

# Sintonia Ótima de Controlador PID Descentralizado para Processos MIMO

Thiago Antonio Melo Euzébio

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Péricles Rezende Barros, Ph.D

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Thiago Antonio Melo Euzébio, Agosto de 2015

Thiago Antonio Melo Euzébio

Sintonia Ótima de Controlador PID Descentralizado para Processos MIMO

Tese apresentada como requisito para obtenção de título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande.

Orientador: Péricles Rezende Barros

Campina Grande

2015

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

E91s Euzébio, Thiago Antonio Melo.  
Sintonia ótima de controlador PID descentralizado para processos MIMO / Thiago Antonio Melo Euzébio. – Campina Grande, 2015.  
138 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2015.

"Orientação: Prof. Péricles Rezende Barros".  
Referências.

1. PID. 2. Otimização. 3. Controle Descentralizado.  
I. Barros, Péricles Rezende. II. Título.

CDU 621.337.1(043)

**"SINTONIA ÓTIMA DE CONTROLADOR PID DESCENTRALIZADO PARA PROCESSOS MIMO"**

**THIAGO ANTONIO MELO EUZÉBIO**

**TESE APROVADA EM 04/07/2015**



**PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG**  
Orientador(a)



**CLÁUDIO GARCIA, Dr., USP**  
Examinador(a)

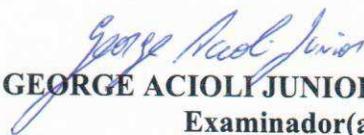
**CARLOS EDUARDO TRABUCO DOREA, Dr., UFRN**  
Examinador(a)



**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)



**MARIO CESAR MELLO MASSA DE CAMPOS, Dr., PETROBRÁS**  
Examinador(a)



**GEORGE ACIOLI JUNIOR, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**

# Resumo

O controlador mais difundido nas unidades industriais é o Proporcional-Integral-Derivativo PID. Apesar da abrangência no uso, para grande parte desses controladores, o desempenho está aquém do desejado por estarem mal sintonizados. Assim, devido a necessidade de melhorar o desempenho das malhas de controle industriais, na presente Tese são desenvolvidos três métodos de sintonia PID para processos SISO e MIMO que consideram o conflito entre desempenho e robustez por meio da solução de problemas de otimização. A primeira contribuição refere-se a um método de sintonia de controlador PI para processos SISO, cujo ganho integral é calculado por um problema de otimização não linear. A segunda contribuição trata-se do projeto de controlador PID descentralizado para processos MIMO fracamente acoplados. O método é formulado como um problema de programação linear e as interações de malha são consideradas por bandas de Gershgorin. A terceira contribuição trata-se do procedimento iterativo de sintonia de controlador PID descentralizado para processos MIMO e as interações de malha são consideradas por funções de transferências de Processos em Malha Aberta Efetivos. Em todos os métodos propostos, limites mínimos de robustez são parâmetros de projeto e a estabilidade do sistema em malha fechada é garantida. Os resultados de sintonia das técnicas propostas são aplicados em processos tanto simulados quanto em processos industriais e comparados a resultados de técnicas de sintonia já estabelecidas na literatura.

# Abstract

The most widely used controller in industrial units is the Proportional-Integral-Derivative PID. Despite the extensive use, for most of these controllers, the performance is below the desired result, since they are poorly tuned. Thus, due to the need to improve the performance of industrial control loops, this thesis develops three methods for SISO and MIMO processes which consider the conflict between robustness and performance by solving optimization problems. The first contribution is a tuning method for PI controllers for SISO processes, whose integral gain is computed by a nonlinear optimization problem. The second contribution is related to the design of decentralized PID controllers for weakly coupled MIMO processes. This method is formulated as a linear programming problem and the loop interactions are considered by Gershgorin bands. The third contribution is related to the iterative procedure of tuning the decentralized PID controller for MIMO processes and the loops interactions are considered by the Effective Open-Loop Process Transfer Functions. For all proposed methods, minimum bounds on robustness index are design parameters and the closed-loop stability is guaranteed. The tuning results of the proposed methods are applied in both simulated processes as industrial processes and compared to results of tuning techniques already considered renowned in the literature.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>6</b>
1.1	Introdução Geral . . . . .	6
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	8
1.2.1	Métodos de Sintonia PID SISO . . . . .	8
1.2.2	Métodos de Sintonia PID Descentralizado . . . . .	10
1.3	Contribuições . . . . .	12
1.4	Estrutura do Documento . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Aspectos de Desempenho e Robustez em Malha de Controle</b>	<b>15</b>
2.1	Introdução . . . . .	15
2.2	Formulação do Problema . . . . .	15
2.3	Especificações de Robustez . . . . .	16
2.3.1	Máximo das Funções Sensibilidade . . . . .	16
2.3.2	Margem de Ganho e Margem de Fase . . . . .	18
2.4	Especificações de Desempenho . . . . .	20
2.4.1	Integral do Erro Absoluto e a Integral do Erro . . . . .	20
2.4.2	Máximo da Função Sensibilidade à Perturbação . . . . .	21
2.4.3	Pico da Função Sensibilidade de Controle . . . . .	22
2.5	Conclusões . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Otimização Aplicada à Sintonia de Controladores PID</b>	<b>23</b>
3.1	Introdução . . . . .	23
3.2	O Método de Sintonia MIGO . . . . .	23
3.2.1	Introdução . . . . .	23
3.2.2	Projeto do Controlador . . . . .	24
3.2.3	Procedimento . . . . .	29
3.2.4	Comentários . . . . .	30
3.3	O Método de Sintonia K-L . . . . .	31
3.3.1	Introdução . . . . .	31

3.3.2	Projeto do Controlador . . . . .	31
3.3.3	Procedimento . . . . .	32
3.3.4	Comentários . . . . .	33
3.4	O Método de Sintonia K-K-L . . . . .	34
3.4.1	Introdução . . . . .	34
3.4.2	Projeto do Controlador . . . . .	34
3.4.3	Procedimento . . . . .	36
3.4.4	Comentários . . . . .	37
3.5	Resultados de Simulação . . . . .	37
3.5.1	Exemplo 1 . . . . .	38
3.5.2	Exemplo 2 . . . . .	43
3.5.3	Exemplo 3 . . . . .	48
3.6	Comparativo entre os Métodos . . . . .	54
3.6.1	Comparativo 1 . . . . .	54
3.6.2	Comparativo 2 . . . . .	55
3.7	Conclusões . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Sintonia Ótima de Controlador PI Suave</b>	<b>59</b>
4.1	Introdução . . . . .	59
4.2	Método SIMC . . . . .	60
4.3	Método SIMC Suave . . . . .	61
4.3.1	Ganho Proporcional . . . . .	61
4.3.2	Ganho Integral . . . . .	64
4.4	Método Proposto . . . . .	65
4.4.1	Critério de Desempenho . . . . .	65
4.4.2	Critério de Robustez . . . . .	65
4.4.3	Procedimento de Otimização . . . . .	66
4.5	Resultados de Simulação . . . . .	66
4.6	Resultados de uma Aplicação Industrial . . . . .	70
4.7	Conclusão . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Sintonia de PID Descentralizado baseada nas bandas de Gershgorin</b>	<b>78</b>
5.1	Introdução . . . . .	78
5.2	Formulação do Problema . . . . .	80
5.3	Estabilidade em Sistemas Multivariáveis . . . . .	81
5.3.1	Curva de Nyquist para Sistemas Multivariáveis . . . . .	81

