

# DIFUSIVIDADE EFETIVA PELO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS EXPLÍCITO BIDIMENSIONAL

PARK, K. J.<sup>1</sup>, ARDITO, T. H.<sup>1</sup>, ITO, A. P.<sup>2</sup>, PARK, K. J. B.<sup>1</sup>, OLIVEIRA, R. A.<sup>1</sup>, CHIORATO, M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Faculdade de Engenharia Agrícola, UNICAMP, Campinas – SP, (19) 3788-1076 – email: kil@agr.unicamp.br

<sup>2</sup> Faculdade de Engenharia de Alimentos, UNICAMP, Campinas - SP

**Escrito para apresentação no  
XXXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola  
31 de julho a 04 de agosto de 2006 - João Pessoa – PB**

**RESUMO:** Dados de secagem de amostras de filé salgado de Cação (*Carcharhinus limbatus*), seco em um secador convectivo em três diferentes condições do ar e duas diferentes velocidades do ar, foram tratados pelo método de diferenças finitas explícito bidimensional para a segunda Lei de Fick para obter a difusividade efetiva. Estes resultados, sem considerar o encolhimento da amostra, foram comparados com as difusividades efetivas obtidas pela solução analítica unidirecional.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cação, método numérico, lei de Fick.

## **EFFECTIVE DIFFUSIVITY BY BIDIMENSIONAL EXPLICIT FINIT DIFFERENCE METHOD**

**ABSTRACT:** The drying data of the samples of salted pieces of shark muscle (*Carcharhinus limbatus*), for three different air conditions and two different air velocities were treated using the bidimensional explicit finite difference method for the Fick's second law to obtain effective diffusivity. The results, whitout shrinkage of sample, were compared with the effective diffusivities considering unidirectional analytical solution.

**KEYWORDS:** shark, numerical method, Fick's law.

**INTRODUÇÃO:** Existem vários processos que podem ser utilizados na conservação de produtos biológicos. Dentre estes, a secagem, que é o processo comercial mais utilizado para a preservação da qualidade desses produtos.

O emprego da secagem no processamento de alimentos tem se tornado um hábito comum pelas vantagens que essa tecnologia traz. A redução do teor de água aumenta o seu tempo de conservação, o que permite um armazenamento controlado, sendo possível gerenciar o escoamento da produção de acordo com as necessidades de mercado.

Dentre as contribuições que os avanços tecnológicos podem atender de imediato, a fim de auxiliar a compreensão dos processos de secagem, está a melhoria dos métodos computacionais para o tratamento dos dados experimentais. Para auxiliar os estudiosos da secagem, foi verificada a solução numérica da 2ª Lei de Fick. O método numérico de diferenças finitas explícito nas coordenadas cartesianas com a transferência de massa bidirecional foi utilizado para verificar a capacidade desse modelo de transferência de massa de predizer a difusividade mássica efetiva.

**MATERIAL E MÉTODOS:** Os dados experimentais de secagem de músculo de cação (*Carcharhinus limbatus*), foram levantados por PARK (1987) submetendo os files a secagem em um

secador convectivo com as temperaturas/umidade relativas de 20°C/40%, 30°C/30% e 40°C/45% e velocidades do ar de 0,5 e 3,0m/s. A 2ª lei de Fick para a coordenada cartesiana, bidirecional é dada por (Bird, Stewart and Lightfoot, 1960):;

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{ef} \frac{\partial X}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{ef} \frac{\partial X}{\partial y} \right) \quad 0 < x, y < L \quad (1)$$

As condições iniciais e de contornos são dadas por:

$$\text{-Conteúdo inicial de umidade uniforme: } X(x,0) = X_0; \quad x \in (0, L1) \quad (2)$$

$$\text{-Conteúdo inicial de umidade uniforme: } Y(y,0) = Y_0; \quad y \in (0, L2) \quad (3)$$

$$\text{- Condição de simetria em } x=y=0; \quad \left. \frac{\partial X}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial X}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (4)$$

$$\text{- Equilíbrio em } x = L1 \text{ e } y = L2; \quad X = X_{eq}; \quad (5)$$

onde:

Def - Difusividade efetiva, m<sup>2</sup>/s;

X - conteúdo de umidade em função do tempo e posição, kg<sub>H2O</sub> / kg<sub>MS</sub>;

Y- conteúdo de umidade em função do tempo e posição, kg<sub>H2O</sub> / kg<sub>MS</sub>;

$\bar{X}$  - conteúdo médio de umidade em função do tempo, kg<sub>H2O</sub> / kg<sub>MS</sub>;

t - tempo, s;

