

ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE EMBALAGENS DE PAPELÃO ONDULADO A PARTIR DA ANÁLISE DE FLAMBAGEM DAS SUAS PLACAS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS¹

PAULO R. A. DE FIGUEIREDO², PAULO S. G. M.³, FRANCO G. D.⁴

¹ Parte da tese de doutorado desenvolvida na Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP com apoio do CNPQ.

² Eng^o Agríc. Pesquisador Doutor do Instituto Agrônomo do Paraná – Iapar paulofigueiredo@iapar.br.

³ Professor Doutor Titular da Faculdade de Engenharia Agrícola da UNICAMP.

⁴ Professor Doutor Livre Docente da Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP

Escrito para apresentação no

XXXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola

31 de julho a 04 de agosto de 2006 - João Pessoa – PB

RESUMO: As embalagens de papelão ondulado tem aumentado sua participação no mercado de embalagens, notadamente para acondicionar produtos hortícolas para exportação e também, mais recentemente, no mercado interno. A estimativa da resistência à compressão dessas embalagens foi realizada nos últimos anos com o emprego de equações semi-empíricas que apresentam limitações por que foram obtidas a partir da análise de quarenta embalagens de um único tipo de onda. Este trabalho utilizou o programa de elementos finitos Ansys para estimar a resistência à compressão de uma embalagem a partir da análise de flambagem de suas placas e comparou os resultados obtidos com valores experimentais e os obtidos por equações analíticas e semi-empíricas. Observou-se que a resistência à compressão de estruturas, como as embalagens de papelão ondulado, podem ser estimadas com bom grau de aproximação pelo método dos elementos finitos. Das formas de modelagem utilizadas neste trabalho a que se mostrou mais adequada e precisa foi a tipo sanduíche em comparação a outra denominada idealizada.

PALAVRAS-CHAVE: EMBALAGEM; PAPELÃO ONDULADO; ELEMENTOS FINITOS

ESTIMATE OF THE RESISTENSE TO THE COMPRESSION OF PACKAGES OF PAPERBOARD STARTING FROM THE ANALYSIS OF BUCKLING OF ITS PLATES BY THE FINITE ELEMENT METHODS

ABSTRACT: The packages of corrugated paperboard have been raising its participation in the packages' market, especially to pack the horticultural products for export and also, more recently, in the internal market. The estimate of the resistance to the compression of those packages was accomplished in the last years with the employment of semi-empiric equations which have limitations cause they were obtained starting from the analysis of forty packages of the same wave type. This study used a program of finite elements called Ansys to estimate the resistance to the compression of a packing starting from the analysis of buckling of its plates and compared the obtained results with experimental values and obtained by analytic and semi-empiric equations values. It was noticed that the resistance to the compression of structures, as the packages of corrugated paperboard, can be estimate with good approach degree with the method of the finite elements. In this work was used two ways of modeling. The one that was shown more appropriate is named sandwich and was compared with other denominated idealized.

KEYWORDS: PACKAGE; CORRUGATED PAPERBOARD; FINITE ELEMENTS

INTRODUÇÃO - Um importante desafio aos projetistas tem sido estimar a resistência de estruturas como as embalagens de papelão ondulado, as quais possuem características particulares em razão das não linearidades inerentes ao material base, o papel, e também pela configuração da sua estrutura

como placa devido ao corrugado do seu miolo, e por fim da caixa propriamente dita. A estimativa da resistência à compressão tem sido realizada nas últimas quatro décadas com o emprego da equação semi-empírica proposta por MCKEE et al. (1963). Esta fórmula, além de ter sua aplicação restrita às estruturas de onda C para qual foi desenvolvida, não permite estudos de estruturas com aberturas ou a análise de composições de estruturas com materiais diferentes. A resistência de uma embalagem de papelão ondulado pode ser estimada conhecendo-se a resistência à flambagem de suas placas (Pommier e Poustis, 1989). Com a evolução dos programas de elementos finitos somado ao conhecimento das propriedades mecânicas e dos vínculos existentes nas embalagens, modelar uma placa de papelão ondulado tornou-se uma tarefa simples e rápida em comparação à modelagem de uma embalagem inteira. A modelagem do papelão ondulado pode ser realizada de três maneiras de acordo com FIGUEIREDO (2004). A primeira, dita estrutural, procura reproduzir o seu corrugado com as mesmas características geométricas originais. A segunda, em forma de sanduíche, promove uma idealização do miolo ondulado e a terceira, denominada idealizada, onde toda a estrutura esta representada numa camada única. Este trabalho estudou a modelagem de placas de papelão ondulado pelo método dos elementos finitos onde foi utilizado o programa comercial Ansys na obtenção dos dados de resistência à compressão. Comparou os dados estimados de resistência à compressão pelo método dos elementos finitos obtidos para as formas de modelagem sanduíche e idealizada com os valores experimentais e os obtidos por equações analíticas e semi-empíricas.