5.3.2	Curva do Lugar Característico . . . . .	83
5.3.3	Bandas de Gershgorin . . . . .	85
5.4	Projeto do Controlador por Programação Linear . . . . .	87
5.4.1	A Função de Custo . . . . .	87
5.4.2	Restrição sob a curva de Nyquist da Função Ganho de Malha . . . . .	87
5.4.3	Restrição sobre as bandas de Gershgorin . . . . .	88
5.4.4	O Problema de Otimização . . . . .	91
5.5	Simulação e Resultados . . . . .	92
5.5.1	Exemplo 1 . . . . .	92
5.5.2	Exemplo 2 . . . . .	93
5.5.3	Exemplo 3 . . . . .	95
5.5.4	Exemplo 4 . . . . .	98
5.6	Comentários sobre Aplicação dos Métodos Comparados . . . . .	100
5.7	Conclusões . . . . .	103
<b>6</b>	<b>Procedimento Iterativo para Sintonia de PID Descentralizado</b>	<b>104</b>
6.1	Introdução . . . . .	104
6.2	Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP) . . . . .	105
6.3	Método de Sintonia de Controlador PID baseado em EOPs . . . . .	107
6.3.1	Método Iterativo Não Linear . . . . .	107
6.3.2	Método Iterativo Linear . . . . .	109
6.4	Procedimento Iterativo Proposto . . . . .	109
6.5	Resultados de Simulação . . . . .	110
6.5.1	Exemplo 1 . . . . .	111
6.5.2	Exemplo 2 . . . . .	112
6.5.3	Exemplo 3 . . . . .	116
6.6	Comentários sobre a Aplicação dos Métodos Comparados . . . . .	120
6.7	Aplicação Experimental . . . . .	125
6.8	Conclusão . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	<b>130</b>
7.1	Conclusões . . . . .	130
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	132
<b>A</b>	<b>Módulo Peltier</b>	<b>133</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>135</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 1 . . . . .	38
3.2	Valor de $\ S\ _\infty$ especificado e obtido para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 1 - Caso 1 . . . . .	39
3.3	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 2 . . . . .	40
3.4	IAE, $\ S\ _\infty$ e $\ T\ _\infty$ para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 1 - Caso 2 . .	41
3.5	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 3 . . . . .	42
3.6	IAE e Margens obtidas para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 1 - Caso 3	42
3.7	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 1 . . . . .	44
3.8	Valor de $\ S\ _\infty$ especificado e obtido para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 2 - Caso 1 . . . . .	44
3.9	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 2 . . . . .	46
3.10	IAE, $\ S\ _\infty$ e $\ T\ _\infty$ para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 2 - Caso 2 . .	46
3.11	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 3 . . . . .	47
3.12	IAE e Margens obtidas para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 2 - Caso 3	48
3.13	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 1 . . . . .	49
3.14	Valor de $\ S\ _\infty$ especificado e obtido para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 3 - Caso 1 . . . . .	50
3.15	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 2 . . . . .	51
3.16	IAE, $\ S\ _\infty$ e $\ T\ _\infty$ para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 3 - Caso 2 . .	51
3.17	Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 3 . . . . .	53
3.18	IAE e Margens obtidas para os controladores $C_1$ e $C_2$ - Exemplo 2 - Caso 3	53
4.1	Parâmetros do controlador PI para a sintonia Proposta . . . . .	67
4.2	Parâmetros de sintonia do controlador PI para SIMC Agressivo e SIMC Suave . . . . .	68
4.3	Parâmetros do controlador PI para a sintonia inicial . . . . .	72
4.4	Parâmetros do controlador PI para a sintonia Proposta . . . . .	73
4.5	Parâmetros do controlador PI - Inicial, SIMC Suave e Proposta . . . . .	73

5.1	Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 1. . . . .	94
5.2	Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 1. . . . .	94
5.3	Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 2. . . . .	96
5.4	Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 2. . . . .	96
5.5	Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 3. . . . .	99
5.6	Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 3. . . . .	99
5.7	Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 4. . . . .	101
5.8	Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 4. . . . .	101
6.1	Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 1. . . . .	113
6.2	Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 1. . . . .	113
6.3	Parâmetros de controle - Exemplo 1. . . . .	113
6.4	Critérios de robustez e desempenho - Exemplo 1. . . . .	113
6.5	Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 2. . . . .	117
6.6	Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 2. . . . .	117
6.7	Parâmetros de controle - Exemplo 2. . . . .	117
6.8	Critérios de robustez e desempenho - Exemplo 2. . . . .	117
6.9	Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 3. . . . .	121
6.10	Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 3. . . . .	121
6.11	Parâmetros do Controlador - Exemplo 3 . . . . .	121
6.12	Critérios de Robustez e Desempenho - Exemplo 3. . . . .	122
6.13	Parâmetros do Controlador - Aplicação Experimental . . . . .	127
6.14	Critérios de Robustez e Desempenho - Aplicação Experimental . . . . .	127

# Lista de Figuras

2.1	Sistema de controle SISO em malha fechada. A planta $G(s)$ e controlador $C(s)$ . . . . .	16
2.2	O círculo- $M_S$ (tracejado), o círculo- $M_T$ (traço-ponto) e a curva de Nyquist da função ganho de malha $L$ (sólido) quando os critérios de robustez são cumpridos . . . . .	18
2.3	Margens de Estabilidade no diagrama de Nyquist . . . . .	19
3.1	Região de Robustez para um processo com função de transferência $G(s) = 1/(s + 1)^4$ e critério de robustez $M_S = 1,4$ . . . . .	24
3.2	Representação geométrica da restrição em (3.4) . . . . .	26
3.3	Curvas de Nyquist para função ganho de malha de três controladores PI, cujos ganhos pertencem a uma mesma elipse . . . . .	26
3.4	Envelope de elipses para $k_d = 0$ e processo $G(s) = 1/(s + 1)^4$ . . . . .	27
3.5	Diagrama de Nyquist da função ganho de malha para três controladores PI diferentes, cujos ganhos pertencem ao envelope de elipses em (3.6) . . . . .	28
3.6	Gráfico de $J_v$ versus $J_u$ para função ganho de malha cujo processo é $\frac{-1,87}{48,5s^2 + 8,96s + 1}$ e controlador projetado pelo problema de otimização em (3.21). . . . .	33
3.7	Resposta a variação no setpoint para sintonias obtidas por $\lambda_2$ distintos. Destaque para a sintonia cujo $\lambda_2$ é mínimo. . . . .	34
3.8	A reta $r_n$ , a distância $\ell$ e o ângulo $\alpha$ . . . . .	35
3.9	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_1$ - linha sólida: $C_1$ com $M_s = 1,7$ , linha tracejada: $C_2$ com $M_s = 1,4$ . . . . .	40
3.10	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_1$ - linha sólida: $C_1$ , linha tracejada: $C_2$ . . . . .	41
3.11	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_1$ - linha sólida: $g_m = 1,8$ e $\Phi_m = 30^\circ$ , linha tracejada: $g_m = 3,0$ e $\Phi_m = 65^\circ$ . . . . .	43
3.12	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_2$ - linha sólida: $M_s = 1,7$ , linha tracejada: $M_s = 1,4$ . . . . .	45

3.13	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_2$ - linha sólida: $C_1$ , linha tracejada: $C_2$ . . . . .	47
3.14	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_2$ - linha sólida: $g_m =$ $2,0$ e $\Phi_m = 60^\circ$ , linha tracejada: $g_m = 3,0$ e $\Phi_m = 70^\circ$ . . . . .	49
3.15	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_3$ - linha sólida: $M_s =$ $1,7$ , linha tracejada: $M_s = 1,2$ . . . . .	50
3.16	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_3$ - linha sólida: $C_1$ , linha tracejada: $C_2$ . . . . .	52
3.17	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_3$ - linha sólida: $g_m =$ $2,0$ e $\Phi_m = 30^\circ$ , linha tracejada: $g_m = 3,0$ e $\Phi_m = 70^\circ$ . . . . .	54
3.18	Curvas de Nyquist e Restrições impostas nos métodos de otimização - linha sólida: Método MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L, e linhas pontilhadas: Representação Geométrica das Res- trições. . . . .	56
3.19	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_1$ - linha sólida: Mé- todo MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L.	56
3.20	Curvas de Nyquist e Restrições impostas nos métodos de otimização - linha sólida: Método MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L, e linhas pontilhadas: Representação Geométrica das Res- trições. . . . .	57
3.21	Resposta ao setpoint e perturbação para o processo $G_3$ - linha sólida: Mé- todo MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L.	57
4.1	Diagrama de Bode que ilustra o critério de desempenho $ 1 + GC  \geq  G  \cdot$ $ v_0 / y_{max} $ . Dados: $G = \frac{4}{6s+1}e^{-0.2s}$ e controlador PI com parâmetros $k_p =$ $3,75$ e $k_i = 2,34$ . . . . .	62
4.2	Ganho do controlador PI, $ C_{PI} $ , em função da frequência. Dados do con- trolador PI: $k_p = 3,33$ , $k_i = 0,7$ . . . . .	64
4.3	Curvas de nível dos critérios de Desempenho ( $IAE$ - linha tracejada) e Robustez ( $\ S\ _\infty$ - linha sólida) em função dos parâmetros de sintonia $k_p$ e $k_i$ . . . . .	69
4.4	Índice de Desempenho $IAE$ em função de $k_i$ . Sintonias SIMC Suave e a Proposta. . . . .	69
4.5	Curvas de nível dos critérios de Desempenho ( $IAE$ - linha tracejada) e Robustez ( $\ S\ _\infty$ - linha sólida) em função dos parâmetros de sintonia $k_p$ e $k_i$ . Sintonias SIMC Suave, SIMC Agressiva e Proposta. . . . .	70

