

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
PRÓ-REITORIA PARA ASSUNTOS DO INTERIOR
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE DA DISSIPACÃO DA PORO PRESSÃO EM TORNO DO
PIEZOCONO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

INACIO DE SOUSA FADIGAS

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

1987

INACIO DE SOUSA FADIGAS

ANÁLISE DA DISSIPACÃO DA PORO PRESSÃO EM TORNO DO
PIEZOCONE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CURSO DE
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVER
SIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, EM COMPRI
MENTO ÀS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: GEOTECNIA

ORIENTADOR : JEAN PIERRE DEMARTINECOURT

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

1987



F144a Fadigas, Inacio de Sousa
Análise da dissipação da poro pressão em torno do piezocone através do método dos elementos finitos / Inacio de Sousa Fadigas. - Campina Grande, 1987.
127 p.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia.

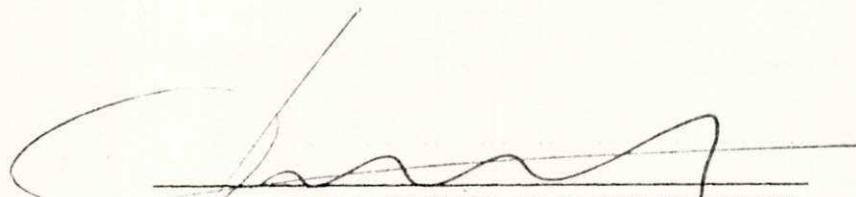
1. Mecânica dos Solos 2. Engenharia das Fundações 3. Propriedade dos Solos 4. Dissertação I. Demartinecourt, Jean Pierre, Dr. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB) III. Título

CDU 624.131(043)

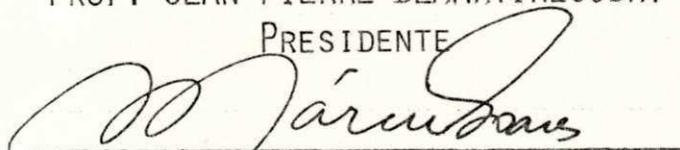
ANÁLISE DA DISSIPACÃO DA PORO PRESSÃO EM TORNO DO
PIEZOCONE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

INÁCIO DE SOUSA FADIGAS

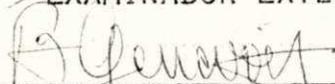
DISSERTAÇÃO APROVADA EM: 19 JUNHO 1987



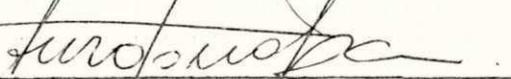
PROF. JEAN PIERRE DEMARTINECOURT
PRESIDENTE



PROF. MÁRCIO MIRANDA
EXAMINADOR EXTERNO



PROF. BERNARD GENEVOIS
EXAMINADOR EXTERNO



PROF. AURO TANAKA
EXAMINADOR INTERNO

CAMPINA GRANDE - PARAIBA
1987

ANÁLISE DA DISSIPACÃO DA PORO PRESSÃO EM TORNO DO
PIEZOCONE ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho:
Aos meus pais, Francisco e Nilda
Aos meus irmãos e sobrinha,
À minha esposa, M^a da Conceição e
À minha filha, Sara.

A G R A D E C I M E N T O S

Desejo expressar primeiramente meu agradecimento a Deus, criador do solo, obra prima do meu trabalho por ter me dado forças e saúde para para realização desta tarefa. Ao professor JEAN PIERRE DEMARTINECOURT, Ph.D., do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal da Paraíba, pela forma paciente, dedicada e competente com que orientou esta dissertação.

Quero agradecer ainda:

- À Universidade Estadual de Feira de Santana, através do seu Magnífico Reitor José Maria Nunes Marques, pelo apoio financeiro e pelo incentivo.
- À Josenira dos Santos França (UFPB) e Maria Arleide Teles de Santana (UEFS), pelos serviços de datilografia e a Cleide dos Santos pelos serviços gráficos.
- À Eliza, Leônidas e Jailda, funcionários do Núcleo de Processamento de Dados (NPD), pelo apoio dispensado durante a fase computacional.
- Aos demais professores do curso de Mestrado em Geotecnia, pelo embasamento dado durante a primeira fase do curso.
- À todos os colegas, amigos e demais funcionários que de uma forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa está relacionado a uma análise numérica do fenômeno da dissipação do excesso de poro pressão da água gerado durante a penetração do piezocone em solos coesivos. Uma análise da influência de uma zona amolgada nas proximidades da parede lateral do aparelho foi feita. O comportamento das curvas de dissipação do excesso de poro pressão com a presença da camada amolgada foi verificado usando modelos de dissipação baseados numa teoria de expansão de cavidades, tanto cilíndrica quanto esférica. Um modelo "misto" também foi introduzido pela primeira vez, de acordo com o conhecimento do autor, para analisar o problema, simulando a expansão de uma cavidade esférica para a ponta do aparelho e uma expansão cilíndrica na região em torno da luva de atrito. Esse modelo "misto" foi usado para avaliar o efeito do amolgamento e a influência da posição do elemento poroso nas curvas de dissipação. Foi encontrado que a presença da camada amolgada tem muito pouco efeito nas curvas de dissipação, comparada com o caso no qual existe a presença da camada amolgada. A posição do elemento poroso no piezocone mostrou uma marcada influência nas curvas de adensamento.

ABSTRACT

This research work is related to a numerical analysis of the phenomenon of dissipation of the excess of pore water pressure generated during penetration of the piezocone through cohesive soils. The influence of a zone of remoulded soil surrounding laterally the surface of the piezocone has been accounted for in the analysis. The excess pore water pressure dissipation curves have been verified based on the cavity expansion theory, which has been analyzed either as a cylindrical or spherical cavity. Also, to the author's knowledge the problem has been analyzed for the first time as a "mixed" model, i. e., it is simulated as being a spherical expansion in the vicinity of the tip of the piezocone and as a cylindrical cavity expansion in the region surrounding the friction sleeve above the cone tip. This "mixed" model has been used to account for the effect of soil remoulding and the influence of position of porous element in the dissipation curves. It has been found that the zone of remoulded soil has a very little effect on the dissipation curves compared to the case in which there is no soil remoulding. The position of the porous element of piezocone has shown a marked influence on the consolidation curves.

Í N D I C E

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO	01
- generalidades	01
- objetivo	03

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	05
II.1 - O PIEZOCONE	05
- introdução	05
- histórico	05
- descrição do aparelho	06
- fatores que influenciam a medida da poro pressão	07
- dissipação do excesso de poro pressão	09
- análise da dissipação baseada em soluções teóricas	11
II.2 - EXPANSÃO DE CAVIDADES	13
- expansão de cavidades esféricas	13
- expansão de cavidade cilíndricas	17
II.3 - MÉTODOS NUMÉRICOS	21
- generalidades	21
- abordagens para o uso do MEF	22
II.4 - TEORIA DO ADENSAMENTO DOS SOLOS	24
- generalidades	24
- teoria do adensamento de BIOT	25
- princípio variacional	28

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO BASEADA NA FUNCIONAL USADA NA ELABORAÇÃO DO PROGRAMA	30
III.1 - FUNCIONAL PARA ELEMENTOS FINITOS	30
III.2 - PROCEDIMENTOS PARA ELABORAÇÃO DO PROGRAMA	31
- discretização do domínio de solução	31

- funções de interpolação para o triângulo e para o quadrilátero	33
- cálculo das matrizes elementares	41
. relação deformação-deslocamento	41
. relação tensão-deslocamento	41
. relação deformação volumétrica-deslocamento	44
. relação velocidade de filtração-pressão	45
- montagem das matrizes elementares para obter o sistema global de equações	52
. integração e marcha no tempo	54
- resolução do sistema	56
- computações adicionais	57

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA	59
- generalidades	59
- estrutura do programa EFAECA	62
- relação das variáveis	63
- descrição das várias partes do programa	66
- dados de entrada para o programa EFAECA	70

CAPÍTULO V

TESTES DO PROGRAMA	74
- soluções de elasticidade	74
- problema de fluxo	75
- solução do adensamento unidimensional	76
- solução do adensamento bidimensional	77
- consolidação da esfera (problema de Cryer)	78
- curvas de Randolph e de Torstensson	79

CAPÍTULO VI

APLICAÇÃO DO PROGRAMA	82
- espessura da camada amolgada	82
- influência da camada amolgada na solução cilíndrica	83
- influência da camada amolgada na solução esférica	84
- introdução do modelo misto	85

CONCLUSÃO	89
SUGESTÕES PARA PESQUISAS POSTERIORES	91
BIBLIOGRAFIA	92
APÊNDICE A	
- equações de Lamé	96
APÊNDICE B	
- dados de entrada, listagem do programa EFAECA e dados de saída	100

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Como em qualquer domínio de pesquisa de caráter científico, a mecânica dos solos e a engenharia de fundações começaram na década passada a tirar proveito do importante desenvolvimento tecnológico particularmente no campo da eletrônica, o que tornou possível o uso de sofisticados aparelhos, tanto para as medições quanto para o emprego de métodos numéricos. Os ensaios de campo, no decorrer dos anos, tem se mostrado de grande valia e despertado o interesse por parte dos pesquisadores, visto que, as propriedades dos solos que são de interesse da engenharia são medidas em campo, evitando-se com isso as imprecisões inerentes aos ensaios de laboratório. O desenvolvimento de sofisticados aparelhos para medidas no campo tem permitido uma acurância muito grande nas medidas dos parâmetros desejados.

Aliado a esses desenvolvimentos, o progresso das técnicas computacionais, associadas ao uso de métodos numéricos permite-se chegar cada vez mais próximos das soluções exatas para as teorias existentes, principalmente quando se trata de problemas que exigem um tratamento matemático muito complexo.

O problema da determinação dos parâmetros de adensamento dos solos através de ensaios "in situ" tem despertado o interesse de pesquisadores nos últimos anos, tanto no sentido de obter-se resultados experimentais precisos, quanto na formulação de teorias para a análise do adensamento.

Os trabalhos mais relevantes nesse campo de pesquisa, são relatados resumidamente a seguir a fim de melhor situar o objetivo do presente trabalho.

As análises teóricas de Torstensson (1977) e de Randolph & Wroth (1979) são exemplos do estudo da dissipação da poro pressão gerada pela expansão de uma cavidade esférica e cilíndrica, respectivamente.

Análises numéricas e experimentais foram também realizadas por Demartinecourt et al (1985) no sentido de estudar a dissipação da poro pressão em torno do aparelho de cisalhamento so

bre paredes de furos de sondagem (Bore Hole Shear Device).

Durante ensaios de campo para medir a resistência ao cisalhamento de argilas moles e sensíveis com o aparelho, foram observados valores excessivos da poro pressão na zona próxima à superfície de cisalhamento, por meio de um transdutor de pressão incorporado ao aparelho.

Uma análise numérica por elementos finitos foi feita incorporando no modelo uma camada de material amolgado e elementos de junção entre a placa de cisalhamento e o solo intacto, resultando assim em uma boa equiparação entre os valores medidos e os valores numéricos obtidos.

Um estudo teórico da geração e dissipação de pressão em torno do pressiômetro foi realizada por Baguelin et al (1986), utilizando o método dos elementos finitos. Neste estudo foi analisada a poro pressão gerada durante a pequena expansão da membrana do aparelho e sua dissipação.

Um modelo teórico do processo de adensamento que ocorre "in-situ" durante ensaios com a placa helicoidal (screw plate) foi apresentado por Selvadurai & Gopal (1986). Esses autores analisaram o problema por meio do método dos elementos finitos utilizando as equações de Biot. A influência da drenagem, do amolgamento e da adesão na interface solo-placa, foi levada em conta na resposta tempo-recalque da placa helicoidal.

Os estudos de campo tem mostrado que a penetração em um solo coesivo, tanto de uma estaca como de um piezocone, gera excesso de poro pressão nas vizinhanças da parede lateral da estaca ou do aparelho. Este excesso é bem maior que as tensões efetivas que circundam a estaca ou o piezocone, e o crescimento na capacidade de carga das estacas é grandemente controlado pela dissipação do excesso de poro pressão com um consequente crescimento das tensões efetivas. Uma análise do adensamento em torno do piezocone permite uma estimativa do coeficiente de adensamento, que é um parâmetro determinante na previsão da evolução do recalque com o tempo.

As soluções analíticas existentes para o estudo da dissipação do excesso de poro pressão consideram o solo como um meio homogêneo. Porém, durante a cravação de uma estaca, algum grau amolgamento é introduzido ao solo que circunda a parede late

ral. Por outro lado, a análise dos dados da dissipação de campo tem sido feita através do uso de soluções teóricas baseadas nas condições iniciais geradas pela expansão de uma cavidade cilíndrica ou esférica, dependendo da localização do elemento poroso no piezocone.

- objetivo

Em vista destas limitações (solo homogêneo, formulação cilíndrica e/ou esférica) dos modelos para descrever o fenômeno da consolidação em torno do piezocone, o presente trabalho objetivou construir um modelo de elasto-adensamento por elementos finitos que visasse superar aquelas limitações na análise numérica do fenômeno da consolidação. Para alcançar este objetivo, o trabalho desenvolveu-se em três etapas:

1 - elaboração de um programa de elementos finitos para a análise da elasto-adensamento axissimétrico em torno do piezocone.

2 - análise da influência da zona de solo amolgado sobre as curvas de dissipação utilizando tanto um modelo cilíndrico quanto um modelo esférico.

3 - introdução de um modelo misto para estudar a dissipação do excesso de poro pressão ao longo do aparelho piezocone. Nesse modelo misto, a região em torno da luva de atrito do aparelho é modelado como se expandisse uma cavidade cilíndrica, e a região que circunda a ponta cônica como se expandisse uma cavidade esférica.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

II.1 - O PIEZOCONE

- introdução

Significantes avanços têm sido feitos nos últimos anos em pesquisa, desenvolvimento, interpretação e aplicação do cone penetrométrico visando ampliar o quadro de conhecimentos a respeito das características "in situ" do solo. A da poro pressão durante a penetração do cone tem contribuído para dar maiores subsídios à interpretação dos parâmetros geotécnicos. O conhecimento da poro pressão gerada durante a penetração permite a interpretação dos ensaios em termos de tensões efetivas como também, a observação da dissipação da poro pressão após a parada da sonda permite a avaliação das características de permeabilidade e de consolidação dos solos.

- histórico

Zuidberg et al. (1982) relataram que as primeiras pesquisas no sentido de coletar informações sobre as condições de pressão no interior do solo através da cravação de uma sonda datam de 1969. Nestes estudos um sensor elétrico (transdutor) foi instalado em um cone de penetração com o propósito de se medir durante a parada do aparelho o excesso de poro pressão em camadas arenosas situadas abaixo dos diques holandeses. Cones piezométricos foram usados por Schmertman na Universidade da Flórida e por Jandu na Universidade de Trondheim, Noruega. Porém um maior impulso foi dados a partir de 1975 com a publicação dos trabalhos de Wissa et al. (1975). Durante a realização da primeira conferência internacional dedica

da exclusivamente aos ensaios de campo em geotecnia. Aqueles autores realizaram ensaios de campo com a finalidade de determinar o modelo de fluxo através da seção de uma barragem de terra; avaliar o excesso de poro pressão da água gerado pelo pré-carregamento de uma barragem de terra e observar a oscilação no valor da poro pressão causada pelas ondas dentro de uma camada de solo submarino.

Também em 1975 na Suécia, Torstensson publicou um trabalho no qual foram analisados os primeiros resultados obtidos com uma sonda piezométrica para determinar a presença de finas camadas argilosas dentro de solos arenosos ou finas camadas arenosas em formações argilosas. Porém, antes da publicação desses dois trabalhos, Janbu e Snesset (1974) já usavam combinar a medição da poro pressão durante a medida de resistência de ponta em ensaios com o cone (CPT).

A partir desses trabalhos iniciais um grande impulso foi dado no desenvolvimento de aparelhos que permitissem a medida simultânea da resistência de ponta e da poro pressão.

- descrição e uso do aparelho

Os resultados obtidos por Wissa et al (1975) e por Torstensson (1975), com os instrumentos de medida da poro pressão junto com a necessidade de se obter informações simultâneas da resistência da ponta e da poro pressão, incentivaram a adaptação de cones de penetração já existentes com um dispositivo de medida de poro pressão.

O que tem sido geralmente feito é adaptar o cone tipo FUGRO, sem luva de fricção, com um dispositivo de poro pressão. O aparelho consiste de uma ponta cônica com 60 graus e de um cilindro reto com diâmetro igual ao diâmetro da base do cone e situado imediatamente acima da parte cônica. Um transdutor de pressão é instalado logo acima da ponta. dentro deste cilindro e abaixo do local onde estão instalados os medidores elétricos de deformação (strains-gages) para a medida da resistência de ponta.

Existem também aparelhos dotados de dispositivos que permitem a medição simultânea da resistência de ponta, atrito e poro pressão. Outros mais sofisticados permitem além destas três medidas, a verificação da verticalidade do aparelho e a medida da temperatura. Na figura II.1-1 é mostrado um cone tipo FUGRO adaptado para a medida da poro pressão e na figura II.1-2 é apresentado um detalhe da ponta cônica mostrando o transdutor de pressão.

Para efeito de padronização, a velocidade de penetração do piezocone no solo normalizada pelo comitê Internacional de Mecânica dos Solos e Fundações é de 2 cm/s, sendo igual a velocidade usada nos ensaios tradicionais com o cone (C.P.T.). O aparelho é então cravado no solo à velocidade de 2 cm/s e a cada penetração de 1 m dentro do solo é adicionada mais uma haste. Durante esta penetração, o solo tende a gerar excesso de poro pressão, que pode ser tanto positivo quanto negativo. Quando a penetração do aparelho é interrompida para adição de mais de uma haste, recomenda-se (Campanella, 1981) imobilizar as hastes, e se desejável, pode-se monitorar o decréscimo do excesso de poro pressão induzido, visando obter-se as características de adensamento do solo. A dissipação desse excesso de poro pressão é que será de maior interesse em nosso trabalho.

- fatores que influenciam na medida da poro pressão

Os fatores mais importantes que influenciam na medida da poro pressão são: a localização do elemento poroso no aparelho; o grau de saturação desse elemento, e a velocidade de penetração do aparelho. Porém é de interesse investigar em nosso trabalho mais detalhadamente a dissipação do excesso de poro pressão para várias posições do elemento poroso no aparelho.

Por causa da complexa variação do estado das tensões e deformações em torno da ponta do cone, a medida da poro pressão pode ser bastante diferente de acordo com a posição do elemento poroso. Em argilas normalmente adensadas onde grandes variações positivas de poro pressão são geradas durante o cisa

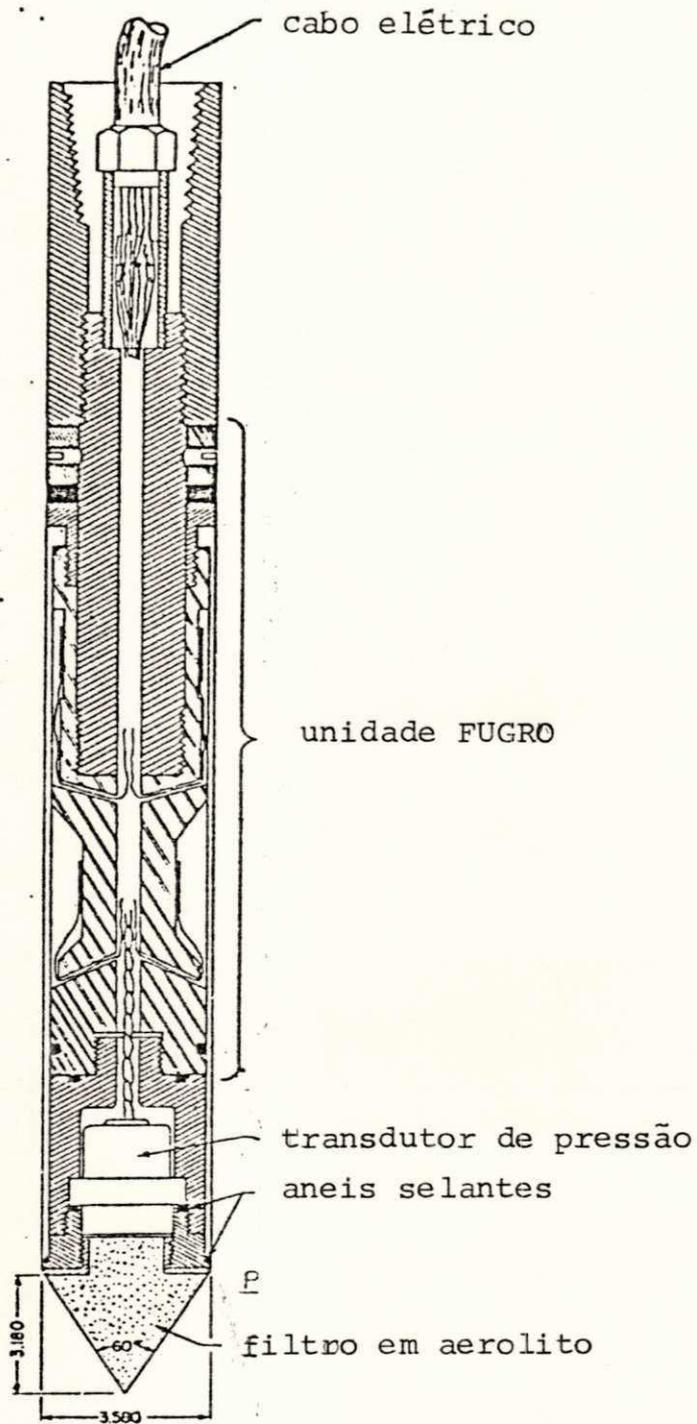


Figura II.1-1 - Detalhe do piezocone (Roy, 1982)

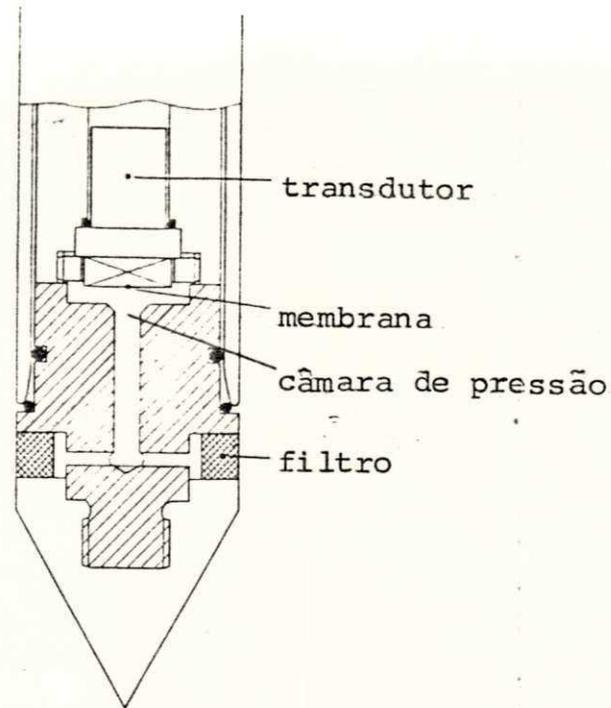


Figura II.1-2 - Detalhe do Piezocôno mostrando o transdutor (Zuidberg, 1982)

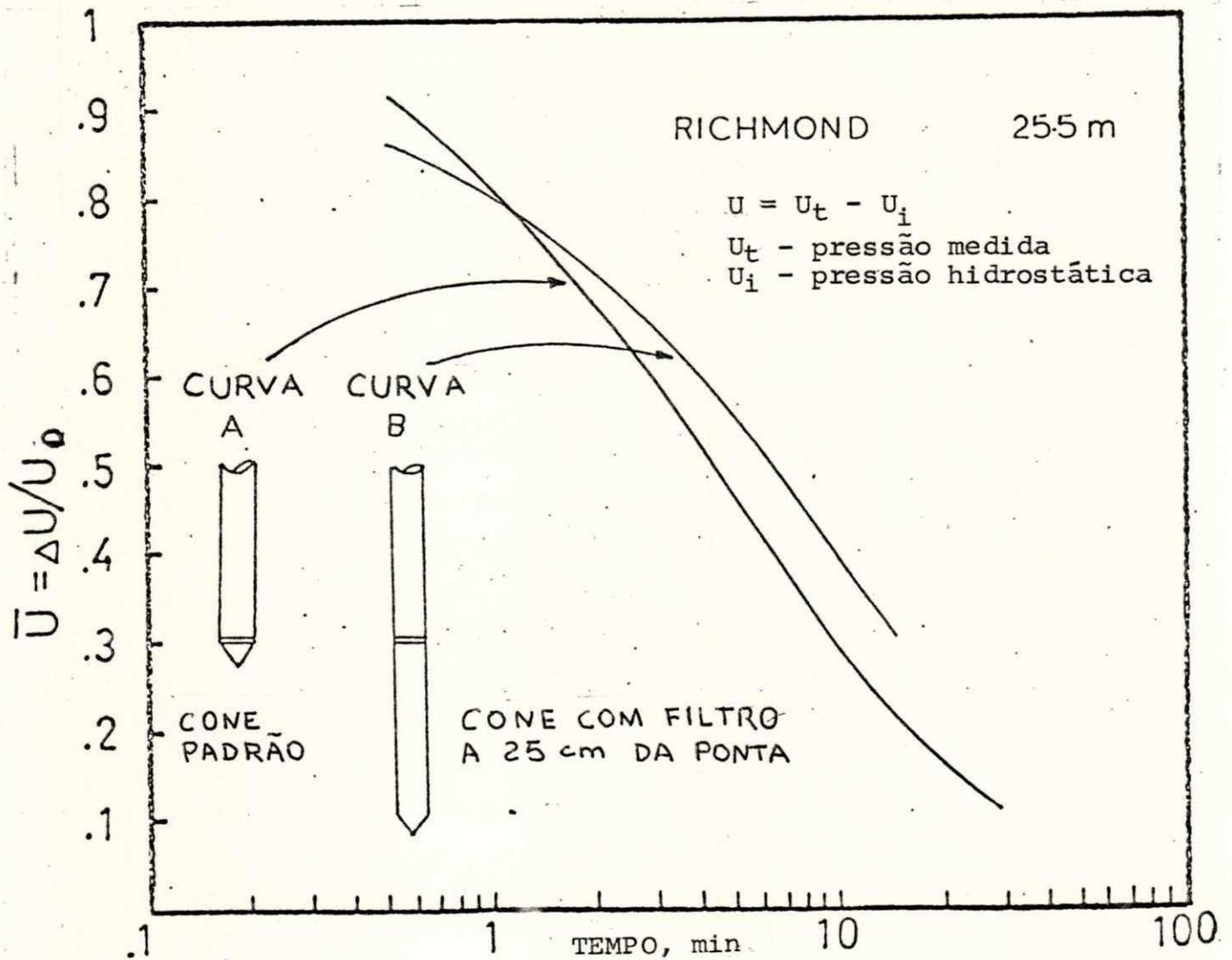


Figura II.1-3 - Influência da localização da pedra porosa na dissipação da poro pressão (Gillespie e Campanella, 1981)

lhamento, os valores da poro pressão na face lateral da parte cônica são geralmente 10 a 20% maiores que os valores medidos imediatamente acima da parte cônica. Em argilas pré-adensadas e em siltes e areias finas, onde uma pequena ou negativa poro pressão na face lateral da parte cônica tende a ser positiva, enquanto que a poro pressão medida logo acima da parte cônica pode ser negativa (Baligh et al., 1980; Roy et al. 1982, Campanella et al. 1983).

Campanella (1981) aponta vários fatores que levam a preferência pela localização do filtro logo acima da ponta, ou sejam:

- 1 - boa proteção e menor risco de danificação do filtro;
- 2 - facilidade de saturação;
- 3 - obtenção de resultados na resposta de poro pressão razoavelmente insensíveis à imobilização ou não da haste de cravação durante a fase de dissipação do teste.
- 4 - boa localização para o uso de modelos de dissipação de poro pressão usando soluções analíticas apresentando simetria de revolução para obter características de adensamento.

A localização do filtro tem influência direta no emprego de soluções analíticas para a determinação dos parâmetros de adensamento, pois na região situada em frente e em torno da parte cônica do aparelho, a dissipação pode ser simulada com soluções analíticas apresentando simetria de revolução em volta da extremidade da parte cônica (solução esférica). Na região situada em torno do cilindro, a alguns diâmetros de distância acima da ponta, a dissipação poderá ser simulada com bastante precisão usando soluções axissimétricas (soluções cilíndricas). Na região situada imediatamente acima da parte cônica é necessária entretanto uma solução mista. Gillespie e Campanella (1981) apresentam curvas de dissipação medidas de campo para duas posições diferentes do filtro. Estas soluções são apresentadas na figura II.1-3.

- dissipação do excesso de poro pressão

Quando o piezocone ou sonda piezométrica é parado durante sua penetração, o excesso de poro pressão gerado começa a dissipar. A velocidade de dissipação é função da permeabilidade do solo. Em areias, que tem altos coeficientes de permeabilidade, a equalização da poro pressão com os valores de equilíbrio ocorre em poucos minutos. Já para argilas o tempo requerido pode ser de várias horas. Isso mantém-se verdadeiro para excessos de poro pressão tanto positivos quanto negativos. Sabe-se que a velocidade de dissipação do excesso de poro pressão depende do coeficiente de adensamento do solo. Monitorando os valores da poro pressão, que decrescem com o tempo, uma estimativa do coeficiente de adensamento pode ser obtida durante testes com o piezocone. Como indicado por Wissa et al. (1975), as relações tempo-dissipação obtidas são similares àquelas obtidas em laboratórios através de testes oedométricos. Duas abordagens são sugeridas para a interpretação dos dados de dissipação obtidos em campo. A primeira utiliza um modelo teórico enquanto que a segunda utiliza correlações empíricas entre os resultados de campo e os de laboratório (Jones & Van Zyl, 1981). As soluções teóricas são objeto de nosso interesse no presente trabalho.

Várias soluções teóricas tem sido desenvolvidas para relacionar a velocidade de dissipação do excesso de poro pressão após a parada da sonda com os valores dos coeficientes de adensamento. As soluções desenvolvidas por Torstensson (1977), Randolph & Wroth (1979), Baligh & Levadoux (1980) e Battaglio et al. (1981), usam as teorias de expansão de cavidades para obter a distribuição inicial do excesso de poro pressão $U = f(r)$ (Tavenas, 1982). A tabela II.1-1 mostra as principais soluções existentes. Pode-se observar que as soluções de Randolph e Wroth e as soluções Torstensson requerem uma estimativa do índice de rigidez do solo (G/C_u), onde G é o módulo de cisalhamento e C_u é a coesão não drenada do solo. Nesses modelos o solo é considerado ter um comportamento elasto-plástico. O índice de rigidez define a extensão da zona plástica do modo

Autor	Tipo de Cavidade	Modelo do Material	Distribuição Inicial da Poro Pressão	Aplicações	Observações
Baligh & Levadoux 1980	Combinação radial e esférica	Não linear da argila Azul de Boston	Estudos de E. F. usando o método do caminho das deformações	Características de consolidação	Mostra muito pouca dependência da componente esférica de dissipação
Randolph & Wroth 1979	Cilíndrica	Elasto-plástico	$u_i = 2 c_u \ln(R/r)$ $R/r_0 = (G/c_u)^{1/2}$	Consolidação em torno de estacas Análises Presiométricas	Solução analítica
Soderberg 1962	Cilíndrica	Elasto-plástico	$u_r/u_i = r_i/r$	Consolidação em torno de estacas	Obsoleta para ensaios de dissipação
Torstensson 1977	Cilíndrica	Elasto-plástico	$u_i = 2 c_u \ln(R/r)$ $R/r_0 = (G/c_u)^{1/2}$	Características de consolidação	Propõe a média entre os dois resultados
Torstensson 1977	Esférica	Elasto-plástico	$u_i = 4 c_u \ln(R/r)$ $R/r_0 = (G/c_u)^{1/3}$	Características de consolidação Drenos verticais	

Tabela II.1-1 - Sumário das soluções existentes para prever a dissipação da Poro Pressão (Gillespie e Campanella, 1981)

lo, sendo que quanto mais rígido for o solo maior será a extensão desta zona. Durante o processo de adensamento é assumido que o esqueleto sólido deverá deformar-se elasticamente. Na figura II.1-4, a região $r_0 \leq r \leq r_p$ é dita plástica para significar que o solo nesta região atinge a ruptura por cisalhamento, como isso deve ocorrer durante a instalação de uma estaca ou de um cone piezométrico. Durante a fase de adensamento será assumido que o esqueleto de solo se deformará elasticamente sob o efeito das variações do tensor das tensões efetivas, bem como que a argila apresenta um valor constante de seu coeficiente de adensamento horizontal.

Outro aspecto a ser observado e que foi citado por Tavenas et al. (1982), é que quando a sonda é penetrada no solo, grandes deformações ocorrem na vizinhança da superfície do aparelho, induzindo algum grau de amolgamento para o solo. O solo amolgado próximo à parede lateral apresenta um baixo valor do módulo de compressibilidade e uma permeabilidade variável durante o adensamento. A extensão da zona amolgada bem como o grau de amolgamento são incógnitas suplementares do problema. Essa condição heterogênea, bem como as variações na permeabilidade e no coeficiente de adensamento tem sido sugeridas por Tavenas et al. (1982) para serem levadas em consideração nas soluções teóricas.

O modelo desenvolvido nesse trabalho permitirá a introdução de uma zona amolgada em volta do piezocone.

- análise de dissipação baseada em soluções teóricas

Um exemplo da determinação do coeficiente de adensamento é encontrado nos trabalhos de Gillespie e Campanella (1981).

Examinando-se a tabela II.1-1 pode-se fazer uma análise comparativa das soluções. Para comparar os resultados das diferentes soluções, estas foram normalizadas como mostrado na figura II.1-5, onde pode ser visto o decréscimo do excesso de poro pressão normalizado plotado versus o fator tempo adimensional $T = c.t/r^2$. O uso do fator "T" permite um rápido cálculo

do coeficiente de adensamento "C". O exame destes gráficos revela vários pontos importantes. As soluções de Baligh & Levadoux (1980), e de Randolph & Wroth (1979), junto com a solução cilíndrica de Torstensson (1977) produzem essencialmente o mesmo resultado para o coeficiente de adensamento. A solução cilíndrica de Torstensson e a solução de Randolph & Wroth assumem a mesma distribuição inicial do excesso de poro pressão. A análise do adensamento foi tratada porém de maneira ligeiramente diferente. Enquanto Randolph & Wroth usaram uma solução analítica, Torstensson usou o método das diferenças finitas.

As soluções de Baligh & Levadoux foram obtidas de maneira completamente diferentes. A maior diferença entre elas reside no fato de que Baligh & Levadoux fizeram uma análise tridimensional com simetria de revolução, e em adição a drenagem radial incluíram também uma componente vertical para o fluxo.

Torstensson provou que existe uma acentuada diferença entre as soluções cilíndrica e esférica. O fator tempo "T" em

qualquer nível de dissipação é cerca de 5 vezes maior para a solução esférica. Uma explicação parcial para esta diferença é que Torstensson, usando diferentes modelos geométricos, inclui componentes verticais em seu modelo e determinou o excesso de poro pressão de maneira diferente usando expansão de cavidade esférica.

Para utilizar os modelos teóricos na determinação do coeficiente de adensamento, as medidas de dissipação de campo, registradas como função do tempo necessitam ser corrigidas subtraindo a pressão hidrostática do valor da poro pressão medida ($\Delta U = U_t - U_i$). O excesso de poro pressão é então normalizado dividindo-se pelo excesso de poro pressão inicial, e então é plotado contra o tempo. Desta maneira o coeficiente de adensamento pode ser calculado a qualquer nível de dissipação usando o tempo medido e o fator tempo teórico "T", correspondente a esse tempo medido.

$$C = \frac{r^2 T}{t}$$

II.2 - EXPANSÃO DE CAVIDADES

O problema da expansão de cavidades em uma massa de solo ideal tem recebido atenção em relação a um número de problemas geotécnicos tal como a capacidade de carga de fundações profundas, interpretação de ensaios pressiométricos e piezométricos, resistência de ancoragem, entre outros. Na maioria das vezes, o problema tem sido reduzido ao problema de expansão de uma cavidade esférica ou cilíndrica dentro de uma massa infinita de solo homogêneo e isotrópico.

A solução geral de problemas de expansão de cavidades esférica ou cilíndrica em um solo ideal possuindo tanto coesão quanto atrito, e obedecendo ao critério de Coulomb - Mohr foi apresentada por Vesic (1972) e será descrito a seguir.

Apesar de serem deduzidas equações para um solo com coesão e atrito, atenção será dada para o caso particular de solos coesivos, sob condições não drenadas onde o ângulo de atrito ϕ é nulo.

