



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS

ACOPLAMENTO MASSA-ENERGIA NA DESCRIÇÃO DA SECAGEM DE PRODUTOS CILÍNDRICOS

AUTOR: Fernando José de Almeida Gama

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

Campina Grande, dezembro de 2014



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS

ACOPLAMENTO MASSA-ENERGIA NA DESCRIÇÃO DA SECAGEM DE PRODUTOS CILÍNDRICOS

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

AUTOR: Fernando José de Almeida Gama

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

Campina Grande, dezembro de 2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

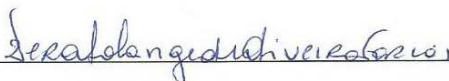
- G184a Gama, Fernando José de Almeida.
Acoplamento massa-energia na descrição da secagem de produtos cilíndricos / Fernando José de Almeida Gama. – Campina Grande, 2014.
226 f. : color.
- Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.
- "Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva".
Referências.
1. Banana. 2. Processo de Secagem. 3. Geometria Cilíndrica.
4. Difusão de Calor. 5. Soluções Numéricas. I. Silva, Wilton Pereira da.
II. Título.
- CDU 634.773(043)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **FERNANDO JOSÉ DE ALMEIDA GAMA** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

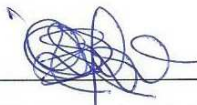
Tese de Doutorado **aprovada com distinção** em 19 de dezembro de 2014



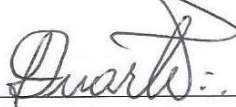
Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva
UAF/CCT/UFCG – Orientador



Profª Drª Vera Solange de Oliveira Farias
UAE/CES/UFCG – Examinadora interna



Profª Drª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva
UAF/CCT/UFCG – Examinadora externa



Prof. Dr. Laerson Duarte da Silva
UAF/CCT/UFCG – Examinador externo



Profª Drª Morgana Lígia de Farias Freire
DF/CCT/UEPB – Examinador externo

Campina Grande, 19 de dezembro de 2014

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Fernando José de Almeida Gama e aprovada pela banca examinadora em 19 de dezembro de 2014.



Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva
UAF/CCT/UFCG – Orientador

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho:

Ao Grande Arquiteto do Universo, criador e gestor de tudo que já existiu, que existe e que existirá em todo o Universo, fonte de toda a sabedoria e juiz de todos os homens.

A meus queridos pais José Adelmo Gama (*in memoriam*) e Ayde Mesquita de Almeida Gama, amantes da natureza, propagadores da Fé em DEUS, exemplo de dedicação ao ensino, baluartes da educação em Campina Grande, esteios da honestidade, da ética e da moral. Defensores dos valores familiares e do crescimento através do conhecimento.

Aos que se dedicam ao magistério e à pesquisa científica com a abnegação, respeito, dedicação e amor que esta atividade exige, acreditando no crescimento das pessoas e num mundo melhor.

A minha mulher Jacqueline e meus filhos Renato, Juliana e Lucas pelo apoio e compreensão e por acreditarem em mim apesar de todos os meus defeitos e limitações.

A todos que acreditam numa convivência fraterna entre os homens de todas as raças e credos e que respeitam a liberdade, a igualdade entre os homens e buscam uma convivência fraterna entre seus semelhantes em todo o mundo.

“Há pessoas que desejam saber só por saber, e isso é curiosidade; outras, para alcançar fama, e isso é vaidade; outras, para enriquecer com a sua ciência, e isso é um negócio torpe; outras, para serem edificadas, e isso é prudência; outras, para edificarem os outros, e isso é caridade”

(Santo Agostinho)

AGRADECIMENTOS

Agradeço

Professor Dr. Wilton Pereira da Silva, verdadeiro mestre do ensino e das ciências, que acreditou e investiu em mim num momento de dificuldade na minha vida, aparecendo na figura de verdadeiro mestre, amigo e professor, além de orientador, pelas críticas sempre construtivas, por sua paciência, tolerância e pela compreensão de minhas limitações. Pela disponibilização dos seus *softwares* e pelo permanente estímulo e apoio.

Professora Cleide, a quem muito admiro e agradeço de forma especial, por ter compartilhado comigo os dados experimentais de sua Tese de Doutorado, pelo incentivo e pelas muitas contribuições dadas a este trabalho.

Aos membros da banca examinadora, os professores doutores Wilton Pereira da Silva, Cleide Maria Pereira da Silva e Silva, Vera Solange de Oliveira Farias, Laerson Duarte da Silva e Morgana Lígia de Farias Freire por disponibilizarem seu precioso tempo para a avaliação deste trabalho, contribuindo significativamente para a melhoria do mesmo.

Aos meus professores Wilton Pereira da Silva (Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional I e II, Introdução ao Visual Fortran), Antonio Gilson Barbosa de Lima (Matemática aplicada à Engenharia de Processos), Odelsia Leonor Sánchez de Alsina (Fenômenos de Transportes), Mário Eduardo R. M. Cavalcanti da Mata (Secagem de Produtos Agroindustriais), Maria Elita Martins Duarte (Propriedades Físicas de Materiais Biológicos, Marcelo Bezerra Grilo (Termodinâmica), Alexandre José de Melo Queiroz (Seminário I).

À Universidade Federal de Campina Grande, especialmente à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, pela oportunidade proporcionada.

Ao coordenador do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos, Professor Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima, e ao Professor Dr. Wilton Pereira da Silva que aceitou ser meu orientador, neste trabalho, pelo apoio e atenção.

Ao apoio da CAPES, através da bolsa de estudos que me foi concedida.

Aos meus colegas de doutorado, pelo companheirismo e amizade. Em especial a Jair Stefanini Pereira Ataíde, Waldemir Soares da Costa, Jossyl Amorim Ribeiro, Pedro Luiz do Nascimento, Paulo de Moraes Pessoa, além de muitos outros.

A todos que contribuíram, com apoio e incentivo, direta ou indiretamente, na realização deste trabalho, meu muito obrigado.

A todos os autores referenciados.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xv
NOMENCLATURA	xvii
RESUMO	xxi
ABSTRACT	xxii
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1. Justificativa	2
1.2. Objetivo geral	3
1.3. Objetivos específicos	3
CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1. Informações sobre a banana	5
2.2. Secagem de frutas em geral	8
2.3. Secagem de bananas inteiras	11
2.4. Modelos de secagem	13
2.4.1. Secagem por convecção	13
2.4.2. Secagem a vácuo	14
2.4.3. Secagem a frio	14
2.4.4. Secagem por radiação	15
2.4.5. Secagem por microondas	16
2.4.6. Secagem em leite fluidizado ativo	17
2.5. Tipos de secagem para a banana	17
2.5.1. Remoção de água do produto	18
2.5.2. Teor de umidade	19
2.5.3. Penetração de calor no produto	21
2.6. Modelos de difusão	22

2.6.1. Difusão líquida	22
2.6.2. Difusão líquido-vapor	23
2.7. Soluções para a equação de difusão	24
2.7.1. Métodos analíticos	24
2.7.2. Métodos numéricos	24
2.7.3. Tipos de condições de contorno	25
2.8. Equação de difusão para a massa e para a energia	26
2.8.1. A equação de difusão para a massa	28
2.8.2. A equação de difusão para o calor	28
2.9. O calor latente de vaporização	29
2.9.1. Calor latente de vaporização da água livre	29
2.9.2. Calor latente de vaporização da água em um produto	30
2.9.3. Equações empíricas para h_{fg}	32
2.10. Métodos numéricos para a solução da equação de difusão	36
2.10.1. Método das diferenças finitas	37
2.10.2. Método dos elementos finitos	37
2.10.3. Método dos volumes finitos	38
2.11. Modelos empíricos na descrição da cinética de secagem	39
2.12. Métodos de solução de sistema de equações lineares	40
2.13. Trabalhos que consideram a mudança de fase durante a secagem	41
CAPÍTULO 3 – MATERIAL E MÉTODOS	43
3.1. Equação empírica para o calor latente de vaporização de água em bananas inteiras	43
3.2. Discretização da equação de difusão para o cilindro infinito	47
3.2.1. Discretização da equação geral	49
3.2.1.1. Volumes de controle internos	50
3.2.1.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro	51
3.2.1.3. Volume de controle N na superfície do cilindro	52
3.2.2. Equação de difusão para a massa	53
3.2.2.1. Volumes de controle internos	54

3.2.2.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro	55
3.2.2.3. Volume de controle N na superfície do cilindro	55
3.2.3. Equação de difusão para o calor	56
3.2.3.1. Volumes de controle internos	57
3.2.3.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro	57
3.2.3.3. Volume de controle N na superfície do cilindro - sem mudança de fase	58
3.2.3.4. Volume de controle N na superfície do cilindro - com mudança de fase	59
3.4. Solução de sistemas de equações lineares	60
3.4.1. Algoritmo de Gauss-Seidel	61
3.4.2. Algoritmo de Thomas – TDMA	62
3.5. Valor médio	64
3.6. Parâmetro Γ^Φ variável	65
3.7. Otimização	67
3.8. Matéria prima e experimentos realizados	67
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	75
4.1. Calor latente de vaporização	75
4.2. Descrição da cinética de secagem usando equações empíricas	82
4.2.1. Parametros de ajuste e indicadores estatísticos das equações empíricas	83
4.2.2. Simulações das cinéticas de secagem	85
4.2.3. Análise dos resultados	92
4.3. Taxa de variação de massa	96
4.3.1. Parametros de ajuste e indicadores estatísticos das equações de massa em função do tempo de secagem	96
4.3.2. Massa em função do tempo de secagem	99
4.3.3. Parametros de ajuste e indicadores estatísticos das equações de taxa de variação de massa em função do tempo de secagem	102
4.3.4. Taxa de variação de massa em função do tempo de secagem	103
4.4. Volume em função do teor de umidade	108
4.5. Densidade em função do teor de umidade	110

4.6. Calor específico em função do teor de umidade	111
4.7. Resultados para a migração de água	112
4.8. Resultados para o transporte de calor	115
4.9. Análise das simplificações do problema de transferência de calor	119
4.9.1. Exclusão do aquecimento do vapor	119
4.9.2. Calor latente de vaporização da água no produto	119
4.9.3. Densidade e calor específico constantes	120
4.10. Transferência de massa e calor	120
4.10.1. Transferência de massa	120
4.10.2. Transferência de calor	121
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES	125
5.1. Equação empírica para h_{fg}	125
5.2. Modelos empíricos na descrição da cinética de secagem	126
5.3. Modelos de difusão na descrição da transferência de massa e de calor	127
5.4. Sugestões para futuros trabalhos	128
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
APÊNDICE A – RESULTADOS EXPERIMENTAIS	149
A.1. Condições sob as quais foram realizados os processos de secagem de bananas inteiras	149
A.2. Dimensões, teor de umidade e tempo de secagem	150
A.3. Massa em função do tempo	150
A.4. Temperatura interna em função do tempo	154
A.5. Volume em função do tempo	156
A.6. Densidade em função do tempo	158
A.7. Teor de umidade em base seca em função do tempo	160
A.8. Razão de umidade em função do tempo	163
A.9. Taxa de variação de massa em função do tempo	165
A.10. Volume em função do teor de umidade	167

A.11. Volume em função da taxa de umidade	169
A.12. Densidade em função do teor de umidade	171
A.13. Densidade em função da taxa de umidade	173
APÊNDICE B – SOFTWARE DESENVOLVIDO (transferência de umidade) .	175
B.1. Programa principal	175
B.2. Sub-rotina qui quadrado	179
B.3. Sub-rotina coeficiente de correlação	180
B.4. Sub-rotina gráfico	181
B.5. Sub-rotina otimizador	190
B.6. Sub-rotina solução para o cilindro infinito (transferência de umidade)	194
B.7. Sub-rotina solução rápida para o cilindro infinito (transferência de umidade)	203
B.8. Sub-rotina TDMA	207
APÊNDICE C – SOFTWARE DESENVOLVIDO (transferência de calor).....	209
C.1. Sub-rotina solução para o cilindro infinito (transferência de calor)	209
C.2. Sub-rotina solução rápida para o cilindro infinito (transferência de umidade)	219

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 –	Cilindro de raio R e comprimento L	48
FIGURA 3.2 –	Esquema da malha uniforme	48
FIGURA 3.3 –	Volume de controle P e seus vizinhos a leste (E) e a oeste (W)	49
FIGURA 3.4 –	Amostra de banana nanica, utilizada no experimento	68
FIGURA 3.5 –	Banana com o grau de maturação utilizado nos experimentos	68
FIGURA 3.6 –	Cesto de tela de alumínio com uma banana	69
FIGURA 3.7 –	Balança digital utilizada nos experimentos	69
FIGURA 3.8 –	Paquímetro digital, escala milimetrada e o termo-higrômetro digital	70
FIGURA 3.9 –	Termômetro digital com termopar usado nos experimentos	70
FIGURA 3.10 –	Secador convectivo usado nos experimentos	71
FIGURA 3.11 –	(a) Corte esquemático transversal do secador. (b) As posições das bandejas na grade do secador	72
FIGURA 3.12 –	Estufa empregada neste estudo. (a) Vista frontal da estufa e (b) Bandejas com as amostras no interior da estufa.....	73
FIGURA 3.13 –	Dessecador utilizado neste estudo	73
FIGURA 4.1 –	Relação h_{fg}/h_{wf} (\bar{M} , T) obtido por meio do modelo proposto através da Equação (4.1)	78
FIGURA 4.2 –	Calor latente de vaporização da água em banana, h_{fg} (\bar{M} , T), obtido pelo modelo proposto através da Equação (4.2)	80
FIGURA 4.3 –	Calor latente de vaporização da água em banana, h_{fg} (\bar{M} , T) obtido pelo modelo proposto através da Equação (4.3)	81
FIGURA 4.4 –	Calor latente de vaporização da água em banana, h_{fg} (\bar{M} , T), obtido através do modelo proposto na Equação (4.5)	82
FIGURA 4.5 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 1 (Lewis) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	86

FIGURA 4.6 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 2 (Henderson e Pabis) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	87
FIGURA 4.7 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 3 (Wang e Singh) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	88
FIGURA 4.8 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 4 (Peleg) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	89
FIGURA 4.9 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 5 (Page) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	90
FIGURA 4.10 –	Simulações da cinética de secagem usando o modelo 6 (Silva et alli) para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	91
FIGURA 4.11 –	Simulações da cinética de secagem utilizando os modelos empíricos 5 (Page) e 6 (Silva et alli) à temperatura de: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	93
FIGURA 4.12 –	Taxas de secagem utilizando as expressões obtidas através dos modelos 5 e 6, à temperatura de: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C	95
FIGURA 4.13 –	Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C, usando o modelo 4 (Peleg).....	99
FIGURA 4.14 –	Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C, usando o modelo 5 (Page)	100
FIGURA 4.15 –	Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C, usando o modelo 6 (Silva et alli).....	101
FIGURA 4.16 –	Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) T = 50°C; (b) T = 60°C; (c) T = 70°C, usando o modelo 4 (Peleg)	104

FIGURA 4.17 – Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$; (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$, usando o modelo 5 (Page)	105
FIGURA 4.18 – Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$; (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$, usando o modelo 6 (Silva et alli)	106
FIGURA 4.19 – Volume em função do teor de umidade médio para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$; (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$	109
FIGURA 4.20 – Variação da densidade em função do teor de umidade médio	111
FIGURA 4.21 – Simulação da migração de água com temperatura do ar de secagem de: (a) 50°C ; (b) 60°C ; (c) 70°C ; (d) Superposição das curvas simuladas	113
FIGURA 4.22 – Difusividade efetiva de umidade em função do teor de umidade local para as temperaturas de: (a) 50°C ; (b) 60°C ; (c) 70°C	113
FIGURA 4.23 – Distribuição do teor de umidade para $t = 200$ min. para as temperaturas do ar de secagem de: (a) 50°C ; (b) 60°C ; (c) 70°C	114
FIGURA 4.24 – Temperatura no centro da banana para temperatura do ar de secagem de: (a) $47,9^{\circ}\text{C}$; (b) $58,6^{\circ}\text{C}$; (c) $66,9^{\circ}\text{C}$; (d) Superposição das curvas	116
FIGURA 4.25 – Difusividade térmica em função do teor de umidade médio para o ar de secagem nas temperaturas de: (a) $47,9^{\circ}\text{C}$; (b) $58,6^{\circ}\text{C}$; (c) $66,9^{\circ}\text{C}$	117
FIGURA 4.26 – Distribuição das temperaturas em $t = 10$ min. Para as temperaturas do ar de secagem de: (a) $47,9^{\circ}\text{C}$; (b) $58,6^{\circ}\text{C}$; (c) $66,9$	118

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – Principais países produtores mundiais de banana (1.000 ton.)	6
TABELA 2.2 – Composição da banana <i>Musa acuminata</i> subgrupo Cavendish cv nanica por 100 gramas de parte comestível	7
TABELA 2.3 – Equações empíricas para o cálculo do teor de umidade de equilíbrio, em que T (°C) e UR (%) são a temperatura e a umidade relativa do ar de secagem	21
TABELA 3.1 – Modelos empíricos para descrever a cinética de secagem	46
TABELA 3.2 – Expressões para taxa de secagem e tempo de processo obtidos através dos modelos empíricos	46
TABELA 4.1 – Umidade relativa do ar, UR, para bananas nas proximidades das temperaturas estabelecidas	76
TABELA 4.2 – Pressão parcial de vapor de água na saturação, para as temperaturas estabelecidas	76
TABELA 4.3 – Relação h_{fg}/h_{wf} para banana	77
TABELA 4.4 – Calor latente de vaporização para água livre, h_{wf}	78
TABELA 4.5 – Calor latente de vaporização da umidade em banana, h_{fg} (kJ kg ⁻¹)	79
TABELA 4.6 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 1 (Lewis)	84
TABELA 4.7 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 2 (Henderson e Pabis)	84
TABELA 4.8 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 3 (Wang e Singh)	84
TABELA 4.9 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 4 (Peleg)	85
TABELA 4.10 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 5 (Page)	85
TABELA 4.11 – Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 6 (Silva et alli)	85

TABELA 4.12 – Taxa de secagem (em min^{-1}), para $t = 500$ min usando as expressões obtidas para cada modelo empírico	94
TABELA 4.13 – Tempo de secagem (em min), para $M^* = 0,5$ usando as expressões obtidas para cada modelo empírico	94
TABELA 4.14 – Resultados obtidos para equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 4, Peleg)	97
TABELA 4.15 – Resultados obtidos para equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 5, Page)	98
TABELA 4.16 – Resultados obtidos para equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 6, Silva et alli)	98
TABELA 4.17 – Resultados obtidos para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 4, Peleg)	102
TABELA 4.18 – Resultados obtidos para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 5, Page)	103
TABELA 4.19 – Resultados para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 6, Silva et alli)	103
TABELA 4.20 – Resultados obtidos para a variação do volume em função do teor de umidade médio	108
TABELA 4.21 – Parâmetros da migração de água obtidos por otimização	112
TABELA 4.22 – Parâmetros da condução de calor obtidos por otimização	115

NOMENCLATURA

Letras latinas

A_p, A_w, A_e – Coeficientes da equação de difusão discretizada	–
A_s – Área superficial do cilindro	m^3
B – Termo independente de Φ na equação de difusão discretizada	–
a, b, c, d – Parâmetros de ajuste	–
c_p – Calor específico do produto	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
c_v – Calor específico do vapor d'água	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
d – Diâmetro do cilindro	m
D_{ef} – Difusividade efetiva de massa no produto	$m^2\ s^{-1}$
E, W, P – Pontos nodais	–
h – Coeficiente de transferência convectivo	$m\ s^{-1}$
h_m – Coeficiente de transferência convectiva de massa	$W\ m^{-2}\ k^{-1}$
h_H – Coeficiente de transferência convectivo	$m\ s^{-1}$
h_c – Coeficiente de transferência convectivo de calor	$W\ m^{-2}\ k^{-1}$
h_{fg} – Calor latente de vaporização da água no produto	$K\ J\ kg^{-1}$
h_{wf} – Calor latente de vaporização da água livre fora de um produto	$K\ J\ kg^{-1}$
k – Condutividade térmica do produto	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
L – Comprimento do cilindro	m
M – Teor de umidade num instante t	$Kg\ kg^{-1}$
M^* – Razão de umidade	–
M_{eq} – Teor de umidade de equilíbrio	$Kg\ kg^{-1}$
M_{bu} – Teor de umidade base úmida	$Kg\ kg^{-1}$
M_{bs} – Teor de Umidade base seca	$Kg\ kg^{-1}$

M_i – Teor de umidade inicial	Kg kg^{-1}
M_f – Teor de umidade final	Kg kg^{-1}
m – Massa no tempo t	Kg
m_i – Massa inicial	Kg
m_{eq} – Massa de equilíbrio	Kg
$m_{\text{H}_2\text{O}}$ – Massa de água	Kg
m_s – Massa seca	Kg
N – Número de volumes de controle	–
P – Pressão	kPa
P_v – Pressão parcial de vapor de água	kPa
P_{vs} – Pressão parcial de vapor saturado	kPa
r – Posição radial	M
r_p – Posição radial do volume de controle “P”	M
r_e – Posição radial a leste do volume de controle “P”	M
r_w – Posição radial a oeste do volume de controle “P”	M
R – Constante universal dos gases	$\text{Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$
R – Raio do cilindro	M
R^2 – Coeficiente de determinação	–
Δr – Largura de um volume de controle	M
t – Tempo	S
T – Temperatura num instante t	$^{\circ}\text{C}$
T_{eq} – Temperatura de equilíbrio	$^{\circ}\text{C}$
T_{int} – Temperatura no interior da banana	$^{\circ}\text{C}$
T_a – Temperatura ambiente	$^{\circ}\text{C}$
T_R – Temperatura na superfície do cilindro	$\%$

UR – Umidade relativa do ar	%
S_p^Φ – Termo fonte da equação de transporte no ponto nodal “P”	–
V – Volume do cilindro	m^3
V_0 – Volume inicial	m^3
v – Velocidade do ar de secagem	m/s

Letras gregas

α – Difusividade térmica do produto	$m^2 s^{-1}$
Φ – Variável de interesse	–
Φ_b – Variável de interesse na borda do cilindro	–
Φ_p – Variável de interesse no ponto nodal “P”	–
Φ_E – Variável de interesse no ponto nodal a leste de “P”	–
Φ_W – Variável de interesse no ponto nodal a oeste de “P”	–
Φ_∞ – Valor da grandeza de interesse no meio externo	–
Γ^Φ – Parâmetro do processo	–
Γ_c^Φ – Parâmetro do processo na interface leste	–
Γ_w^Φ – Parâmetro do processo na interface oeste	–
λ – Parâmetro do processo	–
ρ – Densidade do produto	$Kg m^{-3}$
χ^2 – Qui-quadrado	–
∇ – Gradiente	–
$\nabla \cdot$ – Divergente	–
Δ – Intervalo de variação	–

Sobrescritos

0 – Tempo inicial

Subscritos

bs – Base seca

bu – Base úmida

eq – Equilíbrio

e, w – Fronteiras leste e oeste de um volume de controle

E, W – Ponto nodal leste e oeste de um volume de controle

i – Inicial

f – Final

s – Seco

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar o fenômeno da difusão transiente de transferência de calor e massa em sólidos com forma geométrica de um cilindro infinito. O estudo apresenta soluções para a equação de difusão com condição de contorno do terceiro tipo. Foram desenvolvidas ferramentas numéricas para a descrição da difusão de calor e massa em produtos com as formas mencionadas. Para as soluções numéricas propostas, a equação de difusão unidimensional foi discretizada usando o método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita, usando coordenadas cilíndricas. Para a solução numérica em coordenadas cilíndricas, foram desenvolvidos dois softwares na plataforma Windows, um para a migração de massa e outro para a propagação de calor, utilizando a linguagem de programação Fortran, opção *Quick Win Application*. O *software* foi validado usando-se soluções conhecidas para cilindros tanto com parâmetros termofísicos constantes quanto variáveis. Pode-se concluir que as ferramentas desenvolvidas foram adequadas para o estudo de problemas difusivos em geral. As ferramentas desenvolvidas foram usadas para descrever o processo de secagem de bananas inteiras. Na descrição, foram considerados volume e difusividade de calor e massa variáveis. Pode-se concluir que o modelo proposto para descrever o processo apresentou excelentes indicadores estatísticos na descrição da cinética de transferência de calor e massa. Pode-se concluir, também, que a exclusão do aquecimento do vapor nos cálculos efetuados não altera de forma significativa os resultados e que o uso do calor latente da água livre ao invés desta propriedade no produto não produz efeitos significativos. Por outro lado, o desprezo do calor latente de vaporização e a consideração da densidade e do calor específico do produto como propriedades constantes devem ser evitados.

Palavras-chave: Banana, processo de secagem, geometria cilíndrica, difusão de calor e massa, soluções numéricas.

ABSTRACT

This work aims to study the phenomenon of the transient diffusion of heat and mass in solids with geometric form of an infinite cylinder. The study presents solutions for the diffusion equation with boundary condition of the third kind. Numerical tools for describing the diffusion of heat and mass in the ways mentioned were developed. For the numerical solutions proposed, the one-dimensional diffusion equation was discretized using the finite volume method with a fully implicit formulation, using cylindrical coordinates. For the numerical solution in cylindrical coordinates, two software have been developed on the Windows platform, one for mass migration and one for the heat transfer, using the Fortran programming language, Quick Win Application option. The software was validated using solutions known for cylinders with both constant and variable thermophysical parameters. It can be concluded that the developed tools were appropriate for the study of diffusion problems in general. The above tools were used to describe the process of drying whole banana. In the description, we considered the volume and diffusivities with variables values. It can be concluded that the proposed model to describe the process showed excellent statistical indicators to describe the kinetics of heat and mass transfer. One can also conclude that the exclusion of the vapor heating in the calculations performed does not significantly alter the results. In addition that using the latent heat of free water instead of this property in the product does not produce significant effects. On the other hand, discard the latent heat of vaporization and the consideration of density and specific heat of the product as constant properties should be avoided.

Keywords: Banana, drying process, cylindrical geometry, diffusion of heat and mass, numerical solutions.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta estudos para a solução numérica da equação de difusão, a ser aplicada em sólidos porosos com a forma geométrica de um cilindro infinito. Tal solução foi aplicada em processos de secagem, envolvendo a difusão simultânea de calor e massa no interior de bananas inteiras, incluindo a sua variação dimensional durante o processo.

Os estudos apresentados foram desenvolvidos com suporte dos Laboratórios disponíveis no Centro de Ciências e Tecnologia e no Centro de Tecnologia e Recursos Naturais. Inicialmente este trabalho apresenta o desenvolvimento de modelos matemáticos em um sistema de coordenadas cilíndricas, utilizando-se a teoria da difusão líquida e a lei de Fourier, para descrever as trocas de energia e massa entre bananas inteiras e o ar de secagem. O modelo contempla o efeito das variações dimensionais do sólido ao longo do processo de secagem, bem como considera as propriedades termofísicas variáveis. Após o estudo numérico das equações diferenciais parciais inerentes ao problema sob investigação, foi desenvolvido um *software* na plataforma *Windows*, para implementar estas soluções, e este *software* foi codificado em *Visual Fortran*. O método numérico utilizado foi o de volumes finitos com uma formulação totalmente implícita.

Para a solução dos sistemas de equações lineares decorrentes das discretizações foi disponibilizado no *software* desenvolvido o método TDMA (Algoritmo para Matriz Tridiagonal). Foi desenvolvido também, via método inverso, um otimizador a ser acoplado nas soluções numéricas referentes aos processos difusivos (massa e calor), visando à determinação de parâmetros ótimos (difusividade térmica e de massa e coeficiente de transferência convectivo de calor e de massa), que foram obtidos a partir da comparação das soluções numéricas com dados experimentais.

Foram realizados experimentos relativos à secagem de bananas inteiras, usando ar quente em diversas temperaturas e velocidades. Os teores de umidade foram medidos pelo método gravimétrico e as temperaturas em um ponto no interior do produto foram medidas por meio de termopares.

Finalmente, através dos resultados obtidos, foi feita uma análise do efeito das condições do ar de secagem, teor de umidade inicial e final da banana inteira, tempo de secagem e variações dimensionais da banana ao final do processo. Aspectos da versatilidade dos modelos propostos também foram estudados.

1.1. Justificativa

Em diversos setores da indústria de alimentos, uma das etapas essenciais no processo produtivo, tanto do ponto de vista econômico quanto da qualidade do produto final, consiste no processo de secagem. Na maioria dos trabalhos disponíveis na literatura, referentes à secagem de produtos usando algum tipo de aquecimento, apenas a descrição da perda de massa líquida ao longo do tempo é realizada (LIMA, 1999; CARMO, 2000; NASCIMENTO, 2002; SALINAS et al., 2004; HOLANDA, 2007; AMENDOLA e QUEIROZ, 2007; SILVA, 2007; SILVA et al., 2008a; SILVA et al., 2009a; SILVA, et al., 2010b; FARIAS, 2011). Entretanto, o conhecimento do campo de temperatura ao longo do tempo é muito importante, porque os gradientes de temperatura geram tensões que podem prejudicar a qualidade do produto final. Além disso, a própria temperatura, pode alterar as qualidades nutricionais de determinados produtos ou até mesmo comprometer sua

capacidade germinativa. Assim, no presente trabalho de pesquisa, pretende-se descrever, além da perda de massa líquida, o ganho de energia e o conseqüente campo de temperatura ao longo do tempo decorrente do aquecimento, em produtos com geometria cilíndrica.

Com este trabalho, pretende-se colocar à disposição de interessados, subsídios teóricos no tocante à transferência simultânea de calor e massa em processos de secagem de sólidos cilíndricos, incluindo volume e parâmetros termofísicos variáveis. Apesar da farta literatura sobre a secagem de sólidos porosos, para a compreensão aprofundada da física envolvida no processo há a necessidade da proposição de modelos que aproximem a descrição teórica do fenômeno aos resultados obtidos experimentalmente em laboratório.

1.2. Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo a solução de problemas específicos focados em necessidades técnicas de processos relativos à transferência de calor e massa e viabilizar o desenvolvimento de um *software* visando a descrição do processo de secagem de produtos com geometria cilíndrica.

1.3. Objetivos específicos

O presente trabalho propõe atingir os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar uma solução numérica para o problema da difusão transiente de calor e massa, incluindo o acoplamento entre os dois fenômenos, pressupondo a condição de contorno do terceiro tipo, baseando-se na teoria da difusão líquida, usando as leis de Fick e de Fourier;
- Desenvolver um algoritmo de otimização para a determinação de parâmetros termofísicos relativos aos fenômenos envolvidos;

- Desenvolver um *software*, na plataforma Windows, para simular o processo de difusão de calor e massa em produtos cilíndricos;
- Realizar experimentos de secagem de bananas inteiras, medindo a sua massa e sua temperatura ao longo do tempo;
- Modelar e examinar o efeito da retração ocorrida em um sólido poroso com geometria cilíndrica, consequência do efeito da secagem;
- Modelar e examinar o efeito do fenômeno de difusão de calor e massa simultâneos;
- Aplicar os modelos desenvolvidos no estudo da secagem de bananas inteiras;
- Simular a distribuição do teor de umidade e da temperatura no interior de bananas inteiras, incluindo suas respectivas cinéticas de difusão, utilizando-se os modelos matemáticos a serem desenvolvidos;
- Comparar os resultados das simulações com os resultados experimentais, para bananas inteiras, e determinar os coeficientes de transferência de calor e massa: difusivo no interior e convectivo na superfície de bananas inteiras, para várias condições de secagem;
- Estudar os efeitos das considerações adotadas nos diversos modelos, sobre os coeficientes de transporte;
- Obter correlações matemáticas para os coeficientes de difusão de calor e massa e de transferência convectiva de calor, como função dos parâmetros de secagem e das dimensões do sólido.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre os métodos de secagem de produtos em geral e, em particular, de sólidos porosos na forma de cilindros infinitos. Foi dada ênfase ao produto escolhido para realização da parte experimental deste trabalho, a banana inteira.

2.1. Informações sobre a banana

A origem da bananeira é muito antiga e se perde nos registros históricos da mitologia grega e indiana. Atualmente, acredita-se que seja oriunda do Oriente, do sul da China ou da Indochina. Há referências da sua presença na Índia, na Malásia e nas Filipinas, onde tem sido cultivada há mais de 4.000 anos (MOREIRA, 1999).

Segundo Moreira (1999), a presença de bananeiras no Brasil precede o seu descobrimento, pois quando Pedro Álvares Cabral e sua esquadra aqui chegaram, em 1500, já encontraram indígenas comendo banana de um cultivar muito digestivo que se supõe tratar-se do cultivar “Branca”, e outro, rico em amido, que precisava ser cozido antes do consumo, chamado de “Pacoba” que deve ser o cultivar Pacova. A palavra

pacoba, em guarani, significa banana. Com o decorrer do tempo, verificou-se que o cultivar “Branca” predominava na região litorânea e o “Pacova”, na região amazônica (SILVA, C., 2012).

A banana é uma das frutas mais consumidas no mundo, sendo explorada na maioria dos países de clima tropical úmido (NASCENTE et al., 2005). O Brasil é um dos maiores produtores e consumidores de banana do mundo (NOGUEIRA e PARK, 1992; BAINI e LANGRISH, 2007) conforme apresentado na Tabela 2.1. A banana é uma das frutas mais apreciadas pelos consumidores de todo o mundo, principalmente devido às suas características sensoriais.

A banana constitui o quarto produto alimentar mais produzido no planeta, precedido pelo arroz, trigo e milho. Em muitos países é a principal fonte de arrecadação e geração de emprego e renda para uma parte expressiva da população, conforme estudos do Centro de Socioeconomia e Planejamento Agrícola, e da Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (CEPA – EPAGRI, 2011).

Tabela 2.1 - Principais países produtores mundiais de banana (1000 ton.)

País	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Mundo	85836	91661	96222	100223	105726	106058	101993
Índia	20997	23823	26217	26469	29780	28455	24869
China	7115	8038	7834	8834	9561	10400	10550
Filipinas	6794	7484	8688	9013	9101	9165	9226
Equador	6127	6002	6701	7637	7931	7427	7012
Brasil	6956	7098	6998	6784	6969	7329	6902
Indonésia	5037	5454	6005	6373	5755	6133	6189
Tanzânia	3507	3082	2447	3006	3155	3144	2525
Guatemala	1649	2246	2448	2544	2637	2680	2700
Angola	1100	1367	1722	1985	2048	2646	2991
México	2196	1964	2150	2232	2103	2139	2204

Fonte: FAO (2014).

É um alimento energético, rico em carboidratos e sais minerais, como sódio, magnésio, fósforo, potássio, e vitaminas, principalmente vitamina C, mas também vitaminas B1, B2 e B6. Contém médio teor em açúcares, pouca gordura e proteína (GOUVEIA et al., 2004; NASCENTE et al., 2005). Além do consumo *in natura*, vários produtos são obtidos da banana, tais como alimentos para crianças, grande variedade de doces e produtos secos, como farinha, flocos e também banana-passa. Além disso, a banana é um alimento de alto valor nutritivo conforme apresentado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Composição nutricional da banana *Musa acuminata* subgrupo Cavendish cv nanica para 100 gramas de parte comestível.

Nutriente	OMS*	Banana nanica, em 100g	
		Valor	OMS (%)
Umidade (%)	-	73,8	-
Energia (kcal)	2000	92	3,7
Proteína (g)	50	1,4	2,8
Gordura (g)	65	0,1	0,2
Carboidrato (g)	300	23,8	7,9
Ca (mg/100g)	1000	3	0,3
Fe (mg/100g)	18	0,3	1,7
Mg (mg/100g)	400	28	7,0
P (mg/100g)	1000	27	32,7
K (mg/100g)	3500	376	10,8
Zn (mg/100g)	15	0,2	1,3
Vitamina C (mg)	60	5,9	9,8

* Ingestão para adultos ou crianças acima de quatro anos, com base em uma dieta de 2000 kcal diárias, recomendada pela Organização Mundial de Saúde – OMS.

Fonte: NEPA – UNICAMP (2011).

Dentre as frutas *in natura* comercializadas nos principais centros consumidores mundiais, a banana aparece em primeiro lugar e representa o maior volume financeiro gerado, seguida pela maçã, uva e laranja. Alguns aspectos contribuem para isso: a

facilidade de divulgação da fruta junto ao consumidor, o aumento de ganho por hectare cultivado que torna o preço mais acessível, o fato de ser uma cultura de ciclo curto, de produção contínua, de fácil manipulação quando verde, de fácil armazenamento e de maturação acelerada (CEPA - EPAGRI, 2011).

2.2. Secagem de frutas em geral

Uma das etapas importantes em vários processos produtivos, nas mais diversas áreas da atividade humana refere-se à secagem de corpos ou produtos constituídos por materiais porosos. Como exemplo, pode ser citado a utilização da secagem nas seguintes áreas: produto alimentar, cerâmica, farmacêutica e indústria de papel e de madeira, além de muitos outros segmentos. A secagem de um corpo úmido pode acontecer de uma forma natural ou artificial.

A secagem natural se processa no campo onde o produto é cultivado, em que é deixado após a sua maturação fisiológica até a sua colheita (SILVA, 1995), ou é colocado em locais pavimentados com pedra, cimento, asfalto ou mesmo sobre o solo de terra batida conhecido como terreiro. O ar quente usado neste método de secagem é proveniente dos ventos e a energia é proveniente do sol (SILVA, 1995; FIOREZE, 2004). Este método de secagem tem baixo custo operacional, pois não necessita de mão de obra especializada, não tem custo com energia, máquinas e instalações apropriadas. No entanto, sua utilização está subordinada às condições climáticas. Este método de secagem apresenta alto índice de perdas devido a vários fatores dentre os quais podem ser citados: a ocupação do campo de plantio por muito tempo, o produto fica sujeito à ação de pássaros, insetos, roedores e à contaminação por fungos (FIOREZE, 2004). Este método não é adequado ao processamento de grandes volumes devido ao baixo rendimento e à vinculação do controle do processo a fatores climáticos (SILVA, 1995). Como não apresenta um bom controle de qualidade, os produtos processados desta forma não atingem os mercados mais exigentes (exportação).

A secagem artificial tem a interferência direta e efetiva do homem através da aplicação de técnicas desenvolvidas para melhorar e acelerar o processo através de

recursos não-naturais controlados, o que permite reduzir rapidamente o teor de umidade dos produtos recém-colhidos evitando, assim, através de um rigoroso controle de qualidade, as perdas provocadas por alterações metabólicas, ação de fungos, roedores e insetos em geral. Apesar de ter um custo mais elevado que o custo da secagem natural, este recurso é amplamente usado em grandes produções devido ao controle e à rapidez proporcionados pelo processo (SILVA, 1995).

Na secagem artificial de produtos agrícolas, o método mais comum consiste em aquecer o ar, diminuindo a sua umidade relativa, e depois aplicar sobre o produto um fluxo deste ar aquecido a determinada velocidade. Isto provoca um processo contínuo de transferência de calor do ar aquecido para dentro do produto e, ao mesmo tempo, transferência de umidade do interior do corpo para a sua superfície. A partir da superfície, esta umidade é retirada do produto pelo ar de secagem, sob a forma de vapor (BROOKER et al., 1992; LIMA, 1999; SILVA, 2007; SILVA, C., 2012).

Conforme Farias (2011), a secagem de produtos alimentícios é um dos métodos mais antigos que se tem conhecimento, usado para a preservação e armazenamento de alimentos desde os primórdios da civilização. Uma rápida revisão nos registros históricos mostra que a sua prática é comum em todo o mundo, como forma de dispor destes produtos durante todo o ano, eliminando as dificuldades provocadas pela sazonalidade.

No caso da secagem de alimentos, a mesma propicia um considerável aumento da sua longevidade ou “tempo de prateleira”, mantendo o produto propício ao consumo por um período muito maior que o permitido para o produto *in natura*. Portanto, este processo consiste num método de preservação e deve ser feito, no caso de produtos agrícolas, logo após a colheita do produto (SILVA, 1995; FIOREZE, 2004), propiciando também, quando realizada nas condições apropriadas, uma grande redução no desperdício, melhores condições de higienização, além da redução de peso, o que reduz os custos com empacotamento, transporte e armazenamento (OKOS et al., 1992; SILVA C., 2010).

Neste contexto, é fundamental conhecer cientificamente o processo de secagem dos alimentos, de forma que permita fazer um controle de qualidade visando a minimização dos custos, a preservação da qualidade nutricional do alimento, seu sabor e o seu consumo contínuo, mesmo nos períodos sazonais, além de agregar outros valores ao produto seco.

Observa-se que nas regiões geladas, os períodos de frio intenso inviabilizam o cultivo de produtos agrícolas durante grande parte do ano. Também nas regiões áridas, os longos períodos de estiagem e nas regiões tropicais, as variações climáticas provocam a ausência de muitos produtos alimentícios no mercado durante os períodos de entressafra. Como consequência, há um grande aumento de preço nestes períodos, enquanto durante o período de safra os preços, devido à alta oferta destes produtos, diminuem demasiadamente provocando grandes prejuízos, principalmente entre os pequenos produtores que não têm acesso às modernas técnicas de secagem e tampouco podem arcar com seus custos e assim precisam vender seus produtos logo após a colheita.

Os processos de secagem têm permitido ao homem retardar a deterioração dos produtos alimentícios por longos períodos após sua fase de maturação fazendo, assim, com que possam ser consumidos ao longo de todo o ano (FIOREZE, 2004).

Conforme Silva, C. (2012), as frutas são altamente perecíveis, e para muitas delas o processo de refrigeração não é adequado. Assim, a industrialização é outra forma que pode ser usada para o seu aproveitamento, tais como a produção de geléia, sucos concentrados, néctares, doces compotas, frutas cristalizadas, chips e passas, dentre os processos de aproveitamento industrial (CANO-CHAUCA et al., 2002). No entanto, a secagem de frutas, devido à sua grande diversidade, exige estudos específicos para cada tipo delas. A determinação de todos os parâmetros envolvidos constitui-se de uma operação complexa, ainda pouco compreendida, principalmente no que se refere à seleção e controle das condições de processo para a manutenção da qualidade final do produto, evitando alterações no aroma e no sabor, além de alterações nutricionais que podem até mesmo tornar o produto final não indicado para o consumo humano.

Os produtos alimentícios, principalmente as frutas, na sua grande maioria são colhidos com alto teor de umidade, o que facilita o aparecimento e desenvolvimento de insetos, bactérias, fungos e processos químicos que levam a uma rápida deterioração do produto (BROOKER et al., 1992; FIOREZE, 2004); como também a sua germinação em períodos impróprios e de forma indesejada. Portanto, a secagem feita logo após a colheita tem por objetivo principal a conservação das qualidades nutricionais dos produtos por longos períodos de armazenamento (SILVA, 2007), como também a diminuição das perdas e conseqüentes prejuízos.

A fim de descrever a penetração do calor durante o processo de secagem, o calor latente de vaporização da água no produto tem de ser conhecido. Silva et al. (2012a) determinaram uma equação empírica para o calor latente de vaporização da água em bananas, durante a sua secagem isotérmica, como uma função do teor de umidade e da temperatura e propuseram um modelo de secagem de bananas com difusividade efetiva de massa variável, e este estudo envolveu uma solução numérica da equação de difusão e um algoritmo de otimização baseado no método inverso.

2.3. Secagem de bananas inteiras

Conforme Silva, C. (2012), a produção de banana-passa requer baixo investimento inicial e boas perspectivas de lucratividade. O mercado interno está em expansão e o mercado externo continua inexplorado pelo Brasil. A obtenção de banana-passa é feita mediante a secagem natural ou artificial da fruta madura, comumente a partir da banana nanica e da banana nanicão, abundantes nas regiões tropicais e, portanto, na maior parte do Brasil. Conforme Katekawa e Silva (2007), a secagem das bananas é utilizada não apenas para a preservação, mas também para aumentar o valor agregado ao produto, como no caso de banana-passa. Da mesma forma, Janjai et al. (2009) também observaram que a banana é seca, não apenas para fins de preservação, mas também para a modificação do sabor, aroma e textura para satisfazer as preferências dos consumidores e aumentar o valor comercial do produto.

Frutas e legumes secos vêm ganhando importância comercial, e tornou-se um importante setor da indústria agrícola brasileira. Do total de bananas colhidas, somente cerca de 40 a 50% chegam efetivamente às mãos dos consumidores (JAYARAMAN e GUPTA, 1995; KARIM e HAWLADER, 2005; BAINI e LANGRISH, 2007). Segundo Tagliari e Franco (1994), isso ocorre devido às perdas causadas por danos ocorridos desde o plantio até a colheita, e pela falta de planejamento do manejo da lavoura. O desperdício ocorre principalmente no momento da colheita, no armazenamento, no processo de embalagem, no transporte e no manuseio das frutas nos locais onde são comercializadas. A diminuição do seu volume e peso com a retirada da água propicia a redução de custos nos processos de embalagem, transporte e armazenamento (FIOREZE, 2004; BROOKER et al., 1992; SILVA, C. 2012). Do ponto de vista biológico, a banana é uma das frutas que apresenta uma das maiores perdas por decomposição pós-colheita, pois é altamente perecível e não permite o resfriamento para armazenamento (BORDIN, 1998; SOUSA, 2002, SILVA, C., 2012). Assim, a necessidade de reduzir tais perdas é muito importante, e tal redução pode ser obtida usando-se, por exemplo, técnicas adequadas de secagem (KARIM e HAWLADER, 2005). A secagem deste tipo de produto exige especial atenção dos pesquisadores devido às vitaminas e minerais, que precisam ser preservados durante o processo de secagem.

Devido à sua importância nutricional e econômica, e por ser produzida e consumida em grande parte do mundo, a banana tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores. Assim, vários estudos sobre a banana estão disponíveis na literatura, e alguns deles são mencionados a seguir. Talla et al. (2004) desenvolveram modelos matemáticos para determinar a variação da densidade e encolhimento de banana durante a secagem e estes modelos foram validados através de um estudo experimental sobre este fruto. Karim e Hawlader (2005) desenvolveram um modelo matemático para descrever os processos de transferência de calor e de massa durante a secagem da banana, tendo em conta o encolhimento do produto. Nguyen e Price (2007) investigaram o efeito das condições de processo sobre a cinética de secagem de pedaços cilíndricos de banana em uma faixa de temperatura entre 30 e 70°C, levando em conta o efeito do comprimento dos pedaços. Além disso, a influência da maturidade das bananas

e os diferentes períodos de colheita foram também estudados para confirmar o efeito da morfologia sobre a cinética de secagem.

2.4. Modelos de secagem

A escolha do processo de secagem a ser utilizado para a retirada de água de um produto poroso depende das características iniciais deste produto e do produto final desejado. Conforme Silva (2007), existem vários processos de secagem artificial, que tem sido objeto de estudos pelos pesquisadores desta área, e que são mais utilizados tanto pelos produtores como pelas indústrias de alimentos, alguns são citados a seguir.

2.4.1. Secagem por convecção

Também conhecida como secagem com ar quente, é feita através da aplicação de fluxo de ar quente sobre ou através do produto, cedendo calor que penetra no corpo provocando o seu consequente aquecimento a partir de suas camadas mais externas em direção às camadas mais internas. Este aquecimento cria um gradiente de temperatura e de massa no interior do produto, que provocam o transporte da umidade das camadas mais internas para as camadas mais externas. De acordo com a teoria da difusão líquida, uma parte do calor aquece o corpo e a outra parte vaporiza a água em sua superfície, sendo que o vapor produzido é retirado das vizinhanças pelo fluxo de ar. Este processo de secagem é indicado principalmente para a secagem de grãos e frutas, tanto nas fazendas como nas indústrias, pois permite a secagem de grandes volumes a custos razoáveis. O fluxo contínuo de ar quente pode ser aplicado de várias formas, dentre estas podemos citar: fluxo cruzado, fluxo simultâneo, fluxo concorrente e fluxo misto (BROOKER et al., 1992).