4.6	Saída do sistema de controle para variação em degrau unitário no setpoint e na perturbação de carga, e ruído de medição. . . . .	71
4.7	Ação de controle para variação em degrau unitário no setpoint e na perturbação de carga, e ruído de medição. . . . .	71
4.8	Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia Inicial . . . . .	72
4.9	Resposta simulada do modelo do processo para variação no setpoint e adição de perturbação. Sintonia Inicial (tracejada), Sintonia SIMC (contínua), Sintonia Proposta (contínua destacada). . . . .	74
4.10	Curva de Nyquist das funções ganho de malha para as sintonias Inicial (tracejada), SIMC (traço-ponto) e Proposta (contínua). . . . .	75
4.11	Curvas de Nível dos critérios $IAE$ (linhas tracejadas) e $M_S$ (linhas contínuas) em função dos parâmetros de sintonia $k_p$ e $k_i$ . . . . .	75
4.12	Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia SIMC Suave. . .	76
4.13	Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia Proposta. . . . .	77
5.1	Diagrama de blocos de controle descentralizado . . . . .	81
5.2	Curva de Nyquist de Sistema Multivariável . . . . .	83
5.3	Curvas do Lugar Característico para um sistema 2 por 2 . . . . .	85
5.4	Curvas de Nyquist (azul), curvas do Lugar Característico (vermelha) e bandas de Gershgorin (círculos tracejados) para sistema 2 por 2. . . . .	86
5.5	A reta $r_n$ , a distância $\ell$ e o ângulo $\alpha$ . . . . .	88
5.6	A linha reta $r_g$ e as bandas de Gershgorin. . . . .	89
5.7	Representação dos Pontos $A_k$ e $B_k$ no círculo de Gershgorin. . . . .	90
5.8	Exemplo 1 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas $r_g$ e $r_n$ (linhas vermelhas). . . . .	94
5.9	Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Ho-Xu, traço-ponto: BLT) - Exemplo 1. . . . .	96
5.10	Exemplo 2 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas $r_g$ e $r_n$ (linhas vermelhas). . . . .	97
5.11	Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Husek, traço-ponto: BLT) - Exemplo 2. . . . .	97

5.12	Exemplo 3 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas $r_g$ e $r_n$ (linhas vermelhas). . . . .	99
5.13	Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: G-K-L, traço-ponto: BLT) - Exemplo 3. . . . .	101
5.14	Exemplo 4 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas $r_g$ e $r_n$ (linhas vermelhas). . . . .	102
5.15	Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Chen-Seborg, traço-ponto: BLT) - Exemplo 4. . . . .	102
6.1	Equivalência entre o sistema MIMO $n \times n$ e os $n$ sistemas SISO baseados em EOPs . . . . .	106
6.2	Fluxograma do Procedimento Iterativo Proposto. . . . .	110
6.3	Curvas de Nyquist de $G_{jj}C_j$ (linha sólida azul) e $G_{jj}^{ef}C_j$ (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear no Exemplo 1. . . . .	112
6.4	Curvas de Nyquist de $G_{jj}C_j$ (linha sólida azul) e $G_{jj}^{ef}C_j$ (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo não linear no Exemplo 1. . . . .	114
6.5	Respostas ao degrau unitário para a primeira e segunda saídas do sistema multivariável: (linha azul sólida: Método Iterativo Não Linear, linha tracejada verde: Método Iterativo Linear, e linha tracejada preta: Método baseado em Gershgorin) - Exemplo 1. . . . .	114
6.6	Curvas de Nyquits de $G_{jj}C_j$ (linha sólida azul) e $G_{jj}^{ef}C_j$ (linha tracejada preta) para o controlador resultante do Método Iterativo Linear no Exemplo 2. . . . .	118
6.7	Curvas de Nyquits de $G_{jj}C_j$ (linha sólida azul) e $G_{jj}^{ef}C_j$ (linha tracejada preta) para o controlador resultante do Método Iterativo Não Linear no Exemplo 2. . . . .	118

6.8 Respostas ao degrau unitário para a primeira e segunda saídas do sistema multivariável (linha preta sólida: Método Iterativo Não Linear, linha preta tracejada: Método Iterativo Linear, linha preta traço-ponto: Método baseado em Gershgorin, linha azul tracejada: BLT, linha verde tracejada: HJCP) - Exemplo 2. . . . . 119

6.9 Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear no Exemplo 3. . . . . 122

6.10 Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo não linear no Exemplo 3. . . . . 123

6.11 Respostas ao degrau unitário nos respectivos setpoints: Método Iterativo Não Linear (linha preta sólida), Método Iterativo Linear (linha preta tracejada), BLT (linha azul traço-pont), HJCP (linha vermelha tracejada) - Exemplo 3. . . . . 124

6.12 Curvas das saídas do processo real e simulado para uma variação em degrau na malha aberta. Planta: linha sólida preta, Simulado: linha tracejada vermelha. . . . . 127

6.13 Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e as bandas de Gershgorin (linha tracejada preta) para o controlador resultante da primeira etapa do procedimento - Experimento Peltier. . . . . 128

6.14 Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear - Experimento Peltier. . . . . 128

6.15 Resposta a variação em Degrau no setpoint - Malha 1. Gershgorin: linha azul, Iterativo Linear: linha preta, BLT: linha vermelha. . . . . 129

6.16 Resposta a variação em Degrau no setpoint - Malha 2. Gershgorin: linha azul, Iterativo Linear: linha preta, BLT: linha vermelha. . . . . 129

A.1 Célula Peltier . . . . . 133

A.2 Módulo Peltier . . . . . 134

A.3 Sistema Peltier . . . . . 134

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Introdução Geral

O controlador mais utilizado na indústria é do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Estima-se que em controle de processos mais de 95% das malhas de controle são desse tipo (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). As principais razões do controlador PID ser abrangentemente usado são: a confiabilidade, estrutura simples e facilidade de implementação prática. Apesar desses controladores possuírem poucos parâmetros a serem sintonizados, são necessários procedimentos sistemáticos para que resultados apropriados sejam obtidos.

Diversos são os métodos disponíveis de sintonia dos parâmetros de um controlador PID e muitas dessas técnicas propostas na literatura estão reunidas em (O'DWYER, 2006). Nota-se que grande parte dessas técnicas é destinada à sintonia de sistemas de controle de única entrada e única saída (SISO - *Single Input Single Output*). Ainda, são na maioria baseadas na informação do modelo do processo que, por simplicidade, são reduzidos a um modelo de primeira ou segunda ordem com atraso. Em geral, a principal preocupação nessas técnicas é a simplicidade para o cálculo dos parâmetros do PID.

Apesar da diversidade e simplicidade das técnicas de sintonia existentes, grande parte dos controladores na indústria é mal sintonizada. Pode-se mencionar como razões para isso a falta de priorização das atividades de identificação e sintonia e receio em causar perturbações excessivas no processo. Mesmo quando se realiza uma sintonia sob procedimento sistemático, observa-se que a sintonia aplicada é excessivamente conservadora e o sistema de controle passa a responder lentamente a variações na operação. Isso é feito para garantir que o sistema não fique instável. O resultado negativo é que a lentidão do sistema implica em perda de desempenho no processo e, portanto, perda de benefícios econômicos para a indústria.

Uma forma de se solucionar o conflito entre desempenho e robustez é levar em conta esses requisitos durante o projeto do controlador. Para processos SISO, trabalhos como (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998), (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2002) e (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) propõem técnicas de sintonia formuladas como problemas de otimização com restrições. Nesses casos a simplicidade do algoritmo não é a principal prioridade. Dada a aplicação do PID ser em grande parte em sistemas regulatórios, a principal preocupação desses métodos é que o controle seja capaz de mitigar os efeitos das perturbações de carga no processo. Desse modo, os critérios de desempenho são relacionados direta ou indiretamente à minimização de índices como a Integral do Erro (IE) e a Integral do Erro Absoluto (IAE). Contudo, essa minimização não deve ser feita irrestritamente, dado que isto levaria o sistema à instabilidade. Dessa forma, restrições em índices de robustez são utilizadas nesses trabalhos. Por exemplo, valores mínimos para as margens de ganho e de fase.

Conciliar critérios de desempenho e robustez em sistemas de controle para processos multivariáveis (MIMO - *Multiple Input Multiple Output*) é um desafio ainda maior quando comparado ao caso SISO. Controle descentralizado é comum para sistemas MIMO por ter estrutura simples e menos parâmetros a serem sintonizados em comparação à estrutura de controle centralizada. O projeto de controle descentralizado é mais complexo que o caso SISO devido às interações entre as malhas de controle, especialmente para especificações de margens de ganho e de fase. Em (HO; XU, 1998), (CHEN; SEBORG, 2001), e (HUSEK, 2014), são propostas técnicas de sintonia que impõem margens de fase e de ganho sobre as bandas de Gershgorin, entretanto, são restritas a processos MIMO diagonalmente dominantes. Já em (HUANG et al., 2003), o princípio de Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP - *Effective Open-loop Process*) é desenvolvido para o projeto de controlador PID descentralizado, reduções e aproximações de modelo são necessárias para obter os EOPs, o que provoca erros de projeto.

