

# SISTEMAS DE ESPECTRO ESPALHADO EM COMUNICAÇÕES VIA SATELITE

JOSÉ PAULO A. ALBUQUERQUE

RAIMUNDO SAMPAIO NETO

CETUC - PUC/RJ  
Rio de Janeiro-22.453

## RESUMO

Este trabalho examina a utilização da técnica de espectro espalhado em comunicações via satélite. Comparações anteriormente feitas, supondo transmissão em canal linear, mostraram que os sistemas BPSK/FDMA têm eficiência de utilização espectral sempre superior àquela dos sistemas BPSK/SSMA. Esta comparação é aqui estendida para a situação em que a transmissão se faz através de canal não-linear. Os resultados são apresentados em função de curvas de eficiência em (bit/s)/Hz versus um parâmetro que só depende do sistema e, em particular, independe do ponto de operação do amplificador não-linear.

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas de espectro espalhado ("spread spectrum") em comunicações ficou muito tempo restrita a aplicações militares. Uma descrição bastante completa da evolução histórica dos sistemas de espectro espalhado ao longo desses primeiros anos pode ser encontrada em [1]. Mais recentemente, técnicas de espalhamento de espectro têm sido também contempladas para aplicações não militares. O exame dessa possibilidade foi motivado por diversos atributos dos sistemas de espectro espalhado, que são extremamente desejáveis em várias situações. Entre estes atributos está, por exemplo, a capacidade de utilizar um esquema em múltiplo acesso por divisão de código (CDMA - "Code-Division Multiple Access"), capaz de prescindir quase que integralmente do tipo de coordenação requerida em sistemas FDMA ("Frequency-Division Multiple Access") ou TDMA ("Time-Division Multiple Access"). Os chamados sistemas SSMA ("Spread-Spectrum Multiple Access") permitem ainda que a adição de novos usuários se faça com muito mais simplicidade do que em sistemas que utilizam outras técnicas de acesso. Além disso, sistemas de espectro espalhado podem, por suas próprias características: proteger o sigilo dos dados; reduzir os efeitos de interferência de outros sistemas; atender com maior facilidade restrições regulamentares quanto ao valor máximo de potência por unidade de faixa que pode ser emitida por um transmissor qualquer; operar adequadamente em canais sujeitos a efeitos de multi-percurso. Maiores detalhes sobre estes e outros atributos dos sistemas de espectro espalhado podem ser encontrados, por exemplo, em [2] e [3].

Entre as situações nas quais as características acima mencionadas tornam os sistemas de espectro espalhado potencialmente atraentes estão, sem dúvida, as redes de transmissão de dados via satélite [4], [5] e os sistemas móveis [6], inclusive os sistemas móveis via satélite [7]. Em particular, no que se refere às redes de dados via satélite, a conveniência de se utilizar sistemas de espectro espalhado foi firmemente contestada em [8], em virtude da baixa eficiência espectral do SSMA, comparativamente a sistemas convencionais de acesso (FDMA ou TDMA). Além disso, um cálculo

simples apresentado em [8] mostrou que a presença de emissões interferentes pode afetar mais os sistemas SSMA do que os sistemas FDMA ou TDMA, ao contrário do que normalmente se admite.

Dentro deste cenário, o objetivo do presente trabalho é apresentar uma extensão dos resultados contidos em [8], considerando que a transmissão se faz através de um canal não-linear, conforme usualmente ocorre em comunicações via satélite. A comparação entre sistemas SSMA e FDMA no que se refere à eficiência de utilização espectral requer então que, para ambos os sistemas, seja examinada a questão da escolha de um ponto de operação ótimo para o amplificador não-linear. Por outro lado, o efeito de uma interferência externa, incluído na comparação apresentada em [8], não será aprofundado no presente trabalho. Embora [8] considere transmissão através de canal linear, não se espera que suas conclusões gerais sobre o efeito da interferência externa sejam alterados quando esta se adiciona a um sinal desejado que foi transmitido através de um canal não linear. De qualquer modo, seria importante examinar o efeito do formato da densidade espectral de potência da emissão interferente, que não foi considerado em [8] e que também não será abordado em detalhe aqui. Em consonância com esse objetivo geral, a Seção 2 apresenta uma breve revisão das características básicas de um sistema SSMA. Na Seção 3 é então desenvolvida uma análise que permite determinar as eficiências espectrais dos sistemas BPSK/SSMA e BPSK/FDMA, supondo que os sinais correspondentes são transmitidos através de uma não-linearidade do tipo usualmente encontrado no transponder de um satélite de comunicações. Na Seção 4, as expressões gerais decorrentes desta análise são aplicadas para um determinado formato de pulso e um amplificador não-linear com as características daquele existente no transponder do BRASILSAT. Os resultados numéricos obtidos permitem não só uma comparação entre as eficiências espectrais dos dois sistemas considerados como também algumas observações interessantes sobre a escolha do ponto de operação ótimo do amplificador não-linear do transpon

der. Finalmente, a Seção 5 apresenta algumas conclusões.

## 2. SISTEMA DE ESPECTRO ESPALHADO: CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

Em um sistema CDMA cada portadora é modulada não apenas pelo sinal de informação mas também por um sinal de código. Em particular, nos sistemas SSMA, o sinal de código faz com que a portadora ocupe uma faixa de largura bem maior do que aquela que seria requerida caso a portadora fosse modulada apenas pelo sinal de informação. A Fig. 1 esquematiza a geração de um sinal SSMA.

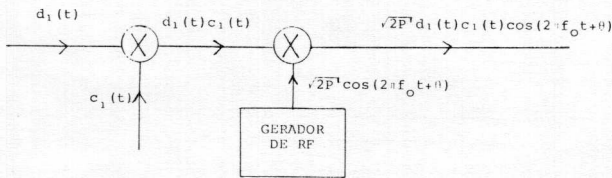


FIGURA 1 - Representação Esquemática da Geração de um Sinal SSMA.

Para os chamados sinais de seqüência direta (DS-"Direct Sequence") tem-se que o sinal de código se escreve

$$c_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_c(t-nT_c) \quad (1)$$

onde  $\{a_n\}$  é uma seqüência pseudo-aleatória, com  $a_n \in \{-1, 1\}$  para todo  $n$ , e  $T_c$  é o período dos fragmentos ("chips") em que está dividido o período  $T_b$  associado ao sinal dos dados. A quantidade  $T_c$  é usualmente denominada período do "chip" ou duração do "chip" e

$$G = \frac{T_b}{T_c} \quad (2)$$

constitui o que se denomina a razão de espalhamento. Os sistemas usuais têm  $G \gg 1$ .