L - semi-espessura, m

O método numérico explícito para resolver a equação (1) é sujeito às condições expressas pelas equações (2), (3), (4) e (5). A convenção para a discretização é  $T_j^i = T(i\Delta t, j\Delta x)$ , onde o índice i está relacionado com o tempo e o índice j está relacionado com o espaço. As equações (1), (2), (3), (4) e (5) discretizadas utilizando o método explícito são (INCROPERA, 1990):

$$Y_j^i = Fo Y_{j-1}^{i-1} + (1 - 2Fo)Y_j^{i-1} + Fo Y_{j+1}^{i-1} + Fo Y_{j-1}^{i-1} + (1 - 2Fo)Y_j^{i-1} + Fo Y_{j+1}^{i-1} \quad (6)$$

$$1) \quad Y_j^1 = Y_0, \quad j = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$2.1) \quad Y_1^i = Y_2^i, \quad i = 1, \dots, p \quad (8)$$

$$2.2) \quad Y_m^i = Y_{eq}, \quad i = 1, \dots, p \quad (9)$$

Onde:

i = 1, ... p;

p = último ponto no tempo;

j = 1, ... m; j=1 ⇔ 0 e j=m ⇔ L;

m = último ponto no espaço;

$$Fo = \text{número de Fourier} = D_{ef} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right);$$

Para a equação (9), o critério de estabilidade pode ser expressa como:

$$2Fo \leq 1 \quad (10)$$

Para valores estabelecidos de Δx e Def, o critério de estabilidade foi usado para determinar o valor máximo permissível para Δt. Devido à influência da malha na determinação dos resultados, o valor de Δx foi investigado diminuindo-se o mesmo, a partir de um valor de referência, e até um outro a partir do qual a solução numérica não mostra variação (ITO, PARK e ARDITO, 2004).

O conteúdo de umidade utilizado no método numérico é o conteúdo em função da posição e do tempo. Por outro lado, o conteúdo de umidade experimental é um valor médio em função somente do tempo.

Portanto é necessária a integração dos valores numéricos, para se obter um valor de umidade média calculada para ser comparado com o valor obtido experimentalmente. Este procedimento foi realizado pelo software que realiza um ajuste dos dados simulados do conteúdo de umidade pela equação 11.

$$Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i \quad (11)$$

O software utilizado foi o Matlab. O melhor ajuste dos experimentais são determinado através do desvio relativo médio (P) para n experimentos com os valores experimentais ( $M_{pi}$ ) e calculados ( $M_i$ ):

$$P = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|(M_i - M_{p_i})|}{M_{p_i}} \quad (12)$$

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** Os valores da difusividade efetiva, calculada por método numérico, e os desvios relativos médios são apresentados na tabela 1.

*Tabela 1 – Valores comparativos de difusividade e desvio relativo médio do valor calculado.*

Files de Cação	Valores de Def ( $10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$ ) PARK (1998) unidimensional	Desvio Relativo Médio (%)	Valores de Def ( $10^{-10} \text{m}^2/\text{s}$ ) bidimensional	Desvio Relativo Médio (%)
File A	1,78	0,92	1.9	1.88
File B	1,50	0,74	1.6	1.33
File C	2,03	1,74	2.1	2.57
File D	2,52	2,61	2.4	3.54
File E	2,85	1,50	2.9	2.37
File F	2,65	1,29	2.7	2.70

Foi verificado que os valores experimentais apresentaram um bom ajuste em comparação com a modelagem do método de diferenças finitas explícito, apresentando um baixo desvio relativo médio, (menor que 5%). Os valores de difusividade efetiva calculados através do método de diferenças finitas variaram de  $1,08 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$  até  $3.5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ . Esses valores são muito próximos dos valores calculados por PARK (1987) considerando a transferência unidirecional com emprego da solução analítica.

**CONCLUSÃO:** Pelo baixo desvio relativo médio encontrado, utilizando-se o software desenvolvido, entre os valores simulados de conteúdo de umidade e os valores obtidos experimentais, o programa mostra-se um excelente ferramenta para o estudo da secagem.

**AGRADECIMENTOS:** Os autores agradecem a FAPESP, CNPq, CAPES e UNICAMP.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport Phenomena**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1960. 779p.

INCROPERA, F. P. (1990). **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. Rio de Janeiro: LTC. 455p.

ITO, A. P.; PARK, K. J.; ARDITO, T. H. Application of an explicit finite difference model to obtain thermal soybean diffusivity. In: International Drying Symposium, 13<sup>o</sup>, 2004, São Paulo. **Proceedings...**Campinas: UNICAMP, 2004. v.A. p. 613-620

PARK, K.J. **Estudo comparativo de coeficiente de difusão sem e com encolhimento durante a secagem**. 1987. 54p. Tese (Livre Docência - Área de Fenômenos de Transporte) - Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1987.

PARK, K.J., Diffusional model with and without shrinkage during salted fish muscle drying. **Drying Technology**, v.16(3-5), p.889-905, 1998.