

"HORÁRIO DA OPERAÇÃO DA COMPENSAÇÃO NOS SISTEMAS DE POTÊNCIA"

FRANCISCO RONALDO FRAZÃO DE LIMA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovado por:

Sukhdip Singh Sachdeva  
SUKHDIP SINGH SACHDEVA (Ph.D.)  
- Orientador -

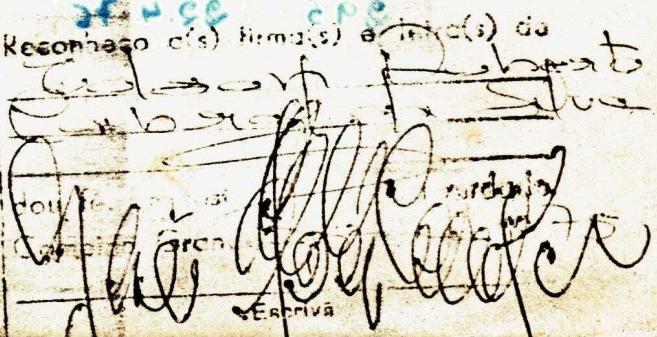
Edison Roberto Cabral da Silva  
EDISON ROBERTO CABRAL DA SILVA (D. Eng.)

Mattu Vishnumoorthi Bhat  
MATTU VISHNUMOORTHI BHAT (Ph.D.)

CAMPINA GRANDE  
ESTADO DA PARAÍBA - BRASIL  
JANEIRO - 1975

CARTÓRIO DO 2º. OFÍCIO (NERELI)  
Marina Gabinete das Santos

Rua da Bandeira, 100 - Centro - Campina Grande PB.  
EQUIPAMENTOS  
Lucas Alves Costa e Djall Aires





L732h Lima, Francisco Ronaldo Frazão de.  
"Horário da operação da compensação nos sistemas de potência" / Francisco Ronaldo Frazão de Lima. - Campina Grande, 1975.  
108 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 1975..  
"Orientação : Prof. Ph. D. Sukhdip Singh Sachdeva".  
Referências.

1. Sistemas Elétricos de Potência. 2. Sistemas de Potência. 3. Operação - Horário. 4. Engenharia Elétrica - Dissertação. I. Sachdeva, Sukhdip Singh. II. Universidade Federal de Campina Grande - Campina Grande (PB). III. Título

### AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao seu orientador, Professor S.S. Sachleva pela idéia deste trabalho e sua dedicada orientação, no decorrer da preparação do mesmo. Expressa seus sinceros agradecimentos aos Centros Tecnológicos da UFPB e UNE e a todos que, de alguma maneira, cooperaram na elaboração deste trabalho. Agradece, também, à Companhia Hidroelétrica - do São Francisco, pela oportunidade provida de discussão e dados fornecidos do seu sistema.

---

RESUMO

---

Esta tese ilustra o desenvolvimento e a aplicação de técnicas para se obter o horário de operação das unidades compensadoras do sistema. Esses métodos são baseados nos motivos de mínima energia e manutenção da tensão para um período de tempo considerado. São baseadas na programação não linear e consideram as várias condições de operação simultaneamente, para encontrar uma solução única. Ciclos sub ótimos para se obter resultados aproximados mais rapidamente são também estudados. Essas técnicas são aplicadas a um sistema de potência existente.

---

#### ABSTRACT

---

This thesis illustrates the development and application of compensator unit commitment techniques. These methods are based upon minimum energy requirement and optimal voltage profile maintenance, for the period considered. These techniques are in the nonlinear programming format and can include the various power system operating conditions simultaneously for arriving at a unique solution. Suboptimal approaches for obtaining fast approximate solution are also studied. These techniques have been applied to an existing power system.

## I N D I C E

	Pág.
Aprovação da Tese	i
Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
Índice	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
 1. INTRODUÇÃO	 1
2. HORÍZIO DE OPERAÇÃO DAS UNIDADES COMPENSADORAS NOS SISTEMAS DE POTÊNCIA	5
2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA	7
2.2.1. CAPACITORES E REATORES EM PARALELO	9
2.2.2. CAPACITORES EM SÉRIE	9
2.2.3. CONDENSADORES SÍNCRONOS	10
2.2.4. TRANSFORMADORES COM MUDANÇA DE DERIVAÇÃO SOB CARGA	11
2.3. OPERAÇÃO DIÁRIA DO SISTEMA DE POTÊNCIA	12
2.3.1. OPERAÇÃO NORMAL	12
2.3.2. ILUSTRAÇÃO COMPUTACIONAL DA SENSIBILIDADE DA TENSÃO E DAS PENDAS DO SISTEMA, EM RELAÇÃO À VARIAÇÃO DA CARGA	18
2.3.3. OPERAÇÃO ANORMAL	20
2.4. ANÁLISE QUANTITATIVA DO PROBLEMA	21
2.5. A CARGA DEFININDO OS ESTADOS DO SISTEMA	24

	Pág.
2.5.1. AS ETAPAS DA OPERAÇÃO E A CARGA	26
2.5.2. OS MÚLTIPLOS ESTADOS DO SISTEMA EM CADA ETAPA DA OPERAÇÃO	27
2.6. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	28
2.6.1. HORÍZIO DE OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM MÍNIMAS FDRAS	28
2.6.2. HORÍZIO DE OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	29
3. REPRESENTAÇÃO DO ESTADO DO SISTEMA	30
3.1. INTRODUÇÃO	30
3.2. EQUAÇÕES DO FLUXO DE CARGA E CONDIÇÕES DE IGUALDADE	33
3.2.1. A CONSTRUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO FLUXO DE CARGA	33
3.2.2. CONSIDERANDO A RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO DOS TRANSFORMADORES	42
3.2.3. EQUAÇÕES DO FLUXO DE CARGA ESTÁTICA EM REGIME PERMANENTE	46
3.2.4. CLASSIFICAÇÃO DAS BARRAS DO SISTEMA	48
3.2.5. FORMA COMPACTA DAS RESTRIÇÕES DE IGUALDADE	49
3.3. AS RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE	49
3.3.1. AS POTÊNCIAS ATIVA E REATIVA NA BARRA	50
3.3.2. O MÓDULO DA TENSÃO NA BARRA	50
3.3.3. O ÂNGULO DE FASE DA TENSÃO NA BARRA	51
3.3.4. TRANSFORMADORES COM VARIAÇÃO DE DERIVADAS	51
3.3.5. A COMPENSAÇÃO VARIÁVEL	52
3.3.6. FORMA COMPACTA DAS RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE	52
3.4. A FUNÇÃO OBJETIVO	53
3.4.1. ENERGIA TOTAL	53
3.4.2. FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	55

3.5. MODELOS DOS PROBLEMAS	57
<b>4. O ESTADO ÓTIMO DO SISTEMA</b>	<b>59</b>
4.1. FORMULAÇÃO GERAL DE UM PROBLEMA DE OPERAÇÃO ÓTIMA	59
4.2. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM O OBJETIVO DE MÍNIMAS PERDAS	61
4.2.1. PARA UM ESTADO DO SISTEMA	62
4.2.2. PARA MÚLTIPLOS ESTADOS DO SISTEMA	65
4.2.3. INTERPRETAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE MÍNIMAS PERDAS	68
4.3. OPERAÇÃO ÓTIMA À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	70
4.3.1. PARA UM ESTADO DO SISTEMA	71
4.3.2. PARA OS MÚLTIPLOS ESTADOS	73
4.3.3. INTERPRETAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	76
4.4. MODELOS SIMPLIFICADOS	77
4.4.1. MODELO SIMPLIFICADO À MÍNIMA PERDA	78
4.4.2. MODELO SIMPLIFICADO À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	79
4.5. O ALGORITMO DE SOLUÇÃO	80
<b>5. APLICAÇÃO A UM SISTEMA</b>	<b>85</b>
5.1. INTRODUÇÃO	85
5.2. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES DO SISTEMA COM MÍNIMA ENERGIA	87
5.3. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES DO SISTEMA A MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	92
5.4. ANÁLISE QUANTITATIVA DOS MODELOS QUE PRODUZIRAM O HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES	93
<b>6. CONCLUSÃO</b>	<b>107</b>

APÊNDICE I

Pág.

CONDIÇÕES NECESSÁRIAS E SUFICIENTES DE DEFINIÇÃO DE UM  
ESTADO ÓTIMO

TEOREMA DE KUHN E TUCKER

APÊNDICE II

DISCUSSÃO SOBRE A UTILIZAÇÃO DAS PERDAS COMO FUNÇÃO OB-  
JETIVO NA MINIMIZAÇÃO DO CUSTO DA OPERAÇÃO DOS SISTÉ-  
MAS HIDRÁULICOS (MINIMIZAÇÃO DA POTÊNCIA REATIVA)

APÊNDICE III

PREVISÃO DA CARCA A CURTO PRAZO

APÊNDICE IV

A EXPRESSÃO MATEMÁTICA DAS PERDAS

LISTA DE FIGURAS

Pág.

FIGURA 1.1

2

CURVA DE CARGA DE UM DIA ÚTIL TÍPICO, UM SÁBADO E UM DOMINGO DA REGIÃO NORDESTE DO BRASIL, SUPRIDA PELA REDE SUL DA CHESF

FIGURA 2.1

8

- a) DIAGRAMAS FASORIAL DE UM GERADOR SÍNCRONO SUPER EXCITADO
- b) DIAGRAMAS FASORIAL DE UM GERADOR SÍNCRONO SUB EXCITADO

FIGURA 2.2

10

- a) CIRCUITO DE UMA LINHA COM CAPACITORES EM SÉRIE
- b) DIAGRAMA FASORIAL DAS TENSÕES NOS TERMINAIS DA LINHA COM CAPACITORES EM SÉRIE

FIGURA 2.3

13

DIAGRAMA UNIFILAR DE UM MODELO DO SISTEMA SUL DA CHESF

FIGURA 2.4

19

A TENSÃO NAS BARRAS DE UM MODELO DO SISTEMA SUL DA CHESF OBTIDAS PELO FLUXO DE CARGA

FIGURA 2.5

25

CURVA DE CARGA DE UM DIA ÚTIL TÍPICO, NUM SÁBADO E UM DOMINGO NO SISTEMA SUL DA CHESF. AS ETAPAS DA OPERAÇÃO PARA O DIA ÚTIL E SEUS MÚLTIPLOS ESTADOS DISCRETOS

FIGURA 3.1

37

REPRESENTAÇÃO "pi" DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

FIGURA 1.2

38

DIAGRAMA FASORIAL DA IMPEDÂNCIA DA LINHA

FIGURA 3.3

43

REPRESENTAÇÃO DE UM TRANSFORMADOR POR UM AUTO-TRANSFORMADOR  
DE RAZÃO 1 : n, Em SÉRIE COM A SUA IMPEDÂNCIAFIGURA 3.4

REPRESENTAÇÃO "pi" DE UM TRANSFORMADOR

FIGURA 4.1

81

CURVA DA CONVERGÊNCIA DA PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS

FIGURA 4.2

82

CURVA DA CONVERGÊNCIA DA SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS

FIGURA 4.3.

83

CURVA DA CONVERGÊNCIA DA TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS

FIGURA 5.1

86

CURVA DE CARGA SIMPLIFICADA DO MODELO DO SISTEMA SUL CHESF APRESENTADO NA FIGURA 2.3

FIGURA 5.2

88

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA OTIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA NA PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.3

89

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA OTIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA, NA SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.4

90

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA OTIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA NA TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.5

94

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO E AS OBTIDAS PELO ESTUDO DO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA NA PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.6

95

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO E AS OBTIDAS PELO ESTUDO DO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA NA SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO.

FIGURA 5.7.

96

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO E AS OBTIDAS PELO ESTUDO DO FLUXO DE CARGA NO SISTEMA NA TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.8

103

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO, NA PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.9

104

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO DA SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA 5.10

105

GRÁFICO COMPARATIVO DAS TENSÕES OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS E AS OBTIDAS PELA MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO NA TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO

FIGURA I - 1

CONJUNTOS CONVÉXOS E NÃO CONVÉXOS

FIGURA III - 1

DIAGRAMA SIMPLIFICADO DO PROCESSO DE PROJEÇÃO DA CARGA

FIGURA IV - 1

AS POTÊNCIAS INJETADAS NA LINHA E AS PERDAS DE POTÊNCIA

LISTA DE TABELAS

	Pág.
<u>TABELA 2.1</u>	14
SISTEMA COM CARGA LEVE, COM TAPS DOS TRANSFORMADORES NOMINAIS, SEM COMPENSAÇÃO	
<u>TABELA 2.2</u>	15
SISTEMA COM CARGA LEVE, TAPS NOMINAIS DOS TRANSFORMADORES, COM COMPENSAÇÃO NAS BARRAS 5 e 10	
<u>TABELA 2.3</u>	16
SISTEMA COM CARGA MÉDIA, TAPS NOMINAIS DOS TRANSFORMADORES, COM COMPENSAÇÃO NAS BARRAS 5 e 10	
<u>TABELA 2.4</u>	17
SISTEMA COM CARGA MÉDIA, TAP (4,7) = 0,95, TAP (5,6) = 0,95, TAP (8,10) = 0,90 COM COMPENSAÇÃO NAS BARRAS 5 e 10	
<u>TABELA 5.1</u>	87
CARGAS DAS PRIMEIRA, SEGUNDA E TERCEIRA ETAPAS	
<u>TABELA 5.2</u>	91
HORÁRIO DA COMPENSAÇÃO A REATIVOS COM PERDAS MÍNIMAS	
<u>TABELA 5.3</u>	93
HORÁRIO DA COMPENSAÇÃO A REATIVOS COM MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO	
<u>TABELA 5.4</u>	97
PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS	

TABELA 5.5

98

SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS

TABELA 5.6

99

TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS

TABELA 5.7

100

PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

TABELA 5.8

101

SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

TABELA 5.9

102

TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema de potência se expande constantemente, de uma para múltiplas áreas. O problema da operação ótima do sistema de potência vai então se tornando cada vez mais complexo. O suprimento do consumidor na forma mais econômica e confiável tem início no planejamento e se torna função da operação. Os planejadores do despacho da carga encontram a necessidade de prever a variação da carga do próximo dia ou semana, já que esta varia num irreversível crescimento a longo prazo, em virtude do crescimento populacional, do comércio, da indústria, da agricultura etc. do desenvolvimento sócio-econômico da região, enfim. A curto prazo convém situar, no período de um dia, a carga sofre variações assumindo um comportamento onde encontramos altos e baixos, motivados pelas jornadas de trabalho, variações do clima, crescimento industrial e etc., dentro de uma perspectiva previsível. Mostramos um exemplo do comportamento da carga alimentada pela rede sul do sistema da Companhia Hidroelétrica do São Francisco, na Figura 1.1.através de uma análise regressiva, pelos métodos estocásticos conhecidos, podemos prever, a curto e longo prazos, o perfil da carga com precisão suficiente ao trabalho da operação e planejamento dos sistemas de potência. Situações chamadas "explosões da carga" podem, contudo, tomar a equipe de planejamento e da operação desprevenidas, por serem aqueles situações da carga que fogem aos métodos usuais de previsão, baseadas nos históricos regressivos, usualmente pelo método de ajustamento dos mínimos quadrados.

O horário da operação dos elementos do sistema é feito de maneira a suprir, econômica e confiavelmente, as variações da carga real e reativa, diariamente e semanalmente. As unidades de geração são escaladas para atender à carga real dentro de sua reserva "spinning" para os vários períodos do próximo dia ou semana. Paralelamente a este,

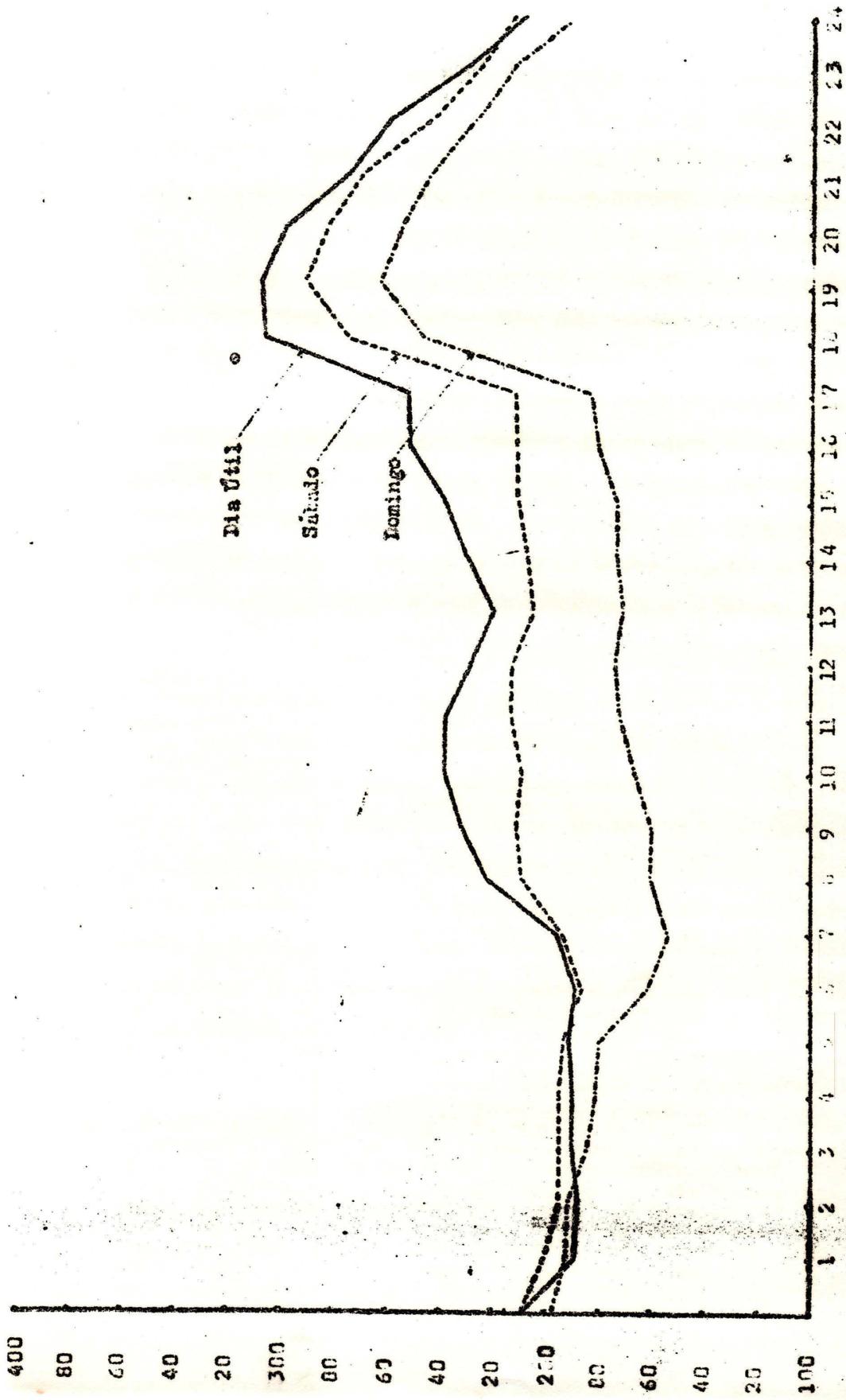


FIGURA 1.1. Curva de Carga de um Dia Útil Típico, um Sábado e um Domingo da Região Nordeste do Brasil, Suprida pela Rete Sul da CESP

existe o problema de se suprir a carga reativa e, portanto, manter a tensão para as variações da carga no próximo dia ou semana. As unidades de compensadores são normalmente usadas para manter a mínima flutuação da tensão e suprir as variações da carga reativa do sistema. Nesta tese, o problema do horário da operação dos compensadores é analisado, e modelos ótimos baseados nos objetivos de minimização da energia e da flutuação da tensão são desenvolvidos e aplicados a um modelo do sistema CHEF.

A cada instante desejamos obter a operação ótima com os objetivos do mínimo custo e melhor confiabilidade do sistema. Variamos a potência real e reativa do sistema para obter isto. Daí, definirmos operação ótima a curto prazo, como a obtida pela minimização da perda total do sistema sujeita às restrições das equações do fluxo de potência ativa e reativa na rede e limitações das variáveis do sistema.

A existência, no sistema, de certos elementos, como capacidores e reatores, que podem ser fixos ou chaveados ao longo da operação, dispõe uma energia reativa extra, que sugere um uso tão mutável quanto a variação da carga. Entretanto, esses elementos não podem ser mudados muito frequentemente dentro de períodos de tempo muito curtos. Como esses elementos estão entrando ou saindo do sistema, podemos otimizá-los para certo período de tempo, de maneira a reduzir as perdas e a flutuação da tensão do sistema. O método e a aplicação da avaliação ótima desses elementos, os compensadores do sistema, serão os objetivos desse trabalho, ilustrados nos próximos capítulos.

O planejamento a longo prazo dos compensadores é normalmente baseado na manutenção da tensão e na redução das perdas do sistema. Esses objetivos devem ser mantidos em mente, para o desenvolvimento das técnicas que produzirão o horário da operação dos compensadores do sistema. A maioria dos trabalhos sobre a operação ótima a curto prazo envolvem o fluxo da potência real e reativa. Outros trabalhos tem

sido feitos, que envolvem o horário de operação das unidades geradoras do sistema. A operação dos geradores, delineada por este critério, é obtida pela minimização da função custo do sistema, que envolve o custo do início da operação, e da operação dos geradores, submetida às restrições do fluxo de potência e limitações das variáveis do sistema. Sobre este problema, boa gama de trabalhos tem sido feita, conforme mostra nossa lista de referência (18), (20), (23), (30).

Até hoje, entretanto, bem poucos trabalhos<sup>(21)</sup> sobre a operação da compensação tem sido realizados. A maioria das companhias, no Brasil e no Exterior, usam métodos triviais, cuja particularidade se resume em considerarem sempre pontos do sistema, isolamente, para manter o perfil da tensão. A técnica apregoadas nesta tese é baseada na programação não linear e numa visão da operação do sistema como um todo.

## 2. HORÁRIO DE OPERAÇÃO DAS UNIDADES COMPENSADORAS

### NOS SISTEMAS DE POTÊNCIA

#### 2.1. INTRODUÇÃO

O problema básico de que trataremos, consiste em dimensionar a quantidade de reativos necessários a atender à variação da carga do sistema hora a hora, do dia, tão economicamente e confiavelmente, quanto possível, injetando ou retirando reativos positivos ou negativos do sistema, dentro de um plano de operação, enquanto minimizamos a flutuação da tensão e as perdas na transmissão dos sistemas de potência.

As perdas na transmissão de um sistema de potência podem ser reduzidas através da ajuda da geração ou absorção de potência reativa. Nos sistemas hidroelétricos, essa minimização das perdas leva a uma consequente sub-otimização do custo da operação (Ver discussão no Apêndice III) que, em virtude da dinâmica hidráulica e administração do reservatório não estarem incluídas nesta análise, não consideramos, no nosso propósito de solução, ainda porque o custo total da energia produzida hidráulicamente é desprezível face ao custo total da operação do sistema. Estamos interessados, entretanto, em reduzir as perdas do sistema. Definimos como operação a curto prazo, como a feita para as mínimas perdas nas linhas de transmissão do sistema.

A tensão do sistema pode, também, ser mantida dentro de limites desejáveis, através da alocação ótima de reativos, tanto em estados de operação normais como anormais. Os limites desejáveis da tensão, são impostos como restrição no processo de minimização das perdas, é bem

venduras de energia e obterem as perdas mínimas em situação de tensões desejáveis.

Contudo, a manutenção da tensão, em níveis aceitáveis, pode suscitar maior interesse que a redução das perdas no sistema. Nos sistemas hidráulicos com longas linhas de transmissão existe sempre o problema de grandes flutuações de tensão. Daí, particularmente, no caso destes sistemas, ser o problema da flutuação da tensão evidentemente o mais importante. Por esse motivo, proponos a resolução do problema da flutuação de tensão, minimizando-a como um objetivo em si.

Os resultados obtidos com a solução dos dois objetivos, independentemente ficam nas mãos da administração da empresa, para optar entre maior confiabilidade e menor custo. Evidentemente, os resultados da opção dependerão da filosofia da empresa, em relação à natureza da carga, e do tipo do sistema. Queremos, contudo, a partir dos resultados obtidos pelas otimizações independentes dos dois objetivos, sempre que possível encontrar um ponto interseção, que venha atender, igualmente, aos dois objetivos.

Os componentes do sistema de potência, particularmente os compensadores, ligados e não ligados à rede, não servirão para melhorar a operação do sistema a curto prazo. Normalmente, esses componentes são chaveados durante períodos de tempo maiores que 4 a 8 horas. Sua função principal é manter o nível da tensão em condições de operação normal e anormal do sistema. E isso melhorará a confiabilidade da operação do sistema.

A ligação ótima da quantidade de fontes de reativos à rede definida para um período de tempo em torno de 4 a 8 horas, em que a carga do sistema varia continuamente, tem a finalidade de reduzir as perdas totais, com a manutenção da tensão e a flutuação da tensão do sistema naquele período de tempo, subjugadas às restrições de igualdade e desigualdade, através das equações do fluxo de carga na rede e das li-

mitações das variáveis, respectivamente.

Isto nos levará a um plano de ligação da compensação reativa à rede, durante o período de tempo determinado pela carga do sistema, como mostra a figura 2.5.

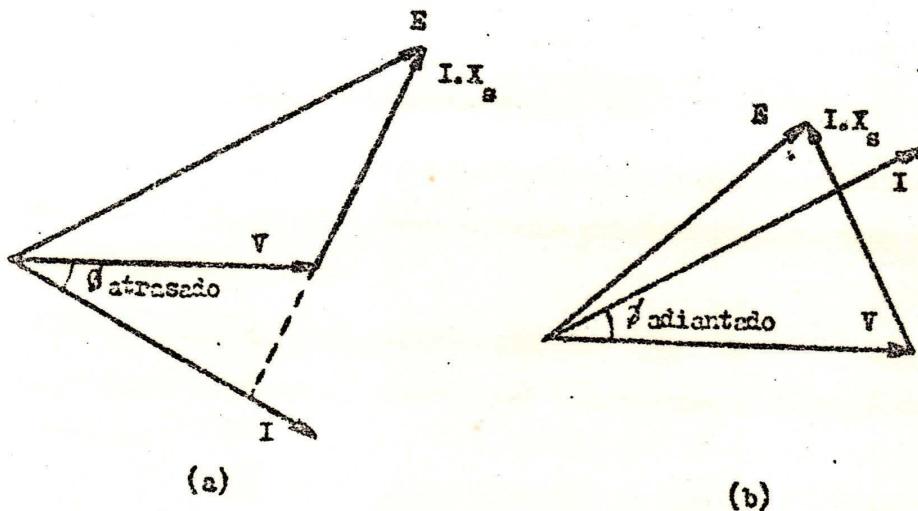
Outros elementos do sistema, tais como geradores, transformadores etc., devem, também, ser considerados neste planejamento.

## 2.1. POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA

A função dos compensadores, nos sistemas de potência, é injetar ou absorver reativos na rede.

A produção ou absorção de reativos no sistema pode envolver capacitores, reatores, condensadores síncronos, reatores saturados, linhas, transformadores e geradores. Discorremos, principalmente, neste capítulo, sobre as características e limitações dos componentes mais usuais na compensação feita na operação diária do sistema, tais como capacitores e reativos em paralelo, capacitores série e condensadores síncronos. Em seguida, discutiremos as vantagens e limitações dos transformadores, com variações variáveis sob carga.

Por serem situações convencionais e para melhor colocar as características e limitações dos geradores ou absorvedores de potência reativa do sistema, tomemos, inicialmente, o gerador. Quando o gerador está super excitado, conforme mostra o diagrama fasorial da figura 2.1.a, sua f.e.m. interna é maior que a tensão nos seus terminais. Então ele produz potência reativa em atraso, e sua potência aparente gerada é  $P - jQ$ . Dizemos, então, que o gerador gera potência reativa indutiva.



**FIGURA 2.1.** Diagramas Fasoriais de um Gerador Síncrono (a)  
Super-excitado. (b) Sub-excitado.

Quando a máquina está sub-excitada, segundo o diagrama fasorial da figura 1.3., isto é, em que a f.e.m. interna da máquina é menor que a tensão nos seus terminais, então a corrente gerada está adiantada em relação à  $V$ , e o gerador produz  $P + jQ$ . Então, a máquina é considerada como absorvendo os reativos indutivos atrasados ( $-Q$ ) ou, se quisermos, produzindo ( $+Q$ ).

