SOLUÇÃO GENERALIZADA PARA TRÊS RESERVATÓRIOS DE COMPENSAÇÃO COM APLICAÇÃO NA IRRIGAÇÃO[1]

SEEMANAPALLI V.K. SARMA[2] E ALEX NEYVES M. ALVES[3]

RESUMO: O problema de três Reservatórios de Compensação foi resolvido usando a linguagem Turbo Pascal (TP) versão 6.0. Este problema, mais conhecido como "Problema de Bélanger", envolve a determinação de cota incógnita na junção dos três reservatórios, cujos níveis ou cotas são conhecidos. A generalização deste problema facilita a obtenção das cotas de qualquer um dos três reservatórios, R_1, R_2 e R_3 ou da junção R_J, dada a informação das três outras cotas, sendo os outros dados os diâmetros das tubulações, os fatores de atrito dos tubos e os comprimentos dos mesmos, ainda para conhecer a cota na junção dos reservatórios ou a cota do primeiro, segundo ou terceiro reservatório, o qual ainda deve ser projetado visando a aplicação D'Água para uso agrícola ou para abastecimento público. Um exemplo ilustrativo foi dado para demonstrar a eficácia do programa assim desenvolvido.

PALAVRAS-CHAVE: Reservatórios de Compensação, TP Versão 6.0, Cota na Junção

ABSTRACT: The 3-Reservoirs problem was solved using the Turbo Pascal language Version 6.0. This problem, better known as the "Bélanger's problem" involves the determination of the unknown pressure head at the junction of the three reservoirs, the levels of which are previously known. The generalization of this problem facilitates obtaining the heads of whatever be the three water supply reservoirs, R_1, R_2 and R_3 or that of the junction R_J, given information about the three other heads, the other data being the diameters of conduits, friction factors of tubes, and their respective lengths, which helps in knowing the head at the junction or that of the first, second or third reservoir, which is still to be designed, keeping in view the agricultural and domestic water supply needs. An illustrative example was given to demonstrate the eficacy of the program thus developed.

KEYWORDS: Water Supply Reservoirs, Turbo Pascal Version 6.0, Junction Head

INTRODUÇÃO: O problema de BÉLANGER ou três reservatórios consiste em determinar as condições do escoamento nos que os ligam, dados os três reservatórios com níveis de cotas conhecidas. Essas condições são dependentes da cota piezométrica do ponto de bifurcação dos condutos, conforme verifica-se pelos esquemas diferentes, como na Fig. 1:

a) se essa cota piezométrica for superior ao nível do reservatório R_2 (ou perda da carga no primeiro trecho inferior à diferença das cotas de R_1 e R_2),o R_1 alimenta os dois outros;

---

[1] Parte do trabalho da Iniciação Científica feita por segundo autor, Área de Eng. de Rec. Hídricos.

[2] Professor, Departamento de Engenharia Civil, Área de E.R.H. UFPB, Campina Grande, PB

[3] Aluno de Graduação da Iniciação Científica, Área de E.R.H., UFPB, Campina Grande, PB

b) se a cota piezométrica de R_j é menor que a do reservatório R_2 , o reservatório R_3 é alimentado pelos dois outros, e, finalmente,
c) se a cota piezométrica de C é igual à do nível de R_2 , este não recebe nem fornece água.
As condições do movimento dependem, como é evidente, além das cotas dos níveis dos reservatórios e do ponto de bifurcação, dos diâmetros e dos comprimentos das canalizações e, segundo os elementos conhecidos, o problema se apresenta sob dois aspecto: a) Problema direto: dadas as cotas dos níveis dos reservatórios e do ponto de bifurcação, os comprimentos e os diâmetros dos trechos, determinar as vazões dos condutos. b) Problema inverso: dadas as cotas dos níveis dos reservatórios e o ponto de bifurcação, os comprimentos e as vazões dos condutos, calcular os respectivos diâmetros. Para a solução desses problemas, dispõe-se das seguintes equações: A equação da perda de carga no trecho R_1 R_j