Admite-se que o sinal de dados se expressa por

$$d_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n g_d(t-nT_b) \quad (3)$$

onde  $\{d_n\}$  é a seqüência de dados, com  $d_n \in \{-1, 1\}$ . Os formatos de pulso  $g_c(t)$  e  $g_d(t)$ , que aparecem em (1) e (3), respectivamente, são aqui considerados arbitrários.

Em um sistema SSMA, há em verdade  $M$  usuários transmitindo simultaneamente e assim, além do sinal

$$s_1(t) = \sqrt{2P} d_1(t) c_1(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta) \quad (4)$$

há  $(M-1)$  outros sinais que se escrevem

$$s_m(t) = \sqrt{2P} d_m(t) c_m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_m) \quad (5)$$

$m=2, \dots, M$

Todos os sinais têm portanto a mesma freqüência central  $f_0$  e ocupam faixas de freqüência que se superpõem. Não há naturalmente sincronização temporal entre  $d_1(t)$ ,  $c_1(t)$  e qualquer dos sinais  $d_m(t) \cdot c_m(t)$ ,  $m=2, \dots, M$ , ou mesmo entre dois quaisquer desses  $(M-1)$  últimos sinais. É possível recuperar o sinal de informação  $d_1(t)$  por intermédio do receptor de correlação esquematizado na Fig. 2, onde se supõe recuperação perfeita de portadora e relógio.

Considere-se inicialmente a passagem do sinal  $s_1(t)$  através do circuito representado na Fig. 2. Supondo que o filtro de RF é suficientemente largo de modo a não distorcer  $s_1(t)$ , conclui-se que o sinal correspondente, à entrada do filtro de detecção, se escreve

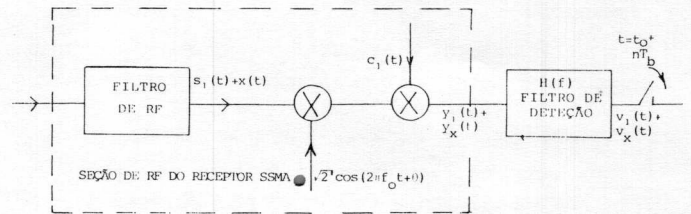


Figura 2 - Receptor para o sinal SSMA.

$$y_1(t) = \sqrt{P} d_1(t) c_1^2(t) \quad (6)$$

onde as componentes em torno de  $2f_0$  foram desprezadas, já que serão rejeitadas pelo filtro passa-faixa de detecção.

O sinal  $c_1(t)$  se escreve, a partir de (1), como

$$c_1^2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_c^2(t-nT_c) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{k=-\infty \\ (k \neq n)}}^{\infty} a_n a_k g_c(t-nT_c) g_c(t-kT_c) \quad (7)$$

A segunda parcela à direita da igualdade corresponde ao chamado ruído intrínseco. Observe-se que esse ruído só é diferente de zero quando  $g_c(t)$  não se anula fora de um intervalo de duração  $T_c$ . Além disso, se  $\{a_n\}$  é uma seqüência pseudo-aleatória bem escolhida, o ruído intrínseco, quando existe, ocupa uma largura de faixa comparável a  $1/T_c$ . Em conseqüência, a parcela de sua potência contida na faixa do filtro de detecção é desprezível em presença da potência de ruído ou de outras interferências na saída do mesmo filtro [9]. Por esse motivo, o ruído intrínseco não será levado em consideração no que se segue.

Observe-se agora que a primeira parcela à direita da igualdade em (7) é uma função periódica de período  $T_c$ . Assim, como o filtro de detecção tem largura de faixa muito menor do que  $1/T_c$ , já que sua largura de faixa é da ordem de grandeza daquela correspondente a  $d_1(t)$ , tem-se que somente a componente DC desta primeira parcela afeta a saída do filtro. Desse modo, levando em consideração, conclui-se que a parcela relevante do sinal, à entrada do filtro de detecção, se escreve

$$y_1(t) = \sqrt{P} d_1(t) \left[ \frac{1}{T_C} \int_{-\infty}^{\infty} g_C^2(t) dt \right] = \sqrt{P} d_1(t) \quad (8)$$

onde foi suposto que  $g_C(t)$  está normalizado de tal modo que

$$\frac{1}{T_C} \int_{-\infty}^{\infty} g_C^2(t) dt = 1 \quad (9)$$

Resulta assim de (8) que o sinal  $y_1(t)$  corresponde ao sinal desejado  $s_1(t)$  é idêntico àquele que seria obtido em um sistema BPSK convencional, após a demodulação coerente.

Considera-se agora a situação em que, em adição a  $s_1(t)$ , está presente à entrada do receptor um sinal qualquer, modelado como um processo estocástico passa-faixa estacionário em sentido amplo. Supõe-se que esse sinal é independente de  $s_1(t)$  e de todos os parâmetros do receptor e representa-se por  $x(t)$  a saída do filtro de RF a ele correspondente. Escrevendo

$$x(t) = \text{Re} \left[ \tilde{x}(t) e^{j2\pi f_o t} \right] \quad (10)$$

resulta que a componente na saída do filtro de detecção devida a  $x(t)$ , aqui representada por  $v_x(t)$ , tem variância

$$\sigma_{v_x}^2 = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 [S_{c_1} * S_{\tilde{x}}](f) df \quad (11)$$

onde  $S_{c_1}(f)$  e  $S_{\tilde{x}}(f)$  são as densidades espectrais de potência de  $c_1(t)$  e da envoltória complexa  $\tilde{x}(t)$  e \* de nota a operação de convolução.