Nesta Tese são formulados problemas de otimização para sintonia de PID descentralizado para processos multivariáveis. As interações de malha são levadas em consideração tanto pelas bandas de Gershgorin, quanto pelo princípio de Processo em Malha Aberta Efetivo. A solução de problema de otimização é aplicada para maximizar o desempenho do sistema de controle em rejeitar perturbações de carga, garantir índices de robustez em cada malha, bem como garantir estabilidade para o sistema multivariável em malha fechada.

Sabe-se que, na prática, uma técnica de sintonia de PID para ser útil deve ser simples. A razão disso é a grande quantidade de malhas que devem ser sintonizadas, o que torna proibitiva uma técnica que exija muito tempo dedicado a uma única malha. Dessa forma,

estabeleceu-se neste trabalho que os problemas de otimização devem ser simplificados quando possível ou, usados em sua complexidade máxima quando isto se justifica.

Esse Capítulo de Introdução está organizado da seguinte forma: Na Seção 1.2 são descritos em duas partes os principais trabalhos utilizados como referência nessa Tese. Na primeira parte são descritos trabalhos de sintonia PID SISO formulados como problema de otimização, na segunda parte são descritos métodos de sintonia PID descentralizado para processos MIMO. Na Seção 1.3 as contribuições desenvolvidas nessa Tese são apresentadas resumidamente. Por fim, na Seção 1.4 é descrita a organização desse texto.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Para desenvolver as contribuições desta Tese, foram estudadas técnicas de sintonia PID para processos SISO e MIMO. As técnicas SISO revisadas concentraram-se naquelas que utilizam problemas de otimização para obter os parâmetros do PID. Já as técnicas MIMO estudadas foram principalmente aquelas baseadas na teoria de bandas de Gershgorin e do princípio de Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP) para sintonia de controlador PID descentralizado.

### 1.2.1 Métodos de Sintonia PID SISO

Os métodos de sintonia de controlador PID formulados como problema de otimização e abordados ao longo da Tese são: Método MIGO (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998), método K-L (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2002) e o método K-K-L (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007). Em comum, todos esses métodos têm por objetivo minimizar os efeitos da perturbação de carga na saída do sistema. Isso é feito sob restrições em margens de estabilidade, a exemplo do máximo da função sensibilidade ou as margens de fase e de ganho. Segundo a literatura, a ideia de minimizar os efeitos da perturbação de carga sob restrições de robustez foi proposta inicialmente em (SHINSKEY, 1990). Já a ideia do uso de restrições sobre o máximo da função sensibilidade foi proposto em (PERSSON; ÅSTRÖM, 1992), enquanto que o uso conjunto do máximo da função sensibilidade e o máximo da função sensibilidade complementar como restrições em problema de otimização foi sugerido em (SCHEI, 1994).

O Método MIGO (*M-Constrained Integral Gain Optimization*), formulado como problema de otimização não convexa, foi originalmente proposto para a sintonia de um controlador PI (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998). O objetivo principal do projeto é minimizar a integral do erro (IE) para se obter resposta satisfatória a perturbações de carga. A robustez é garantida por um limite máximo no pico da função sensibilidade, o qual é as-

sumido como único parâmetro de projeto. Pela análise detalhada das restrições impostas, o problema de otimização é reduzido à solução de equações algébricas não lineares.

Em (HÄGGLUND; ÅSTRÖM, 2002) o método MIGO é aplicado em um conjunto de processos, cujos resultados são usados para formular regras de sintonia simples para o controlador PI. Nesse caso, o método passa a ser chamado de AMIGO (*Approximate MIGO*). Já em (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002), o ganho derivativo passa a fazer parte da formulação do controlador, a adição do termo derivativo permite aumento significativo do ganho integral. Uma síntese do método MIGO, incluindo discussões de procedimento de escolha das condições iniciais, é apresentada em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Apesar de não se aplicar exatamente o método MIGO, em (GARPINGER; HÄGGLUND, 2008) também há uma discussão quanto à aplicação de métodos de otimização na sintonia PID, questões como condição inicial e eficiência computacional são tratadas. Já em (GARPINGER; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2012), o método AMIGO é projetado para um conjunto de processos comuns na indústria, os resultados de desempenho e robustez são representados em curvas de nível e comparados com outras técnicas comuns de sintonia.

O método K-L baseado em otimização não linear com restrições é proposto em (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2002). Nesse método, considera-se como função objetivo uma alternativa na frequência para índices da integral do erro no tempo. Prova-se que esta função objetivo é equivalente à integral do erro (IE). Quanto às restrições de robustez, considera-se em conjunto o pico da função sensibilidade e o pico da função sensibilidade complementar para garantir a estabilidade do sistema. Considera-se também a restrição no pico da função de transferência entre o ruído de medição e a ação de controle, essa restrição tem por objetivo limitar a atividade de controle. Desse modo, o projetista tem liberdade de balancear a importância de critérios entre robustez, desempenho e atividade de controle da forma que considerar mais apropriada. Em (LENNARTSON, 2012) é descrita com detalhes a implementação do método de sintonia por otimização não linear com restrições e discutidas questões de condição inicial e formulação do PID para problemas de otimização.

Outra característica do método proposto em (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2002) é a inclusão do filtro derivativo como um quarto parâmetro do controlador PID. Em (ISAKSSON; GRAEBE, 2002), demonstra-se que valores padrão (valor de 0, 1, por exemplo) do filtro derivativo não são necessariamente vantajosos. A mesma conclusão é obtida a partir dos resultados de sintonia por otimização não linear com restrições para um conjunto de modelos de processos comuns na indústria em (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006b).

Um estudo das propriedades entre os parâmetros do PID e os critérios utilizados na sintonia pelo método K-L são discutidos em (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2006a), no qual os resultados da técnica são comparados com outros métodos tradicionais de sintonia PID para modelos de processos comuns na indústria. Em (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2006b) um conjunto de técnicas simples de sintonia, baseadas no problema de otimização original, são definidas para modelos não oscilatórios e de segunda ordem, assim como modelos de primeira ordem com atraso.

Uma aplicação industrial da sintonia de controle PI pelo método K-L é documentada em (EUZÉBIO; LIMA; BARROS, 2012). Dentre outras conclusões, nota-se nesse trabalho a diferença entre os valores de restrições considerados na literatura em exemplos simulados, e aqueles que são usados na prática de modo que garantam a estabilidade do sistema em malha fechada.

Com o objetivo de reduzir a complexidade dos métodos de otimização para sintonia PID, é proposto em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) o método K-K-L formulado como problema de programação linear, o qual é pautado na moldagem da função de transferência de ganho de malha no diagrama de Nyquist. Para tanto, define-se uma nova margem de estabilidade linear que garante limites mínimos para as margens clássicas de robustez. Nesse caso o objetivo também é o de minimizar os efeitos de perturbações na saída do sistema. Em (OLIVEIRA; KARIMI, 2012) esse método é aplicado para um conjunto de modelos lineares de uma caldeira, cuja característica do processo é não linear.

Existem ainda técnicas de sintonia de controlador PID que são formuladas por problemas de otimização mais complexos que aqueles considerados até aqui. Nesses casos, aplicações de inteligência artificial são introduzidas, como uso de lógica Fuzzy (MUDI; MAITY, 2013), Neuro-Fuzzy (CHEN; LINKENS, 1998), Fuzzy-Genética (BANDYOPADHYAY; CHAKRABORTY; PATRANABIS, 2001), e Neuro-Genética (LIMA; RUANO, 2000). Em geral, esses métodos são aplicados para a auto-sintonia do controlador PID. Essas técnicas não são abordadas neste trabalho.

