

YURE NEVES SAMPAIO

EQUIVALENTE DINAMICO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA EM  
ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE REGULADORES DE VELOCIDADE

Dissertação apresentada à Coordenação dos Cursos  
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal da Paraíba, em Cumprimento  
parcial às exigências para a obtenção do grau de  
Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR : WELLINGTON SANTOS MOTA

CAMPINA GRANDE

SETEMBRO DE 1989



S192e Sampaio, Yure Neves.  
Equivalente dinâmico de sistemas de potência em estudos de estabilidade de reguladores de velocidade / Yure Neves Sampaio. - Campina Grande, 1989.  
106 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1989.

"Orientação : Prof. Dr. Wellington Santos Mota".  
Referências.

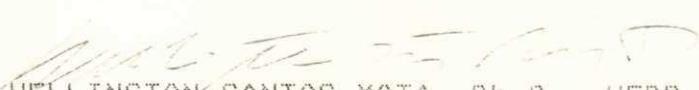
1. Sistemas Elétricos de Potência. 2. Reguladores de Velocidade e Turbina. 3. Estabilidade Dinâmica. 4. Dissertação - Engenharia Elétrica. I. Mota, Wellington Santos. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 621.311(043)

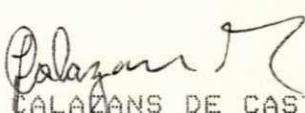
EQUIVALENTE DINÂMICO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA  
EM ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE REGULADORES DE VELOCIDADE

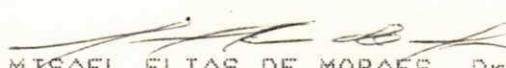
YURE NEVES SAMPAIO

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 13-09-89

  
WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFPB

Orientador

  
JOSÉ CALAZANS DE CASTRO, Dr., UFPB  
Componente da Banca

  
MISAELO ELIAS DE MORAES, Dr.Eng.  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
SETEMBRO - 1989

## RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo equivalente dinâmico de um sistema de potência, de ordem reduzida, baseado na teoria da identificação, o qual se aplica ao estudo da estabilidade dinâmica de turbinas e reguladores de velocidade. Uma aplicação da metodologia apresentada é feita a um sistema de potência real, composto de 25 hidrogeradores e 8 compensadores síncronos, cujos dados foram fornecidos pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF). A partir de um modelo linearizado do regulador de velocidade e turbina, conectado ao equivalente dinâmico, faz-se a ajustagem ótima dos parâmetros do regulador de velocidade de uma das máquinas do sistema. Para isto, aplica-se um método de posicionamento ótimo de autovalores, baseado na técnica de procura direta de Hooke & Jeeves. Simulações digitais do modelo equivalente e do sistema original comprovam a eficácia da metodologia proposta.

## ABSTRACT

This work presents a reduced order dynamic equivalent model of a power system based on identification theory, which may be applied to dynamic stability studies of turbine and governor systems. An application of the proposed method is performed for a real power system with 25 hydro generators and 8 synchronous condensers, whitch data were obtained from CHESF - Companhia Hidro Elétrica do São Francisco.

Starting from a linearized model of a governor/turbine of a selected machine connected to a dynamic equivalent model, an optimal adjusting of the regulator parameter is computed. For this purpose an optimal pole placement technique using direct search of Hooke & Jeeves has been applied. Digital simulations of the original system and the equivalent one has demonstrated the method efficacy.

## ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 2.1	Sistema Dinâmico Discreto Com Ruído	19
Figura 3.1	Diagrama Unifilar do Subsistema Oeste da CHESF	36
Figura 3.2	Diagramas de Blocos dos Modelos Usados Para Representar os Sistemas de Excitação e Reguladores de Tensão	41
Figura 3.3	Diagrama de Blocos do Modelo Utilizado Para Representar Reguladores de Velocidade de Turbinas Hidráulicas	43
Figura 3.4	Diagrama de Blocos do Regulador de Velocidade Eletro-Hidráulico de Paulo Afonso IV	43
Figura 3.5	Diagrama Unifilar do Sistema Exemplo Reduzido	45
Figura 3.6	Variação da Velocidade da Máquina 2 Para Um Degrau de 90 MW aplicado à	

Potência Mecânica (Com o Governador Inativo)	46	
<b>Figura 3.7</b>	<b>Diagrama Esquemático do Modelo Equivalente Dinâmico Desacoplado</b>	49
<b>Figura 3.8</b>	<b>Variação da Velocidade da Máquina 2 Para Um Degrau de 90 MW Aplicado à Potência Mecânica (Comparação Entre o Sistema Original e o Equivalente Dinâmico)</b>	51
<b>Figura 3.9</b>	<b>Diferença <math>w - w'</math> Para Um Degrau de 90 MW Aplicado à Potência Mecânica da Máquina 2</b>	52
<b>Figura 3.10</b>	<b>Modelo Linearizado do Regulador de Velocidade e Turbina de Paulo Afonso IV</b>	59
<b>Figura 3.11</b>	<b>Variação da Velocidade, Abertura do distribuidor e Potência Elétrica da Máquina 2 Para Um Degrau de 90 MW Aplicado à Potência Mecânica (Comparação Entre o Sistema Original e o Equivalente Dinâmico Com o Governador Atuante). Tempo: 60 segundos.</b>	63
<b>Figura 3.12</b>	<b>Variação da Velocidade, Abertura do distribuidor e Potência Elétrica da</b>	

Máquina 2 Para Um Degrau de 90 MW

Aplicado à Potência Mecânica (Comparação Entre o Sistema Original e o Equivalente Dinâmico Com o Governador Atuante). Tempo: 3 segundos.

64

Figura 4.1 Diagrama de Blocos do Algoritmo de Hooke & Jeeves

72

Figura 4.2 Variação da Velocidade e Abertura do Distribuidor da Máquina 2 Para Uma Rejeição de Carga de 419 MW na Barra 17 (Comparação Entre o Ajuste Inicial e o Ajuste Ótimo)

87

## INDICE DAS TABELAS

Tabela 4.1	Autovalores da matriz A para o ajuste inicial	81
Tabela 4.2	Faixa de variação dos parâmetros ajustáveis	83
Tabela 4.3	Valores dos parâmetros ajustáveis	84
Tabela 4.4	Autovalores da matriz A para o ajuste ótimo	86
Tabela A.1	Dados de barras	91
Tabela A.2	Dados de linhas	92
Tabela A.3	Dados de transformadores	93
Tabela A.4	Dados de máquinas	94
Tabela A.5	Dados de governadores e turbinas	95
Tabela A.6	Parâmetros do governador e turbina de Paulo Afonso IV	96

Tabela A.7	Dados de sistemas de excitação e reguladores de tensão (excitatrizes estáticas)	97
Tabela A.8	Dados de sistemas de excitação e reguladores de tensão (excitatrizes girantes)	98

## SUMÁRIO

1	Introdução	
1.1	Considerações Gerais	5
1.2	Revisão Bibliográfica	2
1.3	Contribuições da Pesquisa	4
1.4	Conteúdo dos Capítulos Subsequentes	5
2	A técnica de Construção de um Modelo Equivalente Dinâmico de um Sis- tema de Potência	6
2.1	Introdução	6
2.2	Simulação da Máquina Conectada ao Sis- tema de Potência	9
2.3	Identificação dos Parâmetros do Modelo Equivalente Dinâmico	10

2.3.1	Considerações Preliminares	10
2.3.2	Estimador Linear de Variância Mínima	12
2.3.3	Formulação Recursiva do Estimador Linear de Variância Mínima	14
2.3.4	Estimador Linear de Variância Mínima na Forma Recursiva Generalizada (Ou Método dos Mínimos Quadráticos Recursivo Generalizado)	18
2.4	Representação na Forma de Variáveis de Estado da Função de Transferência Identificada	21
2.5	Transformação das Equações de Estado de Tempo Discreto em Equações de Estado de Tempo Contínuo	23
2.6	Obtenção da Potência Elétrica	27
2.7	Comentários	29
3	Computação do Modelo Equivalente Dinâ- mico de Um Sistema de Potência	
3.1	Introdução	31
3.2	Modelagem do Sistema de Potência	32
	Lista de Símbolos	32

3.2.1	Máquinas Síncronas	36
3.2.2	Sistemas de Excitação e Reguladores de Tensão	39
3.2.3	Reguladores de Velocidade e Turbinas	39
3.2.4	Linhas de Transmissão e Cargas	40
3.2.5	Redução do Número de Geradores	40
3.3	Computação do Modelo Equivalente Dinâmico	44
3.3.1	Simulação Digital do Sistema de Potência	44
3.3.2	Identificação do Modelo Equivalente	47
3.3.2.1	Identificação do Subsistema 1	50
3.3.2.2	Identificação do Subsistema 2	52
3.3.2.3	Modelo Equivalente Dinâmico Completo	55
3.4	Interligação do Modelo do Regulador de Velocidade e Turbina ao Equivalente Dinâmico	58
4	Ajuste Ótimo dos Parâmetros de Um Regulador de Velocidade	
4.1	Introdução	65

4.2	O Método de Procura Direta de Hooke & Jeeves	66
4.3	Formulação do Problema	73
4.3.1	Considerações Preliminares	73
4.3.2	Formulação Matemática	74
4.3.3	Conversão das Restrições de Desempenho em Funções de Penalidade	76
4.4	Aplicação da Técnica de Otimização ao Ajuste Ótimo do Regulador de Velocidade de Paulo Afonso IV	79
5	Conclusão	88
Apêndice : Dados do Sistema de Potência e do Equivalente Dinâmico.		90
	Dados de Barras	91
	Dados de Linhas	92
	Dados de Transformadores	93
	Dados de Máquinas	94
	Dados de Governadores e Turbinas	95

Dados de Sistemas de Excitação e	
Reguladores de Tensão	97
Parâmetros do Equivalente Dinâmico	99

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

#### i.i. CONSIDERAÇÕES GERAIS.

O estudo do comportamento dinâmico de sistemas de geração e transmissão de energia elétrica requer a formulação de um elevado número de equações diferenciais e algébricas de natureza não linear. Para fins de projeto ou ajustagem de controladores e estabilizadores desses sistemas, torna-se imprescindível a utilização de modelos equivalentes de ordem reduzida, que representem as porções do sistema que não estão diretamente sob estudo, mas cuja influência deva ser considerada. A redução da ordem do sistema torna viável a aplicação de técnicas da teoria de controle moderno e otimização.

No caso específico de reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas, dispõe-se de um conjunto de parâmetros que devem ser ajustados de forma a proporcionar à máquina e ao sistema um desempenho adequado. O ajuste desses parâmetros tem sido feito, tradicionalmente, considerando-se a máquina alimentando uma carga local e isolada, o que não garante que os valores dos parâmetros assim obtidos conduzam a um desempenho ótimo da máquina quando operando em paralelo com o sistema, e interagindo com outras máquinas. A ajustagem dos parâmetros mediante a utilização de um modelo equivalente, que leve em consideração esta interação, conduz, certamente, a resultados mais realísticos.

## 1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

A estabilidade dinâmica de reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas tem sido objeto de estudo de vários autores. Hovey (1962) determinou analiticamente a região de operação estável de um hidrogerador alimentando uma carga puramente resistiva e isolada. Hovey negligenciou, em sua análise, a queda de velocidade em regime permanente, bem como o amortecimento e inércia devidos a cargas rotativas. Chaudry (1970) extendeu o trabalho de Hovey para incluir o efeito da regulação em regime permanente e o amortecimento devido à carga. Tanto Hovey quanto Chaudry aplicaram o critério de Routh-Hurwitz a uma equação de

terceira ordem na velocidade.

Thorne & Hill (1975) investigaram a estabilidade de um regulador de velocidade, para o caso de um gerador operando em paralelo com um sistema, utilizando para tal um modelo linearizado da máquina, acoplado a um modelo equivalente do sistema, o qual representava a influência da inércia do sistema, o efeito dos torques de sincronização e amortecimento, e a ação dos reguladores de velocidade. Mais precisamente, na abordagem de Thorne & Hill, o sistema é representado por uma máquina equivalente, cuja constante de inércia é a soma das constantes de inércia das máquinas individuais, convertidas a uma base comum, e a constante de amortecimento é calculada a partir da característica carga-frequência do sistema. A variação do torque mecânico é computada a partir de um regulador equivalente, possuindo uma regulação de velocidade  $R$  e uma constante de tempo  $T$ . Uma das limitações desse modelo consiste em sua ordem fixa e muito reduzida, o que compromete a representação de sistemas que possuem um número elevado de modos de oscilação observáveis em sua resposta.

Mota (1981) desenvolveu um modelo equivalente dinâmico de um sistema de potência, com base na teoria da identificação, cuja ordem pode ser ampliada ou reduzida, de acordo com as características do sistema e as necessidades do estudo. Este modelo foi originalmente utilizado por Mota no projeto de controladores ótimos de sistemas de potência,

cuja atuação se faz através dos sistemas de excitação e reguladores de tensão. Posteriormente, este modelo foi utilizado, com sucesso, no projeto de sinais estabilizadores para compensadores estáticos (Silveira, 1985; Fonseca Neto, 1986). A versatilidade do método permite a construção de modelos equivalentes para sistemas com grande número de máquinas, sem que isto dificulte sua aplicação. O que torna atraente o desenvolvimento de uma pesquisa no sentido de extendê-lo também ao estudo de reguladores de velocidade.

### 1.3. CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA.

A presente pesquisa tem como objetivo, extender a técnica de construção de modelo equivalente dinâmico desenvolvida por Mota (1981), de modo a incluir a ação dos reguladores de velocidade e turbinas existentes no sistema. Isto, por sua vez, permitirá a aplicação de técnicas da teoria de controle moderno e de otimização, ao projeto e/ou ajustagem ótima de componentes da malha de controle potência/frequência. Como aplicação, será mostrado como o método de procura direta de Hooke e Jeeves (Gottfried & Weisman, 1973) pode ser utilizado, em conjunto com a análise de autovalores, na ajustagem ótima de parâmetros de reguladores de velocidade, em que a interação com o restante do sistema é levada em consideração através do uso do equivalente dinâmico.

#### 1.4. CONTEÚDO DOS CAPÍTULOS SUBSEQUENTES.

A técnica de construção de equivalentes dinâmicos, baseada no método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado, é apresentada no Capítulo 2.

No Capítulo 3, a técnica é aplicada a um sistema elétrico real, onde cada etapa é apresentada detalhadamente, cobrindo desde a representação de cada elemento do sistema em um programa digital de estabilidade, até a obtenção do modelo completo, na forma de equações de estado, do regulador e turbina conectados ao equivalente.

Como aplicação do modelo equivalente dinâmico, apresenta-se, no Capítulo 4, um método eficiente de otimização de parâmetros de reguladores de velocidade, baseado na técnica de procura direta de Hooke & Jeeves e na análise de autovalores. Com fins ilustrativos, a otimização dos parâmetros ajustáveis dos reguladores de velocidade da usina de Paulo Afonso IV, da CHESF, é feita, ainda neste capítulo, usando-se a metodologia proposta.

A conclusão do trabalho é apresentada no Capítulo 5.

## CAPÍTULO 2

### A TÉCNICA DE CONSTRUÇÃO DE UM MODELO EQUIVALENTE DINÂMICO DE UM SISTEMA DE POTÊNCIA.

#### 2.1. INTRODUÇÃO.

Estudos que visam a otimizar o desempenho de um gerador, quando operando em paralelo com um sistema de potência, requerem que a interação existente entre a máquina e o sistema seja convenientemente levada em consideração. A disponibilidade de um modelo equivalente, de ordem reduzida, que permita representar com fidelidade esta interação, resguardando os modos de oscilação predominantes, é um requisito indispensável à aplicação de qualquer técnica de otimização.

Neste capítulo, o método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado (Mota, 1981) será utilizado, para derivar um modelo equivalente dinâmico de um gerador

conectado a um sistema de potência, o qual terá aplicação em estudos de estabilidade dinâmica de reguladores de velocidade e turbinas. Este modelo equivalente difere daquele proposto por Mota no que diz respeito à função de transferência identificada. Aqui será identificada uma função de transferência que relaciona a velocidade do gerador à potência mecânica que lhe é entregue pela turbina. As razões que conduziram a esta modificação em relação ao modelo original de Mota, que relaciona correntes a tensões, serão discutidas na seção 2.7.

Alguns tipos de reguladores de velocidade requerem, além da realimentação da velocidade, a realimentação da potência elétrica fornecida pela máquina. Será mostrado que uma vez construído um modelo relacionando a velocidade à potência mecânica, a potência elétrica poderá ser reconstituída por simples combinação linear das variáveis de estado deste modelo.

Em sua representação final, o equivalente dinâmico consistirá em um sistema contínuo linear, na forma de equações de estado dada a seguir:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{B} \Delta T \quad (2.1)$$

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x} + \underline{D} \Delta T \quad (2.2)$$

onde  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  é o vetor de estado, n-dimensional;

$\Delta T$  é a variação do torque mecânico, em p.u.;

m

$$Y = \begin{bmatrix} \Delta w \\ \Delta P \end{bmatrix}, \text{ com } \Delta w \text{ denotando a variação da}$$

velocidade, em p.u., e  $\Delta P$ , a variação da potência elétrica, também em p.u.

As etapas envolvidas na construção do equivalente dinâmico, a serem tratadas em detalhe nas seções subsequentes, são resumidas a seguir:

- Inicialmente, fazendo-se uso de um programa digital de estabilidade, simula-se o comportamento do sistema, para uma pequena variação no torque mecânico da máquina cujo governador quer-se ajustar. Obtem-se dessa simulação um conjunto de r pontos com os valores da velocidade da máquina para os instantes  $t = 0, \Delta T, 2\Delta T, \dots, (r-i)\Delta T$ , onde  $\Delta T$  é o intervalo de amostragem.

- Utilizando-se o método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado, identifica-se a função de transferência discreta

$$\frac{\Delta w(z)}{\Delta T(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{a_1 + a_2 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}$$

a partir dos valores de  $\Delta w(t)$  e  $\Delta T(t)$  obtidos na etapa anterior. Esta função de transferência é posta na forma de equações de estado discretas.

- O modelo discreto é transformado em seu equivalente contínuo, e a potência elétrica é obtida em função das variáveis de estado contínuas, resultando em um modelo final na forma das equações (2.1) e (2.2).

## 2.2. SIMULAÇÃO DA MÁQUINA CONECTADA AO SISTEMA DE POTÊNCIA.

A identificação dos parâmetros do modelo equivalente será feita a partir de um conjunto de pontos, contendo os valores da velocidade da máquina, para uma pequena variação do torque mecânico, obtidos da simulação do sistema de potência em um programa digital de estabilidade. Nesta simulação o sistema é representado por um conjunto de equações diferenciais não-lineares, que descreve a dinâmica dos geradores, sistemas de excitação, reguladores de tensão, turbinas, reguladores de velocidade, rede de transmissão e cargas. Apenas o regulador de velocidade e a turbina da máquina sob estudo são excluídos, de modo que a dinâmica do sistema a ser identificado não sofra a influência destes. O distúrbio aplicado consiste em uma pequena variação no torque mecânico da máquina. A variação da velocidade com relação a seu valor em regime permanente (1 p.u.), é registrada em intervalos de tempo regulares, durante um período de tempo adequado.

## 2.3. IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO EQUIVALENTE DINÂMICO.

### 2.3.i. Considerações preliminares.

O modelo equivalente dinâmico será identificado sob a forma discreta e, numa etapa posterior, convertido a uma representação em termos de equações de estado contínuas.

Um sistema dinâmico discreto, linear e invariante no tempo, com uma entrada e uma saída, pode ser representado pela equação diferença (Ogata, 1970):

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (2.3)$$

onde  $y(k)$  é a saída (ou resposta) do sistema, e  $u(k)$  é a entrada, no instante  $t = k\Delta T$ , sendo  $\Delta T$  o intervalo de amostragem. Algumas vezes, no decorrer deste capítulo, será utilizada a notação mais breve  $y_k$  e  $u_k$ , para denotar  $y(k)$  e  $u(k)$ , respectivamente.

Reescrita em forma matricial, a equação (2.3) torna-se:

$$y_k = \begin{pmatrix} y_0 & \dots & y_{k-i} & u_k & \dots & u_{k-n} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -a_i & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & -a_i & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & b_n \\ & & & & 0 \\ & & & & \ddots \\ & & & & b_i \\ & & & & n \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{ou } y_k = \begin{pmatrix} y_0 & \dots & y_{k-i} & u_k & \dots & u_{k-n} \end{pmatrix}^T \hat{a} \quad (2.5)$$

onde  $\hat{a} = \begin{pmatrix} -a_i & \dots & -a_i & b_n & b_{n-1} & \dots & b_i & 1 \end{pmatrix}^T$  é o vetor de parâmetros.

Note-se que o vetor  $\hat{a}$  caracteriza completamente o sistema discreto. No presente caso deseja-se identificar o vetor  $\hat{a}$ , partindo de  $r$  valores conhecidos de  $y$  e  $u$ .

Assumindo que  $y_k$  e  $u_k$  são nulos para  $k \leq 0$  (ou  $t \leq 0$ ), pode-se escrever:

$$y_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & u_1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}^T \hat{a}$$

$$y_2 = \begin{pmatrix} y_0 & 0 & \dots & 0 & u_2 & u_1 & \dots & 0 \end{pmatrix}^T \hat{a}$$

.....

.....

$$y_r = \begin{pmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{r-i} & u_r & u_{r-1} & \dots & u_{r-n} \end{pmatrix}^T \hat{a}$$

Ou ainda:

$$Y = U \hat{a} \quad (2.6)$$

onde  $Y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{pmatrix}^T$  é o vetor de medição da saída, de dimensão  $r \times 1$ .

