



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE – CENTRO DE FORMAÇÃO
DE PROFESSORES – UNIDADE ACADÊMICA DE CIÊNCIAS EXATAS E DA
NATUREZA (UACEN/CFP/UFCG)**

WESLEY PEREIRA LIMA

**FRICÇÃO DINÂMICA E APLICAÇÕES PARA O PROBLEMA DO DECAIMENTO
DOS AGLOMERADOS GLOBULARES EM NUCLÉOS GALÁCTICOS**

CAJAZEIRAS-PB

MAIO 2025

WESLEY PEREIRA LIMA

**FRICÇÃO DINÂMICA E APLICAÇÕES PARA OS PROBLEMAS DO DECAIMENTO
DOS AGLOMERADOS GLOBULARES EM NUCLÉOS GALÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado Universidade Federal de
Campina Grande Centro de Formação de Professores (UFCG/CFP) –
Campus Cajazeiras como requisito para a conclusão do Curso de Física.

Orientador: Prof. Dr. João Maria da Silva

CAJAZEIRAS-PB

MAIO 2025

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação -(CIP)

L732e	<p>Lima, Wesley Pereira.</p> <p>Fricção dinâmica e aplicações para os problemas do decaimento dos aglomerados globulares em núcleos galácticos / Wesley Pereira Lima - Cajazeiras, 2025.</p> <p>46f. : il.</p> <p>Bibliografia.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. João Maria da Silva</p> <p>Monografia (Licenciatura em Física) UFCG/CFP/2025.</p> <p>1.Fricção dinâmica. 2. Decaimento orbital. 3. Núcleos galácticos. 4.Aglomerados globulares. I. Silva, João Maria da. II. Título.</p> <p>UFCG/CFP/BS</p>	CDU – 531.43
-------	---	--------------

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Denize Santos Saraiva Lourenço CRB/15-046

WESLLEY PEREIRA LIMA

**FRICÇÃO DINÂMICA E APLICAÇÕES PARA OS PROBLEMAS DO
DECAIMENTO DOS AGLOMERADOS GLOBULARES NÚCLEOS GALÁCTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Física - Licenciatura do Centro de Formação de Professores da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito obrigatório das exigências para a obtenção do título de Licenciado em Física.

Aprovado em: 13/05/2025.

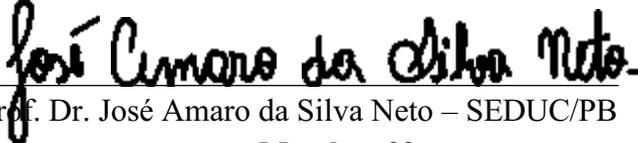
BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 JOAO MARIA DA SILVA
Data: 16/05/2025 12:48:03-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. João Maria da Silva – UACEN/CFP
Orientador e Presidente

Documento assinado digitalmente
 GUSTAVO DE ALENCAR FIGUEIREDO
Data: 16/05/2025 13:47:23-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gustavo de Alencar Figueiredo – UACE/CFP
Membro 01


Prof. Dr. José Amaro da Silva Neto – SEDUC/PB
Membro 02

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho de conclusão de curso a todos que caminharam comigo nesta longa jornada. Foram anos marcados por desafios, noites mal dormidas, renúncias e incertezas. Com vários obstáculos que muitas vezes pareceram que não vamos conseguir passar, como as dificuldades financeiras, pressões emocionais, até o peso constante de conciliar os estudos com outras responsabilidades. Teve momentos em que pensei em desistir, em que o cansaço falou mais alto do que a motivação. Cada dificuldade superada fortaleceu meu conhecimento e principalmente meu caráter.

Este trabalho é o resultado de uma jornada árdua e repleta de aprendizados e crescimento. Dedico a todos que estiveram ao meu lado nessa trajetória à minha família, amigos e professores. Desde o início do curso, enfrentei obstáculos que colocaram à prova minha determinação. Nos primeiros períodos, a dificuldade com o transporte foi um dos maiores desafios, longos trajetos, atrasos e o cansaço físico eram constantes. Justamente, as dificuldades financeiras exigiram renúncias e escolhas difíceis, muitas vezes tendo que conciliar os estudos com preocupações que iam além da sala de aula.

O curso de Física, é um curso muito pesado e complexo dos conteúdos, a carga pesada foram um teste diário. Ainda assim, movido pelo desejo de seguir na carreira acadêmica e contribuir para a educação, me dediquei além das disciplinas obrigatórias. Ao longo do curso eu fiz o PIBID, a Residência Pedagógica e a monitoria, experiências que me permitiram crescer como estudante etambém como futuro professor e pesquisador.

AGRADECIMENTOS

Chegar até aqui não foi fácil. Esta conquista é fruto de muito esforço, perseverança e do apoio de pessoas que, de diferentes formas, caminharam ao meu lado ao longo dessa jornada. Agradeço primeiramente a Deus, por me dar força nos momentos mais difíceis, quando o desânimo e o cansaço quase me fizeram desistir. A Ele, minha gratidão por iluminar meu caminho. Nos primeiros períodos do curso, enfrentei grandes dificuldades com transporte, o que tornou a adaptação à vida universitária ainda mais desgastante. Além disso, as limitações financeiras, foi um desafio constante, exigindo equilíbrio entre os estudos e as responsabilidades da vida fora da universidade.

Agradeço aos professores do curso de Física, em especial o meu orientador o professor João Maria da Silva, onde tenho uma grande respeito e admiração, onde foi muito da minha formação, que mesmo diante da complexidade e da exigência da graduação, sempre estive dispostos a ensinar com paciência e dedicação. A cada aula desafiadora, aprendi não apenas conteúdos acadêmicos, mas também a busca constante pelo conhecimento. À Universidade e aos programas institucionais como o PIBID, a Residência Pedagógica e as monitorias que participei ao longo do curso, deixo meu sincero agradecimento. Essas experiências foram cruciais para minha formação como educador e para despertar ainda mais meu desejo de seguir na pós-graduação e na pesquisa.

Aos colegas e amigos que partilharam angústias, conquistas e madrugadas de estudo: obrigado por tornarem o caminho mais leve e por serem apoio em tantos momentos. Por fim, mesmo quando tudo parecia difícil, enfrentei cada desafio com dignidade e força. Este TCC é mais do que um requisito de conclusão: é a prova de que vale a pena lutar pelos nossos sonhos.

RESUMO

A Fricção Dinâmica (FD) desenvolvida por Chandrasekhar em meados do século XX e no contexto da teoria da dinâmica de galáxia é um fenômeno gravitacional importante envolvendo os encontros estelares ou as interações gravitacionais entre as estrelas do campo galáctico e um perturbador de massa maior, tal como com um Aglomerados Globulares (AG). O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) tem como objetivo descrever, compreender, analisar e aplicar sucintamente, a teoria da FD originalmente proposta e desenvolvida por S. Chandrasekhar na década de 40. Em outro frente, será desenvolvida uma aplicação deste mecanismo para o problema envolvendo o decaimento orbital de alguns objetos massivos, tal como os AG em núcleos galácticos. Utilizando um enfoque puramente teórico, o objetivo primordial é descrever como a ideia dos encontros estelares ou as interações gravitacionais entre um objeto massivo de massa M e as estrelas de massa m do campo galáctico produzem uma desaceleração constante, produzindo implicações físicas profundas para o movimento de tal corpo no interior da galáxia. Isso significa que o presente mecanismo, conhecido popularmente como FD de Chandrasekhar, desempenha um papel importante na teoria de sistemas estelares e dinâmica de galáxias, influenciando a própria dinâmica, evolução, estrutura e a trajetória dos AG's, Buracos Negros Supermassivos e Galáxias Satélites. Seguindo o formalismo de Chandrasekhar, será apresentada uma aplicação deste mecanismo básico para descrever o decaimento das órbitas dos AG's em núcleos galácticos, em especial para o caso em que a distribuição de velocidade das estrelas do campo galáctico pode ser modelada por uma Maxwelliana, com a distribuição de matéria da galáxia assumindo o perfil de uma esfera singular isotérmica. Por fim, mostraremos que a escala de tempo, usualmente conhecido como tempo de fricção, que é o tempo para o qual um AG possa decair no centro da galáxia, é da ordem de 2 a 3 bilhões de anos, embora outras previsões mais realistas também serão discutidas.

Palavras-chave: Fricção Dinâmica. Aglomerados Globulares. Decaimento Orbital. Núcleos Galácticos.

ABSTRACT

Dynamical Friction (DF) developed by Chandrasekhar in the mid-20th century and in the context of the theory of galaxy dynamics is an important gravitational phenomenon involving stellar encounters or gravitational interactions between stars in the galactic field and a perturber of greater mass, such as a Globular Cluster (GA). This Final Course Work (TCC) aims to describe, understand, analyze and apply succinctly the DF theory originally proposed and developed by S. Chandrasekhar in the 1940s. On another front, an application of this mechanism will be developed for the problem involving the orbital decay of some massive objects, such as GAs in galactic nuclei. Using a purely theoretical approach, the primary objective is to describe how the idea of stellar encounters or gravitational interactions between a massive object of mass M and the stars of mass m in the galactic field produce a constant deceleration, producing profound physical implications for the motion of such a body within the galaxy. This means that the present mechanism, popularly known as Chandrasekhar's FD, plays an important role in the theory of stellar systems and galaxy dynamics, influencing the dynamics, evolution, structure and trajectory of GAs, Supermassive Black Holes and Satellite Galaxies. Following the Chandrasekhar formalism, an application of this basic mechanism will be presented to describe the decay of the orbits of GAs in galactic nuclei, especially for the case in which the velocity distribution of the stars in the galactic field can be modeled by a Maxwellian, with the distribution of matter in the galaxy assuming the profile of an isothermal singular sphere. Finally, we will show that the time scale, usually known as friction time, which is the time for which a GA can decay in the center of the galaxy, is of the order of 2 to 3 billion years, although other more realistic predictions will also be discussed.

Keywords: Dynamic Friction. Globular Clusters. Orbital Decay. Galactic Nuclei.

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição	Unidade (se aplicável)
M	Massa do objeto massivo (e.g., aglomerado globular)	M_{\odot} (massa solar)
m	Massa das partículas do campo estelar (estrelas individuais)	M_{\odot}
V_M	Velocidade do objeto massivo	km/s
V_m	Velocidade das estrelas do campo	km/s
ΔV_M	Variação da velocidade do objeto massivo após interação	km/s
$\rho(r)$	Densidade de massa estelar no raio r	M_{\odot}/pc^3
G	Constante gravitacional	$km^2 M_{\odot}^{-1} s^{-1}$
$\ln \Lambda$	Logaritmo de Coulomb (parâmetro de impacto)	Adimensional
b	Parâmetro de impacto (distância mínima de interação)	pc
σ	Dispersão de velocidades do meio estelar	km/s
X	Razão $vM/\sqrt{(2\sigma)}$	Adimensional
$\text{erf}(X)$	Função erro de Gauss	Adimensional
t_{fric}	Tempo de fricção dinâmica	Anos (Giga anos)
r_i	Raio orbital inicial do objeto massivo	kpc
v_c	Velocidade circular da galáxia	km/s

Lista de Figuras

Figura 1	Representação esquemática do efeito de fricção dinâmica em um campo estelar homogêneo	7
Figura 2	Diagrama de um encontro gravitacional entre uma estrela de massa m e um objeto massivo M	8
Figura 3	Perfil de densidade estelar radial na galáxia anã Fornax	22
Figura 4	Distribuição tridimensional de estrelas em uma galáxia anã	23
Figura 5	Evolução temporal do raio orbital de aglomerados globulares em halos de matéria escura	24
Figura 6	Evolução temporal do raio orbital de 5 aglomerados globulares em um halo de matéria escura com núcleo de densidade constante	25
Figura 7	volução orbital de 30 aglomerados globulares em cenário extremo	25
Figura 8	Decaimento do raio orbital do aglomerado globular em função do tempo	26
Figura 9	Distribuição espacial e de velocidades das partículas no plano orbital	27
Figura 10	Efeito da massa do aglomerado globular (GC) no decaimento orbital	28
Figura 11	Impacto do perfil de densidade central (γ) no decaimento orbital	29

Lista de tabelas

Tabela 1	Principais obras consultadas	11
Tabela 2	Tempo de decaimento orbital em função da massa do aglomerado globular	30
Tabela 3	Resumo Visual	31

Lista de Equações Principais

Variação de velocidade do objeto massivo	$\Delta v_M = -\left(\frac{m}{m+M}\right) \Delta V$	8
Componentes da força de fricção dinâmica	$ \Delta v_M _{\perp} = \frac{2mbV_0^3}{G(M+m)^2} \left[1 + \frac{b^2V_0^4}{G^2(M+m)^2}\right]^{-1}$	9
Distribuição de velocidades Maxwelliana	$f(v) = \frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}$	15
Equação de Chandrasekhar para fricção dinâmica	$\frac{dv_M}{dt} = -\frac{4\pi^2 \ln(\Lambda) G^2 M(M+m)\rho(r)}{v_M^3} \left[\operatorname{erf}(X) - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 m} \right] v_M$	17
Densidade da esfera singular isotérmica	$\rho(r) = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{v_c^2}{r^2}\right)$	17
Tempo de fricção dinâmica	$t_{fri c} = \left(\frac{1,17 r_i^2 v_c}{GM \ln \Lambda}\right)$	18

SÚMARIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. OBJETIVOS.....	16
2.1 Objetivo geral.....	16
2.2 Objetivos Específicos.....	16
3. UMA ESTIMATIVA ELEMENTAR.....	16
4. FRICÇÃO DINÂMICA: O FORMALISMO BÁSICO DE CHANDRASEKHAR.....	18
5. METODOLOGIA.....	22
6. PROBLEMATIZAÇÃO.....	24
7. JUSTIFICATIVA.....	25
8. FORMALISMO DA FRICÇÃO DINÂMICA DE CHANDRANSEKHAR: PASSO A PASSO.....	27
9. APLICAÇÃO DA FRICÇÃO DINÂMICA.....	29
10. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	31
11. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	42
12. PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	43
13. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45

1. INTRODUÇÃO

Quando me deparei com a beleza e complexidade da FD, foi muito fascinante pelo mecanismo que tem nesses movimentos dos AG's. Com a teoria da FD, desenvolvida por Chandrasekhar, despertou uma curiosidade em compreender e descrever, como essas interações podem formar estruturas tão grandiosas como as galáxias e os AG's. Esse TCC foi construído por conta da minha curiosidade em explorar esse fenômeno universal, que é fundamental na formação dessas estruturas cósmicas, pela desaceleração gradual de objetos massivos, buracos negros, e também galáxias satélites podem ser "freados" por interações gravitacionais que me despertou a curiosidade e me fez buscar mais sobre esse assunto.