De maneira geral, podemos resumir as características, dos elementos do sistema, em relação aos reativos, como segue. Potência reativa capacitiva ( $+Q$ ) é gerada por máquinas síncronas super-excitadas, capacitores, cabos, linhas aéreas longas com pouca carga. Máquinas síncronas sub-excitadas, motores de indução, indutâncias, transformadores e linhas aéreas curtas com muita carga absorvem potência reativa capacitiva ( $+Q$ ) ou, se quisermos, geram ( $-Q$ ).

### 2.2.1. CAPACITORES E REATORES EM PARALELO

Os capacitores em paralelo são usados em cargas indutivas, cujo fator de potência está em atraso, pelos motivos comentados no item anterior. Os reatores são usados nos casos de cargas capacitivas com fator de potência em adiantamento. A injeção ou absorção de reativos em quaisquer dos casos é feita em degraus, de valores iguais à capacidade da unidade, ou unidades, chaveadas no sistema. A ligação ou desligação de bancos de capacitores produz também fenômenos transitórios, que é uma desvantagem neste processo de injeção de reativos.

Um capacitor entrega energia reativa na razão direta do quadrado da tensão aplicada no mesmo. Isto implica que, quando a tensão em um barramento diminui, diminui também a potência reativa fornecida pelo capacitor ligado à barra em paralelo. Isto é, exatamente quando é mais desejável que o banco aumente a quantidade de reativos a injetar na rede, ele diminui, tornando a sua eficácia reduzida. Por outro lado, nas situações com cargas mínimas, em que a tensão aumenta, os reativos fornecidos pelos bancos de capacitores aumentam, ocasionando uma elevação indesejável na tensão da barra. Os reatores, por outro lado, são mais funcionais nesse aspecto, quanto a tensão cresce e eles entregam maior potência reativa à rede, que, sendo em atraso, atua no sentido de reduzir a tensão da rede.

### 2.2.2. CAPACITORES EM SÉRIE

Os capacitores em série são usados em série com a linha de transmissão, para reduzir a reatância indutiva da mesma. Com a introdução do capacitor em série, ganhamos um aumento na tensão da carga, característica esta importante para condições de carga pesada no

sistema, e consequente melhora na regulação é obtida, conforme o circuito e o diagrama fasorial mostrada na figura 2.2.

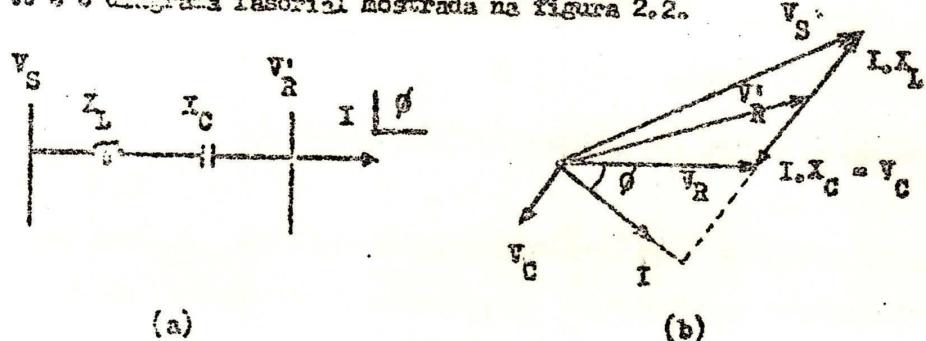
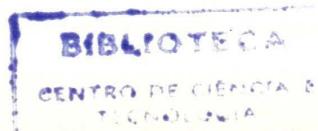


FIGURA 2.2. (a) Circuito de uma Linha com Capacitores em Série  
 (b) Diagrama Fasorial das Tensões nos Terminais da Linha

Não há vantagem em usarmos os capacitores em série para pequenas cargas, e se as cargas podem ser aumentadas, o cuidado que devemos ter em não ultrapassarmos o limite da corrente do condutor em questão. Quando a resistência da linha é grande, uma atrativa solução é colocar capacitor em série com a mesma, mesmo porque ainda isso aumentará o limite de estabilidade do sistema pelo aumento da potência máxima a ser transmitida na linha.

### 2.2.3. CONDENSADORES SÍNCRONOS

Os condensadores síncronos são os equipamentos mais valiosos na regulação da tensão dos sistemas de potência. Sua característica principal é o fato de, em função da sua corrente de excitação, poderem gerar ou absorver potência reativa. Eles podem ser automaticamente regulados, para ficarem super-excitados, isto é, gerando reativos capacitivos, nas condições de carga máxima, e sub-excitados, absorvendo reativos capacitivos, nas condições de carga mínima. A instalação típica



ca de um condensador síncrono é feita ao terciário do transformador principal da barra.<sup>(5)</sup> O condensador síncrono é provido de um regulador automático de tensão com ação rápida. Antes da ação do regulador, enquanto a f.e.m. de excitação do condensador permanece constante, o condensador síncrono entrega, à rede, potência reativa praticamente constante, independente da variação da tensão da rede, o que é uma qualidade superior da compensação feita através da máquina síncrona.

#### 2.2.4. TRANSFORMADORES COM MUDANÇA DE DERIVAÇÃO SOB CARGA

A tensão, em uma barra, pode variar com a injecção ou absorção de reativos. Outra alternativa de solução é o uso de regulador de tensão, ou transformador com mudança de derivação sob carga. Este tem a possibilidade de adaptar a tensão do secundário e mantê-la constante, enquanto a tensão do primário varia.

A discussão feita na referência (4) mostra a limitação desses transformadores na regulação da tensão. D onde nos é permitido afirmar que o aumento na tensão secundária é, em parte, anulado, pelo aumento na queda de tensão da linha, que ficará aumentada também. Obviamente, se a impedância da linha for muito grande, a queda de tensão na linha poderá ser tão grande que o transformador não disporá de valor de derivação que lhe permite o ajuste da tensão secundária. Lembremos, ainda, a impossibilidade de, através das diversas derivações do transformador, obtermos o ajuste da tensão da que se precisa, face à própria configuração do ajuste, que chega a valores usuais de carga de  $\pm 20\%$ . Enfim, para se manter a tensão no barramento dentro de uma faixa apurada de confiabilidade, não nos basta variar a derivação dos transformadores

como vimos, pelas limitações do mesmo, mas devemos, também, além disto, injetar ou absorver reativos da rede.

### 2.3. OPERAÇÕES DIÁRIA DO SISTEMA DE POTÊNCIA

#### 2.3.1. OPERAÇÃO NORMAL

Quanto maior for a variação da carga, mais dificuldades teremos em manter mínima flutuação da tensão nas barras do sistema. A carga do sistema pode assumir os mais diversos aspectos, desde uma característica pulsante, segundo uma lei qualquer, até uma constante. Como exemplo foi mostrada, na Figura 1.1., uma curva de carga típica de um dia útil, um sábado e um domingo do sistema Sul da Companhia Hidroelétrica do São Francisco.

As condições normais são aquelas nas quais a configuração do sistema, tensões, cargas etc., são consideradas normais, em relação às condições de reserva e capacidade do sistema, e o estado do sistema não está exposto àquelas anormalidades para as quais não foi projetado a resistir. Um sistema sempre será vulnerável a certas anormalidades que resultam da combinação de eventos "inesperados."

Dentro de uma configuração normal do sistema como então definido, o chaveamento e desligamento de capacitores ou reatores, dependerá do comportamento da carga. O aumento da carga, por exemplo, produzirá um aumento nas perdas nas linhas de transmissão e diminuição da tensão nas barras do sistema. A diminuição da carga diminuirá a perda nas linhas e aumentará o nível de tensão nas barras do sistema. Apenas se a carga fosse estática, não variasse, teríamos perdas e tensão estáveis,

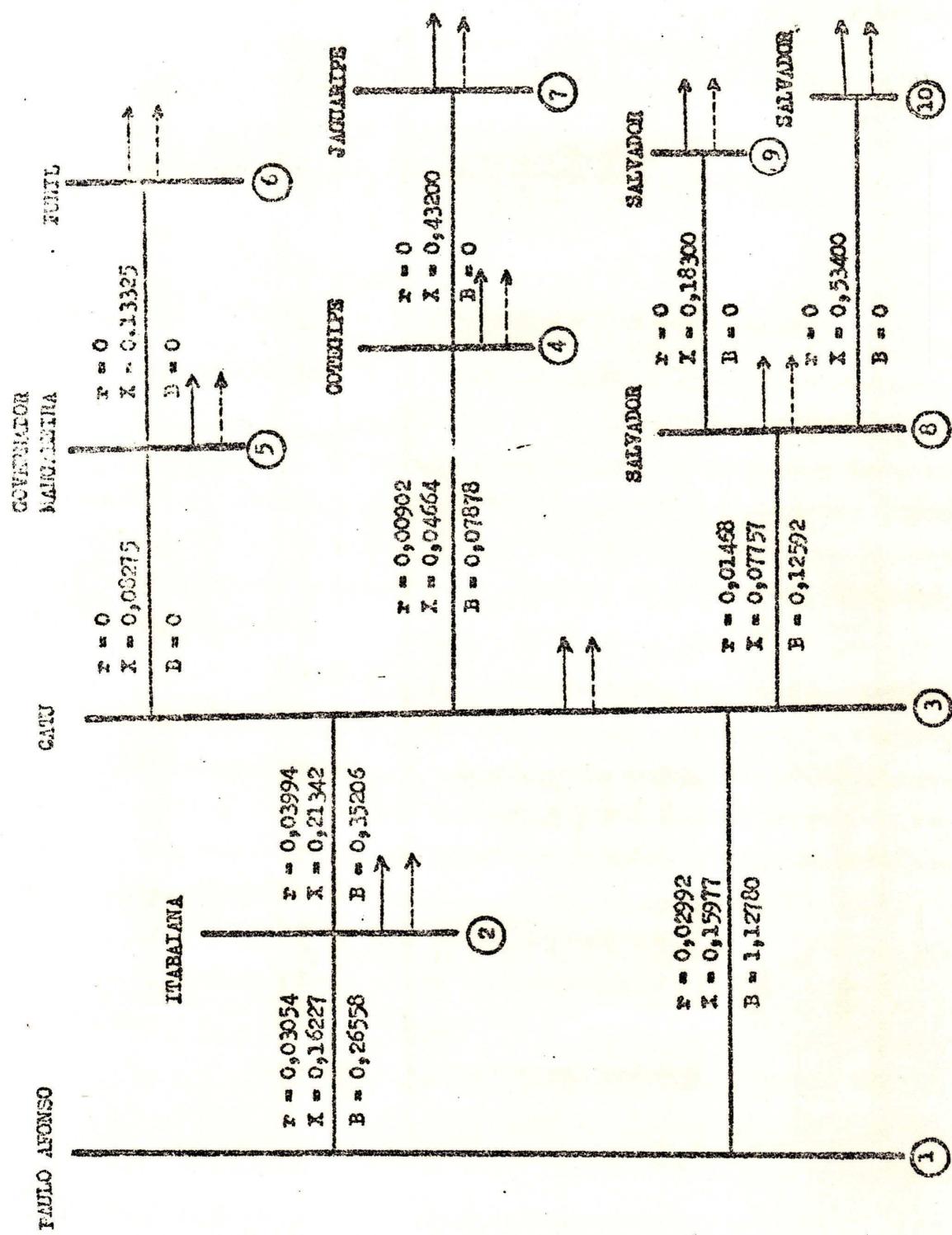


FIGURA 2.3. Diagrama Unifilar de um Modelo do Sistema Sul da CNEC

SISTEMA CON CARGA LIGERA, CON TAPAS LOS TRINCHERAS Y LOS BOSQUES, SIN CONTRAGATO

TABLA 2.1

BAJERA	TIEMPO DÍA U.	ANGULO DE FASE	POTENCIA GERADA		POTENCIA DEMANDADA		FACTORES DE CAPACIDAD.
			CRAU	MW	IVAR	KVAR	
1	1.04	- 5.86	196.62	-69.22	-	-	- 6.000
2	1.04	- 10.96	-	-	- 20.000	-	- 10.000
3	1.00	- 12.57	-	-	- 16.500	-	- 20.000
4	0.93	- 12.16	-	-	- 35.000	-	- 2.000
5	1.00	- 13.64	-	-	- 7.000	-	- 5.000
6	0.99	- 21.00	-	-	- 19.000	-	- 30.499
7	0.91	- 13.43	-	-	- 17.799	-	- 13.000
8	0.97	- 14.20	-	-	- 7.000	-	- 8.100
9	0.97	- 26.19	-	-	- 35.000	-	- 14.000
10	0.86	-	-	-	-	-	-
TOTAL	.....	196.62	-69.22	-138.799	-	- 78.099	-

PÉRDIDA TOTAL DO SISTEMA: 7.893 MW

TABELA 2.2.

SISTEMA COM CARCA LEVE, TAPS NOMINAIS DOS TRANSFORMADORES, COM CINTILACAO ELS

BARRAS 5 e 10

BARRA	P.u.	CARGO KVA	POTENCIA GERADA		POTENCIA DEMANDADA		CAPACIDADES KVAR
			KW	KVAR	KW	KVAR	
1	1.04	-	196.418	- 111.467	-	-	-
2	1.06	5.93	-	-	- 20.000	- 6.000	-
3	1.05	- 10.94	-	-	- 16.500	- 10.000	-
4	1.03	- 12.41	-	-	- 36.000	- 20.000	-
5	1.05	- 12.04	-	-	- 7.000	- 2.000	19.294
6	1.05	- 13.34	-	-	- 19.000	- 5.000	-
7	0.96	- 20.02	-	-	- 30.492	- 13.000	-
8	1.03	- 13.27	-	-	- 17.799	- 6.100	-
9	1.03	- 13.96	-	-	- 7.000	-	-
10	0.98	- 23.90	-	-	- 35.000	- 14.000	7.800
TOTAL			196.418	- 111.467	- 108.799	- 76.099	27.095
PERDA TOTAL DO SISTEMA:			7.634 KW				

TABELA 2.3.

SISTEMA CC, CARGA MÉDIA, TAPO INFERIOR DOS TRANSFORMADORES, COM CONDUZIMENTO

HAS RÁTIOS 5 e 10

DANRA	PESO P.u.	ÂNGULO DE FASE GRAD	POTÊNCIA GERADA		POTÊNCIA DEMANDADA		RELAÇÃO DOS CAPACITANOS KVAR
			LW	KVAR	LW	KVAR	
1	1.09	-	349.379	86.713	-	-	-
2	1.00	- 9.59	-	-	- 41.000	- 14.929	-
3	0.90	- 18.99	-	-	- 23.000	- 14.000	-
4	0.87	- 22.22	-	-	- 84.000	- 29.999	-
5	0.90	- 21.30	-	-	- 9.000	- 3.000	14.000
6	0.89	- 24.24	-	-	- 30.999	- 9.000	-
7	0.80	- 30.06	-	-	- 22.000	- 10.000	-
8	0.83	- 24.66	-	-	- 57.000	- 23.000	-
9	0.82	- 26.34	-	-	- 11.000	- 4.000	-
10	0.69	- 45.05	-	-	- 38.000	- 14.999	3.943
TOTAL	.....	349.379	86.713	-	320.999	- 122.999	17.944
PERDA TOTAL NO SISTEMA:		23.421 kW					

TABELA 2.4.

SISTEMA CON CARGA MEDIA, TAP (4,7) = 0,95, TAP (5,6) = 0,95, TAP (8,10) = 0,90

COM CONFESSIONES LAS BARRAS 5 o 10

sem necessitar de compensação de reativos. Reputamos por isso como muito importante a previsão da carga no plano da operação do sistema.

O próximo parágrafo conterá uma discussão da sensibilidade da tensão e das perdas, com relação à variação da carga.

#### 2.3.2. ILUSTRAÇÃO COMPUTACIONAL DA SENSIBILIDADE DA TENSÃO E DAS PERDAS DE SISTEMA, EM RELAÇÃO À VARIACAO DA CARGA

Temos, como exemplo, um modelo do sistema sul da Companhia Hidroelétrica do São Francisco (Figura 2.3). As ilustrações contidas nas tabelas que se seguem foram obtidas através da execução em um computador modelo 1130 - IBM, de um programa de fluxo de carga, confecionado pelo método de Gauss-Seidel.

Observadas as tabelas 2.1 e 2.2., construídas, ambas, para a mesma demanda, notamos uma melhora sensível na tensão e uma redução nas perdas do sistema, quando introduzimos unidades de reativos nas barras 5 e 10 do sistema.

Comparando as tabelas construídas para carga leve (2.1 e 2.2) com as construídas para cargas pesadas (2.3 e 2.4) observamos uma evidente diminuição do nível da tensão e um aumento nas perdas, que era de se esperar, já que estas aumentam com o quadrado da corrente da carga. A comparação entre as tabelas 2.3 e 2.4 nos mostra a ajuda dos taps dos transformadores na melhora do nível da tensão e também na redução das perdas que, indiretamente, ficaram reduzidas, em virtude do sensível aumento da injeção de reativos no sistema, que ocorreu com o aumento da tensão, motivados pela característica dos capacitores discutidos.

dos no ítem 2.2.1. de aumentarem sua produção de reativos, com o quadra do do aumento da tensão.

As curvas traçadas na Figura 2.4 expressam o comportamento da tensão nas diversas barras do sistema, exemplificado pelos resultados das Tabelas 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4.

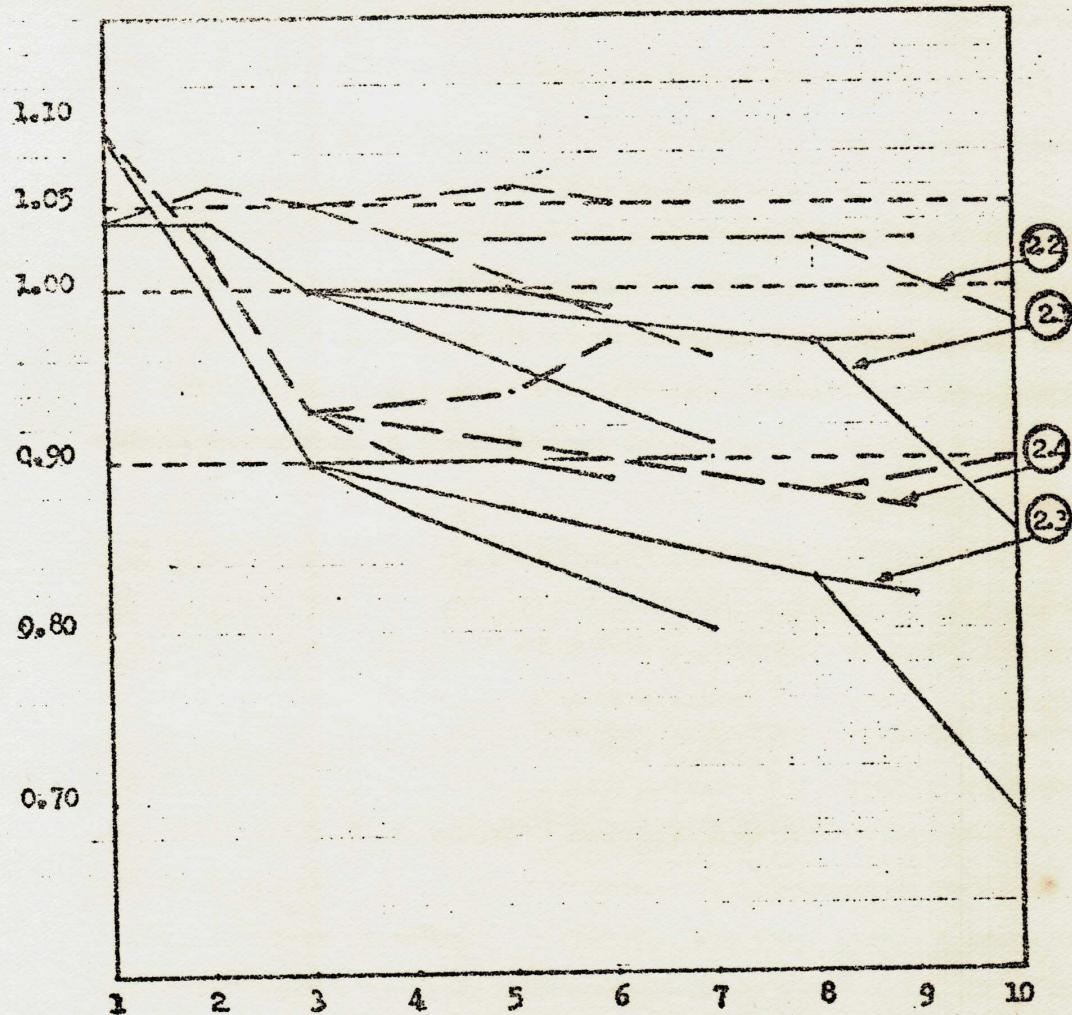


FIGURA 2.4. A Tensão nas Barras de um Modelo do Sistema Sul da CNEE.

Como era de se esperar, nas horas de carga leve, a maioria das barras do sistema ficaram com tensões acima da nominal, chegando a ferir o limite superior permitido. Nas horas de carga pesada, a tensão caiu em todas as barras abaixo da nominal, ferindo o limite inferior estabelecido para o sistema. Nas curvas de carga pesada, notamos que, mesmo com a ajuda dos compensadores (2.3) e com taps dos transformadores em conjunto com compensadores (2.4) a tensão cai abaixo do seu limite inferior em algumas barras.

Pela análise do fluxo de potência, muitas empresas ainda chegam à determinação das unidades reativas a serem chaveadas em determinadas horas de carga, após um cansativo processo em que o analista experimenta no programa, vários valores de unidades de reativos que, pela experiência, coloca nas barras mais afetadas pela flutuação da tensão. Infim, após várias tentativas a alocação das unidades de reativos é feita, baseada na experiência, para determinada posição da carga. Esta análise levará à alocação dos compensadores no determinado estado do sistema não é otimizada, e falha para os demais estados em que o sistema se encontrará, subsequentes àquele calculado dentro de uma mesma etapa de operação. Através desta análise, o objetivo do custo fica praticamente ignorado. Desta experiência comentada, tiramos a motivação que originará uma nova solução para este problema.

#### 2.3.3. OPERAÇÃO ANORMAL

A determinação ótima das variáveis do sistema também pode ser feita nas situações anormais. Existirão, no sistema, muitas situações anormais, já que assim definimos qualquer situação de funcionamento do mesmo, fora do caso básico de combinações de linhas e carga.

Um sistema com carga pesada, com as barras já em seus limites inferiores de tensão, no seu pior estado anormal, digamos, por exemplo, o sistema sul da CHESE, Figura 2.3., funcionando sem a linha que liga Paulo Afonso a Itabaiana, teria, para solução ótima, um excesso de capacidade de potência reativa, que poderia ser economicamente indesejável. Por outro lado, se o sistema está com uma abnormalidade leve digamos, a saída de uma linha que alimente uma carga pequena no extremo do sistema radial, a solução ótima levará a uma menor potência reativa. É claro que mais uma vez deve existir um compromisso entre as condições de segurança e a operação econômica que virá decidir o estado do sistema nas abnormalidades.

#### 2.4. ANÁLISE QUALITATIVA DO PROBLEMA

Nun sistema com linhas curtas funcionando com cargas pesadas, encontramos, sempre, o problema da tensão baixa, enquanto nos sistemas com cargas leves o problema da tensão alta é a constante. (Ver ilustração e análise das Tabelas 2.1 a 2.4). De qualquer modo, esses dois problemas são similares em sua natureza. Deveremos fazer a ligação de reativos à rede, quando a tensão exceder os limites superiores e a ligação dos capacitores, quando o nível mínimo da tensão for ultrapassado. Desejamos, contudo, estar sempre atingindo os dois objetivos de minimizar as perdas e a flutuação da tensão do sistema.

O problema do horário de operação da compensação com reativos consiste em se determinar o número e a alocação das unidades compensadoras a serem chaveadas (ligadas ou desligadas) no sistema para vários intervalos de tempo, no decorrer do próximo dia ou semana da operação do sistema. A determinação da potência reativa, em atraso ou

avanço necessários do sistema, que será feita através da programação não linear, permitirá a avaliação dos capacitores ou reatores a serem chaveados à rede. De maneira a se determinar uma filosofia para ligar ou desligar capacitores ou reatores ao sistema, é importante analisar as funções tensão e perdas do sistema, que são os objetivos a serem minimizados pelo horário de operação dos compensadores.

A operação de um sistema, seja em estados normais ou anormais, fica definida pelas variáveis básicas, pot. real ( $P$ ), pot. reativa ( $Q$ ), tensão ( $V$ ), ângulo de fase da tensão ( $\theta$ ), derivação dos transformadores ( $n$ ) e unidades de capacitores ou reatores na rede ( $\xi$ ).

Consideramos que existe geração suficiente para satisfazer a carga do sistema em quaisquer estados, normais e anormais, dentro das limitações operacionais e de projeto e das equações do fluxo de potência na rede. Cada estado do sistema fica caracterizado por uma composição do sistema, uma combinação de rede e carga,  $S^k$ . Para uma análise do problema, vamos tentar solucioná-lo, hipoteticamente, produzindo situações aproximadas, tornando fixas algumas variáveis. Podemos dizer que, para uma condição particular, as perdas e a tensão são função dos capacitores da rede, estado do sistema, potência real e reativa e podem ser estabelecidas como:

$$\text{Perdas} = P_e (S_1^k, \xi_G^k, \phi_{G_1}^k, V_1^k, \phi_1^k, m_1^k, \xi_1^k)$$

$$\text{Tensão} = V (S_1^k, \xi_G^k, \phi_{G_2}^k, \phi_2^k, m_2^k, \xi_2^k)$$

As funções perdas e tensão, se então independentes da geração da potência real e do ângulo de fase da tensão, reduzem-se a:

$$\text{Perdas} = P_e (S_1^k, P_G^k, Q_G^k, V_1^k, \theta_G^k, Q_1^k, E_1^k)$$

$$\text{Tensão} = V (S_1^k, P_G^k, Q_G^k, \theta_G^k, Q_2^k, E_2^k)$$

e podem ser estabelecidas como funções do estado do sistema, geração da potência reativa, de variação dos traços e variável dos capacitores da rede:

$$\text{Perdas} = P_e (S_{PQ}^k, Q_1^k, V_1^k, Q_1^k, E_1^k)$$

$$\text{Tensão} = V (S_{PQ}^k, Q_2^k, Q_2^k, E_2^k)$$

Para um estado "K" particular do sistema as funções se tornam:

$$\text{Perdas} = P_e (Q_1^k, V_1^k, Q_1^k, E_1^k)$$

$$\text{Tensão} = V (Q_2^k, Q_2^k, E_2^k)$$

Se a variável dos auto-transformadores, a tensão do sistema é uma função da geração da potência reativa ( $Q$ ) e dos capacitores da rede ( $E$ ) para um valor fixo da geração da potência real e do ângulo de fase da tensão,  $V (Q_2^k, E_2^k)$ . Isto produz um valor (mínimo) de unidades de capacitores ( $E^k$ ) considerando-se  $P_G^k$ ,  $\theta_G^k$  fixos no estudo do fluxo de carga. As unidades de capacitores determinadas dessa maneira, podem ter vários valores, de acordo com os valores fixos da potência real e

ângulo de fase da tensão.

Analogamente, a função perdas ficará sendo função, como  $P_e (G_0^k, T_1^k, \zeta_1^k)$  que, se considerarmos a tensão constante, pelo processo de compensação, se tornará  $P_e (G_0^k, T_1^k)$  que produzirá também um valor de unidades capacitadoras, que poderão assumir vários valores, dependendo dos valores fixos da potência real e do ângulo de fase da tensão.