Por ter sido este o modelo utilizado neste trabalho, maiores detalhes sobre ele são apresentados no item 2.5.

2.4.2. Secagem a vácuo

Neste processo de secagem o produto é colocado em um ambiente a baixa pressão, o que provoca um gradiente de pressão no seu interior levando a umidade a se deslocar das camadas mais internas para as mais externas em direção a sua superfície e daí é extraída para o meio externo. Um exemplo de equipamento utilizado para a secagem a vácuo é a estufa a vácuo. Este tipo de secagem é recomendado para produtos termo-sensíveis como forma de aumentar a sua “vida de prateleira”, pois estes produtos possuem componentes voláteis facilmente degradáveis a altas temperaturas como: cor, sabor e aroma, a exemplo das ervas aromáticas.

Ferreira e Silveira Júnior (1999) descreveram uma montagem experimental para a secagem à vácuo de manjerição em diferentes pressões (0,28; 0,41 e 0,54 atm), e fizeram uma avaliação sobre a qualidade do produto final, verificando que o produto seco a vácuo tem boa aceitabilidade pelos provadores e que comparando as amostras secas a vácuo com a amostra comercial, com processo convencional de secagem, tem-se uma perda menor dos componentes voláteis, ou seja, maior preservação do aroma.

Su-Yan He e Yun-Fei Li (2003) descreveram o desenvolvimento e desempenho de um algoritmo computacional para estimar a massa e a temperatura de produtos esféricos durante o ciclo de resfriamento a vácuo. O modelo incluiu os efeitos do coeficiente de transferência de calor, o calor latente de evaporação dos parâmetros ambientais e de vácuo.

2.4.3. Secagem a frio

A secagem a frio é também conhecida como liofilização ou “*freeze drying*”, na qual o produto é colocado em um ambiente a baixa temperatura fazendo congelar a umidade no seu interior. Após esta operação o produto é colocado em uma câmara de secagem onde a pressão é abaixo do ponto tríplice da água, o que provoca a sublimação da umidade congelada. Devido ao gradiente de pressão no interior do produto a umidade

sob a forma de vapor se desloca das camadas mais internas para as mais externas até a sua superfície e daí para o meio.

Mascarenhas et al. (1997) fizeram uma completa descrição da secagem a frio, a liofilização, e propuseram um modelo computacional baseado em análise por elementos finitos para este processo de secagem. O processo também é descrito e utilizado por McAtee et al. (1982) e por Cochrane et al. (2006).

2.4.4. Secagem por radiação

Neste processo de secagem a energia necessária para aquecer o produto é obtida através do campo magnético na faixa do infravermelho gerado dentro do recipiente onde o produto é colocado. A tecnologia de secagem via radiação infravermelha tem sido amplamente utilizada em vários processos industriais, envolvendo materiais têxteis, eletrônicos, tintas automotivas e papéis (NAVARRI et al., 1992; KUANG et al., 1992), mas sua aplicação em produtos da agroindústria ainda está na sua fase inicial, pois a exposição direta dos produtos alimentícios aos raios infravermelhos provoca a queima de sua camada externa, sendo necessário o uso de gel protetor para evitar danos, o que causa o encarecimento do processo.

Pereira et al. (2009) realizaram um estudo da influência da intensidade de radiação infravermelha na secagem do sistema semente-gel. Os pesquisadores utilizaram sementes de *Pennisetum glaucum* (milheto) recobertas artificialmente com hidrocolóides, em que a moldagem e congelamento da camada de revestimento, sobre a superfície das partículas, foram viabilizadas mediante a imersão individual dos grãos em placas de acrílico perfuradas. Concluíram que a construção de amostras de gel contribui para a continuidade dos estudos sobre os fenômenos de transferência de calor e massa entre o sólido e o fluido envolvidos no processo de secagem via radiação.

Shilton et al. (2002) desenvolveram um modelo para descrever a transferência de calor e massa em fatia de carne magra e carne empanada com diferentes teores de

gordura durante o cozimento por radiação infravermelha usando a técnica de diferenças finitas.

Jaturonglumlert e Kiatsiriroat (2010) determinaram a relação dos coeficientes de transferência de calor e massa para o processo de secagem de casca de frutas feita sob uma combinação de secagem por convecção e infravermelho distante e concluíram que a secagem combinada de convecção e infravermelho distante diminui o tempo de secagem, devido ao elevado calor na transferência de massa em comparação com a secagem de ar quente.

2.4.5. Secagem por microondas

Também conhecida como secagem dielétrica, na qual o produto é colocado em um ambiente sujeito a ondas eletromagnéticas no nível de microondas (10^3 a 10^4 MHz). O aquecimento de um material por irradiação com microondas se dá devido à interação da onda eletromagnética com o dipolo elétrico da molécula provocando a rotação dos mesmos. Esta mudança provoca uma geração de energia devido à fricção molecular. Uma importante característica do aquecimento por microondas é a absorção direta da energia pelo material a ser aquecido, ao contrário do que ocorre quando o aquecimento é realizado por convecção, no qual a energia é transferida lentamente do meio para o produto. Este tipo de secagem é geralmente usado para materiais finos, tais como filmes, pinturas e coberturas. Este processo de secagem é reportado em vários trabalhos de pesquisa sobre secagem de materiais porosos como, por exemplo, em Feng et al. (2004), Araszkiwicz et al. (2004) e Itaya et al. (2004).

Souraki e Mowla (2007) estudaram experimental e teoricamente o comportamento da secagem de uma partícula esférica pequena porosa no forno de microondas em leito fluidizado e concluíram que os teores médios de umidade encontrados através do modelo matemático, foram compatíveis com os dados experimentais.

2.4.6. Secagem em leito fluidizado ativo

Este método consiste na imersão de um produto úmido em um recipiente contendo uma substância dissecante, tipo sílica gel ou ácidos dissolvidos em água, fluidizada pelo ar. O mecanismo de transferência de umidade acontece da superfície do material para a substância dissecante.

Luccas (1996) desenvolveu um processo em leito fluidizado visando produzir bananas desidratadas com propriedades funcionais adequadas para consumo na forma de lanches, e o produto final (6% de umidade) apresentou alto índice de reidratação, cor atraente, baixa densidade real e crocância. As curvas de secagem foram bem correlacionadas com o modelo de Page e o modelo das Duas Resistências de Brunello.

2.5. Tipos de secagem para a banana

Para bananas o modelo de secagem mais adequado é a secagem por convecção ou convectiva conforme pode ser avaliado na descrição de cada um dos modelos de secagem apresentados no item 2.4, considerando-se as características físicas deste fruto, seus parâmetros termofísicos, o volume a ser processado, o produto final desejado e o custo total do processo. No caso do uso de fluxo de ar, existe a secagem a baixa temperatura (ar natural ou levemente aquecido) e secagem a alta temperatura (devido a fluxos de ar aquecido artificialmente).

A transferência de calor por convecção pode ser classificada como convecção livre ou natural, quando o movimento do fluido é provocado por forças de flutuação que resultam das variações de densidade provocadas por variações de temperatura do fluido. Já a convecção forçada ocorre quando o fluido é forçado a fluir ao longo da superfície por uma fonte externa tal como ventiladores, por agitação, ou bombas, criando uma corrente de convecção induzida artificialmente. A secagem convectiva envolve principalmente dois fenômenos que são a remoção de água do produto e a penetração de calor do mesmo. A seguir é feita uma rápida descrição destes processos.

2.5.1. Remoção de água no produto

Segundo Farias (2011) e Carmo (2004), a remoção de água de um produto durante o processo de secagem convectiva ocorre através da transferência de calor ao produto por convecção, através do fluxo de ar aquecido. Esse calor é utilizado para vaporizar o líquido na superfície do sólido ou nas camadas mais próximas da superfície quando a mudança de estado ocorre no interior do corpo (BROOKER et al., 1992). O vapor produzido é retirado pelo fluxo de ar, seja através de convecção natural ou forçada. Com a retirada de água da superfície e das camadas mais externas, cria-se um gradiente de umidade no interior do produto causando um processo migratório de umidade das camadas mais centrais para as mais externas e daí para a superfície (FIOREZE, 2004). Parte do calor que penetra no produto provoca, também, a vaporização da água no seu interior, ocorrendo, neste caso, a migração de líquido e vapor para a superfície (LIMA e NEBRA, 2000).

Uma rápida pesquisa na literatura apresenta várias teorias sobre o transporte de água no interior de produtos sólidos porosos dentre as quais pode-se destacar as que se seguem como as mais relevantes e mais utilizadas pelos pesquisadores: Brooker et al. (1992), Lima (1999), Nascimento (2002), Carmo (2004), Fioreze (2004) e Farias (2011):

- a) Difusão líquida no interior do sólido poroso, devido ao gradiente do teor de umidade entre as camadas mais externas e as mais internas;
- b) Fluxo de vapor e/ou líquido, devido ao gradiente de pressão entre as camadas mais externas e as mais internas.
- c) Movimento de líquido devido a forças capilares;
- d) Difusão líquida devido às forças osmóticas;
- e) Movimento do líquido, devido à força gravitacional que age sobre o produto.

O que se observa experimentalmente é a migração de umidade devido a uma combinação de vários processos simultâneos. Entretanto, alguns autores trabalham com a hipótese do transporte de água acontecer como uma combinação de difusão líquida e difusão de vapor, enquanto outros preferem considerar apenas a difusão de líquidos. De acordo com Brooker et al. (1992), Fioreze (2004) e Park et al. (2007), o modelo que considera apenas a difusão líquida é uma simplificação para o movimento migratório da água no interior de sólidos porosos. Esse modelo, apesar de apresentar erros devido à desconsideração dos demais fatores responsáveis pela difusão de líquido e vapor, tem a preferência de um grande número de pesquisadores na área de secagem, e vem sendo amplamente utilizado na descrição do processo migratório da umidade (LIMA, 1999; CARMO, 2000; NASCIMENTO, 2002; SALINAS et al., 2004; HOLANDA, 2007; AMENDOLA e QUEIROZ, 2007; SILVA, 2007; SILVA et al., 2008a; SILVA et al., 2009a; SILVA, et al., 2010a; FARIAS, 2011).

2.5.2. Teor de umidade

O teor de umidade indica a quantidade de água contida em um corpo em relação à sua massa, e é normalmente expresso em decimal ou em percentual quando multiplicado por 100 (BROOKER et al., 1992).

O teor de umidade em base úmida (M_{bu}) é definido como:

$$M_{bu} = \frac{\text{massa de água}}{\text{massa do corpo úmido}} = \frac{m_{H_2O}}{m_{H_2O} + m_s}. \quad (2.1)$$

Já o teor de umidade em base seca (M_{bs}) é definido como:

$$M_{bs} = \frac{\text{massa de água}}{\text{massa do corpo seco}} = \frac{m_{H_2O}}{m_s}, \quad (2.2)$$

onde:

m_{H_2O} é a massa de água,

$(m_{H_2O} + m_s)$ é a massa total do corpo e

m_s é a massa seca do corpo.

O teor de umidade de equilíbrio, M_{eq} , é interpretado como o valor do teor de umidade médio de um corpo, exposto a determinadas condições do meio que o envolve durante um tempo suficientemente longo após o qual não haja mais mudança na sua massa (SILVA et al., 2007). O teor de umidade de equilíbrio é um parâmetro muito importante no estudo dos processos de secagem de sólidos porosos, pois a descrição do transporte de água em um sólido ao longo do tempo depende de seu valor. Sendo assim, a determinação do teor de umidade de equilíbrio desempenha um papel fundamental em processos de secagem. Para a determinação deste parâmetro, vários modelos teóricos têm sido propostos, mas apenas a equação GAB (cinética de adsorção) Brooker et al. (1992) é capaz de prever teores de água de equilíbrio para produtos agrícolas, de forma acurada, para a maioria das situações práticas de condições de secagem. Como as constantes desta equação não são conhecidas para a maioria dos produtos, são utilizadas equações empíricas mais simples como as de Chung, Copace, Henderson, Halsey, Chung-Pfost, Oswin, Sabbah, Sigma-Copace e Cavalcanti Mata (SILVA et al., 2005).

Cada uma destas equações pode, ou não, apresentar bons resultados na determinação do teor de água de equilíbrio dependendo do tipo específico de produto.

Algumas das equações empíricas disponíveis na literatura são apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Equações empíricas para o cálculo do teor de umidade de equilíbrio, em que T (°C) e UR (%) são a temperatura e a umidade relativa do ar de secagem.

Nº	Nome	Equação empírica
1	Chung	$M_{eq} = a - b \ln [- (T + c) \ln (UR/100)]$
2	Copace	$M_{eq} = \exp(a - b T + c UR/100)$
3	Henderson	$M_{eq} = \{- \ln (1 - UR/100) / [a (T + b)]\}^c$
4	Chung-Pfost modificada	$M_{eq} = -\ln [- (T + b) \ln (UR/100) / a] / c$
5	Halsey modificada	$M_{eq} = [-e^{(a+bT)} / \ln (UR/100)]^{(1/c)}$
6	Oswin modificada	$M_{eq} = \{ (a + bT) [(UR/100) / (1 - UR/100)] \}^c$
7	Sabbah	$M_{eq} = a [(UR/100)^b] / T^c$
8	Sigma-Copace	$M_{eq} = \exp [a - b T + c \exp (UR/100)]$
9	Cavalcanti Mata	$M_{eq} = \left[- \ln (1 - UR/100) / (a T^b) \right]^c$
10	Silva et al. (2005)	$M_{eq} = e^{(aT)} / \ln (b + c UR + 1 / UR)$

Fonte: Silva et al. (2005).

2.5.3. Penetração de calor no produto

A penetração de calor num produto, durante o seu processo de secagem convectiva, ocorre através da exposição deste produto a um fluxo de ar aquecido, o que provoca o aquecimento da sua superfície e de suas camadas mais externas. A penetração do calor no produto até suas camadas mais internas se deve ao processo de condução, que ocorre entre as camadas externas mais aquecidas e as internas menos aquecidas devido ao gradiente de temperatura que é criado dentro do produto. Este processo depende principalmente da condutividade térmica do produto e da temperatura do ar de secagem. A maior ou menor resistência à penetração do calor na superfície do produto é

indicada pelo coeficiente convectivo de calor. Já no interior do produto, a maior ou menor resistência à condução de calor é indicada pela sua condutividade térmica. (SILVA, L., 2012)

2.6. Modelos de difusão

A difusão é um exemplo de fenômeno de transporte de matéria, quantidade de movimento ou energia que ocorre em um meio estacionário, causado pela existência de um gradiente, onde a grandeza extensiva é transportada devido ao movimento aleatório das moléculas do meio. Esses movimentos fazem com que, do ponto de vista macroscópico, a grandeza extensiva passe das zonas de gradientes mais elevados para zonas de gradientes menores (FARIAS, 2011).

A difusividade de umidade e a condutividade térmica são propriedades do material que em geral dependem do teor de umidade, da temperatura e da estrutura física do material. Já os coeficientes de transferência convectiva de calor e massa na superfície de contorno entre o material e o agente de secagem dependem das condições deste agente (normalmente o ar seco mais vapor de água) tais como: umidade absoluta, temperatura, velocidade e também da geometria do corpo sólido que está sendo secado ou umedecido (CARMO, 2004).

2.6.1. Difusão líquida

De acordo com a teoria da difusão líquida, uma parte do calor aquece o corpo e a outra parte vaporiza a água líquida que foi transferida para a sua superfície, sendo o vapor produzido retirado da superfície pelo fluxo de ar. A difusão de calor ocorre devido aos gradientes de temperatura e a difusão de massa devido à diferença de concentração da umidade (SILVA, C., 2012).

O modelo de difusão líquida descreve a movimentação de líquido, normalmente água, dentro de um produto poroso, considerando apenas o gradiente ou diferença de

concentração de líquido que no processo de secagem é provocado pelo seu aquecimento a partir da sua superfície quando submetido ao fluxo de ar quente e, a consequente migração da umidade das camadas mais internas para as mais externas. O transporte de água no interior do produto depende apenas da difusividade efetiva do produto e do teor de umidade do mesmo. Já na superfície depende também do coeficiente de transferência convectiva de massa. Matematicamente é representado pela equação de difusão de massa. Tal modelo considera, portanto, a resistência interna e externa aos fluxos de massa, e é capaz de prever a distribuição de umidade no interior de um sólido e na sua superfície, em um dado instante de tempo (SILVA, C., 2012; FARIAS, 2011).

Este modelo de difusão é frequentemente usado para descrever o transporte de água em meios porosos em geral, e em particular na descrição da secagem de corpos úmidos (SILVA, C., 2010). Este modelo vem ganhando muitos adeptos, nas mais diversas áreas de pesquisa como, por exemplo, na secagem de grãos (CARMO e LIMA, 2005; GONELI et al., 2007; RESENDE et al., 2008; HACIHAFIZOGLU et al., 2008), de frutas (QUEIROZ e NEBRA, 2001; SILVA et al., 2009b; SILVA, C., 2010), de madeira (LIU e SIMPSON, 1999; RICARDEZ et al., 2005) e de materiais cerâmicos (SILVA, 2007; SILVA, 2009 ; FARIAS, 2011), entre outros.

2.6.2. Difusão líquido-vapor

O modelo de difusão líquido-vapor considera que uma parte do calor que é transferido pelo fluxo de ar quente para a superfície e camadas mais externas do corpo provoca seu aquecimento e a outra parte vaporiza a água líquida, sendo o vapor produzido retirado das camadas mais externa e da superfície do corpo pelo fluxo de ar quente que incide sobre o mesmo. Portanto, a difusão ocorre devido aos gradientes de concentração da umidade (difusão de massa nos estados líquido e de vapor) e de temperatura (difusão de calor) entre as camadas mais internas e as mais externas. O meio não se movimenta enquanto que massa e energia são transferidas de molécula a molécula (MOHSENIN, 1980; OLIVEIRA et al., 2004; FORTES e OKOS, 1980; FORTES et al., 1981).

2.7. Soluções para a equação de difusão

As soluções das equações diferenciais parciais que formam o modelo matemático que descreve o processo de difusão de um fluido no interior de um sólido poroso podem ser obtidas através de métodos analíticos e numéricos.

2.7.1. Métodos analíticos

Os métodos analíticos são aplicados geralmente a corpos com geometrias simples como placa infinita, paralelepípedos, cilindros e esferas. Em geral, as condições de contorno são simplificadas, havendo a suposição de volume e difusividade constantes, com distribuição de umidade inicial e temperatura uniforme, admitindo que o meio seja homogêneo e isotrópico, dentre outras considerações simplificadoras. A principal vantagem do método analítico é que, por tratar um domínio contínuo, a variável de interesse é conhecida em qualquer ponto deste domínio e em qualquer instante de tempo. Em adição, um método analítico necessita de pouca demanda computacional, o que implica em ser um método barato e rápido (MALISKA, 2010).

Mesmo se as hipóteses anteriormente mencionadas não puderem ser satisfeitas, as soluções analíticas não devem ser descartadas e uma de suas importantes aplicações é exatamente para validar casos limites de modelos numéricos, e auxiliar no desenvolvimento de métodos numéricos mais robustos (MALISKA, 2010). Ainda, em processos de otimização via soluções numéricas, frequentemente valores iniciais de parâmetros termofísicos devem ser informados, e uma boa estimativa de tais valores iniciais pode ser obtida através de soluções analíticas.

2.7.2. Métodos numéricos

Os métodos numéricos são geralmente aplicados a corpos com geometrias complexas, ou geometrias simples com volume e difusividade variáveis. Em geral, soluções numéricas são requeridas para a equação de difusão na descrição deste tipo de

problema (GASTÓN et al., 2003; WU et al., 2004; AMENDOLA e QUEIROZ, 2007; SILVA et al., 2008a; SILVA, C., 2010). Uma das principais vantagens do método numérico, em relação ao método analítico, é que o primeiro possibilita incluir volume e difusividade variáveis no modelo a ser resolvido, enquanto o segundo não.

Neste método é feita a discretização do domínio em volumes de controle. Assim as equações diferenciais são substituídas por equações algébricas, uma para cada volume de controle. Como se trabalha com grandes quantidades de volumes de controle para se obter resultados mais exatos, a quantidade de equações algébricas é grande, o que leva este método a exigir grande demanda computacional e um tempo relativamente grande para se chegar a uma solução, o que pode ser considerado como uma desvantagem. No entanto, com o avanço da tecnologia computacional esta desvantagem tem sido minimizada.

2.7.3. Tipos de condições de contorno

- a) A condição de contorno de equilíbrio é também chamada de condição de contorno do primeiro tipo ou condição de contorno de Dirichlet. Para esta condição de contorno se considera que o valor da grandeza de interesse seja conhecido na superfície do corpo em estudo, ou seja, na superfície, a grandeza de interesse tem o mesmo valor que no meio externo (BIRD et al., 2001; LIMA et al., 2004; SILVA et al., 2007; SILVA et al., 2008a; SILVA et al., 2009a; SILVA et al., 2009b; SILVA, C., 2010).
- b) A condição de contorno com fluxo prescrito é também chamada de condição de contorno do segundo tipo ou condição de contorno de Newmann. Neste caso, a derivada da variável de interesse em relação à posição que define o fluxo da variável de interesse na fronteira é conhecida (BIRD et al., 2001; MALISKA, 2010).
- c) A condição de contorno convectiva é também chamada de condição de contorno do terceiro tipo ou condição de contorno de Cauchy. Nesta condição de contorno

o transporte da grandeza de interesse na superfície do corpo em estudo ocorre por convecção, com um coeficiente de transferência convectivo denotado h . Neste caso pode-se considerar uma camada limite entre o volume de controle externo e o meio externo com características diferentes do corpo em estudo, o que faz com que o fluxo da grandeza de interesse não assuma instantaneamente o mesmo valor do meio externo quando em contacto com o mesmo. A formulação matemática é obtida fazendo-se o balanço do transporte da grandeza de interesse na fronteira, isto é, iguala-se o fluxo por difusão no interior da superfície com o fluxo convectivo que chega nessa mesma superfície, pelo lado externo (BIRD et al., 2001; QUEIROZ, 1994; OLIVEIRA e LIMA, 2002; TERUEL et al., 2003; BENNAMOUN e BELHAMRI, 2006; SILVA et al., 2010a; SILVA et al., 2010b; SILVA, C., 2010).

2.8. Equação de difusão para a massa e para a energia

No processo de secagem por convecção feita através da aplicação de fluxo de ar quente sobre e/ou através do produto ocorre simultaneamente a transferência de calor e massa no interior do sólido poroso, bem como a retirada da umidade na sua superfície pelo ar quente. Esta dinâmica está sujeita às influências exercidas pelas condições externas do ar de secagem, tais como temperatura, umidade relativa e velocidade, bem como pela estrutura interna do material e o seu teor de umidade inicial. A secagem de um sólido poroso resulta da troca de calor e massa entre o produto e o ar de secagem.

A difusividade de massa e a condutividade térmica são propriedades do material e, em geral, dependem do seu teor de umidade, da temperatura e da densidade do mesmo, variando com o tempo e a posição dentro do produto. Como a difusividade de massa do material e a condutividade térmica variam com a temperatura e com o teor de umidade, a transferência de massa e de calor estão intrinsecamente ligados, como será mostrado no decorrer deste trabalho.

Para resolver a equação de difusão, várias hipóteses precisam ser estabelecidas. Quanto às condições de contorno, no caso de secagem usando ar quente, deve se estabelecer se a condição de contorno adequada é a de equilíbrio (LIMA et. al., 2004; SILVA et al., 2007; SILVA et al., 2008a; SILVA et al., 2009a; SILVA et al., 2009b; SILVA, C., 2010), ou a convectiva (QUEIROZ e NEBRA, 2001; SILVA et al., 2009a; SILVA, C., 2010).

Outra hipótese que precisa ser estabelecida se refere ao coeficiente de difusividade de massa e condutividade térmica que, em vários trabalhos de pesquisa, são considerados constantes (OLIVEIRA e LIMA, 2002; NASCIMENTO et al., 2005; SILVA et al., 2009a; SILVA et al., 2010b). Entretanto, alguns pesquisadores consideram a difusividade de massa e a condutividade térmica como um parâmetro variável ao longo do processo (LIMA, 1999; NASCIMENTO, 2002; SILVA et al., 2008a; SILVA, C., 2010; FARIAS, 2011).

Também deve ser estabelecido, se a variação dimensional do produto durante o processo precisa ser considerada (SILVA et al., 2009a; SILVA et. al., 2009b; SILVA et al., 2009c), ou seja, se o encolhimento é significativo e deve ser considerado (NASCIMENTO et al., 2005; SILVA, 2007; SILVA et al., 2008a; MARIANI et al., 2008; SILVA, C., 2010; FARIAS, 2011). Vários trabalhos de pesquisa sobre secagem estabelecem a hipótese de que o sólido seja homogêneo e isotrópico (SILVA, C., 2010; FARIAS, 2011) enquanto outros consideram a heterogeneidade e anisotropia do produto (PERRÉ e TURNER, 2002).

Quanto mais as hipóteses estabelecidas se aproximam das condições reais de secagem, mais difícil se torna a determinação de soluções analíticas para descrever o processo. Nestes casos, soluções numéricas são comumente utilizadas (NASCIMENTO, 2002; WU et al., 2004; CARMO, 2004; OLIVEIRA, 2006; AMENDOLA e QUEIROZ, 2007; SILVA, 2007). Em geral, os pesquisadores obtêm soluções da equação de difusão para condições específicas de secagem, o que faz com que tais soluções nem sempre possam ser utilizadas por outros pesquisadores. Normalmente, em cada trabalho de pesquisa, a equação de difusão deve ser resolvida. (SILVA, C., 2012).

2.8.1. A equação de difusão para a massa

A equação da difusão é obtida a partir da equação geral de transporte (equação da conservação), na qual o termo advectivo é nulo porque o meio está em repouso e, portanto, a velocidade é igual a zero. Esta equação é usada para descrever a difusão de massa em vários processos como resfriamento, aquecimento, além de congelamento, absorção de água por produtos e retirada de água em produtos chamada de secagem (PATANKAR, 1980; BIRD et al., 2001; MALISKA, 2010; WU et al., 2004; CARMO e LIMA, 2005; CAVALCANTI et al., 2005; PIROZZI e AMÊNDOLA, 2005). Para o caso específico de transporte de água durante o processo de secagem, tem-se:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{ef} \nabla M), \quad (2.3)$$

onde:

M é o teor de umidade em base seca, num instante t;

D_{ef} é a difusividade efetiva de massa no produto

t é o tempo.

2.8.2. A equação de difusão para o calor

A equação de difusão de calor também é obtida a partir da equação geral do transporte (equação da conservação), em que o termo advectivo é nulo porque o meio está em repouso. Esta equação é usada para descrever a difusão de calor em vários processos como resfriamento, aquecimento e de congelamento, bem como a condução de calor durante o processo de secagem. Para alguns processos mencionados anteriormente, a equação de condução de calor é escrita do seguinte modo: (CRANK, 1992; BROOKER et al., 1992; INCROPERA e DE WITT, 1992; BIRD et al., 2001; CHEMKHI e ZAGROUBA, 2005; SILVA et al., 2008b; FARIAS et al., 2009; SAYKOVA et al., 2009)

$$\frac{\partial (\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T), \quad (2.4)$$

onde: ρ é a densidade do produto;
 c_p é o calor específico do produto;
 T é a temperatura, num instante t ;
 k é a condutividade térmica do produto;
 t é o tempo.

2.9. Calor latente de vaporização

O calor latente de vaporização é considerado uma das mais importantes propriedades termodinâmicas porque possibilita a determinação da quantidade de energia na secagem de um produto. Tal propriedade pode ser definida como a quantidade de energia necessária para evaporar a água livre contida num sólido poroso a uma determinada temperatura e umidade relativa. O estudo desta propriedade é indispensável para a realização da secagem de produtos agrícolas (BROOKER et al., 1992).

2.9.1. Calor latente de vaporização da água livre

A água contida dentro de um sólido poroso pode ser classificada, de uma forma geral, como água de constituição e água livre. A água de constituição é aquela que faz parte da estrutura molecular do produto, possuindo ligações físicas e/ou químicas com suas moléculas enquanto a água livre é aquela que permeia a estrutura do produto não tendo ligações químicas e/ou físicas com a estrutura molecular do produto, e a energia necessária para a vaporização da mesma é chamada de calor latente de vaporização da água livre.

O calor latente de vaporização da água livre fora de um produto, h_{wf} , em função da sua temperatura em °C, é dado pela equação obtida a partir de dados experimentais (BROOKER et al., 1992):

$$h_{wf} = 600 - 0,570 T, \text{ em kcal kg}^{-1}. \quad (2.5)$$

2.9.2. Calor latente de vaporização da água em um produto

O calor latente de vaporização da água em um produto é a energia necessária para evaporar a água contida neste produto, e pode ser determinado a partir dos valores de teor de umidade de equilíbrio para determinadas temperaturas.

Em vários estudos sobre a secagem artificial de produtos, observa-se que a determinação da quantidade de energia requerida no processo depende de vários fatores, dentre estes, do calor latente de vaporização da água no produto, h_{fg} e do teor de umidade do mesmo. Além disso, na determinação da difusividade térmica aparente que descreve a transferência de calor do ar para o interior do produto, o conhecimento do calor latente de vaporização da água em tal produto é necessário (LIU e CHENG, 1991; KIRANOUDIS et al. 1995; WANG e BRENNAN, 1995; WANG e CHEN, 2000; CHEMKHI et al. 2005; SFREDO et al. 2005; NASCIMENTO et al. 2006; TRUJILLO et al. 2007; SUVARNAKUTA et al. 2007; MARIANI et al. 2008; MEESO et al., 2008). Em alguns trabalhos, o calor latente de vaporização da água não é considerado na descrição da transferência de calor do ar para o interior do produto durante o processo de secagem (WU et al., 2004). Em vários trabalhos, quando os pesquisadores não conhecem o calor latente de vaporização da água em determinada condição de secagem, eles usam o calor latente de vaporização da água livre, h_{wf} (LIU e CHENG, 1991; WANG e CHEN, 2000; NASCIMENTO, et al., 2006; MARIANI et al., 2008). Mas o calor latente de vaporização da água em um produto, h_{fg} , em geral é significativamente diferente do calor latente de vaporização da água livre, e depende do produto estudado. Assim, muitos pesquisadores realizaram estudos com o objetivo de determinar expressões para o cálculo de h_{fg} para vários produtos durante a secagem. Brook e Foster

(1981) determinaram expressões para o cálculo de h_{fg} para vários produtos, usando dados experimentais, pressupondo que a relação h_{fg}/h_{wf} para um determinado produto poderia ser escrito através de uma função que dependesse apenas do teor de umidade do produto.

Em trabalhos sobre a determinação do calor latente de vaporização de água num dado produto, é comum admitir que a relação h_{fg}/h_{wf} , num dado intervalo de temperatura, depende apenas do teor de umidade do produto. Brook e Foster (1981) propuseram uma equação que será estudada no item 2.9.3.

As expressões propostas por Brook e Foster (1981) são utilizadas em trabalhos de simulação de secagem de produtos agrícolas como, por exemplo, em Mata et al. (1999); Mata e Duarte (2003); Al-Mahasneh et al. (2007). Estes últimos estudaram sorção termodinâmica de umidade da farinha de gergelim e eles obtiveram um bom resultado admitindo que a relação h_{fg}/h_{wf} dependesse apenas do teor de umidade. Prado e Sartori (2008) também utilizaram a expressão geral proposta por Brook e Foster (1981) para estudar a transferência simultânea de calor e de massa durante a secagem em leito fixo de sementes com um revestimento de mucilagem. Corrêa et al. (1998) modificaram a função h_{fg}/h_{wf} proposta por Brook e Foster (1981), e usaram a função modificada para obter h_{fg} para o milho. Kaleemullah e Kailappan (2005) determinaram uma expressão para o cálculo de h_{fg} para pimentões vermelhos usando dados experimentais obtidos para este produto. Nos trabalhos acima mencionados, a dependência da relação h_{fg}/h_{wf} , com a temperatura do produto não foi considerada.

O presente trabalho investiga a dependência da relação h_{fg}/h_{wf} , com a temperatura do ar de secagem para um dado produto, e verifica-se se esta dependência é significativa na determinação da expressão de h_{fg} . Além disso, estuda-se uma forma de incluir tal dependência na determinação de uma expressão empírica para o cálculo de h_{fg} para bananas.

2.9.3. Equações empíricas para h_{fg}

Para obter uma expressão para o cálculo do calor latente de vaporização da água num produto, h_{fg} , geralmente a equação de Clausius-Clapeyron é utilizada (SMITH et al., 2004), supondo-se que a equação dos gases ideais pode ser aplicada ao vapor, desconsiderando o volume de água na fase líquida. Um procedimento usual na solução da equação de Clausius-Clapeyron consiste na integração desta equação considerando h_{fg} como um valor constante entre dois estados, dados conforme é mostrado a seguir.

A variação de volume é dada por: $\Delta V = V_g - V_l$, onde V_g é o volume de vapor e V_l é o volume de líquido. Como $V_g \gg V_l$, pode-se considerar $\Delta V \cong V_g$, ou simplesmente: $\Delta V \cong V$. Então:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{h_{fg}}{T \Delta V} \quad (2.6)$$

Da equação geral de estado dos gases ideais para 1 mol tem-se:

$$PV = RT \quad \text{ou} \quad \frac{P}{R} = \frac{T}{V} \quad (2.7)$$

Por outro lado, multiplicando e dividindo o segundo membro da Equação (2.6) por T, tem-se:

$$dP = \frac{T h_{fg}}{T^2 V} dT \quad (2.8)$$

Substituindo T/V dado na Equação (2.7), a Equação (2.8) pode ser escrita como:

$$\frac{dP}{P} = \frac{h_{fg}}{R} \frac{dT}{T^2} \quad (2.9)$$

Integrando a Equação (2.9), para o vapor, de um estado 1 até um estado 2, e supondo h_{fg} constante:

$$\ln \frac{P_{v2}}{P_{v1}} = \frac{h_{fg}}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \quad (2.10)$$

ou

$$h_{fg} = \frac{R}{1/T_1 - 1/T_2} (\ln P_{v2} - \ln P_{v1}). \quad (2.11)$$

Para a água livre, o calor latente de vaporização, h_{wf} , é obtido com o mesmo procedimento anterior, sendo substituída a pressão parcial de vapor de água, P_v , pela pressão parcial de vapor saturado, P_{vs} . Deste modo, observa-se que $P_v = UR P_{vs}$, onde UR é umidade relativa do ar, e comparando a expressão obtida para h_{fg} com a expressão obtida para h_{wf} , ambos na mesma faixa de temperatura, pode-se escrever (BROOKER et al., 1992):

$$\frac{h_{fg}}{h_{wf}} = \frac{\ln(UR_1 P_{vs1}) - \ln(UR_2 P_{vs2})}{\ln P_{vs1} - \ln P_{vs2}}. \quad (2.12)$$

Se UR e P_{vs} são determinados para os estados 1 e 2, a relação h_{fg}/h_{wf} , dada pela Equação (2.12), é conhecida. A umidade relativa do ar, UR, pode ser determinada, por exemplo, por interpolação através da equação Oswin modificada, ajustada a dados experimentais. Para o caso específico de bananas isto foi feito por Phoungchandang e Woods (2000):

$$\frac{1}{UR} = \left(\frac{16,68 - 0,1212T}{100M_{eq}} \right)^{0,9020} + 1, \quad (2.13)$$

onde T é a temperatura (°C), UR é a umidade relativa do ar (decimal) e M_{eq} é o teor de umidade de equilíbrio (decimal, base seca). Dados M_{eq} e T, a umidade relativa do ar, UR, pode ser determinada pela Equação (2.13).

A pressão parcial de vapor de água na saturação pode ser determinada a partir de, por exemplo, dados experimentais disponíveis em Brooker et al. (1992), ou em Smith et al. (2004). A estes dados poderia ser ajustada, por exemplo, a equação de Antoine. No entanto, a expressão para P_{vs} pode ser obtida usando a equação de Riedel (ATHIÉ et al., 1998 e SHORE et al., 2002), porque essa equação apresenta melhores indicadores de ajuste do que a equação de Antoine. Os parâmetros da equação de Riedel podem ser obtidos através de regressão não-linear, utilizando os dados disponíveis em Brooker et al. (1992), entre 0 e 85°C. Assim, a equação obtida para P_{vs} é dada da seguinte forma:

$$P_{vs} = \exp \left[49,20 - \frac{6643}{(T + 273,15)} - 4,522 \ln(T + 273,15) \right], \quad (2.14)$$

onde P_{vs} é obtido em kPa quando T é dado em °C. Para o ajuste mencionado, obteve-se um coeficiente de determinação $R^2 = 1,000000$ e qui-quadrado reduzido $\chi_{red}^2 = 3,78016 \times 10^{-6}$ (ajuste quase perfeito). A Equação (2.14) resulta da integração da equação de Clausius-Clapeyron, combinada com a equação de gás ideal aplicado ao vapor; supondo que o calor latente de vaporização da água livre é função linear da temperatura, conforme detalhado nesta revisão bibliográfica.

Com as Equações (2.13) e (2.14), UR e P_{vs} podem ser determinados para os valores conhecidos de M_{eq} e T , assim torna-se possível determinar a relação h_{fg}/h_{wf} através Equação (2.12). Por outro lado, uma expressão para o calor latente de vaporização da água livre é dado por Brooker et al. (1992):

$$h_{wf}(T) = 2503 - 2,386 T, \quad (2.15)$$

onde h_{wf} é obtido em kJ kg^{-1} , quando a temperatura é dada em °C.

Brook e Foster (1981) propuseram a seguinte equação:

$$\frac{h_{fg}}{h_{wf}} = 1 + a e^{b\bar{M}}, \quad (2.16)$$

Corrêa et al. (1998) propuseram uma modificação na Equação (2.16):

$$\frac{h_{fg}}{h_{wf}} = 1 + a e^{b\bar{M}^c}. \quad (2.17)$$

Dispondo da Equação (2.15), e conhecendo os parâmetros das Equações (2.16) ou (2.17), estas podem ser reescritas para calcular o calor latente de vaporização da água em um produto da seguinte forma:

$$h_{fg} = (2503 - 2,386T) (1 + a e^{b\bar{M}}), \quad (2.18)$$

e

$$h_{fg} = (2503 - 2,386T) (1 + a e^{b\bar{M}^c}), \quad (2.19)$$

em que os parâmetros a , b e c são determinados por ajuste de curvas e variam de produto para produto, de acordo com suas características físicas e geométricas, tais como: forma, calor específico, densidade, porosidade, viscosidade, etc.

Obviamente, nas Equações (2.18) e (2.19) é suposto que o calor latente de vaporização da água no produto é determinado por uma função expressa por duas outras, com separação de variáveis, sob a forma:

$$h_{fg} = h(T) f(\bar{M}). \quad (2.20)$$

No presente trabalho, outra expressão, mais precisa, é determinada para h_{fg} .

2.10. Métodos numéricos para a solução da equação de difusão

Os métodos numéricos para a solução de problemas envolvendo geometrias complexas, para as quais não se pode obter solução através de métodos analíticos, nas mais diversas áreas de interesse, são cada vez mais utilizados devido ao desenvolvimento de computadores de alta velocidade de processamento e com grande capacidade de armazenamento. Por isso, o desenvolvimento de métodos numéricos rápidos e precisos têm sido um dos principais desafios de inúmeros pesquisadores nas últimas décadas. Em função dessa disponibilidade computacional, e mesmo reconhecendo a importância das soluções analíticas para problemas de difusão, é crescente o número de pesquisadores que optam por soluções numéricas (MALISKA, 2010).

No presente trabalho, o objetivo do método numérico é resolver uma equação diferencial parcial, substituindo as derivadas por expressões algébricas que envolvam a variável de interesse de forma a obter-se um sistema de equações algébricas onde as variáveis são os valores da grandeza a ser calculada. Assim, a solução é obtida para um número discreto de pontos, com um determinado erro, que é tão menor quanto maior for esse número de pontos. Neste aspecto, quanto maior esse número de pontos, mais próxima da solução exata será a solução numérica. Uma vantagem evidente da solução numérica sobre a analítica reside na possibilidade de aproximar o modelo objeto de estudo para as condições físicas reais (MALISKA, 2010; SILVA, 2007; SILVA, C., 2010).

Na solução numérica, um domínio contínuo é substituído por um domínio discreto, e a equação diferencial parcial é substituída por equações algébricas, uma para cada volume de controle. Este método tem a vantagem de resolver a equação de difusão para as mais complexas situações como, por exemplo, volume e difusividade variáveis, geometria qualquer, meio não-homogêneo e não-isotrópico (GASTÓN et al., 2002; NASCIMENTO, 2002; MALISKA, 2010; SILVA, 2007; FARIAS, 2011).

Os métodos tradicionais para a solução numérica de equações diferenciais são o Método de Elementos Finitos (MEF), Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Volumes Finitos (MVF), descritos sucintamente a seguir.

2.10.1. Método das Diferenças Finitas

O Método das Diferenças Finitas (MDF) historicamente foi empregado na área da mecânica dos fluidos. Como os escoamentos são altamente não-lineares, pois envolvem as equações de Navier-Stokes, os pesquisadores do MDF se concentraram na tentativa de dominar as não-linearidades decorrentes dos termos advectivos e no problema do difícil acoplamento entre as equações. A sua implementação computacional é simples, pois é resolvida na forma diferencial, com a aproximação numérica dos operadores, portanto o método das diferenças finitas é um método de resolução de equações diferenciais, ou sistemas de equações diferenciais que se baseia na aproximação de derivadas por diferenças finitas, ou seja, consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico, e baseia-se na expansão da função solução em série de Taylor (MALISKA, 2010). Como exemplos de uso do MDF podem ser citados os trabalhos de Amendola e Queiroz (2007) e Mariani et al. (2008).

2.10.2. Método dos Elementos Finitos

No Método dos Elementos Finitos (MEF), tenta-se obter uma solução aproximada que reduza a um mínimo o erro na aproximação da equação. A solução do problema discreto deve pertencer a um espaço de funções construído pelos valores da função variando de uma dada maneira, por exemplo, linearmente ou quadraticamente, entre os valores dos pontos nodais. Os pontos nodais, ou nós, são pontos típicos dos elementos como os vértices, os pontos médios dos lados, os pontos médios do elemento, entre outros (CAMPOS, 2006).

O MEF divide o domínio de integração em um número finito de pequenas regiões denominadas de elementos finitos, que mantêm as mesmas propriedades do domínio contínuo, e cada elemento é definido como “nó”. Na formulação do elemento escolhe-se uma função aproximada para representar a solução dentro de cada elemento (ou subdomínios). Essa função deve conter coeficientes desconhecidos que serão determinados de forma a minimizar o erro na solução. Esses coeficientes devem ser escritos em função dos valores da grandeza em estudo, obtidos para os nós. As funções aproximadas mais comuns são os polinômios, que devem ser determinados utilizando métodos diretos ou iterativos para a solução de sistemas lineares (SILVA, C. 2012).

Alguns pontos devem ser considerados na escolha do Método dos Elementos Finitos, conforme destacados a seguir:

- 1) A solução é conhecida para qualquer ponto do domínio, graças ao conceito de função de interpolação;
- 2) A equação é resolvida na forma integral, ou seja, a equação diferencial é satisfeita segundo algum critério de minimização do resíduo;
- 3) Os sistemas matriciais obtidos são, em geral, simétricos, o que simplifica a sua solução;
- 4) A implementação computacional do MEF é complexa, porém é genérica.

Tanto o MDF, como o MEF não trabalham com volumes de controle e sim com pontos da malha, e, conseqüentemente, não são conservativos em nível discreto (BORTOLI, 2000; MALISKA, 2010).

2.10.3. Método dos Volumes Finitos

No Método dos Volumes Finitos (MVF), o domínio físico em estudo é dividido em um número finito de subdomínios de volumes elementares denominados de volumes de controle ou volumes finitos que satisfazem a conservação da propriedade em estudo

em nível desses volumes elementares. A discretização é feita integrando todos os termos da equação que descreve o fenômeno, sobre cada volume de controle, no espaço e no tempo. A solução resultante implica que a conservação da grandeza de interesse é satisfeita em qualquer volume de controle e, conseqüentemente, em todo domínio físico estudado (MALISKA, 2010; CADÉ et al., 2005, FARIAS, 2011).

O MVF é um dos métodos mais empregados na discretização de equações diferenciais parciais. Isto se deve ao fato deste método não apresentar problemas de instabilidade ou convergência, garantindo que em cada volume discretizado, a propriedade em questão obedece à lei da conservação, dando uma característica conservativa. Como se trabalha com volumes de controle, há conservação no nível de volumes finitos. Este método é largamente utilizado na resolução de problemas envolvendo transferência de calor e/ou massa, e em mecânica dos fluidos. Na literatura, inúmeros trabalhos que utilizam este método são encontrados, dentre os quais podem ser citados: Lima (1999), Wu et al. (2004), Nascimento et al. (2005), Silva (2007), Silva et al. (2007), Silva et al. (2008a), Silva et al. (2009c), Silva (2010), Farias, (2011) e Silva, C. (2012).

2.11. Modelos empíricos na descrição da cinética de secagem

Para descrever a secagem em camada fina de um produto agrícola, dois principais grupos de modelos são frequentemente encontrados na literatura. O primeiro grupo corresponde aos modelos empíricos (TURHAN et al., 2002; DIAMANTE et al., 2010; KALETA e GÓRNICKI, 2010; MUNDADA et al., 2011; SILVA et al., 2012b) e um segundo grupo que corresponde aos modelos de difusão (KARIM e HAWLADER, 2005; NGUYEN e PRICE, 2007; SILVA et al., 2012a, SILVA et al., 2012b; DARVISHI et al., 2012). Modelos empíricos são importantes, não só para descrever a remoção de água em camada fina, mas também para descrever a penetração de calor durante essa remoção quando o ar quente é utilizado. Neste caso, o aquecimento é regulado pela equação de difusão, que envolve a taxa de secagem no balanço energético (KARIM e HAWLADER, 2005; MARIANI et al., 2008), e esta taxa pode ser determinada por um modelo empírico. Geralmente, um modelo empírico é também

utilizado no estudo da secagem em leito profundo. Em alguns métodos de simulação, o leito profundo é dividido em várias camadas finas, e um conjunto de equações são necessárias para descrever o processo em cada camada. Duas destas equações são necessárias para expressar a taxa de secagem, como uma função do tempo, e também o tempo de secagem, em função do teor de umidade. Normalmente, modelos empíricos são usados com essa finalidade (AREGBA et al., 2006; DANTAS et al., 2011).

2.12. Métodos de solução de sistema de equações lineares

Os métodos de solução de um sistema de equações lineares podem ser classificados de uma forma geral como diretos e iterativos.

Os métodos diretos são aqueles que trabalham com a matriz completa e por isto necessitam de processos equivalentes a inversão da matriz completa. Por serem diretos, estes métodos não necessitam de uma estimativa inicial das variáveis para obter a solução, mas como as matrizes obtidas com a aplicação de métodos numéricos são bastante esparsas e de grande tamanho, as operações realizadas no processo de inversão trabalham, fundamentalmente, com os elementos zeros da matriz e isto exige um esforço computacional muito grande, por isto esta classe de método não é utilizada em aplicações de mecânica dos fluidos computacional (MALISKA, 2010).

Os métodos iterativos são aqueles que requerem uma estimativa inicial para dar prosseguimento ao processo de solução. São classificados, em geral, como ponto a ponto, linha a linha ou plano a plano. O método iterativo ponto a ponto é um método direto se a malha tiver apenas um volume elementar, o linha a linha quando o problema é unidimensional e o plano a plano é direto para um problema bidimensional. Os métodos iterativos ponto a ponto são muito lentos em sua taxa de convergência quando um grande sistema de equações deve ser resolvido.