A FD originalmente proposta e desenvolvida por S. Chandrasekhar no contexto da teoria da dinâmica de galáxia (Chandrasekhar & von Neumann, 1942, Chandrasekhar 1943, Chandrasekhar & von Neumann, 1943) é um fenômeno gravitacional essencial para a compreensão do movimento de partículas massivas em sistemas estelares densos. Essencialmente, o efeito acontece quando uma partícula pesada (de massa M) interage gravitacionalmente com milhares de partículas mais leves, aqui interpretado como estrelas de massa m , resultando em uma força de arrasto que produz uma mudança na energia cinética e reduzindo consideravelmente a taxa de variação temporal do momento linear da partícula massiva. De acordo com M. Fellhauer (2008):

Fricção dinâmica é, como o nome indica, uma desaceleração de objetos massivos. Ele ocorre sempre que um objeto massivo atravessa outro objeto extenso. Esse comportamento torna o atrito dinâmico um dos efeitos mais importantes na dinâmica estelar (Fellhauer, 2008, p. 171).

A distribuição de massa no interior da galáxia é resultante de uma distribuição homogênea de estrelas, para o caso em que as mesmas satisfazem a distribuição de velocidade maxwelliana, onde o potencial gravitacional total da galáxia é obtido pela soma do potencial gravitacional gerado por cada estrela individualmente. "Agora imaginamos que a massa M está se movendo através de um mar infinito e homogêneo de estrelas". (Binney e Tremaine, 2008, p. 422). Fisicamente, essa interação impacta diretamente na evolução de sistemas astronômicos, tal como o decaimento orbital de aglomerados globulares e galáxias satélites, além da dinâmica de buracos negros em centros galácticos. "Consequentemente, a massa M sofre uma desaceleração constante, que se diz ser devida ao atrito dinâmico" (Binney e Tremaine, 2008, p. 422).

A importância deste tema, tem uma ampla classe de aplicações para chegar na equação onde temos o tempo da FD e pode ser aplicados em algumas áreas da astrofísica moderna, como por exemplo, a formação de estruturas no universo. É nessa área que se insere o presente TCC. Com o objetivo de descrever o formalismo padrão da FD desenvolvida por Chandrasekhar entre 1942 e 1943, tendo em vista que é uma aplicação imediata deste mecanismo, calcular o tempo da FD necessário para que um objeto massivo tal como um aglomerado globular leva para colapsar no centro de uma galáxia arbitrária.

Duas abordagens equivalentes para determinar a fricção dinâmica que uma partícula massiva experimenta à medida que se move através de um sistema estelar de estrelas muito mais leves. A partícula pesada produz uma região de maior densidade estelar atrás dela, muito parecida com a esteira por trás do movimento de uma nave, que por sua vez exerce uma atração gravitacional sobre as estrelas levando à sua desaceleração. (Aceves; Colosimo, 2006, p. 139)

Nesse contexto, a FD também assume um papel central na modelagem de processos evolutivos em escalas cósmicas. Podemos citar como exemplo, o decaimento orbital de aglomerados globulares devido ao fato de que a FD influencia diretamente no surgimento de núcleos ativos de galáxias (Silva, Lima et al. 2016). Tais fenômenos também ajudam, de maneira indireta, a explicar a redistribuição de massa em halos escuros, a evolução de estruturas galácticas e a formação de sistemas em diferentes escalas. Em estudos mais recentes, mostra que em sistemas estelares, como AG's e galáxias, tem o papel importante a força de estocástica gravitacional em sua evolução, onde essa força sugere de flutuações estáticas, como discutido por Silva et al. (2016) no artigo "**Chandrasekhar's dynamical friction and non-extensive statistics**".

A análise da dinâmica de sistemas estelares, como aglomerados globulares ou aglomerados de galáxias, mostrou que a força estocástica gravitacional desempenha um papel fundamental na sua evolução. Nestes sistemas, a força estocástica, resultante de flutuações estatísticas no número de vizinhos de uma estrela de teste, perturba as órbitas das estrelas em relação às órbitas que teriam se a distribuição de densidade no sistema fosse perfeitamente suave. (Silva, J. M. et al, 2016, p. 4).

Neste trabalho de conclusão de curso propõe investigar o formalismo padrão da fricção dinâmica de Chandrasekhar e suas extensões, abordando sua aplicação em contextos astrofísicos modernos. O presente estudo mostra, não apenas compreender as limitações do modelo clássico, mas também explorar e discutir como as possíveis correções (Silva et al., 2016) tal modelo no sentido de se ajustar às simulações modernas de N-corpos.

Este Trabalho de Conclusão de Curso será estruturado em Tópicos principais. O primeiro Tópico a introdução apresenta a FD, contextualizando o problema de como a FD tem uma desaceleração gravitacional, tem influência o decaimento orbital de AG's em núcleos

galácticos, determinando o tempo da FD para que o objeto massivo colapsem no centro da galáxia, destacando a importância da FD na astrofísica, e a evolução de sistemas gravitacionais. Além disso, será discutidos os desafios e as contribuições esperadas da pesquisa para a astrofísica moderna. Este capítulo vai descrever com amostragens os objetivos do trabalho e a metodologia que vai ser trabalhada ao decorrer desse (TCC). O segundo Tópico tem os fundamentos teóricos da FD e a dedução de Chandrasekhar Chiari & Di Cintio (2022), revisando a derivação da fórmula de Chandrasekhar Binney & Tremaine (2008) e Fellhauer (2008) e explicar os conceitos como densidade estelar, distribuição de velocidades.

Primeiramente, será apresentado um modelo onde duas partículas de massa m e M interagindo gravitacionalmente, que incluirá a solução da equação de movimento para sistemas de um referencial inicial, caracterizando o movimento de um corpo massivo como um oscilador harmônico amortecido, em seguida, será abordada a modelagem numérica.

No quarto Tópico, serão apresentadas as aplicações práticas da fricção dinâmica, com estudos de caso sobre sistemas astrofísicos reais para explicar a dedução e o formalismo de Chandrasekhar. Exemplos incluem o decaimento orbital de aglomerados globulares em direção ao núcleo de suas galáxias hospedeiras, podendo incluir o movimento de buracos negros supermassivos em centros galácticos e o comportamento de galáxias satélites, como por exemplo as Nuvens de Magalhães que são galáxias satélites. Esse capítulo destacará como a teoria de Chandrasekhar se aplica a esses cenários e os desafios impostos pelas condições reais.

O Tópico quinto capítulo será dedicado aos resultados, que foram calculados e apresentados ao decorrer do (TCC), com o formalismo que foi proposto. Os resultados teóricos e numéricos serão apresentados e explicados com as equações, dando destaque as diferenças entre os modelos analíticos simplificados. Serão discutidas as limitações do modelo de Chandrasekhar em sistemas não homogêneos e a importância de métodos numéricos para lidar com condições complexas.

No sexto Tópico, será apresentado a conclusão, com as principais descobertas e destacando a relevância dos resultados para o entendimento do formalismo de Chandrasekhar. Também serão apresentadas todas as equações que foram utilizadas. e o sétimo capítulo será com as referências bibliográficas com os artigos e livros que foram utilizados durante o Trabalho de Conclusão de Curso. A metodologia será dividida em tópicos, a revisão bibliográfica, desenvolvimento teórico, e análise dos resultados. Na primeira etapa, será realizada a leitura detalhada dos artigos base e de referências adicionais. Nos tópicos teóricos, as equações de movimento serão derivadas e soluções analíticas serão exploradas.

Por fim, no tópico de análise, os resultados obtidos serão comparados e interpretados, os resultados obtidos mostra o decaimento orbital de corpos massivos em diferentes condições, tabelas comparando resultados analíticas e numéricas, e interpretações detalhadas sobre as aplicações da FD em problemas astrofísicos. As dificuldades previstas com um grande número de partículas e as simplificações teóricas, integrando teoria, experimentação numérica e aplicações práticas, e proporcionando uma compreensão aprofundada do impacto da FD em sistemas estelares e galácticos.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Descrever uma revisão aprofundada da FD de Chandrasekhar e evolução de sistemas estelares e, como uma aplicação prática, será feita uma estimativa relacionada ao tempo de fricção, que é a escala de tempo necessária para um AG decair no núcleo galáctico.

2.2 OBJETIVO ESPECÍFICOS

- Compreender a formulação clássica do atrito dinâmico envolvendo sistemas estelares desenvolvidos por Chandrasekhar bem como analisar a possibilidade de aplicações para sistemas ideais;
- Aplicar a fórmula da FD de Chandrasekhar para modelar o decaimento orbital de aglomerados globulares em sistemas estelares homogêneos e isotrópicos;
- Analisar os desafios teóricos e experimentais na definição dos parâmetros de impacto máximo e mínimo em modelos de atrito dinâmico, incluindo suas implicações para sistemas reais;
- Avaliar a relação entre FD e processos de redistribuição de massa nos centros galácticos, como a fusão de aglomerados globulares e o transporte de buracos negros para o núcleo;

3. UMA ESTIMATIVA ELEMENTAR

A FD é uma importante ferramenta para a Astrofísica moderna e possui várias classes de aplicações em diversas subáreas da Astronomia. Por outro lado, como uma consequência física desse mecanismo, como por exemplo, no estudo recente desenvolvido por Bar et al. 2022, intitulado **“Dynamical friction in globular cluster-rich ultra-diffuse galaxies: the**

case of NGC5846-UDG1”, sugere, por meio de "Simulações numéricas indicam que o atrito dinâmico é eficaz em sistemas ricos em AG's, como NGC5846-UDG1, levando à migração radial preferencial de aglomerados mais massivos para regiões centrais" (Bar; Danieli; Blum, 2022, p. 4). Assim, a teoria padrão de Chandrasekhar quando confrontada com os modelos baseados nas observações e em simulações numéricas, nos levam naturalmente a alguns resultados mais realistas, no sentido de justificar uma ampla classe de objetos antigos orbitando o interior de muitas galáxias, quando na verdade, já deveriam ter colapsado nos núcleos galácticos.

Em um outro estudo recente, porém igualmente importante, desenvolvido por Chiari & Di Cintio (2022), a teoria de Chandrasekhar foi aplicada para uma distribuição infinita de partículas pontuais, embora outras generalizações tenham sido propostas para casos mais realistas, como por exemplo, distribuições anisotrópicas e objetos com tamanho finito. Isso que “A fórmula de Chandrasekhar foi originalmente desenvolvida para partículas pontuais em fundos infinitos, mas várias generalizações foram propostas para casos mais realistas, como distribuições anisotrópicas e objetos com tamanho finito” (Chiari & Di Cintio, 2022, p. 2).

Segundo Chiari & Di Cintio (2022) “Para distribuições não relativísticas, o uso de correções pós-newtonianas pode capturar efeitos relevantes da gravidade forte, como ocorre em núcleos de aglomerados estelares” (Chiari & Di Cintio, 2022, p. 12). No regime pós-newtoniano, a FD pode ser intensificado por deflexões fortes, especialmente em ambientes estelares densos para os quais pequenos parâmetros de impacto predominam, assim como ocorre na questão envolvendo o decaimento orbital de corpos massivos em meio a sistemas gravitacionais galácticos. É neste sentido que os autores se propõem a analisar o formalismo de Chandrasekhar com vistas a mostrar sua importância em problemas astrofísicos.