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & u_2 & u_1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & u_3 & u_2 & u_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_r & u_{r-1} & \dots & u_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_{r+1} & u_r & u_{r-1} & \dots & u_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_{r+n} & u_{r+n-1} & \dots & u_{r+1} & u_r \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_{r+n+1} & u_{r+n} & u_{r+n-1} & \dots & u_{r+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & u_{r+2n} & u_{r+2n-1} & \dots & u_{r+n+1} & u_{r+n} \end{pmatrix}$$

é a matriz de medição da entrada, de dimensão  $r \times (2n+1)$ .

### 2.3.2. Estimador linear de variância mínima

(ou estimador de Markov)

Considere que a um dado sistema esteja associado um vetor de ruído, tal que a relação entre a saída e a entrada do mesmo possa ser expressa por:

$$Y = U \hat{a} + w \quad (2.7)$$

onde  $w$  é um vetor de ruído associado às medições;

e  $U$ ,  $Y$  e  $\hat{a}$  são a matriz de medição da entrada, vetor de medição da saída e vetor de parâmetros, respectivamente.

Será assumido que  $W$  é um ruído não correlacionado com a saída  $Y$  (aditivo) e que é de natureza aleatória, possuindo uma curva de distribuição gaussiana, tal que

$$p(W) = f(N, r) \exp(-\frac{1}{2} (W - N)^T N^{-1} (W - N)) \quad (2.8)$$

$$E(W) = 0 \quad (2.9)$$

$$E(WW^T) = N \quad (2.10)$$

onde  $p$  é a função densidade de probabilidade;

$E$  é o valor esperado;

$r$  é o número de medições; e

$f(N, r)$  é uma função escalar de  $N$  e  $r$ .

Quando a matriz variância  $N$  é conhecida, um estimador linear de variância mínima (ou estimador de Markov) do vetor de parâmetros pode ser derivado.

Da equação (2.7), temos que para um dado valor estimado  $\hat{\alpha}$  do vetor de parâmetros,

$$W = Y - U\hat{\alpha} \quad (2.11)$$

O valor estimado  $\hat{\alpha}$  que gera a menor variância será o que maximiza  $p(W)$ . Como  $p(W)$  e  $\ln p(W)$  têm máximos para o mesmo valor de  $W$ , será maximizado  $\ln p(W)$  por ser esta uma função mais fácil de operar nas derivadas parciais com relação a  $\hat{\alpha}$ .

De (2.8) e (2.11), temos que

$$\ln E_p(Y - U\hat{a})] = \ln E_f(N, r)] + (Y - U\hat{a}) N^{-1} (Y - U\hat{a})/2 \quad (2.12)$$

O máximo de  $\ln E_p(W)$  será obtido quando

$$\frac{d}{da} \ln E_p(Y - U\hat{a})] = 0 \quad (2.13)$$

$$\text{ou } \frac{d}{da} (\ln E_f(N, r)] + (Y - U\hat{a}) N^{-1} (Y - U\hat{a})/2) = 0 \quad (2.14)$$

Desenvolvendo-se as derivadas parciais acima com relação a  $\hat{a}$ , teremos

$$U_{-i}^T U_{-i} - U_{-i}^T Y = 0 \quad (2.15)$$

Portanto o estimador  $\hat{a}^*$  de variação mínima será

$$\hat{a}^* = \frac{T_{-i}^{-1} T_{-i}^T Y}{U_{-i}^T U_{-i}} \quad (2.16)$$

### 2.3.3. Formulação recursiva do estimador linear de variação mínima.

Considere que se disponha inicialmente de um conjunto de  $m$  medições, tal que

$$\frac{Y}{m} = \frac{U}{m} \hat{a} + \frac{W}{m} \quad (2.17)$$

Uma estimação do vetor  $\hat{a}$  pode ser obtida a partir deste conjunto de medições, utilizando-se a equação (2.16), como

$$\hat{a}^* = \frac{T_{-i}^{-1} T_{-i}^T Y}{U_{-i}^T U_{-i}} \quad (2.18)$$

Suponha que seja incorporado um conjunto de  $s$  medidas adicionais, tal que

$$\frac{Y}{s} = \frac{U}{s} \hat{a} + \frac{W}{s} \quad (2.19)$$

Combinando-se as equações (2.17) e (2.19), para um total de  $r = m + s$  medições tem-se

$$\begin{matrix} | & Y & | & | & U & | & | & W & | \\ | & m & | & = & | & m & | & + & | & m & | \\ | & Y & | & | & U & | & | & W & | \\ | & s & | & | & s & | & | & s & | \end{matrix} \quad (2.20)$$

Ou  $\frac{Y}{r} = \frac{U}{r} \hat{a} + \frac{W}{r} \quad (2.21)$

A estimação de  $\hat{a}$  correspondente a esse novo conjunto de medições será

$$\hat{a} = \frac{*}{r} \frac{T-i}{r} \frac{-i}{r} \frac{T-i}{r} = \frac{CUNU}{r} \frac{UNY}{r} \quad (2.22)$$

Ou, em forma particionada,

$$\begin{matrix} * & & & & & -i & & -i \\ & | & & | & N & \theta & | & | & U & | & | \\ & | & & | & T & m & | & | & m & | & | \\ \hat{a} & = & | & | & U & U & | & | & | & | & | \\ & | & & | & m & s & | & | & | & | & | \\ & | & & | & | & \theta & N & | & | & U & | & | \\ & & & & & | & s & | & | & | & | & | \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} & & & & & -i \\ & | & N & \theta & | & | & Y & | \\ & | & T & m & | & | & m & | \\ & | & U & U & | & | & | & | \\ & m & s & | & | & | & | \\ & | & \theta & N & | & | & Y & | \\ & & | & s & | & | & | & | \end{matrix}$$

O que resulta em

$$\hat{a} = \frac{*}{r} \frac{T-i}{m} \frac{T-i}{m} \frac{-i}{m} \frac{T-i}{m} \frac{T-i}{s} = \frac{CUNU}{m} + \frac{UNU}{s} \quad (2.23)$$

$$\text{Fazendo-se } \hat{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{U} & \mathbf{N} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

teremos:

$$\hat{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{P} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \mathbf{N} \mathbf{Y}$$

$$\text{ou } \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{U} & \mathbf{N} \end{pmatrix} \mathbf{Y} \quad (2.25)$$

Substituindo-se (2.25) e (2.24) em (2.23), obtém-se

$$\hat{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{P} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{s} & \mathbf{s} & \mathbf{s} \\ \mathbf{s} & \mathbf{s} & \mathbf{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \hat{\mathbf{a}} & \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{U} & \mathbf{N} & \mathbf{Y} & \end{pmatrix}$$

$$\text{ou } \hat{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{P} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \hat{\mathbf{a}} & \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{r} & \mathbf{m} & \mathbf{s} & \mathbf{s} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$\text{onde } \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{P} & \mathbf{U} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Somando-se e subtraindo-se a ao segundo membro  
de (2.26), obtém-se

$$\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{P} \left[ \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{r} & \mathbf{m} & \mathbf{s} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{T} & \mathbf{i} \\ \mathbf{r} & \mathbf{m} & \mathbf{s} \end{pmatrix} \right] \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{U} \mathbf{N} \mathbf{Y} \quad (2.28)$$

Substituindo-se (2.27) em (2.28), vem que

$$\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} + \mathbf{P} \mathbf{U} \mathbf{N} \left( \mathbf{Y} - \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \right) \quad (2.29)$$

Observando-se a equação (2.29), vê-se que a estimação do vetor de parâmetros  $\hat{\mathbf{a}}$  é obtida a partir de uma estimacão anterior e de novas medições, o que caracteriza um processo recursivo.

Do ponto de vista computacional, é interessante evitar as inversões de matrizes quando da obtenção de  $\mathbf{P}$

através de (2.27). Este inconveniente pode ser minimizado usando-se a identidade matricial

$$\begin{matrix} -i & T-i & -i \\ (C + BA)B \end{matrix} \equiv C - CB \begin{matrix} T & T & -i \\ (BCB + A)BC \end{matrix}$$

A equação (2.27) pode então ser reescrita como

$$\begin{matrix} P = P & - KU P \\ r & m & s & m \end{matrix} \quad (2.30)$$

onde  $K = P \begin{matrix} T & T & -i \\ U & P & U \\ m & s & s & m & s & s \end{matrix} + N \quad (2.31)$

O estimador é dado por (2.29) pode ser expresso em função de  $K$  observando-se que

$$\begin{matrix} T-i & -i & T-i & -i & T & -i \\ PUN = (P + UNU) & UN & & & & \\ r & s & s & m & s & s \end{matrix} \quad (2.32)$$

Usando-se a identidade matricial

$$\begin{matrix} -i & T-i & -i & T-i & T & -i \\ (A + BC)B & BC \end{matrix} \equiv AB(C + BAB)$$

em (2.32), chega-se a

$$\begin{matrix} T & -i & T & T & -i \\ PUN & = P \begin{matrix} U & (N + UPU) \\ m & s & s & m & s \end{matrix} & = K \end{matrix}$$

Portanto,

$$\begin{matrix} * & * & * \\ \hat{A} = \hat{A} & + K(Y - U\hat{A}) \\ r & m & s & s & m \end{matrix} \quad (2.33)$$

Em resumo, a formulação recursiva do estimador de Kalman é dada por

$$\begin{matrix} * & * & * \\ \hat{A} = \hat{A} & + K(Y - U\hat{A}) \\ r & m & s & s & m \end{matrix} \quad (2.34)$$

$$\begin{matrix} P = P & - KU P \\ r & m & s & m \end{matrix} \quad (2.35)$$

$$\text{onde } K = \frac{T}{P} U \left( \frac{U^T P U}{U^T U} + \frac{N}{S} \right)^{-1} \quad (2.36)$$

Se as medições são processadas uma a uma, as equações (2.34), (2.35) e (2.36) tornam-se

$$\hat{a}_{k+1}^* = \hat{a}_k^* + K(y_{k+1} - U_{k+1} \hat{a}_k^*) \quad (2.37)$$

$$P_{k+1}^* = P_k^* - K U_{k+1} P_k^* \quad (2.38)$$

$$K = \frac{T}{P_k^*} U_{k+1} \left( q_{k+1} + U_{k+1}^T P_k^* U_{k+1} \right)^{-1} \quad (2.39)$$

onde  $q$  é a variância do erro associado à  $k$ -ésima medição.

Para inicializar o processo recursivo é necessário que se atribuam valores a  $\hat{a}_1^*$  e  $P_1^*$ . Por exemplo

$$\hat{a}_1^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } P_1^* = \begin{pmatrix} 5 & & & \\ & 5 & & \\ & & 5 & \\ & & & 5 \end{pmatrix}$$

#### 2.3.4. Estimador linear de variância mínima na forma recursiva generalizada (ou método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado).

A equação (2.3) descreve um sistema dinâmico discreto no qual não há ruído na medição. A figura 2.1

representa o caso onde há ruído adicionado à saída do sistema. Neste caso o sistema é descrito por

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)}U(z) + W(z)$$

$$\text{ou} \quad A(z)Y(z) = B(z)U(z) + A(z)W(z) \quad (2.40)$$

O que equivale no domínio do tempo a

$$y_k = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_{n-1} u_{k-n} + a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + \dots + a_n y_{k-n} + w_k \quad (2.41)$$

$$\begin{matrix} y_k \\ y_{k-1} \\ y_{k-2} \\ \vdots \\ y_{k-n} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \end{matrix}$$

Conclui-se que  $y_k$  é afetado por ruídos presentes em instantes anteriores a  $k$ . Logo,  $w_k$  é um ruído não aditivo.

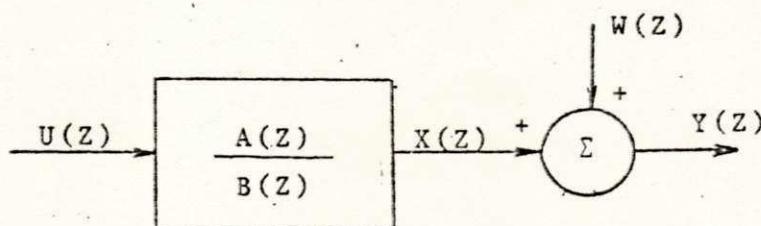


Figura 2.1 Sistema dinâmico discreto com ruído

Este inconveniente pode ser contornado multiplicando-se ambos os membros de (2.40) por  $i/A(z)$ . Isto conduz à equação

$$\tilde{A}(z)\tilde{Y}(z) = \tilde{B}(z)\tilde{U}(z) + \tilde{W}(z) \quad (2.42)$$

onde  $\tilde{Y}(z) = \frac{i}{\tilde{A}(z)}Y(z) \quad (2.43)$

e  $\tilde{U}(z) = \frac{i}{\tilde{A}(z)}U(z) \quad (4.44)$

A equação (2.42) corresponde no domínio do tempo a

$$\tilde{y}_k = \tilde{y}_{k-i} - \tilde{u}_{k-n} - \tilde{u}_k - \tilde{u}_{k-n} \hat{a}_k + w_k$$

Com esta formulação tem-se um ruído  $w$  aditivo e, portanto, o estimador de Markov pode ser utilizado. Por outro lado, para obter  $\tilde{y}$  e  $\tilde{u}$  necessita-se de  $A(z)$ , a qual deseja-se estimar. Um processo iterativo é desencadeado como segue:

- Inicialmente, estima-se  $\hat{a} = [ -a_{-n} \dots -a_0 \dots b_n ]$  pelo estimador de Markov na forma recursiva, utilizando os valores de  $y$  e  $u$  como foram medidos;
- Usando o vetor  $\hat{a}$  estimado, obtém-se os novos vetores de entrada e saída  $\tilde{y}$  e  $\tilde{u}$ , a partir das equações (4.43) e (4.44), como

$$\tilde{y}_k = y_k - a_{-i}\tilde{y}_{k-i} - \dots - a_{-n}\tilde{y}_{k-n} \quad (2.45)$$

$$\bar{u}_k = u_k - \frac{a_{1k}}{n-k+1} u_1 - \dots - \frac{a_{nk}}{n-k+1} u_n \quad (2.46)$$

c) O vetor  $\hat{a}$  é reestimado a partir de  $\bar{Y}$  e  $\bar{U}$ , e o processo continua. Em geral, sete iterações são suficientes para uma boa estimação de  $\hat{a}$ . (Mota, 1981).

Este processo iterativo de estimacão denominar-se método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado.

#### 2.4 REPRESENTAÇÃO NA FORMA DE VARIÁVEIS DE ESTADO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA IDENTIFICADA.

Uma vez identificado o modelo equivalente na forma de função de transferência discreta, torna-se conveniente representá-lo na forma de variáveis de estado. Isto facilitará a obtenção do equivalente em termos de variáveis contínuas.

De fato, uma função de transferência pode ter diversas representações na forma de variáveis de estado. Será descrita aqui aquela em que a matriz dos coeficientes assume a formacompanheira. Outras representações podem, contudo, ser usadas.

Considere-se um sistema descrito pela equação a diferenças

$$y_{k+n} + a_1 y_{k+n-1} + \dots + a_n y_k = b_0 u_{k+n} + \dots + b_n u_k \quad (2.48)$$

As seguintes variáveis de estado podem ser definidas:

$$\begin{matrix} x_i(k) \\ i \end{matrix} = y(k) - h_i u(k)$$

$$\begin{matrix} x_2(k) \\ 2 \end{matrix} = x_1(k+1) - h_1 u(k) \quad (2.49)$$

$$\begin{matrix} x_n(k) \\ n \end{matrix} = x_{n-i}(k+i) - h_{n-i} u(k)$$

onde  $\begin{matrix} h_i \\ 0 \end{matrix} = b$

$$\begin{matrix} h_i \\ i \end{matrix} = b_i - a_i h_0 \quad (2.50)$$

$$\begin{matrix} h_i \\ n \end{matrix} = b_n - a_{n-i} h_{n-i} - \dots - a_0 h_0$$

Pode-se mostrar que a representação do sistema dado por (2.48) em termos das variáveis definidas em (2.49) é (Ogata, 1970):

$$\begin{array}{c|ccccc|c|c} x_{i+1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & x_i(k) & h_i \\ i & & & & & & i & i \\ \hline x_{2+1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & x_2(k) & h_2 \\ 2 & & & & & & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ x_{n+1} & -a & -a & -a & \dots & -a & x_n(k) & h_n \\ n & n & n-i & n-2 & 2 & i & n & n \end{array} + \begin{matrix} u(k) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ u(k) \end{matrix}$$

$$x(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{pmatrix} + b u(k) \quad (2.52)$$

Ou, numa forma compacta

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (2.53)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2.54)$$

## 2.5 TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO DE TEMPO DISCRETO EM EQUAÇÕES DE ESTADO DE TEMPO CONTÍNUO.

Será mostrada inicialmente a representação discreta equivalente de um sistema contínuo. O caso inverso será tratado logo a seguir, como uma decorrência imediata deste.

Dada uma equação de estado de tempo contínuo, pode-se derivar uma equação de estado de tempo discreto equivalente, que fornece valores exatos em  $t = k \Delta T$ , para  $k = 0, 1, 2, \dots$ , onde  $\Delta T$  é o intervalo de amostragem.

Seja o sistema contínuo descrito por

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.55)$$

$$Y = CX + DU \quad (2.56)$$

A representação equivalente discreta é

$$X(k+1) = GX(k) + HU(k) \quad (2.57)$$

$$Y(k) = CX(k) + DU(k) \quad (2.58)$$

Onde  $G = e^{A\Delta T}$  (2.59)  
e

e  $H = \left[ \int_0^{\Delta T} e^{A\Delta T} dt \right] B$

como  $\int_0^{\Delta T} e^{A\Delta T} dt = A^{-1} [e^{A\Delta T} - I]$

então  $H = A^{-1} [G - I] B \quad (2.60)$

A demonstração pormenorizada desta equivalência pode ser encontrada em Ogata (1970) e não será apresentada aqui.

De fato, nosso objetivo é obter a representação equivalente contínua de uma representação discreta. Para isto, é conveniente que a matriz  $G$  da equação (2.57) esteja diagonalizada. A diagonalização pode ser efetuada pela transformação

$$X(k) = MV(k) \quad (2.61)$$

onde  $M$  é a matriz modal de  $G$ , resultando em

$$V(k+i) = M^{-i} GMV(k) + M^{-i} HU(k) \quad (2.62)$$

$$Y(k+i) = CMV(k) + DU(k) \quad (2.63)$$

$$\text{ou } V(k+i) = \bar{G}V(k) + \bar{H}U(k) \quad (2.64)$$

$$Y(k+i) = \bar{C}V(k) + \bar{D}U(k) \quad (2.65)$$

$\bar{G}$  é uma matriz diagonal, cujos elementos não nulos são os autovalores de  $G$ , ou seja

$$\bar{G} = \begin{pmatrix} z & & & \\ i & & & \\ & z & & \\ & & 2 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & z \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & n \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

onde  $z_i$  é o  $i$ -ésimo autovalor de  $G$ .

Pela equação (2.59) a matriz  $\bar{A}_e$  do sistema contínuo está relacionada a  $\bar{G}$  por

$$\bar{G} = \exp(\bar{A}_e \Delta T) \quad (2.67)$$

Estando  $\bar{G}$  na forma canônica,  $\bar{A}_e$  também estará, ou seja

$$\bar{A}_e = \begin{pmatrix} s & & 0 & & \\ i & & & & \\ & s & & & \\ & & 2 & & \\ & & & \cdot & \\ & & & \cdot & \\ & & & \cdot & \\ & 0 & & s & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & n \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

Substituindo-se (2.66) e (2.68) em (2.67), tem-se

$$\begin{vmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{s_1 \Delta T} \\ e^{s_2 \Delta T} \\ \vdots \\ e^{s_n \Delta T} \end{vmatrix} \quad (2.69)$$

então  $e^{\frac{s_i \Delta T}{i}} = z_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$

$$\text{com } s_i = \sigma_i + j \omega_i \quad (2.70)$$

$$\text{tem-se } e^{(\sigma_i + j \omega_i) \Delta T} = e^{\sigma_i \Delta T} e^{j \omega_i \Delta T} = z_i$$

$$\text{de onde } \sigma_i = \frac{1}{\Delta T} \ln z_i \quad (2.71)$$

$$e \quad \omega_i = \frac{i - 1}{\Delta T} \ln z_i \quad (2.72)$$

As equações (2.70), (2.71) e (2.72) determinam todos os elementos não nulos da matriz  $\overset{\sim}{A}$ . A representação contínua expressa em termos da discreta equivalente é, portanto,

$$\overset{\sim}{V} = A V + B U \quad (2.73)$$

$$Y = C V + D U \quad (2.74)$$

Onde  $A$  é dada pelas equações (2.68), (2.70), (2.71) e (2.72); e

$$\overset{-}{B} = \overset{-}{C} \overset{-}{G} - \overset{-}{I} \overset{-1}{J} \overset{-}{A} \overset{-}{H} \quad (2.75)$$

$$\overset{-}{C} = \overset{-}{C} \overset{-}{M} \quad (2.76)$$

As matrizes  $\overset{-}{A}$ ,  $\overset{-}{B}$  e  $\overset{-}{C}$  das equações anteriores são, em geral, complexas. A transformação inversa  $V = M^{-1}X$  fornece o modelo contínuo com macrizes reais

$$\overset{-}{X} = \overset{-}{A} \overset{-}{X} + \overset{-}{B} \overset{-}{U} \quad (2.77)$$

$$\overset{-}{Y} = \overset{-}{C} \overset{-}{X} + \overset{-}{D} \overset{-}{U} \quad (2.78)$$

onde  $\overset{-}{A} = \overset{-}{M} \overset{-}{A} \overset{-1}{M}$  (2.79)

$$\overset{-}{B} = \overset{-}{M} \overset{-}{B} \overset{-1}{M} \quad (2.80)$$

$$\overset{-}{C} = \overset{-}{C} \overset{-1}{M} = \overset{-}{C} \quad (2.81)$$

## 2.6. OBTENÇÃO DA POTÊNCIA ELÉTRICA.

Substituindo-se  $\overset{-}{Y}$  e  $\overset{-}{U}$  nas equações (2.77) e (2.78) por  $\Delta w$  e  $\Delta T$ , respectivamente, teremos

$$\overset{-}{X} = \overset{-}{A} \overset{-}{X} + \overset{-}{B} \overset{-}{\Delta T} \quad (2.82)$$

$$\overset{-}{\Delta w} = \overset{-}{C} \overset{-}{X} \quad (2.83)$$

Da equação (2.52) temos que  $C = [1 \ 0 \dots \ 0 \ 1]$ , de modo que

$$\overset{-}{\Delta w} = \overset{-}{x} \quad (2.84)$$

Por outro lado, a equação de oscilação da máquina nos fornece

$$\Delta w = \frac{i}{2H} T_a = \frac{i}{2H} (\Delta T_m - \Delta T_e) \quad (2.85)$$

onde  $H$  é a constante de inércia da máquina, em p.u., e  $\Delta T$  é a variação do torque elétrico, em p.u.