- expansão de cavidade esférica

Consideremos o problema de uma cavidade esférica de raio R_i expandida por uma pressão uniformemente distribuída p . Essa pressão tem por efeito aumentar o raio e criar na cavidade um estado de equilíbrio plástico dentro de uma zona adjacente à cavidade que se estenderá até a pressão atingir o valor último p_u . Neste momento a cavidade terá um raio R_u e a zona plástica se estenderá até um raio R_p . O solo além deste raio permanecerá em equilíbrio elástico. Para os problemas de engenharia é de interesse o conhecimento de p_u e R_p .

Vesic (1972) assume que o solo na zona plástica comporta-se como um sólido plástico compressível, definido pelos parâmetros de Mohr-Coloumb c e ϕ , bem como pela medida da deformação volumétrica, que pode ser determinada a partir do conhecimento do estado de tensões na zona plástica e das relações entre a mudança de volume e a mudança do estado de tensões. Fora da zona plástica o solo é assumido comportar-se como um sólido linearmente elástico e isotrópico, definido pelo

módulo de elasticidade E e pelo coeficiente de Poisson ν . É assumido que antes do carregamento todo o solo está submetido a um estado isotrópico de tensões efetivas q e que as forças de volume são desprezíveis dentro da zona plástica.

A equação de equilíbrio usando coordenadas esféricas, com as notações da figura (II.2-1) escreve-se como:

$$\frac{\partial \sigma_R}{\partial R} + \frac{2\sigma_R - \sigma_T}{R} = 0 \quad (\text{II.2-1})$$

onde R é a distância do ponto ao centro da cavidade.

Usando-se a condição de ruptura de Mohr escrita sob as duas formas equivalentes seguintes,

$$(\sigma_R - \sigma_T) = (\sigma_R + \sigma_T) \operatorname{sen} \phi + 2c \cos \phi \quad (\text{II.2-2})$$

e

$$\frac{\sigma_T + c \cotg \phi}{\sigma_R + c \cotg \phi} = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} \quad (\text{II.2-3})$$

calcula-se a expressão de σ_T em função de σ_R . Essa expressão é substituída na equação (II.2-1) que se torna agora uma equação diferencial ordinária para a função σ_R . Essa equação é integrada usando a condição de contorno $\sigma_R = pu$ quando $R = R_u$ e chega-se à seguinte expressão para σ_R :

$$\sigma_R = (pu + c \cotg \phi) \left(\frac{R_u}{R} \right)^{4 \operatorname{sen} \phi / (1 + \operatorname{sen} \phi)} - c \cotg \phi \quad (\text{II.2-4})$$

No caso particular de $\phi = 0$ temos:

$$\sigma_R = pu - 4c \ln \left(\frac{R}{R_u} \right) \quad (\text{II.2-5})$$

Para determinar a pressão última pu e o raio da zona plástica R_p será usada a hipótese de que a mudança de volume da cavidade é igual à mudança de volume do solo na zona plástica. Denotando o deslocamento radial por u_p , essa relação pode ser escrita como:

$$R_u^3 - R_i^3 = R_p^3 - (R_p - u_p)^3 + (R_p^3 - R_u^3) \cdot \Delta \quad (\text{II.2-6})$$

O deslocamento radial u_p pode ser computado a partir

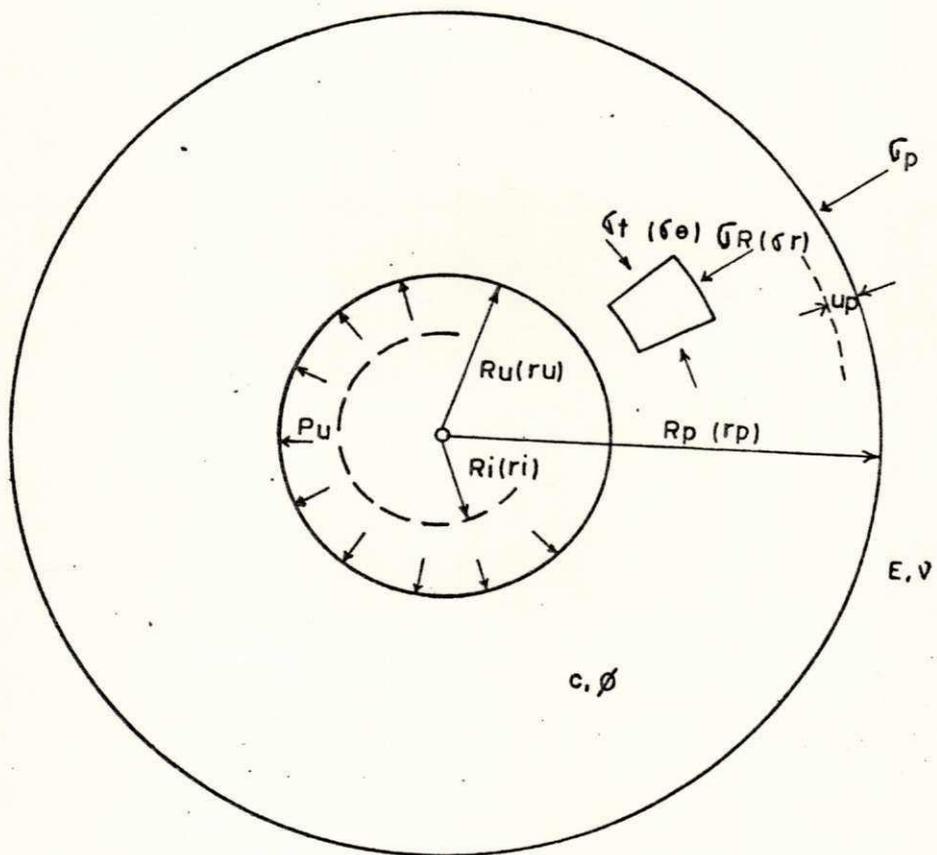


Figura II.2-1 - Expansão de cavidades
(Vesic, 1972)

das fórmulas de Lamé, ou seja:

$$u_p = \frac{1+\nu}{2E} R_p (\sigma_p - q) \quad (\text{II.2-7})$$

onde σ_p é o valor de σ_R em $R = R_p$. Logo,

$$\sigma_p = (p_v + c \cotg \phi) \left(\frac{R_v}{R_p} \right)^{4 \text{sen} \phi / (1 + \text{sen} \phi)} - c \cotg \phi \quad (\text{II.2-8})$$

Combinando as equações (II.2-7) e (II.2-8) e desprezando os termos de mais alta potência de u_p , bem como o termo R_i^3 , a equação (II.2-6) torna-se:

$$3 \frac{R_p^3}{R_v^3} \cdot \frac{1+\nu}{2E} \left[(p_v + c \cotg \phi) \left(\frac{R_v}{R_p} \right)^{4 \text{sen} \phi / (1 + \text{sen} \phi)} - (q + c \cotg \phi) \right] + \frac{R_p^3}{R_v^3} \cdot \Delta = 1 + \Delta \quad (\text{II.2-9})$$

Como resultado da elasticidade, sabemos que a tensão σ ctaédrica fica constante durante a expansão da cavidade. Isto pode ser traduzido pela expressão $\sigma_R + 2\sigma_T = 3q$. Com isso podemos escrever:

$$(p_v + c \cotg \phi) \left(\frac{R_v}{R_p} \right)^{4 \text{sen} \phi / (1 + \text{sen} \phi)} = \frac{3(q + c \cotg \phi)(1 + \text{sen} \phi)}{3 - \text{sen} \phi} \quad (\text{II.2-10})$$

Introduzindo a equação (II.2-10) na equação (II.2-9) obtem-se:

$$\frac{R_p^3}{R_v^3} = \left[\frac{2(1+\nu)(c + q \text{tg} \phi)}{E} \cdot \frac{3 \cos \phi}{3 - \text{sen} \phi} + \Delta \right] = 1 + \Delta \quad (\text{II.2-11})$$

Sabendo-se que $\sqrt[3]{1+\Delta} \approx 1$ e $\frac{3 - \text{sen} \phi}{3 \cos \phi} \approx 1$, chega-se a expressão:

$$\frac{R_p}{R_v} = \sqrt[3]{\frac{E / [2(1+\nu)(c + q \text{tg} \phi)]}{1 + E / [2(1+\nu)(c + q \text{tg} \phi)] \cdot \Delta}} \quad (\text{II.2-12})$$

Chamando-se o termo $E / 2(1+\nu)(c + q \text{tg} \phi) = G / (c + q \text{tg} \phi) = I_r$ obtemos a expressão mais simplificada da forma:

$$\frac{R_p}{R_v} = \sqrt[3]{\frac{I_r}{1 + I_r \cdot \Delta}} \quad (\text{II.2-13})$$

onde I_r é o índice de rigidez do solo. Para o caso particular de $\phi = 0$, $I_r = G/c_v$.

A expressão (II.2-13) pode ser ainda reduzida a:

$$\frac{R_p}{R_u} = \sqrt[3]{I_{rr}}$$

na qual I_{rr} é o índice de rigidez reduzido.

Se considerarmos a variação de volume nula, ou seja: $\Delta = 0$, esta última expressão torna-se:

$$\frac{R_p}{R_u} = \sqrt[3]{I_r} \quad (\text{II.2-14})$$

Conhecendo-se R_p/R_u , a pressão última da cavidade pode ser calculada pela expressão (II.2-10). Esta por sua vez pode ser colocada sob a forma:

$$P_u = c F_c + q F_q \quad (\text{II.2-15})$$

onde:

$$F_q = \frac{3(1+\text{sen}\phi)}{3-\text{sen}\phi} [I_{rr}]^{4\text{sen}\phi/(1+\text{sen}\phi)} \quad (\text{II.2-16})$$

$$F_c = (F_q - 1) \cdot \text{cotg}\phi \quad (\text{II.2-17})$$

Quando se considera $\phi = 0$ e $\Delta = 0$, chega-se a seguinte expressão simplificada:

$$F_c = \frac{4}{3} (\ln I_r + 1)$$

$$F_q = 1$$

Logo, os acréscimos de tensões radiais e tangenciais podem ser calculados a partir das expressões (II.2-2) e (II.2-5) quando consideramos $\phi = 0$ da seguinte forma:

$$\sigma_R - \sigma_T = 2c \quad (\text{II.2-18})$$

$$\sigma_R = \frac{4}{3} c (\ln I_r + 1) - 4c \ln\left(\frac{R}{R_u}\right) \quad (\text{II.2-19})$$

- expansão de cavidade cilíndrica

O mesmo raciocínio usado anteriormente para a cavidade esférica pode ser empregado para a dedução das expressões relativas à expansão de cavidade cilíndrica, utilizando porém coordenadas cilíndricas.

A equação (II.2-1) é agora escrita como:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (\text{II.2-1a})$$

onde r é a distância do ponto ao eixo de simetria da cavidade.

Usando as considerações anteriores, a equação (II.2-4) é escrita agora como:

$$\sigma_r = (p_u + c \cotg \phi) \left(\frac{r_u}{r} \right)^{2 \operatorname{sen} \phi / (1 + \operatorname{sen} \phi)} - c \cotg \phi \quad (\text{II.2-4a})$$

e no caso particular de $\phi = 0$, temos:

$$\sigma_r = p_u - 2c \ln \left(\frac{r}{r_u} \right) \quad (\text{II.2-5 a})$$

Da mesma forma, a equação (II.2-6) torna-se:

$$r_u^2 - r_i^2 = -[(r_p - u_p)^2 - r_p^2] + (r_p^2 - r_u^2) \cdot \Delta \quad (\text{II.2-6a})$$

Pelo mesmo raciocínio usado para expansão de cavidade esférica, lembrando porém que a invariância da tensão octaédrica é agora expressa por $\sigma_r + \sigma_\theta = 2q$, chegamos a expressão equivalente a (II.2-10) que pode ser escrita como:

$$(p_u + c \cotg \phi) \left(\frac{r_u}{r_p} \right)^{2 \operatorname{sen} \phi / (1 + \operatorname{sen} \phi)} = (q + c \cotg \phi) (1 + \operatorname{sen} \phi) \quad (\text{II.2-10a})$$

e colocando $r_p/r_u = \sqrt{\operatorname{Irr}' \operatorname{sen} \phi}$, com $\operatorname{Irr}' = \operatorname{Irr} / (1 + \operatorname{Irr} \Delta \sec \phi)$, e para o caso particular de $\phi = 0$ e $\Delta = 0$, chegamos à expressão abaixo que é correspondente a (II.2-14)

$$\frac{r_p}{r_u} = \sqrt{\operatorname{Irr}} \quad (\text{II.2-14a})$$

Da mesma forma, seguem as expressões:

$$P_u = C F_c' + q F_q' \quad (\text{II.2-15a})$$

$$F_q' = (1 + \text{sen}\phi) (I_{rr}' \sec\phi)^{2 \text{sen}\phi / (1 + \text{sen}\phi)} \quad (\text{II.2-16a})$$

$$F_c' = (F_q' - 1) \text{Cotg}\phi \quad (\text{II.2-17a})$$

Com as mesmas considerações anteriores, chegamos a expressões para o cálculo das tensões para $\phi = 0$ e $\Delta = 0$.

$$F_c' = \ln I_r + 1$$

$$F_q' = 1$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2C \quad (\text{II.2-18a})$$

$$\sigma_r = C(\ln I_r + 1) - 2C \ln \left(\frac{r}{r_u} \right) \quad (\text{II.2-19a})$$

- avaliação do excesso de poro pressão

Nas considerações procedentes, assumiu-se que a expansão de uma cavidade se dá sob condições não drenadas ou que o carregamento é lento bastante de modo que nenhum excesso de poro pressão se desenvolve. Se as condições de tensões efetivas são de interesse, a poro pressão induzida pela expansão da cavidade precisa ser determinada.

Para a avaliação do excesso de poro pressão, pode-se usar a seguinte expressão:

$$\Delta U = \beta \Delta \sigma_o + \alpha \Delta \tau_o$$

onde α e β são os parâmetros de poro pressão de Henkel.

Assumindo a condição isotrópica para o estado inicial de tensões e o solo saturado, a poro pressão em qualquer ponto da zona plástica pode ser dada no caso de uma cavidade esférica por:

$$\Delta U = \Delta \sigma_o + 0,943 \alpha_f \cdot C \quad (\text{II.2-20})$$

onde $\Delta \sigma_o$ é o acréscimo de tensão média gerado pela expansão, e α_f é o valor de α na ruptura. Porém,

$$\Delta\sigma_o = \frac{1}{3} [\sigma_R + 2(\sigma_R - 2C)] - q = \sigma_R - \frac{4}{3} C - q \quad (\text{II.2-21})$$

Levando-se em conta as equações (II.2-14) e (II.2-19) ,

$$\Delta\sigma_o = 4C \ln(R_p/R) \quad (\text{II.2-22})$$

Similarmente, para uma cavidade cilíndrica temos:

$$\Delta U = \Delta\sigma_o + 0,817\alpha_f.C \quad (\text{II.2-20a})$$

$$\Delta\sigma_o = \frac{1}{3}[\sigma_r + (\sigma_r - 2C) + \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_r - 2C)] - q = \sigma_r - C - q \quad (\text{II.2-21a})$$

Considerando as equações (II.2-14a) e (II.2-19a), temos:

$$\Delta\sigma_{oo} = 2C \ln(r_p/r) \quad (\text{II.2-22a})$$

Combinando as equações (II.2-22) e (II.2-22a) com as equações (II.2-20) e (II.2-20a), resulta em:

$$\Delta U = [0,943\alpha_f + 4 \ln(R_p/R)] C \quad (\text{II.2-23}) \text{ cavidade esférica}$$

e

$$\Delta U = [0,817\alpha_f + 2 \ln(r_p/r)] C \quad (\text{II.2-23a}) \text{ cavidade cilíndrica}$$

O parâmetro α_f está relacionado com o parâmetro A_f de Skempton da seguinte forma:

$$\alpha_f = 0,707(3A_f - 1)$$

Se tomarmos $A_f = \frac{1}{3}$ (solo elástico e isotrópico em ensaio triaxial não drenado), encontraremos as seguintes equações:

$$\Delta U = 4C \ln(R_p/R) \quad (\text{II.2-24}) \text{ cavidade esférica}$$

e

$$\Delta U = 2C \ln(r_p/r) \quad (\text{II.2-24a}) \text{ cavidade cilíndrica}$$

onde R_p e r_p são dados pelas expressões (II.2-14) e (II.2-14a) para a expansão esférica e cilíndrica, respectivamente.

Fora da zona plástica, as mudanças na tensão média normal é nula, tendo como consequência uma variação de pressão nula, desde que consideramos $\alpha_f = 0$.

As deduções feitas até o presente consideraram o problema da expansão de cavidade partindo de uma cavidade pré-existente. No caso porém da instalação de estacas ou da cravação de um piezocone dentro do solo, o raio inicial é nulo. Esse problema foi estudado por Carter e Wroth (1979), concluindo os autores que as teorias de expansão de cavidades pré-existentes podem ser usadas também para expansão de cavidades com raio inicial nulo, sem que isso conduza a erros no que se refere ao estudo da distribuição da poro pressão partindo destas teorias.

II.3 - MÉTODOS NUMÉRICOS

- generalidades

Vários métodos de análise numérica têm surgido nos últimos anos com a finalidade de obter soluções aproximadas para vários tipos de problemas. Devido à grande capacidade dos computadores modernos hoje disponíveis, complexos problemas podem ser resolvidos via soluções numéricas aproximadas.

Um dos métodos usados é o método das diferenças finitas (MDF). O MDF utiliza as equações diferenciais que governam o problema. No domínio onde se procura a solução, é introduzida uma malha de pontos nos quais a solução será calculada. Os valores das derivadas parciais (ou ordinárias) que aparecem nas equações diferenciais são substituídas em cada ponto da malha por quociente de diferenças finitas envolvendo tanto o valor no ponto quanto os valores nos pontos adjacentes. O resultado final dessa discretização das equações diferenciais resulta em um sistema linear cuja solução fornece os valores da função nos pontos da malha. Para se determinar os valores da função num ponto entre os pontos da malha necessitam-se interpolar entre os valores da função encontrados nos pontos.

Em adição ao MDF um outro método mais recente, conhecido como método dos elementos finitos (MEF) vem sendo desenvolvido e amplamente empregado. O MEF é uma técnica de análise numérica para obter a solução aproximada para uma grande variedade de problemas de engenharia. Ao contrário do MDF que visa a solução do problema através de uma rede de pontos, o MEF visa a solução cobrindo a região a ser estudada por uma quantidade finita de pequenas regiões ou elementos interconectados. O modelo do elemento finito dá a aproximação por "pedaços" da solução do problema. A premissa básica do MEF é que a região pode ser aproximada como reunião de um conjunto de elementos disjuntos. Desde que estes elementos possam ser justapostos de modo variado, eles podem ser usados para representar formas de domínio de geometria complexa. A solução global so

bre toda a região é obtida por justaposição das soluções calculadas sobre cada elemento da malha de elementos. Este método foi utilizado em nosso trabalho, e maiores comentários sobre o mesmo, serão feitos posteriormente.

Além dos métodos citados, um outro ainda mais recente, chamado de método dos elementos de contorno (MEC) tem sido desenvolvido nos últimos anos. Neste método, a fronteira (contorno) da região é subdividida em elementos de fronteira e os valores da função pesquisada e das suas derivadas parciais são calculados em alguns pontos sobre esses elementos da fronteira. Os valores da função no interior do domínio é calculado em seguida por uma fórmula integral.

Todos esses métodos tornaram-se cada vez mais utilizados graças ao desenvolvimento de computadores cada vez mais potentes e velozes, e que permitem em um espaço de tempo relativamente curto realizar grande quantidade de cálculos.

- abordagens para o uso do MEF

Em um problema onde se procura calcular uma solução sobre um domínio contínuo de qualquer dimensão, a variável de campo (pressão, deslocamento, tensão) possui infinitos valores e pertence igualmente a um espaço vetorial de dimensão infinita. Consequentemente o problema torna-se um problema com infinito número de incógnitas. O procedimento de discretização em elementos finitos junto com a escolha sobre cada elemento das funções de aproximação permitem a construção de um subespaço vetorial de funções dentro do qual será procurada uma solução aproximada do problema. Este procedimento torna o problema com número finito de incógnitas, que serão as componentes da solução aproximada, uma vez que uma base foi estabelecida para o subespaço vetorial de dimensão finita.

As funções de aproximação são algumas vezes chamadas funções de interpolação, e são definidas em termos dos valores das variações de campo em pontos especificados dentro do elemento ou sobre sua fronteira, chamados pontos nodais ou simplesmente nós. Os nós são usualmente colocados no contorno dos elementos, onde os elementos adjacentes são considerados conectados. Os valores das variáveis de campo nos nós e as funções de interpolação definem completamente o comportamento das variáveis de campo dentro do elemento. A natureza da solução obtida pelo MEF e o grau de aproximação dependem não somente do tamanho e do número dos elementos usados como também das funções de interpolação selecionadas. Uma vez que o domínio da solução foi recortada em elementos, e que sobre cada elemento as funções de interpolação foram escolhidas, o subespaço vetorial dentro do qual será pesquisada a solução aproximada fica completamente definido. Necessita-se então um critério para escolher a solução aproximada dentro desse subespaço vetorial. Para isso, o método dos elementos finitos possui basicamente quatro diferentes abordagens ou critérios.

A primeira abordagem é chamada DIRETA porque provém diretamente do método da rigidez do cálculo estrutural. Nessa abordagem, o critério usado consiste em encontrar dentro do subespaço vetorial a solução que satisfaz a uma relação do tipo $[K]\{T\} = \{F\}$, sobre cada elemento, relação esta que é estabelecida através de interpretações físicas do problema em questão. A segunda abordagem é chamada VARIACIONAL, e é baseada no cálculo das variações. Consiste em se procurar dentro do subespaço vetorial a solução que minimize uma funcional correspondente às equações diferenciais e às condições de contorno. A terceira abordagem é dita dos RESÍDUOS PONDERADOS e estabelece como critério encontrar dentro do subespaço vetorial a função solução tal que a sua imagem através do operador diferencial representado pelas equações diferenciais que regem o problema seja ortogonal a algumas funções pré-estabelecidas. Em particular, quando essas funções pré-estabelecidas formam uma base do subespaço vetorial, obtemos o método dito de GALERKIN. A quarta abordagem

está ligada ao BALANÇO DE ENERGIA, e o critério de escolha usado consiste em encontrar a função do subespaço vetorial para a qual o balanço energético seja satisfeito. A natureza da energia envolvida depende do problema.

A solução de um problema de elementos finitos sempre segue um procedimento ordenado passo a passo. Este procedimento pode ser resumido como:

- 1 - DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO DE SOLUÇÃO
- 2 - SELEÇÃO DAS FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO
- 3 - CÁLCULO DAS MATRIZES ELEMENTARES
- 4 - MONTAGEM DAS MATRIZES ELEMENTARES PARA O SISTEMA GLOBAL DE EQUAÇÕES.
- 5 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES
- 6 - COMPUTAÇÕES ADICIONAIS, SE DESEJÁVEL

II.4 - TEORIA DO ADENSAMENTO DOS SOLOS

Quando um solo saturado é submetido a um estado de tensões com tensão normal média compressiva, o decréscimo do volume de solo é devido quase que totalmente ao decréscimo na quantidade da água, pois tanto a água quanto os grãos de solo podem ser considerados como incompressíveis. Desde que as mudanças na quantidade de água se dão a uma razão que depende da permeabilidade do solo, a compressão do solo é gradual e evolui no tempo. O processo de expulsão de água dos poros do solo com o conseqüente decréscimo de volume é chamado adensamento.

Em 1923 Terzaghi propôs uma teoria para o adensamento unidimensional e esta teoria teve uma importante função na mecânica dos solos porque marcou o início da mecânica dos solos como sendo uma ciência independente. A adequação da teoria unidimensional ao comportamento real do solo não é perfeita devido as suas próprias limitações (homogeneidade, isotropia unidimensionalidade). Com o progresso da mecânica dos solos, foram surgindo teorias bi e tridimensionais para o estudo do adensamento, em condições menos restritivas, o que promoveu maior desenvolvimento no estudo do fenômeno.

Cryer (1963), fez um estudo comparativo das duas teorias tridimensionais de adensamento mais difundidas, ou seja, a teoria tridimensional de Terzaghi-Rendulic e a de Biot. Cryer (1963) aplicou essas duas teorias para o problema do adensamento de uma esfera submetida a uma pressão uniforme. Analisando a dissipação da pressão gerada no centro da esfera, Cryer (1963) notou que a teoria de Terzaghi resulta numa curva que decresce monotonicamente, enquanto que a aplicação da teoria de Biot resulta numa curva cuja pressão cresce inicialmente, para depois decrescer (efeito de Mandel-Cryer).

É conhecido também (Hwang et al. 1972) que a teoria de Terzaghi não é adequada para representar a continuidade da massa de solo. Sob este ponto de vista é preferível o uso da teoria de Biot, desde que esta acople o equilíbrio das tensões totais à compatibilidade das deformações durante o adensamento.

No presente trabalho é usada a teoria de adensamento de Biot, e uma mais ampla discussão desta teoria é dada a seguir.

- teoria do adensamento de Biot

As teorias do adensamento de Biot (1941, 1955, 1956) levam em conta várias propriedades básicas do solo, tais como:

- 1- isotropia ou anisotropia do solo
- 2- reversibilidade das relações tensão-deformação sob condições de equilíbrio final
- 3- linearidade das relações tensão-deformação
- 4- pequenas deformações
- 5- incompressibilidade da água dos poros do solo
- 6- validade da lei de Darcy

Esta teoria pode ser considerada como generalização da teoria da elasticidade aplicada aos meios porosos.

As equações diferenciais básicas que governam a teoria de Biot podem ser estabelecidas como segue:

a) equação de equilíbrio

$$\sigma'_{ij,j} + \delta_{ij} p_{,i} + \rho F_i = 0 \quad (\text{II.4-1})$$

b) equação da continuidade do fluido

$$k_{ij} (p_{,j} + \rho_w F_j)_{,i} + \dot{u}_{i,i} = 0 \quad (\text{II.4-2})$$

Além das duas equações básicas, existem mais duas equações constitutivas:

c) relação tensão-deformação para o esqueleto do solo

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \cdot e_{kl}, \quad \text{onde } e_{kl} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{II.4-3})$$

d) lei de Darcy

$$q_i = k_{ij} (p_{,j} + \rho_w F_j) \quad (\text{II.4-4})$$

Nestas equações, a vírgula precedendo um subscrito, significa derivação parcial em relação à direção indicada pelo subscrito, e o ponto sobre a variável denota uma derivação em relação ao tempo.

As demais notações são relacionadas abaixo.

- σ'_{ij} - componentes do tensor de tensões efetivas
- p - poro pressão da água
- ρ - densidade da massa de solo
- F_i - componentes do vetor força de volume
- δ_{ij} - delta Kronecker
- k_{ij} - componentes do tensor de permeabilidade
- ρ_w - densidade do fluido
- e_{kl} - componentes do tensor de deformação
- u_i - componentes do vetor deslocamento na direção i
- C_{ijkl} - tensor tensão-deformação
- q_i - componentes do vetor vazão

As seguintes condições de contorno são possíveis para o problema da consolidação, como está esquematizado na figura II.4-1.

1 - deslocamentos \bar{u}_i , conhecidos na parte do contorno S_1

$$u_i = \bar{u}_i$$

2 - pressões p_i na parte do contorno S_2 .

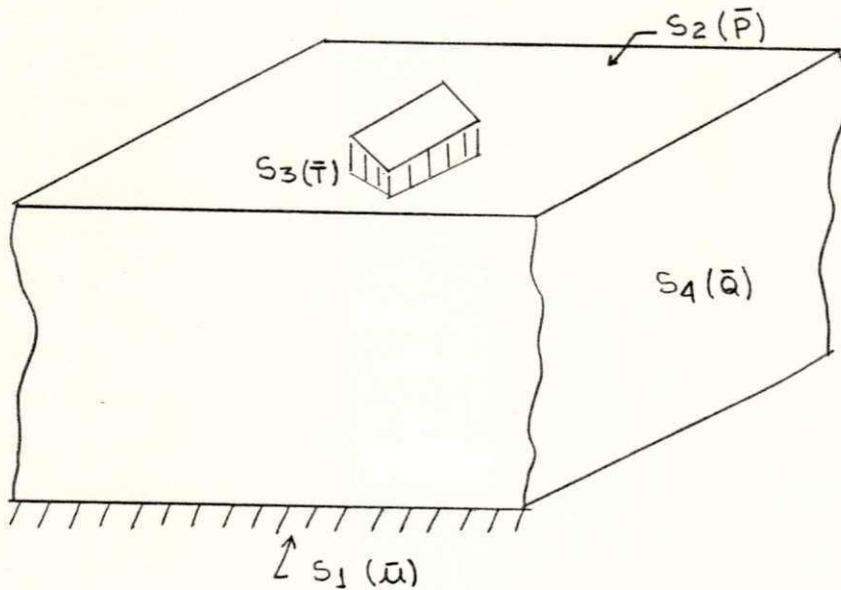
$$p = \bar{p}_i$$

3 - tração aplicada ou carregamento na superfície, \bar{T}_i na parte do contorno S_3 .

$\bar{T}_i = (\sigma'_{ij} + \delta_{ij} p) n_j$ onde n_j são as componentes do vetor unitário normal.

4 - vazão \bar{Q} , aplicada na parte do contorno S_4

$\bar{Q} = q_i \cdot n_i$, n_i são as componentes do vetor unitário normal



$$S_1 + S_3 = S \quad S_1 \cap S_3 = \{ \}$$

$$S_2 + S_4 = S \quad S_2 \cap S_4 = \{ \}$$

Figura II.4-1 - Diagrama esquemático das condições de contorno para o problema da consolidação.

- princípio variacional

Para podermos tratar as equações diferenciais de Biot através do método dos elementos finitos, vamos utilizar um princípio variacional para o tratamento do problema. De acordo com Sandhu (1972), para a classe dos problemas que envolvem condições de contorno e valores iniciais é conveniente o uso de uma abordagem variacional. O fundamento do método dos elementos finitos para tal abordagem consiste em achar uma funcional tal que as condições de mínimo dessa funcional (condições de Euler) sejam exatamente idênticas às equações diferenciais que governam o problema junto com as condições de contorno. A primeira formulação para elementos finitos que aparece na literatura é aquela devida a Sandhu e Wilson (1969). Esta formulação é baseada num teorema variacional de convolução que tem como princípio as formulações para problemas de valores iniciais de Gurtin.

Yokoo, Yamagata e Nagaoka (1971) deduziram teoremas variacionais de convolução similares àqueles desenvolvidos por Sandhu e Wilson (1969). Aqueles autores investigaram o uso de funções de discontinuidade para melhorar a representação da poro pressão instantânea (no tempo zero) do fluido.

Além destes trabalhos podemos citar, Hwang, Morgenstern e Murray (1972) que desenvolveram uma formulação para a teoria do adensamento de Biot baseada no método dos resíduos ponderados. Esta abordagem é conceitualmente mais simples no que diz respeito a interpretação física das equações envolvidas.

No presente trabalho foi utilizado o teorema variacional de convolução desenvolvido por Sandhu e Wilson (1969), visto que o mesmo tem se mostrado bastante eficiente no tratamento do adensamento do solo. Segundo este princípio, a solução das equações (II.4-1) e (II.4-2), juntamente com as condições de contorno, corresponde a solução minimizante da seguinte funcional.

$$\begin{aligned}
 A(u, p) = & \int_V \left[\frac{1}{2} \sigma'_{ij} * e_{ij} - \rho F_i * u_i + p * u_{i,i} - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} g * q_i * (p_{,i} + \rho_w F_i) \right] dv \quad - \quad (II.4-5) \\
 & - \int_{S_3} (\bar{T}_i * u_i) ds + \int_{S_4} (g * \bar{Q} * p) ds
 \end{aligned}$$

Nesta equação * denota o produto de convolução que é definido como:

$$f_1 * f_2 = \int_0^t f_1(x_1, \bar{t}) \cdot f_2(x_1, t - \bar{t}) d\bar{t}$$

$$\text{e } g(t) = 1$$

CAPÍTULO III

FORMULAÇÃO BASEADA NA FUNCIONAL E USADA NA
ELABORAÇÃO DO PROGRAMA

III.1 - FUNCIONAL PARA ELEMENTOS FINITOS

Seja a funcional (II.4-5)

$$A(U, P) = \int_V [1/2 \sigma_{ij} * e_{ij} - \rho F_i * U_i + p * u_{i,i} - 1/2 g * q_i * (p_{,i} + \rho_w F_i)] dv \\ - \int_{S_3} (\bar{T} * u_i) ds + \int_{S_4} (g * \bar{Q} * p) ds$$

Uma prova direta de que a minimização desta funcional é equivalente às equações diferenciais da teoria de Biot, junto com as condições de contorno, foi apresentada por Sandhu (1975) e é citada por Sandhu (1976).

Esta funcional pode também ser escrita na forma matricial como segue:

$$A(U, P) = \int_V 1/2 \{\sigma\}^T * \{e\} dv - \int_V \{\rho F\}^T * \{U\} dv + \int_V p * \{e_{vol}\} dv - \\ - \frac{1}{2} \int_V g * \{q\}^T * (\{p_{,i}\} + \{\rho_w F\}) dv - \int_{S_3} \{\bar{T}\}^T * \{U\} ds + \\ + \int_{S_4} g * \bar{Q} * p ds$$

(III.1-1)

Vamos estabelecer então a formulação por elementos finitos do problema do elasto-adensamento axissimétrico, usando esta funcional na abordagem variacional. Como o adensamento é um fenômeno que evolui com o tempo, uma complicação a mais é introduzida, e esta será tratada posteriormente, quando desenvolvermos a marcha no tempo.

III.2 - PROCEDIMENTOS PARA A ELABORAÇÃO DO PROGRAMA

Como foi citado no ítem II.3, a aplicação do método dos elementos finitos para a obtenção da solução de um problema dentro de um domínio contínuo, permite que se siga uma sequência de operações passo a passo. Estes passos serão desenvolvidos neste ítem, um após o outro, visando explicar o desenvolvimento do programa utilizado para a resolução numérica das equações do adensamento em torno do piezocone.

- discretização do domínio de solução

A premissa básica do método dos elementos finitos é que o domínio contínuo representando a região da solução, que tem uma forma arbitrária, pode ser modelado por um conjunto de formas simples, que são os elementos finitos.

O primeiro passo é, pois, dividir a região da solução em elementos. No caso dos problemas envolvendo simetria de revolução, e em particular no caso do adensamento em torno do piezocone, a região da solução resulta em um toróide de revolução, e conseqüentemente, cada elemento é uma subregião em forma de toróide. O fato de existir a simetria permite trabalharmos sobre a região cortada por um plano que contém o eixo de revolução. Isso permite desenvolver elementos planos para o tratamento de problemas axissimétricos. Várias formas de elementos planos podem ser usadas na região da solução. No presente trabalho, foram desenvolvidas formulações para dois tipos de elementos toroidais; com seção triangular e com seção quadrilateral. A escolha de diferentes elementos pode ser otimizada através da comparação da aplicabilidade destas duas formas de elementos no problema do adensamento dos solos, seja isoladamente ou numa malha mista. A forma mais frequente de elemento usada é a triangular. A razão para isto é que uma reunião de triângulos pode permitir representar um domínio bi-dimensional ou tri-dimensional com simetria de revolução

de qualquer geometria. Neste trabalho foi escolhido o tiângulo com 6 (seis) nós como mostrado na figura III.2-1. Apesar dos elementos triangulares se adaptarem com bastante precisão às mais variadas formas de contorno, uma melhor aproximação para contornos curvos é possível com o uso de elementos com lados curvos. Isto permite o uso de um número menor de elementos na discretização do domínio da solução, permitindo uma melhor representação do contôrno. Para este tipo de elemento, a interpolação da variável de campo e a interpolação da geometria do contorno curvo são expressas por funções de interpolação da mesma ordem (ver ítem seguinte). No presente, usaremos um quadrilátero isoparamétrico com 8 (oito) nós, como mostrado na figura III.2-2.

Dois aspectos, além da forma, caracterizam um elemento particular: o número de nós no elemento e o número e tipo de variáveis nodais a serem escolhidas. O número de nós para cada elemento usado já foi definido anteriormente. As variáveis nodais ou parâmetros para um elemento são chamados de graus de liberdade do elemento. Em relação aos problemas de adensamento tri-dimensional com simetria de revolução, temos três variáveis nodais: o deslocamento horizontal (u), o deslocamento vertical (v) e a poro pressão (p). Alguns autores (Desai, 1975; Sandhu, 1972), têm usado modelos nos quais a distribuição das tensões e poro pressão da água são definidas pela mesma ordem de aproximação. Isto requer uma variação quadrática para os deslocamentos e linear para a poro pressão. Modelos deste tipo podem ser obtidos usando elementos nos quais são calculados os deslocamentos horizontais e verticais (u e v) em todos os nós do elemento, e as pressões apenas nos nós intermediários. O uso destes elementos (elementos compostos) envolve grande largura de banda, o que limita a capacidade de um programa, (Sandhu, 1972). Elementos com variação quadrática para todas as variáveis de campo (u , v e p) tem sido usados por Belkeziz e Magnan (1982). Este tipo de elemento foi usado no presente desenvolvimento.

