A MATEMÁTICA FINANCEIRA: APLICAÇÃO DE ALGUMAS FUNÇÕES

Autor: Jackson Tavares de Andrade
Centro de Formação de Professores - Universidade federal de Campina Grande
jacksontavares07@gmail.com

Orientador: Gilberto Fernandes Vieira
Centro de Formação de Professores – Universidade Federal de Campina Grande
gilbertovieira05@gmail.com

Resumo

Este trabalho tem como objetivo mostrar a aplicação de alguns conteúdos matemáticos inerentes ao componente curricular Matemática Financeira, como por exemplo, as progressões aritméticas e geométricas e algumas funções. Com isso, busca-se por meio deste, facilitar o entendimento e a contextualização destes assuntos para os discentes utilizando estratégias diversas, dentre elas, a utilização de *softwares* específicos, a fim de promover a aquisição de novas competências e habilidades que contribuam para a vida pessoal e profissional dos educandos.

Palavras-chave: Matemática Financeira; funções; aprendizagem.

1. Introdução

Este documento tem por finalidade apresentar dados e relatos referentes às atividades desenvolvidas pelo monitor voluntário Jackson Tavares de Andrade, no período de execução da monitoria da disciplina Matemática Financeira pelo Prof. Dr. Gilberto Fernandes Vieira, no período 2015.2, no projeto de monitoria: "Aprender e Ensinar". Tais atividades foram executadas sob a orientação do Prof. Dr. Gilberto Fernandes Vieira, da

Unidade Acadêmica de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Campina Grande.

As aulas alusivas a esta disciplina foram expostas através de aulas práticas, com resoluções e discussões dos exercícios do livro adotado pelo professor sempre buscando suprir as dificuldades dos alunos encontradas na disciplina ao longo do período. Softwares como planilha eletrônica, aplicativos e calculadora foram utilizados para facilitar o entendimento do conteúdo curricular, sempre fazendo interligações quando possível com as progressões aritméticas, progressões geométricas e algumas funções. A avaliação da turma foi feita através de Exames de Verificação de Aprendizagem e também de forma continua, contando com a participação dos alunos e com a interação na apresentação de novos materiais, durante as aulas foram realizadas várias atividades práticas visando um melhor entendimento por parte dos alunos.

Este estudo objetiva apresentar a matemática financeira como uma aplicação de alguns assuntos matemáticos, como progressões aritméticas, progressões geométricas e algumas funções, visando facilitar o entendimento das demonstrações com uso de conteúdos matemáticos já estudados anteriormente.

Como se observa nos dias atuais os professores de matemática enfrentam grandes problemas tais como a apatia, o desinteresse e, até mesmo, a indisciplina por parte dos nossos alunos, são provavelmente frutos de uma aparente contradição que existe entre a origem e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e a forma como eles são disseminados pela escola. Assim, procuremos sempre despertar a atenção e o interesse do alunado.

2. **Desenvolvimento**

As atividades realizadas durante o período de execução da monitoria sempre estiveram em consonância com as orientações recebidas do professor orientador e coordenador, conforme disposto na seção I, capítulo V, título II do Regulamento do Ensino de Graduação da Universidade Federal de Campina Grande, e cumprindo a instrução do item 4 (quatro) do edital PRE/UFCG 005/2012.

O componente curricular Matemática Financeira é obrigatório no currículo mínimo do Curso de Licenciatura em Matemática ofertado pelo Centro de Formação de Professores (CFP) da UFCG. Esta possui um total de 3 (três) créditos, dispondo de uma carga horária de 45 horas-aula, sendo 3 (três) aulas semanais.

Uma das dificuldades encontradas para o bom êxito das atividades é a não existência de um local específico disponível para o monitor. Desse modo, tais atividades aconteceram em dois locais distintos: Central de Aulas II (CA2), onde ocorreram poucos encontros, e a biblioteca, onde a maioria dos encontros foram realizados, pois nela tínhamos à disposição de recursos didáticos e eletrônicos para consultas bibliográficas.

No entanto, os estudantes obtiveram um excelente desempenho na disciplina, pois dos 36 (trinta e seis) estudantes matriculados, 33 (trinta e três) foram aprovados, 1 (um) foi reprovado, 1 (um) reprovado por falta e 1 (um) efetuou trancamento da disciplina.

