

USO DA APROXIMAÇÃO FRACTAL PARA AJUSTE DA CURVA DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO

FRANCISCO J. R. DA PAIXÃO¹, ANTONIO R. S. ANDRADE², CARLOS A. V. DE AZEVEDO³,
EULER S. FRANCO⁴, VERA LUCIA ANTUNES³, EGBERTO E. DE HERDANI⁵,

¹ Msc, DEAg/CCT/UFCG, Campina Grande–PB, e-mail: jardel.paixao@gmail.com;

² Meteorologista, Prof. Dr. UAG/UFRPE, Garanhuns, e-mail: arsa@fca.unesp.br

³ Eng. Agric. Profª. Dra. DEAg/CCT/UFCG, Campina Grande – PB, Br.

⁴ Msc, DEAg/CCT/UFCG, Campina Grande–PB

⁵ Msc. DER/UNESP, Botucatu, SP

Escrito para apresentação no
XXXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola
31 de julho a 04 de agosto de 2006 - João Pessoa - PB

RESUMO: A geometria de fractais tem sido proposta recentemente como uma ferramenta alternativa na elaboração de modelos matemáticos na estimativa da curva de retenção de água no solo. Com base nos conceitos da geometria fractal, BROOKS e COREY (1964) e PERRIER et al., (1996) propõem um modelo que estima a umidade do solo em função de dados de tensão de água no solo. Neste contexto, o objetivo deste trabalho foi estimar a curva de retenção utilizando-se o modelo BROOKS e COREY (1964) modificado com uso da geometria fractal, inserindo nesse modelo o parâmetro de interpolação denominado de dimensão fractal (D), e que, por sua vez, depende das propriedades dos solos. O parâmetro D que representa a dimensão fractal do modelo de Brooks e Correy foi determinado com base em duas propriedades físicas; o teor de água no solo, simbolizado por D_{SWRC} e da distribuição do tamanho das partículas do solo, representado por D_{PSD} . Para a aplicação do modelo proposto e determinação da dimensão fractais foram coletados 36 amostras de solo deformadas para três profundidades 0-20, 20-40 e de 40-60 cm, numa área cultivada com Gergelim irrigada por aspersão. O modelo de Brooks e Corey modificado dimensão fractal D_{SWRC} , ofereceu resultados mais satisfatório na obtenção da curva de retenção, quando comparado com o uso da dimensão fractal D_{PSD} . Contudo, em ambos os casos existem uma série de condições adicionais que permitem a tentativa de obtenção de resultados diversos.

Palavras Chave: dimensão fractal, distribuição das partículas, curva de retenção

USE OF THE APROXIMAÇÃO FRACTAL FOR ADJUSTMENT OF THE CURVE OF RETENTION OF WATER IN THE SOIL

ABSTRACT: Currently the fractals geometry have been used as an alternative tool for elaboration of mathematics models in the estimate of the water retention curve in the soil. Utilizing the fractal geometry concepts, BROOKS e COREY (1964) and PERRIER et al., (1996) propose a model, which it esteems the soil humidity in function of the soil water tension data. The objective of this work was to estimate the retention curve using the Brooks e Corey (1964) model, modified utilizing the fractal geometry, with a new parameter of interpolation called fractal dimension (D), and it seeing that depends of the soils proprieties. The D parameter that represents the fractal dimension of the Brooks e Correy model was determined based on two physical proprieties; the soil water content, D_{SWRC} , and of the distribution of size of the soil particle, D_{PSD} . For the application of the proposal model and determination of the fractal dimension were collected 36 samples of deformed soil in three depths 0-20, 20-40 and 40-60 cm, in an area cultivate with sesamum and irrigated with sprinkles system. The Brooks and Corey model, modified for fractal dimension, it showed results more significant on attainment of the retention curve, when it was compared with the use of the fractal dimension D_{PSD} . However, in both cases there are a series of additional conditions that it allows the attempt of obtaining of several results.

Keywords: fractal dimension, particle size distribution, retention curve.