Em particular, se  $x(t)$  é o sinal correspondente ao  $m$ -ésimo usuário do sistema SSMA, tem-se

$$\tilde{x}(t) = \tilde{s}_m(t) = \sqrt{2P} d_m(t) c_m(t) e^{j\theta_m} \quad (12)$$

de onde resulta

$$S_{\tilde{x}}(f) = 2P [S_{d_m} * S_{c_m}](f) \quad (13)$$

Supondo que os formatos de pulso associados a  $c_m(t)$  e  $d_m(t)$ ,  $m=2, \dots, M$ , são ainda  $g_C(t)$  e  $g_D(t)$  como em (1) e (3) tem-se

$$S_{c_m}(f) = S_{c_1}(f) = \frac{1}{T_C} |G_C(f)|^2 = S_C(f) \quad (14)$$

$$S_{d_m}(f) = S_{d_1}(f) = \frac{1}{T_b} |G_D(f)|^2 = S_D(f) \quad (15)$$

A expressão em (14) depende da suposição de que  $\{a_n\}$  é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, cada uma das quais assumindo os valores  $\pm 1$  com probabilidade  $1/2$ . A rigor,  $\{a_n\}$  é uma seqüência determinística e mesmo periódica, mas uma seqüência pseudo-aleatória bem escolhida tem em muitos aspectos as características da seqüência aleatória acima descrita, sendo usual para efeito de análise a suposição aqui introduzida. Do mesmo modo, (15) admite que  $\{d_m\}$  é uma seqüência de variáveis aleatórias

independentes e identicamente distribuídas, assumindo os valores  $+1$  e  $-1$  com igual probabilidade, que é a descrição usual da seqüência de dados.

Além disso, como  $S_D(f)$  é muito mais estreito do que  $S_C(f)$  resulta de (13) e (14) que uma boa aproximação é

$$S_{\tilde{x}}(f) = 2P S_C(f) = \frac{2P}{T_C} |G_C(f)|^2 \quad (16)$$

onde está sendo levado em consideração que

$$\frac{1}{T_b} \int_{-\infty}^{\infty} g_D^2(t) dt = 1 \quad (17)$$

o que significa que  $g_D(t)$  está normalizado de maneira análoga àquela expressa por (9). A partir de (8) e (3), conclui-se que a normalização expressa por (17) significa que a potência de sinal à entrada do filtro de detecção vale  $P$ . Também a partir de (4), (3) e (1) conclui-se que as normalizações em (9) e (17) indicam que o sinal de RF  $s_1(t)$  tem também potência  $P$ .

Assim, como os sinais correspondentes às interferências provocadas pelos outros  $(M-1)$  usuários do sistema são independentes, tem-se de (11) e (16) que a variância  $\sigma_I^2$  do sinal devido à interferência intrínseca ao sistema SSMA, na saída do filtro de detecção, se expressa por

$$\sigma_I^2 = (M-1) \frac{P}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 [S_C * S_C](f) df \quad (18)$$

com  $S_C(f)$  dado por (14). Também, como a largura de faixa associada a  $S_C$ , e portanto aquela associada a  $S_C * S_C$ , é muito maior do que a largura de faixa do filtro de detecção, é possível reescrever (18) como

$$\sigma_I^2 = (M-1) P [S_C * S_C](0) \cdot B_b = (M-1) P B_b \int_{-\infty}^{\infty} S_C^2(f) df \quad (19)$$

onde

$$B_b = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (20)$$

é a largura de faixa equivalente de ruído do filtro passa-baixa de detecção.

Se  $x(t)$  é ruído branco passa-faixa, de envoltória complexa  $\tilde{n}(t)$ , relativamente a  $f_o$ , e densidade espectral de potência bilateral de altura  $N_o/2$ , tem-se de modo análogo que a variância  $\sigma_n^2$  do ruído na saída do filtro de detecção se escreve

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{2} B_b [S_C * S_n](0) = B_b N_o \int_{-\infty}^{\infty} S_C(f) df = B_b N_o \quad (21)$$

Naturalmente, mesmo supondo que o ruído à entrada do receptor é branco, a densidade espectral de potência de  $\tilde{n}(t)$  só será plana se o filtro de RF na Fig. 2 tiver resposta de frequência também plana dentro de sua faixa de passagem. De qualquer modo, (21) é uma boa aproximação se  $\tilde{n}(t)$  tem densidade espectral de potência plana dentro da faixa ocupada por  $c_1(t)$ , o que está em consonância com a hipótese anteriormente feita de que o filtro de RF não distorce  $s_1(t)$ .

### 3. SSMA E FDMA EM PRESENÇA DE RUÍDO TÉRMICO APÓS TRANSMISSÃO EM CANAL NÃO-LINEAR

Considera-se agora uma comparação entre sistemas SSMA e FDMA, utilizando modulação BPSK, quando há transmissão através de um amplificador não-linear e a detecção se faz em presença de ruído aditivo Gaussiano branco. Não se considera a presença de qualquer interferência externa. O diagrama em blocos da Fig. 3 mostra esquematicamente a situação examinada.

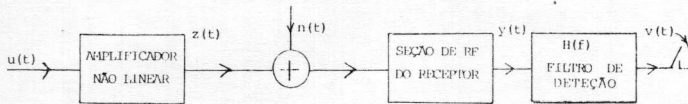


FIGURA 3 - Representação Esquemática da Situação Envolvendo Transmissão através de Canal Não-Linear.

#### - Sistema BPSK/SSMA

Para o sistema BPSK/SSMA, a seção de RF do receptor é aquela que aparece na Fig. 2 e a envoltória complexa  $\tilde{U}(t)$  do sinal  $u(t)$  se escreve

$$\tilde{U}(t) = \sqrt{2P^T} \sum_{m=1}^M d_m(t) c_m(t) e^{j\theta_m} = \sqrt{P_{se}} \sum_{m=1}^M \tilde{u}_m(t) = \sqrt{P_{se}} \sum_{m=1}^M A_m(t) e^{j\theta_m} \quad (22)$$

onde naturalmente

$$A_m(t) = \frac{\sqrt{2P^T} d_m(t) c_m(t)}{\sqrt{P_{se}}} \quad (23)$$

com  $P_{se}$  representando a potência de saturação na entrada do amplificador não-linear.