De (2.82) e (2.84), temos

$$\begin{aligned} \Delta w = & a_{e11} x_{e1} + a_{e12} x_{e2} + \dots + a_{ein} x_n \\ & + b_{ei} \frac{\Delta T}{m} \end{aligned} \quad (2.86)$$

Substituindo-se (2.86) em (2.85) e explicitando  $\Delta T$ , teremos:

$$\begin{aligned} \Delta T = & -2H(a_{e11} x_{e1} + a_{e12} x_{e2} + \dots + a_{ein} x_n) + \\ & + (-2H b_{ei} + i) \frac{\Delta T}{m} \end{aligned} \quad (2.87)$$

Na representação matemática de máquinas síncronas para estudos de estabilidade dinâmica, é usual negligenciarem-se as derivadas dos fluxos magnéticos da armadura e o efeito de incrementos na velocidade (que de fato representam um pequeno percentual da velocidade nominal, quando sob sincronismo).

Sob estas condições, desprezando-se as perdas no cobre do estator, a potência e o torque elétrico assumem o

mesmo valor em por unidade, ou seja

$$\frac{P}{e} \equiv \frac{T}{e}, \text{ em p.u.}$$

O modelo equivalente dinâmico final será:

$$\frac{\dot{x}}{e} = Ax + B\Delta T \quad (2.88)$$

$$|\Delta w|$$

$$\frac{i}{e} = Cx + D\Delta T \quad (2.89)$$

$$|\Delta P|$$

Onde

$$Ce = \begin{pmatrix} i & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \ddots & & \\ -2H_a & -2H_a & \dots & -2H_a \\ e_{i1} & e_{i2} & \dots & e_{in} \end{pmatrix}; e$$

$$De = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2H_b + i & e_i \end{pmatrix}$$

## 2.7. COMENTÁRIOS

Como mencionado anteriormente, o modelo equivalente apresentado aqui difere daquele derivado por Mota (1981), no que diz respeito à função de transferência identificada. No modelo proposto por Mota, são identificadas quatro funções de transferência, relacionando as variações das correntes nos pontos de interligação da máquina com o

sistema às tensões terminais da máquina, ou seja:  $\Delta I_d / \Delta V_d$ ,  $\Delta I_q / \Delta V_d$ ,  $\Delta I_d / \Delta V_q$  e  $\Delta I_q / \Delta V_q$ , onde os índices "d" e "q" são usados para denotar grandezas relativas aos eixos direto e em quadratura, respectivamente. Para isto aplicam-se pequenos distúrbios em  $V_d$  e  $V_q$ , um de cada vez, e registram-se as variações em  $I_d$  e  $I_q$ . Nestas simulações, a máquina é substituída por um barramento infinito, de forma que as variações sofridas por  $V_d$  e  $V_q$  são iguais aos distúrbios aplicados. Neste ponto é que surge o problema, pois qualquer desequilíbrio entre a potência gerada e a consumida pelo sistema passa a ser imediatamente eliminado pelo barramento infinito, e sendo os reguladores de velocidade muito lentos, os mesmos não chegam a atuar. Isto não acontece com os sistemas de excitação e reguladores de tensão, que respondem às oscilações síncronas que ocorrem entre as máquinas do sistema, e cujas ações estão presentes na resposta. A identificação da função de transferência  $\Delta w / \Delta T^m$ , por sua vez, não requer a utilização de barramento infinito, como foi visto nas seções anteriores, e portanto, não inibe a ação dos reguladores de velocidade e turbinas nas simulações.

## CAPITULO 3

### COMPUTAÇÃO DO MODELO EQUIVALENTE DINAMICO DE UM SISTEMA DE POTÊNCIA

#### 3.1. INTRODUÇÃO.

Para fins ilustrativos, a técnica de construção de equivalentes dinâmicos, apresentada no Capítulo 2, foi aplicada a um sistema de potência real, constituído de 25 hidrogeradores e 8 compensadores síncronos, cujos dados foram fornecidos pela Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF). O equivalente dinâmico representará o sistema visto da usina de Paulo Afonso IV, incluindo-se os geradores da mesma.

Será apresentada inicialmente a modelagem utilizada para simular o sistema de potência em um programa digital de estabilidade. Em seguida, são relatadas as

diversas etapas da computação do equivalente dinâmico. Por fim, mostrase a conexão do equivalente dinâmico ao modelo do regulador de velocidade e turbina. Resultados de simulações digitais do modelo equivalente e do sistema de potência completo são comparados para demonstrar a eficácia do método.

### 3.2. MODELAGEM DO SISTEMA DE POTÊNCIA.

O diagrama unifilar do subsistema oeste da CHESF, incluindo a interligação com a ELETRONORTE, é mostrado na figura 3.1. Este sistema será utilizado neste trabalho, com o propósito de ilustrar a metodologia apresentada. A modelagem matemática utilizada na representação desse sistema, para efeito de simulação em um programa digital de estabilidade e identificação do equivalente dinâmico é apresentada a seguir.

#### LISTA DE SÍMBOLOS

A <sub>e</sub>	Constante de saturação magnética da excitatriz
A <sub>s</sub>	Constante de saturação magnética da máquina
B <sub>e</sub>	Constante de saturação magnética da excitatriz
B <sub>s</sub>	Constante de saturação magnética da máquina

d	Eixo direto
D <sub>m</sub>	Coeficiente de amortecimento da máquina
e' q	Tensão proporcional ao fluxo de campo
e''	Tensão atrás da impedância subtransitória
E <sub>fd</sub>	Tensão de campo
E <sub>I</sub>	Tensão proporcional à corrente de campo
G	Posição das pás do distribuidor
H	Constante de inércia da máquina
i <sub>d</sub>	Corrente da armadura no eixo d
i <sub>q</sub>	Corrente da armadura no eixo q
I <sub>t</sub>	Corrente da armadura
i <sub>kd</sub>	Corrente no enrolamento amortecedor do eixo d
i <sub>kq</sub>	Corrente no enrolamento amortecedor do eixo q
K	Ganho do circuito de medição da velocidade
K <sub>A</sub>	Ganho do amplificador
K <sub>e</sub>	Ganho da excitatriz
K <sub>θ</sub>	Ganho do circuito de regulação da velocidade
K <sub>p<sub>i</sub></sub>	Ganho do circuito de regulação da velocidade

K	Ganho do estabilizador
Q	
P	Potência elétrica
E	
P <sub>m</sub>	Potência mecânica
q	Eixo em quadratura
r	Resistência da armadura
s	Operador de Laplace
T <sub>d</sub>	Constante de tempo do circuito de regulação da velocidade
T' <sub>dθ</sub>	Constante de tempo de circuito aberto transitória no eixo direto
T'' <sub>dθ</sub>	Constante de tempo de circuito aberto subtransitória no eixo direto
T'' <sub>qθ</sub>	Constante de tempo de circuito aberto subtransitória no eixo em quadratura
T <sub>θ</sub>	Constante de tempo do circuito de medição da velocidade
T <sub>i</sub>	Constante de tempo da bobina de imersão
T <sub>2</sub>	Constante de tempo do servomotor piloto
T <sub>e</sub>	Constante de tempo da excitatriz
T <sub>p</sub>	Constante de tempo da válvula piloto

$T_y$	Constante de tempo do servomotor principal
$T_r$	Constante de tempo da compensação transitória
$T_w$	Constance de inércia da água no conduto forcado
$v_d$	Tensão da armadura no eixo d
$v_q$	Tensão da armadura no eixo q
$v_t$	Tensão terminal da máquina
$x'_d$	Reatância transitória no eixo d
$x''_d$	Reatância subtransitória no eixo d
$x'_q$	Reatância transitória no eixo q
$x''_q$	Reatância subtransitória no eixo q
$x_p$	Reatância de Potier
$\alpha$	Queda de velocidade em regime transitorio
$\tau$	Queda de velocidade em regime permanente
$\delta$	Angulo de torque
$\psi_{kd}$	Fluxo no enrolamento amortecedor do eixo d
$\psi_{kq}$	Fluxo no enrolamento amortecedor do eixo q
$\mu_s$	Ganho de realimentação
$w$	Velocidade angular da máquina

### 3.2.1. Máquinas síncronas.

As máquinas síncronas são representadas pelo modelo de quinta ordem, onde as equações são formuladas em termos das variáveis de Park (Anderson, 1977; Mota, 1985). Neste modelo consideram-se um enrolamento amortecedor no eixo direto e outro em quadratura, além do enrolamento de campo. A saturação magnética do ferro é também considerada.

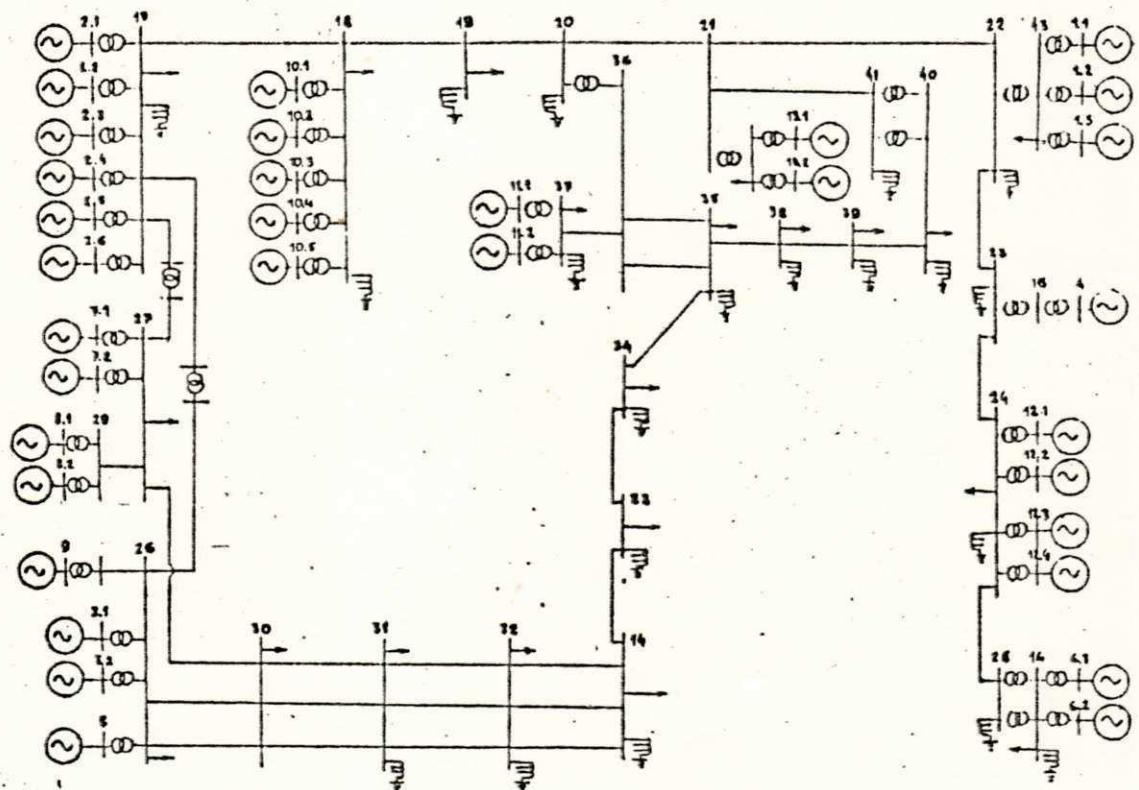


Figura 3.1 Diagrama Unifilar do Subsistema Oeste da CHESF, usado como exemplo.

As equações diferenciais são:

Equação de oscilação:

$$\ddot{\delta} = -\frac{w_0}{2H} (T_m - T_e - D_m \dot{\delta}) \quad (3.1)$$

Variação do fluxo concatenado com o enrolamento de campo:

$$\dot{e}_q' = -\frac{i}{T_{do}} (E_{fd} - E_1) \quad (3.2)$$

Variação do fluxo concatenado com o enrolamento amortecedor do eixo direto:

$$\dot{\psi}_{kd} = -\frac{i}{T_{do}''} C \psi_{kd} - e_q' + (x_d' - x_1) i_d \quad (3.3)$$

Variação do fluxo concatenado com o enrolamento amortecedor do eixo em quadratura:

$$\dot{\psi}_{kq} = -\frac{i}{T_{q0}''} C \psi_{kq} + (x_q' - x_1) i_q \quad (3.4)$$

Equações algébricas:

Potência elétrica:

$$P_e = v_d i_d + v_q i_q \quad (3.5)$$

Tensão atrás da impedância síncrona:

$$E_1 = e_q' + (x_d' - x_d^l) (i_d - i_{kd}) + \Delta E_1 \quad (3.6)$$

Efeito da saturação do ferro:

$$\Delta E_1 = A_s \exp(CB) [A_g - \theta, 0] \quad (3.7)$$

$$A_g = i_v t + I_t (r + j \frac{x}{p}) \quad (3.8)$$

Corrente no enrolamento amortecedor do eixo diretor:

$$i_{kd} = \frac{(x_d' - x_d'')}{(x_d' - x_1)} \psi_{kd} - \epsilon_q'' + (x_d' - x_1) i_d \quad (3.9)$$

Tensões atrás das impedâncias subtransitórias:

$$\epsilon_q'' = \psi_{kd} + \frac{(x_d'' - x_1)}{(x_d' - x_1)} (\epsilon_q' - \psi_{kd}) \quad (3.10)$$

$$\epsilon_d'' = \begin{cases} \frac{x_d' - x_d''}{q} & \psi_{kq} \\ \frac{x_d' - x_1}{q} & \end{cases} \quad (3.11)$$

Relações entre tensões e correntes da armadura:

$$v_d = -r i_d + x_q'' i_q + \epsilon_d'' \quad (3.12)$$

$$v_q = -r i_q - x_d'' i_d + \epsilon_q'' \quad (3.13)$$

$$v_t = v_d + j v_q \quad (3.14)$$

$$I_t = i_d + j i_q \quad (3.15)$$

Uma simplificação adicional, que facilita a interligação da máquina com a rede de transmissão, consiste em negligenciar a saliência subtransitória da máquina, ou seja, fazer  $x_q'' = x_d''$  nas equações (3.11) e (3.12). Com isto a máquina pode ser representada junto à rede como uma fonte de tensão atrás de uma impedância subtransitória, visto que, neste caso,

$$v_t = v_d + j v_q = -r(i_d + j i_q) - j x_d''(i_d + j i_q) + e_d'' + j e_q''$$

$$\text{Ou} \quad v_t = -r I_t - j x_d'' I_t + e'' \quad (3.16)$$

$$\text{onde} \quad e'' = e_d'' + j e_q'' \quad (3.17)$$

Notese, contudo, que  $e_d''$  e  $e_q''$  continuam sendo computadas de acordo com (3.10) e (3.11).

### 3.2.2. Sistemas de excitação e reguladores de tensão.

Dois modelos são utilizados. Para as máquinas com excitatrices girantes, utiliza-se o modelo representado pelo diagrama de blocos da figura 3.2.a, o qual é compatível com o modelo tipo 1, proposto pelo IEEE (1968). Para as máquinas que possuem sistemas de excitação estáticos, o modelo utilizado é apresentado na figura 3.2.b, que é compatível com o modelo tipo 3 apresentado na mesma referência.

### 3.2.3. Reguladores de velocidade e turbinas.

Os reguladores de velocidade de todos os hidrogeneadores do sistema, exceto os de Paulo Afonso IV, são representados segundo o modelo recomendado pelo IEEE (1973), para reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas. O diagrama de blocos deste modelo é mostrado na figura 3.3. O regulador de velocidade de Paulo Afonso IV, por sua vez, é

representado pela modelagem fornecida pelo fabricante (Siemens/Voith), e é mostrado na figura 3.4.

As turbinas de todas as máquinas são representadas pelo modelo linear clássico, dado pela função de transferência

$$T_m = \frac{i - sT_w}{m} G \quad (3.18)$$
$$i + \frac{sT_w}{2}$$

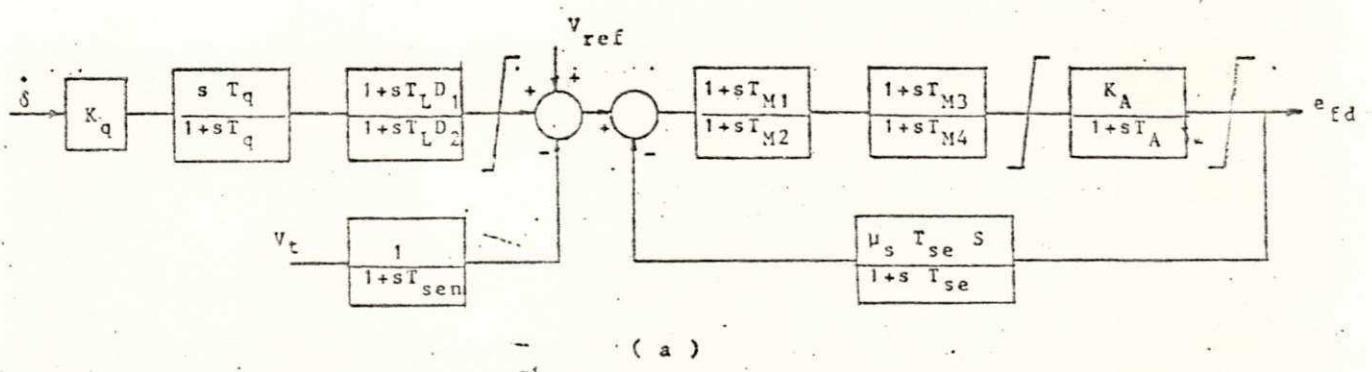
onde  $T_m$  é o torque mecânico no eixo da turbina,  $G$  é a abertura das pás do distribuidor, ambos em p.u., e  $T_w$  é a constante de inércia da água no conduto forçado.

### 3.2.4. Linhas de transmissão e cargas.

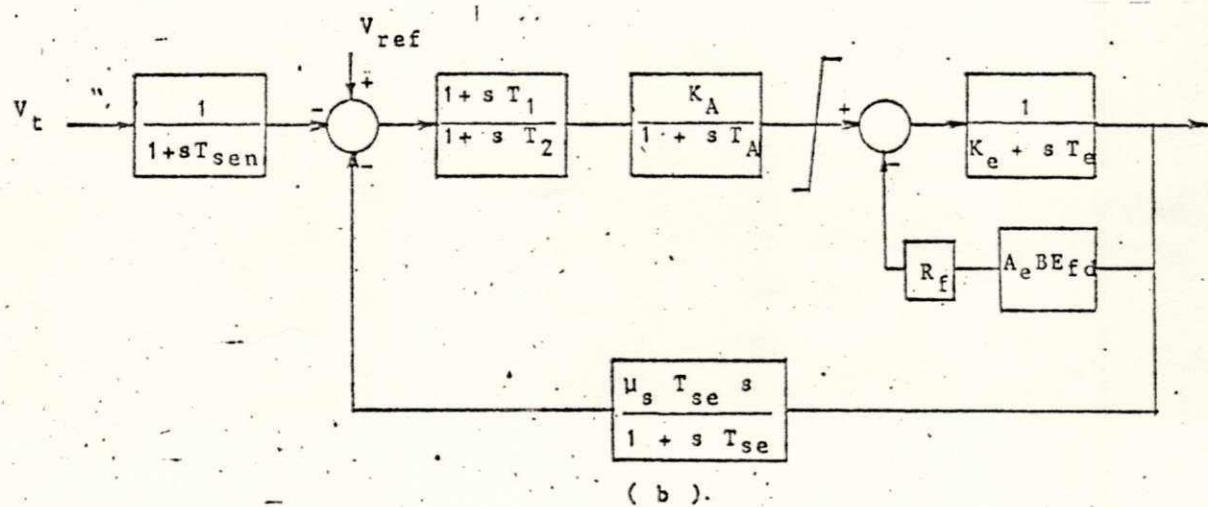
As linhas de transmissão são representadas pelo modelo T equivalente estático, enquanto as cargas são representadas por impedâncias constantes.

### 3.2.5. Redução do número de geradores.

Economia considerável no tempo de simulação é obtida, substituindo-se cada grupo de geradores iguais e conectados ao mesmo barramento por um gerador equivalente. Se  $n$  é o número de geradores idênticos conectados a um mesmo



( a )



( b ).

Figura 3.2 Diagrama de blocos dos modelos usados para representar os sistemas de excitação e reguladores de tensão.