INTRODUÇÃO: Sendo capaz de relacionar o potencial matricial e a umidade do solo, a qual pode ser medida à base de massa ou volume. Existem atributos físico-hídricos cuja determinação é feita em laboratório por meio da determinação do conteúdo de água do solo, onde é realizado o equilíbrio do solo úmido com uma sucessão de potenciais ou sucções conhecidas e determina-se o conteúdo de água do solo a cada vez em que se aplica um potencial matricial diferente (LIBARDI, 2000 e GUERRA, 2002). De posse da curva característica de água do solo são possíveis inúmeras aplicações práticas e científicas, destacando-se a porosidade drenável, capacidade de campo, ponto de murcha permanente, água disponível, condutividade hidráulica não-saturada, além de balanço hídrico determinando-se a variabilidade do armazenamento de água no solo (CENTURION e ANDRIOLI, 2000). Recentemente, PERRIER et al. (1996) ajustaram os dados da curva de retenção a partir de funções não-lineares estabelecidas com base na geometria fractal e com uso de relações físicas entre a dimensão fractal (D) e o comportamento funcional das propriedades do solo, através do modelo proposto por Brooks e Corey, que foi modificado por estes autores, mediante procedimento que envolve dois passos: i) O estabelecimento de relações não-lineares entre a dimensão fractal (D) e as propriedades do solo: umidade de água na saturação (θ_s), umidade residual (θ_r), potencial matricial de água no solo (ψ_m) e o valor absoluto do potencial de entrada de ar no solo (ψ_o); ii) Estimativa simultânea dos valores de θ_s , θ_r e ψ_m pela aplicação da técnica dos mínimos quadrados para ajuste de funções não-lineares e, logo após, a substituição desses valores no modelo de Brooks e Corey modificado com uso da aproximação fractal, que estima a curva de retenção de água no solo. Esta abordagem é chamada de ENR (Extended Non-Linear Regression).

MATERIAL E MÉTODOS: A pesquisa foi realizada no Laboratório de Física dos Solos da Universidade Federal de Campina Grande. Foram coletadas 36 amostras de solo deformadas de uma área cultivada com Gergelim irrigada por aspersão nas profundidades de 0-20, 20-40 e de 40-60 cm de profundidade. A análise granulométrica foi realizada pelo Método do Hidrômetro, como recomendado por Bouyoucos. Na análise textural, a dispersão foi obtida mecânica (agitação) e quimicamente utilizando-se como dispersante, o hidróxido de sódio IN. A curva retenção de água do solo foi determinada em laboratório usando o Extrator de Umidade de Reichardt, nas tensões de 10, 33, 100, 300, 500, 1000 e 1500 kPa. A dimensão fractal (D_{PSD}) baseada na distribuição do tamanho médio das partículas sólidas do solo foi determinada através da expressão:

$$W(R) = c R^{\frac{3D^2 - 13D + 14}{D^2 - 5D + 4} + 1} \quad (1)$$

Sendo que, $W(R)$ – massa acumulativa das partículas do solo, c – constante, R – raio médio das partículas do solo, D – dimensão fractal. Com base na equação de proposta por BROOKS e COREY (1964), modificada por PIERRER et al (1996) citado por ANDRADE, 2002, a dimensão fractal (D_{SWRC}) foi determinada aplicando-se o processo de regressão não linear aos dados de umidade do solo (θ) versus o potencial matricial de água no solo (ψ_m) por meio da seguinte expressão:

$$\theta_{(h)} = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{h_s}{h} \right)^{3-D} \quad (2)$$

Sendo que: $\theta(h)$ - umidade do solo em base de volume, na tensão h , θ_s - umidade do solo em base de volume na saturação, θ_r a umidade residual do solo (correspondente ao ponto de murcha permanente), h_0 - valor absoluto da tensão de água no ponto de entrada de ar, ou seja, tensão de borbulhamento (crítica) a partir da qual a água começa a ser drenada no solo previamente saturado e D representa dimensão fractal distribuição dos tamanhos de poros do solo (D_{SWRC}). Os valores de θ_r , θ_s e D na equação (2) são parâmetros independentes que podem ser simultaneamente conhecidos pela aplicação da técnica dos mínimos quadrados para o ajuste de funções não lineares, desde que se conheçam os valores experimentais da curva de retenção de água no solo e ajustá-la ao modelo que estima a curva de retenção de água no solo (2), essa metodologia adota a curva de retenção de água no

solo (SWRC) como indicadora dos parâmetros da dimensão fractal distribuição dos tamanhos de poros do solo, já que essa propriedade, bem como a dimensão fractal deve representar a tortuosidade dos poros do solo (ANDRADE, 2002).

RESULTADOS E DISCUSSÃO: Na Tabela 1, observa-se que os baixos valores de desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV) indicam uma baixa variabilidade dos valores médios dos teores de água no solo em função do potencial matricial. Os maiores valores de CV (%) e DP foram constatados na profundidade de 40-60 cm. Verifica-se para as três profundidades estudadas que o CV teve um acentuado acréscimo para os conteúdos de umidades correspondentes aos maiores potenciais matriciais de água no solo (superiores a 300 kPa).