Representando as respostas de amplitude e fase do amplificador não-linear na forma descrita em [10], resulta que a envoltória complexa da parcela de  $z(t)$  correspondente ao sinal desejado pode ser aproximada por

$$\tilde{Z}_1(t) = \sqrt{P_{SS}} M_1(t) \frac{\tilde{u}_1(t)}{A} = \sqrt{P_{SS}} \sum_{s=1}^L b_s J_1(\alpha s A) \cdot \prod_{m=2}^M J_0(\alpha s |A_m(t)|) \cdot \frac{\tilde{u}_1(t)}{A} \quad (24)$$

onde  $\alpha$  é real e os  $b_s, s=1, \dots, L$ , são complexos, obtidos pela expansão da resposta da não-linearidade em uma série de funções de Bessel de primeira espécie e primeira ordem, e  $L$  é o número de termos dessa expansão [10]. A quantidade  $A$  que aparece em (24) é definida por

$$A = \frac{\sqrt{2P^T}}{\sqrt{P_{se}}} \{E[d_m^2(t) c_m^2(t)]\}^{1/2} = \sqrt{\frac{2P^T}{P_{se}}} \quad (25)$$

e é portanto o valor rms das amplitudes  $A_m(t), m=1, \dots, M$ , enquanto  $P_{SS}$  denota a potência de saturação na saída do amplificador não-linear. Assinale-se finalmente que (24) inclui a aproximação

$$J_1(\alpha s |A_1(t)|) \approx J_1(\alpha s A) \cdot \frac{|A_1(t)|}{A} \quad (26)$$

que foi proposta e teve sua validade verificada em [11].

A quantidade  $M_1(t)$ , cuja expressão resulta imediatamente de (24), pode ainda ser aproximada por [11]

$$M_1(t) = \frac{\alpha A}{2} \prod_{s=1}^L b_s s e^{-\frac{\alpha^2 s^2 b}{2}} \quad (27)$$

onde foram utilizadas as aproximações

$$J_1(x) \approx \frac{x}{2} \quad (28)$$

$$J_0(x) \approx e^{-x^2/4} \quad (29)$$

e

$$\sum_{m=2}^M A_m^2(t) \approx E \left[ \sum_{m=2}^M A_m^2(t) \right] = (M-1)A^2 \approx MA^2 = 2b \quad (30)$$

sendo  $b$  o "backoff" de entrada. As aproximações em (26), (28), (29) e (30) são válidas sempre que o "backoff" de cada portadora for muito menor do que 1.

De (24) e (27) conclui-se então que a potência do sinal desejado na saída da não-linearidade se escreve

$$P_1 = \frac{1}{2} E \left[ |\tilde{z}_1(t)|^2 \right] = \frac{1}{2} \frac{b}{M} \cdot \frac{\alpha^2}{2} \left| \sum_{s=1}^L b_s s e^{-\frac{\alpha^2 s^2 b}{2}} \right|^2 \cdot P_{SS} \quad (31)$$

A densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal desejado na saída do amplificador não-linear se escreve então

$$S_{\tilde{z}_1}(f) = 2 P_1 \tilde{S}_{\tilde{u}_1}(f) \quad (32)$$

onde  $\tilde{S}_{\tilde{u}_1}(f)$  é a densidade espectral de potência de  $\tilde{u}_1(t)$ , normalizada para potência unitária.

São agora considerados os produtos de intermodulação à saída do amplificador não-linear. Representando por  $\tilde{z}_{ijk}(t)$  a envoltória complexa do produto de intermodulação do tipo  $a+b-c$  formado pelas portadoras de ordem  $i, j, k$ , respectivamente,  $i, j, k=1, \dots, M, i \neq j \neq k$ , tem-se [11]

$$\tilde{z}_{ijk}(t) = \sqrt{P_{SS}} M_{ijk}(t) \frac{\tilde{u}_i(t)}{A} \frac{\tilde{u}_j(t)}{A} \frac{\tilde{u}_k(t)}{A} \quad (33)$$

onde

$$M_{ijk}(t) = \sum_{s=1}^L b_s [J_1(\alpha s A)]^3 \prod_{m=1}^M J_0(\alpha s |A_m(t)|) \quad (m \neq i, j, k) \quad (34)$$

e com a aproximação dada por (26) já introduzida. Finalmente, utilizando as aproximações em (28) e (29) e ainda para

$$\sum_{m=1}^M A_m^2(t) \approx E \left[ \sum_{m=1}^M A_m^2(t) \right] = (M-3)A^2 \approx MA^2 = 2b \quad (35)$$

tem-se

$$M_{ijk}(t) = \frac{\alpha^3 A^3}{8} \prod_{s=1}^L b_s s^3 e^{-\frac{\alpha^2 s^2 b}{2}} \quad (36)$$

Como todos estes produtos de intermodulação têm a mesma frequência central  $f_0$ , a mesma potência

$$P_I = \frac{1}{2} E \left[ |\tilde{z}_{ijk}(t)|^2 \right] = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b}{M}\right)^3 \cdot \frac{\alpha^6}{8} \left| \sum_{s=1}^L b_s s^3 e^{-\alpha^2 s^2 b/2} \right|^2 \cdot P_{SS} \quad (37)$$

e a mesma densidade espectral de potência, resulta que a densidade espectral de potência da envoltória complexa  $\tilde{z}_{IM}(t)$  da soma de todos os produtos de intermodulação aqui considerados se escreve

$$S_{Z_{IM}}(f) = 2 b^3 P_3(b) P_{SS} \left[ \bar{S}_{\bar{u}_i} * \bar{S}_{\bar{u}_j} * \bar{S}_{\bar{u}_k} \right] (f) \quad (38)$$

onde, levando em consideração (37) e observando que o número total de produtos do tipo (a+b-c) se escreve

$$3 \binom{M}{3} = \frac{M(M-1)(M-2)}{2} \approx \frac{M^3}{2}, \quad (39)$$

tem-se que

$$P_3(b) = \frac{\alpha^6}{32} \cdot \left| \sum_{s=1}^L b_s s^3 e^{-\alpha^2 s^2 b/2} \right|^2 \quad (40)$$

Observa-se ainda que ao se escrever (38) foram desprezados os produtos de 3ª ordem do tipo (2a-b), bem como produtos de intermodulação de ordem superior à terceira. Esta aproximação é usual quando  $M \gg 1$ . Além disso, foi também levado em consideração que dois quaisquer produtos de intermodulação são processos ortogonais.

