

ESTUDO DA ESTABILIDADE DE SILOS CILÍNDRICOS SOB COMPRESSÃO AXIAL

Renato Celini BADIALE¹, Carlito CALIL Jr.²

RESUMO: A predição teórica adequada das cargas críticas de flambagem elástica para silos cilíndricos sob compressão axial tem se apresentado como um desafio na mecânica das estruturas. Devido às dificuldades em adequar teoria à ensaios experimentais, com base no desenvolvimento teórico apresentado por Von Kármán (1941), fez-se um estudo comparativo das suas equações com equações empíricas obtidas experimentalmente por outros pesquisadores, dando ao projetista a liberdade de escolher, dentre os autores citados, qual melhor se aplica às variáveis do seu projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Silos cilíndricos, cascas cilíndricas, estabilidade, flambagem

ABSTRACT: Theoretical prediction of critical elastic buckling loads for cylindrical silos under axial compression has been presented as a challenge in structural mechanics. Because of the difficult to adapt theories and experimental data, with base on theoretical development of Von Kármán (1941), a comparative study of his equations with empirical equations obtained by others researchers was made to bring to the engineers the choice, from the related authors, which better apply to their design.

KEYWORDS: Cylindrical silos, cylindrical shells, stability, buckling

INTRODUÇÃO: A solução mais antiga para as equações de estabilidade de cascas cilíndricas sob compressão axial, segundo Flugge (1973), foi apresentada por Lorenz em 1911. Segundo Von Kármán (1941) a carga crítica de flambagem para cilindros de paredes finas da teoria clássica é 3 a 5 vezes maior que a encontrada experimentalmente, e a forma geométrica do cilindro após a flambagem é bastante diferente da predita. Geralmente este fenômeno somente pode ser descrito através da aplicação da teoria não linear para grandes deslocamentos. Segundo Bushnell (1989): “Se a casca cilíndrica for carregada de tal forma que a maior parte da energia de deformação seja na forma de compressão de membrana, e se houver a possibilidade desta energia armazenada ser convertida em energia de flexão, a casca *falhará* preferivelmente, no processo ao qual chamamos de flambagem, conforme a energia de membrana for se transformando em energia de flexão. Geralmente grandes deformações são necessárias para converter uma certa quantidade de energia de membrana em energia de flexão.”

¹Engenheiro Mecânico e Mestrando em Engenharia de Estruturas, Departamento de Estruturas, EESC-USP, São Carlos, Brasil. End. Postal: Rua dos Monjolos, 50, Nova Piracicaba, CEP 13405-162, Piracicaba, S.P., Fax/Fone (019)421 1285

² Professor Dr., Departamento de Estruturas, EESC-USP, São Carlos, Brasil. End. Postal: Av. Carlos Botelho, 1465, CEP 13560-250, São Carlos, S.P., Fone (016) 274 9260 / E-mail: CALIL @ SC.USP.BR

MATERIAL E MÉTODOS: A maioria dos artigos estudados no levantamento bibliográfico sobre o problema de estabilidade elástica de cascas cilíndricas sob compressão axial, tinham como referência o desenvolvimento teórico apresentado por Von Kármán (1941). Utilizando-se portanto deste equacionamento como ponto de partida, fez-se, neste trabalho, um estudo comparativo dos resultados numéricos obtidos através dessas equações teóricas com os obtidos através de equações empíricas de outros pesquisadores³. Fixando-se parâmetros que permitissem a comparação de Von Kármán (1941) com os demais autores, apresentou-se graficamente os resultados das equações teóricas e empíricas conforme Figura 1.

RESULTADOS E DISCUSSÃO: Pela complexidade do problema da flambagem de cascas cilíndricas de paredes finas sob compressão axial, Von Kármán (1941) comenta que os resultados obtidos com sua teoria (curvas azuis Figura 1) devem ser considerados como uma aproximação grosseira do comportamento da casca, servindo mais para uma conclusão qualitativa do que quantitativa. Comenta também que: “1-para colocar a sua teoria numa base sólida, é necessária solução mais apurada das equações diferenciais de equilíbrio, devendo ser dada atenção particular para o cálculo da energia elástica armazenada na casca; 2-as equações para a teoria dos grandes deslocamentos devem ser questionadas quanto a sua faixa de validade, pois são estabelecidas intuitivamente e não por raciocínio sistemático; 3-as características elásticas das máquinas utilizadas nos ensaios e às imperfeições iniciais de fabricação apresentam grande influência no processo de flambagem, podendo ser responsáveis pela grande dispersão dos valores experimentais obtidos por diferentes pesquisadores e pela dificuldade na adequação de um modelo teórico à um experimental.”