2.13. Trabalhos que consideram a mudança de fase durante a secagem

Dentre os muitos trabalhos que consideram a mudança de fase no processo de secagem de alimentos pode-se citar:

Ramsaroop e Persad (2012) que resolveram analiticamente a equação de difusão de calor numa concha hemisférica de coco e determinaram, a partir da solução, os valores do coeficiente de transferência de calor e da condutividade térmica, utilizando os dados de temperatura ao longo do tempo obtidos a partir do aquecimento do interior das metades da concha em três temperaturas (50, 60 e 70° C) através de um método inverso para ângulos de diferentes latitudes.

Malafrente et al. (2012) que desenvolveram um modelo para descrever o processo de secagem combinada, convecção e microondas, para um alimento (batatas), considerando a dependência das propriedades dielétricas do produto alimentar (temperatura e teor de água), e resolveram as equações de transporte de calor e massa e as equações de Maxwell em regime transitório e confirmaram o papel fundamental desempenhado pelas propriedades dielétricas nos processos de microondas

Feyissa et al. (2011) que desenvolveram um modelo matemático acoplado de transferência de calor e massa de um processo de cozimento de contacto considerando o transporte de água e evaporação multifásica e concluíram que este modelo é uma ferramenta útil que pode ser utilizada na otimização do processo de cozimento de contacto.

Shilton et al. (2002) que desenvolveram um modelo para descrever a transferência de calor e massa em carne com diferentes teores de gordura durante o cozimento por radiação infravermelha distante, utilizando a técnica de diferenças finitas e considerando apenas a umidade perdida por evaporação e concluíram que quanto maior teor de gordura, maior a variação entre os dados experimentais e previstos. Ao incluir um termo de convecção no cálculo de transferência de calor o modelo foi muito melhorado, para a transferência de calor e massa para vários teores de gordura.

Maroulis et al. (1991) que desenvolveram um modelo matemático para estimar simultaneamente os coeficientes de transferência de calor e massa, por ajuste dos dados experimentais do teor de umidade e temperatura do material, através de um modelo adequado de secagem que controla externamente os dados experimentais e concluíram que o coeficiente de transferência de massa pode ser estimado por ajuste do modelo aos dados experimentais de qualquer teor de umidade ou temperatura do material, ou simultaneamente, para o teor de umidade e temperatura do material.

García et al. (2002) que reescreveram o sistema simultâneo de equações diferenciais que descreve a transferência de calor e massa na secagem de alimentos e grupos adimensionais foram obtidos a partir da transferência simultânea de calor e massa em equações de estado estacionário não aplicadas a secagem de alimentos e concluíram que a ordem de magnitude destes grupos definem o mecanismo controlado, tanto na transferência de calor como na de massa.

Issa (2012) que desenvolveu um modelo numérico para simular a proteção contra o congelamento de fruta cítrica usando a água de um sistema de pulverização. Para isto realizou simulações para avaliar o efeito da temperatura do ar, velocidade do ar, radiação e evaporação em película de água sobre o desenvolvimento da camada de gelo e concluíram que quanto mais baixa a temperatura e mais elevada a velocidade do ar, mais rapidamente a película de água se solidifica na superfície do fruto.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os modelos matemáticos necessários para o desenvolvimento das ferramentas a serem utilizadas para a simulação do transporte de calor e água em sólidos porosos com forma cilíndrica. Também são definidos os testes para a validação das ferramentas desenvolvidas, bem como são estabelecidos os critérios referentes à metodologia experimental para a secagem de bananas inteiras.

3.1. Equação empírica para o calor latente de vaporização de água em bananas inteiras

Neste trabalho, investiga-se se uma função mais geral produz melhores resultados que aquela dada pela Equação (2.20), sem a suposição de separação de variáveis, referida no item 2.9.3. Esta função mais geral é dada sob a forma expressa pela Equação (3.1):

$$h_{fg} = g (M, T) \tag{3.1}$$

O procedimento utilizado na investigação do calor latente de vaporização de bananas envolveu cinco níveis de teor de umidade de equilíbrio, M_{eq} (0,10; 0,15; 0,20; 0,25 e 0,30 b.s.), e três níveis para a temperatura, T (50°C; 60°C e 70°C). Estes valores de temperatura e umidade foram escolhidos por abrangerem a maioria das situações práticas. O cálculo da relação de h_{fg}/h_{wf} , para um dado teor de umidade de equilíbrio, M_{eq} , numa temperatura determinada, T , pressupõe o conhecimento da umidade relativa do ar e da pressão de vapor saturado em dois estados, chamados de 1 e 2, conforme apresentado no item 2.9.3. Assim, a umidade relativa do ar foi calculada, por meio de Equação (2.13), num estado 1, com $T_1 = (T + 1)^\circ\text{C}$, e em um estado 2, com $T_2 = (T - 1)^\circ\text{C}$. Os dois estados em torno T poderiam ser caracterizados por outros valores, como por exemplo, 0,5°C em vez de 1°C. No entanto, os valores escolhidos, definidos em 1°C, produzem os mesmos resultados que aqueles, caso o intervalo fosse 0,5°C e, sendo assim, optou-se por utilizar os primeiros valores nos cálculos. A pressão parcial de vapor de saturação foi calculada através da Equação (2.14), e isto fez com que fosse possível calcular a relação de h_{fg}/h_{wf} , usando a Equação (2.12). Em seguida, o valor de h_{fg} pode ser determinado para cada M_{eq} e T , uma vez que $h_{wf}(T)$ pode ser calculado pela Equação (2.15). Assim, por meio de ajuste de curvas, os parâmetros a e b da Equação (2.18) podem ser determinados, ou os parâmetros a , b e c de Equação (2.19). Estes resultados podem ser utilizados para uma comparação com o resultado obtido pela Equação (3.1).

A análise dos resultados para os pontos (M_{eq} , T , h_{fg}/h_{wf}) indicará se a consideração de um valor constante para h_{fg}/h_{wf} , em relação à temperatura, está correta ou não. Se tal consideração não for correta, a determinação de outra expressão pode ser testada para h_{fg} , propondo-se uma função mais geral de M_{eq} e T . Para tal, o *software* "Finder" opção do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011) foi usado. Esta opção ajusta, de forma automática, cerca de 500 funções compactas de até quatro variáveis independentes contidas na sua biblioteca com os dados experimentais. Esta ferramenta foi incorporada ao LAB Fit® desde a versão 7.2.18. A principal característica do "Finder" é determinar equações empíricas que buscam a descrição dos dados experimentais. O "Finder" classifica as melhores funções determinadas através do qui-quadrado reduzido. Quando a expressão para h_{fg} é determinada através do "Finder",

uma comparação entre esta expressão e aquelas obtidas pelas Equações (2.18) e (2.19) serão feitas. Essa comparação será realizada com base nos testes estatísticos: coeficiente de determinação, qui-quadrado reduzido e pelo teste *t-Student*.

No presente trabalho, a fim de descrever a cinética de secagem de bananas sem cascas em camada fina, através de equações empíricas, as seguintes suposições foram estabelecidas:

- 1) O número de parâmetros de ajuste das equações empíricas deverá ser de apenas um ou dois;
- 2) Uma expressão matemática para a taxa de secagem, como função do tempo deverá ser obtida a partir de uma equação empírica usando o conceito de derivada;
- 3) Uma expressão para o tempo de secagem, em função do teor de umidade deverá ser obtida a partir da equação empírica, usando o conceito de função inversa.

A partir da suposição número 1, o teor de umidade M num tempo t será obtido por uma expressão do tipo:

$$M = M_{eq} + (M_i - M_{eq}) f(t, a, b), \quad (3.2)$$

onde $f(t, a, b)$ é uma função com 1 ou 2 parâmetros de ajuste (a e b), e esta função deve satisfazer todos os pressupostos estabelecidos. Por outro lado, a Equação (3.2) pode ser modificada para expressar o teor de umidade adimensional no tempo t , também conhecido como razão de umidade, como se segue:

$$M^* = f(t, a, b), \quad (3.3)$$

onde:

$$M^* = \frac{M - M_{eq}}{M_i - M_{eq}}, \quad (3.4)$$

em que M_i e M_{eq} são, respectivamente, os teores de umidade inicial e de equilíbrio do produto.

Várias pesquisas foram feitas na literatura (TURHAN et al., 2002; AKPINAR E BICER, 2005; GHAZANFARI et al., 2006; GANESAPILLAI et al., 2008; ROBERTS et al., 2008; HII et al., 2009; DIAMANTE et al., 2010; KALETA E GÓRNICKI, 2010; KUMAR et al., 2010; MERCALI et al., 2010; MUNDADA et al., 2011; TUNDE-AKINTUNDE E OGUNLAKIN, 2011; SILVA et al., 2012b) a fim de encontrar equações empíricas que satisfaçam os pressupostos estabelecidos. Dentre estas equações, e os modelos selecionados são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Modelos empíricos para descrever a cinética de secagem.

Modelo	Nome	Expressão empírica	Referência
1	Lewis	$M^* = e^{-at}$	Kaleta e Gornicki (2010)
2	Henderson e Pabis	$M^* = a e^{-bt}$	Diamante et al. (2010)
3	Wang e Singh	$M^* = 1 + at + bt^2$	Kaleta e Gornicki (2010)
4	Peleg	$M^* = 1 - t/(a + bt)$	Mercali et al. (2010)
5	Page	$M^* = e^{-at^b}$	Diamante et al. (2010)
6	Silva et.alli	$M^* = e^{-at-b\sqrt{t}}$	Silva et al. (2012b)

A partir dos modelos apresentados na Tabela 3.1, as expressões matemáticas para a taxa de secagem em função do tempo, bem como do tempo em função da razão de umidade são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Expressões para taxa de secagem e tempo de processo obtidos através dos modelos empíricos.

Modelo	Taxa de secagem	Tempo de processo
1	$dM^*/dt = -a e^{-at}$	$t = -\ln M^*/a$
2	$dM^*/dt = -ab e^{-bt}$	$t = -\ln(M^*/a)/b$
3	$dM^*/dt = a + 2bt$	$t = \left(-a \pm \sqrt{a^2 - 4b(1 - M^*)} \right) / (2b)$
4	$dM^*/dt = -a/(a + bt)^2$	$t = a(1 - M^*) / (1 - b + bM^*)$
5	$dM^*/dt = -abt^{b-1}e^{-at^b}$	$t = (-\ln M^*/a)^{1/b}$
6	$dM^*/dt = -(a + bt^{-1/2}/2)e^{-at-b\sqrt{t}}$	$t = \left[\left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4a \ln M^*} \right) / (2a) \right]^2$

Com relação às expressões do tempo de secagem apresentadas na Tabela 3.2, o sinal colocado antes da raiz nos modelos 3 e 6 é necessário para satisfazer o fato de que t é zero quando M^* é igual a um, isto é, para o sinal positivo.

É interessante notar que o modelo 3 (Wang e Singh) e 4 (Peleg) apresentam um valor esperado para M^* , quando t é zero: $M^* = 1$. No entanto, quando $t \rightarrow \infty$, o valor esperado $M^* = 0$ não está previsto pelos modelos. Por outro lado, o modelo 5 (Page) e 6 (Silva et alli) não apresenta um valor finito para a taxa de secagem quando t é igual a zero, como é esperado.

3.2. Discretização da equação de difusão para o cilindro infinito

No modelo difusivo, o movimento de líquido e de calor no interior do produto acontece devido a diferença de concentração (ou gradiente de umidade) e de temperatura, ambos representados matematicamente, pela equação de difusão. Este modelo é capaz de prever a distribuição de umidade e de calor no interior de um produto, em um dado instante de tempo e é freqüentemente utilizado na descrição do transporte de água e calor em meios porosos em geral, e em particular para descrever os processos de secagem, aquecimento e resfriamento de corpos úmidos.

Neste trabalho, o método usado para a discretização das equações foi o MVF, que consiste em dividir o domínio estudado em pequenos volumes elementares denominados volumes de controle, com cada volume de controle sendo representado por um ponto nodal, P . A equação diferencial é integrada sobre o volume elementar, no espaço e no tempo e o resultado é a equação discretizada contendo o valor da variável de interesse nos pontos nodais de cada volume de controle (PATANKAR, 1980; MALISKA, 2010). Assim sendo, a equação discretizada obtida desta forma satisfaz a conservação da variável de interesse em questão (massa ou energia) em nível de volumes elementares. A formulação utilizada foi a totalmente implícita, isto é, a variável de interesse de todos os volumes de controle deve ser avaliada no instante de

interesse, ou seja, o instante atual. A razão da escolha desta formulação é que a solução torna-se incondicionalmente estável para qualquer intervalo de tempo (FARIAS, 2011).

A Figura 3.1 representa um cilindro de comprimento L e raio R e a Figura 3.2 sua malha uniforme, onde os volumes de controle têm espessura Δr e o volume de controle “ i ” tem um ponto nodal “ P ”.

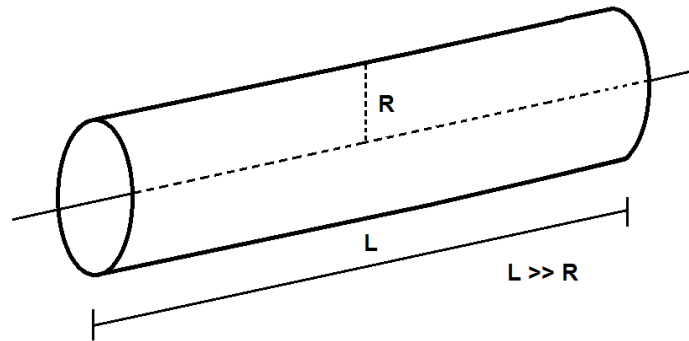


Figura 3.1 – Cilindro de raio R e comprimento L .

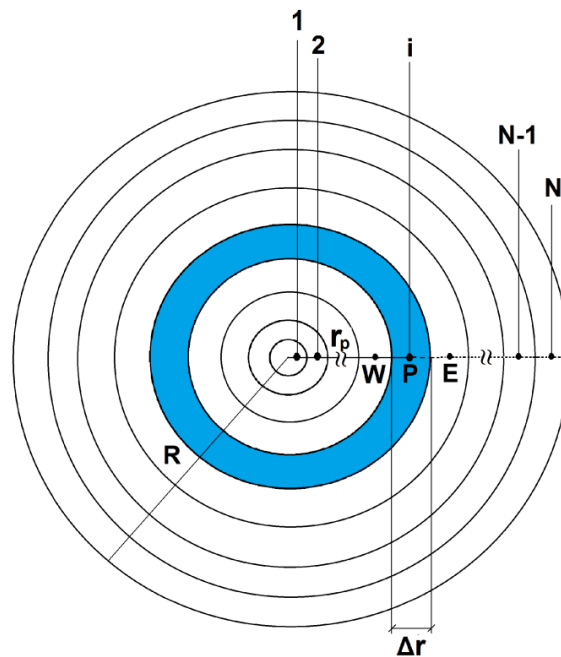


Figura 3.2 – Esquema da malha uniforme.

A equação de difusão para este cilindro é dada por:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + S, \quad (3.5)$$

em que λ e Γ^Φ são os parâmetros de processo, S é um termo fonte, t é o tempo, r é a posição radial e Φ é a variável de interesse.

A Figura 3.3 apresenta o volume de controle com ponto nodal “P” e seus vizinhos a oeste (W) e a leste (E). As interfaces do referido volume de controle são representadas pelas letras minúsculas “w” e “e”, enquanto, r_w e r_e são os raios das circunferências que delimitam as faces “w” e “e” do volume de controle P.

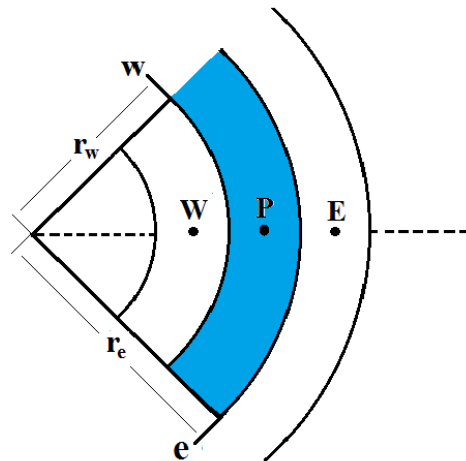


Figura 3.3 – Volume de controle P e seus vizinhos a leste (E) e a oeste (W).

3.2.1. Discretização da equação geral

Para a descrição dos processos envolvidos durante a secagem, as seguintes premissas foram consideradas:

- 1) O produto foi considerado homogêneo e isotrópico;

- 2) A migração da água pode ser descrita pelo modelo de difusão de líquido;
- 3) A migração de massa é considerada sob condições isotérmicas, uma vez que nos instantes iniciais da secagem, a difusividade térmica ($10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) é muito maior do que a difusividade de umidade ($10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$), conseqüentemente, o número de Biot para transferência de calor é de cerca de quarenta vezes menor do que o número de Biot de transferência de massa;
- 4) As difusividades de massa e térmica são propriedades variáveis;
- 5) O acoplamento entre a massa e o calor ocorre na superfície, onde a fase líquida é transformada em vapor. Além destes pressupostos, foi estabelecido que o encolhimento radial deveria ser incluído no modelo.

Utilizando o MVF para uma formulação totalmente implícita e integrando a Equação (3.5) no espaço ($2\pi r_p \Delta r L$) e no tempo (Δt) obtêm-se, para o volume de controle P, o seguinte resultado:

$$\frac{\lambda_p \Phi_P - \lambda_p^0 \Phi_P^0}{\Delta t} r_p \Delta r = r_e \Gamma_e \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e - r_w \Gamma_w \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w + S_P^\Phi r_p \Delta r, \quad (3.6)$$

em que o produto $2\pi L$ foi simplificado por estar contido em todos os termos. Por outro lado, o sobescrito “0” refere-se ao tempo anterior e sua ausência ao tempo atual, o subscrito “p” refere-se ao ponto nodal “P”, o “e” a interface leste e “w” refere-se a interface a oeste de “P”.

3.2.1.1. Volumes de controle internos

Para os volumes de controle internos a derivada parcial pode ser aproximada por:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r}; \quad (3.7)$$

e

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w \cong \frac{\Phi_p - \Phi_w}{\Delta r}. \quad (3.8)$$

Substituindo as Equações (3.7) e (3.8) na Equação (3.6) e organizando os termos, obtêm-se a equação discretizada para um volume de controle interno:

$$A_p \Phi_p + A_w \Phi_w + A_e \Phi_E = B, \quad (3.9)$$

onde:

$$A_p = \frac{\lambda_p r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi + \frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi; \quad (3.10a-d)$$

$$A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi; \quad B = \frac{\lambda_p^0 r_p \Delta r}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_p^\Phi r_p \Delta r.$$

Convém observar que, na Equação (3.10d), o termo fonte, S_p^Φ , não foi linearizado.

3.2.1.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro

Para o volume de controle 1, no centro do cilindro, o fluxo a oeste é zero devido condição de simetria no eixo central do cilindro. Então, o terceiro termo da Equação (3.6) é nulo e, portanto, a equação discretizada para este volume de controle será:

$$A_p \Phi_p + A_e \Phi_E = B, \quad (3.11)$$

onde:

$$A_p = \frac{\lambda_p r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} \Gamma_e^\Phi; \quad (3.12a-c)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 r_p \Delta r}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_p^\Phi r_p \Delta r.$$

Convém observar que na Equação (3.12c), o termo fonte S_p^Φ não foi linearizado.

3.2.1.3. Volume de controle N na superfície do cilindro

Para o volume de controle N, na borda do cilindro, a discretização será feita supondo a condição de contorno convectiva, também chamada de condição de contorno do terceiro tipo ou ainda de condição de contorno de Cauchy. Antes da discretização, propriamente dita, convém observar que a derivada parcial no contorno leste pode ser aproximada por:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_b - \Phi_p}{\Delta r/2}, \quad (3.13)$$

onde Φ_b é o valor da variável de interesse no contorno leste do volume de controle N, ou seja, na superfície (boundary). Por outro lado, o fluxo interno (difusivo) da grandeza de interesse no contorno do cilindro infinito e o fluxo externo (convectivo) nas vizinhanças do contorno são iguais. O fluxo externo é dado por:

$$-\Gamma_c^\Phi \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e = h (\Phi_b - \Phi_\infty), \quad (3.14)$$

sendo h o coeficiente de transferência convectivo e Φ_∞ é o valor da grandeza de interesse no meio externo. Então, devido a igualdade de fluxos no contorno, a seguinte equação pode ser escrita na forma discretizada como:

$$\Gamma_c^\Phi \frac{\Phi_b - \Phi_p}{\Delta r/2} = h (\Phi_\infty - \Phi_b). \quad (3.15)$$

Isolando Φ_b na Equação (3.15) obtém-se:

$$\Phi_b = \frac{\Gamma_e^\Phi \Phi_p + \frac{h \Delta r \Phi_\infty}{2}}{\Gamma_e^\Phi + \frac{h \Delta r}{2}}. \quad (3.16)$$

Substituindo a Equação (3.16) na Equação (3.14) obtém-se:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e = \frac{\Phi_\infty - \Phi_p}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h} + \frac{\Delta r}{2}}. \quad (3.17)$$

Substituindo este resultado na Equação (3.6), e ainda organizando os termos, obtém-se a equação discretizada para o volume de controle N:

$$A_p \Phi_p + A_w \Phi_w = B, \quad (3.18)$$

onde:

$$A_p = \frac{\lambda_p r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e \Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h} + \frac{\Delta r}{2}} + \frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi; \quad A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} \Gamma_w^\Phi; \quad (3.19a-c)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 r_p \Delta r}{\Delta t} \Phi_p^0 + \frac{r_e \Gamma_e^\Phi}{\frac{\Gamma_e^\Phi}{h} + \frac{\Delta r}{2}} \Phi_\infty + S_p^\Phi r_p \Delta r.$$

Novamente, o termo fonte apresentado na Equação (3.19c) não foi linearizado.

3.2.2. Equação de difusão para a massa

Para o caso de difusão de massa, estabelece-se na equação geral que:

$$\begin{aligned}\lambda &= 1; \\ \Phi &= M; \\ \Gamma^\Phi &= D_{ef}; \\ S &= 0.\end{aligned}$$

Assim, a Equação (3.5) torna-se:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_{ef} \frac{\partial M}{\partial r} \right), \quad (3.20)$$

onde:

M é o teor de umidade em base seca, num instante t ;
 D_{ef} é a difusividade efetiva de massa;
 r é a posição radial no interior do cilindro;
 t é o tempo.

Fazendo-se as substituições das variáveis recém definidas nas equações discretizadas do item 3.2.1, obtêm-se, as equações de difusão discretizadas para massa, conforme é mostrado a seguir.

3.2.2.1. Volumes de controle internos

Com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.1, por similaridade, tem-se:

$$A_p M_p + A_e M_e + A_w M_w = B, \quad (3.21)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} D_{ef e} + \frac{r_w}{\Delta r} D_{ef w}; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} D_{ef e}; \quad (3.22a-d)$$

$$A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} D_{ef w}; \quad B = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} M_p^0.$$

3.2.2.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro

Com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.2, por similaridade, tem-se:

$$A_p M_p + A_e M_E = B, \quad (3.23)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} D_{ef e}; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} D_{ef e}; \quad (3.24a-c)$$

$$B = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} M_p^0.$$

3.2.2.3. Volume de controle N na superfície do cilindro

Com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.3, por similaridade, tem-se:

$$A_p M_p + A_w M_w = B, \quad (3.25)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e D_{ef e}}{\frac{D_{ef e}}{h_m} + \frac{\Delta r}{2}} + \frac{r_w}{\Delta r} D_{ef w}; \quad A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} D_{ef w}; \quad (3.26a-c)$$

$$B = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} M_p^0 + \frac{r_e D_{ef e}}{\frac{D_{ef e}}{h_m} + \frac{\Delta r}{2}} M_{eq}.$$

sendo h_m o coeficiente de transferência convectiva de massa.

3.2.3. Equação de difusão para o calor

Para o caso de condução de calor, estabelece-se na equação geral que:

$$\lambda = \rho c_p;$$

$$\Phi = T;$$

$$\Gamma^\Phi = k;$$

$$S = 0.$$

Assim, a Equação (3.1) deve ser escrita como:

$$\frac{\partial (\rho c_p T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (3.27)$$

onde:

ρ é a densidade do produto;

c_p é o calor específico à pressão constante do produto;

T é a temperatura, na posição r , num instante t ;

r é a posição radial no interior do cilindro;

k é a condutividade térmica do produto;

t é o tempo.

Como estabelecido no início do item 3.2.3 e substituindo-se na Equação (3.6), esta torna-se:

$$\frac{\rho c_p T_p - \rho^0 c_p^0 T_p^0}{\Delta t} r_p \Delta r = r_e k_e \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_e - r_w k_w \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_w \quad (3.28)$$

Em algumas situações, para simplificar a solução do problema, dividindo-se esta equação por ρc_p , a seguinte relação é definida:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \quad (3.29)$$

em que α é a difusividade térmica do produto. Neste caso, obtêm-se as equações de difusão discretizadas para o calor, que são apresentadas a seguir.

3.2.3.1. Volumes de controle internos

Com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.1, por similaridade, tem-se:

$$A_p T_p + A_e T_E + A_w T_w = B, \quad (3.30)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} \alpha_e + \frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} \alpha_e; \quad (3.31a-d)$$

$$A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad B = \frac{\rho^0 c_p^0 r_p \Delta r}{\rho c_p \Delta t} T_p^0.$$

3.2.3.2. Volume de controle 1 no centro do cilindro

Com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.2, por similaridade, tem-se:

$$A_p T_p + A_e T_E = B, \quad (3.32)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e}{\Delta r} \alpha_e; \quad A_e = -\frac{r_e}{\Delta r} \alpha_e; \quad (3.33a-c)$$

$$B = \frac{\rho^0 c_p^0 r_p \Delta r}{\rho c_p \Delta t} T_p^0.$$

3.2.3.3. Volume de controle N na superfície do cilindro – sem mudança de fase

Neste item a equação de difusão é discretizada supondo que o cilindro infinito tenha massa constante e nenhuma mudança de fase. Para este caso, a igualdade entre o fluxo difusivo (interno) de calor e o convectivo (externo) é semelhante ao que foi apresentado na Equação (3.15):

$$k_e \frac{T_R - T_P}{\Delta r/2} = h_c [T_{eq} - T_R], \quad (3.34)$$

em que h_c ($Wm^{-2}k^{-1}$) é o coeficiente de transferência convectiva de calor, T_R é a temperatura na superfície do cilindro e T_{eq} é a temperatura no meio externo. Dividindo-se a Equação (3.34) por ρc_p , tem-se:

$$\alpha_e \frac{T_R - T_P}{\Delta r/2} = h_H [T_{eq} - T_R], \quad (3.35)$$

sendo h_H ($m s^{-1}$) o coeficiente de transferência convectivo, dado por $h_c/\rho c_p$, α é a difusividade térmica (m^2s^{-1}) dada por $k/\rho c_p$. Dessa forma, com base no estudo anterior, feito no item 3.2.1.3, por similaridade, tem-se que a equação discretizada para o volume de controle N é dada por:

$$A_p T_P + A_w T_w = B, \quad (3.36)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{r_e \alpha_e}{\frac{\alpha_e + \Delta r}{h_H} + \frac{\Delta r}{2}} + \frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad (3.37a-c)$$

$$B = \frac{\rho^0 c_p^0 r_p \Delta r}{\rho c_p \Delta t} T_P^0 + \frac{r_e \alpha_e}{\frac{\alpha_e + \Delta r}{h_H} + \frac{\Delta r}{2}} T_{eq}.$$

3.2.3.4. Volume de controle N na superfície do cilindro - com mudança de fase

Neste item a equação de difusão é discretizada supondo que o cilindro infinito tenha variação de massa e mudança de fase. Lembrando que a derivada parcial no contorno leste pode ser aproximada por:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} \cong \frac{T_R - T_P}{\Delta r/2}, \quad (3.38)$$

sendo T_R o valor da temperatura no contorno leste do volume de controle N, ou seja, na superfície do cilindro (boundary), e que o fluxo externo é dado por:

$$\alpha_e \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = h_H (T_R - T_{eq}) - \frac{[h_{fg} + c_v (T_R - T_{eq})] \frac{dm}{dt}}{\rho c_p A_s}, \quad (3.39)$$

em que c_v é o calor específico do vapor d'água, $A_s = 2\pi RL$ é a área superficial do cilindro, sendo R o raio e L o comprimento.

Neste caso, a igualdade entre o fluxo difusivo (interno) de calor e o convectivo (externo), considerando tanto a variação de massa como a mudança de fase é dado por:

$$\alpha_e \frac{T_R - T_P}{\Delta r/2} = h_H (T_{eq} - T_R) + \frac{[h_{fg} + c_v (T_R - T_{eq})] \frac{dm}{dt}}{\rho c_p A_s}. \quad (3.40)$$

Isolando T_R na Equação (3.40), obtêm-se:

$$T_R = \frac{\frac{\alpha_e T_P}{\Delta r/2} + \left(h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt} \right) T_{eq} + \frac{h_{fg}}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}}{\frac{\alpha_e}{\Delta r/2} + h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}}. \quad (3.41)$$

Substituindo a Equação (3.41) na Equação (3.38), obtêm-se:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{\left(h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt} \right) (T_{eq} - T_P) + \frac{h_{fg}}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}}{\alpha_e + \frac{\Delta r}{2} \left(h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt} \right)}. \quad (3.42)$$

Substituindo Equação (3.42) na Equação (3.6) com as mudanças estabelecidas no item 3.2.3, e ainda organizando os termos, obtém-se a equação discretizada para o volume de controle N, com mudança de fase, como sendo:

$$A_p T_P + A_w T_W = B, \quad (3.43)$$

onde:

$$A_p = \frac{r_p \Delta r}{\Delta t} + \frac{\alpha_e r_e}{\frac{\alpha_e}{h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}} + \frac{\Delta r}{2}} + \frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad A_w = -\frac{r_w}{\Delta r} \alpha_w; \quad (3.44a-c)$$

$$B = \frac{\rho^0 c_p^0 r_p \Delta r}{\rho c_p \Delta t} T_P^0 + \frac{\alpha_e r_e}{\frac{\alpha_e}{h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}} + \frac{\Delta r}{2}} T_{eq} + \frac{\alpha_e r_e \frac{h_{fg}}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt}}{\alpha_e + \frac{\Delta r}{2} \left(h_H - \frac{c_v}{\rho c_p A_s} \frac{dm}{dt} \right)}.$$

3.4. Solução de sistemas de equações lineares

Faz parte deste trabalho o desenvolvimento de um *software* no estúdio *Compaq Visual Fortran Professional Edition V. 6.6.0* (Fortran 95) usando a opção de programação denominada *Quick Win Application*. A plataforma utilizada foi Windows XP, embora o software também possa ser executado na plataforma Linux. Este software

tem interface gráfica para simulação numérica da cinética de transporte de água e calor no interior de corpos cilíndricos, e como esta simulação requer a solução de sistemas de equações lineares, provenientes da discretização, é necessária a utilização de algoritmos para a solução destes sistemas de equações lineares. Para tal, dois algoritmos para a solução de sistema de equações lineares podem ser utilizados, o método iterativo de Gauss-Seidel e o método direto TDMA, mas a opção escolhida neste trabalho é o algoritmo TDMA, por ser muito mais rápido. Sendo assim, uma rápida descrição do método iterativo de Gauss-Seidel e do método direto TDMA será feita a seguir (MALISKA, 2010; SILVA, 2010).

3.4.1. Algoritmo de Gauss-Seidel

O algoritmo de Gauss-Seidel (MALISKA, 2010) define um método iterativo que necessita de valores iniciais estimados para as incógnitas a serem determinadas. O sistema de equações proveniente da equação de difusão unidimensional discretizada é da forma:

$$A_{11}\Phi_1 = A_{12}\Phi_2 + B_1, \quad (3.45)$$

$$A_{kk}\Phi_k = A_{k,k-1}\Phi_{k-1} + A_{k,k+1}\Phi_{k+1} + B_k, \text{ k variando de 2 até N-1.} \quad (3.46)$$

Para a última equação, pode-se escrever:

$$A_{NN}\Phi_N = A_{N,N-1}\Phi_{N-1} + B_N. \quad (3.47)$$

Tem-se, então, N equações e N incógnitas: $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$. A implementação em um programa computacional do algoritmo apresentado se dá através dos seguintes passos:

- 1) Estimar os valores de $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$; e calcular $A_{11}, A_{12}, B_1, A_{22}$, etc.;

- 2) Calcular um novo valor de Φ_1 , através da Equação (3.45) usando os valores disponíveis no passo anterior. Substituir o valor anterior de Φ_1 pelo novo valor obtido;
- 3) Calcular novos valores de Φ_k , dados pela Equação (3.46), partindo de $k = 2$ até $k = N - 1$, usando os últimos valores disponíveis nos passos anteriores para as incógnitas. Para cada valor calculado, substituir o valor anterior de Φ_k pelo novo valor obtido;
- 4) Calcular um novo valor de Φ_N através da Equação (3.47) usando os valores disponíveis nos passos anteriores. Substituir o valor anterior de Φ_N pelo novo valor obtido;
- 5) Checar o critério de convergência para todas as incógnitas Φ_k (desde $k = 1$ até N). Se o critério de convergência não for satisfeito, repetir os passos a partir do item 2 até que o mesmo seja satisfeito.

3.4.2. Algoritmo de Thomas – TDMA

O mais conhecido método direto é o algoritmo de Thomas TDMA (*Tridiagonal matrix algorithm*). Tal algoritmo, usado para a solução de sistemas especiais de equações lineares, que recaem em uma matriz tri-diagonal, é também conhecido como algoritmo de Thomas. Tal algoritmo é um método direto e é usado para resolver sistemas de equações dados na forma matricial mostrada a seguir (PRESS et al., 1996; BORTOLI, 2000; MALISKA, 2010):

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & A_2 & B_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_3 & A_3 & B_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & C_{N-1} & A_{N-1} & B_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & C_N & A_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \cdots \\ \Phi_{N-1} \\ \Phi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \cdots \\ D_{N-1} \\ D_N \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

As equações do sistema podem ser expressas do seguinte modo:

$$A_1\Phi_1 + B_1\Phi_2 = D_1, \quad (3.49)$$

$$C_k\Phi_{k-1} + A_k\Phi_k + B_k\Phi_{k+1} = D_k, \text{ com } k \text{ variando de } 2 \text{ até } N-1 \quad (3.50)$$

$$C_N\Phi_{N-1} + A_N\Phi_N = D_N. \quad (3.51)$$

A partir da Equação (3.49) pode-se expressar Φ_1 na forma:

$$\Phi_1 = Q_1 - P_1\Phi_2, \quad (3.52)$$

em que:

$$P_1 = \frac{B_1}{A_1} \quad \text{e} \quad Q_1 = \frac{D_1}{A_1} \quad (3.53a-b)$$

Substituindo a Equação (3.52) na Equação (3.50), com $k = 2$, obtém-se:

$$\Phi_2 = Q_2 - P_2\Phi_3, \quad (3.54)$$

onde:

$$P_2 = \frac{B_2}{A_2 - C_2P_1} \quad \text{e} \quad Q_2 = \frac{D_2 - C_2Q_1}{A_2 - C_2P_1}. \quad (3.55)$$

Estendendo este raciocínio, de forma análoga, para $P_3, Q_3, P_4, Q_4, \dots$ pode-se generalizar:

$$\Phi_k = Q_k - P_k\Phi_{k+1}, \text{ com } k \text{ variando de } 2 \text{ até } N-1, \quad (3.56)$$

onde:

$$P_k = \frac{B_k}{A_k - C_k P_{k-1}} \quad \text{e} \quad Q_k = \frac{D_k - C_k Q_{k-1}}{A_k - C_k P_{k-1}}. \quad (3.57)$$

Para o volume de controle na fronteira N, sabe-se que a equação aproximada não pode depender da variável a leste, que não existe. Portanto, $B_N = 0 \rightarrow P_N = 0$, o que resulta em:

$$\Phi_N = Q_N \quad (3.58)$$

Por outro lado, com os termos P_k e Q_k determinados para todo k , Φ_N torna-se conhecido, o que possibilita calcular Φ_{N-1} . Uma vez conhecido Φ_{N-1} , pode-se determinar Φ_{N-2} , e o processo continua até o cálculo de Φ_1 . Tal mecanismo de cálculo é conhecido como “backsubstitution”.

3.5. Valor médio

Para cada passo de tempo, portanto, tem-se um sistema de equações lineares que será resolvido via TDMA. Como o raio do cilindro varia com o tempo, este precisa ser calculado em cada passo de tempo, como também a espessura Δr . A solução numérica proposta pode ser usada para estudar a difusividade de água em um sólido cilíndrico, fazendo os estabelecimentos referidos no itens 3.2.2, e para estudar a condução de calor fazendo os estabelecimentos referidos no item 3.3.3.

A expressão para o valor médio da grandeza de interesse, num instante t , é dada pela expressão a seguir:

$$\overline{\Phi}(t) = \frac{1}{V} \int \Phi(r, t) dv. \quad (3.59)$$

Uma vez que $\Phi(r, t)$ é determinado numericamente, o valor médio em um tempo t pode ser calculado através da discretização da Equação (3.59):

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \Phi_i V_i \quad (3.60)$$

com

$$V = \sum_{i=1}^N V_i \quad (3.61)$$

3.6. Parâmetro Γ^Φ variável

Para os pontos nodais, o parâmetro de processo Γ^Φ pode ser calculado através de uma função entre este parâmetro e a variável dependente Φ . Esta função é dada sob a forma apresentada pela Equação (3.62).

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b), \quad (3.62)$$

onde “a” e “b” são parâmetros de ajuste da solução numérica aos dados experimentais, sendo determinados por otimização.

Nas interfaces dos volumes de controle, por exemplo, “e”, para malhas uniformes a expressão a seguir é usada para determinar Γ^Φ (PATANKAR, 1980; SILVA, 2007):

$$\Gamma_e^\Phi = \frac{2\Gamma_E^\Phi \Gamma_P^\Phi}{\Gamma_E^\Phi + \Gamma_P^\Phi}. \quad (3.63)$$

A Equação (3.63) é necessária no presente trabalho porque a discretização da equação de difusão foi realizada considerando a difusividade variável.

Se a difusividade for constante e o encolhimento não for considerado, os coeficientes A das equações discretizadas são calculados uma única vez, e B é calculado em cada intervalo de tempo, porque o seu valor depende de Φ_p^0 , que é o valor de Φ no volume de controle P, no instante inicial de cada intervalo de tempo. Em qualquer outro caso, os coeficientes A são também calculados em cada intervalo de tempo, devido às não-linearidades causadas pela variação de tal parâmetro. Neste caso, se o tempo de refinamento for adequado, os erros devidos às não-linearidades podem ser desconsiderados.

Neste trabalho, a função $f(a,b,M)$ utilizada para relacionar a difusividade efetiva de massa com o valor local do teor de umidade é determinado por (Silva et al., 2012a):

$$D = b_m \exp(a_m M), \quad (3.64)$$

onde a_m e b_m são parâmetros a serem determinados por otimização e M é o teor de umidade local, em base seca.

Sabe-se que a difusividade de um produto depende da sua composição. Neste sentido, a difusividade térmica de frutas frescas é muito alta, devido ao seu alto teor de umidade. Durante a secagem, a difusividade térmica de um fruto, em qualquer instante, depende da sua quantidade de água. Como a água é continuamente perdida durante a secagem, o teor de umidade do produto e o valor da difusividade térmica decrescem ao longo do tempo (LIMA et al., 2002; MARIANI et al., 2008). Assim, neste trabalho, para cada temperatura do ar de secagem, a seguinte expressão foi proposta para esta propriedade:

$$\alpha = b_T \exp(a_T \bar{M}^2), \quad (3.65)$$

em que a_T e b_T são constantes para cada temperatura do ar de secagem, e são determinadas por otimização. Por outro lado, \bar{M} é o teor de umidade médio da fruta, em qualquer instante durante o processo de secagem.

3.7. Otimização

Para determinar Γ^Φ (D ou α) e h (h_m ou h_T), os parâmetros a e b da função $\Gamma^\Phi = f(a, b, \Phi)$ e h podem ser determinados por otimização usando um conjunto de dados experimentais. A expressão do qui-quadrado (BEVINGTON e ROBINSON, 1992; TAYLOR, 1997) foi escolhida com este objetivo:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{\Phi}_j^{\text{exp}} - \bar{\Phi}_j^{\text{sim}}]^2 \frac{1}{\sigma_j^2}, \quad (3.66)$$

onde $\bar{\Phi}_j^{\text{exp}}$ é o valor de Φ medido no ponto experimental "j"; $\bar{\Phi}_j^{\text{sim}}$ é o valor médio correspondente de Φ obtido por simulação; N_p é o número de pontos experimentais e $1/\sigma_j^2$ é o peso estatístico referente ao ponto "j". Se os pesos estatísticos são desconhecidos, eles podem ser considerados iguais a um valor comum, por exemplo, 1. Na Equação (3.66), o qui-quadrado depende de $\bar{\Phi}_j^{\text{sim}}$, que por sua vez depende de Γ^Φ (ou seja, dos parâmetros a_m ou a_T e b_m ou b_T) e h (h_m ou h_T). Assim, os parâmetros a , b e h podem ser determinados pela minimização da Equação (3.66) por meio de sucessivas tentativas.

3.8. Matéria prima e experimentos realizados

Os estudos experimentais de secagem de banana em camada fina utilizando ar quente, apresentados neste trabalho foram realizados durante os meses de agosto e setembro de 2011, no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas da Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola do Centro de Tecnologia em Recursos Naturais (CTRN) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Campina Grande, Paraíba.

Neste trabalho foi utilizada como matéria-prima a banana *Musa acuminata* subgrupo Cavendish cv nanica (Figura 3.4), adquirida na feira da Prata, em Campina

Grande, Estado da Paraíba, Brasil, do proprietário do Sítio Honorato no município de Alagoa Nova, Edmilson Gonçalves da Silva, conhecido por Neguinho Preá.



Figura 3.4 – Amostra de banana nanica, utilizada no experimento.

As bananas foram adquiridas com a casca totalmente verde, e amadureceram naturalmente, acondicionadas em caixas de papelão e protegidas de iluminação até atingir o grau de maturação escala 7, na classificação de Haendler (HAENDLER, 1964), com a casca amarela com muitas pintas pretas como pode ser visto na Figura 3.5.



Figura 3.5 – Banana com o grau de maturação utilizado nos experimentos.

Após terem atingido o grau de maturação desejado, as bananas foram transportadas para o laboratório, em cachos, e em seguida despencadas e descascadas, sendo selecionadas aquelas com aparência e tamanho semelhantes, sem apresentar qualquer evidência de danos mecânicos.

As bananas selecionadas foram colocadas em bandejas de tela fina de alumínio, medindo 13,0 cm por 13,0 cm, identificadas por um número, cada uma com uma banana, conforme mostrado na Figura 3.6.

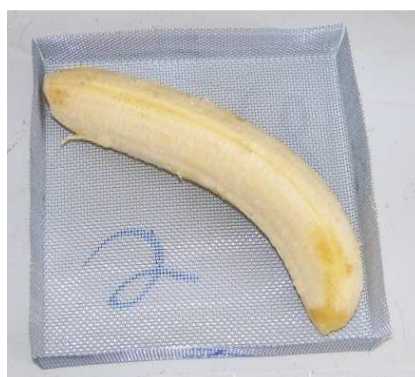


Figura 3.6 – Cesto de tela de alumínio com uma banana.

Depois, cada bandeja com a banana foi pesado, e foi descontado o peso da bandeja para saber o peso inicial da banana. As pesagens foram feitas utilizando uma balança digital da marca Diagtech, com resolução de 0,001 g e capacidade máxima de 510g, mostrada na Figura 3.7.



Figura 3.7 – Balança digital utilizada nos experimentos.

Foi realizada também a medida do diâmetro e do comprimento das amostras, além da temperatura e da umidade relativa do ar ambiente. Para a medição do diâmetro das bananas foi utilizado um paquímetro digital TDS marca Digimess, modelo 100.174L, com resolução de 0,01 mm e fundo de escala de 150mm. Para a medição do comprimento foi usada uma escala milimetrada. Para a medida da temperatura e da umidade relativa do ar no ambiente foi utilizado um Termo-higrômetro digital da Minipa modelo MTH 1362W. Estes instrumentos são mostrados na Figura 3.8.



Figura 3.8 – Paquímetro digital, escala milimetrada e o termo-higrômetro digital.

Para medir a temperatura no centro da banana, foi utilizado um termômetro digital da Minipa modelo MT455, equipado com termopar. A ponta de prova do instrumento foi introduzida até o centro da banana, para medir a temperatura no seu interior, ao longo do processo de secagem, mostrado na Figura 3.9.



Figura 3.9 – Termômetro digital com termopar usado nos experimentos.

Após estes procedimentos, os cestos foram colocados na bandeja do secador que já tinha sido previamente ligado e regulado para as temperaturas de cada experimento, ou seja, para as temperaturas de 50°C, 60°C e 70°C. A velocidade do ar de secagem foi fixada em 1,5 m/s. Para medir a velocidade do ar de secagem foi utilizado um anemômetro de palheta com leitura digital da marca Instrutemp, modelo MDA-II, em todos os experimentos.

O secador convectivo empregado neste estudo, foi o Secador de sementes de laboratório da SELETC, modelo S.S.4500W com fluxo vertical, controlador de temperatura e controlador de velocidade do ar, “, apresentado na Figura 3.10.



Figura 3.10 – Secador convectivo usado nos experimentos.

A Figura 3.11 apresenta o esquema de corte transversal e a posição das bandejas no secador.

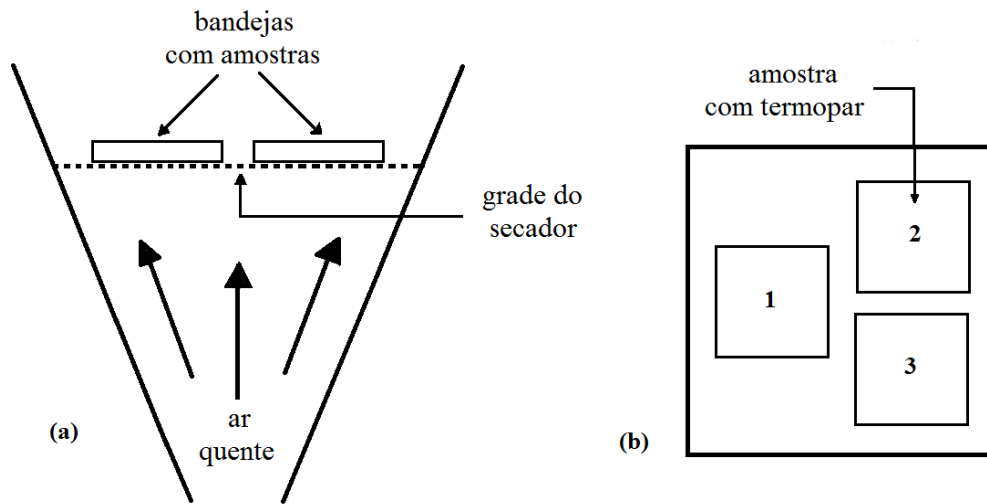


Figura 3.11 – (a) Corte esquemático transversal do secador. (b) As posições das bandejas na grade do secador.

Assim, cada processo de secagem foi realizado em três bandejas simultaneamente na grade do secador com área de (40×40) cm², com ar quente a 50°C, 60°C e 70°C, respectivamente. As posições das bandejas na grade do secador são alteradas ciclicamente durante a interrupção do processo de secagem para a pesagem das bananas. Para cada temperatura T, cada conjunto de três bananas foram escolhidas tomando-se o cuidado de seleccioná-las com as mesmas dimensões (ou muito próximas) para minimizar o efeito do tamanho nos dados experimentais.