O acompanhamento da turma bem como orientações do professor para nós monitores, ocorreram todas as terças e quartas, durante duas horas em cada um destes dias. Ainda disponibilizamos o nosso tempo aos alunos das turmas as quais somos monitores acompanhando por e-mail ou redes sociais sempre que necessário.

Sabendo que o ensino da matemática financeira consta no planejamento de muitas escolas, parte importante dos conceitos não são tratados ou são tratados de modo superficial, como se observa-se em muitos livros didáticos adotados nas escolas, a sua abrangência fica restrita a uns poucos conceitos, tais como a noção de juros simples e juros composto, pois é dada uma ênfase maior na chamada Matemática “geral”. Por esse motivo os conteúdos da disciplina foram sempre relacionados, quando possível, com os conteúdos de progressões aritméticas e geométricas e algumas funções, até por que todos os discentes já tinham estudado em outra oportunidade, havendo assim uma melhor compreensão do assunto e também mostrando aos futuros professores uma alternativa de contextualização da matemática e além de enfatizar a importância da Matemática Financeira no cotidiano, Bigode (2013) ressalta sua preocupação com o entendimento por parte do indivíduo que inevitavelmente, dependerá de conhecimentos básicos para exercer sua cidadania.

> Nos dias de hoje, é muito comum um cidadão, a partir de certa idade, utilizar a Matemática para tomar decisões em atividades cotidianas que envolvem dinheiro. Ao passarmos os olhos pelos jornais diários e páginas de notícias da internet contatamos, frequentemente, tabelas e gráficos relacionados à economia do país, que é repleta de matemática. Temos de estar preparados para interpretar esses índices, tabelas, gráficos e cálculos. (p.231)

Conhecer os conteúdos matemáticos que estão envolvidos nas atividades financeiras tais como os cálculos dos juros simples e compostos, os descontos, as capitalizações e amortizações de dívidas é, sem dúvida, uma forma adequada de dar significado a diversos conteúdos importantes da matemática do Ensino Fundamental e Médio, tais como: Razões, Proporções, Porcentagem, Funções, Logaritmos, Progressões Aritméticas e Geométricas.

2.1 **Matemática Financeira e Progressão Aritmética**

O regime de capitalização a juros simples, caracteriza-se quando um capital C_0 é aplicado durante n unidades de tempo, e a taxa i de juro, por unidade tempo, incide apenas sobre o capital inicial, o juro J é chamado de juros simples. Esse ao final da aplicação é calculado por:

$$J = C_0 \, . \, i \, . \, n$$

Tomando os juros referentes a um único período, em qualquer época, ou seja, para $n = 1$, obtemos:

$$J = C_0 \, . \, i$$

Isto significa que os seus valores são "fixos", ou seja, sempre iguais. Sendo C_n o montante para um determinado período n, a soma do capital inicial e os juros auferidos nesse período, a sequência (C_0, C_1 ,C_2 ,C_3 , ... , C_n) dos montantes formados, a partir da época 0 (o momento do empréstimo), é obtida, a partir do capital inicial, somando-se sempre a mesma parcela (os juros de cada período unitário), caracterizando-se assim uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = C_0$ e razão $r = C_0 \, . \, i$. Observe que esse tipo de P.A. é sempre crescente, uma vez que os valores do capital inicial e da taxa são sempre positivos, logo, o seu produto também o será.

Exemplo: Seja uma aplicação a juros simples de capital inicial C_0, a taxa i ao mês, durante n meses. Elaborar a sequência dos montantes formados nesse período.

Resolução: Representando em uma tabela cada período de tempo, para mostrar a relação entre os termos de uma progressão aritmética e a sequência dos montantes, temos:

Observando que o n-ésimo termo da sequência dos montantes corresponde ao (n+1)-ésimo termo da P.A.

a_1	a_2	a_3	...	a_n
$C_0 + 0.C_0.i$	$C_0 + 1.C_0.i$	$C_0 + 2.C_0.i$	...	$C_0 + n.C_0.i$
C_0	C_1	C_2	...	C_n

Tabela 1: Relação entre P.A. e montante nos juros simples.

