

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
CENTRO DE TECNOLOGIA E RECURSOS NATURAIS  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: CONSTRUÇÕES RURAIS E AMBIÊNCIA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS PRESSÕES EXERCIDAS PELOS GRÃOS NAS  
PAREDES DOS SILOS VERTICAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS**

DOUTORANDA: CÁSSIA MENDONÇA DOS ANJOS

ORIENTADOR: PROF. D.Sc JOSÉ WALLACE BARBOSA DO NASCIMENTO

Campina Grande, julho de 2018

TESE DE DOUTORADO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS PRESSÕES EXERCIDAS PELOS GRÃOS NAS  
PAREDES DOS SILOS VERTICAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS**

Tese apresentada no Programa de Pós-graduação em Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) como requisito para obtenção do título de Doutora em Engenharia Agrícola na área de concentração em Construções Rurais e Ambiente.

Doutoranda: Cássia Mendonça dos Anjos

Orientador: Prof. Dr. José Wallace B. do Nascimento

Campina Grande - PB

Julho – 2018

A599s

Anjos, Cássia Mendonça dos.

Simulação numérica das pressões exercidas pelos grãos nas paredes dos silos verticais pelo método dos elementos finitos / Cássia Mendonça dos Anjos. – Campina Grande, 2018.

133 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Tecnologia e Recursos Naturais, 2018.

"Orientação: Prof. Dr. José Wallace Barbosa do Nascimento".

Referências.

1. Silos – Análise Estrutural. 2. Construções Rurais – Silos. 3. Grãos – Simulação Numérica – Elementos Finitos. 4. Silos Verticais. I. Nascimento, José Wallace Barbosa do. II. Título.

CDU 631.24(043)




PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA TESE


CÁSSIA MENDONÇA DOS ANJOS

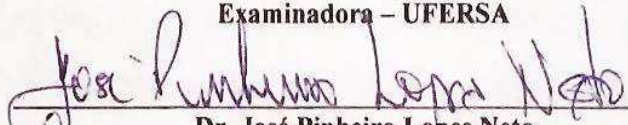
“SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS PRESSÕES EXERCIDAS PELOS GRÃOS NAS  
PAREDES DOS SILOS VERTICAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS”

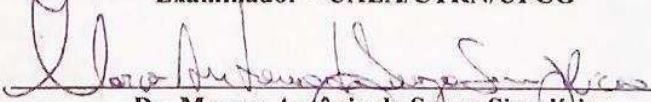
APROVADO(A): 27 de agosto de 2018


BANCA EXAMINADORA

  
Dr. José Wallace Barbosa do Nascimento  
Orientador – UAEA/CTRN/UFCG

  
Dra. Marcilene Vieira da Nóbrega  
Examinadora – UFERSA

  
Dr. José Pinheiro Lopes Neto  
Examinador – UAEA/CTRN/UFCG

  
Dr. Marcos Antônio de Souza Simplício  
Examinador – UAEC/CTRN/UFCG

  
Dr. Francisco Carlos Gomes  
Examinador - DEA/UFLA

  
Dr. Carlos Minor Tomiyoshi  
Examinador – UAEA/CTRN/UFCG

**A minha filha Clarisse, minha maior  
força e incentivo.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter me dado todas as condições e oportunidades para eu desenvolver meu trabalho.

À minha família, que acompanhou e torceu pelo meu sucesso.

Ao meu marido João, que além do apoio sempre discutia as questões técnicas e auxiliava na análise estrutural.

Ao meu orientador professor Dr. José Wallace Barbosa do Nascimento, que sempre escutou minhas sugestões, ajudou a criar um grupo de estudo de elementos finitos, forneceu todo material possível e esteve à disposição em qualquer momento.

À Universidade Federal de Campina Grande e à pós-graduação em Engenharia Agrícola, pelo apoio à pesquisa.

Ao CNPQ, pela concessão da bolsa de doutorado.

Aos colegas de estudo Lucius, Fabrício e, especialmente, Hygor, que foram fundamentais em desvendar os aspectos da simulação computacional no ansys,

## **SUMÁRIO**

LISTA DE FIGURAS	I
LISTA DE TABELAS	IV
LISTA DE QUADROS	V
LISTA DE SÍMBOLOS	VI
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	VII
RESUMO	VIII
ABSTRACT	IX

### **CAPÍTULO 1** 1

1.1 Introdução	1
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivo geral	3
1.2.2 Objetivos específicos	3
1.3 Hipóteses	3

### **CAPÍTULO 2** 4

#### **DEFINIÇÕES E CONCEITOS DE SILOS**

2.1 Definição e classificações	4
2.2 Fluxo	8
2.3 Propriedades físicas dos produtos armazenados	11
2.4 Cargas sobre o silo e pressões	12
2.4.1 Solicitações	12
2.4.2 Teoria de Janssen para o cálculo de pressões	13
2.4.3 Flambagem	17
2.5 Normas para o projeto de silos	20

### **CAPÍTULO 3** 30

#### **ANÁLISE ESTRUTURAL**

3.1 Tipos de análise estrutural	30
3.2 Métodos de análise e normas	33
3.2.1 Métodos P- $\Delta$ e P- $\Delta$ - $\delta$	33
3.2.2 Análise elástica direta de segunda ordem (SODEA) e análise plástica direta de segunda ordem (SODPA)	35
3.2.3 Norma brasileira de estrutura metálica: NBR 8800	36
3.2.4 Norma europeia: Eurocode 1993-1-6	37
3.2.4.1 Teoria da membrana para silos	40
3.3 Imperfeições geométricas e de material	45
3.4 Critérios de ruptura	48
3.4.1 Mohr-Coulomb	48
3.4.2 Drucker-Prager	49
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>52</b>
<b>MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E SOFTWARE ANSYS</b>	
4.1 Análise numérica	52
4.2 Método dos elementos finitos	53
4.2.1 Princípio	53
4.2.2 Análise matricial	55
4.3 Software ANSYS	58
4.4 Aplicações do MEF em análise estrutural de silos	60
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>70</b>
<b>MATERIAL E MÉTODOS</b>	
5.1 Modelo computacional para validação	70
5.1.1 Propriedades do produto armazenado	71
5.1.2 Modelo experimental	71
5.1.3 Simulação do modelo experimental com o uso do ANSYS	73
5.1.4 Comparativo das pressões numéricas, experimentais e teóricas	79
5.2 Simulação numérica do silo	80



5.2.1 Atribuição das características do silo numérico	81
5.2.2 Determinação das tensões, deformações e momentos fletores	82
5.3 Análise estrutural	82
5.3.1 Análise linear elástica e não-linear elástica	82
5.3.2 Verificação dos momentos fletores gerados	83
5.3.3 Análise da relevância dos efeitos de 2ª ordem	83
5.3.4 Comparação com as tensões teóricas obtidas pela teoria da membrana	84
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>85</b>
<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	
6.1 Validação do modelo numérico	85
6.2 Simulações	89
6.2.1 Esforços, tensões e deslocamentos	89
6.2.2 Critério de Von Mises	102
6.3 Análise estrutural	104
6.3.1 Gama-z	104
6.3.2 Imperfeições geométricas e tensão de flambagem	107
<b>CAPÍTULO 7</b>	<b>110</b>
<b>CONCLUSÕES</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b>	<b>112</b>
<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>113</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>124</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Dimensões e malha para simulação.	5
FIGURA 2	a) Grupos de silos elevados. b) Silo horizontal semi-subterrâneo.	6
FIGURA 3	a) Silo em tela metálica e tecido. b) Grupo de silos multicelulares poligonais.	6
FIGURA 4	a) Dois silos esbeltos elevados de madeira. b) Silo baixo em elementos pré-moldados de concreto.	6
FIGURA 5	Silos de fundo plano.	8
FIGURA 6	Fundo com tremonha: a) piramidal, b) cônica	8
FIGURA 7	Tipos de fluxo com saída concêntrica.	9
FIGURA 8	Tipos de fluxo com descarga excêntrica.	10
FIGURA 9	Pressões atuantes nos silos.	13
FIGURA 10	Fatia elementar do sólido	14
FIGURA 11	Modelo de pressões de Janssen.	15
FIGURA 12	Distribuição das pressões dinâmicas na descarga excêntrica adotada por Safarian.	17
FIGURA 13	Acidentes em silos: a) silo de cinzas volantes, b) silo de grãos. (FONTE: Rotter, 2008)	18
FIGURA 14	Tensões resultantes de um pico de pressão exercida sobre a parede do silo.	19
FIGURA 15	Silo muito esbelto.	24
FIGURA 16	Distribuição de pressões para silos com fluxo excêntrico.	24
FIGURA 17	Coeficientes de sobrepressão $C_t$ para tremonhas com fluxo de massa assimétrico, onde $\alpha$ é a inclinação em relação à vertical da tremonha e $\varphi_w$ é o ângulo de atrito do grão com a parede.	27
FIGURA 18	Comprimento efetivo dado como comprimento da flambagem antes da deformação.	30
FIGURA 19	Comparação do comportamento força x deslocamento de diferentes tipos de análise estrutural.	31
FIGURA 20	Método iterativo de forças laterais equivalentes.	34
FIGURA 21	Tipos de análise estrutural	35
FIGURA 22	a) Elemento de casca. b) Elemento de membrana	40

FIGURA 23	Esforços representados pela teoria da membrana: a) teoria do equilíbrio estático, b) teoria do equilíbrio de momento	41
FIGURA 24	Esforço na membrana	42
FIGURA 25	Esquema da parede do silo com mudança de espessura	44
FIGURA 26	Tolerâncias de imperfeição para diferentes qualidades de fabricação	46
FIGURA 27	Esquema de endurecimento e amolecimento: a) relação $c' \times \varepsilon$ ; b) relação $\phi' \times \varepsilon$ .	48
FIGURA 28	Superfície de fluência de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais.	49
FIGURA 29	Superfície de influência de Drucker-Prager no plano octaédrico.	50
FIGURA 30	Superfície de fluência de Drucker-Prager no espaço das tensões principais.	50
FIGURA 31	Etapas da modelagem.	52
FIGURA 32	Barra definida pelo elemento (i), entre os nós J e K.	56
FIGURA 33	Coefficientes de rigidez de uma barra composta por duas hastes e solicitada por esforço normal.	57
FIGURA 34	Deslocamento forçado em nós no orifício de descarga.	60
FIGURA 35	Silos cilíndricos metálicos com paredes corrugadas e 18 colunas verticais à distância de 1,4m (altura $H = 17,62$ m e diâmetro $D = 8,02$ m).	61
FIGURA 36	Malha para simulação numérica do silo.	62
FIGURA 37	Curvas carga-deslocamento para o caso WE.	64
FIGURA 38	Curvas carga-deslocamento para o caso WF.	64
FIGURA 39	Deformações no silo no caso WE.	65
FIGURA 40	Deformações no silo no caso WF.	65
FIGURA 41	Vista do modelo de elemento finito.	67
FIGURA 42	a) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e areia como produto armazenado. b) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e trigo como produto armazenado. c) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e pedregulho como produto armazenado.	68

FIGURA 43	Etapas da pesquisa	70
FIGURA 44	Detalhe do silo e características geométricas	72
FIGURA 45	Geometria da chapa metálica constituinte do silo	72
FIGURA 46	Preenchimento progressivo com um incremento gradual do material armazenado.	74
FIGURA 47	Condições de restrição e apoio.	74
FIGURA 48	Representação do elemento SHELL63.	75
FIGURA 49	Representação do elemento SOLID45.	76
FIGURA 50	Elementos de contato: a) Produto – base do silo; b) Produto – paredes do silo.	76
FIGURA 51	Representação do elemento TARGE170	77
FIGURA 52	Representação do elemento CONTA173	77
FIGURA 53	Representação da malha	78
FIGURA 54	Representação do modelo simulado	78
FIGURA 55	Distribuição das células em $\frac{1}{4}$ do silo: a) Locação geral, em planta, dos pontos de instrumentação do silo; b) Vista; c) Posicionamento	80
FIGURA 56	Critério de Newton-Raphson	83
FIGURA 57	Eixos coordenados do silo e localização das células de pressão	85
FIGURA 58	Pressões horizontais na validação do silo	86
FIGURA 59	Pressões horizontais ao longo da altura do silo	87
FIGURA 60	Ovalização das paredes do silo validado	89
FIGURA 61	Forças horizontais nas paredes ao longo da altura do silo: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5.	90
FIGURA 62	Tensões circunferenciais das paredes ao longo da altura do silo.	93
FIGURA 63	Tensões de cisalhamento e ovalização: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5	96
FIGURA 64	Deslocamentos horizontais das paredes ao longo da altura do silo: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5.	99
FIGURA 65	Tensões de Von Mises para o silo 4	103
FIGURA 66	Tensões de Von Mises para o silo 5	103
FIGURA 67	Tensões circunferenciais das paredes ao longo da altura do silo.	104

FIGURA 68	Modelos de fluxo das simulações 6, 7 e 8	105
FIGURA 69	Modelos de fluxo das simulações 6, 7 e 8	106

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1	Classificação dos silos quanto à relação H/D	7
TABELA 2	Classificação dos silos em classes de confiabilidade	21
TABELA 3	Limites superior e inferior das propriedades de fluxo dos produtos	22
TABELA 4	Aumento da pressão na parede oposta ao orifício na descarga excêntrica	28
TABELA 5	Classes de qualidade em cascas cilíndricas	46
TABELA 6	Propriedades experimentais do grão de milho	71
TABELA 7	Simulações dos silos metálicos (H = altura do silo; D = diâmetro; t1 = espessura da parte inferior da parede; h1 = altura da parede com a espessura de t1; t2 = espessura da parte restante da parede)	81
TABELA 8	Pressões horizontais na parede (z = profundidade medida a partir do topo; h = altura em relação à base; ALIN = alinhamento das células de pressão; P1, P2, P3 = localização das células de pressão)	87
TABELA 9	Determinação do $k_{\theta}$ em função das espessuras da parede	94
TABELA 10	Deslocamentos máximos nas paredes do silo	101
TABELA 11	Verificação das tensões de Von Mises	102
TABELA 12	Cálculo do coeficiente $\gamma_z$	105
TABELA 13	Simulações dos silos metálicos (H = altura do silo; D = diâmetro; t = espessura da parte inferior da parede)	107
TABELA 14	Cálculo do coeficiente $\gamma_z$ para as simulações 6, 7 e 8	107
TABELA 15	Cálculo da tensão de flambagem e comparação com resultados numéricos para paredes com uma espessura	109
TABELA 16	Cálculo da tensão de flambagem e comparação com resultados numéricos para paredes com duas espessuras	109

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	Deslocamentos horizontais ao longo da parede do silo	124
QUADRO 2	Momentos da validação	125
QUADRO 3	Momentos da simulação 1	126
QUADRO 4	Momentos da simulação 2	127
QUADRO 5	Momentos da simulação 3	128
QUADRO 6	Momentos da simulação 4	129
QUADRO 7	Momentos da simulação 5	130
QUADRO 8	Momentos da simulação 6	131
QUADRO 9	Momentos da simulação 7	132
QUADRO10	Momentos da simulação 8	133

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\gamma$	Peso específico
$c$	Coesão
$\Phi_r$	Ângulo de repouso
$\Phi_i$	Ângulo de atrito interno
$\Phi_e$	Efetivo ângulo de atrito interno
$\Phi_w$	Ângulo de atrito do produto com a parede
$\mu$	Coefficiente de atrito
Ph	Pressão horizontal
Pv	Pressão vertical
H	Altura do silo
D	Diâmetro do silo



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
EN	EUROCODE – European Committee for Standardization
NBR	norma brasileira

## **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DAS PRESSÕES EXERCIDAS PELOS GRÃOS NAS PAREDES DOS SILOS VERTICAIS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

**RESUMO** – O silo, por se tratar de uma estrutura de armazenamento de produtos, envolve diversas variáveis a eles relacionadas e à interação com a parede. Além desses fatores interferirem na determinação das cargas atuantes, do ponto de vista estrutural, a estabilidade do silo deve ser estudada considerando as influências da geometria e de material quando esse se apresenta também no estado de deformação após a aplicação das cargas, gerando os efeitos de segunda ordem. Nesse contexto, confrontando esses dados com os coeficientes de sobrepressão de diferentes normas estrangeiras para o caso das pressões na descarga, obtém-se um número elevado de possíveis combinações, inviabilizando um estudo analítico ou experimental se desenvolvido em um curto intervalo de tempo. Almejando um cenário mais amplo, a simulação numérica a partir do método dos elementos finitos permite a discretização do modelo em pequenas divisões, nas quais as equações de compatibilidade são obedecidas por meio das condições de contorno. Com o objetivo de aprimorar a análise estrutural de um silo, a pesquisa se baseia na aplicação do método dos elementos finitos por meio do programa computacional ANSYS para a determinação das pressões e deformações provenientes da descarga concêntrica do produto armazenado sobre um silo metálico esbelto de fundo plano. Primeiramente, o modelo computacional que simula a descarga de produtos em um silo no ANSYS foi validado a partir de resultados experimentais, obtidos em pesquisas anteriores, e da comparação com as pressões teóricas obtidas por meio da norma EUROCODE. A partir do modelo, foram simulados silos, alterando as variáveis espessura e esbeltez, através da análise elástica e linear e verificada a necessidade de uma análise de efeito de segunda ordem, contemplando os efeitos da não-linearidade física e geométrica do material. Como o efeito não foi relevante, foram determinadas analiticamente as tensões críticas de flambagem por meio da teoria da membrana e comparadas as tensões de dimensionamento simuladas na casca. Apenas duas das cinco simulações obedeceram aos critérios de dimensionamento quanto à ruptura e flambagem.

**Palavras-chave:** elementos finitos, efeito de segunda ordem, análise estrutural, ANSYS.

**ABSTRACT** - The silo, because it is a storage structure of products, involves several variables related to them and the interaction with the wall. In addition to these factors interfere in the determination of the loads acting, from the structural point of view, the stability of the silo must be studied considering the influences of the geometry and material when it is also in the state of deformation after the application of the loads, generating the effects of second order. In this context, comparing these data with the overpressure coefficients of different foreign standards for the case of discharge pressures, a very high number of possible combinations would be obtained, making an analytical or experimental study impossible if developed in a short period of time. By aiming at a broader scenario, the numerical simulation from the finite element method allows the discretization of the model in small divisions, in which the compatibility equations are obeyed by means of the boundary conditions. In order to improve the structural analysis of a silo, the research is based on the application of the finite element method through the ANSYS computational program to determine the pressures and deformations from the concentric discharge of the product stored on a slender metallic bottom silo plan. First, the computational model that simulates the discharge of products in a silo in the ANSYS was validated from experimental results obtained in previous researches, and from the comparison with the theoretical pressures obtained through the EUROCODE standard. From the model, silos were simulated, altering the variables thickness and slenderness, through the elastic and linear analysis and verified the necessity of a second order effect analysis, contemplating the effects of physical and geometric nonlinearity of the material. As the effect was not relevant, the critical buckling stresses were determined analytically by the membrane theory and the simulated shear stresses were compared. Only two of the five simulations obeyed the sizing criteria for rupture and buckling.

**Keywords:** finite elements, second order effect, structural analysis, ANSYS.

# CAPÍTULO 1

## 1.1 INTRODUÇÃO

Silos são estruturas cuja finalidade é armazenar produto sólido, granular ou pulverulento, a granel. Podem ser projetadas e construídas em diversas formas e tamanhos dependendo do tipo de utilização e do processo para os quais são requeridos.

As ações atuantes ainda são objeto de pesquisas em silos. Diversos são os fatores que interferem na predição das pressões provenientes do produto armazenado sobre a estrutura do silo, como coesão e atrito entre as partículas e entre as paredes. São considerados, ainda, os efeitos dinâmicos oriundos da carga e descarga do produto no silo, completando um cenário em que os esforços atuantes mostram-se com um comportamento não-linear, diferente da proporcionalidade do aumento de pressões com a profundidade que ocorre em líquidos armazenados em um reservatório. Logo, a complexidade e o número de variáveis envolvidas na determinação dos esforços resultam em diferentes fatores de correlação entre as variáveis e diferentes coeficientes de sobrepressão, que relacionam os efeitos da carga e da descarga.

Tais coeficientes, no entanto, são advindos de normas estrangeiras, diferindo uns dos outros e resultando em pressões distintas e, conseqüentemente, dimensionamentos diferentes para um mesmo problema (desequilibrando o binômio segurança-economia). No Brasil, ainda não há uma norma específica para o dimensionamento de silos, justificando o emprego de normas estrangeiras como referência.

As normas brasileiras relacionadas a projetos de estruturas, sejam de concreto ou metálicas, abordam o tema da estabilidade e os tipos de análise estrutural. A norma europeia de silos, Eurocode, apresenta os critérios que devem ser estudados quando esses são submetidos a cargas primárias ou secundárias. As cargas primárias referem-se ao carregamento, ou seja, aos esforços aplicados sobre a estrutura do silo, enquanto que as cargas secundárias são as que se surgem ao considerar a estrutura deformada.

Ao aplicar uma força que provoca uma deformação da estrutura, gera-se um novo momento fletor, que deve ser considerado no seu equilíbrio global. Logo, o processo de agregar cada nova solicitação à situação anterior até atingir a estabilidade é definido com

efeito de segunda ordem. Esse tipo de análise, mais próxima do comportamento real, é influenciado pelo comportamento do material e/ou pela geometria.

Há situações em que o efeito de segunda ordem é desprezível, que se verifica quando os esforços advindos da deformação não ultrapassam 10% dos esforços de primeira ordem, referente ao carregamento. No entanto, às vezes o cenário é o oposto, promovendo a instabilidade da estrutura.

No caso dos silos, alvos de acidentes de grandes proporções, o vento, o produto armazenado, a geometria e o tipo de fluxo podem influenciar na ocorrência de flambagem, que afetaria sua estabilidade. No entanto, a produção científica brasileira na pesquisa de análise estrutural de silos ainda está em desenvolvimento.

Uma análise estrutural mais refinada, que contemple o estudo da estabilidade do silo por meio da verificação dos efeitos de primeira e segunda ordens, demanda cálculos de elevada complexidade. Além das várias equações, o processo iterativo, que só é finalizado ao atingir uma margem de erro tolerável.

Para solucionar esse e outros problemas de engenharia, utiliza-se a simulação computacional baseada no método numérico, que trata de técnicas de aproximação dos resultados para simplificação das equações. Dentre os tipos de método numérico, o método dos elementos finitos (MEF) é o mais difundido e se baseia na ideia de dividir (discretizar) o domínio em elementos que mantenham as propriedades da estrutura como um todo. Os elementos são unidos por nós, formando uma malha. Logo, as equações são resolvidas para os elementos, que são unidos para representar o problema inteiro.

O software ANSYS é uma ferramenta que se baseia na aplicação do método dos elementos finitos para realizar análise de estruturas com cargas estáticas ou dinâmicas. Portanto, pode ser aplicado para a simulação de carregamento ou descarga de produtos armazenados em silos, desde que inseridas suas propriedades referentes à geometria e aos materiais.

Aplicando os conceitos de análise estrutural em silos por meio de simulação computacional, a presente pesquisa baseia-se na determinação das pressões exercidas pelos produtos nas paredes de um silo.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

- Simular, a partir do método dos elementos finitos, as pressões horizontais exercidas pelos grãos de milho durante a descarga e os efeitos das tensões obtidas nas paredes do silo.

### 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar os deslocamentos das paredes com a descarga do produto em um silo metálico esbelto e medianamente esbelto;
- Verificar o efeito da alteração de espessura de parede e esbeltez na estabilidade do silo, por meio das tensões de ruptura obtidas pelo critério de Von Mises;
- Determinar os momentos fletores da estrutura obtidos com a carga vertical e a deformação horizontal da parede;
- Determinar os momentos fletores da estrutura obtidos com as cargas horizontais e a altura em relação à base;
- Verificar se a análise do efeito de segunda ordem é relevante no dimensionamento do silo através do cálculo da obtenção do coeficiente  $\gamma_z$ ;
- Verificar se as tensões de flambagem obtidas das simulações na casca do silo são inferiores às tensões limite determinadas analiticamente pela teoria da membrana.

## 1.3 HIPÓTESES

Baseando-se nos princípios da análise numérica computacional e estrutural, foram desenvolvidas as seguintes hipóteses:

1. A simulação pelo método dos elementos finitos representa o comportamento das pressões em silos;
2. O efeito de segunda ordem é relevante na estabilidade de silos e, portanto, deve ser considerado no dimensionamento da estrutura através de uma análise não-linear.

## CAPÍTULO 2

### DEFINIÇÕES E CONCEITOS DE SILOS

#### 2.1 Definição e classificações

Na Engenharia Agrícola, um tema de grande relevância é a armazenagem de grãos através de estruturas denominadas silos. Essa construção representa um ponto favorável à expansão da agricultura, uma vez que possibilita a economia de espaço físico, mão-de-obra e conservação do produto (DA COSTA et. al, 2014).

Os silos são construções feitas em células, geralmente de forma cilíndrica, podendo utilizar os mais diversos tipos de materiais para sua construção, como concreto, chapas metálicas e madeiras (GARBAZZA, 2001).

Constituem um vasto campo para pesquisas, podendo se destacar os temas:

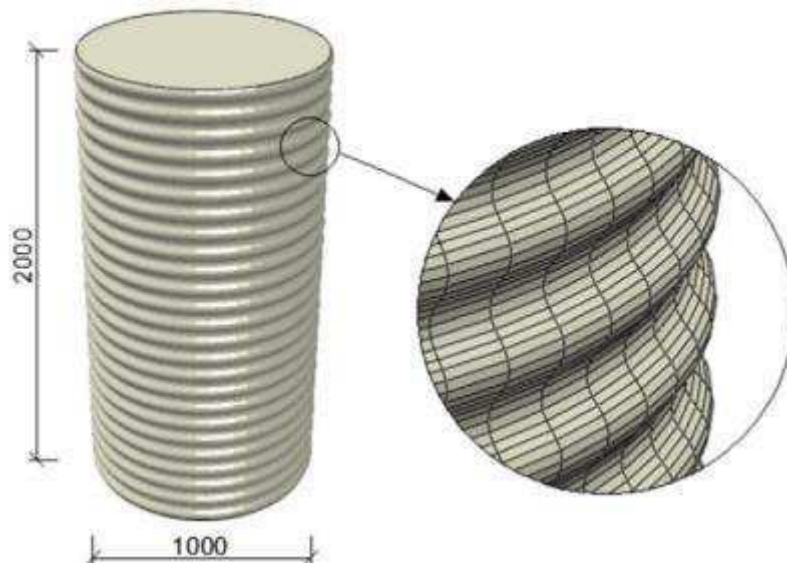
- medidas experimentais de pressões estáticas e dinâmicas (RAMIREZ et al., 2010 a; RAMIREZ et al., 2010 b; COUTO et al., 2012; RUIZ et al., 2012);
- análise de silos de grande diâmetro (MA e MENG, 2011);
- comportamento da estrutura de silo sob efeito sísmico (NATEGHI e YAKHCHALIAN, 2011; MASOUDI et al., 2012);
- análise da estrutura dos componentes do silo como membrana (SADOWSKI e ROTTER, 2011; ROTTER e SADOWSKI, 2012);
- situações de colapso em silo (DOGANGUN et al., 2009);
- comportamento do fluxo em silos (SIELAMOWICZ et al., 2010);
- análise de silos com cone invertido (TEEUWEN et al., 2012);
- análise de silos multicelulares (YUKSEL, 2011).

Os silos podem ser classificados quanto ao material empregado, quanto à construção em relação ao solo e quanto a sua forma geométrica.

Os silos são construídos com os mais diversos materiais, como concreto armado, concreto protendido, chapas metálicas (lisas, corrugadas e trapezoidais), madeira, alvenaria, argamassa armada, fibras, plástico, entre outros (CALIL JUNIOR e CHEUNG, 2007).

Entre os silos metálicos cilíndricos, os de parede corrugada são frequentemente utilizados para armazenamento de diferentes produtos. São geralmente enrijecidos por anéis verticais distribuídos uniformemente ao longo de sua circunferência. Nesses silos, chapas corrugadas horizontalmente são submetidas a tensões causadas pelas pressões horizontais na parede e as colunas verticais submetidas a esforços de compressão devidos à pressão de atrito exercida pelo produto. O carregamento vertical é responsável por falhas por flambagem (WÓJCIK et al, 2011).

Figura 1- Dimensões e malha para simulação



Fonte: Kuczynska et al. (2015)

De acordo com Cheung (2007), quanto à construção em relação ao solo, podem ser (Figuras 2, 3 e 4):

- elevados: construídos acima do nível do solo;
- subterrâneos: cujos compartimentos para estocagem se localizam abaixo do nível do solo, sendo mais susceptíveis à infiltração da água e com um descarregamento mais difícil;
- semi-subterrâneos: tipo intermediário entre o elevado e o subterrâneo.



Figura 2 - a) Grupos de silos elevados. b) Silo horizontal semi-subterrâneo.



(a)



(b)

Fonte: Cheung (2007)

Figura 3 - a) Silo em tela metálica e tecido. b) Grupo de silos multicelulares poligonais.



(a)



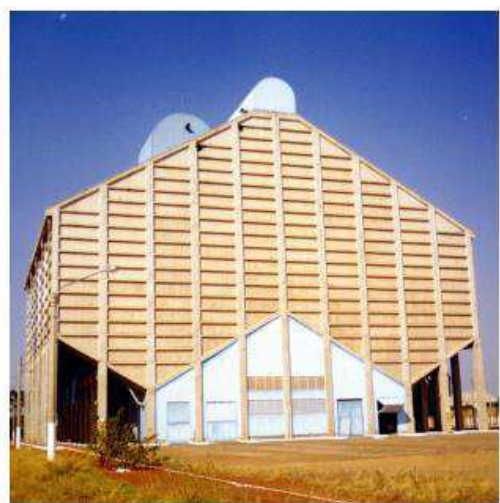
(b)

Fonte: Cheung (2007)

Figura 4 - a) Dois silos esbeltos elevados de madeira. b) Silo baixo em elementos pré-moldados de concreto.



(a)



(b)

Fonte: Cheung (2007)

Em relação à geometria, os silos podem ser divididos, segundo Calil Junior e Palma (2005), em:

- silos baixos: os que possuem uma relação entre altura do corpo e diâmetro (H/D) menor que 1,5;
- silos esbeltos: os que possuem uma relação entre altura do corpo e diâmetro (H/D) maior ou igual a 1,5;
- silos horizontais: os que possuem dimensão longitudinal preponderante em relação às demais.

Freitas (2001) resumiu a classificação dos silos quanto à geometria de acordo com as normas estrangeiras vigentes (Tabela1).

Tabela 1 - Classificação dos silos quanto à relação H/D

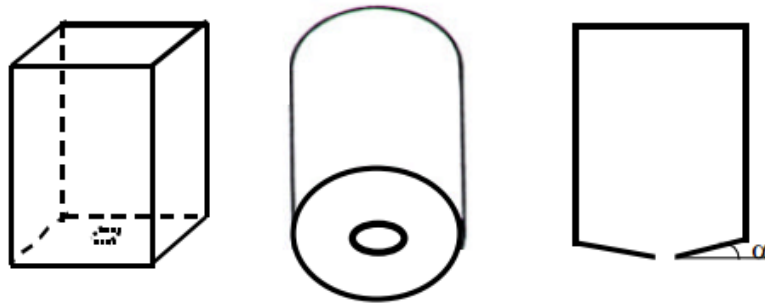
<i>Norma</i>	<i>Classificação</i>		
	<i>Baixo</i>	<i>Medianamente baixo</i>	<i>Esbelto</i>
Australiana AS-1996	$H/D < 1$	$1 \leq H/D \leq 3$	$H/D > 3$
Eurocode EN-1995	$H/D < 1,5$	-	$H/D \geq 1,5$
ISO-1997	$H/D < 1,5$	-	$H/D \geq 1,5$
Americana ACI-1991	$H/D \leq 2$	-	$H/D > 3$
Alemã DIN-1987	$H/D < 2,5\mu$	$2,5\mu \leq H/D \leq 5\mu$	$H/D > 5\mu$
Inglesa BMHB-1985	$H/D \leq 1,5$	-	$H/D > 1,5$
Canadense CFBC-1983	$H/D \leq 0,75$	-	$H/D > 0,75$
Francesa SNABTI-1975	$H/D < 2,5$	-	$H/D \geq 2,5$

FONTE: FREITAS (2001)

Quanto ao tipo de fundo, os silos podem ser (FREITAS, 2001):

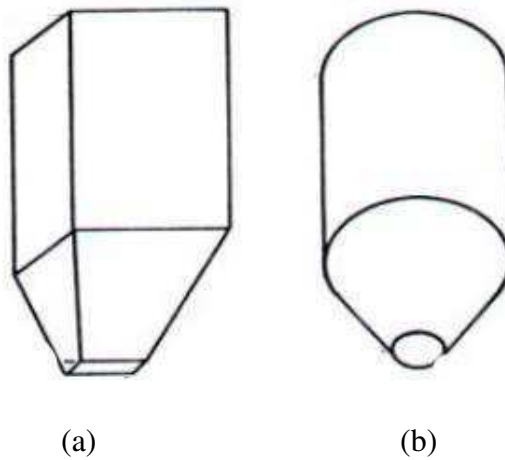
- fundo plano: silo de fundo horizontal ou um fundo com paredes inclinadas de um ângulo  $\alpha \leq 20^\circ$  em relação à horizontal (Figura 5);
- fundo com tremonha: fundo em forma de funil, cujas formas mais comuns são as tronco-piramidais e as tronco-cônicas (Figura 6).

Figura 5 - Silos de fundo plano



FONTE: Freitas (2001)

Figura 6 - Fundo com tremonha: a) piramidal, b) cônica



FONTE: Freitas (2001)

## 2.2 Fluxo

O tipo de fluxo caracteriza o descarregamento do produto, o tipo de segregação, a formação ou não de zonas de produto sem movimento e se o silo pode ser esvaziado completamente. Determina, também, a distribuição das pressões nas paredes do silo e fundação e a integridade e custo das construções (CALIL JUNIOR, 1997).

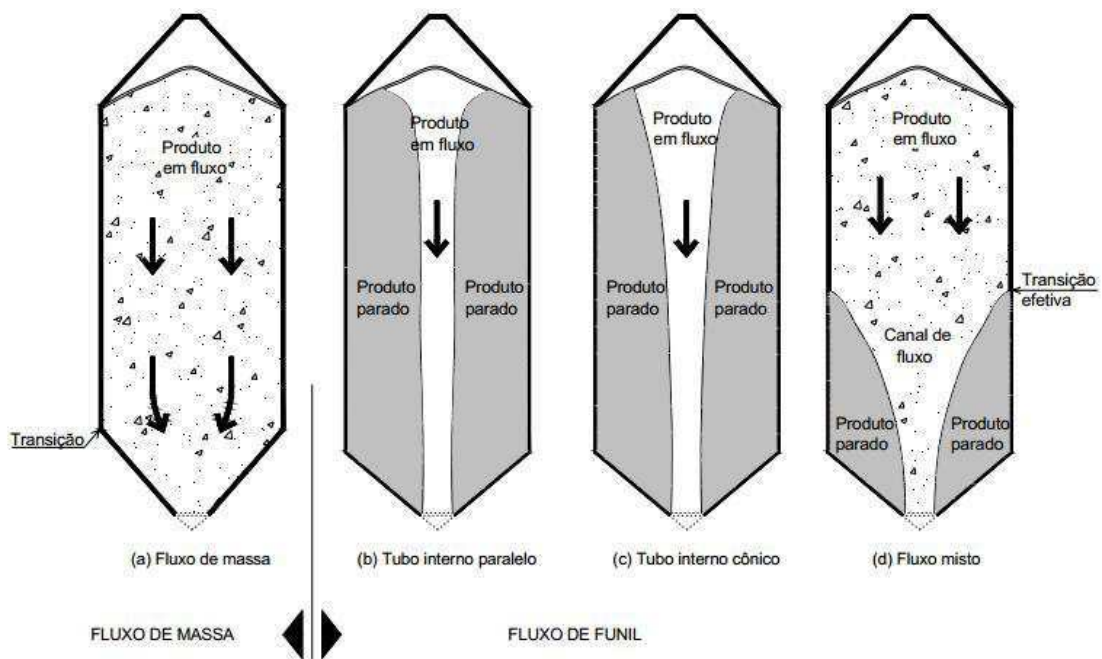
O objetivo principal, no projeto da célula de armazenamento, é assegurar que o produto armazenado fluirá por gravidade sem que ocorram obstruções. A ocorrência de obstruções de fluxo em silos deve-se ao fato de o produto armazenado adquirir resistência, quando consolidado, suficiente para suportar o seu próprio peso (JENIKE, 1964).

De acordo com Freitas (2001), o modo como o produto fluirá por gravidade em um silo é governado, por um lado, pelas próprias propriedades físicas do produto e, por outro lado, pela geometria e estrutura da superfície (atrito com a parede) da tremonha. Em geral, podem ser distinguidos dois tipos principais de fluxo (Figura 7):

- Fluxo de massa: fluxo no qual todas as partículas armazenadas estão em movimento do começo até o fim do descarregamento;
- Fluxo de funil: caracterizado pela formação de um canal de partículas em movimento dentro de uma zona limitada, enquanto o produto adjacente à parede permanece estacionário.

Madrona (2008) descreve que o fluxo em tubo é aquele cujo canal de fluxo se estende até a superfície do produto armazenado e, no fluxo misto, o canal intercepta a parede do silo.

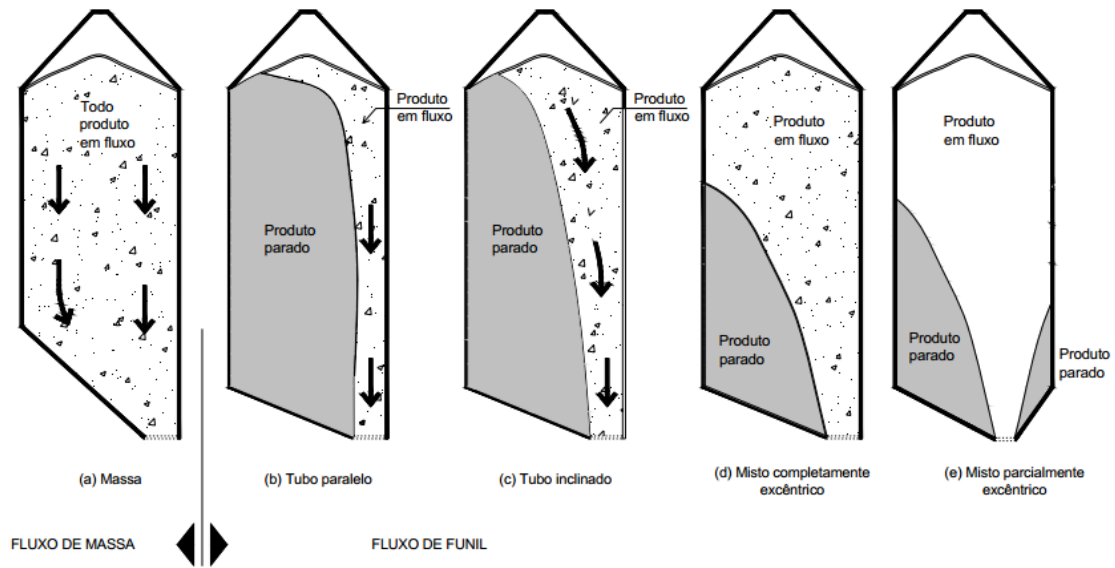
Figura 7 - Tipos de fluxo com saída concêntrica



FONTE: EN 1991- 4 (2002).

O tipo de fluxo depende também das dimensões dos silos, da inclinação e da rugosidade das paredes da tremonha e da configuração da boca de saída: centrada ou excêntrica. A Figura 8 apresenta os tipos de fluxo com descarga excêntrica.

Figura 8 - Tipos de fluxo com descarga excêntrica



FONTE: EN 1991-1-4 (2002).

De acordo com Schulze (1996), o fluxo excêntrico pode surgir pelas seguintes razões:

- Formação de zonas estacionárias assimétricas em silos com fluxo de funil;
- Silo com sistema de descarga que retira o produto apenas de uma parte do orifício de saída;
- Silo com tremonhas assimétricas;
- Silo que possui mais de uma boca de saída sendo que uma ou mais delas são obstruídas ou em desuso.

Segundo Rotter (2001), mesmo silos com saída concêntrica podem apresentar fluxo excêntrico especialmente nos seguintes casos:

- Ocorrência de segregação do produto;
- Bloqueio parcial ou falhas funcionais do sistema de descarga;
- Diferenças de temperatura e de umidade em diferentes lados do silo, causando o fluxo preferencial em um deles.

Segundo Roberts (1987), as condições necessárias para a ocorrência de fluxo de massa são bem definidas e há muito tempo estabelecidas, sendo mais difícil investigar os critérios que determinam a ocorrência do fluxo de funil, especialmente quando o silo possui várias bocas de descarga, carregamento excêntrico ou armazena produtos propícios à segregação. Além disso, Rotter (2001) enfatiza a dificuldade de determinar o tipo de fluxo que pode ser: fluxo misto ou fluxo em tubo interno.

Palma (2005) afirma que o fluxo de massa é o padrão de fluxo ideal e deve ser obtido sempre que possível porque possui muitas vantagens como remoção total do produto, possibilidade de re-mistura na tremonha, maior homogeneização do produto, menor segregação e produz fluxo uniforme que pode ser controlado.