Durante os experimentos, o teor de umidade foi medido pelo método gravimétrico. Em cada experimento, as amostras foram pesadas no início da secagem e depois em intervalos de 10 minutos por cerca de 2 horas e a seguir em intervalos de 20 e 30 minutos. Em seguida os intervalos foram alterados para 1, 2, 4, 6 e 12 h no final do processo, até atingir o teor de umidade de equilíbrio conforme apresentado nas Tabelas A.7.1 a A.7.3 do Apêndice A. Nestes mesmos intervalos de tempo foram medidos o diâmetro e o comprimento, registrada a perda de água, a temperatura e a umidade relativa do ar ambiente além da temperatura registrada pelo termopar inserido numa das amostras.

Após ter atingido o teor de umidade de equilíbrio, as amostras foram deixadas por 24 horas no secador, nas mesmas condições de secagem, e depois foram levadas para uma estufa com temperatura fixada em 105 °C, conforme mostrado na Figura 3.12a e 3.12b e aí ficaram por 4 horas, permitindo assim a medição de matéria seca.

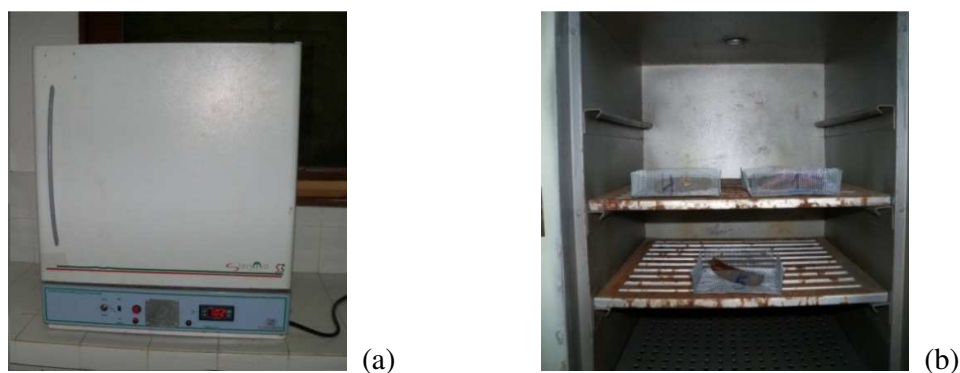


Figura 3.12 - Estufa empregada neste estudo. (a) Vista frontal da estufa e (b) Bandejas com as amostras no interior da estufa.

As amostras foram então colocadas no dessecador, conforme mostrado na Figura 3.13, até atingirem a temperatura ambiente, quando então, foram pesadas para assim se obter os valores de massa seca para cada um dos processos de secagem nas temperaturas do ar de secagem especificadas, que estão relacionadas nas Tabelas A.3.1 a A.3.3 do Apêndice A. O tempo de secagem dos experimentos foi maior que o tempo estudado porque o processo ocorreu até o teor de umidade de equilíbrio ser atingido, no entanto, neste trabalho, os processos de secagem foram estudados apenas até o teor de umidade finais M_f apresentado na Tabela A.2 do Apêndice A, para garantir a exclusão da região de transição vítrea.



Figura 3.13 – Dessecador utilizado neste estudo

Os resultados para o teor de umidade em base seca dado pela Equação 2.2 e da razão de umidade dada pela Equação 3.4 para cada medição são apresentados nas Tabelas A.7.1 a A.7.3 e A.8.1 a A.8.3, respectivamente, do Apêndice A.

Os valores do volume em cada medição, calculados pela expressão abaixo, são apresentados nas Tabelas A.5.1 a A.5.3 do Apêndice A.

$$V = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 L, \quad (3.60)$$

onde:

V é o volume da amostra,

d é o diâmetro da amostra,

L é o comprimento da amostra.

Informações sobre as condições do ar de secagem (umidade relativa média, \overline{UR} e a velocidade média, \overline{v}) e do ar ambiente (temperatura e umidade relativa média) são apresentados na Tabela A.1 do Apêndice A, para cada uma das temperaturas do ar de secagem.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados de algumas das metodologias desenvolvidas para a otimização e simulação da cinética do transporte de calor e massa em sólidos porosos com a forma cilíndrica. Tais metodologias são empregadas para determinar os melhores valores da difusividade e do coeficiente de transferência convectiva de calor e massa, a partir de dados experimentais da secagem de bananas. As metodologias também são empregadas para simular a cinética de secagem e de aquecimento de bananas usando os valores dos parâmetros determinados através de otimização.

4.1. Calor latente de vaporização

Para os valores especificados de temperatura e teor de umidade de equilíbrio da banana, a Tabela 4.1 pode ser apresentada, para fornecer a umidade relativa do ar, UR, calculada através da Equação (2.13) para bananas.

Tabela 4.1 - Umidade relativa do ar, UR, para bananas nas proximidades das temperaturas estabelecidas.

M_{eq} (bs)	Temperatura (°C)													
	10		20		30		40		50		60		70	
	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
0,10	0,401	0,405	0,419	0,423	0,438	0,442	0,460	0,464	0,484	0,489	0,511	0,517	0,541	0,548
0,15	0,491	0,495	0,510	0,513	0,529	0,534	0,551	0,556	0,575	0,580	0,601	0,606	0,630	0,636
0,20	0,556	0,559	0,574	0,578	0,593	0,597	0,614	0,618	0,637	0,641	0,661	0,666	0,688	0,694
0,25	0,605	0,608	0,622	0,626	0,641	0,645	0,661	0,665	0,682	0,686	0,705	0,710	0,730	0,735
0,30	0,643	0,647	0,660	0,663	0,678	0,681	0,696	0,700	0,716	0,721	0,738	0,742	0,761	0,766

Na Tabela 4.1, os estados 1 e 2 representam as temperaturas $T_1 = (T+1)^\circ\text{C}$ e $T_2 = (T-1)^\circ\text{C}$ apresentados no item 3.1. Por outro lado, usando a Equação (2.14), a pressão parcial de vapor de água saturado pode ser determinada, nas proximidades de cada temperatura especificada: P_{vs1} em $T_1 = (T+1)^\circ\text{C}$ e P_{vs2} em $T_2 = (T-1)^\circ\text{C}$. Os resultados são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Pressão parcial de vapor de água na saturação, para as temperaturas estabelecidas.

T (°C)	10	20	30	40	50	60	70
1: P_{vs1} (kPa)	1,3158	2,4914	4,5004	7,7923	12,9849	20,8989	32,5904
2: P_{vs2} (kPa)	1,1511	2,2014	4,0126	7,0043	11,7581	19,0513	29,8905

Com os resultados obtidos nas Tabelas 4.1 e 4.2, a Equação (2.12) pode ser utilizada para a determinação da razão h_{fg}/h_{wf} , para os valores do teor de umidade e temperatura especificados anteriormente, o que resultou na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Relação h_{fg}/h_{wf} para banana.

M_{eq} (bs)	Temperatura (°C)						
	10	20	30	40	50	60	70
0,10	1,0631	1,0718	1,0818	1,0932	1,1065	1,1139	1,1224
0,15	1,0536	1,0605	1,0684	1,0774	1,0877	1,0928	1,0986
0,20	1,0467	1,0526	1,0591	1,0665	1,0749	1,0787	1,0831
0,25	1,0416	1,0466	1,0522	1,0585	1,0656	1,0686	1,0720
0,30	1,0375	1,0419	1,0468	1,0523	1,0584	1,0609	1,0636

A Tabela 4.3 indica a dependência entre h_{fg}/h_{wf} e a temperatura para um dado teor de umidade. Para o teor de umidade de equilíbrio igual a 0,10, por exemplo, a discrepância percentual de h_{fg}/h_{wf} entre 10 e 70°C é de, aproximadamente, 5,93%. Então, torna-se evidente a introdução de um erro sistemático quando tal relação é descrita pela Equação (2.16) ou (2.17). Isto pode ser verificado pelo ajuste da Equação (2.16), por exemplo, aos dados da Tabela 4.3, que resulta na seguinte expressão:

$$\frac{h_{fg}}{h_{wf}} = 1 + 0,1242 e^{-3,045 \bar{M}}, \quad (4.1)$$

onde h_{fg}/h_{wf} é adimensional e \bar{M} é dado na forma decimal. A Equação (4.1) envolve três parâmetros embora só dois tenham sido determinados por ajuste de curvas no presente trabalho. Estes resultados são apresentados na Figura 4.1. Esta figura mostra que todos os pontos envolvendo as temperaturas de 50, 60 e 70°C encontram-se acima da superfície formada, enquanto os pontos envolvendo as temperaturas de 10, 20 e 30°C estão abaixo da superfície e os pontos envolvendo a temperatura de 40°C estão praticamente sobre a superfície.

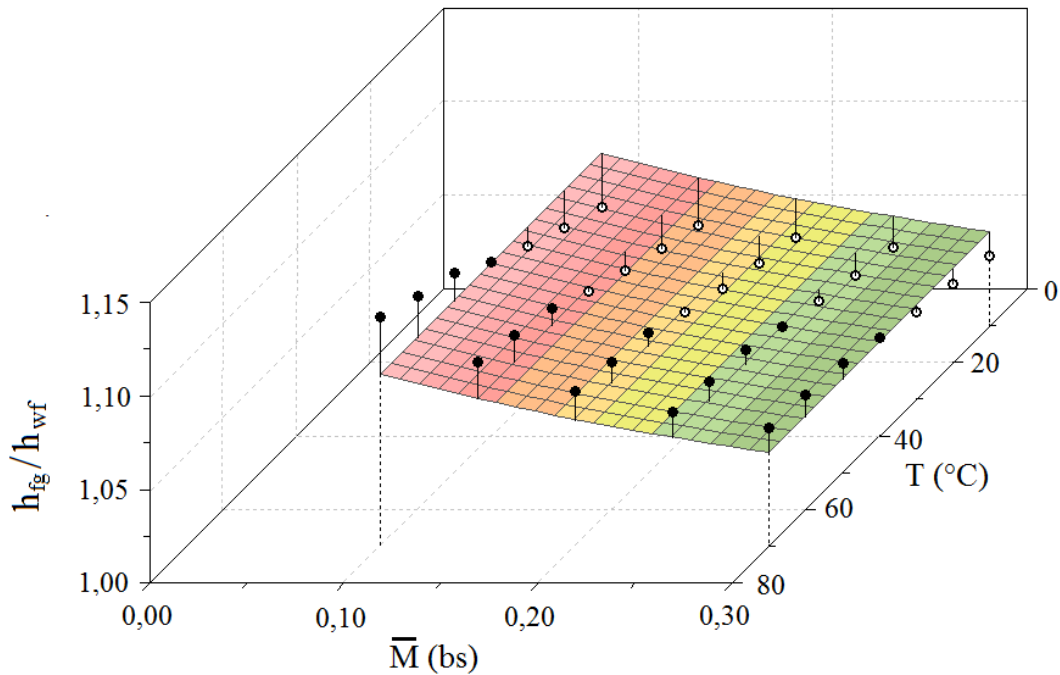


Figura 4.1 – Relação h_{fg}/h_{wf} (\bar{M} , T) obtido por meio do modelo proposto através da Equação (4.1).

Os círculos cheios representam pontos experimentais acima ou na superfície, e os círculos vazios representam pontos que estão abaixo dela. Cada linha vertical dá uma idéia da distância entre o ponto experimental e a superfície. Por outro lado, o calor latente de vaporização da água livre pode ser obtido através de Equação (2.15), como mostrado na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Calor latente de vaporização para água livre, h_{wf} .

T (°C)	10	20	30	40	50	60	70
h_{wf} (kJ kg ⁻¹)	2479	2455	2431	2407	2383	2360	2336

Uma vez obtidos os valores da relação de h_{fg}/h_{wf} (Tabela 4.3) e h_{wf} (Tabela 4.4), o calor latente de vaporização de água na banana, h_{fg} , pode ser obtido através da multiplicação dos dois valores, como é apresentado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Calor latente de vaporização da água em banana, h_{fg} (kJ kg^{-1}).

M_{eq} (bs)	T ($^{\circ}\text{C}$)						
	10	20	30	40	50	60	70
0,10	2636	2632	2630	2632	2638	2629	2622
0,15	2612	2604	2598	2594	2593	2579	2566
0,20	2595	2584	2575	2568	2562	2546	2530
0,25	2582	2570	2558	2548	2540	2522	2504
0,30	2572	2558	2545	2533	2523	2504	2485

Observando a Tabela 4.5 é possível afirmar que quanto maior for o teor de umidade de equilíbrio da banana, mais o valor de h_{fg} se aproxima do valor de h_{wf} . Por outro lado, comparando os dados da Tabela 4.4 com os dados da Tabela 4.5, pode-se notar que um erro considerável é cometido quando é feita a substituição de h_{fg} por h_{wf} . O menor erro entre h_{fg} e h_{wf} é de 3,74% ($T = 10^{\circ}\text{C}$; $M_{eq} = 0,30$), e o maior é de 12,24% ($T = 70^{\circ}\text{C}$; $M_{eq} = 0,10$).

O ajuste de Equação (2.18) aos dados da Tabela 4.5 resulta na seguinte expressão:

$$h_{fg} = (2503 - 2,386T) (1 + 0,1232 e^{-3,045\bar{M}}), \quad (4.2)$$

onde h_{fg} é dado em kJ kg^{-1} ; T em $^{\circ}\text{C}$ e \bar{M} é dado na forma decimal. A Equação (4.2) envolve quatro parâmetros embora só dois tenham sido determinados por ajuste de curvas no presente trabalho. Sobre o ajuste, os resultados a seguir são apresentados para os indicadores estatísticos. Com respeito ao qui-quadrado reduzido, o mesmo foi de $\chi_{red}^2 = 1283,51$. Para o coeficiente de determinação, o resultado foi $R^2 = 0,722721$. Para o teste *t-Student*, foi obtido $P(t) = 0$ para os dois parâmetros determinados. Detalhes

sobre estes testes estatísticos podem ser obtidos, por exemplo, em Bevington e Robinson (1992) ou em Taylor (1997). O gráfico da função $h_{fg} = f(\bar{M}, T)$, com f dado pela Equação (4.2), é apresentado na Figura 4.2.

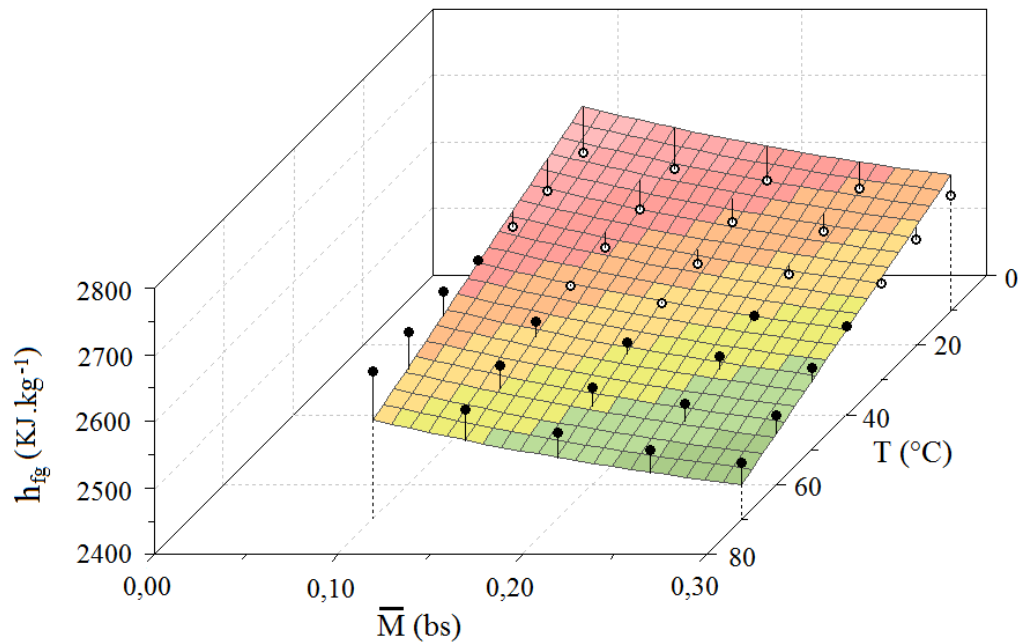


Figura 4.2 – Calor latente de vaporização da água em banana, $h_{fg}(\bar{M}, T)$, obtido pelo modelo proposto através da Equação (4.2).

Para a Equação (2.19) ajustada aos dados da Tabela 4.5, obteve-se:

$$h_{fg} = (2503 - 2,386T) (1 + 0,3249e^{-2,819\bar{M}^{0,3511}}), \quad (4.3)$$

onde h_{fg} é dado em kJ kg^{-1} ; T em $^{\circ}\text{C}$ e \bar{M} é dado na forma decimal. A Equação (4.3) envolve cinco parâmetros, embora somente três tenham sido determinados por ajuste da curva no presente trabalho. No que diz respeito aos testes estatísticos, obteve-se $R^2 = 0,725702$ e $\chi_{\text{red}}^2 = 1309,36$. O teste *t-Student* para o primeiro parâmetro indica uma probabilidade de que este seja zero de 83,2%. O segundo parâmetro tem uma probabilidade equivalente a 40,8%, e o terceiro, de 75,1%. O gráfico da função $h_{fg}(\bar{M}, T)$, dado pela Equação (4.3), é apresentado na Figura 4.3.

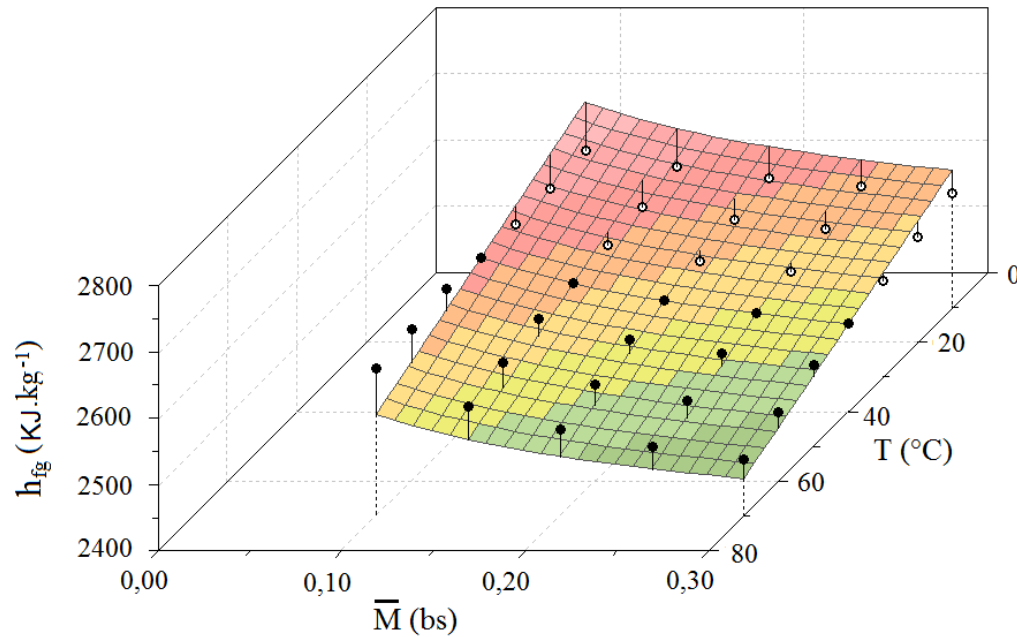


Figura 4.3 – Calor latente de vaporização da água em banana, $h_{fg}(\bar{M}, T)$, obtido pelo modelo proposto através da Equação (4.3).

A Tabela 4.3 indica uma dependência significativa entre a relação h_{fg}/h_{wf} e a temperatura. Funções do tipo sugerido por Brook e Foster (1981), dada pela Equação (2.20), com separação de variáveis, pode não ser a mais adequada para expressar o calor latente de vaporização da água em banana.

Usando o programa “Finder” do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011) para os dados da Tabela 4.5, este *software* relaciona as melhores funções entre as existentes em sua biblioteca. Aquela que melhor representa os dados da Tabela 4.5 é a função identificada pelo número de ordem dada por 450:

$$f(M, T) = A \bar{M}^{(B+CT)} + DT, \quad (4.4)$$

onde A, B, C, e D são os parâmetros do ajuste. Após o ajuste desta função aos dados, foi obtido:

$$h_{fg} = 2532 \bar{M}^{(-1,793 \times 10^{-2} - 3,972 \times 10^{-4} T)} - 2,691 T, \quad (4.5)$$

onde h_{fg} é dado em kJ kg^{-1} ; T em $^{\circ}\text{C}$ e \bar{M} é dado na forma decimal. A Equação (4.5) envolve quatro parâmetros, todos eles determinados por ajuste de curvas neste trabalho. Os indicadores estatísticos para a regressão não-linear desta função foram obtidos como se segue: $R^2 = 0,991614$ e $\chi_{\text{red}}^2 = 15,77$. Neste ajuste, todos os parâmetros são significativos porque, para todos eles o teste *t-Student* resulta em $P(t) = 0$. Os indicadores da qualidade do último ajuste são muito melhores do que aqueles que se referem às Equação (4.2) e a Equação (4.3) e, por esta razão, a Equação (4.5) pode ser considerada como uma opção melhor para a determinação do calor latente de vaporização da água em banana. O gráfico de $h_{fg}(\bar{M}, T)$, dado pela Equação (4.5), é apresentado na Figura 4.4.

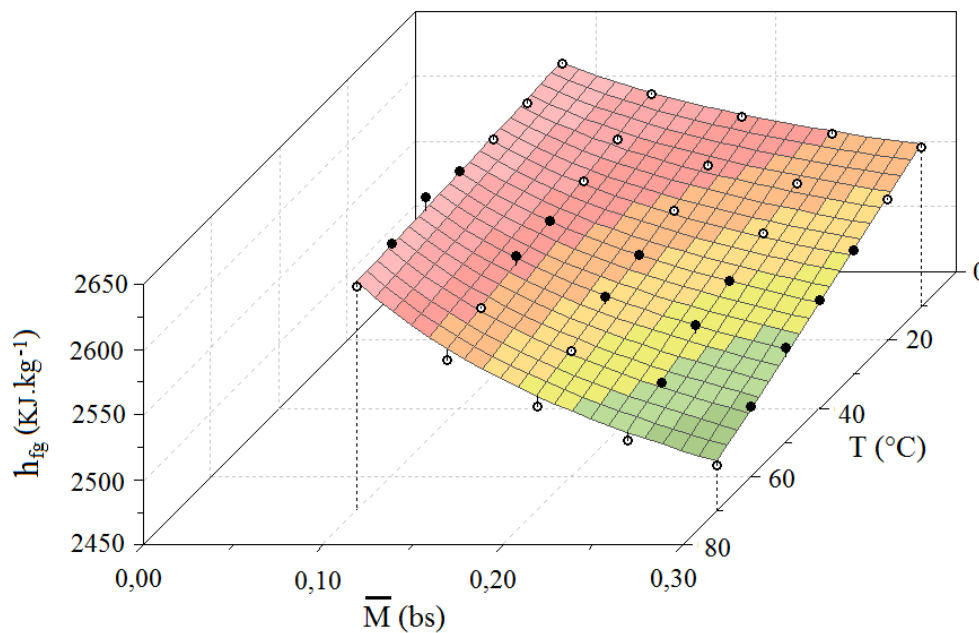


Figura 4.4 – Calor latente de vaporização da água em banana, $h_{fg}(\bar{M}, T)$, obtido através do modelo proposto na Equação (4.5).

4.2. Descrição da cinética de secagem usando equações empíricas

Estudos semelhantes com outros frutos tem sido investigados e publicados na literatura utilizando modelos empíricos (AKPINAR e BICER, 2005; GANESAPILLAI

et al, 2008;. HII et al., 2009; DIAMANTE et al, 2010; KALETA e GÓRNICKI, 2010; KUMAR et al, 2010;. MERCALI et al., 2010; MUNDADA et al., 2011; TUNDE-AKINTUNDE e OGUNLAKIN, 2011), mas em geral o foco principal destes estudos é apenas a descrição da cinética de secagem em camada fina. Neste trabalho, uma atenção adicional é dada a determinação da taxa de secagem e ao tempo de secagem, permitindo a utilização dos resultados obtidos para estudar a penetração de calor e/ou secagem em leite profundo.

O teor de umidade em base seca, medido em cada instante, durante as experiências, foi escrito de forma adimensional de acordo com a Equação (3.4) e são apresentados nas Tabelas A.8.1 a A.8.3 do Apêndice A, em seguida os conjuntos de dados foram analisados para cada modelo apresentado na Tabela 3.1. Neste trabalho, o teor de umidade de equilíbrio foi determinado experimentalmente, mas equações para o cálculo deste parâmetro são abundantes na literatura para muitos produtos, incluindo bananas (PHOUNGCHANDANG e WOODS, 2000; YAN et al., 2008).

4.2.1. Parâmetros de ajuste e indicadores estatísticos das equações empíricas

O tratamento das Equações empíricas apresentadas na Tabela 3.1, para a determinação dos parâmetros de ajuste e indicadores estatísticos foi feito através do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011), como também os gráficos apresentados para cada um dos modelos.

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos, através da realização de regressões não-lineares para cada um dos modelos indicados na Tabela 3.1, são apresentados nas Tabelas 4.6 a 4.11 bem como as simulações das cinéticas de secagem nas Figuras 4.5 a 4.10. A análise destes dados e a observação dos gráficos permitem a escolha do modelo mais adequado para este trabalho, como é apresentado no item 4.2.3.

Tabela 4.6. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 1 (Lewis).

T (°C)	a	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$1,4798 \times 10^{-3}$	0,99606	82,86
60	$2,0031 \times 10^{-3}$	0,99756	49,57
70	$2,3924 \times 10^{-3}$	0,99821	28,02

Tabela 4.7. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 2 (Henderson e Pabis).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	0,9287	$1,3023 \times 10^{-3}$	0,99463	26,48
60	0,9428	$1,8062 \times 10^{-3}$	0,99582	17,32
70	0,9536	$2,2216 \times 10^{-3}$	0,99693	10,62

Tabela 4.8. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 3 (Wang e Singh).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$-9,3793 \times 10^{-4}$	$1,9595 \times 10^{-7}$	0,94869	634,76
60	$-1,4705 \times 10^{-3}$	$5,3925 \times 10^{-7}$	0,96687	297,07
70	$-1,7695 \times 10^{-3}$	$7,7080 \times 10^{-7}$	0,97178	206,18

Tabela 4.9. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 4 (Peleg).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$4,9114 \times 10^2$	0,8782	0,99834	9,29
60	$3,8341 \times 10^2$	0,8467	0,99963	3,36
70	$3,2359 \times 10^2$	0,8316	0,99901	3,15

Tabela 4.10. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 5 (Page).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$5,2329 \times 10^{-3}$	0,7996	0,99965	1,58
60	$5,3273 \times 10^{-3}$	0,8356	0,99992	0,57
70	$5,3493 \times 10^{-3}$	0,8622	0,99978	0,68

Tabela 4.11. Resultados para a cinética de secagem descritos pelo modelo empírico 6 (Silva et alli).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$9,2336 \times 10^{-4}$	$1,2428 \times 10^{-2}$	0,99974	2,38
60	$1,3858 \times 10^{-3}$	$1,1545 \times 10^{-2}$	0,99945	2,12
70	$1,8089 \times 10^{-3}$	$1,0409 \times 10^{-2}$	0,99943	1,84

4.2.2. Simulações das cinéticas de secagem

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 1 (Lewis) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.6 podem ser observados na Figura 4.5, para as temperaturas estudadas.

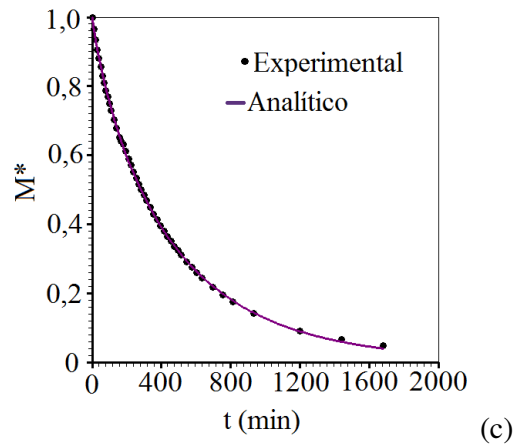
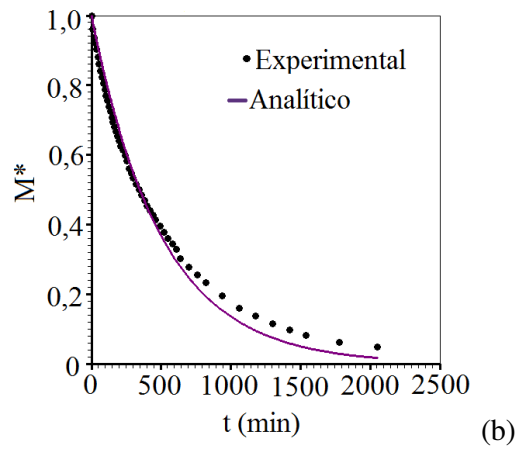
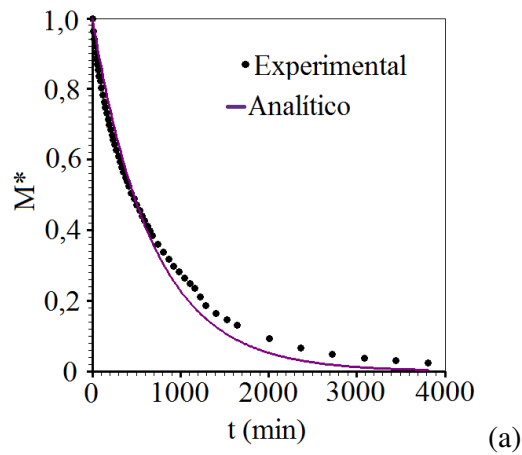


Figura 4.5 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 1 (Lewis) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^{\circ}\text{C}$, (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$ e (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$.

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 2 (Henderson e Pabis) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.7 podem ser observados na Figura 4.6, para as temperaturas estudadas.

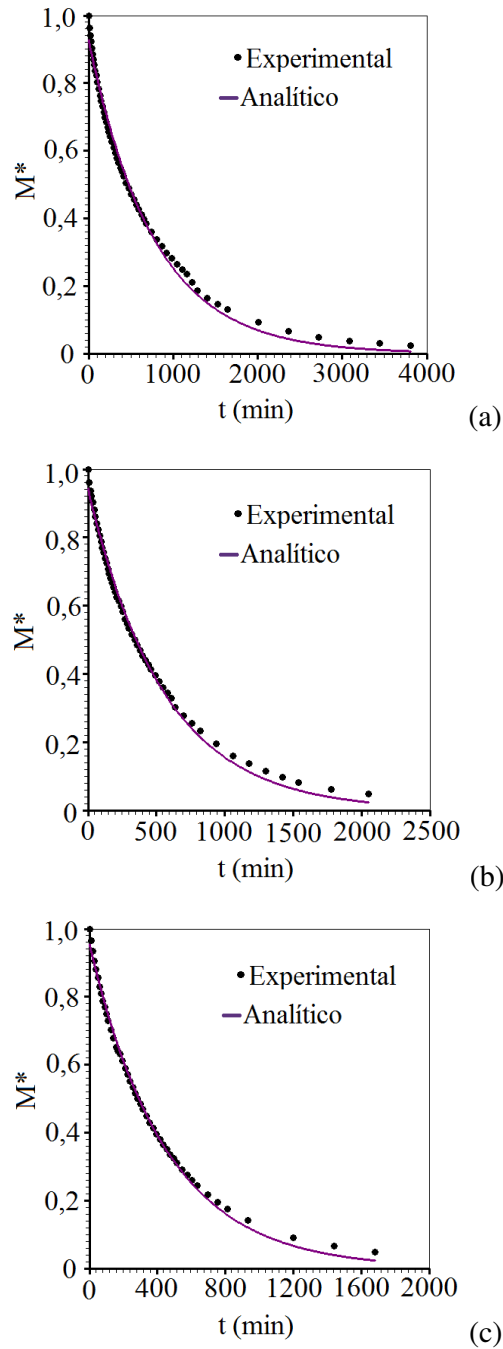


Figura 4.6 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 2 (Henderson e Pabis) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$; (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 3 (Wang e Singh) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.8 podem ser observados na Figura 4.7, para as temperaturas estudadas.

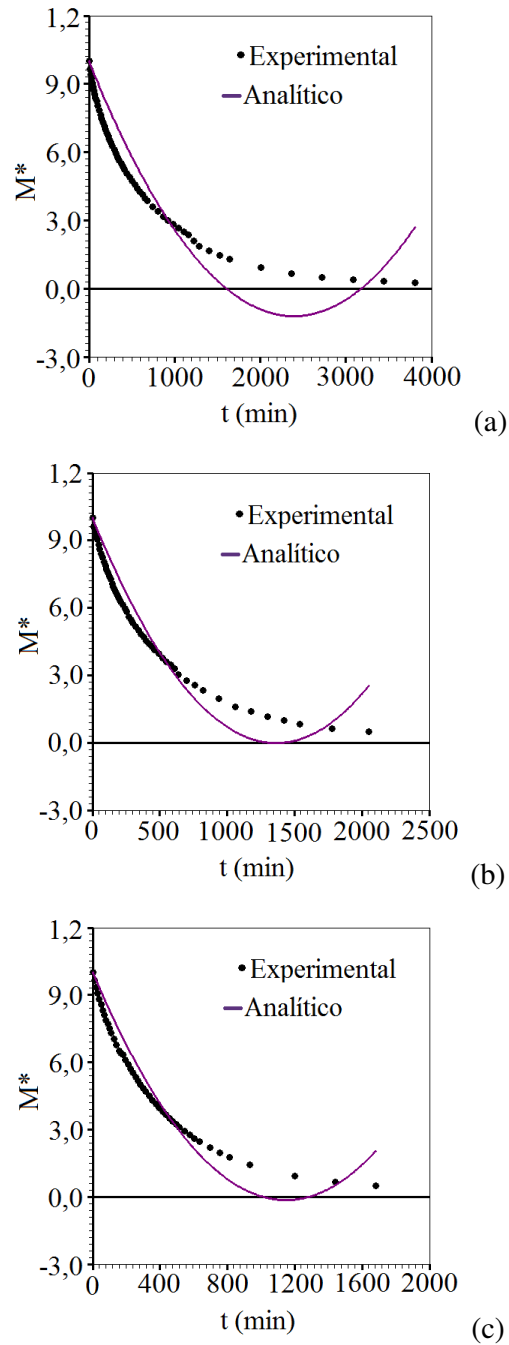


Figura 4.7 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 3 (Wang e Singh) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 4 (Peleg) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.9 podem ser observados na Figura 4.8, para as temperaturas estudadas.

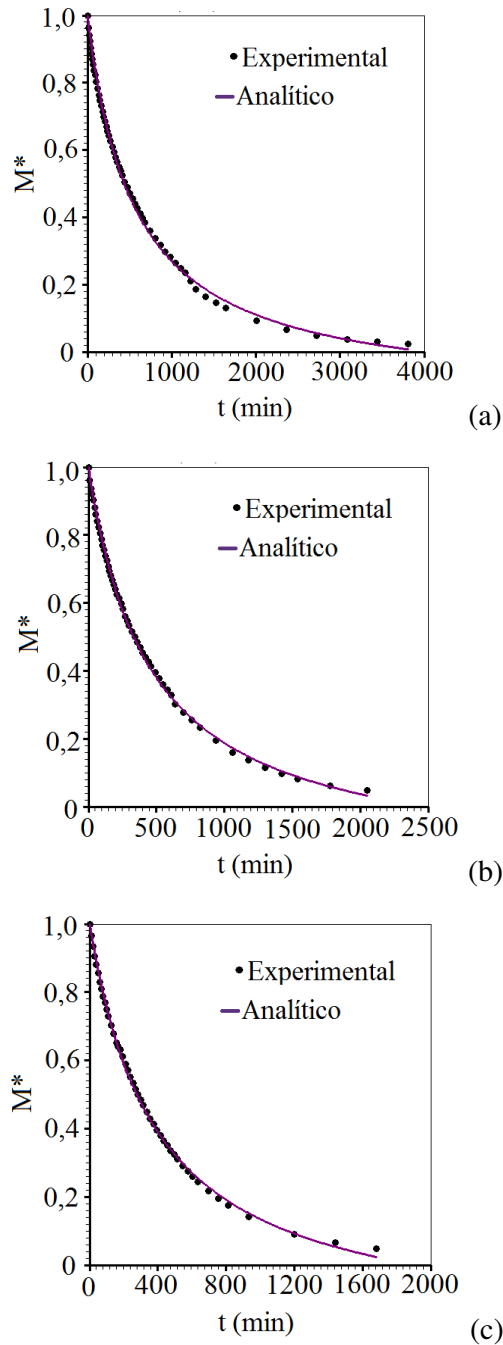


Figura 4.8 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 4 (Peleg) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 5 (Page) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.10 podem ser observados na Figura 4.9, para as temperaturas estudadas.

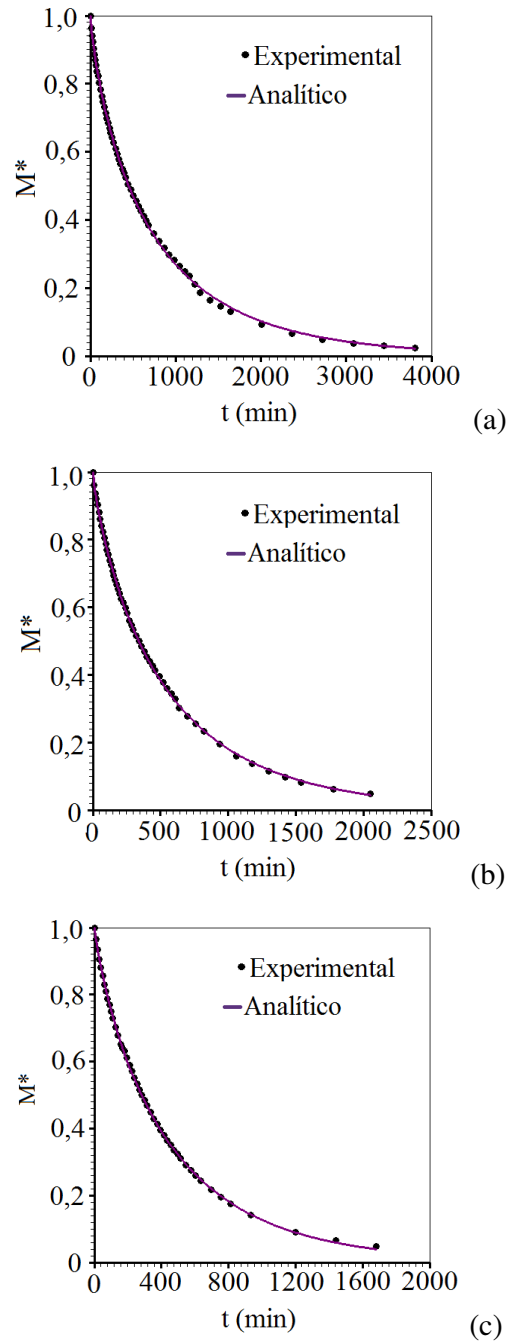


Figura 4.9 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 5 (Page) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

As simulações da cinética de secagem usando o modelo 6 (Silva et alli) ajustado aos parâmetros da Tabela 4.11 podem ser observados na Figura 4.10, para as temperaturas estudadas.

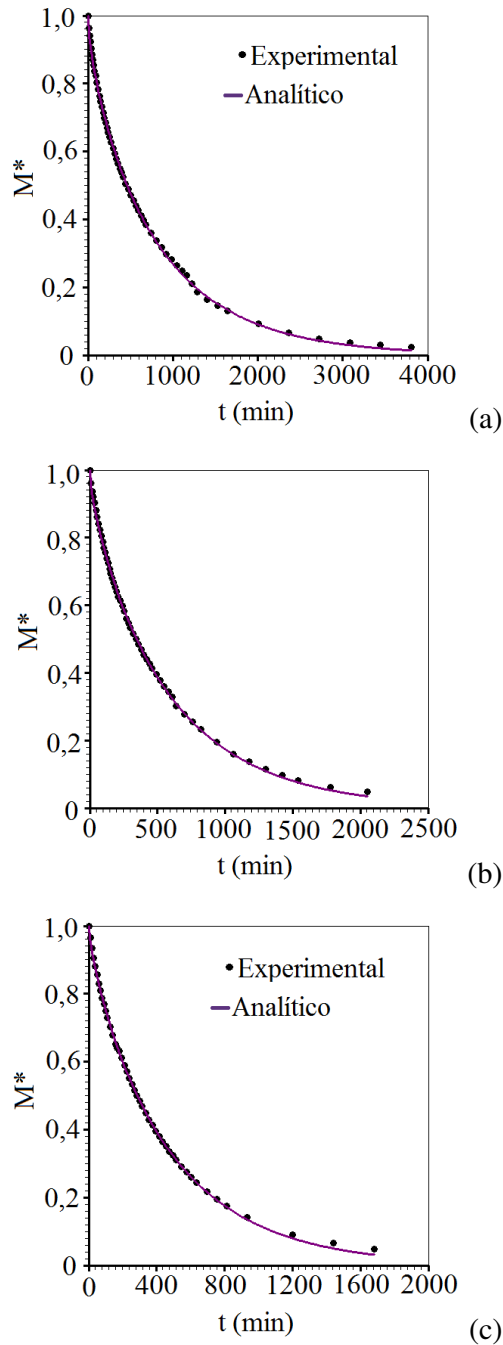


Figura 4.10 - Simulações da cinética de secagem usando o modelo 6 (Silva et alli) para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

4.2.3. Análise dos resultados

Observando os indicadores estatísticos das Tabelas 4.6 a 4.11, verifica-se que entre os seis modelos estudados, o modelo 3 apresenta os piores resultados. Os modelos 1 e 2 apresentam resultados razoáveis enquanto o modelo 4 apresenta resultados melhores que estes. Entretanto, os melhores resultados são obtidos através dos modelos 5, Page (com coeficientes de determinação e qui-quadrado próximos de 0,99972 e $1,68 \times 10^{-3}$, respectivamente) e 6, Silva et alli (com coeficientes de determinação e qui-quadrado próximos de 0,99958 e $2,16 \times 10^{-3}$, respectivamente), para todas as temperaturas do ar de secagem que foram estudadas.

As Figuras de 4.5 a 4.10 permitem a visualização da cinética de secagem de cada um dos modelos estudados e o modelo 5 (Page) apresenta-se como o que melhor descreve a cinética de secagem de bananas inteiras em todas as temperaturas estudadas, apresentando resultados um pouco melhores que o modelo 6, Silva et alli. Estas figuras apresentam o resultado esperado (DIAMANTE et al, 2010; KALETA e GORNICKI, 2010; SILVA et al, 2012a), ou seja, para uma dada velocidade do ar de secagem, quanto maior a temperatura mais rápido é o processo de secagem.

Visando uma comparação mais direta entre os modelos que apresentaram os melhores resultados, a Figura 4.11 apresenta as simulações da cinética de secagem, utilizando os modelos empíricos 5, Page e 6, Silva et alli, num mesmo gráfico, para cada uma das temperaturas estudadas e, a partir destes gráficos, é possível observar a compatibilidade entre os dois modelos, apesar de uma pequena discordância na região próxima M_f .

Os coeficientes de correlação obtidos para os dois modelos que apresentaram os melhores resultados, Page e Silva et alli, para as quatro temperaturas estudadas, foram maiores do que $R = 0,998$.

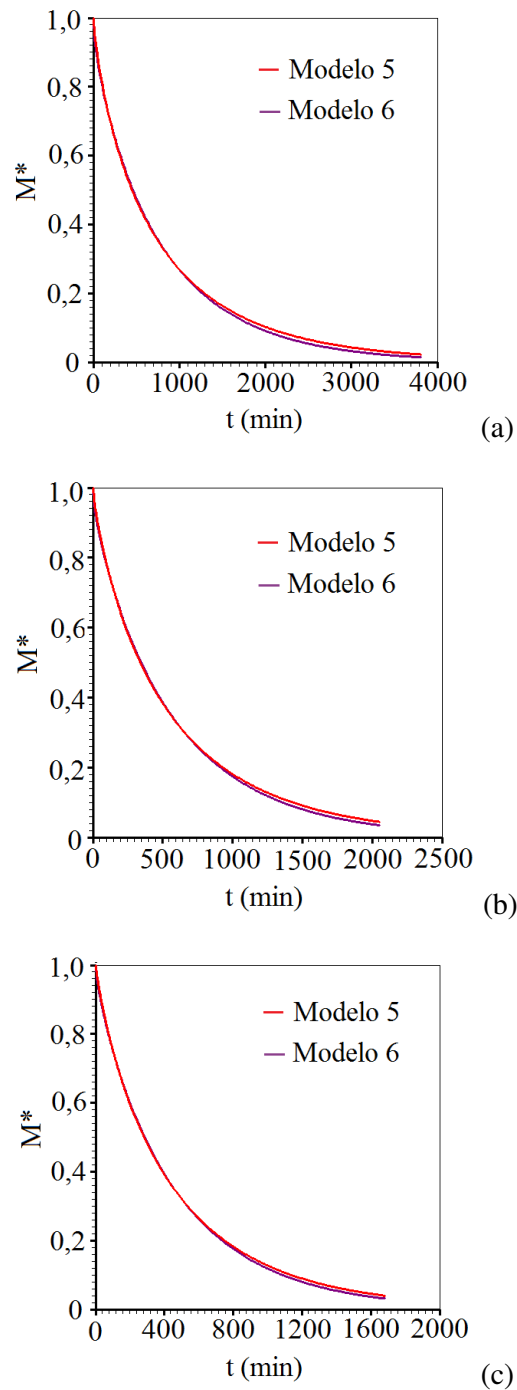


Figura 4.11 - Simulações da cinética de secagem utilizando os modelos empíricos 5 (Page) e 6 (Silva et alli) à temperatura de: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

Usando as expressões dadas na Tabela 3.2 e os parâmetros apresentados nas Tabelas de 4.6 a 4.11, a taxa de secagem, por exemplo, para $t = 500$ min, é apresentada na Tabela 4.12. e o tempo de secagem para $M^* = 0,5$ é apresentado na Tabela 4.13, como um exemplo.

Tabela 4.12. Taxa de secagem (em min^{-1}), para $t = 500$ min usando as expressões obtidas para cada modelo empírico.

Modelo	T = 50°C	T = 60°C	T = 70°C
1	$-7,006 \times 10^{-4}$	$-7,357 \times 10^{-4}$	$-7,233 \times 10^{-4}$
2	$-6,307 \times 10^{-4}$	$-6,902 \times 10^{-4}$	$-6,976 \times 10^{-4}$
3	$-7,420 \times 10^{-4}$	$-9,313 \times 10^{-4}$	$-9,987 \times 10^{-4}$
4	$-5,676 \times 10^{-4}$	$-5,891 \times 10^{-4}$	$-5,919 \times 10^{-4}$
5	$-5,671 \times 10^{-4}$	$-6,143 \times 10^{-4}$	$-6,290 \times 10^{-4}$
6	$-5,715 \times 10^{-4}$	$-6,351 \times 10^{-4}$	$-6,548 \times 10^{-4}$

Tabela 4.13. Tempo de secagem (em min), para $M^* = 0,5$ usando as expressões obtidas para cada modelo empírico.

Modelo	T = 50°C	T = 60°C	T = 70°C
1	468,4	346,0	289,7
2	475,4	351,1	290,6
3	611,1	398,2	330,0
4	437,8	332,4	277,0
5	450,7	339,1	281,9
6	461,5	345,4	285,9

A Tabela 4.12 mostra que os resultados para as taxas de secagem em $t = 500$ min são compatíveis quando as expressões obtidas através de modelos 5 e 6 são usados nos cálculos. A maior discrepância entre os resultados para as velocidades de secagem a partir de modelos 5 e 6 é de cerca de 4%, referente a secagem com ar a 70°C. Além

disso, uma verificação na Tabela 4.13 permite observar que as expressões obtidas a partir dos modelos de 5 e 6 fornecem resultados compatíveis com o tempo de secagem, supondo $M^* = 0,5$. Neste caso, a maior discrepância entre os resultados para os tempos de secagem obtidos a partir de modelos 5 e 6, é de 2,4%, referente ao ar de secagem a 50°C.

