



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

## **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: SUA RELEVÂNCIA E IMPORTÂNCIA NOS DIVERSOS CAMPOS DA CIÊNCIA**

Autor: Antonio Siqueira Lustosa  
Centro de Formação de Professores - Universidade Federal de Campina Grande  
antoniosiqueira606@gmail.com

Orientador: Gilberto Fernandes Vieira  
Centro de Formação de Professores – Universidade Federal de Campina Grande  
gilbertovieira05@gmail.com

### **Resumo:**

Este trabalho tem como objetivo apresentar as atividades desenvolvidas no período de execução do projeto monitoria: “Aprender e Ensinar”, bem como as aplicações do Cálculo Diferencial e Integral. No sentido de subsidiar a inserção da importância do referido conteúdo, este campo da Matemática atinge várias outras áreas das demais ciências, tais como: problemas da Física, Biologia, Química, Modelagem Matemática, Arquitetura, Geologia, Engenharia e Economia. Servindo como ferramenta de aprendizagem não apenas para os discentes, mais também para o monitor, e dessa forma demonstrar para os estudantes a real importância do Cálculo Diferencial e Integral em várias aplicações e situações cotidianas, tendo como reflexão o aprendizado na vida pessoal e profissional como docente.

**Palavras-chave:** Cálculo Diferencial e Integral; Aplicações; Aprendizagem.

### **INTRODUÇÃO**

Este documento tem como finalidade apresentar dados e relatos referentes às atividades desenvolvidas pelo monitor voluntário Antonio Siqueira Lustosa, no período de execução da monitoria da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III pelo Prof. Gilberto Fernandes Vieira, no período 2015.2, no projeto de monitoria: “Aprender e Ensinar”. Tais atividades foram executadas sob a coordenação do Prof. Dr. Gilberto Fernandes Vieira, da Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Campina Grande.

As aulas referentes a esta disciplina foram expostas através de aulas práticas, com resoluções e discussões dos exercícios do livro adotado pelo professor e listas de exercícios elaboradas pelo monitor. A avaliação da turma foi feita através de Exames de Verificação de



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

Aprendizagem e também de forma contínua, contando com a participação dos alunos e com a interação na apresentação de novos materiais, durante as aulas foram realizadas várias atividades práticas visando um melhor entendimento por parte dos alunos.

O presente trabalho tem como objetivo mostrar a grande importância do estudo da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, em virtude das inúmeras aplicações em vários campos das ciências, tais como: problemas da Física, Biologia, Química, Modelagem Matemática, Arquitetura, Geologia, Engenharia e Economia. Facilitando assim a construção do conhecimento matemático dos alunos.

No ensino da matemática, como se observa nos dias atuais os professores enfrentam grandes problemas como: a falta de conhecimento das novas tendências metodológicas; a dificuldade na contextualização dos conteúdos; o desinteresse e, até mesmo, a indisciplina por parte dos nossos alunos.

Observando a realidade das instituições de ensino verifica-se, que em sua grande maioria, a Matemática é apresentada aos alunos de forma refinada e formal e feita de maneira mecânica, via fórmulas e algoritmos. Fazendo com que os alunos vejam a matemática como fazer contas, seguir fórmulas, regras de soluções predeterminadas deixando de lado o Conhecimento Matemático, que nasceu de nossas necessidades, as quais nos levaram a investigar, raciocinar logicamente, usar de criatividade e por último gerar conjecturas e verificar se as mesmas de fato são verdadeiras. Assim, procuremos sempre despertar a atenção e o interesse do alunado trabalhando os conteúdos de forma contextualizada.

## 1. DESENVOLVIMENTO

As atividades realizadas pelo monitor da disciplina sempre foram direcionadas por orientações recebidas do professor orientador, e do coordenador do projeto de monitoria: “Aprender e Ensinar”, e disposto na seção I, capítulo V, título II do Regulamento do Ensino de Graduação da UFCG, as atividades de monitoria foram realizadas de modo a cumprir a instrução do item 4 (quatro) do edital PRE/UFCG 005/2012.

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral III é componente curricular obrigatório



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

do currículo mínimo do Curso de Matemática (licenciatura) da UFCG. A mesma possui um total de 4 (quatro) créditos, dispondo de uma carga horária de 60 horas-aula, sendo 4 (quatro) aulas semanais.

Geralmente o insucesso dos estudantes na disciplina para qual o projeto é direcionado é muito comum, chegando a ser considerado normal por alguns educadores, no entanto, os participantes deste obtiveram um excelente desempenho na mesma, pois dos 18 (dezoito) estudantes matriculados, 15 (quinze) foram aprovados, nenhum foi reprovado, 3 (três) reprovado por falta e nenhum trancamento.