### 2.3 Propriedades de fluxo dos produtos armazenados

De acordo com Deckers (2010), a primeira etapa para o projeto de fluxo e estrutural de silos verticais é a determinação das propriedades de fluxo dos produtos armazenados, que são as seguintes:

- Ângulo de repouso ( $\Phi_r$ );
- Ângulo de atrito interno ( $\Phi_i$ );
- Efetivo ângulo de atrito interno ( $\Phi_e$ );
- Ângulo de atrito do produto com a parede ( $\Phi_w$ );
- Função fluxo (FF);

O comportamento do produto armazenado é basicamente uma combinação entre os líquidos e os sólidos. Eles não podem ser considerados como sólidos porque não são capazes de suportar elevadas tensões sem a presença de contenções, mas também não podem ser considerados como líquidos porque formam taludes estáveis quando armazenados em repouso sobre uma superfície horizontal e geram atrito nas paredes, o que não ocorre no armazenamento de líquidos (MADRONA 2008).

Segundo Jenike (1964), existem duas diferenças fundamentais entre um produto armazenado e um líquido. A primeira delas é que o produto armazenado transfere esforços de cisalhamento sob condições estáticas, pois possui ângulo de atrito estático maior que zero. A segunda é que o produto armazenado pode adquirir resistência após uma pressão ter sido aplicada sobre ele, mantendo a sua forma sobre pressão.

De acordo com Rotter et al (1998), uma descrição completa de todas as propriedades pertinentes a um produto granular é atualmente impossível, pois ainda não são conhecidos todos os parâmetros que deveriam ser medidos, nem como algumas das propriedades conhecidas deveriam ser medidas. Também segundo eles, os ensaios para obtenção das propriedades físicas dos produtos com o objetivo de projeto de silos não são iguais aos ensaios para caracterização do produto de silo para pesquisa científica. Os ensaios com os produtos para objetivos de projeto devem identificar as piores condições

que podem acontecer durante a vida operacional do silo e os ensaios para caracterização de produtos usados em pesquisa devem ser os mais representativos possíveis das condições reais.

## **2.4 Cargas sobre o silo e pressões**

### **2.4.1 Solicitações**

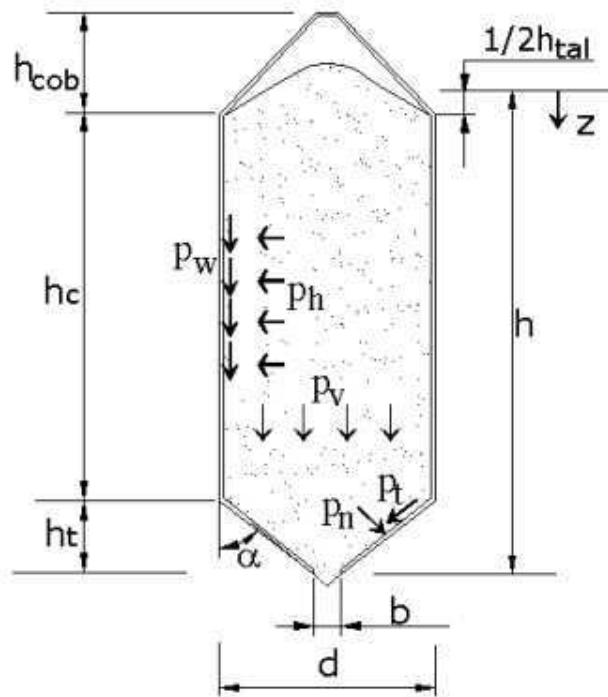
A determinação das ações é importante para a determinação dos esforços atuantes, dimensionamento, estabilidade e segurança estrutural. Estas ações são normalmente devidas a causas externas que ocasionam esforços internos e deformações na estrutura. Como exemplo, pode-se citar o peso próprio dos elementos estruturais e construtivos, dilatações térmicas, vento, etc. (PALMA e CALIL JUNIOR, 2008)

Conforme CALIL JUNIOR e NASCIMENTO (1997), no projeto de silos devem ser consideradas as seguintes ações:

- Ações Permanentes: são as constituídas pelo peso próprio da estrutura, da plataforma e dos equipamentos mecânicos instalados na cobertura e suspensos pela tremonha;
- Ações Variáveis: são as constituídas pelas pressões de carregamento e descarga do produto armazenado, pressões de insuflação de ar, dilatação térmica do produto, deformações na fundação, dispositivos vibradores, efeitos climáticos, vento, etc;
- Ações Excepcionais: são as devidas ao possível impacto de veículos na estrutura de suporte ou com o silo e pressões decorrentes da explosão de pós.

No projeto de silos, as principais ações a serem consideradas são as provenientes dos produtos armazenados que exercem pressões nas paredes verticais e no fundo do silo. Na parede vertical atuam pressões perpendiculares, denominadas pressões horizontais e pressões de atrito do produto com a parede. No fundo do silo atuam pressões denominadas pressões verticais (Figura 9).

Figura 9 - Pressões atuantes nos silos. ( $P_h$  = pressão horizontal;  $P_v$  = pressão de atrito;  $h$  = altura;  $h_{cob}$  = altura da cobertura;  $h_c$  = altura do corpo do silo;  $h_t$  = altura da tremonha;  $P_t$  = pressão tangencial na tremonha;  $P_n$  = pressão normal na tremonha;  $b$  = raio do silo;  $d$  = diâmetro do orifício de descarga;  $\alpha$  = inclinação da tremonha com a vertical).



FONTE: Palma e Calil Junior (2008)

## 2.4.2 Teoria de Janssen para o cálculo das pressões

Para determinar as pressões sobre o silo, a teoria mais difundida é a de Janssen (1895), que desenvolveu experimentos em um silo de modelo elevado e quadrado. Em seu modelo (Figura 10), baseou-se no equilíbrio de esforços de uma fatia elementar de um sólido com densidade do produto  $\rho_b$ , a uma profundidade  $z$ , onde o elemento do sólido tem altura  $dz$ , área plana  $A$  e perímetro oposto à parede  $U$ . As tensões atuantes podem variar ao longo da superfície horizontal acima e abaixo, e em torno do perímetro com a parede, então são utilizados nessa análise os valores médios de pressão. A pressão vertical média é  $q$ , a conseqüente pressão horizontal média contra a parede  $p$  e a tensão de cisalhamento (do atrito devido ao contato do produto armazenado com a parede)  $\tau$ . O equilíbrio vertical desse elemento do sólido direciona a:

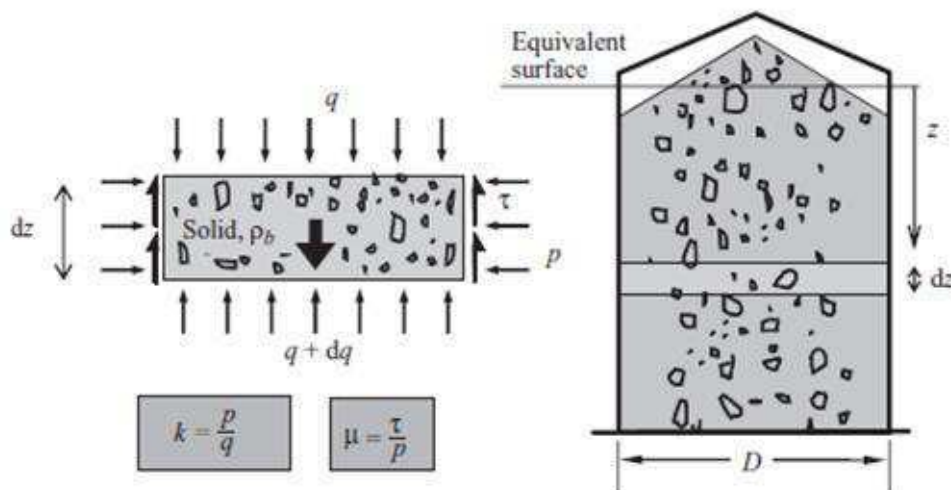
$$(q + dq)A + U\tau dz = qA + \rho_b A dz \quad (1)$$

Ou

$$\frac{dq}{dz} A + U\tau = \rho_b A \quad (2)$$



Figura 10 - Fatia elementar do sólido.



FONTE: Rotter (2008)

Rotter (2008) apresenta as duas suposições feitas por Janssen:

- Admite-se que o atrito em toda a parede seja desenvolvido contra a parede em todo ponto, então a tensão de cisalhamento média  $\tau$  está relacionada à pressão normal média  $p$  através do coeficiente de atrito com a parede  $\mu$  da seguinte forma:

$$\tau = \mu \cdot p \quad (3)$$

- Considera-se a pressão normal  $p$  (valor médio em torno do perímetro) relacionada à pressão vertical média  $q$  através do coeficiente  $k$  de pressão lateral:

$$p = k \cdot q \quad (4)$$

Inserindo as Equações 3 e 4 em 2 e dividindo por  $A$ , tem-se:

$$\frac{dq}{dz} + \frac{U\mu kq}{A} = \rho_b \quad (5)$$

Desenvolvendo, obtém-se:

$$q = q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}}\right) \quad (6)$$

que é a **equação da pressão vertical estática**.

Onde:

$$q_0 = \rho_b \cdot z_0 \quad (7)$$

E

$$z_0 = \frac{1}{\mu \cdot k} \cdot \frac{A}{U} \quad (8)$$

Portanto,  $q_0$  representa a tensão vertical média atingida assintoticamente a uma grande profundidade. A medida de comprimento  $z_0$  é denominada profundidade de referência de Janssen. A origem da coordenada vertical  $z$  (no centróide do topo dos sólidos) é denominada *superfície equivalente*.

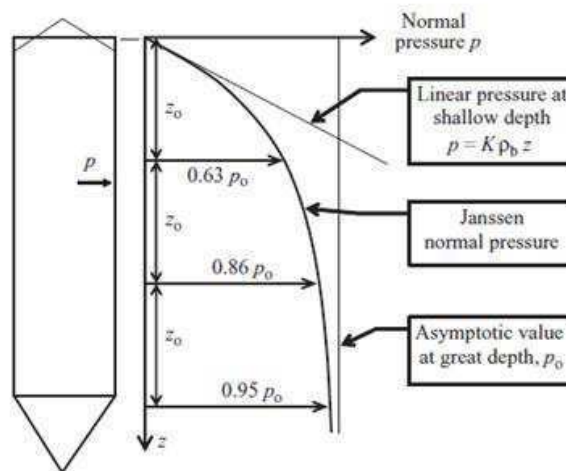
Transformando a Equação 6 em pressão normal com a parede  $p$ , tem-se a **equação de Janssen da pressão horizontal estática** após o enchimento do silo:

$$p = p_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}}\right) \quad (9)$$

Na qual a *pressão normal assintótica*  $p_0$  em uma grande profundidade é dada por (Figura 11):

$$p_0 = \frac{\rho_b \cdot A}{\mu \cdot U} = k \cdot \rho_b \cdot z_0 \quad (10)$$

Figura 11- Modelo de pressões de Janssen.



FONTE: Rotter (2008)

Da suposição de Janssen descrita Equação 3, determina-se a **pressão de atrito nas paredes**:

$$\tau = \mu \cdot p = \mu \cdot p_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}}\right) \quad (11)$$

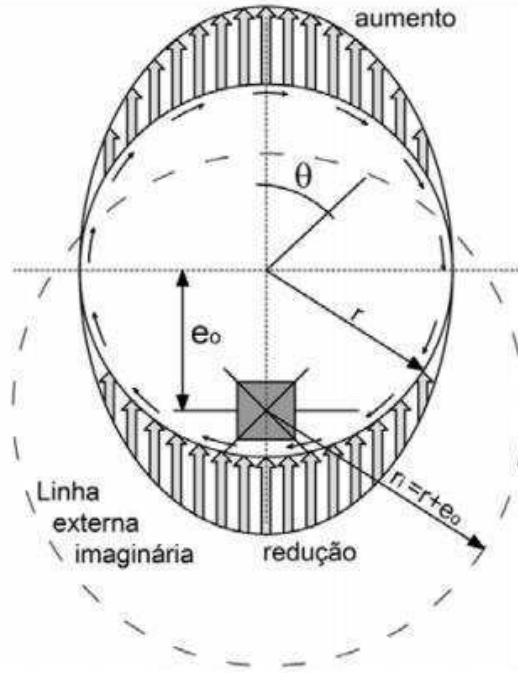
A pressão de atrito na parede causa esforço de compressão na parede que é distribuída na superfície interior e equilibra parte do peso do produto. A existência do atrito faz com que pressões horizontais que o produto exerce nas paredes não aumentem linearmente com a altura como as pressões hidrostáticas, mas apresentem um crescimento que tende a um valor máximo exponencial (MADRONA, 2008).

A variação do estado ativo para o passivo referente ao estado do enchimento do silo para o de descarga compreende um coeficiente de sobrepressão  $k$ , relacionado ao efeito dinâmico das ações em silos e para a determinação das pressões na descarga (ROTTER, 2008).

Para a determinação da descarga excêntrica para silos circulares, Safarian (1969) propôs um método de cálculo em que as pressões de descarga são calculadas inicialmente com a fórmula de Janssen multiplicada por um coeficiente de sobrepressão. Logo, o resultado é majorado no lado oposto à excentricidade e reduzido no lado próximo (Figura 12).

De acordo com a sua teoria, o aumento ou a redução depende das pressões horizontais considerando um raio imaginário de seção transversal ( $r_i$ ) cujo centro coincide com o centro do orifício de saída. A sobrepressão devido à descarga excêntrica é considerada constante na parede da tremonha e decresce linearmente até zero desde a transição até a parte superior do silo.

Figura 12 - Distribuição das pressões dinâmicas na descarga excêntrica adotada por Safarian.



FONTE: Calil (1984)

O valor da pressão a ser adicionada no lado oposto e reduzida no lado adjacente à saída varia linearmente na altura do silo na razão de  $z/h_c$  e depende do valor da pressão  $p_{hi}$ , que é a pressão de Janssen calculada utilizando o valor do raio imaginário ( $r_i$ ):

$$p_{pe}(z) = \frac{z}{h_c} \cdot (p_{hi} - p_{he}) \quad (12)$$

Que atua sobre uma distribuição variável ao redor da circunferência de acordo com a Equação:

$$p_{pes}(\theta) = p_{pe} \cdot \cos\theta \quad (13)$$

### 2.4.3 Flambagem

Iwicki et al (2016) defendem que projetar silos metálicos de parede fina para resistir à flambagem é um dos maiores desafios para os engenheiros civis. Silos são vulneráveis a falhas por flambagem causadas pela força de atrito com a parede devido à interação entre o produto armazenado e a parede, particularmente durante uma descarga excêntrica. Como consequência, pressões horizontais não-uniformes na parede se desenvolvem, contribuindo com a flexão meridional e a distribuição assimétrica de forças de compressão na parede.

A norma europeia Eurocode 1993-4-1 apresenta dois métodos de cálculo de flambagem em silos com colunas verticais, baseados na distância entre suas colunas. Para uma pequena distância, a força resultante crítica na flambagem é calculada a partir da teoria da casca no modelo ortotrópico. Para distâncias maiores, a carga crítica é baseada na fórmula de flambagem para uma única coluna apoiada em uma fundação elástica.

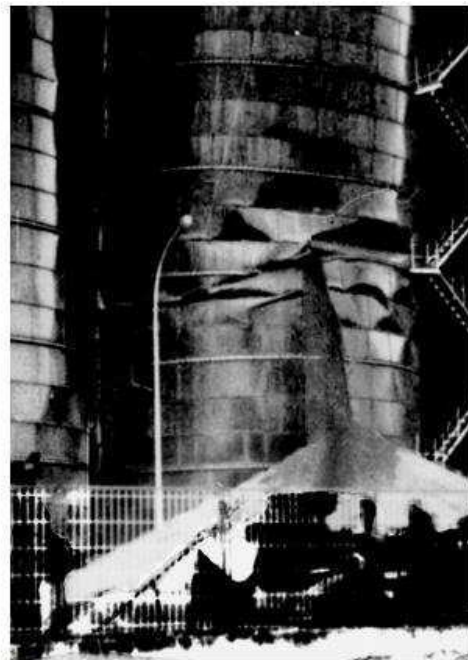
De acordo com Iwicki et al (2016), em ambos os métodos a influência de pressão horizontal devido ao produto armazenado no silo em relação à flambagem não é considerada. Observam, ainda, que a distribuição não-uniforme das cargas verticais ao longo do silo com descarga excêntrica causadas pelo atrito com a parede são desprezadas e, em relação aos métodos propostos, verificaram que para um mesmo silo os resultados obtidos para a capacidade de carga variam de 3 a 5 vezes entre si.

Segundo Rotter (2008), a flambagem na parede vertical do silo é o tipo de falha mais comum em silos metálicos. Mesmo que o efeito não seja grande mas apenas local, a flambagem deve ser analisada criteriosamente, pois os acidentes devido a essa falha podem ser de grandes proporções.

Figura 13 - Acidentes em silos: a) silo de cinzas volantes, b) silo de grãos.



(a)

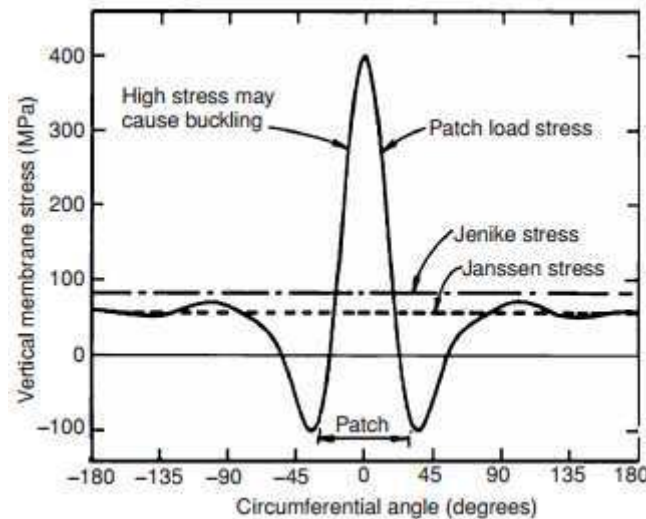
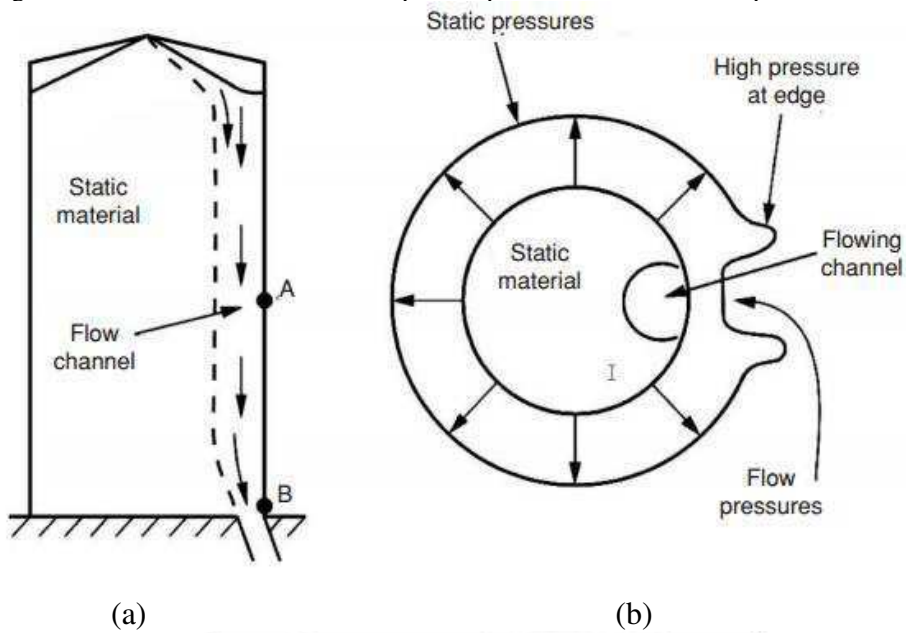


(b)

FONTE: Rotter (2008)

A compressão axial se desenvolve a partir do atrito do contato dos grãos com a parede do silo. No entanto, essa solicitação também é proveniente do resultado de pressões assimétricas exercidas sobre a parede do silo, causando flexão da casca. Como exemplo, Rotter (2008) ilustra na Figura 14 um pequeno aumento de pressão na parede do silo induzindo a uma elevada compressão vertical (não devido ao atrito).

Figura 14 - Tensões resultantes de um pico de pressão exercida sobre a parede do silo.



(c)  
FONTE: Rotter (2008)

Além da compressão axial, Rotter (2008) cita mais dois efeitos que acentuam a ocorrência de flambagem no silo:

- Pressão externa sobre a parede vertical: quando o silo está vazio, a parede é bastante suscetível à flambagem em caso de ocorrência de ventos extremos. A flambagem associada a esse efeito tende a ser bem maior do que quando é decorrente de compressão axial;
- Cisalhamento na parede vertical: quando um silo baixo é carregado excentricamente ou submetido a um abalo sísmico, a parede do silo pode flambar por cisalhamento próximo à fundação.

Outro efeito relevante no dimensionamento da estrutura de um silo metálico quanto à flambagem, de acordo com Zhao et al (2013), é a combinação de pressão do vento sobre a parede externa do silo e a pressão na parede devida aos produtos armazenados. A resistência da parede no modelo de casca é definida pelas normas EN 1991-4 (2006), EN 1991-1-1 (1991) e EN 1991-1-4 (2004).

A pressão do vento em estruturas e objeto de estudo de diversos pesquisadores, sob diferentes aspectos analisados:

- Pressão do vento e flambagem em tanques cilíndricos metálicos (PORTELA e GODOY, 2005; SOSA e GODOY, 2010);
- Estruturas de cascas cilíndricas de espessura uniforme submetidas à pressão do vento (CHEN et al, 2012);
- Cascas cilíndricas esbeltas sob a ação do vento (SCHNEIDER e ZAHLTEN, 2004);
- Análise numérica e verificação experimental (SCHMIDT et al, 1998);
- Efeito das imperfeições na casca (GREINER e DERLER, 1995; GODOY e FLORES, 2002).

## **2.5 Normas para o projeto de silos**

Devido à inexistência de uma norma brasileira para o projeto de silos, os requisitos para o seu dimensionamento são seguidos a partir de normas estrangeiras. As normas utilizam a teoria de Janssen para a determinação das pressões de descarregamento do silo, multiplicando as pressões estáticas por coeficiente de sobrepressão (MADRONA, 2008).

Podem ser citadas as seguintes normas que servem de referência para o cálculo de pressões em silos (CALIL JUNIOR e CHEUNG, 2007):

- Norma australiana AS3774/1996;

- Norma europeia EN 1991-4/2002;
- Norma europeia ISO 11697/95;
- Norma americana ANSI/ASAE EP433/1988;
- Norma britânica BMHB/1985;
- Norma alemã DIN 1055/2005;
- Norma canadense CFBC/1983;
- Norma francesa SNBATI/1975.

Dentre as citadas, Madrona (2008) detalhou as especificações da Eurocode e Vázquez (2006) resumiu as demais:

### I. Eurocode EN 1991-4 (2002) e DIN 1055-6 (2005):

As normas consideram diferentes critérios para o projeto estrutural de silos, separando-os em classes de confiabilidade (Tabela 2).

Tabela 2: Classificação dos silos em classes de confiabilidade

<i>Confiabilidade</i>	<i>Descrição</i>
Classe 1	Silos com capacidade abaixo de 100 toneladas
Classe 2	Todos os silos que não pertencem às classes 1 e 3
Classe 3	Silos com capacidade acima de 10000 toneladas Silos com capacidade acima de 10000 toneladas em que ocorre pelo menos uma das seguintes situações: a) Descarga excêntrica com $e_0/d_c > 0,25$ b) Silos quadrado com excentricidade de carregamento $e_t/d_c > 0,25$

FONTE: EN 1991-4 (2002) e DIN 1055-6 (2005)

O procedimento de separar as estruturas de acordo com a classe de confiabilidade tem a finalidade de reduzir o risco de falha para diferentes estruturas. Quanto maior a classe de confiabilidade do silo, mais rigoroso o método de cálculo recomendado para o projeto. Por exemplo: para os silos de classe 3 não é permitido utilizar valores tabelados das propriedades dos produtos, mas obtê-los por meio de testes experimentais. Além disso, há a diferença do método de cálculo das pressões em função da excentricidade do silo. Nos silos de grande excentricidade, o carregamento é representado por uma distribuição assimétrica de pressões, enquanto no caso de pequenas excentricidades



utiliza-se uma distribuição simétrica de pressões e uma pressão horizontal adicional que atua num determinado trecho na parede do silo.

Para a utilização das propriedades dos produtos, as normas fazem uso de uma faixa de variação (limite superior e inferior). O valor adotado deve seguir o disposto na Tabela 3.

Tabela 3: Limites superior e inferior das propriedades de fluxo dos produtos

<i>Objetivo</i>	<i>Coef. De atrito na parede (<math>\mu</math>)</i>	<i>Parâmetro K</i>	<i>Ângulo de atrito interno (<math>\varphi_i</math>)</i>
Máxima pressão horizontal na parede vertical	Inferior	Superior	Inferior
Máxima pressão de atrito na parede vertical	Superior	Superior	Inferior
Máxima pressão vertical	Inferior	Inferior	Superior
Máxima pressão estática na tremonha	Valor inferior para a tremonha	Inferior	Inferior
Máxima pressão dinâmica na tremonha	Valor inferior para a tremonha	Superior	Superior

FONTE: EN 1991-4 (2002) e DIN 1055-6 (2005)

Para o cálculo das pressões na descarga, são utilizadas as fórmulas de Janssen; para o carregamento, utiliza-se a pressão na descarga multiplicada por um coeficiente de pressão adicional estática  $C_{pf}$  (onde  $C_{pf} \geq 0$ ).

Sendo  $p_{hf}$  a pressão inicial de Janssen calculada na altura  $z$  e  $C_{op}$  o coeficiente do produto armazenado (variando em função do tipo de produto), tem-se que:

$$C_{pf} = 0,24 \cdot C_{op} \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot e_f}{D} \right)^2 \right] \left( 1 - e^{-1,5 \cdot \left[ \left( \frac{hc}{D} \right) - 1 \right]} \right) \quad (14)$$

Semelhante ao caso estático, o carregamento das paredes verticais no caso dinâmico é composto por pressões simétricas de descarga e pressões adicionais de descarga.

As pressões simétricas de descarga são calculadas a partir das pressões estáticas multiplicadas por coeficientes de sobrepressão, representados pela letra  $C$ , com o devido

índice. Logo, a pressão horizontal dinâmica  $p_{we}$  e a pressão de atrito dinâmica  $p_{wf}$  são dadas por:

$$p_{he} = C_h \cdot p_{hf} \quad (15)$$

$$p_{we} = C_w \cdot p_{wf} \quad (16)$$

Sendo  $C_h = 1,15$  e  $C_w = 1,1$  para silos de classe 2 e 3 de confiabilidade. Para os silos de classe 1 de confiabilidade, os coeficientes de descarga devem ser calculados conforme as equações:

$$C_h = 1,5 \cdot (1 + 0,4 \cdot e_0/D) \cdot C_{op} \quad (17)$$

$$C_w = 1,5 \cdot (1 + 0,4 \cdot e_0/D) \quad (18)$$

A pressão adicional de descarga  $p_{pe}$  tem por finalidade representar as pressões assimétricas durante a descarga, assim como excentricidades de esvaziamento (não sendo necessário expressar para os silos de classe 1). É expressa por:

$$P_{pe} = C_{pe} \cdot p_{he} \quad (19)$$

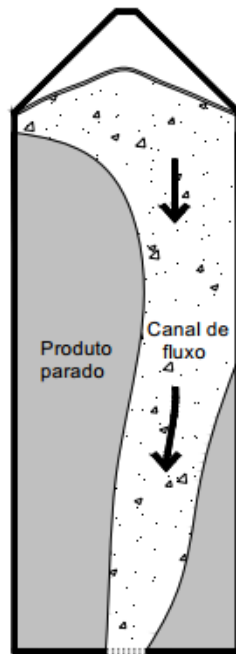
Sendo  $p_{pe}$  a pressão dinâmica na altura  $z$  e  $C_{pe}$  o coeficiente de pressão adicional dinâmica, onde  $C_{pe} \geq 0$  e dado por:

$$C_{pe} = 0,42 \cdot C_{op} \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot e_0}{D} \right)^2 \right] \left( 1 - e^{-1,5 \cdot \left[ \left( \frac{h_c}{D} \right) - 1 \right]} \right) \quad (20)$$

A Equação 18 é descrita na norma DIN 1055-6(2005); para a Eurocode EN 1991-4 (2002), o coeficiente 0,42 deve ser substituído por 0,48.

Para silos com descarga excêntrica cuja excentricidade de descarga  $e_0$  excede o valor crítico  $e_{0,cr}$  fixado em  $0,25 \cdot D$  e para silos concêntricos muito esbeltos ( $H/D \geq 4$ ), um outro caso de carregamento deve ser considerado, pois valores extremo de esbeltez podem acarretar a formação de um canal de fluxo em tubo excêntrico (Figura 15).

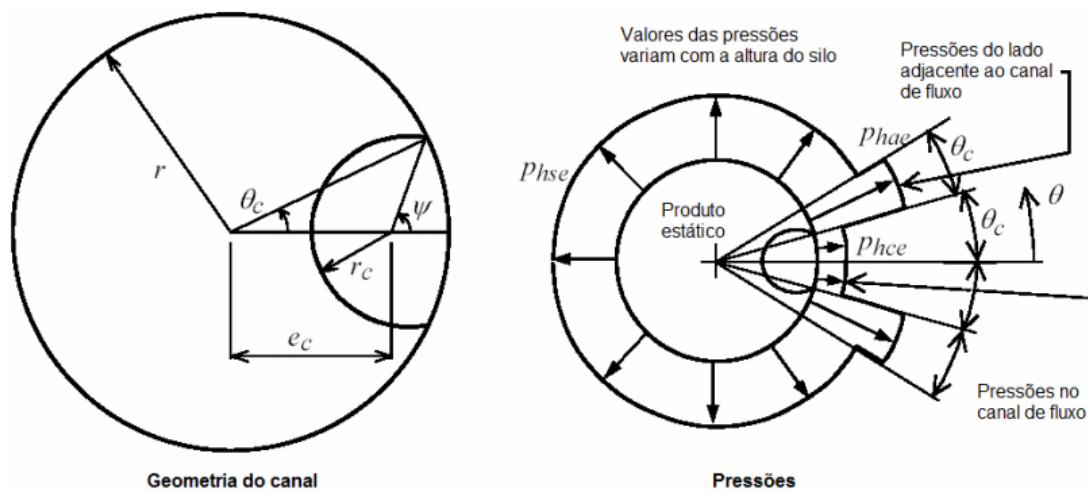
Figura 15 - Silo muito esbelto.



FONTE: EN 1991-4 (2002)

As pressões assimétricas variam de acordo com a circunferência do silo conforme a Figura 16 e sua intensidade varia de acordo com a classe de confiabilidade do silo.

Figura 16: Distribuição de pressões para silos com fluxo excêntrico.



FONTE: EN 1991-4 (2002)

Para silos de classe 2, as pressões assimétricas são obtidas por um método simplificado que consiste em desprezar a pressão horizontal na parede em contato com o canal de fluxo  $p_{hce}$ , ou seja:

$$p_{hce} = 0 \quad (21)$$

As pressões horizontais, onde o produto permanece estático, na parede oposta à excentricidade  $p_{hse}$  e na parede próxima  $p_{hae}$ , são calculadas por:

$$p_{hse} = p_{hf} \quad (22)$$

$$p_{hae} = 2 \cdot p_{hf} \quad (23)$$

Analogamente, o método para cálculo das pressões de atrito na parede para a parede oposta à saída  $p_{wse}$  e na parada próxima  $p_{wae}$  é definido por:

$$P_{wse} = p_{wf} \quad (24)$$

$$P_{wae} = 2 \cdot p_{wf} \quad (25)$$

Para a classe 3, as pressões são obtidas através das equações de Rotter. A norma Eurocode sugere que o cálculo das pressões seja realizado para pelo menos 3 valores do raio do canal de fluxo  $r_c$ :

$$r_c = 0,1 \cdot D \quad (26)$$

$$r_c = 0,175 \cdot D \quad (27)$$

$$r_c = 0,25 \cdot D \quad (28)$$

Entretanto, a norma DIN adota outros coeficientes:

$$r_c = 0,25 \cdot D \quad (29)$$

$$r_c = 0,375 \cdot D \quad (30)$$

$$r_c = 0,45 \cdot D \quad (31)$$

A excentricidade do canal de fluxo  $e_c$  é dada por:

$$e_c = 0,5 \cdot D \cdot \left\{ \frac{\mu_m}{\tan \varphi_{im}} \left( 1 - 2 \cdot \frac{r_c}{D} \right) + \left( 1 - \frac{\mu_m}{\tan \varphi_{im}} \right) \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{r_c}{D}} \right\} \quad (32)$$

A pressão horizontal na parede em contato com a zona de fluxo  $p_{hce}$  é calculada de forma idêntica à teoria de Rotter, utilizando a Equação 31:

$$r_c = r \cdot \left\{ 1 - \frac{e_0}{r} \left[ \frac{e_0}{r} + \frac{\mu_w}{\mu_{sc}} \left( 1 - \frac{e_0}{r} \right) \right] \right\} \quad (33)$$

Onde:

$\mu_w$  = coeficiente de atrito da parede

$\mu_{sc}$  = coeficiente de atrito no contato entre o sólido estático e o sólido fluído

Diferente da teoria de Rotter, a norma Eurocode considera o valor da pressão na parede vertical  $p_{hse}$  distante do canal de fluxo, onde o sólido permanece estável, igual à pressão horizontal estática após o enchimento do silo  $p_{hf}$ :

$$p_{hse} = p_{hf} \quad (34)$$

A pressão de atrito na parede vertical distante do canal de fluxo  $p_{wse}$ , onde o sólido permanece estável, é considerada como sendo a pressão de atrito após enchimento do silo:

$$P_{wse} = 2 \cdot p_{wf} \quad (35)$$

Além disso, uma nova distribuição de pressão  $p_{hae}$  é determinada para o lado da parede adjacente ao canal de fluxo:

$$p_{hae} = 2 \cdot p_{hf} - p_{hce} \quad (36)$$

E a pressão de atrito na parede adjacente  $p_{hae}$  é dada por:

$$P_{wae} = \mu \cdot p_{hae} \quad (37)$$

## II. Australiana AS 3774 (1996)

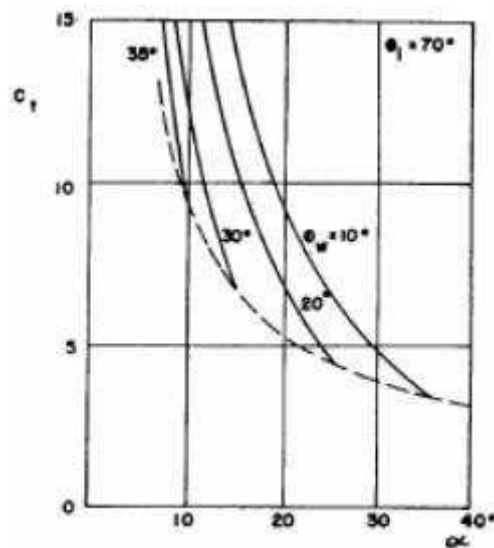
A equação proposta por Janssen é novamente empregada para determinar a pressão normal nas paredes verticais. Um aspecto interessante que essa norma contempla é a proposta de uma classificação das possíveis ações existentes nos silos, identificando os coeficientes de majoração e as combinações de ações. Além disso, há um pequeno apêndice para análise das ações do vento e sísmica.

Ao contrário das outras normas em que se aplica um valor constante, os coeficientes de sobrepessão propostos para o cálculo das pressões durante a descarga dos produtos dependem de outros fatores:

- O tipo de fluxo (em massa ou de funil);
- A forma da tremonha (cônica ou piramidal);
- A relação altura/diâmetro da parede vertical do silo;
- O tipo de solicitações consideradas: pressão normal com a parede, pressões verticais e forças de atrito.

Os coeficientes de sobrepressão variam entre 1,2 e 3 nas paredes verticais, enquanto que nas tremonhas podem alcançar um valor máximo de 15 na transição do corpo do silo com a tremonha em determinadas situações (Figura 17).

Figura 17 - Coeficientes de sobrepressão  $C_t$  para tremonhas com fluxo de massa assimétrico, onde  $\alpha$  é a inclinação em relação à vertical da tremonha e  $\varphi_w$  é o ângulo de atrito do grão com a parede.



FONTE: Vázquez (2006).

Finalmente, em relação à descarga excêntrica do produto armazenado são propostos incrementos distintos da pressão nas paredes opostas ao orifício de saída, assim como diminuições da pressão na parede mais próxima. Em ambas as situações, a variação das pressões depende da excentricidade do orifício de saída (Tabela 4):

Tabela 4: Aumento da pressão na parede oposta ao orifício na descarga excêntrica, onde  $e$  é a excentricidade do orifício de saída e  $d_c$  é o diâmetro do orifício.

<i>Excentricidade do fluxo de funil, <math>e/d_c</math></i>	<i>Aumento da pressão (%)</i>
0 a 0,1	0
0,2	10
0,3	20
0,4	30
0,5	40

FONTE: VÁZQUEZ (2006)

### III. ISO 11697 (2012)

Embora se baseando nas equações de pressão de Janssen, a norma apresenta alguns aspectos diferentes, como a obtenção da pressão na descarga. Nesse caso, é obtida multiplicando-se a pressão no carregamento por um coeficiente que depende da relação H/D do silo (Tabela 5).

Tabela 5: Coeficiente de sobrepressão para descarga dos silos, onde  $h$  é altura do silo e  $d$  o diâmetro do corpo cilíndrico.

<i>Relação H/D</i>	<i>Coeficiente de sobrepressão C</i>
$H/D \leq 1$	1
$1 < H/D < 1,5$	$1 + 0,7 \cdot (H/D - 1)$
$H/D \geq 1,5$	1,35

FONTE: ISO 11697 (2012)

Além disso, o conceito de “carga local” (Patch Load) também é apresentado observado. Assim, considera-se o efeito das possíveis assimetrias das pressões que possam aparecer em situações de carregamento concêntrico. Essa carga consiste em uma carga adicional às pressões calculadas cuja magnitude é de 0,2 da pressão horizontal e que atuará em qualquer parte da parede do silo sobre uma área quadrada dada por:

$$S = 0,8 \cdot A/U \quad (38)$$

Onde  $A$  é a área da seção horizontal do silo e  $U$  é o perímetro da seção horizontal do silo. Por outro lado, o valor da carga local deve aumentar mediante a aplicação de um coeficiente  $\beta$  (Equação 38), quando houver descarga excêntrica no silo.

$$\beta = 1 + 4 \cdot (e/d) \quad (39)$$

#### **IV. Americana ANSI/ASAE EP433/1988**

A norma americana, que tem como base a teoria de Janssen, considera um coeficiente de sobrepressão durante a descarga igual a 1,5, que pode ser reduzido para 1,45 para casos justificados, como no fluxo concêntrico. Havendo um orifício de saída excêntrica, devem ser consideradas as sobrepressões, mas não se propõe um procedimento concreto para o seu cálculo, apenas fazendo referência a vários autores.

Outro ponto a ser destacado é que essa norma contém diversas recomendações práticas acerca do projeto de silos.



## CAPÍTULO 3

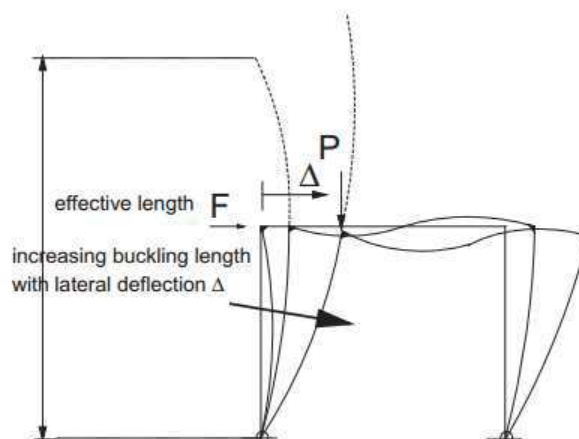
### ANÁLISE ESTRUTURAL

#### 3.1 Tipos de análise estrutural

Definem-se como efeitos de primeira ordem os deslocamentos e esforços internos solicitantes obtidos com a análise do equilíbrio da estrutura estudado com a configuração geométrica inicial. Os efeitos de segunda ordem são aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de primeira ordem, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada da estrutura. Quanto mais esbelta for a peça, maior será a importância de sua consideração. Na determinação desses efeitos deve ser considerado o comportamento não-linear dos materiais (CECCON, 2008).

Chan et al (2016) afirmam que se configurou prática dos projetistas de estruturas metálicas a utilização do método do comprimento efetivo de barras no estudo de flambagem em uma análise linear de primeira ordem. Esse método convencional constitui um padrão para primeiramente determinar a segurança e estabilidade de uma estrutura sob cargas permanentes, variáveis e dinâmicas no estado limite último. Entretanto, baseia-se na premissa de que o comprimento efetivo é obtido a partir de sua posição indeformada e não considera que os nós da estrutura se deslocam com a aplicação da carga (Figura 18).

