimum Decoding Algorithm”. *IEEE on Communications Technology*, COM-19:260–269, April 1967.
- [46] A. J. Viterbi. “Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems”. *IEEE Transactions on Communication Technology*, COM-19(5):751–772, April 1971.
- [47] Waslon T. A. Lopes and Marcelo S. Alencar. “Improving the Space-Time Decoding Time”. In *IEEE International Symposium on Wireless Communications - ISWC’99*, pages 23–24, Victoria, Canada, June 1999.
- [48] A. Wittneben. “A New Bandwidth Efficient Transmit Antenna Modulation Diversity Scheme for Linear Digital Communications”. in *Proc. IEEE ICC’93*, pages 1630–1634, 1993.
- [49] J. M Wozencraft and I. M. Jacobs. “*Principles of Communication Engineering*”. John Wiley and Sons, 1965.
- [50] J. M. Wozencraft and B. Reiffen. “*Sequential Decoding*”. MIT Press., Cambridge, MA, 1961.
- [51] Y. Linde, A. Buzo and R. M. Gray. “An Algorithm for Vector Quantizer Design”. *IEEE Transactions on Communications*, COM-28:84–95, January 1980.
- [52] Waslon T. A. Lopes, F. Madeiro, M. S. Alencar e B. G. Aguiar Neto. “Uso de Codificação na Transmissão de Imagens Quantizadas Vetorialmente em Canal Gaussiano com Desvanecimento”. *XVII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Vila Velha, ES, Setembro 1999.