Porém encontramos dificuldade quanto ao local para a realização das atividades de monitoria, uma vez que não havia disponibilidade de ambiente específico, as atividades aconteceram inicialmente na central de aulas II, porém a maioria se deu na biblioteca, dispondo de recursos tais como fontes de consultas bibliográficas e eletrônicas bem como outros subsídios suficientes para a realização das atividades de monitoria.

O acompanhamento das turmas bem como orientações do professor para nós monitores ocorreram todas as terças e quartas, durante duas horas em cada um destes dias. Ainda disponibilizamos o nosso tempo com os alunos das turmas as quais somos monitores acompanhando por e-mail ou redes sociais sempre que necessário.

O projeto consistiu basicamente na resolução e discussão de questões, através de listas de exercícios elaboradas pelo monitor e passadas pelo professor em sala. Por meio deste os alunos buscavam suprir as dificuldades encontradas na disciplina ao longo do período.

## 1.1 DERIVADAS

Definição: Seja  $f(x)$  uma função definida em um subconjunto  $D$  contido em  $\mathbb{R}$ , a derivada de  $f(x)$  em relação à variável  $x \in D$  é a função  $f'(x)$  cujo o valor em  $x$  é:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

desde que o limite exista.

**Exemplo:** Calcule a derivada da função  $f(x) = x^2$  usando a definição de limite.



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

**Resolução:** Pela definição de derivada temos,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h$$

$$f'(x) = 2x$$

## 1.1.1 MÁXIMOS E MINIMOS

Estudiosos e pesquisadores amantes da matemática em meados dos anos 60, a exemplo de Fermat, divulgou um novo método para determinação de tangentes, método que levaria aos máximos e mínimos. Em aplicações simples, raramente precisa-se provar que certo valor crítico é um máximo ou um mínimo, porém para ter um princípio teórico observe as seguintes definições:

Dada uma função  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ , um ponto  $x_0 \in I$  é chamado de:

- Ponto de máximo relativo (ou local) da função, quando  $f(x_0) \geq f(x)$  para todo  $x \in I$ .
- Ponto de mínimo relativo (ou local) da função, quando  $f(x_0) \leq f(x)$  para todo  $x \in I$ .

O valor de  $f(x_0)$  é chamado de máximo ou mínimo relativo (ou local) de  $f$ , e  $(x_0, f(x_0))$  são as coordenadas dos pontos de máximo ou de mínimo relativo de  $f$ .

Diz-se que um ponto  $x_0$  é um ponto crítico para a função  $f$  quando  $f$  é definida em  $x_0$  mas não é derivável em  $x_0$ , ou  $f'(x_0) = 0$ .

**Exemplo 1:** Um triângulo está inscrito numa semicircunferência de raio  $R$  e seus lados medem  $a$ ,  $b$  e  $2R$ . Calcule  $a$  e  $b$  quando a área do triângulo é máxima.

**Resolução:** O triângulo abaixo representa um entre os diferentes triângulos retângulos de Medidas  $a, b$  e  $2R$  (Ver figura 1).



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

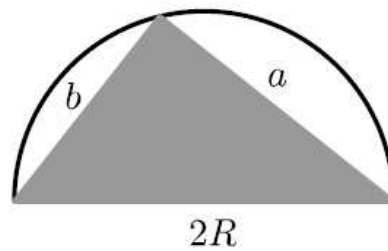


Figura 1

Os catetos  $a$  e  $b$  percorrem o intervalo  $(0, 2R)$ , ou seja,  $0 < a < 2R$  e  $0 < b < 2R$ .

No triângulo temos as relações:

$$A = \frac{a \cdot b}{2} \text{ e } 4R^2 = a^2 + b^2,$$

Onde  $A$  é a área do triângulo. Para que possamos determinar o valor máximo de  $A$ , se faz necessário colocar  $A$  em função de apenas uma variável ( $a$  ou  $b$ ). Isolando o valor de  $b$  na segunda igualdade, temos  $b = \sqrt{4R^2 - a^2}$ , substituindo na equação da área, temos

$$A = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} a \sqrt{4R^2 - a^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 R^2 - a^4} = \sqrt{a^2 R^2 - \frac{a^4}{4}}.$$

Devemos verificar se  $A$  possui ponto de máximo. Como maximizar  $A$  e  $A^2$  é equivalente, tomemos  $A = \sqrt{a^2 R^2 - \frac{a^4}{4}}$ . Derivando em função de  $a$ , temos  $A'_{(a)} = 2aR^2 - a^3$ , fazendo  $A'_{(a)} = 0$  temos que  $a = R\sqrt{2}$  (ponto crítico).  $A''_{(a)} = 2R^2 - 3a^2$  de onde segue que

$$A''_{(R\sqrt{2})} = 2R^2 - 6R^2 = -4R^2 < 0,$$

logo  $a = R\sqrt{2}$  é um ponto de máximo.