- (a) Com excitatrizes estáticas e
- (b) Com excitatrizes girantes.

barramento, então os parâmetros do gerador equivalente são obtidos como segue:

a) resistências e reatâncias: dividem-se os correspondentes valores individuais por  $n$ ;

b) constante de inércia: é igual a  $n$  vezes a constante de inércia individual;

c) constantes de tempo: permanecem inalteradas;

d) parâmetros do regulador de tensão e sistema de excitação: permanecem inalterados, exceto se estiver equipado com um sinal estabilizador derivado da potência, quando então o ganho de entrada deste estabilizador deve ser dividido por  $n$ ;

e) regulador de velocidade e turbina: seus parâmetros permanecem inalterados, contanto que o valor da potência mecânica fornecida pela turbina seja multiplicada por  $n$ .

O diagrama unifilar do sistema reduzido, onde são representados os geradores equivalentes, é mostrado na figura 3.5.

Os dados para simulação dinâmica do sistema, bem como o resultado de um fluxo de carga para o ponto de operação inicial são apresentados no Apêndice.

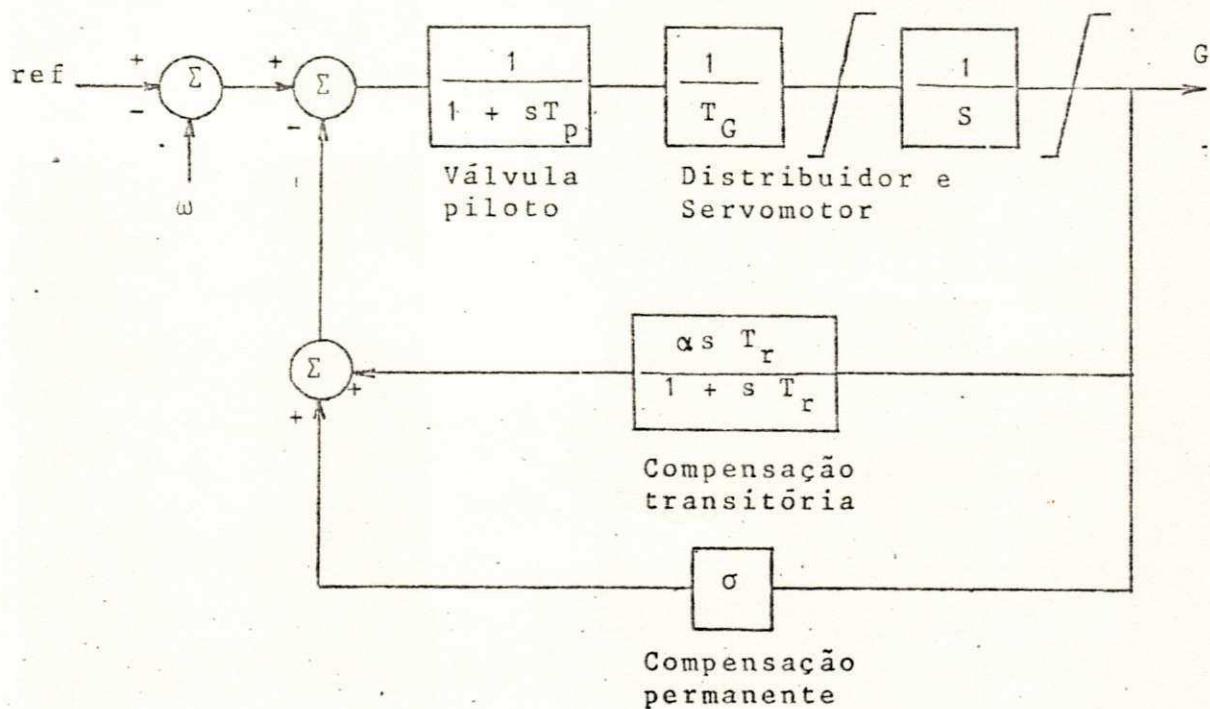


Figura 3.3 Diagrama de blocos do modelo utilizado para representar reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas.

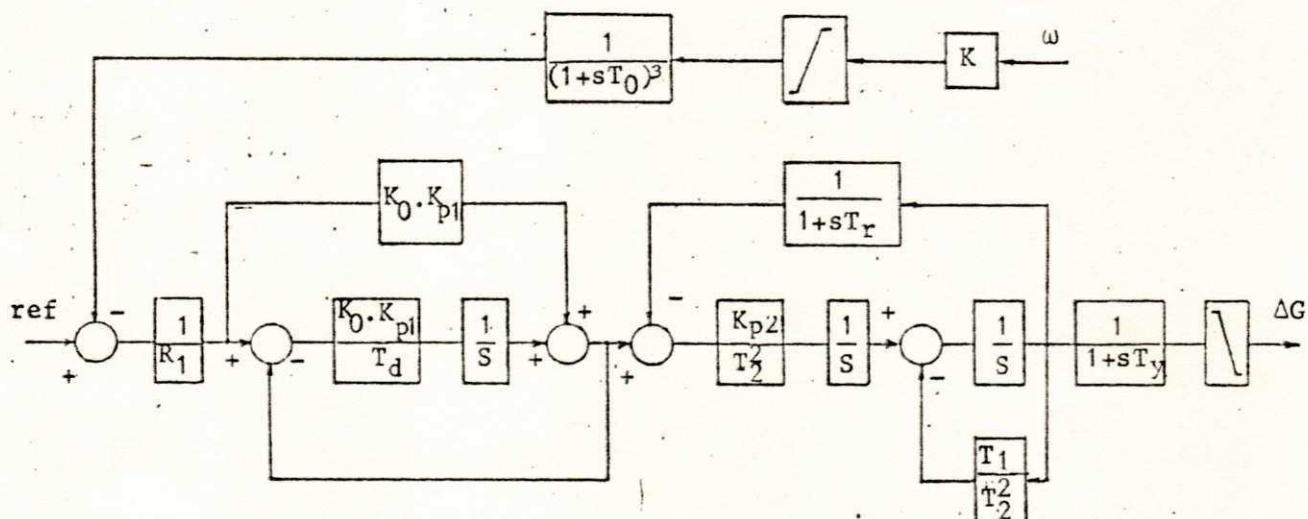


Figura 3.4 Diagrama de blocos do regulador de velocidade eletro hidráulico de Paulo Afonso IV. Modelo fornecido pelo fabricante (Siemens/Voith).

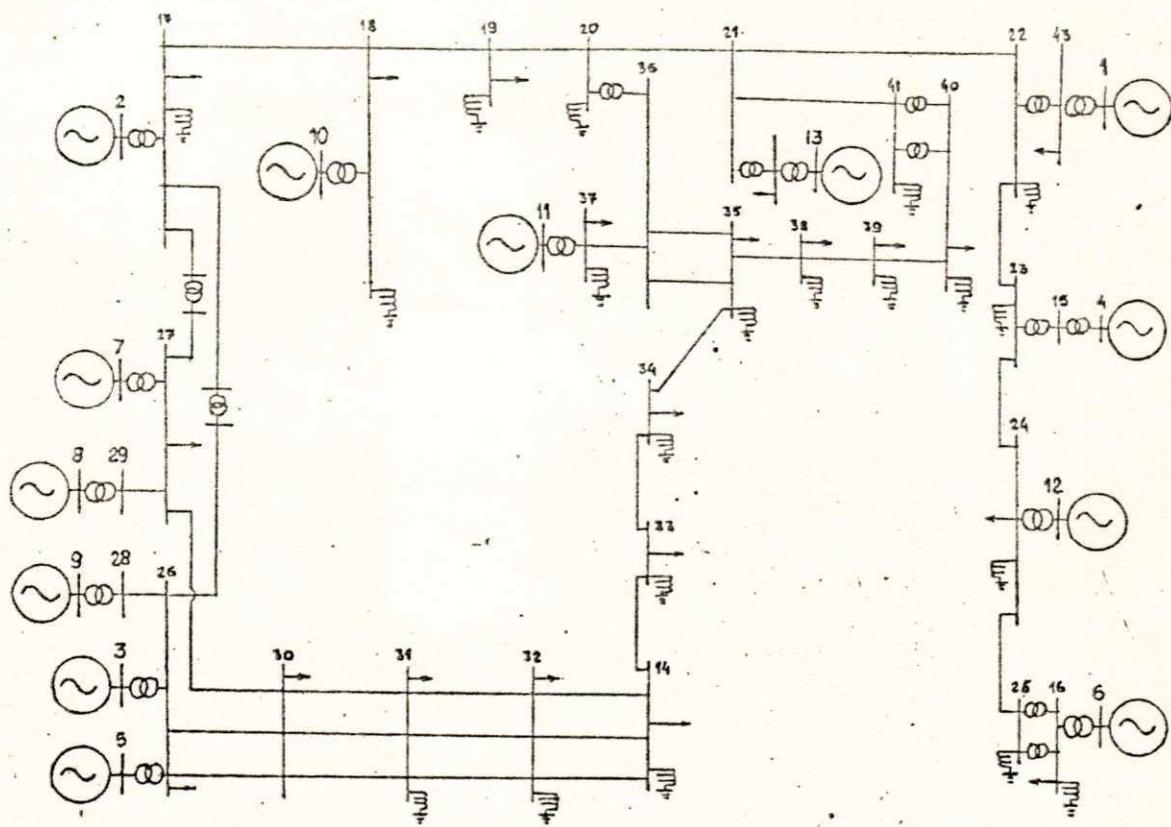


Figura 3.5 Diagrama unifilar do sistema exemplo reduzido.  
As máquinas idênticas foram substituídas por uma  
máquina equivalente.

### 3.3. COMPUTAÇÃO DO MODELO EQUIVALENTE DINÂMICO.

#### 3.3.1. Simulação digital do sistema de potência.

O modelo equivalente a ser identificado é aquele visto a partir de Paulo Afonso IV (máquina 2, no diagrama unifilar da figura 3.5).

O primeiro passo na identificação do equivalente

dinâmico consiste em registrar a velocidade da máquina sob enfoque, para uma pequena perturbação em seu torque mecânico. Nesta simulação, o torque mecânico não deve sofrer nenhuma variação devida à influência do regulador de velocidade ou turbina da máquina.

A figura 3.6.a mostra a variação da velocidade da máquina 2, durante um intervalo de 60 segundos, para um degrau de 90 MW aplicado à potência mecânica (equivalente a 5% do valor inicial). Vê-se que predomina, na velocidade, um modo de oscilação de natureza amortecida, cujo período é da ordem de 32 segundos. Este modo de oscilação está diretamente associado à ação dos reguladores de velocidade dos geradores do sistema. A figura 3.6.b mostra a parcela da curva anterior compreendida entre 0 e 3 segundos, após a aplicação do distúrbio. Nesta segunda curva, torna-se mais visível a presença de modos de oscilação mais rápidos, superpostos ao modo predominante. Estes modos estão associados às oscilações síncronas do rotor da máquina 2, durante um distúrbio transitório, e sendo de natureza elétrica, existem mesmo na ausência de reguladores de velocidade. Ainda que aparentemente negligenciáveis na resposta, neste caso particular, estes modos de oscilação são de primordial importância na estabilização dinâmica de sistemas de potência. Tem-se demonstrado, que os fatores de amortecimento desses modos de oscilação são, em geral, levemente reduzidos pela ação dos reguladores de velocidade, podendo, em alguns casos críticos, serem conduzidos à

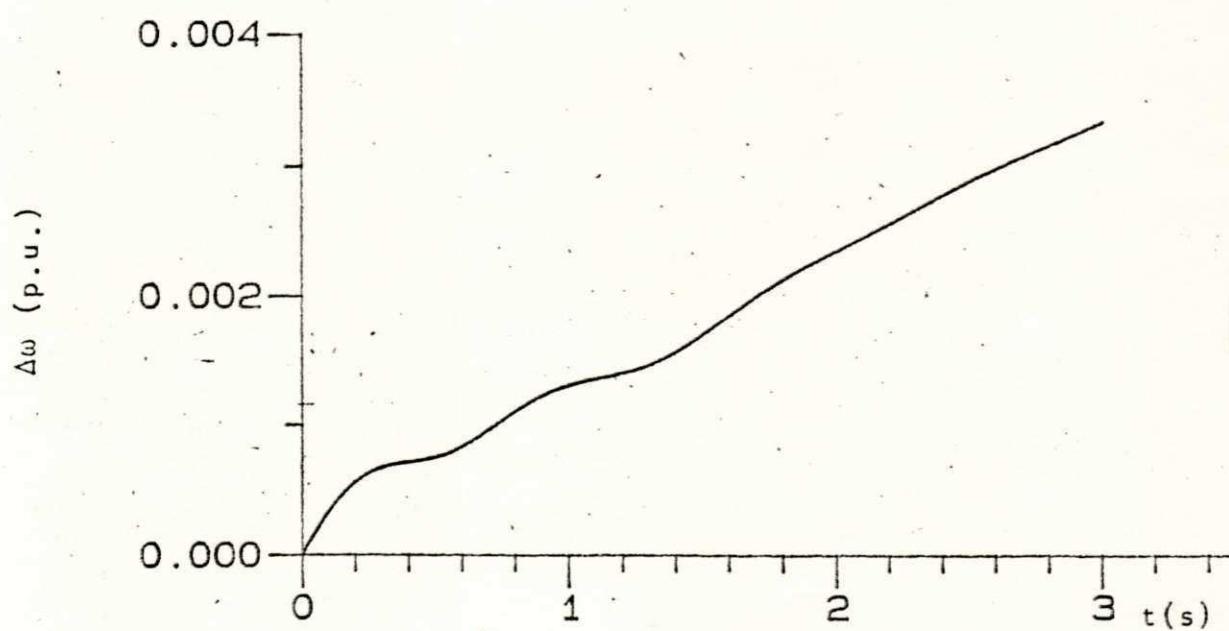
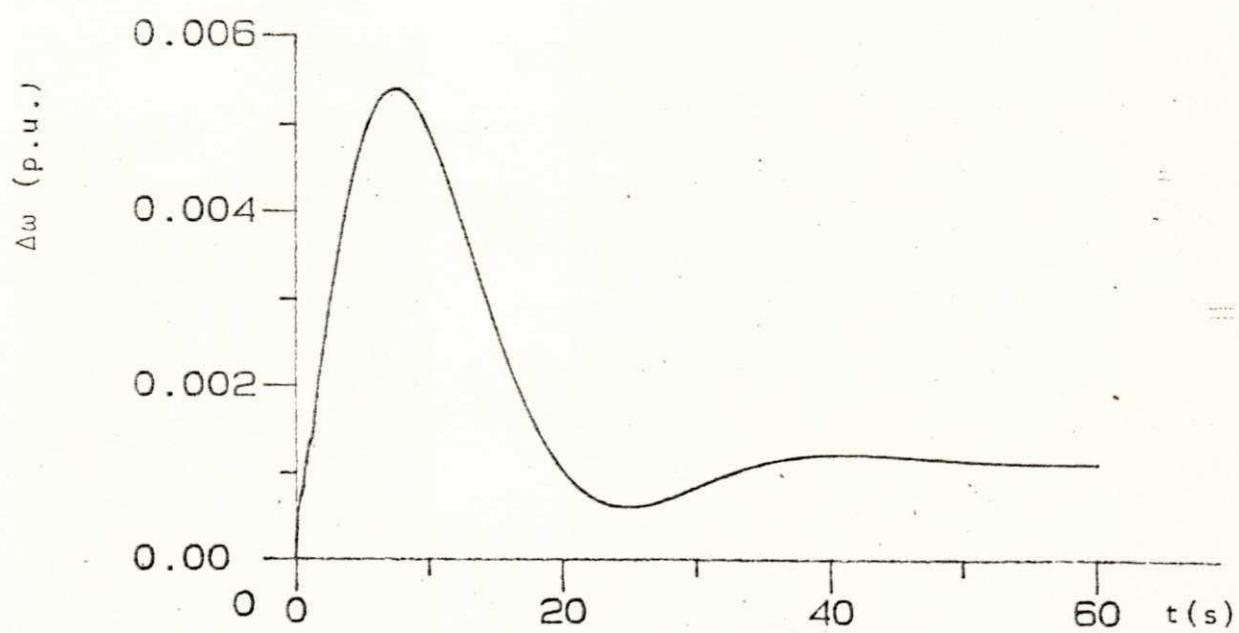


Figura 3.6

Variacão da velocidade da máquina 2 para um degrau de 90 MW aplicado à potênciia mecânica (com o governador inativo). (a) Tempo de simulação: 60 seg. (b) Tempo de simulação: 3 ses.

instabilidade (Schleif & Wilbur, 1966; Thorne & Hill, 1975; Dandeno & Kundur & Bayne, 1978), sendo pois desejável que o modelo equivalente dinâmico represente adequadamente também estes modos.

### 3.3.2. Identificação do modelo equivalente.

As características da resposta do sistema, composta por modos de oscilação de natureza mecânica, e por conseguinte lentos, e por modos de natureza elétrica, com frequência cerca de dez vezes maior e amplitude dez vezes menor que aqueles, e que são completamente amortecidos durante os primeiros dois ou três segundos que seguem ao distúrbio, origina uma certa dificuldade na identificação de um modelo equivalente que represente o comportamento global do sistema. Isto se deve ao fato de que os modos mecânicos, por serem predominantes na resposta, passam a prevalecer no processo de estimação dos parâmetros, enquanto os modos de natureza elétrica têm pouca ou nenhuma influência.

A princípio, como solução para este problema, poderiam ser atribuídas às medições correspondentes aos primeiros três segundos, uma variância menor que a atribuída às demais medições. Da equação (2.16), vê-se que isto aumentaria o "peso" dessas medidas no processo de estimação. Sendo assim, é razoável esperar que uma atribuição conveniente das variâncias associadas às medições possa conduzir

a um estimador que represente adequadamente tanto os modos lentos, quanto os rápidos. Contudo, um outro inconveniente, que diz respeito ao número de pontos com os valores da resposta do sistema, a serem utilizados no processo de estimação, também deve ser considerado. Para que os modos de natureza mecânica possam ser corretamente identificados, necessita-se de um tempo de simulação da ordem de 60 segundos. Por outro lado, os modos de natureza elétrica, devido a suas frequências elevadas, exigem um intervalo de amostragem de, no mínimo, 0,02 segundos. Isto resultaria num total de 3.000 pontos a serem processados. Se apenas os modos de natureza mecânica, ou apenas aqueles de natureza elétrica, tivessem que ser identificados, este número poderia ser reduzido a 200 ou 300 pontos. Uma solução que permite superar a ambos os problemas, e que foi adotada aqui, consiste em se estimar duas funções de transferência, uma para os modos de oscilação lento e outra para os rápidos, como se esses modos estivessem associados a dois canais desacoplados do sistema. Isto, de fato, não constitui uma restrição ao processo de estimação, já que todo sistema linear pode ser representado numa forma desacoplada, simplesmente por uma transformação apropriada das variáveis de estado. A representação do sistema completo é obtida pela ligação, em paralelo, dos dois subsistemas identificados. Na descrição feita a seguir, o canal lento será referenciado como subsistema 1, e o rápido, como subsistema 2. A figura 3.9 mostra um diagrama esquemático do modelo equivalente dinâmico, onde os dois subsistemas são representados.

Como os modos de natureza mecânica são predominantes na resposta do sistema, o subsistema 1 pode ser identificado diretamente, a partir das medições da resposta completa  $\Delta w$ , utilizando-se o método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado. Uma vez identificado o subsistema 1, na forma contínua, a componente  $\Delta w'$  da velocidade pode ser obtida, através de simulação, para um intervalo de amostragem arbitrário. A diferença entre  $\Delta w$  e  $\Delta w'$  conduz, de acordo com o diagrama da figura 3.7, a valores de  $\Delta w''$ , que é a componente devida ao subsistema 2:

$$\Delta w'' = \Delta w - \Delta w'$$

O subsistema 2 pode, então, ser estimado a partir de valores de  $\Delta w$  e  $\Delta w'$  computados durante os primeiros segundos que seguem à aplicação do distúrbio.

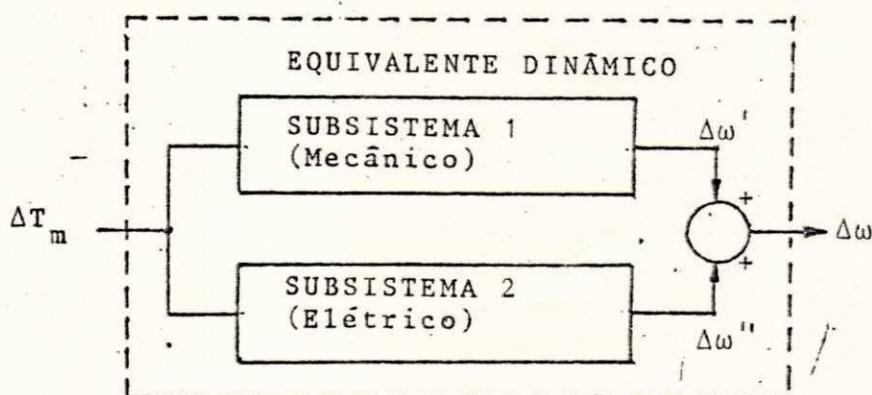


Figura 3.7 Diagrama esquemático do modelo equivalente dinâmico desacoplado.