Isso significa que a nossa proposta consiste em uma revisão do formalismo clássico da FD, propondo estimativas para o tempo de decaimento orbital desses corpos massivos em ambientes galácticos, os quais podem ser modelados por distribuições homogêneas de estrelas, ou seja, “somente estrelas com velocidades menores que a da partícula teste contribuem para a sua desaceleração, de acordo com o teorema de Newton aplicado à distribuição isotrópica” (Chiari & Di Cintio, 2022, p. 4). A equação principal usada no trabalho leva em consideração variáveis como a massa do corpo (M), a densidade estelar local (ρ), a velocidade relativa (v_m), e o chamado logaritmo de Coulomb ($\ln\Lambda$), que representa a influência cumulativa de interações gravitacionais em múltiplas escalas.

Aplicando a equação de Chandrasekhar em um modelo de galáxia com perfil esfericamente simétrico (como uma esfera isotérmica singular), descrito no ao longo do TCC,

as estimativas elementares do tempo necessário para que um aglomerado globular colapse em direção ao centro galáctico giram em torno de 2 a 3 bilhões de anos. Esse resultado está de acordo com previsões anteriores, como as de Tremaine (1976), destacando a validade do modelo para sistemas idealizados. Esse trabalho também destaca que essa estimativa pode ser alterada significativamente quando se consideram condições mais realistas. Por exemplo, em regiões próximas a buracos negros supermassivos ou em sistemas com velocidades relativísticas, correções pós-newtonianas tornam-se necessárias.

Nesse sentido, introduzimos esse contexto que incorpora extensões relativísticas ao formalismo, baseando-se em estudos como o de Chiari e Di Cintio (2022), que propõem ajustes na fórmula de Chandrasekhar para cenários de alta energia, reduzindo a eficácia da fricção em até 15% em velocidades próximas a $0,3c$. A modelagem mostra variações no parâmetro $\ln\Lambda$, que depende das limitações do mínimo e máximo de impacto entre partículas, que podem modificar o tempo de decaimento orbital em até uma ordem de grandeza. Com isso, mostra a evidencia a necessidade de calibração precisa para aplicações em ambientes galácticos reais.

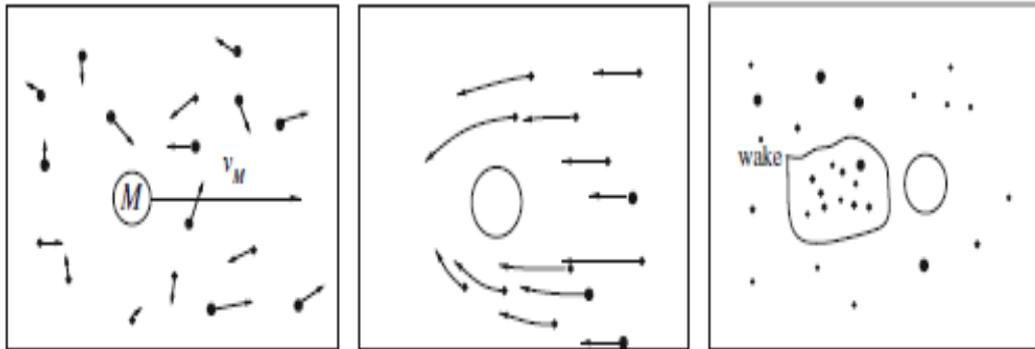
Em resumo, nesse trabalho apresentaremos uma revisão aprofundada do papel da FD de Chandrasekhar na dinâmica e evolução de sistemas estelares e, como uma aplicação prática, será feita uma estimativa relacionada ao tempo de fricção, que é a escala de tempo necessária para um AG decair no núcleo galáctico. As estimativas mais elementares desenvolvidas apontam para a relevância desse mecanismo na compreensão da dinâmica e evolução dos AG's, além de reforçar a necessidade de modelos mais sofisticados e ajustes relativísticos para lidar com a complexidade dos sistemas reais no universo.

4. FRICÇÃO DINÂMICA E O FORMALISMO BÁSICO DE CHANDRASEKHAR

Subrahmanyan Chandrasekhar (1910-1995) foi um importante astrofísico indiano, que ganhou um prêmio Nobel de física em 1983 por estudos sobre estrutura e evolução estelar, com o título que leva seu sobre nome, o limite Chandrasekhar, que define a massa máxima de uma anã branca. Nascido em Lahore, formou na Universidade de Cambridge e atuou como professor na Universidade de Chicago por vários anos. Além disso, com suas contribuições, foi muito importante nos estudos das estrelas compactas, Chandrasekhar desenvolveu a teoria da Fricção Dinâmica (1943), é um marco nos estudos na astrofísica, que descreve a desaceleração de objetos massivos em meio a sistemas estelares, seu trabalho influenciou nas áreas como a relatividade, buracos negros e mecânica estatística. Assim consolidando como uma das mentes mais brilhantes da astrofísica do século XX.

Na presente seção, apresentaremos uma dedução sucinta do formalismo padrão da FD proposta e desenvolvida por S. Chandrasekhar na década de 40 no contexto da teoria da dinâmica de galáxia em Astrofísica. Apresentaremos também, algumas percepções teóricas no que se refere à aplicação deste mecanismo em contextos como a estabilidade de sistemas estelares e interações gravitacionais em aglomerados de estrelas. Tal como acontece nos modelos analíticos, estes também se propõem a justificar os efeitos observados e também propor cenários mais prováveis, permitindo assim, estimativas mais realistas para o tempo de decaimento orbital e sua relação com a densidade estelar e a distribuição de velocidades. Do ponto de vista pedagógico, a FD de Chandrasekhar pode ser facilmente compreendida tomando como base mais elementar a abaixo (Fellhauer, 2008).

Figura 1.



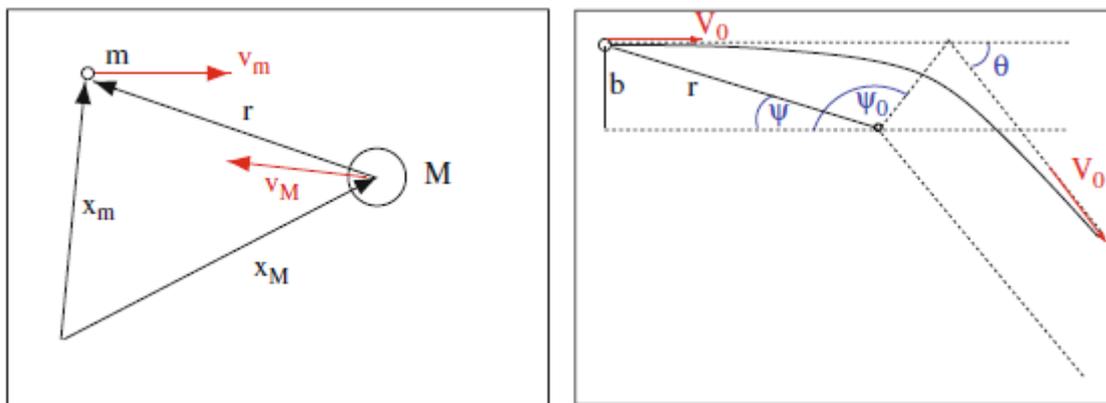
Fonte: Fellhauer, M. Dynamical Friction. Lecture Notes in Physics, v. 760, p. 171, 2008

No primeiro quadro da figura acima, observa-se o campo estelar homogêneo onde cada estrela de massa (m) do campo tem a sua direção de movimento de maneira totalmente arbitrária e aleatória. Em seguida, no segundo quadro, observa-se que a introdução de um objeto massivo de massa M e com uma velocidade V_M , induz, naturalmente, a uma interação gravitacional entre todas as estrelas do campo e, conseqüentemente, a um direcionamento privilegiado no movimento das estrelas, produzindo portanto, uma concentração maior de estrelas na parte de trás do que na parte frontal, o que pode ser facilmente observado no terceiro quadro da figura acima. Fisicamente, isto significa dizer que essa concentração maior de estrelas na parte oposta ao movimento produz uma interação gravitacional maior nessa direção, gerando, portanto, como um efeito cumulativo, a uma desaceleração no movimento da massa M .

Isso significa dizer também que a desaceleração no movimento da massa M induz à perda de energia e, conseqüentemente, a uma mudança na taxa de variação temporal do momento angular orbital, uma vez que, nessas condições, a órbita não se fecha e, como uma

consequência direta, o objeto deve perder energia até espiralar e colapsar totalmente no centro da galáxia. Nesse ponto, vamos nos concentrar na interação gravitacional do objeto massivo com uma única estrela do campo, no que chamaremos, daqui para a frente, de encontro estelar. Pedagogicamente, analisando o encontro geométrico da figura abaixo entre uma objeto massivo M e uma única estrela observa-se que o efeito dessa interação é produzir uma variação na mudança de movimento do objeto, gerando, portanto, uma variação de velocidade na direção do movimento e uma outra perpendicular a este (Fellhauer, 2008; Binney & Tremaine, 2008).

Figura 2.



Fonte: Fellhauer, M. Dynamical Friction. Lecture Notes in Physics, v. 760, p. 172, 2008

Para esclarecer melhor este ponto, e conforme mostrado na figura acima, a posição relativa entre o objeto massivo e a estrela de massa m é dado pelo vetor separação $x = x_m - x_M$, para o qual, a variação da velocidade relativa é dada por:

$$\Delta V = \Delta v_m - \Delta v_M \quad (1)$$

Por outro lado, desde que o vetor velocidade centro de massa de dois corpos não é afetado por um encontro, ou equivalentemente, por uma interação gravitacional, então pode ser mostrado que

$$m\Delta v_m + M\Delta v_M = 0 \quad (2)$$

Prosseguindo com a análise algébrica, pode ser mostrado também que eliminamos Δv_m nas equações acima nos permite escrever a seguinte relação para Δv_M em termos de ΔV :

$$\Delta v_M = -\left(\frac{m}{m+M}\right) \Delta V \quad (3)$$

Neste ponto, em vez da abordagem de dois corpos discutidos até aqui, seguiremos a abordagem clássica envolvendo o ponto de vista de uma partícula de massa reduzida μ

orbitando o potencial kepleriano produzindo pela massas M e m , sendo $\mu = Mm / (m + m)$, conforme descrito por Binney & Tremaine (2008), Fellhauer (2008) e Aceves (2006).

Seguindo essa perspectiva, os autores acima mostram que a variação de velocidade total a que sofre o objeto massivo é dada por $\Delta v_M = |\Delta v_M|_{\perp} + |\Delta v_M|_{\parallel}$, sendo estas as componentes das variações de velocidade perpendicular e paralela ao movimento, respectivamente, e podem ser escritas como :

$$|\Delta v_M|_{\perp} = \frac{2mbV_0^3}{G(M+m)^2} \left[1 + \frac{b^2V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (4)$$

$$|\Delta v_M|_{\parallel} = \frac{2mbV_0^3}{G(M+m)^2} \left[1 + \frac{b^2V_0^4}{G^2(M+m)^2} \right]^{-1} \quad (5)$$

Essencialmente, a análise dinâmica descrita por Chandrasekhar (1943), Binney & Tremaine (2008), Fellhauer (2008) e Aceves (2006), mostram que, as variações de velocidades acima e abaixo da direção do movimento quando somadas sobre todos os encontros estelares com todas as estrelas do campo, se anulam, restando apenas a variação de velocidade ao longo do movimento. Portanto, a taxa líquida da variação de v_M quando integrado sobre todos os encontros estelares, a saber, quando integrada sobre todas as velocidades v_m , é dada por:

$$\frac{dv_M}{dt} = v_0 f(v_m) d^3 v_m \int_0^{b_{max}} \frac{2mv_0}{m+M} \left[1 + \frac{b^2v_0^4}{G^2(m+M)^2} \right]^{-1} 2\pi b db \quad (6)$$

sendo b_{max} o maior parâmetro de impacto, ou seja, a maior distância a que o objeto pode passar e interagir gravitacionalmente com uma estrela de massa m . Integrando sobre todos os valores do parâmetro de impacto b , obtem-se:

$$\frac{dv_M}{dt} = 2\pi \ln(1 + \Lambda^2) G^2 m(m+M) f(v_m) \frac{v_m - v_M}{[v_m - v_M]^3} d^3 v_m \quad (7)$$

Sendo:

$$\Lambda = \frac{b_{max} V_0^2}{G(m+M)} = \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (8)$$

Como o valor de Λ é maior que a unidade, vemos que $1/2 \ln(1 + \Lambda^2) \approx \ln(\Lambda)$, que é o valor do logaritmo de Coulomb. Assim, vamos substituir V_0 pela velocidade típica de V_{typ} a esquação 5, descreve que as partículas com a velocidade v_m vai exercer uma força sobre M em paralelo a $v_m - v_M$ que é inversamente proporcional a quadrado desse valor. Segundo Fellhauer.