CONCLUSÕES: Um futuro desenvolvimento teórico deverá incluir melhor análise da teoria dos grandes deslocamentos, incluindo: efeitos de comprimento finito da casca, influência da vinculação nas extremidades, características elásticas das máquinas de ensaio, imperfeições iniciais, melhor equacionamento do deslocamento da superfície média da casca e análise plástica. Do ponto de vista da engenharia de projeto, as equações empíricas apresentadas e as suas respectivas curvas (Figura 1) dão ao projetista a liberdade de escolher qual melhor se aplica às variáveis do seu projeto ou à segurança com a qual pretende trabalhar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BRUSH, D. O., ALMROTH, B. O. **Buckling of Bar, Plates, and Shells**. New York, McGraw-Hill, 1975.

BUSHNELL, D. **Computerized Buckling Analysis of Shells**. Dordrecht, Kluwer Academic, 1989.

³ Donnell (1934), Kanemitsu & Nojima (1939), Weingarten (1965), Steinhardt & Schulz (in Gaylord (1984)), EUROPEAN CONVENTION FOR CONSTRUCTIONAL STEELWORK - ECCS (in Gaylord (1984)), Koiter / Odland (in Rotter (1985)).

DONNEL, L. H. A new theory for the buckling of thin cylinders under axial compression and bending. **Trans. of ASME**, v.56, p.795-806, Nov., 1934.

FLUGGE, W. **Stresses in Shells**. 2a Edição. New York, Springer-Verlag, 1973.

GAYLORD, E. H., GAYLORD, C. N.. **Design of steel bins for storage of bulk solids**. New Jersey, Prentice-Hall, 1984.

KANEMITSU, S., NOJIMA, N. M. **Axial Compression Tests of Thin Circular Cylinders**. California. M. S. Thesis. Dept. of Aeronautical Engineering, California Institute of Technology, 1939.

ROTTER, J. M. Buckling under axial compression. In: **Design of steel bins for the storage of bulk solids**. Sydney, University of Sidney, 1985.

TIMOSHENKO, S. P. **Theory of Elastic Stability**. Tokio. McGraw-Hill, 1961.

VON KÁRMÁN, T., TSIEN, H. The buckling of thin cylindrical shells under axial compression. **Journal of the Aeronautical Sciences**, 1941, v.8, n.8, p.303-312, June.

WEINGARTEN, V. I., MORGAN, E. J., SEIDE, P. Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression. **AIAA Jnl**, 1965, v.3, n.3, p.500-505, March.

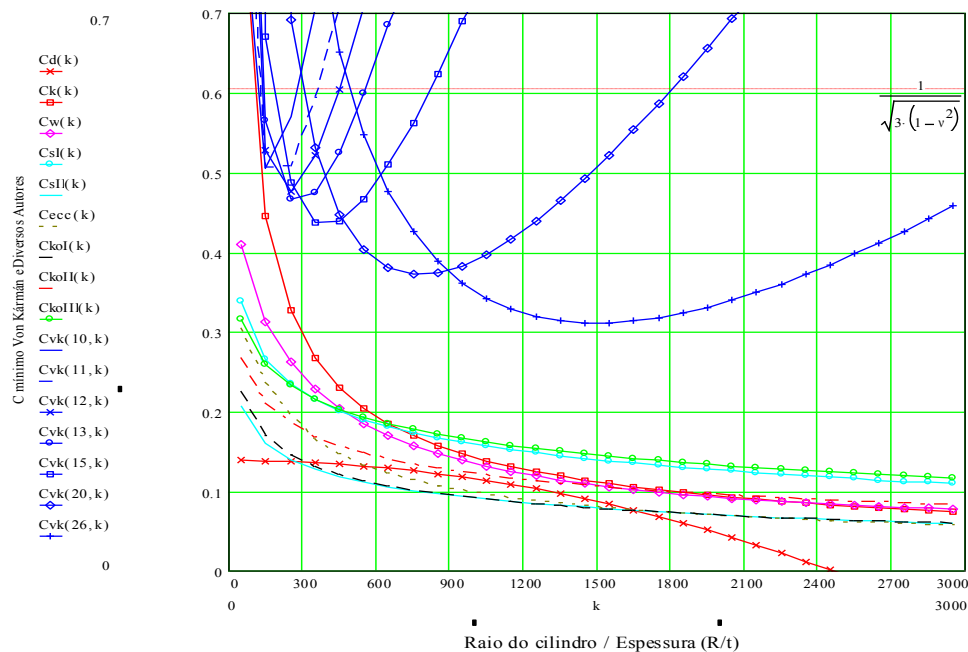


Fig. 1. Tensão de compressão reduzida $\left(\frac{\sigma R}{Et}\right)$ "versus" $\frac{R}{t}$ por Von Kármán e demais autores com :

$$\xi = \frac{1}{16,5} \sqrt{\frac{R}{t}} \quad / \quad \mu = 1 \quad / \quad n = 10, 11, 12, 13, 15, 20 \text{ e } 26 \quad / \quad \text{Aço ASTM A36: } \nu = 0,3, f_y = 25 \text{ kN/cm}^2, E = 21000$$

kN/cm² / Tensão de compressão reduzida na forma : $C_{(\text{inicial do autor em letra minúscula})}(k)$ Ex.: Para Donnell (1934)
- Curva $Cd(k)$ (vermelha pontos marcados com x)