### 3.3.2.i. Identificação do subsistema i.

Um modelo de terceira ordem mostrou-se adequado para representar os modos de oscilação lentos. O intervalo de amostragem utilizado foi de 0,2 segundos, durante um tempo total de simulação de 60 segundos, resultando em 300 pontos. A variação aplicada à potência mecânica da máquina 2 foi de 90 MW, ou seja, 0,9 p.u., já que a base utilizada é 100 MVA. Identificou-se a seguinte função de transferência discreta:

$$\frac{\Delta w'(z)}{\Delta T(z)} = \frac{-i - 2 + 2,409z^{-3}}{-i - 2 - 3} \quad (3.19)$$

$m$

A qual, representada por espaço de estados, segundo as equações (3.51) e (3.52), torna-se

$$x'(k+1) = G'x'(k) + H'\Delta T(k) \quad (3.20)$$

$$\Delta w'(k) = C'x'(k) \quad (3.21)$$

onde

$$x' = [x' \quad x' \quad x']^T;$$

$$G' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,909 & -2,814 & 2,905 \end{bmatrix}; \quad H' = \begin{bmatrix} 2,678 \\ 2,694 \\ 2,698 \end{bmatrix}$$

$$\text{e } C' = [1 \quad 0 \quad 0]$$

A representação contínua equivalente, obtida de acordo com o método descrito na secção 2.5, é dada por:

$$\dot{X}'(t) = A'X'(t) + B'\Delta T(t) \quad (3.22)$$

$$w' = C'X'(t) \quad (3.23)$$

onde

$$A' = \begin{vmatrix} -7,657 & 10,321 & -2,664 \\ -2,422 & -0,159 & 2,581 \\ 2,347 & -9,687 & 7,340 \end{vmatrix}, \quad B' = \begin{vmatrix} 1,333 \\ 1,344 \\ 1,349 \end{vmatrix}$$

$$C' = [1 \ 0 \ 0]$$

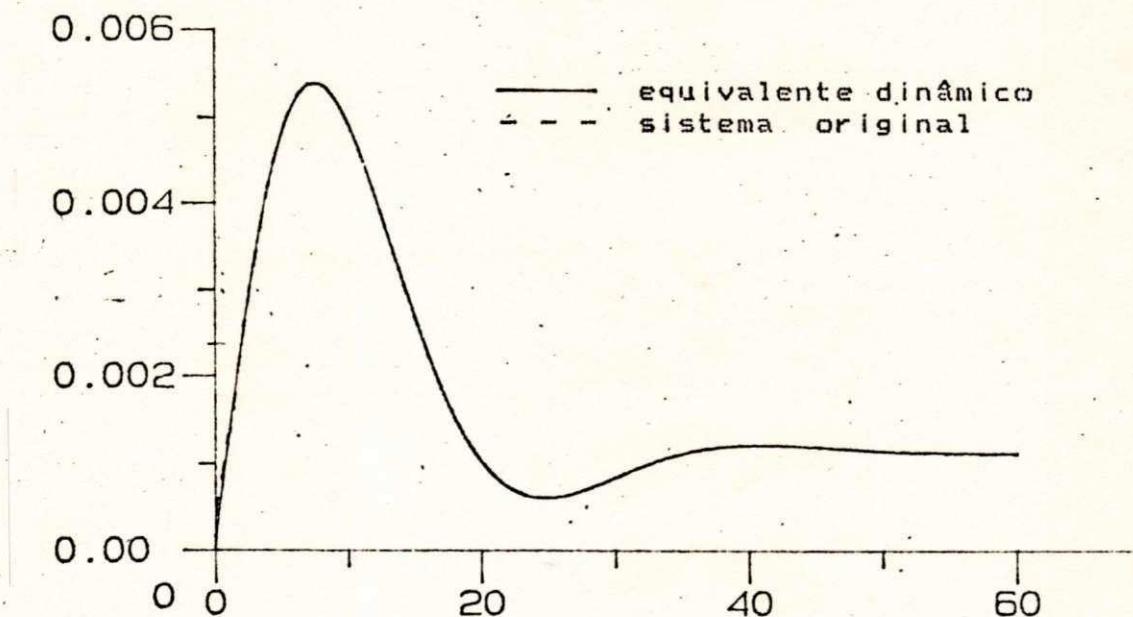


Figura 3.8 Variação da velocidade da máquina 2  
Para um degrau de 90 MW aplicado à  
potência mecânica.

A figura 3.8 mostra a variação da velocidade da máquina 2, obtida através da simulação do sistema de potência completo, juntamente com a obtida através da simulação do equivalente dinâmico dado por (3.22) e (3.23). Vê-se que o modelo equivalente representa fielmente o sistema original, a menos das oscilações síncronas iniciais.

### 3.3.2.2. Identificação do subsistema 2.

A figura 3.9 mostra a diferença ( $\Delta w''$ ) entre a velocidade ( $\Delta w$ ) da máquina 2 obtida através da simulação do sistema completo, e a velocidade ( $\Delta w'$ ) obtida pela simulação

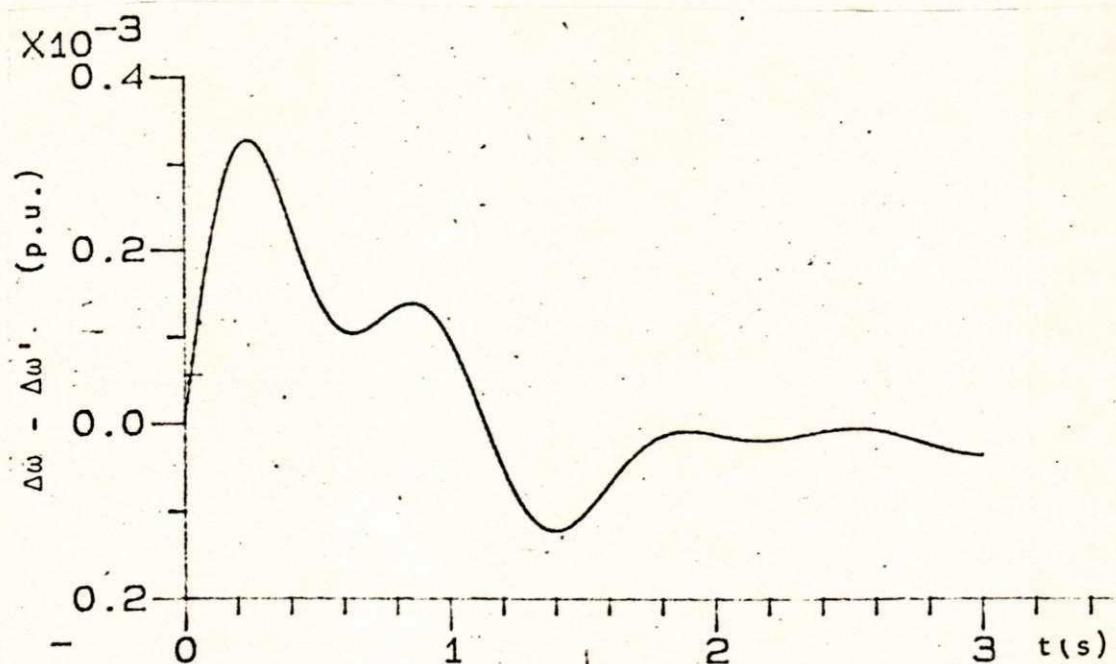


Figura 3.9 Diferença  $\Delta w - \Delta w'$  para um degrau de 90 MW aplicado à potência mecânica da máquina 2.

do subsistema 1, dado por (3.19) e (3.20), durante 3 segundos, após a aplicação de um degrau de 90 MW à potência mecânica. Os parâmetros do subsistema 2 foram estimados com base nos valores de  $\Delta w''(t)$ , usando-se um intervalo de amostragem de 0,01 segundo, o que resultou em um total de 301 pontos. O modelo de ordem oito foi o que mais se adequou à representação da função de transferência  $\Delta w''/\Delta T$ .

A função de transferência discreta identificada para o subsistema 2 foi

$$\frac{\Delta w''(z)}{\Delta T_m(z)} = \frac{-i -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8}{b_i z^8 + b_2 z^7 + b_3 z^6 + b_4 z^5 + b_5 z^4 + b_6 z^3 + b_7 z^2 + b_8 z} = \frac{-i -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8}{a_i z^8 + a_2 z^7 + a_3 z^6 + a_4 z^5 + a_5 z^4 + a_6 z^3 + a_7 z^2 + a_8 z}$$
(3.24)

onde  $[a_i a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8] =$

$$[-1,955 \ 0,109 \ 0,818 \ 0,629 \ 1,633E-02 \ -0,5396 \ -0,550 \ 0,471]$$

e  $[b_i b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7 b_8] =$

$$[2,133 \ -1,252 \ -2,403 \ -0,965 \ 0,806 \ 1,862 \ 2,392 \ -2,572] \times 10^{-5}$$

Cuja representação por espaço de estados é

$$X''(k+i) = G''X''(k) + H'' \Delta T_m(k) \quad (3.25)$$

$$\Delta w''(k) = C''X''(k) \quad (3.26)$$

onde  $X'' = [x''_1 \ x''_2 \ x''_3 \ x''_4 \ x''_5 \ x''_6 \ x''_7 \ x''_8]^T$

$$G'' = \begin{bmatrix} 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$-0,47i \quad 0,550 \quad 0,539 \quad -0,016 \quad -0,629 \quad -0,318 \quad -0,109 \quad 1,955i$

$$H'' = \begin{bmatrix} 2,133i \\ 2,918 \\ 3,067 \\ 2,966i^{-5} \\ 2,540 \\ 2,121 \\ 3,006 \\ 1,823 \end{bmatrix} \times 10$$

$\epsilon \qquad C'' = \begin{bmatrix} 0 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

A representação contínua equivalente é :

$$\overset{\circ}{X''}(t) = A''(t)'' + \underset{m}{\sum} B'' \Delta T_m(t) \quad (3.27)$$

$$\Delta w'' = C'' \overset{\circ}{X''} \quad (3.28)$$

Onde

$$A'' = \begin{bmatrix} -70,69 & 55,99 & -98,29 & 132,7 & 3,707 & 175,1 & -341,9 & 143,4 \\ -67,50 & 8,13 & 133,2 & -100,6 & 42,45 & -113,6 & 159,4 & -61,55 \\ 28,97 & -101,3 & -25,0 & 134,3 & -61,9 & 92,81 & -106,8 & 39,02 \\ -18,37 & 50,43 & -80,31 & -25,64 & 109,7 & -93,82 & 88,53 & -30,56 \\ 14,38 & -35,17 & 33,95 & -79,82 & -6,40 & 134,74 & -90,46 & 28,77 \\ -13,54 & 30,21 & -19,67 & 33,49 & -97,92 & -29,94 & 131,6 & -34,21 \\ 16,10 & -32,36 & 11,77 & -19,11 & 55,02 & -69,93 & -26,18 & 64,70 \\ -30,45 & 51,68 & 2,52 & 10,71 & -59,82 & 2,09 & -77,03 & 100,31 \end{bmatrix}$$
  
$$B'' = \begin{bmatrix} 14,322 \\ 11,515 \\ 13,754 \\ 12,528 \\ 13,284 \\ 11,740 \\ 12,932 \\ 12,432 \end{bmatrix}$$
$$\epsilon$$
$$C'' = [ \begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} ]$$

Para o leitor interessado em utilizar este modelo em outro estudo, são fornecidos no apêndice B os elementos das matrizes  $A'$ ,  $B'$ ,  $A''$  e  $B''$  com 15 algarismos significativos.

### 3.3.2.3. Modelo equivalente dinâmico completo.

A forma final do equivalente dinâmico é obtida através da ligação, em paralelo, dos subsistemas 1 e 2

identificados nas secções precedentes.

A saída do modelo final será composta pela velocidade e pela potência elétrica.

Para a velocidade teremos

$$\Delta w = \Delta w' + \Delta w''$$

Ou, de acordo com (3.23) e (3.28)

$$\Delta w = E C' C'' \frac{1}{I} X' \frac{1}{I} + \frac{1}{I} X'' \frac{1}{I} \quad (3.29)$$

A potência elétrica (ver secção 2.6) é dada por

$$\Delta P_e = -2H \Delta w + \Delta T_m$$

onde  $H$  é a constante de inércia da máquina 2

$$\text{Como } \Delta w = \frac{x'}{i} + \frac{x''}{i} = A' \frac{x'}{i} + A'' \frac{x''}{i} + (B' + B'') \Delta T_m$$

teremos, de (3.22) e (3.27)

$$\Delta P_e = -2H \frac{A'x'}{i} - 2H \frac{A''x''}{i} + E - 2H(B' + B'') + i \Delta T_m \quad (3.30)$$

Os dados da máquina 2,  $H = 127,2$  (em p.u., na base 100 MVA). Então,

$$\Delta P_e = E' \frac{x'}{i} + E'' \frac{x''}{i} + F \Delta T_m \quad (3.31)$$

onde

$$E' = [ \begin{matrix} 19,48 & -26,26 & -6,78 \end{matrix} ] \times 10^2$$

$$E'' = [ \begin{matrix} 1,80 & -1,42 & 2,50 & -3,38 & -0,09 & -4,45 & 8,70 & -3,65 \end{matrix} ] \times 10^4$$

$$F = [ \begin{matrix} -2,44 \end{matrix} ]$$

O modelo equivalente dinâmico final, obtido a partir das equações (3.22), (3.27), (3.29) e (3.31), é dado por

$$\dot{\begin{matrix} X \\ e \end{matrix}} = \begin{matrix} A \\ e \end{matrix} \begin{matrix} X \\ e \end{matrix} + \begin{matrix} B \\ e \end{matrix} \Delta T \quad (3.32)$$

$$\begin{matrix} \dot{\Delta w} \\ \dot{\Delta P} \end{matrix} = \begin{matrix} C \\ e \end{matrix} \begin{matrix} X \\ e \end{matrix} + \begin{matrix} D \\ e \end{matrix} \Delta T \quad (3.33)$$

onde

$$\begin{matrix} X \\ e \end{matrix} = [ \begin{matrix} x'_1 & x'_2 & x'_3 & x''_1 & x''_2 & x''_3 & x''_4 & x''_5 & x''_6 & x''_7 & x''_8 \end{matrix} ]^T$$

$$\begin{matrix} A \\ e \end{matrix} = \begin{matrix} | A' | & 0 \\ | - - - | & | 0 | \\ | 0 | & | A'' | \end{matrix}; \quad \begin{matrix} B \\ e \end{matrix} = \begin{matrix} | B' | \\ | - - | \\ | 0 | \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} C \\ e \end{matrix} = \begin{matrix} | C' | & C'' \\ | - - - | & | E' | \\ | E'' | & | E'' | \end{matrix}; \quad \begin{matrix} D \\ e \end{matrix} = \begin{matrix} | 0 | \\ | - - | \\ | F | \end{matrix}$$

### 3.4. INTERLIGAÇÃO DO MODELO DO REGULADOR DE VELOCIDADE E TURBINA AO EQUIVALENTE DINÂMICO.

Nesta secção será derivada a representação linearizada, na forma de equações de estado, do sistema a malha fechada constituído pela conexão do modelo do regulador e turbina ao equivalente dinâmico.

O diagrama de blocos da versão linearizada do regulador de velocidade e turbina de Paulo Afonso IV é apresentada na figura 3.10. Este diagrama foi obtido a partir do modelo não linear do regulador, fornecido pelo fabricante, apresentado na figura 3.4.

A entrada do modelo equivalente dinâmico será o torque mecânico gerado pela turbina, somado a um distúrbio  $u$ , representando uma variação de carga no sistema. Um valor negativo de  $u$  corresponderá a uma rejeição de carga, enquanto que um valor positivo corresponderá a uma absorção.

Substituindo-se  $\Delta T$  por  $\Delta T_m + u$  nas equações 3.32 e 3.33, teremos para o equivalente dinâmico:

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e (\Delta T_m + u) \quad (3.34)$$

$$\begin{matrix} \dot{\Delta w} \\ \dot{\Delta P} \end{matrix}_e = C_e x_e + D_e (\Delta T_m + u) \quad (3.35)$$

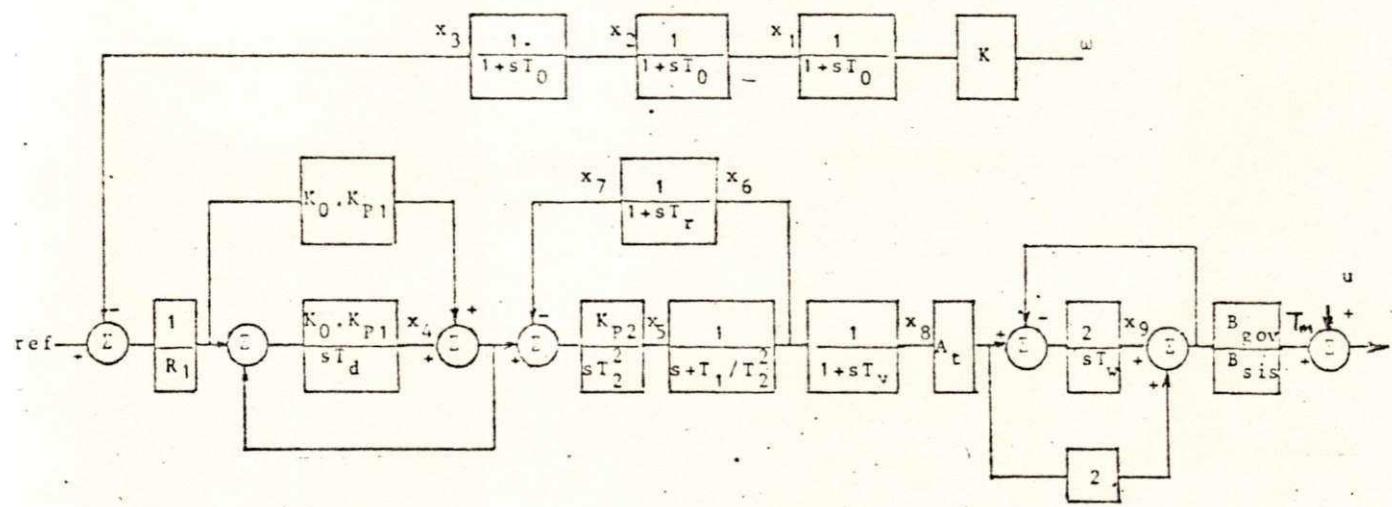


Figura 3.10. Modelo linearizado do regulador de velocidade e turbina de Paulo Afonso IV

Na representação por variáveis de estado dada a seguir, as variáveis de índices 1 a 9 correspondem ao modelo do regulador e turbina, enquanto aquelas de índices 10 a 20 correspondem ao equivalente dinâmico, ou seja,

$$x = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{10} \\ \end{matrix} = \begin{matrix} x_i \\ x_{ii} \\ \vdots \\ x_{20} \\ \end{matrix} \quad r = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_r \\ \end{matrix} = \begin{matrix} x_i \\ x_{ri} \\ \vdots \\ x_{r9} \\ \end{matrix} \quad (3.36)$$

Do diagrama de blocos da figura 3.ii, com

$\Delta w = x_{10} + x_{13}$ , teremos para o governador:

$$x_1 = -\frac{i}{T_0} x_1 + \frac{K}{T_0} x_{10} + \frac{K}{T_0} x_{13} \quad (3.37)$$

$$x_2 = -\frac{i}{T_0} x_2 - \frac{i}{T_0} x_2 \quad (3.38)$$

$$x_3 = -\frac{i}{T_0} x_2 - \frac{i}{T_0} x_3 \quad (3.39)$$

$$x_4 = -\frac{K_0 K_{P1} (K_0 K_{P1} - i)}{T_d R_1} x_3 - \frac{K_0 K_{P1}}{T_d} x_4 \quad (3.40)$$

$$x_5 = -\frac{K_0 K_{P1} K_{P2}}{R_1 T_2^2} x_3 + \frac{K_{P2}}{T_2^2} x_4 - \frac{K_{P2}}{T_2^2} x_7 \quad (3.41)$$

$$x_6 = x_5 - \frac{1}{T_2^2} x_6 \quad (3.42)$$

$$x_7 = -\frac{i}{T_R} x_6 - \frac{i}{T_R} x_7$$

$$x_8 = -\frac{i}{T_Y} x_6 - \frac{i}{T_Y} x_8 \quad (3.44)$$

Para a turbina,

$$x_9 = \frac{6A_t}{T_w} x_8 - \frac{2}{T_w} x_9 \quad (3.45)$$

$$\text{com } T_m = (x_9 - 2A_t x_8) \frac{B_{gov}}{B_{sis}} \quad (3.46)$$

Substituindo-se (3.36) e (3.46) em (3.34) e (3.35), obtém-se para o equivalente dinâmico :

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} | & | \\ | & 10 \\ | & | \\ | & x \\ | & iii \\ | & . \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} & \begin{matrix} | & | \\ | & 10 \\ | & | \\ | & x \\ | & ii \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} \\ & = B_e C - 2A_t \frac{B_{gov}}{B_{sis}} \frac{B_{gov}}{B_{sis}} \begin{matrix} | & | \\ | & 8 \\ | & x \\ | & 9 \end{matrix} + A_e \begin{matrix} | & | \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} + B_e u \end{aligned} \quad (3.47)$$

com

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} | & | \\ | & 10 \\ | & | \\ | & x \\ | & iii \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} \\ & \Delta w \begin{matrix} | & | \\ | & 10 \\ | & | \\ | & x \\ | & iii \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} \\ & = D_e C - 2A_t \frac{B_{gov}}{B_{sis}} \frac{B_{gov}}{B_{sis}} \begin{matrix} | & | \\ | & 8 \\ | & x \\ | & 9 \end{matrix} + C_e \begin{matrix} | & | \\ | & . \\ | & . \\ | & x \\ | & 20 \end{matrix} + D_e u \end{aligned} \quad (3.48)$$