Figura 18 - Comprimento efetivo dado como comprimento da flambagem antes da deformação

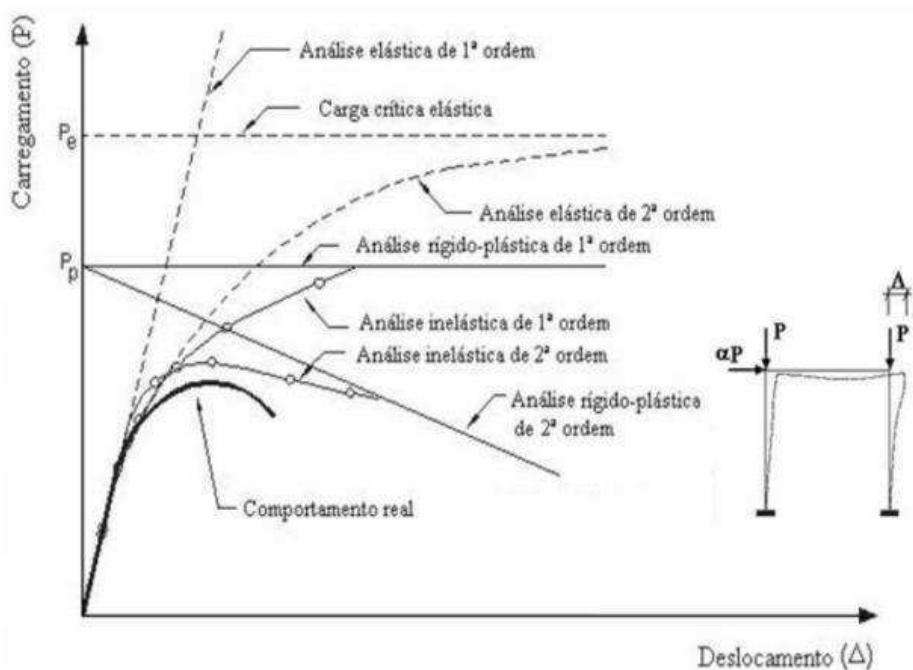


.FONTE: Chan et al (2016)

Ainda de acordo com Chan et al (2016), se a estrutura não se deforma, não há deslocamento, não há tensão e não há resistência a cargas externas; logo, a consideração de utilizar a geometria inicial para analisar a estrutura não é lógica. Também sobre a Figura 18, observa-se o momento de segunda ordem (estrutura deformada) relacionado à deflexão lateral e à força axial quando ocorre o momento P- $\Delta$ . Efeitos de segunda ordem em flambagem existem em qualquer estrutura quando comprimida ou submetida à deformação, sendo mais relevante quando essa é classificada como esbelta. No entanto, tornam-se mais difíceis de serem determinados quanto mais irregular é a geometria.

Segundo Ziemian (2010), os métodos de análise estrutural podem ser distinguidos através da consideração do equilíbrio da estrutura em sua posição indeformada ou deformada, e por meio da hipótese de plastificação da seção transversal. Caso seja analisada uma estrutura sob o ponto de vista do efeito de segunda ordem, o requisito básico é assegurar que o equilíbrio da estrutura esteja satisfeito em sua condição deformada. Na Figura 19, são apresentadas curvas que relacionam os deslocamentos da estrutura com o carregamento aplicado.

Figura 19 - Comparação do comportamento força x deslocamento de diferentes tipos de análise estrutural.



Fonte: Silva (2010)

De acordo com Ziemian (2010), quanto à análise estrutural:

- A análise elástica de primeira ordem se configura como o método de análise mais simples, por se basear na geometria indeformada da estrutura (linearidade geométrica). O material é considerado elástico linear e, devido à hipótese de pequenos deslocamentos, é válido o princípio de superposição de efeitos. Nessa análise, as forças e deformações são diretamente proporcionais (Lei de Hooke), e não há informações sobre a estabilidade da estrutura.
- Na análise elástica de segunda ordem, por sua vez, o material continua sendo considerado elástico linear, mas o equilíbrio é formulado através da geometria deformada da estrutura. A resposta da curva força x deslocamento aproxima-se assintoticamente da carga elástica ( $P_e$ ) e inclui os efeitos da estabilidade elástica local ( $P-\delta$ ) e global ( $P-\Delta$ ). Trata-se, portanto, de uma análise linear não-geométrica.
- Na análise inelástica de primeira ordem, a modelagem considera os efeitos da não-linearidade do material, porém o equilíbrio é obtido na geometria indeformada da estrutura. Nessa análise, os efeitos de plastificação das barras podem ser considerados desde métodos mais simples de rótulas plásticas até modelos mais detalhados que incluem a propagação da plastificação. Quando o comportamento do material é caracterizado como rígido-plástico perfeito, a resposta da curva força x deslocamento aproxima-se assintoticamente da carga limite ( $P_p$ ). Portanto, trata-se de uma análise não linear do material.
- A análise inelástica de 2ª ordem, por sua vez, inclui a não-linearidade geométrica e física (do material). Considera a diminuição da rigidez devido à plastificação das barras e aos grandes deslocamentos. A carga limite obtida por essa análise é a que mais se aproxima da real.

Conforme Silva (2010), a análise inelástica de primeira ou segunda ordem diz respeito a qualquer método de análise que considere os efeitos do escoamento do material. Pode ser classificada em dois tipos principais: formulação por zona plástica (ou plasticidade distribuída) e formulação baseada na formação de rótulas plásticas. A análise por zona plástica possui maior refinamento para a representação dos efeitos de escoamento e seus resultados. Por outro lado, a análise por rótulas plásticas é a que tem a formulação mais simples e assume que na extremidade de seus elementos sejam formadas rótulas plásticas de comprimento nulo. Nesse caso, podem ser empregados dois métodos: o rígido-plástico e o elastoplástico. O primeiro é estudado a partir da formação do mecanismo de colapso final da estrutura, sem permitir a redistribuição dos momentos

fletores. O método elastoplástico, por outro lado, determina a sequência de formação de rótulas plásticas e a carga de colapso da estrutura, além de fornecer informações adicionais sobre o processo de redistribuição de forças.

Embora, na prática, os momentos de segunda ordem serem uma simples amplificação dos momentos de primeira ordem, apenas multiplicá-los por um coeficiente não é uma solução viável. Tal constatação se deve ao fato de que a superposição linear dos efeitos não é aplicável em análises de segunda ordem, pois, em geral, os efeitos de segunda ordem são não-lineares (ZIEMIAN, 2010).

As teorias de análise de segunda ordem das estruturas foram estudadas por diversos pesquisadores:

- Trabalhos com aplicações práticas (LIEW et al, 2000; IZZUDDIN e SMITH, 1996; CHEN e CHAN, 1995; WHITE e HAJJAR, 1997);
- Aplicações em estruturas especiais como torres de transmissão (ALBERMANI e KITIPORNCHAI, 2003; CHAN e CHO, 2005);
- Estudos de diferentes métodos numéricos (CLARKE e HANCOCK, 2003).

### **3.2 Métodos de análise e normas**

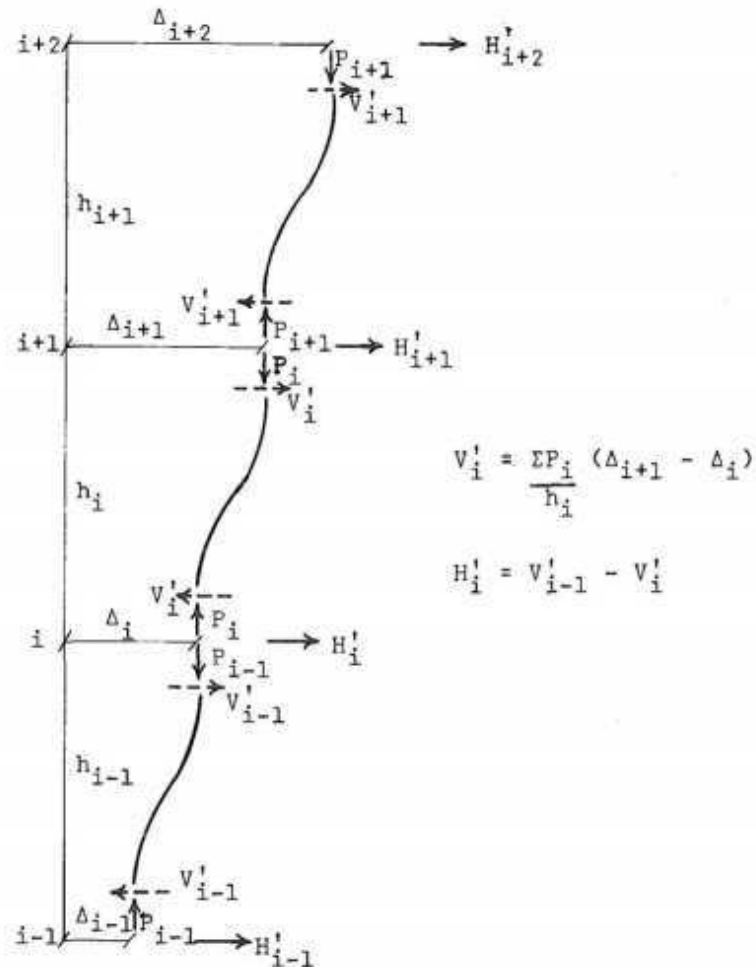
Dentre os tipos de análise linear (efeitos de primeira ordem, com a estrutura indeformada) ou não-linear (efeitos de segunda-ordem, considerando a deformação da estrutura devido às imperfeições geométricas e/ou de materiais), foram desenvolvidos alguns métodos e classificações presentes em trabalhos de pesquisadores e normas.

#### **3.2.1 Métodos P- $\Delta$ e P- $\Delta$ - $\delta$**

O método do P- $\Delta$  é um procedimento iterativo utilizado na análise de segunda ordem de estruturas, onde o efeito dos deslocamentos laterais sucessivos é transformado em forças horizontais equivalentes. O método consiste em se realizar uma análise de primeira ordem numa dada estrutura (configuração inicial indeformada) considerando os carregamentos horizontais e verticais, e a partir dos deslocamentos ( $\Delta$ ) obtidos desta análise, define-se cargas horizontais fictícias equivalentes ao carregamento de segunda ordem, a serem consideradas numa nova etapa da análise. A cada nova etapa, obtêm-se novas forças laterais fictícias, que tendem a diminuir à medida que a estrutura converge

para uma posição de equilíbrio (Figura 20). A iteração é interrompida quando o efeito da n-ésima carga fictícia é pequeno quando comparado ao efeito da carga fictícia anterior (FEITOSA e ALVES, 2015).

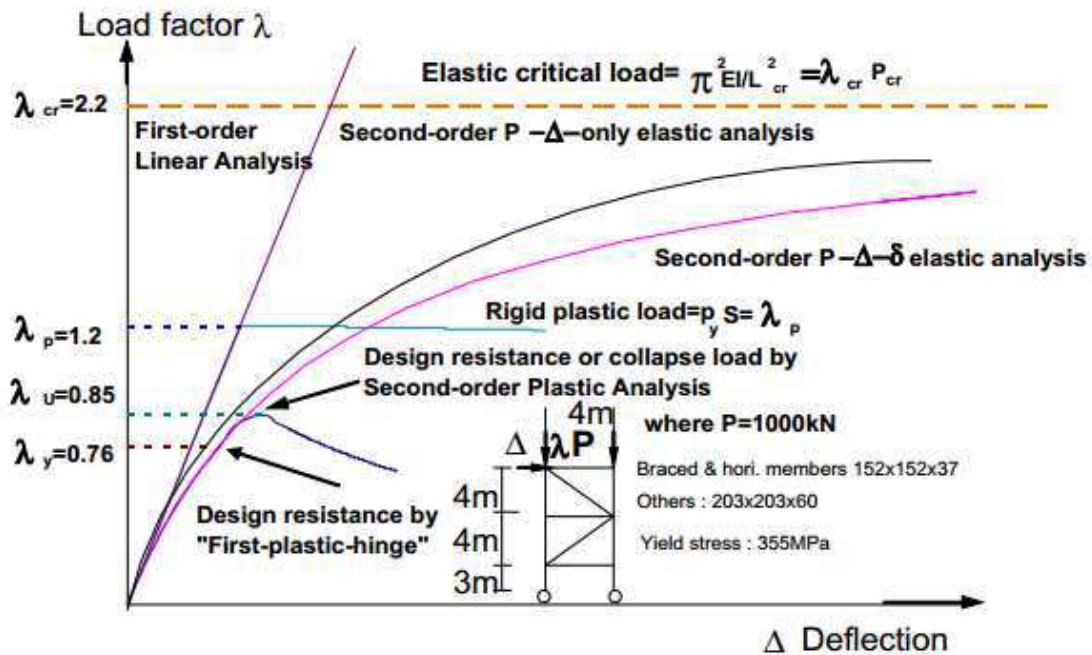
Figura 20 - Método iterativo de forças laterais equivalentes.



FONTE: Gaiotti e Smith (1989)

A análise apenas P- $\Delta$  é o método mais simples de análise de segunda ordem. O único efeito não-linear considerado é a mudança da geometria da estrutura devido aos deslocamentos dos nós. O efeito da curvatura da barra é ignorado e assume-se que essa permanece perfeitamente rígida. Por outro lado, o processo P- $\Delta$ - $\delta$  (Figura 21) analisa os efeitos dos deslocamentos dos nós e da curvatura, o que seria equivalente a substituir a resistência da barra por um comprimento efetivo que é, infelizmente, desconhecido para a maioria das estruturas (CHAN et al, 2016).

Figura 21 - Tipos de análise estrutural



Fonte: Chan et al. (2016)

### 3.2.2 Análise elástica direta de segunda ordem (SODEA) e análise plástica direta de segunda ordem (SODPA)

Dois métodos foram propostos por Chan et al (2016). Tratam-se de análises não-lineares denominadas: SODEA (análise elástica direta de segunda ordem ou “first-plastic-hinge”) e SODPA (análise plástica direta de segunda ordem), que já tiveram como base a curva P-Δ-δ (Figura 21). O procedimento de cálculo do primeiro baseou-se no limite do carregamento como o limite para a formação da zona plástica de uma barra da estrutura que seria estendido para a estrutura como um todo; o segundo foi limitado pela carga que provocaria o colapso da estrutura completa, indicado como o limite da não-linearidade da geometria e do material em relação à deformação. Com conclusão do comparativo com o método linear em algumas estruturas (barra, quadro e uma estrutura metálica de geometria irregular), verificaram que os métodos de segunda ordem garantem uma maior segurança, economia e estabilidade.

### 3.2.3 Norma brasileira de estrutura metálica: NBR 8800/1986

A norma refere-se a estruturas metálicas de edifícios; portanto, as definições e análises são presentes apenas para complementar o estudo de uma estrutura com esse material, na ausência de uma norma específica para o dimensionamento de silos.

Segundo a ABNT NBR 8800, quanto aos efeitos de deslocamentos, os esforços internos podem ser determinados por:

- Análise linear (teoria de primeira ordem), com base na geometria indeformada da estrutura;
- Análise não-linear, com base na geometria deformada da estrutura.

A análise não-linear deve ser usada sempre que os deslocamentos afetarem de forma significativa os esforços internos. Essa análise pode ter como base teorias geometricamente exatas, teorias aproximadas ou adaptações a resultados da teoria de primeira ordem.

A norma defende que para estruturas de pequena e média deslocabilidade (quando a relação entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de segunda ordem e aquele obtido na análise de primeira ordem for inferior a 1,4), pode ser feita análise elástica de primeira ordem. Para estruturas de grande deslocabilidade (relação maior que 1,4), devem ser considerados os efeitos globais e locais de segunda ordem.

Os efeitos decorrentes dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura são ditos efeitos globais de segunda ordem (P- $\Delta$ ) e os decorrentes da não-retilidade dos eixos das barras, efeitos locais de segunda ordem (P- $\delta$ ).

O cálculo do processo P-delta para verificação do efeito de segunda ordem, determinando a força cortante fictícia  $V_i$  em cada andar, é definido através da seguinte equação:

$$V_i = \frac{\sum P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (40)$$

Onde:

$\sum P_i$  é o somatório das forças normais dos pilares do andar i, inclusive nos pilares que não pertençam ao sistema resistente a forças horizontais;

$h_i$  é a altura do andar i;

$\Delta_{i+1}$  e  $\Delta_i$  são os deslocamentos horizontais nos níveis i+1 e i, respectivamente.

### 3.2.4 Norma europeia: Eurocode 1993-1-6 (2007)

Zaccari e Cudemo (2016) utilizaram uma análise linear para simular um reforço para diminuir as pressões sobre as paredes de um silo metálico, com as seguintes características: capacidade de 11000 toneladas, estrutura de aço com anéis de concreto, descarga excêntrica e armazenamento de calcário. O modelo desenvolvido na simulação se baseou na análise LBA (descrita na EN 1993-1-6), que, embora seja mais rápida, não considera o comportamento elastoplástico do material nem a imperfeição da estrutura devido às solicitações e, portanto, utiliza altos coeficientes de segurança.

A norma EN 1993-1-6 descreve os tipos de análise, os estados limites, os estados de tensão e para o estudo da estabilidade de silos.

Os tipos de análise são:

- Análise global
- Análise da teoria da membrana
- Análise da casca linear elástica (LA) Análise linear elástica de bifurcação (LBA)
- Análise elástica não-linear geometricamente (GNA)
- Análise elástica não-linear de material (MNA)
- Análise não-linear de geometria e de material (GMNA)
- Análise elástica não-linear geometricamente com imperfeições incluídas (GNIA)
- Análise não-linear de geometria e material com imperfeições incluídas (GMNIA)

Os estados limites para o aço no modelo de casca são:

- *Limite plástico (LS1);*

Condição em que a capacidade da estrutura em resistir às ações é atingida pela tensão última do material.

Os métodos de análise para verificação do estado LS1 são:

- a. Teoria da membrana;
- b. Expressões nos anexos A e B da norma;
- c. Análise elástica linear (LA);
- d. Análise não-linear do material (MNA);
- e. Análise não-linear do material e da geometria (GMNA).



- *Plasticidade cíclica (LS2);*

Condição em que repetidos ciclos de carga e descarga produzem tensão última e compressão no mesmo ponto, causando um trabalho plástico para ser realizado repetidamente na estrutura, eventualmente provocando um rompimento local pela exaustão da capacidade de energia do material.

Os métodos de análise são:

- a. Expressões no anexo C da norma;
- b. Análise elástica linear (LA) ou elástica não-linear geometricamente (GNA);
- c. Análise não-linear do material elástica (MNA) ou não-linear de geometria e de material (GMNA).

- *Flambagem (LS3);*

Condição em que toda ou parte da estrutura de repente desenvolve grandes deslocamentos normais à superfície da casca, causados pela perda de estabilidade sob a membrana compressiva ou tensão de cisalhamento na membrana na parede da casca, gerando uma incapacidade de sustentar qualquer aumento nas tensões resultantes, possivelmente causando total colapso da estrutura.

Os seguintes métodos de análise são empregados:

- a. Teoria da membrana para condições axissimétricas;
- b. Expressões no anexo A da norma;
- c. Análise elástica linear (LA), que é a condição mínima de análise em situação de carregamento;
- d. LBA (para cascas, se a resistência crítica de flambagem for utilizada);
- e. MNA (para cascas, se a resistência plástica e referência for utilizada);
- f. GMNIA (associada com MNA, LBA e GMNA, usando imperfeições apropriadas e calculados os fatores de calibração).

- *Fadiga (LS4).*

Condição em que ciclos repetidos de aumento e diminuição de tensão provocam o desenvolvimento de fissura por fadiga.

Os métodos de análise são:

- a. Expressões no anexo C da norma, utilizando fatores de concentração de tensão;
- b. Análise elástica (LA ou GNA), utilizando fatores de concentração de tensão.

As categorias de tensões são as seguintes:

- *Tensões primárias;*

São consideradas como as tensões do sistema requeridas para o equilíbrio com o carregamento imposto.

Como a análise linear elástica satisfaz a condição de equilíbrio, suas previsões de tensões podem ser utilizadas como uma representação segura do estado limite plástico (LS1).

- *Tensões secundárias;*

São as tensões consideradas em estruturas estaticamente indeterminadas. É atendida agora a compatibilidade com as condições de fronteira causadas pelo carregamento imposto ou deformações impostas.

Para o cálculo, considerar a soma das tensões de primeira e de segunda ordem e aplicação do critério de von Mises.

- *Tensões locais.*

Tensões altamente localizadas com concentradores de tensão na parede da casca devido a efeitos de encaixe. São consideradas na condição de fadiga (LS4).

De acordo com a norma, o projeto de fadiga deve ser baseado na soma das tensões primária e secundária em um ponto relevante. Para os outros detalhes, as tensões locais devem ser calculadas aplicando fatores de concentração de tensão às tensões calculadas utilizando uma análise linear elástica.

A relação entre os estados de tensão e as categorias de análise é descrita como:

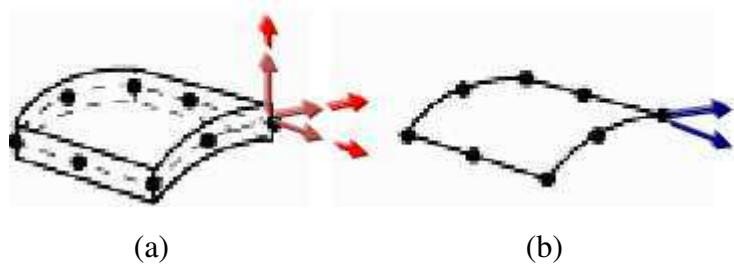
- a. LS1 e LS3 dependem dos estados de tensão primários e podem ser afetados pelos secundários;
- b. LS2 depende da combinação dos estados primário e secundário;
- c. LS4 depende das tensões locais.

### 3.2.4.1 Teoria da membrana para silos

Segundo Leite (2008), essa teoria tem sido amplamente utilizada para analisar e dimensionar grande parte dos pequenos e médios silos. De acordo com a EN 1993-1-4, item 4.2 (Análise de estrutura de uma casca de silo), a modelagem da casca estrutural do silo deve ser realizada seguindo as análises em conformidade com as classes do silo:

- Classe 1:
  - Teoria da membrana para determinar as tensões primárias;
- Classe 2 (uma das análises):
  - Teoria da membrana para determinar as tensões primárias, com a inclusão das expressões para a teoria elástica do momento, para descrição dos efeitos locais;
  - Uma análise numérica validada (como a análise de cascas por elemento finito, definido na EN 1993-1-6) (Figura 22);

Figura 22 – a) Elemento de casca; b) elemento de membrana.



FONTE: Rotter (1985)

- Classe 3:
  - As forças internas e os momentos devem ser determinados usando um modelo numérico validado (análise de cascas por elemento finito).

Rotter (1985) resume o princípio da teoria da membrana como a aplicação de tensões relevantes na casca causadas por forças no plano; essas variam com a espessura e se estendem do zero até o meio da superfície da casca.

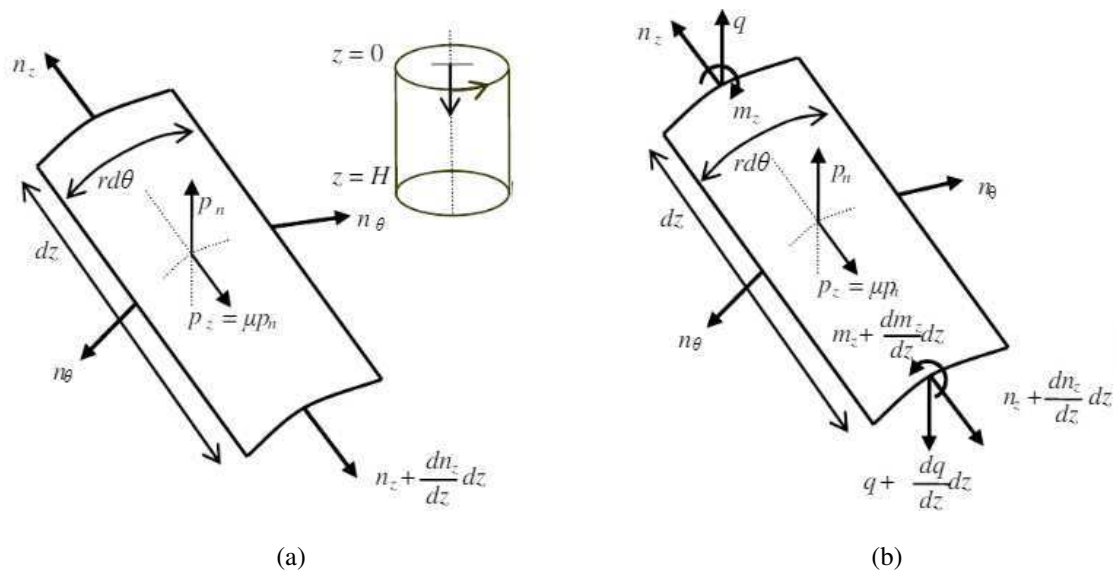
Essa análise admite que o elemento possui pequena rigidez à flexão e à torção, ou seja, os momentos fletores e os momentos de torção não são significativos em presença dos esforços de compressão (Andrade Junior, 1998).

O regime da membrana ocorre quando a casca está sujeita a esforços que atuam ao longo da superfície média, ou seja, apenas aos esforços  $n_{\theta}$  e  $n_z$  (Andrade Junior, 1998).

Em relação ao especificado na análise para silos de classe 2, o efeito seria complementado por equações devido aos 2 tipos de teoria da membrana descritos por Rotter (1985) (Figura 23):

- Equilíbrio estático: ignora o momento da casca;
- Momento em casca elástica: inclui o fenômeno da membrana e os momentos, permitindo a distribuição de tensões na estrutura.

Figura 23 – Esforços representados pela teoria da membrana: a) teoria do equilíbrio estático; b) teoria de equilíbrio de momento.



FONTE: Rotter e Sadowski (2012)

O equilíbrio em relação às direções axial, normal e circunferencial conduz a três equações de equilíbrio:

$$\frac{dn_z}{dz} = -\mu p_n \tag{41}$$

$$n_\theta = r \left( p_n - \frac{dq}{dz} \right) \tag{42}$$

$$q = \frac{dm_z}{dz} \tag{43}$$

Onde:

- $p_n$  = pressão normal
- $r$  = raio

$dz$  = comprimento

$n_z$  = força axial na membrana

$m_z$  = momento fletor

$q$  = força de cisalhamento

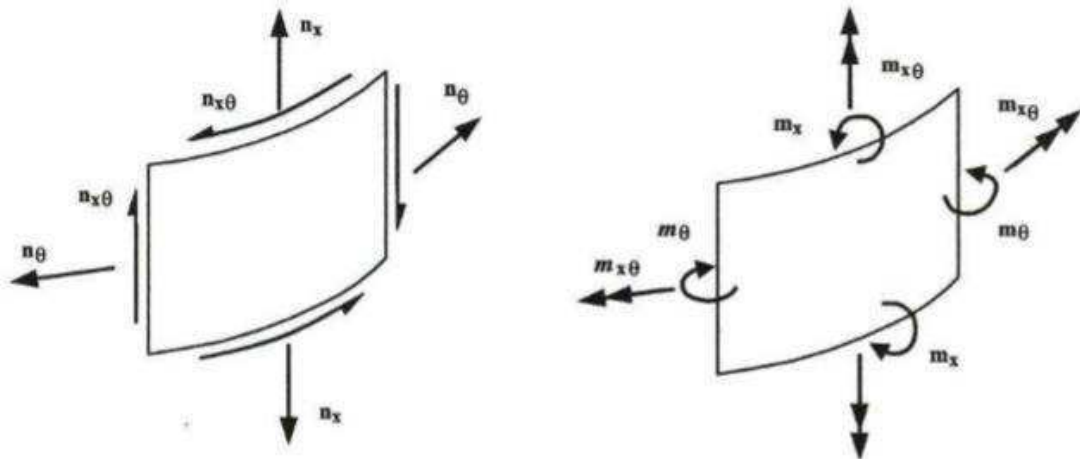
$\mu$  = coeficiente de atrito com a parede

As resultantes bidimensionais do campo de esforços de membrana resultantes  $n_x$ ,  $n_\theta$  e  $n_{x\theta}$  são transformadas na tensão equivalente (Figura 24):

$$\sigma_e = \frac{1}{t} \sqrt{n_x^2 - n_\theta^2 - n_x \cdot n_\theta + 3 \cdot n_{x\theta}^2} \quad (44)$$

Onde:  $t$  = espessura.

Figura 24 – Esforços na membrana.



FONTE: Leite (2008).

Leite (2008) detalha o procedimento para análise estrutural pela teoria da membrana:

Cálculo para cada uma das direções as tensões:

$$\sigma_x = \frac{n_x}{t} \pm \frac{m_x}{t^2/4} \quad (45)$$

$$\sigma_\theta = \frac{n_\theta}{t} \pm \frac{m_\theta}{t^2/4} \quad (46)$$

$$\tau_{x\theta} = \frac{n_{x\theta}}{t} \pm \frac{m_{x\theta}}{t^2/4} \quad (47)$$

Pela teoria de Von Mises, obtém-se a tensão equivalente:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_\theta^2 - \sigma_x \cdot \sigma_\theta + 3 \cdot \tau_{x\theta}^2} \quad (48)$$

Que é comparada ao valor resistente determinado considerando as propriedades do aço utilizado.

Considerando os valores de pressão normal à parede e de tração de atrito  $p_h$  e  $p_w$  e para valores dos fatores de descarga  $C_h$  e  $C_w$ , resultam as seguintes expressões para  $p_h$  em qualquer ponto à profundidade  $z$ :

$$p_h = C_h \times p_{h0} \times (1 - e^{-z/z_0}) \quad (49)$$

E a para  $p_w$ :

$$p_w = C_w \times \mu \times p_h = C_w \times \mu \times p_{h0} \times (1 - e^{-z/z_0}) \quad (50)$$

Os esforços de dimensionamento desenvolvidos na parede são então dados por:

$$n_{\theta, sd} = \gamma_F \times C_h \times p_{h0} \times r \times (1 - e^{-z/z_0}) \quad (51)$$

$$n_{x, sd} = -\gamma_F \times C_w \times \mu \times p_{h0} \times z_0 \times \left[ \frac{z}{z_0} - 1 + e^{-z/z_0} \right] \quad (52)$$

Em que  $\gamma_F$  é o fator de segurança.

Para todos os casos de cargas simétricas, o valor do esforço de membrana resultante de dimensionamento  $n_e$  em cada ponto pode ser calculado baseado no critério de Von Mises:

$$n_e = \sqrt{n_x^2 - n_x \cdot n_\theta + n_\theta^2} \quad (53)$$

Quanto à flexão, Leite (2008) descreveu que sob carregamentos axissimétricos, ocorrem fenômenos de flexão local próximos de zonas onde há mudanças de espessura de parede, ou de um anel, ou de um anel-viga.

O valor de dimensionamento da tensão máximo  $\sigma_{\theta max}$  é ligeiramente maior que o valor devido ao esforço de membrana em resultado da flexão local, e tensões de flexão meridionais são também induzidas próximas da fronteira com um valor de pico  $\sigma_{x max}$  caso a base esteja duplamente apoiada.

$$\sigma_{\theta max} = 1,07 \cdot n_\theta / t \quad (54)$$

$$\sigma_{x max} = 0,59 \cdot n_\theta / t \quad (55)$$

Em relação à ruptura, o valor de dimensionamento da resistência é dado por:

$$f_e = \frac{f_y}{\gamma_{M1b}} \quad (56)$$

Onde:  $f_y$  = tensão de escoamento do aço

$\gamma_{M1b}$  = fator parcial da combinação de dimensionamento dado em EN 1993-1-4.

Em todos os pontos, a tensão efetiva de dimensionamento  $\sigma_e$  deve ser menor que a resistência à ruptura  $f_e$ .

Sob compressão axial, a resistência de dimensionamento é determinada em qualquer ponto da casca de acordo com o parâmetro da qualidade de construção Q, a intensidade da pressão interna existente p e a uniformidade da tensão de compressão. A verificação deve ser feita em todos os pontos da casca.

Apesar de o esforço de flambagem elástico crítico da parede isotrópica não poder ser alcançado na prática, é utilizado na avaliação da resistência da parede.

A resistência crítica de flambagem é obtida por:

$$\sigma_{xRc} = \frac{E}{\sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \frac{t}{r} \quad (57)$$

No caso de a parede do silo ser constituída por mais de uma espessura, a EN 1993-1-6 a seguinte determinação de tensões por meio da teoria da membrana pode ser realizada (Figura 25):

$$\sigma_{sx} = k_x \cdot p_n \cdot \frac{r}{t_1} \quad (58)$$

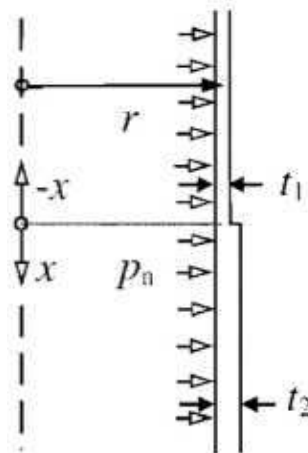
$k_x$  = coeficiente definido em função de  $t_1/t_2$

$p_n$  = pressão horizontal exercida sobre a parede

$r$  = raio do silo

$t_1$  = menor espessura da parede

Figura 25 - Esquema da parede do silo com mudança de espessura



FONTE: EN 1993-1-6 (2007)

### 3.3 Imperfeições geométricas e de material

De acordo com Pinto e Ramalho (2002), ao observar estruturas no campo da engenharia civil, citando os edifícios altos, é necessário que o projetista esteja atento ao problema da estabilidade global, pois a estrutura é solicitada simultaneamente por ações verticais e horizontais. De fato, as ações adicionais provenientes do deslocamento horizontal da estrutura podem ocasionar o aparecimento de acréscimos de esforços capazes de conduzi-la ao colapso. Esse tipo de análise, em que se considera o equilíbrio da estrutura em sua posição deslocada, é o que se denomina análise com não-linearidade geométrica. Por outro lado, o projetista deve considerar que o comportamento do material constituinte da estrutura, no caso do concreto armado, não é elástico perfeito. Isso porque o efeito da fissuração, da fluência, o escoamento das armaduras, bem como outros fatores de menor importância conferem a esse um comportamento não linear, a chamada não-linearidade física. Deve-se, portanto, lançar mão de uma análise na qual se considere a estrutura na sua configuração final de equilíbrio, determinada pela não-linearidade geométrica (NLG) e pela não-linearidade física (NLF) do material que a constitui.

Estruturas de casca são usadas em várias áreas da engenharia mecânica e civil como componentes estruturais de silos e tanques, por exemplo. Qualquer que seja o processo de produção usado para as estruturas, a geometria final nunca é perfeita. Defeitos geométricos perturbam sempre a forma desejada da casca. Controle e otimização dos processos de produção de cascas diminuem o nível de imperfeições, mas nunca as eliminam completamente (Ali et al, 2010).

Durante a vida útil, as estruturas de casca podem estar sujeitas a vários tipos de solicitações, como compressão axial, pressão interna ou externa, flexão ou torção. Para silos cilíndricos submetidos à compressão axial, a estabilidade é um importante fator de projeto (GAYLORD e GAYLORD, 1984; EN 1993-1-6, 2007; EN 1993-4-1, 2007). O cálculo da carga de flambagem poderia ser afetado pela presença de vários tipos de imperfeições. A norma europeia que aborda flambagem em cascas (EN 1993-1-6, 2007) e a recente ECCS Recommendations on Stability of Shells (2008) definem que quando uma análise não-linear geométrica de casca com representação explícita de imperfeições é usada para o projeto, uma elevada quantidade de imperfeições de forma danosas à estrutura deve ser explorada.

Diversos estudos são verificados na literatura que lida com imperfeições na flambagem e cascas. Arbocz e Babcock (1969) estudaram flambagem experimental de



cascas cilíndricas sujeitas a imperfeições gerais. Apresentaram uma elevada redução da carga crítica de flambagem. Koiter (1982) realizou uma pesquisa sobre o efeito de imperfeições geométricas nos esforços de flambagem em cascas.

A norma EN 1993-1-4 estabelece valores de dimensionamento das tolerâncias das imperfeições geométricas de fabricação. A amplitude da imperfeição é dada por:

$$w_{ok} = \frac{t}{Q} \cdot \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (59)$$

O parâmetro de qualidade Q é obtido de acordo com a classe do silo, tal como apresentado na Tabela 5.

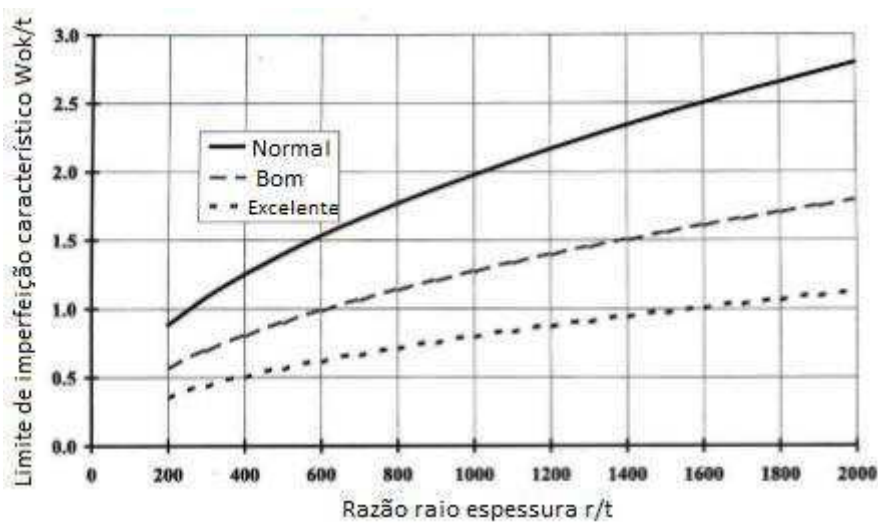
Tabela 5: Classes de qualidade em cascas cilíndricas

Tolerância de fabricação de construção	Descrição	Parâmetro de qualidade Q	Restrições de classe
Classe A	Excelente	40	Apenas permitido para silos de classe 3
Classe B	Alta qualidade	25	
Classe C	Normal	16	Obrigatório para silos de classe 1

FONTE: EN 1993-1-4 (2007)

A Figura 26 mostra a relação entre as imperfeições admitidas para diferentes tipos de construção (normal, boa e excelente).

Figura 26 – Tolerâncias de imperfeição para diferentes qualidades de fabricação



FONTE: Leite (2008)

As imperfeições geométricas das paredes do silo são bastante importantes para a determinação da sua resistência máxima. A sua existência determina uma redução a essa mesma resistência, redução essa quantificada pelo parâmetro  $\alpha$ , cujo valor varia entre 0 e 1.

Três valores de  $\alpha$  são calculados:  $\alpha_0$  para o caso de compressão axial sem pressão interna;  $\alpha_{pe}$  quando a pressão interna aumenta a capacidade da parede para fenômenos de flambagem; e  $\alpha_{pp}$  quando elevadas pressões reduzem a resistência de flambagem induzindo o efeito plástico de “pé-de-elefante”.

O parâmetro  $\alpha_0$  é calculado através de:

$$\alpha_0 = \frac{0,62}{1+1,91 \cdot \left(\frac{w_0 k}{t}\right)^{1,44}} \quad (59)$$

Devido à existência de dois fenômenos distintos (o aumento de rigidez da parede quando do aumento da pressão e a posterior diminuição pelo fenômeno plástico de “pé-de-elefante”), o fator de imperfeição elástico (com pressão)  $\alpha_p$  é tomado como o menor dos parâmetros  $\alpha_{pe}$  e  $\alpha_{pp}$ .