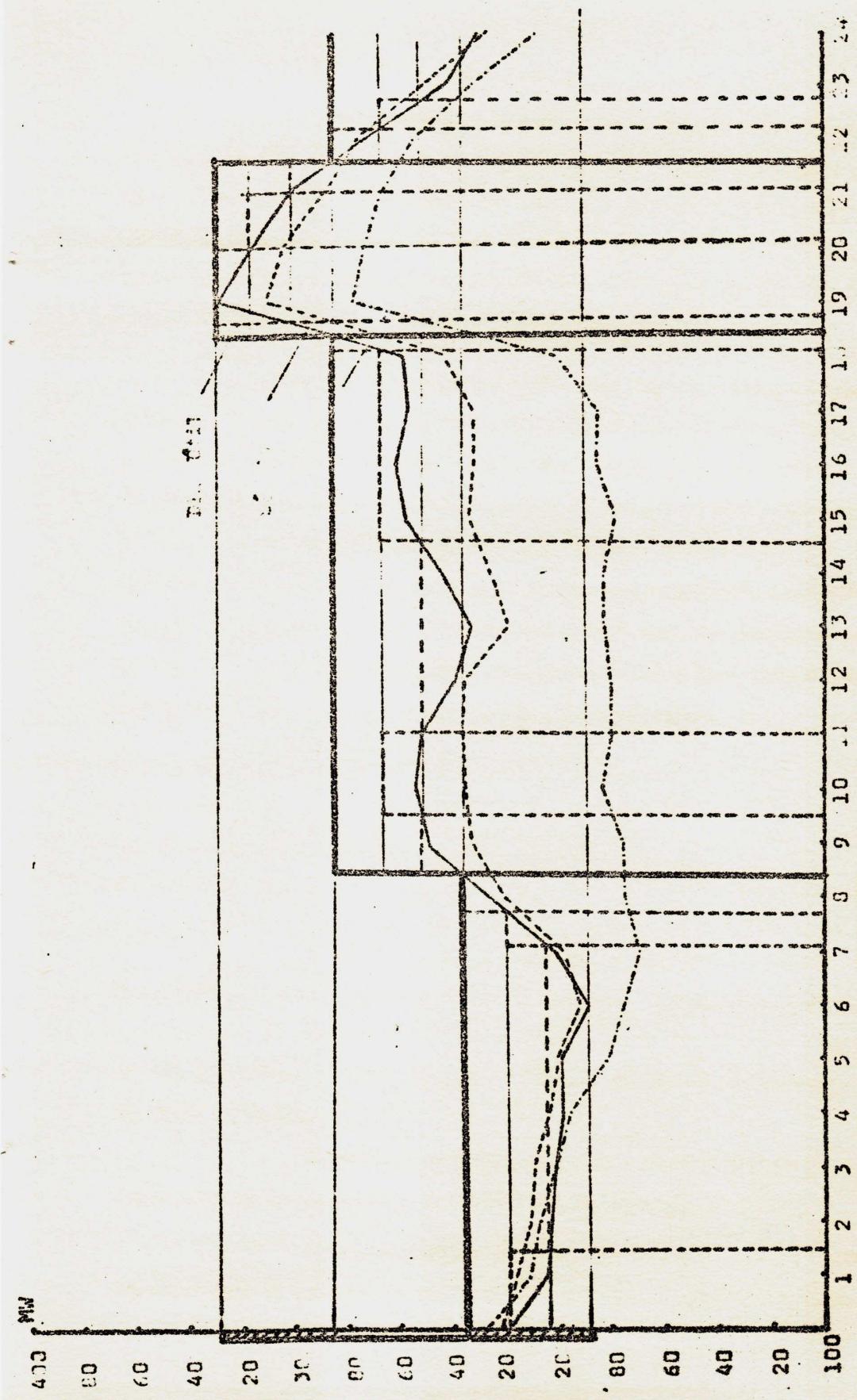
A quantidade de unidades capacitadoras, assim obtidas, tanto para as perdas como para a tensão, não será a ótima, obviamente. Para uma solução ótima e completa das unidades de reativos, todas as variáveis do sistema devem ser otimizadas. Desde que a operação se preocupe em determinar essas variáveis para determinado estado, tal que perdas e flutuação da tensão sejam as mínimas, teremos que determinar, também, potência real e ângulo de fase para mínima perda e mínima variação da tensão. A programação não linear determinará uma solução única para as derivações dos tráfes e variável dos compensadores para cada objetivo, que leve às perdas mínimas e a tensões mais estáveis.

#### 2.5. A CARGA DEFININDO OS ESTADOS DO SISTEMA

O estado de um sistema é definido pelo conjunto da configuração dos elementos e da carga do sistema. Se considerarmos que a configuração do sistema nas vinte e quatro horas da operação a curto prazo não se altera, podemos definir, então, o estado do sistema em função da carga do mesmo.

O sistema assumirá, portanto, continuadamente, estados diferentes ao longo do dia, na mesma lei de variação da carga.

Precisamos obter um plano de operação para a alocação das variáveis  $\lambda$  (número de unidades de reativos, capacitores/reactores),



**FIGURA 2.5.** Curva de Carga de um Dia Útil típico, um Sábado e um Domingo do Sistema Sul da EANSP.  
As etapas da Operação para o Dia Útil e seus Múltiplos Estados Discretos.

no sistema, é medida que a carga for variando. Dentro de uma análise das curvas de carga do sistema, desejamos obter uma solução menos dissipativa e satisfatória, que atenda aos objetivos de perdas mínimas e mínima flutuação da tensão, dentro da comodidade relativa do computador digital.

### 2.5.1. AS ETAPAS DA OPERAÇÃO E A CARGA

A sensibilidade da tensão e das perdas no sistema, em relação à variação da carga, depende dos parâmetros do sistema. Um exame do comportamento da tensão e das perdas com a variação da carga, sugerirá a subdivisão da curva de carga em um número de etapas necessárias a determinar a operação diária do sistema, para manter, durante este. Dependendo, então, do tipo de carga e da sensibilidade do sistema, em relação à variação da carga, faremos a operação diária do sistema em duas, três ou mais etapas. Particularmente nos sistemas radiais, possuem a tensão bastante sensível, em relação à variação da carga do sistema, conforme ilustração do item 2.3.2.

Essas etapas da operação serão definidas pelo conjunto de pontos onde a carga não ultrapasse uma variação mínima pré-estabelecida pela análise ainda há pouco citada.

Como exemplo deste primeiro passo, mostramos as etapas de operação em um dia, sugeridas ao sistema Sul da CHESF, demonstradas na Figura (2.5). Achamos, em virtude da sensibilidade do sistema CHESF em relação à carga, que apresenta uma variação entre o mínimo e o máximo de um dia de 49% da máxima, um bom critério subdividir esta

variação ( $P_{MAX} - P_{MIN}$ ) em três faixas, de forma a obter 33,3% da variação total, dentro de cada faixa. Assim, os três grupos de cargas então obtidos, estarão dentro da faixa pretendida. As horas de chavamento ficarão, então, determinadas no eixo das abscissas. Teremos, enfim, um horário de operação das unidades de reativos do sistema, que define as etapas de operação por nós chamadas.

#### 2.5.2. OS MÚLTIPLOS ESTADOS DO SISTEMA EM CADA ETAPA DA OPERAÇÃO

Obtidas, assim, as faixas de cargas que deverão definir as etapas de operação do sistema, precisamos estabelecer, para cada faixa, o número ótimo de unidades de reativos, que venha atender os diversos estados por que passa o sistema. Dentro dessa configuração de múltiplos estados que o sistema vive em cada faixa, determinaremos o número ótimo das unidades de reativos que venha atender, simultaneamente para os múltiplos estados do sistema, esta condição.

Cada faixa determinada no item 2.5.1. deverá, então, por sua vez, ser subdividida em um critério que determine os diversos estados de cada etapa. Propomos, para este fim, subdividir cada faixa em três intervalos, como mostra a Figura (2.5) ainda para o exemplo do sistema sul da CESF.

## 2.6. DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

O planejamento que definirá o horário de operação dos compensadores, será baseado em objetivos de economia e confiabilidade da operação do sistema de potência. O que desenvolveremos, no decorrer dos capítulos subsequentes, serão os modelos de solução desses dois problemas. Atingiremos o objetivo do horário de operação da compensação com economia pela minimização da perda total do sistema. Ao objetivo do horário de operação dos compensadores com confiabilidade, atingiremos pela minimização da flutuação da tensão nas barras do sistema. Esses resultados serão obtidos independentemente, podendo acontecer que os reativos injetados para produzirem a perda mínima não sejam os mesmos necessários para produzir a mínima flutuação da tensão.

### 2.6.1. HORÁRIO DE OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM MÍNIMAS PERDAS

O problema de se estabelecer o horário de operação dos compensadores com mínimas perdas no sistema, é definido como encontrar o número de compensadores requeridos para minimizar a perda total do sistema, através da variação das variáveis do sistema, tais como potência real, potência reativa, tensão, ângulo de fase, taps dos transformadores etc., sob as restrições de igualdade e desigualdade, formadas pelas equações do fluxo de potência e limitações das variáveis, para cada etapa da operação do sistema.

## 2.6.2. HORÁRIO DE OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA

### TESE

Definimos flutuação da tensão como a diferença entre a tensão desejada na barra e a tensão que ocorrerá na mesma, nos diversos momentos, ao longo da variação da carga.

O problema do horário de operação dos compensadores, com o objetivo da mínima flutuação da tensão é, então, definido como encontrar o número de compensadores requeridos para minimizar a flutuação da tensão nas barras do sistema, durante uma etapa de operação, através da variação das variáveis do sistema, potência real, potência reativa, ângulo de fase, taps de transformadores etc., sob as restrições ditas pelas equações do fluxo de potência e limitações das variáveis do sistema.

### 3. REPRESENTAÇÃO DO ESTADO DO SISTEMA

#### 3.1. INTRODUÇÃO

A operação em estado estacionário de um sistema de potência é completamente definida através das variáveis básicas do sistema. Algumas são controláveis diretamente, e outras são incontroláveis.

##### Variáveis de Estado Controláveis

1. Potência real gerada ( $P_G$ )
2. Potência reativa gerada ( $Q_G$ )
3. Amplitude máxima da tensão (V)
4. Ângulo de fase da tensão ( $\theta$ )
5. Relação de transformação dos auto-transformadores, representada por ( $m$ )
6. Variável que define capacitores/reactores do sistema, cuja representação é ( $\xi$ )

##### Variáveis de Estado Incontroláveis

7. Potência demandada real (carga) - ( $P_D$ )
8. Potência demandada reativa (carga) - ( $Q_D$ )

Cada barra do sistema fica bem definida quando conhecemos as oito variáveis acima:  $P_G$ ,  $Q_G$ , V,  $\theta$ ,  $P_D$ ,  $Q_D$ , m,  $\xi$ . Então, para um sistema que possua "n" barramentos, um conjunto de 8n variáveis, dependentes e independentes, é necessário para definir o sistema e, algumas das variáveis não podem ser sempre fixadas em cada barra. Algumas

variáveis não estão presentes em todas as barras.

Com a finalidade de obter uma notação mais concisa e breve, posteriormente, para as variáveis do sistema, definimos: variáveis incontroláveis ou de distúrbio do sistema, as variáveis do sistema sobre as quais não temos maximum domínio. Particularmente, temos as potências ativa e reativa demandadas, isto é, a carga que o sistema alimenta, como as variáveis incontroláveis do sistema de potência. Então, o vetor distúrbio será:

$$D = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{2n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{D_1} \\ Q_{D_1} \\ \vdots \\ P_{D_n} \\ Q_{D_n} \end{bmatrix} \quad (3.1.)$$

As variáveis controláveis do sistema são as variáveis que funcionam controladas pelo supervisor do sistema. Em nosso caso, temos as fontes de potência ativa e reativa nesta classe. O vetor controle será:

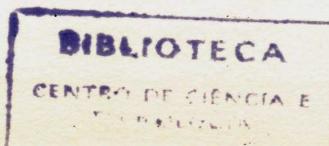
$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{2n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{G_1} \\ Q_{G_1} \\ \vdots \\ P_{G_n} \\ Q_{G_n} \end{bmatrix} \quad (3.2.)$$

As variáveis do estado do sistema, propriamente ditas, são as variáveis inerentes ao funcionamento do sistema. Elas dependem da situação em que se encontram as anteriores. Definimos o vetor estado sem as variáveis "n" e "l" auxiliares, dada a condição geral das equações. As variáveis auxiliares podem ser associadas com os vetores U e Z, dependendo da sua representação.

$$Z = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{2n} \end{bmatrix} \quad \dots \quad \begin{bmatrix} e_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ e_n \\ v_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A operação do sistema é obtida pela alocação adequada dessas oito variáveis, que possuem seus limites operacionais. Esses limites serão as restrições no domínio da função objetivo, e delinearão o campo de variação desta função, assim enclausurando-a em certo espaço, o domínio de cada variável, que ficará então definido pelas equações do fluxo de potência (restrições de igualdade) e pelos limites práticos da operação e dos equipamentos (restrições de desigualdade). A função objetivo, ou melhor, as funções objetivas, que definiremos serão, respectivamente, as perdas de energia na transmissão, e a flutuação da tensão

Apresentamos, enfim, neste capítulo, os elementos do sistema, que serão a ferramenta de trabalho dos capítulos subsequentes



3.2. EQUAÇÕES DO FLUXO DE CARGA E CONDIÇÕES DE IGUALDADE

3.2.1. A CONSTRUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO FLUXO DE CARGA

Passamos a mostrar o processo de construção dessas equações, ou seja, as restrições de igualdade do processo de busca do ponto mínimo da função objetivo.

Corrente Líquida Injetada em um Barramento

É a diferença entre as correntes supridas pela fonte e as correntes solicitadas pela carga.

$$I_{\text{Barra}} = \begin{bmatrix} \cdot \\ I_1 \\ \cdot \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} \quad I_{\text{Barra}} = I_{G_i} - I_{D_i}$$

(3.4.)

Tensão de Barramento

É a tensão existente entre a fase e terra neste barramento.

$$V_{\text{Barra}} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad \text{onde:}$$

$$\dot{V}_i = V_i \angle \theta_i = V_i e^{j\theta_i}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (3.5.)$$

A Matriz Admitância de Barramento

É a matriz quadrada do tipo:

$$Y_{\text{Barra}} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.6.)$$

onde:

$\dot{Y}_{ii}$  = São as auto-admitâncias de cada barra que são dadas pela soma de todas as admittâncias ligadas a esta barra.

$\dot{Y}_{ij}$  = São as admittâncias míticas entre as barras, que são dadas pelas admittâncias das linhas que ligam cada duas barras i-j, com sinal trocado.

### Expressão do Corrente Líquida Injetada na Barra "i"

Temos:

$$\dot{I}_{\text{Barra}} = \dot{Y}_{\text{Barra}} \cdot \dot{V}_{\text{Barra}} \quad (3.7.)$$

ou:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_2 \\ \dots \\ \vdots \\ \dot{I}_n \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} & \cdots & \dot{Y}_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} & \cdots & \dot{Y}_{2n} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{Y}_{n1} & \dot{Y}_{n2} & \cdots & \dot{Y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_2 \\ \dots \\ \vdots \\ \dot{V}_n \\ \vdots \end{bmatrix}$$

(3.8.)

Compactamente, podemos reescrever a equação (3.8.)

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^n \dot{V}_{ij} \cdot \dot{V}_j \quad (3.9.)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Expressão da Potência Líquida Injetada na Barra "i"

A potência líquida injetada na barra "i" é dada pela diferença entre as potências geradas e demandadas nesta barra.

Logo:

$$\dot{S}_i = P_i + jQ_i = P_{Gi} - P_{Di} + j(Q_{Gi} - Q_{Di}) \quad (3.10)$$

onde:

$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$  é a potência real líquida na barra "i"

(3.11)

$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$  é a potência reativa líquida na barra "i"

se:

$$\dot{S}_i = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^* = \dot{V}_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n \dot{V}_{ij} \cdot \dot{I}_j \right)^*$$

$$\dot{S}_i = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^* = \dot{V}_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n \frac{\dot{V}_j}{\dot{Z}_{ij}} \right)^* \quad (3.12)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

ou, se desejamos o conjugado  $\dot{S}_i^*$ , teremos:

$$\dot{S}_i^* = \dot{V}_i^* \cdot \dot{I}_i = \dot{V}_i^* \left( \sum_{j=1}^n \dot{V}_{ij} \cdot \dot{V}_j \right)$$

$$\dot{S}_i^* = \dot{V}_i^* \cdot \dot{I}_i = \dot{V}_i^* \left( \sum_{j=1}^n \frac{\dot{V}_j}{\dot{Z}_{ij}} \right) \quad (3.12)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

### Parâmetros das Linhas de Transmissão do Sistema

Usamos a representação "pi" para a dedução de formulário, por ser a mais usual e conveniente.

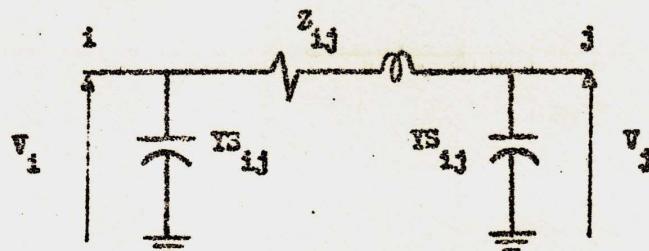


FIGURA 3.1. Representação "pi" de uma Linha de Transmissão

onde:

$$\dot{Z} = R + j X \quad (3.14)$$

$$\dot{Y}_S = G + j B = \quad (3.15)$$

$$\dot{Y}_S = 0 + j B = (\text{considerando } G = 0) \quad (3.16)$$

$$\dot{Y}_S = - \frac{1}{j X_C} \quad (3.17)$$

ou:

$$\dot{Y}_S = - Y_S \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.18)$$

### Impedância Série Indutiva da Linha em Função do Ângulo de Perdas

Seja:

$$\dot{Z} = Z \angle \phi \text{ e, } \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{R}{X_L} = \text{Ângulo de perdas da L.T.}$$

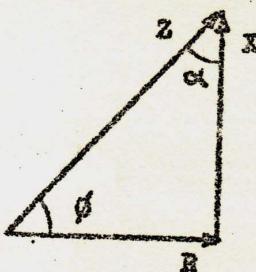


FIGURA 3.2. Diagrama Polar da Impedância da Linha

$$\phi = \pi/2 - \alpha \quad \therefore \quad (3.19)$$

$$z = z \angle \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad z = z \cdot e^{j(\pi/2 - \alpha)} \quad (3.20)$$

#### Potência Líquida Injetada em Função de V, e

Como mencionada ainda há pouco, as equações do fluxo de carga são escritas na forma da matriz admitância de barramento. A maioria das pesquisadores que trabalham com fluxo de carga usam esta forma de equação. Sempre no fluxo de potência ótimo e na otimização em geral usam-se as seguintes formas de equações do fluxo de carga.

A corrente líquida que sai de uma barra se distribui através do ramo série da linha e da sua admittância capacitativa shunt.

$$\overset{\circ}{I}_1 = \text{Corrente em } Z_{ij} + \text{corrente em } Y_S_{ij} \quad (3.21)$$

$$\overset{\circ}{I}_1 = \sum_{j=1}^n \frac{\overset{\circ}{V}_i - \overset{\circ}{V}_j}{Z_{ij} / \frac{\pi}{2} - \alpha_{ij}} + \sum_{j=1}^n \overset{\circ}{V}_i \cdot (-Y_S_{ij} / \pi/2) \quad (3.22)$$

A potência líquida em cada barra "i" será, portanto:

$$\overset{\circ}{S} = \overset{\circ}{V} \cdot \overset{\circ}{I} = P + jQ \quad (3.23)$$

$$P_i + jQ_i = V_i \angle \theta_i \cdot \sum_{j=1}^n \frac{V_j \angle \theta_j - V_i \angle \theta_i}{z_{ij} \sqrt{n/2 - \alpha_{ij}}} + \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=1}^n V_i^2 (- \operatorname{rs}_{ij} \angle n/2)$$

Desenvolvendo (3.24) e simplificando, temos:

$$P_i = \sum_{j=1}^n \frac{V_i^2}{z_{ij}} \operatorname{sen} \alpha_{ij} - \sum_{j=1}^n \frac{V_i \cdot V_j}{z_{ij}} \operatorname{sen} (\alpha_{ij} - (\theta_i - \theta_j))$$

Para  $i \neq j$  (3.25)

$$Q_i = \sum_{j=1}^n \frac{V_i^2}{z_{ij}} \cdot \cos \alpha_{ij} - \sum_{j=1}^n \left( \frac{V_i \cdot V_j}{z_{ij}} \cdot \cos (\alpha_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \right)$$

+  $V_i^2 \cdot \operatorname{rs}_{ij}$  (3.26)

Para  $i \neq j$

onde:

$z_{ij} \frac{\Omega}{2} - \alpha_{ij}$  = Impedância série da L.T. que liga as barras i-j

$2 \cdot Y_{ij} \frac{M}{2}$  = Admitância shunt da L.T. que liga as barras i-j

$\alpha_{ij}$  = Ângulo de perdas da L.T. (complemento do ângulo de impedância da L.T.)

$V_i, V_j$  = Amplitude das tensões nas barras i-j

$\theta_i, \theta_j$  = Ângulos de fase das tensões nas barras i-j.

É evidente que, se colocarmos, nas barras, algum compensador estático shunt, vamos ter alteração na potência reativa dessa barra. Consideremos, então:

$Y_{ii}$  = Admitância devida ao compensador shunt ligado na barra "i".

Logo, a potência reativa que ele entregará à barra será:

$V_i^2 \cdot Y_{ii}$ . Assim, podemos reescrever as equações 3.25 e 3.26.

$$P_i = \sum_{j=1}^n \frac{V_i^2}{z_{ij}} \operatorname{sen} \alpha_{ij} - \sum_{j=1}^n \frac{V_i \cdot V_j}{z_{ij}} \cdot \operatorname{sen} (\alpha_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \quad (3.27)$$

Para  $i \neq j$

$$P_i = \sum_{j=1}^n \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \cos \alpha_{ij} - \sum_{j=1}^n \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \cdot \cos (\alpha_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) - \\ V_i^2 \cdot Y_{ij} + V_i^2 \cdot Y_{ii} \quad (3.28)$$

Para  $i \neq j$

Expressão da Potência Líquida na Linha "i" Usando o Ângulo de Impedância

Nas equações 3.27 e 3.28 substituindo o ângulo de perdas da linha. Podemos recorrer a expressão da potência líquida usando o ângulo de impedância da linha  $\phi_{ij} = \pi/2 - \alpha_{ij}$ .

Observamos, por outro lado, que as somatórias para  $i \neq j$  podem ser reescritas sob essa condição.

Usamos:

$$Z_{ij} = 1/Y_{ij} \quad \phi_{ij} = -\phi_{ij}^*, \quad Y_{ij} / \phi_{ij}^* \quad (3.29)$$

Considerando:

$$\cos(\pi/2 - A) = \sin A = -\sin(-A)$$

$$A < \pi/2, \quad \sin(\pi/2 - A) = \cos A = \cos(-A)$$

$$P_i = \sum_{j=1}^n V_i^2 \cdot Y_{ij} \cdot \cos(-\phi_{ij}) - \sum_{j=1}^n V_i \cdot V_j \cdot Y_{ij} \cdot \\ \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (3.30)$$

Para  $i \neq j$

Cu, para "j" poder assumir, inclusive, o valor de "i", temos:

$$\dot{P}_i = V_i \sum_{j=1}^N V_j Y_{ij} \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}^*) \quad (3.31)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^N V_i^2 \cdot Y_{ij} \cdot \sin (-\phi_{ij}) - \sum_{j=1}^N V_i \cdot V_j \cdot \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \\ + V_i^2 \cdot Y_{ii} + V_i \cdot Y_{ii} \quad (3.32)$$

Cu, para "j" poder assumir, inclusive, o valor de "i", temos:

$$Q_i = + V_i \sum_{j=1}^N \left[ V_j \cdot Y_{ij} \cdot \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}^*) + V_i \cdot Y_{ij} \right] + \\ V_i^2 \cdot Y_{ii} \quad (3.33)$$

### 3.2.2. CONSIDERANDO A RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO DOS TRANSFORMADORES

A fim de mostrar o processo de inclusão dessa variável no problema, discorremos, a seguir, a representação equivalente e adaptá-la-emos a este transformador.

#### A Representação dos Transformadores

Um transformador, com razões de espiras não nominais,

pode ser representado por sua impedância ou admittância, ligada em série com um auto-transformador ideal, como mostra a figura 3.3.

Um circuito equivalente pode ser obtido a partir desta representação, para uso nos estudos do fluxo de carga.

Os elementos do circuito equivalente da transformador, então podem ser tratados da mesma maneira como os elementos do circuito equivalente de uma linha de transmissão.

Os parâmetros do circuito equivalente são mostrados na figura 3.4.

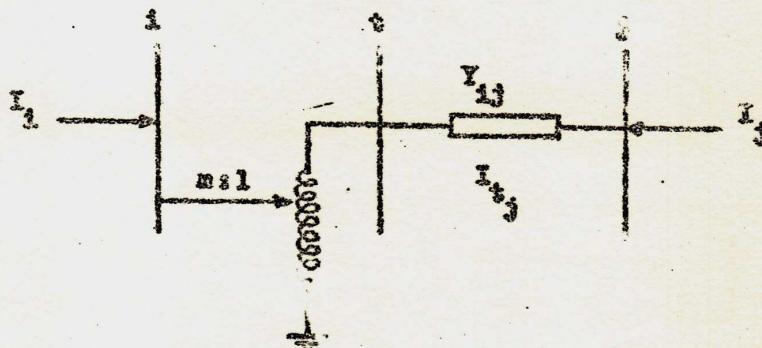


FIGURA 3.3. Representação de um Transformador por um auto-transformador de razão  $1 : m$ , em série com a sua impedância

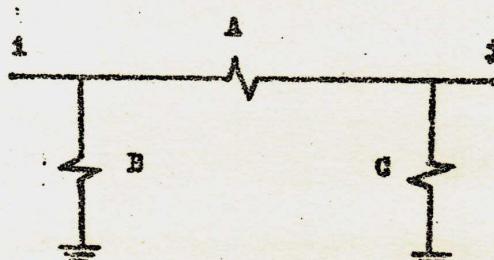


FIGURA 3.4. Representação "pi" de um Transformador

Encontramos os parâmetros A, B e C, igualando-se as correntes terminais do transformador com as correntes correspondentes - do circuito equivalente. (8)

Então, obtemos:

$$\overset{\circ}{A} = \frac{\overset{\circ}{Y}_{ij}}{n} \quad (3.34)$$

$$\overset{\circ}{B} = \frac{1}{n} + \left( \frac{1}{n} - 1 \right) \cdot \overset{\circ}{Y}_{ij} \quad (3.35)$$

$$\overset{\circ}{C} = \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \cdot \overset{\circ}{Y}_{ij} \quad (3.36)$$

O que nos permite, então, representar um transformador através de seu circuito equivalente, com os seus parâmetros, em função da relação de transformação, que é variável, e sua admitância.

Na representação dos transformadores de derivação variáveis sob carga, é necessário variar a razão de espiras, para se obter a desejada amplitude de tensão em uma barra específica. Através da variação da razão de espiras de um incremento "m", uma vez que cada iteração, desde que a tensão na barra esteja fora de tolerância permitida no programa.

$$\left| \begin{array}{c} V_i \\ - \end{array} \right| > \epsilon \quad (3.37)$$

Podemos ajustar a tensão como transformador em carga.

A variação padrão, na derivação dos transformadores de derivação variável sob carga, é  $\pm 5/8$  por cento por iteração. Este valor se tem mostrado satisfatório para o "m", desde que, obviamente, se aumente as iterações, para obter a solução da tensão. Os elementos da matriz admittance de barramento devem ser recalculados para cada variação na derivação do transformador que liga duas barras:  $i$  e  $j$ . O fluxo

de potência do nó "i" para o nó "j" é como segue:

$$P_i + j Q_i = V_i \left| \begin{array}{l} \theta_i \\ V_i \end{array} \right| \left( \frac{V_j \left| \begin{array}{l} \theta_j \\ V_j \end{array} \right| / n_i}{Z_{ij} \left| \pi/2 - \phi_{ij} \right| / n_i^2} \right)^* \quad (3.38)$$

$$= j m_i \cdot r_{ij} \cdot V_j$$

De onde obtemos:

$$P_i = n_i^2 \cdot \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \sin \phi_{ij} = n_i \cdot \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \sin (\phi_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \quad (3.39)$$

$$Q_i = n_i^2 \cdot \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \cos \phi_{ij} = n_i \cdot \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \cos (\phi_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \quad (3.40)$$

$$= m_i \cdot V_j^2 \cdot r_{ij}$$

O fluxo de potência do nó "j" para o nó "i", é:

$$P_j + j Q_j = \frac{V_j \left| \begin{array}{l} \theta_j \\ V_j \end{array} \right|}{n_i} \left( \frac{V_i \left| \begin{array}{l} \theta_i \\ V_i \end{array} \right| / n_i}{Z_{ij} \left| \pi/2 - \phi_{ij} \right| / n_i^2} \right)^* \quad (3.41)$$

$$= j m_i \cdot r_{ij} \cdot \left( \frac{V_i}{n_i} \right)^2$$

De onde obtemos:

$$P_j = \frac{V_j^2}{Z_{ij}} \cdot \operatorname{sen} \phi_{ij} - m_i \frac{V_i \cdot V_j}{Z_{ij}} \cdot \operatorname{sen} (\phi_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} Q_j &= \frac{V_j^2}{Z_{ij}} \cdot \cos \phi_{ij} - m_i \frac{V_i \cdot V_j}{Z_{ij}} \cdot \cos (\phi_{ij} - \theta_j) \\ &= \frac{V_{ij} \cdot V_j^2}{m_i} \end{aligned} \quad (3.43)$$

### 3.2.3. EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA ESTÁTICA EM REGIME PERMANENTE

Em uma barra qualquer do sistema, temos que a potência gerada menos a potência demandada, é igual à potência líquida injetada na barra.