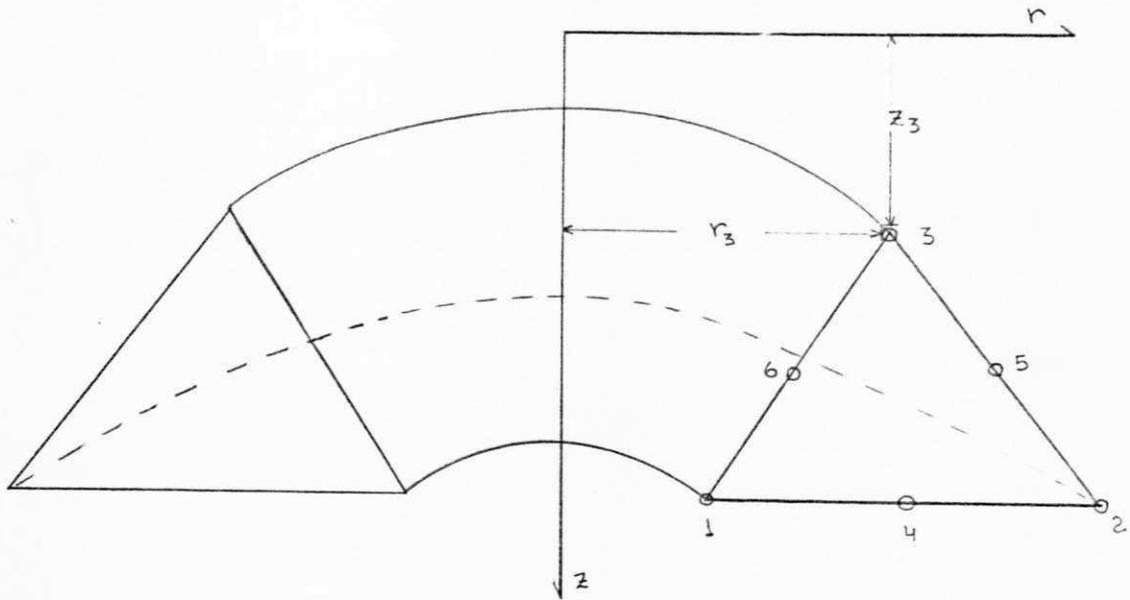


Figura III.2-1 - Anel axissimétrico com seção triangular

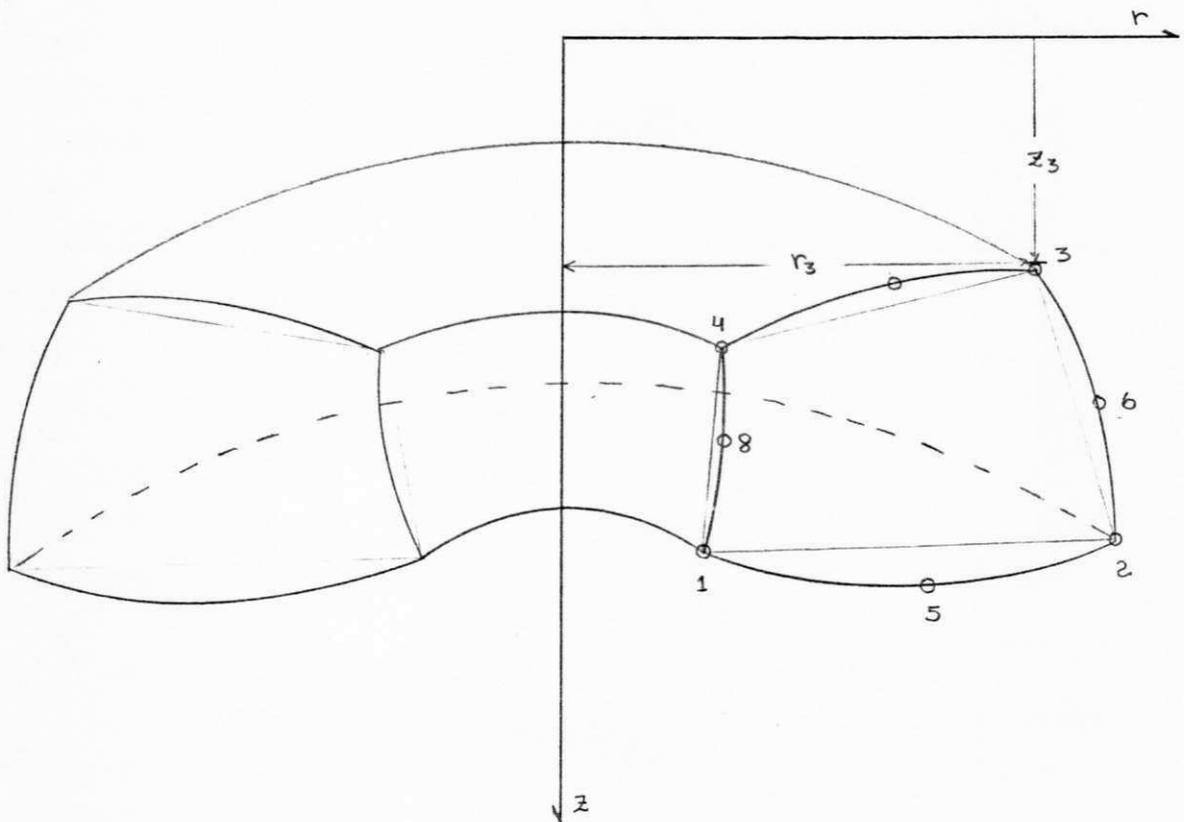


Figura III,2-2 - Anel axissimétrico com seção quadrilateral

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & z_1 & r_1 z_1 & r_1^2 & z_1^2 \\ 1 & r_2 & z_2 & r_2 z_2 & r_2^2 & z_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & r_6 & z_6 & r_6 z_6 & r_6^2 & z_6^2 \end{bmatrix}$$

e

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

Em princípio, nós podemos expressar as coordenadas generalizadas como solução das equações (III.2-2), isto é,

$$\{\alpha\} = [G]^{-1} \{\phi\} \quad (\text{III.2-3})$$

Expressando os termos da equação (III.2-1) como produto de um vetor linha por um vetor coluna, podemos escrever:

$$\phi = [P] \{\alpha\} \quad (\text{III.2-4})$$

onde $[P] = [1 \ r \ z \ r z \ r^2 \ z^2]$

Então, substituindo a equação (III.2-4) na equação (III.2-3) teremos:

$$\phi = [P][G]^{-1} \{\phi\} = [N] \{\phi\} \quad (\text{III.2-5})$$

com

$$[N] = [P][G]^{-1}$$

Da equação (III.2-5) é fácil constatar que as funções N_i referentes ao nó i toma o valor 1 no nó i e o valor 0 em todos os outros nós do elemento.

Para alguns tipos de elementos, a inversa da matriz $[G]$ pode não existir para todas as orientações do elemento no sistema global de eixos. Uma outra desvantagem dessa formulação está no fato de que pode ser requerido um esforço computacional muito grande para a computação da inversa de $[G]$. Por estas razões têm-se preferido obter as funções de interpolação N_i por inspeção. A dedução destas funções por inspe

ção necessita em geral do uso de coordenadas NATURAIS. Para o caso do triângulo estas coordenadas são chamadas BARICÊNTRICAS. Podemos então definir as coordenadas L_1 , L_2 e L_3 para descrever a localização de qualquer ponto dentro do elemento ou no seu contorno. Com as notações da figura III.2-3, as funções de interpolação podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} N_1 &= L_1 (2L_1 - 1) \\ N_2 &= L_2 (2L_2 - 1) \\ N_3 &= L_3 (2L_3 - 1) \\ N_4 &= 4L_1L_2 \\ N_5 &= 4L_2L_3 \\ N_6 &= 4L_3L_1 \end{aligned} \quad (\text{III.2-6})$$

As coordenadas cartesianas originais de um ponto no elemento deverão ser linearmente relacionadas às novas coordenadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} r &= L_1r_1 + L_2r_2 + L_3r_3 \\ z &= L_1z_1 + L_2z_2 + L_3z_3 \end{aligned} \quad (\text{III.2-7})$$

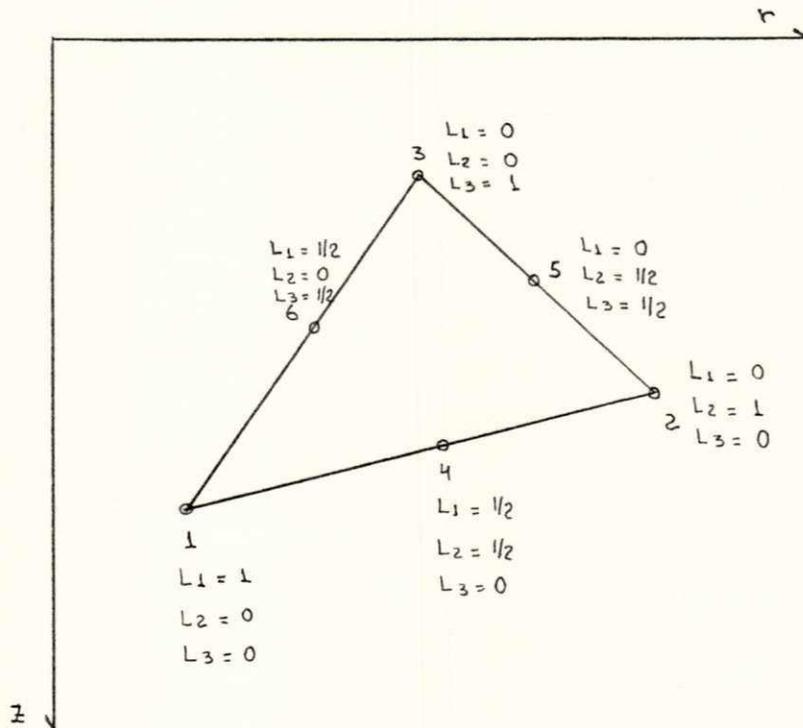


Figura III.2-3 - Triângulo com 6 nós

Em adição a estas equações, uma terceira condição requer que a soma das funções L_i seja unitária:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (\text{III.2-8})$$

A inversão das equações (III.2-7) e (III.2-8) em termos de coordenadas cartesianas resulta em:

$$\begin{aligned} L_1(r, z) &= (a_1 + b_1 r + c_1 z) / 2\Delta \\ L_2(r, z) &= (a_2 + b_2 r + c_2 z) / 2\Delta \\ L_3(r, z) &= (a_3 + b_3 r + c_3 z) / 2\Delta \end{aligned} \quad (\text{III.2-9})$$

onde

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r_2 & z_2 \\ 1 & r_3 & z_3 \end{vmatrix} = 2 \text{ vezes a área do triângulo}$$

e

$$\begin{aligned} a_1 &= r_2 z_3 - r_3 z_2 & a_2 &= r_3 z_1 - r_1 z_1 & a_3 &= r_1 z_2 - r_2 z_1 \\ b_1 &= z_2 - z_3 & b_2 &= z_3 - z_1 & b_3 &= z_1 - z_2 \\ c_1 &= r_3 - r_2 & c_2 &= r_1 - r_3 & c_3 &= r_2 - r_1 \end{aligned} \quad (\text{III.2-10})$$

Como serão usadas mais adiante as derivadas parciais das funções N_i , em relação a r e a z , estas podem ser deduzidas agora, lembrando que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial r} &= \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \frac{\partial L_1}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial L_2} \frac{\partial L_2}{\partial r} + \frac{\partial N_i}{\partial L_3} \frac{\partial L_3}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} &= \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \frac{\partial L_1}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial L_2} \frac{\partial L_2}{\partial z} + \frac{\partial N_i}{\partial L_3} \frac{\partial L_3}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{III.2-11})$$

Assim, derivando as equações (III.2-6), teremos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial r} &= (4L_1 - 1) \cdot b_1 / 2\Delta & \frac{\partial N_4}{\partial r} &= 2(L_2 b_1 + L_1 b_2) / \Delta \\ \frac{\partial N_2}{\partial r} &= (4L_2 - 1) b_2 / 2\Delta & \frac{\partial N_5}{\partial r} &= 2(L_3 b_2 + L_2 b_3) / \Delta \\ \frac{\partial N_3}{\partial r} &= (4L_3 - 1) b_3 / 2\Delta & \frac{\partial N_6}{\partial r} &= 2(L_1 b_3 + L_3 b_1) / \Delta \end{aligned} \quad (\text{III.2-12})$$

As derivadas em relação a z são análogas as equações (III.2-12) trocando-se porém b_i por c_i .

Uma vez deduzidas as funções de interpolação e suas derivadas para o triângulo com 6 nós, passaremos à dedução destas funções para o quadrilátero isoparamétrico com 8 nós.

Considere uma sistema de coordenadas $s - t$ associado com 'quadrilátero' da figura (III. 2-4). Estas coordenadas, que em geral são curvilíneas, serão determinadas para se obter as seguintes condições:

$$t = + 1 \text{ no lado } \overline{12}$$

$$t = - 1 \text{ no lado } \overline{34}$$

$$s = + 1 \text{ no lado } \overline{23}$$

$$s = - 1 \text{ no lado } \overline{14}$$

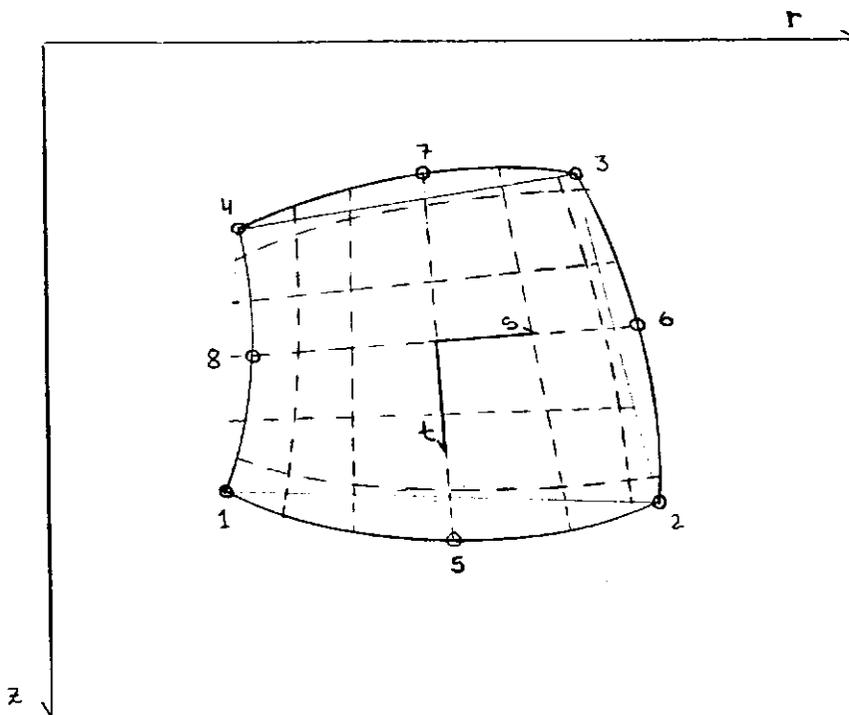


Figura III.2-4 - Quadrilátero com 8 nós

As relações entre as coordenadas cartesianas e as novas coordenadas serão estabelecidas agora. A forma geral deverá ser escrita como uma combinação linear da seguinte forma:

$$r = N_1 r_1 + N_2 r_2 + N_3 r_3 + \dots = \{N\}^T \{r_n\} \quad (\text{III.2-13})$$

$$z = N_1 z_1 + N_2 z_2 + N_3 z_3 + \dots = \{N\}^T \{z_n\}$$

Os polinômios que satisfazem a necessária condição de continuidade podem ser escritos incluindo somente termos que dão a apropriada variação ao longo dos lados do elemento. Para o caso da figura (III.2-4), temos uma variação quadrática e podemos escrever:

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 s + \alpha_3 t + \alpha_4 st + \alpha_5 s^2 + \alpha_6 t^2 + \alpha_7 s^2 t + \alpha_8 st^2 \quad (\text{III.2-14})$$

Substituindo os apropriados valores nodais,

$$\begin{aligned} \text{III} \quad r = r_1 \text{ e } z = z_1 \text{ para } t = 1 \text{ e } s = -1 \\ r = r_2 \text{ e } z = z_2 \text{ para } t = 1 \text{ e } s = +1 \\ \text{-----} \\ r = r_8 \text{ e } z = z_8 \text{ para } t = 0 \text{ e } s = -1 \end{aligned}$$

temos:

$$\{\bar{\phi}\} = [G] \{\alpha\} \quad (\text{III.2-15})$$

e invertendo a equação chegamos a:

$$\{\alpha\} = [G]^{-1} \{\bar{\phi}\} \quad (\text{III.2-16})$$

A equação (III.2-14) pode ser escrita ainda como:

$$\phi = [P] \{\alpha\} \quad (\text{III.2-17})$$

Como para o caso do triângulo, para alguns polinômios $[P]\{\alpha\}$, a matriz $[G]$ pode não existir. Assim, prefere-se deduzir as funções de interpolação por inspeção, o que resulta em:

$$\begin{aligned}
N_1 &= (1-s)(1+t)(-s+t-1)/4 \\
N_2 &= (1+s)(1+t)(s+t-1)/4 \\
N_3 &= (1+s)(1-t)(s-t-1)/4 \\
N_4 &= (1-s)(1-t)(-s-t-1)/4 \\
N_5 &= (1+t)(1-s^2)/2 \\
N_6 &= (1+s)(1-t^2)/2 \\
N_7 &= (1-t)(1-s^2)/2 \\
N_8 &= (1-s)(1-t^2)/2
\end{aligned}
\tag{III.2-18}$$

Por causa da mesma observação feita para o triângulo, as derivadas para o quadrilátero serão deduzidas agora.

Como as funções de interpolação N_i são definidas em termos de s e t , é necessário avaliarmos suas derivadas. Notemos que:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial r}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} = [J] \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix}
\tag{III.2-19}$$

onde J é a matriz jacobiana que poderá ser facilmente avaliada numericamente. A matriz jacobiana pode ser desenvolvida como:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial s} & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} & \frac{\partial N_2}{\partial t} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & z_1 \\ r_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}
\tag{III.2-20}$$

Podemos então escrever:

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = [1, 0] [J]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial z} = [0, 1] [J]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \end{pmatrix}
\tag{III.2-21}$$

Utilizando sucessivamente a equação (III.2-5) para u e v , e agrupando as componentes do vetor deslocamento em um vetor coluna, podemos calcular as variáveis de campo, tanto para o triângulo quanto para o quadrilátero, através das relações:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \dots & N_i & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & N_1 & N_2 & \dots & N_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_i \\ v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \end{Bmatrix}$$

onde o subscrito i será igual a 6 (seis) para o triângulo e igual a 8 (oito) para o quadrilátero, tanto nesta quanto nas outras expressões que se seguirão.

As relações anteriores podem ser escritas de forma compacta como:

$$\{U\} = [N_u] \{q_m\} \quad (\text{III.2-22})$$

Da mesma forma, as pressões nodais podem ser escritas como:

$$p = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \dots & N_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_i \end{Bmatrix}$$

ou, na forma compacta,

$$p = [N_p] \{p_m\} \quad (\text{III.2-23})$$

Nesta formulação, as grandezas nodais que são função do tempo, vão evoluir no decorrer do processo de consolidação.

- cálculo das matrizes elementares

Uma vez que a funcional foi estabelecida, e que foram definidos os tipos de elementos, e estabelecidas as funções de interpolação, precisamos encontrar as relações entre as matrizes e vetores que aparecem nos termos da funcional e as grandezas básicas \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{p} .

- relação deformação-deslocamento

Retomando agora a funcional (III.1-1), precisamos encontrar a expressão que relaciona as deformações \mathbf{e} com o vetor dos deslocamentos \mathbf{U} . Estas relações em coordenadas cilíndricas são dadas por:

$$e_r = \frac{\partial v}{\partial r} ; e_\theta = \frac{v}{r} ; e_z = \frac{\partial v}{\partial z} \quad e \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

Usando as funções de interpolação, estas relações tornam-se:

$$\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ \frac{N_i}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}$$

ou, escrevendo na forma compacta:

$$\{\mathbf{e}\}^e = [\mathbf{B}_e] \{\mathbf{q}_m\}^e \quad (\text{III.2-24})$$

- relação tensão-deslocamento

A partir da relação da elasticidade linear isotrópica, para o caso dos problemas envolvendo simetria de revolução,

Os acréscimos de tensões efetivas são dados por:

$$\text{ou seja: } \begin{pmatrix} \sigma_r' \\ \sigma_\theta' \\ \sigma_z' \\ \tau_{rz}' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{r_0}' \\ \sigma_{\theta_0}' \\ \sigma_{z_0}' \\ \tau_{rz_0}' \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \\ \gamma_{rz} \end{pmatrix}$$

$$\{\sigma'\}^e = [c]^e \{e\}^e + \{\sigma_0'\}^e \quad (\text{III.2-25})$$

Nesta expressão, $\{\sigma_0'\}^e$ é o vetor das tensões iniciais.

Algumas considerações sobre as tensões iniciais são feitas, a seguir.

Quando se trata de uma análise na qual nenhuma tensão é gerada inicialmente, as tensões efetivas serão aquelas existentes no solo antes de se dar o início do processo de adensamento, ou seja:

$$\begin{aligned} \sigma_{z_0}' &= \gamma \cdot h \\ \sigma_{r_0}' &= K_0 \sigma_{z_0}' \\ \sigma_{\theta_0}' &= \tau_{rz_0}' = 0 \end{aligned}$$

onde γ é o peso específico do solo, h a cota do ponto, e K_0 o coeficiente de empuxo no repouso, que é dado por sendo ν o coeficiente de Poisson.

No caso da análise do adensamento em torno do piezocentro, devemos analisar duas situações distintas: a primeira é um modelo de expansão de cavidade cilíndrica. Neste caso, as tensões efetivas podem ser calculadas pelas expressões (II.2-18a), (II.2-19a) e (II.2-24a) para os pontos dentro da zona plástica, o que em coordenadas cilíndricas, pode-se escrever como:

$$\begin{aligned} \sigma_{r_0}' &= \sigma_{r_0} - \Delta u \\ \sigma_{r_0}' &= C \ln I r + C - 2C \ln \frac{r}{r_u} - 2C \ln \frac{r_p}{r} \\ \sigma_{r_0}' &= C \\ \sigma_{\theta_0}' &= -C \\ \sigma_{z_0}' &= \tau_{rz_0}' = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.2-26})$$

Para os pontos na zona elástica, as tensões podem ser calculadas pelas expressões de Lamé, que estão deduzidas no apêndice. **A.**

$$\begin{aligned}\sigma'_{r_0} &= c \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \\ \sigma'_{\theta_0} &= -c \left(\frac{r_0}{r}\right)^2\end{aligned}\quad (\text{III.2-27})$$

No caso de usarmos um modelo de expansão de cavidade esférica, as expressões em coordenadas esféricas são dadas a partir das expressões (II.2-18), (II.2-19) e (II.2-19) e (II.2-24), resultando em:

$$\begin{aligned}\sigma'_{R_0} &= 4/3 c \\ \sigma'_{T_0} &= -2/3 c \\ \sigma'_{z_0} &= 0 \\ \tau'_{Rz_0} &= 0\end{aligned}\quad (\text{III.2-28})$$

Porém é necessário fazer uma mudança de coordenadas esféricas para coordenadas cilíndricas. É fácil ver que a matriz de mudança de base tem a seguinte forma:

$$P = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \text{sen}\alpha & 0 \\ \text{sen}\alpha & -\cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

onde α está representado na figura (III.2-5)

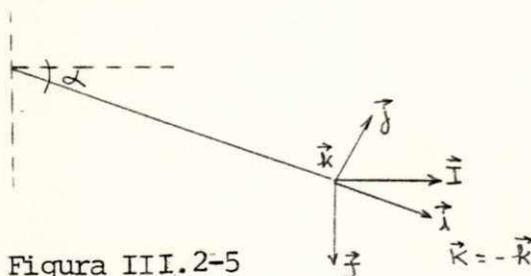


Figura III.2-5

As tensões em coordenadas cilíndricas são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{r_0} & \tau'_{rz_0} & 0 \\ \tau'_{rz_0} & \sigma'_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_{\theta_0} \end{bmatrix} = [P]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma'_R & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_T & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_T \end{bmatrix} [P]$$

Efetuada-se os cálculos, temos:

$$\begin{aligned}\sigma'_{r_0} &= -\frac{2}{3} (2 - 3 \sin^2 \alpha) \\ \sigma'_{\theta_0} &= \frac{2}{3} c \quad (\text{III.2-29}) \\ \sigma'_{z_0} &= -\frac{2}{3} (2 - 3 \cos^2 \alpha) \\ \tau'_{rz_0} &= -2c \sin \alpha \cos \alpha\end{aligned}$$

Para os pontos na zona elástica, novamente podemos utilizar as equações de Lamé para a esfera e teremos em coordenadas, esféricas:

$$\begin{aligned}\sigma'_{R_0} &= \frac{4}{3} c \left(\frac{R_p}{R}\right)^3 \\ \sigma'_{T_0} &= -\frac{2}{3} c \left(\frac{R_p}{R}\right)^3 \quad (\text{III.2-30}) \\ \sigma'_{z_0} &= 0 \\ \tau'_{Rz_0} &= 0\end{aligned}$$

Fazendo a mudança de coordenadas.

$$\begin{aligned}\sigma'_{r_0} &= 2vs (2 - 3 \sin^2 \alpha) \\ \sigma'_{\theta_0} &= -vs \quad (\text{III.2-31}) \\ \sigma'_{z_0} &= 2vs (2 - 3 \cos^2 \alpha) \\ \tau'_{rz_0} &= 3vs \sin \alpha \cos \alpha, \text{ onde } vs = -\frac{2}{3} c \left(\frac{R_p}{R}\right)^3\end{aligned}$$

Com estas expressões, ficam completamente definidas as componentes do vetor das tensões iniciais. Continuando temos: ainda outras relações.

- relação deformação volumétrica-deslocamento

A relação que permite calcular a deformação volumétrica e_{vol} é dada por:

$$e_{vol} = \text{div} \vec{V} = e_r + e_\theta + e_z = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

que pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}\{e_{vol}\}^e &= \left[\frac{\partial N_i}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] \{q_m\} \quad , \text{ ou} \\ \{e_{vol}\}^e &= [B_\Delta]^e \{q_m\}^e \quad (\text{III.2-32})\end{aligned}$$

- relação velocidade de filtração-pressão (lei de Darcy)

O vetor $\{q\}$ que aparece na funcional é o vetor velocidade de filtração, definido na equação (II.4-4), ou seja:

$$q_i = k_{ij} (p_{,j} + \rho_w F) \quad \text{ou} \quad \{q\} = [K] (\{p,j\} + \{\rho_w F\})$$

Como $\{p,j\}$ pode ser escrito usando as funções de interpolação, a expressão de $\{p,j\}$ fica:

$$\{p,j\}^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} \{p_i\}$$

que na forma compactada pode ser escrita como:

$$\{p,j\}^e = [B_q]^e \{p_m\}^e \quad (\text{III.2-33})$$

$$\text{Logo, } \{q\}^e = [K] ([B_q]^e \{p_m\}^e + \{\rho_w F\}^e) \quad (\text{III.2-34})$$

onde

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{rr} & k_{zr} \\ k_{rz} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{é o tensor de permeabilidade,}$$

e o vetor $\{\rho_w F\} = \rho_w \begin{Bmatrix} F_r \\ F_z \end{Bmatrix}$ é o vetor contendo as forças de

volume atuantes no fluido (água), com ρ_w a massa específica

da água, da mesma forma que o vetor $\{\rho F\} = \rho \begin{Bmatrix} F_r \\ F_z \end{Bmatrix}$ é o vetor

contendo as componentes do vetor força de volume relativo ao esqueleto do solo.

Os vetores contendo as trações ou carregamentos externos, bem como as vazões são dados por:

$$\{\bar{T}_m\}^e = \begin{pmatrix} T_{r1} \\ T_{r2} \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{ri} \\ T_{z1} \\ T_{z2} \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{zi} \end{pmatrix}$$

com T_{ri} e T_{zi} sendo as componentes das trações atuando em cada não do elemento situado na fronteira S_3 , nas direções r e z respectivamente.

$$\{\bar{Q}_m\} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Q_i \end{pmatrix}$$

sendo Q_i as componentes do vetor das vazões atuando em cada não do lado do elemento na fronteira S_4 .

Se substituirmos agora nos termos da funcional as relações que acabaram de ser calculadas, e lembrando que a reunião (montagem) das contribuições elementares representarão a solução global do problema, a funcional (III.1-1) pode ser escrita como:

$$A(U, p) = \sum_{m=1}^M \left(\int_{V_e} \left(\frac{1}{2} [C]^e [B_e]^e \{q_m\} + \{G_0\}^e \right)^T * [B_e]^e \{q_m\} - \{pF\}^e * [N_u]^e \{q_m\} + \right. \\ \left. + [N_p]^e \{p_m\} * [B_\Delta]^e \{p_m\} + \frac{1}{2} g * \{K\} \left([B_q]^e \{p_m\} + \{p_wF\}^e \right)^T * ([B_q]^e \{p_m\} + \right. \\ \left. + \{p_wF\}^e) \right) dv_e - \int_{S_3 \cap S_e} [N_u]^e \{\bar{T}_m\}^e * [N_u]^e \{q_m\} ds_e + \int_{S_4 \cap S_e} g * [N_p]^e \{\bar{Q}_m\} * \\ * [N_p]^e \{p_m\} ds_e \Big)$$

Após fazermos as transposições e operarmos com os produtos de convolução, a funcional pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 A(U, P) = & \sum_{m=1}^M \left(\frac{1}{2} \int_{V_e} \{q_m\}^T [B_e]^T [C]^e * [B_e]^e \{q_m\} dV_e + \int_{V_e} \{P_m\}^T [N_p]^T * \right. \\
 & [B_\Delta]^e \{q_m\} dV_e + \frac{1}{2} \int_{V_e} \{G_0\}^T * [B_e]^e \{q_m\} dV_e - \int_{V_e} \{q_m\}^T [N_u]^T * \{P_F\}^e dV_e - \\
 & - \frac{1}{2} \int_{V_e} g * \{P_m\}^T [B_q]^e [K]^e * [B_q]^e \{P_m\} dV_e - \int_{V_e} g * \{P_w F\}^e * [K]^e [B_q]^e \{P_m\} dV_e - \\
 & - \frac{1}{2} \int_{V_e} g * \{P_w F\}^e [K]^e * \{P_w F\}^e dV_e - \int_{S_{3nSe}} \{q_m\}^T [N_u]^T * [N_u]^e \{\bar{T}_m\}^e dS_e + \\
 & + \int_{S_{4nSe}} g * \{P_m\}^T [N_p]^T * [N_p]^e \{\bar{Q}_m\}^e dS_e \quad \text{(III.2-35)}
 \end{aligned}$$

Como as grandezas constantes com o tempo podem ser associadas, em relação ao produto de convolução, finalmente podemos chegar a uma forma mais compacta para escrever a funcional, ou seja, podemos escrever:

$$\begin{aligned}
 A(U, P) = & \sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \{q_m\}^T [K_1]^e \{q_m\} + \{q_m\}^T [K_3]^e \{P_m\} + \frac{1}{2} \{q_m\}^T \{M_1\}^e g - \{q_m\}^T \{M_2\}^e g - \\
 & - \frac{1}{2} g * \{P_m\}^T [K_2]^e \{P_m\} - g * \{P_m\}^T \{M_3\}^e g - \frac{1}{2} g * \{M_4\}^e g - \{P_m\}^T * \{P_1\}^e + \\
 & + g * \{P_m\}^T * \{P_2\}^e
 \end{aligned}$$

com:

$$\begin{aligned}
 [K_1]^e &= \int_{V_e} [B_e]^T [C]^e [B_e]^e dV_e & \{M_3\}^e &= \int_{V_e} [B_q]^T [K]^e \{P_w F\}^e dV_e \\
 [K_2]^e &= \int_{V_e} [B_q]^T [K]^e [B_q]^e dV_e & \{M_4\}^e &= \int_{V_e} \{P_w F\}^T [K]^e \{P_w F\}^e dV_e \\
 [K_3]^e &= \int_{V_e} [B_\Delta]^T [N_p]^e dV_e & \{P_1\}^e &= \int_{S_{3nSe}} [N_u]^T [N_u]^e \{\bar{T}_m\}^e dS_e \\
 \{M_1\}^e &= \int_{V_e} [B_e]^e \{G_0\}^e dV_e & \{P_2\}^e &= \int_{S_{4nSe}} [N_p]^T [N_p]^e \{\bar{Q}_m\}^e dS_e \\
 \{M_2\}^e &= \int_{V_e} [N_u]^e \{P_F\}^e dV_e
 \end{aligned}$$

Definidas todas as matrizes e vetores que estão envolvidos na funcional, notemos porém que estes termos deverão ser integrados, e esta integração será feita numericamente.

INTEGRAÇÃO NUMÉRICA - Frequentemente a avaliação das equações do elemento para um caso particular envolve a avaliação da integral sobre os elementos, que é o caso que que

remos tratar. Algumas vezes é possível obter a expressão exata para estas integrações quando as coordenadas são usadas. Mas quando a forma da função f a ser integrada não permite a obtenção da expressão exata, ou esta expressão demanda cálculos algébricos muito complexos, é preferível o uso de integração numérica. No presente trabalho usaremos integrações numéricas baseadas nas formulações de Gauss para integração linear.

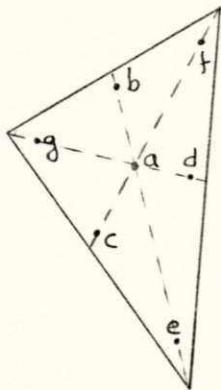
$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i^x f(x_i)$$

onde os w_i^x são os fatores de peso para cada ponto x_i .

INTEGRAÇÃO DO TRIÂNGULO - Para o triângulo, em termos de coordenadas naturais com simetria de revolução, as integrais de área são expressas como

$$I = 2\pi \int_0^1 \int_0^{1-L_1} f(L_1, L_2, L_3) r dL_1 dL_2 \approx 2\pi \Delta \sum_{i=1}^n w_i f(L_i) r + R$$

onde Δ é a área do triângulo e L_i são os valores das coordenadas naturais nos pontos de integração. Esta equação é exata para todos os polinômios de ordem $n-1$, onde n é o número de pontos usados. Se a função não é um polinômio, o erro R é da ordem de h^n , onde h é um comprimento característico do triângulo. Os valores das coordenadas dos pontos de integração e os correspondentes pesos foram primeiro encontrados por Hammer et al. (1956). Para um triângulo com sete pontos de integração, que usaremos aqui, estas coordenadas e respectivos pesos são dados abaixo.



ponto	coordenadas	pesos	
a	1/3, 1/3, 1/3	0,22500000	
b	$\alpha_1, \beta_1, \beta_1$	0,13239415	
c			$\beta_1, \alpha_1, \beta_1$
d			$\beta_1, \beta_1, \alpha_1$
e	$\alpha_2, \beta_2, \beta_2$	0,12593918	
f			$\beta_2, \alpha_2, \beta_2$
g			$\beta_2, \beta_2, \alpha_2$

com

$$\alpha_1 = 0,05971587$$

$$\beta_1 = 0,47014206$$

$$\alpha_2 = 0,79742698$$

$$\beta_2 = 0,10128650$$

Para as integrais de linha, usadas na fronteira, pode-se usar a fórmula de integração de Gauss, desde que seja feita uma mudança de limites de integração, uma vez que as coordenadas naturais l variam de 0 a 1 ou vice-versa, ao longo do lado.

Seja a integral

$$\int_0^L 2\pi f(r,z) r ds$$



$$\begin{aligned} \text{Fazendo-se } s = \frac{L}{2} (l + 1), \text{ para } s = 0 \quad l = -1 \\ \text{para } s = L \quad l = 1 \end{aligned}$$

$$ds = \frac{L}{2} dl$$

$$\text{logo } \int_0^L 2\pi f(r,z) r ds = 2\pi \frac{L}{2} \int_{-1}^1 r f(r,z) dl$$

Utilizando as fórmulas de Gauss:

$$2\pi \frac{L}{2} \int_{-1}^1 r f(r,z) dl = 2\pi \frac{L}{2} \sum_{i=1}^n w_i f(a_i) r$$

onde L é o comprimento do lado, e w_i são os pesos correspondentes aos pontos a_i .