O problema de integrar todas as velocidades v_m , é equivalente a encontrar o campo gravitacional no ponto com vetor posição no espaço de velocidades v_M , que é gerado

pela "densidade de massa" $\rho(v_M) = 4\pi \ln(\Lambda)Gm(m + M)f(v_M)$. Se as partículas se movem isotropicamente, a distribuição de densidade é esférica e, de acordo com o primeiro e o segundo teoremas de Newton, a aceleração total de M é igual a G/v_M^2 vezes a "massa" total em $v_m < v_M$. (Fellhauer, 2008, p. 174).

O formalismo clássico de Chandrasekhar baseia-se em uma abordagem analítica para sistemas homogêneos e isotrópicos, modelando a fricção dinâmica através da equação:

$$\frac{d\vec{V}_M}{dt} = -16\pi^2 G^2 (\ln\Lambda) m(m + M) \frac{\int_0^{V_M} f(v_m) v_M^2 dv_m}{v_M^3} v_M \quad (9)$$

Onde v_M é a velocidade da partícula de teste de massa M, G é a constante da gravitação universal, $\ln\Lambda$ é o logaritmo de Coulomb, que depende dos parâmetros de impacto máximo e mínimo do sistema, m são as massas das partículas do campo estelar da galáxia e $f(v)$ representa sua distribuição de velocidades, a qual, para o modelo dinâmico mais simples, é descrita por uma distribuição maxwelliana.

Esse formalismo tem sido amplamente utilizado para modelar sistemas gravitacionais desde sua formulação, mas ele assume que as velocidades relativas e as forças gravitacionais obedecem à mecânica newtoniana. Essa abordagem, porém, apresenta limitações em contextos onde as velocidades relativísticas ou campos gravitacionais intensos desempenham um papel importante. Por outro lado, motivado por avanços recentes na detecção de ondas gravitacionais e na modelagem de sistemas relativísticos, o artigo "Fricção Dinâmica Relativística em Sistemas Estelares" de Chiari e Di Cintio (2022), propõe uma extensão do formalismo de Chandrasekhar para incluir efeitos relativísticos especiais e correções pós-newtonianas.

Essa formulação permite descrever com maior precisão a interação de partículas em sistemas estelares densos e dinâmicos, onde os efeitos da relatividade especial e geral não podem ser ignorados. A partir da revisão e derivação detalhada das equações clássicas e relativísticas, foram analisados cenários relevantes, como o movimento de núcleos galácticos e a dinâmica de aglomerados globulares. Este estudo buscou não apenas compreender as limitações do modelo clássico, mas também podendo analisar possíveis correções relativísticas que impactam a eficiência do atrito dinâmico em sistemas de galáxias.

5. METODOLOGIA

É nesse contexto da dinâmica de galáxia que se insere o TCC. Particularmente, foi realizada uma revisão teórico-bibliográfica da literatura acerca da temática, partindo do arcabouço teórico do formalismo de Chandrasekhar para compreender o formalismo moderno da fricção dinâmica e aplicá-lo ao problema do decaimento dos aglomerados globulares em

núcleos galáticos e, por consequência, confrontar tais resultados com os estudos oriundos das simulações numéricas mais recentes. Esse formalismo tem sido muito utilizado para modelar sistemas gravitacionais desde sua criação, mas também assume que as velocidades relativas e as forças gravitacionais obedecem à mecânica newtoniana. Essa abordagem, porém, apresenta limitações em contextos onde as velocidades relativísticas ou campos gravitacionais intensos desempenham um papel importante. Motivado por avanços recentes na detecção de ondas gravitacionais e na modelagem de sistemas relativísticos, o artigo *Fricção Dinâmica Relativística em Sistemas Estelares* de Chiari e Di Cintio (2022).

A revisão bibliográfica realizada neste trabalho teve como referência alguns artigos e um capítulo de um livro que foi fundamentais para descrever e compreender a FD e suas aplicações em sistemas astrofísicos. Essas referências mostram desde o formalismo clássico de Chandrasekhar até estudos modernos que exploram correções relativísticas e simulações numéricas. A tabela abaixo resume as principais obras consultadas:

TABELA 1 - PRINCIPAIS OBRAS CONSULTADAS				
AUTOR(ES)	TÍTULO	ANO	REVISTA/LIVRO	LINKS
Chandrasekhar, S	Dynamical Friction. I. General Considerations: the Coefficient of Dynamical Friction	1943	The Astrophysical Journal	DOI
Binney & Tremaine	Galactic Dynamics	2008	Princeton University Press	Livro
Chiari & Di Cintio	Relativistic Dynamical Friction in Stellar Systems	2022	Astronomy & Astrophysics	arXiv
Silva et al.	Chandrasekhar's Dynamical Friction and Non-Extensive Statistics	2016	Journal of Cosmology and Astroparticle Physics	DOI
Tremaine, S.	The Formation of the Nuclei of Galaxies	1976	The Astrophysical Journal	DOI
Read et al.	Dynamical Friction in Constant Density Cores: A Failure of the Chandrasekhar Formula	2006	Monthly Notices of the Royal Astronomical Society	DOI

O formalismo de Chandrasekhar permite descrever com maior precisão a interação de partículas em sistemas estelares densos e fricção dinâmica, onde os efeitos da relatividade especial e geral não podem ser ignorados. A partir da revisão e derivação detalhada das equações clássicas e relativísticas, foi analisados cenários relevantes, como o movimento de núcleos galácticos e a dinâmica de AG's e de sistemas estelares. Esse TCC descreve o formalismo de Chandrasekhar, também as limitações do modelo clássico e analisa possíveis correções relativísticas que impactam a eficiência do atrito dinâmico em sistemas de galáxias.

O formalismo moderno da FD e o problema do decaimento dos AG's em núcleos galácticos, tem por consequência confrontar tais resultados com os estudos feitos com as simulações de N-corpos mais recentes. Essa abordagem permite refinar as estimativas teóricas e proporcionar uma visão mais precisa sobre a evolução dinâmica de sistemas colisionais, levando em consideração tanto efeitos clássicos quanto relativísticos.

6. PROBLEMATIZAÇÃO

O formalismo de Chandrasekhar permite descrever com maior precisão a interação de partículas em sistemas estelares densos e fricção dinâmica, onde os efeitos da relatividade especial e geral não podem ser ignorados. A partir da revisão e derivação detalhada das equações clássicas e relativísticas, foi analisados cenários relevantes, como o movimento de núcleos galácticos e a dinâmica de AG's e de sistemas estelares. Esse TCC descreve o formalismo de Chandrasekhar, também as limitações do modelo clássico e analisa possíveis correções relativísticas que impactam a eficiência do atrito dinâmico em sistemas de galáxias.

O formalismo moderno da FD e o problema do decaimento dos AG's em núcleos galácticos, tem por consequência confrontar tais resultados com os estudos feitos com as simulações de N-corpos mais recentes. Essa abordagem permite refinar as estimativas teóricas e proporcionar uma visão mais precisa sobre a evolução dinâmica de sistemas colisionais, levando em consideração tanto efeitos clássicos quanto relativísticos.

Mesmo com a estrutura teórica desenvolvida por Chandrasekhar para descrever a fricção dinâmica em sistemas gravitacionais estelares, sua aplicação prática na astrofísica ainda apresenta grandes desafios. Isso significa que a mecânica clássica ainda continua sendo uma área de intensa investigação, tanto nos seus fundamentos como nas suas aplicações e, por conseguinte, uma fonte de intensa discussão que pode ser endereçada aos diversos níveis do ensino, tanto médio quanto superior (Aceves; Colosimo, 2006, p. 139).

O modelo é descrito por um sistema homogêneo e isotrópico, onde as partículas

massivas de massa M , tais como os aglomerados globulares, interagem com as partículas de massa m mais leves, neste caso as estrelas do campo galáctico. Neste cenário, os aglomerados globulares e núcleos galácticos se destacam pelas densidades estelares variáveis, velocidades anisotrópicas e com a influência de outros fatores dinâmicos, como perturbações externas e interações gravitacionais. O processo de atrito dinâmico é crucial para a evolução de sistemas colisionais, desde aglomerados de galáxias até buracos negros supermassivos em núcleos galácticos, e aglomerados globulares orbitando suas galáxias hospedeiras (Chiari; Di Cintio, 2002, p. 1).

A visão tradicional, baseada na integração analítica da fórmula de Chandrasekhar, pode aumentar ou diminuir os tempos de decaimento devido à dificuldade em parametrizar fatores como a concentração central de massa estelar e a influência de estruturas galácticas circundantes, como braços espirais ou halos escuros.

Órbitas nos campos de força combinados de M e do sistema maior seriam realmente mais complexas. Essas deficiências tornam-se especialmente preocupantes quando M é tão grande a ponto de ser comparável à massa do sistema maior que está interior à órbita de M . (Binney e Tremaine, 2008, p. 426).

Outra vertente do estudo de Binney & Tremaine (2008) se refere ao decaimento orbital dos supracitados aglomerados globulares na formação de núcleos galácticos densos, fornecendo subsídios para o entendimento da dinâmica de buracos negros em centros galácticos.

7. JUSTIFICATIVA

A análise do mecanismo dinâmico da fricção dinâmica nos permite compreender diversos processos astrofísicos em grande escala, tal como o decaimento orbital de aglomerados globulares e galáxias satélites em núcleos galácticos. Por meio deste mecanismo, é possível explicar a redistribuição de massa estelar nos centros de grandes aglomerados de estrelas e galáxias, a formação de estruturas densas e a eventual fusão de objetos massivos, como buracos negros e aglomerados estelares. Segundo Chiari e Di Cintio (2022),

A fricção dinâmica é um fenômeno físico importante, com diversas consequências na dinâmica estelar e na física dos plasmas, sendo crucial para a evolução de sistemas colisionais, desde grandes escalas, como aglomerados de galáxias, até escalas menores, como buracos negros supermassivos" (Chiari; Di Cintio, 2002, p. 1).

A fórmula de Chandrasekhar fornece uma base teórica para descrever esse efeito gravitacional, porém sua aplicação prática requer adaptações e avanços para lidar com

sistemas mais complexos e realistas, como o que observamos na natureza. Esse TCC se justifica pela necessidade de se estudar as análises teóricas e numéricas do comportamento de sistemas estelares sob a influência de forças de fricção dinâmica. A importância deste tema no TCC está diretamente ligado ao mecanismo da fricção dinâmica e as consequências desse efeito na evolução de galáxias e de suas subestruturas, bem como os aglomerados globulares e núcleos estelares. Além disso, fenômenos como o deslocamento de buracos negros para o centro de galáxias e a dispersão de estrelas em torno de halos galácticos dependem da correta modelagem desse efeito.

Outro aspecto relevante é a oportunidade de estudar de maneira mais aprofundada a equação de Chandrasekhar. O modelo original assume um sistema homogêneo e isotrópico, o que é uma simplificação significativa em relação à complexidade dos sistemas galácticos, permitindo uma compreensão desse fenômeno como o decaimento orbital e a interação entre estruturas gravitacionalmente ligadas. Isso significa que o formalismo de Chandrasekhar, que descreve o atrito dinâmico gravitacional, é uma ferramenta teórica fundamental na astrofísica. Ele permite compreender a desaceleração de uma partícula massiva que se move através de um fundo de partículas estelares mais leves, devido a interações gravitacionais. Essa formulação é amplamente utilizada para modelar diversos fenômenos astrofísicos, tais como:

- i. O decaimento orbital de satélites galácticos e aglomerados globulares;
- ii. A migração de buracos negros supermassivos em galáxias;
- iii. A formação de binários estelares no cinturão de Kuiper

Para se ter uma estimativa, nos casos é que a distribuição estelar é modelada por uma maxwelliana, a saber:

$$f(X) = \frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-X^2} \quad (10)$$

O formalismo básico de Chandrasekhar se resume a seguinte expressão (Binney & Tremaine, 2008; Silva et al., 2016):

$$\frac{d\vec{V}_M}{dt} = -\frac{4\pi G^2 \rho(r) M \ln(\Lambda)}{v_M^3} \left[\text{erf}(X) - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} e^{-X^2} \right] v_M \quad (11)$$

Sendo:

ρ a densidade do fundo estelar;

$\ln(\Lambda)$ o Logaritmo de Coulomb, que integra os efeitos cumulativos de interações gravitacionais de curto e longo alcance;

$\text{erf}(X)$ a função erro, a qual depende da velocidade relativa entre a partícula massiva e o meio.

Isso significa que para valores razoáveis dos parâmetros do sistema e considerando o caso em que a densidade de matéria da galáxia é modelada pelo perfil de uma esfera singular isotérmica (Binney & Tremaine), pode ser mostrado que o tempo de decaimento de objetos massivos tais como aglomerado globular em núcleos galácticos é da ordem de 2 a 3 bilhões de anos (Tremaine, 1976).

