atividades teórico-prático?				
33. O estado de conservação dos recursos didáticos são satisfatórios?				
34. De 0 a 10, qual a nota da importância a disciplina?	Nota:			
33. De 0 a 10, qual a nota atribuida ao seu desempenho na Anatomia?	Nota:			
32. De 0 a 10, qual a nota atribuida a monitoria da disciplina?	Nota:			
33. De 0 a 10, qual a nota da infraestrutura do laborátorio de Anatomia?	Nota:			

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: SUA RELEVÂNCIA E IMPORTÂNCIA NOS DIVERSOS CAMPOS DA CIÊNCIA

Autor: Antonio Siqueira Lustosa
Centro de Formação de Professores - Universidade federal de Campina Grande
antoniosiqueira606@gmail.com

Orientador: Gilberto Fernandes Vieira
Centro de Formação de Professores – Universidade Federal de Campina Grande
gilbertovieira05@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar as atividades desenvolvidas no período de execução do projeto monitoria: “Aprender e Ensinar”, bem como as aplicações do Cálculo Diferencial e Integral. No sentido de subsidiar a inserção da importância do referido conteúdo, este campo da Matemática atinge várias outras áreas das demais ciências, tais como: problemas da Física, Biologia, Química, Modelagem Matemática, Arquitetura, Geologia, Engenharia e Economia. Servindo como ferramenta de aprendizagem não apenas para os discentes, mais também para o monitor, e dessa forma demonstrar para os estudantes a real importância do Cálculo Diferencial e Integral em várias aplicações e situações cotidianas, tendo como reflexão o aprendizado na vida pessoal e profissional como docente.

Palavras-chave:Cálculo Diferencial e Integral; Aplicações; Aprendizagem.

1. Introdução

Este documento tem como finalidade apresentar dados e relatos referentes às atividades desenvolvidas pelo monitor voluntário Antonio Siqueira Lustosa, no período de execução da monitoria da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III pelo Prof. Gilberto Fernandes Vieira, no período 2015.2, no projeto de monitoria: “Aprender e Ensinar”. Tais atividades foram executadas sob a coordenação do Prof. Dr. Gilberto Fernandes Vieira, da Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Campina Grande.

As aulas referentes a esta disciplina foram expostas através de aulas práticas, com resoluções e discussões dos exercícios do livro adotado pelo professor e listas de exercícios elaboradas pelo monitor . A avaliação da turma foi feita através de Exames de Verificação de Aprendizagem e também de forma continua, contando com a participação dos alunos e com a interação na apresentação de novos materiais, durante as aulas foram realizadas várias atividades práticas visando um melhor entendimento por parte dos alunos.

O presente trabalho tem como objetivo mostrar a grande importância do estudo da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, em virtude das inúmeras aplicações em vários campos das ciências, tais como: problemas da Física, Biologia, Química, Modelagem Matemática, Arquitetura, Geologia, Engenharia e Economia. Facilitando assim aconstrução do conhecimento matemático dos alunos.

No ensino da matemática, como se observa nos dias atuais os professores enfrentam grandes problemas como: a falta de conhecimento das novas tendências metodológicas; a dificuldade na contextualização dos conteúdos; o desinteresse e, até mesmo, a indisciplina por parte dos nossos alunos.

Observando a realidade das instituições de ensino verifica-se, que em sua grande maioria, a Matemática é apresentada aos alunos de forma refinada e formal e feita de maneira mecânica, via fórmulas e algoritmos. Fazendo com que os alunos vejam a matemática como fazer contas, seguir fórmulas, regras de soluções predeterminadas deixando de lado o Conhecimento Matemático, que nasceu de nossas necessidades, as quais nos levaram a investigar, raciocinar logicamente, usar de criatividade e por último gerar conjecturas e verificar se as mesmas de fato são verdadeiras. Assim, procuremos sempre despertar a atenção e o interesse do alunado trabalhando os conteúdos de forma contextualizada.

2. **Desenvolvimento**

As atividades realizadas pelo monitor da disciplina sempre foram direcionadas por orientações recebidas do professor orientador, e do coordenador do projeto de monitoria: “Aprender e Ensinar”, e disposto na seção I, capítulo V, título II do Regulamento do Ensino de Graduação da UFCG, as atividades de monitoria foram realizadas de modo a cumprir a instrução do item 4 (quatro) do edital PRE/UFCG 005/2012.

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral III é componente curricular obrigatório do currículo mínimo do Curso de Matemática (licenciatura) da UFCG. A mesma possui um total de 4 (quatro) créditos, dispondo de uma carga horária de 60 horas-aula, sendo 4 (quatro) aulas semanais.