O fator de imperfeição elástica (com pressão)  $\alpha_{pe}$  é calculado considerando a menor das pressões localizadas no ponto em estudo, coexistente com o esforço de compressão axial. Portanto:

$$\alpha_{pe} = \alpha_0 + (1 - \alpha_0) \cdot \left(\frac{\bar{p}}{\bar{p} + \frac{0,3}{\sqrt{\alpha_0}}}\right) \quad (60)$$

Onde:

$$\bar{p} = \frac{p \cdot r}{t \cdot \sigma_{xRc}} \quad (61)$$

$p$  = valor mínimo da pressão interna existente na parede

$\sigma_{xRc}$  = resistência crítica de flambagem (definida pela equação 57)

O fator de imperfeição plástico (com pressão)  $\alpha_{pp}$  é calculado com o valor da maior pressão interna coexistente com o esforço axial de compressão.

$$\alpha_{pp} = \left\{1 - \left(\frac{\bar{p}}{\bar{\lambda}_x^2}\right)^2\right\} \cdot \left(1 - \frac{1}{1,12 + s^{3/2}}\right) \cdot \left(\frac{s^2 + 1,21 \cdot \bar{\lambda}_x^2}{s \cdot (s + 1)}\right) \quad (62)$$

Onde:

$$\bar{p} = \frac{p \cdot r}{t \cdot \sigma_{xRc}} \quad (63)$$

$p$  = valor máximo da pressão interna existente na parede

$$s = \frac{1}{400} \cdot \frac{r}{t} \quad (64)$$

E:

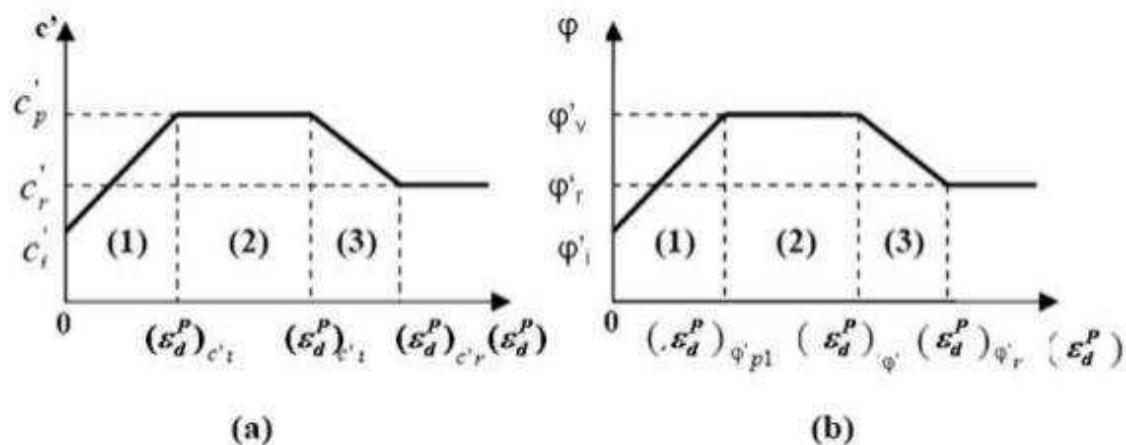
$$\bar{\lambda}_x^2 = \frac{f_y}{\sigma_{xRc}} \quad (65)$$

### 3.4 Critérios de ruptura

#### 3.4.1 Mohr-Coulomb

No modelo de Mohr-Coulomb, adota-se uma relação linear entre os parâmetros de resistência, coesão  $c'$ , ângulo de atrito  $\varphi'$  e as deformações plásticas desviadoras acumuladas  $\varepsilon$ . Na Figura 27 está representada a relação de  $c'$  versus  $\varepsilon$  e a relação  $\varphi'$  versus  $\varepsilon$ , dividida por três regiões definidas em função do tipo de plasticidade. Na região 1, os parâmetros de resistência crescem linearmente dos valores iniciais ( $c'_i$  e  $\varphi'_i$ ) até um máximo valor ( $c'_p$  e  $\varphi'_v$ ); na região 2, os valores dos parâmetros permanecem constantes; na região 3,  $c'_p$  e  $\varphi'_v$  reduzem-se até um valor residual ( $c'_r$  e  $\varphi'_r$ ), linearmente. O comportamento de endurecimento por deformação plástica ocorre na região 1, comportamento perfeitamente plástico na região 2 e amolecimento por deformação na região 3 (ASSIS, 2010).

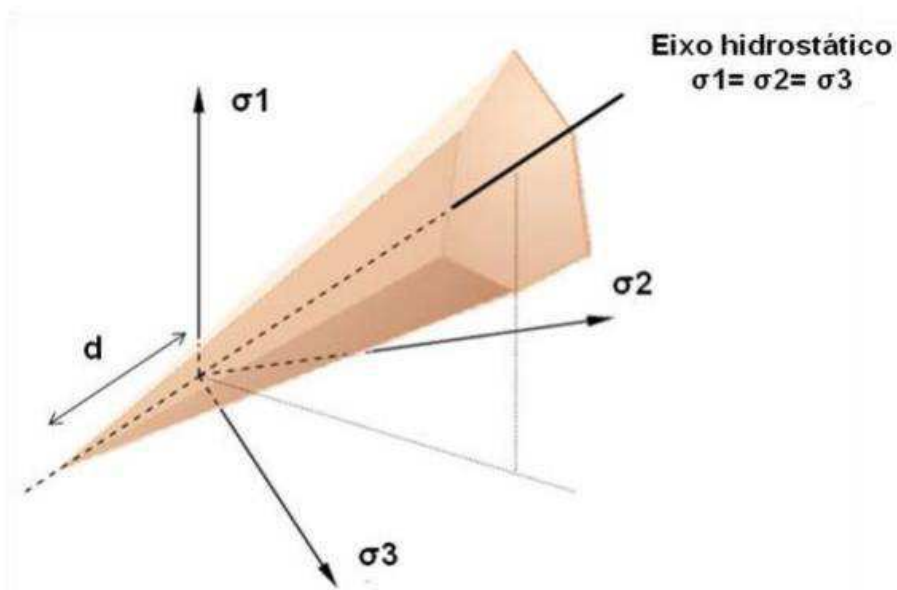
Figura 27 - Esquema de endurecimento e amolecimento: a) relação  $c'$  x  $\varepsilon$ ; b) relação  $\varphi'$  x  $\varepsilon$ .



FONTE: Assis (2010)

A superfície de fluência no espaço das tensões principais pode ser vista na Figura 28. As arestas do cone hexagonal irregular da superfície de fluência de Mohr-Coulomb representam pontos de singularidade no cálculo do vetor de fluxo plástico, pois a direção desse vetor é indeterminada nas arestas localizadas em  $\theta = \pm 30^\circ$ . Como consequência disso, a matriz constitutiva elastoplástica não pode ser calculada, provocando a ocorrência de problemas numéricos quando implementado em programas de elementos finitos (ASSIS, 2010).

Figura 28 - Superfície de fluência de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais



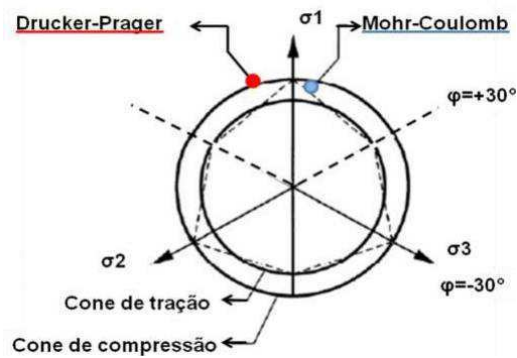
FONTE: Assis (2010).

### 3.4.2 Drucker-Prager

O critério de Drucker-Prager, formulado por Drucker e Prager e 1952, é considerado como uma aproximação do critério de Mohr-Coulomb (ODLER, 2001).

O critério de Mohr-Coulomb apresenta singularidades na função de fluência, o que provoca ocorrência de problemas numéricos quando implementado em programas de elementos finitos. Com o intuito de eliminar esse problema, Drucker-Prager (1958) propuseram a adoção de uma função de que se aproxima da superfície de Mohr-Coulomb, como mostrado na Figura 29.

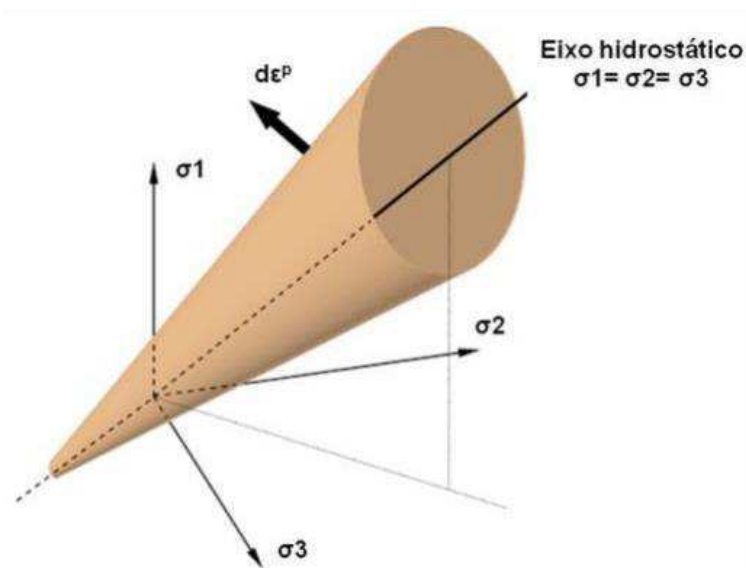
Figura 29 - Superfície de influência de Drucker-Prager no plano octaédrico



. FONTE: Assis (2010).

A superfície de fluência desse modelo é, portanto, um cone definido no espaço de tensões principais, cujo eixo consiste na reta de compressão hidrostática, conforme mostrado na Figura 30.

Figura 30 - Superfície de fluência de Drucker-Prager no espaço das tensões principais



. FONTE: Assis (2010).

Apesar de existirem modelos mais complexos, o modelo de Drucker-Prager é satisfatório e fácil de ser usado no estudo de silos com os modelos numéricos (MARTÍNEZ et al, 2002). Segundo Guaita et al (2003), esse critério vem sendo utilizado por permite uma modelagem do produto mais próxima da realidade em comparação do comportamento meramente elástico.

Segundo Madrona (2008), para o emprego do modelo de Drucker-Prager, três parâmetros dos produtos armazenados são necessários: coesão, ângulo de atrito interno e ângulo de dilatação.

## CAPÍTULO 4

### MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E SOFTWARE ANSYS

#### 4.1 Análise numérica

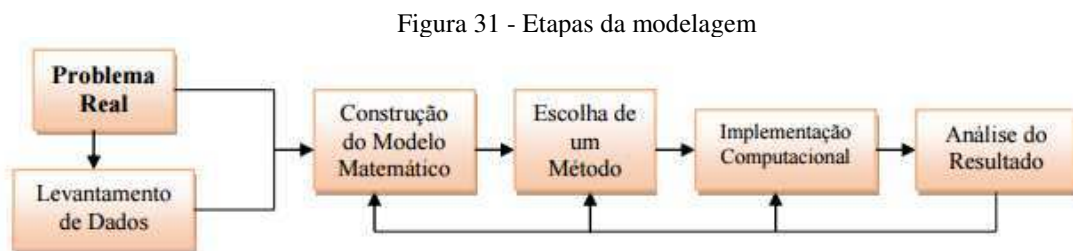
Segundo Madrona (2008), a dificuldade de se obter teorias clássicas satisfatórias para prever com precisão as pressões exercidas pelo produto armazenado nas paredes dos silos, aliado ao avanço extraordinário da computação nos últimos anos, incentivou a utilização dos métodos numéricos como uma nova forma de abordagem no estudo das pressões nos silos.

Os métodos numéricos trazem vantagens como permitir análise das pressões em silos com geometrias particulares, como a descarga excêntrica ou silos com fundo inclinado (tremonhas), assim como a possibilidade de escolha de uma teoria de comportamento mais coerente com a realidade para o produto armazenado, incluindo comportamento plástico e não-linear (MADRONA, 2008).

De acordo com Cherry et al (2012), o desenvolvimento e aplicação dos métodos numéricos estão vinculados ao desenvolvimento computacional. Portanto, os fatores relevantes para a escolha de um algoritmo devem envolver os aspectos:

- Precisão desejada;
- Capacidade do método em conduzir aos resultados desejados (velocidade de convergência);
- Esforço computacional desejado (tempo de processamento, economia de memória necessária para a resolução).

O processo de modelagem matemática para resolver problemas reais pode ser visto pelas seguintes etapas (Figura 31):



FONTE: Cherry et al (2012)

Os métodos numéricos mais utilizados no estudo dos silos são: o método dos elementos finitos (MEF) e o método dos elementos discretos (MED). O MED consiste em simular individualmente as partículas que integram o meio a partir do emprego de modelos de choque e da segunda lei de Newton. Essas considerações permitem a obtenção do movimento e velocidade individual de cada grão, incluindo a influência de choques e atritos existentes entre as próprias partículas e entre essas e a parede. O cálculo das tensões resultantes é obtido mediante integração dos resultados individuais. O MED é o tipo de análise ideal para o estudo das pressões principalmente no momento da descarga do produto (MADRONA, 2008).

Apesar disso, sua aplicação não é viável atualmente porque a simulação de todas as partículas armazenadas no silo exigiria necessidades computacionais extraordinariamente elevadas. Portanto, o método mais empregado atualmente é o MEF (VÁSQUEZ, 2006).

Moaveni (2015) descreve a dificuldade matemática ao comparar os dois métodos. O MED utiliza a equação diferencial escrita para cada nó e as derivadas são substituídas por equações diferenciais que resultam em equações lineares. O MEF, por sua vez, representa um método mais simples, que se baseia no uso de formulações integrais para criar um sistema de equações algébricas, tendo como solução geral a junção das soluções individuais.

## **4.2 Método dos elementos finitos**

### **4.2.1 Princípio**

O Método de Elementos finitos (MEF) consiste em uma ferramenta que permite calcular áreas de estresse e deformação em vários tipos de estruturas, das simples às mais complexas (SAMESHIMA e MELNICK, 1994).

O princípio do MEF é baseado em segmentar uma estrutura complexa em pequenas e simples secções, chamadas de elementos. Nas extremidades de cada elemento finito encontram-se pontos, ou nós, que conectam os elementos entre si, formando uma malha arranjada (LOTTI et al, 2006).

Os processos de criação da malha, dos elementos e dos seus respectivos nós compreendem o processo de discretização do domínio do problema (GENG et al., 2001). Esta etapa do estudo é muito importante, uma vez que o desempenho da simulação é



dependente da qualidade e das características da malha gerada para uma determinada complexidade geométrica (ERDEMIR et al., 2012).

Nesse processo, a estrutura estudada é discretizada (subdividida) em pequenos elementos denominados de elementos finitos, os quais mantêm as propriedades da estrutura de origem. Estes elementos representam regiões no espaço, podendo assumir diferentes formatos (GALLAGHER, 1975). Nas extremidades de cada elemento finito encontram-se pontos chamados de nós, que são responsáveis por conectar os elementos entre si, formando uma malha, e por permitir a passagem das informações entre estes. Cada nó, por sua vez, possui um número definido de graus de liberdade, que determinam a forma como o nó irá deslocar-se no espaço em duas (X e Y) ou três (X, Y e Z) dimensões espaciais (RUBIN et al., 1983).

A hipótese fundamental na confecção do modelo matemático é a continuidade do meio, dado que esse método é baseado na Mecânica do Contínuo. Essa teoria é um ramo da ciência que trata a matéria como sendo um meio contínuo, sem vazios interiores, de forma que qualquer porção de volume, por menor que seja, é totalmente preenchida por certa quantidade de massa. Além disso, o meio inicialmente contínuo deve permanecer contínuo depois de aplicado o carregamento externo (MADRONA, 2008).

O conceito “contínuo” permite a definição do ponto geométrico (de volume igual a zero), por um limite matemático, tal como na definição de derivadas no cálculo infinitesimal. Assim, na Mecânica do Contínuo, os princípios da física são escritos sob a forma de equações diferenciais. Os efeitos da constituição interna dos materiais são considerados de forma macroscópica através das equações constitutivas do material (MADRONA, 2008).

Vásquez (2006) cita as vantagens e os cuidados ao aplicar o MEF. Segundo ele, é uma ferramenta bastante eficiente na solução de problemas de engenharia, com a possibilidade de realizar uma grande discretização da estrutura, a simulação dos comportamentos lineares e inelásticos dos materiais, o estudo da interação entre os materiais diferentes, a realização de análises dinâmicas ou a realização de problemas não estruturais. No entanto, trata-se de uma técnica completa, que requer profundos conhecimentos em várias áreas, especialmente porque os usuários dos programas dos métodos dos elementos finitos não têm um controle direto sobre os cálculos realizados. Dessa forma, se não houver segurança das implicações das teorias e hipóteses empregadas, não será possível avaliar os resultados de maneiras crítica, não estimando adequadamente a eficiência da análise realizada. Além disso, surgem outras implicações

como a dificuldade de aprendizagem do uso da técnica e o manejo dos programas computacionais existentes, os elevados recursos computacionais necessários e o tempo requerido para a formulação adequada do modelo.

Em uma simulação pelo método dos elementos finitos, devem-se considerar os seguintes passos (MOAVENI, 2015):

- Fase do pré-processamento:
  - a) Criar e discretizar o domínio da solução em elementos finitos, que se trata de subdividir o problema em nós e elementos;
  - b) Assumir uma função da forma que representa o comportamento de um elemento, que é uma função contínua assumida para representar o comportamento aproximado (solução) de um elemento;
  - c) Desenvolver equações para um elemento;
  - d) Unir os elementos para representar o problema inteiro. Construir a matriz de rigidez global;
  - e) Aplicar as condições de fronteira, condições iniciais e carregamento.
- Fase de solução:
  - f) Resolver um conjunto de equações algébricas lineares ou não-lineares simultaneamente para obter resultados nodais, tais como valores de deslocamentos e de temperatura em diferentes nós para problema de transferência de calor.
- Fase de pós-processamento:
  - g) Obter outras informações importantes, como tensões principais, fluxo de calor e outras.

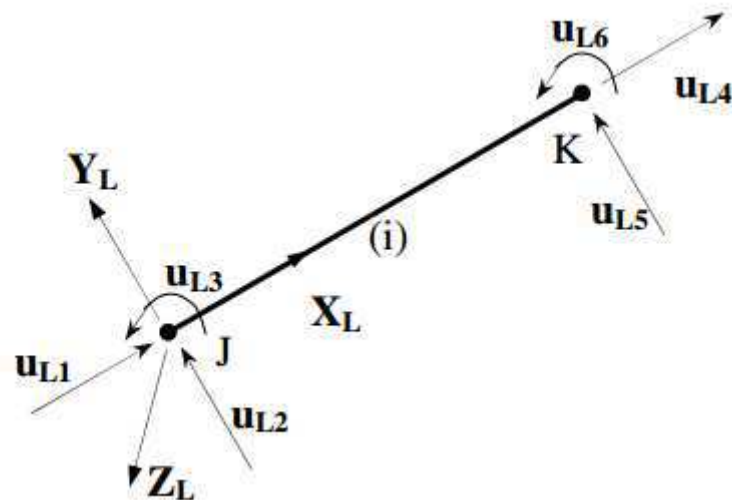
#### **4.2.2 Análise matricial**

No cálculo estrutural, cada elemento está representado por funções de forma e uma matriz de rigidez que relaciona forças e deformações. Essas matrizes parciais se unem para formar a matriz de rigidez da estrutura, em analogia ao realizado com o cálculo matricial de estruturas. Por outro lado, nos pontos de união (denominados nós), determinam-se as condições para calcular o equilíbrio da estrutura (VÁZQUEZ, 2006).

Para o caso de uma barra que possui um nó em cada uma das extremidades (Figura 32), cada um dos nós apresenta três graus de liberdade, uma translação vertical, uma translação horizontal e uma rotação. A matriz de rigidez do elemento é referenciada a um

sistema de coordenadas locais, onde o “ $X_L$ ” coincide com o eixo do elemento, o eixo “ $Y_L$ ” é perpendicular a “ $X_L$ ” e o eixo “ $Z_L$ ” é perpendicular ao plano formado por “ $X_L$ ” e “ $Y_L$ ” (Carelli, 2012).

Figura 32 - Barra definida pelo elemento (i), entre os nós J e K.



FONTE: Carelli (2012).

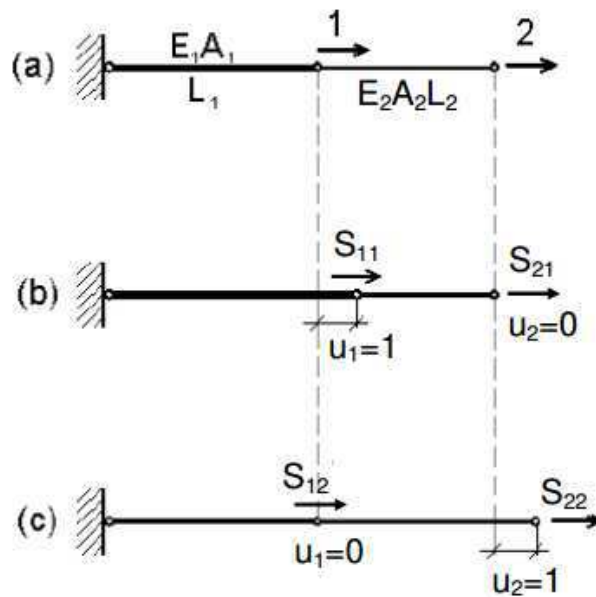
De acordo com a Figura 32:

- o sistema local é definido pela incidência do elemento definido pelo eixo “ $X_L$ ” de J para K;
- o vetor de deslocamentos no sistema local é definido por  $[u]$ ;
- as ações (forças) devido aos deslocamentos nodais são definidas por  $[A] = [S][u]$ , onde  $[S]$  representa a matriz de rigidez. A equação é válida para o sistema de coordenadas locais e globais.

A matriz de rigidez é definida por coeficientes de rigidez que representam, na realidade, uma força que aplicada na direção de um grau de liberdade causa uma deformação unitária nessa direção, mantidas todas as demais fixas.

Exemplificando, Carelli (2012) apresenta a discretização de uma barra contínua composta por duas hastes e solicitada por esforço normal (Figura 33):

Figura 33 - Coeficientes de rigidez de uma barra composta por duas hastes e solicitada por esforço normal.



FONTE: Carelli (2012)

Nesse caso, são conhecidas as ações que atuam nas coordenadas 1 e 2 ( $A_1$  e  $A_2$ ) e os coeficientes de rigidez ( $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$  e  $S_{22}$ ), que devem ser obtidos previamente, desejando-se obter os deslocamentos nas coordenadas 1 e 2 ( $u_1$  e  $u_2$ ).

Para que o nó da coordenada 1 esteja em equilíbrio, a força externa deve ser igual ao somatório das forças internas resultantes dos deslocamentos ocorridos ao longo da estrutura, ou seja:

$$A_1 = S_{11} \cdot u_1 + S_{12} \cdot u_2 \quad (66)$$

O mesmo pode ser dito com relação ao nó da coordenada 2:

$$A_2 = S_{21} \cdot u_1 + S_{22} \cdot u_2 \quad (67)$$

Unindo-se as equações, pode-se escrever matricialmente:

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (68)$$

Onde:

$\{A\}$  é o vetor das ações (externas);

$\{u\}$  é o vetor dos deslocamentos, representados pelo deslocamento no nó 1 ( $u_1$ ) e no deslocamento no nó 2 ( $u_2$ );

$[S]$  é a matriz de rigidez, correspondente ao número de coordenadas utilizadas.

Por analogia à Lei de Hooke

$$F = \frac{E.A}{L} \cdot u \quad (69)$$

O coeficiente de rigidez da barra é:

$$k = \frac{E.A}{L} \quad (70)$$

Portanto, os coeficientes da matriz de rigidez são:

$S_{11}$  : força na coordenada 1 decorrente da imposição de um deslocamento unitário na coordenada 1, mantendo as demais coordenadas restringidas.

$S_{21}$  : força na coordenada 2 decorrente da imposição de um deslocamento unitário na coordenada 1, mantendo as demais coordenadas restringidas.

$S_{12}$  : força na coordenada 1 decorrente da imposição de um deslocamento unitário na coordenada 2, mantendo as demais coordenadas restringidas.

$S_{22}$  : força na coordenada 2 decorrente da imposição de um deslocamento unitário na coordenada 2, mantendo as demais coordenadas restringidas.

Obtendo-se, assim, a matriz de rigidez da estrutura:

$$[S] = \begin{bmatrix} \left( \frac{E_1 \cdot A_1}{L_1} + \frac{E_2 \cdot A_2}{L_2} \right) & -\frac{E_2 \cdot A_2}{L_2} \\ -\frac{E_2 \cdot A_2}{L_2} & \frac{E_2 \cdot A_2}{L_2} \end{bmatrix} \quad (71)$$

### 4.3 Software ANSYS

O ANSYS é um software de elementos finitos que pode ser utilizado para solucionar diversos problemas de engenharia. A capacidade do ANSYS inclui habilidades para resolver sete tipos de análises estruturais disponíveis, descritas a seguir (ANSYS, 2013).

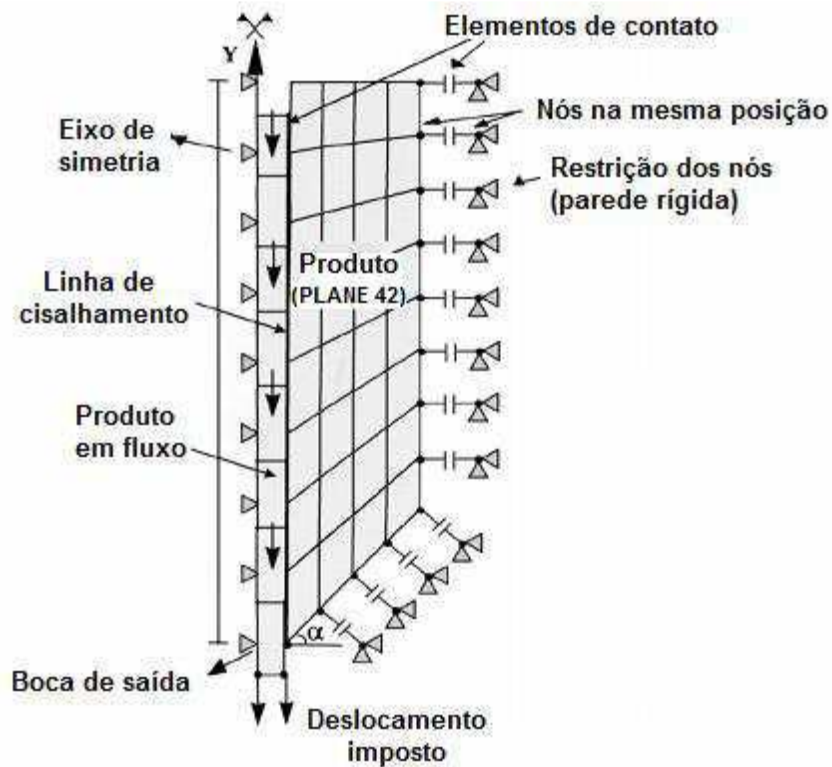
- **Análise estática** – utilizada para determinação de deslocamentos e tensões devido à aplicação de carregamento estático;
- **Análise modal** – engloba verificação de frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura;

- **Análise harmônica** – verifica a resposta de uma estrutura a cargas harmônicas variáveis no tempo;
- **Análise dinâmica transiente** – também verifica a resposta da estrutura a cargas, mas essas arbitrariamente variáveis no tempo;
- **Análise espectral** – permite o cálculo de tensões e deformações devidas a um espectro de resposta ou vibrações aleatórias;
- **Análise de flambagem** – usada para determinar as cargas de flambagem;
- **Análise dinâmica explícita** – calcula cargas dinâmicas, grandes deformações e complexos problemas de contato.

Ayuga et al. (2001) utilizaram o programa ANSYS em um estudo de descarga em silos com modelo bidimensional simétrico, no qual empregaram o modelo de comportamento elastoplástico para simulação do produto. Também se basearam no critério de Drucker-Prager, que é um método derivado do modelo de falha de solos de Mohr-Coulomb e se trata de um modelo constitutivo para solos de comportamento elastoplástico, onde o escoamento é controlado por uma combinação entre a tensão hidrostática e a tensão desviatória (desequilíbrio das tensões entre os diferentes trechos). O procedimento empregado para simulação da descarga consistiu no deslocamento forçado dos nós localizados no orifício de descarga (Figura 34), configurando não uma análise dinâmica clássica, mas um estudo estático onde se força o produto a sofrer um deslocamento pré-fixado. Uma das características mais interessante do modelo é a simulação dos diferentes tipos de fluxo possíveis, no qual se tem conseguido mediante a criação de uma linha de atrito interno que determina a parte do material em repouso.

Outro estudo em silos a partir do programa ANSYS foi desenvolvido por Hillewaere *et al.* (2013), motivados por acidentes devido à ação do vento, ocorrido em uma bateria de 40 silos, que provocou à ovalização das paredes de alguns silos. O sistema foi discretizado no conjunto de equações do programa ANSYS FLUENT, concluindo que as simulações também são qualitativamente validadas através da comparação do presente fluxo com fluxos geometricamente semelhantes.

Figura 34 - Deslocamento forçado em nós no orifício de descarga



FONTE: Ayuga et al. (2001)

#### 4.4 Aplicações do MEF em análise estrutural de silos

No estudo das pressões em silos, os métodos numéricos auxiliam a análise para o caso de geometrias particulares (como descarga excêntrica ou silos com fundo inclinado), além da possibilidade de escolha de uma teoria de comportamento mais coerente com a realidade para o produto armazenado, incluindo comportamento plástico e não linear (Madrona, 2008).

Madrona (2008) cita a evolução do processo de modelagem pelo método dos elementos finitos nos últimos 30 anos, destacando os avanços de equipes de pesquisa em 3 programas computacionais: ABAQUS (equipe Rotter), SILO (equipe Eibl) e ANSYS (equipe Ayuga).

Algumas pesquisas recentes apresentam resultados relevantes em análise estrutural de silos por meio do método dos elementos finitos:

- Iwicki et al. (2016):

Utilizando o software comercial ABAQUS, Iwicki et al. (2016) simularam pelo método dos elementos finitos um silo com paredes corrugadas a partir de um modelo ortotrópico de casca, cilíndrico, semi-esbelto, com altura de 20 m, diâmetro de 8 m ( $H/D = 2,5$ ), com ondulação da parede de 76 mm na horizontal e 18 mm na vertical, semelhante ao silo de referência da Figura 35.

Figura 35 - Silos cilíndricos metálicos com paredes corrugadas e 18 colunas verticais à distância de 1,4m (altura  $H = 17,62$  m e diâmetro  $D = 8,02$  m).



FONTE: Iwicki (2016).

A análise linear da flambagem (LBA) foi repetida mais de 30 vezes para variações no número de colunas do silo ao longo de sua circunferência, no intervalo de 10 a 40. A simulação também foi realizada com a análise não-linear com não-linearidade geométrica (GNA), considerando o efeito das imperfeições geométricas iniciais, e comparada com a Eurocode (Figura 36).



Figura 36 - Malha para simulação numérica do silo.



FONTE: Iwicki (2016).

Comparando a quantidade de colunas, verificaram que o fator de carga de flambagem (ou coeficiente de flambagem) foi praticamente o mesmo para 26 colunas ( $\lambda = 3,92 \cong 4$ ) e 40 colunas ( $\lambda = 4,04 \cong 4$ ), sendo economicamente mais viável a aplicação de 26 colunas. Com relação ao silo com apenas 10 colunas, as pressões calculadas pela norma representaram apenas de 9 – 24% das obtidas com a simulação e os resultados das análises LBA e GNA foram cerca de 5 vezes maiores que os obtidos segundo os procedimentos da norma.

- Zhao et al. (2013):

Apesar do comportamento à flambagem de cascas cilíndricas submetidas à pressão do vento ser um tema bastante difundido, Zhao et al. (2013) destacam que poucos estudos têm avaliado os efeitos da pressão do vento sobre o silo quando esse se encontra

vazio ou cheio, além da ação combinada do vento e dos produtos armazenados no estudo da flambagem.

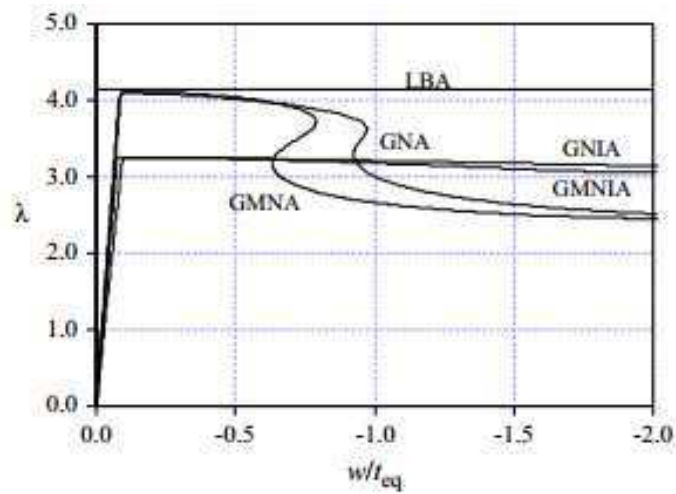
Simularam, portanto, um silo cilíndrico metálico, baixo, de 40 m de diâmetro, 36 m de altura, com relação  $H/D = 0,9$ . A parede do silo foi tipo afunilado devido ao seu melhor desempenho estrutural e economia de custo, o material isotrópico perfeitamente elástico, com aço S355, módulo de elasticidade  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ , coeficiente de Poisson de 0,3 e tensão de escoamento do aço de  $355 \text{ N/mm}^2$ . As análises de flambagem realizadas foram as descritas pela Eurocode:

- Para um silo perfeito: LBA, GNA e GMNA;
- Para um silo imperfeito: GNIA e GMNIA.

O modelo numérico foi desenvolvido no software ANSYS, utilizando o elemento de casca quadrático de 8 nós SHELL93, com cada nó do elemento finito com 6 graus de liberdade (translações e rotações em e em torno de x, y e z), definido em um sistema de coordenadas cilíndricas (x: direção radial, y: direção circunferencial, z: direção meridional). O silo foi analisado nos 2 casos citados pela norma em relação ao vento: load case WF (vento e silo cheio) e load case WE (vento e silo vazio). A velocidade do vento considerada foi de 20m/s que, segundo Zhao et al (2013) com base em dados meteorológicos, raramente ultrapassa esse valor.

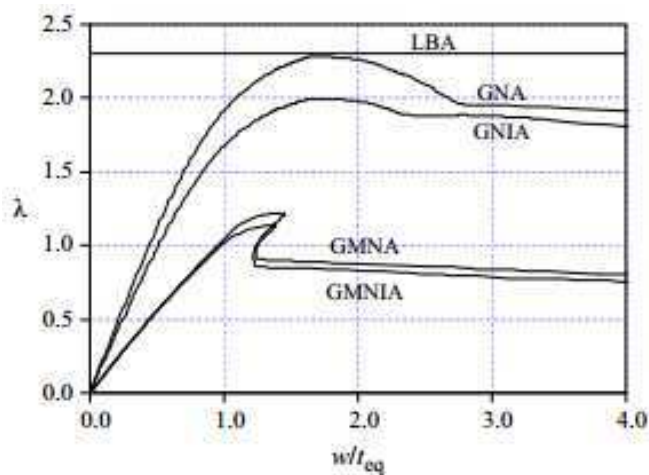
Sendo a análise LBA (análise linear de flambagem) o esforço teórico de flambagem para uma estrutura elástica linear ideal, as outras análises foram comparadas nos 2 casos de ação do vento (Figuras 37 e 38), relacionando a carga crítica de flambagem ( $\lambda$ ) com a relação entre o deslocamento radial (w, considerando positivo no sentido normal para fora da superfície da casca) e espessura equivalente da parede ( $t_{eq}$ , média das espessuras da base e do topo).

Figura 37 - Curvas carga-deslocamento para o caso WE.



FONTE: Zhao et al. (2013).

Figura 38 - Curvas carga-deslocamento para o caso WF



FONTE: Zhao et al. (2013).

No caso WE, os deslocamentos são negativos (compressão da casca) sob a ação do vento e as análises do modelo perfeito (GNA e GMNA) aumentam até  $0,1.t_{eq}$  próximo à carga crítica de flambagem (análise LBA) e depois decrescem até o equilíbrio após flambagem. Nessa fase, são semelhantes os resultados para os grupos do silo perfeito (GNA e GMNA) e do silo imperfeito (GNIA e GMNIA), mostrando que a não-linearidade do material é desprezível em relação à carga do vento na situação do silo vazio.

No caso WF, os deslocamentos são positivos. As não-linearidades de geometria e de material são relevantes (observa-se, por exemplo, o equilíbrio entre GMNA e GMNIA, em que ambas as análises consideram os 2 efeitos) e são determinantes no comportamento à flambagem do silo, diminuindo na resistência de flambagem (deslocamento maior para carga crítica menor).

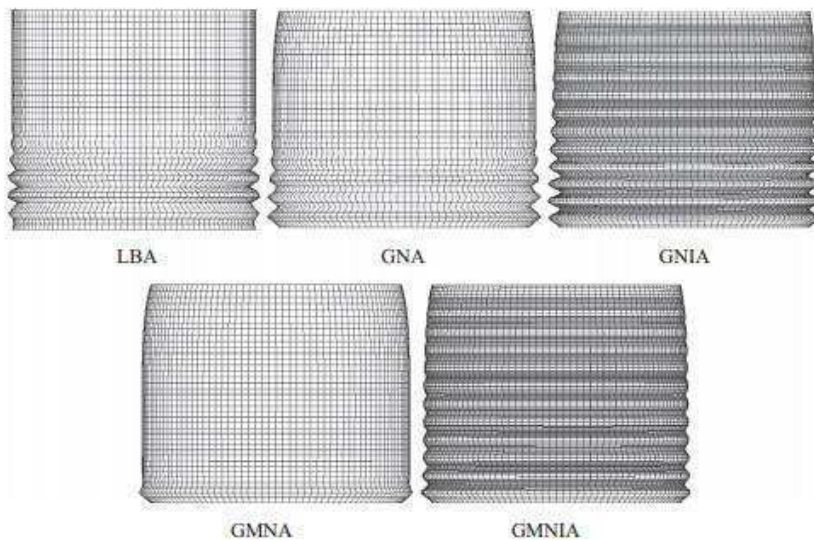
Quanto maior a deformação, maior a mudança de geometria na casca, como se observa ao analisar o caso WE (Figura 37) e o caso WF (Figura 38). No primeiro caso, o silo é submetido à compressão meridional e circunferencial e no segundo, à tensão de compressão meridional.

Figura 39 - Deformações no silo no caso WE.



FONTE: Zhao et al. (2013).

Figura 40 - Deformações no silo no caso WF.



FONTE: Zhao et al. (2013).

Portanto, verificaram que a situação do silo cheio era mais crítica quanto à resistência à flambagem em silos baixos, ou seja, não foi considerada a influência da esbeltez nesse estudo.

- Goodey et al. (2017):

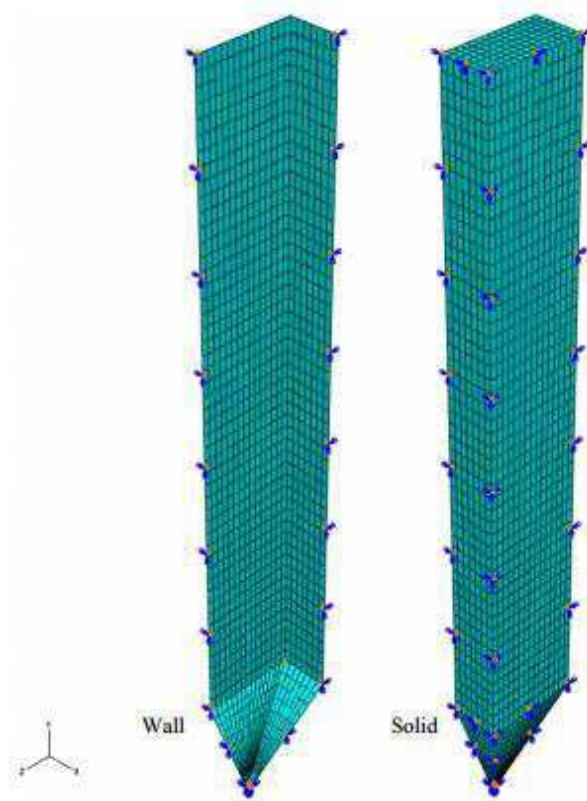
Goodey et al. (2017) propuseram um estudo de pressões em silos de seção retangular, usando simulação numérica pelo MEF. Sugerem que formas estruturais alternativas podem oferecer vantagens de facilidade e custo de fabricação, assim como o uso eficiente do espaço.

Na simulação de seção retangular usando um modelo validado de elemento finito, o estudo baseou-se na determinação das pressões nas paredes no enchimento de um silo, com a hipótese de que há variação na pressão horizontal ao longo da seção. De acordo com a teoria de Janssen, a pressão variaria apenas com a profundidade. No entanto, as propriedades dos produtos armazenados também influenciariam, como observado na assimetria de fluxo desenvolvida em silos mesmo carregado ou descarregado simetricamente.

Na simulação, o sólido armazenado foi modelado como contínuo, não-linear, elastoplástico. A validação do modelo foi baseada em experimentos em escala piloto e comparações com o modelo de Goodey et al. (2003), além de utilizar vários produtos armazenados e geometrias distintas, para garantir sua larga aplicabilidade.

O software utilizado foi o ABAQUS e o modelo em 3D simulado com  $\frac{1}{4}$  da estrutura devido à simetria. As paredes foram representadas em elementos de casca quadrilátero de 4 nós, como comportamento linear elástico e aço com módulo de elasticidade  $E = 210 \text{ GPa}$  e coeficiente de Poisson de 0,3. O produto armazenado, por sua vez, foi representado por elemento contínuo de 8 nós e para a interface entre o produto e a parede, utilizou-se o modelo de atrito de Coulomb. Foram consideradas 5 relações entre o comprimento maior (medida “a”) e o comprimento menor (medida “b”) da seção: 1, 1.1, 1.3, 1.5 e 2, mantendo o lado menor com 1,5. As alturas dos silos foram fixadas em 10 m. Todos os silos tinham tremonha com inclinação de  $45^\circ$  em relação à horizontal (Figura 41).

Figura 41 - Vista do modelo de elemento finito.