O modelo completo pode ser resumido por

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.49)$$

$$y = Cx + Du \quad (3.50)$$

$$\text{onde } X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{20}]^T$$

$$Y = [e \ \Delta w \ \Delta P]^T$$

$$\text{e } A = [a_{ij}]_{20 \times 20}$$

$$B = [b_{ij}]_{20 \times i}$$

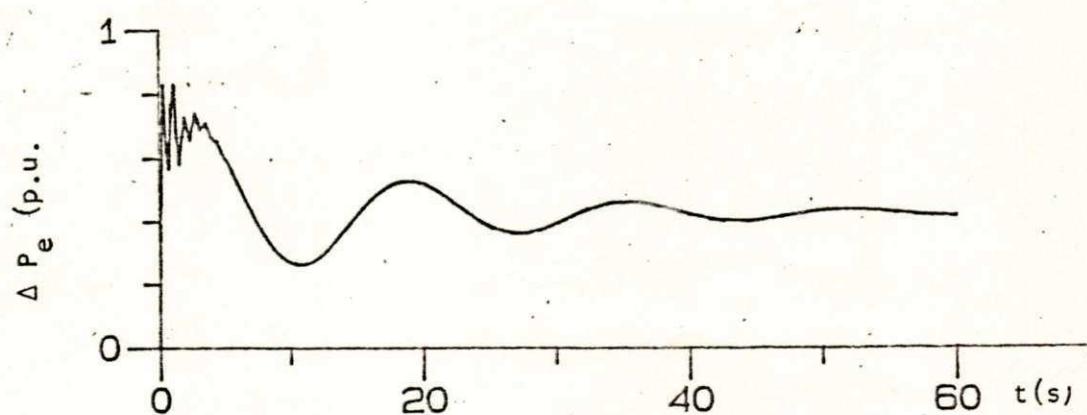
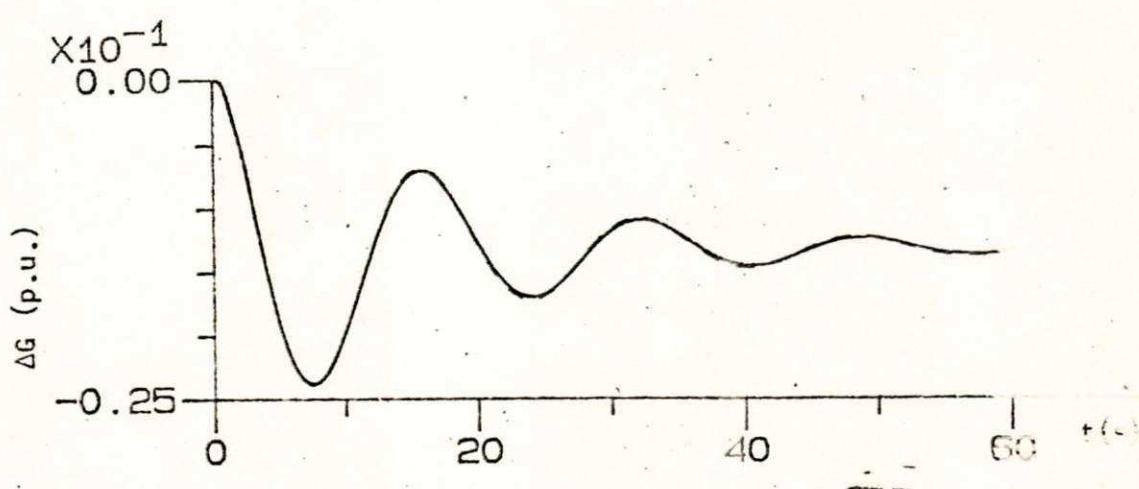
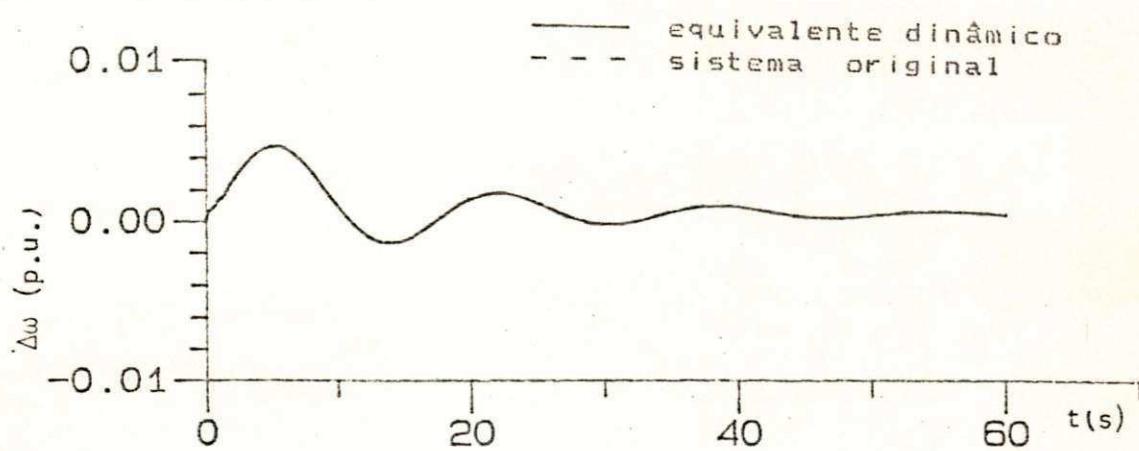
$$C = [c_{ij}]_{i \times 20}$$

$$D = [d_{ij}]_{i \times i}$$

Os elementos  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$  são obtidos  
imediatamente, a partir das equações 3.37 a 3.48.

As figuras 3.ii e 3.ii2 mostram as curvas da velocidade, abertura do distribuidor e potência elétrica, obtidas através da simulação do modelo completo dado por (3.49) e (3.50), juntamente com aquelas obtidas através da simulação do sistema de potência em um programa digital de estabilidade. A figura 3.ii corresponde a uma rejeição de carga de 90 Mw, para um tempo de simulação de 60 segundos. A figura 3.ii2 mostra as mesmas curvas durante os 3 primeiros segundos após a aplicação do distúrbio, com o objetivo de evidenciar os modos de oscilação rápidos.

Nestas simulações, foram utilizados os valores dos parâmetros do regulador de velocidade e turbina de Paulo Afonso IV fornecidos na tabela A.6 (página 96). Vê-se que o equivalente dinâmico representa fielmente o sistema original, a ponto de as curvas serem coincidentes.



**Figura 3.11** Aplicação de um degrau de 90 MW à potência mecânica da máquina 2. (a) Variação da velocidade, (b) abertura do distribuidor e (c) potência elétrica. Tempo de simulação 60 seg

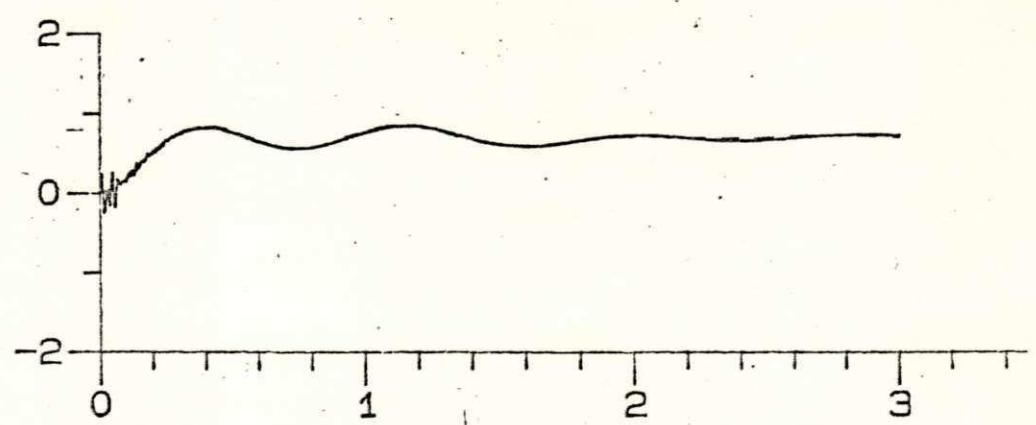
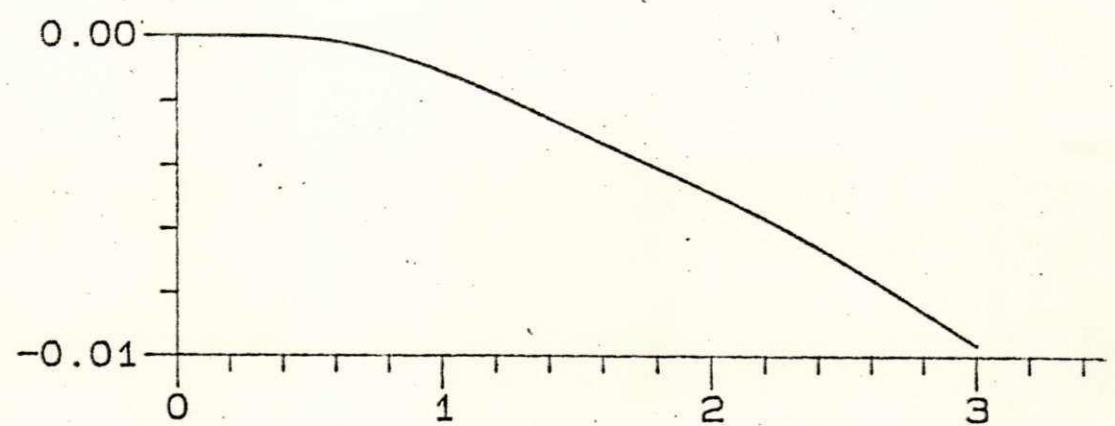
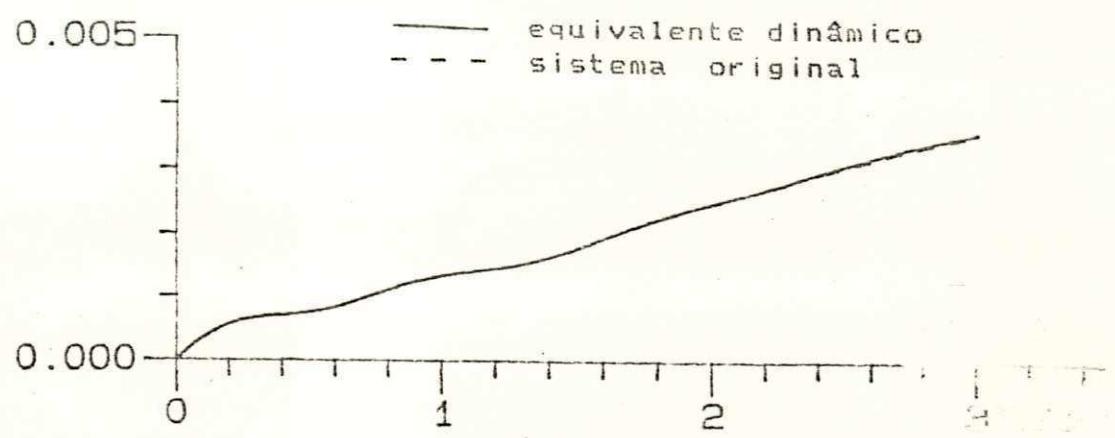


Figura 3.12 Aplicação de um degrau de 90 MW à potência mecânica da máquina 2. (a) Variação da velocidade, (b) abertura do distribuidor e (c) potência elétrica. Tempo de simulação 3 seg

## CAPÍTULO 4

### AJUSTE ÓTIMO DOS PARÂMETROS DE UM REGULADOR DE VELOCIDADE

#### 4.1. INTRODUÇÃO .

Neste capítulo, um método eficiente de otimização de funções não lineares será utilizado para determinar os valores ótimos dos parâmetros ajustáveis de um regulador de velocidade, a partir da modelagem linearizada do regulador e turbina conectados ao equivalente dinâmico do sistema, desenvolvida nos capítulos anteriores. A técnica de otimização, originalmente proposta por Castro (1984), visa a localizar o mais distante possível, à esquerda do eixo imaginário, os autovalores dominantes do sistema, dentro da faixa de variação permitida aos parâmetros ajustáveis e sujeito a algumas restrições de desempenho. Para tal será utilizado o método de procura direta de Hooke & Jeeves, em conjunto com a técnica de funções de penalidade.

(Himmelblau, 1972; Gottfried & Weissman, 1973).

Na próxima seção faz-se uma descrição do algoritmo de Hooke & Jeeves, utilizado neste trabalho. A formulação matemática do problema de otimização dos autovalores dominantes do sistema é feita a seguir, onde o tratamento das restrições de desempenho através de técnicas de funções de penalidade é também apresentado. Pelo final os resultados da aplicação do método proposto ao ajuste ótimo do regulador de Paulo Afonso IV são apresentados e analisados.

#### 4.2. O MÉTODO DE PROCURA DIRETA DE HOOKE & JEEVES.

O método de procura direta de Hooke e Jeeves consiste em um algoritmo simples e eficiente de otimização de funções não lineares, no qual as direções para otimização são determinadas exclusivamente a partir de cálculos sucessivos da função objetiva, e não requer, em nenhum caso, que a mesma seja diferenciável. A estratégia utilizada alterna sequências de movimentos exploratórios locais, ou pesquisas exploratórias, com acelerações ao longo de uma direção escolhida para otimização.

A descrição apresentada aqui se aplica ao caso de minimização, por comodidade. O algoritmo, contudo, pode ser formulado tanto em termos de minimização, quanto de maximização.

Para dar início ao processo de otimização, devem ser fornecidos valores iniciais de todas as variáveis independentes, bem como as variações incrementais em cada variável. O algoritmo opera da maneira apresentada a seguir.

O valor da função objetiva é calculado no ponto inicial, que passa a denominar-se ponto base inicial,  $x_b^{(0)}$ . Uma pesquisa exploratória é então feita em torno desse ponto base, com a finalidade de determinar uma direção para minimização. A pesquisa exploratória consiste numa sequência de movimentos, onde cada variável, uma a uma, é alterada pela sua respectiva variação incremental. Após cada variação, a função objetiva,  $f(x)$ , é calculada para saber se houve redução em seu valor (o leitor deve ter em mente que estamos tratando de um problema de minimização). Caso haja redução, o novo valor da variável modificada substitui o antigo. Quando não há redução, a variável é submetida a uma variação em sentido oposto à primeira, e a função objetiva é novamente testada. Se este movimento causar redução no valor de  $f(x)$ , o novo valor da variável substitui o anterior. Se não houver redução em  $f(x)$  após os movimentos em ambos os sentidos, o valor antigo é mantido. O mesmo procedimento é repetido para as demais variáveis, até que todas tenham sido perturbadas. Para ser específico, na primeira pesquisa exploratória,  $x_1^{(0)}$  é modificado por  $\Delta x_1$ , tal que  $x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1$ . Se  $f(x)$  for reduzida, ou seja, se  $f(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) < f(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ ,

então o valor  $x_1^{(0)} + \Delta x_1$  substitui  $x_1^{(0)}$  e a pesquisa continua. Caso  $f(x)$  não seja reduzida,  $x_1$  sofre uma variação em sentido oposto, isto é, faz-se  $x_1^{(1)} = x_1^{(0)} - \Delta x_1$ , e a função objetiva é novamente testada. Se  $f(x)$  não é melhorada nem por  $x_1^{(0)} + \Delta x_1$ , nem por  $x_1^{(0)} - \Delta x_1$ , faz-se  $x_1^{(1)} = x_1^{(0)}$ . Então  $x_2^{(0)}$  é perturbado por  $\Delta x_2$  e assim por diante. A cada passo, se o valor da função objetiva é melhorado, este valor substitui o antigo. Contudo, se uma perturbação falha, o antigo valor de  $f(x)$  é mantido.

Cada pesquisa exploratória termina com um novo ponto base, e a diferença entre este ponto e o ponto base anterior define a direção em E segundo a qual  $f(x)$  foi reduzida. A seguir, uma aceleração é feita nesta direção, definindo um ponto exploratório  $x_e$ , dado por

$$x_e^{(k)} = x_b^{(k)} + (x_b^{(k)} - x_b^{(k-1)}) \quad (4.1)$$

Cada aceleração é sempre seguida por uma pesquisa exploratória em torno de  $x_e$ , e só se pode saber se a aceleração foi um sucesso ou um fracasso, após terminada a pesquisa. Para distinguir esta pesquisa exploratória daquela que é feita em torno de um ponto base, a mesma será referenciada como **pesquisa exploratória do tipo 2**, e aquela, como **pesquisa exploratória do tipo 1**. Ao final de uma pesquisa exploratória do tipo 2, o valor da função objetiva é comparado com seu valor no ponto base anterior (o qual precedeu à aceleração). Se o valor de  $f(x)$  não foi reduzido,

a aceleração é considerada um fracasso, e uma pesquisa exploratória do tipo i é então feita em torno do ponto base anterior,  $x^{(k)}$ , para definir uma nova direção de minimização. Caso contrário, isto é, se após a pesquisa exploratória do tipo 2, o valor da função objetiva foi reduzido, a aceleração é considerada um sucesso, e o valor final das variáveis independentes é tomado como novo ponto base, a partir do qual uma nova aceleração é feita, de acordo com a equação 4.9. Uma aceleração bem sucedida é sempre seguida por outra aceleração, até que haja falha em uma delas, quando então uma nova pesquisa exploratória do tipo i deve ser feita.

Por sua vez, se uma pesquisa exploratória do tipo i falhar, as variações incrementais  $\Delta x_i$  são reduzidas gradualmente, até que uma nova direção seja definida, ou cada  $\Delta x_i$  torne-se inferior a uma dada tolerância. Falha em reduzir  $f(x)$  para valores muito pequenos significa que um mínimo local foi encontrado. Sempre que ocorrer uma falha numa pesquisa exploratória do tipo i, um teste é feito em  $\Delta x_i$ . O processo termina quando a variação incremental em cada variável,  $\Delta x_i$ , for inferior à tolerância especificada.

Quando as variáveis independentes são limitadas, estes limites podem ser facilmente incorporados ao algoritmo, sem necessidade de tratá-los como restrições adicionais. Isto é feito de uma maneira muito simples: após cada movimento exploratório, a variável envolvida é testada para saber se seu limite superior ou inferior foi ultra-

passado. Em caso afirmativo, o valor da variável é feito igual ao limite violado, antes de dar prosseguimento ao processo.

Uma redução no número de cálculos da função objetiva, e consequentemente um aumento na velocidade do algoritmo, pode ser obtida se a direção que causa o melhoramento da função objetiva, para cada  $x_i$ , a cada iteração, for guardada e utilizada na iteração seguinte, na primeira tentativa. Isto é, se numa determinada iteração, o decréscimo da variável  $x_i$  para  $x_i - \Delta x_i$  causou uma melhora na função objetiva, então, na iteração seguinte, deve-se primeiramente reduzir  $x_i$  para  $x_i - \Delta x_i$ . Somente se este movimento falhar, deve-se testar a direção oposta, ou seja, incrementar  $x_i$  para  $x_i + \Delta x_i$ . O aumento na velocidade da algoritmo torna-se particularmente significativo, quando o cálculo da função objetiva é lento e envolve considerável esforço computacional.

A eficiência do algoritmo pode ainda ser aumentada, se a magnitude de cada  $\Delta x$  é alterada separadamente, de acordo com os sucessos ou falhas dos movimentos exploratórios em cada direção (Gottfried & Weisman, 1973). Isto é feito da seguinte maneira: se o movimento na variável independente  $x_i$ , que causa o melhoramento da função objetiva, tiver o mesmo sentido que na sequência exploratória anterior, o correspondente valor de  $\Delta x$  é multiplicado por 2 na próxima sequência explora-

ratória. Se o movimento é em sentido contrário àquele, o valor de  $\Delta x_i$  é mantido o mesmo. Mas se o movimento em ambos os sentidos falham, então o correspondente  $\Delta x_i$  é dividido por dois na próxima sequência exploratória. Gottfried & Weisman (1973), sugerem que todos os  $\Delta x_i$  devam ter tanto limites superiores, quanto inferiores, e consideram satisfatória a seguinte faixa de variação:

$$10^{-5} \frac{(x_{i\ max} - x_{i\ min})}{-2} \leq \Delta x_i \leq 10^{-2} \frac{(x_{i\ max} - x_{i\ min})}{-2}$$

A principal vantagem de se incorporar esta modificação ao algoritmo é que o processo de procura ganha maior flexibilidade direcional.