A partir de (11) e (38), conclui-se que a variância do termo devido à intermodulação na saída do filtro de detecção se escreve

$$\sigma_{IM}^2 = \frac{1}{2} b^3 P_3(b) P_{SS} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 [S_C * S_C * S_C * S_C](f) df \quad (41)$$

onde, como em (16), está sendo levado em consideração que em virtude de  $S_d(f)$  ser muito mais estreito do que  $S_C(f)$  tem-se

$$\bar{S}_{\bar{u}_i}(f) = \frac{1}{T_C} |G_C(f)|^2 = S_C(f) \quad (42)$$

Também em (41), os produtos de intermodulação estão sendo considerados independentes da portadora desejada, o que naturalmente não é verdade para aqueles produtos dos quais esta portadora participa. Como para  $M \gg 1$ , o número de produtos dependentes é muito menor que o número total de produtos, a aproximação contida em (41) pode ser então adotada.

Pelo mesmo tipo de argumentação que conduziu a (19), é possível reescrever

$$\sigma_{IM}^2 = b^3 P_3(b) \beta_4 T_C P_{SS} B_b \quad (43)$$

onde  $B_b$  está definido em (20) e

$$\beta_4 = \frac{1}{T_C} [S_C * S_C * S_C * S_C](0) = \frac{1}{T_C} \int_{-\infty}^{\infty} [S_C * S_C]^2(f) \cdot df \quad (44)$$

A variância  $\sigma_I^2$  da parcela associada à interferência intrínseca ao sistema SSMA, na saída do filtro de detecção, pode ser obtida a partir de (19) e (31), resultando

$$\sigma_I^2 = b P_1(b) \beta_2 T_C P_{SS} B_b \quad (45)$$

onde

$$P_1(b) = \frac{\alpha^2}{4} \left| \sum_{s=1}^L b_s s e^{-\alpha^2 s^2 b/2} \right|^2 \quad (46)$$

e

$$\beta_2 = \frac{1}{T_C} [S_C * S_C](0) = \frac{1}{T_C} \int_{-\infty}^{\infty} S_C^2(f) df \quad (47)$$

Finalmente, a variância  $\sigma_n^2$  da parcela devida ao ruído térmico na saída do filtro de detecção é dada por (21).

Assim, com uma argumentação do mesmo tipo que aque

la apresentada em [8], conclui-se de (43), (45) e (21) que os efeitos da intermodulação e da interferência intrínseca podem ser considerados substituindo  $N_O$  (densidade espectral de potência unilateral de ruído térmico) pela quantidade

$$N_{OT} = N_O + b^3 P_3(b) \beta_4 T_C P_{SS} + b P_1(b) \beta_2 T_C P_{SS} \quad (48)$$

A razão entre a energia  $E_B$  por bit de informação e a densidade espectral de potência unilateral de ruído equivalente  $N_{OT}$  se escreve então

$$\frac{E_B}{N_{OT}} = \frac{P_1 T_B}{N_O + b^3 P_3(b) \beta_4 T_C P_{SS} + b P_1(b) \beta_2 T_C P_{SS}} \quad (49)$$

com  $P_1$  dado por (31) e  $T_B$  representando o intervalo de tempo associado ao bit de informação. Tem-se que

$$T_B = \frac{T_b}{r} \quad (50)$$

onde  $T_b$  é o período do sinal de dados, definido anteriormente, e  $r$  é a taxa do código utilizado.

Define-se então uma eficiência de utilização de faixa,  $\eta$ , como a razão entre a taxa de transmissão de bits de informação e a largura de faixa utilizada, ou seja,

$$\eta = \frac{M R_B}{B_C} \quad (51)$$

onde  $R_B$  é a taxa de transmissão de bits de informação para cada sinal SSMA e  $B_C$  é a largura de faixa ocupada pelo sinal SSMA. Escrevendo

$$B_C = k \frac{1}{T_C} \quad (52)$$

tem-se a partir de (49), (51), (31) e (46) que

$$\eta = \frac{b \cdot P_1(b)}{\frac{E_B}{N_{OT}} \left[ \frac{1}{(C/N)_{SAT}} + b^3 P_3(b) \beta_4 k + b P_1(b) \beta_2 k \right]} \quad (53)$$

onde

$$\left( \frac{C}{N} \right)_{SAT} = \frac{P_{SS}}{N_O B_C} \quad (54)$$

é a razão portadora-ruído térmico no enlace quando uma única portadora é transmitida através do amplificador não-linear e este está operando na saturação. Na definição da razão  $(C/N)_{SAT}$  podem ser incluídas contribuições do ruído térmico nos lances de subida e descida, não sendo considerado o efeito da passagem do ruído térmico através do amplificador não-linear.

#### - Sistema BPSK/FDMA

Para o sistema BPSK/FDMA, a seção de RF do receptor se simplifica relativamente àquela que aparece na Fig. 2, podendo ser esquematizada conforme mostrado na Fig. 4.

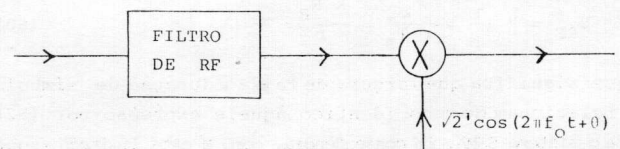


Figura 4 - Seção de RF do Receptor para o Sistema BPSK/FDMA.

Os resultados obtidos relativamente ao efeito da seção de RF do sistema SSMA são aqui aplicáveis se o sinal de código  $c(t)$  for feito igual a 1. Resulta então de (21) que a variância do ruído na saída do filtro passa-baixa de detecção é ainda  $B_b N_o$ . Por outro lado, a variância da parcela correspondente ao efeito da intermodulação se escreve a partir de (11)

$$\sigma_{IM}^2 = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 S_{z_{IM}}(f) df \quad (55)$$

onde  $z_{IM}(t)$  é a envoltória complexa da soma de todos os produtos de intermodulação que afetam a portadora desejada. Supondo que esta portadora está centrada em  $f_o$  e representando por  $S_{z_{IM}}^O(f)$  a densidade espectral de potência da envoltória complexa da soma de todos os produtos de intermodulação centrados em  $f_o$ , tem-se

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 S_{z_{IM}}(f) df \approx \int_{-\infty}^{\infty} S_{z_{IM}}^O(f) df \quad (56)$$

A aproximação expressa por (56) é em geral boa porque a parcela de potência de cada produto que cai fora da faixa do filtro de detecção é compensada pela parcela de potência correspondente a um produto centrado em  $f_o + \Delta f$  e que cai dentro da faixa desse filtro. A quantidade  $\Delta f$  é a separação entre as frequências centrais de portadoras contíguas. Tem-se então de (37) e (40) que

$$\sigma_{IM}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} M^2 P_I = \frac{3}{8M} b^3 p_3(b) \cdot P_{SS} \quad (57)$$

onde foi levado em consideração que, de acordo com os resultados em [12], o número de produtos de intermodulação do tipo (a+b-c) que caem na portadora central de um conjunto de M portadoras contíguas pode ser aproximado por  $3M^2/8$ , quando  $M \gg 1$ . Observa-se ainda que esta portadora central é a mais afetada pela intermodulação.