MATERIAL E MÉTODOS A forma mais difundida para se obter a resistência à compressão das embalagens é pelo cálculo da carga crítica de flambagem. A carga crítica é função da rigidez transversal e da longitudinal, é dependente das condições de contorno da placa e é calculada como segue:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \sqrt{D_{11} D_{22}}}{B^2} K_f \quad (1)$$

Onde: N_{cr} = Carga crítica de flambagem por unidade de largura da placa; D_{11} = Rigidez à torção na direção de x (N.m); D_{22} = Rigidez à torção na direção de y (N.m); K_f = Coeficiente de flambagem; O coeficiente de flambagem por sua vez é dependente das propriedades mecânicas, da geometria seção da transversal e das condições de contorno. Para LEKHNITSKII (1968) o coeficiente de flambagem para uma placa simplesmente suportada é o que segue.

$$K_f = \sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \cdot \left(\frac{m}{C}\right)^2 + \frac{2 \cdot (D_{12} + 2 \cdot D_{66})}{\sqrt{D_{11} \cdot D_{22}}} + \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \cdot \left(\frac{\Psi}{m}\right)^2 \quad (2)$$

Onde: $\psi = H_p/L_p$; L_p = Largura da placa (m); H_p = Altura da placa (m); $m = 1,2,3...$ meias ondas na direção de x; P_{cr} = Carga crítica de flambagem da embalagem Ncr. Z (N); Z = Perímetro da embalagem (m). Pelo procedimento proposto por POMMIER e POUSTIS (1989) a partir da determinação das cargas críticas das Placas 1 e 2, determinadas pelas equações de LEKHNITSKII (1968), pode-se estimar a carga necessária para levar a colapso a embalagem. Após o cálculo de P_1 e P_2 , se P_1 for maior que P_2 , então a carga de compressão será $P = P_2 (2 L_1 + 2 L_2)$, onde L_1 e L_2 são as larguras das placas.

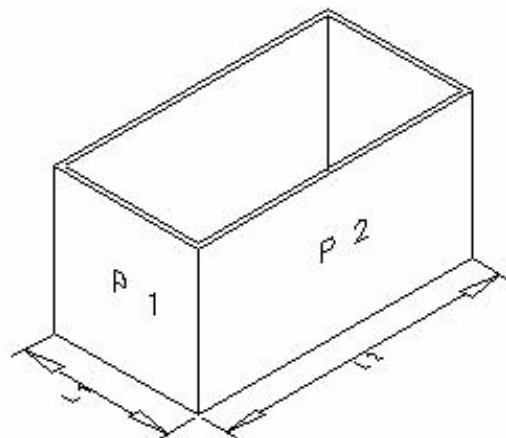


FIGURA 1. Embalagem composta das placas P1 e P2, testeira e lateral respectivamente.

Os valores das propriedades mecânicas utilizadas na modelagem da forma sanduíche estão mostrados na Tabela 1. Os valores de módulo de cisalhamento e torcionais foram determinados por meio das relações propostas por (NORDSTRAND et al.,1994).

TABELA 1. Valores das propriedades mecânicas para entrada no programa de elementos finitos para implementação do modelo de papelão ondulado na forma sanduíche (M_{ST}) das estruturas CK45 e CK58.

Propriedades	Estrutura de onda C (CK45)		Estrutura de onda C (CK58)	
	Capas	Miolo	Capas	Miolo
E _x (GPa)	2,1	0,001	2,1	0,001
E _y (GPa)	0,43	0,089	0,42	0,072
E _z (GPa)	0,43	0,089	0,42	0,072
G _{xy} (GPa)	0,37	0,57	0,36	0,41
G _{xz} (GPa)	0,003	0,0006	0,003	0,0005
G _{yz} (GPa)	0,003	0,022	0,003	0,019
v _{xy}	0,14	0,14	0,09	0,09
v _{xz} ⁽¹⁾	0,55	0,55	0,45	0,45
v _{yz} ⁽¹⁾	0,14	0,14	0,09	0,09

⁽¹⁾ Os valores pequenos para o coeficiente de Poisson foram assumidos segundo NORDSTRAND et al. (1994). Os valores desta tabela foram extraídos de FIGUEIREDO (2004).