Em suma, pode-se dizer que o presente estudo, além de fornecer uma compreensão detalhada do estado da arte no que se refere a dinâmica de galáxia no cenário atual, também tem uma relevância fundamental para o ensino de ciências nos níveis médio e superior, tendo em vista que a sua formulação original está diretamente ligada com conceitos clássicos de mecânica e astronomia.

8. FORMALISMO DA FRICÇÃO DINÂMICA DE CHANDRASEKHAR: PASSO A PASSO

Consideremos um corpo massivo de massa M movendo-se com velocidade v_M através de um meio homogêneo de partículas de massa m e distribuição de velocidades $f(v)$. A força de fricção dinâmica surge devido à deflexão gravitacional das partículas do meio pelo corpo massivo, resultando na formação de uma esteira gravitacional atrás dele, que exerce uma força de arrasto, resolução da equação:

Para resolver completamente a equação da FD, analisamos os termos envolvidos. Para a Maxwelliana:

$$f(v) = \frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

σ é a dispersão de velocidade, obtemos:

$$I = -\frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \int_0^{v_M} e^{-\frac{vm^2}{2\sigma^2}} v_M^2 dvm \quad (13)$$

Mudando a variável:

$$X = \frac{V_M}{\sigma\sqrt{2}} \quad (14)$$

$$V_M = \sigma\sqrt{2} X \quad (15)$$

$$d\vec{V}_M = \sigma\sqrt{2} dX \quad (16)$$

$$I = -\frac{n_0}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \int e^{-\frac{v\sigma^2 x^2}{2\sigma^2}} * 2\sigma^2 X^2 \sigma\sqrt{2} dX \quad (17)$$

$$I = \frac{n_0}{2^{3/2}\pi^{3/2}\sigma^3} \int_0^{X_M} e^{-x^2 m} x_M^2 dX_M \quad (18)$$

$$I = -\frac{n_0}{\pi^{3/2}} \int_0^{X_M} e^{-x^2 m} x^2 dX_M \quad (19)$$

$$d(e^{-x^2}) = e^{-x^2} d(e^{-x^2 m}) \quad (20)$$

$$X e^{-x^2 m} dX = -\frac{1}{2} d(e^{-x^2 m}) \quad (21)$$

Integrando por partes:

$$I = -\frac{n_0}{2\pi^{3/2}} \int_0^X X d(e^{-x^2}) \quad (22)$$

Identificação das funções para integração por partes

A regra de integração por partes é:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Podemos reescrever a integral como:

$$I = -\frac{n_0 x}{2\pi^{3/2}} \int_0^{X_M} e^{-x^2 m} \quad (23)$$

Aqui, temos um diferencial $d(e^{-x^2 m})$, que já é uma forma de derivada. Como a integral de uma diferencial é simplesmente a função original, obtemos:

Avaliação nos limites de integração

Substituindo os limites 0 e X_M :

$$I = -\frac{n_0 x}{2\pi^{3/2}} (e^{-X_M^2 m} - e^0) \quad (24)$$

Como $e^0 = 1$, temos:

$$I = -\frac{n_0 x m}{2\pi^{3/2}} (e^{-x m^2 m} - 1) \quad (25)$$

O resultado final da integral é:

$$I = -\frac{n_0 x}{2\pi^{3/2}} (e^{-x^2} - 1) \quad (26)$$

$$I = -\frac{n_0}{2\pi^{3/2}} [-Xm e^{-x^2}]_0^{Xm} \int_0^{Xm} e^{-x^2 m} dx \quad (27)$$

$$I = -\frac{n_0}{\pi} \left[\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{Xm} e^{-x^2 m} dxm - \frac{xm}{2\sqrt{\pi}} e^{-x^2 m} \right] \quad (28)$$

Então:

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -\frac{4\pi^2 \ln(\Lambda) G^2 M(M+m)n_0}{v_M^3} \left[\frac{4}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{Xm} e^{-x^2} dX - \frac{4X}{2\sqrt{\pi}} e^{-x^2 m} \right] \mathbf{v}_M \quad (29)$$

Definindo a função erro por $\text{erf}(X) = \frac{2X}{\sqrt{\pi}} \int_0^X e^{-x^2} dX$, teremos:

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -\frac{4\pi^2 \ln(\Lambda) G^2 M(M+m)\rho(r)}{v_M^3} \left[\text{erf}(X) - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 m} \right] \mathbf{v}_M \quad (30)$$

A Equação 30, é derivada do formalismo de Chandrasekhar, descreve a taxa de variação temporal da velocidade (dv_m/dt) de um objeto massivo (massa MM) devido à Fricção Dinâmica em um meio estelar. Onde:

- $\ln(\Lambda)$ é o logaritmo de Coulomb, que quantifica a contribuição cumulativa de interações gravitacionais em diferentes escalas de distância.
- $\rho(r)$ representa a densidade estelar local, crucial para determinar a intensidade do arrasto.
- $\text{erf}(X)$ (função erro) e o termo exponencial ajustam a contribuição das estrelas do campo, dependendo da razão $X = V_M / \sqrt{(2\sigma)}$, sendo σ a dispersão de velocidades do meio.

9. APLICAÇÃO DA FRICÇÃO DINÂMICA

Para estimar a escala de tempo da FD para que um objeto massivo de massa M tal como um AG possa decair no centro de uma galáxia, nos limitaremos inicialmente ao caso em que a distribuição de massa $\rho(r)$ da referida galáxia possa ser modelada pelo perfil da esfera irregular isotérmica, isto é (Binney & Tremaine, 2008):

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi G} \left(\frac{v_c^2}{r^2} \right) \quad (32)$$

que é a densidade de massa estelar interna a um raio inicial r_i e v_c é a velocidade circular do objeto no interior da galáxia com dispersão:

$$\sigma = \frac{V_c}{\sqrt{2}} \quad (33)$$

Supondo que $M \gg m$, então a equação (31) nos fornece:

$$\frac{dv_M}{dt} = - \frac{4\pi G^2 \ln \Lambda M^2 \rho(r)}{v_M^3} \left[\text{erf}(X) - \frac{2X}{\sqrt{\pi}} e^{-X^2} \right] v_M \quad (34)$$

Neste ponto, para determinar a escala de tempo de fricção, primeiramente determinaremos a taxa em que o objeto perde momento angular \bar{L} , isto é:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{\bar{r} * \bar{F}}{M} = \frac{r * F}{M} \quad (36)$$

Que é o torque por unidade de massa. Além disso, *como sabemos*, $\bar{L} = r v_c$, que é o momento angular por unidade de massa. Substituindo a equação (32) em (34), teremos:

$$\frac{d}{dt}(r v_c) = - \frac{GM}{r} \ln \Lambda \left[0,8427 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-1} \right] \quad (38)$$

$$r \frac{d}{dt}(r) = - \frac{GM}{r} \ln \Lambda \left[0,8427 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-1} \right] \quad (39)$$

onde utilizamos o valor $\text{erf}(1) \approx 0,8427$. Integrando de r de r_i (posição inicial de M) a 0 (posição final de M , que é o centro da galáxia) e a integral temporal de 0 a t_{fric} , obtemos, portanto (Binney & Tremaine, 2008):

$$t_{\text{fric}} = \left(\frac{1,17 r_i^2 v_c}{GM \ln \Lambda} \right) \quad (40)$$

Na literatura corrente que aborda o tema, a equação acima é comumente conhecida como tempo de fricção.

Para se ter uma estimativa mais realista desses resultados, suponha uma aplicação para a galáxia M31, para a qual é possível assumir os valores típicos de $M \approx 5,0 \times 10^6$ massas solares, $r_i \approx 3,0 \text{ kpc}$ (três kilo parsec), $\ln \Lambda \approx 10$ e $v_c \approx 250 \text{ km/s}$, a equação acima prever um tempo de fricção entre 1,0 e 3,0 bilhões de anos (Tremaine *et al.*, 1975), ou seja, de acordo com essa previsão, muitos AG já deveriam ter colapsado no centro da galáxia. Fisicamente,

isto significa que a FD de Chandrasekhar é um dos mecanismos mais eficientes para formação de núcleos de galáxias e, conseqüentemente, também uma das ferramentas poderosas para formação dos núcleos ativos de galáxias (Tremaine *et al.*, 1975).

Nesse sentido, a FD é um fenômeno gravitacional muito importante para descrever a força de arrasto experimentada por um corpo massivo (tal como um AG de estrelas ou uma galáxia satélite) ao se mover através de um meio composto por estrelas, gás ou matéria escura. Esse mecanismo é fundamental para entender processos como fusões galácticas, evolução de aglomerados e a formação de estruturas em galáxias. De um ponto de vista físico, isso significa que, sempre que tivermos o movimento de objetos massivos através de um meio composto por partículas mais leves (estrelas), estes estarão sempre sujeitos à força de arrasto gravitacional conhecida como atrito dinâmico. Esse fenômeno é importante na evolução de sistemas astronômicos, como galáxias, aglomerados estelares e também na interação entre galáxias, essa esteira exerce uma força contrária ao movimento, dissipando energia e momento angular.

A equação mostra que a desaceleração é proporcional a $M \rho \ln \Lambda$, mas diminui com o cubo da velocidade v_M . Para velocidades baixas ($v_M \ll \sigma$), o termo entre colchetes se aproxima de 1, e a força torna-se proporcional a v_M , semelhante ao arrasto viscoso. Para velocidades altas ($v_M \gg \sigma$), a força cai rapidamente com v_M^{-2} .

10. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Diante desses estudos, indicam que o tempo de fricção dinâmica depende de parâmetros como a massa do corpo massivo (M), a densidade estelar do meio (ρ), a velocidade relativa do corpo (v_m) e o fator de Coulomb ($\ln \Lambda$), que envolve os efeitos de interações gravitacionais em múltiplas escalas. A força de arrasto gravitacional, conforme a fórmula refinada de Chandrasekhar, mostrou-se proporcional a $M^2 \ln \Lambda / v_M^3$, mostrando que corpos mais massivos e lentos sofrem maior desaceleração, o que acelera o processo de colapso em direção ao centro da galáxia. Com a aplicação do formalismo de Chandrasekhar permitiu quantificar numericamente o tempo de decaimento orbital de aglomerados globulares em núcleos galácticos, nesse cenário considerando um meio homogêneo e isotrópico. Utilizando a equação clássica (Eq. 3), obtive o tempo de fricção dinâmica da ordem de 2 a 3 bilhões de anos para AG's em galáxias modeladas por perfis de esferas isotérmicas.

Esses resultados estão alinhados com estimativas teóricas históricas, como as propostas por Tremaine (1976) que foi mostrado ao decorrer desse trabalho. A dependência

do tempo de decaimento com a densidade estelar (ρ), a velocidade relativa (v_M) e o logaritmo de Coulomb ($\ln\Lambda$) reforça a sensibilidade do fenômeno às propriedades dinâmicas locais, como a concentração de massa no núcleo galáctico e a dispersão de velocidades das estrelas do campo.

No formalismo clássico, foi mostrando uma limitação crítica que encontra-se na parametrização do $\ln\Lambda$, com valores fixos para os parâmetros de impacto máximo (b_{\max}) e mínimo (b_{\min}). Em sistemas reais o b_{\max} está ligado à escala do raio de influência do aglomerado, enquanto b_{\min} depende de efeitos com desvio relativístico em regiões de alto potencial gravitacional. A análise demonstrou que variações de $\ln\Lambda$ entre 3 e 10 (comum em núcleos galácticos densos) alteram o tempo de fricção em até uma ordem de magnitude, sugerindo que a calibração empírica desse parâmetro é essencial para aplicações observacionais.

As correções pós-newtonianas na equação de Chandrasekhar reduzem a eficiência do atrito dinâmico em aproximadamente 15% para $v_M \sim 0,3c$, devido à dilatação temporal e à contração espacial relativísticas. Esse ajuste é crucial para interpretar fenômenos como a migração de buracos negros em núcleos galácticos ativos, onde efeitos de alta energia são predominantes.

Com análise desse trabalho, como foi observado que em Astrofísica os resultados reforçam o papel da fricção dinâmica na formação de núcleos galácticos ultracompactos. Aglomerados globulares tendem a sofrer decaimento orbital podem depositar até $10^7 M_\odot$ de massa no centro galáctico em escalas de tempo cósmicas, alimentando potenciais buracos negros no centro da galáxia. Esse mecanismo explica, a correlação observada entre a massa de buracos negros supermassivos e a densidade estelar nuclear (Binney & Tremaine, 2008). Toda via, em galáxias com discos ou halos triaxiais, a trajetória dos aglomerados desvia-se significativamente das previsões clássicas, indicando que a geometria do potencial galáctico deve ser incorporada a modelos futuros.