## 1.2.2 Métodos de Sintonia PID Descentralizado

### Método BLT (Biggest Log-Modulus Tuning)

O método mais citado na literatura de sintonia de controlador PID descentralizado é o BLT (*Biggest Log-Modulus Tuning*) proposto em (LUYBEN, 1986). Esse método consiste em projetar cada controlador individualmente utilizando o método clássico de Ziegler-Nichols (ganho crítico e período crítico). Com o controlador descentralizado inicial definido, assume-se um fator de de-sintonia  $F$  que será aplicado em todas as malhas. Os ganhos

proporcionais são calculados dividindo o ganho obtido com a técnica de Ziegler-Nichols pelo fator  $F$  e o tempo integral é obtido multiplicando-o pelo fator  $F$ . A partir daí, o valor de  $F$  é modificado até que o critério do máximo valor do Log-Modulus multivariável seja alcançado. Para processos SISO, Log-Modulus é a magnitude em  $dB$  da função de transferência da malha fechada e o seu máximo quantifica a margem de estabilidade da malha fechada SISO. Em (LUYBEN, 1986), define-se Log-Modulus multivariável de forma similar. Observe que quanto maior o valor de  $F$  maior a margem de estabilidade da malha fechada, porém com resposta mais lenta a mudanças no setpoint e a perturbações de carga. Melhorias no método BLT foram apresentadas em (MONICA; YU; LUYBEN, 1988). Em (JU; CHIU, 1997) propõe-se um método para avaliar o valor do Log-Modulus utilizando experimento baseado no relé. Outros métodos que levam em consideração as interações por meio da realização de de-sintonia nos controladores são encontrados em (CHIEN; HUANG; YANG, 1999), (CHIEN; HUANG; YANG, 2000) e (XIONG; CAI; HE, 2007).

### Métodos baseados nas bandas de Gershgorin

Para o processo MIMO diagonalmente dominante, a estabilidade em malha fechada pode ser obtida por uma abordagem SISO utilizando bandas de Gershgorin. Caso o sistema não seja diagonalmente dominante, um desacoplador é necessário. Rosenbrock em (ROSENBRUCK, 1970) desenvolveu o método *Direct Nyquist Array*, o qual molda as bandas Gershgorin de forma que estas não circundem ou contenham o ponto crítico  $(-1, 0)$  em uma abordagem gráfica de tentativa e erro.

Seguindo as principais ideias de Rosenbrock, foram propostos outros métodos para ajustar controladores PID descentralizados. Esses métodos são elaborados como procedimentos sistemáticos para moldar as bandas de Gershgorin. Em (HO; XU, 1998) margens de ganho e de fase com base nas bandas de Gershgorin são os parâmetros de ajuste de quatro equações não-lineares que podem ser resolvidas por meio de métodos numéricos. A definição de ponto crítico baseado em bandas de Gershgorin é usada em (CHEN; SEBORG, 2001), e um controlador PID é projetado a partir de regras modificadas de Ziegler-Nichols. Em (HUSEK, 2014) apenas um parâmetro de ajuste é usado, que é a margem de fase para um único círculo de Gershgorin. Para cada margem de fase especificada, um conjunto de pontos  $(k_p, k_i)$  é obtido. Em seguida, é escolhido o controlador PI cujo ganho integral  $k_i$  é máximo. Em todos esses três métodos a estabilidade do sistema multivariável em malha fechada, a principal razão para a utilização das bandas Gershgorin, não é totalmente garantida.

Um método que precisa apenas de modelo não-paramétrico é proposto em (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005). Um problema de otimização não convexo é desenvolvido, que leva em conta as bandas de Gershgorin para garantir a estabilidade do sistema. A função de custo consiste de uma soma ponderada do quadrado da diferença entre as margens especificadas e as margens calculadas. Para resolver esse problema é utilizado o algoritmo de Gauss-Newton, que depende dos parâmetros iniciais do controlador e a convergência não é garantida.

### Métodos baseados em Processo em Malha Aberta Equivalente

Outro conjunto de métodos para sintonia de controlador PID descentralizado é o que utiliza funções de transferência equivalentes das malhas para sintonizar os controladores. A partir da definição das funções equivalentes, a interação entre as malhas é levada em consideração no projeto do controlador. Um método comumente citado na literatura é o proposto em (WANG; LEE; ZHANG, 1998), no qual o método de Ziegler-Nichols modificado é aplicado para processos TITO por meio da definição de funções equivalentes. Em (HUANG et al., 2003) define-se o Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP - *Effective Open-loop Process*) de cada malha, o qual representa a transmissão efetiva de cada malha equivalente. O projeto do controlador é realizado considerando a dinâmica do EOP de cada malha individualmente. Outros métodos que fazem uso da ideia de funções equivalentes são propostos em (XIONG; CAI, 2006), (XIONG; CAI; HE, 2007) e (VU; LEE, 2010).

## 1.3 Contribuições

Nesta Tese, a técnica *Smooth Simple Internal Model Control* (SIMC Suave) em (SKOGESTAD, 2006) é modificada no cálculo do ganho integral. É formulado um problema de otimização de único parâmetro, o próprio ganho integral do controlador PI. A abordagem proposta evita que o controle seja excessivamente suave, uma vez que o ganho integral é calculado com o objetivo de atenuar os efeitos da perturbação de carga na saída do sistema. O nível de robustez do sistema de controle é especificado em projeto ao se estabelecer o pico da função sensibilidade como restrição no problema de otimização. Esse método foi originalmente proposto em (EUZÉBIO; BARROS, 2013a) e uma aplicação industrial em uma malha de vazão de gás é descrita em (EUZÉBIO et al., 2014).

Duas contribuições são apresentadas para o controle de sistemas multivariáveis. A primeira consiste em um método baseado em bandas de Gershgorin para sintonia de

controlador PID descentralizado. Apesar de existirem diversos métodos que se utilizam das bandas de Gershgorin para este mesmo fim, a técnica proposta é formulada como um problema de programação linear, restrições de robustez são impostas às malhas individuais e a estabilidade geral do sistema em malha fechada é garantida. No entanto, esse método, assim como todos os métodos baseados em bandas de Gershgorin, é útil apenas para processos MIMO diagonalmente dominantes, caso contrário os resultados proporcionam um sistema de controle excessivamente lento. Por essa razão, a segunda contribuição para sintonia de processos MIMO trata-se de um procedimento iterativo que leva em consideração as interações de malha pela definição do Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP - *Effective Open-loop Process*). Dois problemas de otimização são formulados, o primeiro é não linear e assume como parâmetro de robustez o pico da função sensibilidade (EUZÉBIO; BARROS, 2013b), enquanto o segundo é linear e os parâmetros de robustez são as margens de ganho e de fase (EUZÉBIO; BARROS, 2015).

## 1.4 Estrutura do Documento

A Tese está organizada da seguinte forma:

- **Capítulo 1:** Capítulo introdutório no qual são expostas a motivação do trabalho, a revisão bibliográfica das abordagens de sintonia ótima de controle PID para sistemas SISO, assim como a revisão bibliográfica das técnicas de sintonia de processos MIMO baseados em bandas de Gershgorin e baseados no Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP), e a descrição das contribuições da Tese.
- **Capítulo 2:** Aspectos de robustez e de desempenho de sistemas de controle são descritos neste Capítulo. Ao longo da Tese, os problemas de otimização formulados são baseados nessas especificações apresentadas.
- **Capítulo 3:** Três métodos de sintonia de controladores PID formulados como problemas de otimização são abordados. As formulações desses três métodos são detalhadas, abordando as funções de custo e as respectivas restrições. Resultados de simulação e comentários do uso dessas técnicas são apresentados ao final do Capítulo.
- **Capítulo 4:** Uma proposta de sintonia de controlador PI com ganho proporcional mínimo e ganho integral obtido por um problema de otimização é abordada neste capítulo. A ideia é obter um sistema cuja ação de controle seja suave, mas com resposta eficiente a perturbações inseridas no sistema. Um exemplo simulado é

realizado, no qual é feito um comparativo com a técnica SIMC (*Simple Internal Model Control*). Ainda no Capítulo, os resultados de sintonia em uma aplicação industrial usando o método proposto são discutidos.

- **Capítulo 5:** Capítulo no qual é proposto um método de sintonia de controlador PID descentralizado pra processo MIMO diagonalmente dominante. Cada malha é sintonizada individualmente, mas as interações provocadas pelas demais malhas são consideradas durante projeto pelas bandas de Gershgorin. O método proposto é formulado como um problema de programação linear, e restrições de robustez são impostas tanto às bandas de Gershgorin quanto às curvas de Nyquist das malhas individuais. A estabilidade do sistema multivariável em malha fechada é garantida.
- **Capítulo 6:** Neste capítulo é proposto procedimento iterativo de sintonia de controlador PID descentralizado que considera as interações de malhas tanto pelas bandas de Gershgorin quanto pelo conceito de Processo em Malha Aberta Equivalente (EOP). Essa proposta se aplica à sintonia de processos MIMO de qualquer dimensão, inclusive àqueles que não são diagonalmente dominantes. Exemplos simulados são realizados para demonstrar a eficácia do procedimento proposto.
- **Capítulo 7:** Capítulo em que as conclusões do trabalho e as sugestões de trabalhos futuros são apresentadas.