Para a integração de Gauss usando três pontos, os valores das coordenadas com os respectivos pesos são:

ponto	peso
$\pm a_i$	w_i
0,00000000	0,88888889
0,77459667	0,55555556

Porém, estes pontos são usados para uma integração de -1 a 1. Como no triângulo as coordenadas variam de

0 a 1 temos que fazer novamente uma troca de variáveis.

Seja o lado do triângulo que varia de L_1 a L_2 .

Para um ponto qualquer neste lado

$$\alpha = A L_2 + B$$

$$\text{para } \alpha = -1 \quad L_2 = 0$$

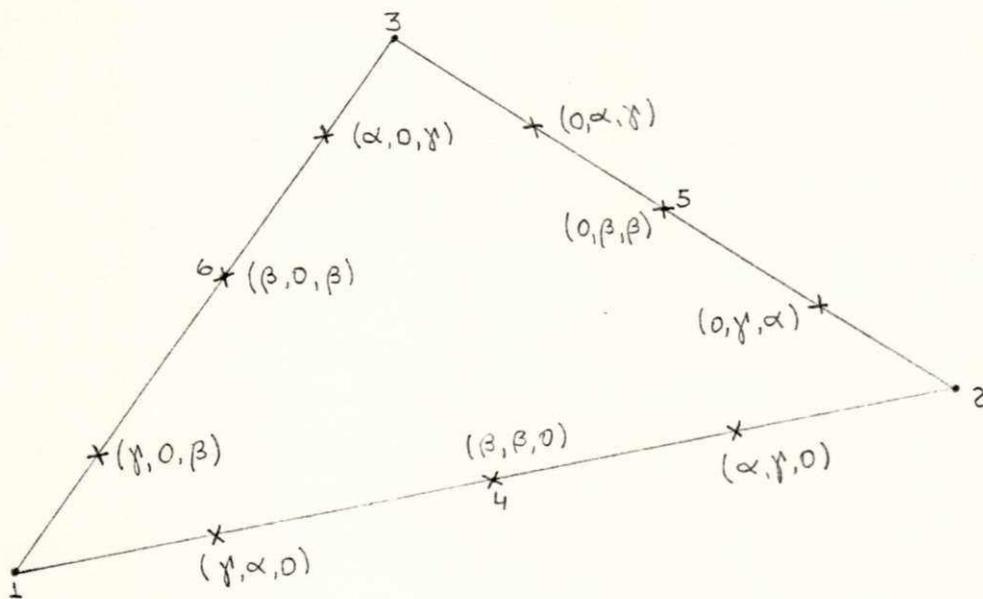
$$\alpha = 1 \quad L_2 = 1$$

$$\text{logo, } \alpha = 2L_2 - 1$$

Substituindo os três valores dos pontos de Gauss, temos

L_2	W_i
0,11270166	0,55555556
0,50000000	0,88888889
0,88729834	0,55555556

O mesmo raciocínio pode ser usado para os outros dois lados. Com isto, obtemos todos os valores para os pontos como indicado na figura III.2-35a



$$\alpha = 0,11270166$$

$$\beta = 0,50000000$$

$$\gamma = 0,88729834$$

Figura III.2-35a-- Pontos para integração dos lados no triângulo.

INTEGRAÇÃO DO QUADRILÁTERO - Para a integração do quadrilátero, isoparamétrico, que é transformado num quadrado como na figura III.2-35b podemos utilizar uma composição da integral de Gauss.

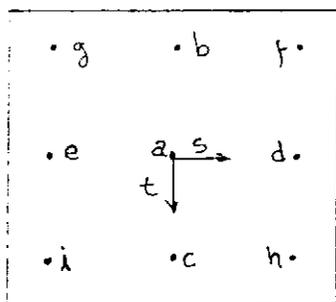
$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(r,z) dr dz$$

Porém, devemos observar que o elemento de área deve ser avaliado como

$drdz = \det J dsdt$, sendo J a matriz Jacobiana como definida anteriormente e s e t as coordenadas naturais. Logo, a integral pode ser avaliada numericamente levando-se em conta a simetria de revolução

$$I = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(r,z) r \det J ds dt = 8\pi \sum_{i=1}^9 \det J w_i f(r_i, z_i) r + R$$

Usando-se 9 pontos para integração, as coordenadas e respectivos pesos são dados a seguir:



$$\begin{array}{l} a = 0,0 \\ b = 0, -\alpha \\ c = 0, \alpha \\ d = \alpha, 0 \\ e = -\alpha, 0 \\ f = \alpha, -\alpha \\ g = -\alpha, -\alpha \\ h = \alpha, \alpha \\ i = -\alpha, \alpha \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} W_i = 16/81 \\ \\ W_i = 10/81 \\ \\ \\ \\ W_i = 25/324 \end{array}$$

$$\alpha = \sqrt{3/5}$$

Figura III.2-35b-Pontos para integração do Quadrilátero.

A integração dos lados dos elementos isoparamétricos situados no contorno pode ser feita pelas fórmulas de Gauss, considerando porém a curvatura do lado.

$$2\pi \int_{-1}^1 f(r, z) r ds = 2\pi \int_{-1}^1 f(r, z) r \sqrt{dr^2 + dz^2} =$$

$$= 2\pi \sum_{i=1}^n w_i f(r_i, z_i) \cdot r \sqrt{dr^2 + dz^2}$$

Nestas integrais, como nas anteriores, podemos fazer a integração tomando um comprimento de 1 radiano, ao invés de 2π . Com isto, o termo 2π que aparece nas integrais pode ser omitido.

- montagem das matrizes elementares para obter o sistema global de equações

Para encontrar a matriz global contendo as propriedades dos elementos, deve-se "montar" todas as matrizes e vetores elementares. Em outras palavras, deve-se combinar as equações da matriz contendo as propriedades dos elementos e formar as equações matriciais expressando o comportamento de toda a região da solução. Este sistema matricial de equações tem a mesma forma das equações individuais dos elementos, exceto que contém muito mais termos, pois inclui todos os nós da malha de elementos. A base da montagem reside no fato de que todos os nós onde os elementos são interconectados, o valor da variável de campo é o mesmo para cada elemento compartilhando aquele nó.

Retomando então a funcional (III.2-35), e escrevendo $\{r_q\}$ como sendo o vetor para todos os deslocamentos nodais e $\{r_p\}$ como sendo o vetor contendo todas as pressões nodais, a funcional (III.2-35) torna-se finalmente:

$$A(U, P) = \frac{1}{2} \{r_q\}^T [K_1] * \{r_q\} + \{r_q\}^T [K_3] * \{r_p\} + \frac{1}{2} \{r_q\}^T \{M_1\} * g - \{r_q\}^T \{M_2\} * g -$$

$$- \frac{1}{2} g * \{r_p\}^T [K_2] * \{r_p\} - g * \{r_p\}^T \{M_3\} * g - \frac{1}{2} g * \{M_4\} * g -$$

$$- \{r_p\}^T * \{P_1\} + g * \{P_m\}^T * \{P_2\} \quad \text{(III.2-36)}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 [K_1] &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [B_e]^T [c]^e [B_e]^e dV_e \\
 [K_2] &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [B_q]^T [k]^e [B_q]^e dV_e \\
 [K_3] &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [B_\Delta]^T [N_p]^e dV_e \\
 \{M_1\} &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [B_e]^e \{G_0\}^e dV_e \\
 \{M_2\} &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [N_u]^e \{pF\}^e dV_e \\
 \{M_3\} &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} [B_q]^T [k]^e \{p_w F\} dV_e \\
 \{M_u\} &= \sum_{m=1}^M \int_{V_e} \{p_w F\}^e [k]^e \{p_w F\} dV_e \\
 \{P_1\} &= \sum_{m=1}^M \int_{s_{3nSe}} [N_u]^T [N_u]^e \{T_m\} ds_e \\
 \{P_2\} &= \sum_{m=1}^M \int_{s_{unSe}} [N_p]^T [N_p]^e \{Q_m\} ds_e
 \end{aligned}$$

Nessas equações, as matrizes e vetores que aparecem no membro direito são as matrizes e vetores elementares, e as matrizes e vetores no membro esquerdo são matrizes e vetores globais.

Tomando-se então a primeira variação de $A(U,p)$ em relação a r_q e igualando-se a zero, temos:

$$[K_1] \{r_q\} + [K_3] \{r_p\} = -\{M_1\} + \{M_2\} + \{P_1\} \quad (\text{III.2-37})$$

Tomando-se agora em relação a r_p , obtemos:

$$[K_3]^T \{r_p\} - g^* [K_2] \{r_p\} = g^* \{M_3\} - g^* \{P_2\} \quad (\text{III.2-38})$$

Lembrando que nessas equações o símbolo \sum não significa um verdadeiro somatório mais sim a operação de montagem, devemos então transformar os produtos de convolução em operações de integração.

- integração e marcha no tempo

Vimos que na formulação resultante da equação (III.2-38) aparece produtos de convolução, o que requer uma aproximação para a variação de r_p com o tempo. Cada termo do vetor convolado pode ser escrito como:

$$g * f(t) = \int_0^t f(\bar{t}) g(t-\bar{t}) d\bar{t} = \int_0^t f(\bar{t}) d\bar{t}, \text{ visto} \quad (\text{III.2-39})$$

que $g(t-\bar{t}) = 1$ por definição.

Num intervalo de tempo discreto entre t_{n-1} a t_n ($t_n = t_{n-1} + \Delta t$) a integral pode ser aproximada por

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} f(\bar{t}) d\bar{t} = \alpha \Delta t f(t_n) + (1-\alpha) \Delta t f(t_{n-1})$$

Usando a equação (III.2-39) dentro de (III.2-38) as equações (III.2-37) e (III.2-38) tornam-se

$$[k_1] \{r_q(t_n)\} + [k_3] \{r_p(t_n)\} = -\{M_1(t_n)\} + \{M_2(t_n)\} + \{P_1(t_n)\}$$

$$\begin{aligned} & e \\ [k_3]^T \{r_p(t_n)\} - \alpha \Delta t [k_2] \{r_p(t_n)\} + (1-\alpha) \Delta t [k_2] \{r_p(t_{n-1})\} = \\ & = \alpha \Delta t \{M_3(t_n)\} + (1-\alpha) \Delta t \{M_3(t_{n-1})\} - \alpha \Delta t \{P_2(t_n)\} + (1-\alpha) \Delta t \{P_2(t_{n-1})\} \end{aligned}$$

Arranjando estas equações, obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} [k_1] & [k_3] \\ [k_3]^T & -\alpha \Delta t [k_2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_q(t_n) \\ r_p(t_n) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_Q(t_n) \\ R_P(t_n) \end{Bmatrix} \quad (\text{III.2-40})$$

onde $R_Q(t_n) = -\{M_1(t_n)\} + \{M_2(t_n)\} + \{P_1(t_n)\}$ (III.2-41)

$$\begin{aligned} & e \\ R_P(t_n) = & [k_3]^T \{r_q(t_{n-1})\} + \Delta t (1-\alpha) [k_2] \{r_p(t_{n-1})\} + \\ & + \alpha \Delta t \{M_3(t_n)\} + \Delta t (1-\alpha) \{M_3(t_{n-1})\} - \\ & - \alpha \Delta t \{P_2(t_n)\} - \Delta t (1-\alpha) \{P_2(t_{n-1})\} \end{aligned}$$

Os valores de α dependem do modo que $f(t)$ é assumida variar durante o intervalo de tempo. A experiência tem mostrado que qualquer esquema com $\alpha \geq 1/2$ é incondicionalmente estável. Assumindo uma variação linear entre t_{n-1} e t_n , implica o uso de $\alpha = 1/2$.

Como usamos uma integração linear do tempo ($\alpha = 1/2$) a equação anterior tornou-se:

$$R_p(t_n) = [K_3]^T \{r_q(t_{n-1}) + \frac{1}{2} \Delta t [[K_2] \{r_p(t_{n-1}) + \{M_3(t_n)\} + \{M_3(t_{n-1})\} - \{P_2(t_n)\} - \{P_2(t_{n-1})\}]]$$

Assumindo que as quantidade $\{M_3\}$ e $\{P_2\}$ não variam com o tempo, finalmente obtivemos:

$$R_p(t_n) = [K_3]^T \{r_q(t_{n-1})\} + \frac{\Delta t}{2} [K_2] \{r_p(t_{n-1})\} + \Delta t \{M_3\} - \Delta t \{P_2\} \quad (\text{III.2-42})$$

Com a solução conhecida no tempo t_{n-1} , pode-se calcular a solução no tempo t_n . Portanto, basta conhecer a solução no tempo inicial, que é dada com o uso do modelo de expansão de cavidades.

A equação matricial (III.2-40) escrita com $\alpha = 1/2$, junto com a expressão de RQ (III.2-41) e a expressão de R_p (III.2-42) foram utilizadas no desenvolvimento do programa e laborado durante o trabalho.

Antes do sistema estar pronto para ser resolvido ele deverá ser modificado para levar em conta as condições de contorno. Porém, primeiramente deve ser notado um importante aspecto do sistema global. O sistema matricial tem os seus termos não nulos contidos em uma "banda" centrada na

diagonal principal, e fora desta banda todos os elementos são nulos. Esta forma reflete a conectividade da malha de elementos finitos. A largura da banda é diretamente relacionado com a diferença máxima entre quaisquer dois números de nós globais em um elemento. Outro aspecto, importante é que o sistema de matrizes é geralmente simétrico, característica esta que pode ser usada como vantagem na estocagem das matrizes.

No presente trabalho a montagem foi feita passando-se diretamente das matrizes elementares para uma matriz cujo número de colunas é exatamente a largura de banda.

Antes de seguirmos com a resolução do sistema devemos modificá-lo de forma a introduzir as condições de contorno. Isto pode ser feito como segue: seja um sistema $[K]\{x\} = \{R\}$. Se i é o subscrito de uma variável cujo valor é conhecido, a i -ésima coluna e a i -ésima linha de $[K]$ são tornadas nulas e o elemento K_{ii} é trocado pela unidade. O termo R_i do vetor coluna $\{R\}$ é trocado pelo valor conhecido da variável i . Se o vetor $\{R\}$ tem n elementos, cada um dos $n-1$ termos restantes de $\{R\}$ é modificado subtraindo deles o valor prescrito para variável multiplicado pelo termo apropriado da matriz original $[K]$. Este procedimento é repetido para todos os x_i até que todos tenham sido incluídos.

- resolução do sistema

O processo de montagem com a introdução das condições de contorno dá um conjunto de equações simultâneas que podemos resolver para obter as incógnitas nodais das variáveis de campo. Vários métodos de resolução de sistemas de equações lineares são disponíveis.

- método iterativo de sobrerelaxação
- método direto de eliminação de Gauss
- método direto de Choleski por banda
- método de eliminação por blocos com inversão dos blocos de matrizes pelo método de Choleski

No presente trabalho foi utilizado o método direto do

Choleski por banda, por ser um método bastante eficaz em termos computacionais.

- computações adicionais

Uma vez resolvido o sistema, ficam determinados os valores das variáveis nodais em cada ponto da malha. No caso do adensamento dos solos, uma vez conhecidos os deslocamentos verticais e horizontais podemos calcular as tensões. Uma vez que as propriedades mecânicas do solo são atribuídas aos elementos, podemos por exemplo determinar o tensor das tensões para um ponto no centro de cada elemento. Isto pode ser feito empregando a relação da teoria da elasticidade.

$$\begin{pmatrix} \sigma'_r \\ \sigma'_\theta \\ \sigma'_z \\ \tau'_{rz} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \\ \gamma_{rz} \end{pmatrix}$$

$$\text{onde } e_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad e_\theta = \frac{u}{r}, \quad e_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}$$

As deformações e_r , e_θ , e_z e γ_{rz} podem ser calculadas com a ajuda da expressão matricial:

$$\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ e_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ N_i/r & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}_{2i \times 1}$$

ou, $\{e\} = [B_e] \{U\}$, com as funções de interpolação N_i e suas derivadas calculadas no centro do elemento, u_i e v_i os deslocamentos nos nós do elemento.

Além do tensor das tensões, podemos também calcular as pressões no centro de cada elemento, ou seja, a integral das pressões sobre cada elemento, que pode ser encontrada a partir de.

$$P_c = [N_i]_{1 \times 1} \{P_i\}_{1 \times 1}$$

, onde N_i são as funções de interpolação calculadas no centro do elemento, e P_i as pressões nos nós do elemento.

CAPÍTULO IV

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

- generalidades

Com a finalidade de avaliar numericamente o problema do adensamento, foi elaborado um programa em Elementos Finitos para a Análise da Elasto-Consolidação Aximétrica (EFAECA), segundo os passos descritos no capítulo anterior. O programa EFAECA está escrito em linguagem FORTRAN IV, e foi testado no sistema de computação IBM 4341 disponível no Núcleo de Processamento de Dados desta Universidade.

O dimensionamento das tabelas (matrizes e vetores) cujo tamanho é dependente da malha, foi feito utilizando o processo chamado DIMENSIONAMENTO DINÂMICO, que consiste basicamente em declarar a dimensão de um vetor, dentro do qual serão reservados espaços para as matrizes e vetores do programa. Estes espaços se alteram automaticamente de acordo com as dimensões destas matrizes e vetores em cada problema estudado. Se a dimensão deste vetor não for suficiente para conter todas as tabelas dinâmicas do programa, a simples alteração da dimensão deste será suficiente para resolver o problema. No programa EFAECA, as tabelas cujas dimensões dependem da malha utilizada são aquelas ligadas ao número total de nós da malha, número total de elementos, número de materiais, número de lados no contorno, número de pontos cujo valor da variável de campo é conhecido e ao número de intervalos de tempo usados.

O programa EFAECA está preparado para calcular todas as variáveis em dupla precisão, embora possa ser facilmente convertido para precisão simples, se desejado.

Como o método de resolução usado é o de Choleski por banda, a matriz bandada é armazenada na memória principal (in core) o que traz como desvantagem o requerimento de um grande espaço de memória, embora já reduzido com o uso da

forma bandada. O uso de esquemas que não requerem este grande espaço pode ter a desvantagem de requerer bastante tempo de computação, (método frontal).

Em se tratando de um problema que requer uma marcha no tempo, um recurso usado para diminuir o tempo de computação foi calcular as matrizes $[K1]$, $[K2]$ e $[K3]$, que formam as matrizes elementares, apenas num primeiro passo de tempo e armazená-los numa memória periférica (tapes). Nos passos de tempos posteriores estas matrizes serão lidas nestes tapes, ao invés de serem novamente calculadas. Este procedimento além de reduzir o tempo de computação contribui também para a não realização de cálculos desnecessários.

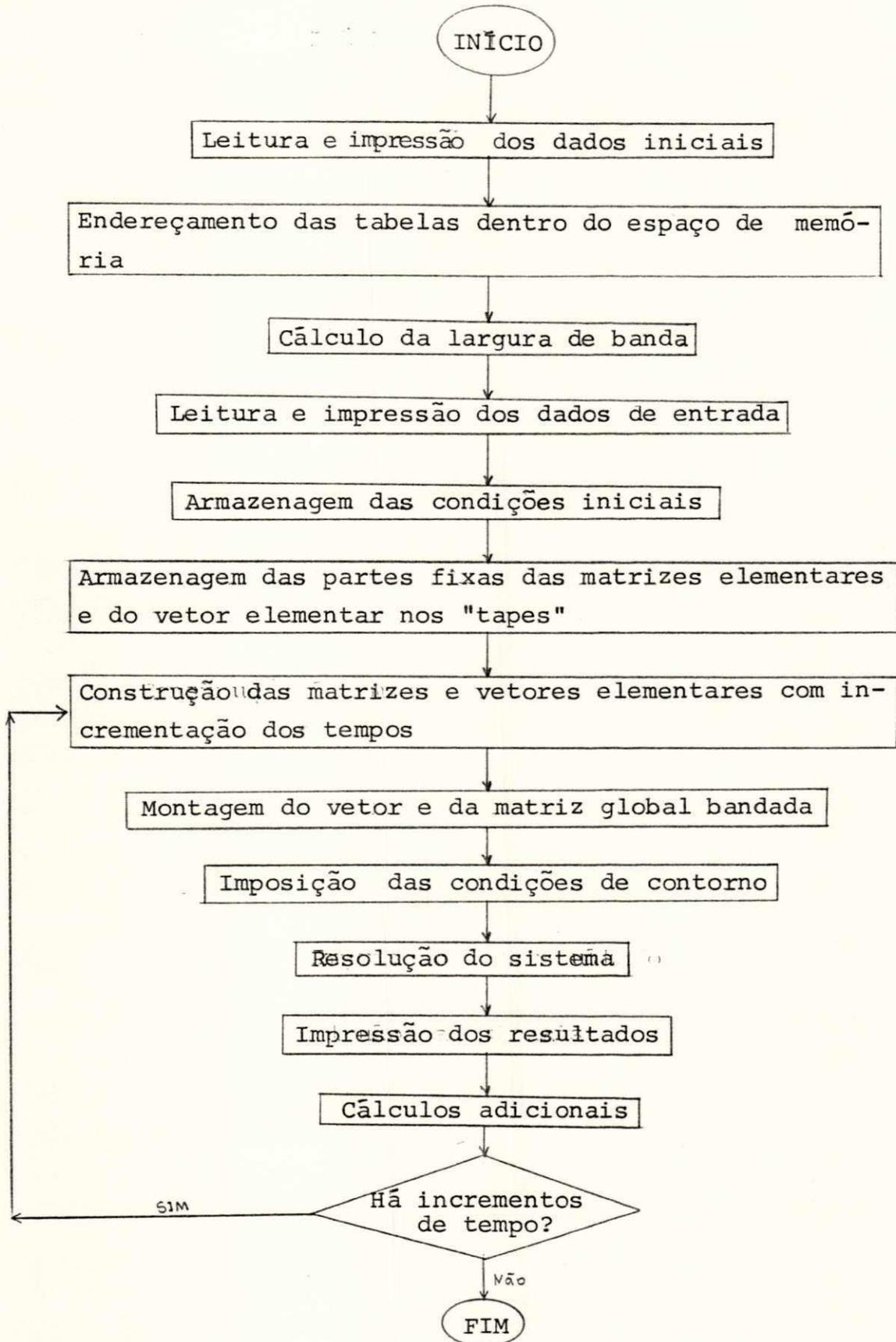
Inicialmente, o propósito da elaboração do programa EFAECA visa a sua utilização para a análise da consolidação dos solos em torno do piezocone. Porém, se desejado, o programa EFAECA pode ser também utilizado para análise da consolidação em casos onde haja simetria de revolução, como é o caso de corpos de prova utilizados em ensaios triaxiais ou consolidação de uma esfera de solo. Outra aplicação é por exemplo, a análise do adensamento de uma camada finita de argila carregada por uma carga circular uniformemente distribuída. Também pode-se aplicar o programa EFAECA no estudo da consolidação unidimensional, bastando para isso declarar os deslocamentos na horizontal ou na vertical nulos em todo tempo do processo de adensamento.

Uma das características das formulações de Biot é que, se todas as pressões intersticiais forem mantidas nulas com o tempo o problema reduz-se a um problema de elasticidade axissimétrica. Da mesma forma, se todos os deslocamentos forem mantidos nulos durante todo tempo, estaremos tratando um problema de escoamento. Também não é necessário especificar as condições iniciais de pressão. Uma análise realizada num curto intervalo de tempo deverá produzir a distribuição inicial das pressões.

Vale lembrar que a presente formulação da teoria de Biot está voltada para o estudo de solos com características elásticas e isotrópicas, embora o tensor de permeabilidade possa ser anisotrópico, na funcional de Sandhu (1969).

Neste caso podemos tratar um problema heterogêneo com iso
tropia do esqueleto de solo e anisotropia da permeabilidade.

- estrutura do programa EFAECA



- relação das variáveis

A seguir, apresenta-se uma lista das variáveis, vetores e matrizes que aparecem no programa EFAECA com a descrição de cada uma delas e sua função dentro do mesmo. Estas grandezas estão na ordem que são utilizados no programa.

- y - vetor que armazena todas as tabelas cuja dimensão varia dentro do programa EFAECA
- MTOTAL - número que determina a dimensão do vetor y
- TIT - vetor que armazena o título dado ao problema
- NTN - número total de nós na malha
- NTE - número total de elementos usados
- NTEMP - número de tempos, correspondendo ao número de intervalos de tempos mais um
- NMAT - número de materiais com parâmetros geotécnicos distintos
- NNR - número de nós com deslocamento radial conhecido
- NNZ - número de nós com deslocamento vertical conhecido
- NNP - número de nós com poro pressão conhecida
- NLC - número de lados localizados no contorno onde atuam as cargas externas e/ou as vazões conhecidas
- $N_1, \dots, N_{22}, NTMA$ - números que determinam os endereçamentos das tabelas dentro do vetor y
- NIN - matriz contendo a numeração interna dos nós, relacionada aos nós globais, e números que indicam o tipo de elemento e o tipo do material para aquele elemento
- LBAND - largura de banda
- FR - componente radial da força de volume
- FZ - componente vertical da força de volume
- AP - altura da parte cilíndrica. Esta variável serve para indicar a cota a partir da qual a região é moldada usando-se a expansão esférica.
- CO - matriz que contém as coordenadas r e z dos pontos globais

- NUEC - vetor no qual estão os números dos elementos localizados no contorno S_3 ou S_4
- NULC - número do lado no contorno. No caso do elemento triangular o número do lado, corresponde ao número do nó do elemento que está oposto a este lado. No caso dos quadriláteros isoparamétricos o lado 1 está entre os nós 1 e 2, o lado 2 entre os nós 2 e 3 o lado 3 entre os nós 3 e 4, e o lado 4 entre os nós 4 e 1, para cada elemento.
- Q - vetor contendo as componentes da vazão para os nós globais dos lados na fronteira S_4
- TR,TZ - vetores que contêm as componentes radiais e verticais para os nós globais dos lados na fronteira S_3
- PAR - vetor contendo os parâmetros do solo e o raio inicial
- TEMPOS - matriz contendo os tempos e um número que indicará se os dados de saída serão imprimidos ou não, naquele intervalo de tempo
- NUNR,VR - vetores contendo os números dos nós com o deslocamento radial conhecido e seus valores, respectivamente
- NUNZ,VZ - vetores contendo os números dos nós com o deslocamento vertical conhecido e seus valores, respectivamente
- NUNP,VP - vetores contendo os números dos nós com a pressão conhecida e seus valores, respectivamente.
- VA - vetores contendo os valores iniciais dos deslocamentos radiais, verticais e da pressão em todos os nós
- VG - vetor segundo membro global
- XG - matriz global
- S,T - vetor que contém os valores das coordenadas nas direções S e T dos pontos de Gauss, para a integração dos elementos quadriláteros.
- VL - matriz que contém as coordenadas L_1 , L_2 , e L_3 dos pontos de Gauss, para a integração dos elementos triangulares.

- PGT - vetor das coordenadas dos pontos de Gauss para a integração dos lados dos elementos triangulares na fronteira
- PGR - vetor das coordenadas dos pontos de Gauss para a integração dos lados dos elementos quadriláteros na fronteira
- H - vetor dos pesos de Gauss para os pontos dos lados dos elementos na fronteira
- INT - vetor que contém os três números dos nós dos elementos triangulares para cada lado
- INR - vetor que contém os três números dos nós dos elementos quadriláteros para cada lado.
- R_1 - matrizes que formam os blocos de elasticidade das matrizes elementares. Corresponde a K_1
- R_2 - matrizes que formam os blocos de permeabilidade das matrizes elementares. Corresponde a K_2
- R_3 - matrizes que formam os blocos de acoplamento das matrizes elementares. Corresponde a K_3
- ARE - área do elemento
- VM1 - vetor que contém as tensões iniciais. Corresponde a M_1
- VM2 - vetor que contém as forças de volume relativos a água dos poros. Corresponde a M_2
- VM3 - vetor que contém as forças de volume relativas ao solo. Corresponde a M_3
- P1 - vetor que contém as forças externas. Corresponde a P_1
- P2 - vetor que contém as vazões. Corresponde a P_2
- CL - vetor que contém os comprimentos dos lados
- FN - vetor contendo os valores das funções de interpolação N_i
- DN - matriz que contém as derivadas de N_i em relação a r e a z , $\frac{\partial N_i}{\partial r}$ e $\frac{\partial N_i}{\partial z}$
- FC - vetor que contém os termos $\frac{N_i}{r}$
- BTR - matriz que corresponde à matriz $[B_e]$ e é usada para o cálculo das tensões no centro dos elementos.

- DI - matriz que contém as derivadas em relação a s e t , $\frac{\partial N_i}{\partial s}$, $\frac{\partial N_i}{\partial t}$ respectivamente, para os elementos quadriláteros
- PW - matriz que contém os pesos de Gauss para a integração dos elementos triangulares e quadriláteros
- E - módulo de Young
- CP - coeficiente de Poisson
- PRR, PRZ, PZZ - componentes do tensor das permeabilidades nas direções r , z e rz
- GAMAW - Peso específico da água
- GAMAS - peso específico do solo
- CU - coesão não drenada
- YR - índice de rigidez
- RU - raio inicial da cavidade
- SIGR, SIGT, SIGZ, TARZ - componentes do tensor das tensões iniciais
- RL - raio para cada ponto da Gauss
- EJij - componentes da matriz Jacobiana
- DETJ - determinante da matriz Jacobiana
- XK - matrizes elementares
- VK - vetores segundo membro elementares
- DR - vetor contendo os deslocamentos radiais
- DZ - vetor contendo os deslocamentos verticais
- PP - vetor contendo os valores das pressões
- DE - matriz de elasticidade
- PORO - pressão no centro dos elementos
- TEN - tensor das tensões no centro dos elementos

- descrição das várias partes do programa

No que se segue, é dada uma descrição breve do funcionamento e das várias partes que compõem o programa EFAECA.

Basicamente o programa EFAECA está estruturado com um programa principal e 8 subrotinas.

No programa principal é feito o dimensionamento do vetor Y que servirá para guardar as tabelas dinâmicas do pro

grama. Em seguida são lidos e imprimidos alguns dados iniciais, como o título e os números NTN, NTE, NTEMP, NMAT, NNR, NNZ, NNPM, NLC. Após estas leituras, são feitos os endereçamentos dentro do vetor Y. Neste ponto, é feito um teste para verificação da suficiência da memória disponível com as tabelas até então dimensionadas. A subrotina BANDA é então acionada, e a matriz global bandada é então dimensionada e guardada no vetor Y. Nova checagem da suficiência da memória é então feita.

Terminada a estocagem, a subrotina PRINCI é então chamada e termina o programa principal.

SUBROTINA PRINCI - esta é a principal subrotina do programa e nela todos os cálculos são realizados. Dentro de PRINCI, os espaços reservados para as tabelas dinâmicas no vetor Y vão ser requisitados. Nesta subrotina são feitas as leituras e impressões dos dados restantes. Após estas leituras e impressões, é feita a armazenagem das condições iniciais de deslocamento e pressão dentro do vetor VA. É iniciado então o "loop" sobre os tempos, e em seguida são zeradas as tabelas VG e XG que conterão o vetor global e a matriz global bandada, respectivamente. Começa então o primeiro "loop" sobre os elementos para o primeiro passo de tempo e é acionada a subrotina MATRIZ que calcula as partes das matrizes e vetores elementares que não variam com o tempo e estoca nos "tapes" 2 e 3. Terminado o "loop" inicial sobre todos os elementos, é iniciado um novo "loop" sobre os elementos para os tempos posteriores onde as tabelas estocadas serão então lidas. Em seguida são fabricadas as matrizes elementares incluindo a variação do tempo. O mesmo é feito para os vetores elementares. De posse das matrizes e vetores elementares, os mesmos são montados para a obtenção da matriz global bandada e do vetor segundo membro. As condições de contorno são então impostas aos nós com conhecidas variáveis de campo. São acionadas então as subrotinas DECOMP e SOLVEB. Resolvido o sistema, os resultados são então impressos e a subrotina TENS é chamada. Antes de voltar ao próximo passo de tempo, estes resultados são colocados no vetor VA, e servirão de condições iniciais para o próximo passo.

Esta operação é repetida até que se tenha realizado os cálculos para os passos de tempo desejados.

SUBROTINA MATRIZ - esta subrotina calcula os blocos das matrizes elementares e os vários vetores que compõem o vetor segundo membro elementar. Nela estão guardados nas declarações "DATA" as tabelas S, T, VL, PGT, PGR, H, INT, e INR anteriormente descritas. Basicamente a subrotina MATRIZ compõe-se de duas partes distintas: uma que realiza os cálculos para os elementos triangulares e a outra para os elementos quadrilaterais. A sequência destes cálculos inclui o cálculo da área para cada elemento, ressaltando-se porém que no caso dos elementos isoparamétricos a variável ARE não corresponde exatamente a área, mas esta foi deixada desta forma por conveniência computacional. É então iniciado o processo de integração numérica com o 'loop' sobre os pontos de Gauss. Para isto são calculadas as coordenadas r e z para estes pontos, como também as funções de interpolação e suas derivadas são avaliadas para estes pontos. Em seguida a matriz BTR é avaliada no ponto central de cada elemento e armazenada no 'tape' 1. A subrotina FABRIC é então chamada e fica assim cada elemento integrado. Um próximo 'loop' agora é realizado sobre os pontos de Gauss na fronteira, e a integração dos lados dos elementos na fronteira é realizado, lembrando que, para os elementos isoparamétricos, esta integração é feita ao longo de uma curva.

SUBROTINA FABRIC - Esta subrotina realiza efetivamente os cálculos dos blocos [K1], [K2] e [K3] que compõem as matrizes elementares e os vetores $\{M_1\}$, $\{M_2\}$ e $\{M_3\}$ que serão utilizados no cálculo dos vetores do segundo membro da equação (III.2-40). As propriedades dos elementos são armazenados nas correspondentes variáveis e são então calculadas as tensões iniciais, lembrando que para o estudo do adensamento em torno do piezocone 4 casos são possíveis:

- 1) O ponto se encontra na região medelada por uma expansão cilíndrica, dentro da zona plástica;
- 2) O ponto se encontra nesta mesma região, porém dentro da zona elástica;
- 3) O ponto se encontra na região modelada por uma expansão esférica, dentro da zona plástica;
- 4) O ponto está na mesma

região, porém dentro da zona elástica. Com estes cálculos, os vetores M_i são fabricados. Em seguida são formadas as matrizes $[K1]$, $[K2]$ e $[K3]$.

SUBROTINA DECOMP - esta subrotina faz a decomposição da matriz global bandada pelo método de Choleski.

SUBROTINA SOLVEB - esta subrotina resolve o sistema de equações.

SUBROTINA TENS - basicamente esta subrotina é utilizada para calcular as componentes do tensor das tensões e o valor da poro pressão para um ponto no centro de cada elemento. Ne-la é formada a matriz de elasticidade C e são lidas as matrizes $[Be]$ que foram armazenadas no 'tape' 1. Com estas informações são calculadas as componentes do tensor no centro do elemento, como visto no ítem "computações adicionais". Da mesma forma são calculadas os valores da poro pressão no centro de cada elemento.

SUBROTINA PROD - subrotina para realização de produto entre matrizes.

SUBROTINA BANDA - nesta subrotina é feita a leitura e impressão da numeração dos nós e dos números que definem o tipo de elemento e o tipo de material para cada elemento. O conhecimento desta numeração é suficiente para o cálculo da largura da banda.

- dados de entrada para o programa EFAECA

São os seguintes os dados de entrada necessários para a utilização do programa EFAECA

1º CARTÃO (TIT) 18A4

Colunas : 1-72 título do problema que está sendo tratado

2º CARTÃO (NTN, NTE, NTEMP, NMAT, NNR, NNP, NLC) 8I5

Colunas : 1-5 número total de nós da malha

6-10 número total de elementos

11-15 número total de tempos. Corresponde ao número de intervalos de tempo mais um

16-20 número de materiais para o caso de solos heterogêneos

21-25 número de nós com deslocamento radial conhecido

26-30 número de nós com deslocamento horizontal conhecido

31-35 número de nós com poro pressão conhecida

36-40 número de nós no contorno. Se no problema não existem esforços externos, este número pode ser zero, uma vez que as vazões são assumidas sempre nulas, caso não haja especificação ao contrário. Se algum valor de vazão deva ser entrado, NLC corresponde aos lados com vazão conhecida, desde que os carregamentos sejam nulos.