Portanto, a condição será:

$$P_{Di} - P_{Dj} - P_i = 0 \quad (3.44)$$

$$Q_{Ui} - Q_{Dj} - Q_i = 0 \quad (3.45)$$

ou, usando (3.31) e (3.33)

$$P_G - P_D - V_i \sum_{j=1}^n V_j V_{ij} \cdot \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) = 0 \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \zeta_i = & b + v_i \sum_{j=1}^n \left[ T_j \cdot z_{ij} \cdot \sin(\phi_i - \phi_j - \psi_{ij}) - (v_i \cdot s_{ij}) \right] \\ & - v_i^2 \cdot z_{ii} = 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Como vemos, a partir das equações 3.46 e 3.47., podemos escrever, para qualquer sistema de "n" barras, um conjunto de  $2n$  equações, que serão as restrições de igualdade no processo de busca do ponto ótimo de operação. De maneira análoga, vemos obter, agora, as equações de fluxo de potência nos nós "i" e "j", considerando a relação de transformação dos transformadores.

Serão:

Para a barra "i":

$$\sum_{j=1}^n n_i^2 \frac{v_i^2}{z_{ij}} \cdot \sin \psi_{ij} - \sum_{j=1}^n n_i \cdot \frac{v_i \cdot v_j}{z_{ij}} \cdot \sin (\psi_{ij} - (\phi_i - \phi_j)) - P_{G_i} + P_{D_i} = 0 \quad (3.48)$$

$$- P_{G_i} + P_{D_i} = 0$$

$$\sum_{j=1}^n n_i^2 \frac{v_i^2}{z_{ij}} \cdot \cos \psi_{ij} - \sum_{j=1}^n n_i \cdot \frac{v_i \cdot v_j}{z_{ij}} \cdot \cos (\psi_{ij} - (\phi_i - \phi_j)) - n_i \cdot v_i^2 \cdot z_{ij} - Q_i + Q_D = 0 \quad (3.49)$$

$$- n_i \cdot v_i^2 \cdot z_{ij} - Q_i + Q_D = 0$$

Para a barra "j":

$$\sum_{i=1}^N \frac{v_j^2}{z_{ij}} \cdot \cos \phi_{ij} - \sum_{i=1}^N \frac{z_i \cdot v_i \cdot v_j}{z_{ij}} \cdot \cos (\phi_{ij} - (\theta_j - \theta_i)) = P_{Gj} + P_{Dj} = 0 \quad (3.50)$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{v_j^2}{z_{ij}} \cdot \cos \phi_{ij} - \sum_{i=1}^N \frac{z_i \cdot v_i \cdot v_j}{z_{ij}} \cdot \cos (\phi_{ij} - (\theta_j - \theta_i)) = Q_{Gj} + Q_{Dj} = 0 \quad (3.51)$$

$$- \frac{v_{ij} \cdot v_j^2}{z_{ij}} - Q_{Gj} + Q_{Dj} = 0$$

As equações 3.48., 3.49., 3.50 e 3.51 são consideradas as restrições de igualdade do problema, quando duas barras são separadas por um transformador.

#### 3.2.4. CLASSIFICAÇÃO DAS BARRAS DO SISTEMA

Cada barra do sistema será caracterizada, basicamente, por quatro variáveis, potência real líquida ( $P_i$ ), potência reativa líquida ( $Q_i$ ), módulo da tensão ( $|V_i|$ ) e ângulo de fase da tensão ( $\theta_i$ ). Destes, duas são conhecidas e especificadas, e duas devem ser encontradas.

das. Separando as quais as variáveis conhecidas em cada barra, podemos classificá-las em três grupos:

Barras P.: nestas barras temos  $P$  e  $Q$  especificados, e desejamos encontrar  $|V|$  e  $\theta$

Barras P, V: com  $P$  e  $|V|$  especificados, temos desconhecidos  $Q$  e  $\theta$

Barras Soltas: com  $|V|$  e  $\theta$  especificados, e  $P$  e  $Q$  desconhecidos. Por conveniência, esta será a barra 1 do sistema, e a tomaremos como referencial.  $\theta_1 = 0$ . I, também, chamada de barra de balanço.

### 3.2.5. FORMA COMPACTA DAS RESTRIÇÕES DE IGUALDADE

Considerando as definições das equações 3.1, 3.2 e 3.3 podemos escrever, compactamente, qualquer sistema de  $2n$  equações, escrito a partir das equações 3.46 e 3.47 ou, 3.48, 3.49, 3.50 e 3.51 como sendo:

$$S(u, u, p) = 0 \quad (3.52)$$

### 3.3. AS RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE

As variáveis inerentes às barras de um sistema de potência não basicamente limitadas, por questões técnicas, tais como limite de estabilidade do sistema, variação tolerável de tensão suporta-

da pelo equipamento ligado à barra etc. ou mesmo por questões de segurança.

### 3.3.1. AS POTÊNCIAS ATIVA E REATIVA DA BARRA

As potências real e reativa em uma barra são limitadas pelo limite da estabilidade do sistema, ou pela geração de calor na mesma.

As restrições, no seu intervalo de variação, podemos representar por:

$$P_{Gi}^{\text{MIN}} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\text{MAX}} \quad (3.53)$$

$$\dot{Q}_{Gi}^{\text{MIN}} \leq \dot{Q}_{Gi} \leq \dot{Q}_{Gi}^{\text{MAX}} \quad (3.54)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

### 3.3.2. O MÓDULO DA TENSÃO NA BARRA

A tensão, em uma barra, é limitada pela faixa de variação tolerável pelo equipamento, que está ligado à mesma. Esta restrição pode assumir:

$$V_i^{\text{MIN}} \leq V_i \leq V_i^{\text{MAX}} \quad (3.55)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$



3.3.3. O ÂNGULO DE FASE DA TENSÃO DA BARRA

A diferença entre dois ângulos de fases de barras adjacentes é limitada pela máxima potência ativa a ser transportada na linha. (5) Observaremos que  $\theta$  sofre influência decisiva da potência real que flui na linha, que alimentará a carga, o que vem confirmar a premissa inicial de limitação do ângulo de fase da tensão na barra pela potência ativa transportada na linha.

Poderemos, então, escrever que:

$$\theta_i - \theta_j \leq \theta_{ij}^{\text{MAX}} \quad (3.56)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

3.3.4. TRANSFORMADORES COM VARIAÇÃO DE DERIVAÇÕES

A variação da relação de espiras de transformador e de derivações variáveis sob carga, será, então, incluída como variável no processo de busca, do ponto ótimo. Obviamente, esta então variável tem seu domínio definido pelo fabricante de transformador, que representamos por:

$$m_i^{\text{MIN}} \leq m_i \leq m_i^{\text{MAX}} \quad (3.57)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

3.3.5. A COMPENSAÇÃO VARIÁVEL

É desejável que se possa injetar, automaticamente, reativos capacitivos ou indutivos nas barras do sistema, tão logo o nível da tensão caia a um valor abaixo do nominal pré-estabelecido, ou retire ou suba acima do valor nominal. A essa injecção de reativos controlada, a que denominamos compensação variável.

Os equipamentos usados na compensação serão eleitos em função das características e importância ligada à barra. São mais usuais os:

1. Compensadores síncronos
2. Capacitores e reatores em derivação

É claro, portanto, que o sistema deverá ter, nas suas subestações, algum (ou alguns) do equipamento acima, que são em número e potência limitados. Daí escrevermos que a variável de compensação é restrita:

$$e_i^{\text{MIN}} \leq e_i \leq e_i^{\text{MAX}} \quad (3.53)$$

3.3.6. FORMA COMPACTA DAS RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE

Podemos escrever, compactamente, as equações 3.53, 3.54, 3.55, 3.56, 3.57 e 3.58 para facilidade de referência, como:

$$x^{\text{MIN}} \leq x \leq x^{\text{MAX}} \quad (3.59)$$

$$u^{\text{MIN}} \leq u \leq u^{\text{MAX}} \quad (3.60)$$

Facilmente então mencionadas como as restrições de de sinalidade sobre as variáveis de ESTADO e de COMERCIO.

Não limitamos o crescimento da carga, ou seja, do vetor DISTURBIO.

#### 3.4. A FUNÇÃO OBJETIVA

##### 3.4.1. ENERGIA TOTAL

Buscamos encontrar a alocação ótima dos compensadores com economia da operação. Essa economia pode ser obtida pela minimização da energia total do sistema, numa etapa da operação. A energia do sistema é dada pela equação abaixo:

$$W(P, t) = \int_{t_0}^{t_1} P_G \cdot dt \quad (3.61)$$

onde  $P_G$  é a potência total gerada no sistema e  $t_1$  é o intervalo de tempo de uma etapa de operação que, por sua vez, conterá múltiplos estados do sistema. A energia do sistema em uma etapa da operação pode ser representada considerando-se seus múltiplos estados como existindo em tempos discretos, por:

$$W(P, t) = P_{G_{11}} \cdot t_{11} + P_{G_{12}} \cdot t_{12} + \dots + P_{G_{1i}} \cdot t_{1i} + \dots + P_{G_{1n}} \cdot t_{1n} \quad (3.62)$$

ou,

$$W(P, t) = \sum_{i=1}^n P_{G_{1i}} \cdot t_{1i} \quad (3.63)$$

Se  $t_{11} = t_{12} = \dots = t_{1i} = \dots = t_{1n}$ , o problema contínuo, descrito pela equação 3.61., poderá ser resolvido de maneira discreta, usando-se a equação 3.63. Teremos, para essa situação aproximada, a equação abaixo:

$$W(P, t) = (P_{G_{11}} + P_{G_{12}} + \dots + P_{G_{1n}}) \cdot t_1 \quad (3.64)$$

onde:

$$t_1 = t_{11} + t_{12} + \dots + t_{1i} + \dots + t_{1n} \quad (3.65)$$

Se  $t_1$  é constante, a minimização da energia será dada pela minimização da potência total gerada no sistema em cada etapa da operação.

A minimização da potência total gerada no sistema será obtida pela minimização das perdas na transmissão. Logo, o nosso objetivo poderá ser representado pela minimização da função perdas nos múltiplos estados de cada etapa da operação, que será dada pela somatória das perdas em cada estado discreto do sistema:

$$Pe_i = Pe_{11} + Pe_{12} + \dots + Pe_{1n} \quad (3.66)$$

onde as parcelas da equação (3.66) existirão nos tempos  $t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1n}$ , respectivamente. Se esses intervalos de tempo forem diferentes, poderemos usar a equação abaixo como função objetivo:

$$Pe_i \cdot w_i = Pe_{11} \cdot w_1 + Pe_{12} \cdot w_2 + \dots + Pe_{1n} \cdot w_n \quad (3.67)$$

As variáveis  $w_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , são coeficientes de peso referentes ao tempo de duração de cada estado discreto do sistema, dentro da etapa da operação referida. A compensação ótima com o objetivo de se obter as mínimas perdas na transmissão do sistema, consiste em encontrarmos -

valores para as variáveis do sistema, que definem o seu estado,  $P$ ,  $Q$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $n$  e  $L$ , para determinada condição de carga, satisfazendo às restrições de igualdade e desigualdade, definidas pelas equações (3.59) e (3.60) respectivamente. A função perdas, a ser minimizada, que mostra mais abaixo, foi deduzida no Apêndice IV deste trabalho.

A perda de potência em uma linha dos sistemas, é dada por:

$$P_e(V, \theta) = \frac{\text{sen}\varphi_{ij}}{Z_{ij}} \cdot (V_{ij}^2 + X_{ij}^2 \cdot V_i \cdot V_j) \quad (3.68)$$

onde:

$$X_{ij} = \theta_i - \theta_j \quad (3.69)$$

$$V_{ij} = V_i - V_j \quad (3.70)$$

Para o sistema todo, teremos a somatória das perdas em todas as linhas que unem as suas diversas barras. Então, a função objetivo do nosso problema, a ser minimizada, será:

$$\sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NL} P_e(V, \theta) = \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NL} \left[ \frac{\text{sen}\varphi_{ij}}{Z_{ij}} \cdot (V_{ij}^2 + X_{ij}^2 \cdot V_i \cdot V_j) \right] \quad (3.71)$$

Para  $i \neq j$

### 3.4.2. SITUAÇÃO DA TENSÃO

O problema da compensação ótima com o objetivo de melhorar a confiabilidade do sistema minimizando a flutuação da tensão, nas barras do sistema, consiste em suprir a carga do sistema, com os valores

ótimos das variáveis  $P$ ,  $\omega$ ,  $\theta$ ,  $m$  e  $\delta$ , de definição do estado do sistema.

Estamos particularmente interessados no valor que encontraremos para a variável  $\delta$ , que nos permitirá, através da colocação de capacitores ou reatores no sistema, alocar as variáveis acima, em conjunto com a relação de transformação variável dos transformadores na posição ótima de mínima flutuação da tensão.

Uma expressão quadrática e adequada que nos dará a flutuação da tensão a ser minimizada para o sistema todo, respeitando as restrições de igualdade e desigualdade, dadas pelas equações (3.52), (3.59) e (3.60) é:

$$f(V) = (v_1^o - v_1)^2 + (v_2^o - v_2)^2 + \dots + (v_n^o - v_n)^2 \quad (3.72)$$

$$f(V) = \sum_{i=1}^n (v_i^o - v_i)^2 \quad (3.73)$$

onde:

$v_o^o$  = São as tensões desejadas em cada barra do sistema

na

$v_i$  = São as tensões variáveis, que ocorrem nas diversas horas, segundo a posição da carga.

### 3.5. MODELOS DOS PROBLEMAS

Os dois modelos de obtenção do plano de operação das unidades compensadoras do sistema, podem ser summarizadas como segue:

#### Modelo I

Dados:

a) As equações do fluxo de cargas:  $g(x, u, p) = 0$

b) As restrições de desigualdade:  $x^{\text{MIN}} \leq x \leq x^{\text{MAX}}$

$u^{\text{MIN}} \leq u \leq u^{\text{MAX}}$

c) A demanda a ser suprida:  $P_{D_i}$  e  $Q_{D_i}$ .

d) A função objetivo:  $P_{e_i} = P_{e_1} + P_{e_2} + \dots$

Determinar:

O problema do horário da operação das unidades compensadoras do sistema pode ser estabelecido com encontrar as variáveis  $P_{G_i}$ ,  $Q_{G_i}$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $m$  e  $f$ , que minimizam a função objetivo perdas totais do sistema, satisfazendo às restrições de igualdade e desigualdade há pouco definidas.

#### Modelo II

Dados:

a) As equações do fluxo de cargas:  $g(x, u, p) = 0$

b) As restrições de desigualdade:  $x^{\text{MIN}} \leq x \leq x^{\text{MAX}}$

$$u^{\text{MIN}} \leq u \leq u^{\text{MAX}}$$

c) A demanda a ser cumprida:  $P_{D_i} = Q_{D_i}$ .

d) A função objetivo:  $f(V) = \sum_{i=1}^N (V_i^0 - V_i)^2$ .

Determinar

Desejamos determinar o horário da operação das unidades compensadoras do sistema, pela alocação das variáveis  $P_{Q_i}$ ,  $Q_{Q_i}$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $n$  e  $t$ , que minimizam a função objetivo  $f(V)$  satisfazendo às restrições de igualdade e desigualdade.

## 4. O ESTADO ÓTIMO DO SISTEMA

### 4.1. FORMULAÇÃO GERAL DE UM PROBLEMA DE OPERAÇÃO ÓTIMA

Quando nos deparamos com um problema de otimização da operação, seja qual for o objetivo a ser atingido, temos sempre, como dados básicos do problema:

- a) As equações do fluxo de potência que governam o sistema.
- b) Um conjunto de condições de desigualdade sobre as variáveis  $P_G$ ,  $Q_G$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $m$ ,  $f$ .
- c) As potências ativa e reativa demandadas em cada barra  $P_{D_i}$  e  $Q_{D_i}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- d) A função objetivo a ser minimizada  $f(x, u)$ .

Através de um algoritmo de solução a formulação matemática do problema de programação deverá ser resolvida, encontrando-se como resultado, o conjunto das variáveis  $P$ ,  $Q$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $m$ ,  $f$ , que minimiza a função objetivo  $f(x, u)$  dentro das restrições de igualdade e de desigualdade que a limitam.

Como resultado desta minimização, a demanda  $P_{D_i}$  e  $Q_{D_i}$  é satisfeita, enquanto temos o menor valor das perdas ou da flutuação da tensão, ou de qualquer objetivo que desejemos, expresso pela sua função objetivo. Com isto, fica determinado particularmente o valor ótimo da variável  $f$ . (número de unidades de reativos a serem chamados na rede) necessária à alocação das demais variáveis no ponto ótimo.

Inicialmente, com a notação compacta introduzida no capítulo anterior, formulamos o problema da otimização de maneira geral:

$$\min_{\mathbb{X}, \mathbb{U}} \left\{ f(x, u) \right\} \quad (4.1)$$

Subjogada à:

$$g(x, u, p) = 0 \quad (4.2)$$

$$x^L \leq x \leq x^U \quad (4.3)$$

e:

$$u^L \leq u \leq u^U \quad (4.4)$$

Através do teorema de KUHN e TUCKER (Apêndice I) temos o conjunto de condições necessárias sob as quais as variáveis  $X$  e  $U$  devem satisfazer ao mínimo da função objetivo. E a experiência mostra que essas condições não são apenas necessárias, mas também suficientes.

Segundo o teorema de Kuhn e Tucker, o funcional lagrangeano  $L(x, u, p, \lambda, \bar{\lambda})$  é definido como:

$$L = f(x, u) + \sum_i \lambda_i g(x, u, p) + \sum_i \bar{\lambda}_i^t (x - x_i^U) + \sum_i \underline{\lambda}_i^t (x_i^L - x) \quad (4.5)$$

$$+ \bar{\lambda}^t (u - u^U) + \underline{\lambda}^t (u^L - u)$$

As condições de ótimo seguem o teorema de Kuhn e Tucker estabelecidas são:

$$1) \quad \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad (4.6)$$

$$2) \quad \frac{\partial L}{\partial u} = 0 \quad (4.7)$$

$$3) \quad g(x, u, p) = 0 \quad (4.8)$$

$$4) \quad \bar{\lambda}_i^t (x_i - x_i^U) = 0 \\ \underline{\lambda}_i^t (x_i^L - x) = 0 \quad (4.9)$$

$$\sum_i (u_i^H - u_i) = 0 \quad (4.10)$$

$$\sum_i (u_i^M - u_i) = 0$$

Para todos os valores de "i".

As equações (4.9) e (4.10) são ambas satisfeitas, porque as variáveis  $\mu_i$  e  $\lambda_i$  são nulas, enquanto nenhum dos limites for faltado. Se as restrições estão atualizadas, caso no qual os factores  $(x_i - x_i^H), \dots (u_i^M - u_i)$  são nulos, assim os teremos no ponto mínimo pelo próprio condicionamento do problema, no qual admitimos a existência a priori de um ponto mínimo de solução, onde as restrições não são faltadas.

#### 4.2. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES COM O OBJETIVO DE MÍNIMAS PERDAS

O problema do horário da operação dos compensadores do sistema, com perdas mínimas tem, como finalidade, satisfazer a carga variável, mantendo o mínimo custo da operação, dado pelas menores perdas no sistema (Ver discussão Apêndice I) através da alocação ótima das unidades de reativos no sistema.

Ao definirmos o estado do sistema pelo estado da carga decorre que deveremos obter uma solução ótima que atenda aos múltiplos estados em que o sistema se apresentará, com a variação da carga em cada etapa da operação. A determinação de uma solução ótima que atenda aos diversos estados do sistema, no decorrer de uma etapa da operação, será obtida pela aproximação de se tomar grupos de pontos estáticos da carga

em cada etapa determinados conforme é mostrado na Figura 2.5.

A formulação matemática do problema do horário da operação dos compensadores, do sistema com perdas mínimas deverá, então, ser feita condicionada aos múltiplos estados de cada etapa. Entretanto, a solução do problema para cada estado da carga nos dará a solução ótima para aquele estado. A introdução das restrições ditas pelas múltiplos estados de cada etapa levará à formulação do problema ao ponto desejado. A minimização das perdas no sistema consistirá em obtermos o ponto mínimo da função perdas,  $P_e(V, \theta)$  (Apêndice IV) submetida às condições de igualdade e desigualdade, equações do fluxo de potência, para um ou vários estados da carga e limitações das variáveis do sistema, para um ou vários estados da carga do sistema.

#### 4.2.1. PARA UM ESTADO DO SISTEMA

A formulação matemática do problema do horário de operação dos compensadores do sistema com perdas mínimas para uma configuração estática da carga, consistirá em minimizar a função objetivo perdas, submetida às restrições de igualdade e desigualdade, que são as equações do fluxo de potências e as limitações das variáveis do sistema. Através de um algoritmo de minimização, chegaremos a um ponto ótimo da alocação das variáveis do sistema  $P_G, Q_G, V, \theta, m$  e  $\lambda$ . A definição do problema é

$$\text{MINIMIZE}_{P_G, Q_G, V, \theta, m, \lambda} \left[ P_e(V, \theta) \mid g_i(x, u, p) = 0, \quad h_i(x, u, p) \leq 0 \right]$$

$i = 1, 2, \dots, N \quad i = 1, 2, \dots, M$

(4.11)

onde:

$P_e(V, \theta)$  é a função perda do sistema

$N$  é o número de barras do sistema

$M$  é o número total de condições de desigualdade do problema

O funcional lagrangeano, considerando as equações do fluxo de carga, será:

$$L = P_e(V, \theta) + \sum_{i=1}^N \lambda_i (P_i - P_{G_i} + P_{D_i}) + \sum_{i=1}^M \eta_i (q_i - q_{G_i} + q_{D_i}) \\ + \sum_{i=1}^M \eta_i \cdot h_i(x, u, p) \quad (4.12)$$

Amitinos, em princípio, que  $P_e(V, \theta)$  possui sempre um ponto mínimo dentro do domínio das restrições. As restrições de desigualdade, introduzidas na equação (4.12) são sempre nulas no ponto mínimo, pela própria definição desses termos, que só assumirão valores na hipótese de alguma restrição ser ferida. Representaremos, sempre por conveniência nas formulações, as restrições de desigualdade, pela sua notação compacta, segundo o Capítulo 3, que assumem, na verdade, os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^M \eta_i \cdot h_i(x, u, p) = \sum_{i=1}^M \eta_{P_i} (p - p_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^M \eta'_{P_i} (p_i^{\text{MIN}} - p_i) \\ + \sum_{i=1}^M \eta_{q_i} (q_i - q_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^M \eta'_{q_i} (q_i^{\text{MIN}} - q_i)$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mx} \eta_i^v (v_i - v_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^{Mx} \eta'_i (v_i^{\text{MIN}} - v_i) \quad (4.13)$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mx} \eta_{e_i} (e_i - e_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^{Mx} \eta'_{e_i} (e_i^{\text{MIN}} - e_i) \quad (4.13)$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mx} \eta_{u_i} (u_i - u_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^{Mx} \eta'_{u_i} (u_i^{\text{MIN}} - u_i) \quad (4.13)$$

$$+ \sum_{i=1}^{Mx} \eta_{\varepsilon_i} (\varepsilon_i - \varepsilon_i^{\text{MAX}}) + \sum_{i=1}^{Mx} \eta'_{\varepsilon_i} (\varepsilon_i^{\text{MIN}} - \varepsilon_i) \quad (4.13)$$

As condições da ótima serão obtidas pelo teorema de Kuhn-Tucker; são:

$$\lambda_{p_i} = 0 \quad \lambda_i = \eta_{p_i} - \eta'_{p_i} \quad (4.14)$$

$$\lambda_{q_i} = 0 \quad \lambda_i = \eta_{q_i} - \eta'_{q_i} \quad (4.15)$$

$$\lambda_{v_i} = 0; \quad \frac{\partial P_e(v, \varepsilon)}{\partial v_i} + \lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial v_i} + \sum_{j=1}^M \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial v_i} + \quad (4.16)$$

$$\lambda_i \frac{\partial q_i}{\partial v_i} + \sum_{j=1}^M \lambda_j \frac{\partial q_j}{\partial v_i} + \eta_{v_i} - \eta'_{v_i} = 0$$

$$L_{\alpha_i} = 0; \frac{\partial P_e(v, \theta)}{\partial \alpha_i} + \lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial \alpha_i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial \alpha_i} + \dots \quad (4.17)$$

$$\mu_i \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_i} + \sum \mu_j \frac{\partial q_j}{\partial \alpha_i} + \eta_{\alpha_i} - \dot{\eta}_{\alpha_i} = 0$$

$$L_{\alpha_i} = 0; \frac{\partial P_e(v, \theta)}{\partial \alpha_i} + \lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial \alpha_i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial \alpha_i} + \dots$$

$$\mu_i \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_i} + \sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial q_j}{\partial \alpha_i} + \eta_{\alpha_i} - \dot{\eta}_{\alpha_i} = 0 \quad (4.18)$$

$$L_{\varepsilon_i} = 0; \mu_i \frac{\partial q_i}{\partial \varepsilon_i} + \eta_{\varepsilon_i} - \dot{\eta}_{\varepsilon_i} = 0 \quad (4.19)$$

$$\text{e, } \eta_i + h_i(x, u, p) = 0 \quad (4.20)$$

É facilmente observável que o número de variáveis é igual ao número de equações e, portanto, uma solução ótima é possível de ser encontrada.

#### 4.2.2. PARA MÚLTIPLOS ESTADOS DO SISTEMA

Esta formulação nos dará a solução desejada ótima para os diversos estados do sistema, no decorrer de uma etapa da operação. A formulação do problema diferirá da anterior, no aspecto das restrições

de igualdade, uma vez que o fluxo de potência na rede ficará alterado com a variação da carga, e a própria função objetivo, as perdas do sistema, que terá seu valor evidentemente influenciado pela variação da carga. Consideramos que as limitações das variáveis do sistema permanecem as mesmas nos diversos estados das etapas de operação.

Desta forma, seguindo a mesma linha geral da formulação anterior, podemos, ainda, reescrever as restrições de igualdade e a função objetivo do problema, para os diversos estados de cada etapa de operação, como sendo:

$$P_i^K - P_{G_i}^K + P_{D_i}^K = 0; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad K = 1, 2, \dots, MK. \quad (4.21)$$

$$Q_i^K - Q_{G_i}^K + Q_{D_i}^K = 0; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad K = 1, 2, \dots, MK. \quad (4.22)$$

e:

$$P_e^K (v, \theta); \quad K = 1, 2, \dots, MK \quad (4.23)$$

onde:

$MK$  é o número de estados do sistema em cada etapa da operação.