A fim de observar a coerência entre os modelos 5 e 6 durante todo o processo, as taxas de secagem referentes aos dois modelos em função do tempo são mostradas na Figura 4.12, a partir do instante $t = 10$ min até ao final de cada processo estudado ($t = 3805, 2050$ e 1680 min, respectivamente, para $T = 50, 60$ e 70°C).

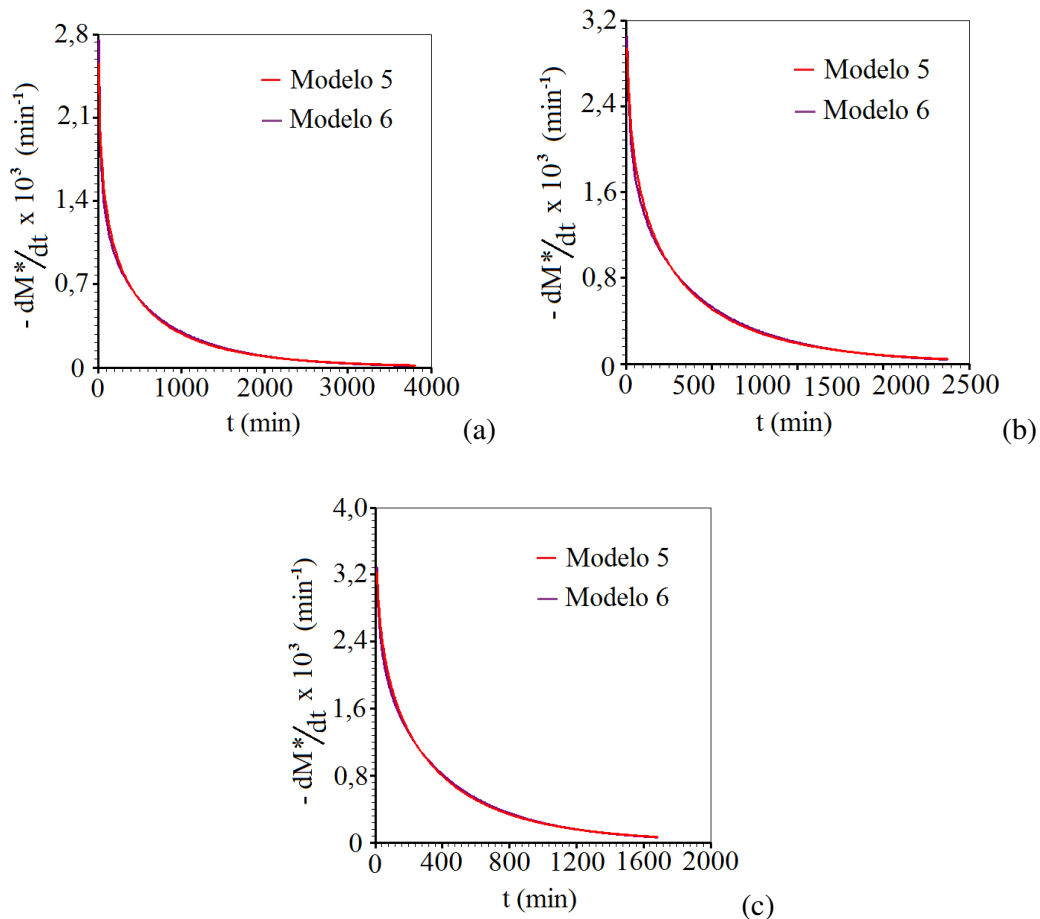


Figura 4.12 - Taxas de secagem utilizando as expressões obtidas através dos modelos 5 e 6, à temperatura de: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$.

A Figura 4.12 mostra que, para todas as temperaturas estudadas, as taxas de secagem diminuíram durante todo o processo, e este comportamento também ocorre com vários outros produtos agrícolas (ROBERTS et al, 2008; HII et al, 2009, DIAMANTE et al, 2010; KALETA e GORNICKI, 2010; KUMAR et al, 2010; MERCALI et al, 2010; MUNDADA et al, 2011; SILVA et al, 2012b). Além disso, esta figura mostra que é difícil fazer a distinção entre as curvas geradas a partir de modelos de 5 e 6, o que significa que os modelos podem ser considerados equivalentes. Uma verificação nesta figura indica que a taxa máxima de secagem ocorre no início do processo e variou entre $1,95 \times 10^{-3}$ (40°C) e $3,30 \times 10^{-3}$ (70°C) min^{-1} .

4.3. Taxa de variação de massa

Para a solução numérica da equação de difusão para o calor é necessário se conhecer a taxa de variação de massa para a discretização do volume de controle N, na superfície do cilindro, com mudança de fase, conforme apresentado no item 3.2.3.4. Para calcular esta taxa são usadas as equações empíricas apresentadas na Tabela 3.1, onde utiliza-se a massa em função do tempo cujos valores são apresentados nas Tabelas A.3.1 a A.3.3 do Apêndice A, em substituição ao teor de umidade em função do tempo, ou seja, substituindo a Equação (3.4) nas expressões empíricas da Tabela 3.1.

Como os modelos 1 (Lewis), 2 (Henderson e Pabis) e 3 (Wang e Singh) não apresentaram bons resultados, os estudos a seguir serão feitos apenas para os modelos 4 (Peleg), 5 (Page) e 6 (Silva et alli) que apresentaram os melhores resultados.

4.3.1. Parâmetros de ajuste e indicadores estatísticos das equações de massa em função do tempo de secagem

O tratamento das equações da massa em função do tempo, Equação (4.6) a (4.8), para a determinação dos parâmetros de ajuste e indicadores estatísticos, apresentados

nas Tabelas 4.14 a 4.16, foi feito através do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011), como também os gráficos apresentados para cada um dos modelos.

Nas Equação (4.6) a (4.11):

m é a massa no tempo t

m_i é a massa inicial

m_{eq} é a massa de equilíbrio

a e b são parâmetros de ajuste

t é o tempo

Para o modelo 4, Peleg, a equação da massa em função do tempo é:

$$m = m_i - \frac{(m_i - m_{eq})t}{a + bt} \quad (4.6)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.6), através de regressão não linear para os dados da variação da massa em função do tempo obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.14.

Tabela 4.14 – Resultados para a equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 4, Peleg).

T (°C)	a	b	R ²	χ ²
50	4,9115 x 10 ²	0,8782	0,99834	37,67
60	3,8343 x 10 ²	0,8467	0,99926	16,46
70	3,3182 x 10 ²	0,8311	0,99903	17,97

Para o modelo 5, Page, a equação da massa em função do tempo é:

$$m = m_{eq} + (m_i - m_{eq}) e^{-at^b}. \quad (4.7)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.7), através de regressão não linear para os dados da variação da massa em função do tempo obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Resultados para a equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 5, Page).

T (°C)	a	b	R ²	χ ²
50	5,2320 x 10 ⁻³	0,7997	0,99965	6,39
60	5,3211 x 10 ⁻³	0,8358	0,99989	2,74
70	5,3676 x 10 ⁻¹	0,8617	0,99978	4,06

Para o modelo 6, Silva et alli, a equação da massa em função do tempo é:

$$m = m_{eq} + (m_i - m_{eq}) e^{-at-b\sqrt{t}}. \quad (4.8)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.8), através de regressão não linear para os dados da variação da massa em função do tempo obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.16.

Tabela 4.16 – Resultados para a equação da variação da massa em função do tempo de secagem (modelo 6, Silva et alli).

T (°C)	a	b	R ²	χ ²
50	9,2338 x 10 ⁻⁴	1,2427 x 10 ⁻²	0,99948	9,66
60	1,3863 x 10 ⁻³	1,1536 x 10 ⁻²	0,99946	10,21
70	1,8060 x 10 ⁻³	1,0465 x 10 ⁻²	0,99945	10,65

4.3.2. Massa em função do tempo de secagem

Os gráficos de massa em função do tempo para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 4, Peleg, são apresentados na Figura 4.13.

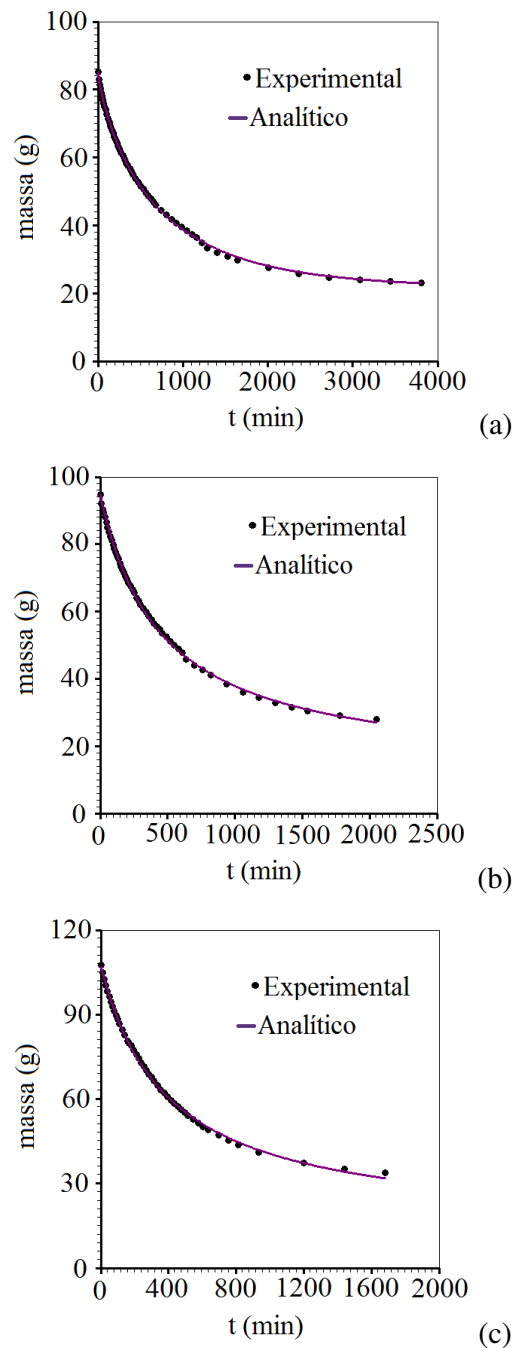


Figura 4.13 - Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas:

(a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$; (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$, usando o modelo 4 (Peleg).

Os gráficos de massa em função do tempo para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 5, Page, são apresentados na Figura 4.14.

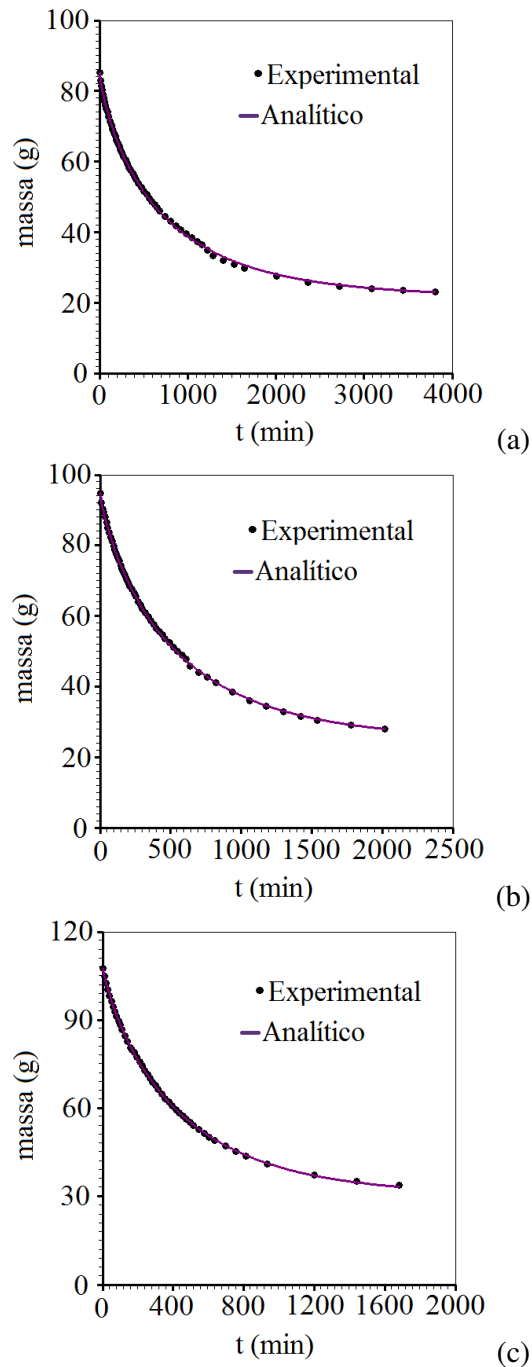


Figura 4.14 - Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas:

(a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$; (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$, usando o modelo 5 (Page).

Os gráficos de massa em função do tempo para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 6 (Silva et alli) são apresentados na Figura 4.15.

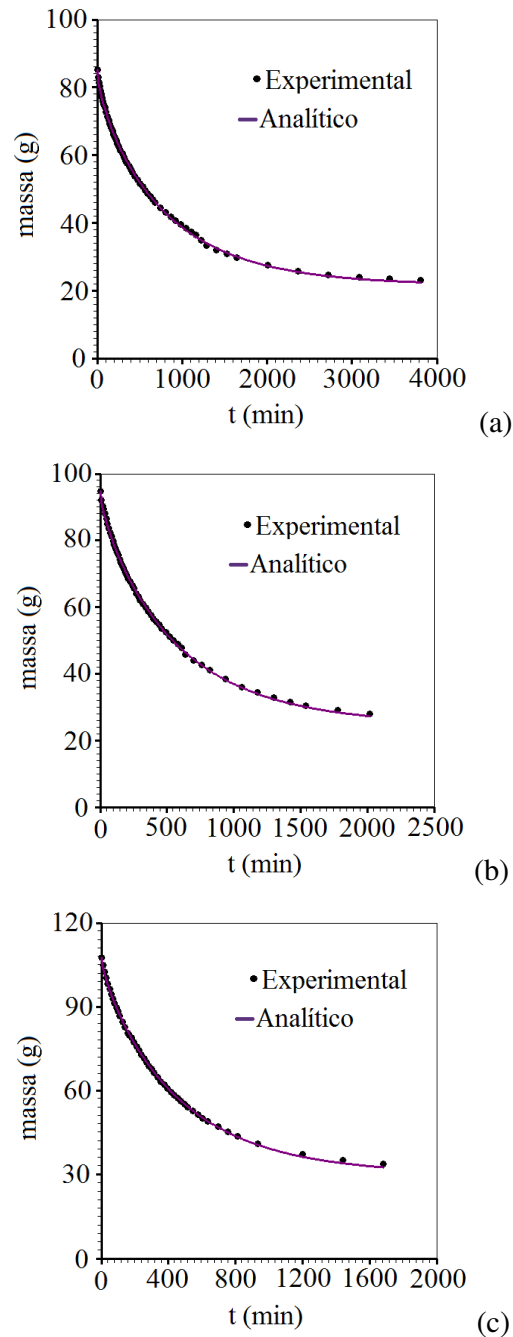


Figura 4.15 - Massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^{\circ}\text{C}$; (b) $T = 60^{\circ}\text{C}$ e (c) $T = 70^{\circ}\text{C}$, usando o modelo 6 (Silva et alli).

4.3.3. Parâmetros de ajuste e indicadores estatísticos das equações de taxa de variação de massa em função do tempo de secagem

Para o modelo 4, Peleg, a equação da taxa de variação da massa em função do tempo é dada por:

$$\frac{dm}{dt} = - (m_i - m_{eq}) \frac{a}{(a + bt)^2}. \quad (4.9)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.9), através de regressão não linear para os dados da taxa de variação da massa em função do tempo de secagem, obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.17.

Tabela 4.17 – Resultados para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 4, Peleg).

T (°C)	a	b	R ²	χ ² x 10 ³
50	3,9265 x 10 ²	1,0743	0,89767	11,12
60	3,3545 x 10 ²	0,9329	0,91180	13,86
70	2,8956 x 10 ²	0,8051	0,94928	9,67

Para o modelo 5, Page, a equação da taxa de variação da massa em função do tempo de secagem é dada por:

$$\frac{dm}{dt} = - (m_i - m_{eq}) a b t^{b-1} e^{-at^b}. \quad (4.10)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.10), através de regressão não linear para os dados da taxa de variação da massa em função do tempo de secagem, obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.18.

Tabela 4.18 – Resultados para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 5, Page).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^3$
50	$9,0409 \times 10^{-3}$	0,7166	0,96899	3,43
60	$7,3898 \times 10^{-3}$	0,7898	0,94858	8,08
70	$6,1508 \times 10^{-3}$	0,8593	0,95950	8,07

Para o modelo 6, Silva et alli, a equação da taxa de variação da massa em função do tempo de secagem é:

$$\frac{dm}{dt} = (m_i - m_{cq}) \left(a + b t^{-1/2} / 2 \right) e^{-at - b\sqrt{t}}. \quad (4.11)$$

Os resultados obtidos para os parâmetros de ajuste e para os indicadores estatísticos da Equação (4.11), através de regressão não linear para os dados da taxa de variação da massa em função do tempo de secagem, obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 50°C, 60°C e 70°C são apresentados na Tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Resultados para a equação da taxa de variação de massa em função do tempo de secagem (modelo 6, Silva et alli).

T (°C)	a	b	R ²	$\chi^2 \times 10^2$
50	$2,4358 \times 10^{-3}$	$-8,3578 \times 10^{-5}$	0,87262	1,45
60	$2,8622 \times 10^{-3}$	$-8,0639 \times 10^{-5}$	0,89170	1,79
70	$3,2350 \times 10^{-3}$	$-5,1485 \times 10^{-5}$	0,92646	1,50

4.3.4. Taxa de variação de massa em função do tempo de secagem

Os gráficos de taxa de variação de massa em função do tempo de secagem para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 4, Peleg, são apresentados na Figura 4.16.

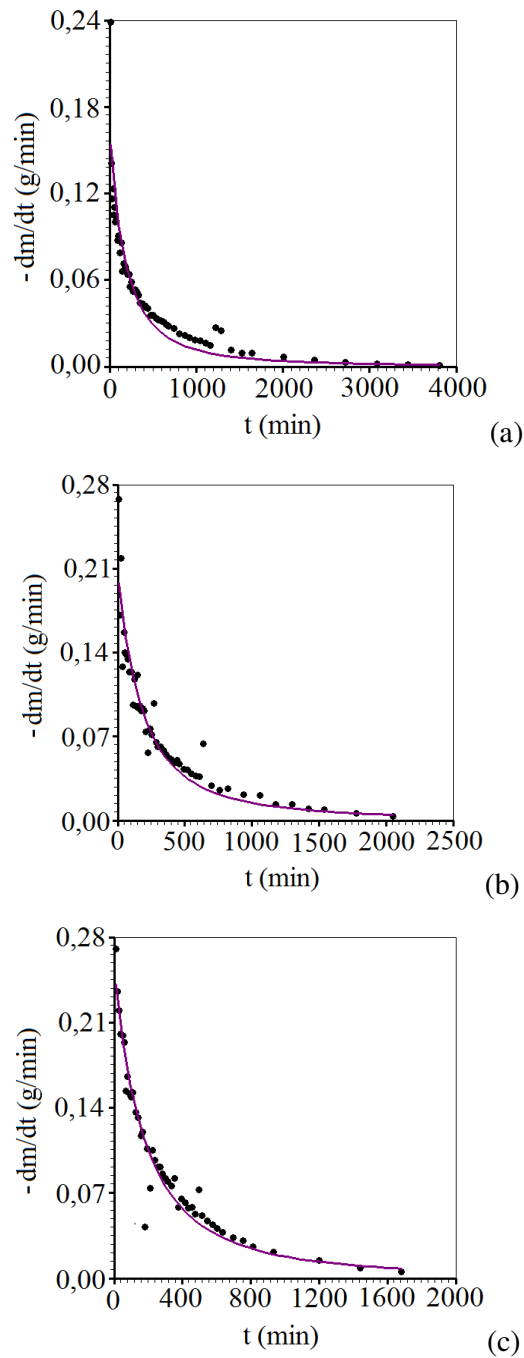


Figura 4.16 - Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$; (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$, usando o modelo 4 (Peleg).

Os gráficos de taxa de variação de massa em função do tempo de secagem para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 5, Page, são apresentados na Figura 4.17.

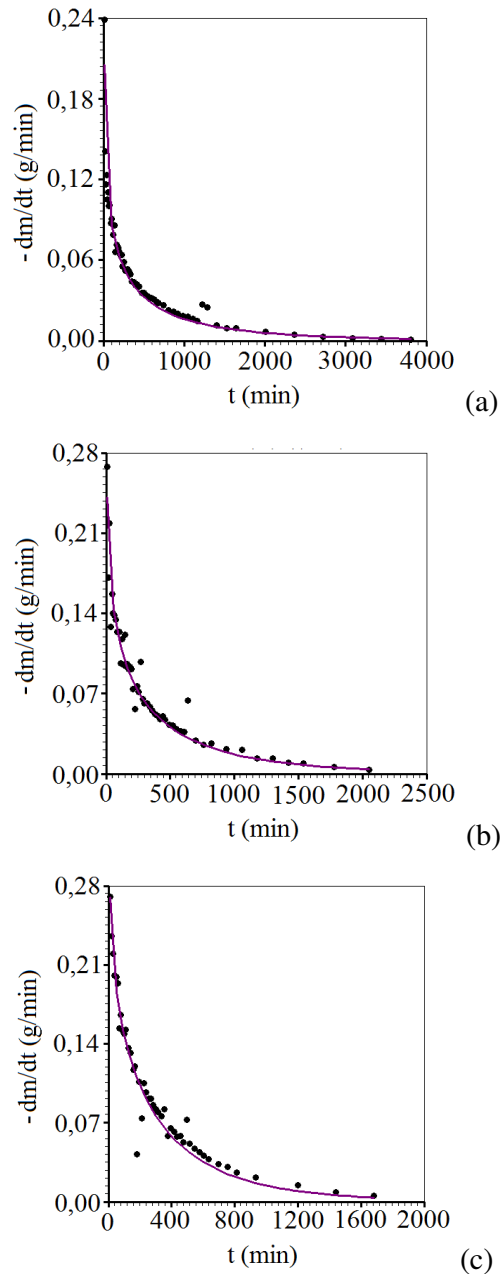


Figura 4.17 - Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$; (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$, usando o modelo 5 (Page).

Os gráficos de taxa de variação de massa em função do tempo de secagem para cada uma das temperaturas estudadas, utilizando o modelo 6, Silva et alli, são apresentados na Figura 4.18.

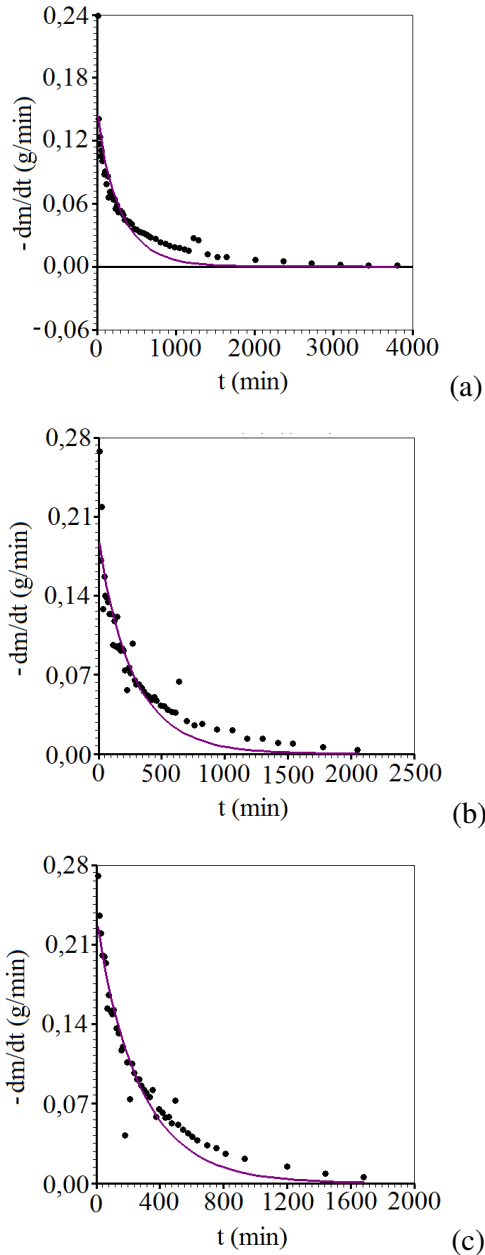


Figura 4.18 - Taxa de variação da massa em função do tempo de secagem para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$; (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ\text{C}$, usando o modelo 6 (Silva et alli).

A partir destes gráficos pode-se observar que a massa diminui rapidamente no início do processo de secagem, e com o passar do tempo diminui cada vez menos, com a tendência de tornar-se constante, ou seja, atingir a massa de equilíbrio nos três modelos selecionados.

Neste trabalho, para a determinação da taxa de perda de massa, optou-se por não utilizar nenhuma das expressões empíricas apresentadas nas Equações (4.9), (4.10) e (4.11), porque simulações preliminares não apresentaram bons resultados. Assim, uma vez que a migração de água seja determinada em cada instante de tempo por difusão, a taxa de perda de água é determinada por:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{\Delta t} \quad (4.12)$$

em que a massa de água (kg) no instante t é dada por $m(t) = m_s \bar{M}(t)$, onde m_s é a massa da matéria seca (kg), apresentado na Tabela A.2, do Apêndice A, e $\bar{M}(t)$ é o teor de umidade médio em base seca ($\text{kg}_{\text{água}} \text{kg}^{-1}_{\text{matéria seca}}$), calculado por:

$$\bar{M}(t) = \frac{\sum_{i=1}^N M_i r_i}{\sum_{i=1}^N r_i} \quad (4.13)$$

onde M_i é o teor de umidade no volume de controle “ i ” e r_i é sua posição radial (m). Devido ao encolhimento, em cada intervalo de tempo o raio do cilindro varia, portanto, o seu valor tem de ser recalculado, bem como a espessura Δr dos volumes de controle da malha uniforme. Expressões para estes cálculos são apresentadas nas Equações (4.15), (4.16) e (4.17).

4.4. Volume em função do teor de umidade

Os gráficos apresentados na Figura 4.19 foram elaborados a partir dos dados apresentados nas Tabelas de A.10.1 a A.10.3 do Apêndice A, onde foi feita a eliminação dos pontos que apresentavam erros grosseiros, utilizando a opção disponível no *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011). Estes gráficos apresentam a variação do volume em função do teor de umidade na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1 do Apêndice A.

Usando o programa “Finder” do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011) para os dados das Tabelas A.10.1 a A.10.3 do Apêndice A, este *software* relaciona as melhores funções entre as existentes em sua biblioteca. Dentre estas, a que melhor representa estes dados é a função identificada pelo número de ordem dada por 6, assim:

$$V = V_0(a + b \bar{M}), \quad (4.14)$$

onde:

V é o volume para um teor de umidade médio \bar{M} ;

V_0 é o volume inicial da banana;

\bar{M} é o teor de umidade médio em base seca;

a e b são parâmetros de ajuste.

Os resultados obtidos através da realização de regressões não-lineares, são apresentados na Tabela 4.20.

Tabela 4.20. Resultados para a variação do volume em função do teor de umidade médio.

T (°C)	V_0 (cm ³)	a	b	R^2	χ^2
50	98,34	0,1576	0,2500	0,99496	52,79
60	98,00	0,1123	0,2821	0,99328	78,24
70	121,34	0,1160	0,3016	0,99863	22,40

Os gráficos de volume em função do teor de umidade em base seca para cada uma das temperaturas estudadas são apresentados na Figura 4.19.

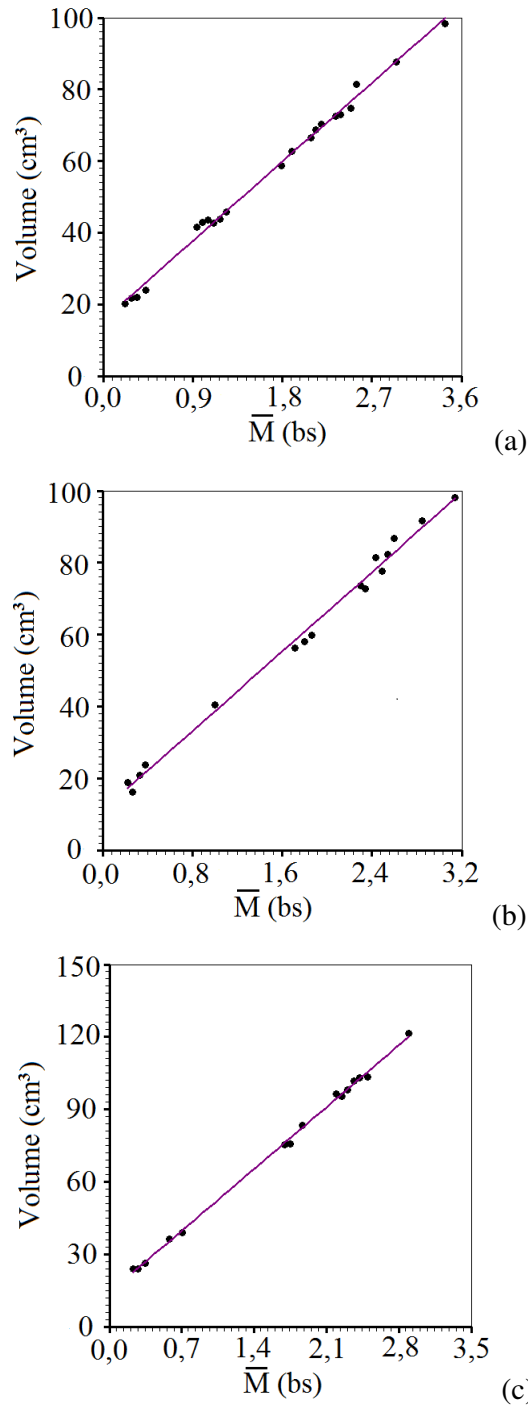


Figura 4.19 - Volume em função do teor de umidade médio para as temperaturas estudadas: (a) $T = 50^\circ\text{C}$, (b) $T = 60^\circ\text{C}$ e (c) $T = 70^\circ$.

Pode-se observar, a partir destes gráficos, que com a diminuição do teor de umidade, ao longo do processo de secagem, o volume da banana diminui proporcionalmente a este, para as três temperaturas estudadas.

Com estes resultados, as seguintes expressões podem ser escritas para a evolução do raio durante o processo de secagem:

$$50^{\circ}\text{C}: R = 0,01490 \left(0,1576 + 0,2500 \bar{M} \right)^{1/3}; \quad (4.15)$$

$$60^{\circ}\text{C}: R = 0,01475 \left(0,1123 + 0,2821 \bar{M} \right)^{1/3}; \quad (4.16)$$

$$70^{\circ}\text{C}: R = 0,01530 \left(0,1160 + 0,3016 \bar{M} \right)^{1/3}. \quad (4.17)$$

4.5. Densidade em função do teor de umidade

O gráfico da Figura 4.20, foi elaborado com os dados apresentados nas Tabelas de A.12.1 a A.12.3 do Apêndice A, e apresenta a variação da densidade em função do teor de umidade na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1 do Apêndice A.

Usando o programa “Finder” do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011) para os dados das Tabelas A.12.1 a A.12.3 do Apêndice A, este *software* relaciona as melhores funções entre as existentes em sua biblioteca. Dentre estas, a que melhor representa estes dados é a função identificada pelo número de ordem dada por 11, assim:

$$\rho = a \exp (b \bar{M}), \quad (4.18)$$

onde:

ρ é a densidade do produto;

\bar{M} é o teor de umidade médio em base seca;

a e b são parâmetros de ajuste.

Assim:

$$\rho = 1,527 \exp(-0,1997 \bar{M}), \quad (4.19)$$

Como o comportamento da densidade em relação ao teor de umidade é o mesmo para as três temperaturas estudadas, ver Tabelas A.12.1 a A12.3 do Apêndice A, os dados foram inseridos num mesmo gráfico, apresentado a seguir:

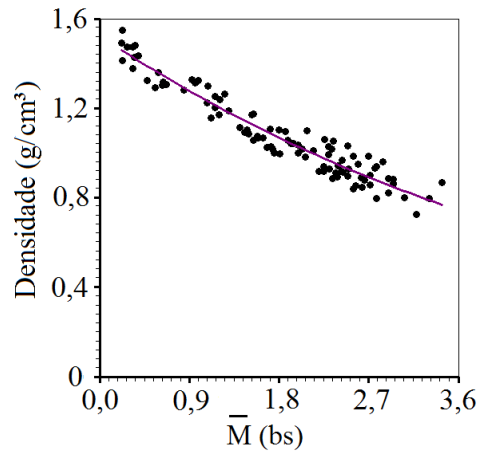


Figura 4.20 - Densidade em função do teor de umidade médio.

A Figura 4.20 mostra que a densidade da banana inteira aumenta ao longo do processo de secagem, ou seja, à medida que o teor de umidade diminui, a densidade aumenta.

4.6. Calor específico em função do teor de umidade

Para um determinado intervalo de tempo, a fim de utilizar as Equações (3.30), (3.32) e (3.43) para determinar a temperatura em cada volume de controle, o calor específico e a densidade do produto devem ser conhecidos no início e no final de cada intervalo de tempo. Isto é evidente porque os coeficientes B destas equações dependem destes valores. Neste trabalho, o calor específico foi estimado a partir da expressão dada por (SWEAT, 1986; ASHRAE, 1993):

$$c_p = 1381 + 2930 \overline{M}_{bu}, \quad (4.20)$$

com c_p dado em $\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$, e o teor de umidade médio é dado em base úmida na forma decimal.

4.7. Resultados para migração de água

A difusividade efetiva de umidade foi considerada variável como função do teor de umidade local como é apresentado pela Equação (3.64). O raio também foi considerado variável, de acordo com as Equações (4.15) a (4.17). Assim, os parâmetros relacionados com a transferência de água obtidos por otimização são apresentados na Tabela 4.21.

Tabela 4.21. Parâmetros da migração de água obtidos por otimização.

T (°C)	a_m	b_m ($\text{m}^2 \text{min}^{-1}$)	h_m (m min^{-1})	R^2	χ^2
50	0,687	$15,4 \times 10^{-9}$	$2,66 \times 10^{-5}$	0,99970	$15,6 \times 10^{-3}$
60	0,785	$19,4 \times 10^{-9}$	$2,68 \times 10^{-5}$	0,99989	$3,87 \times 10^{-3}$
70	0,821	$28,9 \times 10^{-9}$	$2,99 \times 10^{-5}$	0,99964	$9,20 \times 10^{-3}$

As simulações da cinética de secagem são apresentadas na Figura 4.21(a-c), e a sobreposição dessas simulações é apresentada na Figura 4.21(d). Os gráficos da Figura 4.21(a-c) foram gerados através do próprio *software* desenvolvido neste trabalho.

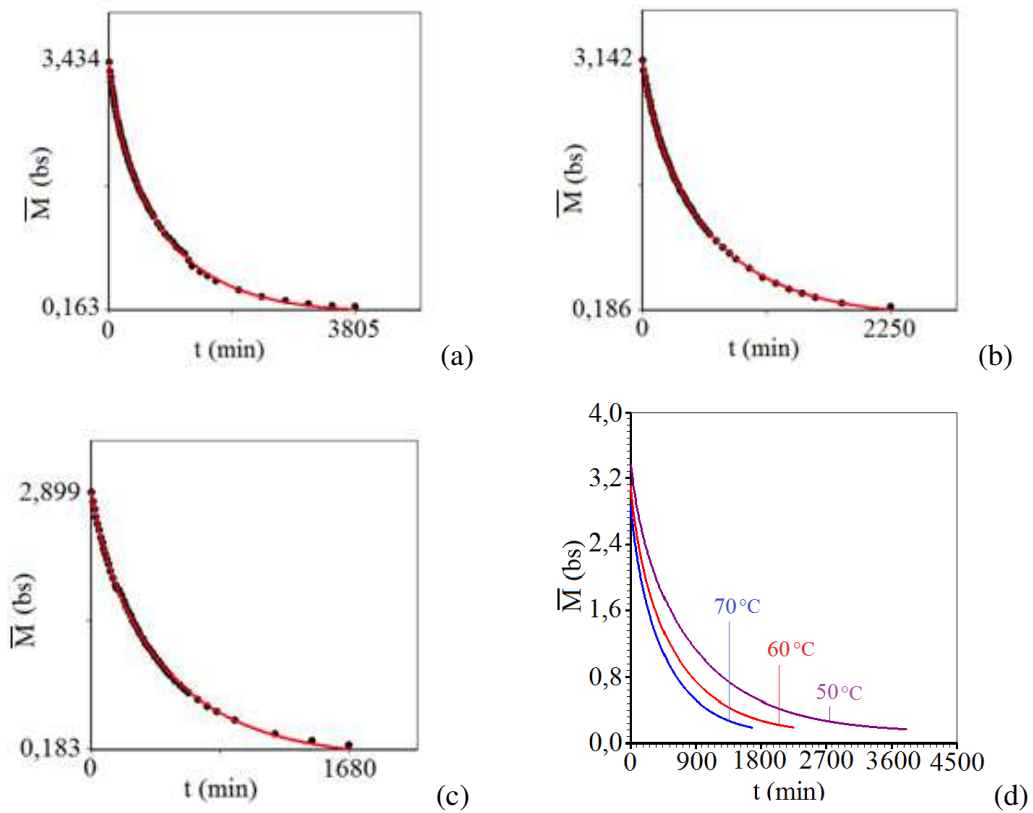


Figura 4.21. Simulação da migração de água com temperatura do ar de secagem de: (a) 50 °C; (b) 60 °C; (c) 70 °C; (d) Superposição das curvas simuladas.

Por outro lado, com os resultados da Tabela 4.21, os gráficos das funções $D(M)$, dados pela Equação (3.64), são apresentados na Figura 4.22, para as três temperaturas do ar de secagem.

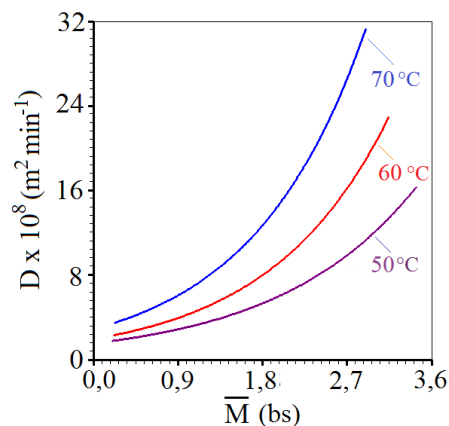


Figura 4.22. Difusividade efetiva de umidade em função do teor de umidade local para as temperaturas de: (a) 50 °C; (b) 60 °C; (c) 70 °C.

A fim de apresentar as distribuições de umidade no interior da secção circular que representa as bananas, a Figura 4.23 ilustra estas distribuições a 200 min. para as três temperaturas do ar de secagem.

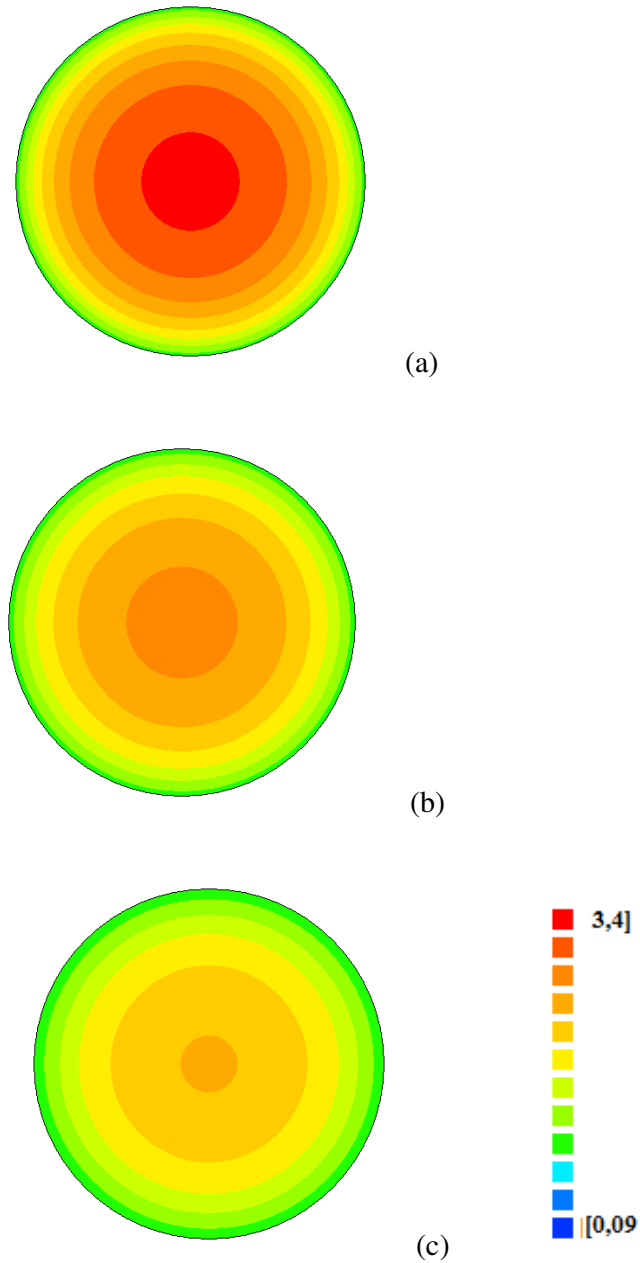


Figura 4.23. Distribuição do teor de umidade para $t = 200$ min. para as temperaturas do ar de secagem de: (a) $50\text{ }^{\circ}\text{C}$; (b) $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ e (c) $70\text{ }^{\circ}\text{C}$.

4.8. Resultados para o transporte de calor

A difusividade térmica foi considerada variável em função do teor de umidade médio, como é dado pela Equação (3.65). No estudo do transporte de calor, o raio também foi considerado variável, de acordo com as Equações (4.15) a (4.16). Devido à posição da banana com o sensor de temperatura (termostato) colocada na tela do secador, as temperaturas de equilíbrio foram de 49,7°C; 58,6°C e 66,9°C para as temperaturas do ar de secagem com valores nominais de 50°C, 60°C e 70°C, respectivamente. Assim, os parâmetros relacionados com a transferência de calor, obtidos através da otimização, são apresentados na Tabela 4.22.

Tabela 4.22. Parâmetros da condução de calor obtidos por otimização.

T_{eq} (°C)	a_T	b_T ($m^2 \text{ min}^{-1}$)	h_T ($m \text{ min}^{-1}$)	R^2	χ^2
47,9	0,313	$1,26 \times 10^{-7}$	$5,61 \times 10^{-4}$	0,99071	14,3
58,6	0,398	$1,06 \times 10^{-7}$	$5,71 \times 10^{-4}$	0,98843	28,9
66,9	0,520	$1,26 \times 10^{-7}$	$9,49 \times 10^{-4}$	0,98084	33,4

As simulações da cinética de aquecimento no centro das bananas são mostradas nas Figuras 4.24 (a-c), e a sobreposição dessas simulações é apresentada na Figura 4.24 (d).

Os gráficos da Figura 4.24(a-d) também foram gerados através do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2011).

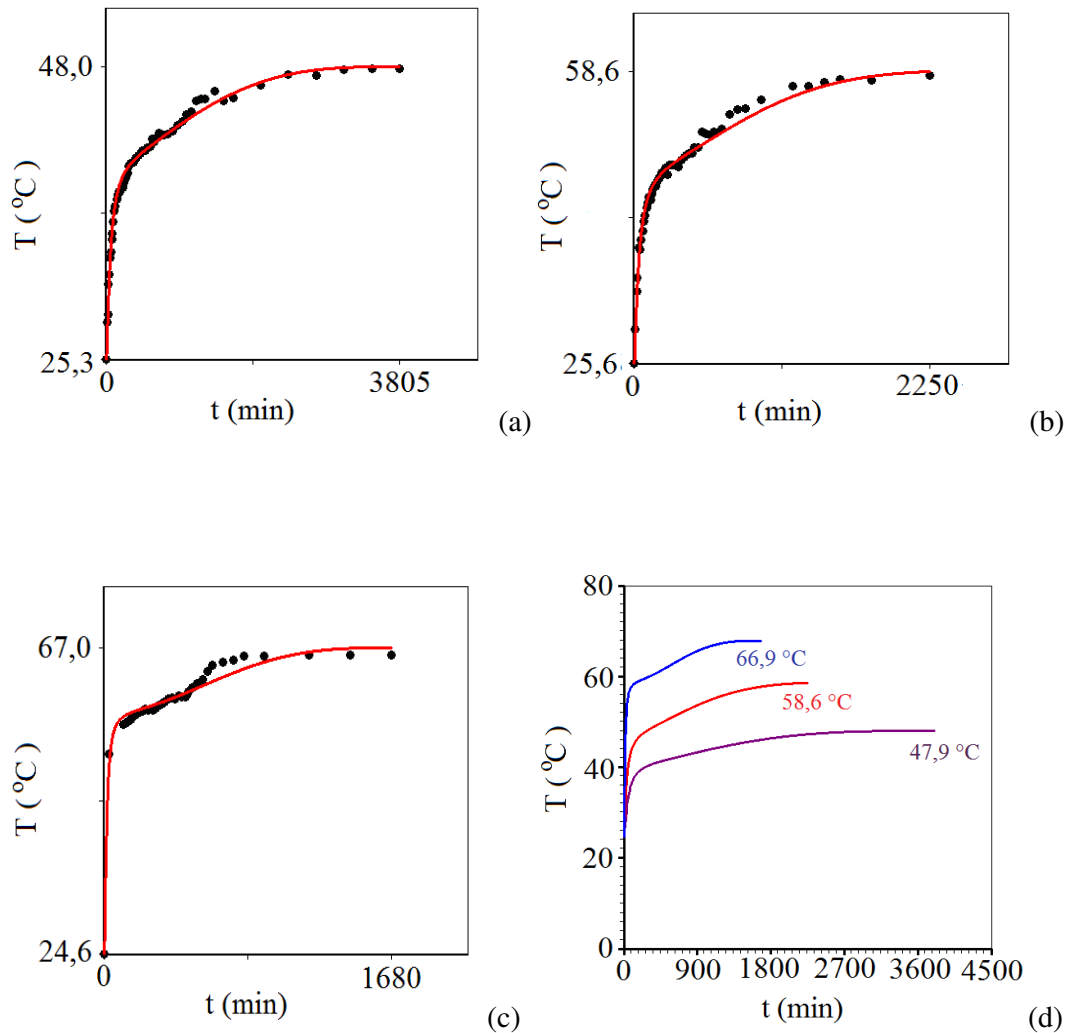


Figura 4.24. Temperatura no centro da banana para temperatura do ar de secagem de: (a) 47,9°C; (b) 58,6°C; (c) 66,9 °C; (d) Superposição das curvas.

Mais uma vez deve ser observado que, embora as temperaturas do ar de secagem no centro da grade do secador tenham sido de 50, 60 e 70°C, na posição em que a banana com o termostato foi colocada, as temperaturas foram de 47,9; 58,6 e 66,9°C, respectivamente.

Com os resultados da Tabela 4.22, os gráficos da função $\alpha(\bar{M})$, dados pela Equação (3.65), são apresentados na Figura 4.24, para as três temperaturas do ar de secagem.