$$x = z_1 - \left(z + \frac{p}{\gamma}\right) = k \cdot \frac{Q_1^2}{D_1^5} \cdot l_1 \qquad (1)$$

e no trecho $R_J\,R_2$

$$h_2 - x = \left(z + \frac{p}{\gamma}\right) - z_2 = k \cdot \frac{Q_2^2}{D_2^5} \cdot l_2 \qquad (2)$$

e no trecho R_JR_3

$$h_3 - x = \left(z + \frac{p}{\gamma}\right) - z_3 = k \cdot \frac{Q_3^2}{D_3^5} \cdot l_3 \qquad (3)$$

e da relação das vazões

$$Q_1 = Q_2 + Q_3. \qquad (4)$$

No problema direto, as incógnitas são a perda de carga x e as vazões, e no problema inverso tem-se a determinar a perda x e os diâmetros D_1 , D_2 e D_3 ; no segundo caso, a equação das vazões é uma identidade, e deve-se procurar uma quarta equação para tornar o sistema determinado, o que se obtém recorrendo à condição do mínimo custo das canalizações. A forma mais simples de resolver o problema direto é proceder por tentativas, tirando os valores de Q_1 , Q_2 e Q_3 nas três primeiras equações, em função da perda x, e substituindo-se na equação das vazões:

$$Q_1 = k\sqrt{D_1^5 \cdot \frac{x}{l_1}} \; ; \qquad Q_2 = k\sqrt{D_2^5 \cdot \frac{h_2 - x}{l_2}} \; ; \qquad Q_3 = k\sqrt{D_3^5 \cdot \frac{h_3 - x}{l_3}}$$

$$k\sqrt{D_1^5 \cdot \frac{x}{l_1}} = k\sqrt{D_2^5 \cdot \frac{h_2 - x}{l_2}} + k\sqrt{D_3^5 \cdot \frac{h_3 - x}{l_3}} \qquad (5)$$

Na expressão 4, a única incógnita é a perda x , de modo que, arbitrando diversos valores para x, pode-se chegar aquele que satisfaz a igualdade; como os demais elementos são conhecidos, pode-se escrever

$$A\sqrt{x} = B\sqrt{h_2 - x} + C\sqrt{h_3 - x} \,, \qquad (6)$$

que, resolvida por tentativas, dá as próprias vazões procuradas. Para reconhecer se o problema cai no caso (a), (b) ou (c), basta fazer x = h_2 , quando não haveria escoamento no trecho CR_2 ; se, para essa hipótese, calculadas as vazões Q_1, e Q_3, obtém-se $Q_1 > Q_3$, o problema se enquadra no primeiro caso, isto é, o reservatório R_1 fornece água para R_2 e R_3 ; se $Q_3 > Q_1$, o problema se enquadra no segundo caso, isto é, R_3 é alimentado por R_1 e R_2 ;