Então, podemos formular o problema, como sendo:

$$\begin{aligned} &\text{MINIMIZE} \\ &P_G^K, Q_G^K, v^K, \theta^K, u^K, \xi^K \left[ \sum_{K=1}^{MK} P_e^K (v, \theta) \mid g_i^K (x, u, p) = 0, \quad h_i^K (x, u, p) \leq 0 \right] \\ &i = 1, 2, \dots, N \quad i = 1, 2, \dots, MK \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde:  $K = 1, 2, \dots, MK$

As condições de ótimo, usando o teorema de RUEN e TU  
CHER para o funcional Lagrangeano, então construída, usando as equa-  
ções de fluxo de carga:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{K=1}^{NK} p_e^K(\tau, \theta) + \sum_{K=1}^{NK} \sum_{i=1}^N \lambda_i^K (p_i^K - p_{C_i}^K + p_{D_i}^K) + \\ & \sum_{K=1}^{NK} \sum_{i=1}^N \mu_i^K (\dot{q}_i^K - q_i^K + \dot{q}_i^K) + \sum_{i=1}^N \eta_i \cdot h(x, u, p) \end{aligned} \quad (4.25)$$

São:

$$L_{p_i^K} = 0 \quad \lambda_i^K = \eta_{p_i^K} - \eta'_{p_i^K} \quad (4.26)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$K = 1, 2, \dots, NK$$

$$L_{q_i^K} = 0 \quad \mu_i^K = \eta_{q_i^K} - \eta'_{q_i^K} \quad (4.27)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$K = 1, 2, \dots, NK$$

$$L_{V_i^K} = 0 \quad \frac{\partial p_e^K(\tau, \theta)}{\partial V_i^K} + \lambda_i^K \frac{\partial p_i^K}{\partial V_i^K} + \sum_{j=1}^N \lambda_j^K \frac{\partial p_j^K}{\partial V_i^K} + \quad (4.28)$$

$$\mu_i^K \frac{\partial q_i^K}{\partial V_i^K} + \sum_{j=1}^N \mu_j^K \frac{\partial q_j^K}{\partial V_i^K} + \eta_{V_i^K} - \eta'_{V_i^K} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

$$K = 1, 2, \dots, NK$$

$$L_{\theta_i^K} = 0 \quad \frac{\partial \tilde{L}(v, \theta)}{\partial \theta_i^K} + \lambda_i^K \frac{\partial p_i^K}{\partial \theta_i^K} + \sum_{j=1}^N M_j^K \cdot \frac{\partial q_j^K}{\partial \theta_i^K} +$$

(4.29)

$$M_i^K \frac{\frac{q_i^K}{\theta_i^K}}{\theta_i^K} + \sum_{j=1}^N M_j^K \frac{\frac{q_j^K}{\theta_i^K}}{\theta_i^K} + \eta_{\theta_i^K} - \eta'_{\theta_i^K} = 0$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$K = 1, 2, \dots, NK$

$$L_{\mu_i^K} = 0 \quad \frac{\frac{p_i^K(v, \theta)}{\theta_i^K}}{\theta_i^K} + \lambda_i^K \frac{\frac{p_i^K}{\theta_i^K}}{\theta_i^K} + \sum_{j=1}^N \lambda_j^K \frac{\frac{p_j^K}{\theta_i^K}}{\theta_i^K} +$$

(4.30)

$$M_i^K \frac{\partial p_i^K}{\partial \mu_i^K} + \sum_{j=1}^N M_j^K \frac{\partial p_j^K}{\partial \mu_i^K} + \eta_{\mu_i^K} - \eta'_{\mu_i^K}$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$K = 1, 2, \dots, NK$

$$L_{\varepsilon_i^K} = 0 \quad M_i^K \frac{\partial q_i^K}{\partial \varepsilon_i^K} + \eta_{\varepsilon_i^K} - \eta'_{\varepsilon_i^K} = 0 \quad (4.31)$$

$i$

$i = 1, 2, \dots, N$

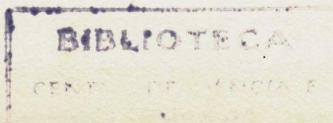
$K = 1, 2, \dots, NK$

e:

$$\eta_i \circ h_i(x, u, p) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, NK \quad (4.32)$$

#### 4.2.3. INTERPRETAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE MÍNIMAS PERDA

A interpretação dos gradientes pode ser feita da seguinte maneira:



$L_{P_i}^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta P_i^K$ , é a variação nas perdas do sistema, em relação à potência real gerada no sistema, para quaisquer dos estados em que a carga se encontre.

$L_{Q_i}^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta Q_i^K$ , é a variação nas perdas do sistema, em relação à potência reativa gerada no sistema, para quaisquer dos estados em que a carga se encontre.

$L_v^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta V_i^K$ , é a variação das perdas do sistema, em relação à tensão, em uma barra qualquer, para um estado qualquer do sistema.

$L_{\theta_i}^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta \theta_i^K$ , é a variação das perdas do sistema, em relação à variação do ângulo de fase numa barra qualquer, para um estado qualquer do sistema.

$L_{m_i}^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta m_i^K$ , é a variação das perdas do sistema, em relação com a variação da relação de transformação do transformador da barra "i", para um estado qualquer do sistema.

$L_{\xi_i}^K = \Delta P_e^K(v, \theta)/\Delta \xi_i^K$ , é a variação das perdas do sistema, em relação à variação das unidades de compensação em cada barra para um estado qualquer do sistema.

Podemos, portanto, sumariando esta interpretação, dizer que as equações (4.28) a (4.32) retratam a sensibilidade da função objetivo, em relação às variáveis do sistema, para um estado definido do mesmo.

#### 4.3. OPERAÇÃO CINZA À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

Desejamos, com a minimização da flutuação da tensão em um sistema de potência, incrementar a sua confiabilidade. Os sistemas rodiais, que sofrem com o problema de grandes flutuações de tensão quando nem problemas de secas nos reservatórios, a confiabilidade do sistema produz sempre maior interesse que a operação econômica.

A operação ótima à mínima flutuação da tensão procura rá satisfazer a carga variável, mantendo, sempre, o mínimo de flutuação da tensão nas barras, através da alocação ótima de unidades de reativos no sistema. Determinaremos a solução ótima que atende aos diversos estados do sistema, durante uma etapa de operação, tornando vários pontos da carga ao longo de cada etapa, determinados conforme a Figura 2.5. A formulação matemática do problema deverá atender, portanto, aos múltiplos estados do sistema, durante cada etapa da operação.

Formularemos o problema para uma situação de carga estática e teremos a solução ótima para este determinado estado do sistema. Introduuiremos, em seguida, as restrições ditadas pela multiplicidade dos estados do sistema, em cada etapa da operação, e teremos a formulação do objetivo feita.

Assim, a formulação do problema da minimização da flutuação da tensão consistirá em obtermos o ponto mínimo da função  $f(V)$ , que nos dá a flutuação da tensão sujeita às equações do fluxo de potência, para um ou vários estados do sistema e às limitações das variáveis do sistema.

4.3.1. PARA UM ESTADO DO SISTEMA

Para uma configuração estática da carga, isto é, para um estado definido do sistema, precisaremos encontrar os valores das variáveis  $P_G$ ,  $Q_G$ ,  $\theta$ ,  $n$  e  $\xi$ , que satisfaçam o mínimo de flutuação da tensão, sujeita às restrições de igualdade e desigualdade do problema. Podemos formular matematicamente, como segue:

$$\text{MINIMIZE}_{P_G, Q_G, \theta, n, \xi} \left[ f(V) \mid \begin{array}{l} c(x, u, p) = 0, \\ h_i(x, u, p) \leq 0 \end{array} \right] \quad (4.33)$$

$i = 1, 2, \dots, N \quad i = 1, 2, \dots, M$

onde  $f(V)$  é a função quadrática que nos dá a flutuação da tensão nas barras do sistema. O funcional lagrangeano será:

$$L = f(V) + \sum_{i=1}^N \lambda_i (P_i - P_{G,i} + P_{D,i}) + \sum_{i=1}^M \mu_i (Q_i - Q_{G,i} + Q_{D,i}) \quad (4.34)$$

+  $\sum_{i=1}^M \eta_i \cdot h_i(x, u, p)$

As condições de ótimo são obtidas pelo teorema de KUHN e TUCKER.

$$L_{P_i} = 0, \quad -\lambda_i + \eta_{P_i} - \eta'_{P_i} = 0 \quad (4.35)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$$L_{Q_i} = 0, \quad -\mu_i + \eta_{Q_i} - \eta'_{Q_i} = 0 \quad (4.36)$$

$i = 1, 2, \dots, M$

$$\lambda_{v_i} = 0, \quad \lambda_i \frac{\partial^P_i}{\partial v_i} + \mu_i \frac{\partial^q_i}{\partial v_i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^P_j}{\partial v_i} + \sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial^q_j}{\partial v_i} = 0 \quad (4.37)$$

$$+ \sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial^q_j}{\partial v_i} + \eta_{v_i} - \eta'_{v_i} = 0 \\ i = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_{e_i} = 0, \quad \lambda_i \frac{\partial^P_i}{\partial e_i} + \mu_i \frac{\partial^q_i}{\partial e_i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^P_j}{\partial e_i} \quad (4.38)$$

$$+ \sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial^q_j}{\partial e_i} + \eta_{e_i} - \eta'_{e_i} = 0 \\ i = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_{n_i} = 0, \quad \lambda_i \frac{\partial^P_i}{\partial n_i} + \mu_i \frac{\partial^q_i}{\partial n_i} + \sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^P_j}{\partial n_i} + \sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial^q_j}{\partial n_i} = 0 \quad (4.39)$$

$$\sum_{j=1}^N \mu_j \frac{\partial^q_j}{\partial n_i} + \eta_{n_i} - \eta'_{n_i} = 0 \\ i = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_{\xi_i} = 0, \quad \mu_i \frac{\partial^q_i}{\partial \xi_i} + \eta_{\xi_i} - \eta'_{\xi_i} = 0 \quad (4.40) \\ i = 1, 2, \dots, N$$

$$\eta_{\xi_i} + h_i(x, u, p) = 0 \quad (4.41) \\ i = 1, 2, \dots, N$$

Esta é a solução para um estado do sistema, caracterizado por uma carga particular. Uma nova solução se deseja, para que

do a carga varia, produzindo, como definimos antes, em novos estados do sistema.

#### 4.3.2. PARA OS MÚLTIPLOS ESTADOS

Uma vez que as equações do fluxo de potência terão características diferentes para cada posição da carga, podemos considerar uma nova forma, como as expressas pelas equações (4.21) e (4.23). A função objetivo, por sua vez, será afetada pela variação da carga, e podemos escrevê-la como sendo:

$$f(V) = \sum_{K=1}^{NK} \sum_{i=1}^N (V_i^K - V_i^L)^2 \quad (4.42)$$

onde:

$V_i^K$  é a tensão nominal da barra "i" em um estado K

$V_i^L$  é a tensão que existe na barra "i" em um estado K.

Formulamos, então, o problema, como sendo:

$$\text{MINIMIZE}_{P_G^K, Q_G^K, \theta^K, u^K, z^K} \left[ f(V) \mid g_i(x, u, p) = 0, \quad h_i(x, u, p) \leq 0 \right] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad i = 1, 2, \dots, NK \quad (4.43)$$

onde:

$$K = 1, 2, \dots, NK$$

O funcional lagrangeano correspondente é:

$$\begin{aligned}
 L = r(v) + \sum_{K=1}^{MK} \sum_{i=1}^N \lambda_i^K (P_i^K - P_{G_i}^K + P_{D_i}^K) + \sum_{K=1}^{MK} \sum_{i=1}^N \mu_i^K (Q_i^K - Q_{G_i}^K + Q_{D_i}^K) \\
 + \sum_{K=1}^{MK} \sum_{i=1}^N \eta_i^K \cdot h_i(x, u, p)
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

As derivadas parciais do funcional lagrangeano, em relação a cada variável independente, nos dá a condição de ótimo, segundo KUHN e TUCKER.

$$\frac{\partial L}{\partial P_i^K} = 0; \quad -\lambda_i^K + \eta_{P_i}^K - \eta_{Q_i}^K = 0, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ K = 1, 2, \dots, MK \end{matrix} \tag{4.45}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_i^K} = 0; \quad -\lambda_i^K + \eta_{Q_i}^K - \eta_{P_i}^K = 0, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ K = 1, 2, \dots, MK \end{matrix} \tag{4.46}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial V_i^K} = 0; \quad & \frac{\partial r(v)}{\partial v_i^K} + \lambda_i^K \frac{\partial P_i^K}{\partial v_i^K} + \mu_i^K \frac{\partial Q_i^K}{\partial v_i^K} \\
 & + \sum_{j=1}^N \lambda_j^K \frac{P_j^K}{v_i^K} + \sum_{j=1}^N \mu_j^K \frac{Q_j^K}{v_i^K} + \eta_{V_i}^K - \eta_{V_i}^{\dot{K}} = 0
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\begin{matrix} i = 1, 2, \dots, N \\ K = 1, 2, \dots, MK \end{matrix}$$

$$L_{\theta_i^K} = 0; \quad \lambda_i^K \frac{\partial p_i^K}{\partial \theta_i^K} + U_i^K \cdot \frac{q_i^K}{\theta_i^K} + \sum_{j=1}^N \lambda_j^K \cdot \frac{p_j^K}{\theta_i^K} \quad (4.48)$$

$$+ \sum_{j=1}^N U_j^K \cdot \frac{q_j^K}{\theta_i^K} + \eta_{\theta_i^K} - \eta'_{\theta_i^K} = 0$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$K = 1, 2, \dots, NK$

$$L_{\theta_i^K} = 0; \quad \lambda_i^K \frac{\partial p_i^K}{\partial \theta_i^K} + U_i^K \frac{\partial q_i^K}{\partial \theta_i^K} + \sum_{j=1}^N \lambda_j^K \cdot \frac{p_j^K}{\theta_i^K} + \quad (4.49)$$

$$+ \sum_{j=1}^N U_j^K \cdot \frac{q_j^K}{\theta_i^K} + \eta_{\theta_i^K} - \eta'_{\theta_i^K} = 0$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$K = 1, 2, \dots, NK$

$$L_{\xi_i^K} = 0; \quad - \frac{q_i^K}{\xi_i^K} + \eta_{\xi_i^K} - \eta'_{\xi_i^K} = 0 \quad (4.50)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

$K = 1, 2, \dots, NK$

$$\eta_i \cdot h_i(x, u, p) = 0 \quad (4.51)$$

$i = 1, 2, \dots, NK$

Verificou-se, portanto, que o número de incógnitas na formulação é igual ao número de equações acima, mais as do fluxo de carga (3.24 e 3.25). Se o número total de incógnitas para NK estados diferentes do sistema é  $\bar{N}K \times NV$  onde  $NV$  é o número de incógnitas para um único estado do sistema. O número total de equações da formulação é igual ao número de incógnitas. O número total de multiplicadores de Lagrange ( $\lambda_i, \mu_i$ ) é igual ao número total de equações para os NK estados do sistema. As variáveis duais  $\eta_i$  associadas a todas as desigualdades para os diversos estados do sistema são iguais ao número de equações. Como o número total de incógnitas é igual ao número de equações, uma solução é possível.

#### 4.3. INTERPRETAÇÃO DAS CONDIÇÕES DA MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

Os gradientes possuem seu valor igual a zero, no ponto ótimo e podem ser interpretados como se segue:

$L_{P_1^K} = \Delta f(V)/\Delta P_1^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, no estado K, em relação à potência real.

$L_{Q_1^K} = \Delta f(V)/\Delta Q_1^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, no estado K, em relação à potência reativa.

$L_{V_i^K} = \Delta f(V)/\Delta V_i^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, no estado K, em relação à tensão na barra "i".

$L_{\theta_i}^K = \Delta f(V)/\Delta \theta_i^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, no estado K, em relação ao ângulo de fase da tensão na barra "i".

$L_{m_i}^K = \Delta f(V)/\Delta m_i^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, num estado K, em relação às derivações do transformador da barra i.

$L_{f_i}^K = \Delta f(V)/\Delta f_i^K$  é a sensibilidade da variação das tensões do sistema, num estado K, em relação à variável de compensação da barra "i".

Sumariando a interpretação do ponto ótimo, os gradientes em relação a alguma variável independente do sistema, nos dão a sensibilidade da variação das tensões no sistema, em relação a esta. O consumo de potência real e reativa, em uma barra, são grandezas de interesse particular. Demonstra-se facilmente que  $\lambda$  e  $\mu$  são as sensibilidades da variação da tensão em relação às variações das cargas reais e reativas do sistema, respectivamente.

#### 4.4. MODELOS SIMPLIFICADOS

Para resolvemos o problema da otimização da operação de maneira prática e eficiente, podemos reduzir, por aproximação, o número de variáveis de estado do sistema. Um problema que envolve múltiplos estados, como é o nosso caso, demanda muita memória do computador e tempo de execução de programa, o que se torna uma restrição na sua praticabilidade. Podemos, através de um modelo simplificado, atingir o objetivo

vo da otimização, com um erro desprezível na precisão dos resultados. A simplificação do modelo consistirá em encontrarmos pelo menos uma variável do sistema, que sofra bem pouca variação durante o período da operação para, então, considerá-la constante. Isso nos proporcionará uma importante redução na dimensão do problema e tornará a sua execução computacional bem mais rápida.

O princípio em que nos basearemos para esta simplificação é o fato de a potência real, em cada barra, e o fluxo de potência real estar muito relacionado com o ângulo de fase da tensão, e a potência reativa em cada barra, e o fluxo de potência reativa estar relacionada com o módulo da tensão. De maneira análoga, também no fato de as derivações dos transformadores ( $m$ ) e as variáveis de compensação ( $f$ ) estarem relacionadas com a tensão e, portanto, com o fluxo de potência reativa no sistema.

#### 4.4.1. MODELO SIMPLIFICADO À MÍNIMA PERDA

Quando da minimização das perdas, tratada no item 4.2, obtivemos o ponto mínimo pela alocação de todas as variáveis do sistema. Podemos simplificar a dimensão do nosso problema, fazendo o ângulo de fase da tensão constante, pois elas variam muito pouco durante o período da operação. Assim, a formulação do problema ficará sendo minimizar as perdas em cada etapa da operação, para os múltiplos estados da carga, submetido às restrições de igualdade e desigualdade e mantendo os ângulos de fase das tensões constantes no processo de minimização.

Matematicamente, a formulação será:

$$\begin{array}{l}
 \text{RESTRIÇÕES} \\
 \begin{array}{l}
 \sum_{K=1}^K P_e^K(V, \theta^0) = P_G^K + P_D^K = 0 \\
 Q_i^K(V, \theta^0) - Q_U^K + Q_D^K = 0 \\
 h_i(x, u, p) \leq 0
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (4.52)$$

Esse problema gastará quase a metade da dimensão que problema da formulação completa gastaria. As condições de ótimo são obtidas usando-se o teorema de KHN e TUCKEY e são dadas pelas equações de (4.26) a (4.32) excluindo-se a (4.29) que se refere ao ângulo de fase.

#### 4.4.2. MÓDULO SIMPLIFICADO À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

No problema da minimização da flutuação da tensão, dí sentida no ítem (4.3) a manutenção da tensão é obtida pela alocação ótima de todas as variáveis do sistema. Os ângulos de fase exercem muito pouca influência no módulo da tensão, e eles não variam muito durante o período da operação. Portanto, um critério para reduzir as variáveis do sistema e a dimensão do problema, é manter os ângulos de fase constantes no processo de otimização.

A formulação do problema então agora ficará sendo minimizar a flutuação da tensão, considerando as restrições de igualdade e desigualdade, mas quais mantemos o ângulo de fase da tensão constante.

Matematicamente, teremos:

$$\begin{array}{c}
 \text{MINIMIZE} \\
 \left[ \begin{array}{l}
 \sum_{i=1}^N P_i^K(v, e^0) - P_G^K + P_D^K = 0 \\
 \sum_{i=1}^N Q_i^K(v, e^0) - Q_G^K + Q_D^K = 0 \\
 h_i(x, u, p) \leq 0
 \end{array} \right] \\
 \text{S.T. } f(v)
 \end{array}
 \quad (4.53)$$

Considerando que o número de barras do sistema é muito maior que os transformadores e compensadores fora da rede, o problema acima pode ter quase a metade da dimensão do problema completo, considerando os fluxos de potência real e reativa juntos.

As condições ótimas são encontradas pelo teorema de KUHN e TUCKER, e são dadas no modelo completo, nas equações (4.45) a (4.51) com exceção da equação que se refere a  $\theta_i$ , (4.48).

#### 4.5. O ALGORITMO DE SOLUÇÃO

A aspiração principal, no estudo dos métodos de pesquisa da programação não linear, pelos engenheiros de sistemas de potência, é a obtenção de uma técnica de solução eficiente para os problemas da otimização da operação e do planejamento do sistema de potência. A operação ótima como um problema de programação não linear, pode ser obtida através do uso de diversas técnicas de solução<sup>(9)</sup>. Alguns métodos são chamados métodos de gradientes por usarem a função e seu gradiente correspondente como base. Os outros são chamados métodos não-gradientes. Os métodos de gradiente podem ser bem aplicados aos problemas da optimização da operação do sistema de potência, em virtude dos gradientes das equações do fluxo de potência, em relação às suas diversas variáveis se

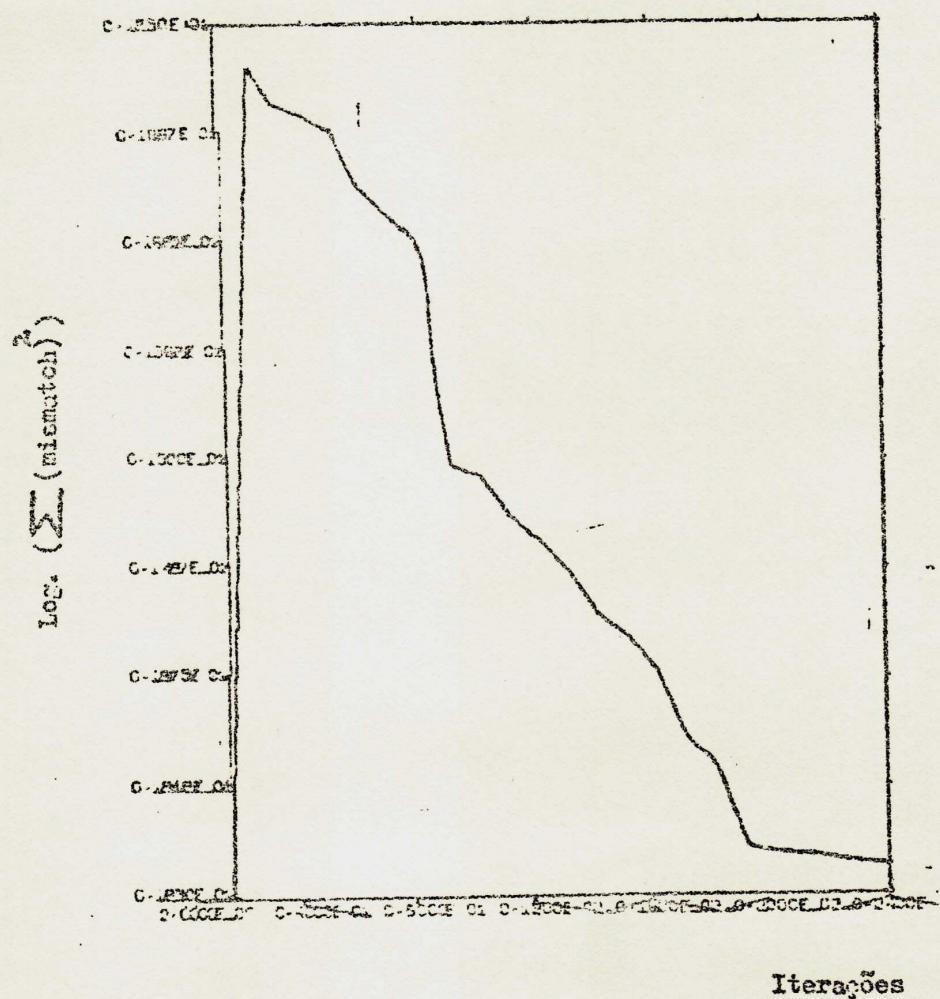


FIGURA 4.1. Curva da Convergência da Primeira Etapa da Operação a Perdas Mínimas

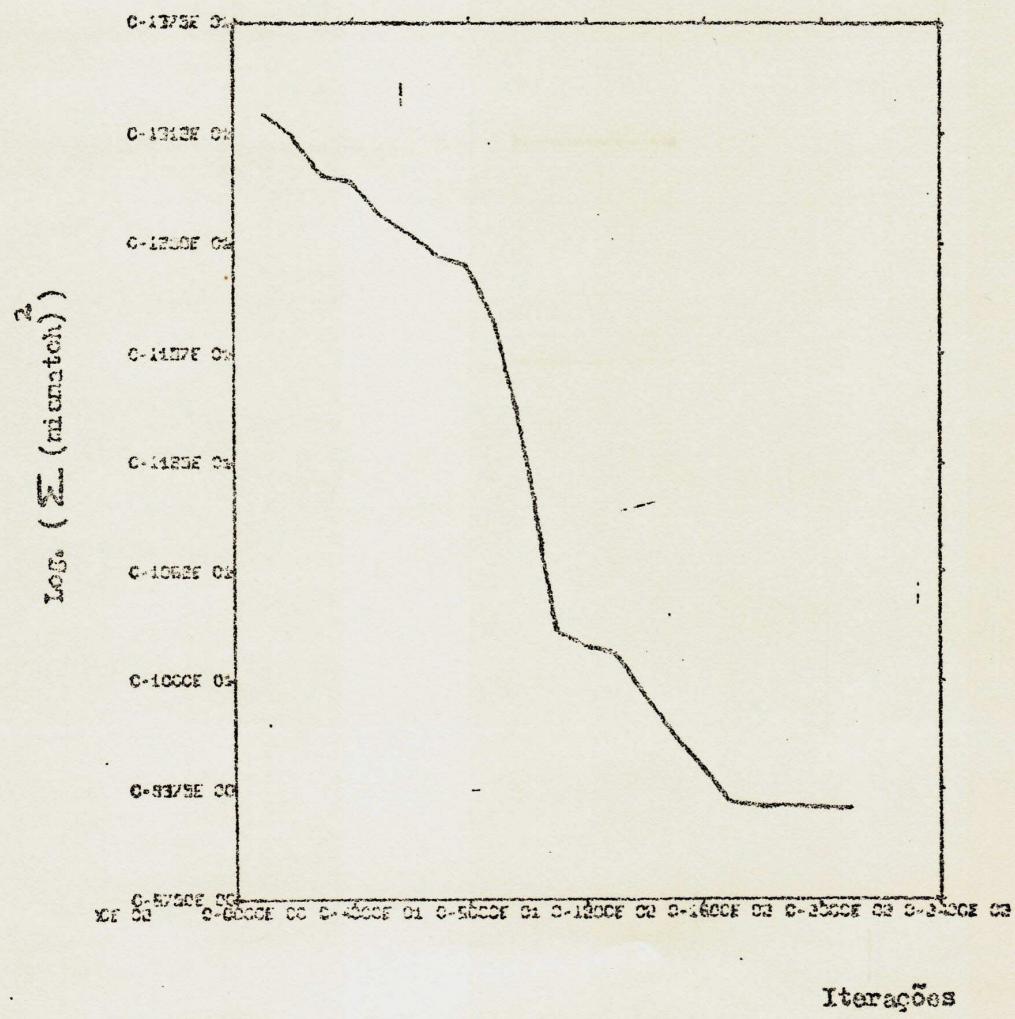


FIGURA 4.2. Curva de Convergência da Segunda Etapa  
da Operação a Perdas Mínimas

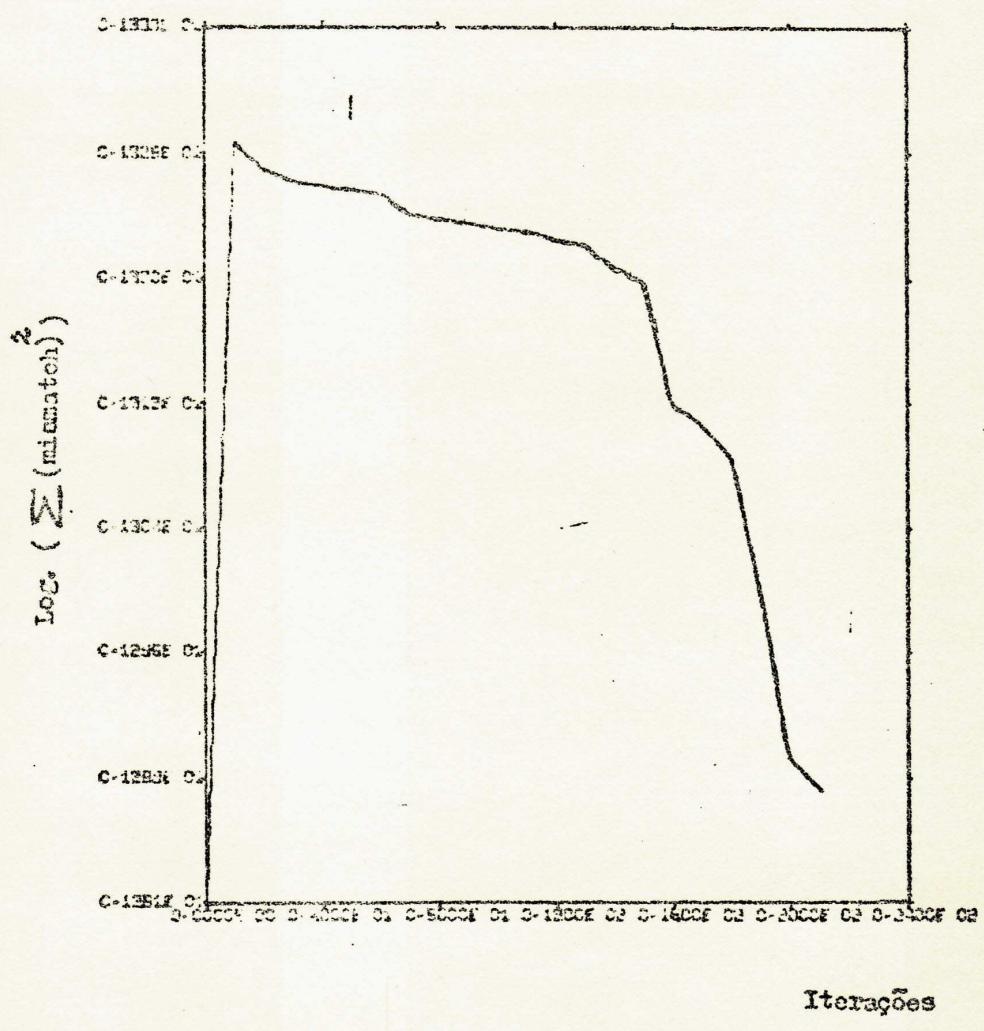


FIGURA 4.3. Curva de Convergência da Terceira Etapa  
da Operação a Perdas Mínimas

rem facilmente determinadas em forma analítica.