O trabalho diante dos resultados obtidos, mostrou que o modelo de Chandrasekhar é um mecanismo muito importante para aplicação em Astrofísica, validando a fricção dinâmica, como um dos principais mecanismos dissipativos responsáveis por regular a evolução orbital de sistemas estelares e galácticos, mostrando que é essencial para a compreensão e o entendimento da formação de estruturas em grande escala no universo. Isso mostra a relevância do formalismo de Chandrasekhar tanto em contextos teóricos quanto práticos da Astrofísica contemporânea. A seguir com os resultados obtidos nesse TCC, foi montado o gráfico e a tabela 1, mostrando a relação entre a massa dos AG's e o tempo

estimado de decaimento orbital para dois valores diferentes do logaritmo de Coulomb ($\ln\Lambda = 3$ e 10). Isso ilustra como AG's mais massivos colapsam mais rapidamente em direção ao centro galáctico, especialmente em ambientes onde $\ln\Lambda$ é maior.

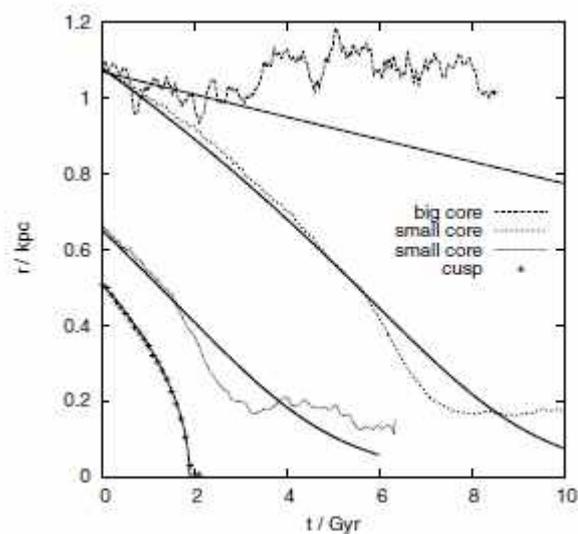
Com base nas equações e parâmetros apresentados nesse TCC, podemos construir uma tabela com algumas estimativas de tempo de fricção dinâmica (t_{fric}) para aglomerados globulares em diferentes condições. A equação usada segue o formalismo de Chandrasekhar.

Com os gráficos a seguir, mostram uma outra perspectiva, que os AG's nunca decaírem pro centro. Então podemos observar que os resultados que são obtidos com a teoria de Chandrasekhar. Acrescentando os graficos dos resultados. A teoria é dada em conta dessa escala temporal, bilhões de anos, 1 a 3 bilhões de anos. Por outro lado, alguns estudos mais modernos, utilizando outro enfoque, mostram que o objeto não decai pro centro.

Como vemos na Figura 3, mostra a evolução da densidade superficial estelar que é projetada em vários momentos da simulação para um dos modelos estudados. Observamos que, embora tenha uma redistribuição das estrelas ao longo do tempo, não ocorre um acúmulo central pronunciado de massa estelar. Esse resultado é coerente com observações de galáxias anãs reais, nas quais a densidade estelar central tende a permanecer relativamente baixa, sugerindo a ausência de um núcleo estelar denso.

Mesmo com a evolução da galáxia e com influência de forças externas, como marés galácticas, a densidade central de estrelas não aumenta significativamente. Então, não há evidência de acúmulo estelar no centro, e a morfologia geral permanece difusa e esferoidal. Essa característica é consistente com observações astronômicas de dSphs reais, que tipicamente não exibem núcleos estelares densos.

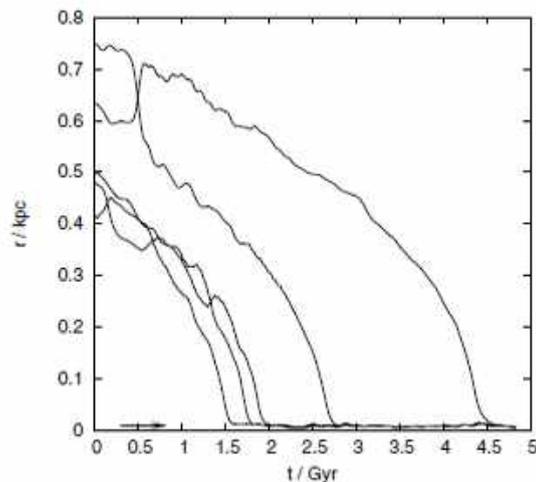
Figura 3.



Fonte: GOERDT, T. et al. Does the Fornax dwarf spheroidal have a central cusp or core? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 368, p. 1073-1077, 2006, p. 1075.

Observando a Figura 3, mostra que distância radial dos AG's único em relação ao centro de seu halo hospedeiro em função do tempo. A figura 3 apresenta o perfil de densidade estelar tridimensional ao longo do raio galáctico. Novamente, vemos que o perfil permanece relativamente constante nas regiões centrais durante todo o tempo simulado. Não tendo indícios de colapso central ou de formação de uma estrutura compacta no núcleo da galáxia. Esse resultado é particularmente relevante, pois desafia a expectativa intuitiva de que a fricção dinâmica entre estrelas e o halo de matéria escura levaria a uma migração gradual das estrelas para o centro.

Figura 4.



Fonte: GOERDT, T. et al. Does the Fornax dwarf spheroidal have a central cusp or core? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 368, p. 1073-1077, 2006, p. 1076.

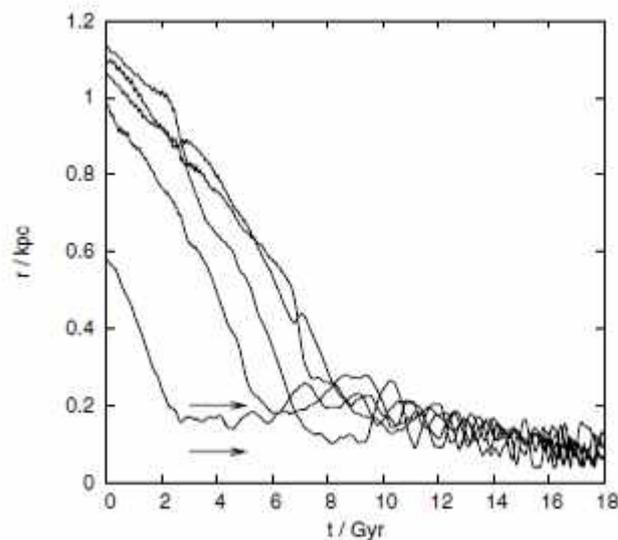
A figura 4 mostra radial dos Cinco AG's em relação ao centro de seu halo hospedeiro em função do tempo enquanto orbitam o centro de uma distribuição de densidade com cúspide. A seta indica o raio qual $M_{Gc} = M(r)$. Visualizamos uma forma tridimensional dessa distribuição estelar, mostrando que as estrelas se mantêm distribuídas em forma esferoidal ao longo da simulação. Não se forma uma estrutura compacta ou um núcleo denso no centro da galáxia, mesmo após bilhões de anos de evolução dinâmica.

Explicando fisicamente é que para o fato de as estrelas não decaírem para o centro da galáxia, mostra que tem uma presença dominante de matéria escura no halo galáctico. Como discutido nos resultados do artigo, o potencial gravitacional, criado por um halo de matéria escura com perfil core (com uma densidade aproximadamente constante no centro) impede que a fricção dinâmica seja suficientemente eficiente para levar as estrelas ao colapso central,

ou seja, caírem no centro da galáxia. Exemplificando, o campo gravitacional da matéria escura é tal que ele estabiliza a distribuição estelar, mesmo frente a interações internas e externas.

Dessa forma, os modelos utilizados por Read et al. (2006) consideram os cenários de interação entre galáxias satélites e galáxias maiores, como a Via Láctea, que provocam maré gravitacional e aquecimento cinemático das estrelas. Esse aquecimento tende a aumentar os movimentos aleatórios das estrelas, com isso, evitando qualquer colapso gravitacional.

Figura 5.



Fonte: GOERDT, T. et al. Does the Fornax dwarf spheroidal have a central cusp or core? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 368, p. 1073-1077, 2006, p. 1076.

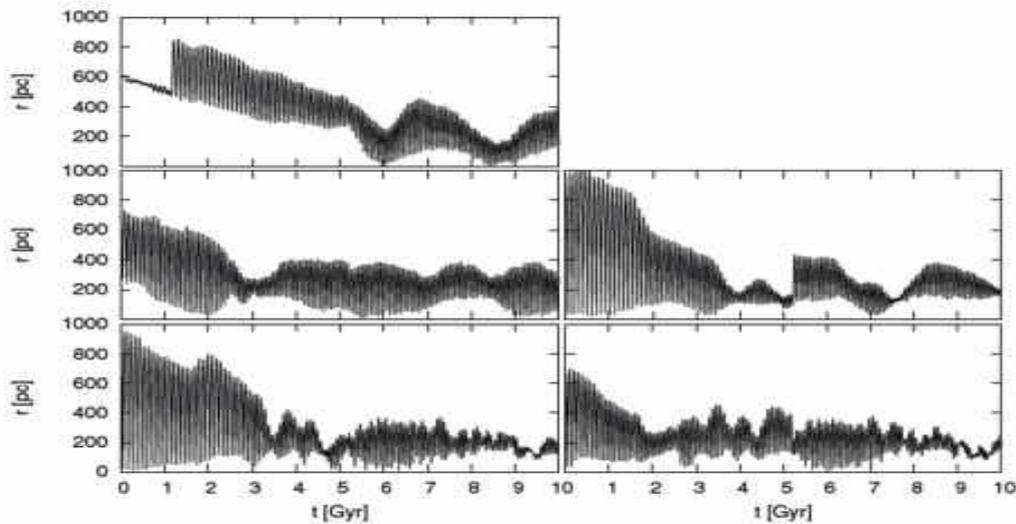
A Figura 5 mostra a distância radial dos cinco AG's em relação ao centro do Ralo hospedeiro em função do tempo de um potencial com núcleo a seta superior indica o tamanho do núcleo e a inferior indica o raio no qual é $M_{Gc} = M(r)$. Investigando a fricção dinâmica em galáxias anãs, vemos a importância para entender a evolução de sistemas estelares e a distribuição de matéria escura. O artigo de Inoue (2009) pesquisa um problema que é de longa data, para responder o por que aglomerados globulares AG's em galáxias anãs não caem para o centro galáctico, como previsto pela teoria da fricção dinâmica.

Esse autor fala da hipótese de que halos de matéria escura com densidade constante no núcleo perfil "core" suprimem a fricção dinâmica, assim permitindo que os AG's sobrevivam por tempos comparando assim com à idade do Universo atual. As Figuras 7 e 8 do artigo que seram mostradas abaixo, são importantes, pois mostram os resultados de simulações de N-corpos com múltiplos GCs, testando a robustez da supressão da fricção

dinâmica sob perturbações mútuas.

A Figura 6 demonstrado logo abaixo, apresenta a evolução temporal do raio orbital de 5 AG's em um halo de matéria escura com núcleo de densidade constante. O gráfico superior esquerdo mostra um AG de referência em órbita circular inicial a 600 pc do centro, enquanto os outros gráficos exibem GCs com posições e velocidades iniciais aleatórias. Os resultados demonstram Supressão da Fricção Dinâmica, Perturbações Mútuas, Sobrevivência dos GCs.

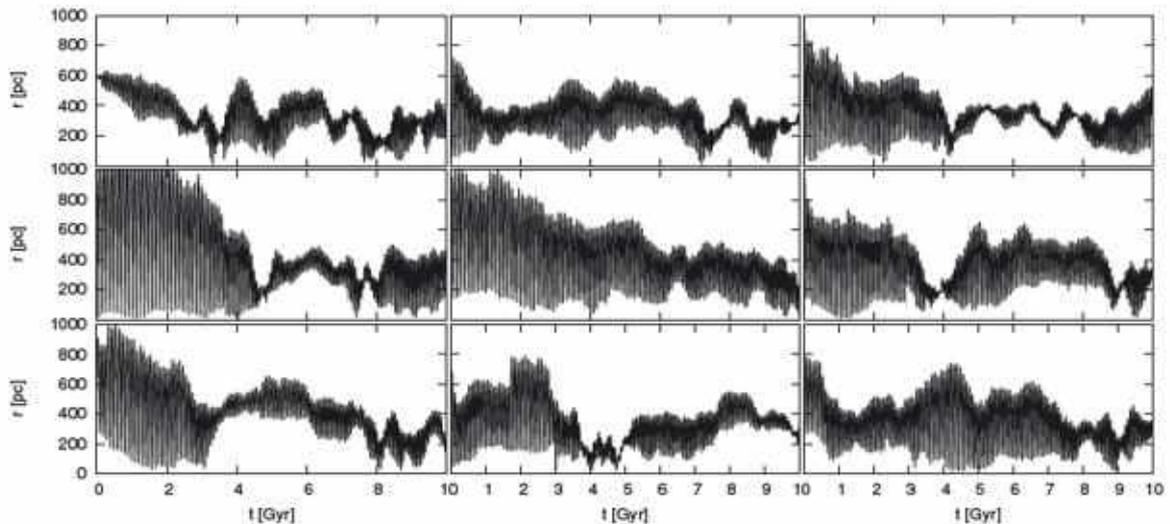
Figura 6.