Aplicando-se a fórmula do termo geral da P.A., temos:

$$C_n = a_{n+1} = a_1[(n + 1) - 1]r = a_1 + n.r$$

Substituindo a_1 por C_0 e r por $C_0 . i$, no modelo matemático acima, obtemos:

$$C_n = C_0 + C_0.i.n = C_0(1 + i.n)$$

Veja que esta é o modelo matemático usado para calcular o montante na capitalização de juros simples.

2.2 **Matemática Financeira e Progressão Geométrica**

O regime de capitalização a juros compostos, caracteriza-se quando um capital C_0 é aplicado durante n unidades de tempo, e a taxa i de juro, por unidade tempo, incide sobre o montante anterior. Por exemplo, os juros relativos ao terceiro período são obtidos multiplicando-se o montante C_2 do segundo período por i. Mas, como o montante C_3 relativo ao terceiro período é a soma do montante do período anterior com os juros relativos a esse período, temos:

$$C_3 = C_2 + C_2.i$$

Generalizando, para n períodos de tempo, concluímos:

$$C_n = C_{n-1} + C_{n-1}.i = C_{n-1}(1 + i)$$

Daí, C_n é uma progressão geométrica de primeiro termo $a_1 = C_0$ e razão $q = 1 + i$, pois a partir do capital inicial C_0 multiplica-se sempre $(1+ i)$ ao montante do período anterior.

Exemplo 1: Seja uma aplicação a juros compostos de capital inicial C_0, a taxa i ao mês, durante n meses. Elaborar a sequência dos montantes formados nesse período.

Resolução: Representando em uma tabela cada período de tempo, para mostrar a relação entre os termos de uma progressão geométrica e a sequência dos montantes, temos:

O n-ésimo termo da sequência dos montantes corresponde ao (n+1)-ésimo termo da P.G.

a_1	a_2	a_3	...	a_n
$C_0.(1 + i)^0$	$C_0.(1 + i)^1$	$C_0.(1 + i)^2$	...	$C_0.(1 + i)^{n-1}$
C_0	C_1	C_2	...	C_n

Tabela 2: Relação entre P.G. e montante nos juros compostos.

Aplicando-se a fórmula do termo geral da P.G., temos:

$$C_n = a_{n+1} = a_1 q^{[(n+1)-1]} = a_1 \, . \, q^n$$

Substituindo a_1 por C_0 e q por $1 + i$, no modelo matemático acima, obtemos:

$$C_n = C_0\,(1 + i)^n$$

Veja que este é o modelo matemático usado para calcular o montante na capitalização de juros compostos.

Exemplo 2: Depositando regularmente uma quantia P, quanto é que se terá daqui a n meses?

Resolução: Seja F o saldo no n-ésimo mês e i a taxa de juros composta. Assim,

$F_1 = P \longrightarrow$ quantia no 1º período de tempo

$F_2 = F_1 + F_1.i + P \longrightarrow$ quantia no 2º período de tempo

$F_3 = F_2 + F_2.i + P = P + F_2(1 + i) = P + P(1 + i) + P(1 + i)^2 \longrightarrow$ quantia no 3º período

.
.
.

$F_n = P + P(1 + i) + P(1 + i)^2 + P(1 + i)^3 + ... + P(1 + i)^{n-1}$

Veja que F_n é a soma de n termos consecutivos de uma P.G de razão $(1 + i)$. Assim, aplicando o modelo matemático da soma dos termos finitos de uma P.G, temos:

$$F_n = P\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = \frac{P}{i}[(1+i)^n - 1]$$

Exemplo 3: Qual quantia deve-se investir em uma aplicação financeira a juros compostos, de modo a poder recebê-la durante n períodos juntamente com os respectivos juros?

Resolução: Ora, depositar A é o mesmo que, em cada período de tempo que se recebe F, depositar uma certa quantia necessária para receber F, ou seja,

$$A = P_1 + P_2 + ... + P_n$$

sendo P_k o investimento necessário para assegurar a quantia F no período k, $k \in \{1, 2, ..., n\}$. Tem-se:

$F = P(1 + i) \longrightarrow$ quantia que se recebe ao fim do 1º período de tempo

$F = P(1 + i)^2 \longrightarrow$ quantia que se recebe ao fim do 2º período de tempo

$F = P(1 + i)^k \longrightarrow$ quantia que se recebe ao fim do k período de tempo