Geralmente o insucesso dos estudantes na disciplina para qual o projeto é direcionado é muito comum, chegando a ser considerado normal por alguns educadores, no entanto,os participantes deste obtiveram um excelente desempenho na mesma, pois dos 18 (dezoito) estudantes matriculados, 15 (quinze) foram aprovados, nenhum foi reprovado, 3 (três) reprovado por falta e nenhum trancamento.

Porém encontramos dificuldade quanto ao local para a realização das atividades de monitoria, uma vez que não havia disponibilidade de ambiente especifico, as atividades aconteceram inicialmente na central de aulas II, porém a maioria se deu na biblioteca, dispondo de recursos tais como fontes de consultas bibliográficas e eletrônicas bem como outros subsídios suficientes para a realização das atividades de monitoria.

O acompanhamento das turmas bem como orientações do professor para nós monitores ocorreram todas as terças e quartas, durante duas horas em cada um destes dias. Ainda disponibilizamos o nosso tempo com os alunos das turmas as quais somos monitores acompanhando por e-mail ou redes sociais sempre que necessário.

O projeto consistiu basicamente na resolução e discussão de questões, através de listas de exercícios elaboradas pelo monitor e passadas pelo professor em sala. Por meio deste os alunos buscavam suprir as dificuldades encontradas na disciplina ao longo do período.

2.1 Derivadas

Definição: Seja *f(x)* uma função definida em um subconjunto *D* contido em *IR*, a derivada de *f(x)* em relação à variável $x \in D$ é a função *f'(x)* cujo o valor em *x* é:

$$f'(x) = lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

desde que o limite exista.

Exemplo: Calcule a derivada da função $f(x) = x^2$ usando a definição de limite.

Resolução: Pela definição de derivada temos,

$$f'(x) = lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = lim_{h \to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

$$f'(x) = lim_{h \to 0} 2x + h$$

$$f'(x) = 2x$$

2.1.1 Máximos e Mínimos

Estudiosos e pesquisadores amantes da matemática em meados dos anos 60, a exemplo de Fermat, divulgou um novo método para determinação de tangentes, método que levaria aos máximos e mínimos. Em aplicações simples, raramente precisa-se provar que certo valor crítico é um máximo ou um mínimo, porém para ter um principio teórico observe as seguintes definições:

Dada uma função $f : I \to \mathbb{R}$, um ponto $x_0 \in I$ é chamado de:

- Ponto de máximo relativo (ou local) da função, quando $f(x_0) \geq f(x)$ para todo $x \in I$.
- Ponto de mínimo relativo (ou local) da função, quando $f(x_0) \leq f(x)$ para todo $x \in I$.

O valor de $f(x_0)$ é chamado de máximo ou mínimo relativo (ou local) de f, e $(x_0, f(x_0))$ são as coordenadas dos pontos de máximo ou de mínimo relativo de f.

Diz-se que um ponto x_0é um ponto crítico para a função f quando fé definida em $x_0$mas não é derivável em x_0, ou $f'(x_0) = 0$.

Exemplo 1: Um triângulo está inscrito numa semicircunferência de raio R e seus lados medem a, b e $2R$. Calcule a e b quando a área do triângulo é máxima.

Resolução: O triângulo abaixo representa um entre os diferentes triângulos retângulos deMedidas$a$,b e $2R$ (Ver figura 1).

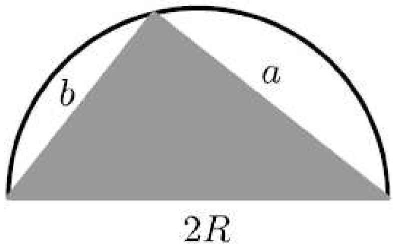


Figura 1

Os catetos a e b percorrem o intervalo $(0, 2R)$, ou seja, $0 < a < 2R$ e $0 < b < 2R$. No triângulo temos as relações:

$$A = \frac{a.b}{2} e\ 4R^2 = a^2 + b^2,$$

Onde$A$ é a área do triângulo. Para que possamos determinar o valor máximo de A, se faz necessário colocar A em função de apenas uma variável (a ou b). Isolando o valor de b na segunda igualdade, temos b = $\sqrt{4R^2 - a^2}$, substituindo na equação da área, temos

$$A = \frac{1}{2}a.b = \frac{1}{2}a\sqrt{4R^2 - a^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2R^2 - a^4} = \sqrt{a^2R^2 - \frac{a^4}{4}}.$$

Devemos verificar se A possui ponto de máximo. Como maximizar A e A^2é equivalente, tomemos $A = a^2R^2 - \frac{a^4}{4}$. Derivando em função de a, temos $A'_{(a)} = 2aR^2 - a^3$, fazendo $A'_{(a)} = 0$ temos que $a = R\sqrt{2}$ (ponto critico). $A''_{(a)} = 2R^2 - 3a^2$ de ondesegue que

$$A''_{(R\sqrt{2})} = 2R^2 - 6R^2 = -4R^2 < 0,$$

logo a = $R\sqrt{2}$é um ponto de máximo.