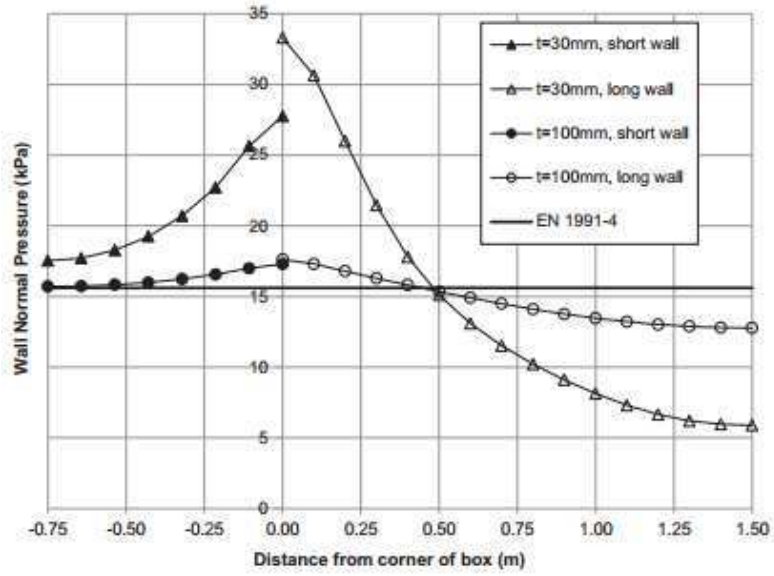


FONTE: Goodey et al. (2017)

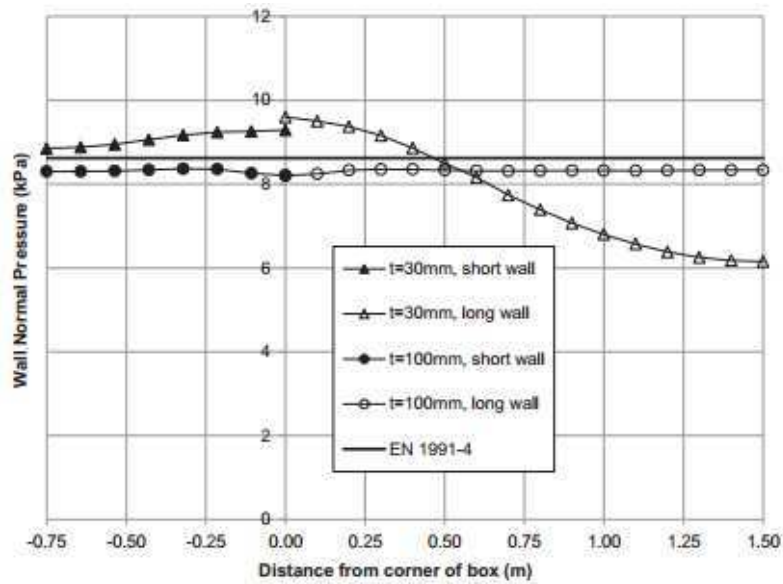
Comparando à Eurocode (que utiliza as Equações de Janssen), com espessuras de parede e produtos distintos, foi observada a pressão horizontal para uma altura de 5m do silo (Figura 42). Com a origem no vértice do retângulo, os valores positivos seriam ao longo da maior parede (“long wall”, medida “a”) e os negativos em relação a menor parede (“short wall”, medida “b”). A justificativa de se verificar a 5m partiu da observação experimental de um silo piloto quadrado, quando houve grande redução da pressão na parede a meia altura do silo.

Verificou-se que há variação de pressão horizontal, tanto ao longo da maior quanto da menor parede, que quanto menor a espessura maior a variação e que há influência dos produtos armazenados.

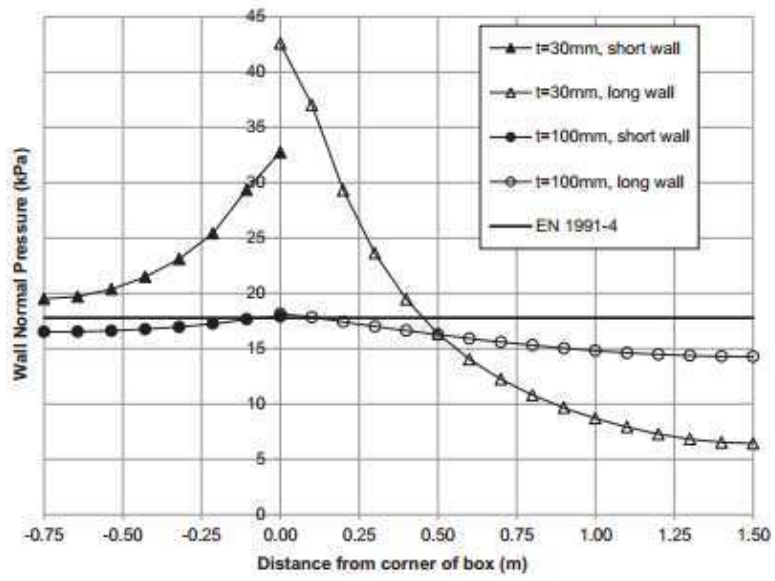
Figura 42 - a) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e areia como produto armazenado; b) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e trigo como produto armazenado; c) Variação de pressão horizontal ao longo da circunferência a 5m de altura e pedregulho como produto armazenado.



(a)



(b)



(c)

FONTE: Goodey et al. (2017)

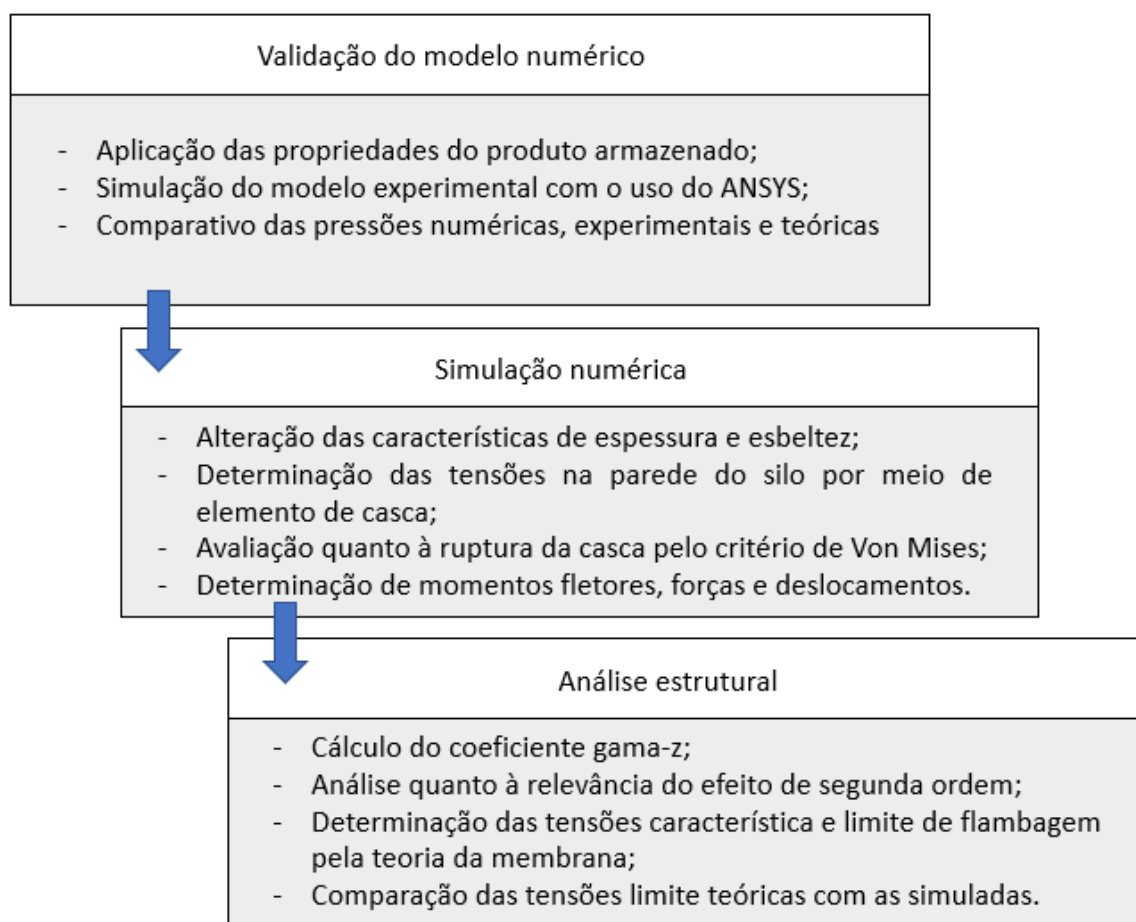


## CAPÍTULO 5

### MATERIAL E MÉTODOS

Essa pesquisa desenvolveu-se por meio de uma análise teórica-computacional das pressões horizontais e verticais exercidas pelos grãos de milho nas paredes do silo durante a descarga. Para tal, foi constituída pelas seguintes etapas:

Figura 43 – Etapas da pesquisa.



FONTE: O autor.

#### 5.1 Validação do modelo numérico

Para essa etapa, foram utilizados os dados experimentais do silo instrumentado por Fank (2017), bem como as propriedades do produto armazenado.

### 5.1.1 Propriedades do produto armazenado

Após a análise dos resultados experimentais do cisalhamento direto com o produto e com a amostra da parede do silo, Fank (2017) determinou os valores das propriedades físicas e mecânicas dos grãos de milho (Tabela 6) no Laboratório de Construções Rurais e Ambiente (LaCRA) de Engenharia Agrícola da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

Tabela 6: Propriedades experimentais do grão de milho.

Produto	Coesão [kN.m <sup>-2</sup> ]	$\gamma$ [kN.m <sup>-3</sup> ]		$\phi_i$ [°]		$\phi_e$ [°]		$\phi_r$ [°]		$\phi_w$ [°]	
		Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.	Inf.	Sup.
Milho	1,3	7,50	7,54	19	28	25	32,5	25,3	26,6	9,1	10,8

FONTE: FANK (2017)

Além dos citados, utilizaram-se também os seguintes dados:

- Módulo de elasticidade longitudinal ( $E_s$ ) = 35733 kPa;
- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) = 0,31;
- Ângulo de dilatação: 32,7°.

Obtidos em experimentos realizados para determinação das propriedades mecânicas e de fluxo de produtos granulares por Moya et al (2013).

### 5.1.2 Modelo experimental

O silo que foi analisado experimentalmente localiza-se no município de Entre Rio do Oeste (PR) e foi fabricado e instalado pela indústria CONSILOS, do município de Cascavel (PR). Suas dimensões são 18,42m de diâmetro interno e altura total de 25,35m (20,03m de corpo e 5,32m de cobertura) sendo, portanto, caracterizado como medianamente esbelto pela norma EN 1991-4 (Figura 44). Quanto ao volume total, trata-se de 5810 m<sup>3</sup> e capacidade de armazenamento de 4357t de grãos de milho.

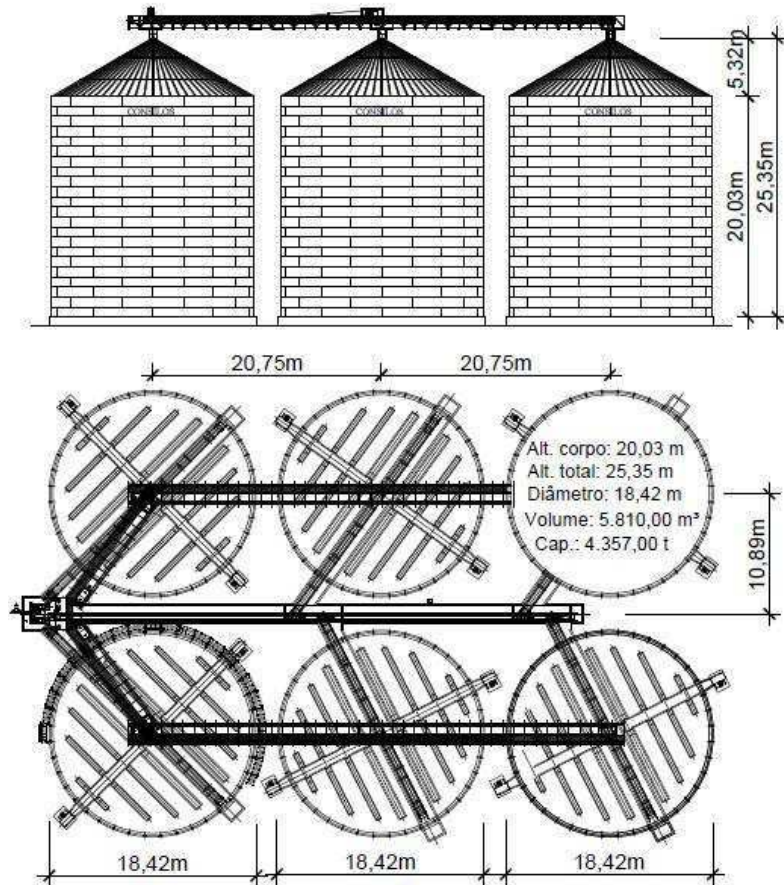
Em relação a carga e descarga, os processos são executados concentricamente pela parte superior e inferior do silo. Há um orifício de descarga principal no centro do fundo medindo 42x42 cm e 4 orifícios auxiliares de 30x30 cm distribuídos ao longo do diâmetro. O fundo é plano e de concreto armado e a parede lateral de chapas corrugadas produzidas com aço de alta resistência (ZAR 345).

Quanto às propriedades mecânicas do aço constituinte, tem-se:

- Módulo de elasticidade longitudinal ( $E_s$ ) = 210 GPa;

- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) = 0,3
- Tensão limite de escoamento ( $f_y$ ) = 345 MPa;
- Limite de resistência à tração ( $f_u$ ) = 430 MPa.

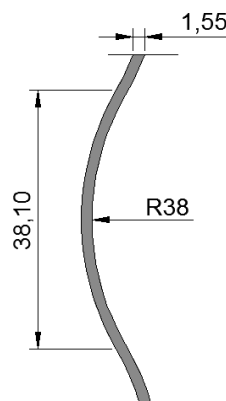
Figura 44 – Detalhe do silo e características geométricas.



FONTE: Fank (2017)

As paredes verticais do silo são de chapa metálica corrugada, com onda de 1,5” de comprimento, espessura de 1,55 mm (Figura 45).

Figura 45 – Geometria da chapa metálica constituinte do silo.



FONTE: Fank (2017)

### 5.1.3 Simulação do modelo experimental com o uso do ANSYS

Para a análise das pressões e deformações nas paredes do silo, foi considerada a condição de descarga dos produtos, justificada pelos seguintes aspectos:

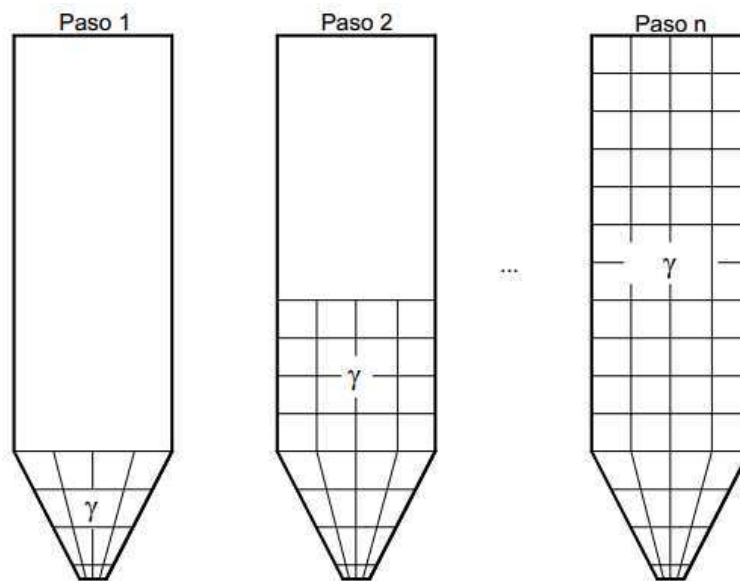
- 1) De acordo com as normas, as pressões na descarga são calculadas a partir das pressões no momento do carregamento (seguindo a teoria de Janssen) multiplicadas por um coeficiente de sobrepressão maior que 1. Logo, as pressões na descarga serão superiores ao do carregamento e se configuram como as maiores solicitações. Portanto, para uma análise estrutural, se a condição crítica é obedecida, as demais situações são asseguradas;
- 2) Segundo pesquisas realizadas por Rotter (1998), Tejchman (2004) e Kuczunska (2015), a resistência à flambagem em cascas de silo contendo produtos granulares em repouso pode ser aumentada significativamente quando comparada a silos vazios devido às pressões internas. Portanto, enquanto o silo em enchimento produz uma situação favorável à resistência quanto à flambagem, o silo ao esvaziar promove um cenário de maior instabilidade.

A simulação da descarga no ANSYS foi desenvolvida através da opção “nascimento e morte”, que consiste em ativar e desativar as propriedades dos elementos dentro de uma malha para representar crescimento ou diminuição desse volume. Os nós dos elementos desativados não sofrem deformações, enquanto o aspecto geométrico do volume vai se alterando com as deformações dos elementos ativos. Quando são reativados, adquirem nova configuração geométrica.

A reativação de um elemento se produz quando um fator de redução que afetava a rigidez deixa de ser aplicado sobre o elemento. Dessa forma, o elemento recupera todas as propriedades associadas aos seus valores iniciais: rigidez, massa, temperatura, etc (Vázquez, 2006).

Vázquez (2006) utilizou o método para simular o carregamento do silo, ativando os nós à medida que representa o enchimento pelo produto armazenado (Figura 46).

Figura 46 - Preenchimento progressivo com um incremento gradual do material armazenado.

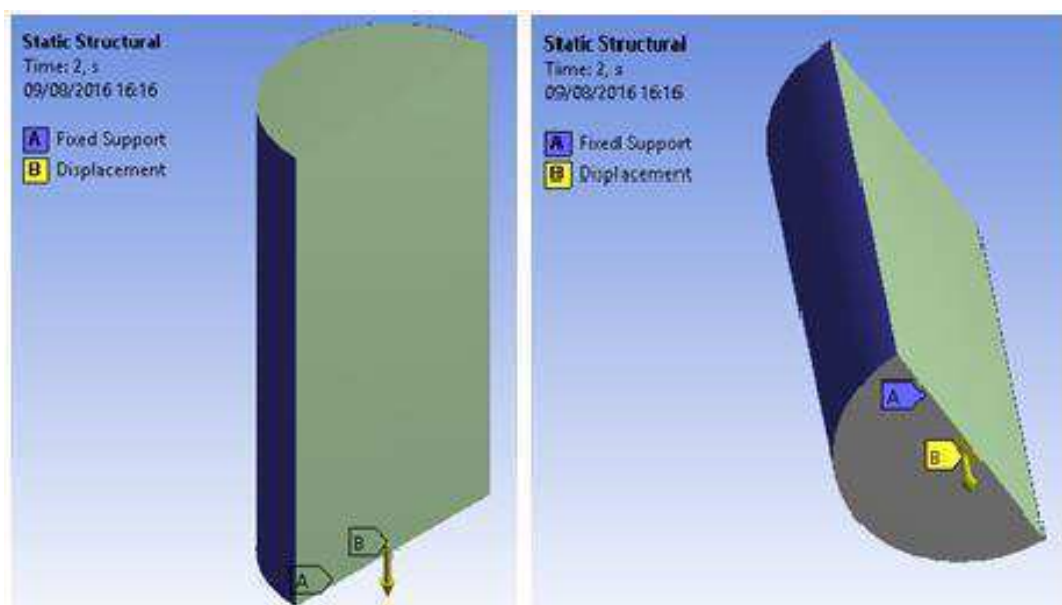


FONTE: Vázquez (2006).

No projeto, o processo foi inverso, desativando os elementos para simular a descarga do produto.

No orifício de descarga, na face relacionada ao produto (ponto B, da Figura 47), foi modificada a condição de restrição do apoio para a liberação dos elementos, que, por sua vez, trazem para a parte inferior os demais elementos a que estão associados na malha. A análise foi do tipo estática, em que são determinados os deslocamentos, deformações, tensões e forças na estrutura causadas por cargas que não induzem efeito na inércia causado por variação do tempo.

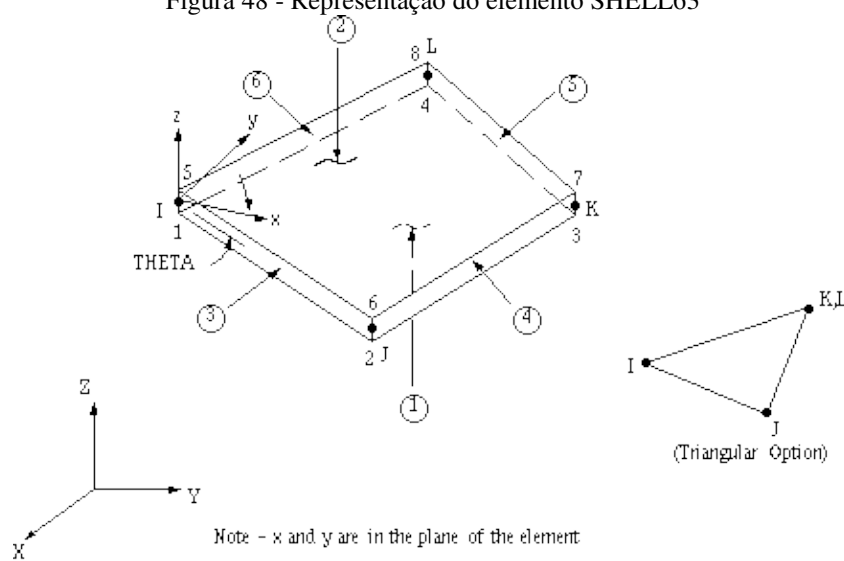
Figura 47 - Condições de restrição e apoio.



FONTE: O autor (2017).

Para a análise computacional pelo método dos elementos finitos por meio do software comercial ANSYS, o silo foi desenvolvido através de um elemento de casca (SHELL63), obedecendo ao modelo de análise descrito na EN 1993-1-6. O elemento possui capacidade de flexão e permite carregamento normal e paralelo ao plano. É um elemento de 4 nós com 6 graus de liberdade em cada nó: translações nas direções x, y e z e rotações em torno dos eixos x, y e z (Figura 48). É utilizado para aplicação linear, grande rotação e/ou grandes deformações não-lineares (ANSYS, 2013).

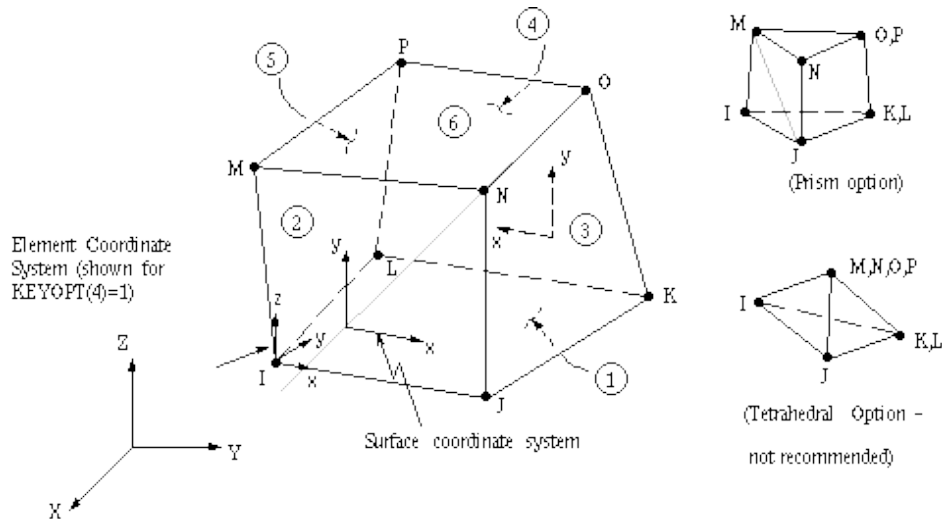
Figura 48 - Representação do elemento SHELL63



FONTE: ANSYS (2013).

O produto armazenado foi simulado por meio do elemento SOLID45, usado para modelagem de estruturas sólidas em 3D. É definido por 8 nós, com 3 graus de liberdade em cada um (translações nas direções x, y e z). O elemento (Figura 49) suporta plasticidade, fluência, grande deflexão e capacidade de grandes deformações. Também tem formulação mista para viabilizar simulação de deformações de materiais elastoplásticos quase incompressíveis e materiais hiperelásticos totalmente incompressíveis (ANSYS, 2013).

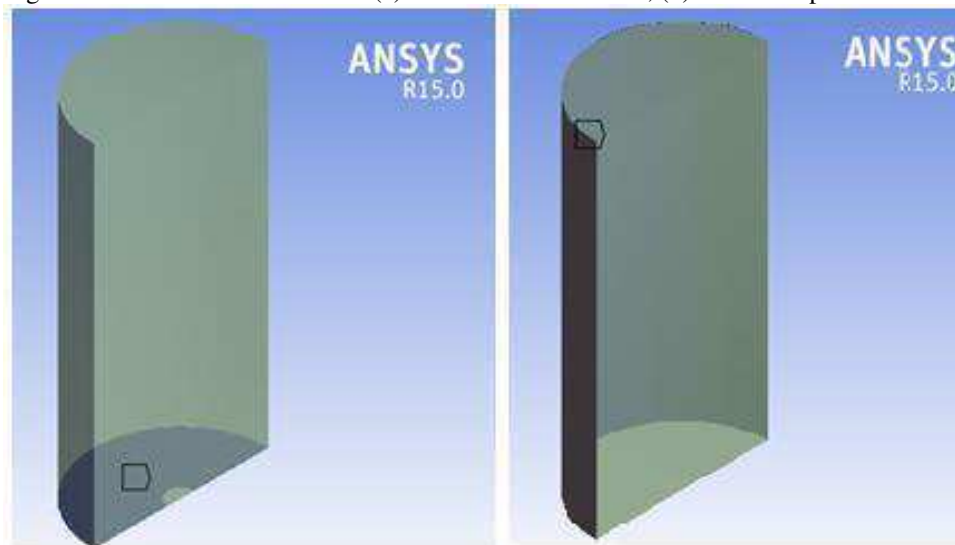
Figura 49 - Representação do elemento SOLID45.



FONTE: ANSYS (2013).

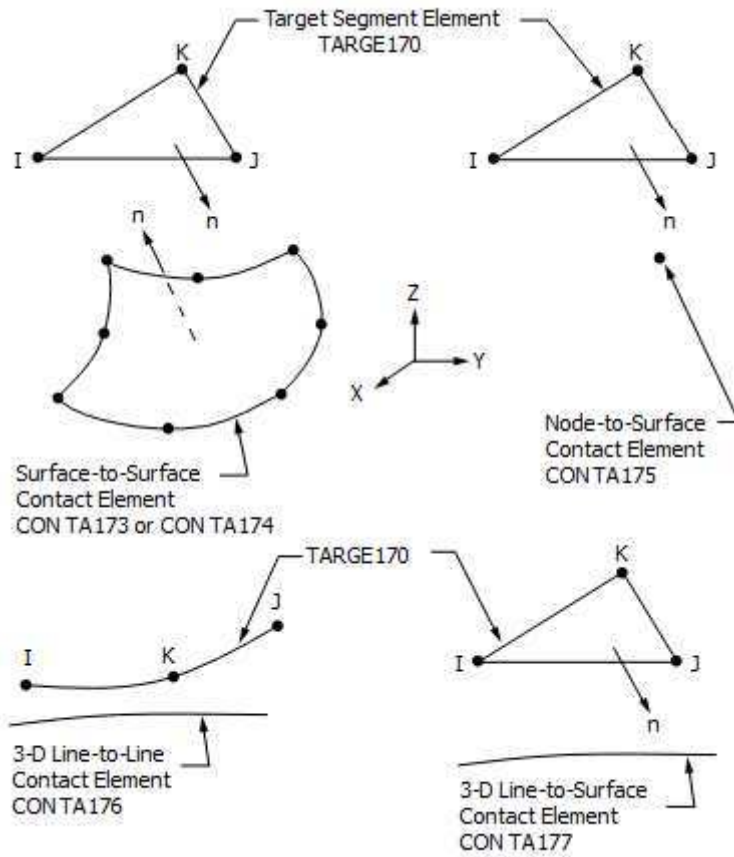
Para a representação do contato do produto armazenado com a base e com as paredes do silo (Figura 50), são utilizados elementos de origem (CONTA) e alvo (TARGE), que descrevem o sentido da ação. A deformação do silo, por exemplo, foi observada a partir da pressão exercida pelos grãos (origem) sobre as paredes (alvo). Logo, foi utilizado o elemento TARGE170, aplicado para superfícies em 3D e que pode ser associado aos seguintes elementos de contato: CONTA173 e CONTA174, CONTA175, CONTA176 e CONTA177. De acordo com a Figura 51, observa-se que ao se tratar de superfície para superfície, os elementos ficam restritos a CONTA173 e CONTA174. Dentre esses, o elemento SHELL63 proposto para simular o corpo do silo associa-se ao CONTA173, pois é um elemento de casca sem nós intermediários (Figura 52).

Figura 50 - Elementos de contato: (a) Produto – base do silo, (b) Produto – paredes do silo.



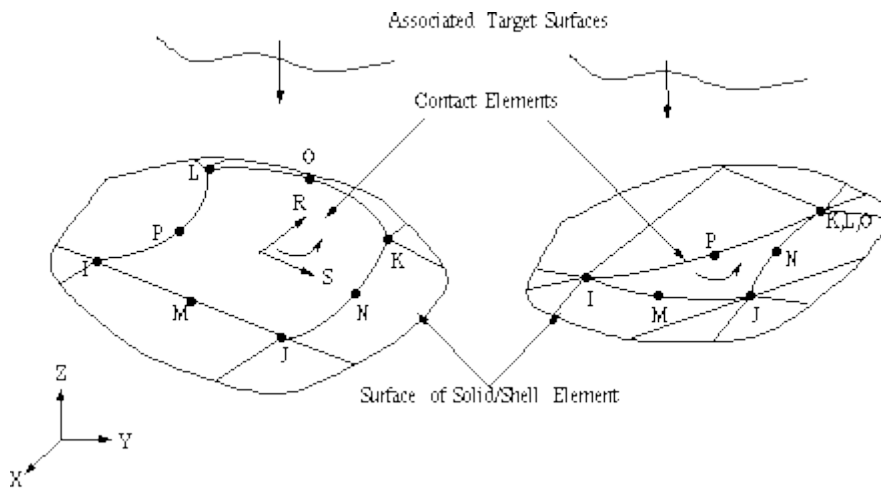
FONTE: O autor (2017).

Figura 51 - Representação do elemento TARGE170.



FONTE: ANSYS (2013).

Figura 52 - Representação do elemento CONTA173.

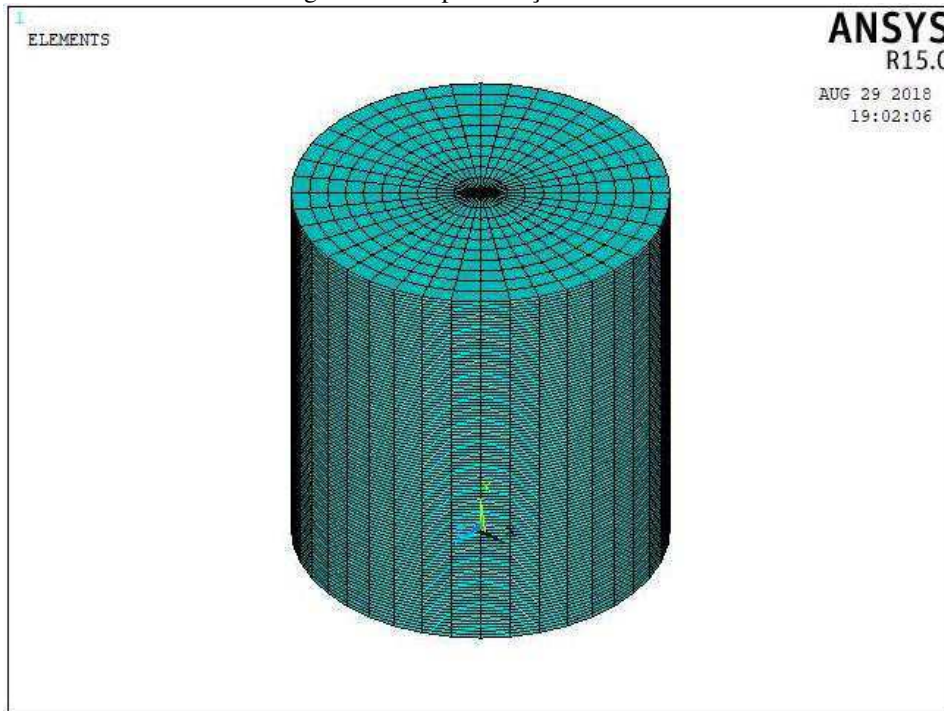


FONTE: ANSYS (2013).



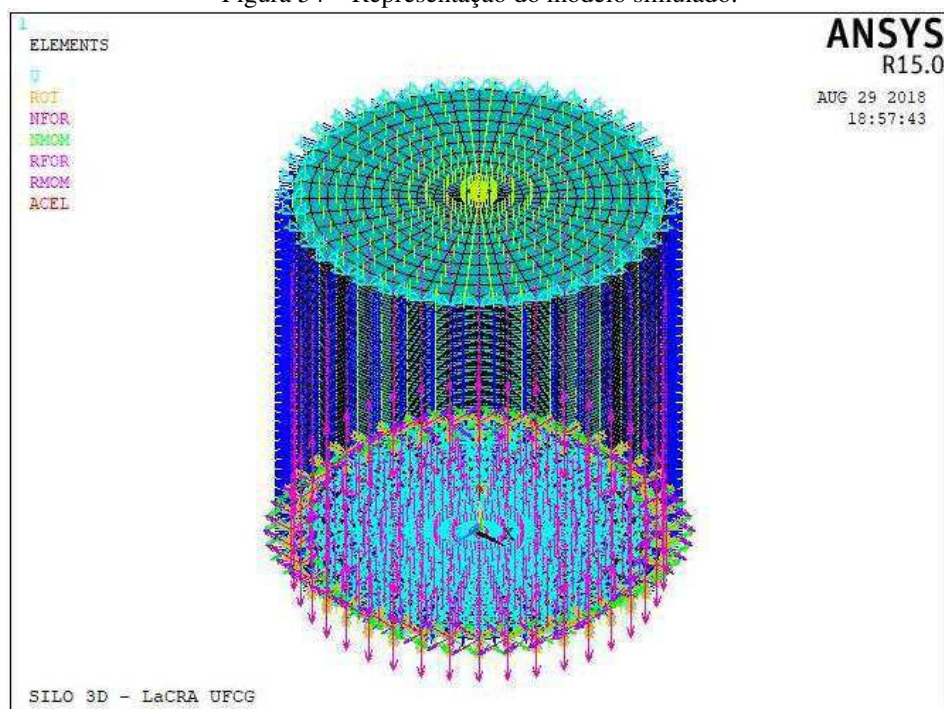
A malha dos elementos, portanto, pode ser visualizada na Figura 53 e o modelo simulado, permitindo o deslocamento dos nós na base pelo orifício de descarga e as restrições na horizontal, é representado na Figura 54.

Figura 53 – Representação da malha.



FONTE: ANSYS (2018).

Figura 54 – Representação do modelo simulado.



FONTE: ANSYS (2018).

O modelo numérico foi constituído pelo seguinte número de elementos:

SOLID45: 61200

TARGE170: 4000

CONTA173: 4000

SHELL63: 4000

Inicialmente, o modelo havia sido desenvolvido em 2 dimensões, mas como após a verificação das pressões seriam analisadas as tensões e os momentos solicitantes na parede do silo e essa seria representada por um elemento de casca (SHELL), optou-se por realizar todo o estudo em uma simulação em 3 dimensões. Para a verificação em análise de 2 dimensões, a parede seria apenas representada por uma barra vertical de um elemento de viga, o que inviabilizaria a inserção das restrições dos apoios ao longo da altura com um elemento isolado. Além da questão prática da simulação, poder-se-ia verificar se haveria modificação dos resultados das pressões em diferentes alinhamentos verticais, e não apenas em função da altura do silo. Essa verificação foi realizada experimentalmente por Fank (2017), ao instrumentar 3 pontos em um quadrante de silo (Figura 55).

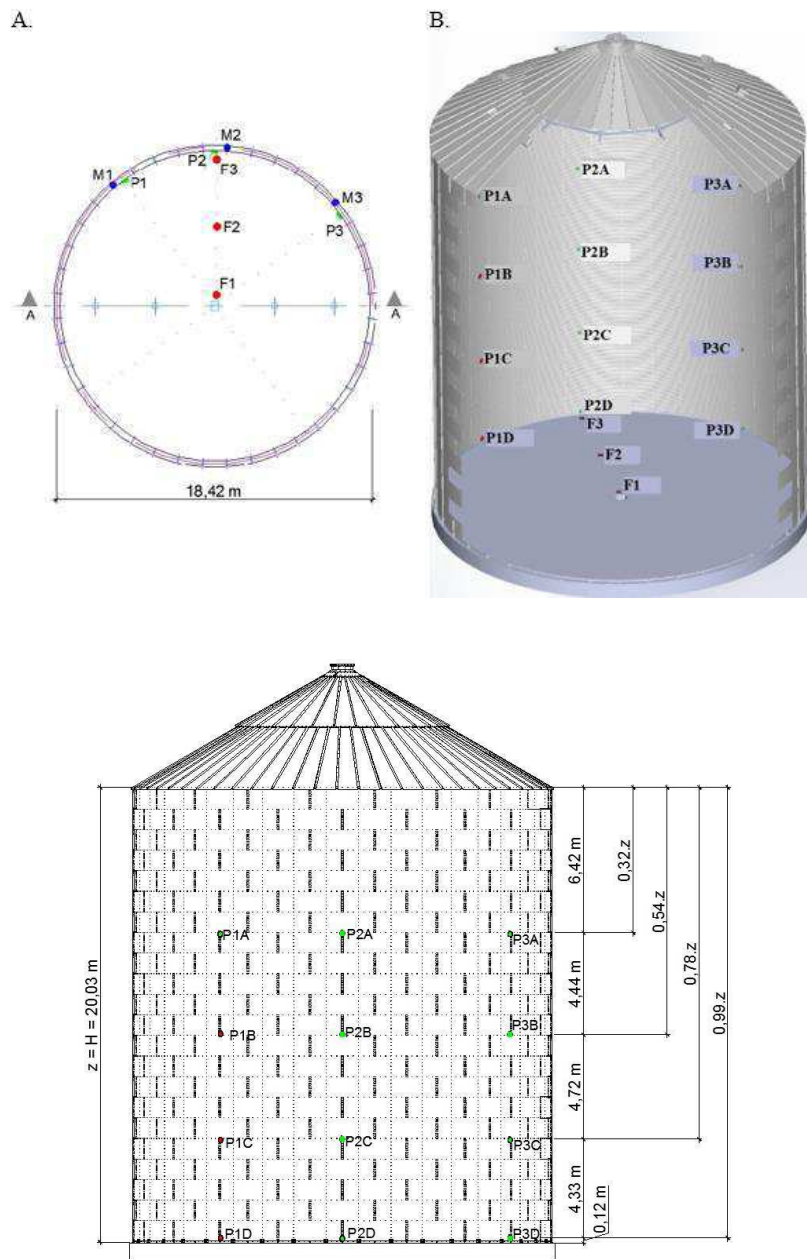
#### **5.1.4 Comparativo das pressões numéricas, experimentais e teóricas**

Para validação do modelo numérico, foram usadas como referência as pressões horizontais na descarga determinadas na parede do silo experimental de Fank (2017), por meio da utilização de células de cargas e de pressão, dispostas conforme a Figura 55.

Ao realizar 3 ciclos de carregamento, armazenamento e descarregamento, Fank (2017) observou que as células instaladas na parede do silo nas alturas mais próximas a cobertura tiveram seu desempenho prejudicado devido a deslocamentos e até arrancamento de cabos das células pelo produto durante as fases de carregamento e descarregamento dos grãos. Como estas estavam instaladas em região de difícil acesso, mesmo constatando problemas, não foi possível a correção, motivo pelo qual em cada ciclo nem todas as células forneceram valores consistentes. Assim, sempre que a resposta da célula correspondeu a um valor não significativo dos esforços provocados pelos grãos armazenados, essa foi descartada das análises na respectiva fase.

Mediante a razão apresentada, para a presente pesquisa foram considerados os resultados obtidos no primeiro ciclo como a referência experimental.

Figura 55 - Distribuição das células em ¼ do silo: a) Localização geral, em planta, dos pontos de instrumentação do silo; b) Vista; c) Posicionamento.



FONTE: Fank (2017).

Foram comparadas também às pressões teóricas segundo as equações de Janssen adaptadas pela metodologia da norma EN 1991-1-4 (2002).

## 5.2 Simulação numérica do silo

A simulação foi realizada por meio do método dos elementos finitos utilizando como ferramenta computacional o software ANSYS Mechanical, tendo como base o silo com o modelo validado e como objetivo a análise estrutural das modificações impostas.

### 5.2.1 Atribuição das características do silo numérico

O modelo validado apresentava as seguintes características:

- Relação  $H/D = 1,09$ , caracterizado como medianamente esbelto,  $1 < H/D < 2$ , pela norma EN 1991-4;
- Parede corrugada com espessura de 1,5mm;
- Saída concêntrica.

As características alteradas para as simulações foram em relação ao tipo de parede (modelada como plana), à espessura (mudança do valor e inserção de 2 espessuras de parede distintas ao longo do corpo do silo referente à utilização de anéis de rigidez) e à esbeltez (mudança para esbelto).

Em relação à espessura, os valores comerciais normalmente empregados são 0,95; 1,25; 1,55; 1,95; 2,30; 2,70 e 3mm. Para o aço utilizado (ZAR345), a variação é de 0,55 a 3mm, segundo o catálogo de chapas de aço da Companhia Siderúrgica Nacional (CSN). Como as solicitações de pressões são maiores na parte inferior do silo, utilizou-se uma espessura maior nessa região do que ao longo da altura. Também se testou a utilização de uma única espessura, porém maior, com a finalidade de simular uma parede rígida.