Logo,

$$P_k = \frac{F}{(1+i)^k}$$

$\therefore A = \frac{F}{(1+i)} + \frac{F}{(1+i)^2} + ... + \frac{F}{(1+i)^n}$

Veja que A é igual a soma de uma P.G de razão $\frac{1}{(1+i)}$. Assim:

$$A = \frac{F}{(1+i)} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{1+i})^n}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{F}{i}[1 - (1+i)^{-n}]$$

Observação: Veja que se n tender para o infinito, ou seja, se quisermos ter um valor de uma perpetuidade de termos iguais a F, teremos:

$$A = \frac{F}{i}$$

2.3 **Matemática Financeira e Funções**

2.3.1 **Matemática Financeira e Função Afim**

O modelo matemático usado para se calcular os juros simples ($J = C_0 \,.\, i \,.\, n$) é uma função a três variáveis: C_0, i e n. Mas, quando o que se pretende é estudar a variação dos juros (J) no decorrer dos n períodos de uma aplicação, podemos considerar fixos o capital (C_0) e a taxa (i). Neste caso, fazendo $C_0 i = k$ no modelo matemático, obtemos uma função polinomial do 1º grau ($J_{(n)} = k.n$), na variável n. Observe que o domínio e a imagem dessa função são os números reais positivos e que as funções assim definidas serão sempre crescentes, pois $k > 0$, visto que os valores C_0 e i são positivos. Observe também que k representa a *taxa de crescimento* da função ou o *coeficiente angular* da reta representativa do gráfico da mesma.

Exemplo: Considere a aplicação a juros simples do capital R$ 3000,00, à 4% ao mês, durante 5 meses. Estudar graficamente a variação:

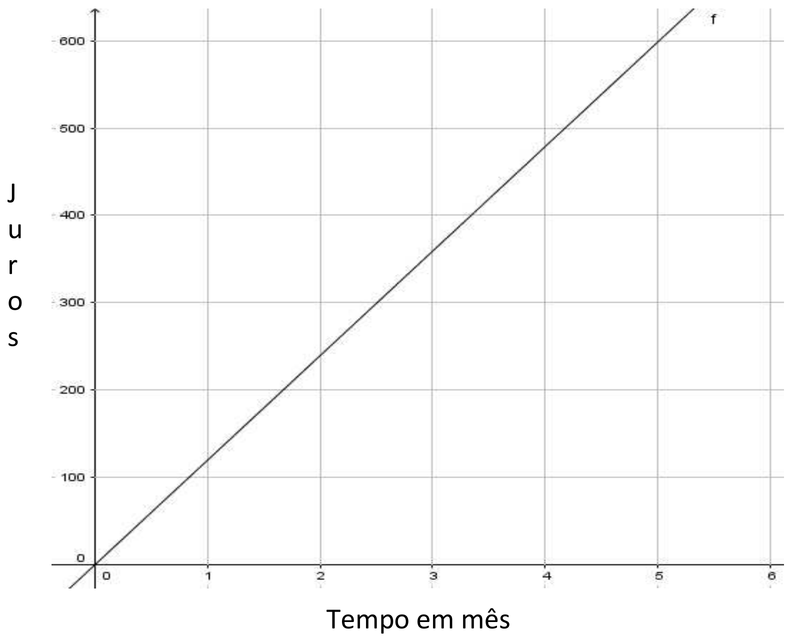
a) dos juros no decorrer desse período;

b) dos montantes no decorrer desse período.

Resolução: a) Fazendo $C_0 = 3000$ e $i = 0{,}04$. Substituindo na função afim $J_{(n)} = k.n$, onde $C_0 i = k$, temos:

$J_{(1)} = 120$; $J_{(2)} = 240$; $J_{(3)} = 360$; $J_{(4)} = 4800$; $J_{(5)} = 600$

Graficamente,

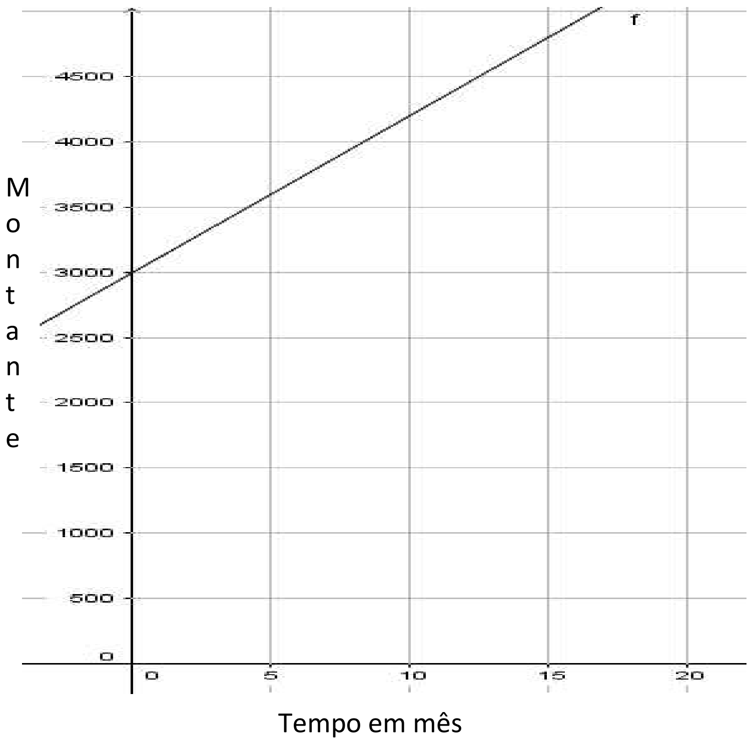


b) Já para a variação do montante a função ganha outra caracteristica, onde C_0 e i são fixos, então:

$$C_{(n)} = a.n + b \text{ , onde } a = C_0\, i \text{ e } b = C_0$$

Logo, graficamente, obtemos:

$C_{(1)} = 3120$; $C_{(2)} = 3240$; $C_{(3)} = 3360$; $C_{(4)} = 3480$; $C_{(5)} = 3600$



Observe que aqui o domínio dessa função também é o conjunto dos números reais positivos, porém, ao contrário da função anterior, a imagem dessa são os números reais maiores que 3000.

2.3.2 **Matemática Financeira e Função Exponencial**

A função exponencial está extremamente ligada com os juros compostos, pois o modelo matemático usado para se calcular os juros compostos ($C_{(n)} = C_0 \,.\, (1+i)^n$) é uma função exponencial a três variáveis: C_0, i e n. Mas, quando o que se pretende é estudar a variação dos montantes ($C_{(n)}$) no decorrer dos n períodos de uma aplicação, podemos considerar fixos o capital (C_0) e a taxa (i). Neste caso, fazendo $(1 + i) = b$ e $C_0 = a$ no modelo matemático, obtemos uma função exponencial $C_{(n)} = a \,.\, b^n$, na variável n.

Exemplo: Qual é o montante produzido em 3 meses por um principal de R$

2000,00 a juros compostos de 1% ao mês?

Resolução: Veja que, temos $C_0 = a$ = 2000 e $(1 + i) = b$ = 1,01; então:

$$C_{(n)} = 2000 \,.\, 1{,}01^n$$

Para n = 3, obtemos:

$C_{(3)} = 2000 \,.\, 1{,}01^3$ = 2060,60

2.3.3 Matemática Financeira e Função Logarítmica

A função logaritmo está ligada com a matemática financeira em problemas bem restritos, pois pela definição:

$$C_{(n)} = a \,.\, b^n \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{C(n)}{a} = b^n$$

Chamando $\frac{C(n)}{a} = k$, temos:

$$k = b^n \qquad \Longrightarrow \qquad \log_b k = n$$

Isso, mostra que está relacionada, principalmente, para encontrar o tempo necessário para atingir determina quantia desejada.

Exemplo: Qual o prazo necessário para um principal de R$ 1400,00 gerar um montante de 1608,16, a juros de 2% ao mês?