Sendo $a = R\sqrt{2}$ temos que $4R^2 = a^2 + b^2$, logo $b = R\sqrt{2}$.

Portanto, o triângulo de área máxima é o triângulo isósceles onde $a = b = R\sqrt{2}$.

Exemplo 2: José Aldanilo precisa fazer um reservatório de água (espécie de tanque) feito com tijolo e cimento revestido de cerâmica, sem tampa, tendo na base um retângulo com comprimento igual ao dobro da largura. Calcule as dimensões que permitem a máxima economia de material para produzir o reservatório de volume de 20 m³.

Resolução: Indicando-se a largura por x, o comprimento por $2x$ e a altura por y, obter-se-á a Figura 2:

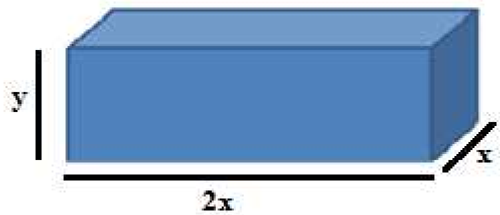


Figura 2 – representação do reservatório de água

O volume desta caixa é dado por $V = 2 \cdot x \cdot x \cdot y = 2 \cdot x^2 \cdot y$ e então,

$$V = 2 \cdot x^2 \cdot y \, , \, V = 20 \text{ m}^3$$

$$2 \, . x^2 \, . \, y = 20$$

$$y = \frac{20}{2x^2}, \text{ ou seja, } y = \frac{10}{x^2}$$

A área total da caixa é $A = (2. \, x \, . \, x \; + 2 \, . \, x \, . \, y + 2 \, . \, 2. \, x \, . \, y)$, logo a área é dado por:

$$A = 2x^2 + 6xy$$

Substituindo y na área, temos:

$$A(x) = 2x^2 + 6x.\frac{10}{x^2} = 2x^2 + \frac{60}{x} = \frac{2x^3+60}{x}$$

Para encontrar o valor máximo ou mínimo é preciso derivar a área e igualar à zero, assim:

$$A'(x) = \frac{6x^2. \, x - (2x^3+60) \, .1}{x^2}$$

$$A'(x) = \frac{6x^3 - 2x^3 - 60}{x^2} = \frac{4x^3 - 60}{x^2}$$

$$A'(x) = 0,$$

$$A'(x) = 4x^3 - 60 = 0$$

$$X = \sqrt[3]{15} \cong 2,47 \text{ metros}$$

Para calcular a altura é só substituir a medida x em $y = \frac{10}{x^2}$,$y = \frac{10}{2{,}47^2}$,logo,y $1{,}64$ metros. Logo, as dimensões que permitem a máxima economia de material para um tanque de volume 20 m³, são aproximadamente: comprimento, largura e altura,respectivamente, $4{,}94\ m$, $2{,}47\ m$ e $1{,}64\ m$.

Exemplo 3: Um móvel desloca-se sobre um seguimento de reta obedecendo à equação

Horária *s*= *sen t* (Unidades do SI). Determine:

a) Sua velocidade instante $t = \frac{\pi}{3}$ segundos;

b) Sua aceleração no instante $t = \frac{5\pi}{3}$ segundos.

Resolução: Derivando-se a função *s(t)* = *cos t*, obtém-se como solução da letra "a":

$$s'(t) = v(t) = \cos t$$

$$v(\frac{\pi}{3}) = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$v\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}m/s$$

Derivando a velocidade em função do tempo tem-se:

$$v`(t) = a(t) = -sen\ t$$

$$a(\frac{5\pi}{3}) = -sen\ \frac{5\pi}{3}$$

$$a(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s^2$$

Logo sua velocidade e sua aceleração são, respectivamente, $\frac{1}{2}\ m/s\ e\ \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s^2$.

Exemplo 4: Drª. Andréia Carla Anacleto diz ao seu paciente que ele tem um tumor no corpo e suponha que seja de forma esférica. Ela pergunta para ele: Se quando o raio do teu tumor for 0,3 cm, e o raio estiver crescendo a uma taxa de 0,002 cm por dia, qual será a taxa de aumento do volume do tumor naquele instante?