Os valores das propriedades mecânicas utilizadas na modelagem da forma idealizada estão mostrados na Tabela2. Os valores de módulo de cisalhamento e torcionais foram determinados por meio das relações propostas por (NORDSTRAND et al.,1994). Para modelagem pelo método dos elementos finitos foi utilizado o programa comercial Ansys que possui uma biblioteca de elementos para modelagem de placas que permite a utilização tanto na forma idealizada, ou seja de única camada, como na forma de sanduíche. O elemento de placa selecionado foi um elemento quadrilateral de oito nós cuja denominação no programa é Shell 91.

RESULTADOS E DISCUSSÕES Os resultados da carga estimativa de compressão para a embalagem estudada estão mostrados na Tabela 4. A diferença verificada entre os valores de compressão obtidos experimentalmente e pelo método de elementos finitos placa modelo sanduíche foi muito pequena, e menor que 1 %. O valor obtido pela equação formulada por LEKHNITSKII (1968) e utilizada para estimar carga de compressão de uma embalagem por POMMIER e POUSTIS (1989), para placas ortotrópicas simplesmente suportadas foi superior ao valor experimental em 3,5 %. Os valores obtidos pela fórmula semi-empírica de MCKEE et al. (1963) foi superior em 7,5 % . O resultado mais afastado do dado experimental foi o do modelo de placa tipo idealizada com 15%. A proximidade do valor obtido pelo modelo de placa sanduíche em relação ao dado experimental mostra

ser esta forma de modelagem apropriada para representar o conjunto estrutural que forma o papelão ondulado.

TABELA 2. Valores das propriedades mecânicas para entrada no programa de elementos finitos para implementação do modelo de papelão ondulado na forma idealizada (MIT) das estruturas CK45 e CK58.

Propriedades	Estrutura de onda C (CK45)	Estrutura de onda C (CK58)
E_x (GPa)	1,285	1,444
E_y (GPa)	0,713	0,796
E_z (GPa)	0,713	0,796
G_{xy} (GPa)	1,34	2,05
G_{xz} (GPa)	1,62	1,69
G_{yz} (GPa)	1,62	1,69
ν_{xy}	0,13	0,13
$\nu_{xz}^{(1)}$	0,48	0,51
$\nu_{yz}^{(1)}$	0,13	0,13

⁽¹⁾ Os valores pequenos para o coeficiente de Poisson foram assumidos segundo NORDSTRAND et al. (1994). Os valores desta tabela foram extraídos de FIGUEIREDO (2004).

TABELA 4. Estimativa da resistência à compressão da embalagem de papelão ondulado modelo 201 a partir das estimativas de resistência das placas laterais N.

Método de obtenção da carga de Compressão	Carga de Compressão do modelo 201 (N)
Experimental*	1658
Numérico FEM Sanduíche (MS)	1657
Numérico FEM (MI)	1724
MCKEE et al. (1963)	1792
LEKHNITSKII (1968)	1719

*Extraídos de FIGUEIREDO (2004).

CONCLUSÕES Os resultados de modelagem pelo método dos elementos finitos mostram que a resistência à compressão de estruturas de papelão ondulado podem ser estimadas com grau de aproximação muito bom tanto pela forma de modelagem idealizada (MI) como na forma de sanduíche (MS). Pode-se verificar que a forma de modelagem tipo sanduíche apresentou um aproximação muito boa, com variação menor de um por cento da carga de resistência da embalagem modelo 201 obtida experimentalmente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS. *Users Manual, Swanson Analysis System Inc.*, Houston, PA, 1989.
- FIGUEIREDO, P. R. A. Modelagem de uma embalagem de papelão ondulado para produtos hortícolas. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2004, 160p. Tese (Doutorado).
- MAGALHÃES, P. S. G. e FIGUEIREDO, P. R. A. de Estudo da rigidez do papelão ondulado: Uma comparação entre os valores experimentais diretos e os valores obtidos por cálculos analíticos. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 33, 2004, São Pedro. Anais... São Pedro: Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 2004. 1 CD.
- LEKHNITSKII, S. G. *Anisotropic plates*. New York-London-Paris: Gordon and Breach Science Publishers, 1968. 534p.
- MCKEE, R. C., GANDER, J. W., WATCHUTA, J. R. *Compression strength formula for corrugated boxes*. Appleton: Institute of Paper Chemistry, (Project n. 1108-4, Report79). 1963. 12p.
- NORDSTRAND, T., CARLSSON, L. A., ALLEN, H. G. Transverse shear stiffness of structural core sandwich. *Composite Structures*, v.27, pp.317- 329, 1994.
- POMMIER, J. C., POUSTIS, J. New approach for predicting box stacking strength. *Revue A.T.I.P.*, Paris, v.43, n.5, p. 217-221, 1989.