Quanto à esbeltez, verificou-se o caso do silo esbelto, em que ocorre a relação  $H/D \geq 2$ , e suas combinações com as diferentes espessuras.

Portanto, foram desenvolvidas as seguintes simulações para os silos cilíndricos metálicos (Tabela 7):

Tabela 7: Simulações dos silos metálicos (H = altura do silo; D = diâmetro;  $t_1$  = espessura da parte inferior da parede;  $h_1$  = altura da parede com a espessura  $t_1$ ;  $t_2$  = espessura da parte restante da parede)

Simulação	H (m)	D (m)	H/D	$t_1$ (mm)	$h_1$ (m)	$t_2$ (mm)
1	20	18,4	1,08	10	-	10
2	20	9	2,2	1,5	-	1,5
3	20	9	2,2	10	-	10
4	20	18,4	1,08	10	3,0	1,5
5	20	9	2,2	10	3,0	1,5

FONTE: O AUTOR (2018).

### **5.2.2 Determinação das tensões, deslocamentos e momentos fletores**

Para cada simulação foram verificadas as tensões obtidas nas paredes do silo, os deslocamentos com a descarga do produto e os esforços horizontais e verticais. Esses, por sua vez, servem de base para o cálculo dos momentos fletores em relação à base do silo, conforme detalhado no item seguinte (5.3.2).

## **5.3 Análise estrutural**

A análise estrutural fundamentou-se na verificação da estabilidade do silo, na necessidade ou não de se realizar um estudo mais detalhado dos esforços solicitantes e sua possível majoração.

### **5.3.1 Análise linear elástica e não-linear elástica**

Embora com o mesmo material (considerado com o comportamento elastoplástico descrito no critério de Drucker-Prager), as tensões e deformações obtidas nas paredes do silo devido aos grãos foram simuladas primeiramente através de uma análise elástica linear para um silo perfeito (LA), descrita no limite plástico (LS1) definido na EN 1993-1-6. Caso a deformação de estrutura seja relevante, deve-se fazer uma correção quanto ao comprimento efetivo de flambagem, incorporando um coeficiente de majoração. Dessa forma, foi verificada a necessidade ou não de ser realizar a análise não-linear do material elástico para um silo perfeito (MNA).

A diferença entre as duas propostas é o comportamento do material que irá compor a estrutura do silo. Na LA, será considerado apenas o efeito de primeira ordem, ou seja, elástico e linear. Para a análise MNA, será verificada uma parte do efeito de segunda ordem referente a não-linearidade do material, simulada considerando-o com o comportamento elastoplástico.

Das propostas relacionadas à análise da estabilidade de estruturas metálicas descritas na EN 1993-1-6 para a condição de limite plástico (LS1), a escolha dos tipos LA e MNA foi devido ao fato dessas serem as mais simples para o campo linear (1ª ordem) e não-linear (2ª ordem), respectivamente.

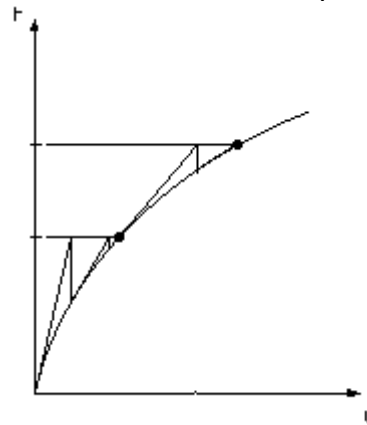
A verificação do estado limite para cascas por análise numérica global (por softwares baseado no MEF) é possível de acordo com o item 4.2.1 da Eurocode, que

também descreve alternativas de cálculo, como o projeto de tensões ou o projeto por aplicação de expressões padrão.

### 5.3.2 Verificação dos momentos fletores gerados

Foram realizadas as análises elásticas em 1ª ordem (LA), determinando as forças horizontais e verticais nas paredes, assim como as deformações horizontais. O equilíbrio das iterações foi obtido no ANSYS pelo critério de convergência de Newton-Raphson, em que o carregamento é subdividido em incrementos de carga. O método avalia a diferença entre as forças restauradoras (cargas correspondentes às tensões nos elementos) e as cargas aplicadas, aproximando o vetor para uma solução linear e observando sua convergência (Figura 56).

Figura 56 – Critério de Newton-Raphson



FONTE: ANSYS (2013)

Assim, para cada simulação foram calculados os seguintes momentos em relação à base:

$M_{tot,d}$  = soma dos momentos das forças verticais pelos deslocamentos horizontais;

$M_{1tot,d}$  = soma dos momentos das forças horizontais pela altura da aplicação.

### 5.3.3 Análise da relevância dos efeitos de 2ª ordem

Dentre os métodos para análise de efeito de segunda ordem em uma estrutura, foi utilizado o do coeficiente  $\gamma_z$ , por sua simplicidade em relação aos demais. Esse método considera o efeito do P- $\Delta$  e é verificado a partir de uma análise elástica de primeira ordem.

Logo, foi obtido o coeficiente  $\gamma_z$  com os momentos já determinados:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1tot,d}}} \quad (72)$$

E verificada se haveria a dispensa de uma análise mais precisa dos efeitos de 2ª ordem, caso em que  $\gamma_z > 1,1$  (estrutura de nós móveis).

#### **5.3.4 Comparação com as tensões teóricas obtidas pela teoria da membrana**

Sendo dispensada nas simulações desenvolvidas, o cálculo das tensões característica e limite de flambagem sob compressão axial (não considerando o efeito do vento), pode ser realizado sem alteração no comprimento efetivo.

Assim, são comparadas as tensões teóricas por meio da teoria da membrana com as numéricas para verificação quanto do dimensionamento quanto ao efeito de flambagem.

## CAPÍTULO 6

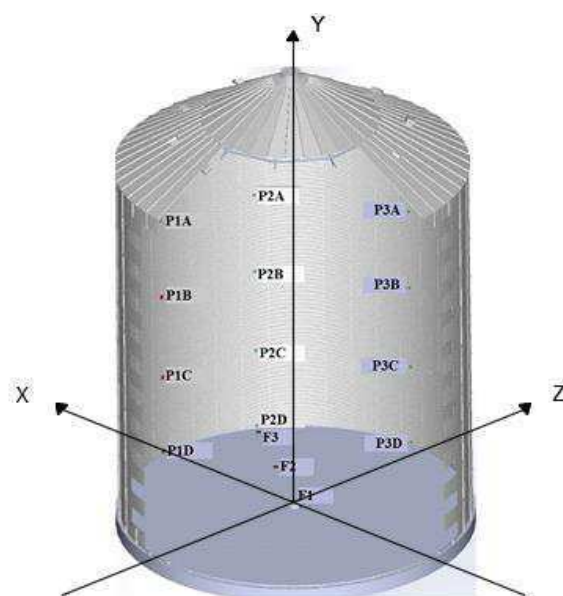
### RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 6.1 Validação do modelo numérico

Realizou-se a determinação das pressões horizontais com a parede no modelo numérico em 3 dimensões e comparou-se com os obtidos por meio da EN-1991-4-1 (2002) e por experimento de Fank (2017).

Na simulação em 3D foi possível determinar os resultados das pressões nos eixos x e z, que fariam a correspondência com os resultados nas células de alinhamento P1 e P3, respectivamente, enquanto o eixo y representou a altura do silo (Figura 57).

Figura 57 – Eixos coordenados do silo e localização das células de pressão



FONTE: O autor (2018), adaptado de Fank (2017)

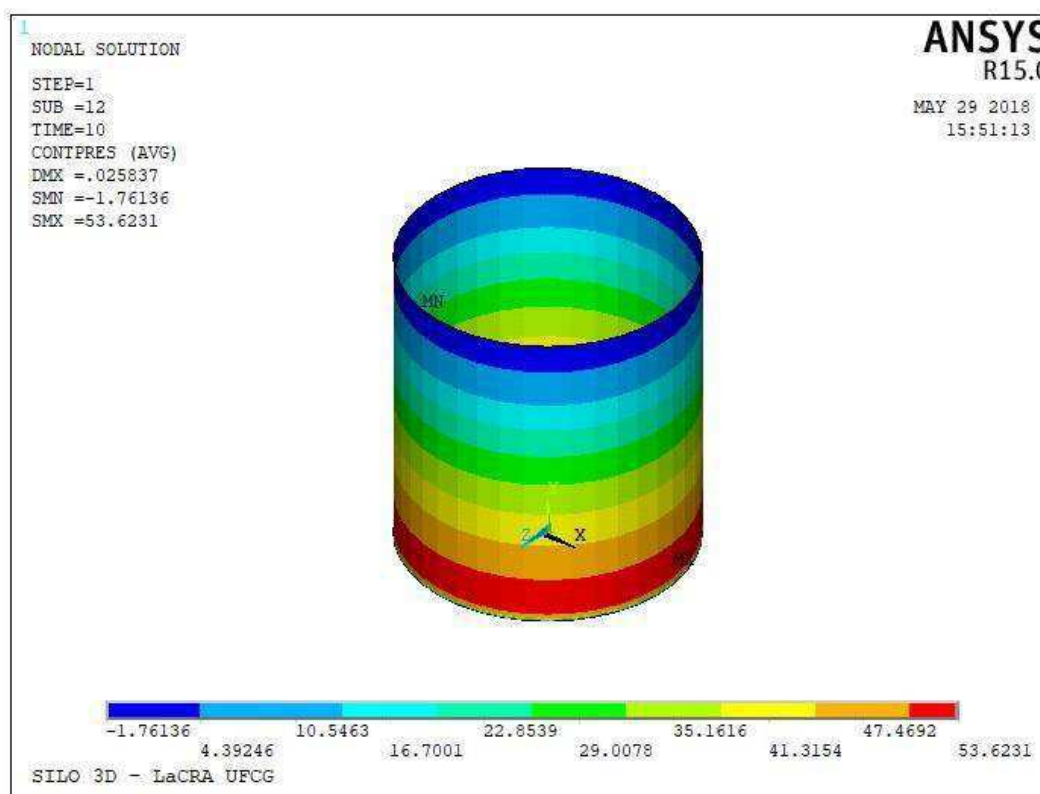
As pressões horizontais aplicadas na parede obtidas pela simulação no ANSYS demonstram uma simetria de resultados no plano horizontal XZ, havendo apenas variação com a altura (Figura 58). Tal fato reside na constatação de que se trata de uma estrutura com descarga concêntrica, demonstrando um equilíbrio entre a distribuição de esforços ao longo do comprimento da circunferência.

Portanto, com o resultado da simulação, compararam-se as pressões horizontais com as obtidas experimentalmente e com as calculadas segundo as diretrizes da EN 1991-4-1 (2002) (Figura 59).



Observa-se a aproximação da curva dos resultados numéricos com os experimentais. Apenas um ponto divergiu, a 9,10m de altura em relação à base, coincidindo nesse caso com a curva representativa da EN-1991-4 (2002). Essa, por sua vez, descreveu resultados superiores de pressões, devido aos conservativos coeficientes de majoração descritos no seu código.

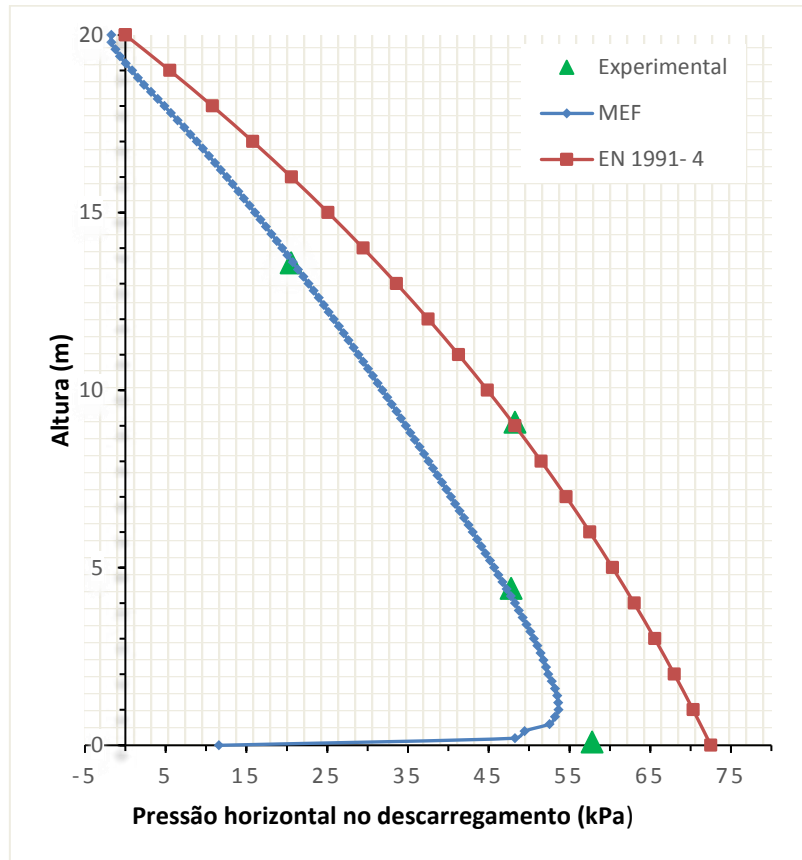
Figura 58 – Pressões horizontais na validação do silo



FONTE: ANSYS (2018)

Comparando a média dos resultados experimentais das células de pressão, observa-se um desvio percentual dos valores numéricos de 1,2% para o ponto A, 28,6% no ponto B, 1,3% para o ponto C e 54,2% para D. No ponto B, há a possibilidade da altura de ter interferido na manutenção da célula, conforme citado anteriormente. Em relação à comparação dos resultados numéricos e teóricos, verificam-se os seguintes desvios percentuais com referência na EN 1991-4: 33,3% (ponto A), 28,1% (ponto B), 23,8% (ponto C) e 61,5% (ponto D).

Figura 59 – Pressões horizontais ao longo da altura do silo



FONTE: O autor (2018)

Tabela 8: Pressões horizontais na parede ( $z$  = profundidade medida a partir do topo;  $h$  = altura em relação à base; ALIN = alinhamento das células de pressão; P1, P2, P3 = localização das células de pressão)

$z$ (m)	$h$ (m)	ALIN.	P1	P2	P3	MÉDIA	MEF	EN 1991-4
6,42	13,58	A	-	20,52	20,56	20,54	20,79	31,20
10,9	9,10	B	45,15	-	51,30	48,22	34,43	47,91
15,58	4,42	C	55,99	39,56	-	47,78	47,17	61,90
19,9	0,09	D	79,26	45,16	57,81	60,74	27,82	72,29

FONTE: O autor (2018)

Analisando os efeitos na casca do silo, embora as pressões aplicadas tenham se mostrado constantes no plano horizontal para cada altura do silo, os efeitos estruturais divergiram ao longo dos eixos  $x$  e  $z$ . As tensões de cisalhamento no plano  $xz$  são iguais

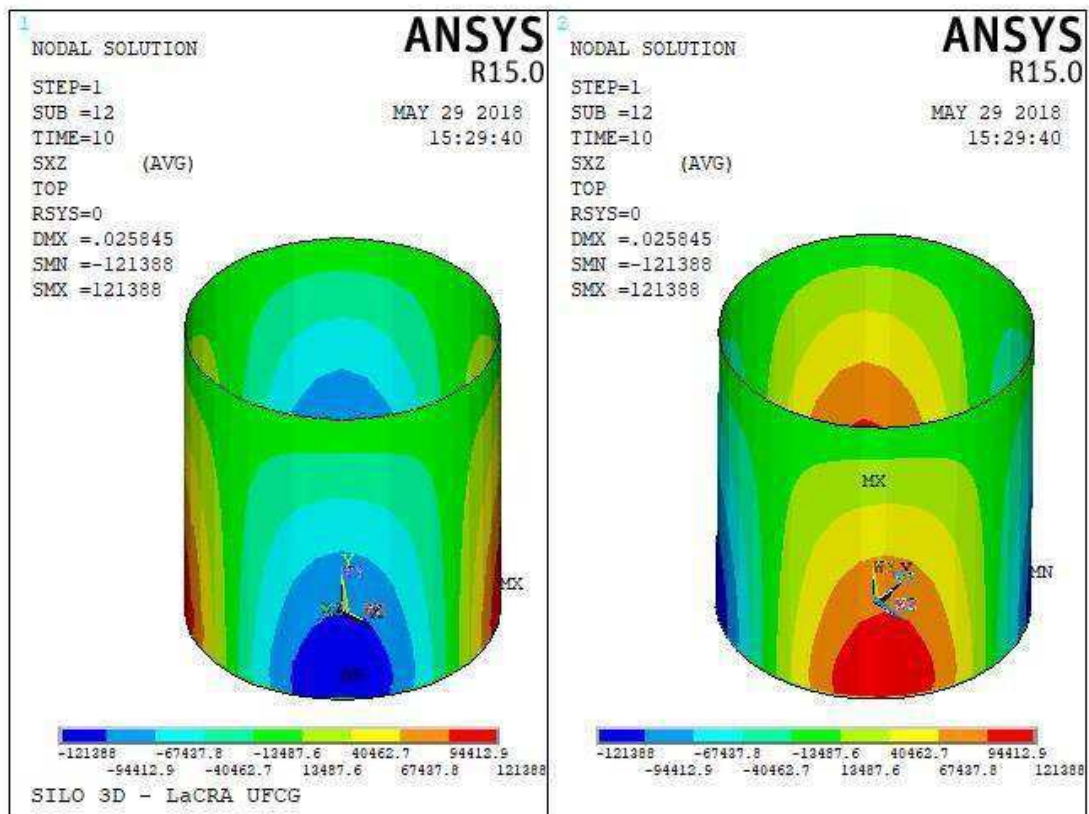
em módulo, mas com sentido opostos, sugerindo valores de máximo no eixo x (resultando deformações para fora da parede) e mínimo no eixo z (com deformação no sentido para o eixo do silo), conforme observado na Figura 58.

Logo, sugerem a ovalização das paredes do silo, tal como descrito por Madrona (2008), que evidenciou o efeito da descarga ao fato dessa ser excêntrica, além da elevada esbeltez do silo. No estudo em questão, que se trata de saída concêntrica, não houve variação dos resultados nas extremidades de cada eixo, o que é coerente com a simetria da descarga.

De acordo com Sadowski e Rotter (2011-a), em silos cilíndricos submetidos à descarga concêntrica, a compressão axial na parede do silo é causada pelo atrito entre a parede e o produto armazenado. A tensão compressiva resultante na membrana axial é acumulativa com a profundidade, então o risco de flambagem é substancialmente aumentado em direção à base do silo. Além disso, sabe-se que a carga crítica de flambagem de uma casca sob compressão axial é sensível à amplitude e forma de imperfeições geométricas na parede (Koiter, 1945; 1963; Yamaki, 1984; Rotter, 1998; 2004). De modo inverso, as pressões internas e tensões circunferenciais na membrana tendem a um valor assintótico a uma grande profundidade, logo o risco de ruptura não aumenta além de uma certa profundidade.

Como o silo em questão não apresenta montantes, elementos verticais que conferem rigidez, a estrutura é caracterizada por instabilidade devido a uma flambagem local. Portanto, as simulações seguintes têm como função, além de determinação das tensões e deformações, a contenção desse efeito.

Figura 60 – Ovalização das paredes do silo validado



FONTE: ANSYS (2018)

## 6.2 Simulações

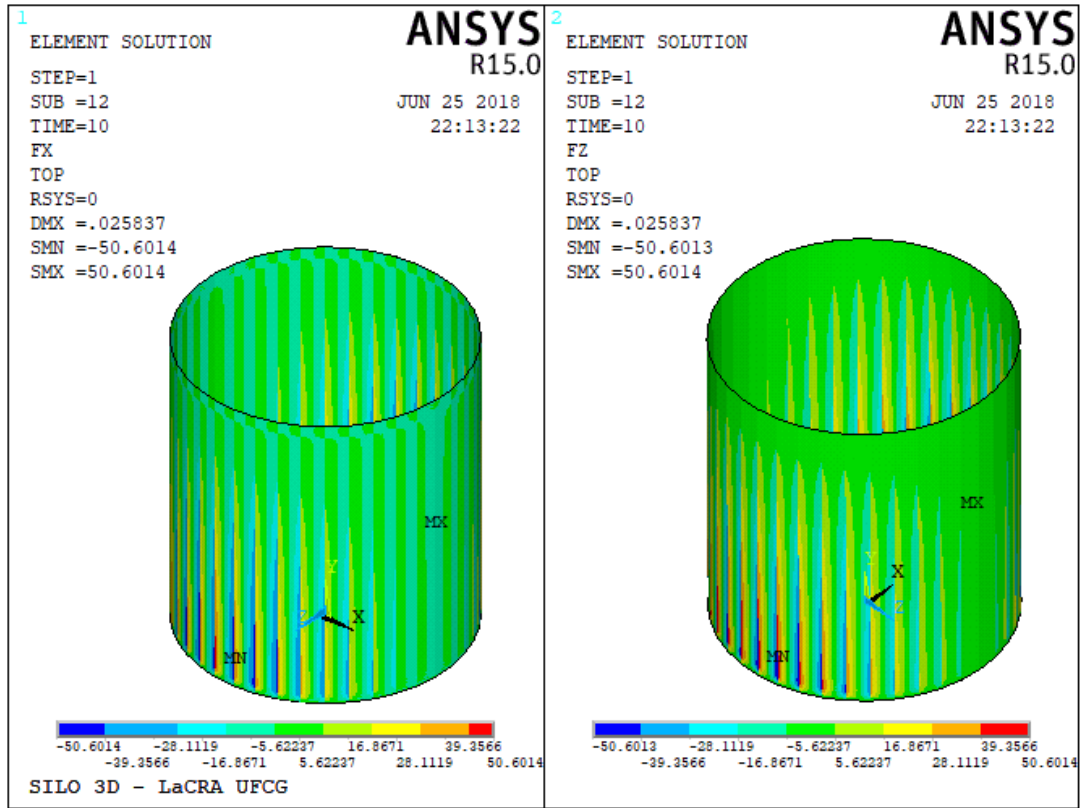
### 6.2.1 Esforços, tensões e deslocamentos

As 5 simulações realizadas foram analisadas quanto às tensões na casca e os deslocamentos gerados na descarga do produto.

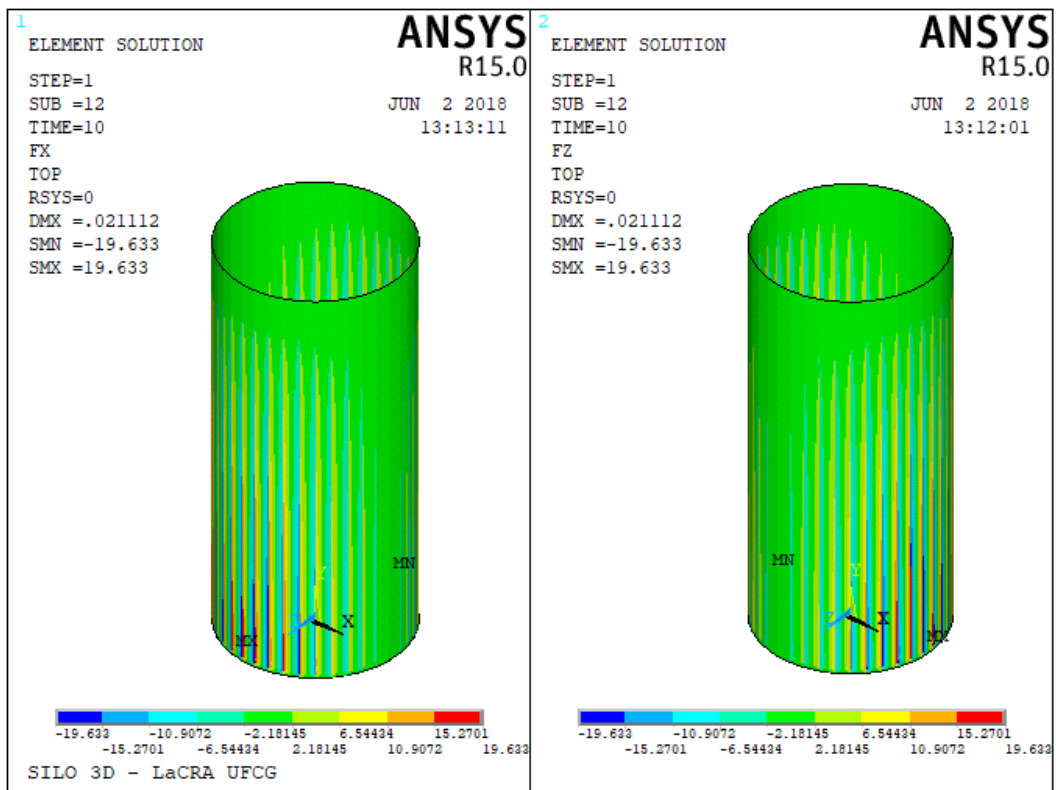
- **Forças horizontais**

A figura 61 apresenta as forças horizontais nas paredes dos silos.

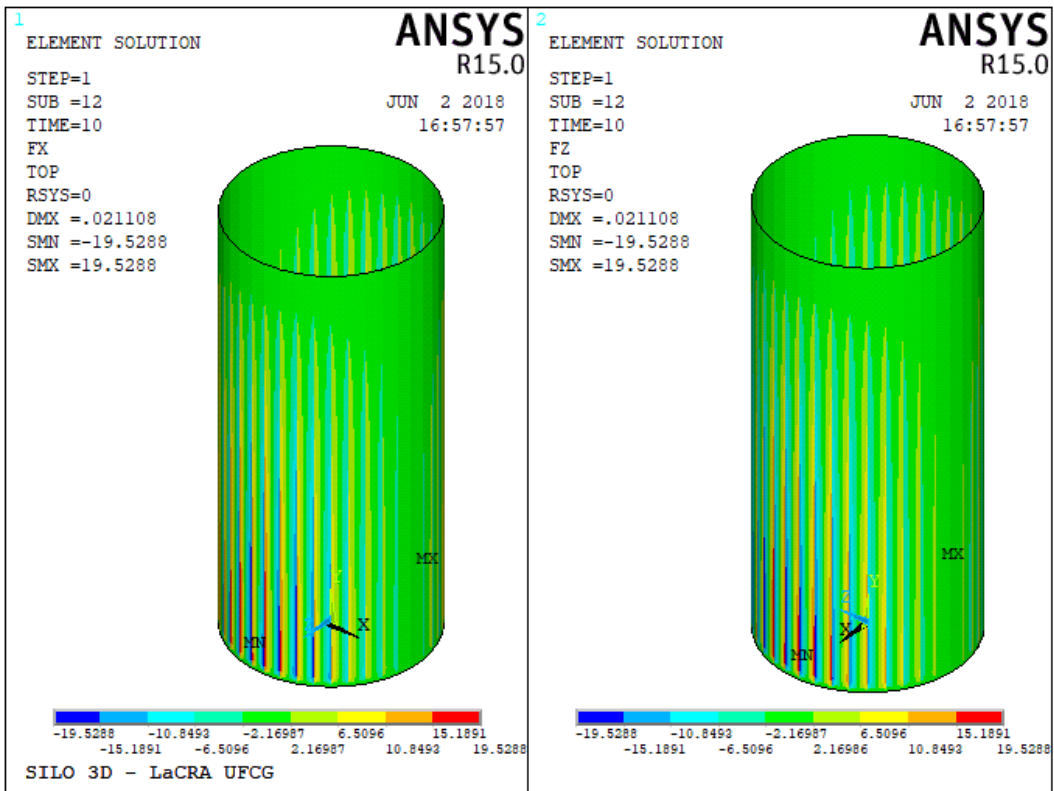
Figura 61 – Forças horizontais nas paredes ao longo da altura do silo: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5.



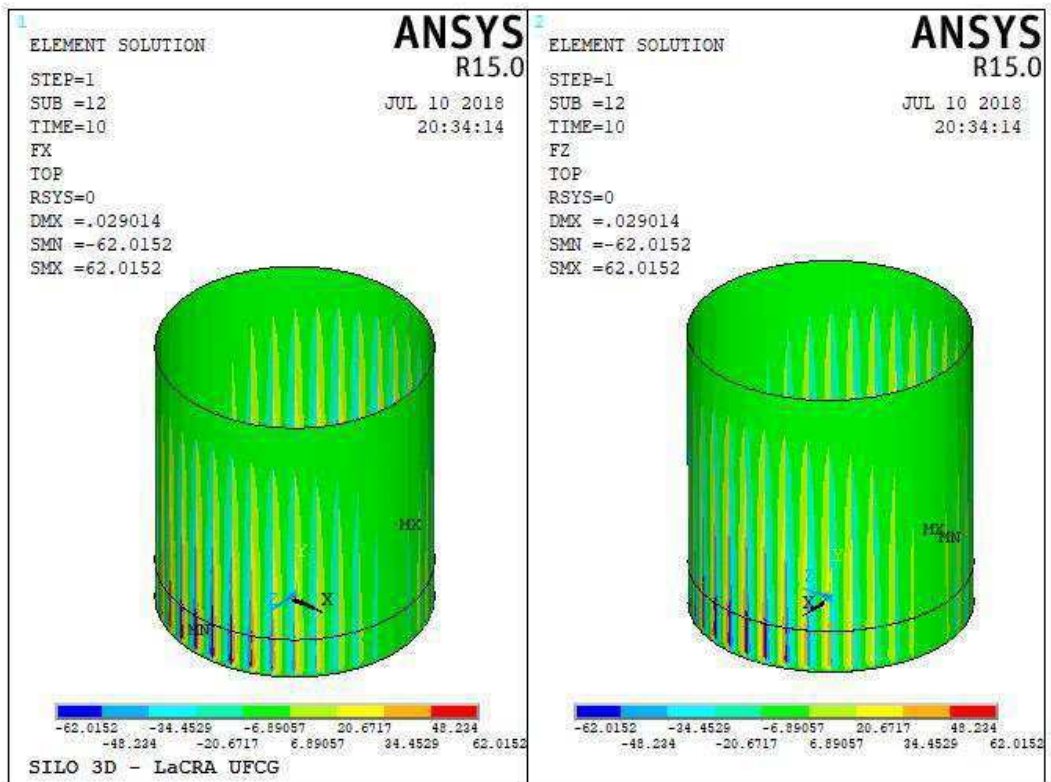
(a)



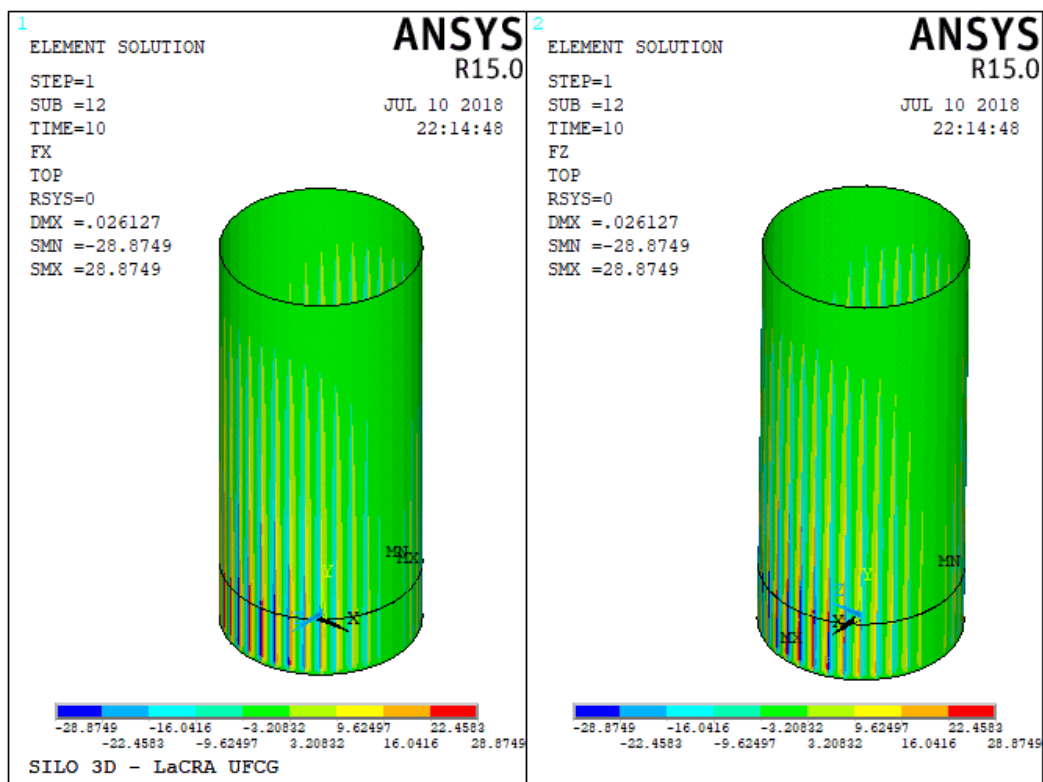
(b)



(c)



(d)



(e)

FONTE: ANSYS (2018)

Os esforços normais de tração são obtidos para a cota onde se posiciona a seção em análise por meio da seguinte equação:

$$N = P \cdot r \quad (73)$$

Onde:

N = esforço normal de tração

P = pressão interna

r = raio do silo

Portanto, como as pressões aplicadas sobre a parede são determinadas em função da altura pela equação de Janssen e todas as simulações são caracterizadas pela mesma altura de 20m do silo, alterando apenas a condição de esbeltez, a distribuição de pressões horizontais é a mesma, representada na Figura 57 da validação do modelo numérico.

Sendo p constante, o esforço N será maior quanto maior o raio do silo. Logo, de acordo com a Figura 59 (a) e (c), dos casos 1 a 3, em que se utilizam apenas uma espessura de parede, o maior valor do esforço normal foi de 50,6 kN da simulação 1. Esse caso se refere ao silo de raio 9,2m, enquanto os casos 2 e 3 apresentam força máxima horizontal de 19,63 e 16,53 kN respectivamente, caracterizados por serem silos esbeltos de raio

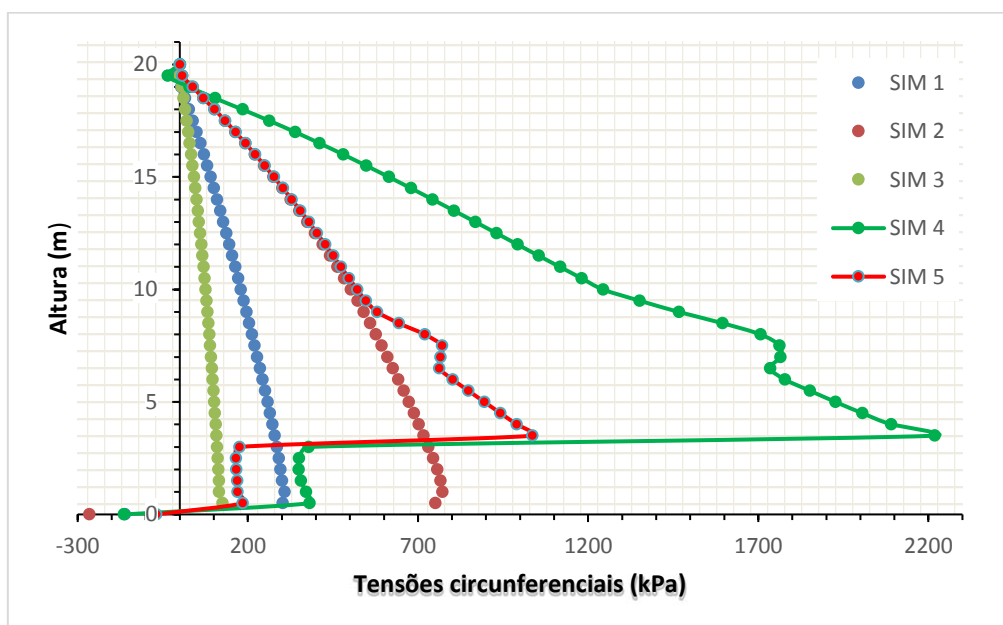
4,5m. A pequena alteração entre os resultados desses dois últimos casos se deve ao fato de que a espessura da parede da simulação 2 (1,5mm) é menor que na simulação 3 (10mm), tornando o raio real um pouco maior no primeiro caso e, conseqüentemente, produzindo um esforço também maior na parede.

Para as simulações 4 e 5, em que há uma espessura de parede maior na base (10mm) e menor acima (1,5mm), o maior esforço observado foi de 62,01 kN (caso 4), enquanto o menor foi de 28,87 kN (caso 5). Também se justifica pelo raio do silo 4 ser de 9,2m enquanto o do silo 5 é de 4,5m, confirmando a coerência da simulação com a equação 73.

#### ▪ Tensões horizontais (circunferenciais)

As tensões circunferenciais, ou seja, as definidas ao longo da altura em função dos esforços  $F_x$  aplicados estão apresentadas na Figura 62:

Figura 62 – Tensões circunferenciais das paredes ao longo da altura do silo.



FONTE: O autor (2018)

Proporcionalmente aos resultados dos esforços normais aplicados descritos na seção anterior estão os valores das tensões circunferenciais, quando comparados casos de mesma espessura. Entre os casos 1 e 3 (10mm de espessura), o maior esforço verificado no primeiro produziu maiores tensões circunferenciais, atingindo um valor máximo de 300,38 kPa para a simulação 1 e 125,25 kPa para a simulação 3.



Analiticamente, as tensões circunferenciais pela teoria da membrana são calculadas de acordo com a especificação da EN 1993-1-6 (2007):

$$\sigma_{\theta} = p_n \cdot \frac{r}{t} \quad (74)$$

Em que:

$\sigma_{\theta}$  = tensão circunferencial

$p_n$  = pressão horizontal

r = raio

t = espessura

Portanto, quanto menor a espessura, maior a tensão circunferencial na parede. Foi o que se verificou na simulação 2, em que a espessura de 1,5mm resultou na tensão circunferencial máxima de 771,64 kPa. Como as pressões aplicadas são as mesmas e a simulação 2 apresenta o mesmo raio do silo da simulação 3, a proporcionalidade entre as tensões verificando suas espessuras é na ordem de 6,7 vezes. Observando as tensões numéricas para uma mesma altura (1m em relação à base, por exemplo), tem-se que:

$$\sigma_{\theta 3} = 115,07 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\theta 2} = 771,64 \text{ kPa}$$

A razão entre as 2 tensões é de 6,7, tal como descrito na fórmula 74, validando novamente o modelo embasado no método dos elementos finitos.

Para o caso de parede com mais de uma espessura, a equação 74 é corrigida para:

$$\sigma_{S\theta} = k_{\theta} \cdot p_n \cdot \frac{r}{t} \quad (75)$$

Em que:

$\sigma_{S\theta}$  = tensão circunferencial

$k_{\theta}$  = coeficiente definido em função da espessura menor/ espessura maior

t = menor espessura

No anexo C da EN 1993-1-6 (2007), o coeficiente  $k_{\theta}$  é tabelado apenas para algumas relações (Tabela 9):

Tabela 9: Determinação do  $k_{\theta}$  em função das espessuras da parede

$\frac{\text{menor espessura}}{\text{maior espessura}}$	$k_{\theta}$
1,0	1
0,8	1,010
0,667	1,019
0,571	1,023
0,5	1,027

FONTE: EN 1993-1-6 (2007)

Nas simulações 4 e 5, a relação seria  $1,5/10 = 0,15$ , não apresentada na norma. Utilizando as maiores tensões circunferenciais nessas simulações além dos outros dados, é possível determinar o coeficiente para essa relação.

Da simulação 4:

$$\sigma_{S\theta} = 2218,8 \text{ kPa (valor máximo obtido para } h = 3,5\text{m)}$$

$$r = 9,2\text{m}$$

$$p_n = 49,4 \text{ kPa (do modelo validado, para a altura mencionada)}$$

Tem-se que:

$$\sigma_{S\theta} = k_{\theta} \cdot p_n \cdot \frac{r}{t}$$

$$2218,8 = k_{\theta} \cdot 49,4 \cdot \frac{9,2}{1,5 \cdot 10^{-3}} \rightarrow k_{\theta} = 0,007$$

Repetindo o cálculo para a simulação 5:

$$\sigma_{S\theta} = 1036 \text{ kPa (valor máximo obtido para } h = 3,5\text{m)}$$

$$r = 4,5\text{m}$$

$$p_n = 49,4 \text{ kPa}$$

Tem-se que:

$$\sigma_{S\theta} = k_{\theta} \cdot p_n \cdot \frac{r}{t}$$

$$1036 = k_{\theta} \cdot 49,4 \cdot \frac{4,5}{1,5 \cdot 10^{-3}} \rightarrow k_{\theta} = 0,007$$

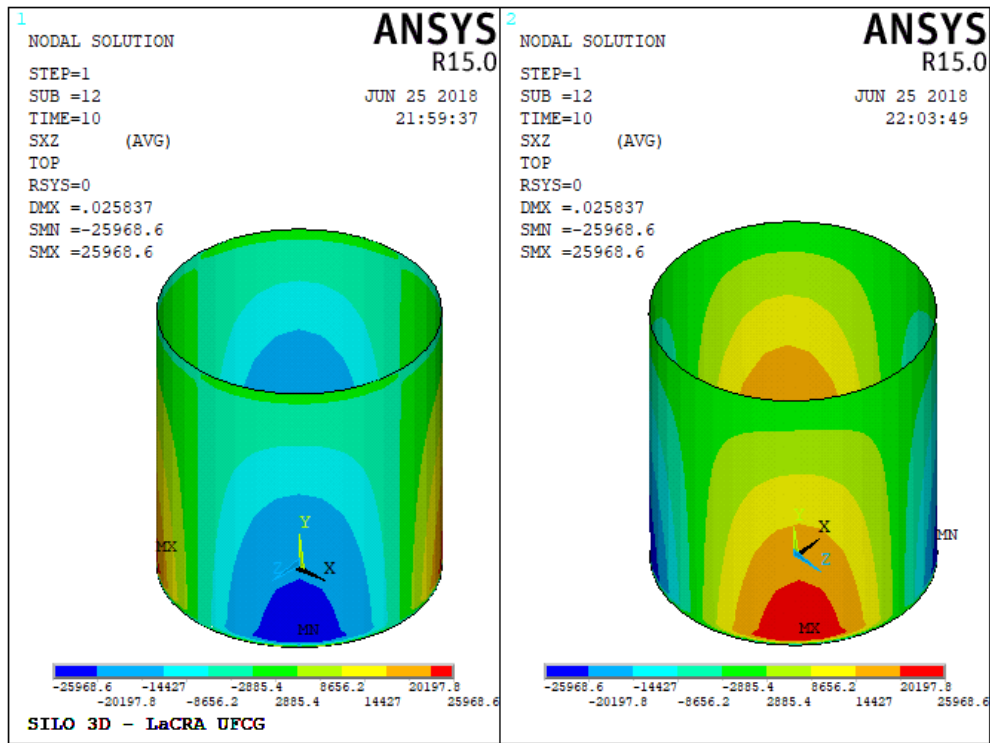
Sugere-se, portanto, o coeficiente 0,007 para a relação de espessuras 0,15.