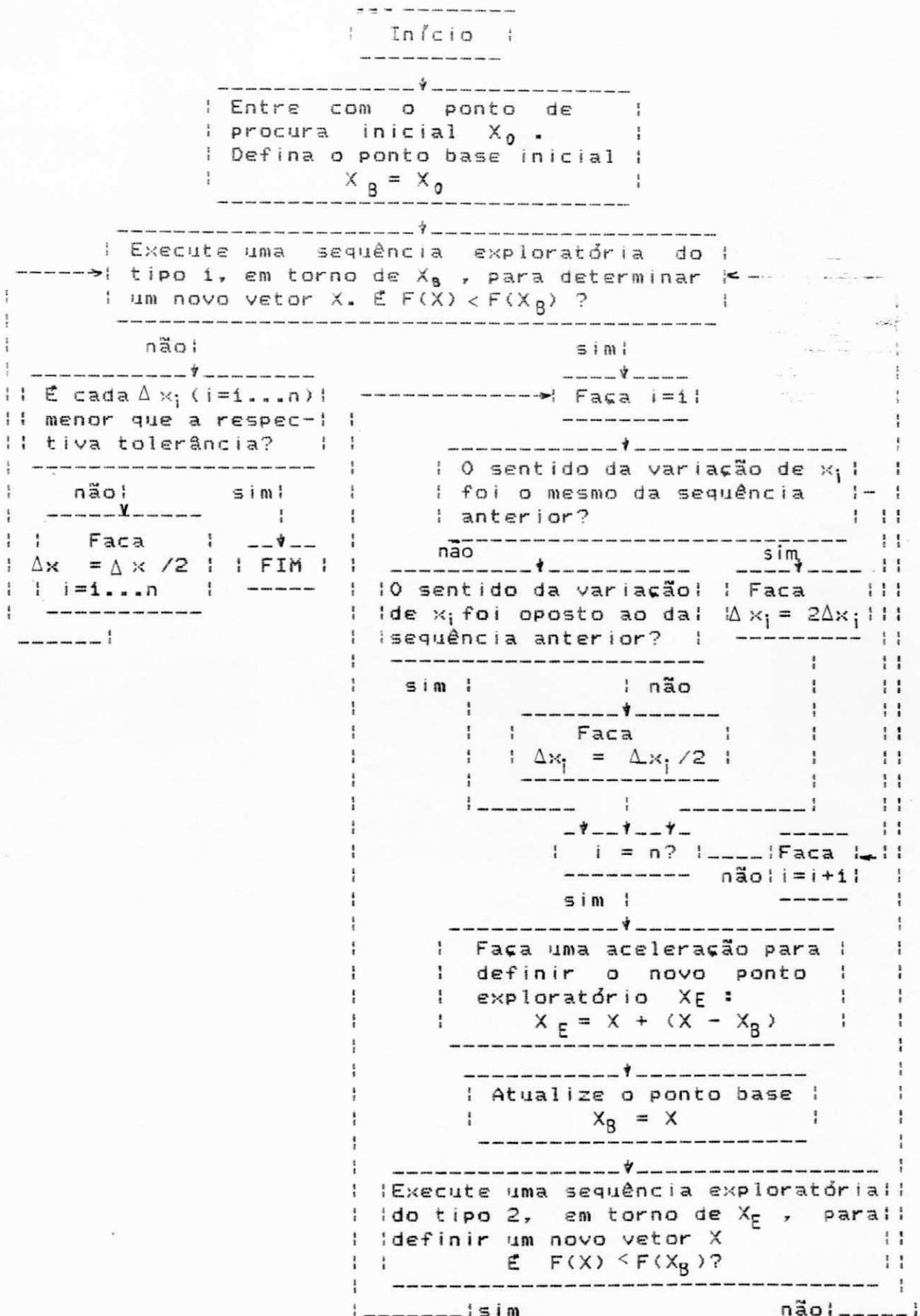


Figura 4.1 Diagrama de Blocos do Algoritmo de Hooke & Jeeves

#### 4.3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.

##### 4.3.i. Considerações preliminares.

Seja um sistema dinâmico, linear e contínuo, representado na forma:

$$\dot{X} = A(\phi)X + B U \quad (4.2)$$

$$Y = C X + D U \quad (4.3)$$

onde  $X$  é um vetor de estados de ordem  $n$ ,  $Y$  é um vetor de saída de ordem  $r$ ,  $U$  é uma entrada de referência, e  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são matrizes de dimensões apropriadas. Considera-se que os elementos da matriz  $A$  podem ser expressos em função de um vetor de parâmetros variáveis  $\phi$ , o qual representa os parâmetros ajustáveis de um controlador.

Os autovalores da matriz  $A$  determinam o tipo de resposta do sistema. De fato, cada autovalor real e cada par de autovalores complexos conjugados estão associados a um modo de oscilação natural do sistema. As componentes reais dos autovalores determinam o amortecimento, enquanto as componentes imaginárias determinam as frequências das oscilações. Se um autovalor estiver localizado no semi-plano esquerdo do plano complexo, ou seja, se sua componente real for negativa, o modo de oscilação correspondente será

amortecido, a sua amplitude decairá com o tempo. Por outro lado, se a parte real for positiva, isto significa que amplitude das oscilações cresce com o tempo, o que caracteriza um sistema instável.

Quando um autovalor é estável, quanto maior for o módulo da parte real, maior será o amortecimento. O recíproco da parte real corresponde ao tempo em que a amplitude do modo de oscilação associado atinge 37% de seu valor inicial. Assim, é desejável que os autovalores dominantes de um dado sistema estejam localizados o mais distante possível, à esquerda do eixo imaginário, no plano complexo. Isto pode ser obtido através da seleção do vetor de parâmetros que minimiza as componentes reais dos autovalores localizados mais próximos do eixo imaginário.

#### 4.3.2. Formulação matemática.

Os autovalores da matriz A serão posicionados, através do ajuste dos parâmetros  $\phi$ , de modo a minimizar o índice

$$J = \operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)] \quad (4.4)$$

Sujeito a

$$\varepsilon_1 \leq \frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} \leq \varepsilon_2 \quad (4.5)$$

$$\phi_{j\min} \leq \phi_j \leq \phi_{j\max} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (4.6)$$

Onde  $\lambda^*(\phi)$  é o autovalor complexo da matriz  $A(\phi)$  que possui a maior componente real;  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  são fatores de amortecimento mínimo e máximo;  $\phi_j$  é o j-ésimo componente do vetor dos parâmetros ajustáveis, e  $\phi_{j\min}$  e  $\phi_{j\max}$  são os correspondentes valores mínimos e máximos.

Para um dado sistema, pode-se desejar que restrições de desempenho adicionais sejam atendidas. Assumiremos aqui que estas restrições podem ser expressas nas formas:

$$g(\phi) \leq 0 \quad (4.7)$$

$$\text{ou} \quad h(\phi) = 0 \quad (4.8)$$

Para tornar mais clara a apresentação do método, trataremos aqui do caso em que apenas duas restrições adicionais são dadas. A extensão para o caso em que um número maior de restrições devem ser satisfeitas pode ser facilmente obtida a partir deste caso mais simples.

#### 4.3.3 Conversão das restrições de desempenho em funções de penalidade.

O método de procura direta de Hooke & Jeeves será utilizado para solucionar o problema de otimização formulado na secção anterior. Como foi visto na secção 4.2, a restrição (4.6), que expressa os limites superiores e inferiores dos parâmetros ajustáveis do regulador (variáveis independentes) pode ser facilmente manipulada pelo algoritmo. Contudo, as restrições (4.5), (4.7) e (4.8) não podem ser tratadas diretamente por este método. Para que estas restrições sejam satisfeitas, será utilizada a técnica de **funções de penalidade** (Himmelblau, 1972; Gottfried & Weisman, 1973).

A ideia básica dos métodos de funções de penalidade consiste em transformar um problema de otimização não-linear com restrições, em um problema sem restrições, incorporando à função objetiva uma penalidade sempre que uma das restrições não for atendida pela solução corrente. Este procedimento permite que problemas de otimização com restrições sejam solucionados por técnicas originalmente desenvolvidas para problemas sem restrições, dentre os quais o método de Hooke & Jeeves tem-se mostrado uma excelente alternativa.

Partindo da formulação original, dada por (4.4) a (4.8), será mostrada agora como as restrições (4.5), (4.7) e (4.8) podem ser substituídas por funções de penalidade. De

fato, há duas restrições em (4.5), que são:

$$\frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} - \varepsilon_1 \geq 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} - \varepsilon_2 \leq 0 \quad (4.10)$$

Definindo as seguintes funções:

$$f_1(\phi) = \frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} - \varepsilon_1 \quad (4.11)$$

$$f_2(\phi) = \varepsilon_2 - \frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} \quad (4.12)$$

$$f_3(\phi) = g_3(\phi) \quad (4.13)$$

$$f_4(\phi) = h(\phi) \quad (4.14)$$

O problema de minimização pode então ser expresso do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } J' &= \operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)] + K_1 \delta_1 |f_1(\phi)| + K_2 \delta_2 |f_2(\phi)| + \\ &+ K_3 \delta_3 |f_3(\phi)| + K_4 \cdot |f_4(\phi)| \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\text{Sujeito a: } \phi_{k\min} \leq \phi_k \leq \phi_{k\max} \quad (4.16)$$

$$k = 1, 2, \dots, p$$

Onde  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  são fatores de escalonamento, cuja finalidade é ponderar a influência das penalidades sobre o índice de desempenho  $J'$ . As constantes  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  são

difinidas por

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & \text{se } f_i \geq 0 \\ i, & \text{se } f_i < 0 \end{cases}$$

para  $i = 1, 2, 3.$

Desse modo, sempre que, e apenas quando, uma das restrições não for satisfeita, uma penalidade correspondente é imposta à função objetiva, e quanto mais distante de ser atendida estiver uma restrição, maior será a penalidade. Assim, ao mesmo tempo que converge para a solução ótima, o processo caminha no sentido de satisfazer às restrições, uma vez que isto contribuirá para a minimização da função objetiva. Observe-se em (4.15) que tanto valores positivos quanto negativos de  $f_4$  estão sujeitos a uma penalidade, visto tratar-se de uma restrição de igualdade. Salienta-se aqui, que os valores iniciais das variáveis independentes, para a partida do processo, não precisam ser tais que atendam a todas as restrições. Com a formulação proposta, ainda que um ponto localizado fora da região viável seja fornecido inicialmente, o processo deverá convergir para um ótimo interno a esta região. Isto, contudo, exige que valores convenientes dos fatores de escalonamento sejam escolhidos. Uma regra prática consiste em escolher valores para os  $K$  tais que as penalidades impostas correspondam a uma fração da função objetiva no ponto inicial de procura. Após a convergência do processo de minimização, verifica-se

se todas as restrições foram atendidas. No caso de uma ou mais delas não terem sido satisfeitas, os correspondentes valores de  $K$  são duplicados, e o processo de minimização é novamente executado. Este procedimento é repetido até que todas as restrições tenham sido atendidas para o ponto de mínimo obtido.

#### 4.4. APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE OTIMIZAÇÃO AO AJUSTE ÓTIMO DO REGULADOR DE VELOCIDADE DE PAULO AFONSO IV.

O regulador de velocidade de Paulo Afonso IV possui como parâmetros ajustáveis as constantes de tempo  $T_d$  e  $T_r$  e os ganhos  $K_0$  e  $K_{P1}$  (ver o diagrama de blocos da figura 3.12). Os demais parâmetros do regulador, turbina, bem como do equivalente dinâmico do sistema serão considerados fixos para o ponto de operação sob estudo. A técnica de posicionamento ótimo dos autovalores dominantes será utilizada aqui, em conjunto com o modelo linear completo do sistema, obtido no capítulo anterior e dado pelas equações 3.49 e 3.50, para determinar os valores ótimos dos parâmetros ajustáveis do regulador.

Torna-se conveniente, neste ponto, tecer algumas considerações acerca do sistema a ser otimizado, particularmente no que diz respeito ao significado físico de seus autovalores dominantes.

A tabela 4.1 apresenta os autovalores do sistema,

Para conjunto de parâmetros fornecido na tabela A.6 (pag.96). Os autovalores complexos dominantes são o par  $-0,0610 \pm j 0,38i$  cuja frequência de oscilação é de  $0,381$  rad/s, ou  $0,0605$  Hz. A predominância deste modo de oscilação na resposta do sistema pode ser vista na curva da velocidade versus tempo, apresentada na figura 3.13. Este modo, de natureza mecânica, está diretamente associado à ação dos reguladores de velocidade, e o ajuste dos parâmetros deve ser efetuado de forma a otimizar o amortecimento deste modo, sem comprometer a estabilidade dos demais. Ainda em relação à tabela 4.1, deve-se destacar o autovalor real =  $-0,0234$ , que de fato é o que mais próximo se encontra do eixo imaginário, e também está associado à ação dos reguladores de velocidade. Mais precisamente, este modo está relacionado à regulação em regime permanente da máquina. Após a ocorrência de uma variação brusca na carga do sistema, os reguladores de todas as máquinas atuam em conjunto, no sentido de eliminar o desequilíbrio entre a geração e a carga totais, estabilizando a frequência em um valor próximo à referência. Nesta fase, as máquinas equipadas com reguladores mais rápidos tendem a sofrer uma variação maior na potência gerada. Uma vez superado o desequilíbrio, e estabilizadas as velocidades, os servomotores das diversas máquinas continuam se movimentando lentamente, de forma a redistribuir a geração de acordo com as capacidades nominais de cada unidade, ou de acordo com um

Tabela 4.1 : Autovalores da matriz A( $\phi$ ) para o ajusteinicial  $\phi_1 = Td = 5,30$ ,  $\phi_2 = KoKp_1 = 0,126$ , $\phi_3 = Tr = 0,20$ 

$\lambda_i = \beta_i + j\omega_i$		
i	$\beta_i$	$\omega_i$
1	-1.8673E+01	2.7220E+02
2	-1.8673E+01	-2.7220E+02
3	-1.6757E+01	1.8574E+02
4	-1.6757E+01	-1.8574E+02
5	-3.1235E+01	
6	-7.3014	
7	-9.1378E-01	7.5979
8	-9.1378E-01	-7.5979
9	-4.8880	3.0364
10	-4.8880	-3.0364
11	-1.5969	3.8596
12	-1.5969	-3.8596
13	-1.1988	2.5009
14	-1.1988	-2.5009
15	-6.9004E-01	
16	-6.1022E-02	3.8150E-01
17	-6.1022E-02	-3.8150E-01
18	-2.3409E-02	
19	-2.0747E-01	
20	-5.0000	

programa de despacho preestabelecido. Dessa forma, embora a maior ênfase deva ser dada à otimização do amortecimento dos pólos complexos, tendo em vista que são eles que mais influem na estabilidade dinâmica do sistema, é importante manter o maior autovalor real além de uma certa distância mínima da origem, de modo a assegurar uma redistribuição rápida da carga entre as unidades geradoras, após uma variação brusca da carga.

Matematicamente, podemos escrever:

$$\max\{\operatorname{Re}[\lambda_i(\phi)]\} \leq \beta_{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

onde  $\lambda_i(\phi)$  é o  $i$ -ésimo autovalor de  $A(\phi)$ , e  $\beta_{\max}$  é o valor máximo permitido à parte real de um autovalor.

A função  $g(\phi)$  da restrição (4.7), para este sistema particular, pode ser definida por:

$$g(\phi) = \max\{\operatorname{Re}[\lambda_i(\phi)] - \beta_{\max}\} \quad (4.18)$$

$$i = 1, \dots, n$$

Resumindo, a função objetiva a ser otimizada torna-se:

$$\begin{aligned} J' = & \operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)] + K_1 \delta_1 f_1(\phi) + K_2 \delta_2 f_2(\phi) + \\ & + K_3 \delta_3 f_3(\phi) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sujeito a:

$$\phi_{imin} \leq \phi_i \leq \phi_{imax}, \quad i = 1, \dots, p \quad (4.20)$$

onde  $f_1(\phi) = \frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda^*(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} - \varepsilon_1 \quad (4.21)$

$$f_2(\phi) = \varepsilon_2 - \frac{|\operatorname{Re}[\lambda_i(\phi)]|}{\sqrt{\operatorname{Re}^2[\lambda_i(\phi)] + \operatorname{Im}^2[\lambda^*(\phi)]}} \quad (4.22)$$

$$f_3(\phi) = g(\phi) = \max\{\operatorname{Re}[\lambda_i(\phi)]\} - \beta_{\max} \quad (4.23)$$

e os parâmetros a serem otimizados são:

$$\phi_1 = Td; \quad \phi = K_0 K_{P_1}; \quad \phi_3 = Tr$$

Observe-se que embora os parâmetros  $K_0$  e  $K_{P_1}$  possam ser ajustados separadamente, a escolha de  $\phi_2 = K_0 K_{P_1}$  implicará na redução do número de variáveis independentes do problema, e consequentemente, na redução do tempo de processamento.

Tabela 4.2 : Faixa de variação dos  
parâmetros ajustáveis

parâmetro	mínimo	máximo
Td	0,50	100,0
$K_0 K_{P_1}$	0,001	1,70
Tr	0,01	1,83

A faixa de variação de cada parâmetro ajustável é fornecida na tabela 4.2. O fator de amortecimento mínimo,  $\epsilon_1$ , será de 0,4, enquanto o máximo,  $\epsilon_2$ , será de 1,0. O limite superior das componentes reais dos autovalores,  $\beta_{\max}$ , será -0,025, o que corresponde a uma constante de tempo de, no máximo, 40 segundos.

Os valores iniciais dos fatores de escalonamento associados às funções de penalidade serão determinados para o ponto de procura inicial de acordo com

$$K_i = \frac{|\operatorname{Re}[\lambda^*(\phi_0)]|}{5|f_i(\phi_0)|}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.24)$$

Para a inicialização do processo de otimização, devem ser fornecidos valores iniciais dos parâmetros ajustáveis. Os mesmos valores usados por Mota & Carvalho (1986), serão utilizados aqui. A tabela 4.3 mostra os valores iniciais dos parâmetros ajustáveis, juntamente com os valores ótimos obtidos após a convergência do processo.

Tabela 4.3 : valores dos parâmetros  
ajustáveis

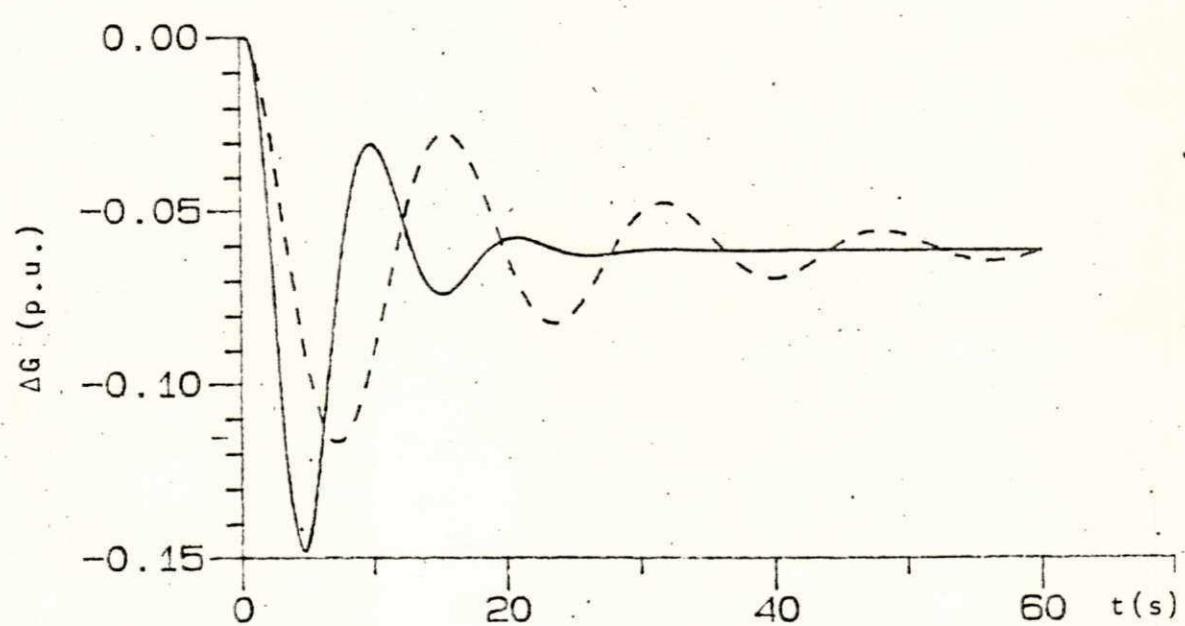
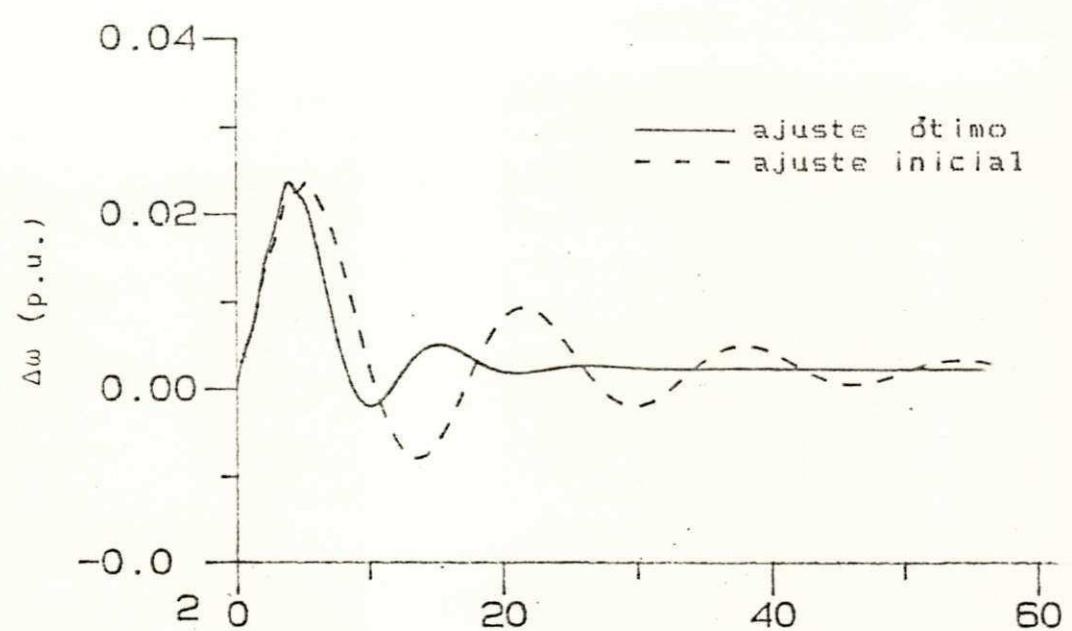
parâmetro	valor inicial	valor otimo
Td	5,30	4,50
Ko.Kp <sub>1</sub>	0,126	0,131
Tr	0,20	1,70

Os autovalores do sistema, para o ajuste ótimo, são mostrados na tabela 4.4. Pode-se observar que o par de pólos complexos dominantes sofreu um deslocamento para a esquerda, passando dos valores  $-0,0610 \pm j 0,3815$  para  $-0,3005 \pm j 0,5337$ . O fator de amortecimento também foi melhorado, passando de 0,157 para 0,491.