Resolução: No tempo t o tumor tem raio $r = 0{,}3\ cm, \frac{dr}{dt} = 0{,}002\ cm$ e volume $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$,então:

$\frac{dV}{dt}$ =4. π . r^2. $\frac{dr}{dt}$

$\frac{dV}{dt} = 4.\ \pi\ .\ (0{,}3)^2.\ 0{,}002$

$\frac{dV}{dt} = 4.\ \pi\ .\ 0{,}09\ .\ 0{,}002$

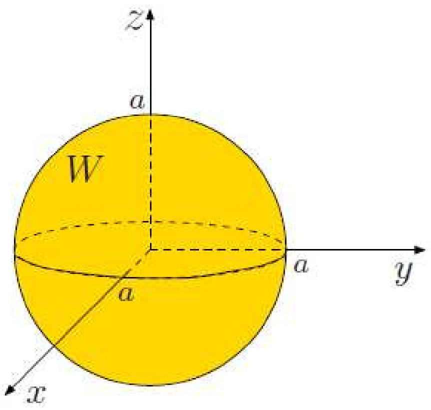
$\frac{dV}{dt} = 0{,}00072.\ \pi\ cm^3/dia.$

2.2 Integral

Definição: Seja *f* uma função contínua no intervalo [*a*, *b*]. Suponha que este intervalo seja dividido em *n* partes iguais de largura D*x* = $\frac{b-a}{n}$ e seja x_j um número pertencente ao *j*-ésimo intervalo, para *j* = 1, 2, ..., *n*. Neste caso, a integral definida de *f* em [*a*, *b*], denotada por $\int_a^b f(x)dx$, é dado por $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to+\infty} \sum_{j=1}^{n} f(x_i)$ se este limite existir.

Exemplo: Demonstração do volume da esfera.

Prova: Consideremos uma esfera *W* de raio *a*, assim temos o seguinte esboço de *W*:



Passando para coordenadas esféricas, temos:

$$\begin{cases} x = \rho sen\varphi cos\theta \\ y = \rho sen\varphi cos\varphi \\ z = \rho cos\varphi \\ dV = dxdydz = \rho^2 sen\varphi d\rho d\varphi d\theta \\ x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2 \end{cases}$$

A equação de esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, fica $\rho = a$. Logo, o conjunto $W_{\rho\varphi\theta}$ é dado por:

$$W_{\rho\varphi\theta}: \begin{cases} 0 \leq \rho \leq a \\ 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

Como $V(W) = \iiint dxdydz$ então:

$$V(W) = \iiint \rho^2 sen\varphi d\rho d\varphi d\theta$$

$$= \int_0^a \rho^2 \int_0^\pi sen\varphi \int_0^{2\pi} d\theta d\varphi d\rho$$

$$= 2\pi \int_0^a \rho^2 \int_0^\pi sen\varphi d\varphi d\rho$$

$$= 2\pi \, [- \cos\varphi]_0^\pi \int_0^a \rho^2 \, d\rho$$

$$= 4\pi [\frac{\rho^3}{3}]_0^a$$

$$= \frac{4\pi a^3}{3} u.v \qquad \blacksquare$$

Considerações

O presente trabalho além facilitar a compreensão dos alunos desta disciplina, a qual possui, como já foi dito, um dos maiores índices de evasão, trancamento e reprovação é muito importante para nossa vida acadêmica, pois possibilita colocar em prática, os ensinamentos que tivemos anteriormente, ajudando assim, a desempenhar cada vez melhor o papel de educador. Esse projeto é sem dúvida um dos meios mais práticos e eficientes de colocarmos em ação nossas atividades.

O projeto foi muito bem articulado, muito bem planejado, mas o que deixa a desejar é a falta de um espaço especifico para sua realização, o que sem dúvida não vem a impedir seu andamento, mas dificulta sua execução.

A monitoria da disciplina Cálculo Diferencial e Integral III tem papel fundamental, uma vezque se trata de uma disciplina prática, assim a monitoria vem auxiliar na construção e no desenvolvimento da realização de atividades práticas, por um período maior de tempo, facilitando a aprendizagem e desenvoltura dos alunos.

Neste estudo foram trabalhadas muitas aplicações do Cálculo Diferencial e Integral em vários campos das ciências como no ensino da Física: onde pode ser determinada avelocidade e aceleração de um objeto;na Economia: em atividades como a maximização da capacidade de reservatórios e minimização de custos; na Biologia: onde pode ser calculada a taxa de aumento do volume de um tumor; nos problemas de crescimento e decrescimento de populações; entre outras aplicações muito interessantes, propiciando aos discentes de licenciatura em Matemática lançar mãos desses recursos sempre que possível, para mostrar a aplicabilidade de muitos conteúdos. Tudo isso pode contribuir para que as aulas de Matemática se tornem atrativas e a aprendizagem mais significativa para os alunos.

Enfim, o projeto de monitoria foi algo de bastante relevância na nossa vida acadêmica e profissional, além de contribuir no aprendizado dos outros estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Pois foi algo que ganhamos experiência, porque não é possível ensinar sem aprender, logo concluímos que aprendemos-ensinando e ensinamos-aprendendo.

Referências

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: A questão da democracia. 2ª. ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

STEWART, James. **Cálculo**. 4ª. ed.Vol. II. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.