Desse modo, o efeito da intermodulação pode ser levado em conta substituindo  $N_o$  por

$$N_{OT} = N_o + \frac{3}{8M} b^3 p_3(b) \frac{P_{SS}}{B_s} \quad (58)$$

e portanto

$$\frac{E_B}{N_{OT}} = \frac{P_1 T_B}{N_o + \frac{3}{8M} b^3 p_3(b) \frac{P_{SS}}{B_s}} \quad (59)$$

Admite-se que a faixa disponível é ainda  $B_c$  e que a alocação das M portadoras BPSK resulta sempre em um bloco de portadoras contíguas, mesmo quando a faixa não está inteiramente ocupada. Assim, a eficiência de utilização da faixa é ainda dada por (51). Por outro lado, supõe-se que a faixa de RF ocupada por uma portadora BPSK é dada por

$$B_{RF} = k \frac{1}{T_b} = \frac{k}{r} \frac{R_B}{T_B} = \frac{k R_B}{r} \quad (60)$$

o que significa que largura de faixa e duração de símbolo se relacionam de modo idêntico àquele expresso por (52) para o sistema SSMA. Em consequência, como M está limitado superiormente por  $B_c/B_{RF}$ , resulta de (51) e (60) que

$$\eta \leq \frac{r}{k} \quad (61)$$

Por outro lado, a partir de (59), (51), (31) e (46) obtém-se

$$\eta = \left(\frac{C}{N}\right)_{SAT} \left[ \frac{b p_1(b)}{E_B/N_{OT}} - \frac{3}{8} b^3 p_3(b) k_1 \right] \quad (62)$$

que, de acordo com (61), é válida para  $\eta \leq r/k$ . Observa-se finalmente que em (62)  $(C/N)_{SAT}$  é dado ainda por (54) e

$$k_1 = B_b \cdot T_b \quad (63)$$

é o produto BT do filtro passa-baixa de detecção.

#### 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

Considera-se aqui uma comparação entre os sistemas BPSK/SSMA e BPSK/FDMA, no que se refere à eficiência de utilização espectral  $\eta$ . Admite-se que o pulso transmitido no sistema FDMA e o pulso associado ao "chip" no sistema SSMA têm ambos o mesmo formato, que é aquele correspondente ao pulso de Nyquist ("rolloff" zero). Resulta então de (52) e (60) que o valor de  $k$  em (53) e (63), respectivamente, deve ser tomado igual a 1. Por outro lado, se o filtro de detecção está casado ao formato de pulso à sua entrada, tem-se para o sistema FDMA que  $k_1$  em (63), e portanto em (62), vale 1/2. Além disso, para um pulso de Nyquist que satisfaz (9) tem-se

$$g_c(t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \quad (64)$$

onde  $\text{Sa}(x) = \text{sen } x/x$ . Resulta de (64) que

$$G_c(f) = T_c \text{ret}_{1/T_c}(f) \quad (65)$$

onde  $\text{ret}_{1/T_c}(f) = 1$  para  $|f| \leq 1/2T_c$  e zero em caso contrário. Levando em conta (65), é possível então concluir de (14), (47) e (44) que  $\beta_2 = 1$  e  $\beta_4 = 2/3$ . As quantidades  $p_1(b)$  e  $p_3(b)$  que aparecem em (53) e (62) são calculadas a partir de (46) e (40), respectivamente, utilizando valores de  $b_s$  e  $\alpha$  correspondentes a uma expansão com 10 termos ( $L=10$ ) das características de amplitude e fase da TWT existente em um transponder do BRASILSAT.

Nas figuras 5 e 6 são apresentadas, para os sistemas SSMA e FDMA, curvas de eficiência  $\eta$  em função de  $(C/N)_{SAT}$  obtidas de (53), (61) e (62) para diversos valores de "backoff", que se expressa em dB como  $-10 \log b$ . As curvas mostradas na Fig. 5 correspondem à situação em que não há codificação ( $r=1$ ) e para sua obtenção foi fixado um valor para  $E_B/N_{OT}$  que, quando expresso em dB, é igual a 9,6, que corresponde a uma probabilidade de erro de  $10^{-5}$ . Por outro lado, as curvas que aparecem na Fig. 6 correspondem à utilização de um código de taxa 1/2 ( $r=1/2$ ) e a um valor de  $E_B/N_{OT}$ , quando expresso em dB, de 4,5. Esse valor é o requerido para uma probabilidade de erro de  $10^{-5}$  quando se utiliza um código convolucional e decodificação de Viterbi [8]. Também nas figuras 5 e 6 são apresentadas curvas correspondentes à transmissão em um canal linear com uma razão portadora-ruído igual à quantidade  $(C/N)_{SAT}$  definida em conexão com o canal não-linear, ou seja, admite-se im