Elegeremos uma técnica entre as diversas propostas na ampla bibliografia a respeito. Vimos o método proposto por Carpenter<sup>(18)</sup>, baseado no método de Newton, modificado, subdividindo cada iteração em três sub iterações. O modelo de Donnel-Timney<sup>(20)</sup>, também baseado no método de Newton, temos desenvolvido em trabalhos paralelos, incluindo a programação computacional de algumas etapas do seu algoritmo.

O método de Fletcher Powell nos pareceu ser o mais eficiente. É um método muito poderoso. A influência do número e tipo das variáveis, e o aperfeiçoamento do método, em termos de memória e tempo de computador, tem sido investigada<sup>(2)</sup>. Um aumento na capacidade de solução de problemas de maior amplitude por uma técnica de decomposição<sup>(25)</sup> é proposta para os grandes sistemas de potência. Usaremos, portanto, o algoritmo do método de Fletcher Powell, aplicado aos sistemas de potência<sup>(33)</sup>, e um programa de computador nele baseado, foi adaptado ao sistema 1130 da IBM de 16 K de memória, para obtenção dos resultados do próximo Capítulo.

A obtenção dos resultados da minimização das perdas e da flutuação da tensão requereram alguma experiência computacional. No caso da mínima flutuação da tensão como função objetivo, assumia valores muito pequenos comparados com os maiores do "mismatch", que melhorava, embora, a cada iteração, não ficando assim o objetivo minimizado. Um fator de penalidade foi introduzido para superar essa dificuldade de pequenos valores da função objetivo. No caso das perdas como função objetivo, o problema também ocorreu para as situações de menores cargas. O processo convergiu facilmente para ambos os casos, como mostra o gráfico de convergência obtido para mínimas perdas nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

## 5. APLICAÇÃO A UM SISTEMA

### 5.1. INTRODUÇÃO

Para ilustrar a técnica desenvolvida nos Capítulos anteriores, tomamos, como exemplo, um modelo de 230/69/13,8 KV do sistema sul da CNECf da Figura 2.3. Este sistema é radial com geração única na barra 1, estação de Paulo Afonso. Para melhorar a tensão dos diversos barramentos, existem vários transformadores no sistema. A manutenção da tensão neste sistema não é muito problemática se levarmos em consideração os taps do transformador, dependendo da carga em questão do sistema. As curvas já ilustradas nas Figuras 1.1 e 2.5 mostram a variação da carga de alguns dias. A variação da carga em um ano não é muito grande para esse sistema.

Como mostra nas Figuras 1.1 e 2.5, a carga máxima foi considerada 330 MW para um dia útil e a carga média e mínima foi 255 MW e 189 MW, respectivamente. Levamos em consideração que a barra Paulo Afonso pode fornecer ou consumir 40 MVAR de reativos, de maneira, que o fator de potência da fonte se mantenha aproximadamente entre 0.9 e 0.95. Consideramos possuir compensação em Catu - 13,8 KV, de 50 MVAR. Em Salvador - 11,9 KV, temos compensação de 15 MVAR. Consideramos que cada banco de capacitor tem capacidade de 5 MVAR. Assumimos que a flutuação da tensão é aceitável na faixa de 0.9 a 1.05, sendo requerido maior rigor na manutenção do limite inferior.

As três etapas já demonstradas na Figura 2.5 podem ser obtidas também para determinar o horário da compensação de outros dias, como o sábado e o domingo. Para uma semana completa, precisaremos rodar o programa, para obter o horário da compensação 9 vezes. Os resul-

CURVA DE CARGA SIMPLIFICADA DO  
MÓDULO DO SISTEMA SUL CEESF RE  
PRESENTADO NA FIGURA 2.3.

ESTAÇÃO 01 - PAULO APONSO

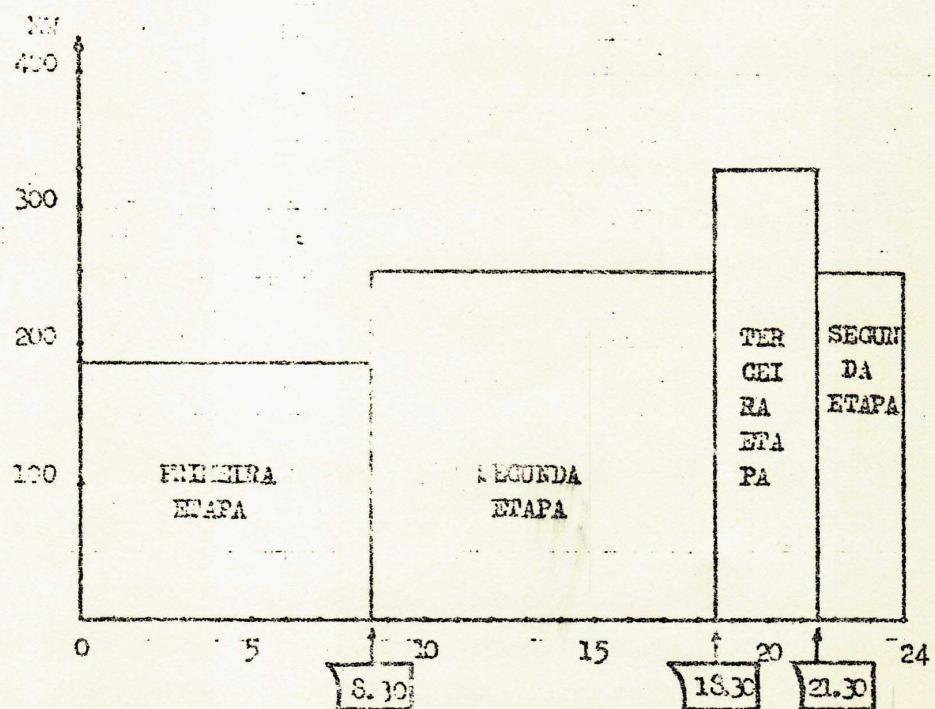


FIGURA 2.1.

tados do horário da operação dos compensadores do sistema de uma semana típica, podem servir para várias semanas, principalmente considerando-se que o clima e a carga variam muito pouco.

Os resultados do horário da operação dos compensadores do sistema, obtidos neste Capítulo, consideram a carga constante em cada etapa da operação.

### 5.2. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES DO SISTEMA COM MÍNIMA ENERGIA

Como discutido antes, temos dois objetivos que determinam o horário do chaveamento dos compensadores no sistema. Neste parágrafo vamos discutir os resultados obtidos pela minimização das perdas no sistema. Um dia típico, dividimos em três etapas de cargas dadas abaixo, na Tabela 5.1.

TABELA 5.1.

BARRA	PRIMEIRA ETAPA		SEGUNDA ETAPA		TERCEIRA ETAPA	
	MW	IVAR	MW	IVAR	MW	IVAR
1	-	-	-	-	-	-
2	20,00	06,00	30,50	10,50	41,00	15,00
3	16,50	10,00	22,25	12,00	28,00	14,00
4	36,00	20,00	60,00	25,00	84,00	30,00
5	07,00	02,00	03,00	02,50	09,00	03,00
6	19,00	05,00	25,00	07,00	31,00	09,00
7	30,50	13,00	26,25	11,05	22,00	10,00
8	17,80	08,10	37,40	15,65	57,00	23,00
9	07,00	00,00	09,00	02,00	11,00	04,00
10	35,00	14,00	36,50	14,50	38,00	15,00

**PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS**

**VALOR INICIAL:**

88

BARRA 01 = - 111,46 KVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 KVAR

BARRA 10 = 1 x 5,00 KVAR

**RESULTADO OTIMIZADO:**

BARRA 01 = - 47,80 KVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 KVAR

BARRA 10 = 1 x 5,00 KVAR

• Tensões Obtidas pelo Estudo do Fluxo de Carga

- Tensões Obtidas pela Minimização das Pardas

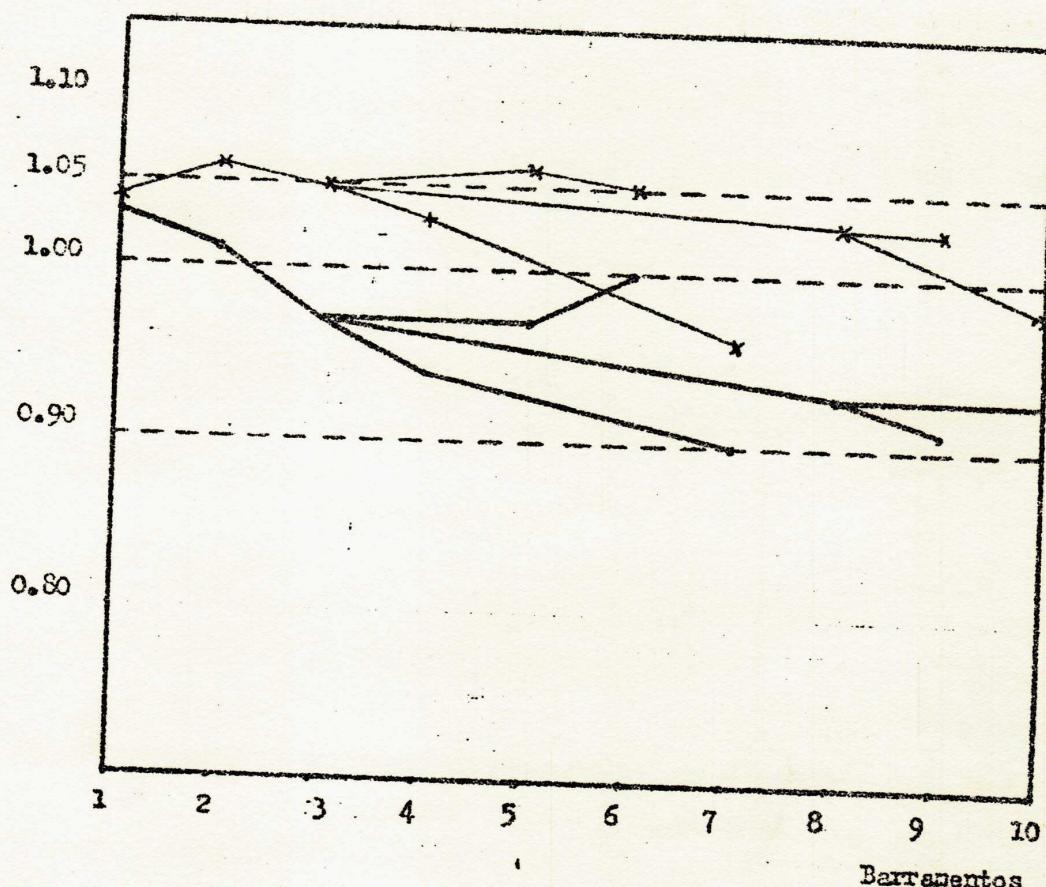


FIGURA 5.2.

Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Otimização das Perdas e as Obtidas Pelo Estudo do Fluxo de Carga do Sistema, na Primeira Etapa da Operação

SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS

VÁTOR INICIAL:

89

BARRA 01 = - 78,60 MVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 MVAR

RESULTADO OBTIDO:

BARRA 01 = - 39,41 MVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 MVAR

- x Tensões Obtidas pelo Estudo do Fluxo de Carga
- Tensões Obtidas pela Minimização das Perdas

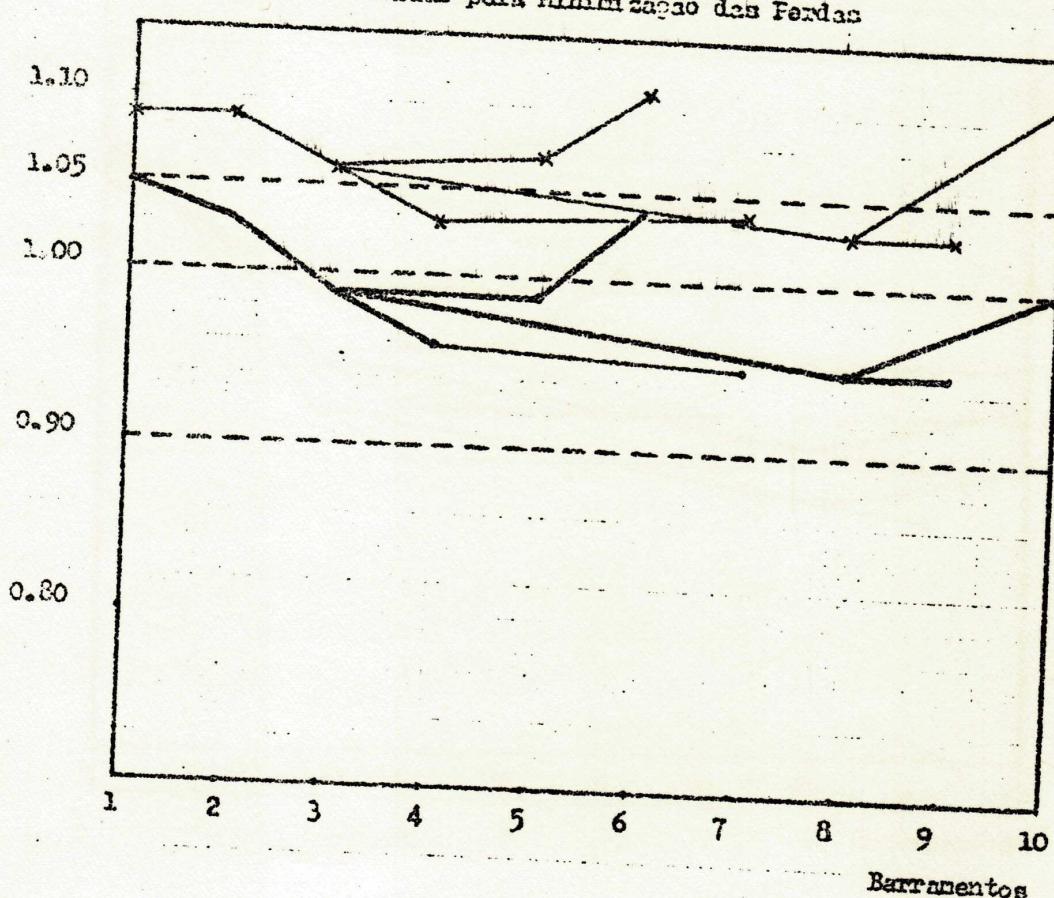


FIGURA 5.3.

Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Otimização das Perdas e as Obtidas Pelo Estudo do Fluxo de Carga no Sistema, na Segunda Etapa da Operação

TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A PERDAS MÍNIMAS

VELOC. INICIAL:

90

BARRA 01 = 54,32 MVAR

BARRA 05 = 6 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 MVAR

RESULTADO OTIMIZADO:

BARRA 01 = 23,60 MVAR

BARRA 05 = 6 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 MVAR

x Tensões Ótimas pelo Estudo do Fluxo de Carga

• Tensões Ótimas pela Minimização das Perdas

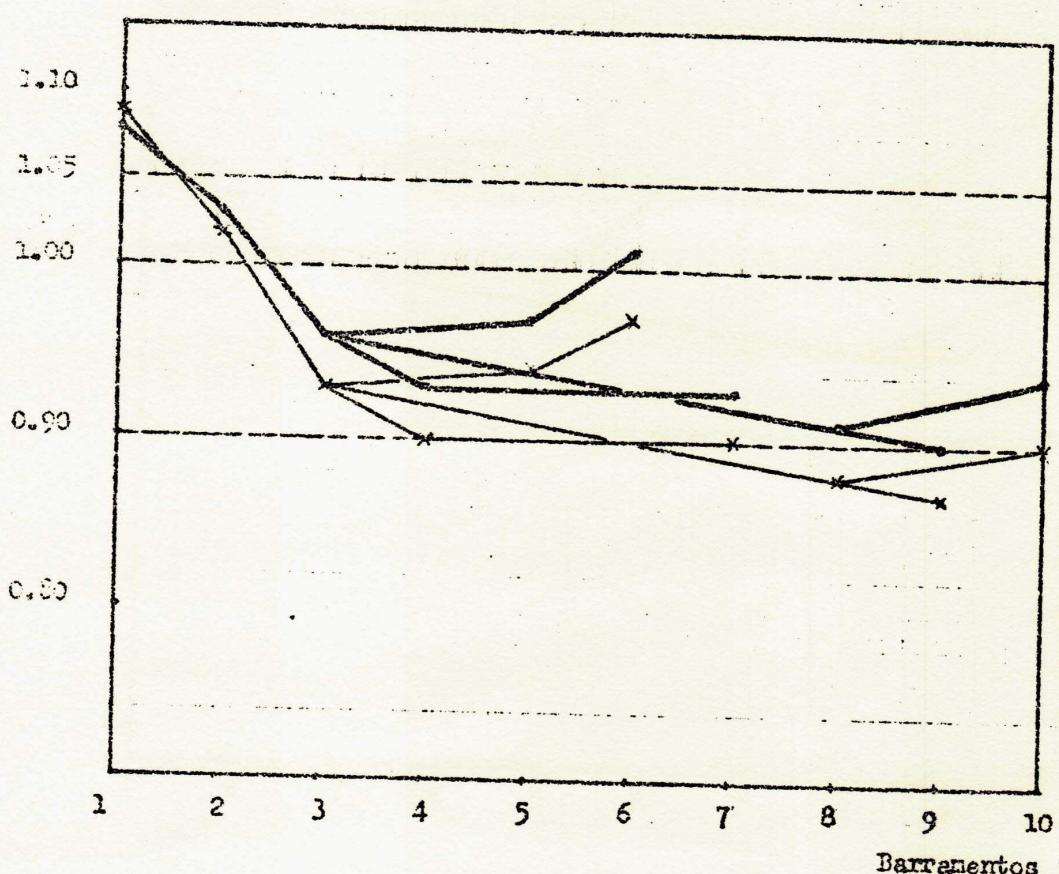


FIGURA 5.4. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização das Perdas e as Ótimas Pelo Estudo do Fluxo de Carga no Sistema, na Terceira Etapa da Operação

A Figura 5.1 representada pela curva simplificada da carga de um dia com várias etapas para determinação do horário de operação, dos compensadores. As Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 dão ilustração das condições das tensões inicial e ótima da primeira, segunda e terceira etapas da operação. Essa solução ótima nós obtemos pela solução do problema estabelecido pela equação 4.11, usando a programação não linear. As perdas mínimas, em cada etapa, foram obtidas 8,835 MW, 14,471 MW e 24,123 MW respectivamente, nas primeiras etapas da operação.

A Tabela 5.2 mostra a carga reativa injetada pelos geradores ou compensadores no sistema.

TABELA 5.2.

BARRAS	PRIMEIRA ETAPA	SEGUNDA ETAPA	TERCEIRA ETAPA
	De 0 às 08:30	De 08:30 às 18:30 e De 21:30 às 24:00	De 18:30 às 31:30
	MVAR	MVAR	MVAR
01	- 47,60	- 39,40	23,60
05	4 x 5,00	4 x 5,00	6 x 5,00
10	1 x 5,00	2 x 5,00	2 x 5,00

No caso das várias cargas, a perda não diminuiu muito em relação ao vetor inicial. No caso das cargas pesadas e mínimas, as tensões ótimas ficam bem próximas do seu limite inferior (Figuras 5.2. e 5.4). Este resultado era esperado, em virtude das perdas dependerem da expressão:  $\Delta K_{ij}^2 \cdot V_i \cdot V_j$  (equação 3.68). Então, para a mesma carga, se a tensão cai, esse termo diminuirá. Porém, para uma análise completa das perdas como solução da otimização, temos que considerar o termo completo mostrado na equação 3.71.

Todos os resultados mostrados nas Figuras 5.2, 5.3 e 5.4, foram determinados com os taps dos transformadores mantidos constantes. As tensões otimizadas ficaram dentro dos limites pré estabelecidos, com o objetivo de perdas mínimas. No caso da terceira etapa da operação, temos uma tensão um pouco acima do limite. Se diminuirmos a tensão na barra 1 (a que ultrapassou o seu limite superior), na barra 9 onde não existem compensadores, a tensão sairá abaixo do seu limite inferior, em virtude do transformador entre as barras 8 e 9 estar com seus taps fixos. Se variarmos os taps na determinação ótima, conseguiremos, obviamente, melhores tensões com perdas mínimas.

A Tabela 5.2. dá o programa de chaveamento dos compensadores à rede. Para um resultado prático, com uma frequência mínima de chaveamentos dos compensadores na barra 10, poderemos usar dois compensadores durante o dia todo. Este novo resultado pode ser obtido com a primeira etapa confeccionada com dois bancos de capacitores fixos na barra 10.

### 5.3. HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES DO SISTEMA À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

A solução da formulação feita pela equação 4.33 através da programação não linear, foi obtida para as três etapas da operação. Obteve-se, em decorrência, o horário de operação dos compensadores, com o objetivo da minimização da flutuação da tensão.

Nostramos, na Tabela 5.3, a carga reativa a ser injetada no sistema nas primeira, segunda e terceira etapas da operação. O vetor inicial e a tensão minimizada com o objetivo de mímina flutuação estão representadas nas Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 para as três etapas da

operação.

TABELA 5.3

BARRAS	PRIMEIRA ETAPA	SEGUNDA ETAPA	TERCEIRA ETAPA
	De 0 às 8:30	De 08:30 às 18:30 De 21:30 às 24:00	De 18:30 às 21:30
	KVAR	KVAR	KVAR
C1	- 40,00	- 41,50	- 17,00
C5	4 x 5,00	4 x 5,00	12 x 5,00
10	1 x 5,00	2 x 5,00	4 x 5,00

A tensão do sistema, em todos os barramentos, ficou dentro das limitações em todas as etapas da operação. A tensão nominal em cada barra, era o nosso objetivo. Todas as tensões ficaram mais perto da nominal do que nos resultados de mínimas perdas.

#### 5.4. ANÁLISE QUANTITATIVA DOS MODELOS QUE PRODUZIRAM O HORÁRIO DA OPERAÇÃO DOS COMPENSADORES

Os resultados otimizados, obtidos pela experiência computacional que nos produziram horário da operação dos compensadores são ilustrados nas Tabelas 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9, para as várias etapas de operação e objetivo. O número de compensadores e as perdas aumentam com o aumento da carga. Na segunda etapa da operação, a geração de potência real para mínima flutuação da tensão, foi 270 MW. No caso das perdas mínimas, foi 263 MW. Nas primeira e terceira etapas da operação a geração e as perdas ficaram aproximadamente iguais, desde

PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

VETOR INICIAL:

94

BARRA 01 = - 111,46 MVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 1 x 5,00 MVAR

RESULTADO OPTIMAL :

BARRA 01 = - 39,92 MVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 1 x 5,00 MVAR

x Tensões Obtidas pelo Estudo do Fluxo de Carga

• Tensões Obtidas pela Minimização da Flutuação da Tensão

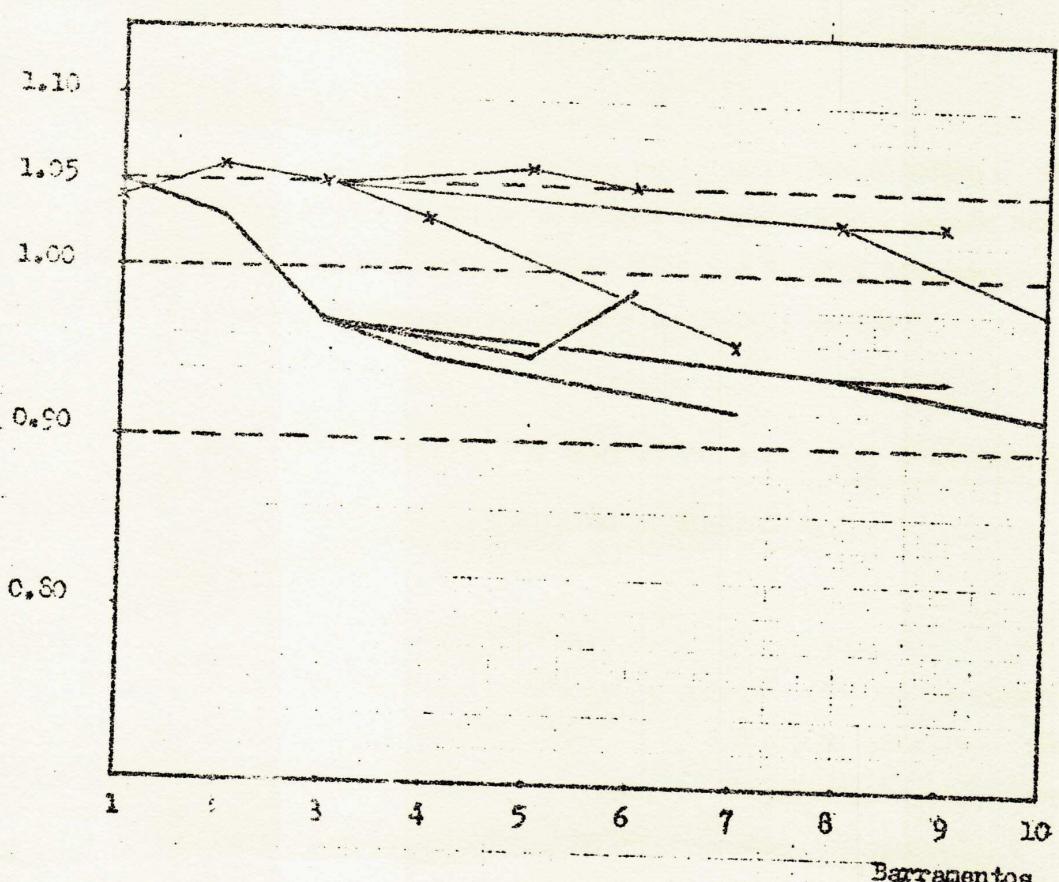


FIGURA 5.5. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão e as Obtidas Pelo Estudo do Fluxo de Carga no Sistema na Primeira Etapa da Operação

SISTEMA. ETAPA DA OPERAÇÃO À MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

VEDEDOR INICIAL:

95

BARRA 01 = - 76,50 KVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 KVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 KVAR

RESULTADO OTIMIZADO:

BARRA 01 = - 41,42 KVAR

BARRA 05 = 4 x 5,00 KVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 KVAR

X Tensões Obtidas pelo Estudo do Fluxo de Carga

- Tensões Obtidas pela Minimização da Flutuação da Tensão

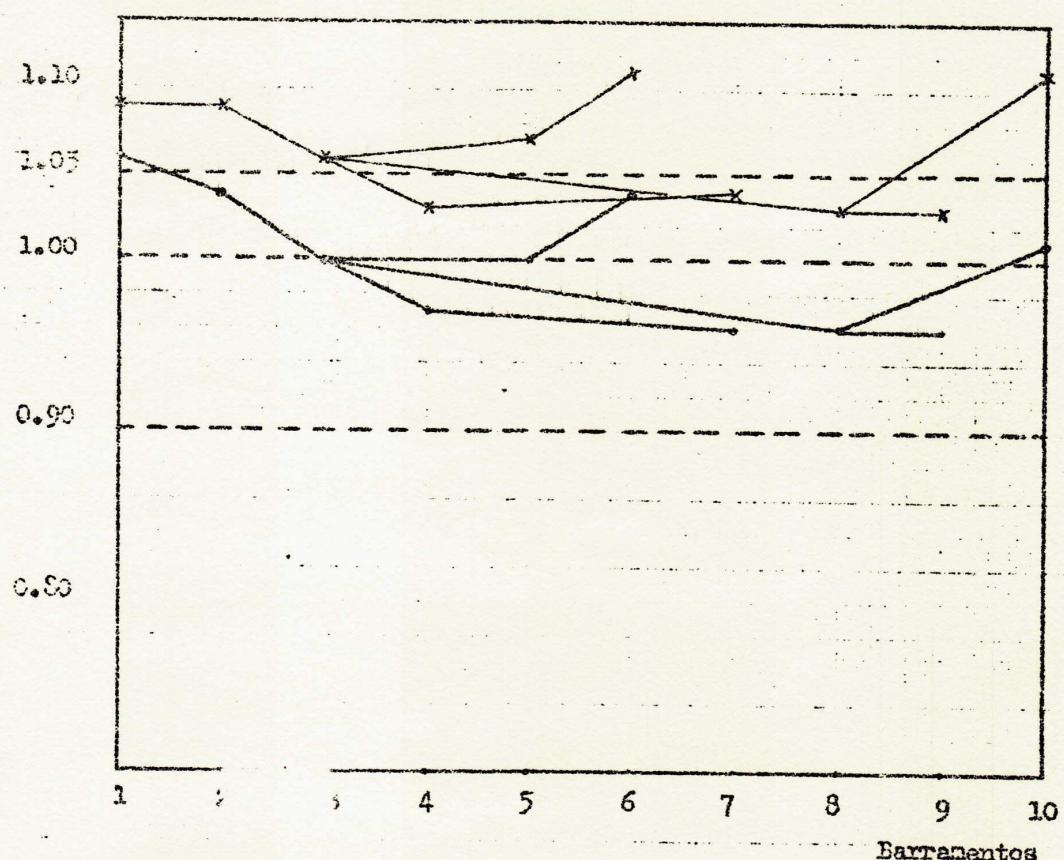


FIGURA 5.6. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão e as Obtidas Pelo Estudo do Fluxo de Carga no Sistema na Segunda Etapa da Operação

TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO A MÍNIMA FLUTUAÇÃO DA TENSÃO

VERMELHO INICIAL:

96

BARRA 01 = 54,32 MVAR

BARRA 05 = 6 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 2 x 5,00 MVAR

RESUMIDO COM LADÔ:

BARRA 01 = - 16,91 MVAR

BARRA 05 = 12 x 5,00 MVAR

BARRA 10 = 4 x 5,00 MVAR

x Tensões Obtidas pelo Estudo do Fluxo de Carga

• Tensões Obtidas pela Minimização da Flutuação da Tensão

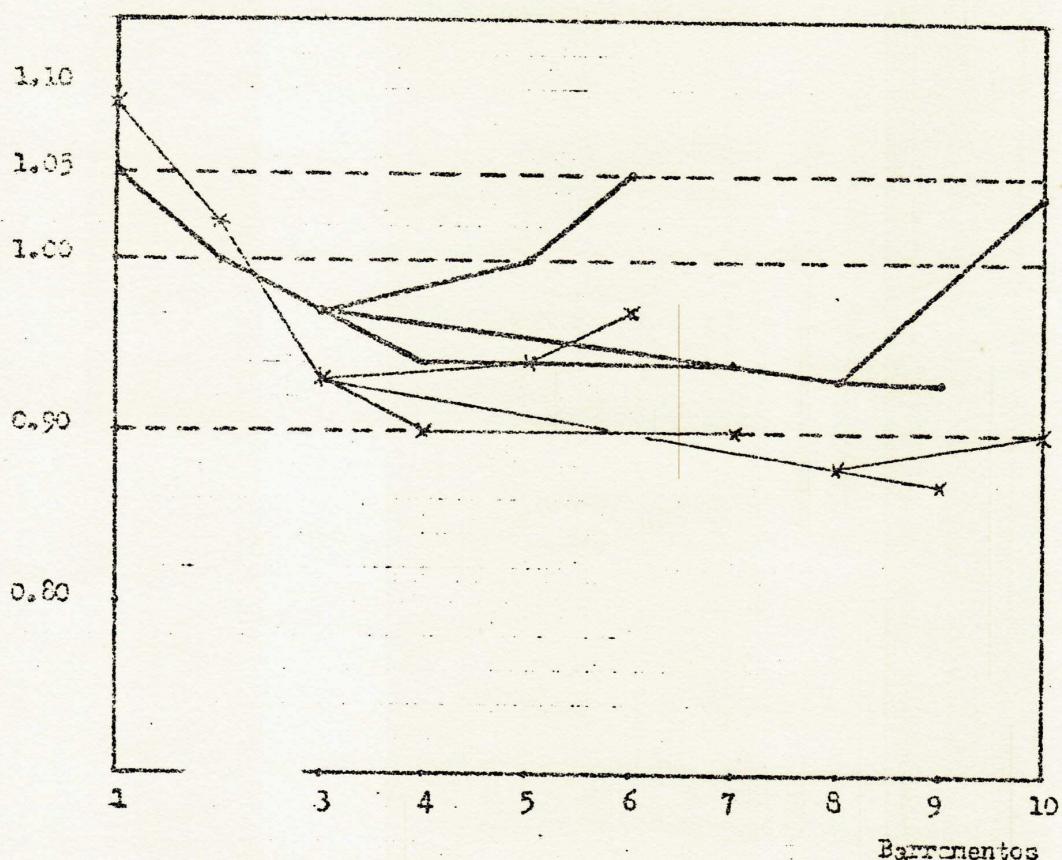


FIGURA 5.7. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão e as Obtidas Pelo Estudo do Fluxo de Carga no Sistema na Terceira Etapa da Operação

TABELA 5.4

TABELA 5.4 DA COTACAO - MELHORAS E PESOS

ESTRA	PESO	POLIGIA DIAMANDA		POLIGIA DA PESADA		DISTANCIAS
		RADIANT	IN	INVAR	KM / 100	
1	1.0252	- 0.0467	-	-	- 0.00647	- 70,76
2	1.0142	- 0.1551	20.00	06.00	- 0.00444	0.00497
3	0.9550	- 0.2512	16.50	10.00	- 0.01863	0.00193
4	0.9376	- 0.2603	36.00	20.00	- 0.00068	- 0.02450
5	0.9663	- 0.2747	07.00	02.00	- 0.00321	- 0.00269
6	1.0004	- 0.3026	19.00	05.00	- 0.00240	- 0.00294
7	0.8389	- 0.4432	39.50	13.00	0.00376	- 0.02002
8	0.9273	- 0.2978	19.79	08.10	0.00196	- 0.01870
9	0.9105	- 0.3122	07.00	00.00	0.00364	- 0.05250
10	0.9311	- 0.5035	35.00	14.00	0.01238	- 0.00322
						1 x 5,00
		POLIGIA REAL COTADA EA BARRA 1		200,62 KM		
		POLIGIA EDATIVA GRUDA DA BARRA 1		-47,80 INVAR		

TABELA 5.5

SEGUNDA ETAPA DA OPERAÇÃO - MINIMIZAÇÃO DAS PERDAS

BARRA	MÚLTILO DE PÁGINA	POTÊNCIA DEMANDADA	MINIMIZAÇÃO DA FALTA DE		RESISTIVOS LOS CARGAMENTO
			P. M	MVAR	
				MVA/100	MVAR
1	1.0547	0.0023	-	-	0.00124
2	1.0315	0.1414	30.50	10.50	0.00036
3	0.9872	0.2640	22.25	12.00	0.00119
4	0.9806	0.3027	60.00	25.00	0.00036
5	0.9947	0.2917	08.00	02.50	0.00035
6	1.0370	0.3255	25.00	07.00	0.00106
7	0.9474	0.4326	26.25	11.05	0.00166
8	0.9520	0.3282	37.40	15.65	0.00366
9	0.9483	0.3472	09.00	02.00	0.00166
10	1.0014	0.5545	36.50	14.50	0.00343
					0.00130
					0.00450
					0.00005
					2 x 5,00
POTÊNCIA REAL GERADA NA BARRA 1 = 268,66 KW					
POTÊNCIA REATIVA GERADA NA BARRA 1 = - 39,41 MVAR					

TABELA 5.6

## TERCETA ETAPA DA OPERACAO - INICIAÇÃO DAS PENDS

BAIRRA P.u	ANGULO DE FASE RADIANO	POTENCIA DEMANDADA KVA	ESTIMACAO DA POTENCIA		REATIVOS LOS GERADORES KVAR
			KW/100	KVAR/100	
1	1.0848	- 0.3493	-	-	- 0.000340
2	1.0250	- 0.5191	41.00	15.00	0.000070
3	0.9581	- 0.6753	20.00	14.00	0.00023
4	0.9279	- 0.7269	84.00	30.00	0.00050
5	0.9723	- 0.7107	09.00	03.00	0.00011
6	1.0114	- 0.7549	31.00	09.00	0.00028
7	0.9269	- 0.8416	22.00	10.00	0.00348
8	0.9062	- 0.7633	57.00	23.00	0.00070
9	0.8991	- 0.7877	11.00	04.00	0.00172
10	0.9388	- 1.0292	38.00	15.00	0.00315

POTENCIA REAL GERADA NA BARRA 1 = 344.15 KW  
 POTENCIA REATIVA GERADA NA BARRA 1 = 23.60 KVAR

TABELA 5.7

PRIMEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - LIMITEZADO DA FLUXOACAO DA TURBINA

BARRA	TENSÃO P.u.	ÂNGULO DE FASE RADIANO	POSIÇÃO DÍSMINUDA		MUTANTE DA TENSÃO		MULTIPLICADOR - CAPACITANCIAS
			MW	MVAR	E <sub>d</sub> / 100	MVA <sub>d</sub> / 100	
1	1.0503	0.0145	-	-	-	- 0.01509	0.04362
2	1.0322	- 0.0864	20.00	06.00	0.00491	- 0.00342	
3	0.9722	- 0.1776	16.50	10.00	0.0030	- 0.00079	
4	0.9475	- 0.2073	36.00	20.00	0.00710	- 0.00579	
5	0.9491	- 0.2006	07.00	02.00	0.00264	- 0.00193	4 ± 5,00
6	0.9905	- 0.2238	19.00	05.00	0.00090	- 0.00524	
7	0.9150	- 0.3676	30.50	13.00	0.00062	± 0.00300	
8	0.9387	- 0.2253	19.79	08.10	0.00251	- 0.00379	
9	0.9376	- 0.2398	07.00	00.00	0.00026	- 0.00524	
10	0.9172	- 0.4678	35.00	14.00	0.00151	- 0.01221	1 ± 5,00
PODENCIA REAL GERADA NA BARRA 1 = 198,84 MW							
PODENCIA REATIVA GERADA NA BARRA 1 = -39,92 MVAR							

TABELA 5.8

LIGADA ESTABA DA GERADOR - AGRUPAMENTO DE PLATEAU 100% DE CARGA

DATA	QUESO QSO	SEGUNDO DE POTENCIA	POTENCIA GERADA KVA	POTENCIA REAL DA BARRA 1 KVA / 100	POTENCIA REATIVA DA BARRA 1 KVAR / 100		POTENCIA REAL DA BARRA 1 KVA	POTENCIA REATIVA DA BARRA 1 KVAR
					P.u	HADMIO	KW	KVAR
1	1.0583	0.0347	-	-	-	-	-	-
2	1.0360	-0.1032	30.50	10.50	0.00202	0.00202	0.00202	0.00202
3	0.9932	-0.2246	22.25	12.00	-0.00025	-0.00025	-0.00025	-0.00025
4	0.9668	-0.2630	60.00	25.00	-0.00015	-0.00015	-0.00015	-0.00015
5	1.0007	-0.2517	08.00	02.50	-0.00425	-0.00425	-0.00425	-0.00425
6	1.0428	-0.2850	25.00	07.00	0.00199	0.00199	0.00199	0.00199
7	0.9557	-0.3933	26.25	11.05	0.00223	0.00223	0.00223	0.00223
8	0.9535	-0.2879	37.40	15.65	-0.00156	-0.00156	-0.00156	-0.00156
9	0.9549	-0.3049	09.00	02.00	0.00290	0.00290	0.00290	0.00290
10	1.0118	-0.5147	36.50	14.50	0.00194	0.00194	0.00194	0.00194
					0.00255	0.00255	0.00255	0.00255
					2 ± 5,00	2 ± 5,00	2 ± 5,00	2 ± 5,00
					POTENCIA REAL GERADA NA BARRA 1 = 269.51 KVA	POTENCIA REATIVA GERADA NA BARRA 1 = -41.42 KVAR		

TABELA 5.9

TERCEIRA ETAPA DA OPERAÇÃO - LIMITAÇÃO DA PLANEJAGEM DA TENSÃO

BARRA	TEMPO P.u	VALOR DE PARE	POTÊNCIA DE AJUDA DATA		"MÍNIMA" DA POTÊNCIA		ESTIMATIVA DO CAPACIDADE
			RADIANTO	KW	IVAR	EM / 1CO	
1	1.0495	0.0129	-	-	-	- 0.00011	- 0.00092
2	1.0093	- 0.1676	41.00	15.00	0.00034	0.00034	0.00097
3	0.9727	- 0.3274	28.00	14.00	0.00192	0.00192	0.00414
4	0.9427	- 0.3771	84.00	30.00	0.00220	0.00220	0.00522
5	1.0103	- 0.3607	09.00	03.00	0.00178	0.00178	0.00364
6	1.0504	- 0.4014	31.00	09.00	0.00234	0.00234	0.00353
7	0.9401	- 0.4873	22.00	10.00	0.00571	0.00571	0.00926
8	0.9335	- 0.4134	57.00	23.00	0.00294	0.00294	0.00602
9	0.9269	- 0.4361	11.00	04.00	0.00279	0.00279	0.00707
10	1.0472	- 0.6435	38.00	15.00	0.00419	0.00340	0.00340
						4 x 5,00	
						POTÊNCIA REAL GERADA NA BARRA 1 = 341.92 KW	
						POTÊNCIA REATIVA GERADA NA BARRA 1 = -16.97 KVAR	

- Tensão Obtida Pela minimização das Perdas no Sistema
- ✗ Tensão Obtida Pela Minimização da Flutuação da Tensão

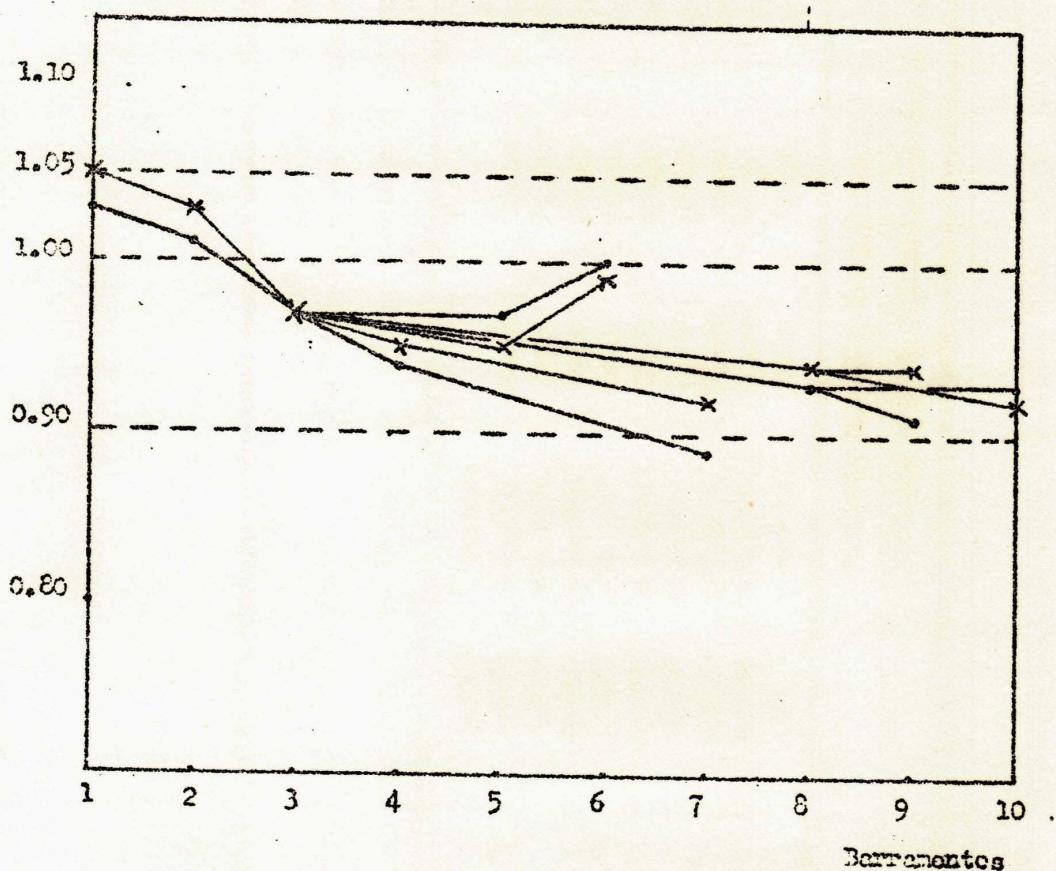


FIGURA 5.8. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização das Perdas e as Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão, na Primeira Etapa da Operação

- Tensão Obtida Pela Minimização das Perdas no Sistema
- x Tensão Obtida Pela Minimização da Flutuação da Tensão

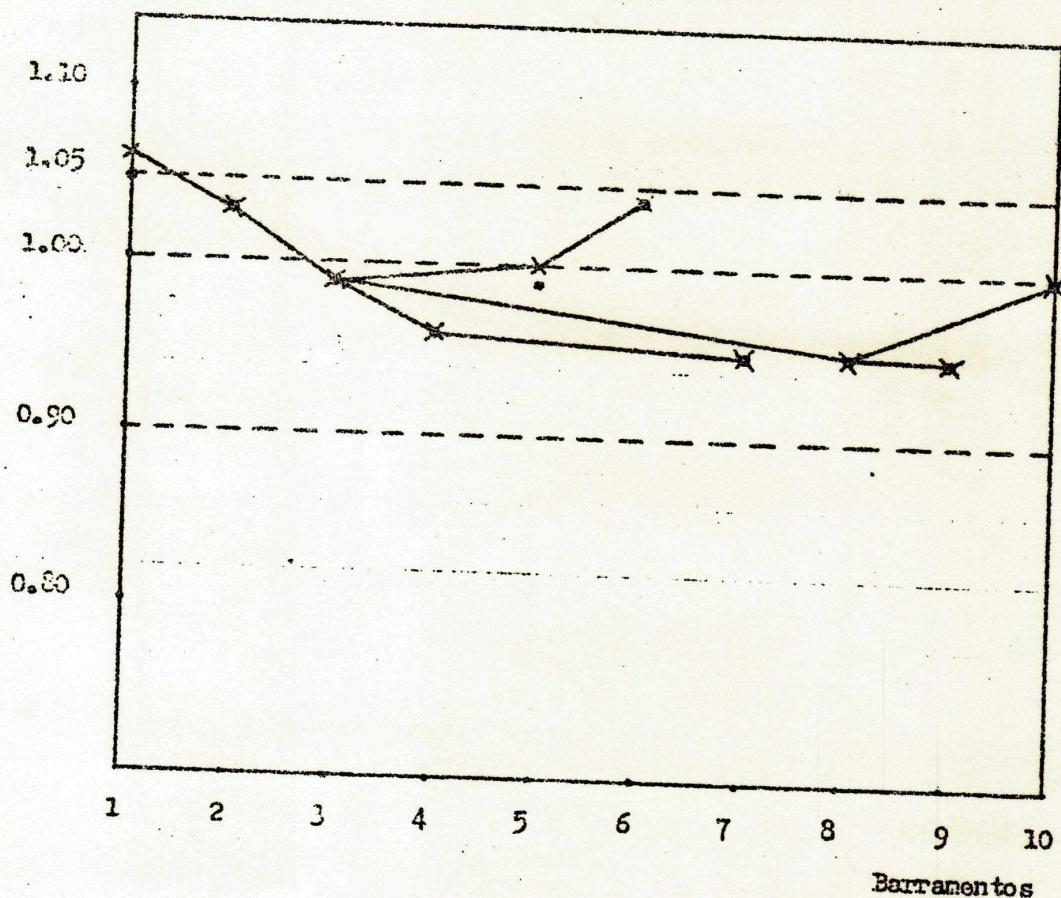


FIGURA 5.9. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pelas Minimizações das Perdas e das Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão da Segunda Etapa da Operação

- Tensão Obtida Pela Minimização das Perdas no Sistema
- x Tensão Obtida Pela Minimização da Flutuação da Tensão

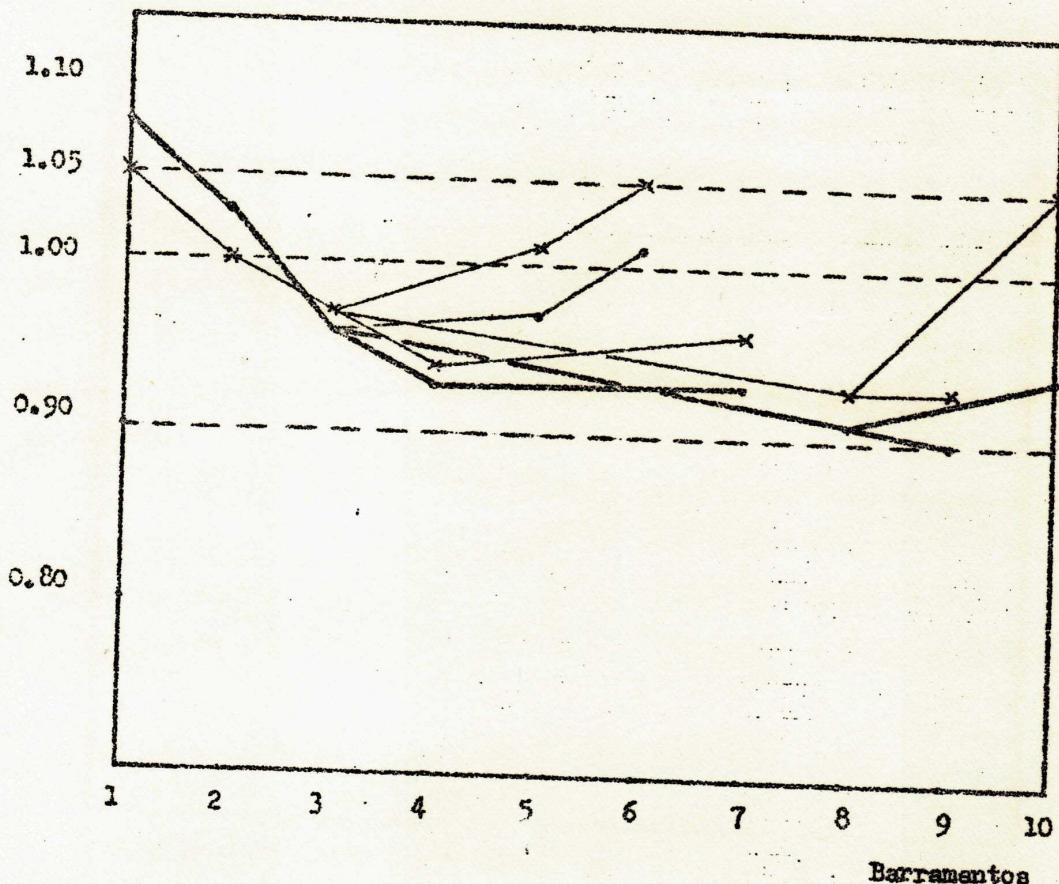


FIGURA 5.10. Gráfico Comparativo das Tensões Obtidas Pela Minimização das Perdas e as Obtidas Pela Minimização da Flutuação da Tensão na Terceira Etapa da Operação

que se enquadre a influência dos "mismatches" (Tabelas 5.6 e 5.9) numa faixa de  $\pm 20\%$  do valor das perdas. Em todos os casos, a potência realiva gerada ficou dentro dos limites impostos.

As tensões do sistema obtidas através dos dois modelos independentemente, são ilustradas nas Figuras 5.8, 5.9 e 5.10. No caso da segunda etapa da operação, o número de compensadores obtidos e as tensões que resultaram através dos dois processos independentemente, foram virtualmente a mesma. Este é o caso desejado onde o mínimo custo da operação coincidiu com a melhor confiabilidade, dentro das limitações do sistema. Nos outros casos, como o da primeira etapa, a tensão obtida com o objetivo de mínima flutuação da tensão, melhorou em relação à tensão obtida com o objetivo de mínimas perdas, demonstrando, assim, que a confiabilidade do sistema ficará melhorado com a utilização dos resultados obtidos na operação. Na terceira etapa da operação, essa melhora confiabilidade fica sensivelmente evidenciada pelos resultados da minimização da flutuação da tensão. Para esse caso, precisaramos muito mais bancos de capacitores, como mostra a Tabela 5.3 do que no caso das mínimas perdas.

## 6. CONCLUSÃO

As investigações que produziram esta tese ilustram a aplicação da programação não linear no problema do horário da operação dos compensadores para um sistema prático. O modelo matemático para estudar o ótimo dimensionamento dos compensadores, necessita do conhecimento detalhado do sistema e da previsão da curva de carga.

O horário de operação dos compensadores é uma forma lógica de pesquisa, face ao já existente horário de operação das unidades geradoras. Neste último caso, as unidades geradoras são escaladas para o período do dia ou da semana, em questão quando no caso anterior os compensadores não os escalados. O horário de operação dos geradores, determina a geração real em cada barramento, com o custo mínimo de operação, para suprir a carga demandada; mas, o horário da operação dos compensadores determina a previsão da geração de reativos, necessária a suprir a carga demandada.

Para a determinação do horário de operação dos compensadores, os diversos elementos que contribuem para a flutuação da tensão são considerados em conjunto com a geração real. Os compensadores escalados manterão a tensão dentro dos seus limites, para os diversos estados que o sistema assuirá, com a variação da carga, em cada etapa da operação. Uma análise qualitativa da variação da carga é usada para determinar o número de etapas necessárias à operação diária do sistema, e a formulação do problema. Esses aspectos produziram um novo método de obtenção do horário ótimo da compensação, com ambas as potências real e reativa otimizadas.

As condições ótimas obtidas pelo teorema de KUHN e

MICHER, para os objetivos de mínima energia consumida numa etapa e míni-  
ma flutuação da tensão, são apresentadas. Essas condições ótimas são  
em torno das variáveis potência real e reativa, tensão, ângulo de fase  
e variável dos compensadores. A interpretação dessas condições, já dis-  
cussas, esclarecem de como a energia e a tensão estão variando no sis-  
tema com a variação das respectivas variáveis.

As condições de ótimo para os modelos sub ótimos, já  
discutidas, produzem uma redução de aproximadamente 50% de memória re-  
querida do computador. A estabilidade da convergência ficou dificulta-  
da para os dois objetivos, pelo pequeno valor, comparados com o "mísma-  
to", que estes assumem. Um fator de penalidade introduzido nas fun-  
ções objetivo, melhorou a estabilidade da convergência. A solução óti-  
ma do problema foi obtida através do método de Fletcher e Powell.

As técnicas do horário da operação, aplicadas ao sis-  
tema da CNEC, ilustradas no Capítulo 5, mostram que a tensão fica bas-  
tante melhorada, quando usamos o objetivo da mínima flutuação da tensão  
no sistema, porém, precisaremos maior número de compensadores neste ob-  
jetivo, que, com o objetivo de mínima energia.

A grande quantidade de memória requerida para a solu-  
ção, considerando-se os múltiplos estados do sistema, em cada etapa, é  
uma limitação deste método. A pesquisa da aplicação da técnica da de-  
composição para este problema ajudaria a resolver o problema da memória  
e do tempo computacional requerido.