Fonte: INOUE, Shigeki. The test for suppressed dynamical friction in a constant density core of dwarf galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 397, n. 2, p. 714, 2009.

A Figura 7 se estende para à análise de um cenário extremo com 30 AG's, com números superiores ao observado em galáxias anãs reais. Os resultados são consistentes com os da Figura 7, Ausência do Estado Corrotante, Implicações Observacionais.

Figura 7.



Fonte: INOUE, Shigeki. The test for suppressed dynamical friction in a constant density core of dwarf galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 397, n. 2, p. 714, 2009.

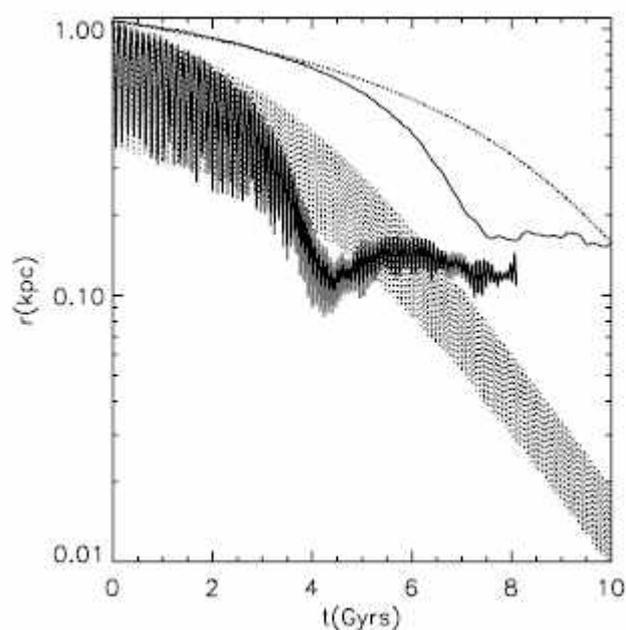
As Figuras 6 e 7 do fornecem evidências de que a supressão da fricção dinâmica em halos com núcleo de densidade constante é um fenômeno real e independente do estado. Para esse trabalho de conclusão de curso, esses resultados podem ser discutidos em alguns contextos que também pode incluir, Mecanismo Físico, Implicações Cosmológicas, Aplicações Observacionais.

Em resumo, as Figuras 6 e 7 mostram a importância de simulações numéricas para testar hipóteses astrofísicas e demonstram como a interação entre teoria, com a simulação e observação podemos resolver esses problemas de longa data. Discutir esses resultados, partindo para uma discussão para evolução de galáxias anãs, a natureza da matéria escura ou o papel de aglomerados globulares como traçadores dinâmicos.

Como podemos observar, a Figura 8 compara o decaimento do raio orbital de um AG em órbitas circular linha sólida reta e elíptica (linha sólida oscilante), com as previsões da fórmula de Chandrasekhar (linhas pontilhadas).

Figura 8.

Decaimento do raio orbital do aglomerado globular em função do tempo



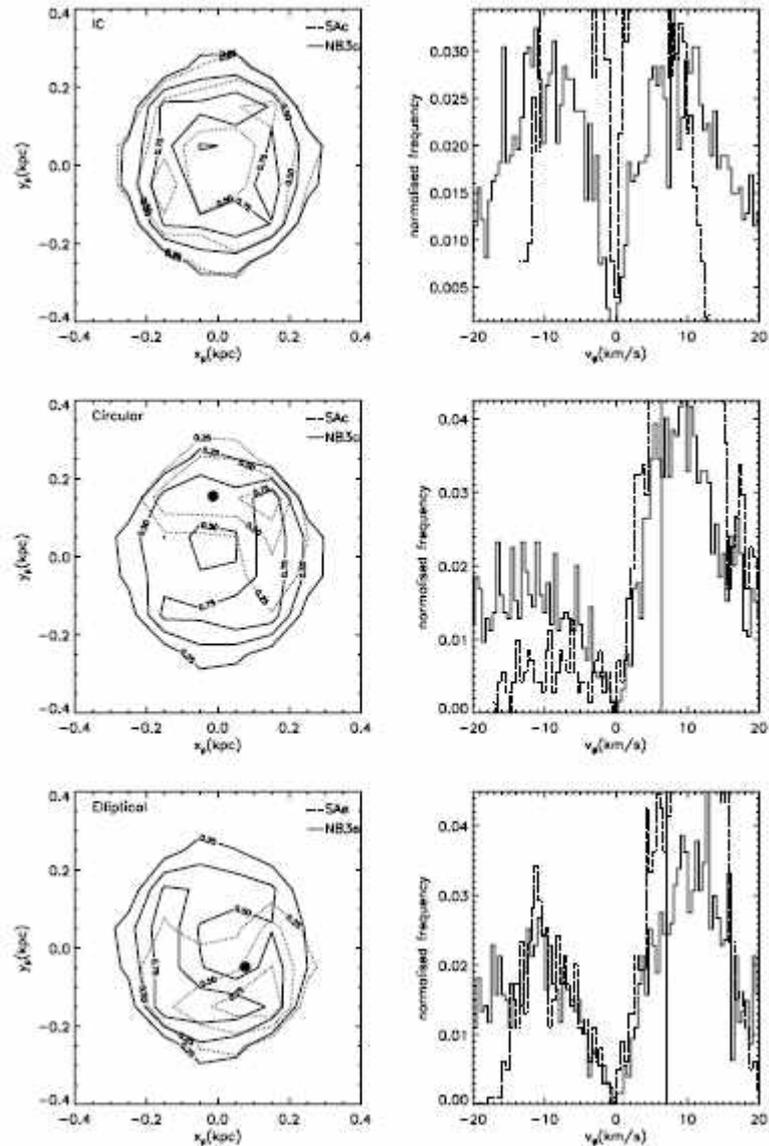
Fonte: READ, J. I. et al. Dynamical friction in constant density cores: a failure of the Chandrasekhar formula. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 373, p. 1451-1460, 2006. p. 1456.

A Figura 9 mostra uma distribuição de densidade (painéis à esquerda) e velocidades (painéis à direita) das partículas de fundo no plano orbital do AG. Os painéis superiores

representam o estado inicial, enquanto os médios e inferiores mostram o sistema após o AG atingir o núcleo.

Figura 9.

Distribuição espacial e de velocidades das partículas no plano orbital



Fonte: READ, J. I. et al. Dynamical friction in constant density cores: a failure of the Chandrasekhar formula.

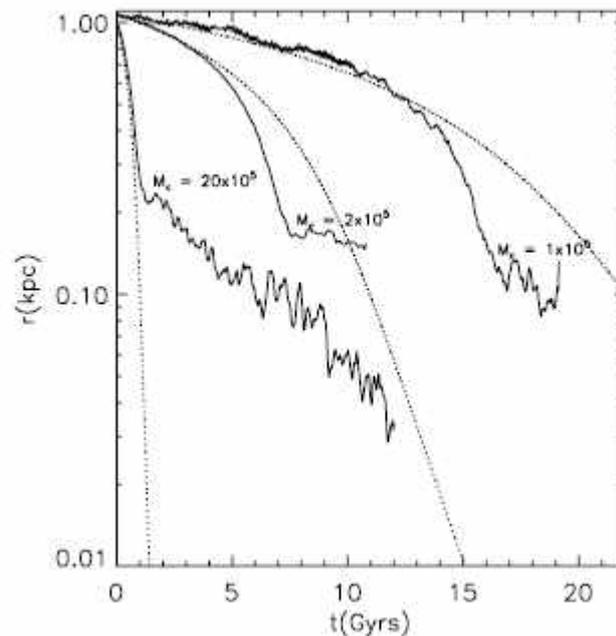
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 373, p. 1451-1460, 2006. p. 1457.

A Figura 10 analisa como a massa do AG influencia o decaimento orbital. Para massas entre 10^5 e $2 \times 10^6 M_{\odot}$, o AG sempre para no núcleo, mas o ponto onde para varia levemente. Simulações com menor resolução (linhas sólidas mais ruidosas) mostram um decaimento residual devido à precessão numérica do plano orbital (Apêndice A). Esse resultado principal, mostra que a estagnação não é simplesmente, uma questão de $M_c \approx M_{en}$ (massa englobada), mas

uma propriedade intrínseca do núcleo harmônico, como comprovado pela análise da distribuição de partículas na Figura 9.

Figura 10.

Efeito da Massa do GC (M_c) no Decaimento Orbital



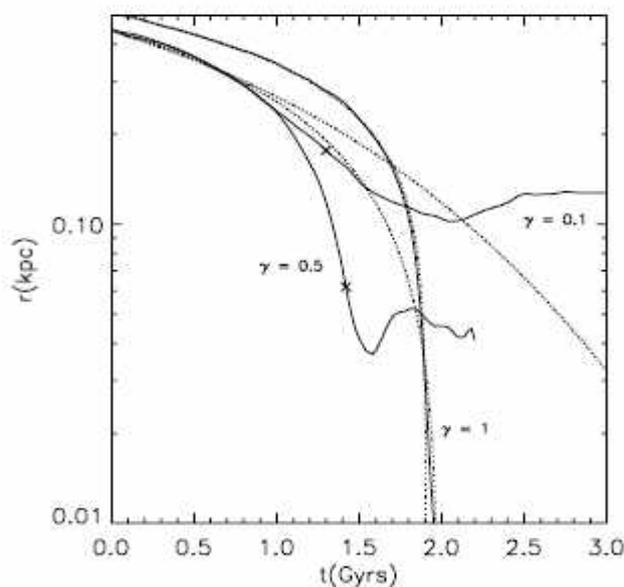
Fonte: READ, J. I. et al. Dynamical friction in constant density cores: a failure of the Chandrasekhar formula. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 373, p. 1451-1460, 2006. p. 1458.

A Figura 11 demonstra como o expoente γ (onde $\rho \propto r^{-\gamma}$) afeta o decaimento do AG.

- $\gamma = 1$ (Perfil Cuspidal): O GC segue Chandrasekhar até o centro, sem estagnação, mesmo quando $M_{en} \approx M_c$.
- $\gamma \leq 0.5$ (Núcleo Raso): O GC aquece o fundo, criando um pequeno núcleo de densidade constante (r_{core} marcado por cruzes) e para. Isso mostra que a estagnação só ocorre quando o GC consegue transformar o perfil central em um núcleo harmônico ($\gamma < 0.5$), reforçando a singularidade desse regime.

As percepções que estão nas figuras 8, 9, 10 e 11 mostram e destacam a importância de modelos não-perturbativos em sistemas ressonantes e alguns caminhos que podem ser investigado, para assim mostrar outros cenários astrofísicos a serem explorados.

Figura 11.
Impacto do Perfil de Densidade Central (γ)



Fonte: READ, J. I. et al. Dynamical friction in constant density cores: a failure of the Chandrasekhar formula. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 373, p. 1451-1460, 2006. p. 1458.

Correlação entre gráfico e tabela.

Tabela: Mostra os valores numéricos para massa (M), densidade estelar (ρ), $\ln\Lambda$, velocidade (v), e o tempo estimado de decaimento (t_{fric}).

Relação Massa-Tempo:

Tabela: Confirma com os dados específicos. Por exemplo:

Linha 1 ($10^5 M_{\odot}$, $\ln\Lambda = 3$): $t_{\text{fric}} = 3.0$ Bilhões de anos.

Gráfico:

Eixo X: Massa do aglomerado (em massas solares, M_{\odot}).

Eixo Y: Tempo de fricção dinâmica (em bilhões de anos).

Curvas: Duas linhas representam valores distintos de $\ln\Lambda$ (3 e 10), mostrando como o tempo de decaimento varia com a massa.

Gráfico: Mostra que AGs mais massivos $10^7 M_{\odot}$ decaem mais rapidamente (tempo menor) devido à maior força de arrasto gravitacional. Por exemplo:

Para $M = 10^5 M_{\odot}$, $t_{\text{fric}} \approx 2-3$ bilhões de anos.