Resolução: veja que, temos $\frac{C(n)}{a} = k = \frac{1608{,}16}{1400}$ = 1,15 e $(1 + i) = b = 1{,}02$, assim:

$\log_{1,02} 1{,}15 = n \Longrightarrow$ meses

3. Considerações Finais

Participar do projeto de monitoria é muito importante para vida acadêmica, pois possibilita colocar em prática, os ensinamentos recebidos anteriormente, ajudando assim, a desempenhar cada vez melhor o papel de educadores. Esse projeto é sem sombra de dúvida um dos meios mais práticos e eficientes de colocarmos em ação nossas atividades. Possibilitando a formação docente e discente, incluindo o caráter dialógico e o ensinar-aprendendo e aprender-ensinar, como afirma Paulo Freire com o que chama de “pedagogia emancipadora”:

> Através do diálogo, o professor-dos-estudantes e os estudantes-do-professor se desfazem e um novo termo emerge; professor-estudante

com estudantes-professores. O professor não é mais meramente o o-que-ensina, mas alguém a quem também se ensina no diálogo com os estudantes, os quais por sua vez, enquanto estão ensinando, também aprendem. Eles se tornam conjuntamente responsáveis por um processo no qual todos crescem. (Freire 1972a, p.53)

O projeto foi muito bem articulado, muito bem planejado, mas o que deixa a desejar é a falta de um espaço específico para sua realização, o que sem dúvida não vem a impedir seu andamento, mas dificulta sua execução.

A monitoria da disciplina Matemática Financeira tem papel fundamental, uma vez que se trata de uma disciplina prática, assim a monitoria vem auxiliar na construção e no desenvolvimento da realização de atividades práticas, por um período maior de tempo, facilitando a aprendizagem e desenvoltura dos alunos. Ajudando também na adaptação de novos métodos de ensino que visam aproximar o aluno de sua realidade e fazer com que o mesmo tenha interesse pelo que estuda e a partir dai possa ser formado como um cidadão crítico e inserido nessa nova sociedade que os aguarda.

> A matemática em a função de “formatar a sociedade”. A matemática constitui uma parte integrada e única da sociedade. Ela não pode ser substituída por nenhuma outra ferramenta que sirva a funções similares. É impossível imaginar o desenvolvimento de uma sociedade do tipo que conhecemos sem que a tecnologia tenha um papel destacado, e com a matemática tendo um papel dominante na formatação da tecnologia. Dessa forma, a matemática tem implicações importantes para o desenvolvimento e a organização da sociedade. (Skovsmose 2001, pag. 40)

Neste estudo foram trabalhadas as conexões entre a Matemática Financeira e demais áreas da Matemática são muitas, e riquíssimas em aplicações, propiciando aos discentes de licenciatura em matemática lançar mãos desses recursos sempre que possível, para mostrar a aplicabilidade de muitos conteúdos. Tudo isso pode contribuir para que as aulas de matemática se tornem atrativas e a aprendizagem mais significativa para os alunos.

Foi mostrado também que a Matemática Financeira pode ser um instrumento de grande valia para promover aplicações de outros conteúdos estruturantes da Matemática, contribuindo assim, para efetivação de uma ideia tão defendida pelos educadores matemáticos, que é a contextualização dos conteúdos matemáticos.

Enfim, o projeto de monitoria tem sido algo de bastante relevância na vida acadêmica e profissional do futuro professor enquanto aluno monitor, além de contribuir no aprendizado dos estudantes. Pois não é possível ensinar sem aprender, logo concebemos que aprendemos-ensinando e ensinamos-aprendendo.

6. Referências

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: A questão da democracia. 2ª. ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila C. **Progressões e Matemática financeira**. 5ª. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. Vol. 1. 1ª. ed. São Paulo: Moderna, 2009.

SANTOS, Epaminondas Alves dos. **A matemática como alternativa de contextualização.** (acessado em 23 de junho de 2016)

SANTOS, Silvio Ronaldo dos. **A matemática financeira e a estatística como ferramentas para uma gestão financeira consciente**. 22 de janeiro de 2016.108. dissertação (mestrado) – UNESP, campus Presidente Prudente. Acesso em 23 de junho de 2016.

RECURSOS COMPUTACIONAIS NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM NA MONITORIA DA DISCIPLINA DE ANATOMIA HUMANA

Paulo Frassinetti Delfino do Nascimento

Orientador: Prof. Dr. Allan Pablo N. lameira

Resumo

O processo de ensino-aprendizagem é algo que vem sendo discutido há décadas pelos estudiosos da educação. Assim, independente da área ou finalidade do ensino, este processo sofre influência de vários fatores, sejam eles de cunho pessoal, social ou econômico. Evidentemente esses problemas do ramo educacional também podem ser