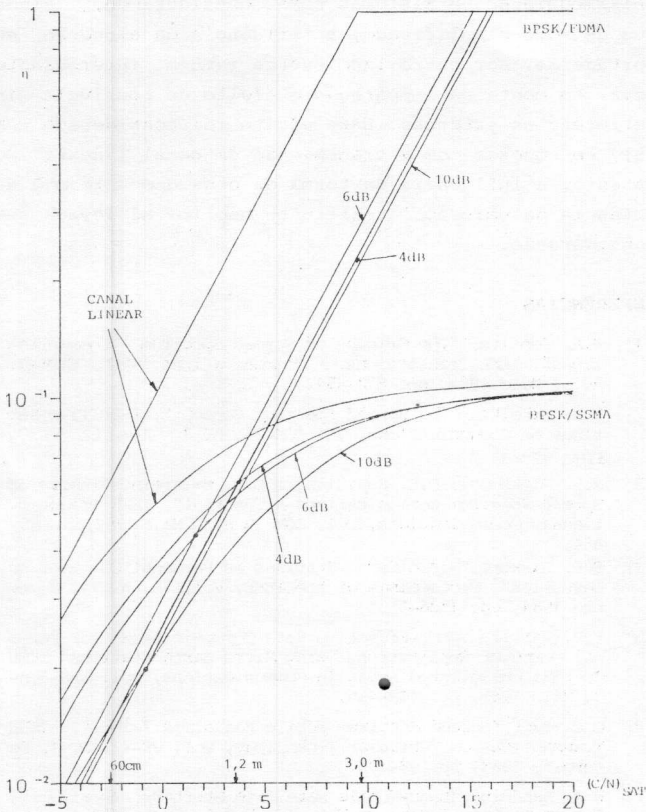


FIGURA 5 - Eficiência Espectral Versus  $(C/N)_{SAT}$  para Probabilidade de Erro de  $10^{-5}$ , com o "Backoff" de Entrada como Parâmetro (Pulso de Nyquist;  $r = 1$ ).

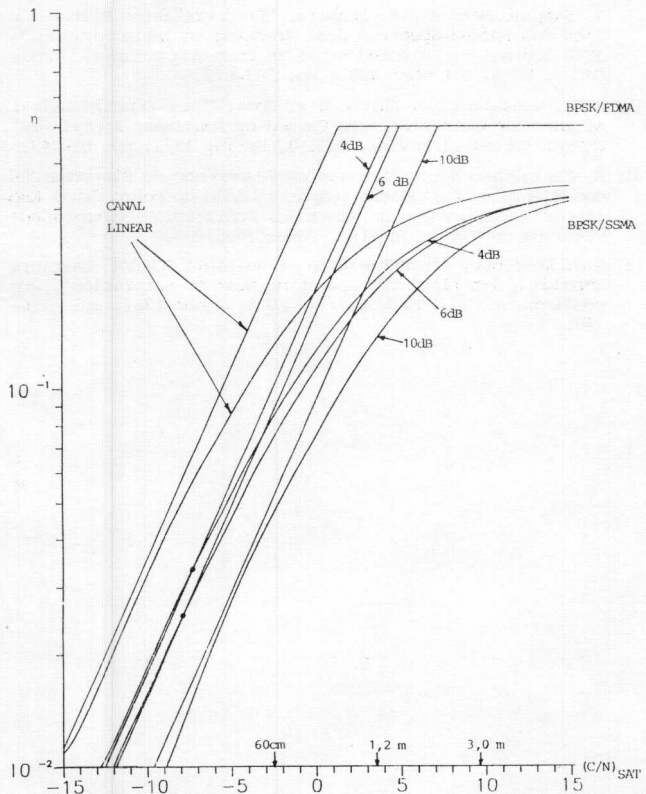


FIGURA 6 - Eficiência Espectral Versus  $(C/N)_{SAT}$  para Probabilidade de Erro de  $10^{-5}$ , com o "Backoff" de Entrada como Parâmetro (Pulso de Nyquist;  $r = 1/2$ ).

plicitamente que o amplificador não-linear está sendo substituído por um amplificador linear cuja potência de saída é igual a  $P_{SS}$ . As curvas associadas ao canal linear coincidem com aquelas apresentadas em [8] para  $r = 1$  e  $r = 1/2$ .

No que se refere à variação da eficiência como "back off", foi observado que, na ausência de codificação ( $r=1$ ),  $\eta$  tem um máximo para um valor de "backoff" em torno de 6dB em um sistema FDMA enquanto  $\eta$  cresce à medida que o ponto de operação se aproxima da saturação em um sistema SSMA. A rigor, não foi possível observar com precisão o comportamento de qualquer dos dois sistemas para valores pequenos de "backoff" (3dB ou menos) porque nessa região os coeficientes  $b_s$  utilizados não são mais confiáveis. No entanto, para valores de "backoff" até cerca de 3dB o comportamento acima descrito ocorreu, conforme pode ser também visto na Fig. 5. Quando se considera a utilização de um código de taxa 1/2 ( $r=1/2$ ), foi observado que, em ambos os sistemas,  $\eta$  cresce à medida que o ponto de operação se aproxima da saturação, conforme atesta a Fig. 6 e levadas em consideração as mesmas ressalvas para valores de "backoff" menores que 3dB.

É possível concluir também das figuras 5 e 6 que a utilização de codificação melhora sempre a eficiência de um sistema SSMA e também aquela de um sistema FDMA quando o mesmo opera limitado em potência.

Observe-se ainda que para sistemas em que o parâmetro  $(C/N)_{SAT}$  tem valores elevados (por exemplo, valores elevados da e.i.r.p. do satélite ou do G/T das estações terrenas receptoras), o sistema BPSK/SSMA é claramente superior ao sistema BPSK/FDMA. É aliás importante notar que o parâmetro  $(C/N)_{SAT}$  só depende do sistema e não do ponto de operação do amplificador não linear. Para se ter uma idéia do significado desse parâmetro, estão indicados nos eixos horizontais das figuras 5 e 6 os pontos correspondentes à utilização de antenas com diâmetro de 60cm, 1,2m e 3m, no Sistema Brasileiro de Telecomunicações por Satélite (e.i.r.p. do satélite de 35 dBW). Foi considerado que os valores de G/T correspondentes são, respectivamente, 5 dB ( $K^{-1}$ ), 11dB ( $K^{-1}$ ) e 17,2dB ( $K^{-1}$ ), que são valores típicos para esses tamanhos de antenas.