Sendo  $a = R\sqrt{2}$  temos que  $4R^2 = a^2 + b^2$ , logo  $b = R\sqrt{2}$ .

Portanto, o triângulo de área máxima é o triângulo isósceles onde  $a = b = R\sqrt{2}$ .

**Exemplo 2:** José Aldanilo precisa fazer um reservatório de água (espécie de tanque) feito com tijolo e cimento revestido de cerâmica, sem tampa, tendo na base um retângulo com comprimento igual ao dobro da largura. Calcule as dimensões que permitem a



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

máxima economia de material para produzir o reservatório de volume de  $20 \text{ m}^3$ .

**Resolução:** Indicando-se a largura por  $x$ , o comprimento por  $2x$  e a altura por  $y$ , obter-se-á a Figura 2:



Figura 2 – representação do reservatório de água

O volume desta caixa é dado por  $V = 2 \cdot x \cdot x \cdot y = 2 \cdot x^2 \cdot y$  e então,

$$V = 2 \cdot x^2 \cdot y, V = 20 \text{ m}^3$$

$$2 \cdot x^2 \cdot y = 20$$

$$y = \frac{20}{2x^2}, \text{ ou seja, } y = \frac{10}{x^2}$$

A área total da caixa é  $A = (2 \cdot x \cdot x + 2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot 2 \cdot x \cdot y)$ , logo a área é dado por:

$$A = 2x^2 + 6xy$$

Substituindo  $y$  na área, temos:

$$A(x) = 2x^2 + 6x \cdot \frac{10}{x^2} = 2x^2 + \frac{60}{x} = \frac{2x^3 + 60}{x}$$

Para encontrar o valor máximo ou mínimo é preciso derivar a área e igualar à zero, assim:

$$A'(x) = \frac{6x^2 \cdot x - (2x^3 + 60) \cdot 1}{x^2}$$

$$A'(x) = \frac{6x^3 - 2x^3 - 60}{x^2} = \frac{4x^3 - 60}{x^2}$$

$$A'(x) = 0,$$

$$A'(x) = 4x^3 - 60 = 0$$

$$X = \sqrt[3]{15} \cong 2,47 \text{ metros}$$

Para calcular a altura é só substituir a medida  $x$  em  $y = \frac{10}{x^2}$ ,  $y = \frac{10}{2,47^2}$ , logo,  $y = 1,64$  metros. Logo, as dimensões que permitem a máxima economia de material para um tanque de



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

volume  $20 \text{ m}^3$ , são aproximadamente: comprimento, largura e altura, respectivamente,  $4,94 \text{ m}$ ,  $2,47 \text{ m}$  e  $1,64 \text{ m}$ .

**Exemplo 3:** Um móvel desloca-se sobre um seguimento de reta obedecendo à equação

Horária  $s = \cos t$  (Unidades do SI). Determine:

- Sua velocidade instantânea  $t = \frac{\pi}{3}$  segundos;
- Sua aceleração no instante  $t = \frac{5\pi}{3}$  segundos.

**Resolução:** Derivando-se a função  $s(t) = \cos t$ , obtém-se como solução da letra “a”:

$$s'(t) = v(t) = -\sin t$$

$$v\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3}$$

$$v\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \text{ m/s}$$

Derivando a velocidade em função do tempo tem-se:

$$v'(t) = a(t) = -\cos t$$

$$a\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\cos \frac{5\pi}{3}$$

$$a\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

Logo sua velocidade e sua aceleração são, respectivamente,  $-\frac{1}{2} \text{ m/s}$  e  $-\frac{1}{2} \text{ m/s}^2$ .

**Exemplo 4:** Dr<sup>a</sup>. Andréia Carla Anacleto diz ao seu paciente que ele tem um tumor no corpo e suponha que seja de forma esférica. Ela pergunta para ele: Se quando o raio do teu tumor for  $0,3 \text{ cm}$ , e o raio estiver crescendo a uma taxa de  $0,002 \text{ cm}$  por dia, qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante?

**Resolução:** No tempo  $t$  o tumor tem raio  $r = 0,3 \text{ cm}$ ,  $\frac{dr}{dt} = 0,002 \text{ cm}$  e volume  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ , então:



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

$$\frac{dV}{dt} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = 4 \cdot \pi \cdot (0,3)^2 \cdot 0,002$$

$$\frac{dV}{dt} = 4 \cdot \pi \cdot 0,09 \cdot 0,002$$

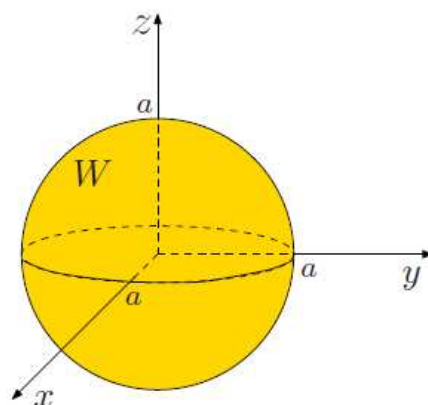
$$\frac{dV}{dt} = 0,00072 \cdot \pi \text{ cm}^3/\text{dia}.$$