# Capítulo 2

## Aspectos de Desempenho e Robustez em Malha de Controle

### 2.1 Introdução

Especificações de robustez e de desempenho estabelecidas durante o projeto do controlador PID são apresentadas nesse Capítulo. Os problemas de otimização formulados ao longo desta Tese são baseados nos critérios aqui descritos. Em geral, os critérios de desempenho são relacionados à função de custo enquanto os critérios de robustez são considerados como restrições nos problemas de otimização abordados.

Este Capítulo está organizado da seguinte forma: Na Seção 2.2 é formulado o problema básico de controle. Nas Seções 2.3 e 2.4 os índices de desempenho e robustez utilizados pelos métodos de sintonia ótima abordados na Tese são descritos. O Capítulo é encerrado com as conclusões na Seção 2.5.

### 2.2 Formulação do Problema

Considere o sistema SISO representado na Figura 2.1, onde a planta  $G(s)$  é controlada pelo controlador  $C(s)$ . Existem três entradas, o sinal de referência  $r(t)$ , a perturbação de carga no processo  $v(t)$  e o ruído de medição  $w(t)$ . Os sinais de saída são a variável do processo  $y(t)$ , o sinal de controle  $u(t)$  e o erro de controle  $e(t) = r(t) - y(t) + w(t)$ .

A formulação do controlador PID usada nesta Tese, a menos quando indicado o contrário, é a seguinte:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1}, \quad (2.1)$$

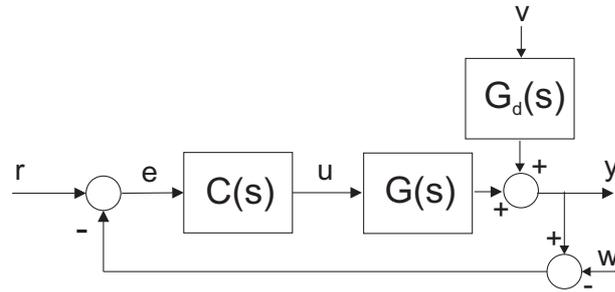


Figura 2.1: Sistema de controle SISO em malha fechada. A planta  $G(s)$  e controlador  $C(s)$ .

onde  $k_p$  é o ganho proporcional,  $k_i$  o ganho integral,  $k_d$  o ganho derivativo, e  $T_f$  a constante de tempo do filtro derivativo.

Para que o controlador apresentado na Figura 2.1 funcione adequadamente, certos requisitos devem ser atendidos. O primeiro deles é a necessidade de rejeição rápida dos efeitos da perturbação  $v(t)$  na saída do processo  $y(t)$ . Uma função importante do controlador industrial na camada regulatória é a de minimizar efeitos de perturbações no sistema, muita variação indesejada na variável do processo pode ocasionar baixa qualidade do produto. Outro requisito importante é que o controlador deve ser capaz de manter o sistema estável mesmo com erros de modelo ou alterações do processo. É comum a estimativa de modelos de primeira ordem com atraso para processos industriais, não importando se a dinâmica real do processo é mais complexa. Mesmo que o modelo seja próximo à dinâmica real, é bem provável que o processo se modifique com o passar do tempo. Ou seja, é também importante que o sistema em malha fechada seja robusto a incertezas do modelo e variações do processo.

## 2.3 Especificações de Robustez

### 2.3.1 Máximo das Funções Sensibilidade

Com base no diagrama que representa uma malha de controle SISO na Figura 2.1 e introduzida a função ganho de malha  $L(s) = G(s)C(s)$ , são estabelecidas as quatro funções sensibilidade:

Função Sensibilidade

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (2.2)$$

Função Sensibilidade Complementar

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (2.3)$$

Função Sensibilidade à Perturbação

$$S_v = G(s)S(s) = \frac{G(s)}{1 + L(s)} \quad (2.4)$$

Função Sensibilidade de Controle

$$S_u = C(s)S(s) = \frac{C(s)}{1 + L(s)} \quad (2.5)$$

Todas as relações entre sinais de entrada e sinais de saída podem ser formuladas pelas quatro funções sensibilidade. Assumindo  $Y(s)$ ,  $U(s)$  e  $E(s)$  como as respectivas transformadas de Laplace dos sinais de saída  $y(t)$ ,  $u(t)$  e  $e(t)$ , e considerando  $R(s)$ ,  $V(s)$  e  $W(s)$  como as respectivas transformadas de Laplace dos sinais de entrada  $r(t)$ ,  $v(t)$  e  $w(t)$ , tem-se as seguintes relações:

$$\begin{bmatrix} Y(s) \\ U(s) \\ E(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(s) & S_v(s) & T(s) \\ S_u(s) & -T(s) & S_u(s) \\ S(s) & -S_v(s) & -T(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ V(s) \\ W(s) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Quando o principal objetivo do sistema de controle é compensar as perturbações, nota-se a partir de (2.6) que a função de transferência mais importante a ser supervisionada é  $S_v$ , função sensibilidade à perturbação. Por outro lado, quando o objetivo principal do sistema for seguir uma referência, como no caso servo, a função sensibilidade  $S$  é de maior relevância.

O máximo da função sensibilidade

$$\|S\|_\infty = \max_\omega |S(j\omega)| \leq M_S \quad (2.7)$$

tem sido aceito como uma medida de robustez. O valor de  $\|S\|_\infty$  é o inverso do valor referente à menor distância da curva de Nyquist da função ganho de malha  $L(s)$  ao ponto crítico  $(-1, 0)$ . Valores comuns de  $M_S$  estão entre 1,0 e 2,0 (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002).

Quando há demandas de um amortecimento maior na resposta ao degrau ou aumento da margem de fase sem haver uma desaceleração na resposta do sistema, é adicionada a restrição na função sensibilidade complementar (KRISTIANSSON; LENNARTSON,

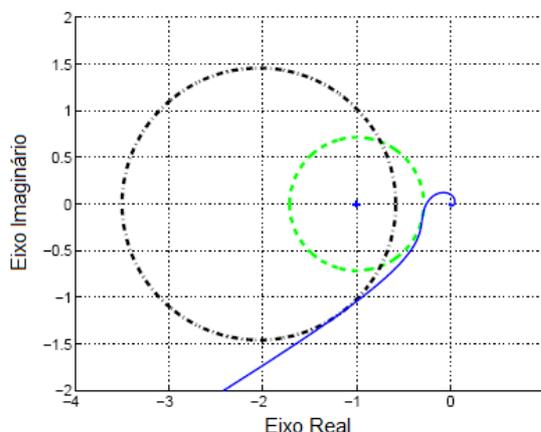


Figura 2.2: O círculo- $M_S$  (tracejado), o círculo- $M_T$  (traço-ponto) e a curva de Nyquist da função ganho de malha  $L$  (sólido) quando os critérios de robustez são cumpridos

2006b):

$$\|T\|_{\infty} = \max_{\omega} |T(j\omega)| \leq M_T. \quad (2.8)$$

As restrições sobre  $\|S\|_{\infty}$  e  $\|T\|_{\infty}$  correspondem a dois círculos no plano complexo, Figura 2.2. O centro e raio desses dois círculos são:

$$C_{M_S} = -1, \quad R_{M_S} = \frac{1}{M_S}, \quad (2.9)$$

$$C_{M_T} = \frac{-M_T^2}{M_T^2 - 1}, \quad R_{M_T} = \frac{M_T}{M_T^2 - 1}. \quad (2.10)$$

Observe ainda na Figura 2.2 que o círculo- $M_S$  e o círculo- $M_T$  envolvem o ponto Crítico  $(-1, 0)$ . Caso a curva de Nyquist da função ganho de malha seja traçada fora da região desses dois círculos, a estabilidade do sistema é garantida sob os índices de robustez especificados para  $M_S$  e  $M_T$ .

### 2.3.2 Margem de Ganho e Margem de Fase

As margens de estabilidade são usadas para descrever a robustez do sistema a perturbações e indicar o quão estável o sistema é. Uma das formas mais comuns de se fazer isso é pelo uso das marges de ganho e de fase. Isso ocorre devido à facilidade de se traçar graficamente a função ganho de malha, seja pelo diagrama de Nyquist, seja pelo diagrama de Bode.