As tensões diminuem drasticamente próximas à altura do anel (até 3m), devido ao aumento de espessura e, conseqüentemente, de rigidez. São casos em que a espessura do silo não precisaria ser de 10mm ao longo de toda a parede como nas simulações 1 e 3, mas apenas na região de maiores pressões aplicadas.

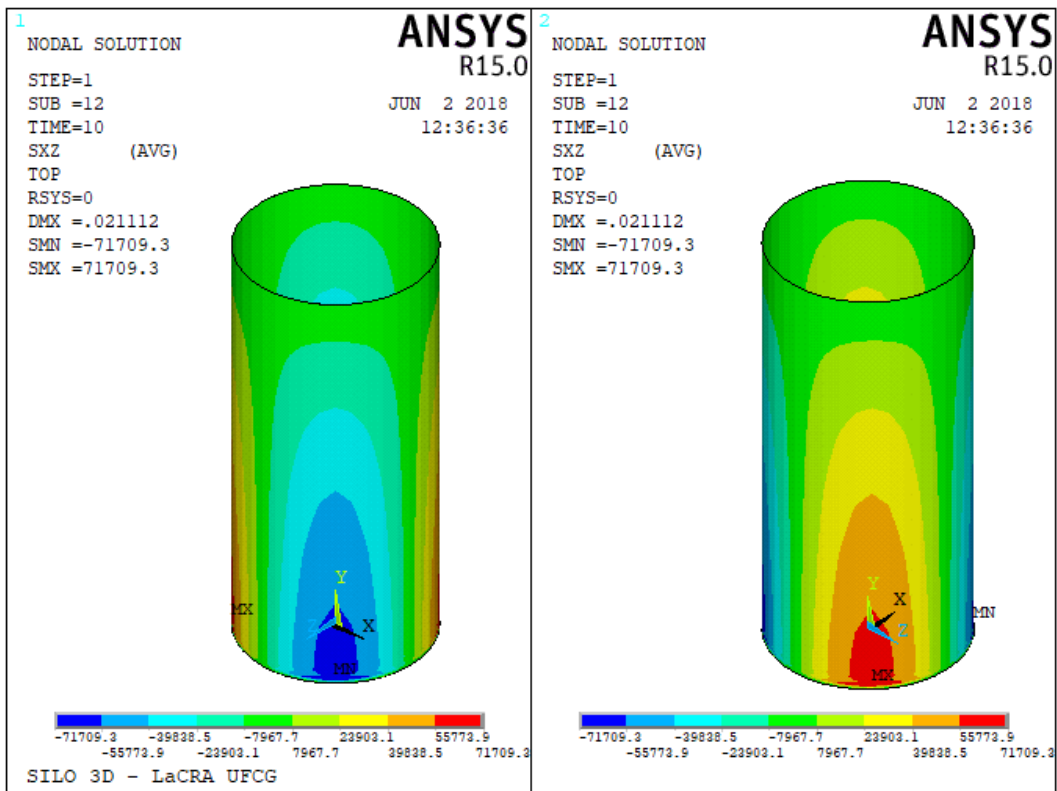
#### ▪ Tensões de cisalhamento – ovalização

As tensões de cisalhamento nas paredes do silo estão dispostas na Figura 63.

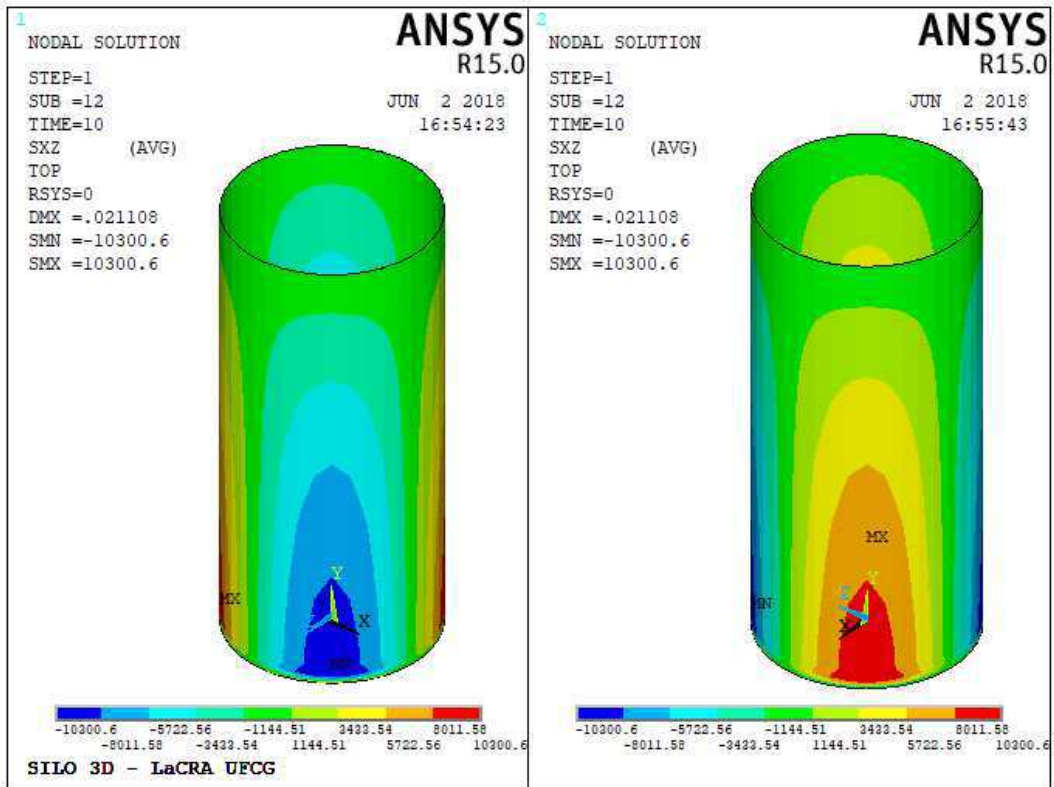
Figura 63 – Tensões de cisalhamento e ovalização: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5.



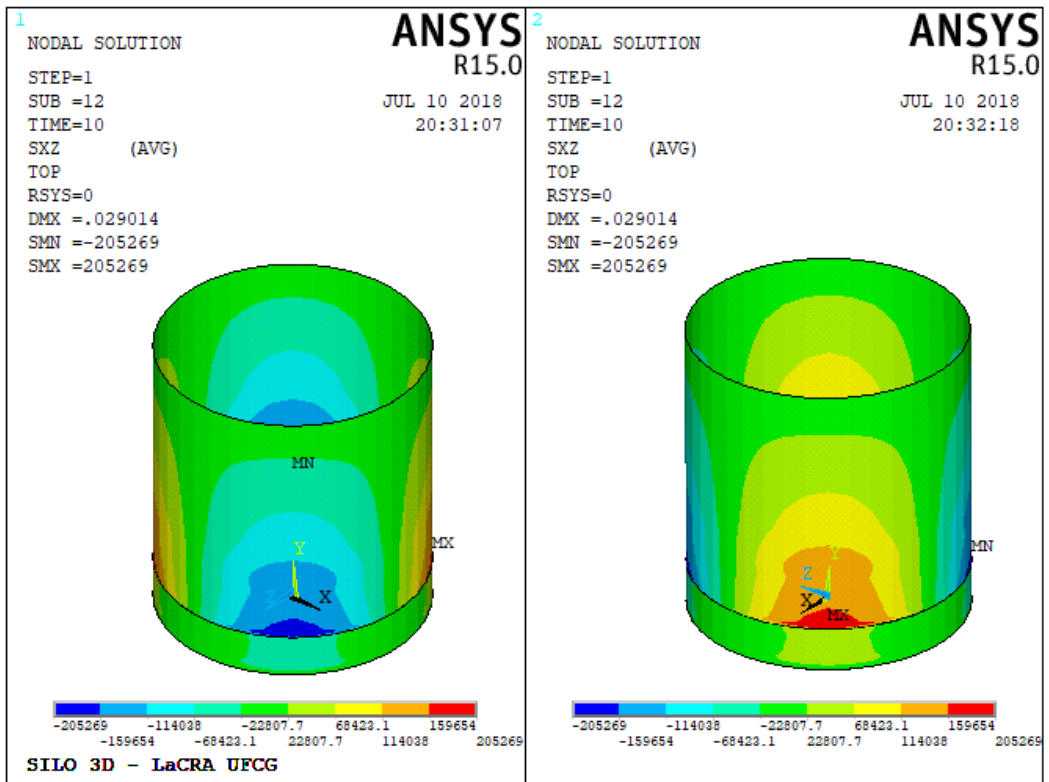
(a)



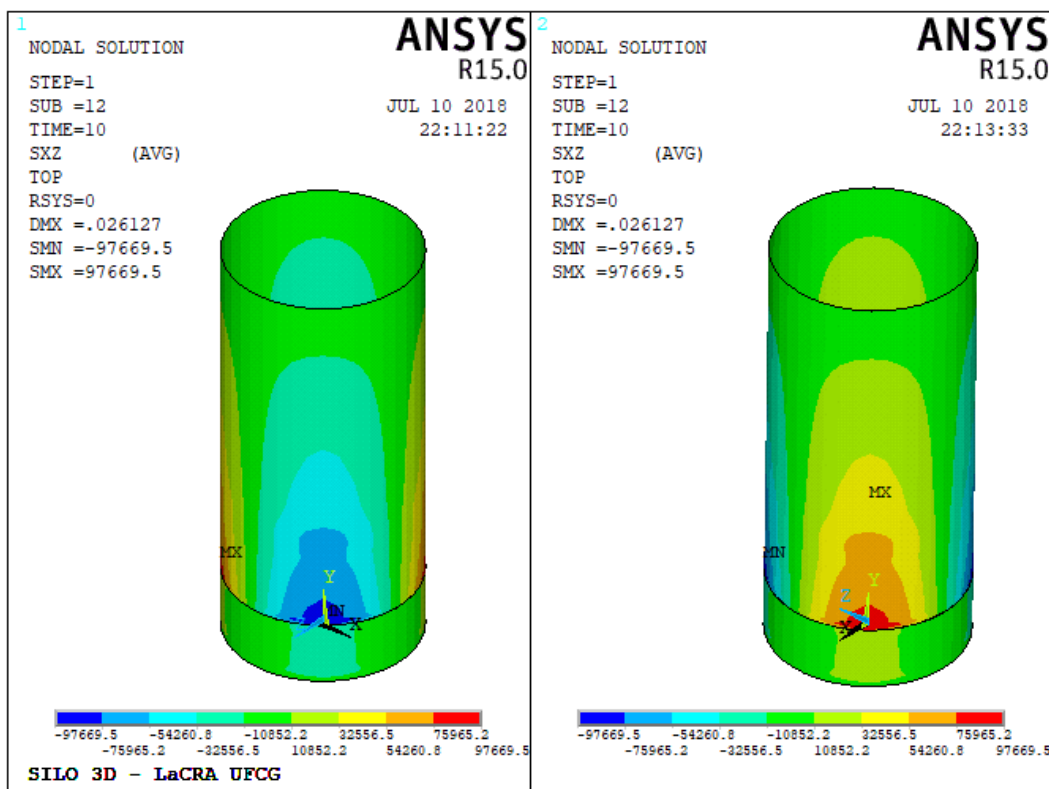
(b)



(c)



(d)



(e)

FONTE: ANSYS (2018)

Observa-se que quanto menos rígida é a parede, maiores as tensões e a tendência de ruptura da casca. Além disso, a contenção do efeito de ovalização é mais eficiente, o que deve implicar em menores tensões de flambagem.

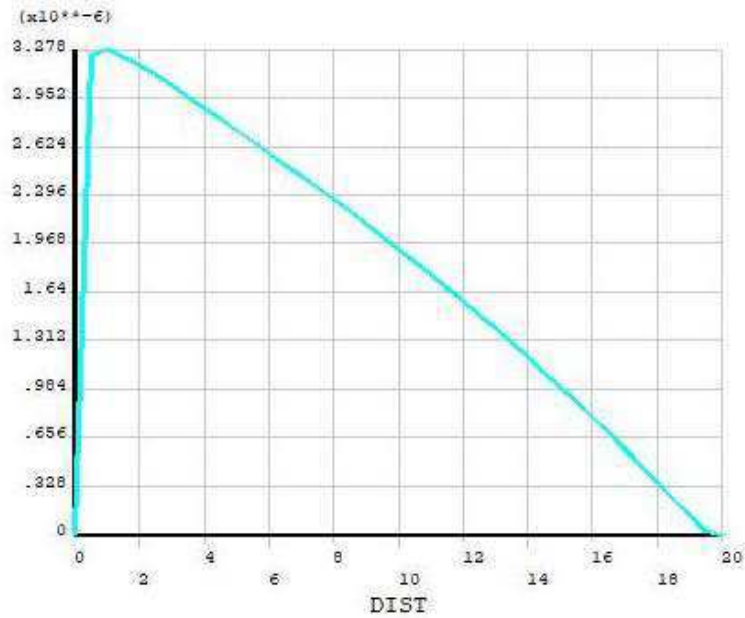
Esse fato é verificado na imagem 61 (b) e (c), em que as tensões de cisalhamento máximas diminuíram de 71,7MPa para 10,2MPa, devido ao aumento da espessura da parede. Logo, a simulação 3 tem menor tendência à ruptura pela tensão circunferencial e é menos favorável quanto à incidência de flambagem. Deve-se verificar no dimensionamento a espessura mais adequada que atenda a esses extremos, calculando as tensões de ruptura pelo critério Von Mises e as tensões de flambagem limite pela teoria da membrana, analisados mais adiante.

A inserção dos anéis de base dos casos 4 e 5 promoveu uma maior contenção da região de ovalização, mas as tensões máximas verificadas foram maiores que nas simulações anteriores. Os valores máximos foram de 205,27 MPa e 97,7 MPa para as simulações 4 e 5, respectivamente, acima do anel, sugerindo que essa maior espessura fosse utilizada além dos 3m iniciais. Nas regiões abrangidas pelo anel, as tensões atingiram um máximo de 22,8 e 10,8 MPa, respectivamente, diminuindo o efeito na base.

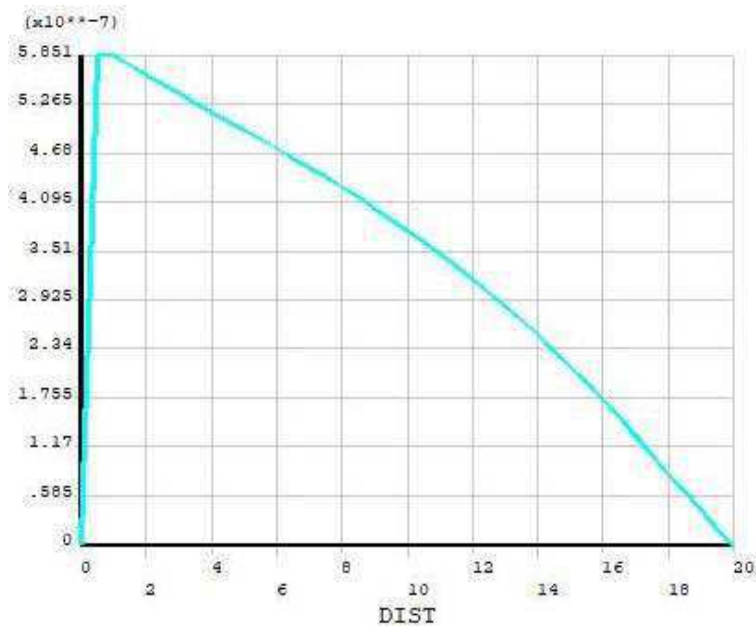
## ▪ Deslocamentos das paredes

Os deslocamentos horizontais das paredes estão apresentados na Figura 64.

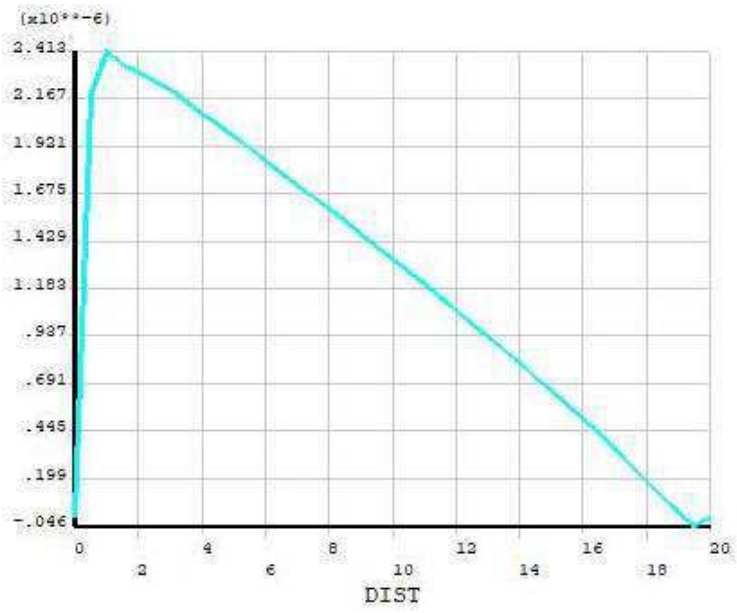
Figura 64 – Deslocamentos horizontais das paredes ao longo da altura do silo: a) Simulação 1; b) Simulação 2; c) Simulação 3; d) Simulação 4; e) Simulação 5.



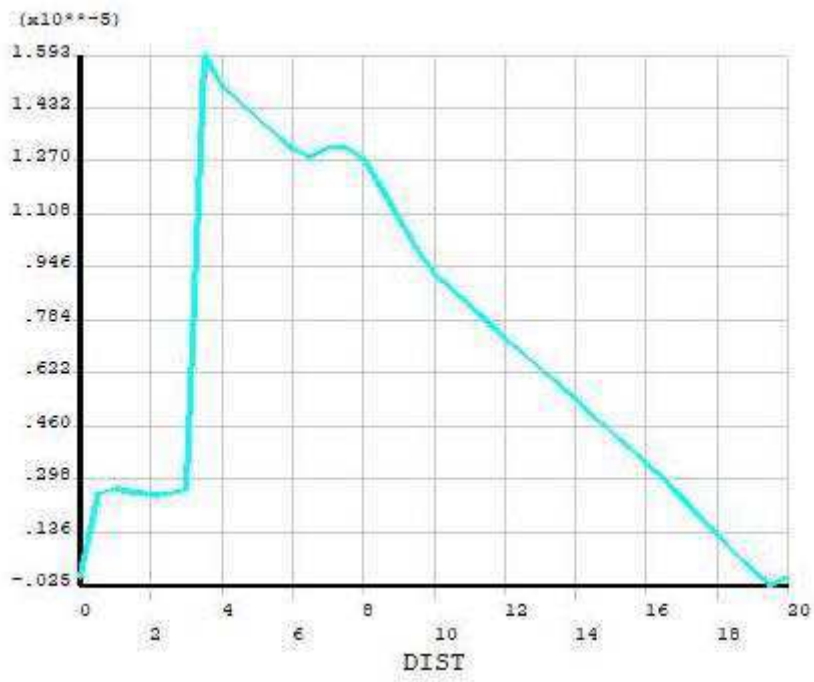
(a)



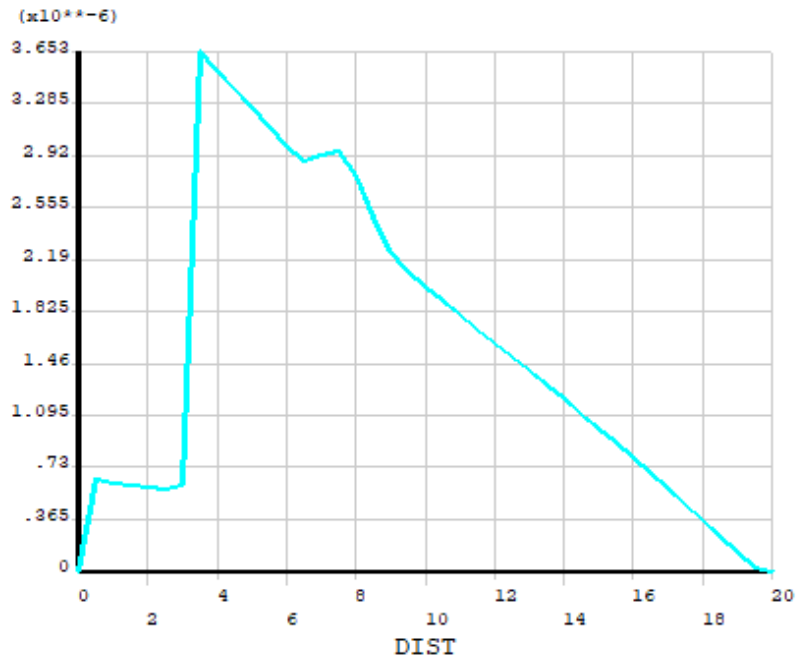
(b)



(c)



(d)



(e)

FONTE: ANSYS (2018)

O Quadro 1 (apêndices) apresenta os deslocamentos horizontais da parede ao longo da altura do silo para todas as simulações.

As maiores deformações na casca do silo são observadas na base, devido ao fato das pressões horizontais sobre a parede aumentarem com a profundidade  $z$ . Analisando os gráficos da Figura 64, são obtidas as deformações máximas em cada simulação e apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10: Deslocamentos máximos nas paredes do silo

Simulação	Deslocamentos (mm)
1	3,276E-03
2	5,851E-04
3	2,413E-03
4	1,593E-02
5	3,653E-03

FONTE: O AUTOR (2018)

Entre as simulações com apenas uma espessura de parede, o menor deslocamento horizontal foi verificado na 2 e entre os casos de duas espessuras, o menor foi no 4. As duas simulações foram as que apresentaram maiores tensões circunferenciais da parede e



maiores picos de tensão de cisalhamento. É interessante que esses deslocamentos sejam menores para o caso de deformação da estrutura.

### 6.2.2 Critério de Von Mises

O critério de Von Mises representa a resultante das tensões para análise quanto à ruptura. O valor de dimensionamento da resistência foi dado por:

$$f_e = \frac{f_y}{\gamma_{M1b}} = \frac{345 \text{ MPa}}{1,25} = 276 \text{ MPa}$$

Em todos os pontos deveria ser obedecida a condição de  $\sigma_e \leq f_e$ , em que a tensão de dimensionamento de Von Mises  $\sigma_e$  foi obtida em cada caso de simulação (Tabela 11):

Tabela 11: Verificação das tensões de Von Mises

Simulação	$\sigma_e$ (MPa)	Verificação
1	77,597	ok
2	190,77	ok
3	35,508	ok
4	395,097	não
5	192,719	ok

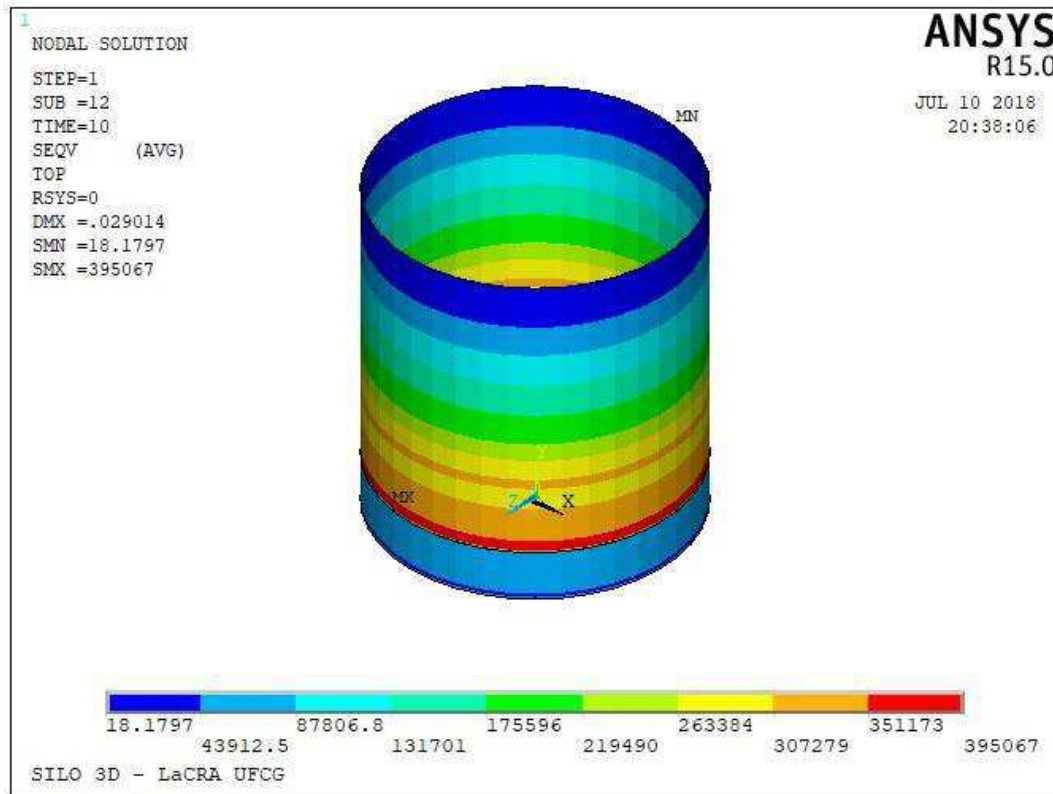
FONTE: O AUTOR (2018)

De acordo com o critério de ruptura de Von Mises, o único caso em que seria ultrapassada a tensão de dimensionamento seria o 4, referente ao silo medianamente esbelto com espessura de parede de 10mm até os 3m de altura e de 1,5mm para o restante. As tensões ultrapassariam a limite no intervalo de 3,5m a 8m de altura em relação à base, em que atingiriam os valores de 362,62 MPa a 395,097 MPa (Figura 65).

Portanto, os picos de tensão circunferencial gerados no caso 4 devido à inserção do anel representam o mesmo caso da tensão de ruptura pelo critério de Von Mises, em que há uma diminuição dos valores na base (onde se encontra o anel e há maior espessura) e um crescimento do topo até próximo ao anel. Também coincide com a tensão de ovalização na mesma altura, sendo necessário um aumento da altura do anel.

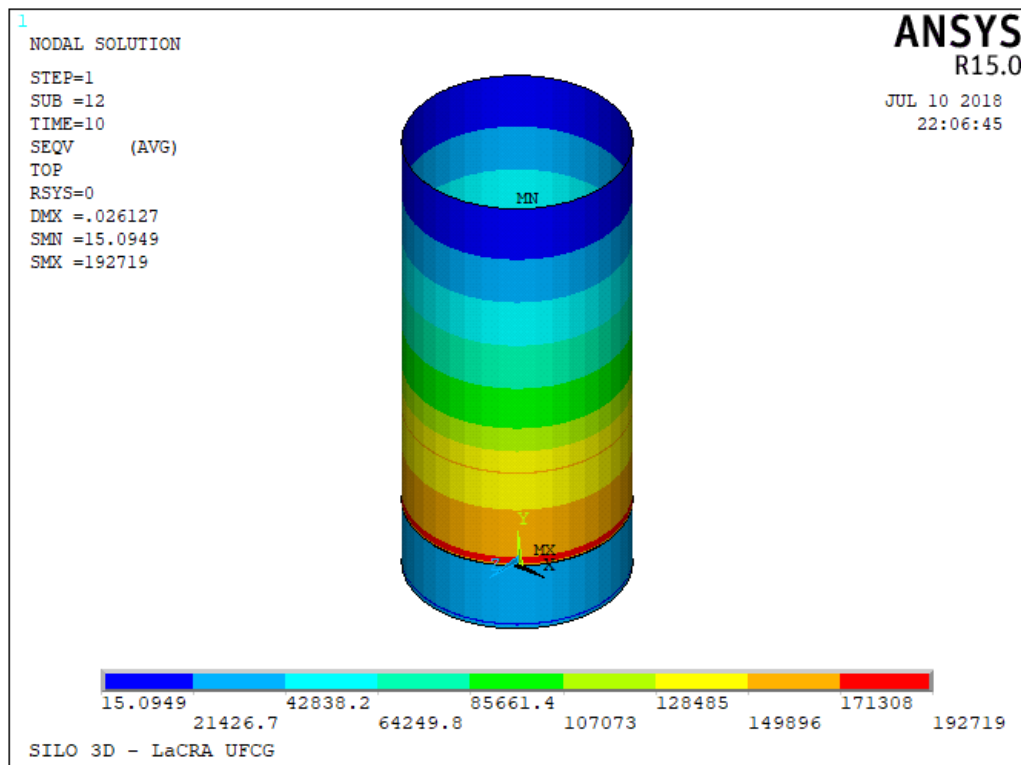
Para o caso 5, as tensões permaneceram dentro do limite de ruptura porque o raio do silo era menor, conforme já analisado anteriormente (Figura 64).

Figura 65 – Tensões de Von Mises para o silo 4



FONTE: ANSYS (2018)

Figura 66 – Tensões de Von Mises para o silo 5

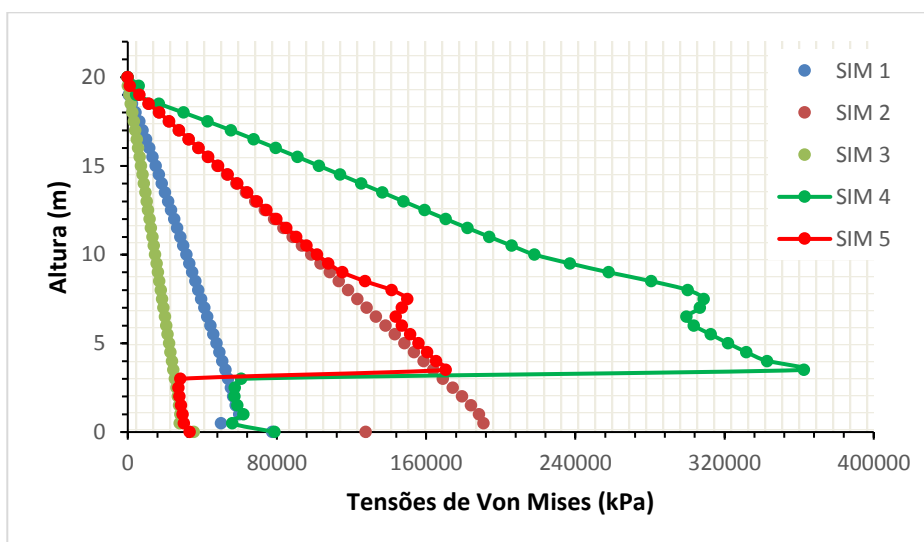


FONTE: ANSYS (2018)

Também se verifica um aumento de tensões do topo até o pico próximo ao anel e depois uma diminuição dos valores. Como essas dependem apenas do raio e não da esbeltez, esse caso foi favorável ao dimensionamento.

A Figura 67 mostra a mesma tendência das tensões de Von Mises e as tensões circunferenciais.

Figura 67 – Tensões de Von Mises das paredes ao longo da altura do silo.



FONTE: O autor (2018)

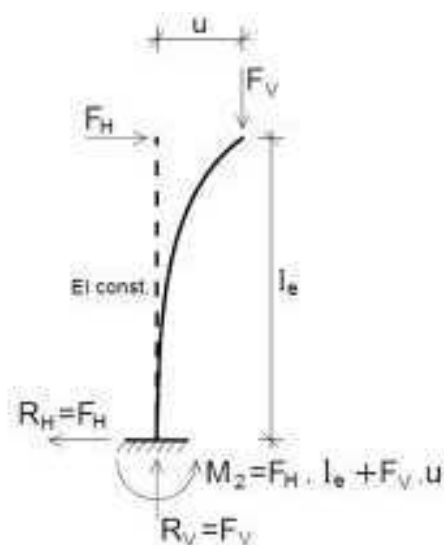
## 6.3 Análise estrutural

### 6.3.1 Gama-z

A verificação da relevância do efeito da estrutura deformada em relação à análise estrutural foi realizada no silo desenvolvido para validação e, em seguida, nas simulações descritas.

Ao longo de uma linha vertical do silo, foram determinados os esforços horizontais e verticais (que seriam do contato do produto com a parede) e obtidos os momentos  $M_{TOT,d}$  (forças verticais x deslocamentos horizontais) e  $M_{1TOT,d}$  (forças horizontais x altura). O esquema dos 2 momentos estudados pode ser visualizado na Figura 68.

Figura 68 – Momentos fletores



FONTE: Moncayo (2011)

Os Quadros 2 a 7 (apêndices) apresentam os esforços e os momentos gerados nas simulações.

Os resultados das relações dos momentos, o coeficiente  $\gamma_z$ , estão dispostos na Tabela 12.

Tabela 12: Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$

Simulação	$\Sigma M_{TOT, d}$ (kN.m)	$\Sigma M_{1TOT, d}$ (kN.m)	$\gamma_z$	Relevância	Classificação
Validação	4,21E-04	1163,54	0,999999638	Não	Nós fixos
1	8,69E-04	1163,62	0,999999253	Não	Nós fixos
2	4,72E-05	500,0734	1,000000094	Não	Nós fixos
3	7,08E-06	500,075	0,999999986	Não	Nós fixos
4	6,50E-05	1242,72	1,000000052	Não	Nós fixos
5	6,80E-06	553,704	1,000000012	Não	Nós fixos

FONTE: O AUTOR (2018).

Em todos os casos apresentados, o coeficiente  $\gamma_z$  não ultrapassa o valor 1,1, dispensando a consideração de efeitos globais de segunda ordem e classificando os silos como estruturas de nós fixos.

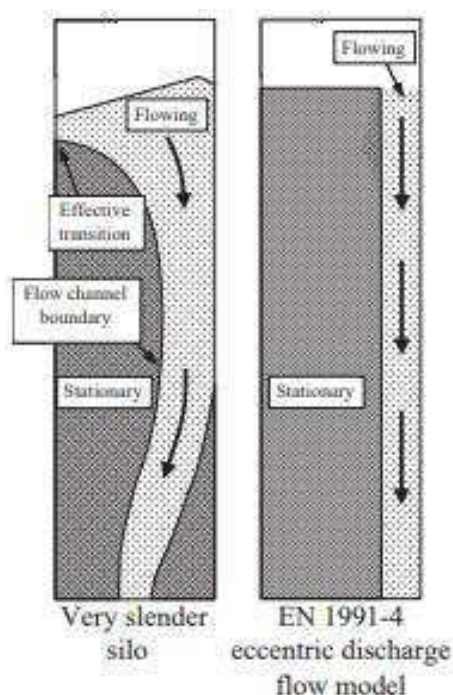
Observando os casos 1 a 3, o caso 2 seria o que apresentaria uma maior tendência (embora muito sutil) de relevância. Entre as simulações 4 e 5, seria a de número 4. Esses dois casos foram os que apresentaram maiores tensões circunferenciais, maiores picos de tensões de ovalização, maiores tensões de Von Mises e menores deslocamentos. O caso 4 deveria ser descartado por apresentar tensão superior ao limite de ruptura.

Portanto, os momentos gerados com a deformação horizontal da estrutura são desprezíveis quando comparados aos momentos de tombamento, o que significa um pequeno deslocamento dos nós da estrutura com a aplicação da carga. Logo, não interfeririam na determinação do comprimento efetivo de barras no estudo de flambagem em uma análise linear de primeira ordem. Chan et al (2016) abordaram a importância da verificação do comprimento efetivo adequado com a deformação de estrutura, sugerindo que esse deveria ser constantemente corrigido no processo iterativo até a estabilidade. Nesse caso de silos metálicos com saída concêntrica, verifica-se que pode ser mantido o comprimento efetivo inicial da estrutura indeformada, simplificando o processo de análise de flambagem.

Chan et al (2016) também afirmaram que o efeito de segunda ordem em flambagem é mais relevante quando a estrutura é esbelta. Verificando os resultados da Tabela 12, embora muito semelhantes entre si, observa-se o maior valor para  $\gamma_z$  foi na simulação 2, cuja razão H/D classificava o silo como esbelto.

Portanto, foram realizadas mais 3 simulações com menor rigidez: considerando o silo muito esbelto com espessuras comerciais de 0,55mm, 0,95mm e 1,25mm, sendo esses valores inferiores ao dimensionado. Logo, essa configura a situação mais crítica para saída concêntrica destacada pela norma EN 1991-4-1 (2002), conforme a Figura 69.

Figura 69 – Modelos de fluxo das simulações 6, 7 e 8



FONTE: EN 1991-4-1 (2002)

As especificações das simulações estão descritas na Tabela 13.

Tabela 13: Simulações dos silos metálicos (H = altura do silo; D = diâmetro; t = espessura da parte inferior da parede)

Simulação	H (m)	D (m)	H/D	t (mm)
6	20	4	5	0,55
7	20	4	5	0,95
8	20	4	5	1,25

FONTE: PRÓPRIA (2018).

Os resultados obtidos nas simulações estão detalhados nos quadros 8 a 10 (apêndices) e resumidos na Tabela 14.

Tabela 14: Cálculo do coeficiente  $\gamma_z$  para as simulações 6, 7 e 8

Simulação	$\sum M_{TOT, d}$ (kN.m)	$\sum M_{1TOT, d}$ (kN.m)	$\gamma_z$	Relevância	Classificação
6	5,75E-06	165,204	0,99999996519	Não	Nós fixos
7	3,33E-06	165,224	0,99999997985	Não	Nós fixos
8	2,53E-06	165,217	0,99999998468	Não	Nós fixos

FONTE: PRÓPRIA (2018).

Logo, verifica-se que mesmo considerando o efeito da esbeltez e menores espessuras, conferindo menor rigidez, a deformação na estrutura em silos de saída concêntrica provoca momentos fletores desprezíveis na análise estrutural.

Sadowski e Rotter (2011-c) relacionam o regime assimétrico de pressões horizontais e de atrito que ocorre durante a descarga excêntrica de produto armazenado em silos a falhas catastróficas de flambagem, especialmente em silos esbeltos. Afirmam, ainda, que o avanço computacional e a aplicação do método dos elementos finitos permitem uma análise não-linear mais complexa de silos metálicos de parede fina submetidos a modelos de descarregamento complexos.

Portanto, o efeito de segunda ordem talvez pudesse ser expressivo em silos com descarga excêntrica de produtos, sendo interessante ser analisado em pesquisas futuras.

### 6.3.2 Imperfeições geométricas e tensão de flambagem

Verificado que o efeito de segunda ordem não foi relevante nas simulações apresentadas, não haveria alteração no comprimento efetivo de flambagem para considerar a estrutura deformada. Portanto, foi desenvolvida a análise de 1ª ordem por

meio da teoria da membrana, obtendo as tensões limites  $\sigma_{x,Rd}$  para cada simulação e comparadas com as tensões de casca simuladas  $\sigma_{x,Ed}$ .

Foram consideradas as imperfeições elásticas para verificação da tensão de flambagem sob compressão axial (ressaltando que não foi simulado o efeito do vento sobre o silo) obtidas das simulações por elemento de casca e comparadas com as tensões limite calculadas (Tabelas 15 e 16). Para os casos das simulações 4 e 5, em que foram utilizadas duas espessuras ao longo da parede do silo, considerou-se a relação entre os dois valores para o procedimento de cálculo da norma descrito no item 3.2.4.

As únicas tensões a que estavam submetidos os silos admitidas quanto ao limite de flambagem foram as da simulação 3, com a tensão de 39,991MPa e o limite de 64,3767 MPa, e a simulação 5, com a tensão de 85,511MPa e o limite de 42,391 MPa. A simulação 4 já havia sido descartada por ultrapassar a tensão de ruptura pelo critério de Von Mises e as simulações 1 e 2 apresentaram tensão de flambagem superiores às admissíveis em 267,63% e 1862%, respectivamente.

Logo, nos demais casos em que as tensões de flambagem impossibilitaram o dimensionamento devem utilizar de recursos como a inserção de montantes para a absorção dessas tensões, a corrugação da parede ou a alteração para um tipo de aço estrutural de maior resistência.