## 1.2 INTEGRAL

Definição: Seja  $f$  uma função contínua no intervalo  $[a, b]$ . Suponha que este intervalo seja dividido em  $n$  partes iguais de largura  $\Delta x = \frac{b-a}{n}$  e seja  $x_j$  um número pertencente ao  $j$ -ésimo intervalo, para  $j = 1, 2, \dots, n$ . Neste caso, a integral definida de  $f$  em  $[a, b]$ , denotada por  $\int_a^b f(x) dx$ , é dado por  $\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{j=1}^n f(x_j) \Delta x$  se este limite existir.

**Exemplo:** Demonstração do volume da esfera.

**Prova:** Consideremos uma esfera  $W$  de raio  $a$ , assim temos o seguinte esboço de  $W$ :



Passando para coordenadas esféricas, temos:





# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \rho \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \\ y = \rho \operatorname{sen} \varphi \sin \theta \\ z = \rho \cos \varphi \\ dV = dx dy dz = \rho^2 \operatorname{sen} \varphi d\rho d\varphi d\theta \\ x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2 \end{array} \right.$$

A equação de esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ , fica  $\rho = a$ . Logo, o conjunto  $W_{\rho\varphi\theta}$  é dado por:

$$W_{\rho\varphi\theta}: \begin{cases} 0 \leq \rho \leq a \\ 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

Como  $V(W) = \iiint dx dy dz$  então:

$$\begin{aligned} V(W) &= \iiint \rho^2 \operatorname{sen} \varphi d\rho d\varphi d\theta \\ &= \int_0^a \rho^2 \int_0^\pi \operatorname{sen} \varphi \int_0^{2\pi} d\theta d\varphi d\rho \\ &= 2\pi \int_0^a \rho^2 \int_0^\pi \operatorname{sen} \varphi d\varphi d\rho \\ &= 2\pi [-\cos \varphi]_0^\pi \int_0^a \rho^2 d\rho \\ &= 4\pi \left[ \frac{\rho^3}{3} \right]_0^a \\ &= \frac{4\pi a^3}{3} \text{ u.v. } \blacksquare \end{aligned}$$

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho além facilitar a compreensão dos alunos desta disciplina, a qual possui, como já foi dito, um dos maiores índices de evasão, trancamento e reprovação é muito importante para nossa vida acadêmica, pois possibilita colocar em prática, os ensinamentos que tivemos anteriormente, ajudando assim, a desempenhar cada vez melhor o papel de educador. Esse projeto é sem dúvida um dos meios mais práticos e eficientes de colocarmos em ação nossas atividades.

O projeto foi muito bem articulado, muito bem planejado, mas o que deixa a desejar é a falta de um espaço específico para sua realização, o que sem dúvida não vem a



# I Encontro Estadual de Monitoria do Alto Sertão Paraibano e o III Encontro de Monitoria do CFP/UFCG

A monitoria e a formação docente e profissional

impedir seu andamento, mas dificulta sua execução.

A monitoria da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III tem papel fundamental, uma vez que se trata de uma disciplina prática, assim a monitoria vem auxiliar na construção e no desenvolvimento da realização de atividades práticas, por um período maior de tempo, facilitando a aprendizagem e desenvoltura dos alunos.

Neste estudo foram trabalhadas muitas aplicações do Cálculo Diferencial e Integral em vários campos das ciências como no ensino da Física: onde pode ser determinada a velocidade e aceleração de um objeto; na Economia: em atividades como a maximização da capacidade de reservatórios e minimização de custos; na Biologia: onde pode ser calculada a taxa de aumento do volume de um tumor; nos problemas de crescimento e decréscimo de populações; entre outras aplicações muito interessantes, propiciando aos discentes de licenciatura em Matemática lançar mãos desses recursos sempre que possível, para mostrar a aplicabilidade de muitos conteúdos. Tudo isso pode contribuir para que as aulas de Matemática se tornem atrativas e a aprendizagem mais significativa para os alunos.

Enfim, o projeto de monitoria foi algo de bastante relevância na nossa vida acadêmica e profissional, além de contribuir no aprendizado dos outros estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Pois foi algo que ganhamos experiência, porque não é possível ensinar sem aprender, logo concluímos que aprendemos-ensinando e ensinamos-aprendendo.

## REFERÊNCIAS

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: A questão da democracia. 2ª. ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

STEWART, James. **Cálculo**. 4ª. ed. Vol. II. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.