A margem de ganho  $g_m$  de um sistema é definida como a menor variação no ganho de uma função ganho de malha antes que o sistema em malha fechada fique instável. A

margem de ganho é calculada baseada na menor frequência em que a fase da função ganho de malha é  $-180^\circ$ . Assume-se que  $\omega_{pm}$  representa esta frequência, chamada de frequência de cruzamento de fase. Portanto, a margem de ganho de um sistema é definida por:

$$g_m = \frac{1}{|L(j\omega_{pm})|}. \quad (2.11)$$

Similarmente, a margem de fase é a mudança no valor da fase da função ganho de malha no ponto com ganho unitário, necessária para tornar instável o sistema em malha fechada. Assume-se  $\omega_{gm}$  como a frequência de cruzamento de ganho, menor frequência cuja função ganho de malha tem magnitude unitária. Portanto, a margem de fase é definida como:

$$\Phi_m = \pi + \arg L(j\omega_{gm}). \quad (2.12)$$

Essas margens têm uma interpretação geométrica simples no diagrama de Nyquist da função de transferência de malha, como exibido na Figura 2.3. A margem de ganho é dada pelo inverso da distância do ponto mais próximo ao ponto crítico onde a função ganho de malha cruza o eixo real negativo. A margem de fase é o menor ângulo no círculo unitário entre o ponto crítico  $(-1, 0)$  e a função ganho de malha.

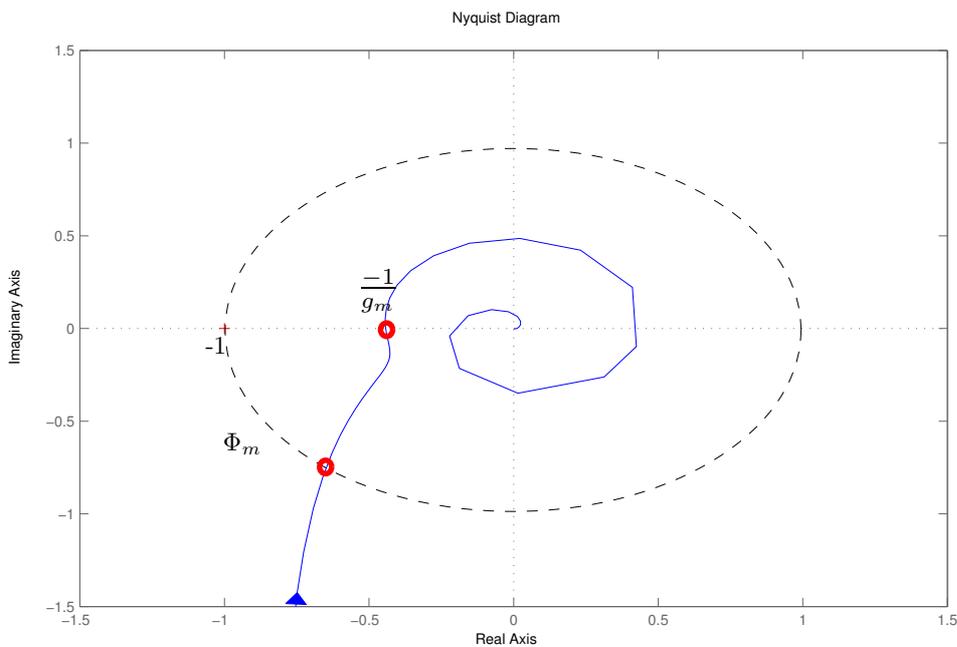


Figura 2.3: Margens de Estabilidade no diagrama de Nyquist

## 2.4 Especificações de Desempenho

### 2.4.1 Integral do Erro Absoluto e a Integral do Erro

Uma forma clássica de avaliação de desempenho de malhas de controle em tempo contínuo é pelo cálculo de índices de desempenho baseados na integral do erro do sistema. A Integral do Erro Absoluto (IAE - *Integral of Absolute Error*) é uma forma comum de se medir os efeitos da perturbação no sistema de controle. O índice  $IAE$  é definido por

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, \quad (2.13)$$

no qual o erro ( $e(t)$ ) é a diferença entre o sinal de referência e o valor medido da variável do processo.

Uma desvantagem do uso do  $IAE$  é que este requer a simulação do processo, que deve ser precisa o suficiente para se ter o cálculo correto (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Além disso, dado que o critério é baseado em uma integral infinita, torna-se necessário fazer a simulação por um período longo de tempo.

A Integral do Erro é definida por

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt, \quad (2.14)$$

cujo valor é uma boa aproximação do  $IAE$  e, no caso de malhas não oscilatórias, os dois critérios são idênticos. Além disso, o valor do  $IE$  é diretamente relacionado aos parâmetros do controlador PID, o que permite um cálculo simples e eficiente. Para o caso de uma perturbação de carga  $v(t)$  em degrau unitário aplicada na entrada do processo, o valor do  $IE$  torna-se:

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt = \frac{1}{k_i}. \quad (2.15)$$

Isto pode ser provado ao se assumir que a lei de controle é dada por:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (2.16)$$

Assume-se ainda que o erro inicial seja zero ( $e(0) = 0$ ) e que uma perturbação em degrau unitário seja aplicada na entrada do processo. Dado que o sistema em malha fechada é

estável, e possui ação integral, o erro será zero no infinito ( $e(\infty) = 0$ ). Portanto,

$$u(\infty) - u(0) = k_i \int_0^{\infty} e(t) dt = 1 \quad (2.17)$$

$$\int_0^{\infty} e(t) dt = \frac{1}{k_i}, \quad (2.18)$$

que é a mesma equação em (2.15). A integral do erro é inversamente proporcional ao ganho integral do controlador PID.

### 2.4.2 Máximo da Função Sensibilidade à Perturbação

O Critério de Desempenho proposto em (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2002) corresponde a uma medida da capacidade do sistema em lidar com perturbações de baixa frequência. Esse critério é uma alternativa no domínio da frequência ao critério baseado em alguma função do erro como, por exemplo, o  $IE = \int_0^{\infty} e(t) dt$ . A formulação do critério utiliza a propriedade da função de transferência  $S_v$ , que, segundo a equação (2.6), caracteriza a saída do sistema em malha fechada em função da perturbação aplicada na entrada do processo. Para uma perturbação em degrau unitário, o critério é dado por

$$J_v = \left\| \frac{1}{s} S_v(s) \right\|_{\infty}. \quad (2.19)$$

Observe que o critério  $J_v$  representa o pico da função  $\frac{1}{s} S_v(s)$ . Nessa frequência, a perturbação na saída do sistema é máxima devido a um degrau unitário na entrada do processo.

Existe uma relação direta entre o critério  $J_v$  e a integral do erro  $IE$ . Nas regiões de baixa frequência, quando existe ação integral no controlador,  $L(s) = G(s)C(s) \gg 1$  e por isso

$$S_v = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \approx \frac{1}{C(s)} \approx \frac{s}{k_i},$$

onde  $k_i$  é o ganho integral do controlador PID. Portanto, em baixas frequências,  $J_v \approx \frac{1}{k_i}$ , esse resultado tem a vantagem de que o critério é praticamente independente do modelo do processo. Desse modo, uma minimização em  $J_v$  implica também em uma redução do  $IE$ .

### 2.4.3 Pico da Função Sensibilidade de Controle

Uma consequência inevitável da malha fechada é a realimentação dos ruídos de medição no sistema, representados pelo sinal  $w(t)$  na Figura 2.1. Esses ruídos são normalmente de alta frequência, tais que geram ações de controle indesejadas e variações na variável de processo. Mudanças rápidas na variável de controle são degradativas, já que criam desgastes em válvulas e motores, assim como períodos de saturação na ação do atuador. Os efeitos do ruído de medição são capturados pela função de transferência entre o ruído de medição e o sinal de controle,  $S_u$ . Portanto, o seguinte critério é definido

$$J_u = \|S_u\|_\infty = \|C(s)S(s)\|_\infty. \quad (2.20)$$

Nos casos em que o máximo de  $|C(j\omega)S(j\omega)|$  ocorre em altas frequências, uma restrição em  $|C(j\omega)S(j\omega)|$  implicitamente resulta em uma restrição em  $|T|$ , já que  $|T(j\omega)| = |G(j\omega)||C(j\omega)S(j\omega)|$ . Essa é uma restrição da região de média para alta frequência, uma vez que o pico em  $|S_u|$  ocorre logo após a largura de banda (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2002). Ou seja, esta restrição não apenas restringe a ação de controle como também tem efeito direto na robustez do sistema.

## 2.5 Conclusões

Neste Capítulo foram abordados aspectos de desempenho e robustez de malhas de controle SISO. Todas essas especificações serão referenciadas ao longo da Tese, tanto na aplicação de técnicas de sintonia já existentes como também nas técnicas de sintonia propostas.

## Capítulo 3

# Otimização Aplicada à Sintonia de Controladores PID

### 3.1 Introdução

No presente capítulo são apresentados três métodos de projeto de controladores PID SISO que serão frequentemente referenciados ao longo da Tese. Todos eles têm em comum o uso de problema de otimização para calcular os parâmetros do controlador PID. Ainda, todos eles têm por objetivo minimizar os efeitos de perturbações de carga na saída do sistema em malha fechada. Restrições de robustez são utilizadas em todos os problemas de otimização apresentados.