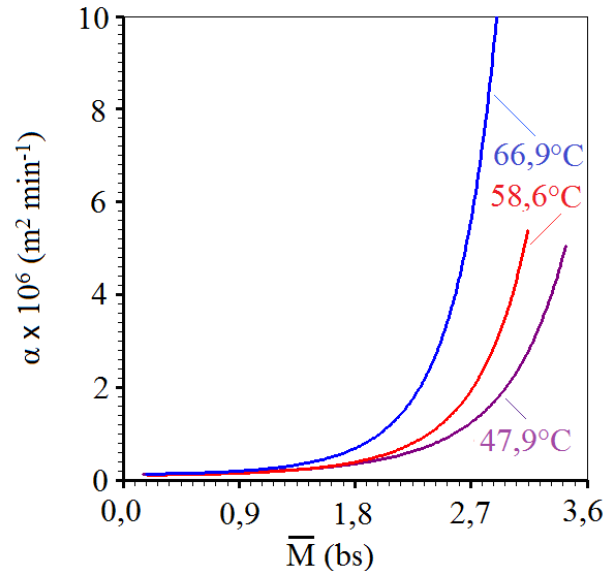


Figura 4.25. Difusividade térmica em função do teor de umidade médio para o ar de secagem nas temperaturas de: (a) 47,9°C; (b) 58,6°C; (c) 66,9°C.

A fim de apresentar as distribuições de temperatura no interior da secção circular que representa as bananas, a Figura 4.26 ilustra estas distribuições em $t = 10$ min. para as três temperaturas do ar de secagem.

Os três círculos das Figuras 4.23 e 4.26 apresentam o mesmo tamanho porque as três figuras foram desenhadas sem escala, pois espera-se que o círculo relacionado com secagem a 66,9 °C tenha um raio menor que os outros círculos, uma vez que a banana, a esta temperatura seca mais rapidamente do que os outros dois casos. Obviamente, o encolhimento devido à perda de água é mais importante do que o efeito de expansão através do aumento da temperatura.

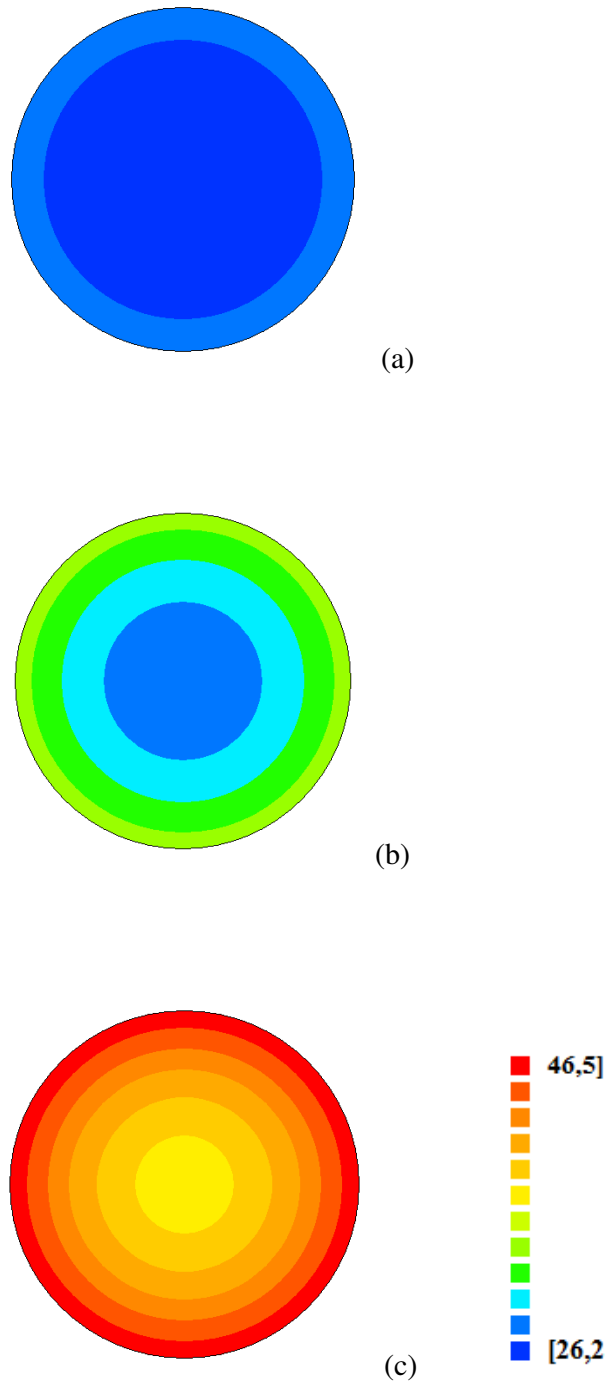


Figura 4.26. Distribuição das temperaturas em $t = 10$ min. Para as temperaturas do ar se secagem de: (a) 47,9 °C; (b) 58,6 °C e (c) 66,9 °C.

4.9. Análise das simplificações do problema de transferência de calor

A seguir são apresentadas algumas considerações sobre as simplificações do problema de transferência de calor e suas implicações.

4.9.1. Exclusão do aquecimento do vapor

No modelo proposto neste trabalho, o vapor é gerado na temperatura da superfície e então é aquecido até a temperatura do ar de secagem. Para testar a influência do aquecimento do vapor, uma simulação foi realizada a 58,6 °C, considerando os parâmetros indicados na Tabela 4.22, mas supondo $c_v = 0$. Neste caso, os indicadores estatísticos da simulação foram $\chi^2 = 29,2$ (em vez de 28,9) e $R^2 = 0,98835$ (em vez 0,98843). Um gráfico mostrando a simulação da cinética de aquecimento no centro da banana não apresenta uma diferença significativa quando comparada com a Figura 4.24 (b) e, portanto, não foi aqui apresentado. Resultados semelhantes foram obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 47,9 e 66,9 °C.

4.9.2. Calor latente de vaporização da água no produto

Numa simulação com a temperatura do ar de secagem de 58,6 °C, usando-se os resultados obtidos na Tabela 4.22, mas desprezando o calor latente de vaporização da água no produto ($h_{fg} = 0$, ver item 3.2.3.3), os indicadores estatísticos são: $\chi^2 = 4146,1$ (em vez de 28,9) e $R^2 = 0,75502$ (em vez de 0,98843). Estes resultados são completamente inaceitáveis, e resultados semelhantes foram obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 47,9 e 66,9 °C. Por outro lado, para 58,6 °C, a utilização do valor do calor latente de vaporização da água livre na simulação resultou em indicadores estatísticos dados por $\chi^2 = 29,6$ (em vez de 28,9) e $R^2 = 0,98832$ (em vez de 0,98843). Resultados semelhantes foram obtidos em 47,9 e 66,9 °C.

4.9.3. Densidade e calor específico constantes

Em muitos casos, o termo transiente da Equação (3.27) aplicado à transferência de calor, dado por $\partial(\rho c_p T)/\partial t$, é escrito como $\rho c_p \partial T/\partial t$, ou seja, neste termo o produto ρc_p é considerado constante. Para testar esta simplificação no caso de secagem, os resultados obtidos na Tabela 4.22 para $T = 58,6$ °C foram usados numa simulação, considerando-se o termo transiente dado por $\rho c_p \partial T/\partial t$. Como resultado, o qui-quadrado foi de 264,1 (em vez de 28,9) e o coeficiente de determinação foi de 0,97835 (em vez 0,98843). Resultados semelhantes também foram obtidos para as temperaturas do ar de secagem de 47,9 e 66,9 °C, indicando que essa simplificação deve ser evitada em estudos de secagem.

4.10. Transferência de massa e de calor

Basicamente, no estudo de difusão transitória, são utilizados dois métodos para determinar a difusividade térmica e coeficiente de transferência de calor dos produtos agrícolas: relações empíricas (KARIM e HAWLADER, 2005; PERUSSELLO et al., 2013) e otimização (LIMA et al., 2002. , SILVA et al., 2011; SILVA et al., 2013). No presente trabalho, apenas otimizações foram usados para determinar α e h_T , e os resultados obtidos são compatíveis com os relatados da literatura para bananas (LIMA et al., 2002;. MARIANI et al., 2008).

4.10.1. Transferência de massa

A partir dos dados da Tabela 4.21, é possível afirmar que os indicadores estatísticos que descrevem a transferência de massa são excelentes. Particularmente, os coeficientes de determinação são maiores do que 0,99960. Conclusão semelhante sobre a adequação do modelo proposto pode ser obtido observando-se as Figuras 4.21(a-c) para as três temperaturas do ar de secagem. Por outro lado, a Figura 4.21(d) apresenta

uma sobreposição da cinética de secagem, onde é possível avaliar o quanto uma simulação é mais rápida que a outra. A partir da Tabela 4.21 e Equação (3.64), os valores mínimos e máximos da difusividade efetiva de umidade são $2,79 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ($47,9 \text{ }^\circ\text{C}$ e $M = 0,121 \text{ bs}$) e $5,21 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ($66,9 \text{ }^\circ\text{C}$ e $M = 2,90 \text{ bs}$). Detalhes sobre difusividade efetiva de umidade em função do teor de umidade local são apresentados na Figura 4.22. Nesta figura percebe-se que, quanto maior a temperatura do ar de secagem, maior é a difusividade efetiva de umidade. Este resultado obtido é uma consequência do seguinte fato: o aumento da temperatura do ar de secagem aumenta a temperatura global do produto e, conseqüentemente, a difusividade de umidade. Por outro lado, os coeficientes de transferência convectiva de massa variaram de $4,43 \times 10^{-7}$ a $4,98 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$. Resultados semelhantes foram obtidos por Silva et al. (2012a) e Lima et al. (2002) estudando a secagem de bananas.

As distribuições de umidade são apresentadas na Figura 4.23, sem escala, para as três temperaturas do ar de secagem, em $t = 200 \text{ min}$. Uma observação nesta figura permite concluir que quanto maior a temperatura do ar de secagem, maior será a perda de umidade. Embora esta conclusão seja óbvia, os cálculos aqui realizados são necessários para determinar a subsequente tensão no interior do fruto, devido à diferença na concentração de umidade.

4.10.2. Transferência de calor

A Tabela 4.22 apresenta os resultados das otimizações para as temperaturas medidas no centro das bananas. Os indicadores estatísticos mostram que os resultados obtidos são razoáveis. Particularmente, os coeficientes de determinação são maiores do que 0,98000. Observando-se as Figuras 4.24 (a-c) é possível concluir que as linhas simuladas estão de acordo com o conjunto de dados experimentais. Por outro lado, a Figura 4.24(d) permite observar que o processo de aquecimento é muito rápido. Diferentemente da migração de água, poucos minutos são suficientes para que a temperatura no centro da fruta se aproxime do seu valor de equilíbrio. Este fato permitiu estabelecer o pressuposto número 3 deste trabalho (item 3.2.1): "a migração de massa é

considerada sob condições isotérmicas, uma vez que nos instantes iniciais da secagem a difusividade térmica ($10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) é maior do que a difusividade de umidade ($10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$)”.

Através da Figura 4.25 verifica-se que, para todas as temperaturas do ar de secagem, a difusividade térmica diminui exponencialmente com a diminuição do teor médio de umidade da banana. Shyamal et al. (1994), estudando as propriedades térmicas do trigo, concluiu que a difusividade térmica diminui linearmente com teor de umidade. No entanto, a faixa variação do teor de umidade na secagem de grãos é menor do que o de frutos como a banana. Resultado semelhante aos aqui obtidos para difusividade de bananas, foi obtido por Mariani et al. (2008). No entanto, as expressões propostas por esses pesquisadores para a difusividade térmica envolveu três e quatro parâmetros e, no presente trabalho, apenas dois parâmetros foram envolvidos. Neste trabalho, no início da secagem, os valores para as difusividades são dadas por $0,835 \times 10^{-7}$ ($47,9 \text{ }^\circ\text{C}$); $0,894 \times 10^{-7}$ ($58,6 \text{ }^\circ\text{C}$) e $1,67 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ($66,9 \text{ }^\circ\text{C}$). Com base na literatura, esses resultados são aceitáveis para produtos agrícolas com alto teor de umidade, como bananas. No final dos processos de secagem, os valores obtidos neste trabalho para a difusividade térmica são de aproximadamente $2,0 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. O maior valor obtido para a difusividade térmica no presente trabalho ($1,67 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) é menor do que os obtidos por Mariani et al. (2008); $1,88 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ e Lima et al. (2002); $2,70 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Por outro lado, o valor aqui obtido é mais próximo do valor da difusividade da água, como esperado. Além disso, o menor valor obtido neste trabalho, no final da secagem, é compatível com as duas obras supramencionadas.

Em seu artigo, Mariani et al. (2008) determinaram os valores de coeficiente de transferência de calor por convecção com base no número de Nusselt, ou seja, utilizam correlações empíricas em vez de otimização. Os resultados foram de 15 até $35 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. No presente trabalho, esta propriedade foi determinada por otimização e, no início do processo, variou entre $15,2$ ($47,9 \text{ }^\circ\text{C}$) e $28,3 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ($66,9 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$). Estes resultados são compatíveis com os de Mariani et al. (2008), e também estão de acordo com os obtidos por Lima et al. (2002): $12,7$ a $19,0 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

A partir da Figura 4.26, é possível concluir que, no instante $t = 10$ min., a variação de temperatura no interior das bananas é maior para uma maior temperatura do ar de secagem. Lembrando que, no instante inicial as bananas estão à temperatura ambiente, a temperatura do ar de secagem de $47,9$ °C e $t = 10$ min., a variação de temperatura na secção circular foi de $26,2$ (no centro) a $28,9$ °C (na superfície). Para as temperaturas do ar de secagem de $58,6$ e $66,9$ °C, esses intervalos foram $28,4$ - $34,0$ e $37,3$ - $46,4$ °C, respectivamente. Finalmente, apesar de os três círculos da Figura 2.26 terem o mesmo tamanho, ou seja, as três figuras foram desenhadas sem escala, espera-se que o círculo relacionado com secagem a $66,9$ °C tenha um raio menor que os outros círculos, uma vez que a banana, a esta temperatura seca mais rapidamente do que os outros dois casos. Obviamente, o encolhimento devido à perda de água é mais importante do que o efeito de expansão através do aumento da temperatura.

Lima et al. (2002) e Mariani et al. (2008), incluíram nas suas análises o calor específico do vapor de água para descrever o transporte de calor. No entanto, vários pesquisadores como Rinaldi et al. (2011) e Ramsaroop e Persad (2012), estudando transferência simultânea de calor e de massa, não consideram este fenômeno. As simulações realizadas no presente trabalho permitem constatar que o aquecimento do vapor na superfície para a temperatura do ar de secagem não é significativo na descrição do transporte de calor durante a secagem convectiva de bananas. Por outro lado, Wu et al. (2004) estudaram a transferência de calor e massa durante a secagem de arroz. Esses pesquisadores usaram duas equações de difusão para descrever a migração de água e de calor, supondo que os dois fenômenos são independentes, ou seja, o calor latente de vaporização de água foi desprezado. No entanto, os resultados obtidos no presente trabalho indicam que o acoplamento entre os dois fenômenos é muito importante e que o calor latente de vaporização da água no produto não pode ser desprezado. Outra simulação realizada no presente trabalho demonstrou que o uso do calor latente de vaporização da água livre (em vez de calor latente de vaporização da água no produto), não é significativo para descrever a secagem das bananas.

Muitas vezes, o produto ρc_p no termo transiente é considerado constante na equação de condução de calor (MARIANI et al., 2008; RAMSAROOP e PERSAD,

2012; LEMUS-MONDACA et al., 2013). Esta consideração possibilitou determinar uma solução analítica para a equação de condução de calor em uma geometria de concha hemisférica (RAMSAROOP e PERSAD, 2012). No entanto, os resultados obtidos no presente trabalho indicam que tal consideração piora os resultados do modelo proposto e, conseqüentemente, devem ser evitados.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi utilizado o modelo da difusão líquida, com vaporização da água na superfície das bananas. Neste modelo foi considerando a difusividade térmica e de massa como propriedades variáveis, condições de contorno do terceiro tipo, e também considera o encolhimento. Usando um cilindro infinito para representar as bananas, o presente modelo descreve bem a transferência de massa e calor durante o processo de secagem.

Conforme apresentado ao longo deste trabalho, podemos apresentar algumas conclusões enumeradas a seguir:

5.1. Equação empírica para h_{fg}

A análise dos resultados obtidos para a banana inteira, nas temperaturas de 50°C, 60°C e 70°C e umidade de 0,10; 0,15; 0,20; 0,25 e 0,30 (bs) faz com que seja possível afirmar:

Como a relação h_{fg}/h_{wf} depende da temperatura, para um dado teor de umidade, funções do tipo da Equação (3.1), são mais adequadas do que as proporcionadas pela Equação (2.20) para a determinação, por ajustamento de curva, de uma expressão empírica para o calor latente de vaporização da água em banana.

Para a banana em processo de secagem, o calor latente de vaporização h_{fg} diminui com o aumento do teor de umidade e com o aumento da temperatura.

Os indicadores estatísticos de ajuste que resultaram da Equação (4.5) sugerem que tal equação é uma boa opção para a determinação do calor latente de vaporização do produto analisado.

Os resultados obtidos para banana sugerem que a metodologia proposta no presente trabalho pode constituir em uma boa alternativa para a determinação das expressões empíricas para o calor latente de vaporização da água em outros produtos agrícolas.

5.2. Modelos empíricos na descrição da cinética de secagem

A análise dos resultados obtidos para as equações empíricas apresentadas nas Tabelas 3.1 e 3.2, nas temperaturas de 50°C, 60°C e 70°C e teor de umidade de 0,10; 0,15; 0,20; 0,25 e 0,30 (b.s.) faz com que seja possível afirmar:

A secagem em camada fina de bananas inteiras ocorreu exclusivamente com taxa decrescente, para todas as temperaturas e entre os seis modelos empíricos apresentados na Tabela 3.1 os piores resultados foram obtidos com os modelos Wang e Singh, Lewis e Henderson e Pabis, enquanto o modelo de Peleg descreveu os processos razoavelmente.

De acordo com os indicadores estatísticos, os modelos de Page e Silva et alli descrevem bem a cinética de secagem de bananas inteiras em camada fina em todas as

temperaturas investigadas, apresentando uma pequena discordância apenas nos instantes finais do processo de secagem. Portanto, estes dois modelos permitem escrever expressões matemáticas para a taxa de secagem e do tempo de processamento, e estas expressões produzem resultados que podem ser considerados equivalentes. O modelo representado pela equação de Page, cujos indicadores estatísticos são apresentados na Tabela 4.15, apresenta resultados um pouco melhores que o representado pela equação de Silva et alli. No entanto, neste trabalho, optou-se por não utilizar nenhuma das expressões empíricas apresentadas e a taxa de secagem foi calculada a partir dos resultados obtidos usando o modelo de difusão.

5.3. Modelos de difusão na descrição da transferência de massa e de calor

Na descrição da migração de massa, os coeficientes de determinação foram maiores do que 0,99960 para todas as temperaturas do ar de secagem. Além disso, pode concluir-se que as expressões obtidas para $D(M)$, bem como os valores dos coeficientes de transferência convectiva de massa são adequados para descrever a migração de massa durante a secagem das bananas. Por outro lado, na descrição de transporte de calor, os coeficientes de determinação foram superiores a 0,98000. Além disso, os valores obtidos para a difusividade térmica e coeficiente de transferência de calor por convecção são compatíveis com os valores esperados para as bananas maduras utilizadas nos experimentos realizados. Assim, pode-se concluir que as expressões obtidas para $\alpha(\bar{M})$, assim como os valores dos coeficientes de transferência de calor por convecção são adequados para descrever o transporte de calor durante a secagem.

Foi possível verificar que a exclusão da energia utilizada para aquecer o vapor a partir da temperatura da superfície até que a temperatura do ar de secagem não influencia na descrição do aquecimento das bananas de uma forma significativa. No entanto, a exclusão do calor latente de vaporização piorou muito os resultados obtidos. Por outro lado, a utilização do calor latente de vaporização da água livre nas simulações (em vez de calor latente de vaporização da água no produto), não é significativo na

descrição do processo. Finalmente, concluiu-se que a consideração do produto ρc_p com um valor constante na equação de condução de calor deve ser evitada.

5.4. Sugestões para futuros trabalhos

Aplicar os softwares desenvolvidos na descrição do acoplamento de massa e calor durante a secagem de outros produtos cilíndricos.

Utilizar a metodologia proposta neste trabalho para o estudo da cinética de secagem de produtos com outras geometrias, como por exemplo, esfera e parede infinita.

Fazer um estudo sobre o consumo de energia durante a secagem convectiva de sólidos cilíndricos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKPINAR, E. K.; BICER, Y. Modeling of the drying of eggplants in thin-layers. **International Journal of Food Science and Technology**. V. 40, n. 3, p. 273–281, 2005.

AL-MAHASNEH, M. A.; RABABAH, T. M.; YANG, W. Moisture sorption thermodynamics of defatted sesame meal (DSM). **Journal of Food Engineering**, V. 81, p.735-740, 2007.

AMENDOLA, M.; QUEIROZ, M. R. Mathematical methodologies for calculating the mass diffusion coefficient of bananas during drying. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, V. 11, n. 6, p. 623-627, 2007.

ARASZKIEWICZ, M.; KOZIOL, A.; OSKWAREK, A.; LUPINSKI, M. Microwave drying of porous materials. **Drying Technology**, v.22, n. 10, p. 2331-2341, 2004.

AREGBA, A. W.; SEBASTIAN, P.; NADEAU, J. P. Stationary deep-bed drying: A comparative study between a logarithmic model and a non-equilibrium model. **Journal of Food Engineering**. v. 77(1), p.27–40, 2006.

ASHRAE. **Handbook of fundamentals**. American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, Atlanta, GA, USA, 1993.

ATHIÉ, I.; CASTRO, M. F. P. M.; GOMES, R. A. R.; VALENTINI, S .R. T. **Conservação de Grãos**. Fundação Cargill, Campinas, 1998.

BAINI, R. e LANGRISH, T. A. G. Choosing an appropriate drying model for intermittent and continuous drying of bananas. **Journal of Food Engineering**, v. 79, p.330-343, 2007.

BENAMOUN, L. e BELHAMRI, A. Numerical simulation of drying under variable external conditions: application to solar drying of seedless grapes. **Journal of Food Engineering**, v. 76, n. 2, p. 179-187, 2006.

BEVINGTON, P.R. e ROBINSON, D.K. **Data reduction and error analysis for the physical sciences**. 2nd Edition, WCB/McGraw-Hill, Boston, 1992.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. 912 p, 2001.

BORDIN, M. R. **Embalagem para frutas e hortaliças. Tecnologia de resfriamento de frutas e hortaliças**. Campinas: Faculdade de Engenharia Agrícola, p. 19-27, 1998.

BORTOLI, A. D. L. **Introdução à dinâmica de fluidos computacional**. Editora da Universidade do Rio Grande do Sul, 134 p, 2000.

BROOK, R. C. e FOSTER, G. H. Drying, cleaning and conditioning. **In: CRC Handbook of Transportation, Marketing and Agriculture**, v.2, CRC Press, Boca Raton, 1981.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: The AVI Publishing Company, 450 p, 1992.

CADÉ, M. A.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B. Secagem de tijolos cerâmicos vazados: uma aproximação por volumes finitos. **Revista Matéria**, v. 10, n. 3, p. 433-453, 2005.

CAMPOS, M. D. O Método de elementos finitos aplicado na simulação numérica de escoamentos de fluidos. **III Bienal da SBM**, IME-UFG, 2006.

CANO-CHAUCA, M.; RAMOS, A. M.; STRINGHETA, P.C. Color and texture evaluation during banana drying (Musa spp nanica (AAA)). **Alimentaria, Madrid-España**, v. 339, p. 153-158, 2002.

CARMO, J. E. F. **Difusão em sólidos esferoidais oblatos: modelagem e simulação**. 76 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2000.

CARMO, J. E. F. **Fenômeno de difusão transiente em sólidos esferoidais oblatos. Estudo de caso: secagem de lentilhas**. 139 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2004.

CARMO, J. E. F.; LIMA, A. G. B. Drying of lentil including shrinkage: a numerical simulation. **Drying Technology**, v. 23, n. 1, p.1977-1992, 2005.

CAVALCANTI, W. S.; CARVALHO, L. H.; LIMA, A. G. B. Difusão de água em compósitos poliéster insaturado reforçados por tecido híbrido de juta-vidro: modelagem e simulação. **Revista Matéria**, v. 10, n. 1, p. 14-23, 2005.

CEPA - Centro de Socioeconomia e Planejamento Agrícola e EPAGRI - Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina, 2011. Disponível em <<http://cepa.epagri.sc.gov.br>>. Acesso em 13 de novembro de 2012.

CHEMKHI, S.; ZAGROUBA, F. e BELLAGI, A. Modeling and simulation of drying phenomena with rheological behaviour. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 22, p.153-163, 2005.

CHEMKHI, S. e ZAGROUBA, F. Water diffusion coefficient in clay material from drying data. **Desalination**, v. 185, iss. 1-3, p 491-498, 2005.

COCHRANE, C.; GAN, Q.; WALKER, G.; ALLEN, S. J. Preparation of composite PCL-Chitosan porous scaffolds by freeze-drying for tissue engineering applications. **In: Bioengineering Ireland Conference**, Galway. Proceedings Galway: School of Chemistry, 2006.

CORRÊA, P. C.; CHRIST, D.; MARTINS, J. H. E MANTOVANI, B. H. M. Curvas de dessecção e calor latente de vaporização para as sementes de milho pipoca. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 2, p.75-79, 1998.

CRANK, J. **The mathematics of diffusion**, Clarendon Press, Oxford, UK, 414 p. 1992.

DANTAS, L. A.; MATA, M. E. R. M. C.; DUARTE, M. E. M. Dynamic software for simulation drying of seeds and grains corn (In Portuguese). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**. V. 13(3), p. 309-318, 2011.

DARVISHI, H; AZADBAKHT, M; REZAEIASL, A; FARHANG, A. Drying characteristics of sardine fish dried with microwave heating. **Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences**, 2012.

DIAMANTE, L. M.; IHNS, R.; SAVAGE, G. P.; VANHANEN, L. A new mathematical model for thin layer drying of fruits. **International Journal of Food Science and Technology**, v. 45(9), p. 1956–1962, 2010.

FAO – Food and Agriculture Organization of the United Nations. **Statistical databases 2011**. Disponível em: <<http://www.fao.org>>. Acesso em: 15 de novembro de 2014.

FARIAS, V. S. O. **Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 265 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2011.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOUZA, J. A. R.; SILVA, W. P.; MATA, M. E. R. M. C. Comportamento da secagem de sementes de grão de bico (cicer arietinum L.) em camada fina: equação de page e modelo difusivo. **Anais do XXXVIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, CD ROOM**, 2009.

FENG, H.; TANG, J.; CAVALIERE, R. P.; PLUMB, O. A. Heat and mass transport in microwave drying of porous materials in a spouted bed. **American Institute of Chemical Engineers Journal**, v.47, n.7, p.1499-1512, 2004.

FERREIRA, F. e SILVEIRA JÚNIOR, V. Secagem a vácuo a diferentes pressões: avaliações físicas e sensoriais de manjeriço. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v.1, n.1, p.59-65, 1999.

FEYISSA, A. H.; GERNAEY, K. V.; ASHOKKUMAR, S.; ADLER-NISSEN, J. Modelling of coupled heat and mass transfer during a contact baking process. **Journal of Food Engineering**. v.106, p. 228–235, 2011.

FIGLIARO, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 229 p., 2004.

FORTES, M. e OKOS, M. R. Drying theories: their bases and limitations as applied to foods and grains. **Advances in drying**. Ed. Arum S. Mujumdar, Hemisphere Publishing Corporation. Washington. v. 1, p. 119-154, 1980.

FORTES, M.; OKOS, M. R.; BARRET JR., J. R. Heat and mass transfer analysis of intra-kernel wheat drying and rewetting. **Journal Agricultural Engineering Research**, v. 26, p. 109-125, 1981.

GARCÍA, M. A.; MELENDEZ G. P.; HERNÁNDEZ J. A.; SALGADO M. A. Dimensionless analysis of the simultaneous heat and mass transfer in food drying. **Journal of Food Engineering**. v.51, p.347–353, 2002.

GANESAPILLAI, M.; REGUPATHI, I.; MURUGESAN, T. An empirical model for the estimation of moisture ratio during microwave drying of plaster of Paris. **Drying Technology**, v. 26(7), p.963-978, 2008.

GASTÓN, A. L.; ABALONE, R. M.; GINER, S. A. Wheat drying kinetics. Diffusivities for sphere and ellipsoid by finite elements. **Journal of Food Engineering**, v.52, n.1, p.313-322, 2002.

GASTÓN, A. L.; ABALONE, R. M.; GINER, S. A.; BRUCE, D. M.. Geometry effect on water diffusivity estimation in printa-isla verde and broom wheat cultivars. **Latin American Applied Research**, v.33, n.1, p.327-331, 2003.

GHAZANFARI, A.; EMAMI, S.; TABIL, L. G.; PANIGRAHI, S. Thin-layer drying of flax fiber: II modeling drying process using semi-theoretical and empirical models. **Drying Technology**. v. 24(12), p. 1637-1642, 2006.

GONELI, A. L. D.; CORRÊA, P. C.; RESENDE, O.; REIS NETO, S. A. R. Estudo da difusão de umidade em grãos de trigo durante a secagem. **Cienc. Tecnol. Aliment., Campinas**, v. 27, n. 1, p. 135-140, 2007.

GOUVEIA, J. P. G.; NASCIMENTO, J.; ALMEIDA, F. A. C.; SILVA, M. M.; FARIAS, E. S.; SILVA, F. L. H. Modelo matemático para ajuste de isotermas de dessecção da banana prata. **Revista Engenharia Agrícola**, v. 24, n. 3, p. 799-806, 2004.

HACIHAFIZOGLU, O.; CIHAN, A.; KAHVECI, K.; LIMA, A. G. B. A liquid diffusion model for thin-layer drying of rough rice. **European Food Research and Technology**, v.226, n. 4, p. 787-793, 2008.

HAENDLER, L. Productos de transformacion del banana. Instituto Frances de Investigaciones Fruteras de Ultra-Mar. **1º Congresso Internacional de Industrias Agricolas y Alimenticias de las Zonas Tropicales y Sub-tropicales**. Abidjan, 14-19 de Diciembre de 1964.

HII, C. L.; LAW, C. L.; CLOKE, M. Modeling using a new thin layer drying model and product quality of cocoa. **Journal of Food Engineering**, v.90(2), p.191–198, 2009.

HOLANDA, P. R. H. **Secador para casulos do bicho-da-seda: desenvolvimento, simulação e experimentação**. 161 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil, 2007.

INCROPERA, F. P.; DE WITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: LTC – Livro Técnicos e Científicos Editora S. A., 445 p. 1992.

ISSA, R. J. Numerical heat transfer model for frost protection of citrus fruits by water from a spraying system. **Thermal Science**, v. 16, n. 1, p. 31-42, 2012.

ITAYA, Y.; UCHIYAMA, S.; HATANO, S.; MORI, S. Drying enhancement of clay by microwave heating. **Proceedings of 14th International Drying Symposium, In: IDS 2004**. São Paulo, Brasil. São Paulo: UNICAMP, v. A, p. 193-200, 2004.

JANJAI, S.; LAMLERT, N.; INTAWEE, P.; MAHAYOTHEE, B.; BALA, B. K.; NAGLE, M.; MÜLLER, J. Experimental and simulated performance of a PV-ventilated solar greenhouse dryer for drying of peeled longan and banana. **Solar Energy** 83(9):1550–1565, 2009.

JATURONGLUMLERT, S. e KIATSIRIROAT, T. Heat and mass transfer in combined convective and far-infrared drying of fruit leather. **Journal of Food Engineering**. v.100, p. 254–260, 2010.

JAYARAMAN, K. S. e GUPTA, D. K. Drying of fruits and vegetables: **Handbook of industrial drying**. New York: Marcel Dekker, p. 643–690, 1995.

KALEEMULLAH, S. e KAILAPPAN, R. Latent heat of vaporization of moisture from red chillies. **International Journal of Food Properties**, v.8, p.199-205, 2005.

KALETA, A. e GÓRNICKI, K. Evaluation of drying models of apple (var. McIntosh) dried in a convective dryer. **International Journal of Food Science and Technology**, v.45, n. 5, p. 891-898, 2010.

KARIM, M. A.; HAWLADER, M. N. A. Drying characteristics of banana: theoretical modeling and experimental validation. **Journal of Food Engineering**, v.70, n.1, p.35-45, 2005.

KATEKAWA, M. E. e SILVA, M. A. Drying rates in shrinking medium: case study of banana. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.24, p. 561-569, 2007.

KIRANOUDIS, C. T.; MAROULIS, Z.B. e MARINOS-KOURIS, D. Heat and mass transfer model building in drying with multiresponse data. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.38, p.463-480, 1995.

KUANG, H., CHEN, R.; THIBAUT, J.; GRANDJEAN, B. P. A. **Theoretical and experimental investigation of paper drying using gas-fired IR dryer, Drying'92**, A. S. Mujumdar (Ed.), Elsevier, Amsterdam, pp. 941, 1992.

KUMAR, R.; JAIN, S.; GARG, M. K. Drying behaviour of rapeseed under thin layer conditions. **Journal of Food Science and Technology**, v.47 (3), p. 335-338, 2010.

LEMUS-MONDACA, R. A., ZAMBRA, C. E., VEGA-GÁLVEZ, A., MORAGA, N. O., Coupled 3D heat and mass transfer model for numerical analysis of drying process in papaya slices. **Journal of Food Engineering** 116 (1), 109–117, 2013.

LIMA, A. G. B. **Fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatos. Estudo de caso: secagem de bananas**. 244 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), UNICAMP, São Paulo, 1999.

LIMA, A. G. B.; NEBRA, S. A. The finite-volume approach for the solution of the transient diffusion equation applied to prolate spheroidal solids. **Drying Technology**, v.18, v.1-2, p.21-48, 2000.

LIMA, A. G. B., QUEIROZ, M. R., NEBRA, S. A., Heat and mass transfer model including shrinkage applied to ellipsoidal products: case study for drying of bananas. **Asia-Pacif. J. Chem. Eng.** 10 (3–4), 281–304, 2002.

LIMA, D. R.; FARIAS, S. N.; LIMA, A. G. B. Heat and mass transfer inside oblate and prolate spheroids: an exact solution. **Proceedings of the 14th International Drying Symposium**, (IDS 2004) São Paulo, Brasil, August 22-25, p. 493-500, 2004.

LIU, J.Y. e CHENG, S. Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.34, p.1747-1754, 1991.

LIU, J. Y.; SIMPSON, W. T. Inverse determination of diffusion coefficient for moisture diffusion in Wood. **Proceedings of 33RD ASME National Heat Transfer Conference: Heat and Mass Transfer in Porous Media**, August 15-17, Albuquerque, New Mexico, 1999.

LUCAS, V. **Obtenção de fatias de banana desidratada crocantes através da pré secagem a altas temperaturas e curto tempo em leito fluidizado**, 104p. Dissertação (Mestrado) Campinas, Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas, 1996.

MALAFRONTI, L.; LAMBERTI, G.; BARBA, A. A.; RAAHOLT, B.; HOLTZ, E.; AHRNÉ, L. Combined convective and microwave assisted drying: Experiments and modeling. **Journal of Food Engineering**, v.112, p.304–312, 2012.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2^a. Ed. Revisada e ampliada. LTC Editora S.A., Rio de Janeiro, 453 p, 2010.

MARIANI, V. C.; LIMA, A. G. B. e COELHO, L.S. Apparent thermal diffusivity estimation of the banana during drying using inverse method. **Journal of Food Engineering**, v.85, p. 569-579, 2008.

MAROULIS, Z. B.; KIRANOUDIS, T. e MARINOS-KOURIS, D. Simultaneous Estimation of Heat and Mass Transfer Coefficients in Externally Controlled Drying. **Journal of Food Engineering**, v. 14, p. 241-255, 1991.

MASCARENHAS, W. J.; AKAY, H. U.; PIKAL, M. J. A computational model for finite element analysis of the freeze-drying process. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 148, n. 1, p. 105-125, 1997.

MATA, M. E. R. M.; DANTAS, L. A. e BRAGA, M. E. D. Programa computacional para simulação de secagem de grãos. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**. Campina Grande, v.1, p.33-50, 1999.

MATA, M. E. R. M. e DUARTE, M. E. M. Drying simulation theory of the cowpea considering the grains shrinkage. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, 5, 179-185, 2003.

MCATEE, J. L. J.; PRESLEY, T. S.; LEMONS, K. Electron microscopy of smectites prepared by low temperature freeze-drying. **American Mineralogist**, v.67, n.1, p.848-852, 1982.

MEESO, N.; NATHAKARANAKULE, A.; MADHIYANON, T. e SOPONRONNARIT, S. Different strategies of far-infrared radiation application in Paddy drying. **International Journal of Food Engineering**, v.4, p.1267, 2008.

MERCALI, G. D.; TESSARO, I. C.; NORENA, C. P. Z.; MARCZAK, L. D. F. Mass transfer kinetics during osmotic dehydration of bananas (*Musa sapientum*, shum.). **International Journal of Food Science and Technology**, v.45(11), p.2281–2289, 2010.

MOHSENIN, N. N. **Thermal properties of foods and agricultural materials**. Gordon and Breach Science Publishers, 407 p, 1980.

MOREIRA, R. S. **Banana teoria e prática de cultivo**. 2ª Edição, Fundação Cargill, São Paulo, 1999, 299 p.

MUNDADA, M.; HATHAN, B. S.; MASKE, S. Mass transfer kinetics during osmotic dehydration of pomegranate arils. **Journal of Food Science**, v.76(1), p.31-39, 2011.

NASCENTE, A. S.; COSTA, J. N. M.; COSTA, R. S. C. **Cultivo de banana em Rondônia**. Embrapa Rondônia Sistema de Produção, 2, ISSN 1807-1805. Versão Eletrônica, 2005. Acesso em 04/11/2012.

NASCIMENTO, J. J. S. **Fenômenos de difusão transiente em sólidos paralelepípedos. Estudo de caso: secagem de materiais cerâmicos**. 181p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Centro de Tecnologia, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil, 2002.

NASCIMENTO, J. J. S.; MEDEROS, B. J. T.; BELO, F. A.; LIMA, A. G. B. Transporte de materia con reducción de volumen en el interior de sólidos paralelepípedos. **Información Tecnológica**, v. 16, n. 1, p. 35-41, 2005.

NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B., TERUEL, BÁRBARA, J. e BELO, F. A. Transmisión de calor y materia con reducción de volumen durante el secado de ladrillos de cerámica. **Información Tecnológica**, v.17, p.125-132, 2006.

NAVARRI, P.; GEVAUDAN, A.; ANDRIEU, J. **Preliminary study of drying of coated film heated by infrared radiation, Drying'92**, A. S. Mujumdar (Ed.), Elsevier, Amsterdam, pp. 722, 1992.

NEPA – UNICAMP. **Tabela brasileira de composição de alimentos**. 4ª edição revisada e ampliada – Campinas, SP, 161p, 2011.

NGUYEN, M. H.; PRICE, W. E. Air-drying of banana: Influence of experimental parameters, slab thickness, banana maturity and harvesting season. **Journal of Food Engineering**. v. 79 (1), p. 200–207, 2007.

NOGUEIRA, R. I.; PARK, K. J. **Drying parameters to obtain “banana-passa”**, Drying 92, Part A, p. 874-883, 1992.

OKOS, M. R.; NARSIMHAN, G.; SINGH, R. K.; WITNAUER, A. C. **Food dehydration. In D. R. Heldman e D. B. Lund (Eds), Handbook of Food Engineering.** New York, Marcel Dekker, 1992.

OLIVEIRA, V. A. B.; LIMA, A. G. B. Mass diffusion inside prolate spherical solids: an analytical solution, **Revista de Produtos Agroindustriais**, v. 4, n. 1, p. 41-50, 2002.

OLIVEIRA, V. A. B. **Transferência de Calor e Massa no Interior de Sólidos com Forma Esferoidal Prolata via Termodinâmica dos Processos Irreversíveis.** 132 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2006.

OLIVEIRA, I. M.; SESHADRI, V. e MANSUR, M. B. Analysis of Drying Kinetics of Iron Ores using Irreversible Thermodynamics and Transport Phenomena Principles **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, V. 82, 2004

PARK, K. J.; ANTONIO, G. C.; OLIVEIRA R. A.; PARK, K. J. B. **Conceitos de processo e equipamentos de secagem.** Campinas, 121 p. 2007.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** New York: Hemisphere Publishing Corporation, 197 p. 1980.

PERRÉ, P.; TURNER I. W., A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. **Chemical Engineering Journal**, v. 86, n. 1-2, p. 117-131, 2002.

PEREIRA, A. G. M.; PRADO, M. M.; SARTORI, D. J. M. Influência da intensidade de radiação infravermelha na secagem do sistema semente-gel. **VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química em Iniciação Científica**, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil, 2009.

PERUSSELLO, C. A.; KUMAR, C.; DE CASTILHOS, F.; KARIM, M. A., Heat and mass transfer modeling of the osmo-convective drying of yacon roots (*Smallanthus sonchifolius*). **Appl. Therm. Eng.** 63 (1), 23–32, 2013.

PHOUNGCHANDANG, S. e WOODS, J. L. Moisture diffusion and desorption isotherms for banana. **Food Engineering and Physical Properties**, v.65, p.651-657, 2000.

PIROZZI, D. C. Z. e AMENDOLA, M. Modelagem matemática e simulação numérica do resfriamento rápido de morango com ar forçado. **Engenharia Agrícola**, v.25, n. 1, p. 222-230, 2005.

PRADO, M. M. e SARTORI, D. J. M. Simultaneous heat and mass transfer in packed bed drying of seeds having a mucilage coating. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v.25, p.39-50, 2008.

PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical recipes in Fortran 77. The art of scientific computing**. New York: Cambridge University Press, v. 1, 933p. 1996.

QUEIROZ, M. R. **Estudo teórico-experimental da cinética de secagem de bananas**. 176 p. (Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica). Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brasil, 1994.

QUEIROZ, M. R. e NEBRA, S. A. Theoretical and experimental analysis of the drying kinetics of bananas. **Journal of Food Engineering**, v.47, n.2, p.127-132, 2001.

RAMSAROOP, R. e PERSAD P. Determination of the heat transfer coefficient and thermal conductivity for coconut kernels using an inverse method with a developed hemispherical shell model. **Journal of Food Engineering**, v.110, p.141–157, 2012.

RESENDE, O.; CORRÊA, P. C.; GONELI, A. L. D.; BOTELHO, F. M.; RODRIGUES, S. Modelagem matemática do processo de secagem de duas variedades de feijão (*Phaseolus vulgaris* L.). **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, v. 10, n. 1, p. 17-26, 2008.

RICARDEZ, A. P.; SUÁREZ, J. R.; BERUMEN, L. A. The drying of red oak at vacuum pressure. **Maderas. Ciencia y Tecnología**. v. 7, n. 1, p. 23-26, 2005.

RINALDI, M.; CHIAVARO, E.; GOZZI, MASSINI, E.R. Simulation and experimental validation of simultaneous heat and mass transfer for cooking process of Mortadella Bologna PGI. Int. **Journal of Food Science and Technology**. 46 (3), 586–593, 2011.

ROBERTS, J. S.; KIDD, D. R.; PADILLA-ZAKOUR. O. Drying kinetics of grape seeds. **Journal of Food Engineering**, v.89 (4), p.460–465, 2008.

SALINAS, C.; ANANIAS, A.; ALVEAR, M. Simulación del secado de la madera: word drying simulation. **Maderas, Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 1, p. 3-18, 2004.

SAYKOVA, I.; CWICKLINSKI, G.; CASTELLE, P. Analytical approach for predicting effective diffusion coefficients in multidimensional slab geometry. **Journal of the University of Chemical Technology and Metallurgy**, v. 44, n. 1, p. 44-49, 2009.

SFREDO, M. A., FINZER, J. R. D. e LIMAVERDE, J. R. Heat and mass transfer in coffee fruits drying. **Journal of Food Engineering**, v.70, p.15-25, 2005.

SHILTON, N., MALLIKARJUNAN P., SHERIDAN, P. Modeling of heat transfer and evaporative mass losses during the cooking of beef patties using far-infrared radiation. **Journal of Food Engineering**, v.55, p.217–222, 2002.

SHORE, H.; BRAUNER, N. e SHACHAM, M. Modeling Physical and thermodynamic properties via inverse normalizing transformation. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v.41, p.651-656, 2002.

SHYAMAL, D. K.; CHAKRAVERTY, A.; BANERJEE, H.D., Thermal properties of raw, parboiled and debranned parboiled wheat and wheat bulgur. **Energy Convers. Manage.** 35 (9), 801–804, 1994.

SILVA, C. M. D. P. S. **Difusão de massa em corpos cilíndricos: modelagem, soluções analíticas e numéricas e aplicação na secagem de bananas.** 129 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Agrícola. Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2010.

SILVA, C. M. D. S.; FARIAS, V. S. O.; NASCIMENTO, P. L.; SILVA, W. P.; LIMA, GOMES, J. P.; LINS, M. A. A. Determinação simultânea da difusividade efetiva e do coeficiente de transferência convectivo de massa durante a secagem de bananas inteiras usando soluções analíticas e o método inverso. **Anais do VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, CD ROOM, 2010.

SILVA, C. M. D. P. S. **Ferramentas analíticas e numéricas para a descrição da secagem de sólidos na forma de cilindros e de elipsóides.** 254 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2012.

SILVA, J. S. **Pré-processamento de produtos agrícolas**, EDITORA, Viçosa, MG, 1nd Ed. 500 p. 1995.

SILVA, J. B.; **Simulação e experimentação da secagem de tijolos cerâmicos vazados.** 173 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil, 2009.

SILVA, L. D. **Técnicas analíticas e numéricas para a secagem de sólidos na forma de paralelepípedo: uma abordagem tridimensional**. 182 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil 2012.

SILVA, W. P.; CAVALCANTI MATA, M. E. R. M.; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; LIMA, A. G. B. Uma equação empírica para determinação de teor de água de equilíbrio para grãos. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, v.7, n.1, p.71-82, 2005.

SILVA, W. P. **Transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 263 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil 2007.

SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S. e LIMA, A. G. B. Calculation of the uncertainty in the determination of the equilibrium moisture content of pumpkin seed flour. **International Journal of Food Engineering**, v.3, p. 1098, 2007.

SILVA, W. P.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, C. D. P. S. Numerical simulation of the water diffusion in cylindrical solids. **International Journal of Food Engineering**, v. 4, n. 2, iss. 2, article 6, 2008a.

SILVA, W. P.; MATA, M. E. R. M. C.; SILVA, C. D. P. S.; GUEDES, M. A. LIMA, A. G. B. Determinação da difusividade e da energia de ativação para feijão macassar (*vigna unguiculata* (l.) walp.), variedade sempre-verde, com base no comportamento da secagem. **Engenharia Agrícola**, v. 28, n. 2, p. 325-333, 2008b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S; LIMA, A. G. B. Simulação da cinética de secagem de sólidos de revolução usando o modelo difusivo e o método inverso. **Brazilian Journal of Food Technology**, v. 12, n. 1, p 77-84, 2009a.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA, C. D. P.S.; Influence of the geometry on the numerical simulation of isothermal drying kinetics of banana. **World Applied Sciences Journal**, v. 7, n. 7, p. 846-855, 2009b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; LIMA, A. G. B. Simulação da cinética de secagem de sólidos de revolução usando o modelo da difusão e o método inverso. **Brazilian Journal of Food Technology**, v. 12, n. 1, p. 77-84, 2009c.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; FARIAS, V. S. O.; SILVA, D. D. P. S. Calculation of the convective heat transfer coefficient and cooling kinetics of an individual fig fruit. **Heat Mass Transfer**, v. 46, n. 3, p. 371-380, 2010a.

SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S.; GOMES, J. P. Determination of effective diffusivity and convective mass transfer coefficient for cylindrical solids via analytical solution and inverse method: application to the drying of rough rice. **Journal of Food Engineering**, v. 98, n. 3, p. 302-308, 2010b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; CARMO, J. E. F.; SILVA, D.D.P.S. , 2011. Influence of the geometry on the numerical simulation of the cooling kinetics of cucumbers. **Spanish J. Agric. Res.** 9 (1), 242–251, 2011.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; GAMA, F. J. A.; GOMES, J. P. An empiric equation for the latent heat of vaporization of moisture in bananas during its isothermal drying. **Agricultural Sciences**, v.3(2), p.214-220, 2012a.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOUSA, J. A. R.; FARIAS, V. S. O. Empirical and diffusion models to describe water transport into chickpea (*Cicer arietinum* L.). **International Journal of Food Science and Technology**, 2012b.