3º CARTÃO (NIN(I,J), J = 1,10 e I = NTE) 10I5

Colunas : 1-40 numeração dos nós. Caso seja um elemento triangular os dois últimos blocos de 5 colunas deverão ser zeradas

41-45 contém um número que indicará o tipo de elemento daquela linha. Se igual a 1 o elemento é um triângulo, se igual a 2 é um quadrilátero

- 46-50 número que indica o tipo de material da
 aquele elemento e pode ser 1, 2, ... até ,
 NMAT
- 4º CARTÃO (FR,FZ, AP) 3F10.2
- Colunas : 1-10 força de volume na direção radial. De
 ve ser declarado 1.00 se houver tal
 força e 0.00 caso contrário
- 11-20 força de volume na direção horizontal.
 Deve ser declarado 1.00 se houver e
 0.00 caso contrário
- 21-30 altura da região modelada para cavida
 de esférica
- 5º CARTÃO (CO(I,J), J = 1,2 e I = 1,NTN) 2F10.3
- Colunas : 1-10 valor da coordenada do ponto na dire
 ção radial
- 11-20 valor da coordenada do ponto na dire
 ção vertical
- 6º CARTÃO (NUEC(J), NUL(J), Q(J), TR(J,I), TZ(J,I), I = 1,3 e
 J = 1,NLC) 2I5, 7F8.3
- Colunas : 1-5 número do elemento contendo lado(s) no
 contôrno. Se mais de um lado está no
 contôrno, este número será repetido na
 linha logo abaixo, modificando-se po
 rêm as outras variáveis da linha
- 6-10 número do lado no contôrno. (ver item
 'relação das variáveis')
- 11-18 valor prescrito para a vazão, consi
 derada constante ao longo do lado
- 19-42 componentes radiais dos três nós do la
 do no contôrno
- 43-66 componentes verticais dos três nós do
 lado no contôrno

7º CARTÃO (PAR(I,J) , J = 1,10 e I = 1,NMAT) 5E10.3

Colunas	:	1-10	módulo de Young
		11-20	coeficiente de Poisson
		11-30	peso específico da água
		31-40	peso específico do solo
		41-50	componente Kr do tensor de permeabilidade
2ª linha		1-10	componente Krz do tensor de permeabilidade
		11-20	componente Kz do tensor de permeabilidade
		21-30	coesão do solos
		31-40	índice de rigidez
		41-50	raio inicial da cavidade. No caso, o raio do cone (0,018 m)

8º CARTÃO (TEMPOS (I,J) , J = 1,2 e I = 1,NTEMP) F15.3 , F5.2

Colunas	:	1-15	tempos usados para simular o processo de consolidação. Recomenda-se começar com 0.000
		16-2	número que indica a cada passo de tempo quais os resultados que deverão ser imprimidos: 1.00 - imprime os deslocamentos e pressões, como também as tensões e pressões no centro do elemento 2.00 - imprime apenas os deslocamentos e pressões nos nós 3.00 imprime apenas as tensões e pressões no centro dos elementos 4.00 - não imprime valores para este passo de tempo

9º CARTÃO (NUNR(J) , VR(I) , I = 1,NNR) I5,F10.5

Colunas	:	1-5	número do nó global cujo deslocamento radial é conhecido
		6-15	valor do deslocamento radial

10º CARTÃO (NUNZ(I), VZ(I), I = 1, NNZ) I5, F10.5

Colunas : 1-5 número do nó global cujo deslocamento vertical é conhecido

6-15 valor do deslocamento vertical

11º CARTÃO (NUNP(I), VP(I), I = 1, NNP) I5, F10.5

Colunas : 1-5 número do nó global cuja pressão é conhecida

6-15 valor da pressão

No apêndice B é apresentada uma listagem do programa com os dados de entrada e saída para um problema simples.

CAPÍTULO V

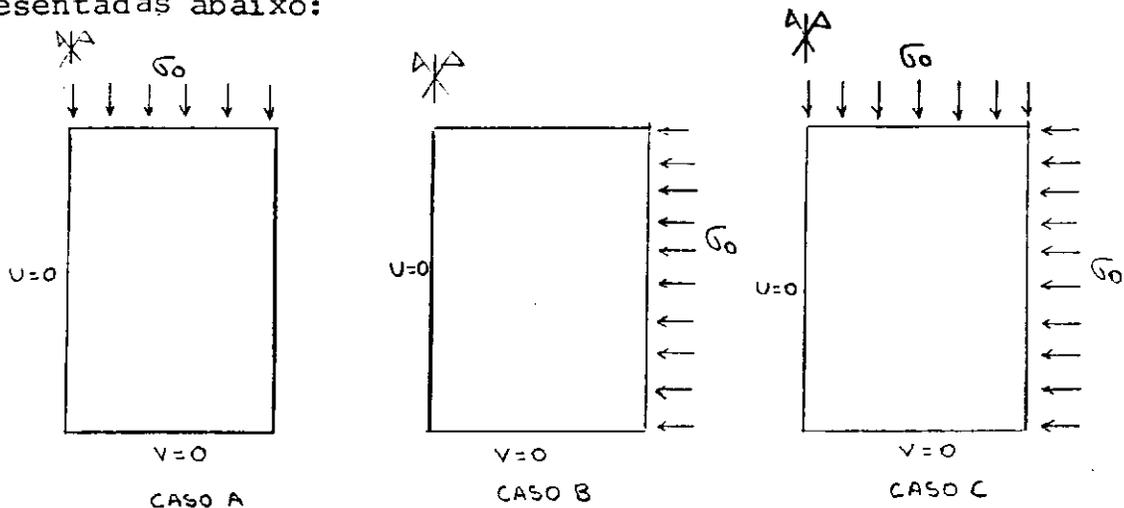
TESTES DO PROGRAMA

Uma vez elaborado o programa EFAECA, fez-se necessário então aplicá-lo a alguns problemas simples cuja solução exata é conhecida, no sentido de se analisar a sua lógica e a precisão nos resultados. Como o programa EFAECA tem a flexibilidade de tratar separadamente problemas de elasticidade de axissimétrica, escoamento e adensamento, foi seguida uma metodologia para realização dos testes consistindo nos seguintes passos:

1. tratar problemas de elasticidade cuja solução exata se conheça
2. tratar problemas de fluxo (escoamento)
3. tratar problemas envolvendo deformações elásticas e fluxo simultaneamente (adensamento)

- soluções de elasticidade

Para tratar o problema da elasticidade, uma malha com elementos quadriláteros foi confeccionada com 15 elementos e 62 nós. A análise foi feita mantendo-se a poro pressão nula em todos os pontos nos três casos e condições de contorno apresentadas abaixo:



Nos casos acima, $\sigma_0 = 2,0 \text{ KN/m}^2$ e os parâmetros do solo foram: $E = 10 \times 10^3 \text{ KN/m}^2$ e $\nu = 0,30$.

As soluções analíticas para os três casos são:

$$\text{CASO A - DR} = \frac{\nu \sigma_0}{E} \cdot r \quad ; \quad \text{DZ} = \frac{\sigma_0}{E} \cdot z$$

$$\text{CASO B - DR} = \frac{(1-\nu) \cdot \sigma_0}{E} \cdot r \quad ; \quad \text{DZ} = \frac{2\nu \sigma_0}{E} \cdot z$$

$$\text{CASO C - DR} = \frac{(1-2\nu) \sigma_0}{E} \cdot r \quad ; \quad \text{DZ} = \frac{(1-2\nu) \sigma_0}{E} \cdot z$$

Nestas expressões, DR e DZ são os deslocamentos no sentido radial e vertical, respectivamente.

Os resultados numéricos obtidos com o uso do programa EFAECA foram exatamente os mesmos que se obteria analiticamente, para os três casos.

- problema de fluxo

Para tratar o problema de fluxo foi usada a mesma malha que serviu para analisar os problemas de elasticidade. As condições de contorno para o problema de fluxo consistiu em amarrar todos os deslocamentos (u e v) e declarar as pressões nulas em uma extremidade da amostra (na base, por exemplo) e com um determinado valor na outra extremidade. Obviamente a solução para este problema consiste numa variação linear da pressão do topo à base. Este foi exatamente o resultado encontrado com o uso do programa EFAECA.

- solução do adensamento unidimensional

Para tratar o caso do adensamento unidimensional foi escolhido um modelo que representa o ensaio oedométrico realizado em laboratório. Esta simulação é possível desde que sejam mantidos nulos todos os deslocamentos radiais durante todo o tempo, e colocada uma carga uniforme no topo, onde as pressões deverão ser mantidas nulas durante todo o tempo. Uma malha de elementos finitos com 53 nós e 10 elementos quadrilaterais foi usada para discretizar o contínuo. Foram feitos três testes com 3 diferentes valores do coeficiente de Poisson: $\nu = 0,00$, $\nu = 0,33$ e $\nu = 0,45$ com um módulo de Young $E = 1,0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ e $K_2 = 1,0 \times 10^{-8} \text{ m/h}$. Para estes testes foram traçadas as curvas de dissipação para os pontos situados a meia altura da amostra, já que a drenagem foi simulada ocorrer na base e no topo. Estas curvas estão representadas graficamente na figura V.1-1. Para fins de comparação, foi traçada também uma curva tornando-se os pontos correspondentes a $z/H = 1$ nas curvas isócronas da teoria unidimensional de Terzaghi, para vários valores do fator tempo "T". Pode-se notar que as curvas obtidas com o uso do programa EFAECA, baseados na teoria de Biot, são influenciadas pelo valor do coeficiente de Poisson, além de apresentarem um ligeiro aumento da poro pressão nos tempos iniciais, com consequente decréscimo monotônico. Estes resultados são semelhantes aqueles encontrados por Mandel (1953), embora as condições de contorno usadas aqui sejam ligeiramente diferentes, uma vez que, nos trabalhos de Mandel o escoamento se dá na direção horizontal. A diferença básica entre as duas teorias é que, nas formulações de Terzaghi as tensões totais vertical são mantidas constantes ao longo do tempo.

Se observarmos as curvas da figura V.1-1, podemos notar que as curvas se tornam mais atrasadas à medida que os valores de ν vão aumentando. Este comportamento será enfocado mais adiante.

Como foi dito, a malha usada para este caso é compos

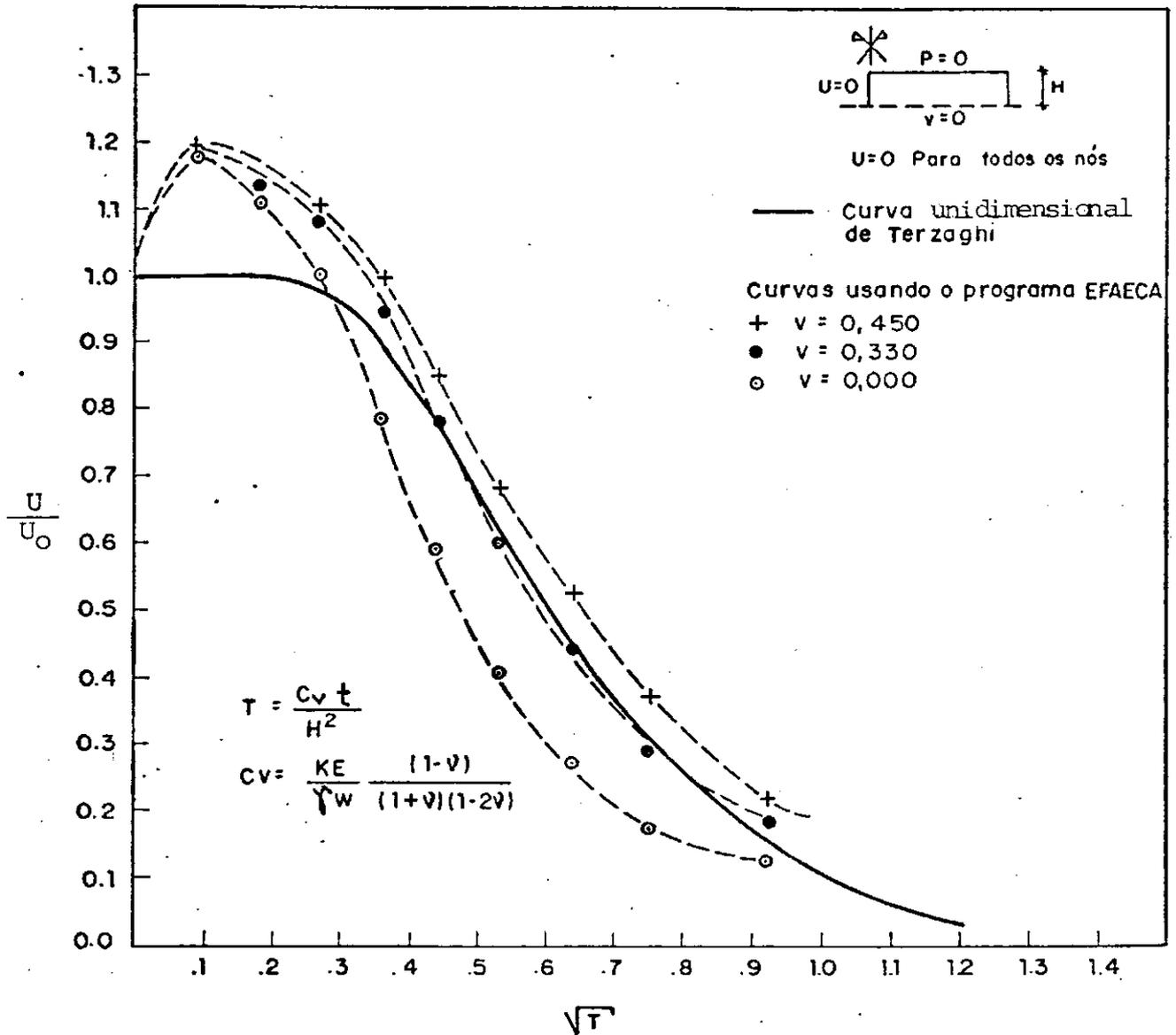


Figura V.1-1 - Dissipação de pressão no centro da amostra para o ensaio oedométrico

ta de elementos quadrilaterais, sendo os resultados encontrados bastantes coerentes. No caso porém do uso de uma malha triangular para a análise do adensamento, os resultados não se mostraram muito precisos, em contraste com aqueles obtidos na análise da elasticidade. Uma explicação para isto pode ser o fato das funções de interpolação para o triângulo não contêm termos suficientes para alcançar uma boa precisão, uma vez que os polinômios usados para as funções de interpolação do triângulo dão no máximo termos quadráticos, enquanto que no caso dos elementos quadrilaterais estes contêm também termos cúbicos.

- solução do adensamento bidimensional

Para testar a eficiência do programa EFAECA no tratamento de problemas bidimensionais, foi simulado o caso do adensamento de uma amostra de solo para o ensaio triaxial, submetida a uma pressão confinante uniforme e com a drenagem se dando ao longo da superfície lateral e nas bases da amostra. Para a discretização do contínuo foi usada uma malha de elementos quadrilaterais formada por 16 elementos e 65 nós. Também neste caso foram analisados três casos, com o coeficiente de Poisson assumindo os valores 0,00, 0,33 e 0,45, para um módulo de Young $E = 1,0 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ e $K_r = k_z = 1,0 \times 10^{-8} \text{ m/s}$. As curvas para estes casos estão representadas nas figuras V.1-2. Observa-se nestas curvas um aumento dos valores da poro pressão até um tempo correspondente a um fator tempo "T" aproximadamente igual a 0,073 para $v = 0,00$; 0,048 para $v = 0,33$ e 0,044 para $v = 0,45$ (efeito de Mandel-Cryer). Isto corresponde aproximadamente aos tempos de 23,36 s, 6,95s e 2,04 s respectivamente. Após estes valores máximos a poro pressão começa a diminuir monotonicamente. Pode-se observar também que à medida que os valores de v decrescem, as curvas tendem a "adiantar-se", verificando que os tempos para que 50% do excesso de poro pressão tenha se dissipado (t_{50}), vão de 1,56 h para $v = 0,00$ até 0,46 h para $v = 0,45$. Estes re

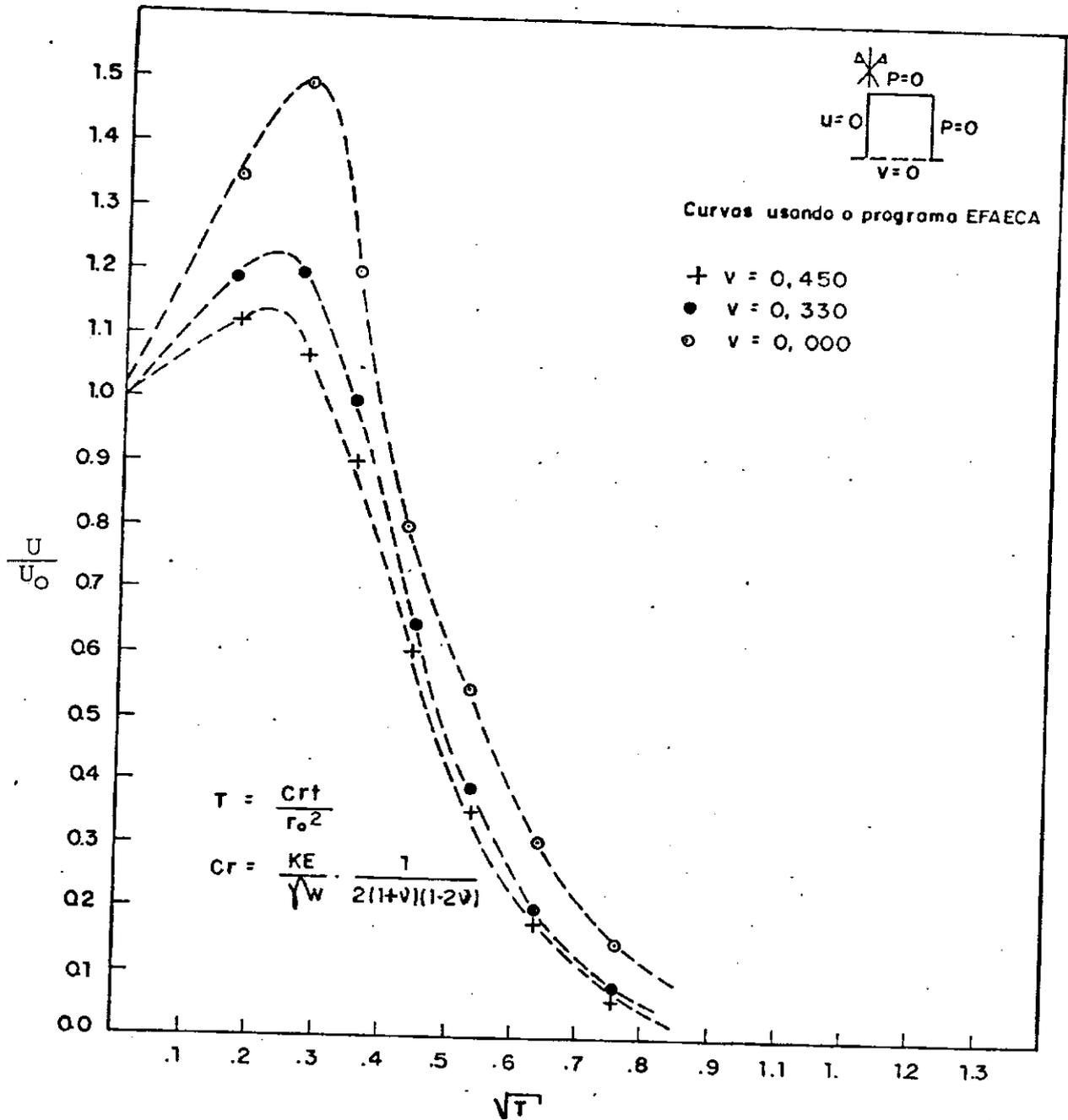


Figura V.1-2 - Dissipação de pressão para um ponto no centro de um cilindro de solo

sultados foram conjecturados por Cryer (1963), e são então confirmados aque.

É importante notar que para o caso unidimensional, cujos resultados foram mostrados no item anterior, não foi percebida esta mesma tendência, e pelo contrário, os valores da pressão "atrasam" com o crescimento do valor de v . Uma possível explicação para o fato é que, no caso unidimensional, as únicas tensões atuantes são as verticais, não havendo pois uma relação com as horizontais, relação esta que depende de v .

- adensamento da esfera (problema de Cryer)

Vimos até então, curvas de dissipação de poro pressão com o tempo que dão idéia qualitativa do funcionamento do programa EFAECA. Estas curvas porém não possibilitam a avaliação quantitativa destes resultados. Existem algumas soluções analíticas que permitirão esta avaliação. Uma destas soluções é aquela apresentada por Cryer (1963), quando usou a teoria de Biot aplicada ao adensamento de uma esfera de solo submetida a uma pressão confinante e uniforme. Cryer obteve curvas analíticas para dissipação do excesso de poro pressão no centro da esfera. Estas curvas mostram o comportamento da dissipação da poro pressão em relação aos valores do coeficiente de Poisson, como mostra a figura V.1-3. Com o uso do programa EFAECA, este problema foi simulado através da discretização da malha com 19 elementos e 70 nós. Foram obtidas curvas para $v=0,00$ e $v=0,33$, que foram comparadas com aquelas dos trabalhos de Cryer (1963). Os outros parâmetros do solo foram $E = 1,4 \times 10^4$ kN/m² e $K_r = K_z = 1,0 \times 10^{-4}$ m/h. Os valores encontrados com o uso do programa EFAECA estão bastante próximos dos resultados teóricos, apresentando alguma discrepância apenas para o final da dissipação talvez por falta de mais intervalos de tempo.

Estes testes evidenciam que o programa EFAECA pode ser usado com precisão para obtenção de resultados numéricos de

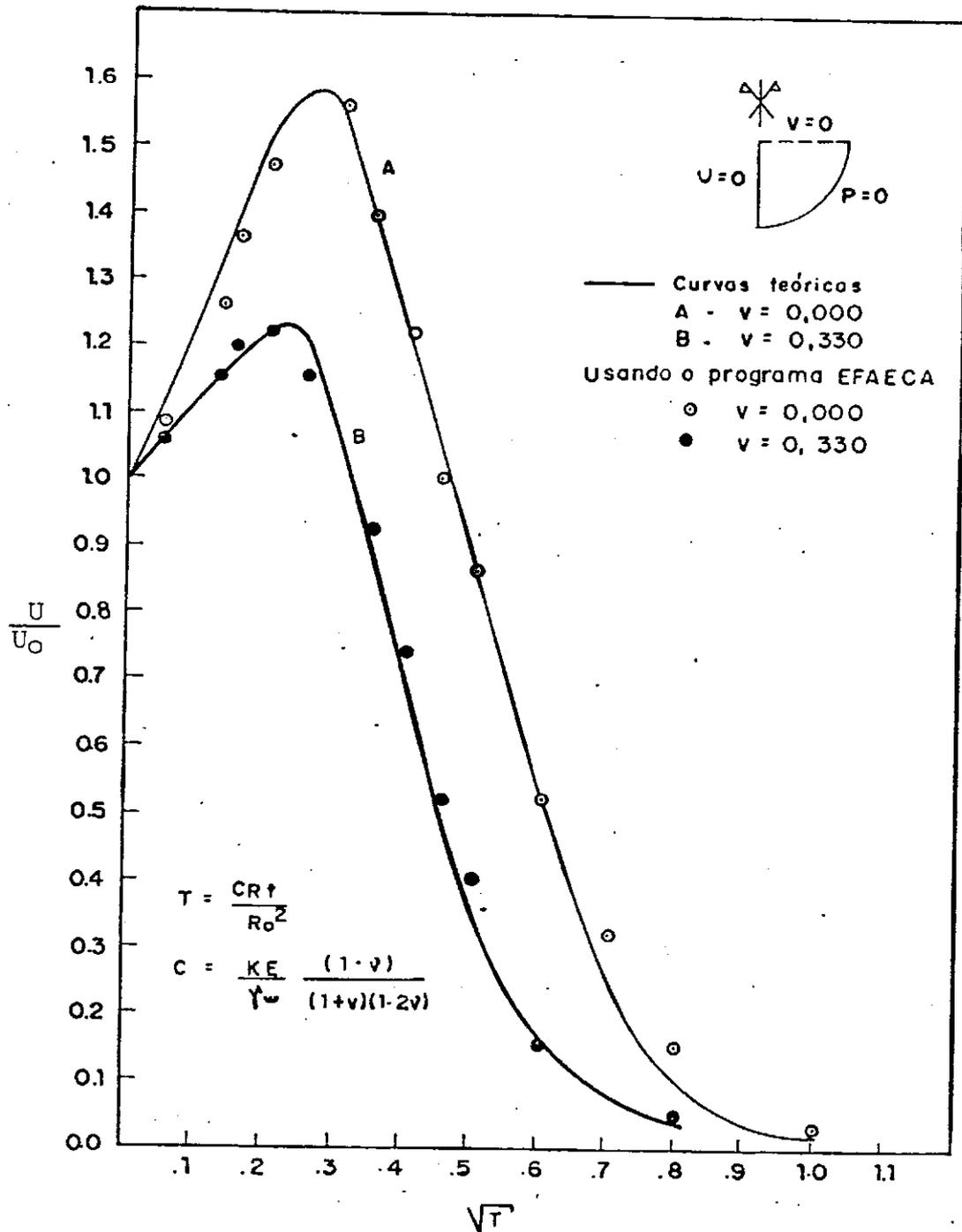


Figura V.1-3 - Dissipação de pressão para um ponto no centro de uma esfera de solo

dissipação de poro pressão. Apesar disso, outros testes foram realizados, os quais são apresentados a seguir.

- curvas de Randolph e de Torstenson

Dois testes foram realizados com o objetivo de se tentar obter a curva de dissipação encontrada por Randolph & Wroth (1979), utilizando um modelo de expansão de cavidade cilíndrica, e aquela encontrada por Torstensson (1977) para um modelo de expansão de cavidade esférica. Estas curvas são aquelas apresentadas na figura II.1-5. No modelo usado por Randolph & Wroth, é assumido que os deslocamentos verticais são nulos durante todo o tempo, ou seja, só existem deslocamentos no sentido radial. A mesma hipótese é feita no modelo usado por Torstensson, sendo que os deslocamentos radiais são aqueles em coordenadas esféricas. Como foi visto na figura II.1-5, as duas curvas foram obtidas assumindo um valor de $G/c = 200$. Primeiramente, para encontrar a distribuição do excesso de poro pressão gerado pela expansão de uma cavidade cilíndrica, foi utilizada uma malha com 26 elementos quadrilaterais e 109 nós. Nestes problemas, o solo é definido apenas pelo índice de rigidez G/c_0 , sendo o módulo de deformação cisalhante é dado da seguinte forma: $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$. O raio utilizado no fator tempo "T" corresponde ao raio do piezocône, que é aproximadamente 0,018m. Para a cavidade esférica foi utilizada uma malha com 66 elementos quadrilaterais e 233 nós.

As condições de contorno para esses problemas podem ser tomadas de duas formas, de acordo com a situação que se pretende analisar. Caso se queira analisar a distribuição inicial do excesso de poro pressão gerado pela expansão de uma cavidade, tanto cilíndrica quanto esférica, as seguintes condições de contorno podem ser utilizadas:

	$u = 0$ para $r = r_0$	
CAVIDADE	$v = 0$ para todo r	onde r_0 é o raio
CILÍNDRICA	$p = 0$ para $r = r_0$	$\sqrt{I_r} = r_p$ do cilindro

$$\begin{array}{ll}
 T = \bar{T} \text{ para } r = r_p & \\
 \text{para um intervalo de tempo } \Delta t \approx 0 & \\
 \\
 u = 0 \text{ para } R = R_0 & \\
 \text{CAVIDADE} \quad v = 0 \text{ para } R = R_0 & \text{onde } R_0 \text{ é o raio} \\
 \text{ESFÉRICA} \quad p = 0 \text{ para } R = R_0 \sqrt[3]{I_r} = R_p & \text{da esfera} \\
 T = \bar{T} \text{ para } R = R_p & \\
 \text{para um intervalo de tempo } \Delta t \approx 0 &
 \end{array}$$

Nestas equações, \bar{T} são os valores das trações na fronteira, e para o caso esférico é a projeção de σ_R nas direções r e z . Estas condições de contorno definem completamente o problema.

Com o progresso do adensamento porém, aquelas condições de contorno sofrem uma pequena modificação, uma vez que, à medida que o tempo passa, o raio onde as pressões são nulas aumenta, tendendo ao infinito ($p=0$ para r ou $R \rightarrow \infty$). Como não se pretende modelar fronteiras infinitas com o uso do MEF, alguns autores costumam indicar um valor de r ou R para o qual o excesso de poro pressão pode ser considerado nulo. Randolph & Wroth (1979) recomendam tomar este raio como sendo 5 a 10 vezes do raio da zona plástica. Neste trabalho, esta condição foi tratada de maneira diferente. O valor do raio para o qual as pressões foram tomadas nulas corresponde àque le no qual as tensões dentro da zona elástica possam ser consideradas como desprezíveis. Desde que estas tensões decrecem com o inverso do quadrado do raio para o cilindro e com o inverso do cubo para a esfera, este valor do raio pode ser às vezes menor que os recomendados na literatura. Os valores das tensões nos pontos da fronteira são então substituídos por cargas externas equivalentes.

Para se obter a distribuição inicial do excesso de poro pressão, foi tomado um intervalo de tempo pequeno e com as condições de contorno anteriormente estabelecidas. As curvas de distribuição do excesso de poro pressão obtidas com o uso do programa EFAECA para as expressões cilíndrica e esférica estão representadas na figura V.1-4, juntamente com as curvas teóricas, utilizadas nos modelos de dissipação de Randolph & Wroth e Torstensson. Pode-se notar que o uso de um

pequeno intervalo de tempo dá uma boa aproximação numérica para este tipo de problema. Aproveitando-se da simetria do problema, apenas uma semi-esfera de revolução foi usada.

Esses resultados levaram a continuação da pesquisa, com a análise da dissipação com o tempo do excesso de poro pressão. A malha para o caso cilíndrico constou de 42 elementos e 173 nós. Para a cavidade esférica, a região de solução foi discretizada com uma malha com 84 elementos quadrilaterais com 293 nós. Para os dois casos foram tomados 12 intervalos de tempo. As curvas de dissipação foram então desenhadas com a poro pressão normalizada dividindo-se o valor da mesma a cada tempo, pelo valor inicial da poro pressão encontrada para os pontos situados na parede do cilindro ou da esfera. As curvas obtidas com o uso do programa EFAECA foram confrontadas com as curvas teóricas obtidas por Randolph & Wroth e Torstensson, e estão representadas na figura V.1-5. Observa-se uma boa aproximação entre as curvas obtidas teoricamente e aquelas com o uso do programa EFAECA.

A importância destas curvas para os problemas de geotecnia é que, conhecendo-se as curvas de dissipação de campo pode-se obter o tempo para dissipação de 50% da poro pressão normalizada (t_{50}). Com o valor deste tempo, e obtendo-se das curvas teóricas o fator tempo para a mesma percentagem, facilmente obtém-se o valor do coeficiente de adensamento (C) uma vez que o raio é conhecido.

Como já foi apontado anteriormente, o uso de elementos triangulares para a análise da dissipação do excesso de poro pressão não é viável, uma vez que apresentaram problemas de precisão, e para os problemas que se seguem, apenas os elementos quadrilaterais isoparamétricos foram utilizados.

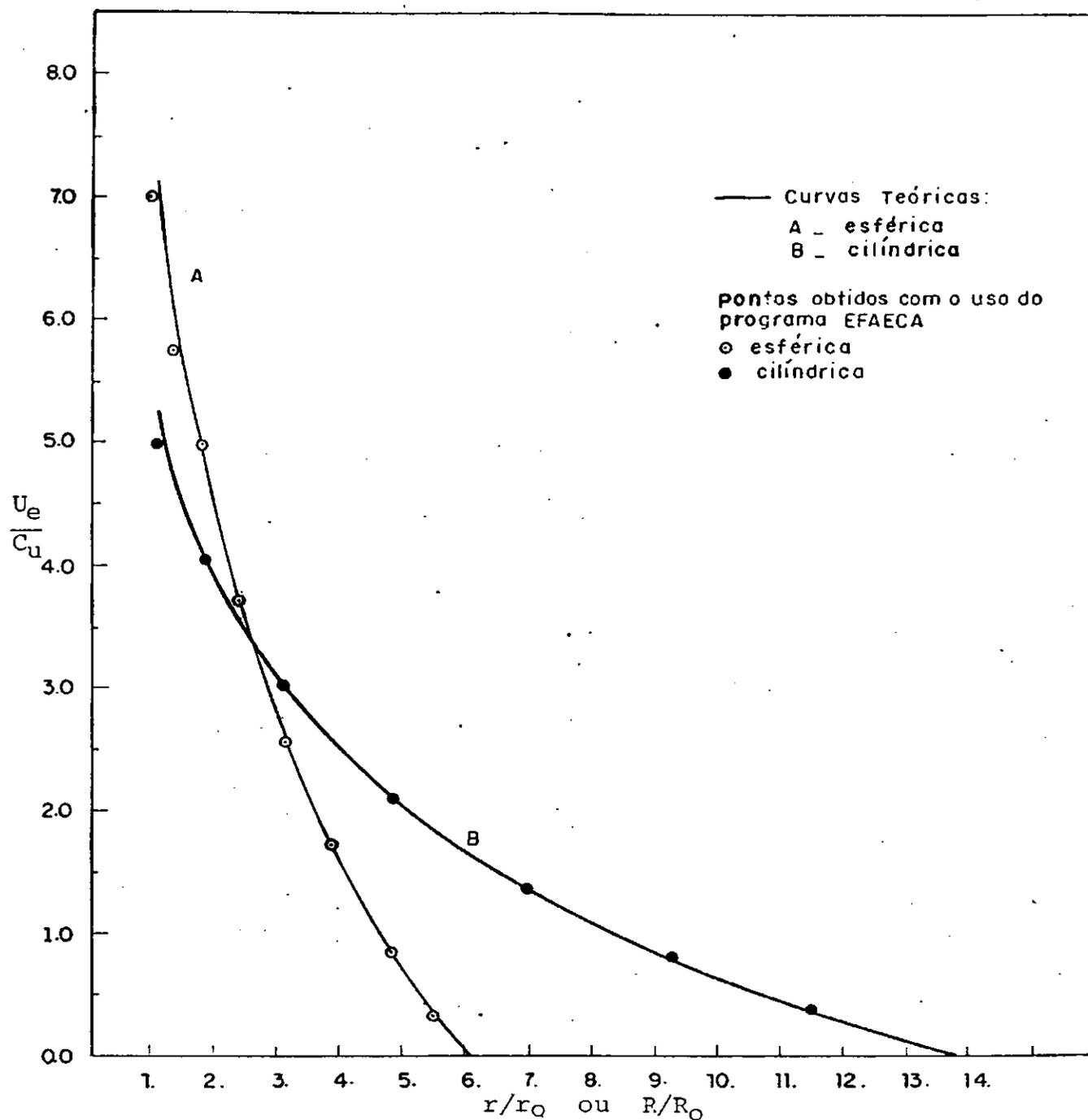


Figura V.1-4 - Distribuição inicial do excesso de poro pressão em torno de uma cavidade baseada nas teorias de Vesic (1972)

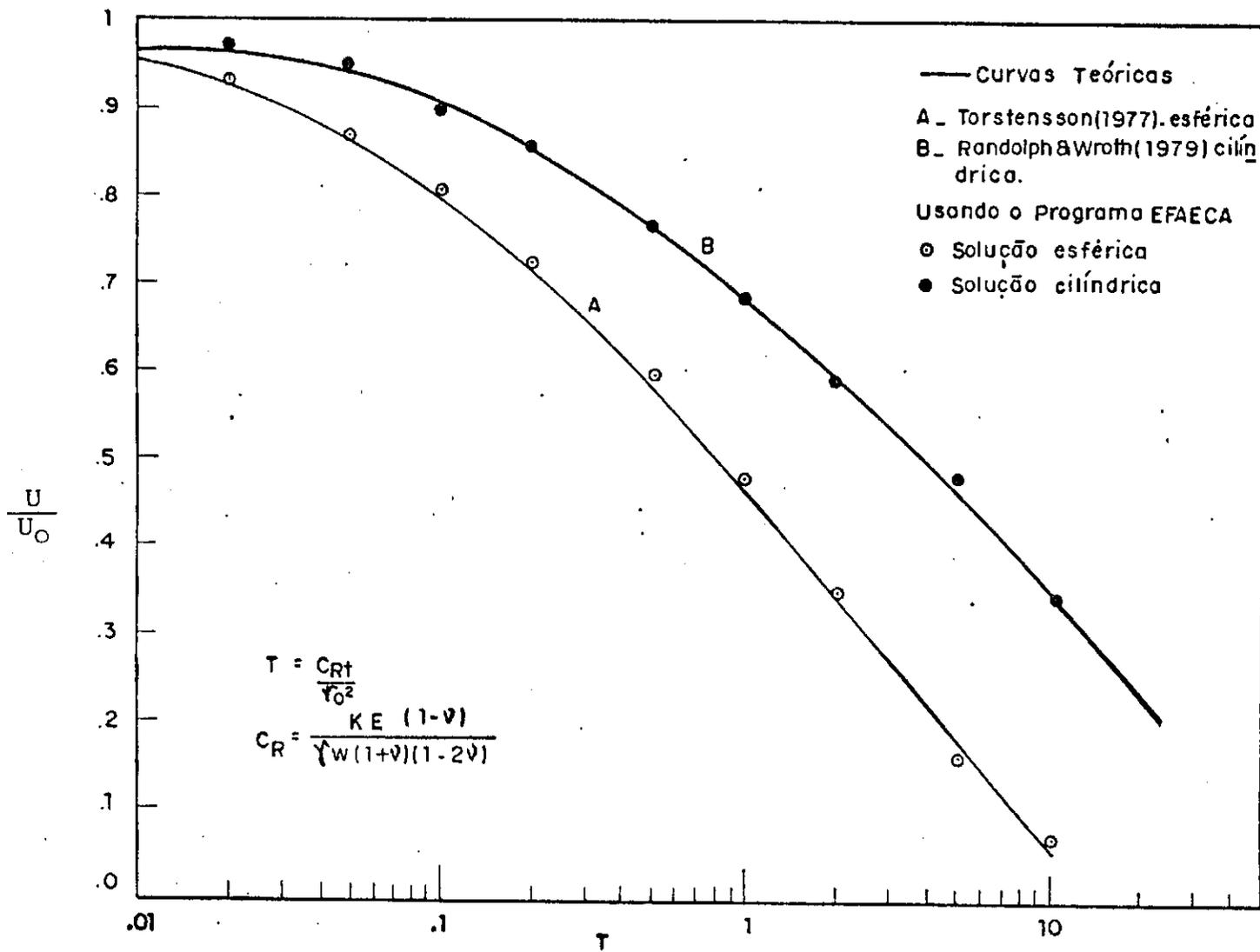


Figura V.1-5 - Dissipação da poro pressão em torno de uma cavidade

CAPÍTULO VI

APLICAÇÃO DO PROGRAMA

Uma vez que os testes realizados com o programa EFAECA mostram que o mesmo é adequado para analisar problemas de dissipação do excesso de poro pressão gerado pela expansão de uma cavidade, procurou-se então, estender a sua aplicação para analisar a influência do amolgamento da camada circundando a parede lateral do aparelho, como também, obter curvas de dissipação para vários pontos situados ao longo da ponta do cone e da parte cilíndrica.