BIBLIOGRAFIA

1. Sachdeva, S.S., Optimal Power System Operation. Escola Poli  
técnica da U.F.Pb - Campina Grande, 1973
2. Sachdeva, S.S., Nonlinear Programming Applications in Optimal  
Power Systems Operation and Planning Studies  
Department of Electric Engineering - Universi  
ty of Saskatchewan - Canadá - Fevereiro, 972
3. Sachdeva, S.S., Short Range Optimal Operation Planning in a  
Radial System. Laticon Conference - IEEE -  
São Paulo - Brasil - Julho - 1974
4. Falcão, A.A., Regulação da Tensão em Sistemas Radiais .  
CEESF - Diretoria de Operação, Recife - Pe  
1972
5. Weedy, B.M., Sistemas Elétricos de Potência. Polígono -  
Universidade de São Paulo, 1973
6. Elgerd, O.I., Electric Energy Systems Theory: An Introducti  
on. Mc Graw Hill, INC. USA.
7. Stevenson, W.D., Elementos de Análise de Sistemas de Potência  
Mc Graw Hill do Brasil - São Paulo
8. Stagg, G.W., El-Abiad, A.H., Computer Methods in Power  
Systems Analysis. Mc Graw Hill - Tokyo
9. Piere, D.A., Optimization Theory With Applications. John  
Wiley and Sons, INC. New York

10. Kirchmayer, L.E., Economic Operation of Power Systems. John Wiley and Sons, INC. New York
11. Flacco e McCormick, Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques. John Wiley and Sons, INC. New York
12. Zangwill, W.I., Nonlinear Programming: A Unifield Approach Prentice Hall, INC. New Jersey
13. Sachdeva, S.S., Short and Medium Range Optimal Real and Reactive Power Operation in a Radial System. Technical Report for the Companhia Hidroelétrica do São Francisco - Maio de 1974
14. Polak, E., Computational Methods in Optimization: A Unifield Approach. Academic Press - New York
15. Hedley, G; Nonlinear and Dynamic Programming. Addison Wesley - USA
16. Byrne - Hall, Numerical Solution of Systems of Nonlinear Algebraic Equations. Academic Press - New York
17. Birkett, R.A., Load Flow Studies. University of Waterloo April, 1969
18. Carpentier, M.J., Contribution à L'étude du Dispatching Economique - Bull. Soc. Francaise Electr., - Vol. 3, Série 8, n° 32, pp 431-447, Agosto 1962

19. Young, J.R., Optimal Static Capacitor Allocation by Discrete Programming Development of Theory. IEEE PAS - 89, 1970, pp 1.499 - 1.503.
20. Dommel, H.W.; Tinney, W.F., Optimal Power Flow Solutions. IEEE, PAS 87, Out - 1968
21. Bubenko, J.A.; Waer, R.H., A Method for Unit Commitment of the Reactive Compensation, 1971 PICA Conference Proc., pp. 303 - 309
22. Peschon, J.; Piercy, T.S.; Tinney, W.F.; Tveit, O.J., Sensitivity in Power Systems. IEEE, PAS - 87 - AGOSTO , 1968
23. Brammer, A., Power System Optimization. Southampton, 1972
24. Fletcher, R; Powell, M.J.D., A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization. C. Journal, Vol. 6, pp 163 - 198, 1963
25. Sachdeva, S.S., Optimum Network VAR Planning Using Real and Reactive Power Decomposition Nonlinear Analysis. Paper presented at PICA Conference , Junho 1973
26. Sachdeva, S.S; Billinton, R., Optimum Network VAR Planning by Nonlinear Programming. IEEE, PAS - 92 - Ju lho/Agosto, 1973
27. Tinney, W.F.; Power Flow Solution by Newton's Method. IEEE PAS-86, Novembre, 1967

28. Morton, J.; Piercy, D.C.; Tinney, W.F.; Tveit, O.J.; Cuonod, N  
Optimum Control of Reactive Power Flow.  
IEEE, PAS - 87, Janeiro, 1968
29. Tinney, W.F.; Walker, J.W., Direct Solutions of Sparse Network  
Equations by Optimally Ordered Triangular -  
Factorization. IEEE, PAS - 55 - Novembro,  
1967
30. Alpac, G.; Stolt, B., Optimal Load Flow With Steady State Securi  
ty. IEEE PES Summer Meeting. July 15 - 20  
1973
31. Podmore, R., Economic Power Dispatch With Line Security  
Limits. IEEE PES Summer Meeting, July 15  
20, 1973
32. Dowell, H.W.; Tinney, W.F.; Powell, W.L., Further Developments  
in Newton's Method for Power System Applica  
tions. IEEE, Winter Power Meting, New  
York, Janmary 25 - 30, 1970
33. Fasson, A.M.; Combined Use of the Powell and Fletcher  
Powell Nonlinear Programming Methods for  
Optimal Load Flows. IEEE, Vol. PAS-88, Out  
ubro - 1969, pp. 1530 - 37.
34. U.S. Mota, Aplicação de Modelos Teóricos de Grafos na  
Análise de Sistemas de Potência. Escola  
Politécnica da U.F.PB - Campina Grande - PB

## APÊNDICE I

### CONDICÕES NECESSÁRIAS E SUFICIENTES DE DEFINIÇÃO DE UM ESTADO CRÍTICO

O problema consiste em se minimizar uma função de n va-  
riáveis,  $f(\underline{x})$ , sujeita a condições de igualdade e desigualdade,  $g(\underline{x})$   
e  $h(\underline{x})$  respectivamente. Este problema pode ser convertido em uma se-  
quência de problemas de minimização sem condicionamento.

Um ponto  $\underline{x}^*$  é dito ser um mínimo absoluto de  $f(\underline{x})$  se:

$$f(\underline{x}^*) \leq f(\underline{x}) \quad (I - 1)$$

para todos os valores de  $\underline{x}$ . Se rigoresa desigualdade se mantém para  
 $\underline{x} \neq \underline{x}^*$  o mínimo é único.

O ponto  $\underline{x}^*$  é dito ser um mínimo local ou relativo de  
 $f(\underline{x})$ , se  $\underline{x}^*$  é apenas o ponto mínimo na sua vizinhança imediata e não em  
todo o espaço do domínio de  $f(\underline{x})$ . Se  $f(\underline{x})$  é contínua e possui primei-  
ra e segunda derivadas parciais contínuas para todo valor de  $\underline{x}$ , as con-  
dições necessárias<sup>(1)</sup> e suficientes para um mínimo local são

1. O gradiente de  $f(\underline{x})$  para o ponto  $\underline{x}^*$  é nulo.

$$\nabla f(\underline{x}^*) = 0 \quad (I - 2)$$

(1) Ver: Demonstração: Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained  
Minimization Techniques de Fiacco & McCormick - Capítulo 2

2. A matriz formada pelas derivadas parciais de segunda ordem, avaliadas no ponto  $\bar{x}^*$  positivamente definida.

$\nabla^2 f(\bar{x}^*)$  é uma matriz positivamente definida  
(I - 3)

As técnicas iterativas de minimização encontram, em geral, o mínimo local mais próximo do ponto inicial de partida. Para achar o mínimo absoluto, o método mais usual é repetir a minimização para muitos pontos diferentes. Encontrando todos os mínimos relativos, teremos, entre eles, o absoluto. É usualmente impossível provar que um algoritmo achará o mínimo absoluto de um problema de programação não linear, em virtude de o mesmo ser um problema convexo. A convexidade é ilustrada na figura I - 1 e é definida como segue:

Um conjunto de pontos é dito convexo se, dados dois pontos quaisquer deste conjunto, o segmento de linha que une esses dois pontos está contido também neste conjunto.

Qualquer mínimo local de um problema convexo é, também, o mínimo absoluto.

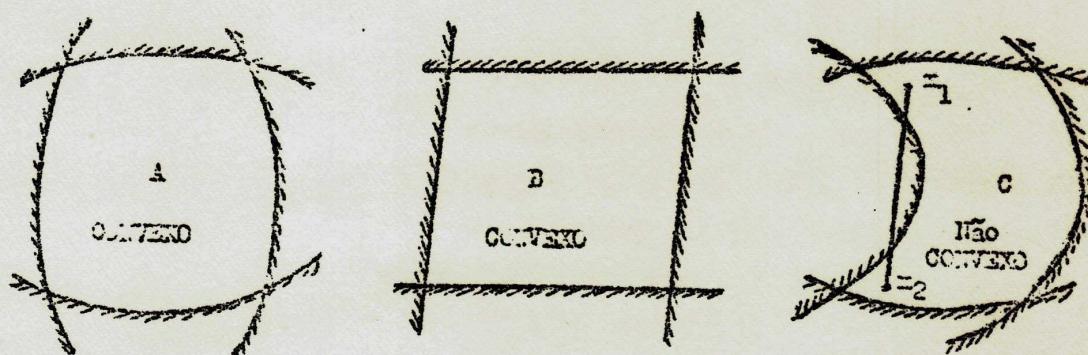


FIGURA I - 1. Conjuntos convexos e não convexos.

Não existe um meio único de se testar a convexidade de um problema não linear. Mas os resultados matemáticos significativos têm sido encontrados no campo da programação matemática, quando se assume a convexidade. Esses resultados podem ser assimilados por conjuntos não convexos, porém de forma aproximada.

#### TEOREMA DE KUHN-TUCKER

As condições ótimas para os problemas de minimização e maximização, sob condições de igualdade, podem ser obtidas usando-se o método de Lagrange.

Ver [13] teorema de Kuhn e Tucker, que estende a aplicação da condição de Lagrange, considerando ambas as condições de igualdade e de desigualdade.

O ponto mínimo de uma função n-dimensional convexa  $f(x)$  sujeita a condições de igualdade e desigualdade, pode ser obtido, usando-se:

Uma função lagrangeana  $L$  que poderá ser definida como segue:

$$L = f(x) + \lambda^t \cdot g(x) + \mu^t \cdot h(x) \quad (I - 4)$$

onde:

$x$  = Vetor n-dimensional

$\lambda$  = Constantes multiplicadoras

$$\mu \leq 0$$

$t$  = Símbolo de transposição

$g(x)$  = Condições de igualdade

$h(x)$  = Condições de desigualdade

As condições ótimas são encontradas substituindo

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad i \in n \quad (I - 5)$$

onde:

$\frac{\partial L}{\partial x_i}$  é a derivada parcial de  $L$  em relação a  $x_i$ .

As condições adicionais do ótimo são:

$$\mu_i (h_i(x)) = 0 \quad i \in n \quad (I - 6)$$

que decorre da própria definição da restrição de desigualdade, que não sendo ferida, não produzirá penalidade à função objetivo no ponto ótimo.

As condições do teorema de Kuhn e Tucker são as necessárias e suficientes para o problema, definido como:

$$\text{MINIMIZE } \left\{ f(x) \right\} \quad (I - 7)$$

sujeto a  $h_i(x) \leq 0, \quad i \in n$

se as seguintes afirmações são verdadeiras:

1.  $f(x)$  e todas as condições de desigualdade,  $h_i(x)$ , são convexas e diferenciáveis
2. Existe um ponto  $x$ , no qual as condições são satisfeitas.

Então,  $x^*$  é a solução do problema, se e somente se existe um vetor  $n$ -dimensional  $\mu^* \geq 0$  tal que as condições de Kuhn e Tucker sejam satisfeitas no ponto  $(x^*, \mu^*)$ , isto é, se e somente se:

$$\frac{\partial L(x^*, \mu^*)}{\partial x} = 0 \quad (I - 8)$$

$$\mu^* \cdot h(x^*) = 0 \quad (I - 9)$$

onde:  $L(x^*, \mu^*) = f(x) + \mu \cdot h(x)$  (I - 10)

Quando introduzirmos as condições  $\leq (X)$  na formulação acima, teremos o vetor  $\alpha$  incluído. Se considerarmos, para efeito de análise, as condições de igualdade e desigualdade representadas por  $h(X)$  na equação (I - 10) poderemos dizer que  $\mu$  também, na equação (I - 10), seria a combinação dos vetores  $\alpha$  e  $\mu$  da formulação da equação (I - 4).

## APÊNDICE II

### DISCUSSÃO SOBRE A UTILIZAÇÃO DAS PERDAS COMO FUNÇÃO OBJETIVO NA MINIMIZAÇÃO DO CUSTO DA OPERAÇÃO DOS SISTEMAS HIDRÁULICOS (MINIMIZAÇÃO DA POTÊNCIA REATIVA)

Para consistência na solução e definição da operação ótima de sistemas de potência, consideramos como primeiro objetivo, em contrário ao custo mínimo da operação do sistema. A discussão que se segue explora a possibilidade de se utilizarem as perdas no sistema, como função objetivo, para atingir este objetivo. O custo operacional da geração pode ser considerado como funções lineares ou não-lineares, como segue, para os diversos sistemas.

#### Sistemas Térmicos:

$$F_t(P) = \sum_{i=1}^n (a_i + b_i \cdot P_i + c_i \cdot P_i^2) \quad (\text{II-1})$$

#### Sistemas Hidráulicos:

$$F_h(P) = \sum_{i=1}^n a'_i + b'_i \cdot P_i \quad (\text{II-2})$$

#### Sistemas Mistos, Hidro-térmicos:

$$F_{ht}(P) = \sum_{i=1}^n (a'_i + b'_i \cdot P_i + c'_i \cdot P_i^2)$$

Representemos a não-linearidade da função custo dos sistemas térmicos por um termo quadrático, que atende precisamente à variação da potência real, e fica bem representada para todos os propósitos práticos. As condições são introduzidas pelo teorema de Kuhn e Tucker, dadas abaixo, e as equações são estabelecidas pela função Lagrangeana. Temos então, para os estados ótimos dos sistemas:

1) Estado Ótimo de um Sistema Térmico:

$$\lambda_i = b_i + \alpha_{ij}^p + u_i - v_i \quad (\text{II-4})$$

$$u_i = e_i - e'_i \quad (\text{II-5})$$

$$\lambda_i \frac{\partial p_i}{\partial e_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial p_j}{\partial e_i} + u_i \frac{\partial q_i}{\partial e_i} + \sum_j u_j \frac{\partial q_j}{\partial e_i} + t_i - t'_i = 0 \quad (\text{II-6})$$

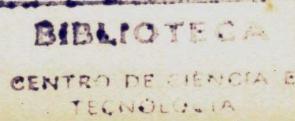
$$\lambda_i \frac{\partial p_i}{\partial v_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial p_j}{\partial v_i} + u_i \frac{\partial q_i}{\partial v_i} + \sum_j u_j \frac{\partial q_j}{\partial v_i} + u_i - v'_i = 0 \quad (\text{II-7})$$

2) Estado Ótimo de um Sistema Hidráulico:

$$\lambda_i = b'_i + u_i - v_i \quad (\text{II-8})$$

$$u_i = e_i - e'_i \quad (\text{II-9})$$

$$\lambda_i \frac{\partial p_i}{\partial e_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial p_j}{\partial e_i} + u_i \frac{\partial q_i}{\partial e_i} + \sum_j u_j \frac{\partial q_j}{\partial e_i} + t_i - t'_i = 0 \quad (\text{II-10})$$



$$\lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial v_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial v_i} + U_i \frac{\partial q_i}{\partial v_i} + \sum_j U_j \frac{\partial q_j}{\partial v_i} + u_i - u'_i = 0 \quad (II-11)$$

3) Estado Ótimo de um Sistema Misto (Hidrotérmico)

$$\lambda_i = b'_i + c'_i p_i + u_i - u'_i \quad (II-12)$$

$$U_i = e_i - e'_i \quad (II-13)$$

$$\lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial e_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial e_i} + U_i \frac{\partial q_i}{\partial e_i} + \sum_j U_j \frac{\partial q_j}{\partial e_i} + t_i - t'_i = 0 \quad (II-14)$$

$$\lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial v_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial v_i} + U_i \frac{\partial q_i}{\partial v_i} + \sum_j U_j \frac{\partial q_j}{\partial v_i} + u_i - u'_i = 0 \quad (II-15)$$

Em todas as derivações acima, a função objetivo é considerada como sendo o custo operacional da geração do sistema. Notamos claramente que o conjunto das condições ótimas coincidem, com exceção da condição de ótimo, em relação à potência real, nos vários casos.

4) Estado Ótimo de um Sistema para Perdas Mínimas

Este é o sistema proposto como primeiro objetivo do nosso trabalho. Como foi mostrado na proposição matemática do mesmo, a

função objetivo, as perdas, ficam sujeitas às mesmas restrições de igualdade e desigualdade. E vamos obter, então, a função Lagrangeana:

$$L = P_o(V, \theta) + u^t \cdot g(x, u, p) \quad (\text{II-16})$$

cujos gradientes, iguais a zero da condição de ótimo, nos dão:

$$\lambda_i = \mu_i = \alpha_i \quad (\text{II-17})$$

$$\mu_i = \alpha_i - \alpha'_i \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} + \lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial \theta_i} + \mu_i \frac{\partial q_i}{\partial \theta_i} + \sum_j \mu_j \frac{\partial q_j}{\partial \theta_i} + t_i - t'_i = 0 \quad (\text{II-19})$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_i} + \lambda_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} + \sum_j \lambda_j \frac{\partial P_j}{\partial V_i} + \mu_i \frac{q_i}{V_i} + \sum_j \mu_j \frac{\partial q_j}{\partial V_i} + \dots \quad (\text{II-20})$$

É claro que, na definição de todos os estados ótimos acima mencionados, estavam considerando que as condições do teorema de Kuhn e Tucker foram atendidas:

$$\lambda_i (P_i - P_i^{\text{MAX}}) = 0; \quad \mu_i (P_i^{\text{MIN}} - P_i) = 0 \quad (\text{II-21})$$

$$\alpha_i (q_i - q_i^{\text{MAX}}) = 0; \quad \alpha'_i (q_i^{\text{MIN}} - q_i) = 0$$

$$u_i(v_i - v_i^{\text{MAX}}) = 0; \quad u'_i(v_i^{\text{MIN}} - v_i) = 0$$

$$t_i(e_i - e_i^{\text{MAX}}) = 0; \quad t'_i(e_i^{\text{MIN}} - e_i) = 0$$

.....  
.....

Se, ao invés do custo, tivemos as perdas como função objetivo, ainda o conjunto de condições de ótimo, em relação à potência real nos vários casos.

Em virtude da não-linearidade na expressão das funções objetivos dos sistemas térmicos e hidrotérmicos, as equações (II-4) e (II-12) envolvem a variável potência real, e a solução simultânea das condições ótimas podem apenas proporcionar a solução do problema da distribuição ótima da carga. Sempre no caso de um sistema hidráulico, a condição de ótimo, em relação à potência real, equação (II-8), é a independente da variável potência real, e a equação (II-8) poderá ser reduzida à equação (II-23) para uma mesma inclinação na curva de Entrada-Saída dos sistemas hidráulicos:

$$\lambda_i - b'_i = H_i - a_i \quad (\text{II-22})$$

ou

$$\lambda'_i = H_i - a_i \quad (\text{II-23})$$

Trocando a equação (II-8) pela (II-23) as condições de ótimo de um sistema hidráulico, tendo o custo operacional da geração como função objetivo, coincidem com as condições de ótimos dos mesmos sistemas hidráulicos, tendo as perdas como função objetivo, e a solução

do conjunto das condições de ótimo similares coincidirão. Isto nos leva ao fato de que, no caso dos sistemas hidráulicos com curvas idênticas de Entrada-Saída, a operação ótima poderá também ser encontrada pela minimização da função perda do sistema.

As perdas dos sistemas de potência podem ser usadas como função objetivo, para obtermos uma solução sub ótima. Considerando os dados avaliáveis do sistema e os limites operacionais das máquinas, é possível carregar todos os geradores na alimentação de uma determinada carga. Em cada caso, todos os geradores trabalharão gerando aproximadamente economicamente, com exceção na barra de balanço, que alimentará a carga de maneira diferente e, de acordo com a equação abaixo, ou seja, a (II-24).

Sejam:

$P_S$  = Potência que o gerador de balanço alimenta

$P_R$  = Potência total que os outros geradores alimentam.

$$P_S = \text{Carga Total} + \text{Perdas} - P_R \quad (\text{II-24})$$

O custo operacional para os sistemas torna-se uma função da potência, entregue ao barramento de balanço, pela respectiva fonte. E o ponto mínimo do custo será no ponto onde  $P_S$  for minimizado. Minimizar  $P_S$  é o mesmo que minimizar o lado direito da equação (II-24). Desde que a carga e  $P_R$  sejam constantes, a minimização de  $P_S$  é a mesma que a minimização das perdas. Portanto, em cada situação a solução ótima do custo e das perdas é a mesma para todos os diversos sistemas práticos. A solução sub ótima, assim obtida, é também conhecida como Otimização da Potência Reativa.

### APÊNDICE III

#### PREVISÃO DA CARGA A CURTO PRAZO

A previsão da carga pode ser feita a longo prazo, onde picos de carga são trimestralmente previstos, e a curto prazo, onde são feitas provisões hora a hora, para um dia particular. Num processo típico do passado, o departamento de produção da empresa fazia a previsão a curto prazo, usando os tradicionais métodos de experiência, bom senso e intuição. Baseados nessa previsão, as unidades geradoras seriam escaladas ou não, de acordo com a prioridade da lista.

A previsão mais precisa da carga a curto prazo, entretanto, não é tão simples, pois muitos fatores influenciam a expressão da carga total. Algumas desses fatores são, por exemplo, os efeitos do clima, os padrões diários das estações do ano e demandas industriais individuais etc. Sempre é possível prever com precisão alguns fatores, porém existem sempre fatores randômicos, tais como tempestades, raios, etc., que são inesperados. Uma técnica usada para se obter a projeção da carga a curto prazo é a análise regressiva. Suponhamos, por exemplo que a carga total "P" possa ser expressa como a soma de diversas expressões lineares,  $W_1, W_2, \dots, W_n$ , onde esses valores "W" linearmente independentes, são as variáveis do clima, relacionadas à temperatura, umidade, velocidade do vento etc.

A expressão da carga para projeção poderia ser, então

$$P = C_0 + C_1 \cdot W_1 + C_2 \cdot W_2 + \dots + C_n \cdot W_n \quad (\text{III.1})$$

onde os coeficientes  $C_i$  seriam determinados através de um número de

observações anteriores, separadamente, através de um programa de regressão, pelo método de ajuste dos mínimos quadrados. Uma outra técnica tem, como objetivo, produzir uma projeção probabilística da carga do sistema hora a hora, de uma atual para obter a outra nas próximas vinte e quatro horas. (Uma projeção probabilística contém sempre um erro provável ou variação).

Esses processos de projeção da carga são, portanto, baseados em dados históricos da carga e em informações do comportamento climático da região. É necessário se armazenar ao menos uma quantidade mínima de dados históricos da carga em algum tempo, para assegurar uma solução computacional, com resultados reais. É necessário, também, que o modelo de projeção se adapte bem ao sistema, para que não seja necessário o ajuste de seus parâmetros todo ano.

Os dados específicos necessários ao processo, são:

- 1) Carga do sistema hora a hora, por um período de um ano (Geralmente armazenada em fita magnética).
- 2) Projeção diária das seguintes variáveis do clima, pelo mesmo período de um ano:
  - a) Temperatura média para cada dia
  - b) A velocidade média do vento para cada dia.

A experiência nos diz que a temperatura influencia uma variável da carga nos centros populacionais dos sistemas. A velocidade do vento é associada a particulares condições do clima de específicas utilidades. Para outras utilidades, um diferente conjunto de variáveis do clima poderiam ser mais apropriadas, tais como umidade relativa do ar, neve etc.

O processo dos dados acima é feito apenas uma vez, pa-

ra a iniciação dos parâmetros do modelo. Uma vez feita a iniciação, as projeções são feitas na base dos valores correntes da carga e da última projeção das variáveis do clima. Um diagrama simplificado do processo de projeção é dado na Figura (III-1) que combina os dois modelos, o modelo estocástico, que projeta as cargas futuras a partir das cargas passadas, e o modelo da influência do clima na carga, que considera os efeitos das variáveis do clima nas cargas futuras, combinando-os para obter a projeção final da carga.

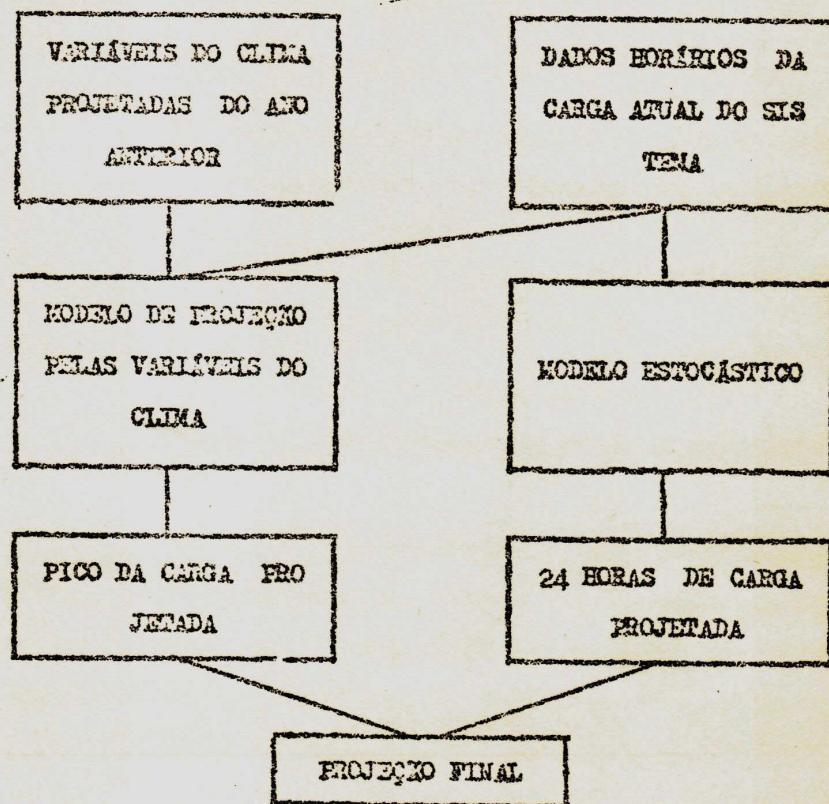


FIGURA III-1: Diagrama Simplificado do Processo de Projeção de Carga

## APÊNDICE IV

### A EXPRESÃO MATEMÁTICA DAS PERDAS

A perda de potência total em um sistema é uma função da tensão e da diferença dos ângulos de fases, isto em decorrência de que a perda de potência em uma linha é igual à soma da potência injetada nos dois terminais da linha.

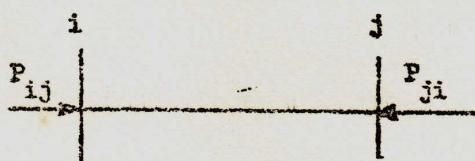


FIGURA IV - 1. As Potências Injetadas na Linha e as Perdas de Potência.

$$\text{PERDA} = P_{ij} + P_{ji} = P_e(V, \theta) \quad (\text{IV - 1})$$

Logo, a perda em uma linha será dada por:

$$P_e(V, \theta) = \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cdot \cos(\phi_{ij}) - \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \cdot \sin(\phi_{ij} - (\theta_i - \theta_j)) \quad (\text{IV - 2})$$

$$+ \frac{V_j^2}{Z_{ji}} \cdot \cos(\phi_{ji}) - \frac{V_i V_j}{Z_{ji}} \cdot \sin(\phi_{ji} - (\theta_j - \theta_i))$$

Para  $i \neq j$

$$\text{Se: } z_{ji} = z_{ij} \quad (\text{IV - 3})$$

$$\phi_{ji} = \phi_{ij}$$

temos:

$$P_e(v, \theta) = \frac{\sin \phi_{ij}}{z_{ij}} \cdot (v_i^2 + v_j^2 - 2 v_i \cdot v_j \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)) \quad (\text{IV - 4})$$

ou:

$$P_e(v, \theta) = \frac{\sin \phi_{ij}}{z_{ij}} \cdot [(v_i - v_j)^2 + 4 \cdot v_i \cdot v_j \cdot \sin^2 \frac{1}{2}(\theta_i - \theta_j)] \quad (\text{IV - 5})$$

Para a maioria das condições de cargas das linhas ( $\theta_i - \theta_j$ ) é muito pequeno e, portanto,  $\sin(\theta_i - \theta_j) \approx \theta_i - \theta_j \approx \theta_{ij}$ . Substituindo na equação (IV - 4) a condição:

$$\sin^2 \frac{1}{2}(\theta_i - \theta_j) \approx (1/2 \cdot \theta_{ij})^2 \quad (\text{IV - 6})$$

temos:

$$P_e(v, \theta) = \frac{\sin \phi_{ij}}{z_{ij}} \cdot \left[ (v_{ij})^2 + v_i \cdot v_j \cdot (\theta_{ij})^2 \right] \quad (\text{IV - 7})$$

onde:

$$v_{ij} = v_i - v_j \quad (\text{IV - 8})$$

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j = K_{ij}$$

Se considerarmos uma carga particular, então  $\theta_{ij}$  não varia muito, e pode ser considerado constante,  $K_{ij}$ . Logo, a equação da linha pode ser reescrita:

$$P_e(v, \theta) = \frac{\sin \phi_{ij}}{z_{ij}} \cdot \left[ (v_{ij})^2 + K_{ij}^2 \cdot v_i \cdot v_j \right] \quad (\text{IV - 9})$$

Obviamente, a perda total em um sistema com  $N = 10$  de transmissão seria:

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} p_e(v, \theta) = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} \frac{\operatorname{sen} \beta_{ij}}{z_{ij}} \cdot (v_{ij}^2 + k_{ij}^2 \cdot v_i \cdot v_j)$$

(IV - 10)

para  $i \neq j$

A equação (IV - 10) nos dá a perda total de um sistema, em função das amplitudes das tensões nas barras e de suas diferenças naturais.