SILVA, W. P. e SILVA, C. M. D. P. S. **Lab fit curve fitting software, V.7.2.48** (2011); online, disponível em: www.labfit.net, data de acesso: novembro/2012).

SILVA, W.P.; SILVA, C.M.D.P.S.; GOMES, J.P. Drying description of cylindrical pieces of bananas in different temperatures using diffusion models. **Journal of Food Engineering**. 117 (3), 417–424, 2013.

SMITH, J. M.; VAN NESS, H. C. e ABBOT, M. B. **Introduction to chemical engineering thermodynamics**. Mcgraw-Hill, New York, 2004.

SOURAKI, A. B. e MOWLA, D. Simulation of drying behaviour of a small spherical foodstuff in a microwave assisted fluidized bed of inert particles. **Food Research International**, v. 41, p. 255–265, 2007.

SOUSA, P. H. M. **Desidratação osmótica de banana com e sem vácuo com complemento de secagem em estufa de circulação de ar**. 88 p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia de Alimento), Universidade Federal do Ceará, Ceará, Brasil, 2002.

SU-YAN HE e YUN-FEI LI. Theoretical simulation of vacuum cooling of spherical foods, **Applied Thermal Engineering**, v. 23 p.1489–1501, 2003.

SUVARNAKUTA, P.; DEVAHASTIN, S. e MUJUMDAR, A. S. A mathematical model for low-pressure super- heated steam drying of a biomaterial. **Chemical Engineering and Processing**, v.46, p.675-683, 2007.

SWEAT, V.E. Thermal properties of foods. In: **Engineering properties of foods** (Rao M.A., Rizvi S.S.H., eds). Marcel Dekker, NY, 1986.

TAGLIARI, P. S. e FRANCO, H. M. Manejo pós-colheita da banana. **Agropecuário Catarinense**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 25-30, 1994.

TALLA, A., PUIGGALI, J. R., JOMAA, W., JANNOT, Y. Shrinkage and density evolution during drying of tropical fruits: application to banana. **Journal of Food Engineering**. v. 64(1), p.103–109, 2004.

TAYLOR, J.R. **An introduction to error analysis**. 2nd Edition, University Science Books, Sausalito, 1997.

TERUEL, B.; KIECKBUSCH, T. G.; PULINO, P.; CORTEZ, L. A.; LIMA, A. G. B. Numerical simulation of fruits cooling using finite-element method. **Proceedings of the 3st International Conference on Computational Heat and Mass Transfer**. n. 74, Banff, Canada, 2003.

TRUJILLO, F. J.; WIANGKAEW, C. e PHAM, Q.T. Drying modeling and water diffusivity in beef meat. **Journal of Food Engineering**, v.78, p.74-85, 2007.

TUNDE-AKINTUNDE, T. Y.; OGUNLAKIN, G.O. Mathematical modeling of drying of pretreated and untreated pumpkin. **Journal of Food Science and Technology**, v. 50, p. 705-713, 2011.

TURHAN, M.; SAYAR. S.; GUNASEKARAN, S. Application of Peleg model to study water absorption in chickpea during soaking. **Journal of Food Engineering**, v.53(2), p.153–159, 2002.

WANG, N. e BRENNAN, J. G. A mathematical model of simultaneous heat and moisture transfer during drying of potato. **Journal of Food Engineering**, v.24, p.47-60, 1995.

WANG, Z. H. e CHEN, G. Heat and mass transfer in batch fluidized-bed drying of porous particles. **Chemical Engineering Science**, v.55, p.1857-1869, 2000.

WU, B.; YANG, W. e JIA, C. A three-dimensional numerical simulation of transient heat and mass transfer inside a single rice kernel during the drying process. **Bio-systems Engineering**, v.87, p.191-200, 2004.

YAN, Z.; SOUSA-GALLAGHER, M. J; OLIVEIRA, F. A. R. Effect of temperature and initial moisture content on sorption isotherms of banana dried by tunnel drier. **International Journal of Food Science and Technology**. v. 43, n.8, p. 1430–1436, 2008.

APÊNDICE A - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste apêndice são apresentados sob a forma de tabelas os resultados obtidos na parte experimental deste trabalho. Os experimentos foram realizados no Laboratório de Armazenamento e Processamento de Produtos Agrícolas da Unidade Acadêmica de Engenharia Agrícola do Centro de Tecnologia em Recursos Naturais (CTRN) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Campina Grande, Paraíba, Brasil, nos meses de agosto e setembro de 2011. Apresenta também tabelas com resultados calculados através dos dados experimentais para obter valores característicos do produto em estudo, utilizando os estudos teóricos, para viabilizar a obtenção dos resultados desejados.

A.1. Condições sob as quais foram realizados os processos de secagem de bananas inteiras

A Tabela A.1 apresenta as condições sob as quais foram realizados os processos de secagem de bananas inteiras com ar quente para as temperaturas do ar de secagem que foram estudadas.

Tabela A.1 – Informações sobre as condições do ar de secagem e do ar ambiente.

Temperatura (°C)	Ar de secagem		Ar ambiente		Data
	\overline{UR} (%)	\bar{v} (m/s)	\bar{T}_a (°C)	\overline{UR} (%)	
50,0	20,3	1,84	30,3	59,3	29/08/2011
60,0	10,4	1,70	30,2	48,3	27/8/2011
70,0	6,6	1,50	30,1	48,4	24/08/2011

A.2. Dimensões, teor de umidade e tempo de secagem

A Tabela A.2 apresenta os valores das dimensões iniciais das amostras, teor de umidade inicial, final e de equilíbrio além do valor da massa seca e do tempo até atingir o teor de umidade final para cada uma das temperaturas do ar de secagem estudadas.

Tabela A.2 – Dimensões, teor de umidade, massa seca e tempo de secagem das bananas para cada temperatura do ar de secagem.

T (°C)	L (mm)	d (mm)	M_i (bs)	M_f (bs)	M_{eq} (bs)	m_s (g)	t (min)
50	141±5	29,8±0,8	3,4336	0,2018	0,1213	19,226	3805
60	143±6	29,5±0,9	3,1416	0,2243	0,1075	22,325	2050
70	165±8	30,6±1,1	2,8994	0,2278	0,0936	27,596	1680

A.3. Massa em função do tempo

As Tabelas A.3.1 a A.3.3 apresentam a variação da massa em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.3.1 – Massa em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)
0	85,240	295	60,368	1105	37,402
10	82,854	315	59,332	1165	36,518
20	81,446	335	58,349	1225	34,900
30	80,281	355	57,464	1285	33,407
40	79,049	375	56,592	1405	32,029
50	77,996	395	55,759	1525	30,909
60	76,892	415	54,915	1645	29,789
70	75,889	445	53,698	2005	27,463
80	74,883	475	52,629	2365	25,764
90	74,007	505	51,570	2725	24,660
105	72,645	535	50,568	3085	23,932
120	71,466	565	49,604	3445	23,483
135	70,176	595	48,649	3805	23,106
150	69,188	625	47,735	Massa de equilíbrio	
165	68,122	655	46,866	5245	21,558
180	67,087	685	46,029	Após 4 horas na estufa a 105°C	
195	66,093	745	44,425	5485	20,181
210	65,135	805	43,052	Após uma hora no dessecador	
225	64,177	865	41,741	5545	19,226
240	63,349	925	40,541		
255	62,471	985	39,452		
275	61,430	1045	38,380		

Tabela A.3.2 – Massa em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)
00	94,798	210	68,554	700	44,097
10	92,119	225	67,706	760	42,575
20	90,406	240	66,565	820	40,997
25	89,313	255	65,492	940	38,432
35	88,030	270	64,028	1060	35,931
45	86,462	285	63,050	1180	34,340
55	85,062	300	62,126	1300	32,753
65	83,683	320	60,892	1420	31,572
75	82,342	340	59,722	1540	30,498
85	81,106	360	58,619	1780	29,029
95	79,867	380	57,575	2050	28,022
105	78,628	400	56,561	Massa de	
115	77,666	420	55,610	equilíbrio	
125	76,491	440	54,612	3490	24,725
135	75,539	460	53,668	Após 04 horas na	
145	74,323	490	52,392	estufa a 105°C	
155	73,386	520	51,130	3730	22,289
165	72,426	550	49,960	Após 01 hora no	
175	71,515	580	48,856	dessecador	
185	70,580	610	47,771	3790	22,325
195	69,664	640	45,854		

Tabela A.3.3 – Massa em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)	t (min.)	m (g)
0	107.609	240	72.901	605	50.206
10	104.903	255	71.534	635	49.072
20	102.551	270	70.168	695	47.075
30	100.352	285	68.883	755	45.229
40	98.345	300	67.650	815	43.676
50	96.353	315	66.453	935	41.089
60	94.416	335	64.941	1200	37.222
70	92.880	355	63.303	1440	35.200
80	91.227	375	62.137	1680	33.882
90	89.712	395	60.834	Massa de equilíbrio	
100	88.222	415	59.588	3120	30,179
110	86.695	435	58.433	Após 04 horas na estufa a 105°C	
125	84.654	455	57.268	3360	30,159
140	82.672	475	56.209	Após 01 hora no dessecador	
158	80.571	210	75.853	3420	27,596
165	79.731	495	55.192		
180	79.104	515	54.162		
195	77.505	545	52.743		
225	74.353	575	51.432		

A.4. Temperatura interna em função do tempo

As Tabelas A.4.1 a A.4.3 apresentam a variação da temperatura no interior da banana inteira (medida com o termopar) em função do tempo de secagem com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.4.1 – Temperatura no interior da banana em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)
0	25,3	240	39,3	745	42,7
10	28,2	255	39,4	805	42,8
20	28,8	275	39,8	865	43,0
30	31,1	295	40,3	925	43,5
40	31,9	315	40,5	985	43,8
50	33,2	335	40,5	1045	44,3
60	33,6	355	40,6	1105	44,5
70	34,6	375	40,9	1165	45,4
80	35,1	395	41,0	1225	45,5
90	36,0	415	41,1	1285	45,5
105	36,8	445	41,3	1405	46,1
120	37,2	475	41,5	1525	45,4
135	37,7	505	41,5	1645	45,6
150	38,1	535	41,7	2005	46,6
165	38,3	565	41,8	2365	47,4
180	38,3	595	42,4	2725	47,3
195	38,5	625	42,2	3085	47,8
210	38,6	655	42,5	3445	47,9
225	39,0	685	42,9	3805	47,9

Tabela A.4.2 – Temperatura no interior da banana em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)
00	25,6	175	46,1	490	50,0
10	29,4	185	46,5	520	51,8
20	33,7	195	46,6	550	51,5
25	35,3	210	47,1	580	51,4
35	38,7	225	48,8	610	51,8
45	38,5	240	47,7	670	52,1
55	39,6	255	46,9	730	53,7
65	40,6	270	48,0	790	54,3
75	41,6	285	48,0	850	54,4
85	42,3	300	48,0	970	55,4
95	43,2	320	48,0	1090	58,6
105	43,7	340	47,8	1210	56,9
115	44,4	360	48,6	1330	56,9
125	44,1	380	48,9	1450	57,4
135	44,7	400	49,1	1570	57,7
145	45,3	420	49,3	1810	57,6
155	45,7	440	49,4	2250	58,1
165	45,6	460	50,0		

Tabela A.4.3 – Temperatura no interior da banana em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)	t (min.)	T _{int} (°C)
0	24,6	180	58,4	475	60,9
10	51,2	195	58,7	210	61,4
20	52,0	225	59,0	495	61,7
30	52,9	240	59,2	515	62,2
40	53,6	255	59,1	545	62,8
50	54,4	270	59,2	575	63,4
60	55,1	285	59,1	605	64,5
70	55,7	300	59,3	635	65,5
80	56,1	315	59,6	695	65,9
90	56,5	335	59,9	755	66,1
100	56,7	355	60,3	815	66,7
110	57,0	375	60,6	935	66,7
125	57,2	395	60,8	1200	66,8
140	57,5	415	60,6	1440	66,9
158	57,8	435	61,1	1680	66,9
165	58,1	455	60,9		

A.5. Volume em função do tempo

As Tabelas A.5.1 a A.5.3 apresentam a variação do volume em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.5.1 – Volume em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)
0	98,34	315	66,52	925	42,69
10	103,95	335	57,35	985	43,58
30	110,78	355	55,60	1045	42,97
50	97,43	375	54,33	1105	41,57
70	87,73	395	62,69	1165	41,39
90	97,75	415	66,87	1225	38,80
105	91,18	445	58,60	1285	40,84
135	87,72	475	51,70	1405	37,41
150	86,54	505	50,34	1525	36,02
165	81,31	535	50,68	1645	33,46
180	74,80	565	46,13	2005	23,85
195	72,20	595	41,57	2365	21,88
210	72,96	625	43,31	2725	21,74
225	72,47	655	44,04	3085	24,41
240	63,79	685	44,20	3445	20,24
255	68,06	745	40,58	3805	14,32
275	70,20	805	45,66		
295	68,67	865	43,67		

Tabela A.5.2 – Volume em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)
0	98,00	165	60,26	520	33,70
20	104,93	185	64,14	550	35,07
25	108,98	195	55,05	580	34,67
35	91,75	225	57,69	610	36,73
45	91,97	255	59,80	670	40,49
55	94,42	270	58,06	730	33,17
65	95,22	300	56,21	790	30,53
75	86,64	320	44,04	850	18,53
85	82,19	340	49,19	970	21,74
95	77,57	360	0,00	1090	17,70
105	81,35	380	40,98	1210	17,08
115	82,49	400	40,66	1330	14,03
125	72,69	420	39,03	1450	23,64
135	73,57	440	36,03	1570	20,72
145	65,34	460	29,72	1810	16,24
155	62,20	490	27,20	2250	18,77

Tabela A.5.3 – Volume em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)	t (min.)	V (cm ³)
0	121,34	195	77,73	475	40,89
20	119,79	210	75,83	495	37,49
30	118,59	225	75,29	515	41,19
40	115,43	240	68,28	545	34,73
50	103,56	255	67,06	575	30,12
60	102,97	270	66,49	605	23,93
70	101,85	285	63,50	635	30,90
80	98,10	300	61,87	695	39,02
90	95,52	315	59,63	755	34,32
100	96,32	335	49,51	815	36,37
110	85,68	355	53,20	935	26,65
125	86,25	375	49,18	1200	26,11
140	82,67	395	49,13	1440	23,90
158	77,38	415	47,58	1680	23,96
165	75,54	435	50,56		
180	83,40	455	46,74		

A.6. Densidade em função do tempo

As Tabelas A.6.1 a A.6.3 apresentam a variação da densidade em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.6.1 – Densidade em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)
0	0,867	315	0,892	925	0,949
10	0,797	335	1,017	985	0,905
30	0,725	355	1,034	1045	0,893
50	0,801	375	1,042	1105	0,899
70	0,865	395	0,889	1165	0,882
90	0,757	415	0,821	1225	0,899
105	0,797	445	0,916	1285	0,818
135	0,800	475	1,018	1405	0,856
150	0,799	505	1,024	1525	0,858
165	0,838	535	0,998	1645	0,890
180	0,897	565	1,075	2005	1,151
195	0,915	595	1,170	2365	1,178
210	0,893	625	1,102	2725	1,134
225	0,886	655	1,064	3085	0,981
240	0,993	685	1,041	3445	1,160
255	0,918	745	1,095	3805	1,614
275	0,875	805	0,943		
295	0,879	865	0,956		

Tabela A.6.2 – Densidade em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)
0	0,967	165	1,202	550	1,425
20	0,862	175	1,100	580	1,409
25	0,820	185	1,265	610	1,300
35	0,959	225	1,174	670	1,133
45	0,940	255	1,095	730	1,329
55	0,901	270	1,103	790	1,395
65	0,879	300	1,105	850	2,212
75	0,950	320	1,383	970	1,768
85	0,987	340	1,214	1090	2,030
95	1,030	380	1,405	1210	2,011
105	0,967	400	1,391	1330	2,335
115	0,942	420	1,425	1450	1,336
125	1,052	440	1,516	1570	1,472
135	1,027	460	1,806	1810	1,787
145	1,138	490	1,926	2250	1,493
155	1,180	520	1,517		

Tabela A.6.3 – Densidade em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)	t (min.)	ρ (g/cm ³)
0	0,887	195	0,997	475	1,375
20	0,856	210	1,000	495	1,472
30	0,846	225	0,988	515	1,315
40	0,852	240	1,068	545	1,519
50	0,930	255	1,067	575	1,708
60	0,917	270	1,055	605	2,098
70	0,912	285	1,085	635	1,588
80	0,930	300	1,093	695	1,206
90	0,939	315	1,114	755	1,318
100	0,916	335	1,312	815	1,201
110	1,012	355	1,190	935	1,542
125	0,982	375	1,263	1200	1,426
140	1,000	395	1,238	1440	1,473
158	1,041	415	1,252	1680	1,414
165	1,056	435	1,156		
180	0,948	455	1,225		

A.7. Teor de umidade em base seca em função do tempo

As Tabelas A.7.1 a A.7.3 apresentam a variação do teor de umidade médio em base seca, em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.7.1 – Teor de umidade médio em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)
0	3,4336	295	2,1399	1105	0,9454
10	3,3095	315	2,0860	1165	0,8994
20	3,2362	335	2,0349	1225	0,8153
30	3,1756	355	1,9889	1285	0,7376
40	3,1116	375	1,9435	1405	0,6659
50	3,0568	395	1,9002	1525	0,6077
60	2,9994	415	1,8563	1645	0,5494
70	2,9472	445	1,7930	2005	0,4284
80	2,8949	475	1,7374	2365	0,3401
90	2,8493	505	1,6823	2725	0,2826
105	2,7785	535	1,6302	3085	0,2448
120	2,7172	565	1,5800	3445	0,2214
135	2,6501	595	1,5304	3805	0,2018
150	2,5987	625	1,4828	Equilíbrio	
165	2,5432	655	1,4376	5245	0,1213
180	2,4894	685	1,3941	Após 4 horas na estufa a 105°C	
195	2,4377	745	1,3107	5485	0,0497
210	2,3879	805	1,2393	Após uma hora no dessecador	
225	2,3380	865	1,1711	5545	0,0000
240	2,2950	925	1,1087		
255	2,2493	985	1,0520		
275	2,1952	1045	0,9963		

Tabela A.7.2 – Teor de umidade médio em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)
00	3,1416	210	1,9951	730	0,9266
10	3,0246	225	1,9580	790	0,8601
20	2,9498	240	1,9082	850	0,7911
25	2,9020	255	1,8613	970	0,6791
35	2,8460	270	1,7973	1090	0,5698
45	2,7774	285	1,7546	1210	0,5003
55	2,7163	300	1,7142	1330	0,4309
65	2,6560	320	1,6603	1450	0,3794
75	2,5974	340	1,6092	1570	0,3324
85	2,5434	360	1,5610	1810	0,2683
95	2,4893	380	1,5154	2250	0,2243
105	2,4352	400	1,4711	Equilíbrio	
115	2,3932	420	1,4296	3490	0,1075
125	2,3418	440	1,3859	Após 04 horas na estufa a 105°C	
135	2,3002	460	1,3447	3730	0,0802
145	2,2471	490	1,2890	Após 01 hora no dessecador	
155	2,2062	520	1,2338	3790	0,0000
165	2,1642	550	1,1827		
175	2,1244	580	1,1345		
185	2,0836	610	1,0871		
195	2,0436	670	1,0033		

Tabela A.7.3 – Teor de umidade médio em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)	t (min.)	\bar{M} (bs)
0	2,8994	225	1,6943	605	0,8193
10	2,8014	240	1,6417	635	0,7782
20	2,7162	255	1,5922	695	0,7059
30	2,6365	270	1,5427	755	0,6390
40	2,5675	285	1,4961	815	0,5827
50	2,4980	300	1,4514	935	0,4889
60	2,4214	315	1,4081	1200	0,3488
70	2,3657	335	1,3533	1440	0,2755
80	2,3058	355	1,2939	1680	0,2278
90	2,2509	375	1,2517	Equilíbrio	
100	2,1969	395	1,2044	3120	0,0936
110	2,1416	415	1,1593	Após 04 horas na estufa a 105°C	
125	2,0676	435	1,1174	4560	0,0929
140	1,9958	455	1,0752	Após 01 hora no dessecador	
158	1,9197	475	1,0369	4620	0,0000
165	1,8892	495	1,0000		
180	1,8665	515	0,9627		
195	1,8086	545	0,9113		
210	1,7487	575	0,8637		

A.8. Razão de umidade em função do tempo.

As Tabelas A.8.1 a A.8.3 apresentam a variação do teor de umidade adimensional, ou razão de umidade, em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.8.1 – Razão de umidade em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	M*	t (min.)	M*	t (min.)	M*
0	1,0000	255	0,6425	865	0,3169
10	0,9625	275	0,6261	925	0,2981
20	0,9404	295	0,6094	985	0,2810
30	0,9221	315	0,5932	1045	0,2642
40	0,9028	335	0,5777	1105	0,2488
50	0,8862	355	0,5638	1165	0,2349
60	0,8689	375	0,5501	1225	0,2095
70	0,8532	395	0,5371	1285	0,1861
80	0,8374	415	0,5238	1405	0,1644
90	0,8236	445	0,5047	1525	0,1468
105	0,8022	475	0,4879	1645	0,1293
120	0,7837	505	0,4713	2005	0,0927
135	0,7634	535	0,4555	2365	0,0660
150	0,7479	565	0,4404	2725	0,0487
165	0,7312	595	0,4254	3085	0,0373
180	0,7149	625	0,4111	3445	0,0302
195	0,6993	655	0,3974	3805	0,0243
210	0,6843	685	0,3843	Equilíbrio	
225	0,6692	745	0,3591	5245	0,0000
240	0,6562	805	0,3375		

Tabela A.8.2 – Razão de umidade em função do tempo com ar de secagem à 60°C

t (min.)	M*	t (min.)	M*	t (min.)	M*
00	1,0000	185	0,6544	550	0,3601
10	0,9618	195	0,6413	580	0,3444
20	0,9373	210	0,6255	610	0,3289
25	0,9217	225	0,6134	640	0,3015
35	0,9034	240	0,5971	700	0,2765
45	0,8810	255	0,5818	760	0,2547
55	0,8611	270	0,5609	820	0,2322
65	0,8414	285	0,5469	940	0,1956
75	0,8222	300	0,5337	1060	0,1599
85	0,8046	320	0,5161	1180	0,1372
95	0,7869	340	0,4994	1300	0,1146
105	0,7692	360	0,4837	1420	0,0977
115	0,7555	380	0,4688	1540	0,0824
125	0,7387	400	0,4543	1780	0,0614
135	0,7252	420	0,4408	2050	0,0471
145	0,7078	440	0,4265	Equilíbrio	
155	0,6944	460	0,4130	3490	0,0000
165	0,6807	490	0,3948		
175	0,6677	520	0,3768		

Tabela A.8.3 – Razão de umidade em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	M*	t (min.)	M*	t (min.)	M*
0	1,0000	195	0,6112	495	0,3230
10	0,9651	210	0,5899	515	0,3097
20	0,9347	225	0,5705	545	0,2914
30	0,9063	240	0,5517	575	0,2745
40	0,8817	255	0,5341	605	0,2586
50	0,8569	270	0,5165	635	0,2440
60	0,8296	285	0,4999	695	0,2182
70	0,8098	300	0,4839	755	0,1944
80	0,7884	315	0,4685	815	0,1743
90	0,7689	335	0,4489	935	0,1409
100	0,7496	355	0,4278	1200	0,0910
110	0,7299	375	0,4127	1440	0,0648
125	0,7035	395	0,3959	1680	0,0478
140	0,6779	415	0,3798	Equilíbrio	
158	0,6508	435	0,3649	3120	0,0000
165	0,6400	455	0,3499		
180	0,6319	475	0,3362		

A.9. Taxa de variação de massa em função do tempo

As Tabelas A.9.1 a A.9.3 apresentam a taxa de variação da massa em função do tempo de secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.9.1 – Taxa de variação de massa em função do tempo com ar de secagem à 50°C.

t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)
0	-	240	-0,0552	745	-0,0267
10	-0,2386	255	-0,0585	805	-0,0229
20	-0,1408	275	-0,0520	865	-0,0219
30	-0,1165	295	-0,0531	925	-0,0200
40	-0,1232	315	-0,0518	985	-0,0182
50	-0,1053	335	-0,0492	1045	-0,0179
60	-0,1104	355	-0,0442	1105	-0,0163
70	-0,1003	375	-0,0436	1165	-0,0147
80	-0,1006	395	-0,0416	1225	-0,0270
90	-0,0876	415	-0,0422	1285	-0,0249
105	-0,0908	445	-0,0406	1405	-0,0115
120	-0,0786	475	-0,0356	1525	-0,0093
135	-0,0860	505	-0,0353	1645	-0,0093
150	-0,0659	535	-0,0334	2005	-0,0065
165	-0,0711	565	-0,0321	2365	-0,0047
180	-0,0690	595	-0,0318	2725	-0,0031
195	-0,0663	625	-0,0305	3085	-0,0020
210	-0,0639	655	-0,0290	3445	-0,0012
225	-0,0639	685	-0,0279	3805	-0,0010

Tabela A.9.2 – Taxa de variação de massa em função do tempo com ar de secagem à 60°C.

t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)
0	-	175	-0,0911	490	-0,0425
10	-0,2679	185	-0,0935	520	-0,0421
20	-0,1713	195	-0,0916	550	-0,039
25	-0,2186	210	-0,074	580	-0,0368
35	-0,1283	225	-0,0565	610	-0,0362
45	-0,1568	240	-0,0761	640	-0,0639
55	-0,1400	255	-0,0715	700	-0,0293
65	-0,1379	270	-0,0976	760	-0,0254
75	-0,1341	285	-0,0652	820	-0,0263
85	-0,1236	300	-0,0616	940	-0,0214
95	-0,1239	320	-0,0617	1060	-0,0208
105	-0,1239	340	-0,0585	1180	-0,0133
115	-0,0962	360	-0,0552	1300	-0,0132
125	-0,1175	380	-0,0522	1420	-0,0098
135	-0,0952	400	-0,0507	1540	-0,0089
145	-0,1216	420	-0,0476	1780	-0,0061
155	-0,0937	440	-0,0499	2050	-0,0037
165	-0,0960	460	-0,0472		

Tabela A.9.3 – Taxa de variação de massa em função do tempo com ar de secagem à 70°C.

t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)	t (min.)	dm/dt (g/min)
0	-	180	-0,0418	475	-0,0529
10	-0,2706	195	-0,1066	210	-0,0741
20	-0,2352	225	-0,1051	495	-0,0725
30	-0,2199	240	-0,0968	515	-0,0515
40	-0,2007	255	-0,0911	545	-0,0473
50	-0,1992	270	-0,0911	575	-0,0437
60	-0,1937	285	-0,0857	605	-0,0409
70	-0,1536	300	-0,0822	635	-0,0378
80	-0,1653	315	-0,0798	695	-0,0333
90	-0,1515	335	-0,0756	755	-0,0308
100	-0,1490	355	-0,0819	815	-0,0259
110	-0,1527	375	-0,0583	935	-0,0216
125	-0,1361	395	-0,0651	1200	-0,0146
140	-0,1321	415	-0,0623	1440	-0,0084
158	-0,1167	435	-0,0578	1680	-0,0055
165	-0,1200	455	-0,0583		

A.10. Volume em função do teor de umidade

As Tabelas A.10.1 a A.10.3 apresentam a variação volume em função do teor de umidade médio na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.10.1 – Volume em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 50°C.

\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)
3,4336	98,34	2,0860	66,52	1,1087	42,69
3,3095	103,95	2,0349	57,35	1,0520	43,58
3,1756	110,78	1,9889	55,60	0,9963	42,97
3,0568	97,43	1,9435	54,33	0,9454	41,57
2,9472	87,73	1,9002	62,69	0,8994	41,39
2,8493	97,75	1,8563	66,87	0,8153	38,80
2,7785	91,18	1,7930	58,60	0,7376	40,84
2,6501	87,72	1,7374	51,70	0,6659	37,41
2,5987	86,54	1,6823	50,34	0,6077	36,02
2,5432	81,31	1,6302	50,68	0,5494	33,46
2,4894	74,80	1,5800	46,13	0,4284	23,85
2,4377	72,20	1,5304	41,57	0,3401	21,88
2,3879	72,96	1,4828	43,31	0,2826	21,74
2,3380	72,47	1,4376	44,04	0,2448	24,41
2,2950	63,79	1,3941	44,20	0,2214	20,24
2,2493	68,06	1,3107	40,58	0,2018	14,32
2,1952	70,20	1,2393	45,66		
2,1399	68,67	1,1711	43,67		

Tabela A.10.2 – Volume em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 60°C.

\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)
3,1416	98,00	2,1642	60,26	1,1827	35,07
2,9498	104,93	2,0836	64,14	1,1345	34,67
2,9020	108,98	2,0436	55,05	1,0871	36,73
2,8460	91,75	1,9580	57,69	1,0033	40,49
2,7774	91,97	1,8613	59,80	0,9266	33,17
2,7163	94,42	1,7973	58,06	0,8601	30,53
2,6560	95,22	1,7142	56,21	0,7911	18,53
2,5974	86,64	1,6603	44,04	0,6791	21,74
2,5434	82,19	1,6092	49,19	0,5698	17,70
2,4893	77,57	1,5154	40,98	0,5003	17,08
2,4352	81,35	1,4711	40,66	0,4309	14,03
2,3932	82,49	1,4296	39,03	0,3794	23,64
2,3418	72,69	1,3859	36,03	0,3324	20,72
2,3002	73,57	1,3447	29,72	0,2683	16,24
2,2471	65,34	1,2890	27,20	0,2243	18,77
2,2062	62,20	1,2338	33,70		

Tabela A.10.3 – Volume em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 70°C.

\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)	\bar{M} (bs)	V (cm ³)
2,8994	121,34	1,8086	77,73	1,0369	40,89
2,7162	119,79	1,7487	75,83	1,0000	37,49
2,6365	118,59	1,6943	75,29	0,9627	41,19
2,5675	115,43	1,6417	68,28	0,9113	34,73
2,4980	103,56	1,5922	67,06	0,8637	30,12
2,4214	102,97	1,5427	66,49	0,8193	23,93
2,3657	101,85	1,4961	63,50	0,7782	30,90
2,3058	98,10	1,4514	61,87	0,7059	39,02
2,2509	95,52	1,4081	59,63	0,6390	34,32
2,1969	96,32	1,3533	49,51	0,5827	36,37
2,1416	85,68	1,2939	53,20	0,4889	26,65
2,0676	86,25	1,2517	49,18	0,3488	26,11
1,9958	82,67	1,2044	49,13	0,2755	23,90
1,9197	77,38	1,1593	47,58	0,2278	23,96
1,8892	75,54	1,1174	50,56		
1,8665	83,40	1,0752	46,74		

A.11. Volume em função da taxa de umidade

As Tabelas A.11.1 a A.11.3 apresentam variação do volume em função da taxa de umidade na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1

Tabela A.11.1 – Volume em função da taxa de umidade com ar de secagem à 50°C.

M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)
1,0000	98,34	0,5932	66,52	0,2981	42,69
0,9625	103,95	0,5777	57,35	0,2810	43,58
0,9221	110,78	0,5638	55,60	0,2642	42,97
0,8862	97,43	0,5501	54,33	0,2488	41,57
0,8532	87,73	0,5371	62,69	0,2349	41,39
0,8236	97,75	0,5238	66,87	0,2095	38,80
0,8022	91,18	0,5047	58,60	0,1861	40,84
0,7634	87,72	0,4879	51,70	0,1644	37,41
0,7479	86,54	0,4713	50,34	0,1468	36,02
0,7312	81,31	0,4555	50,68	0,1293	33,46
0,7149	74,80	0,4404	46,13	0,0927	23,85
0,6993	72,20	0,4254	41,57	0,0660	21,88
0,6843	72,96	0,4111	43,31	0,0487	21,74
0,6692	72,47	0,3974	44,04	0,0373	24,41
0,6562	63,79	0,3843	44,20	0,0302	20,24
0,6425	68,06	0,3591	40,58	0,0243	14,32
0,6261	70,20	0,3375	45,66		
0,6094	68,67	0,3169	43,67		

Tabela A.11.2 – Volume em função da taxa de umidade com ar de secagem à 60°C.

M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)
1,0000	98,00	0,6807	60,26	550	0,3601
0,9373	104,93	0,6544	64,14	580	0,3444
0,9217	108,98	0,6413	55,05	610	0,3289
0,9034	91,75	0,6134	57,69	640	0,3015
0,8810	91,97	0,5818	59,80	700	0,2765
0,8611	94,42	0,5609	58,06	760	0,2547
0,8414	95,22	0,5337	56,21	820	0,2322
0,8222	86,64	0,5161	44,04	940	0,1956
0,8046	82,19	0,4994	49,19	1060	0,1599
0,7869	77,57	0,4688	40,98	1180	0,1372
0,7692	81,35	0,4543	40,66	1300	0,1146
0,7555	82,49	0,4408	39,03	1420	0,0977
0,7387	72,69	0,4265	36,03	1540	0,0824
0,7252	73,57	0,4130	29,72	1780	0,0614
0,7078	65,34	0,3948	27,20	2050	0,0471
0,6944	62,20	0,3768	33,70		

Tabela A.11.3 – Volume em função da taxa de umidade com ar de secagem à 70°C.

M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)	M*	V (cm ³)
1,0000	121,34	0,6112	77,73	0,3362	40,89
0,9347	119,79	0,5899	75,83	0,3230	37,49
0,9063	118,59	0,5705	75,29	0,3097	41,19
0,8817	115,43	0,5517	68,28	0,2914	34,73
0,8569	103,56	0,5341	67,06	0,2745	30,12
0,8296	102,97	0,5165	66,49	0,2586	23,93
0,8098	101,85	0,4999	63,50	0,2440	30,90
0,7884	98,10	0,4839	61,87	0,2182	39,02
0,7689	95,52	0,4685	59,63	0,1944	34,32
0,7496	96,32	0,4489	49,51	0,1743	36,37
0,7299	85,68	0,4278	53,20	0,1409	26,65
0,7035	86,25	0,4127	49,18	0,0910	26,11
0,6779	82,67	0,3959	49,13	0,0648	23,90
0,6508	77,38	0,3798	47,58	0,0478	23,96
0,6400	75,54	0,3649	50,56		
0,6319	83,40	0,3499	46,74		

A.12. Densidade em função do teor de umidade

As Tabelas A.12.1 a A.12.3 apresentam a variação da densidade, em função do teor de umidade em base seca na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1

Tabela A.12.1 – Densidade em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 50°C.

\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)
3,4336	0,867	2,0860	0,892	1,1087	0,950
3,3095	0,797	2,0349	1,017	1,0520	0,905
3,1756	0,725	1,9889	1,034	0,9963	0,893
3,0568	0,801	1,9435	1,042	0,9454	0,900
2,9472	0,865	1,9002	0,889	0,8994	0,882
2,8493	0,757	1,8563	0,821	0,8153	0,899
2,7785	0,797	1,7930	0,916	0,7376	0,818
2,6501	0,800	1,7374	1,018	0,6659	0,856
2,5987	0,799	1,6823	1,024	0,6077	0,858
2,5432	0,838	1,6302	0,998	0,5494	0,890
2,4894	0,897	1,5800	1,075	0,4284	1,152
2,4377	0,915	1,5304	1,170	0,3401	1,178
2,3879	0,893	1,4828	1,102	0,2826	1,135
2,338	0,886	1,4376	1,064	0,2448	0,981
2,2950	0,993	1,3941	1,041	0,2214	1,160
2,2493	0,918	1,3107	1,095	0,2018	1,614
2,1952	0,875	1,2393	0,943		
2,1399	0,879	1,1711	0,956		

Tabela A.12.2 – Densidade em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 60°C.

\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)
3,1416	0,967	2,1642	1,202	1,1827	1,425
2,9498	0,862	2,0836	1,100	1,1345	1,409
2,9020	0,820	2,0436	1,265	1,0871	1,300
2,8460	0,959	1,9580	1,174	1,0033	1,133
2,7774	0,940	1,8613	1,095	0,9266	1,329
2,7163	0,901	1,7973	1,103	0,8601	1,395
2,6560	0,879	1,7142	1,105	0,7911	2,212
2,5974	0,950	1,6603	1,383	0,6791	1,768
2,5434	0,987	1,6092	1,214	0,5698	2,030
2,4893	1,030	1,5154	1,405	0,5003	2,011
2,4352	0,967	1,4711	1,391	0,4309	2,335
2,3932	0,942	1,4296	1,425	0,3794	1,336
2,3418	1,052	1,3859	1,516	0,3324	1,472
2,3002	1,027	1,3447	1,806	0,2683	1,787
2,2471	1,138	1,2890	1,926	0,2243	1,493
2,2062	1,180	1,2338	1,517		

Tabela A.12.3 – Densidade em função do teor de umidade médio com ar de secagem à 70°C.

\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)	\bar{M} (bs)	ρ (g/cm ³)
2,8994	0,887	1,8086	0,997	1,0369	1,375
2,7162	0,856	1,7487	1,000	1,0000	1,472
2,6365	0,846	1,6943	0,988	0,9627	1,315
2,5675	0,852	1,6417	1,068	0,9113	1,519
2,4980	0,930	1,5922	1,067	0,8637	1,708
2,4214	0,917	1,5427	1,055	0,8193	2,098
2,3657	0,912	1,4961	1,085	0,7782	1,588
2,3058	0,930	1,4514	1,093	0,7059	1,206
2,2509	0,939	1,4081	1,114	0,6390	1,318
2,1969	0,916	1,3533	1,312	0,5827	1,201
2,1416	1,012	1,2939	1,190	0,4889	1,542
2,0676	0,982	1,2517	1,263	0,3488	1,426
1,9958	1,000	1,2044	1,238	0,2755	1,473
1,9197	1,041	1,1593	1,252	0,2278	1,414
1,8892	1,056	1,1174	1,156		
1,8665	0,948	1,0752	1,225		

A.13. Densidade em função da taxa de umidade

As Tabelas A.13.1 a A.13.3 apresentam a variação da densidade em função do taxa de umidade na secagem de bananas inteiras com as condições do ar de secagem e do ar ambiente indicados na Tabela A.1.

Tabela A.13.1 – Densidade em função da taxa de umidade com ar de secagem à 50°C.

M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)
1,0000	0,867	0,5932	0,892	0,2981	0,950
0,9625	0,797	0,5777	1,017	0,2810	0,905
0,9221	0,725	0,5638	1,034	0,2642	0,893
0,8862	0,801	0,5501	1,042	0,2488	0,900
0,8532	0,865	0,5371	0,889	0,2349	0,882
0,8236	0,757	0,5238	0,821	0,2095	0,899
0,8022	0,797	0,5047	0,916	0,1861	0,818
0,7634	0,800	0,4879	1,018	0,1644	0,856
0,7479	0,799	0,4713	1,024	0,1468	0,858
0,7312	0,838	0,4555	0,998	0,1293	0,890
0,7149	0,897	0,4404	1,075	0,0927	1,152
0,6993	0,915	0,4254	1,170	0,0660	1,178
0,6843	0,893	0,4111	1,102	0,0487	1,135
0,6692	0,886	0,3974	1,064	0,0373	0,981
0,6562	0,993	0,3843	1,041	0,0302	1,160
0,6425	0,918	0,3591	1,095	0,0243	1,614
0,6261	0,875	0,3375	0,943		
0,6094	0,879	0,3169	0,956		

Tabela A.13.2 – Densidade em função da taxa de umidade com ar de secagem à 60°C.

M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)
1,0000	0,967	0,6807	1,202	0,3601	1,425
0,9618	0,862	0,6544	1,100	0,3444	1,409
0,9373	0,820	0,6413	1,265	0,3289	1,300
0,9217	0,959	0,6134	1,174	0,3015	1,133
0,9034	0,940	0,5818	1,095	0,2765	1,329
0,8810	0,901	0,5609	1,103	0,2547	1,395
0,8611	0,879	0,5337	1,105	0,2322	2,212
0,8414	0,950	0,5161	1,383	0,1956	1,768
0,8222	0,987	0,4994	1,214	0,1599	2,030
0,8046	1,030	0,4688	1,405	0,1372	2,011
0,7869	0,967	0,4543	1,391	0,1146	2,335
0,7692	0,942	0,4408	1,425	0,0977	1,336
0,7555	1,052	0,4265	1,516	0,0824	1,472
0,7387	1,027	0,4130	1,806	0,0614	1,787
0,7252	1,138	0,3948	1,926	0,0471	1,493
0,7078	1,180	0,3768	1,517		

Tabela A.13.3 – Densidade em função da taxa de umidade com ar de secagem à 70°C.

M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)	M*	ρ (g/cm ³)
1,0000	0,887	0,6112	0,997	0,3362	1,375
0,9347	0,856	0,5899	1,000	0,3230	1,472
0,9063	0,846	0,5705	0,988	0,3097	1,315
0,8817	0,852	0,5517	1,068	0,2914	1,519
0,8569	0,930	0,5341	1,067	0,2745	1,708
0,8296	0,917	0,5165	1,055	0,2586	2,098
0,8098	0,912	0,4999	1,085	0,2440	1,588
0,7884	0,930	0,4839	1,093	0,2182	1,206
0,7689	0,939	0,4685	1,114	0,1944	1,318
0,7496	0,916	0,4489	1,312	0,1743	1,201
0,7299	1,012	0,4278	1,190	0,1409	1,542
0,7035	0,982	0,4127	1,263	0,0910	1,426
0,6779	1,000	0,3959	1,238	0,0648	1,473
0,6508	1,041	0,3798	1,252	0,0478	1,414
0,6400	1,056	0,3649	1,156		
0,6319	0,948	0,3499	1,225		

APÊNDICE B – SOFTWARE DESENVOLVIDO

(Transferência de umidade)

A seguir apresenta-se uma versão inicial do programa desenvolvido para a determinação da cinética de secagem de produtos cilíndricos. Este *software* foi desenvolvido no estúdio Compaq Visual Fortran Professional Edition V. 6.6.0 (Fortran 95) usando uma opção de programação chamada *QuickWin Application*. A plataforma utilizada foi Windows XP, embora o software também possa ser executado na plataforma Linux, Windows Vista, Windows 7 e Windows 8.

Neste Apêndice apresenta-se o programa que trata da transferência de umidade e no Apêndice C, apresenta-se os complementos necessários para o tratamento da transferência de calor.