- espessura da camada amolgada

A espessura da camada amolgada que se forma próxima à parede lateral do piezocone quando este é cravado em solos moles é de difícil avaliação. Não há na literatura indicações precisas de quanto seria esta espessura. Em vista disso, foram consideradas arbitrariamente várias espessuras da zona de solo amolgado circundando o cone afim de observar sua influência sobre as curvas de dissipação. Foi preciso também quantificar o grau de amolgamento. No caso de solos argilosos, existe uma grande diferença entre a resistência não drenada do solo nas condições naturais e esta resistência após o solo ser amolgado. A razão entre estas resistências é definida como sensibilidade (S_t). Como para os solos argilosos a resistência não drenada é a coesão não drenada, podemos definir o grau de amolgamento como sendo o quociente entre a coesão não drenada da argila intacta e a coesão não drenada da camada amolgada, que vem a ser a própria sensibilidade. As curvas de dissipação do excesso de poro pressão para a cavidade cilíndrica, foram obtidas para um solo de sensibilidade igual a 4 e com várias espessuras de solo amolgado. Foram usadas três relações de espessuras, ou seja: $e/ro = 0,04$; $e/ro = 0,12$ e $e/ro = 0,28$, onde e representa a espessura da cama

da amolgada. Os resultados mostraram que a influência da espessura não é muito relevante no processo de dissipação, e para valores de tempo maiores que aquele necessário para dissipar 50% da pressão (t_{50}), esta influência é quase inexistente.

A partir destes resultados, estabelecemos uma relação $e/ro = 0,12$, que foi adotada como espessura da camada amolgada para todos os casos estudados adiante.

- influência da camada amolgada na solução cilíndrica

Com a finalidade de estudar a influência do amolgamento sobre as curvas de dissipação, foram analisados separadamente o caso onde a expansão criada pelo piezocone foi modelada com se expandisse uma cavidade cilíndrica e o caso onde foi utilizada a teoria de expansão de cavidade esférica. Para o caso cilíndrico, foi utilizada a mesma malha onde se obteve a curva de Randolph & Wroth (1979), e que está esquematizada na figura VI.1-1. A influência do amolgamento foi verificada para três valores da sensibilidade: $St = 4$, $St = 10$, e $St = 50$, e as curvas obtidas para esses graus de amolgamento foram comparadas com a curva para o solo intacto. A presença da camada amolgada foi simulada introduzindo-se elementos próximos a parede da cavidade com coesão não drenada 4, 10 e 50 vezes menores do que aquela da argila intacta. Os valores dos parâmetros do solo usados para a região intacta foram: $E = 2,88 \times 10^4$ kN/m²; $\nu = 0,33$; $C_u = 50$ kN/m², o que resulta num $Ir = 200$. Foi adotado um coeficiente de permeabilidade radial K_r igual a $1,0 \times 10^{-5}$ m/h. Da mesma forma que para a coesão não drenada, o módulo de elasticidade foi tomado 4, 10 e 50 vezes menor que para a camada amolgada, sendo que os outros parâmetros permaneceram inalterados. As curvas obtidas, comparadas com a curva para a argila intacta estão apresentadas na figura VI.1-2. Ao contrário do que se esperava, a presença desta camada amolgada não introduziu grande influência na curva de dissipação,

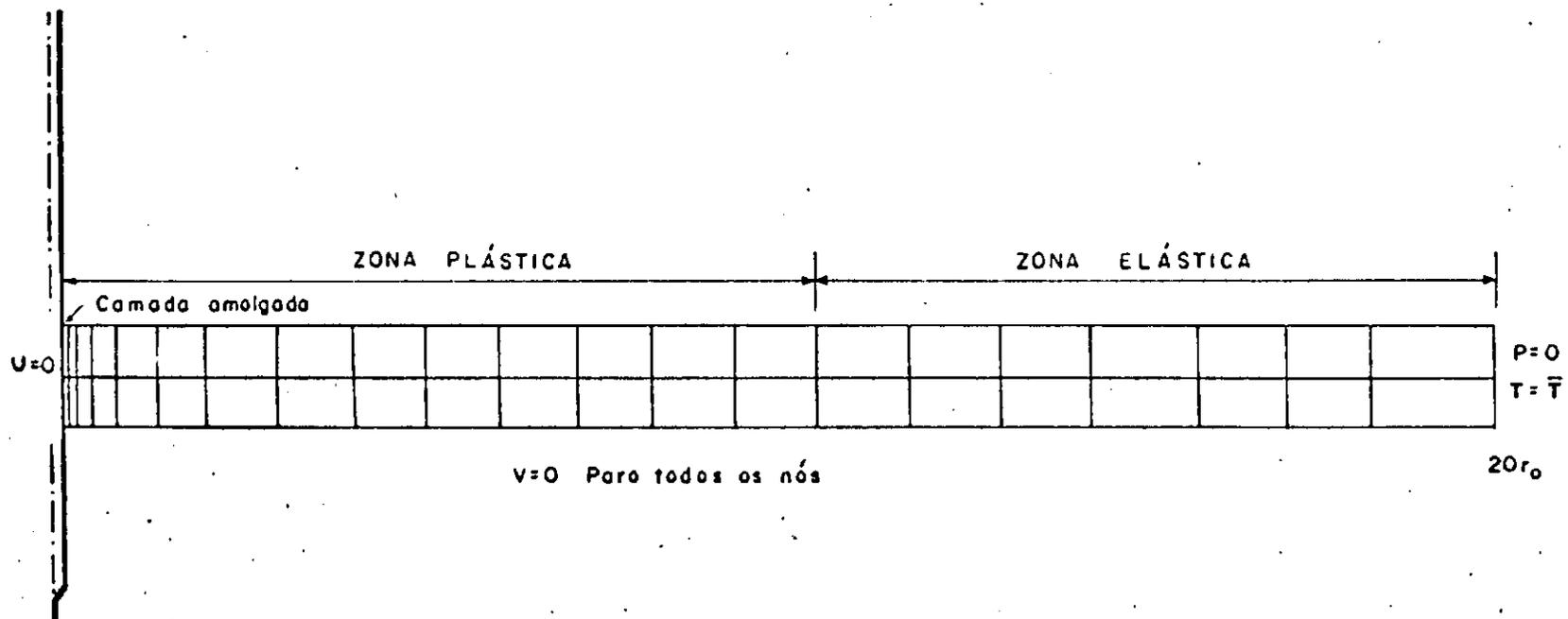


Figura VI.1-1 - Malhã usada para a soluçãõ cilíndrica

porém, pode-se notar uma ligeira alteração nos primeiros estágios de amolgamento. Para um grau de amolgamento com $St = 4$, que está dentro da faixa para a maioria das argilas ($2 \leq St \leq 5$), observou-se que até cerca de 60% da dissipação, a presença da camada amolgada parece "atrasar" a dissipação em relação a curva intacta. A partir deste valor porém, tende a "adiantar", mas com pontos bastante próximos daqueles da curva intacta. Para $St = 10$ e $St = 50$ as curvas obtidas com a introdução da camada amolgada mostraram-se "atrasadas" em relação a curva intacta para todo processo de adensamento. Se calcularmos os valores de t_{50} para os três casos, com os parâmetros do solo usados, obtemos:

	St			
	1	4	10	50
t_{50} (h)	8,58	7,50	8,93	10,72

Nota-se portanto que, mesmo para valores altos de St , os t_{50} não apresentaram uma diferença significativa.

Em relação a permeabilidade, ensaios realizados mostraram que, se apenas este parâmetro for alterado dentro da camada amolgada, nenhum efeito digno de registro foi observado. Portanto, para a camada amolgada usou-se um valor de K_v (amolgado) = $K_v \cdot K_h$ (intacto), que simula aproximadamente o rearranjo das partículas finas, provocadas pelo amolgamento.

- influência da camada amolgada na solução esférica

O efeito do amolgamento foi também estudado modelando a ponta do piezocone como a expansão de uma cavidade esférica de raio igual ao raio da parte cilíndrica. A malha utilizada foi a mesma para se obter a curva de Torstensson (1977) e está esquematizada na figura VI.1-3. Para este caso, apenas dois va

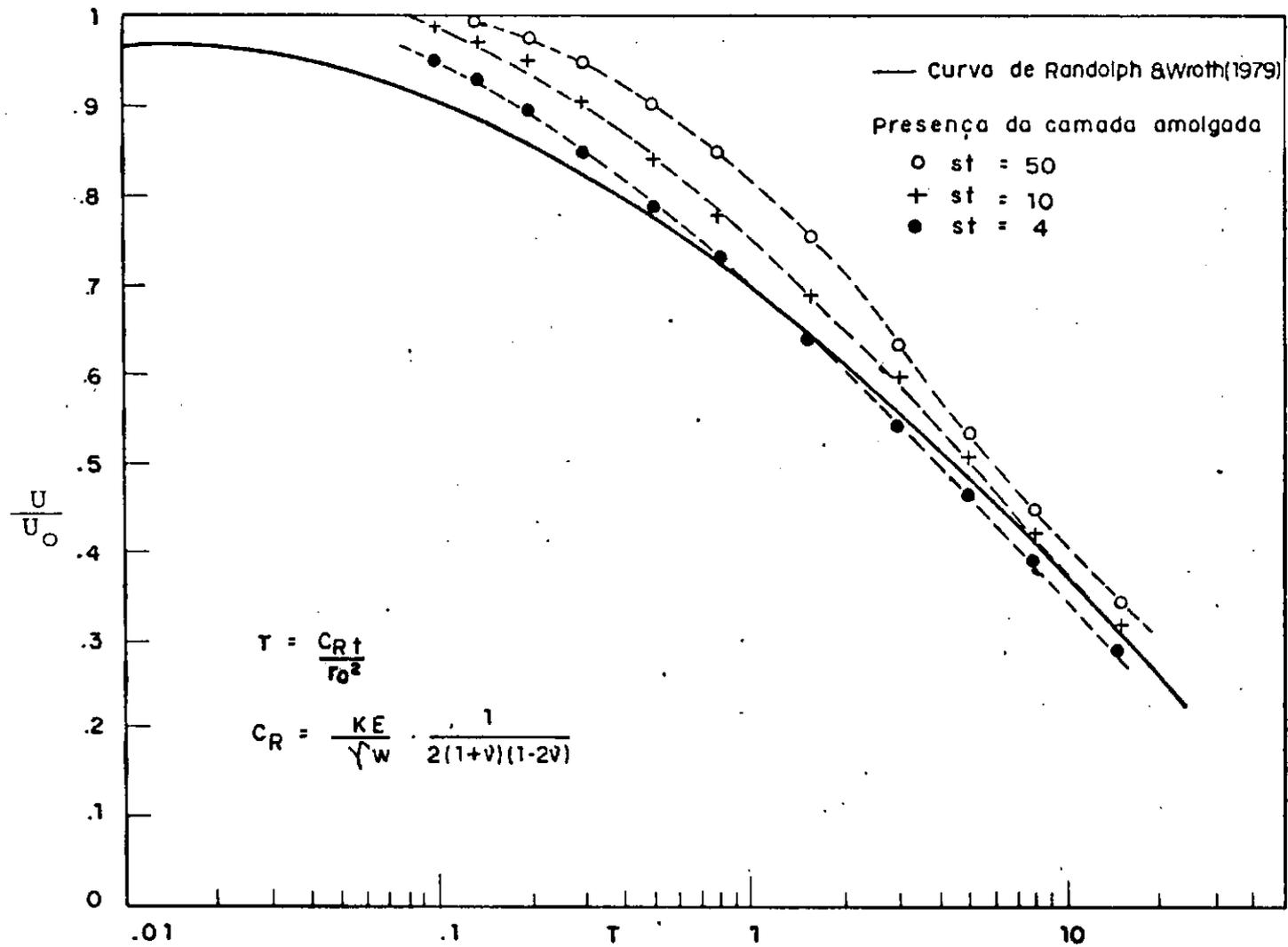


Figura VI.1-2 - Efeito do amolgamento sobre a curva de dissipação de pressão em torno de uma cavidade cilíndrica

lores de St foram usados: $St = 4$ e $St = 10$, visto que para a solução cilíndrica o efeito do amolgamento não se mostrou pronunciado. Os resultados foram semelhantes aqueles obtidos para a solução cilíndrica. Isto pode ser constatado da observação da figura VI.1-4. Nota-se que as curvas de dissipação com a presença da camada amolgada estão sempre "atrasadas" em relação à curva para a argila intacta. Da mesma forma que estimado para o modelo cilíndrico, os valores de t_{50} para o caso da solução esférica são:

	St		
	1	4	10
t_{50} (h)	0,54	0,56	0,70

Estes valores demonstram que a presença da camada amolgada próxima à parede da cavidade não causa uma modificação muito sensível no comportamento das curvas de dissipação. Uma explicação para tal fato é que, como o fluxo de água nos poros se dá no sentido de se afastar do eixo da cavidade em direção à fronteira onde os excessos de poro pressão são nulos, e tendo em vista que esta fronteira está a vários raios do eixo de simetria, o caminho que uma partícula deve percorrer dentro da zona amolgada é insignificante em relação ao caminho dentro da zona intacta. Como para os dois casos (cilíndrico e esférico) o excesso de poro pressão gerado na parede da cavidade com a presença da camada amolgada mostrou ser maior do que aquele sem amolgamento, nos primeiros estágios do adensamento: este excesso retarda a dissipar. Porém com o decorrer do tempo, esse efeito não mais se sobressai.

- introdução do modelo misto

As análises de dissipação em torno do piezocone até então realizadas, modelam a expansão provocada pelo aparelho através de expansão de cavidade cilíndrica ou de cavidade esférica

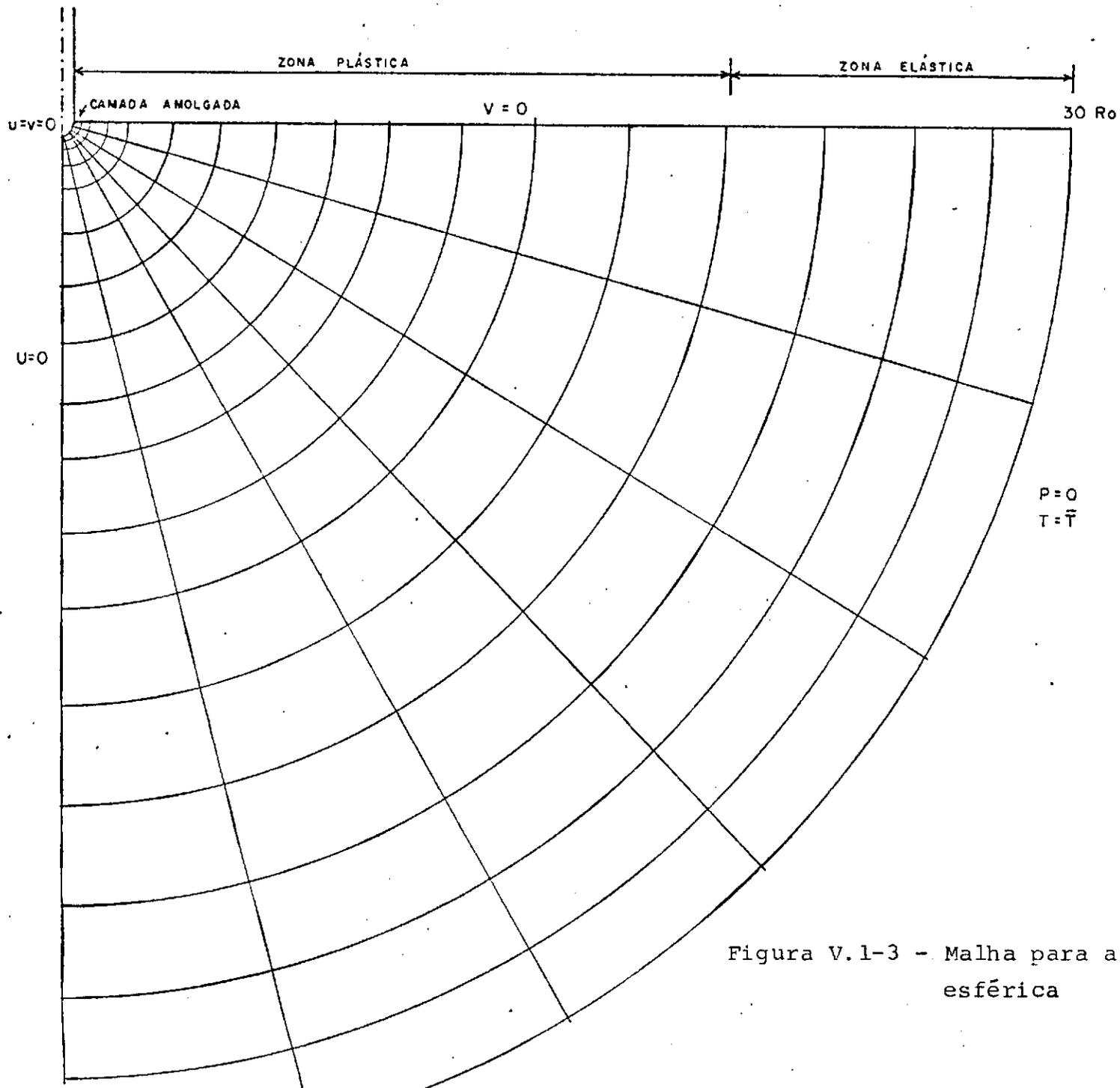


Figura V.1-3 - Malha para a solução esférica

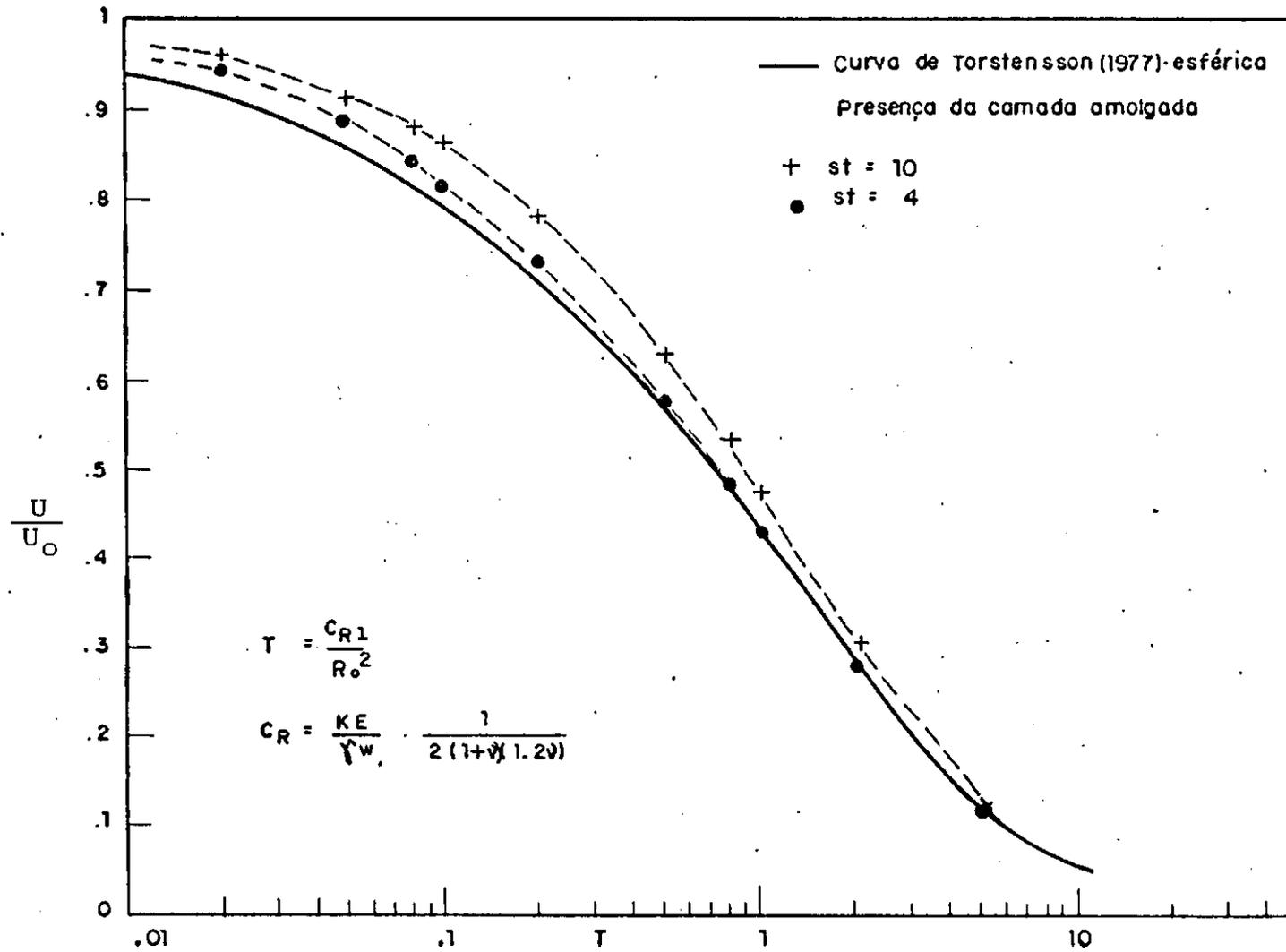


Figura VI.1-4 - Efeito do amolgamento sobre a curva de dissipação de pressão em torno de uma cvidade esférica

rica. Como a posição do elemento poroso no piezocone pode variar de um aparelho para o outro, apesar da tendência de colocá-lo logo acima da parte cônica, o emprego das soluções existentes pode não ser adequada. Com o objetivo de analisar numericamente o comportamento das curvas de dissipação para diferentes pontos situados ao longo da parede do aparelho, tanto na sua parte cilíndrica como na parte cônica, foi introduzido um modelo misto.

Este modelo faz a junção da teoria de Vesic (1972) para a expansão cilíndrica e esférica, modelando o fuste do aparelho como de expansão cilíndrica e a ponta cônica como de expansão esférica. Foi confeccionada uma malha com elementos quadrilaterais isoparamétricos constando de 168 elementos e 543 nós. Esta malha está esquematizada na figura VI.1-5. Os parâmetros do solo usados no estudo foram: $I_r=200$; $K_r=K_v=1,0 \times 10^{-6}$ m/h; $E = 2,88 \times 10^4$ kN/m²; $\nu = 0,33$ e $C_u = 50$ kN/m².

Como pôde ser observado do ítem II.2, a expansão de cavidade esférica produz excesso de poro pressão inicial para $R = R_0$ maiores do que aquele produzido pelo modelo cilíndrico. Além do mais, o raio da zona plástica para o modelo esférico é proporcional à raiz cúbica do índice de rigidez, enquanto que para o modelo cilíndrico esta proporcionalidade se dá com a raiz quadrada do índice de rigidez. Convém observar também que as tensões na zona elástica decrescem com o inverso do cubo do raio para a solução esférica, enquanto que para o modelo cilíndrico este decréscimo se dá com o inverso do quadrado do raio. A figura VI.1-6 faz a comparação do decréscimo das tensões para os pontos na interface das duas soluções.

Estes fatos fazem com que haja uma discontinuidade na interface das duas soluções para o tempo inicial. Isto porém não inviabiliza o uso do modelo misto, uma vez que, logo num tempo imediatamente posterior esta discontinuidade não mais existirá.

Com o programa EFAECA foram então obtidas as curvas de dissipação do excesso de poro pressão para alguns pontos na parede lateral do aparelho, pontos esses que correspondem a algumas posições possíveis do elemento poroso no piezocone. Estas curvas estão representadas na figura VI.1-7.

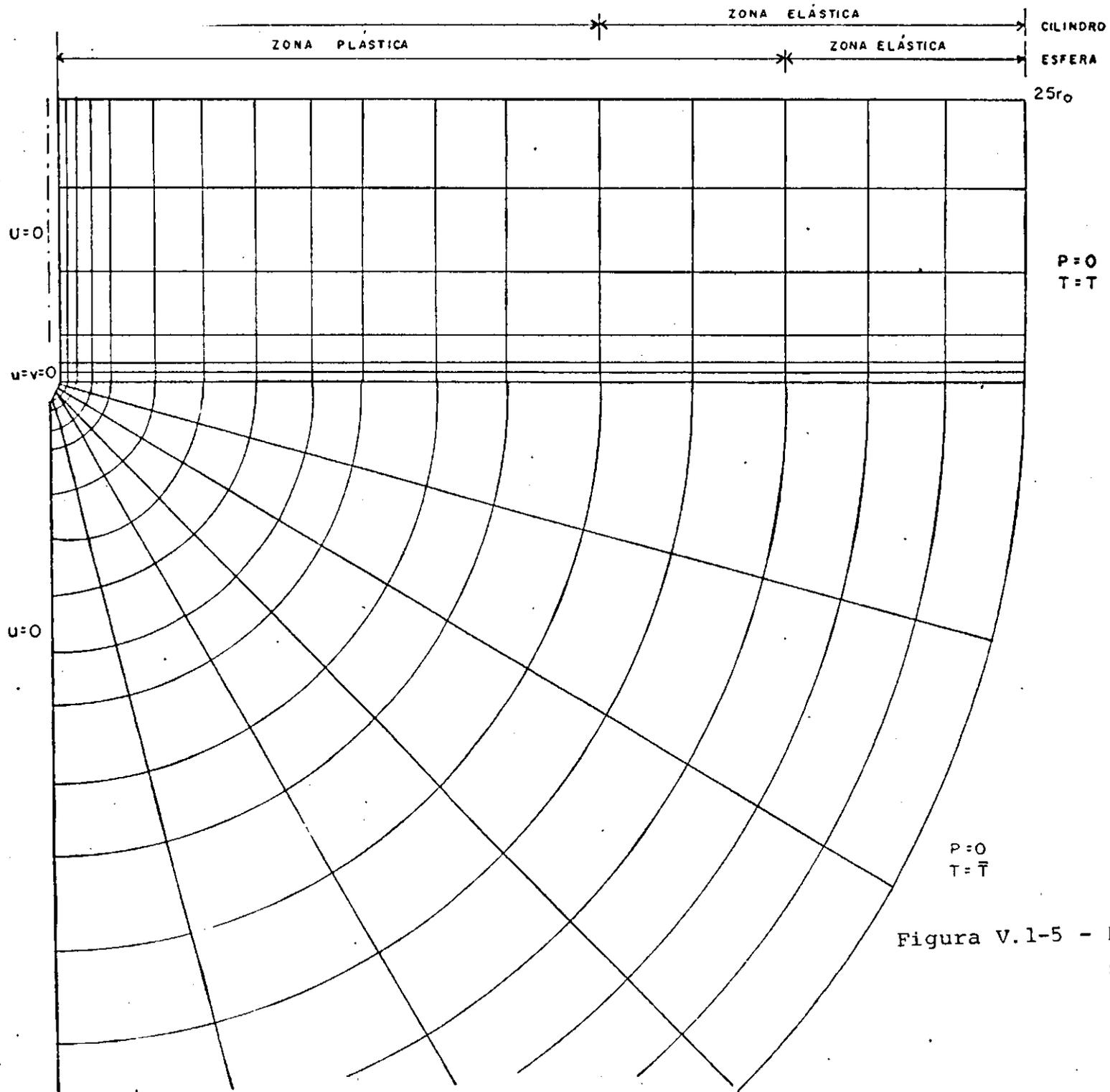


Figura V.1-5 - Malha para a solução mista

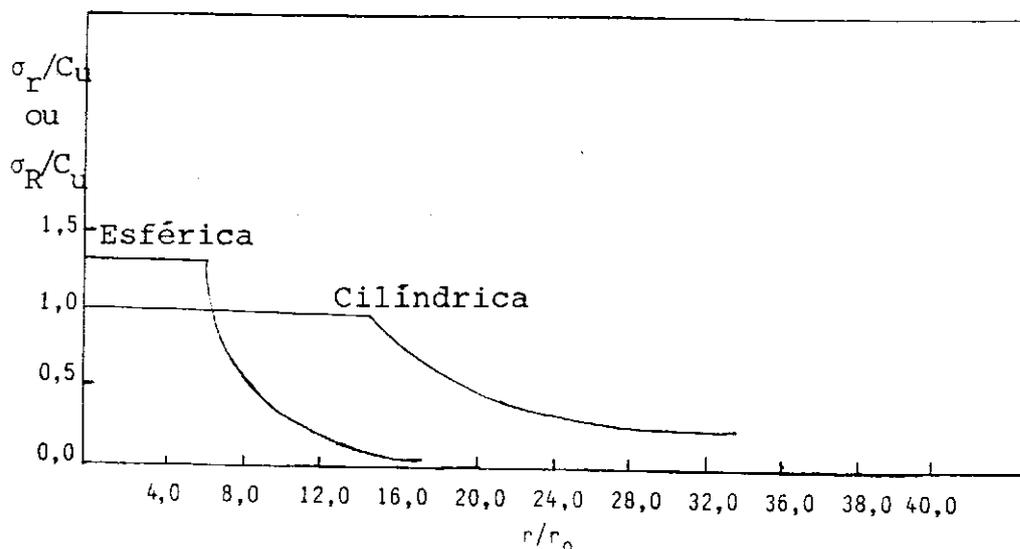


Figura VI.1-6 - Decréscimo de tensões radiais ao longo do raio

Pode-se notar desta figura que há uma grande variação nas curvas, tanto na forma quanto nos valores dos pontos.

As seguintes observações podem ser feitas:

1 - a curva para o ponto A, que se encontra bastante a fastada da parte cônica (0,40 m), coincide com a curva teórica obtida por Randolph & Wroth (1979).

2 - a curva para o ponto B, que está a 0,005 m da parte cônica apresenta um "atraso" em relação aquela para o ponto A, pelo menos até cerca de 60% da dissipação e a partir deste valor torna-se "adiantada" em relação a curva para o ponto A. Este comportamento se assemelha bastante ao comportamento das curvas experimentais de campo que foram apresentadas por Gillespie & Campanella (1981), e estão na figura II.1-3.

3 - a curva para o ponto C apresenta um comportamento que se aproxima do comportamento da curva obtida por Torstenson (1977) para cavidade esférica, embora apresente alguma discrepância no início e no fim do adensamento.

4 - a curva para o ponto D comporta-se como se fosse uma média entre as curvas para os pontos B e C, embora geometricamente a situação seja completamente diferente.

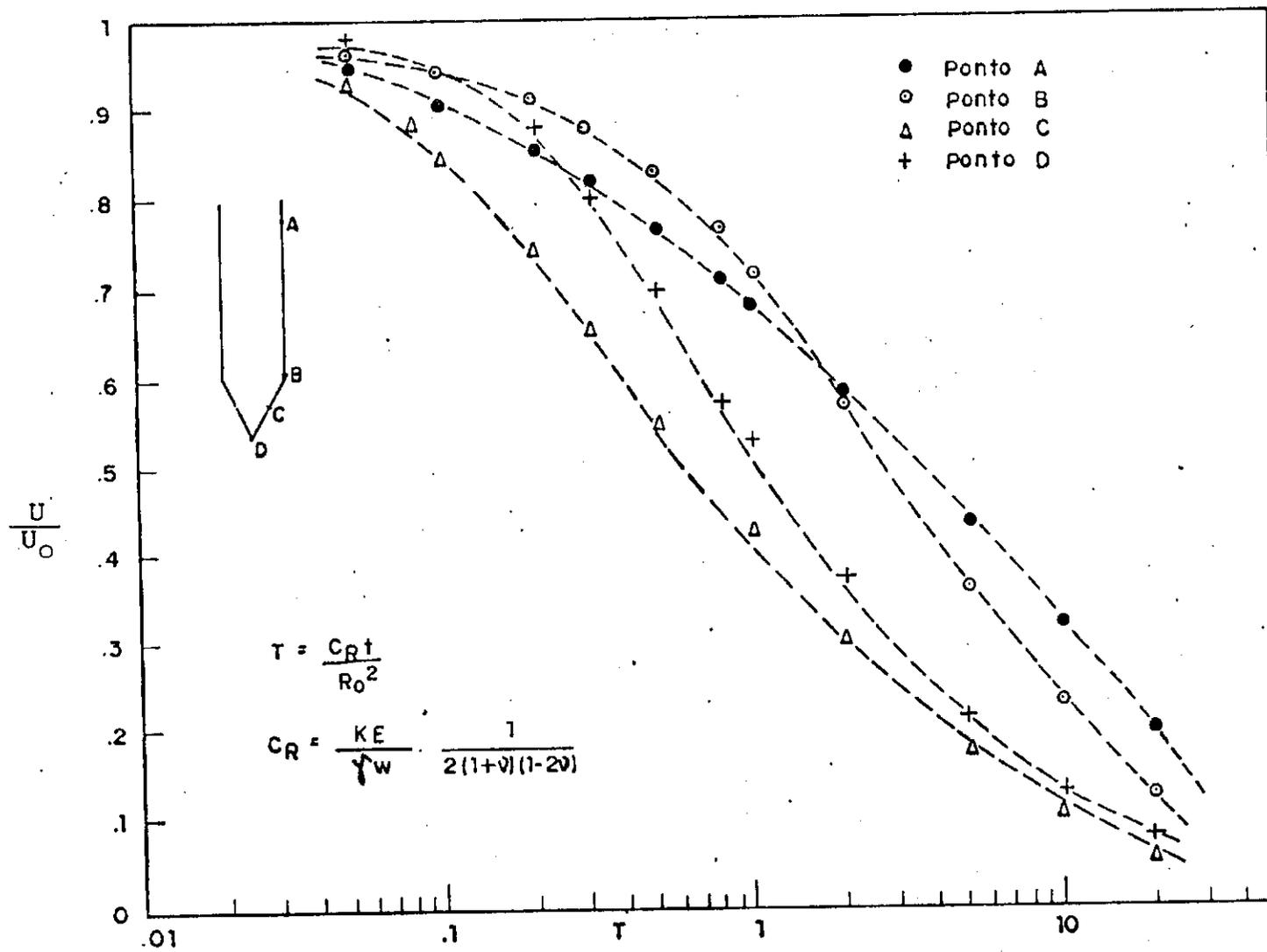
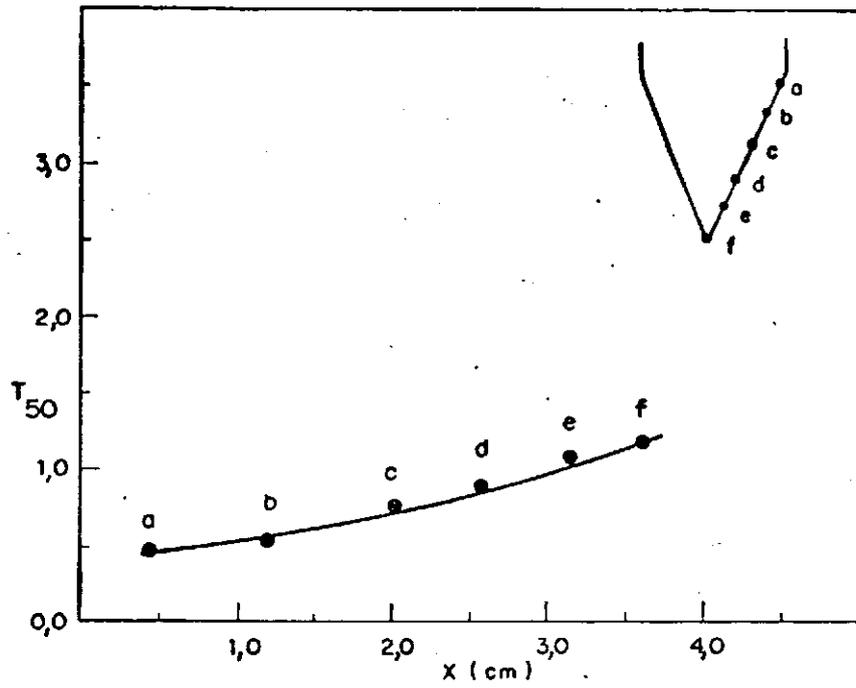
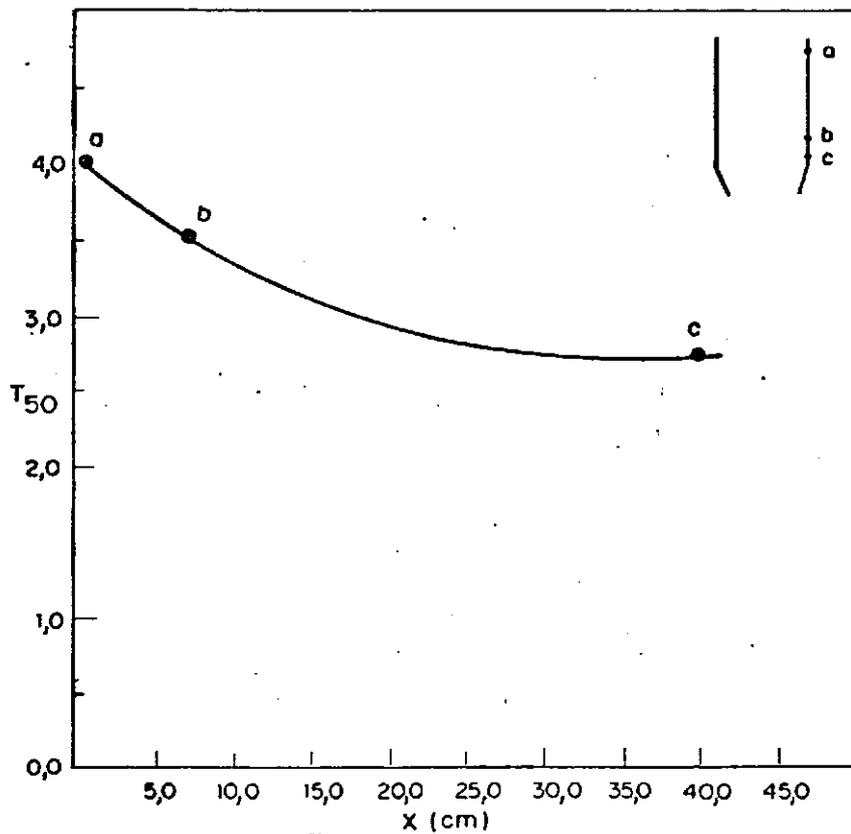


Figura VI.1-7 - Curvas de dissipação para vários pontos ao longo da da parede do piezocone

Para se entender melhor o comportamento das curvas de dissipação ao longo do lado da parte cilíndrica e da parte cônica, é interessante fazer uma investigação de como se comporta o fator tempo correspondente a 50% de dissipação (T50), para outros pontos além dos apresentados anteriormente. Para isto foram estudadas as curvas para 6 pontos localizados ao longo da parte cônica e 3 ao longo da parte cilíndrica. Os valores dos "T50" para estes pontos foram então marcados versus a distância relativa entre eles. As curvas obtidas são mostradas na figura VI.1-8 a e b. Da observação da curva a, nota-se que existe uma acentuada diferença nos valores de "T50" ao longo da parte cônica. Observa-se um aumento nestes valores, quando se desloca da interface cilindro/cone na direção da extremidade do cone. Estes valores variam até cerca de 43,8%, em relação ao valor médio. Quando a ponta é composta completamente pelo elemento poroso, uma integração das pressões ao longo do lado pode ser feita, obtendo-se uma curva média.