se $Q_1 = Q_3$, não há vazão no trecho CR_2 . Realmente, se para $x = h_2$ se obtém $Q_3 > Q_1$, não é possível admitir-se o primeiro caso, porquanto sendo então $x < h_2$, o reservatório R_3 recebe água dos dois outros; ora, para $x < h_2$, Q_3 aumenta e Q_1 diminui em relação aos valores encontrados para $x = h_2$, e tornando-se ainda maior a diferença entre ambos, seria absurdo pretender-se chegar à relação $Q_1 = Q_2 + Q_3$. Fazendo, portanto, $h_J = h_2$, e determinado o sentido do escoamento nos trechos CR_2 e CR_3 : basta, conforme o caso, aumentar ou diminuir H_j, para, com algumas aproximações, encontrar a solução da Eq. 6. Para limitar ainda mais o campo das aproximações, pode-se observar o seguinte: se $H_J< H_2$, o seu valor deve estar compreendido entre H_1 e H_2*l1(l1+l2), podendo-se tomar, como 2° aproximação, a média desses valores; se $h_J> h_2$, o mesmo deve estar compreendido entre H_2 e H_3 $*l_1/(l_1+l_2)$, procedendo-se da mesma maneira. O problema foi resolvido graficamente: arbitram-se valores de H_J1 e H_J2 e constróem-se, as curvas de descarga para cada conduto; traçando a curva $Q_2 + Q_3$, com a devida atenção para o sentido do escoamento, pela interseção de Q_1 com Q_2+Q_3 obtém-se a vazão em(2). Para os valores deH_j1 e Hj2', as alternativas serão: Alternativa 1: H_j1 fica entre H_1 e H_2, H_3, então o erro na vazão, $\delta Q_1 = q_1\text{-}q_2\text{-}q_3$: Alternativa 2 : Hj2 fica entre H2 e H3; então o erro na vazão, $\delta Q_2 = q+q_2\text{-}q_3$). Usando a igualdade (Carga Hj1 - Carga Hj2) / (δQ_1 - δ Q_2) e (Carga Hj1 - Carga Hj) / (δQ1-δQ(0)), a incógnita $H_{j,}$ foi determinada. Enquanto o 1° resultado obtido poderá mostrar um erro na ordem de 6 a 10%, com iteração, o resultado sai com uma precisão maior. O programa dará as opções de (D) Verificar dados; (R) Verificar resultados; (M) Modificar dados'); (T) Interagir o valor final); (I) Reinicializar o programa); ou (F) Finalizar o programa) e então mostrar na tela ou imprimir o Resultado Final (R). Um exemplo de uso do programa será demonstrado aqui, com dados concretos dos reservatórios. Comprimentos das linhas: L_1 = 300m, L_2 = 400m e L_3 = 500m : Diâmetros das linhas : D_1 = 0.3m, D_2 = 0.4m e D_3 = 0.5m : Fator de Atrito das linhas: f_1= 0.01, f_2 = 0.02 e f_3 = 0.03 : Cota dos Reservatórios: H_1 = 100m, H_2= 80 e H_3 = 70m : As Cargas Tentativas na Junção: Hj_1 = 85m, Hj_2 = 75m. Resultado Computacional da Carga na Junção: Hj = 79.506m : Após Iteração: Hj real = 79.82m. Quaisquer que sejam as duas tentativas escolhidas como cargas de teste, sejam 99m e 71m ou 91m e 79m e assim por diante, este resultado final será sempre o mesmo, isto é, Hj na junção será na ordem de 79.82m.

CONCLUSÕES: O programa em TP-6.0 desenvolvido para o problema de três reservatórios de compensação servirá como uma ferramenta muito útil num projeto de cotas dos reservatórios ou de posicionamento da junção, qualquer que seja a incógnita, dadas as outras informações sobre os tamanhos dos condutos e os fatores de atrito dos mesmos.

AGRADECIMENTOS: Os autores agradecem a Coordenação da Área de Recursos Hídricos do Dept°. de Eng. Civil da Universidade Federal da Paraíba, Campus-II, Campina Grande, PB e o CNPQ pelo apoio financeiro que eles prestaram para esta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS:

NEVES, E.T. **Curso de Hidráulica,** Editora Globo, Porto Alegre, R.S., 1974, pp.1-577;

O'BRIEN, Stephen. T. Pascal 6, Makron Books, McGraw-Hill, New York, 1993, pp.1-716.

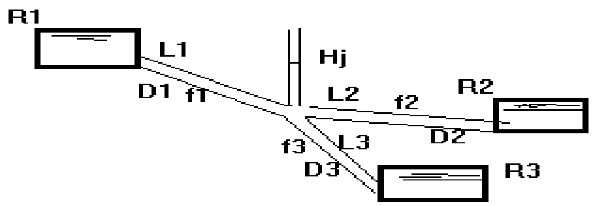

Fig. 1- Esquema de Três Reservatórios de Compensação
As cotas respectivas são H1,H2,H3 e Hj(na junção)