Tabela 15: Cálculo da tensão de flambagem e comparação com resultados numéricos para paredes com uma espessura

simulação	$\sigma_{x,Rc}$	$w_{ok}$	$\alpha_0$	$\alpha_{pe}$	$\alpha_{pp}$	$\alpha_p$	$\bar{\lambda}_x$	$\bar{\lambda}_0$	$\bar{\lambda}_p$	$k_x$	$\sigma_{x,Rk}$	$\sigma_{x,Rd}$	$\sigma_{x,Ed}$
1	138,14	0,0121	0,1759	0,1892	0,8399	0,1892	1,5802	0,2	0,6878	0,0757	26,1493	23,7721	87,394
2	42,36	0,0032	0,0897	0,1905	0,7740	0,1905	2,8536	0,2	0,6901	0,0233	8,0727	7,3388	144,00
3	282,43	0,0084	0,2472	0,2507	0,6483	0,2507	1,1052	0,2	0,7917	0,2052	70,8144	64,3767	39,991
6	34,95	0,0013	0,0796	0,2149	0,6771	0,2149	3,1417	0,2	0,7330	0,0217	7,5124	6,8294	192,45
7	60,37	0,0017	0,1111	0,1679	0,8665	0,1679	2,3905	0,2	0,6479	0,02938	10,1374	9,2159	115,00
8	79,43	0,002	0,1303	0,1659	0,8877	0,1659	2,0840	0,2	0,6440	0,0382	13,1793	11,9812	89,51

FONTE: PRÓPRIA (2018)

Tabela 16: Cálculo da tensão de flambagem e comparação com resultados numéricos para paredes com duas espessuras

simulação	$\sigma_{MT\theta}$	$t_1/t_2$	$k_x$	$\sigma_{sx}$ (MPa)	$\sigma_{x,Ed}$ (MPa)
4	160869,3	0,15	0,26	41,8260	88,763
5	328888,3	0,15	0,26	85,5110	42,391

FONTE: PRÓPRIA (2018)



## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

A partir da análise dos resultados obtidos nessa pesquisa, pode-se concluir os seguintes aspectos:

- O modelo numérico representa a descarga dos produtos armazenados em um silo metálico concêntrico de parede lisa. Verificou-se que as pressões se assemelharam às experimentais e foram inferiores, embora a curva seguindo a mesma tendência, às teóricas calculadas pela EN 1991-4 (2002). Considerou-se, então, o modelo validado, uma vez que os valores obtidos por meio de normas tendem a ser mais conservativos;
- Os esforços circunferenciais sobre a parede são proporcionais ao raio do silo, conforme descrito analiticamente;
- Os casos das simulações deveriam ser analisados quanto às tensões de ruptura, de cisalhamento, deslocamentos e à flambagem.
- As tensões circunferenciais são maiores quanto menores as espessuras da parede. No caso do silo com anéis de base, foi possível determinar o coeficiente  $k_{\theta}$  definido em função da espessura menor/ espessura maior como 0,007 para relação 0,15, não apresentada na norma;
- O silo 4 apresentou tensões de ruptura superiores ao limite definido pelo critério de Von Mises, com boa parte do efeito de ovalização contido nos anéis, mas com picos de tensão na região superior atingindo 205,27 MPa. Foram apresentados os menores deslocamentos de parede nesse caso;
- Em relação ao efeito de segunda ordem, verifica-se que esse não foi relevante em nenhum caso, mesmo diminuindo a espessura da parede e aumentando a rigidez do silo. Significa que os momentos gerados a partir das cargas verticais e as deformações horizontais são bem inferiores aos gerados pelos esforços horizontais e pelas alturas de aplicação. Dessa forma, a consideração da estrutura deformada para a sua estabilidade é desprezível e sua classificação é como estrutura de nós fixos;
- Pode-se, então, para o silo metálico concêntrico, utilizar a teoria da membrana como método de cálculo descrito no limite plástico LS1 da EN 1993-1-6 (2007)

pelo fato da estrutura ser analisada apenas considerando os efeitos de primeira ordem;

- Quanto às tensões de flambagem, apenas os silos do caso 3 e do caso 5 apresentaram dimensionamento correto quanto às tensões críticas, sendo esses esbeltos, de raio 4,5m, espessura de parede de 10mm ao longo de todo o silo (caso 3) e 10mm na base e 1,5mm acima (caso 5);

## CAPÍTULO 8

### SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugerem-se os seguintes pontos para pesquisas futuras:

- Aplicação de diferentes alturas de anéis de base para contenção da ovalização do silo, diminuindo a incidência de picos de tensão circunferencial e de flambagem;
- Simulação de descarga concêntrica com consideração do efeito do vento no modelo numérico;
- Simulação de descarga excêntrica e verificação da relevância do efeito de segunda ordem;
- Caso o efeito de segunda ordem seja relevante, poderia-se simular o silo utilizando as não-linearidades física e geométrica e definir coeficientes de majoração para o comprimento efetivo de flambagem.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. **NBR 8800**, Rio de Janeiro: 1986.

Albermani, F. G. A.; Kitipornchai, S. Numerical simulation of structural behaviour of transmission towers. **Thin-Walled Structures**, v. 41, n.2, p. 167-177, 2003.

Ali, L.; Jalal, E. B.; Abdellatif, K.; Larbi, E. B. Effect of multiple localized geometric imperfections on stability of thin axisymmetric cylindrical shell under axial compression. **International Journal of Solids and Structures**, v. 48, p.1034-1043, 2010.

Arbocz, J.; Babcock, C. D. The effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. **ASME Journal of Applied Mechanics**, v. 36, p.28–38, 1969.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE (1988). **ANSI/ASAE. EP 433**. Loads exerted by free-flowing grain on bins.

Andrade Junior, L. J. **Análise estrutural das chapas metálicas de silos e de reservatórios cilíndricos**. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1998. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

ANSYS, **Ansys Mechanical APDL Command Reference Guide**. Ansys, Inc., Canonsburg, PA, 2013.

Assis, D. C. A. **Implementação de métodos explícitos de integração de tensões em programas de elementos finitos para análise geomecânica**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2010. Dissertação de mestrado.

Ayuga, F.; Guaita, M.; Aguado, P.; Couto, A. Discharge and the eccentricity of the hopper influence on the silo wall pressures. **J. Eng. Mech.** 127, special issue: the statics and flow of dense granular systems, 1067-1074. 2001.

Calil Junior, C., Cheung, A. B. **Silos: pressões, fluxo, recomendações para o projeto e exemplos de cálculo.** Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2007.

Calil Junior, C.; Nascimento, J. W. B. Ações em silos pelo método dos estados limites: proposta de norma brasileira. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal. v.16, n. 4, p.110 - 117,1997.

Calil Junior, C.; Palma, G. Pressões e fluxo em silos esbeltos ( $h/d > 1,5$ ). **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 10, n. 42, p. 129-150, 2008.

Calil Junior, C. Ações em silos pelo método dos estados limites: proposta de norma brasileira. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.16, n.4, p.110-117, 1997.

Calil Junior, C. **Sobrepresiones en las paredes de los silos para almacenamiento de productos pulverulentos cohesivos.** Escola Politécnica de Barcelona, Espanha. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1984. Tese de doutorado.

Caquot, A.; Kerisel, J. **Traite Mecanique des Sols.** Paris: Gauthier-Villars Editeur-Imprimeur-Libraire.

Calleri, J. A. **Análise matricial de estruturas.** Universidade do Oeste de Santa Catarina. Notas de aula, 2012.

Ceccon, J. L. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pilares solicitados à flexão oblíqua composta.** São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2008. Tese de doutorado em Engenharia de Estruturas.

Clarke, M. J.; Hancock, G. J. A study of incremental-iterative strategies for nonlinear analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 29, n. 7, p. 1365-1391, 1990.

Chan, S. L.; Cho, S. H. Second-order  $P-\Delta-\delta$  analysis and design of angle trusses allowing for imperfections and semi-rigid connections. **Advanced Steel Construction**, v.1, n.1, p. 169-183, 2005.

Chan, S. L.; Liu, Y. P; Liu, S.W. A new codified design theory of second-order direct analysis for steel and composite structures – from research to practice. **Structures**, 2016.

Chen, S. L.; Rotter J. M. Buckling of anchored cylindrical shells of uniform thickness under wind load. **Engineering Structures**, v.41, p. 199-208, 2012..

Chen, W. F.; Chan, S. L. Second-order inelastic analysis of steel frames using elemento with midspan and end springs. **Journal of Structural Engineering**, v. 121, n.3, p. 530-541, 1995.

Cheung, A. B. **Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2007. Tese de doutorado.

Cherri, A.; Vianna, A; Balbo, A; Baptista, E. **Métodos numéricos computacionais**. Bauru: Faculdade de Ciências, apostila, 2012.

Couto, A.; Ruiz, A.; Aguado, P.J. Design and instrumentation of a mid-size test station for measuring static and dynamic pressures in silos under different conditions – Part I: Description. **Computers and Eletronics in Agriculture**, New York, v.85, p. 164-173, 2012.

Da Costa, C. A., et al. Propriedades mecânicas e de fluxo de produtos agroindustriais. **R. Bras. Eng. Agríc. Ambiental**, v. 18, n.7, p. 774-780, 2014.

Deckers, H. P. F. **Avaliação da aplicação da norma ACI-313:1997 no dimensionamento de silos multicelulares elevados de concreto armado para café**. Lavras: Universidade federal de Lavras, 2010. Dissertação de mestrado.

**Deutsche Norm DIN 1055.** Design loads for buildings – Part 6: loads in silos bins. Berlin, Verlag, 1987.

Dogangun, A; Karaca, Z.; Durmus, A.; Sezen, H. Cause of damage and failures in silo structures. **Journal of Performances of Constructed Facilities**, v.23, p.65-71, 2009.

Drucker, D. C.; Prager, W. Soil mechanics and plastic analysis of limit design. **Appl. Math.**, v.10, p.157-164, 1952.

ECCS, 2008. **European Recommendations for Steel Construction: Buckling of Shells, fifth edition**, In: Rotter, J.M., Schmidt, H. (Eds.), European Convention for Constructional Steelwork, Brussels, 384 pp.

European Committee of Standardization. **EN 1991-4.** Action on silos and tanks. European Standard: 2002.

European Committee of Standardization. **EN 1991-1-4.** Actions on structures – part 1-4, wind actions. European Standard: 2005.

European Committee of Standardization. **EN 1993-4-1.** Design of steel structures – Part 1-6: strength and stability of shell structures. European Standard: 2007.

European Committee of Standardization. **EN 1993-1-6.** Design of steel structures – Part 1-6: strength and stability of shell structures. European Standard: 2007.

Erdemir, A.; Gess, T. M.; Halloran, J.; Tadepalli, S. C.; Morrison, T. M. Considerations for Reporting Finite Element Analysis Studies in Biomechanics. **J Biomech**, v. 45, n. 4, p. 625-33, 2012.

Fank, M. Z. **Pressões em silos verticais: instrumentação de um protótipo e análise numérica pelo método dos elementos finitos.** Campina Grande: Universidade Federal de Campina Grande, 2017. Tese de doutorado.

Feitosa, L. A.; Alves, E. C. Estudo da estabilidade global de edifícios altos com lajes protendidas. **Revista Ibracom de Estruturas e Materiais**, v.8, n.2, p.196-224, 2015.

Freitas, E. G. A. **Estudo teórico e experimental das pressões em silos cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro de fundo plano**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2001. Tese de doutorado.

Gaiotti, R; Smith, B. S. P-Delta Analysis of building structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 4, p. 755-770, 1989.

Gallagher, R. H. **Introduction in Finite Element Analysis: fundamentals**. 4 Ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1975. cap. 1, p. 1-19.

Garbazza, I. E. **Programa computacional para cálculo de pressões em silos verticais de acordo com a norma australiana**. Lavras: Universidade Federal de Lavras-UFLA, 2011. Dissertação de Mestrado.

Gaylord, E. H.; Gaylord, C. N. **Design of Steel Bins for Storage of Bulk Solids**. Prentice Hall, 1984.

Geng, J. P.; Tan, K. B. C.; Liu, G. R. Application of Finite Element Analysis in Implant Dentistry: a review of the literature. **J Prosthet Dent**, v. 85, n. 6, p.585-98, 2001.

Godoy, L. A.; Flores, F. G. Imperfection sensitivity to elastic buckling of wind loaded open cylindrical tanks. **Structural Engineering and Mechanics**, v.13, n.5, p. 533-542, 2002.

Goodey RJ, Brown CJ, Rotter JM. Verification of a 3-dimensional model for filling pressures in square thin-walled silos. **Engineering Structures**, v.25, n.14, p.1773-1783, 2003.

Goodey, R. J.; Brown, C. J.; Rotter, J. M. Rectangular steel silos: finite element predictions of filling wall pressures. **Engineering Structures**, v.132, p.61-69, 2017.



Greiner, R.; Derler, P. Effect of imperfections on wind-loaded cylindrical shells. **Thin-walled Structures**, v.23, p.271-181, 1995.

Guaita, M. **Creación de modelos para la simulación de silos por el método de elementos finitos y análisis de los empujes estáticos del material almacenado**. Madrid: Polytechnic University of Madrid, 1995. Tese de doutorado.

ISO Draft International Standard. **ISO DIS 11697**. Basis for design of structures: loads due to bulk materials.

Iwicki, P.; Sondej, M.; Tejchman, J. Application of linear buckling sensitivity analysis to economic design of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns. **Engineering failure Analysis**, v. 70, p.105-121, 2016.

Izzuddin, B. A.; Smith, D. L. Large-displacement analysis of elastoplastic thin-walled frames. **Journal of Structural Engineering**, v. 122, n.8, p. 905-925, 1996.

Janssen, H. A. Versuche Uber Getreidedruck in Silozellen. Zeitschrift, **Verein Deutscher Ingenieure**, v. 39, p.1045-1049, 1895.

Jenike, A. W. **Storage and flow of solids**. Salt Lake City: University of Utah, Bolletin 123, 1964.

Koiter, W.T. **On the stability of elastic equilibrium**. Holland: Delft University, 1945. Phd Thesis.

Koiter, W.T. **The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression**. In: Proc. Kon. Ned. Akad. Wet., pp. 265–279, 1963.

Koiter, W.T. **The application of the initial post-buckling analysis to shells**. In: Buckling of Shells, Proceedings of a State-of-the-Art Colloquium. SpringerVerlag, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 63–77, 1982.

Kuczynska, N.; Wójcki, M.; Tejchman, J. Effect of bulk solid on strength of cylindrical corrugated silos during filling. **Journal of constructional steel research**, v. 115, p.1-17, 2015.

Leite, L. M. O. **Silos metálicos**. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, Portugal, 2008. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil.

Liew, J. Y. R.; Chen, W. F; Chen, H. Advanced inelastic analysis of frame structures. **Journal of Construction Steel Research**, v. 45, p. 245-265, 2000.

Lotti, R. S.; Machado, A. W.; Mazzeiro, E. T; Junior, J. L. Aplicabilidade Científica do Método dos Elementos Finitos. **Dental Press Ortodontia**, 2006.

Ma, R.; Meng, Y. Theoretical analysis and research of large diameter silos. **Applied Mechanics and Materials**, Switzerland, v.99-100, p.1203-1208. 2011.

Madrona, F. S. **Pressões em silos esbeltos com descarga excêntrica**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2008. Tese de doutorado em Engenharia de Estruturas.

Martinez, M. A.; Alfaro, I.; Doblaré, M. Simulation of axisymmetric discharging in metallic silos. Analysis of the induced pressures distribution and comparison with different standards. **Engineering Structures**: v.24, p.1561-1574, 2002.

Masoudi, M.; Eshghi, S.; Ghafory-Ashtiany, M. Evaluation of response modification factor (R) of elevated concrete tanks. **Engineering Structures**, New York, n.39, p.199-209. 2012.

Moaveni, S. **Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. Pearson: 4 ed., 2015.

Moncayo, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2011. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas.

Moya, M; Aguado, P. J.; Ayuga, F. Mechanical properties of some granular materials used in silo design. **International Agriphysics**, n. 27, p. 181-193. 2013

Nateghi, F.; Yakchalian, M. Seismic behavior of reinforced concrete silos considering granular material-structure interaction. **Procedia Engineering**, Maryland Heights, v.14, p.3050-3058, 2011.

Oller, S. **Fratura mecânica. Um enfoque global**. CIMNE, Barcelona, 2001.

Pinto, R. S.; Ramalho, M. A. Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, n. 19, p. 171-206, 2002

Portela, G; Godoy, L. A. Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with a dome roof. **Journal of Construction Steel Research**, v. 61, n. 6, p. 808-824, 2005.

Ramirez, A.; Nielsen, J.; Ayuga, F. On the use of plate-type normal pressure cells in silos: Part 1: Calibration and evaluation. **Computers and Eletronics in Agriculture**, New York, v.71, p.71-76. 2010a.

Ramirez, A.; Nielsen, J.; Ayuga, F. On the use of plate-type normal pressure cells in silos: Part 2: Validation for pressure measurements. **Computers and Eletronics in Agriculture**, New York, v.71, p.64-70, april. 2010b.

Ruiz, A.; Couto, A.; Aguado, P.J. Design and instrumentation of a mid-size test station for measuring static and dynamic pressures in silos under different conditions – Part II: Construction and validation. **Computers and Eletronics in Agriculture**, New York, v.85, p.174-187, 2012.

Roberts., A. W. **Storage, flow and handling of bulk solids**. The University of Newcastle, Australia, p.103-135, 1987.

Rotter, J. M. Buckling of cylindrical shells under axial compression. **Buckling of Thin Metal Shells**. London, p.42-87, 2004.

Rotter, J. M. **Design of steel bins for the storage of bulk solids**. School of civil and mining engineering and the civil and mining engineering foundation, the University of Sydney, March, 1985.

Rotter, J. M. **Pressures, stresses and buckling in metal silos containing eccentrically discharging solids**. Institute for steel, timber and shell structures, Technical University Graz, Austria, 2001.

Rotter, J. M. Properties of the stored granular material. In: Brown, C. J. e Nelsen, J. **Silos – Fundamentals of Theory, Behaviour and Design**, cap. 41, p. 650-664, 1998.

Rotter, J. M. Silo and hopper design for strength. In: McGlinchey, D. **Bulk Solids Handling: Equipment Selection and Operation**. Blackwell Publishing Ltd., cap. 3, p. 99-132, 2008.

Rotter, J.M.; Sadowski, A.J. Cylindrical Shell bending theory for orthotropic shells under general axisymmetric pressure distributions. **Engineering Structures**, New York, v.42, p.258-265, sept. 2012.

Rubin, C.; Krishnamurthy, N.; Capilouto, E.; YI, H. Stress analysis of the human tooth using a three-dimensional finite element model. **J Dent Res**, v. 62, n. 2, p. 82-6, 1983.

Sadowski, A.J.; Rotter, J.M. (a) Buckling of very slender metal silos under eccentric discharge. **Engineering Structures**, v.33, n.4, p.1187-1194, April, 2011.

Sadowski, A.J.; Rotter, J.M. (b) Membrane theory treatment of eccentric flows in concentric hoppers. **Thin-Walled Structures**, Oxford, v.49, n.7, p.902-911, July, 2011.

Sadowski, A.J.; Rotter, J.M. (c) Steel silos with different aspect ratios: behavior under concentric discharge. **Journal of Constructional Steel Research**, v.67, n.10, p.1537-1544, March, 2011.

Safarian, S. S. Design procedures of granular materials in silos. **ACI Journal New York**, 1969.

Sameshima, G. T.; Melnick, M. Finite element-based cephalometric analysis. **Angle Orthod**, vol.64, p.343-350, 1994.

Schmidt, H.; Binder, B.; Lange, H. Postbuckling strength design of open thin-walled cylindrical tanks under wind load. **Thin-walled Structures**, v.31, p.203-220, 1998.

Schneider W, Zahlten W. Load-bearing behaviour and structural analysis of slender ring-stiffened cylindrical shells under quasi-static wind load. **Journal of Construction Steel Research**, v.60, p.125-146, 2004.

Schulze, D. Flowability of bulk solids: definition and measuring techniques, Part I and II. **Powder and Bulk Engineering**, p.17-28, 1996.

Sielamowicz, I.; Czech, M.; Kowalewski, T.A. Empirical description of flow parameters in eccentric flow inside a silo model. **Powder Technology**, New York, v.198, n.3, p.381-394, mar. 2010.

Silva, R. G. L. **Análise inelástica avançada de pórticos planos de aço considerando as influências do cisalhamento e das ligações semirrígidas**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2010. Tese de doutorado.

Sosa, E. M.; Godoy, L. A. Challenges in the computation of lower-bound buckling loads for tanks under wind pressures. **Thin-walled Structures**, v.48, p. 935-945, 2010.

Teeuwen, P.; Claassen, W.; Baan, M. Design and construction of fly ash silo with inverted cone. **Structural Engineering International**, Zurich, v.22, n.3, p.391-394, aug. 2012.

Tejchman, J. The influence of bulk solids on buckling strength of silos. **Powder Handl. Process**, v. 16, 2004.

Vázquez, E. G. **Numerical simulation of loads exerted by stored materials in silos with non-elastic materials models.** Madrid: Polytechnic University of Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos, 2006. Phd Thesis.

White, D. W.; Hajjar, J. F. Design of steel frames without consideration of effective length. **Engineering Structures**, v. 19, n.10, p. 797-810, 1997.

Wójcik, M; Iwicki, P; Tejchman, J. 3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners. **Thin-Walled Structures**, v. 49, n. 8, p.947-963, 2011.

Yamaki, N. Elastic stability of circular cylindrical shells. **Elsevier Applied Science Publishers.** Amsterdam, 1984.

Yuksel, S.B. Design formulas for the groups of six cylindrical silos due to interstice loadings. **Advances in Structural Engineering, Brentwood**, v.14, n.2, p.265-280, april. 2011.

Ziemian, R. D. **Guide to stability design criteria for metal structures.** 6th. ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 2010.

Zaccari, N., Cudemo, M. Steel silo failure and reinforcement proposal. **Engineering failure analysis**, v. 63, p.1-11, 2016.

Zhao, Y.; Cao, Q. S.; Su, L. Buckling design of large circular steel silos subject to wind pressure. **Thin-Walled Structures**, v. 73, p. 337-349, 2013.

## APÊNDICES

### Deslocamentos horizontais.

Quadro 1: Deslocamentos horizontais ao longo da parede do silo

S (m)	UX (m)				
	SIM1	SIM2	SIM3	SIM4	SIM5
0	8,76E-47	0	0	0	0
0,5	2,25E-05	3,25E-06	5,11E-07	2,55E-06	6,49E-07
1	2,40E-05	3,28E-06	4,90E-07	2,70E-06	6,16E-07
1,5	2,37E-05	3,23E-06	4,85E-07	2,58E-06	6,05E-07
2	2,33E-05	3,17E-06	4,76E-07	2,52E-06	5,90E-07
2,5	2,30E-05	3,10E-06	4,66E-07	2,52E-06	5,82E-07
3	2,25E-05	3,03E-06	4,55E-07	2,69E-06	6,10E-07
3,5	2,20E-05	2,96E-06	4,44E-07	1,59E-05	3,65E-06
4	2,14E-05	2,88E-06	4,32E-07	1,50E-05	3,52E-06
4,5	2,09E-05	2,81E-06	4,21E-07	1,45E-05	3,39E-06
5	2,03E-05	2,73E-06	4,10E-07	1,40E-05	3,25E-06
5,5	1,97E-05	2,66E-06	3,98E-07	1,35E-05	3,12E-06
6	1,91E-05	2,58E-06	3,87E-07	1,31E-05	2,99E-06
6,5	1,85E-05	2,50E-06	3,75E-07	1,28E-05	2,88E-06
7	1,79E-05	2,42E-06	3,63E-07	1,31E-05	2,92E-06
7,5	1,73E-05	2,34E-06	3,52E-07	1,31E-05	2,95E-06
8	1,67E-05	2,26E-06	3,40E-07	1,27E-05	2,77E-06
8,5	1,60E-05	2,18E-06	3,28E-07	1,19E-05	2,49E-06
9	1,54E-05	2,10E-06	3,15E-07	1,10E-05	2,24E-06
9,5	1,48E-05	2,02E-06	3,03E-07	1,01E-05	2,11E-06
10	1,41E-05	1,93E-06	2,90E-07	9,27E-06	2,00E-06
10,5	1,35E-05	1,85E-06	2,77E-07	8,78E-06	1,90E-06
11	1,28E-05	1,76E-06	2,64E-07	8,29E-06	1,80E-06
11,5	1,21E-05	1,67E-06	2,51E-07	7,80E-06	1,70E-06
12	1,14E-05	1,58E-06	2,37E-07	7,32E-06	1,61E-06
12,5	1,07E-05	1,49E-06	2,23E-07	6,85E-06	1,51E-06
13	1,00E-05	1,40E-06	2,09E-07	6,38E-06	1,41E-06
13,5	9,32E-06	1,30E-06	1,95E-07	5,90E-06	1,31E-06
14	8,59E-06	1,20E-06	1,80E-07	5,43E-06	1,21E-06
14,5	7,85E-06	1,10E-06	1,65E-07	4,95E-06	1,11E-06
15	7,10E-06	1,00E-06	1,50E-07	4,46E-06	1,01E-06
15,5	6,33E-06	9,00E-07	1,35E-07	3,97E-06	9,04E-07
16	5,55E-06	7,95E-07	1,19E-07	3,47E-06	7,99E-07
16,5	4,74E-06	6,89E-07	1,03E-07	2,96E-06	6,92E-07
17	3,91E-06	5,81E-07	8,72E-08	2,43E-06	5,84E-07
17,5	3,04E-06	4,71E-07	7,07E-08	1,88E-06	4,73E-07
18	2,13E-06	3,59E-07	5,39E-08	1,32E-06	3,61E-07
18,5	1,21E-06	2,41E-07	3,62E-08	7,39E-07	2,43E-07
19	3,60E-07	1,34E-07	2,01E-08	2,02E-07	1,34E-07
19,5	-4,27E-07	2,18E-08	1,52E-09	-2,58E-07	2,43E-08
20	-6,93E-07	1,39E-21	1,24E-22	-2,50E-21	1,33E-21

## Momentos fletores das simulações para o cálculo do gama-z.

Quadro 2: Momentos da validação

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
0,49952	2,74E-07	19,8	7,32E-21	2,00E-27	9,890496
0,20511	5,68E-02	19	1,43E-07	8,15E-09	3,89709
1,3584	0,41146	18	9,53E-07	3,92E-07	24,4512
2,5174	0,75575	17	1,78E-06	1,34E-06	42,7958
3,5864	1,0787	16	2,54E-06	2,74E-06	57,3824
4,5981	1,3838	15	3,28E-06	4,53E-06	68,9715
5,5674	1,6756	14	3,99E-06	6,68E-06	77,9436
6,5035	1,9575	13	4,68E-06	9,17E-06	84,5455
7,4087	2,2298	12	5,36E-06	1,20E-05	88,9044
8,2891	2,4946	11	6,03E-06	1,50E-05	91,1801
9,1453	2,7523	10	6,69E-06	1,84E-05	91,453
9,9796	3,0031	9	7,34E-06	2,20E-05	89,8164
10,793	3,248	8	7,98E-06	2,59E-05	86,344
11,59	3,4878	7	8,61E-06	3,00E-05	81,13
12,372	3,7232	6	9,24E-06	3,44E-05	74,232
13,138	3,9537	5	9,86E-06	3,90E-05	65,69
13,876	4,176	4	1,05E-05	4,37E-05	55,504
14,552	4,3797	3	1,10E-05	4,83E-05	43,656
15,069	4,5345	2	1,15E-05	5,21E-05	30,138
15,399	4,6317	1	1,18E-05	5,49E-05	15,399
1,562	256,87	0	4,29E-36	1,10E-33	0



Quadro 3: Momentos da simulação 1

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
0,50248	1,36E-06	19,8	6,93E-07	9,44E-13	9,949104
0,20509	5,67E-02	19	3,60E-07	2,04E-08	3,89671
1,3585	0,41163	18	2,13E-06	8,76E-07	24,453
2,5179	0,75584	17	3,91E-06	2,95E-06	42,8043
3,587	1,0791	16	5,55E-06	5,98E-06	57,392
4,5987	1,3839	15	7,10E-06	9,83E-06	68,9805
5,5679	1,6757	14	8,59E-06	1,44E-05	77,9506
6,504	1,9576	13	1,00E-05	1,96E-05	84,552
7,4093	2,2301	12	1,14E-05	2,55E-05	88,9116
8,2896	2,4948	11	1,28E-05	3,19E-05	91,1856
9,146	2,7525	10	1,41E-05	3,88E-05	91,46
9,98	3,0033	9	1,54E-05	4,62E-05	89,82
10,794	3,2481	8	1,67E-05	5,41E-05	86,352
11,591	3,4879	7	1,79E-05	6,24E-05	81,137
12,373	3,7233	6	1,91E-05	7,11E-05	74,238
13,138	3,9538	5	2,03E-05	8,02E-05	65,69
13,876	4,1762	4	2,14E-05	8,96E-05	55,504
14,554	4,3802	3	2,25E-05	9,86E-05	43,662
15,075	4,5356	2	2,33E-05	1,06E-04	30,15
15,425	4,6413	1	2,40E-05	1,11E-04	15,425
8,6618	256,95	0	8,76E-47	2,25E-44	0

Quadro 4: Momentos da simulação 2

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
0,15655	1,34E-07	19,8	1,39E-21	1,85E-28	3,09969
0,29073	8,90E-02	19	1,34E-07	1,19E-08	5,52387
0,77613	0,2348	18	3,59E-07	8,43E-08	13,97034
1,2441	0,37429	17	5,81E-07	2,18E-07	21,1497
1,685	0,50641	16	7,95E-07	4,03E-07	26,96
2,1016	0,63212	15	1,00E-06	6,34E-07	31,524
2,4942	0,75052	14	1,20E-06	9,02E-07	34,9188
2,8644	0,86215	13	1,40E-06	1,20E-06	37,2372
3,212	0,96675	12	1,58E-06	1,53E-06	38,544
3,5388	1,0652	11	1,76E-06	1,88E-06	38,9268
3,8453	1,1573	10	1,93E-06	2,24E-06	38,453
4,1337	1,2441	9	2,10E-06	2,61E-06	37,2033
4,4058	1,3259	8	2,26E-06	3,00E-06	35,2464
4,6635	1,4034	7	2,42E-06	3,40E-06	32,6445
4,9087	1,477	6	2,58E-06	3,81E-06	29,4522
5,1431	1,5474	5	2,73E-06	4,23E-06	25,7155
5,3691	1,6152	4	2,88E-06	4,65E-06	21,4764
5,5872	1,6806	3	3,03E-06	5,09E-06	16,7616
5,7836	1,7393	2	3,17E-06	5,52E-06	11,5672
5,8983	1,7739	1	3,28E-06	5,82E-06	5,8983
0,51097	105,45	0	0,00E+00	0,00E+00	0

Quadro 5: Momentos da simulação 3

F <sub>H</sub> (kN)	F <sub>V</sub> (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	M <sub>tot,d</sub> (kNm)	M <sub>1tot,d</sub> (kNm)
0,15817	1,32E-07	19,8	1,24E-22	1,64E-29	3,131766
0,29101	0,089123	19	2,01E-08	1,79E-09	5,52919
0,77641	0,2348	18	5,39E-08	1,27E-08	13,9754
1,2445	0,3742	17	8,72E-08	3,26E-08	21,1565
1,6852	0,50645	16	1,19E-07	6,04E-08	26,9632
2,1018	0,6322	15	1,5E-07	9,51E-08	31,527
2,4944	0,75057	14	1,8E-07	1,35E-07	34,9216
2,8646	0,86223	13	2,09E-07	1,8E-07	37,2398
3,2122	0,96678	12	2,37E-07	2,29E-07	38,5464
3,5389	1,0652	11	2,64E-07	2,81E-07	38,9279
3,8454	1,1574	10	2,9E-07	3,36E-07	38,454
4,1337	1,2441	9	3,15E-07	3,92E-07	37,2033
4,4059	1,3259	8	3,4E-07	4,5E-07	35,2472
4,6635	1,4033	7	3,63E-07	5,1E-07	32,6445
4,9085	1,4769	6	3,87E-07	5,71E-07	29,451
5,143	1,5472	5	4,1E-07	6,34E-07	25,715
5,369	1,6149	4	4,32E-07	6,98E-07	21,476
5,5871	1,6802	3	4,55E-07	7,64E-07	16,7613
5,7836	1,7389	2	4,76E-07	8,28E-07	11,5672
5,9001	1,7741	1	4,9E-07	8,7E-07	5,9001
1,8587	105,45	0	0	0	0

Quadro 6: Momentos da simulação 4

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
8,94E-02	7,50E-07	19,8	2,50E-21	1,87E-27	1,77E+00
0,2175	6,37E-02	19	2,02E-07	1,29E-08	4,13E+00
1,4083	0,42491	18	1,32E-06	5,60E-07	2,53E+01
2,5875	0,77674	17	2,43E-06	1,89E-06	4,40E+01
3,6721	1,1049	16	3,47E-06	3,84E-06	5,88E+01
4,6969	1,4129	15	4,46E-06	6,31E-06	7,05E+01
5,6811	1,7096	14	5,43E-06	9,28E-06	7,95E+01
6,6409	1,9983	13	6,38E-06	1,27E-05	8,63E+01
7,5885	2,2837	12	7,32E-06	1,67E-05	9,11E+01
8,5453	2,5713	11	8,29E-06	2,13E-05	9,40E+01
9,5295	2,8675	10	9,27E-06	2,66E-05	9,53E+01
11,223	3,3767	9	1,10E-05	3,70E-05	1,01E+02
13,033	1,3986	8	1,27E-05	1,78E-05	1,04E+02
13,481	4,0567	7	1,31E-05	5,32E-05	9,44E+01
13,599	4,0924	6	1,31E-05	5,35E-05	8,16E+01
14,738	4,4349	5	1,40E-05	6,21E-05	7,37E+01
16,01	4,8174	4	1,50E-05	7,25E-05	6,40E+01
7,4367	2,2368	3	2,69E-06	6,03E-06	2,23E+01
17,866	5,3762	2	2,52E-06	1,35E-05	3,57E+01
18,597	5,5962	1	2,70E-06	1,51E-05	1,86E+01
9,7573	78,512	0	0	0,00E+00	0,00E+00

Quadro 7: Momentos da simulação 5

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
0,14956	1,37E-07	19,8	1,33E-21	1,83E-28	2,96E+00
0,29286	8,97E-02	19	1,34E-07	1,20E-08	5,56E+00
0,7808	0,23643	18	3,61E-07	8,54E-08	1,41E+01
1,25	0,37616	17	5,84E-07	2,20E-07	2,13E+01
1,6927	0,50882	16	7,99E-07	4,07E-07	2,71E+01
2,1137	0,6358	15	1,01E-06	6,41E-07	3,17E+01
2,5148	0,75671	14	1,21E-06	9,17E-07	3,52E+01
2,8982	0,87239	13	1,41E-06	1,23E-06	3,77E+01
3,265	0,98275	12	1,61E-06	1,58E-06	3,92E+01
3,6227	1,0903	11	1,80E-06	1,96E-06	3,98E+01
3,9854	1,1993	10	2,00E-06	2,40E-06	3,99E+01
4,4481	1,339	9	2,24E-06	3,01E-06	4,00E+01
5,4976	1,3305	8	2,77E-06	3,69E-06	4,40E+01
5,8618	1,7637	7	2,92E-06	5,15E-06	4,10E+01
6,1305	1,8449	6	2,99E-06	5,51E-06	3,68E+01
6,8446	2,0596	5	3,25E-06	6,70E-06	3,42E+01
7,5698	2,2778	4	3,52E-06	8,02E-06	3,03E+01
4,4181	1,1464	3	6,10E-07	7,00E-07	1,33E+01
8,4735	2,5498	2	5,90E-07	1,50E-06	1,69E+01
8,7079	2,6205	1	6,16E-07	1,61E-06	8,71E+00
1,7333	-37,35	0	0	0,00E+00	0,00E+00

Quadro 8: Momentos da simulação 6

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
2,75E-03	2,15E-03	20	4,05E-23	8,72E-26	5,50E-02
0,16895	5,08E-02	19	9,51E-08	4,83E-09	3,21E+00
0,33455	0,10098	18	1,92E-07	1,94E-08	6,02E+00
0,5019	0,15066	17	2,96E-07	4,45E-08	8,53E+00
0,65346	0,19673	16	3,94E-07	7,74E-08	1,05E+01
0,78642	0,23657	15	4,85E-07	1,15E-07	1,18E+01
0,90183	0,27112	14	5,70E-07	1,54E-07	1,26E+01
1,0014	0,30097	13	6,48E-07	1,95E-07	1,30E+01
1,0869	0,32674	12	7,21E-07	2,36E-07	1,30E+01
1,16	0,34893	11	7,90E-07	2,76E-07	1,28E+01
1,2222	0,36796	10	8,54E-07	3,14E-07	1,22E+01
1,275	0,3842	9	9,14E-07	3,51E-07	1,15E+01
1,3197	0,39797	8	9,71E-07	3,86E-07	1,06E+01
1,3573	0,40956	7	1,03E-06	4,20E-07	9,50E+00
1,3888	0,41915	6	1,08E-06	4,51E-07	8,33E+00
1,4152	0,42702	5	1,13E-06	4,81E-07	7,08E+00
1,4383	0,43372	4	1,17E-06	5,10E-07	5,75E+00
1,4616	0,44027	3	1,22E-06	5,39E-07	4,38E+00
1,4888	0,44782	2	1,28E-06	5,71E-07	2,98E+00
1,5165	0,45547	1	1,33E-06	6,06E-07	1,52E+00
2,11E-02	31,723	0	0	0,00E+00	0,00E+00

Quadro 9: Momentos da simulação 7

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
2,10E-03	2,20E-03	19,8	2,36E-23	5,18E-26	4,15E-02
0,16899	0,050842	19	5,51E-08	2,80E-09	3,21E+00
0,33466	0,10103	18	1,11E-07	1,13E-08	6,02E+00
0,50192	0,15069	17	1,71E-07	2,58E-08	8,53E+00
0,65348	0,19675	16	2,28E-07	4,48E-08	1,05E+01
0,78641	0,23659	15	2,81E-07	6,64E-08	1,18E+01
0,90182	0,2711	14	3,30E-07	8,94E-08	1,26E+01
1,0014	0,30097	13	3,75E-07	1,13E-07	1,30E+01
1,0869	0,32673	12	4,18E-07	1,36E-07	1,30E+01
1,16	0,34891	11	4,57E-07	1,60E-07	1,28E+01
1,2222	0,36792	10	4,94E-07	1,82E-07	1,22E+01
1,275	0,38418	9	5,29E-07	2,03E-07	1,15E+01
1,3197	0,39795	8	5,62E-07	2,24E-07	1,06E+01
1,3574	0,40954	7	5,94E-07	2,43E-07	9,50E+00
1,3889	0,41914	6	6,23E-07	2,61E-07	8,33E+00
1,4153	0,42703	5	6,52E-07	2,79E-07	7,08E+00
1,4384	0,43374	4	6,80E-07	2,95E-07	5,75E+00
1,4617	0,44031	3	7,09E-07	3,12E-07	4,39E+00
1,4889	0,44787	2	7,39E-07	3,31E-07	2,98E+00
1,5167	0,45555	1	7,70E-07	3,51E-07	1,52E+00
1,81E-02	3,17E+01	0	0	0,00E+00	0,00E+00

Quadro 10: Momentos da simulação 8

$F_H$ (kN)	$F_V$ (kN)	Altura (m)	Deslocamento Horizontal (m)	$M_{tot,d}$ (kNm)	$M_{1tot,d}$ (kNm)
2,72E-03	0,039667	19,8	-1,8E-23	7,10E-25	5,38E-02
0,16901	0,050848	19	4,19E-08	2,13E-09	3,21E+00
0,3347	0,10104	18	8,47E-08	8,56E-09	6,02E+00
0,50193	0,15069	17	1,3E-07	1,96E-08	8,53E+00
0,65349	0,19676	16	1,73E-07	3,41E-08	1,05E+01
0,78642	0,23659	15	2,13E-07	5,05E-08	1,18E+01
0,90181	0,2711	14	2,51E-07	6,79E-08	1,26E+01
1,0014	0,30096	13	2,85E-07	8,58E-08	1,30E+01
1,0869	0,32672	12	3,17E-07	1,04E-07	1,30E+01
1,16	0,3489	11	3,47E-07	1,21E-07	1,28E+01
1,2222	0,36791	10	3,76E-07	1,38E-07	1,22E+01
1,2751	0,38417	9	4,02E-07	1,54E-07	1,15E+01
1,3198	0,39793	8	4,27E-07	1,70E-07	1,06E+01
1,3574	0,40953	7	4,51E-07	1,85E-07	9,50E+00
1,389	0,41913	6	4,74E-07	1,99E-07	8,33E+00
1,4154	0,42703	5	4,96E-07	2,12E-07	7,08E+00
1,4385	0,43375	4	5,17E-07	2,24E-07	5,75E+00
1,4618	0,44032	3	5,39E-07	2,37E-07	4,39E+00
1,489	0,44789	2	5,61E-07	2,51E-07	2,98E+00
1,5168	0,45559	1	5,85E-07	2,67E-07	1,52E+00
1,43E-02	31,726	0	0	0,00E+00	0,00E+00