Para os pontos situados ao longo da parte cilíndrica (curva b), a variação dos "T50" mostrou-se menos acentuada, com uma variação de cerca de 19% em relação ao valor médio.

Em relação a presença da camada amolgada na solução mista, nenhuma diferença relevante pode ser observada. Na verdade seu efeito foi menos pronunciado do que o encontrado quando se estudou as soluções cilíndrica e esférica, separadamente.

(a) - Variação de T_{50} ao longo da parte cônica(b) - Variação de T_{50} ao longo da parte cilíndricaFigura VI.1-8 - Variação de T_{50} ao longo do piezocone

CONCLUSÃO

Diante dos vários aspectos investigados, as seguintes conclusões podem ser evidenciadas:

- o programa EFAECA por nós desenvolvido mostrou-se plenamente satisfatório para a análise do fenômeno do adensamento apresentando uma simetria de revolução, quando foi utilizada a forma quadrilateral isoparamétrica para os elementos usados na discretização do domínio. O uso de elementos triangulares com interpolação quadrática da pressão apresentou imprecisões nas soluções de adensamento testadas, o que nos levou a descartá-los nesse tipo de análise, embora eles possam ser usados dentro do programa quer para soluções elásticas de revolução quer para solução tri-dimensional com simetria de revolução.

- a presença da camada amolgada que é induzida quando da penetração do aparelho no solo tem por efeito aumentar os valores iniciais da poro pressão na região próxima à superfície lateral do cone.

- a presença da camada amolgada causa uma pequena e quase insignificante influência sobre as curvas de dissipação do excesso de poro pressão, no sentido de atrasar ligeiramente o processo de adensamento na vizinhança da parede lateral do piezocone. Essa pequena influência se revelou mais evidente com o uso do modelo de expansão de cavidade cilíndrica do que com o modelo de expansão de cavidade esférica e com o modelo misto.

- a localização do elemento poroso por sua vez é um fator determinante na obtenção das curvas de dissipação. Na parte cônica do aparelho, os valores dos T_{50} obtidos com o uso do programa EFAECA para o modelo misto aumentaram, à medida que os pontos vão se situando próximos à extremidade. Em relação à parte cilíndrica, há uma tendência de decrescimento nos valores de T_{50} à medida que os pontos se aproximam da parte cônica, porém os valores destes fatores tempo são bem maiores que aqueles encontrados para a parte cônica. Isso sugere que

a comparação entre as curvas teóricas e aquelas obtidas das medidas em campo seja feita considerando a influência do posicionamento do elemento poroso no aparelho.

Também esses resultados demonstram que é grande a necessidade de normalisar a posição do elemento poroso no aparelho piezocone.

SUGERIMENTOS PARA PESQUISAS POSTERIORES

Diante das conclusões que puderam ser extraídas do trabalho, sugerimos que sejam desenvolvidas pesquisas no sentido de :

- aperfeiçoar o programa EFAECA no sentido de torná-lo computacionalmente mais eficiente, no que diz respeito à redução do tempo de computação e do espaço de memória requerido.

- realizar pesquisa no campo com piezocones com várias posições para o elemento poroso, principalmente com este localizado logo acima da parte cônica, e conjuntamente realizar ensaios de laboratório para determinar valores do coeficiente de adensamento, comparando estes valores com aqueles encontrados com o uso das curvas obtidas numericamente através do uso do programa EFAECA.

- desenvolver teorias baseadas em métodos numéricos para determinar mais realisticamente o estado das tensões e pressões intersticiais desenvolvido durante a cravação de um piezocone, e com este modelo incluir a anisotropia do esqueleto de solo na análise da adensamento, e mais adiante introduzir um modelo do solo com encruamento (strain hardening).

- introduzir elementos finitos que permitem tratar os problemas onde a fronteira exterior do modelo tende ao infinito.

BIBLIOGRAFIA

Baguelin, F.J., Frank, R.A. and Nagra, R., "A Theoretical Study of Poro Pressure Generation and Dissipation Around the Pressuremeter", Second International Symposium 'Le Pressiomètre et Ses Applications Marines', Texas, 18p

Baligh, M.M.; Vivatrat, V. and Ladd, C.C., "Cone Penetration in Soil Profiling", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 106, 6T4, april 1980, 447-461

Belkeziz, A. and Magnan, J.P., "Analyse Numérique de la Consolidation Bidimensionnelle des Sols Élastoplastique", Rapport de Recherche LCP N° 115, Juillet, 160p

Biot, M.A., "General Theory of the Three-Dimensional Consolidation", Journal of Applied Physics, Vol.12, february, 1941, 155-164

Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for Porous Anisotropic Solid", Journal of Applied Physics, Vol. 26, N° 2 february 1955, 182-185

Biot, M.A., "General Theory of the Equations of Elasticity and Consolidation for a Porous Material", Journal Transactions American Society of Mechanical Engineers, Vol.78, 1956, 91-96

Campanella, R.G.; Gillespie, D. and Robertson, P.K., "Pore Pressure During Cone Penetration Test", Soil Mechanics Series, No. 55 D.C.E., University British Columbia, december 1981

Campanella, R.G.; Robertson, P.K. and Gillespie, D., "Cone Penetration Testing in Deltaic Soil", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 20, No. 1, 1983, 23-35

Carter, J.P.; Randolph, M.F. and Wroth, C.P., "Stress and Pore Pressure Changes in Clay During and After the Expansion of a

Cylindrical Cavity", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 3, 1979, 305-322

Cryer, C.W., "A Comparison of the Three-dimensional Consolidation Theories of Biot and Terzaghi", Quartely Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. XVI, 1963, 401-412

Demartinecourt, J.P. and Bauer, G.E., "The Modified Borehole Shear Device", Geotechnical Testing Journal, Vol. 6, No. 1, March 1983, 24-29

Demartinecourt, J.P.; Bauer, G.E. and Soulié, M., "F. E. Analysis of Field Consolidation Curves Obtained with the Modified Borehole Shear Device (BHSD)", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 9, No 1, January-february 1985, 29-47

Desai, C.S., "Analysis of Consolidation by Numerical Methods", Proc. of the General Session of the Symposium, University of New South Wales, Australia, July 1975, 143-179

Desai, C.S. and Christian, J.T., "Numerical Methods in Geotechnical Engineering, McGraw-Hill Book Company, New York, 1977

Gillespie, D. and Campanella, R.G., "Consolidation Characteristics from Pore Pressure Dissipation After Piezometer Cone Penetration", Soil Mechanics Series No. 47, D.C.E, University of British Columbia, Vancouver, Canada, May 1981, 1-17

Gudehus, G., "Finite Elements in Geomechanics", John Wiley & Sons, London, 1977

Hammer, P.C., Marlowe, O.P. and Stroud, A.H., "Numerical Integration Simplexes and Cones", Mathematics Tables Aids Computations, Vol. 10, 1956, 130-137

Huebner, K.H., "The Finite Element Method For Engineers",

John Wiley & Sons, New York, 1975

Hwang, C.T., Morgenstern, N.R. and Murray, D.W., "Application of Finite Element Method to Consolidation Problems", First International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vicsburg, 1972, 739-765

Janbu, N. and Senneset, K. "Effetive Stress Interpretation of In Situ Static Penetration Tests", Proc. of ESOPT, Stockol, Vol 22, June 1974, 181-193

Jones, G.A. and Van Zyl, D.J.A., "The Piezometric Probe—a Useful Investigation Tool", X ICSMEF, Stockolm, 1981, 489-496

Mandel, J., "Consolidation des Sols (Étude Mathématique)", Geotechnique, Vol. 3, 1953, 287-299

Randolph, M.F. and Wroth, C.P., "An Analytical Solution for the Consolidation Around a Driven Pile", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol.3, No. 3, July-September 1979, 217-229,

Roy, M.; Tremblay, M.; Tavenas, F. and La Rochelle, P., "Development of a Quasi-static Piezocone Apparatus", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 19, No. 2, 1982, 180-188

Sandhu, R.S. and Wilson. E.L., "Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Media", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 95 No. EM3, 1969, 641-652

Sandhu, R.S., "Finite Element Analysis of Consolidation and Creep", First International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vicsburg, 1972, 697-738

Selvadurai, A.P.S. and Gopal, K.R., "Consolidation Analysis of Screw Plate Test", Proc. 39th Canadian Geotechnical Conference, In situ Testing and Field Behaviour, Ottawa, Ontario, 1986, 167-172

Tavenas, F., Leroueil, S. and Roy, M., "The Piezocone Test in Clay: Use and Limitations", Proc. ESOPT II, Amsterdam, 1982, 889-894

Torstensson, B-A, "Pore Pressure Sounding Instrument", Proc. of ASCE Conference on in-situ Measurement of Soil Properties, Raleigh, N.C., Vol. II, 1975, 48-54

Vesic, A.S., "Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, Proc. of the ASCE, March 1972, 265-289

Wissa, A.E.Z.; Torrence, R. and Garlanger, J.E., "The Piezometer Probe", Proc. of ASCE Conference on in-situ Measurement of Soil Properties, Raleigh, N.C., Vol. I, 1975, 536-545

Yooko, Y., Yamagata, K and Nagaoka, N., "Finite Element Method Applied to Biot's Consolidation Theory", Japanese Society, of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. II, No. 1, March 1971, 30-46

Zienkiewicz, O.C., "The Finite Element Method", Third Edition, McGraw-Hill Book Company, London, 1977

Zuidberg, H.M.; Schaap, L.H.J. and Berigen, F.J., "A Penetrometer for Simultaneous Measuring of Cone Resistance, Sleeve Friction and Dynamic Pore Pressure", Proc. ESOPT II, Amsterdam, May 1982, 963-970

APÊNDICE A

- dedução das equações de Lamé

- dedução das equações de LAMÉ

ESFERA - A solução de tensões para uma esfera oca, submetida a um carregamento interno p_i , e um carregamento externo p_o , pode ser encontrada das equações da elasticidade como:

$$\sigma_R = \frac{C}{R^3} + D$$

onde R é o raio da esfera, e as constantes C e D devem ser determinadas a partir das condições de contorno.

$$\frac{C}{a^3} + D = p_i \quad ; \quad \frac{C}{b^3} + D = p_o \quad (A-1)$$

onde a e b são mostradas na figura A-1

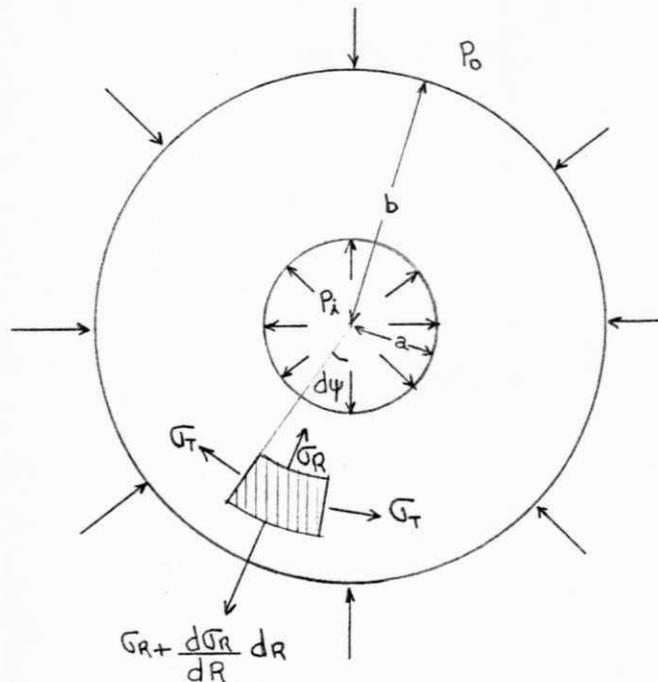


Figura A-1

Para o caso da expansão de uma cavidade esférica, a parte oca da esfera corresponde a zona plástica, e a distribuição das tensões devem ser estudadas para a zona elástica. Para este caso, $p_i = \frac{4}{3} C u$ para $a = R_p$ e $p_o = 0$ quando b tende ao infinito, sendo R_p o raio da zona plástica. Com estas condições de contorno, substituindo nas equações (A-1),

$$\frac{C}{R_o^3} + D = \frac{4}{3} C u \quad ; \quad D = 0$$

obtendo-se então

$$C = R_p^3 \cdot \frac{4}{3} C u \quad ; \quad \text{logo} \quad \sigma_R = \frac{4}{3} C u \left(\frac{R_p}{R} \right)^3 \quad (A-2)$$

As pressões p_o e p_i também produzem uma tensão normal esférica na direção tangencial, cuja magnitude podemos encontrar das condições de equilíbrio de um elemento cortado de uma esfera por duas superfícies esféricas concêntricas de raios R e $R + dR$, e por um cone com um pequeno ângulo $d\psi$ (figura A-2).

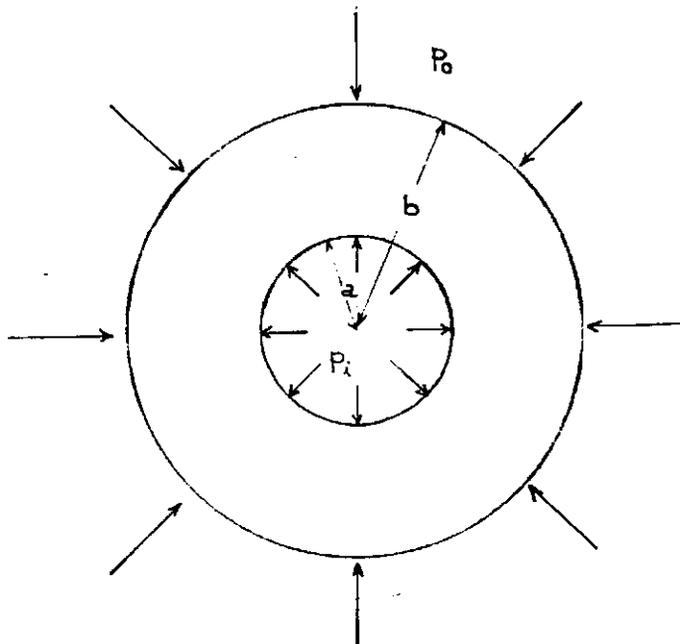


Figura A-2.

A projeção de σ_T na direção tangencial é dada por:
 $\sigma_T \cdot \sin d\psi = \sigma_T \cdot d\psi$ para $d\psi$ muito pequeno.

Logo, a força atuando na área elementar é igual a:
 $\sigma_T \cdot d\psi \cdot 2\pi \rho dR$

Mas, $\rho = R \sin d\psi = R \cdot d\psi$, sendo a força então dada por:

$$\sigma_T \cdot 2\pi R \cdot (d\psi)^2 \quad (A-3)$$

Por outro lado, a resultante das forças radiais é dada por:

$$\begin{aligned} & (\sigma_R + d\sigma_R) \pi [(R+dR)d\psi]^2 - \sigma_R \pi (Rd\psi)^2 = \\ & = \pi (d\psi)^2 [d\sigma_R \cdot R^2 + 2R\sigma_R dR] \end{aligned} \quad (A-4)$$

A condição de equilíbrio agora é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_T \cdot 2\pi R dR (d\psi)^2 &= \pi (d\psi)^2 [d\sigma_R R^2 + 2R\sigma_R dR] \\ 2\sigma_T dR &= d\sigma_R R + 2\sigma_R dR \end{aligned}$$

Logo,

$$\sigma_T = \frac{d\sigma_R}{dR} \cdot \frac{R}{2} + \sigma_R$$

Introduzindo agora o valor de σ_R , dado pela equação (A-2), temos :

$$\sigma_T = \frac{2}{3} C_U \left(\frac{R_p}{R} \right)^3 \quad (A-5)$$

CILINDRO - Para o caso agora de um cilindro oco subme-
 tido a uma tensão interna p_i e uma tensão externa p_o , as e-
 quações da elasticidade resumem-se a:

$$\sigma_r = \frac{A}{r^2} + 2C \quad (A-1a)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{A}{r^2} + 2C$$

Da mesma forma que para a esfera, as constantes A e C são determinadas a partir das condições de contorno:

$$\sigma_r = p_i \quad \text{para } r = a$$

$$\sigma_r = p_o \quad \text{para } r = b$$

Para o caso da expansão de uma cavidade cilíndrica, $p_o = 0$ para r tendendo ao infinito e $p_i = C_u$ para $r = r_p$, onde r_p é o raio da zona plástica.

Introduzindo estas condições de contorno nas equações (A-1a), temos

$$C_u = \frac{A}{r_p^2} + 2C$$

$$0 = 2C, \text{ obtendo-se então, } A = C_u \cdot r_o^2$$

Com estes resultados, as equações (A-1a), tornam-se:

$$\sigma_r = C_u \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 \quad e \quad (A-6)$$

$$\sigma_\theta = -C_u \left(\frac{r_p}{r} \right)^2$$

A P Ê N D I C E B

- dados de entrada
- listagem programa EFAECA
- dados de saída

FILE PPRI FCFTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB FBI PUT8501+ SLU312 13/11/85

C ESTE É UM PROGRAMA EM ELEMENTOS FINITOS PARA A ANÁLISE DA ELASTO-
 C CONSOLIDADAÇÃO LINEAR COM SIMETRIA DE REVOLUÇÃO. O MESMO FOI DESEN-
 C VOLVIDO PÓR INACIO FADIGAS SOB A ORIENTAÇÃO DO DR. JEAN PIERRE
 C DEMARTINECOURT, NA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - 1985

=====
 C PROGRAMMA PRINCIPAL
 C=====

C ESTOCAGEM DA MEMORIA
 C

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
 DIMENSION TIT(18)

COMMON Y(400000)
 MTOTAL = 400000

C LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS INICIAIS
 C

1 READ(5,1)(TIT(I),I=1,18)
 1 FORMAT(18A4)
 2 WRITE(6,2)(TIT(I),I=1,18)
 2 FORMAT(5X,80('*'),//,(18A4),//,5X,80('*'))

3 READ(5,3) NTN,NTE,NTEMP,NMAT,NNR,NNZ,NNP,NLC
 3 FORMAT(8I5)
 4 WRITE(6,4)NTN,NTE,NTEMP,NMAT,NNR,NNZ,NNP,NLC
 4 FORMAT(5X,80('*'),//,

o (/ ,10X,'NUMERO DE NOS' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE ELEMENTOS' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE TEMPOS' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE MATERIAIS' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE NOS C/ DR CONHECIDO' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE NOS C/ DZ CONHECIDO' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE NOS C/ PU CONHECIDA' =',13,/,
 o 10X,'NUMERO DE LADOS NO CONTORNO' =',13,//,5X,80('*'))

C ENDEREÇAMENTOS DENTRO DO VETOR Y
 C

N1 = 1
 N2 = N1 + 2*NTN *2
 N3 = N2 + 10*NTE
 N4 = N3 + 10*NMAT *2
 N5 = N4 + NTN *2
 N6 = N5 + NLC *2
 N7 = N6 + 3*NLC *2
 N8 = N7 + 3*NLC *2
 N9 = N8 + NTN *2
 N10= N9 + NTN *2
 N11= N10 + NTN *2
 N12= N11 + 2*NTEMP *2
 N13= N12 + NLC *2
 N14= N13 + NNR *2
 N15= N14 + NNZ *2

FILE SOLVEB FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
C      SUBROUTINE SOLVEB(N,NBW,F,X,A,NN5,NBW5)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C      ESTA SUBROTINA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES
C
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION F(NN5),X(NN5),A(NN5,NBW5)
      X(1) = F(1)/A(1,1)
      DO 100 I=2,N
      NF = NBW-1
      IM1 = I-1
      IF(NF.LE.IM1) GOTO 102
      NF=IM1
102     SUM=0.0
      DO 101 K=1,NF
      IMK=I-K
      KP1=K+1
101     SUM = SUM + A(IMK,1)*A(IMK,KP1)*X(IMK)
      X(I) = (F(I) - SUM)/A(I,1)
100     CONTINUE
      DO 110 II=2,N
      I=N+1-II
      NF=NBW-1
      NMI=N-I
      IF(NF.LE.NMI) GOTO 103
      NF=NMI
103     SUM = 0.0
      DO 111 K=1,NF
      KP1=K+1
      IPK=I+K
111     SUM = SUM + A(I,KP1)*X(IPK)
      X(I) = X(I)-SUM
110     CONTINUE
      RETURN
      END

```

FILE DECOMP FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
C      SUBROUTINE DECOMP(N,NBW,A,NN5,NBW5)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C      ESTA SUBROTINA FAZ A DECOMPOSICAO DA MATRIZ GLOBAL BANDADA PELO
C      METODO DE CHOLESKI
C
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(NN5,NBW5)
      DO 101 I=1,N
      IP = N-I+1
      IF(IP.LE.NBW) GOTO 105
      IP = NBW
105    DO 102 J=1,IP
      NF = NBW-J
      IM1= I-1
      IF(NF.LE.IM1) GOTO 106
      NF = IM1
106    SUM = 0.0
      IF(NF.EQ.0) GOTO 104
      DO 103 K=1,NF
      IMK=I-K
      KP1=K+1
      KPJ=K+J
103    SUM = SUM + A(IMK,1)*A(IMK,KP1)*A(IMK,KPJ)
104    A(I,J) = A(I,J)-SUM
      IF(J.LE.1) GOTO 102
      A(I,J) = A(I,J)/A(I,1)
102    CONTINUE
101    CONTINUE
      RETURN
      END

```

FILE TENS FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
SUBROUTINE TENS(CO,NIN,PAR,DR,DZ,PP,NTN,NTE,NMAT,KT,IMP)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C      ESTA SUBROGTINA CALCULA O TENSOR DAS TENSOES E AS PRESSCOES NO
C      CENTRO DE CADA ELEMENTO
C
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION CO(NTN,2),NININTE,10),PAR(NMAT,10)
      DIMENSION DR(1),DZ(1),PP(1),PIL(8),FN(8),CIP(1)
      DIMENSION DE(4,4),VD(16),AX(4,16),BTR(4,16),PS( 8),TEN(4)
C
      IF(KT.GT.1) GOTO 2
      CU=PAR(1,8)
      YR=PAR(1,9)
      RU=PAR(1,10)
C
      GOTO (7,9,7,9),IMP
      WRITE(6,1)
      1  FORMAT(5X,80(' '),//,7X,'ELE.',7X,'TRR',9X,'TTE',9X,'TZZ',9X,
        .  'TRZ',9X,'PRESSAD ',/, ' ')
C
      DO 10 I=1,NTE
C
      MA=NIN(I,10)
      CP=PAR(MA,2)
      CDEF=PAR(MA,1)/((1.+CP)*(1.-2.*CP))
      DE(1,1)=1.-CP
      DE(2,2)=1.-CP
      DE(3,3)=1.-CP
      DE(1,2)=CP
      DE(1,3)=CP
      DE(2,1)=CP
      DE(2,3)=CP
      DE(3,1)=CP
      DE(3,2)=CP
      DE(1,4)= 0.
      DE(2,4)= 0.
      DE(3,4)= 0.
      DE(4,1)= 0.
      DE(4,2)= 0.
      DE(4,3)= 0.
      DE(4,4) = (1.-2.*CP)/2.
      DO 12 M=1,4
      DO 12 N=1,4
      12  DE(M,N) = DE(M,N)*CDEF
      IF(NIN(I,9).EQ.1) NE=6
      IF(NIN(I,9).EQ.2) NE=8
      JM=2*NE
C
      NEM1=NE+1
      DO 15 JG =1,NEM1
      15  READ(1) ((BTR(L,K),K=1,JM),L=1,4),(FN(KP),KP=1,NE),CI
      DO 23 L=1,NE
      K=NIN(I,L)

```

FILE TENS FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```
PS(L) = PP(K)
VD(L) = DR(K)
24 VD(L+NE) = DZ(K)
CALL PROD (DE,BTR,AX,4,4,JM)
CALL PROD (AX,VD,TEN,4,JM,1)
C CALCJLO DAS PRESSOES
IF(NE.EQ.8) GOTO 24
PORO = (-1./9.)*(PS(1)+PS(2)+PS(3)) + (4./9.)*(PS(4)+PS(5)+PS(6))
GOTO 26
24 PORO=- (PS(1)+PS(2)+PS(3)+PS(4))/4. + (PS(5)+PS(6)+PS(7)+PS(8))/2.
C
26 GOTO (27,29,27,29),IMP
27 WRITE(6,28) I,(TEN(J),J=1,4),PORO
28 FORMAT(5X,15,5X,5E12.4)
29 CONTINUE
C
RETURN
END
```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/8

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
SUBROUTINE PRINCI(CO,NIN,PAR,NUEC,NULC,TR,TZ,DR,DZ,PP,TEMPOS,Q,
.      NUNR,NUNZ,NUNP,VR,VZ,VP,VA,VG,CIP,XG,NTN,NTE,
.      NTEMP,NMAT,NNR,NNZ,NNP,NLC,NG,LBAND)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION CO(NTN,2),NIN(NTE,10),PAR(NMAT,10)
DIMENSION TR(NLC,3),TZ(NLC,3),XG(NG,LBAND)
DIMENSION NUEC(1),NULC(1),DR(1),DZ(1),PP(1),TEMPOS(NTEMP,2),Q(1),
.      NUNR(1),NUNZ(1),NUNP(1),VR(1),VZ(1),VP(1),VA(1),VG(1),CIP(1)
COMMON /LIST1/ R1(16,16),R2(8,8),R3(16,8),R3T(8,16)
COMMON /LIST2/ XK(24,24),VK(24),VK1(8),VK2(16)
COMMON /LIST3/ FN( 8),DN(2, 8),FC( 8),DI(2, 8)
COMMON /LIST4/ VM1(16),VM2(16),VM3( 8)
COMMON /LIST5/ P1(16),P2(16)
DIMENSION RQI(16),RPI(8),RPI(8),RP2(8)
C
C      ..... LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS DE ENTRADA .....
C
READ(5,4)FR,FZ,AP
4      FORMAT(3F10.2)
WRITE(6,5) FR,FZ,AP
5      FORMAT(5X,80(' '),/,5X,80(' '),//,20X,' FORÇAS DE VOLUME',//,15X,
.      ('FR =',F8.2,5X,'FZ =',F8.2,5X,'ALTURA =',F8.2) )
C
READ(5,6) (CO(I,1),CO(I,2),I=1,NTN)
6      FORMAT(2F10.3)
WRITE(6,7) (1,CO(I,1),CO(I,2),I=1,NTN)
7      FORMAT(5X,80(' '),/,5X,80(' '),//,'          ELEMENTO          CCOORD R
.      CCOORD Z',//,15X,I3,5X,F10.3,5X,F10.3) )
C
IF(NLC.EQ.0) GOTO 10
READ(5, 8) (NUEC(J),NULC(J),Q(J), (TR(J,I),TZ(J,I),I=1,3),J=1,NLC)
8      FORMAT(2I5,7F8.3)
WRITE(6, 9) (NUEC(J),NULC(J),Q(J), (TR(J,I),TZ(J,I),I=1,3),J=1,NLC)
9      FORMAT(5X,80(' '),/,5X,80(' '),//,30X,' VAZÕES E TRACÇOS CONHECIDOS
.      ' ,//,11X,' ELE.          NO. DE LADO          VAZAO          TR1          TZ1
2 TR2          TZ2          TR3          TZ3',//,12(9X,I5),3X,7F10.3) )
C
10     READ(5,12) (( PAR(L,M),M=1,10),L=1,NMAT)
12     FORMAT(5E10.3)
WRITE(6,13) (L,(PAR(L,M),M=1,10),L=1,NMAT)
13     FORMAT(5X,80(' '),/,5X,80(' '),//,30X,' PARAMETROS DO SOLO',//,5X,
.      'MAT.          YOUNG          POISSON          GAMAW          GAMAS          KRR
.      KRZ          KZZ          COESAO          IR          RU',
.      //,(5X,I3,4X,10(2X,E9.3)) )
C
14     READ(5,14) ( TEMPOS(M,N),N=1,2),M=1,NTEMP)
14     FORMAT(F15.3,F5.2)
WRITE(6,15) (L,TEMPOS(L,1),L=1,NTEMP)
15     FORMAT(5X,80(' '),/,5X,80(' '),//,30X,' SUCESSO C DOS TEMPOS',//,5X,
.      ' NO          TEMPOS',//,15X,I3,5X,F15.3) )
C

```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/8

```

      IF(NNR.EQ.0) GOTO 18
      READ(5,15)(NUNR(L),VR(L),L=1,NNR)
16     FORMAT(I5,F10.5)
      WRITE(6,17) (NUNR(L),VR(L),L=1,NNR)
17     FORMAT(5X,80('*'),/,5X,80('*'),//,30X,'CONDICOES DE CONTORNO',//,
      .      ' N. DO ELE.          VDR',//,(5X,I3,10X,F 7.3) )
C
18     IF(NNZ.EQ.0) GOTO 20
      READ(5,16)(NUNZ(M),VZ(M),M=1,NNZ)
      WRITE(6,19) (NUNZ(M),VZ(M),M=1,NNZ)
19     FORMAT(5X,80('*'),//,' N. DO ELE.          VDZ',//,(5X,I3,10X,
      .      F7.3))
C
20     IF(NNP.EQ.0) GOTO 22
      READ(5,16)(NUNP(N),VP(N),N=1,NNP)
      WRITE(6,21)(NUNP(N),VP(N),N=1,NNP)
21     FORMAT(5X,80('*'),//,' N. DO ELE.          VPU',//,(5X,I3,10X,
      .      F7.3))
C
C      ..... INICIO DOS CALCULOS .....
C
C      ARMAZENAGEM DAS CONDICOES INICIAIS DE DESLOCAMENTO E PRESS/D'
C
C
22  DO 32 L=1,NTN
      JJ=3*L-2
      VA(JJ)=0.
      VA(JJ+1)=0.
32  VA(JJ+2)= 0.00
C
C      ..... INICIO DO 'LOOP' SOBRE O TEMPO .....
C
      REWIND1
      REWIND2
      REWIND3
      SOMA2=0.
      NPAS = NTEMP-1
      DO 1000 KT=1,NPAS
      KT1 = KT+1
      DT = TEMPOS(KT1,1) - TEMPOS(KT,1)
C
      DO 48 IE=1,NG
      VG(IE)=0.
      DO 48 JE=1,LBAND
      XG(IE,JE)=0.
48  CONTINUE
      IF(KT.GT.1) GOTO 49
C
      REWIND1
      REWIND2
      REWIND3
C
C      ..... PRIMEIRO 'LOOP' SOBRE OS ELEMENTOS .....
C
      DO 500 IN=1,NTE

```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/8

```

ITE=NIN(IN,9)
IF(ITE.EQ.1) NN=6
IF(ITE.EQ.2) NN=8
I = IN
J2= 2*NN
C ..... CHAMA A SUBROTINA MATRIZ .....
C
CALL MATRIZ (CO,NIN,PAR,NUEC,NULC,TR,TZ,Q,I,NN,J2,FR,FZ,AP,NLC,
*          NTN,NTE,NMAT )
C
NE = NN
JM = 2*NE
C
C   ARMAZENAGEM DAS MATRIZES E VETORES ELEMENTARES NOS TAPES 2 E 3
C
WRITE(2) ((R1(IA,JA),JA=1,JM),IA=1,JM),((R2(IB,JB),JB=1,NE)
* ,IB=1,NE),((R3(IC,JC),JC=1,NE),IC=1,JM)
WRITE(3)((VK2(KA),KA=1,JM),(VK1(KB),KB=1,NE)
500 CONTINUE
ENDFILE1
ENDFILE2
ENDFILE3
C
49 CONTINUE
REWIND2
REWIND3
C
C ..... SEGUNDO "LOOP" SOBRE OS ELEMENTOS .....
C
DO 600 IR = 1,NTE
ITE=NIN(IR,9)
IF(ITE.EQ.1) NE=6
IF(ITE.EQ.2) NE=8
JM=2*NE
C   LEITURA DOS BLOCOS DAS MATRIZES ELEMENTARES
READ(2)((R1(IA,JA),JA=1,JM),IA=1,JM),((R2(IB,JB),JB=1,NE),IB=1,NE)
* ,((R3(IC,JC),JC=1,NE),IC=1,JM)
C
DO 50 IS=1,JM
DO 50 IT=1,NE
50 R3T(IT,IS) = R3(IS,IT)
C
DO 59 N=1,JM
DO 59 J=1,JM
59 XK(N,J) = R1(N,J)
DO 62 K=1,NE
DO 62 L=1,NE
62 XK(K+JM,L+JM) = - R2(K,L)*DT/2.
DO 65 KL=1,NE
DO 66 KC=1,JM
XK(KL+JM,KC) = R3T(KL,KC)
66 XK(KC,KL+JM) = R3(KC,KL)
C
C   ZERAGEM DE RP1 E RP2
DO 168 J=1,NE

```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

RP1(J)=0.
168 RP2(J)=0.
C
DO 175 K=1,NE
JN=NIN(IR,K)
JI=3*JN-2
RQI(K ) = VA(JI )
RQI(K+NE) = VA(JI+1)
RPI(K ) = VA(JI+2)
175 CONTINUE
DO 178 N=1,NE
DO 178 J=1,JM
178 RP1(N) = RP1(N) + R3T(N,J)*RQI(J)
DO 181 K=1,NE
DO 181 L=1,NE
181 RP2(K) = RP2(K) + R2(K,L)*RPI(L)
C
C LEITURA DAS PARTES DO VETOR ELEMENTAR
READ(3)(VK2(KA),KA=1,JM),(VK1(KB),KB=1,NE)
C
C ..... MONTAGEM DO VETOR GLOBAL E DA MATRIZ GLOBAL BANDADA
C
DO 67 JI=1,JM
67 VK(JI) = VK2(JI)
DO 68 JL =1,NE
68 VK(JL+JM) = RP1(JL) + 0.5*DT*RP2(JL) + DT*VK1(JL)
C
DO 87 MM=1,NE
M=3*VIN(IR,MM)
VG(M-2) = VG(M-2) + VK(MM )
VG(M-1) = VG(M-1) + VK(MM+NE)
VG(M ) = VG(M ) + VK(MM+JM)
C
DO 86 NN=1,NE
N=3*VIN(IR,NN)
C
IF(M.GT.N) GOTO 86
XG(M-2,N-M+1) = XG(M-2,N-M+1) + XK(MM ,NN )
C
XG(M-2,N-M+2) = XG(M-2,N-M+2) + XK(MM ,NN+NE)
XG(M-2,N-M+3) = XG(M-2,N-M+3) + XK(MM ,JM+NN)
XG(M-1,N-M+1) = XG(M-1,N-M+1) + XK(MM+NE,NN+NE)
C
XG(M-1,N-M+2) = XG(M-1,N-M+2) + XK(MM+NE,JM+NN)
XG(M ,N-M+1) = XG(M ,N-M+1) + XK(JM+MM,JM+NN)
C
IF(M.EQ.N) GOTO 86
XG(M-1,N-M ) = XG(M-1,N-M ) + XK(MM+NE,NN )
XG(M ,N-M-1) = XG(M ,N-M-1) + XK(JM+MM,NN )
XG(M ,N-M ) = XG(M ,N-M ) + XK(JM+MM,NN+NE)
C
86 CONTINUE
87 CONTINUE
C
600 CONTINUE

```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/8

```

C
C ..... IMPOSICAO DAS CONDICAOES DE CONTCRNC .....
C
C   DESLOCAMENTOS RADIAS
DO 102 L=1,NNR
LL = NUNR(L)
LIMP=3*LL-2
NZD=MINO(LBAND,LIMP)
NM1=NZD-1
IF(NM1.EQ.0) GOTO 98
NIV = MINO(NG-LIMP+1,LBAND)
NIVML = NIV+LIMP-1
DO 96 JD=LIMP,NIVML
96  VG(JD) = VG(JD) - XG(LIMP,JD-LIMP+1)*VR(L)
DO 97 KL=1,NM1
VG(LIMP-KL) = VG(LIMP-KL) - XG(LIMP-KL,KL+1)*VR(L)
97  XG(LIMP-KL,KL+1) = 0.0
98  XG(LIMP, 1) = 1.
VG(LIMP) = VR(L)
DO 101 JL=2,LBAND
101 XG(LIMP,JL)=0.
102 CONTINUE
C
C   DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS
DO 116 M=1,NNZ
MM=NUNZ(M)
LIMP=3*MM-1
NZD=MINO(LBAND,LIMP)
NM1=NZD-1
NIV = MINO(NG-LIMP+1,LBAND)
NIVML = NIV+LIMP-1
DO 110 JE=LIMP,NIVML
110 VG(JE) = VG(JE) - XG(LIMP,JE-LIMP+1)*VZ(M)
DO 111 KM=1,NM1
VG(LIMP-KM) = VG(LIMP-KM) - XG(LIMP-KM,KM+1)*VZ(M)
111 XG(LIMP-KM,KM+1) = 0.
XG(LIMP, 1) = 1.
VG(LIMP) = VZ(M)
DO 115 JK=2,LBAND
115 XG(LIMP,JK)=0.
116 CONTINUE
C
C   PORO PRESSAO
DO 130 N=1,NNP
NN=NUNP(N)
LIMP=3*NN
NZD=MINO(LBAND,LIMP)
NM1=NZD-1
NIV = MINO(NG-LIMP+1,LBAND)
NIVML = NIV+LIMP-1
DO 124 JF=LIMP,NIVML
124 VG(JF) = VG(JF) - XG(LIMP,JF-LIMP+1)*VP(N)
DO 125 KN=1,NM1
VG(LIMP-KN) = VG(LIMP-KN) - XG(LIMP-KN,KN+1)*VP(N)
125 XG(LIMP-KN,KN+1) = 0.