Tabela 1. Resumo estatístico dos valores médios da umidade volumétrica ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$) do solo nas respectivas profundidades estudadas em função do potencial matricial aplicado.

Ψ_m (kPa)	Observados			BCD _{SWRC}			BCD _{PSD}			Broocks e Correy		
	\bar{X}	DP	CV	\bar{X}	DP	CV	\bar{X}	DP	CV	\bar{X}	DP	CV
0-20 cm de profundidade												
0,01	0,41	0,00	0,00	0,43	0,03	6,88	0,39	0,0008	0,0297	0,41	0,00	0,00
10	0,17	0,02	14,50	0,17	0,02	14,50	0,23	0,0012	0,0354	0,18	0,02	14,27
30	0,16	0,02	13,80	0,15	0,02	15,85	0,19	0,0002	0,0161	0,15	0,02	14,83
100	0,14	0,02	16,10	0,13	0,02	17,33	0,16	0,0004	0,0210	0,13	0,02	15,06
300	0,12	0,02	17,62	0,11	0,02	18,70	0,13	0,0001	0,0104	0,11	0,01	15,13
500	0,10	0,01	16,44	0,10	0,02	19,34	0,12	0,0001	0,0122	0,11	0,01	14,90
1000	0,09	0,01	16,35	0,09	0,02	20,20	0,11	0,0001	0,0123	0,10	0,01	14,87
1500	0,08	0,01	12,68	0,09	0,01	20,71	0,09	0,0008	0,0092	0,10	0,01	14,89
20-40 cm profundidade												
0,01	0,43	0,00	0,00	0,44	0,02	5,90	0,36	0,0007	0,027	0,43	0,00	0,00
10	0,17	0,01	9,24	0,17	0,01	9,24	0,23	0,00211	0,0459	0,18	0,01	8,09
30	0,16	0,01	7,03	0,15	0,01	9,96	0,20	0,0008	0,0293	0,15	0,01	8,20
100	0,14	0,01	8,29	0,12	0,01	10,79	0,17	0,00052	0,0229	0,12	0,01	8,24
300	0,12	0,01	10,07	0,11	0,01	11,56	0,18	0,00474	0,068	0,11	0,01	8,69
500	0,10	0,01	11,96	0,10	0,01	11,93	0,16	0,00371	0,0609	0,10	0,00	8,63
1000	0,09	0,01	8,21	0,09	0,01	12,43	0,12	0,00019	0,0139	0,10	0,00	9,05
1500	0,08	0,01	9,82	0,08	0,01	12,73	0,11	0,00033	0,0182	0,10	0,00	9,01
40-60 cm profundidade												
0,01	0,49	0,00	0,00	0,44	0,02	4,94	0,36	0,0009	0,030	0,49	0,00	0,00
10	0,18	0,05	31,58	0,14	0,02	18,24	0,24	0,00137	0,0371	0,19	0,06	35,45
30	0,15	0,05	31,57	0,12	0,02	20,61	0,21	0,00040	0,0202	0,14	0,044	30,01
100	0,13	0,04	35,12	0,10	0,02	23,24	0,19	0,00036	0,0191	0,11	0,03	27,35
300	0,10	0,03	29,75	0,08	0,02	25,67	0,17	0,00047	0,021	0,10	0,02	26,49
500	0,09	0,01	21,32	0,07	0,02	26,80	0,13	0,00022	0,0149	0,09	0,02	27,17
1000	0,08	0,01	23,40	0,07	0,02	28,35	0,11	0,00023	0,0154	0,09	0,02	26,47
1500	0,07	0,01	24,99	0,06	0,01	29,26	0,10	0,00011	0,0107	0,08	0,02	26,17

BCD_{SWRC} – com base na curva de retenção de água no solo, BCD_{PSD} – com base na curva de distribuição do tamanho de partículas, \bar{X} - média, DP – desvio padrão e CV – coeficiente de variação

Pela Tabela2, pode-se constatar que os maiores erros relacionados com as estimativas dos modelos usados, foram para as umidades referentes aos maiores potenciais matriciais. Destacam-se os melhores valores para o modelo de Brooks e Corey com aproximação fractal baseada na curva de retenção de água no solo (BCD_{SWRC}), mostrando-se satisfatórios quando comparados com os dados experimentais; desta forma, o modelo BCD_{SWRC} apresenta-se adequado para estimativa da curva de retenção de água no solo, com um erro padrão de estimativa de 0,0136, 0,0124 e 0,0435%, respectivamente, nas profundidades de 0-20, 20-40 e 40-60 cm.