A variação da velocidade da máquina 2, em p.u., obtida através da simulação do sistema de potência completo, no programa digital de estabilidade, bem como a abertura das pás do distribuidor, são apresentados na figura 4.2, para uma rejeição de 419 MW na barra 17, correspondente a 23 por cento da geração da máquina 2. As duas curvas mostradas correspondem ao ajuste inicial e otimizado dos parâmetros do regulador. Vê-se que estes resultados estão coerentes com os autovalores obtidos para o modelo linearizado, e que o amortecimento das oscilações da velocidade da máquina foi bastante significativo.

Tabela 4.4 : Autovalores da matriz A( $\phi$ ) para o ajuste  
 ótimo  $\phi_1 = T_d = 4,50$ ,  $\phi_2 = K_0 K_P_1 = 0,13i$   
 $\phi_3 = Tr = 1,70$

$\lambda_i = \beta_i + j\omega_i$		
i	$\beta_i$	$\omega_i$
1	-1.8673E+01	2.7220E+02
2	-1.8673E+01	-2.7220E+02
3	-1.6757E+01	1.8574E+02
4	-1.6757E+01	-1.8574E+02
5	-3.0677E+01	
6	-9.1521E-01	7.5960
7	-9.1521E-01	7.5960
8	-7.7584	
9	-5.5846	2.9381
10	-5.5846	-2.9381
11	-1.3720	3.3235
12	-1.3720	-3.3235
13	-8.6443E-01	1.4459
14	-8.6443E-01	-1.4459
15	-3.0055E-01	6.1953E-01
16	-3.0055E-01	-6.1953E-01
17	-3.0054E-01	5.3372E-01
18	-3.0054E-01	-5.3372E-01
19	-2.5504E-02	
20	-2.3246E-01	



**Figura 4.2** Variação da velocidade e abertura do distribuidor da máquina 2 para uma rejeição de carga de 419 MW na barra 17. (a) Variação da velocidade e (b) abertura do distribuidor.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÃO

Esta pesquisa apresentou um modelo equivalente dinâmico de um sistema de potência, onde os parâmetros são identificados através do método dos mínimos quadráticos recursivo generalizado.

Dentre as vantagens do método apresentado, pode-se citar:

- 1) A aplicabilidade do método independe da complexibilidade do sistema a ser identificado, exigindo para tal apenas o resultado de um programa digital de estabilidade. Isto permite que os efeitos de todos os componentes do sistema, inclusive aqueles oriundos dos sistemas de excitação e reguladores de tensão, compensadores estáticos, etc, sejam incorporados ao equivalente dinâmico.
- 2) A ordem do modelo equivalente não é fixa, e pode ser ampliada ou reduzida, dependendo das características do

sistema e das necessidades do estudo.

3) Resultados da aplicação do método a um sistema de potência real mostraram que o modelo equivalente representou o sistema original com um elevado grau de fidelidade.

Em termos de aplicação, ficou demonstrado que o modelo equivalente dinâmico pode ser efetivamente utilizado, em conjunto com técnicas de otimização e de controle moderno, no ajuste ótimo de parâmetros de reguladores de velocidade. Apesar de tratar-se de um modelo linearizado, os resultados obtidos se mostraram válidos mesmo quando o sistema é submetido a perturbações de maior porte. O método de otimização baseado no algoritmo de procura direta de Hooke e Jeeves mostrou-se altamente conveniente a este tipo de aplicação.

APÊNDICE

DADOS DO SISTEMA DE POTÊNCIA E DO EQUIVALENTE  
DINÂMICO PARA FINS DE SIMULAÇÃO DIGITAL

Tabela A.i

## DADOS DE BARRAS

BARRA	TENSÃO		GERAÇÃO		CARGA		REAT/	
No.	MODULO	ANGULO	ATIVA	REATIVA	ATIVA	REATIVA	(X)	CAPAC.
1	1.030	36.0		2.759				
2	1.020	0.0	17.995	-4.288				
3	1.02	0.5	3.78	0.479				
4	1.030	45.2		0.663				
5	1.040	-0.9	0.6	-0.111				
6	1.020	49.7		1.503				
7	1.02	1.2	3.78	0.544				
8	1.030	-0.5	1.36	-0.46				
9	1.030	-1.4	0.68	-0.255				
10	1.050	14.8	7.5	-0.261				
11	1.050	18.0	1.02	0.365				
12	1.030	62.6	11.8	-0.096				
13	1.020	18.7		1.626				
14	1.03	-48.5			3.57	-0.542	-0.40	
15	1.015	45.2			0.255	0.107		
16	0.998	49.7			3.206	1.06	1.00	
17	1.094	-4.3			20.93	-7.11	-3.00	
18	1.082	10.6			1.553	-0.601	-3.50	
19	1.092	12.3			0.202	0.072	-2.05	
20	1.081	14.6					-3.09	
21	1.093	18.8					-4.92	
22	1.081	36.3					-3.98	
23	1.071	45.6					-2.64	
24	1.086	57.5			0.199	0.12	-1.58	
25	1.072	50.9					-3.20	
26	1.039	-5.8			4.462	-0.655		
27	1.037	-5.2			4.896	-0.752		
28	1.038	-5.6						
29	1.036	-4.7						
30	1.050	-20.6			0.323	0.028		
31	1.064	-27.2			0.794	-1.023	-0.30	
32	1.050	-40.6			0.72	-0.144	-0.30	
33	0.980	-36.6			0.535	-0.344	-0.20	
34	0.935	-20.1			0.214	-0.054	-0.20	
35	0.965	-2.2			0.99	0.34	-0.10	
36	1.043	12.1						
37	1.044	12.2			0.15	0.012	-0.20	
38	0.976	1.7			0.258	0.003	-0.10	
39	0.976	5.3			0.291	0.109	-0.20	
40	1.004	10.7			2.914	0.1386	0.60	
41	1.085	11.7					-2.00	
42	1.015	18.7			0.056	0.019		
43	1.018	36.0			0.455	0.166		

\* Todos os valores estão em por unidade, na base de 100 MVA.

TABELA A.2 DADOS DE LINHAS

LINHA	DA	PARA	RESIST.	REAT.	ADM.
No.	BARRA	BARRA	SERIE	SERIE	C.
1	26	28	0.001	0.0056	0.000
2	26	30	0.0294	0.1658	0.000
3	26	30	0.0294	0.1658	0.000
4	37	36	0.0004	0.0020	0.0001
5	24	23	0.00225	0.02887	2.8784
6	30	31	0.0147	0.0807	0.1456
7	30	31	0.0147	0.0824	0.145
8	30	31	0.0147	0.0824	0.1436
9	30	27	0.0294	0.1623	0.2954
10	31	32	0.0385	0.2182	0.3818
11	31	32	0.0385	0.2129	0.374
12	31	32	0.0385	0.2129	0.3758
13	32	14	0.0297	0.1677	0.2938
14	32	14	0.0297	0.1606	0.3044
15	32	14	0.0297	0.1606	0.3044
16	33	14	0.0375	0.2125	0.3684
17	33	34	0.0290	0.1634	0.2834
18	34	35	0.0268	0.1509	0.259
19	35	38	0.0328	0.1855	0.3200
20	35	36	0.0352	0.1993	0.3484
21	35	36	0.0352	0.1992	0.3492
22	38	39	0.0166	0.0932	0.1590
23	39	40	0.0183	0.1029	0.1774
24	27	29	0.0010	0.0056	0.0096
25	17	18	0.0029	0.0418	4.394
26	18	19	0.00212	0.02686	2.7312
27	20	19	0.00233	0.02971	3.0332
28	20	21	0.00206	0.0262	2.638
29	41	21	0.0026	0.0378	3.9098
30	21	22	0.00365	0.04796	5.0537
31	22	23	0.00185	0.02356	2.3553
32	24	25	0.00321	0.04185	4.2764

TABELA A.3

DADOS DE TRANSFORMADORES

TRAFO I No.	DA BARRA	PARA BARRA	REAT. SERIE	TAP
1	26	5	0.15670	0.98
2	26	3	0.03015	1.027
3	26	17	0.0115	0.943
4	28	9	0.1167	0.978
5	37	11	0.10640	1.025
6	42	21	0.02960	0.896
7	42	13	0.0335	1.05
8	43	22	0.0123	0.919
9	43	1	0.02247	1.05
10	16	25	0.00735	0.923
11	16	6	0.03125	1.025
12	15	23	0.034	0.933
13	15	4	0.0625	1.025
14	27	7	0.03015	1.027
15	27	17	0.0115	0.943
16	29	8	0.05835	0.978
17	36	20	0.0291	0.973
18	40	41	0.00575	0.923
19	17	2	0.00445	1.05
20	18	10	0.011	1.025
21	24	12	0.00792	1.05

TABELA A.4

DADOS DE MÁQUINAS

IMQ.	PARAMETROS							
	No.	X'd	Xq	Xd	H	T'do	T"qo	
1	0.1000	0.2667	0.4166	5.940	10.00	10.0		
2	0.0121	0.0244	0.0333	127.2	6.61	6.61		
3	0.0595	0.1365	0.2155	21.4	4.62	4.62		
4	0.2330	0.6000	1.0000	2.17	3.10	3.10		
5	0.3500	0.6900	1.0401	4.34	5.50	5.50		
6	0.0965	0.2865	0.4265	5.62	3.70	3.70		
7	0.0595	0.1365	0.2155	21.4	4.62	4.62		
8	0.0920	0.2220	0.3120	9.880	4.40	4.40		
9	0.1840	0.4440	0.6240	4.940	4.40	4.40		
10	0.0328	0.0566	0.0822	41.35	5.60	5.60		
11	0.2300	0.4695	0.7550	4.280	4.00	4.00		
12	0.0179	0.0378	0.0573	67.20	5.92	5.92		
13	0.1500	0.6000	0.7000	4.400	7.00	7.00		

TABELA A.4

(CONTINUACÃO)

IMQ.	PARAMETROS					
	No.	X'q	T"do	T"qo	X"d	XL
1	0.26670	0.05526	0.1400	0.0633	0.0633	
2	0.0244	0.0702	0.132	0.0086	0.0086	
3	0.1365	0.04276	0.0982	0.0417	0.0417	
4	0.6000	0.0700	0.105	0.167	0.167	
5	0.6900	0.0400	0.0786	0.2601	0.2601	
6	0.2865	0.0940	0.105	0.0615	0.0615	
7	0.1365	0.04276	0.0982	0.0417	0.0417	
8	0.2220	0.04355	0.1055	0.0635	0.0635	
9	0.4440	0.04355	0.1055	0.1270	0.1270	
10	0.05660	0.04174	0.0717	0.0236	0.0236	
11	0.46950	0.0331	0.0676	0.1390	0.1082	
12	0.03780	0.0441	0.0500	0.0122	0.0100	
13	0.60000	0.0600	0.2100	0.0750	0.0750	

TABELA A.5

DADOS DOS GOVERNADORES E  
TURBINAS

MAQ.		PARAMETROS					
No.	Pnom	Tp	Tg	Tr	$\alpha$	$\sigma$	
3	418.0	0.05	0.2	13.6	0.28	0.05	
5	80.0	0.05	0.2	5.0	0.3	0.05	
7	418.0	0.05	0.2	13.6	0.28	0.05	
8	244.0	0.05	0.2	5.0	0.306	0.05	
9	122.0	0.05	0.2	5.0	0.306	0.05	
10	972.5	0.05	0.2	5.0	0.306	0.05	
11	104.4	0.05	0.2	5.0	0.306	0.05	
12	1400.0	0.05	0.2	5.0	0.306	0.05	

TABELA A.5

(CONTINUACAO)

MAQ.		PARAMETROS			
No.	Tw	Lmin	Lmax	Gmax	
3	1.7	-0.155	0.155	1.05	
5	1.0	-0.256	0.256	1.06	
7	1.7	-0.155	0.155	1.05	
8	1.0	-0.200	0.200	0.90	
9	1.0	-0.200	0.200	0.9	
10	1.0	-0.200	0.200	0.9	
11	1.0	-0.123	0.123	1.09	
12	1.0	-0.200	0.200	0.95	

(Veja figura 3.3, na página 43)

TABELA A.6      PARAMETROS DO GOVERNADOR E  
TURBINA DE PAULO AFONSO IV  
(MAQUINA 2)

Td *	K	To	Ko *	Kpi *	Kp2	Tr *	rx	ra
5.3	1.0	0.2	0.2	0.63	2.0	0.2	0.6	1

\* Parâmetros ajustáveis

TABELA A.6      (CONTINUACAO)

T2	Ty	Tw	At	Ri	Bgov	Bsis
0.14	0.2	1.72	1.32	0.04	2736.0	100

( Veja a figura 3.4, na página 43 )

TABELA A.7

DADOS DE SISTEMAS DE EXCITAÇÃOE REGULADORES DE TENSÃO (EXCITA-TRIZES ESTÁTICAS)

MAQ.		PARAMETROS									
No.	Ka	Vmax	Vmin	Kq	Tq	T1d1	T1d2	T2d1	T2d2	T3d1	T3d2
1	400.0	7.000	-7.00								
2	300.0	3.75	-2.96								
4	400.0	7.0	-7.0								
6	400.0	7.0	-7.0								
8	300.0	3.25	-2.95								
9	300.0	3.25	-2.95								
10	500	3.04	-2.28								
12 *	396.0	4.520	-3.92	-1.00	1.00	0.0732	3.00				
13	400.0	7.000	-7.00								

\* Com sin<sup>e</sup> estabilizador derivado de P.

e

TABELA A.7

(CONTINUACAO)

MAQ.		PARAMETROS									
No.	Tmi	Tm2	Tm3	Tm4	V'max	V'min	Ymax	Ymin			
1	0.129	0.049	0.10	0.30	99.9	-99.9					
2			1.02	6.13	99.9	-99.9					
4	0.129	0.049	0.1	0.3	99.9	-99.9					
6	0.129	0.049	0.1	0.3	99.9	-99.9					
8			2.0	20.	99.9	-99.9					
9			2.0	20.	99.9	-99.9					
10	0.196	0.026			99.9	-99.9					
12			2.32	26.5	1.95	-1.95	0.09	-0.09			
13	0.129	0.049	0.10	0.30	99.9	-99.9					

( Veja figura 3.2.b ,na página 41)

TABELA A.8            DADOS DE SISTEMAS DE EXCITAÇÃO  
E REGULADORES DE TENSÃO (EXCITATRIZES GIRANTES)

MAQ:		PARAMETROS				
No.	Ka	Ta	Vmax	Vmin	Ke	
3	400.0	0.05	3.5	-3.5	-0.17	
5	92.0	0.05	0.95	-0.95	0.00	
7	400.0	0.05	3.5	-3.5	-0.17	
ii	9.26	0.033	3.2781	-2.7731	-0.04061	

TABELA A.8            (CONTINUAÇÃO)

MAQ:		PARAMETROS				
No.	Te	As	Bs	$\mu_s$	Tse	
3	0.949	0.0022	2.79	0.04	1.0	
5	0.240	0.0000011	4.72	0.065381	1.0	
7	0.949	0.0022	2.79	0.04	1.0	
ii	3.85	0.00629	1.7591	0.02	1.0	

( Veja figura 3.2.a, na página 41 )

## PARAMETROS DO MODELO

## EQUIVALENTE DINAMICO

## MATRIZ A'

I	J	A'(I,J)
1	1	-0.765702648725441D+01
1	2	0.103212208547342D+02
1	3	-0.266436614242865D+01
2	1	-0.242244738640042D+01
2	2	-0.158625915556538D+00
2	3	0.258115717358811D+01
3	1	0.234679361423952D+01
3	2	-0.968667061678318D+01
3	3	0.733971321151560D+01

## MATRIZ B'

I	B'(I)
1	0.133309229572527D-02
2	0.134401806767092D-02
3	0.134888201269381D-02

## MATRIZ A''

I	J	A''(I,J)
1	1	-0.7068718823206300+02
1	2	0.5599071675645980D+02
1	3	-0.982916175276144D+02
1	4	0.132705339597708D+03
1	5	0.370666226693589D+01
1	6	0.175097938370630D+03
1	7	-0.341922750792348D+03
1	8	0.143405457141486D+03
2	1	-0.674971032311049D+02
2	2	0.818030260441189D+01
2	3	0.133292230346220D+03
2	4	-0.100633582447711D+03
2	5	0.424552424040912D+02
2	6	-0.113606695220386D+03
2	7	0.159359796820172D+03
2	8	-0.615518904476783D+02
3	1	0.289708243077283D+02
3	2	-0.101348277744358D+03
3	3	-0.249987297054965D+02
3	4	0.134297438732772D+03
3	5	-0.618968132474141D+02
3	6	0.928079909817327D+02
3	7	-0.106851635936925D+03
3	8	0.390201889417118D+02
4	1	-0.183657566008745D+02
4	2	0.504304288105224D+02
4	3	-0.803147708898841D+02
4	4	-0.256359712407707D+02
4	5	0.109740661642840D+03
4	6	-0.938174211921299D+02
4	7	0.885256905091003D+02
4	8	-0.305635771553168D+02

## MATRIZ A''

(CONTINUACAO)

I	J	A''(I,J)
5	1	0.143854561986941D+02
5	2	-0.351745495804103D+02
5	3	0.339553878886862D+02
5	4	-0.798156348949227D+02
5	5	-0.640123733430062D+01
5	6	0.134743307458276D+03
5	7	-0.904631980464840D+02
5	8	0.287710856792257D+02
6	1	-0.135417785269177D+02
6	2	0.302084477458265D+02
6	3	-0.196657362133526D+02
6	4	0.334855252020247D+02
6	5	-0.979222908805122D+02
6	6	-0.299375289571138D+02
6	7	0.131585802660308D+03
6	8	-0.342130789405668D+02
7	1	0.161031788268899D+02
7	2	-0.323576572502098D+02
7	3	0.117661733764639D+02
7	4	-0.191069999400627D+02
7	5	0.550170189207995D+02
7	6	-0.699341568129950D+02
7	7	-0.261827884474632D+02
7	8	0.646960861288594D+02
8	1	-0.304507129026543D+02
8	2	0.516835401438861D+02
8	3	0.251622747344805D+01
8	4	0.107096169022589D+02
8	5	-0.598225220517140D+02
8	6	0.209214959327602D+01
8	7	-0.770342782557458D+02
8	8	0.100304011216929D+03

## MATRIX B''

I	B(I)
1	0.432223069061645D-02
2	0.151532185774239D-02
3	0.375384923775919D-02
4	0.252810861475554D-02
5	0.328442277700153D-02
6	0.174002418941589D-02
7	0.293222118728463D-02
8	0.243182617899608D-02

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, P.M. & Fouad, A.A., (1977). Power System Control and Stability, Ames, The Iowa State University Press.
- Castro, J. C., (1984). "Uma Técnica Computacional Para Determinação dos Parâmetros Ajustáveis do Controlador de Uma Máquina Síncrona", 5o. Congresso Brasileiro de Automática / 1o. Congresso Latino-Americano de Automática, Campina Grande.
- Chaudry, M.H., (1970). "Governing Stability of a Hydro-electric Power Plant", Water Power, April 1970, pp.131-136.
- Dandeno, P.L. & Kundur, P. & Bayne, J.P., (1978). "Hidraulic Unit Dynamic Performance Under Normal and Islanding Conditions - Analysis and Validation". IEEE trans. PAS, vol. PAS-97, no. 6: 2134-2143.
- Fonseca Neto, J. V., (1986). "Projeto de Sinais Estabilizadores em Compensadores Estáticos de Reativos Baseado em Técnicas de Controle Moderno e Teoria da Identificação", Dissertação de Mestrado, Universidade

Federal da Paraíba, Campina Grande.

- Gottfried, B. S. & Weisman, J., (1973). Introduction to Optimization Theory, Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- Himmelblau, D. M., (1972). Applied Nonlinear Programming. Mc Graw Hill Book Company.
- Hovey, L. M., (1962). "Optimum Adjustment of Hydro Governors on Manitoba Hydro System". Trans. AIEE (Power Apparatus and Systems), vol. 81, pt. III, no. 12: 581-587.
- IEEE, Committee Report, (1968). "Computer Representation of Excitation Systems", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-87, no. 6: 1460-1468.
- IEEE, Committee Report, (1973). "Dynamic Models for Steam and Hydro Turbines in Power Systems Studies", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-92, no. 6: 1904-1915.
- Mota, W. S., (1981). Optimal Control Techniques in the Design of Power System Stabilizers, Ph. D. Thesis, University of Waterloo, Canada.
- Mota, W. S., (1985). Simulação Dinâmica de Sistemas de Potência, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande.
- Mota, W. S., & Carvalho, P. B., (1986). "Ajuste de

Parâmetros de Reguladores de Velocidade Usando Técnicas de Controle Moderno e Otimização", 7º Congresso da Asociacion Chilena de Control Automatico, Antofagasta, Chile.

- Ogata, K., (1970). Modern Control Engineering. Prentice-Hall, New York.

- Schleif, F. R. & Wilbor, A. B., (1966). "The Coordination of Hydraulic Turbine Governors for Power System Operation". IEEE Trans. PAS, vol. PAS-85, no. 7: 750-758.

- Silveira, A. M., (1985). "Ajuste dos Parâmetros de Um Compensador Estático Usando Técnicas de Controle Moderno e Otimização", Dissertacão de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande.

- Thorne, D. H. & Hill, E. F., (1975). "Extensions of Stability Boundaries of a Hydraulic Turbine Generating Unit", IEEE Trans. PAS, vol. PAS-94, no. 4: i401-i409.

#### TRABALHO PUBLICADO DURANTE A REALIZAÇÃO DA PESQUISA

- Sampaio, Y. N., & Mota, W. S., (1988). "Modelo Equivalente Dinâmico de Sistemas de Potência Para Estudos em Turbinas e Reguladores de Velocidade", 2º Congresso Brasileiro de Automática, São José dos Campos.