```

FILE PRIN FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

XG(LIMP, 1) = 1.
VG(LIMP) = VP(N)
DO 129 JM=2, LBAND
129 XG(LIMP, JM) = 0.
130 CONTINUE
C
C ..... CHAMA AS SUBROTINAS PARA A SOLUCAO DO SISTEMA .....
C
CALL DECOMP (NG, LBAND, XG, NG, LBAND)
CALL SOLVEB (NG, LBAND, VG, VA, XG, NG, LBAND)
C
DO 137 J=1, NTN
K=3*J-2
DR(J) = VA(K)
DZ(J) = VA(K+1)
137 PP(J) = VA(K+2)
C
C ..... IMPRESSAO DOS RESULTADOS .....
C
WRITE(6, 138) KT, TEMPOS(KT, 1), DT
138 FORMAT(5X, 80(' '), //, 15X, ('PASSO', 13, 5X, 'TEMPO =', F8.3, 5X, 'DT =',
. F8.3) )
C
IMP = TEMPOS(KT, 2)
GOTO (139, 139, 143, 143), IMP
139 WRITE(6, 141) (J, DR(J), DZ(J), PP(J), J=1, NTN)
141 FORMAT(//, (8X, 'NO', 14X, 'DR', 14X, 'DZ', 14X, 'PP'), //,
. (5X, I5, 5X, 3E15.4) )
143 CONTINUE
C
REWIND1
C ..... CHAMA A SUBROTINA PARA CALCULO DAS TENSOES .....
C
CALL TENS (CO, NIN, PAR, DR, DZ, PP, CIP, NTN, NTE, NMAT, KT, SOMA2, IMP)
C
DO 149 NK=1, NTN
NJ=3*NK-2
VA(NJ) = DR(NK)
VA(NJ+1) = DZ(NK)
VA(NJ+2) = PP(NK)
149 CONTINUE
C
1000 CONTINUE
RETURN
END

```

FILE FABRIC FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUTB501+ SLU312 13/11/95

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
SUBROUTINE FABRIC(CO,NIN,PAR,NP,I,NE,JM,ZZ,RR,ARE,FR,FZ,AP,NLC,CI,
      NTN,NTE,NMAT)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C      ESTE SUBROTINA FABRICA AS MATRIZES R1,R2,R3, E OS VETORES
C      VM1,VM2 E VM3
C
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      REAL*8 PW
      DIMENSION CO(NTN,2),NIN(NTE,10),PAR(NMAT,10)
      COMMON /LIST1/ R1(16,16),R2(8,8),R3(16,8),R3T(8,16)
      COMMON /LIST2/ XK(24,24),VK(24),VK1(8),VK2(16)
      COMMON /LIST3/ FN( 8),DN(2, 8),FC( 8),DI(2, 8)
      COMMON /LIST4/ VM1(16),VM2(16),VM3( 8)
      DIMENSION BE(16,16)
      DIMENSION PW( 9,2)
      DATA PW / .22500000,3*.13235415,3*.12593918,2*.00003000,
      .19753086,4*.12345679,4*.07716049/
C
      NK = NIN(I,9)
C
      DO 1 J=1,JM
      DO 1 L=1,JM
      BE(J,L)=0.0
C
1      CONTINUE
C
      PROPRIEDADES DOS MATERIAS
      MA = NIN(I,10)
      E = PAR(MA,1)
      CP = PAR(MA,2)
      PRR = PAR(MA,5)
      PRZ = PAR(MA,6)
      PZZ = PAR(MA,7)
      COEF = E / ( (1.+CP) * (1.-2.*CP) )
      GAMAW = PAR(MA,3)
      GAMAS = PAR(MA,4)
      CU = PAR(MA,8)
      YR = PAR(MA,9)
      RU = PAR(MA,10)
C
C      ..... CALCULO DE VM1, VM2 E VM3 .....
C
      RLIM = RU*DSQRT(YR)
      IF(ZZ.LE.AP) GOTO 4
      RLIM = RU*YR**0.333333333
      HIPO = DSQRT(RR**2 + (ZZ-AP)**2)
      VCOS = RR/HIPO
      VSEN = (ZZ-AP)/HIPO
      IF(HIPO.GT.RLIM) GOTO 2
      SIGR = (2.*CU* (2. - 3.*VSEN**2) )/3.
      SIGT = - (2.*CU)/3.
      SIGZ = (2.*CU* (2. - 3.*VCOS**2) )/3.
      TARZ = 2.*CU*VSEN*VCOS
      GOTO 7

```

FILE FABRIC FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/8

```

2   VST = (4.*CU*(RLIM/HIPD)**3)/3.
   Sigr = VST*(2. - 3.*VSEN**2)/2.
   SIGT = -VST/2.
   SIGZ = VST*(2. - 3.*VCOS**2)/2.
   TARZ = 3.*VST * VSEN*VCOS/2.
   GOTO 7
4   IF(RR.GT.RLIM) GOTO 6
   Sigr = CU
   SIGT = -CU
   SIGZ = 0.
   TARZ = 0.
   GOTO 7
6   Sigr = CU*(RLIM/RR)**2
   SIGT = -Sigr
   SIGZ = 0.
   TARZ = 0.
7   CONTINUE
C
   CI = ARE*PW(NP,NK)*RR
   DO 20 K=1,NE
   VM1(K) = VM1(K) + (DN(1,K)*Sigr + DN(2,K)*TARZ + FC(K)*SIGT)*CI
   VM1(K+NE) = VM1(K+NE) + (DN(2,K)*SIGZ + DN(1,K)*TARZ)*CI
   VM2(K) = VM2(K) + (FN(K)*GAMAS*FR)*CI
   VM2(K+NE) = VM2(K+NE) + (FN(K)*GAMAS*FZ)*CI
   VM3(K) = VM3(K) + (GAMA*FZ*(DN(1,K)*PRZ + DN(2,K)*PZZ))*CI
20  CONTINUE
C
C   ..... FORMACAO DAS MATRIZES R1,R2,R3 E R3T .....
   C1=1.-CP
   C2=(1.-2.*CP)/2.
C
   DO 29 J=1,NE
   DO 29 K=1,NE
   BE(J,K)=(DN(1,J)*DN(1,K)+FC(J)*FC(K))*C1+(FC(J)*DN(1,K)+DN(1,J)*
           FC(K))*CP+DN(2,J)*DN(2,K)*C2
   BE(J+NE,K)=(DN(2,J)*DN(1,K)+DN(2,J)*FC(K))*CP+DN(1,J)*DN(2,K)*C2
   BE(J,K+NE)=(DN(1,J)+FC(J))*DN(2,K))*CP+DN(2,J)*DN(1,K)*C2
   BE(J+NE,K+NE)=DN(2,J)*DN(2,K)*C1+DN(1,J)*DN(1,K)*C2
29  CONTINUE
C
   DO 32 LL=1,JM
   DO 32 LC=1,JM
32  R1(LL,LC) = R1(LL,LC) + BE(LL,LC)*CI*CDEF
   DO 35 K=1,NE
   DO 35 L=1,NE
35  R2(K,L) = R2(K,L) +(DN(1,K)*DN(1,L)*PRR + DN(2,K)*DN(2,L)*PZZ +
           (DN(2,K)*DN(1,L) + DN(1,K)*DN(2,L))*PRZ)*CI
   DO 40 NL=1,NE
   DO 40 NJ=1,NE
   R3(NL,NJ) = R3(NL,NJ) + (DN(1,NL)+FC(NL))*FN(NJ)*CI
   R3(NL+NE,NJ) = R3(NL+NE,NJ) + DN(2,NL)*FN(NJ)*CI
40  CONTINUE
C
   RETURN
   END

```

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/95

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
SUBROUTINE MATRIZ (CO,NIN,PAR,NUEC,NULC,TR,TZ,C,I,NE,JM,FR,FZ,AP,
1      NLC,NTN,NTE,NMAT )
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
REAL*8 S,T,VL,PGT,PGR,H
DIMENSION CO(NTN,2),NIN(NTE,10),PAR(NMAT,10)
DIMENSION NUEC(1),NULC(1),Q(1),TR(NLC,3),TZ(NLC,3)
COMMON /LIST1/ R1(16,16),R2(8,8),R3(16,8),R3T(8,16)
COMMON /LIST2/ XK(24,24),VK(24),VK1(8),VK2(16)
COMMON /LIST3/ FN( 8),DN(2, 8),FC( 8),DI(2, 8)
COMMON /LIST4/ VM1(16),VM2(16),VM3( 8)
COMMON /LIST5/ P1(16),P2(16)
DIMENSION R( 8),Z( 8),BC(2,3),D(3),CL(4),F( 8),QV( 8),TC(16),
      BTR(4,16),TTR(8),TTZ(8),BE(16,16),DF( 8)
DIMENSION S( 9),T( 9),VL( 7,3),PGT(3),PGR(3),H(3),
      INT(3,3),INR(3,4)
DATA S / .00000000, .00000000, .00000000, .77459667,-.77459667,
      .77459667,-.77459667, .77459667,-.77459667/
DATA T / .00000000,-.77459667, .77459667, .00000000, .00000000,
      -.77459667,-.77459667, .77459667, .77459667/
DATA VL / .33333333,.05971587,.47014206,.47014206,.79742698,
      .10128650,.10128650,.33333333,.47014206,.05971587,
      .47014206,.10128650,.79742698,.10128650,.33333333,
      .47014206,.47014206,.05971587,.10128650,.10128650,
      .79742698/
DATA PGT / .88729834,.50000000,.11270166/
DATA PGR / -.77459667,.00000000,.77459667/
DATA H / .55555556,.88888888,.55555556/
DATA INT / 2,3,5,1,3,6,1,2,4/
DATA INR / 1,2,5,2,3,6,3,4,7,1,4,8/

C
C      ESTA SUB ROTINA CALCULA AS MATRIZES E VETORES
C      ELEMENTARES.
C
C      ZERAGEM DAS TABELAS
DO 4 IC=1,JM
DO 4 IL=1,JM
DO 4 JC=1,NE
DO 4 JL=1,NE
R1(IL,IC)=0.
VM1(IC)=0.
VM2(IC)=0.
P1(IC)=0.
R2(JL,JC)=0.
VM3(JC)=0.
P2(JC)=0.
R3(IL,JC)=0.
R3T(JC,IL)=0.
IF(NE.EQ.8) GOTO 81

C
C      CALCULOS PARA OS ELEMENTOS TRIANGULARES
DO 9 JJ=1,6

```

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLUB12 13/11/85

```

K=NIN(I,JJ)
R(JJ)=CO(K,1)
9  Z(JJ)=CO(K,2)
BC(1,1) = Z(3)-Z(2)
BC(1,2) = Z(1)-Z(3)
BC(1,3) = Z(2)-Z(1)
BC(2,1) = R(3)-R(2)
BC(2,2) = R(1)-R(3)
BC(2,3) = R(2)-R(1)
ARE= (R(1)*BC(1,1) + R(2)*BC(1,2) + R(3)*BC(1,3))/2.
IF(ARE.LE.0.) WRITE(6,18) I,ARE
18  FORMAT(10X,'***ERRO*** ELEMENTO',15,' AREA =',F10.3)
DO 19 IL=1,3
19  CL(IL)= DSQRT(BC(1,IL)**2 + BC(2,IL)**2)
C
C ..... INICIO DO 'LOOP' SOBRE OS PONTOS DE GAUSS .....
DO 43 NP=1,7
RR=0.
ZZ=0.
C
CALCULO DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE GAUSS
DO 24 LL=1,3
RR = RR+R(LL)*VL(NP,LL)
24  ZZ = ZZ+Z(LL)*VL(NP,LL)
C
CALCULO DAS FUNCOES DE INTERPOLACAO E SUAS DERIVADAS
DO 26 M=1,3
26  FN(M) = 2.*VL(NP,M)**2 - VL(NP,M)
FN(4) = 4.*VL(NP,1)*VL(NP,2)
FN(5) = 4.*VL(NP,2)*VL(NP,3)
FN(6) = 4.*VL(NP,3)*VL(NP,1)
C
DO 34 J=1,2
DO 32 L=1,3
32  DN(J,L) = (4.*VL(NP,L) - 1.)*BC(J,L)/(2.*ARE)
DN(J,4) = 2.*(VL(NP,2)*BC(J,1) + VL(NP,1)*BC(J,2))/ARE
DN(J,5) = 2.*(VL(NP,3)*BC(J,2) + VL(NP,2)*BC(J,3))/ARE
DN(J,6) = 2.*(VL(NP,1)*BC(J,3) + VL(NP,3)*BC(J,1))/ARE
34  CONTINUE
DO 35 JK=1,6
35  FC(JK) = FN(JK)/RR
C
IF(NP.GT.1) GOTO 39
DO 37 L=1,4
DO 37 K=1,3
37  BTR(L,K)=0.
DO 38 LI=1,NE
BTR(1,LI) = DN(1,LI)
BTR(2,LI) = FC(LI)
BTR(3,LI+NE) = DN(2,LI)
BTR(4,LI) = DN(2,LI)
38  BTR(4,LI+NE) = DN(1,LI)
C
39  NQ=NP
IJ=I

```

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

I2=2*NE
C ..... CHAMA A SUBROTINA FABRIC .....
CALL FABRIC (CO,NIN,PAR,NQ,IJ,NE,I2,ZZ,RR,ARE,FR,FZ,AP,NLC,CI,
NTN,NTE,NMAT )
WRITE(1) ((BTR(IF,JF),JF=1,JM),IF=1,4),(FN(KP),KP=1,6),CI
C
43 CONTINUE
C
C CALCULO DO TERMOS DE FRONTEIRA PARA O TRIANGULO
IF(NLC.EQ.0) GOTO 166
DO 79 M=1,NLC
IF(I.EQ.NUEC(M)) GOTO 50
GOTO 79
50 NL=NULC(M)
C
DO 78 K=1,3
DO 53 IO=1,JM
53 TC(IO)=0.
DO 55 JO=1,NE
55 QV(JO)=0.
RL=0.
DO 60 J=1,3
NC=INT(IJ,NL)
TTR(NC) = TR(M,J)
60 TTZ(NC) = TZ(M,J)
C
F(INT(1,NL)) = PGT(K)*(2.*PGT(K) - 1.)
F(INT(2,NL)) = PGT(K)*(2.*PGT(K) - 3.) + 1.
F(INT(3,NL)) = PGT(K)*(1. - PGT(K))*4.
RL = R(INT(1,NL))*PGT(K) + R(INT(2,NL))*(1.-PGT(K))
DO 73 L=1,3
NC = INT(L,NL)
DO 73 N=1,3
ND = INT(N,NL)
TC(NC) = TC(NC) + F(NC)*F(ND)*TTR(ND)
TC(NC+NE) = TC(NC+NE) + F(NC)*F(ND)*TTZ(ND)
73 QV(NC) = QV(NC) + F(NC)*F(ND)*Q(M)
C
DO 75 JJ =1,JM
75 P1(JJ) = P1(JJ) + TC(JJ)*RL*H(K)*CL(NL)/2.
DO 77 LL=1,NE
77 P2(LL) = P2(LL) + QV(LL)*RL*H(K)*CL(NL)/2.
78 CONTINUE
C
79 CONTINUE
C
GO TO 166
C
C CALCULOS PARA OS ELEMENTOS QUADRILATERAIS
81 DO 84 N=1,8
K = NIN(I,N)
R(N) =CO(K,1)
84 Z(N) =CO(K,2)
C
C ..... INICIO DO 'LOOP' SOBRE OS PONTOS DE GAUSS .....

```

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

DO 124 NP=1,9

RR = 0.

ZZ = 0.

C
C CALCULO DAS FUNCOES DE INTERPOLACAO E SUAS DERIVADAS

FN(4) = (1.-S(NP))*(1.-T(NP))*(-S(NP)-T(NP)-1.)/4.

FN(3) = (1.+S(NP))*(1.-T(NP))*(S(NP)-T(NP)-1.)/4.

FN(2) = (1.+S(NP))*(1.+T(NP))*(S(NP)+T(NP)-1.)/4.

1 FN(1) = (1.-S(NP))*(1.+T(NP))*(-S(NP)+T(NP)-1.)/4.

FN(7) = (1.-T(NP))*(1.-S(NP)**2)/2.

FN(6) = (1.+S(NP))*(1.-T(NP)**2)/2.

FN(5) = (1.+T(NP))*(1.-S(NP)**2)/2.

FN(8) = (1.-S(NP))*(1.-T(NP)**2)/2.

C
DI(1,4)=(T(NP)-T(NP)**2 + 2.*S(NP)*(1.-T(NP)))/ 4.

DI(1,3)=(-T(NP)+T(NP)**2 + 2.*S(NP)*(1.-T(NP)))/ 4.

DI(1,2)=(T(NP)+T(NP)**2 + 2.*S(NP)*(1.+T(NP)))/ 4.

DI(1,1)=(-T(NP)-T(NP)**2 + 2.*S(NP)*(1.+T(NP)))/ 4.

DI(1,7)= S(NP)*(T(NP) - 1.)

DI(1,6)= (1.-T(NP)**2)/ 2.

DI(1,5)= -S(NP)*(1. + T(NP))

DI(1,8)= (T(NP)**2 - 1.)/ 2.

C
DI(2,4) = (S(NP)-S(NP)**2 + 2.*T(NP)*(1.-S(NP)))/ 4.

DI(2,3) = (-S(NP)-S(NP)**2 + 2.*T(NP)*(1.+S(NP)))/ 4.

DI(2,2) = (S(NP)+S(NP)**2 + 2.*T(NP)*(1.+S(NP)))/ 4.

DI(2,1) = (-S(NP)+S(NP)**2 + 2.*T(NP)*(1.-S(NP)))/ 4.

DI(2,7) = (S(NP)**2 - 1.)/ 2.

DI(2,6) = -T(NP)*(1. + S(NP))

DI(2,5) = (1. - S(NP)**2)/ 2.

DI(2,8) = T(NP)*(S(NP) - 1.)

C
C CALCULO DA MATRIZ E DO DETERMINANTE JACOBIANOS

EJ11=0.

EJ12=0.

EJ21=0.

EJ22=0.

C
DO 90 IS=1,8

EJ11=EJ11+DI(1,IS)*R(IS)

EJ12=EJ12+DI(1,IS)*Z(IS)

EJ21=EJ21+DI(2,IS)*R(IS)

90 EJ22=EJ22+DI(2,IS)*Z(IS)

DETJ= EJ11*EJ22 - EJ12*EJ21

ARE = DETJ*4

IFIARE.LE.0.) WRITE(6,85) I,ARE

85 FORMAT(10X,'*** ERRO *** ELEMENTO',15,' AREA =',F10.3)

C
DO 91 IT=1,8

DN(1,IT) = (EJ22*DI(1,IT) - EJ12*DI(2,IT))/DETJ

91 DN(2,IT) = (-EJ21*DI(1,IT) + EJ11*DI(2,IT))/DETJ

C
C CALCULO DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE GAUSS

DO 100 NS=1,8

RR = RR + FN(NS)*R(NS)

100 ZZ = ZZ + FN(NS)*Z(NS)

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

DO 102 JK=1,8
102 FC(JK) = FN(JK)/RR
C
IF(NP.GT.1) GOTO 108
DO 106 L=1,4
DO 106 K=1,JM
106 BTR(L,K)=0.
DO 107 LI=1,NE
BTR(1,LI) = DN(1,LI)
BTR(2,LI) = FC(LI)
BTR(3,LI+NE) = DN(2,LI)
BTR(4,LI) = DN(2,LI)
107 BTR(4,LI+NE) = DN(1,LI)
C
102 NQ=NP
IJ=I
I2=2*NE
C
CALL FABRIC (CO,NIN,PAR,NQ,IJ,NE,I2,ZZ,RR,ARE,FR,FZ,AP,NLC,CI,
NTN,NTE,NMAT )
WRITE(1) ((BTR(IF,JF),JF=1,JM),IF=1,4),(FN(KP),KP=1,8),CI)
C
124 CONTINUE
C
CALCULO DOS TERMOS DE FRONTEIRA PARA O RETANGULO
IF(NLC.EQ.0) GOTO 166
DO 165 M=1,NLC
IF(I.EQ.NUEC(M)) GOTO 131
GOTO 165
131 NL=NULC(M)
N1=INR(1,NL)
N2=INR(2,NL)
N3=INR(3,NL)
C
DO 164 K=1,3
C
DO 141 ID=1,JM
141 TC(ID)=0.
DO 143 JD=1,NE
143 QV(JD)=0.
RL=0.
DO 149 L=1,3
NC = INR(L,NL)
TTR(NC) = TR(M,L)
TTZ(NC) = TZ(M,L)
149 CONTINUE
C
V=1.0
IF(NL.EQ.1.OR.NL.EQ.2) V=-1.0
F(N1)= 0.5*(1.+V*PGR(K))*PGR(K)*V
F(N2)= -0.5*(1.-V*PGR(K))*PGR(K)*V
F(N3)= 1.0 - PGR(K)**2
RL = F(N1)*R(N1) + F(N2)*R(N2) + F(N3)*R(N3)
C
DF(N1) = PGR(K) + 0.5

```

FILE MATRIZ FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```
DF(N2) = PGR(K) - 0.5
DF(N3) = -2.*PGR(K)
```

C

```
DER = DF(N1)*R(N1) + DF(N2)*R(N2) + DF(N3)*R(N3)
DEZ = DF(N1)*Z(N1) + DF(N2)*Z(N2) + DF(N3)*Z(N3)
DRQ = DER*DER
DZQ = DEZ*DEZ
```

C

```
CL(NL) = 2.*(DRQ+DZQ)**0.5
```

C

```
157 DO 159 J=1,3
    NC = INR(J,NL)
    DO 159 N=1,3
    ND = INR(N,NL)
    TC(NC) = TC(NC) + F(NC)*F(ND)*TTR(ND)
    TC(NC+NE) = TC(NC+NE) + F(NC)*F(ND)*TTZ(ND)
159 QV(NC) = QV(NC) + F(NC)*F(ND)*Q(M)
```

C

```
DO 161 JJ=1,JM
161 P1(JJ)=P1(JJ)+TC(JJ)*RL*H(K)*CL(NL)*0.5
    DO 163 LL=1,NE
163 P2(LL)=P2(LL)+QV(LL)*RL*H(K)*CL(NL)*0.5
164 CONTINUE
165 CONTINUE
```

C

```
166 DO 183 IV=1,JM
183 VK2(IV) = -VM1(IV)+VM2(IV)+P1(IV)
    DO 185 JV=1,NE
185 VK1(JV) = VM3(JV) - P2(JV)
```

C

```
RETURN
END
```

FILE BAPR FORTRAN C1 CMS NSC/CG UFPB R31 PUT8501+ SLU312 13/11/85

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
SUBROUTINE PROD (B,C,A,I,J,K)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B(1,J),C(J,K),A(I,K)
DO 1 JM=1,I
DO 1 JN=1,K
1      A(JM,JN) = 0.
DO 2 L=1,I
DO 2 N=1,K
DO 2 M=1,J
2      A(L,N) = A(L,N)+ B(L,M)*C(M,N)
RETURN
END

```

```

C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C
SUBROUTINE BANDA(NIN,NTE,LBAND)
C      EEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEEE
C      ESTA SUBROTINA CALCULA A LARGURA DE BANDA
C
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION NIN(NTE,10)
C
C      ..... LEITURA E IMPRESSAO DA NUMERACAO DOS NOS .....
C
8      READ(5,8) ((NIN(J,K),K=1,10),J=1,NTE)
FORMAT(10I5)
9      WRITE(6,9) (J,(NIN(J,K),K=1,10),J=1,NTE)
FORMAT(5X,80(' '),/, 'ELEMENTO',13X,'NUMERACAO DOS NOS',12X,
. 'NO. DO ELE.',5X,'NO. DO MAT.',//,(5X,I4,5X,8I4,8X,I4,13X,I4) )
C      INICIALIZACAO DE MAXI E CALCULO DA LARGURA DE BANDA
MAXI=0
DO 37 LB=1,NTE
IF(NIN(LB,9).EQ.1) ME=6
IF(NIN(LB,9).EQ.2) ME=8
DO 36 K=1,ME
DO 36 M=K,ME
36      MAXI=MAX0(MAXI,IABS(NIN(LB,K)-NIN(LB,M)))
37      CONTINUE
LBAND=(MAXI+1)*2
WRITE(6,40) LBAND
40      FORMAT(5X,10(' '),5X,'LARGURA DE BANDA',120)
RETURN
END

```

**** DISTRIBUICAO INICIAL DE PRESSOES EM TORNO DE UM CILINDRO ****

NUMERO DE NCS = 109
 NUMERO DE ELEMENTOS = 26
 NUMERO DE TEMPOS = 2
 NUMERO DE MATERIAIS = 1
 NUMERO DE NOS C/ OR CONHECIDO = 5
 NUMERO DE NOS C/ OZ CONHECIDO = 109
 NUMERO DE NOS C/ PU CONHECIDA = 5
 NUMERO DE LADOS NO CENTRO = 2

ELEMENTO	NUMERACAO DOS NCS								NO. DO FL.	NO. DO MAT.
1	3	11	9	1	7	10	6	2	2	1
2	5	13	11	3	8	12	7	4	2	1
3	11	19	17	9	15	18	14	10	2	1
4	13	21	19	11	16	20	15	12	2	1
5	19	27	25	17	23	26	22	18	2	1
6	21	29	27	19	24	29	23	20	2	1
7	27	35	33	25	31	34	30	26	2	1
8	29	37	35	27	32	36	31	28	2	1
9	35	43	41	33	39	42	38	34	2	1
10	37	45	43	35	40	44	39	36	2	1
11	43	51	49	41	47	50	46	42	2	1
12	45	53	51	43	48	52	47	44	2	1
13	51	59	57	49	55	58	54	50	2	1
14	53	61	59	51	56	60	55	52	2	1
15	59	67	65	57	63	66	62	58	2	1
16	61	69	67	59	64	68	63	60	2	1
17	67	75	73	65	71	74	70	66	2	1
18	69	77	75	67	72	76	71	68	2	1
19	75	83	81	73	79	82	78	74	2	1
20	77	85	83	75	80	84	79	76	2	1
21	83	91	89	81	87	90	86	82	2	1
22	85	93	91	83	88	92	87	84	2	1
23	91	99	97	89	95	98	94	90	2	1
24	93	101	99	91	96	100	95	92	2	1
25	99	107	105	97	103	106	102	98	2	1
26	101	109	107	99	104	108	103	100	2	1

LAFGURA DE BANCA 33

FORÇAS DE VOLUME

FR = 0.00 FZ = 0.00 ALTURA = 0.02

PONTO	COORD R	COORD Z
1	0.013	0.000
2	0.018	0.005
3	0.018	0.010
4	0.018	0.015
5	0.018	0.020
6	0.019	0.000
7	0.019	0.010
8	0.019	0.020
9	0.020	0.000
10	0.020	0.005
11	0.020	0.010
12	0.020	0.015
13	0.020	0.020
14	0.021	0.000
15	0.021	0.010
16	0.021	0.020
17	0.022	0.000
18	0.022	0.005
19	0.022	0.010
20	0.022	0.015
21	0.022	0.020
22	0.023	0.000
23	0.023	0.010
24	0.023	0.020
25	0.024	0.000
26	0.024	0.005
27	0.024	0.010
28	0.024	0.015
29	0.024	0.020
30	0.026	0.000
31	0.026	0.010
32	0.026	0.020
33	0.028	0.000
34	0.028	0.005
35	0.028	0.010
36	0.028	0.015
37	0.028	0.020
38	0.031	0.000
39	0.031	0.010
40	0.031	0.020
41	0.034	0.000
42	0.034	0.005
43	0.034	0.010
44	0.034	0.015
45	0.034	0.020
46	0.038	0.000
47	0.038	0.010
48	0.038	0.020
49	0.042	0.000
50	0.042	0.005
51	0.042	0.010

52	0.042	0.015
53	0.042	0.020
54	0.046	0.000
55	0.046	0.010
57	0.046	0.020
57	0.050	0.000
58	0.050	0.005
59	0.050	0.010
60	0.050	0.015
61	0.050	0.020
62	0.058	0.000
63	0.058	0.010
64	0.058	0.020
65	0.066	0.000
65	0.066	0.005
67	0.066	0.010
68	0.066	0.015
69	0.066	0.020
70	0.076	0.000
71	0.076	0.010
72	0.076	0.020
73	0.086	0.000
74	0.086	0.005
75	0.086	0.010
76	0.086	0.015
77	0.086	0.020
78	0.098	0.000
79	0.098	0.010
80	0.098	0.020
81	0.110	0.000
82	0.110	0.005
82	0.110	0.010
84	0.110	0.015
85	0.110	0.020
86	0.125	0.000
87	0.125	0.010
89	0.125	0.020
89	0.140	0.000
90	0.140	0.005
91	0.140	0.010
92	0.140	0.015
93	0.140	0.020
94	0.175	0.000
95	0.175	0.010
96	0.175	0.020
97	0.210	0.000
98	0.210	0.005
99	0.210	0.010
100	0.210	0.015
101	0.210	0.020
102	0.231	0.000
103	0.231	0.010
104	0.231	0.020
105	0.252	0.000
106	0.252	0.005

107 0.252 0.010
 108 0.252 0.015
 109 0.252 0.020

VAZES E TRACES CONECTICAS

ELE.	NO. DO LADO	VAZAO	TR1	TZ1	TR2	TZ2	TR3	TZ3
25	2	0.000	3.570	0.000	3.570	0.000	3.570	0.000
26	2	0.000	3.570	0.000	3.570	0.000	3.570	0.000

PARAMETROS DO SOLO

MAT.	YOUNG	POISSON	GAMW	GAMAS	KRR	KRZ	KZZ	COESAO	IR	PU
1	0.140E+04	0.000E+00	0.100E+01	0.000E+00	0.100E-05	0.000E+00	0.000E+00	0.357E+01	0.196E+03	0.180E-01

SUCESAO DOS TEMPOS

NO	TEMPOS
1	0.000
2	0.001

CONDICOES DE CONTORNO

N. DO ELE.	VDR
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000

N. DO ELE.	VDR
1	0.000
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000
6	0.000
7	0.000
8	0.000
9	0.000

11 0.000
 12 0.000
 13 0.000
 14 0.000
 15 0.000
 16 0.000
 17 0.000
 18 0.000
 19 0.000
 20 0.000
 21 0.000
 22 0.000
 23 0.000
 24 0.000
 25 0.000
 26 0.000
 27 0.000
 28 0.000
 29 0.000
 30 0.000
 31 0.000
 32 0.000
 33 0.000
 34 0.000
 35 0.000
 36 0.000
 37 0.000
 38 0.000
 39 0.000
 40 0.000
 41 0.000
 42 0.000
 43 0.000
 44 0.000
 45 0.000
 46 0.000
 47 0.000
 48 0.000
 49 0.000
 50 0.000
 51 0.000
 52 0.000
 53 0.000
 54 0.000
 55 0.000
 56 0.000
 57 0.000
 58 0.000
 59 0.000
 60 0.000
 61 0.000
 62 0.000
 63 0.000
 64 0.000
 65 0.000

66 0.000
 67 0.000
 68 0.000
 69 0.000
 70 0.000
 71 0.000
 72 0.000
 73 0.000
 74 0.000
 75 0.000
 76 0.000
 77 0.000
 78 0.000
 79 0.000
 80 0.000
 81 0.000
 82 0.000
 83 0.000
 84 0.000
 85 0.000
 86 0.000
 87 0.000
 88 0.000
 89 0.000
 90 0.000
 91 0.000
 92 0.000
 93 0.000
 94 0.000
 95 0.000
 96 0.000
 97 0.000
 98 0.000
 99 0.000
 100 0.000
 101 0.000
 102 0.000
 103 0.000
 104 0.000
 105 0.000
 106 0.000
 107 0.000
 108 0.000
 109 0.000

N. DC ELE. VPU
 105 0.000
 106 0.000
 107 0.000
 108 0.000
 109 0.000