B.1. Programa principal

Program Principal

!Programa inicial

!Aluno: Fernando de Almeida Gama

!Orientador: Wilton Pereira da Silva


```
n_p_exp = i
!*****

if(execute == 1) then

    !Cálculo dos valores simulados
    !*****
    call Solver_Infinite_Cylinder(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)
    !*****

    !Cálculo do chi-square
    !*****
    if(n_p_exp > 1) then

        call Chi_Sq(chi_square)

        write(*,*) 'Qui-Quadrado = ', chi_square

        write(*,*) ''

        call coef_correla(rxy)

        write(*,*) 'Coef. Determinação: R2 = ', rxy**2

    end if
    !*****

    write(*,*) ''

    write(*,*) 'Clique "Enter" para proseguir.'

    read(*,*)

    call Graph

else

    call Otimizador(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)

end if

stop
```

```
end Program
```

B.2. Sub-rotina qui quadrado

```
subroutine Chi_Sq(chi_square)
```

```
implicit none
```

```
common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),  
y_sim(10000), y_interpolado(500)
```

```
double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, y_interpolado, fator, chi_square
```

```
integer i, j, ierror, init, n_p_exp, n_p_sim
```

```
! Interpolação e cálculo de chi-square
```

```
!*****
```

```
chi_square = 0.0d+00 !Definição para o somatório
```

```
j = 1 ! contador para os pontos experimentais
```

```
init = 1 !Ponto simulado inicial para localizar o primeiro ponto experimental
```

```
5 continue
```

```
do i = init, n_p_sim
```

```
if(x_sim(i) >= x_exp(j)) then !Detecção da primeira coordenada x da simulação maior ou  
!igual a da experimental
```

```
    init = i
```

```
    if(x_sim(i) == x_exp(j) .or. abs(x_sim(i) - x_exp(j)) < 1.0d-12) then !caso as coordenadas  
!x sejam iguais
```

```
        y_interpolado(j) = y_sim(i)
```

```
        chi_square = chi_square + (y_exp(j) - y_sim(i)) ** 2
```

```
    else !caso as coordenadas x sejam diferentes: interpolação de y
```

```
        fator = (x_exp(j) - x_sim(i-1)) / (x_sim(i) - x_sim(i-1))
```

```

    y_interpolado(j) = y_sim(i-1) + (y_sim(i) - y_sim(i-1)) * fator
        chi_square = chi_square + (y_exp(j) - y_interpolado(j)) ** 2
    end if

        goto 10
    end if

end do

10 continue

if(j < n_p_exp) then

    j = j + 1

    goto 5

end if
!*****
return

end subroutine

```

B.3. Sub-rotina coeficiente de correlação

```

subroutine coef_correla(rxy)

common /chi_square/ n_pontos, n_p_sim, x_exp(500), TU_T_EXP(500), x_sim(10000),
y_sim(10000), TU_T_ANA(500)

double precision x_exp, TU_T_EXP, x_sim, y_sim, TU_T_ANA, fator, chi_square

doubleprecision SXY, SX, SY, SX2, SY2, DIV, AT, RVY, RVX, BT, RXY

RXY = 0.0d+00
BT = 0.0d+00

SXY = 0.0d+00
SX = 0.0d+00
SY = 0.0d+00

```

```

SX2 = 0.0d+00
SY2 = 0.0d+00

DO I = 1, N_PONTOS
  SXY = SXY + TU_T_EXP(I) * TU_T_ANA(I)
  SX = SX + TU_T_EXP(I)
  SY = SY + TU_T_ANA(I)
  SX2 = SX2 + TU_T_EXP(I) ** 2
  SY2 = SY2 + TU_T_ANA(I) ** 2
END DO

DIV = DFLOAT(N_PONTOS)
AT = (SXY - SX * SY / DIV)
RVY = SY2 - SY ** 2 / DIV
RVX = SX2 - SX ** 2 / DIV
IF(RVX * RVY > 0.0D+00) BT = SQRT(RVX*RVY)
IF(BT .EQ. 0.0) GO TO 1014
RXY = AT / BT
1014 CONTINUE

return

end subroutine

```

B.4. Sub-rotina gráfico

```

Subroutine Graph
use msflib
!
!Proposta:
!  Desenhar um gráfico.
type (qwinfo)          :: winfo
!Define uma variável para informações sobre o dimensionamento do frame e child
!window.
type (windowconfig)   :: wc
!Define uma variável para as informações sobra a configuração do micro.

call sleepqq(100)

!Obtém dados do sistema (número de pixels, etc.) e MANTÉM a configuração
!=====
===
wc.numxpixels = -1  !Não mude isto
wc.numypixels = -1  !Não mude isto
wc.numtextcols = -1 !Não mude isto

```

```

wc.numtextrows = -1 !Não mude isto
wc.numcolors = -1 !Não mude isto
wc.fontsize = -1 !Não mude isto
!A "janela filhote" será chamada "PROGRAMAS".
wc.title = "PROGRAMAS"C !mude o string C, se quiser

```

```
call sleepqq(100)
```

```
!Estabelece a configuração do micro como aquela obtida anteriormente
status = SETWINDOWCONFIG (wc)
```

```
!=====
```

```
!Barra de status
```

```
!=====
```

```
ELIMINA = 0 !o valor 0 elimina a barra de status e qualquer outro mantém a barra, que é default
```

```
if(elimina == 0) then
  i = clickmenuqq (QWIN$STATUS)
end if
```

```
!=====
```

```
call sleepqq(100)
```

```
!Define tamanho inicial da tela (quase máximo)
```

```
!=====
```

```
i = getwsizqq(QWIN$FRAMEWINDOW,QWIN$SIZEMAX,winfo)
```

```
iwmax = 0.98*winfo.w
```

```
ihmax = 0.89*winfo.h
```

```
winfo.H = ihmax
```

```
winfo.W = iwmax
```

```
winfo.TYPE = QWIN$SET
```

```
i = SetWSizeQQ( QWIN$FRAMEWINDOW, winfo )
```

```
!Estilo tile
```

```
i = clickmenuqq(qwin$tile)
```

```
!Maximiza a tela (se clicar no botão "diminuir", a tela ficará com o tamanho definido anteriormente).
```

```
i = getwsizqq(QWIN$FRAMEWINDOW,QWIN$SIZEMAX,winfo)
```

```
iwmax = winfo.w
```

```
ihmax = winfo.h
```

```
i = getwsizqq(QWIN$FRAMEWINDOW,QWIN$SIZECURR,winfo)
```

```
if(winfo.w < iwmax .or. winfo.h < ihmax)then
```

```
  winfo.TYPE = QWIN$MAX
```

```
  i = SetWSizeQQ( QWIN$FRAMEWINDOW, winfo )
```

```
end if
```

```
!=====
```

```

call sleepqq(50)

!Estilo de apresentação da tela
!=====
IESTILO = 0 !o valor 0 é estilo tile e qualquer outro é o estilo default.
if(iestilo == 0) then
  i = clickmenuqq(QWIN$TIIE)
else
  i = SetWSizeQQ( 0, winfo )
end if
!=====

call sleepqq(100)

call intro_graf_2D

return

end subroutine

subroutine intro_graf_2D

use msflib
implicit none
integer nsegmentos, i, icor_linha, iavx, iavy, ierr, i_cont
real x(10002),y(10002) !,deltax,f
character (30) xux,yuy
character (50) tit
logical retlog, result
type (qwinfo) winfo

!estabelecimentos

i = setbkcolorrgb(#ffffff) !cor do fundo de tela: "cinza claro"
                        !(para distinguir a linha de contorno
                        !de seleção do gráfico, que é branca)
                        !cor do fundo de tela: "cinza claro"
call clearscreen($gclearscreen)

ierr = 0
i_cont = 0
open(unit = 14, file = 'Simulado.txt')

do while (ierr == 0)

    i_cont = i_cont + 1

```



```

    read(14, *, iostat = ierr) x(i_cont), y(i_cont)

end do

close(14)

nsegmentos = i_cont - 2

if(nsegmentos <= 1) then
    i = messageboxq ('Informe no mínimo dois dados válidos para a simulação (opções "N" ou
"A")!'c,'Atenção',MB$iconexclamation)
    return
end if

icor_linha = 12      !cor da linha do gráfico
iavx = 210 ! avanço nas coordenadas x (deslocamento de todo o desenho)
iavy = 210 ! avanço nas coordenadas y (deslocamento de todo o desenho)
!origem do sistema de eixos: (100+iavx,280+iavy) <= posição em pixels
xux = 'Tempo' !grandeza "X" e sua unidade
yuy = 'M' !grandeza "Y" e sua unidade
tit = 'Cinética' !título do gráfico

call graf_2D(nsegmentos,x,y,icor_linha,iavx,iavy,xux,yuy,tit)

i = SAVEIMAGE ('Kinetics.bmp', iavx, -90+iavy, 490+iavx, 350+iavy)

return

end subroutine

subroutine graf_2D(nsegmentos,x,y,icor_linha,iavx,iavy,xux,yuy,tit)
!nsegmentos: número de segmentos (de 2 a 500) a serem ligados
!x: valores da variável independente (de 3 a 501)
!y: valores da variável dependente (de 3 a 501)
!icor_linha: cor da linha do gráfico
!iavx: avanço de todo o grafico em x (em pixels)

!iavy: avanço de todo o gráfico em y (em pixels)
!xux: string com informações sobre a grandeza marcada em x => X(Ux)
!yuy: string com informações sobre a grandeza marcada em y => Y(Uy)
!tit: string com o título do gráfico
use dflib
implicit none
type (xycoord) pos
integer nsegmentos, i, icor_linha, i2, ierr, i_cont
integer ixcoord(nsegmentos+1),iycoord(nsegmentos+1),iavx,iavy

```

```

real x(nsegmentos+1),y(nsegmentos+1),ymin,ymax
character (30) xux,yuy,text
real x_exp(1001), y_exp(1001)
character (50) tit
!fontes
i = initializefonts()
i = SETFONT ('t"Arial"h16e')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"times new roman"h17e')
if(i.eq.-1) i = setfont ('t"courier new"h16e')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"Tahoma"h16e')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"CAC FUTURA CASUAL"h16e')

!valores máximo e mínimo de y
ymin = y(1)
ymax = y(1)
do i = 1,nsegmentos+1
  if(y(i) < ymin) ymin = y(i)
  if(y(i) > ymax) ymax = y(i)
end do

ierr = 0
i_cont = 0
open(unit = 14, file = 'Exp.txt')

  do while (ierr == 0)

    i_cont = i_cont + 1
    read(14, *, iostat = ierr) x_exp(i_cont), y_exp(i_cont)

  end do

close(14)

i_cont = i_cont - 1

do i = 1,i_cont
  if(y_exp(i) < ymin) ymin = y_exp(i)
  if(y_exp(i) > ymax) ymax = y_exp(i)
end do

!testa se a função é constante
if( ymax <= ymin) then
  ymin = ymax - 1.0 !isso é apenas para desenhar um máximo e um
    !um mínimo. O valor do mínimo não é relevante.
end if

!comprimento de cada eixo: 260 (y) e 280 (x) pixels. Útil 200 pixels.

```

!origem do sistema de eixos: (100+iavx,280+iavy) <= posição em pixels

!desenho dos eixos.

i = setcolor(0) !eixos de cor preta

call moveto(100+iavx,-80+iavy,pos)

i = lineto(100+iavx,280+iavy) !linha vertical

i = lineto(480+iavx,280+iavy) !linha horizontal

call moveto(99+iavx,-80+iavy,pos)

i = lineto(99+iavx,281+iavy) !reforço na linha vertical (traço duplo)

i = lineto(480+iavx,281+iavy) !reforço na linha horizontal (traço duplo)

call moveto(100+iavx,-80+iavy,pos)

i = lineto(480+iavx,-80+iavy) !linha horizontal (complementa retângulo)

i = lineto(480+iavx,280+iavy) !linha vertical (complementa retângulo)

!pequenos traços representando máximos e mínimos e os seus valores

!x

call moveto(100+iavx,281+iavy,pos)

i = lineto(100+iavx,285+iavy)

write(text,'(e10.4)')x(1) !escreve o valor de x(1) no caractere text

call moveto(65+iavx,292+iavy,pos)

call outgtext(trim(text))

call moveto(400+iavx,281+iavy,pos)

i = lineto(400+iavx,285+iavy)

write(text,'(e10.4)')x(nsegmentos+1) !escreve o valor de x(nsegmentos+1)

call moveto(365+iavx,292+iavy,pos)

call outgtext(trim(text))

call moveto(250+iavx,281+iavy,pos) !define o meio do comprimento útil

i = lineto(250+iavx,285+iavy)

!y

call moveto(99+iavx,280+iavy,pos)

i = lineto(95+iavx,280+iavy)

write(text,'(e10.4)')ymin !escreve o valor de ymin no caractere text

call moveto(17+iavx,272+iavy,pos)

call outgtext(trim(text))

call moveto(99+iavx,-20+iavy,pos)

i = lineto(95+iavx,-20+iavy)

write(text,'(e10.4)')ymax !escreve o valor de ymax no caractere text

call moveto(17+iavx,-28+iavy,pos)

```

call outgtext(trim(text))

call moveto(99+iavx,130+iavy,pos) !define o meio do comprimento útil
i = lineto(95+iavx,130+iavy)
!nomes dos eixos
call moveto(230+iavx,315+iavy,pos) !posiciona para escrever um nome
call outgtext(trim(xux)) !nome e unidade da grandeza no eixo x

CALL SETGTEXTROTATION (900)      !giro de 90° no texto a ser escrito em y
call moveto(40+iavx,140+iavy,pos) !posiciona para escrever um nome
call outgtext(trim(yuy)) !nome e unidade da grandeza no eixo y

CALL SETGTEXTROTATION (0) !retorna para o ângulo zero normal
!call moveto(220+iavx,-45+iavy,pos) !posiciona para escrever um nome
call moveto(260+iavx,-75+iavy,pos) !posiciona para escrever um nome
call outgtext(tit) !título do gráfico

call sleepqq(50)

!Pontos experimentais
!*****
i = setcolor(0) !cor da linha do gráfico

do i = 1, i_cont !loop para traçar a linha
!equação da escala x
ixcoord(i) = 100 + nint(300*(x_exp(i)-x(1))/(x_exp(i_cont)-x(1))) + iavx
!equação da escala y
iycoord(i) = 280 - nint(300*(y_exp(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
call sleepqq(10)
i2 = ELLIPSE($gfillinterior, ixcoord(i)-4, iycoord(i)-4, ixcoord(i)+4,iycoord(i)+4)
end do
!*****

call sleepqq(50)

!linha do gráfico <<== GRÁFICO PROPRIAMENTE DITO
!*****
i = setcolor(icolor_linha) !cor da linha do gráfico

!equação da escala x
ixcoord(1) = 100 + nint(300*(x(1)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx

!equação da escala y
iycoord(1) = 280 - nint(300*(y(1)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
!PS: lembre-se que o "y = 0" para a tela é em cima. Por isso,
! a equação da escala y tem o "280 -".

```

```

call moveto(ixcoord(1),iycoord(1),pos) !posiciona o cursor

do i = 1,nsegmentos + 1 !loop para traçar a linha
  !equação da escala x
  ixcoord(i) = 100 + nint(300*(x(i)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx
  !equação da escala y
  iycoord(i) = 280 - nint(300*(y(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
  i2 = lineto(ixcoord(i),iycoord(i))
end do
!*****

!linha do gráfico <<== GRÁFICO PROPRIAMENTE DITO
!*****
i = setcolor(icolor_linha) !cor da linha do gráfico

!equação da escala x
ixcoord(1) = 100 + nint(300*(x(1)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx

!equação da escala y
iycoord(1) = 281 - nint(300*(y(1)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
!PS: lembre-se que o "y = 0" para a tela é em cima. Por isso,
! a equação da escala y tem o "280 -".

call moveto(ixcoord(1),iycoord(1),pos) !posiciona o cursor

do i = 1,nsegmentos + 1 !loop para traçar a linha
  !equação da escala x
  ixcoord(i) = 100 + nint(300*(x(i)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx
  !equação da escala y
  iycoord(i) = 281 - nint(300*(y(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
  i2 = lineto(ixcoord(i),iycoord(i))
  !call sleepqq(20) !dá a sensação de "animação". Se não quiser, tire!
end do
!*****

!linha do gráfico <<== GRÁFICO PROPRIAMENTE DITO
!*****
i = setcolor(icolor_linha) !cor da linha do gráfico

!equação da escala x
ixcoord(1) = 100 + nint(300*(x(1)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx

!equação da escala y
iycoord(1) = 279 - nint(300*(y(1)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
!PS: lembre-se que o "y = 0" para a tela é em cima. Por isso,
! a equação da escala y tem o "280 -".

```

```

call moveto(ixcoord(1),iycoord(1),pos) !posiciona o cursor

do i = 1,nsegmentos + 1 !loop para traçar a linha
  !equação da escala x
  ixcoord(i) = 100 + nint(300*(x(i)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx
  !equação da escala y
  iycoord(i) = 279 - nint(300*(y(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
  i2 = lineto(ixcoord(i),iycoord(i))
  !call sleepqq(20) !dá a sensação de "animação". Se não quiser, tire!
end do
!*****

!linha do gráfico <=<= GRÁFICO PROPRIAMENTE DITO
!*****
i = setcolor(icolor_linha) !cor da linha do gráfico

!equação da escala x
ixcoord(1) = 101 + nint(300*(x(1)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx

!equação da escala y
iycoord(1) = 280 - nint(300*(y(1)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
!PS: lembre-se que o "y = 0" para a tela é em cima. Por isso,
! a equação da escala y tem o "280 -".

call moveto(ixcoord(1),iycoord(1),pos) !posiciona o cursor

do i = 1,nsegmentos + 1 !loop para traçar a linha
  !equação da escala x
  ixcoord(i) = 101 + nint(300*(x(i)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx
  !equação da escala y
  iycoord(i) = 280 - nint(300*(y(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
  i2 = lineto(ixcoord(i),iycoord(i))
end do
!*****

!linha do gráfico <=<= GRÁFICO PROPRIAMENTE DITO
!*****
i = setcolor(icolor_linha) !cor da linha do gráfico

!equação da escala x
ixcoord(1) = 99 + nint(300*(x(1)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx

!equação da escala y
iycoord(1) = 280 - nint(300*(y(1)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
!PS: lembre-se que o "y = 0" para a tela é em cima. Por isso,
! a equação da escala y tem o "280 -".

```

```

call moveto(ixcoord(1),iycoord(1),pos) !posiciona o cursor

do i = 1,nsegmentos + 1 !loop para traçar a linha
  !equação da escala x
  ixcoord(i) = 99 + nint(300*(x(i)-x(1))/(x(nsegmentos+1)-x(1))) + iavx
  !equação da escala y
  iycoord(i) = 280 - nint(300*(y(i)-ymin)/(ymax-ymin)) + iavy
  i2 = lineto(ixcoord(i),iycoord(i))
  !call sleepqq(20) !dá a sensação de "animação". Se não quiser, tire!
end do
!*****

return
end subroutine

```

B.5. Sub-rotina otimizador

Subroutine Otimizador(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)

implicit none

common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),
y_sim(10000)

double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, hm0, a_rob0, b_rob0, hm_Optimum,
a_rob_Optimum, b_rob_Optimum, &

chi_square, chi_square_min, coef_correla_Optimum, rxy

double precision hm, a_rob, b_rob, Mpi, Meq, delta_t, delta_hm, delta_a_rob, delta_b_rob,
tol, fator

integer i, j, k, n, ierror, n_p_exp, n_p_sim, execute, n_steps, icont_hm, icont_a_rob,
icont_b_rob, icont_geral

integer i_Optimum, j_Optimum, k_Optimum

!Cálculo dos valores simulados

!*****

!call Solver_Infinite_Cylinder_Fast(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)

!*****

!Cálculo do chi-square

!*****

if(n_p_exp < 1) then

```

write(*,*) 'Não tem Dados Experimentais no arquivo Exp.txt'

end if
!*****
!Valores iniciais dos parâmetros
!*****

!hm0 = 2.528d-5      !50 C <== Coeficiente de transferência convectiva de massa
!hm0 = 2.640d-5      !60 C <== Coeficiente de transferência convectiva de massa
hm0 = 2.925d-5      !70 C <== Coeficiente de transferência convectiva de massa

!a_rob0 = 0.610d+00  !50 C <== parametro da difusividade
!a_rob0 = 0.767d+00  !60 C <== parametro da difusividade
a_rob0 = 0.815d+00   !70 C <== parametro da difusividade

!b_rob0 = 1.550d-8   !50 C <== parametro da difusividade
!b_rob0 = 1.910d-8   !60 C <== parametro da difusividade
b_rob0 = 2.835d-8    !70 C <== parametro da difusividade

!fator = 0.0025d+00  !50 C
!fator = 0.008d+00   !60 C
fator = 0.007d+00    !70 C
!*****

!Busca por Chi_Square mínimo (Otimização)
!*****
hm = hm0

a_rob = a_rob0

b_rob = b_rob0

call Solver_Infinite_Cylinder_Fast(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)

call Chi_Sq(chi_square)

chi_square_min = chi_square !Definição de chi_square mínimo (valores iniciais dos
parâmetros)

```



```
write(*,*) 1, 1, 1, chi_square_min

write(*,*) hm, a_rob, b_rob
open (unit = 1, file = 'Optimum.txt')

write(1,*) ''

write(1,*) 'fator = ', fator

write(1,*) ''

write(1,*)
'*****

write(1,*) 'hm0 = ', hm0

write(1,*) ''

write(1,*) 'a_rob0 = ', a_rob0

write(1,*) ''

write(1,*) 'b_rob0 = ', b_rob0

write(1,*) ''

write(1,*) 'Initial:', 1, 1, 1, chi_square_min

write(1,*)
'*****

do i = 1, 5 !Variação de hm

  if(i == 1) then

    hm = hm0

  else

    hm = hm + hm0 * fator

  end if

do j = 1, 5 !Variação de a_rob

  if(j == 1) then
```

```
a_rob = a_rob0

    else
a_rob = a_rob + a_rob0 * fator

    end if

do k = 1, 5 !Variação de b_rob

    if(k == 1) then

b_rob = b_rob0

    else

        b_rob = b_rob + b_rob0 * fator

    end if

    call Solver_Infinite_Cylinder_Fast(hm, a_rob, b_rob, n, MPI, Meq, delta_t, n_steps)

call Chi_Sq(chi_square)

    if(chi_square < chi_square_min) then

chi_square_min = chi_square

        i_Optimum = i

        j_Optimum = j

        k_Optimum = k

        hm_Optimum = hm

        a_rob_Optimum = a_rob

        b_rob_Optimum = b_rob

call coef_correla(rxy)

        coef_correla_Optimum = rxy**2

        write(*,*) i, j, k, chi_square_min

        write(*,*) hm, a_rob, b_rob
```

```

        end if

        end do
    end do

end do

write(1,*) ''

write(1,*)
*****

write(1,*) 'hm_optimum =', hm_Optimum

write(1,*) ''

write(1,*) 'a_rob_Optimum =', a_rob_Optimum

write(1,*) ''

write(1,*) 'b_rob_Optimum =', b_rob_Optimum

write(1,*) ''

write(1,*) 'Optimum:', i_Optimum, j_Optimum, k_Optimum, chi_square_min

write(1,*) ''

write(1,*) 'Coef. Determinação: R2 = ', coef_correla_Optimum

write(1,*)
*****

close(1)
!*****

return

end subroutine

```

B.6. Sub-rotina solução para o cilindro infinito (transferência de umidade)

Subroutine Solver_Infinite_Cylinder(hm, a_rob, b_rob, n, MPI, Meq, delta_t, n_steps)

```
implicit none
```

```
!Alocação de memória
!*****
common /solver/ Mp, Aw, Ap, Ae, B

double precision Mp(1000), Aw(1000), Ap(1000), Ae(1000), B(1000)

doubleprecision D(1000), Dw(1000), De(1000)

double precision R, rp, re, rw, hm, a_rob, b_rob, Mpi, Meq, delta_r, delta_t, t, M_med,
Soma1, Soma2

integer n, n_steps, i, j

common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),
y_sim(10000)

double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, chi_square

integer ierror, init, n_p_exp, n_p_sim
!*****

!Equivalência entre variáveis
!*****
n_p_sim = n_steps + 1

x_sim(1) = 0.0d+00

y_sim(1) = Mpi
!*****

!Teor de umidade inicial em cada volume de controle
!*****
do i = 1, n

    Mp(i) = Mpi

end do

!Distribuição de umidade
!*****
open(unit = 5, file = 'RADIAL0.TXT')

do i = 1, n

    write(5,*) Mp(i)
```

```
end do

close(5)
!*****

!Abertura de arquivos para os resultados
open(unit = 1, File = 'Results.txt')
open(unit = 2, File = 'Simulado.txt')
open(unit = 3, File = 'Massa.txt')

t = 0.0d+00

write(1,*) ''
write(1,*) ''
write(1,*) 'Instante: ', t
write(1,*) ''
write(1,*) (Mp(i), i = 1, n)
write(2,*) t, MPI
write(3,*) 1
write(3,*) ''
write(3,*) (Mp(i), i = 1, n)
write(3,*) ''
write(3,*) MPI
!*****

!Teor de umidade inicial médio
!*****
M_med = MPI
!*****

!Estepes de tempo
!*****
do j = 1, n_steps

!Parâmetros dependentes do teor de umidade médio e local
!*****
```

```

!INFORMAÇÃO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!R = 0.01490d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 50 C: Raio
do cilindro infinito
!R = 0.01475d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 60 C: Raio
do cilindro infinito
!R = 0.01530d+00 * (0.1160 + 0.3016 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 70 C: Raio
do cilindro infinito
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

delta_r = R / dfloat(n)                !<== Espessura de um volume de controle

do i = 1, n

!INFORMAÇÃO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
D(i) = b_rob * dexp(a_rob * Mp(i))      !<== Difusividade efetiva de massa
no ponto nodal
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

end do

Dw(1) = D(1)

do i = 2, n

Dw(i) = 2.0d+00 * D(i-1) * D(i) / (D(i-1) + D(i)) !<== Difusividade efetiva de massa a
oeste

end do

De(n) = D(n)

do i = 1, n - 1

De(i) = 2.0d+00 * D(i) * D(i+1) / (D(i) + D(i+1)) !<== Difusividade efetiva de massa a
leste

end do

!*****

!Volume de controle 1, no centro do cilindro

```

```
!*****
```

$$rp = \text{delta}_r / 2d+00$$

$$re = \text{delta}_r$$

$$Aw(1) = 0.0d+00$$

$$Ap(1) = rp * \text{delta}_r / \text{delta}_t + re * De(1) / \text{delta}_r$$

$$Ae(1) = -re * De(1) / \text{delta}_r$$

```
!*****
```

```
!Volumes de controle internos
```

```
!*****
```

```
do i = 2, n - 1
```

$$rw = \text{delta}_r * (i-1)$$

$$rp = \text{delta}_r * (i-1) + \text{delta}_r / 2.0d+00$$

$$re = \text{delta}_r * i$$

$$Aw(i) = -rw * Dw(i) / \text{delta}_r$$

$$Ap(i) = rp * \text{delta}_r / \text{delta}_t + re * De(i) / \text{delta}_r + rw * Dw(i) / \text{delta}_r$$

$$Ae(i) = -re * De(i) / \text{delta}_r$$

```
end do
```

```
!*****
```

```
!Volume de controle N, na superfície do cilindro
```

```
!*****
```

$$rp = \text{delta}_r * (n-1) + \text{delta}_r / 2.0d+00$$

$$re = R$$

$$rw = \text{delta}_r * (n-1)$$

$$Ap(n) = rp * \text{delta}_r / \text{delta}_t + re * De(n) / (\text{De}(n) / \text{hm} + \text{delta}_r / 2.0d+00) + rw * Dw(n) / \text{delta}_r$$

$$Aw(n) = -rw * Dw(n) / \text{delta}_r$$

```

Ae(n) = 0.0d+00
!*****

!Coeficientes B's
!*****
rp = delta_r / 2.0d+00

B(1)= rp * delta_r * Mp(1) / delta_t

do i = 2, n - 1

    rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00

    B(i) = rp * delta_r * Mp(i) / delta_t

end do

rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

B(n) = rp * delta_r * Mp(n) / delta_t + re * De(n) * Meq / (De(n) / hm + delta_r / 2.0d+00)
!*****

!Cálculo do teor de umidade em cada volume de controle no fim do intervalo de tempo
!*****
call tdma(n)
!*****

t = delta_t * j

write(1,*) ''

write(1,*) ''

write(1,*) 'Instante: ', t

write(1,*) ''

write(1,*) (Mp(i), i = 1, n)

write(3,*) ''

write(3,*) ''

```



```
write(3,*) j + 1

write(3,*) ''

write(3,*) (Mp(i), i = 1, n)

!Cálculo do teor de umidade médio no fim do intervalo de tempo
!*****
Soma1 = 0.0d+00

Soma2 = 0.0d+00

do i = 1, n

    Soma1 = Soma1 + Mp(i) * (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)
    Soma2 = soma2 + (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)

end do

M_med = Soma1 / Soma2

x_sim(j+1) = delta_t * j

y_sim(j+1) = M_med

write(2,*) x_sim(j+1), y_sim(j+1)

write(3,*) ''

write(3,*) M_med
!*****

!Distribuição de umidade
!*****
if(j == 100) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL1.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Mp(i)

    end do
```

```
close(5)

end if
!*****

!Distribuição de umidade
!*****
if(j == 200) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL2.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Mp(i)

    end do

    close(5)

end if
!*****

!Distribuição de umidade
!*****
if(j == 350) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL3.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Mp(i)

    end do

    close(5)

end if
!*****

!Distribuição de umidade
!*****
if(j == 500) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL4.TXT')
```

```
do i = 1, n
  write(5,*) Mp(i)
end do

close(5)

end if
!*****

!Distribuição de umidade
!*****
if(j == 750) then

  open(unit = 5, file = 'RADIAL5.TXT')

  do i = 1, n

    write(5,*) Mp(i)

  end do

  close(5)

end if
!*****

end do
!*****

close(1)

close(2)

!Distribuição de umidade
!*****
open(unit = 5, file = 'RADIAL6.TXT')

do i = 1, n

  write(5,*) Mp(i)
```

```

end do

close(5)
!*****

return

end subroutine

```

B.7. Sub-rotina solução rápida para o cilindro infinito (transferência de umidade)

Subroutine Solver_Infinite_Cylinder_Fast(hm, a_rob, b_rob, n, Mpi, Meq, delta_t, n_steps)

```

implicit none

!Alocação de memória
!*****
common /solver/ Mp, Aw, Ap, Ae, B

double precision Mp(1000), Aw(1000), Ap(1000), Ae(1000), B(1000)

doubleprecision D(1000), Dw(1000), De(1000)

double precision R, rp, re, rw, hm, a_rob, b_rob, Mpi, Meq, delta_r, delta_t, t, M_med,
Soma1, Soma2

integer n, n_steps, i, j

common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),
y_sim(10000)

double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, chi_square

integer ierror, init, n_p_exp, n_p_sim
!*****

!Equivalência entre variáveis
!*****
n_p_sim = n_steps + 1

x_sim(1) = 0.0d+00

```

```

y_sim(1) = Mpi
!*****
!Teor de umidade inicial em cada volume de controle
!*****
do i = 1, n

    Mp(i) = Mpi

end do

!Teor de umidade inicial médio
!*****
M_med = Mpi
!*****

!Estepes de tempo
!*****
do j = 1, n_steps

    !Parâmetros dependentes do teor de umidade médio e local
    !*****
    !INFORMAÇÃO
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
    !R = 0.01490d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 50 C: Raio
do cilindro infinito
    !R = 0.01475d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 60 C: Raio
do cilindro infinito
    R = 0.01530d+00 * (0.1160 + 0.3016 * M_med) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 70 C: Raio
do cilindro infinito
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

    delta_r = R / dfloat(n)                !<== Espessura de um volume de controle

do i = 1, n

    !INFORMAÇÃO
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
    D(i) = b_rob * dexp(a_rob * Mp(i))      !<== Difusividade efetiva de massa
no ponto nodal
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

end do

```

$$Dw(1) = D(1)$$

do i = 2, n

$$Dw(i) = 2.0d+00 * D(i-1) * D(i) / (D(i-1) + D(i)) \quad !<== \text{Difusividade efetiva de massa a oeste}$$

end do

$$De(n) = D(n)$$

do i = 1, n - 1

$$De(i) = 2.0d+00 * D(i) * D(i+1) / (D(i) + D(i+1)) \quad !<== \text{Difusividade efetiva de massa a leste}$$

end do

!*****

!Volume de controle 1, no centro do cilindro

!*****

$$rp = \text{delta}_r / 2d+00$$

$$re = \text{delta}_r$$

$$Aw(1) = 0.0d+00$$

$$Ap(1) = rp * \text{delta}_r / \text{delta}_t + re * De(1) / \text{delta}_r$$

$$Ae(1) = -re * De(1) / \text{delta}_r$$

!*****

!Volumes de controle internos

!*****

do i = 2, n - 1

$$rw = \text{delta}_r * (i-1)$$

$$rp = \text{delta}_r * (i-1) + \text{delta}_r / 2.0d+00$$

$$re = \text{delta}_r * i$$

$$Aw(i) = -rw * Dw(i) / \text{delta}_r$$

```

Ap(i) = rp * delta_r / delta_t + re * De(i) / delta_r + rw * Dw(i) / delta_r

Ae(i) = -re * De(i) / delta_r

end do
!*****

!Volume de controle N, na superfície do cilindro
!*****
rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

rw = delta_r * (n-1)

Ap(n) = rp * delta_r / delta_t + re * De(n) / (De(n) / hm + delta_r / 2.0d+00) + rw * Dw(n) /
delta_r

Aw(n) = -rw * Dw(n) / delta_r

Ae(n) = 0.0d+00
!*****

!Coeficientes B's
!*****
rp = delta_r / 2.0d+00

B(1)= rp * delta_r * Mp(1) / delta_t

do i = 2, n - 1

    rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00

    B(i) = rp * delta_r * Mp(i) / delta_t

end do

rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

B(n) = rp * delta_r * Mp(n) / delta_t + re * De(n) * Meq / (De(n) / hm + delta_r / 2.0d+00)

```

```

!*****

!Cálculo do teor de umidade em cada volume de controle no fim do intervalo de tempo
!*****
call tdma(n)
!*****

t = delta_t * j

!Cálculo do teor de umidade médio no fim do intervalo de tempo
!*****
Soma1 = 0.0d+00

Soma2 = 0.0d+00

do i = 1, n

    Soma1 = Soma1 + Mp(i) * (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)
    Soma2 = soma2 + (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)

end do

M_med = Soma1 / Soma2

x_sim(j+1) = delta_t * j

y_sim(j+1) = M_med
!*****

end do
!*****

return

end subroutine

```

B.8. Sub-rotina TDMA

```

subroutine TDMA(n)

implicit none

```


integer n, k, i

common /solver/ Mp, Aw, Ap, Ae, B

double precision Mp(1000), Aw(1000), Ap(1000), Ae(1000), B(1000)

doubleprecision p, q

dimension p(1000), q(1000)

$p(1) = Ae(1) / Ap(1)$

$q(1) = B(1) / Ap(1)$

do i = 2, n

$p(i) = Ae(i) / (Ap(i) - Aw(i) * p(i-1))$

$q(i) = (B(i) - Aw(i) * q(i-1)) / (Ap(i) - Aw(i) * p(i-1))$

end do

$Mp(n) = q(n)$

do i = n - 1, 1, -1

$Mp(i) = q(i) - p(i) * Mp(i+1)$

end do

return

end subroutine

APÊNDICE C – SOFTWARE DESENVOLVIDO

(Transferência de calor)

A estrutura do programa desenvolvido para a transferência de calor é similar ao programa para a transferência de umidade, apresentado no Apêndice B, exceto as rotinas “solver” e “solver fast”, itens B.6 e B.7, que devem ser substituídas pelas sub-rotinas C.1 e C.2, apresentadas a seguir.

C.1. Sub-rotina solução do cilindro infinito (transferência de calor)

```
Subroutine Solver_Infinite_Cylinder(hm, a_rob, b_rob, n, Tpi, Teq, delta_t, n_steps)
```

```
implicit none
```

```
!Alocação de memória
```

```
!*****
```

```
common /solver/ Tp, Aw, Ap, Ae, B
```

```
double precision Tp(1000), Aw(1000), Ap(1000), Ae(1000), B(1000)
```

```
doubleprecision D(1000), Dw(1000), De(1000)
```

```

double precision R, rp, re, rw, hm, a_rob, b_rob, Tpi, Teq, delta_r, delta_t, t

integer n, n_steps, i, j

common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),
y_sim(10000)

double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, chi_square

common /massa/ Massa(1000,10001), M_med(10001), Massa_seca

double precision Massa, M_med, Massa_seca

common /temp/ Rho_0, Rho_1, Cp_0, Cp_1, hfg, dm_dt, A_s, Cv, comprimento

double precision Rho_0, Rho_1, Cp_0, Cp_1, hfg, dm_dt, A_s, Cv, comprimento

double precision M_bu, Fator1, Fator2, T_med, Soma1, Soma2

integer ierror, init, n_p_exp, n_p_sim
!*****

!Equivalência entre variáveis
!*****
n_p_sim = n_steps + 1

x_sim(1) = 0.0d+00

y_sim(1) = Tpi
!*****

!Temperatura inicial em cada volume de controle
!*****
do i = 1, n

    Tp(i) = Tpi

end do

!Distribuição de temperatura
!*****
open(unit = 5, file = 'RADIAL0.TXT')

do i = 1, n

    write(5,*) Tp(i)

```

```

end do

close(5)
!*****

!Abertura de arquivos para os resultados
open(unit = 1, File = 'Results.txt')
open(unit = 2, File = 'Simulado.txt')

t = 0.0d+00

write(1,*) ''

write(1,*) ''

write(1,*) 'Instante: ', t

write(1,*) ''

write(1,*) (Tp(i), i = 1, n)

write(2,*) t, Tp(1)
!*****

!Estapes de tempo
!*****
do j = 1, n_steps

!Parâmetros dependentes do teor de umidade médio e local
!*****
!INFORMAÇÃO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!R = 0.01490d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 50 C:
Raio do cilindro infinito
!R = 0.01475d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 60 C:
Raio do cilindro infinito
R = 0.01530d+00 * (0.1160 + 0.3016 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 70 C: Raio
do cilindro infinito

!comprimento = 0.141d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<==
50 C: Comprimento do cilindro infinito
!comprimento = 0.143d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<==
60 C: Comprimento do cilindro infinito

```



```

Ae(1) = -re * De(1) / delta_r
!*****

!Volumes de controle internos
!*****
do i = 2, n - 1

    rw = delta_r * (i-1)

    rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00

    re = delta_r * i

    Aw(i) = -rw * Dw(i) / delta_r

    Ap(i) = rp * delta_r / delta_t + re * De(i) / delta_r + rw * Dw(i) / delta_r

    Ae(i) = -re * De(i) / delta_r

end do
!*****

!Volume de controle N, na superfície do cilindro
!*****
rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

rw = delta_r * (n-1)

dm_dt = (M_med(j+1) - M_med(j)) * massa_seca / delta_t

Rho_1 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(n,j+1)) !Densidade, mas a unidade é
simplificada

M_bu = Massa(n,j+1) / (1.0d+00 + Massa(n,j+1))

Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu

A_s = 2.0d+00 * 3.141592653589793238d+00 * R * comprimento

Fator1 = dm_dt * Cv / (Rho_1 * Cp_1 * A_s)

hfg = 2532.0d+03 * Massa(n,j) ** (-1.793d-02 - 3.972d-04 * Tp(n)) - 2691.0d+00 * Tp(n)

```

$$\text{Fator2} = \text{hfg} * \text{dm_dt} / (\text{Rho_1} * \text{Cp_1} * \text{A_s})$$

$$\text{Ap}(n) = \text{rp} * \text{delta_r} / \text{delta_t} + \text{re} * \text{De}(n) * (\text{hm} - \text{Fator1}) / (\text{De}(n) + (\text{hm} - \text{Fator1}) * \text{delta_r} / 2.0\text{d}+00) + \text{rw} * \text{Dw}(n) / \text{delta_r}$$

$$\text{Aw}(n) = -\text{rw} * \text{Dw}(n) / \text{delta_r}$$

$$\text{Ae}(n) = 0.0\text{d}+00$$

!*****

!Coeficientes B's

!*****

Rho_0 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(1,j)) !Densidade em g/cm3, mas a unidade é simplificada

$$\text{M_bu} = \text{Massa}(1,j) / (1.0\text{d}+00 + \text{Massa}(1,j))$$

$$\text{Cp}_0 = 1381.0\text{d}+00 + 2930.0\text{d}+00 * \text{M_bu}$$

Rho_1 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(1,j+1)) !Densidade em g/cm3, mas a unidade é simplificada

$$\text{M_bu} = \text{Massa}(1,j+1) / (1.0\text{d}+00 + \text{Massa}(1,j+1))$$

$$\text{Cp}_1 = 1381.0\text{d}+00 + 2930.0\text{d}+00 * \text{M_bu}$$

$$\text{rp} = \text{delta_r} / 2.0\text{d}+00$$

$$\text{B}(1) = \text{rp} * \text{delta_r} * \text{Rho}_0 * \text{Cp}_0 * \text{Tp}(1) / (\text{Rho}_1 * \text{Cp}_1 * \text{delta_t})$$

do i = 2, n - 1

Rho_0 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704 * Massa(i,j)) !Densidade em g/cm3, mas a unidade é simplificada

$$\text{M_bu} = \text{Massa}(i,j) / (1.0\text{d}+00 + \text{Massa}(i,j))$$

$$\text{Cp}_0 = 1381.0\text{d}+00 + 2930.0\text{d}+00 * \text{M_bu}$$

Rho_1 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(i,j+1)) !Densidade em g/cm3, mas a unidade é simplificada

$$\text{M_bu} = \text{Massa}(i,j+1) / (1.0\text{d}+00 + \text{Massa}(i,j+1))$$

$$\text{Cp}_1 = 1381.0\text{d}+00 + 2930.0\text{d}+00 * \text{M_bu}$$

```

rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00

B(i) = rp * delta_r * Rho_0 * Cp_0 * Tp(i) / (Rho_1 * Cp_1 * delta_t)

end do

Rho_0 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(n,j)) !Densidade em g/cm3, mas a
unidade é simplificada

M_bu = Massa(n,j) / (1.0d+00 + Massa(n,j))

Cp_0 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu

Rho_1 = 1533.0d+00 * exp(-0.1704d+00 * Massa(n,j+1)) !Densidade em g/cm3, mas a
unidade é simplificada

M_bu = Massa(n,j+1) / (1.0d+00 + Massa(n,j+1))

Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu

rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

B(n) = rp * delta_r * Rho_0 * Cp_0 * Tp(n) / (Rho_1 * Cp_1 * delta_t) + re * De(n) * (hm
- Fator1) * Teq / (De(n) + (hm - Fator1) * delta_r / 2.0d+00) + re * De(n) * Fator2 / (De(n) +
(hm - Fator1) * delta_r / 2.0d+00)
!*****

!Cálculo do teor de umidade em cada volume de controle no fim do intervalo de tempo
!*****
call tdma(n)
!*****

t = delta_t * j

write(1,*) ''

write(1,*) ''

write(1,*) 'Instante: ', t

write(1,*) ''

```



```

write(1,*) (Tp(i), i = 1, n)

write(2,*) t, Tp(1)

!Cálculo da temperatura média no fim do intervalo de tempo
!*****
Soma1 = 0.0d+00

Soma2 = 0.0d+00

do i = 1, n

    Soma1 = Soma1 + Tp(i) * (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)
    Soma2 = soma2 + (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)

end do

T_med = Soma1 / Soma2

x_sim(j+1) = delta_t * j

y_sim(j+1) = Tp(1)
!*****

!Distribuição de temperatura
!*****
if(j == 100) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL1.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Tp(i)

    end do

    close(5)

end if
!*****

!Distribuição de temperatura
!*****
if(j == 200) then

```

```
open(unit = 5, file = 'RADIAL2.TXT')

do i = 1, n

    write(5,*) Tp(i)

end do

close(5)

end if
!*****

!Distribuição de temperatura
!*****
if(j == 350) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL3.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Tp(i)

    end do

    close(5)

end if
!*****

!Distribuição de temperatura
!*****
if(j == 500) then

    open(unit = 5, file = 'RADIAL4.TXT')

    do i = 1, n

        write(5,*) Tp(i)

    end do

    close(5)
```

```
end if
!*****

!Distribuição de temperatura
!*****
if(j == 750) then

  open(unit = 5, file = 'RADIAL5.TXT')

  do i = 1, n

    write(5,*) Tp(i)

  end do

  close(5)

end if
!*****

end do
!*****

close(1)

close(2)

!Distribuição de temperatura
!*****
open(unit = 5, file = 'RADIAL6.TXT')

do i = 1, n

  write(5,*) Tp(i)

end do

close(5)
!*****

return

end subroutine
```

C.2. Sub-rotina solução rápida para o cilindro infinito (transferência de calor)

Subroutine Solver_Infinite_Cylinder_Fast(hm, a_rob, b_rob, n, Tpi, Teq, delta_t, n_steps)

implicit none

!Alocação de memória

!*****

common /solver/ Tp, Aw, Ap, Ae, B

double precision Tp(1000), Aw(1000), Ap(1000), Ae(1000), B(1000)

doubleprecision D(1000), Dw(1000), De(1000)

double precision R, rp, re, rw, hm, a_rob, b_rob, Tpi, Teq, delta_r, delta_t, t

integer n, n_steps, i, j

common /chi_square/ n_p_exp, n_p_sim, x_exp(500), y_exp(500), x_sim(10000),
y_sim(10000)

double precision x_exp, y_exp, x_sim, y_sim, chi_square

common /massa/ Massa(1000,10001), M_med(10001), Massa_seca

double precision Massa, M_med, Massa_seca

common /temp/ Rho_0, Rho_1, Cp_0, Cp_1, hfg, dm_dt, A_s, Cv, comprimento

double precision Rho_0, Rho_1, Cp_0, Cp_1, hfg, dm_dt, A_s, Cv, comprimento

double precision M_bu, Fator1, Fator2, T_med, Soma1, Soma2

integer ierror, init, n_p_exp, n_p_sim

!*****

!Equivalência entre variáveis

!*****

n_p_sim = n_steps + 1

x_sim(1) = 0.0d+00

y_sim(1) = Tpi

!*****

```

!Temperatura inicial em cada volume de controle
!*****
do i = 1, n

    Tp(i) = Tpi

end do

!Estepes de tempo
!*****
do j = 1, n_steps

    !Parâmetros dependentes do teor de umidade médio e local
    !*****
    !INFORMAÇÃO
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
    !R = 0.01490d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 50 C:
    Raio do cilindro infinito
    !R = 0.01475d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 60 C:
    Raio do cilindro infinito
    R = 0.01530d+00 * (0.1160 + 0.3016 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<== 70 C: Raio
    do cilindro infinito

    !comprimento = 0.141d+00 * (0.1576 + 0.2500 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<==
    50 C: Comprimento do cilindro infinito
    !comprimento = 0.143d+00 * (0.1123 + 0.2821 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<==
    60 C: Comprimento do cilindro infinito
    comprimento = 0.165d+00 * (0.1160 + 0.3016 * M_med(j)) ** (1.0d+00 / 3.0d+00) !<==
    70 C: Comprimento do cilindro infinito
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

    delta_r = R / dfloat(n)                !<== Espessura de um volume de controle

do i = 1, n

    !INFORMAÇÃO
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
    D(i) = b_rob * dexp(a_rob * M_med(j) ** 2) !<== Difusividade efetiva de calor
    !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

end do

Dw(1) = D(1)

do i = 2, n

```

```

    Dw(i) = 2.0d+00 * D(i-1) * D(i) / (D(i-1) + D(i))    !<== Difusividade efetiva de massa a
oeste

```

```

end do

```

```

De(n) = D(n)

```

```

do i = 1, n - 1

```

```

    De(i) = 2.0d+00 * D(i) * D(i+1) / (D(i) + D(i+1))    !<== Difusividade efetiva de massa a
leste

```

```

end do

```

```

!*****

```

```

!Volume de controle 1, no centro do cilindro

```

```

!*****

```

```

rp = delta_r / 2d+00

```

```

re = delta_r

```

```

Aw(1) = 0.0d+00

```

```

Ap(1) = rp * delta_r / delta_t + re * De(1) / delta_r

```

```

Ae(1) = -re * De(1) / delta_r

```

```

!*****

```

```

!Volumes de controle internos

```

```

!*****

```

```

do i = 2, n - 1

```

```

    rw = delta_r * (i-1)

```

```

    rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00

```

```

    re = delta_r * i

```

```

    Aw(i) = -rw * Dw(i) / delta_r

```

```

    Ap(i) = rp * delta_r / delta_t + re * De(i) / delta_r + rw * Dw(i) / delta_r

```

```

    Ae(i) = -re * De(i) / delta_r

```

```

end do
!*****

!Volume de controle N, na superfície do cilindro
!*****
rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

rw = delta_r * (n-1)

dm_dt = (M_med(j+1) - M_med(j)) * massa_seca / delta_t

Rho_1 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(n,j+1)) !Densidade, mas a unidade é
simplificada

M_bu = Massa(n,j+1) / (1.0d+00 + Massa(n,j+1))

Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu

A_s = 2.0d+00 * 3.141592653589793238d+00 * R * comprimento

Fator1 = dm_dt * Cv / (Rho_1 * Cp_1 * A_s)

hfg = 2532.0d+03 * Massa(n,j) ** (-1.793d-02 - 3.972d-04 * Tp(n)) - 2691.0d+00 * Tp(n)

Fator2 = hfg * dm_dt / (Rho_1 * Cp_1 * A_s)

Ap(n) = rp * delta_r / delta_t + re * De(n) * (hm - Fator1) / (De(n) + (hm - Fator1) * delta_r
/ 2.0d+00) + rw * Dw(n) / delta_r

Aw(n) = -rw * Dw(n) / delta_r

Ae(n) = 0.0d+00
!*****

!Coeficientes B's
!*****
Rho_0 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(1,j)) !Densidade, mas a unidade é
simplificada

M_bu = Massa(1,j) / (1.0d+00 + Massa(1,j))

Cp_0 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu

```

$Rho_1 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(1,j+1))$!Densidade, mas a unidade é simplificada

$$M_bu = Massa(1,j+1) / (1.0d+00 + Massa(1,j+1))$$

$$Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu$$

$$rp = delta_r / 2.0d+00$$

$$B(1) = rp * delta_r * Rho_0 * Cp_0 * Tp(1) / (Rho_1 * Cp_1 * delta_t)$$

do i = 2, n - 1

$Rho_0 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(i,j))$!Densidade, mas a unidade é simplificada

$$M_bu = Massa(i,j) / (1.0d+00 + Massa(i,j))$$

$$Cp_0 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu$$

$Rho_1 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(i,j+1))$!Densidade, mas a unidade é simplificada

$$M_bu = Massa(i,j+1) / (1.0d+00 + Massa(i,j+1))$$

$$Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu$$

$$rp = delta_r * (i-1) + delta_r / 2.0d+00$$

$$B(i) = rp * delta_r * Rho_0 * Cp_0 * Tp(i) / (Rho_1 * Cp_1 * delta_t)$$

end do

$Rho_0 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(n,j))$!Densidade, mas a unidade é simplificada

$$M_bu = Massa(n,j) / (1.0d+00 + Massa(n,j))$$

$$Cp_0 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu$$

$Rho_1 = 1533.0d+00 * dexp(-0.1704d+00 * Massa(n,j+1))$!Densidade em g/cm³, mas a unidade é simplificada

$$M_bu = Massa(n,j+1) / (1.0d+00 + Massa(n,j+1))$$

$$Cp_1 = 1381.0d+00 + 2930.0d+00 * M_bu$$


```

rp = delta_r * (n-1) + delta_r / 2.0d+00

re = R

B(n) = rp * delta_r * Rho_0 * Cp_0 * Tp(n) / (Rho_1 * Cp_1 * delta_t) + re * De(n) * (hm
- Fator1) * Teq / (De(n) + (hm - Fator1) * delta_r / 2.0d+00) + re * De(n) * Fator2 / (De(n) +
(hm - Fator1) * delta_r / 2.0d+00)
!*****

!Cálculo do teor de umidade em cada volume de controle no fim do intervalo de tempo
!*****
call tdma(n)
!*****

t = delta_t * j

!Cálculo da temperatura média no fim do intervalo de tempo
!*****
Soma1 = 0.0d+00

Soma2 = 0.0d+00

do i = 1, n

    Soma1 = Soma1 + Tp(i) * (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)
    Soma2 = Soma2 + (delta_r * (i - 1) + delta_r / 2.0d+00)

end do

T_med = Soma1 / Soma2

x_sim(j+1) = delta_t * j

y_sim(j+1) = Tp(1) !T_med

! write(2,*) x_sim(j+1), y_sim(j+1)
!*****

end do
!*****

return

end subroutine

```