Ao contrário do que ocorre para a transmissão em canal linear, as curvas de eficiência em canal não-linear apresentadas nas figuras 5 e 6 podem cruzar-se. Isto indicaria que existe um valor de  $(C/N)_{SAT}$ , o que se reflete, por exemplo, em um determinado valor de diâmetro de antena, abaixo do qual o sistema SSMA se torna mais eficiente que o sistema FDMA. No entanto, esta conclusão deve ser vista com muita cautela. Observa-se primeiro que, na Fig. 5, esses pontos de cruzamento ocorrem para valores de  $\eta$  menores que 0,1, o que significa que a hipótese de portadoras BPSK/FDMA contíguas torna o cálculo de intermodulação aqui feito para esse sistema excessivamente pessimista. Com efeito, já que se estaria utilizando menos de 10% da faixa disponível, é certamente possível alocar as portadoras de modo a reduzir substancialmente a intermodulação. Portanto, não se pode afastar a hipótese de que, na verdade, a eficiência do sistema FDMA continue sempre superior àquela do sistema SSMA. Na Fig. 6, no entanto, os pontos

de cruzamento, embora ocorrendo para valores menores de  $(C/N)_{SAT}$ , correspondem a valores um pouco maiores de  $n$ . Além disso, como se está utilizando um código de taxa 1/2, a fração da faixa disponível que é ocupada pelas portadoras FDMA pode ser superior a 20%. Naturalmente, embora os cálculos de intermodulação para o sistema FDMA continuem pessimistas, eles são agora um pouco mais realistas do que aqueles que conduzem às curvas na Fig. 5. De todo modo, também para  $r=1/2$ , não pode ser descartada a priori a possibilidade de que o sistema BPSK/FDMA continue sendo sempre mais eficiente que o sistema BPSK/SSMA. Apesar dessas dificuldades, provocadas pela dependência dos cálculos de intermodulação no sistema BPSK/FDMA com a alocação de portadoras considerada, é possível concluir das figuras 5 e 6 que os efeitos de intermodulação afetam mais os sistemas FDMA do que os sistemas SSMA.

Outros fatos podem ainda ser observados a partir das figuras 5 e 6. Assim, uma redução no valor de  $(C/N)_{SAT}$ , provocada por exemplo por desvanecimento, irá certamente afetar mais intensamente a eficiência do sistema BPSK/FDMA do que aquela do sistema BPSK/SSMA. Esse efeito é menos pronunciado para  $r = 1/2$  (Fig. 6) mas bastante forte para  $r = 1$  (Fig. 5). Também, para um dado  $(C/N)_{SAT}$ , um aumento do número de usuários, acima do valor permissível para a probabilidade de erro especificada, provoca maior degradação de  $E_B/N_{OT}$  no sistema FDMA do que no sistema SSMA.

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados do presente trabalho mostram claramente que, mesmo em canal não-linear, a eficiência espectral dos sistemas BPSK/FDMA é em geral superior àqueles dos sistemas BPSK/SSMA, especialmente para valores elevados do parâmetro  $(C/N)_{SAT}$ , que é a razão portadora-ruído térmico no enlace quando uma única portadora é transmitida através do amplificador não-linear e o mesmo está operando na saturação. No entanto, ao contrário do que ocorre para transmissão em canal linear, valores pequenos de  $(C/N)_{SAT}$ , correspondentes, por exemplo, a antenas de diâmetro pequeno, podem conduzir a valores muito próximos de eficiência para os dois sistemas, ou mesmo a eficiências maiores para o sistema SSMA. Neste caso, outras características do sistema SSMA, tais como requisitos de coordenação mais flexíveis, poderiam tornar sua utilização mais atraente do que a de um sistema FDMA. A dificuldade em concluir de forma mais incisiva a esse respeito provém da dependência da intermodulação no sistema FDMA com a alocação de portadoras considerada. De qualquer modo, é possível concluir que os efeitos de intermodulação afetam mais os sistemas FDMA do que os sistemas SSMA. Portanto, a superioridade do sistema FDMA no que se refere à eficiência espectral, observada para o canal linear, embora se mantenha no canal não-linear aparece aí de forma menos marcante.

Duas sugestões podem ser ainda apresentadas para possível prosseguimento do presente trabalho. Em primeiro lugar, seria conveniente refinar o cálculo de

intermodulação em sistemas FDMA, considerando, ainda que de modo simplificado, a influência da alocação de portadoras. Por outro lado, seria também interessante levar em conta na comparação o efeito de possíveis interferências externas. Esse efeito foi considerado em [8], em conexão com a transmissão em canal linear. No entanto, a influência da forma da densidade espectral de potência da emissão interferente não foi aí levada em consideração.

## REFERÊNCIAS

- [1] R.A. Scholtz, "The Origins of Spread-Spectrum Communications", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-30, nº 5, Maio 1982, pp. 822-854.
- [2] R.A. Scholtz, "The Spread Spectrum Concept", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-25, nº 8, Agosto 1977, pp. 748-755.
- [3] R.L. Pickholtz, D.L. Schilling e L.B. Milstein, "Theory of Spread-Spectrum Communications-A Tutorial", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-30, nº 5, Maio 1982, pp. 855-884.
- [4] E.B. Parker, "Micro Earth Stations as Personal Computer Accessories", Proceedings of the IEEE, Vol. 72, nº 11, Novembro 1984, pp. 1526-1531.
- [5] E.B. Parker, "Cost-Effective Data Communications for Personal Computer Applications Using Micro Earth Stations", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. SAC-3, nº 3, Maio 1985, pp. 449-456.
- [6] O.C. Yee, "Spread Spectrum Mobile Radio, 1977-1982", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. VT-32, Nº 1, Fevereiro 1983, pp. 98-105.
- [7] W.A. Sandrin, "Land-Mobile Satellite Start-Up Systems", COMSAT Technical Review, Vol. 14, Nº 1, Spring 1984, pp. 137-164.
- [8] A.J. Viterbi, "When Not to Spread Spectrum-a Sequel", IEEE Communications Magazine, Vol. 23, Nº 4, April 1985, pp. 12-17.
- [9] R. Sampaio Neto e R.A. Scholtz, "Precorrelation Filter Design for Spread-Spectrum Code Tracking in Interference", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. SAC-3, Nº 5, Setembro 1985, pp. 662-675.
- [10] J.C. Fuenzalida, O. Shimbo e W. Cook, "Time-Domain Analysis of Intermodulation Effects Caused by Nonlinear Amplifiers", COMSAT Technical Review, Vol. 3, Spring 1973, pp. 89-143.
- [11] R. Cirigliano Neto, "Análise de Desempenho de Sistemas PSK com Múltiplas Portadoras Compartilhando um Mesmo Canal Não-Linear", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Fevereiro 1988.
- [12] R.J. Westcott, "Investigation of Multiple FDM/FM Carriers Through a Satellite TWT Operating Near to Saturation", Proceedings of the IEE, Vol. 114, nº 6, Junho 1967, pp. 726-740.