Como se observa na Figura 1, os modelos Brooks e Corey e (BC)D_{SWRC} tiveram desempenhos semelhantes, uma vez que estimaram valores de umidade bem próximos dos valores experimentais; já o modelo (BC)D_{PSD} subestimou os valores de umidade quando o solo foi submetido a baixas tensões e

os superestimou quando em altos potenciais matriciais, indicando que para o estudo de movimento de água no solo é mais adequado levar em consideração a geometria e o diâmetro médio dos poros do solo (ANDRADE, 2002).

Tabela 2. Erro padrão de estimativa para os modelos de ajustes da curva de retenção de água no solo nas três profundidades estudadas.

Modelos	Erro padrão de estimativa		
	0-20 cm	20-40 cm	40-60cm
(BC)D _{SWRC}	0,0136	0,0124	0,0435
(BC)D _{PSD}	11,416	23,275	15,336
Brooks e Corey (BC)	0,0107	0,0105	0,0420

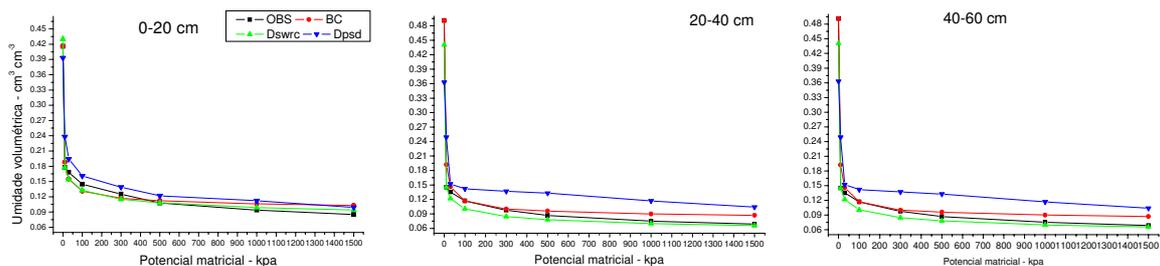


Figura 1. Curvas de retenção de água no solo ajustadas pelos três modelos avaliados, nas profundidades de 0-20, 20-40 e 40-60 cm.

Verifica-se ainda pela Figura 1 que nos potenciais matriciais de 0 até 100 kPa, os modelos BC e BCD_{SWRC} mostraram-se adequados com excelentes estimativas, porém, o modelo BC tende a subestimar os valores de θ com o acréscimo do potencial matricial, já o modelo BCD_{SWRC} subestima os valores de θ no intervalo de 100 a 300 kPa, estimando, entretanto, com boa precisão o conteúdo de umidade do solo em potenciais superiores a 500 kPa (500 a 1500 kPa), nas três profundidades estudadas; desta forma, a curva dos valores de θ estimada pelo modelo BCD_{SWRC} foi a que mais se aproximou da curva dos dados experimentais, conferindo, então, melhor adequabilidade, em relação aos demais modelos testados.

CONCLUSÕES: Dentre os modelos testados, o modelo de Brooks e Corey com uso da dimensão fractal distribuição dos tamanhos de poros do solo (D_{SWRC}), foi o que melhor estimou a referida curva, quando comparado com as medições de laboratório, seguido pelo modelo original de Brooks e Corey.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, A. R. S. de. Aplicação da teoria fractal e da geoestatística na estimativa da condutividade hidráulica saturada e do espaçamento entre drenos. Botucatu, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita” Faculdade de Ciências Agrônômicas Campus de Botucatu, Botucatu, SP, 2002. (Tese de Doutorado)
- CENTURION, J.F.; ANDRIOLI, I. Regime hídrico de alguns solos de Jaboticabal. Revista Brasileira de Ciência do Solo, Viçosa, v.24, n.4, p.701-709, 2000.
- BIRD, N.R.A., BARTOLI, F. DEXTER, A.R. Water retention models for fractal soil structures. J. Soil Sci., v.47, p.1-6, 1996.
- BROOKS, R.H. & COREY, A.T. Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Pap. 3, Colorado State Univ. Fort Collins, 1964. 180p.
- EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. Sistema Brasileiro de Classificação de Solos. Brasília, 1999. 412p.
- GUERRA, H.C. Física dos solos, 1 ed. Campinas Grande: UFPB, 2000. 173 p.
- PREVEDELLO, C. L. Física do solo com problemas resolvidos. 1º. ed. Curitiba: C.L, 1996. 446p.
- LIBARDI, P.L. Dinâmica da Água no Solo. Piracicaba – ESALQ, 2000, 497 p.