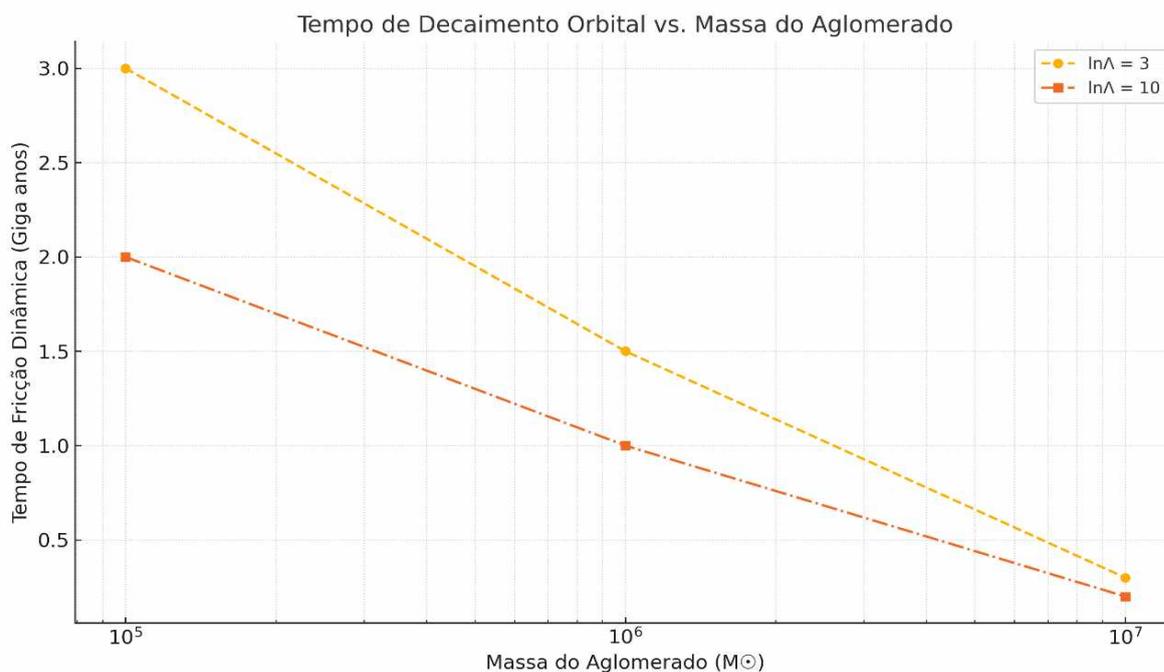
Para $M = 10^7 M_{\odot}$, $t_{\text{fric}} \approx 0.2-0.3$ bilhões de anos.

Abaixo mostramos o tabela 1 e o gráfico de acordo com o que foi desenvolvido nesse trabalho, A tabela 1 e o gráfico apresenta nesse TCC um complemento em relação entre as massas do AG's e o tempo de decaimento orbital, considerando diferentes valores do logaritmo de Coumlob $\ln\Lambda$, então vamos como ficou essa tabela:

TABELA 2 – ESTIMATIVAS DO TEMPO DE FRICÇÃO DINÂMICA (t_{FRIC})				
Massa do Aglomerado (M) [M_{\odot}]	Densidade Estelar (ρ) [M_{\odot}/pc^3]	$\ln\Lambda$	Velocidade (v) [km/s]	Tempo Estimado (t_{fric}) [Giga anos]
$1 * 10^5$	0,05	3	150	3.0
$1 * 10^5$	0,05	10	150	2.0
$1 * 10^6$	0,05	3	150	1.5
$1 * 10^6$	0,05	10	150	1.0
$1 * 10^7$	0,05	3	150	0.3
$1 * 10^7$	0,05	10	150	0.2

Fonte: LIMA, Wesley Pereira. Fricção dinâmica e aplicações para os problemas do decaimento dos aglomerados globulares em núcleos galácticos. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) — Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras, 2025.

A Tabela 2 e o gráfico apresentados no trabalho complementam-se ao mostrar a relação entre a massa dos aglomerados globulares AG's e o tempo de fricção dinâmica (t_{fric}), destacando a influência do parâmetro $\ln\Lambda$. A tabela fornece valores numéricos específicos para diferentes massas (10^5 a $10^7 M_{\odot}$), densidades estelares ($\rho=0,05M_{\odot}/pc^3$) velocidades ($v=150$ km/s) e dois valores de $\ln\Lambda$ (3 e 10). Isso corresponde ao modelo de Chandrasekhar para sistemas ideais, mas também ressalta a necessidade de ajustes em cenários reais, como núcleos galácticos com matéria escura (discutidos nas Figuras 6–11), onde o tempo de decaimento pode divergir das previsões clássicas.



Fonte: LIMA, Wesley Pereira. Fricção dinâmica e aplicações para os problemas do decaimento dos aglomerados globulares em núcleos galácticos. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Física) — Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras, 2025.

11. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A fórmula de Chandrasekhar é muito importante para descrever e entender a dinâmica de sistemas gravitacionais. Em AG's, explica como a interação com o meio galáctico leva à decadência orbital, influenciando a distribuição espacial desses sistemas e contribuindo para a evolução de núcleos galácticos. A fórmula captura a essência física do atrito dinâmico e tem sido validada numericamente em encontros estelares. Suas aplicações estendem-se além de aglomerados, sendo relevante para a migração de galáxias satélites, fusões de buracos negros e até na formação de estruturas em grande escala.

Com base nas equações que foram desenvolvidas ao longo desse trabalho a partir do formalismo de Chandrasekhar, as distribuições estelares isotrópicas modeladas por perfis maxwellianos, os resultados avaliados nesse trabalho mostra que os AG's com massas na ordem de 10^5 a $10^7 M_{\odot}$, imersos em meios com densidades estelares típicas ($\sim 0,05 M_{\odot}/\text{pc}^3$), e velocidades de translação em torno de 150 km/s, apresentam tempos de fricção dinâmica variando entre aproximadamente 3,0 e 0,2 bilhões de anos, a depender do valor do logaritmo de Coulomb ($\ln\Lambda$), que integra os efeitos das interações gravitacionais de curto e longo alcance. Tais tempos estão de acordo com as previsões teóricas clássicas da literatura, como as de Tremaine (1976), validando a precisão do modelo para cenários idealizados.

Dessa forma, o trabalho também mostrou as limitações do modelo clássico, especialmente considerando sistemas reais, que frequentemente apresentam distribuições anisotrópicas de velocidades, densidade de estelares variáveis, e influências externas, como campos gravitacionais de halos escuros ou perturbações externas. Nesse contexto, as extensões relativísticas propostas por Chiari e Di Cintio (2022), mostram-se importantes para uma descrição mais precisa da fricção dinâmica em ambientes de alta energia, como regiões próximas a buracos negros supermassivos ou sistemas com velocidades relativísticas. Essas correções pós-newtonianas indicam uma redução na eficiência da fricção dinâmica de até 15% para velocidades próximas a $0,3c$, impactando significativamente os tempos estimados de decaimento orbital.

Também vemos que, os parâmetros de impacto de variações nos valores mínimos e máximos podem resultar em alterações significativas no tempo de decaimento, chegando a uma ordem de grandeza. Isso reforça a necessidade de ajuste que precisa e dependente do contexto galáctico específico, para aplicações em astrofísica observacional e simulações cosmológicas.

Dessa forma, os resultados esperados neste trabalho, não apenas mostra a eficiência do formalismo de Chandrasekhar na modelagem de processos de decaimento orbital, como também destacam a importância de incorporar extensões relativísticas e técnicas numéricas para lidar com a complexidade dos sistemas reais. Ao integrar teoria clássica, extensões modernas e análise numérica, esse estudo que foi desenvolvido nesse trabalho, contribui para o avanço do conhecimento na dinâmica estelar e galáctica, abrindo caminhos para futuras investigações em astrofísica computacional, evolução de galáxias e formação de estruturas no universo.

Contudo, em cenários complexos, como encontros com halos não esféricos ou sistemas em rápida rotação, modelos mais refinados são necessários para complementar as previsões clássicas de Chandrasekhar. A fricção dinâmica é um mecanismo fundamental para entender a evolução de sistemas gravitacionais.

12. PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho nos propomos a realizar uma revisão da teoria de Chandrasekhar da FD, e conseqüentemente, aplica-la para a situação em que um AG orbita o perfil de matéria de uma esfera singular isotérmica e o campo com o campo estelar satisfazendo uma

distribuição de velocidade maxwelliana. Embora esse estudo tenha se limitado ao perfil mais simples, existe outras possibilidades no sentido de reanalisar o presente estudo levando em consideração outras distribuições de matérias ou outros perfis de densidade mais realistas, como por exemplo, o perfil de Hernquist (1990) e o perfil de Navarro et al. (1996), além de outros modelos igualmente importantes.

Então com essa perspectiva de reanalisar esse problema, levando em conta outros perfis de densidades mais interessantes, outros perfis de densidades mais realistas, porque o perfil singular da esfera isotérmica, ele é um perfil muito ideal, porque se observar, isso cai com 1 sobre r ($\rho(r) \sim 1/r^2$ implica que, à medida que $r \rightarrow 0$). Quando o r vai para zero, ou seja, quando vai para o centro da galáxia, então o ρ diverge, o ρ tende para infinito. Isso é uma dificuldade desse perfil. futuramente pretende-se reanalisar esse problema, levando em conta outros perfis de densidade mais realistas.

TABELA 3 - RESUMO VISUAL	
MELHORIA	EFEITO
Perfis realistas	Núcleo finito → Tempos de queda mais precisos
Matéria escura	Explica por que alguns aglomerados não caem
Formas complexas	Captura efeitos de rotação e colisões

13. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

ACeves, Héctor; Colosimo, María. **Uma introdução ao atrito dinâmico em sistemas estelares**. American Journal of Physics, v. 75, n. 2, p. 139-147, 2007. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/physics/0603066>. Acesso em: 4 dez. 2024.

Chiari, Caterina; Di Cintio, Pierfrancesco. **Relativistic dynamical friction in stellar systems**. Astronomy & Astrophysics, v. XXX, p. 1-13, 30 nov. 2022. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/2207.05728v2>. Acesso em: 4 dez. 2024.

Silva, J. M.; Lima, J. A. S.; De Souza, R. E.; del popolo, A. **Chandrasekhar's dynamical friction and non-extensive statistics**. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, v. 05, 021, 2016. Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2016/05/021>. Acesso em: 4 dez. 2024.

S. Chandrasekhar, Dynamical Friction. I. General Considerations: the Coefficient of Dynamical Friction, Astrophys. J. 97 (1943) 255 [INSPIRE].

S. Chandrasekhar and J. von Neumann, The Statistics of the Gravitational Field Arising from a Random Distribution of Stars II, Astrophys. J. 97 (1943) 1.

Tremaine, S. The formation of the nucleo f galaxies. II. The local group. The Astrophysical Journal, Vol. 203, p.p. 345 – 351, 1976.

Binney, James; Tremaine, Scott. Galactic Dynamics. 2nd ed. Princeton: Princeton University Press, 2008. (Princeton Series in Astrophysics).

Fellhauer, Michael. **Dynamical friction**. In: Gülten, Yıldız (org.). **Theoretical and Computational Astrophysics**. Berlin: Springer-Verlag, 2008. (Lecture Notes in Physics, v. 760), p. 171–179. DOI: 10.1007/978-1-4020-8431-7_7.

Bar, Nitsan; Danieli, Shany; Blum, Kfir. **Dynamical friction in globular cluster-rich ultra-diffuse galaxies: the case of NGC5846-UDG1**. Preprint (arXiv:2202.10179v2 [astro-ph.GA]), 28 jun. 2022. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2202.10179>. Acesso em: 28 abr. 2025.

Chiari, Caterina; Di Cintio, Pierfrancesco. **Relativistic extension of the dynamical friction in stellar systems I: General formalism**. MNRAS - Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, [S.l.], v. 000, p. 1–13, 13 jul. 2022. Pré-publicação disponível em: <https://arxiv.org/abs/2207.05728>. Acesso em: 29 abr. 2025.

Goerdt, T.; Moore, B.; Read, J. I.; Stadel, J.; Zemp, M. **Does the Fornax dwarf spheroidal have a central cusp or core?** Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, v. 368, n. 3, p. 1073-1077, 2006. Disponível em: [DOI: 10.1111/j.1365-2966.2006.10182.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10182.x). Acesso em: 04 mai. 2025.

Inoue, Shigeki. **The test for suppressed dynamical friction in a constant density core of**

dwarf galaxies. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Oxford, v. 397, n. 2, p. 709-716, Aug. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15066.x>. Acesso em: 04 mai. 2025.

Read, J. I.; Goerdt, T.; Moore, B.; Pontzen, A. P.; Stadel, J.; Lake, G. **Dynamical friction in constant density cores: a failure of the Chandrasekhar formula.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford, v. 373, n. 4, p. 1451-1460, 2006. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.11022.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.11022.x). Disponível em: <https://academic.oup.com/mnras/article/373/4/1451/1062740>. Acesso em: 04 mai. 2025.

Tremaine, S. *et al.* **The formation of the nuclei of Galaxies. I. M31.** *The Astrophysical Journal*, Vol. 166, p. 407-411 (1975).

Hernquist, L. **An Analytical Model for Spherical Galaxies and Bulges.**

Navarro, J. F. ; Frenk, C. S. ; White, S. A **Estrutura dos Halos de Matéria Escura Fria.** *The Astrophysical Journal* . **462** : 563–575 (1996).