Esse capítulo está organizado da seguinte forma: Nas seções 3.2, 3.3, e 3.4 são detalhados, respectivamente, os métodos de sintonia PID: MIGO, K-L, e K-K-L. Na seção 3.5 são discutidos os resultados de simulação para três processos. Comentários comparativos sobre as técnicas aplicadas na seção anterior são discutidas na Seção 3.6. O Capítulo é encerrado com as conclusões na seção 3.7.

### 3.2 O Método de Sintonia MIGO

#### 3.2.1 Introdução

O Método chamado de MIGO (*M-constrained integral gain optimization*) foi proposto pela primeira vez em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998). Nele, utiliza-se um problema de otimização para sintonizar controladores PID. O objetivo desse método é o de atenuar a perturbação de carga no sistema de controle sob restrições de robustez. Essas perturbações são em geral de baixa frequência e podem entrar de diferentes formas no sistema,

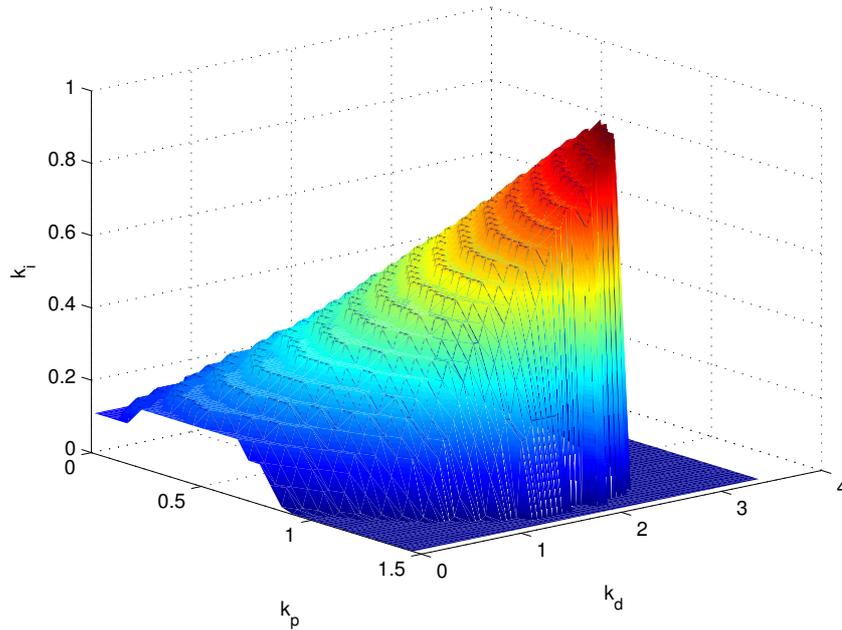


Figura 3.1: Região de Robustez para um processo com função de transferência  $G(s) = 1/(s + 1)^4$  e critério de robustez  $M_S = 1,4$

frequentemente assume-se que a perturbação é adicionada à entrada do processo.

Para que os efeitos da perturbação sejam minimizados, é preciso eleger algum índice que quantifique esses efeitos no sistema. No método MIGO, a Integral do Erro definida na equação (2.14) é estabelecida como índice a ser minimizado. Como demonstrado no Capítulo anterior, minimizar IE equivale a maximizar o ganho integral do controlador PID e, por esta razão, maximizar  $k_i$  é adotada como função de custo nesse método.

Apenas minimizar a Integral do Erro não garante uma resposta satisfatória do sistema, já que esta pode ser oscilatória. Para que isso não aconteça, restrição de robustez é imposta. No método MIGO, o máximo da função sensibilidade, definida na equação (2.7), é o índice escolhido para restrição de robustez.

### 3.2.2 Projeto do Controlador

O conjunto de todas as combinações de parâmetros do PID que respeitam a restrição imposta a uma função sensibilidade forma uma região de robustez. Na Figura 3.1 é apresentada a região de robustez para o processo  $G(s) = 1/(s + 1)^4$ , tal que o controlador PID projetado está sob a restrição de que o pico da função sensibilidade resultante do sistema de controle é igual a 1,4 ( $M_S = 1,4$ ).

Para determinar algebricamente a região de robustez, considere um processo com função de transferência  $G(s)$ , um controlador PID cuja função de transferência é  $C(s)$ , e

a função ganho de malha  $L(s)$ . Assuma que a função  $f$ , dada em 3.1, é igual ao quadrado da distância entre um ponto da curva de Nyquist da função ganho de malha ao ponto crítico  $-1$  e é dada por

$$f(k_p, k_i, k_d, \omega) = |1 + L(j\omega)|^2 = |1 + (k_p + j(k_d\omega - k_i/\omega)) G(j\omega)|^2. \quad (3.1)$$

Assuma agora que a distância entre o ponto da função ganho de malha e o ponto crítico deve ser maior ou igual a um  $r$ , portanto

$$f(k_p, k_i, k_d, \omega) \geq r^2. \quad (3.2)$$

É considerado ainda

$$G(j\omega) = \alpha_G(\omega) + j\beta_G(\omega) = \rho_G(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (3.3)$$

Agora a função  $f$  pode ser reescrita substituindo a função de transferência do processo por suas respectivas partes real e imaginária do seguinte modo

$$\begin{aligned} f(k_p, k_i, k_d, \omega) &= |1 + (k_p + j(k_d\omega - k_i/\omega)) (\alpha_G(\omega) + j\beta_G(\omega))|^2 \\ &= \rho_G^2 \left( k_p + \frac{\alpha_G}{\rho_G^2} \right)^2 + \frac{\rho_G^2}{\omega^2} \left( k_i + \frac{\omega\beta_G}{\rho_G^2} - k_d\omega^2 \right)^2 \leq r^2, \end{aligned}$$

logo, a condição de robustez pode ser escrita como

$$\left( \frac{\rho_G(\omega)}{r} \right)^2 \left( k_p + \frac{\alpha_G(\omega)}{\rho_G(\omega)^2} \right)^2 + \left( \frac{\rho_G(\omega)}{\omega r} \right)^2 \left( k_i + \frac{\omega\beta_G(\omega)}{\rho_G(\omega)^2} - \omega^2 k_d \right)^2 \leq 1. \quad (3.4)$$

Quando a restrição em (3.4) é satisfeita, os parâmetros do controlador pertencem à região de robustez. O projeto do controle PID pode então ser formulado como o seguinte problema de otimização: maximizar  $k_i$  sujeito à restrição de robustez em (3.4) e ainda restrições em  $k_p$  e  $k_d$ . O problema de otimização não é simples, já que a restrição em (3.4) deve ser satisfeita para todo  $\omega$  e o conjunto de parâmetros que satisfaz a restrição não é necessariamente convexo.

Com o intuito de simplificar o problema de otimização, é desenvolvida uma interpretação geométrica da restrição em (3.4). Observa-se que para valores de  $\omega$  e  $k_d$  fixos, a restrição de robustez em (3.4) representa o exterior de uma elipse no plano  $k_p - k_i$

$$\left(\frac{\rho_G(\omega)}{r}\right)^2 \left(k_p + \frac{\alpha_G(\omega)}{\rho_G(\omega)^2}\right)^2 + \left(\frac{\rho_G(\omega)}{\omega r}\right)^2 \left(k_i + \frac{\omega\beta_G(\omega)}{\rho_G(\omega)^2} - \omega^2 k_d\right)^2 = 1. \quad (3.5)$$

Essa elipse tem o centro em  $k_p = -\alpha_G/\rho_G$  e  $k_i = \omega^2 k_d - \omega\beta_G/\rho_G^2$ , e os eixos são paralelos aos eixos das coordenadas. A metade do eixo horizontal é de tamanho  $r/\rho_G$  e a metade vertical tem tamanho  $\omega r/\rho_G$ , Figura 3.2. Qualquer que seja o ponto  $(k_p, k_i)$  do exterior desta elipse, a restrição em (3.2) é aceita em seu limite, ou seja, a distância ao ponto crítico será igual a  $r$ . Na Figura 3.3 estão representadas três curvas de Nyquist da função ganho de malha de três controladores PI, cujos ganhos  $k_p$  e  $k_i$  são pertencentes ao exterior de uma mesma elipse como em (3.5).

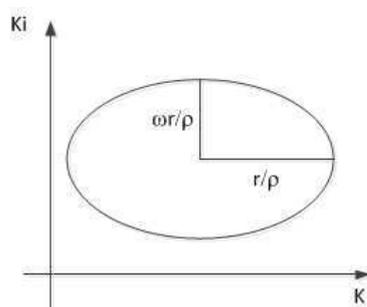


Figura 3.2: Representação geométrica da restrição em (3.4)

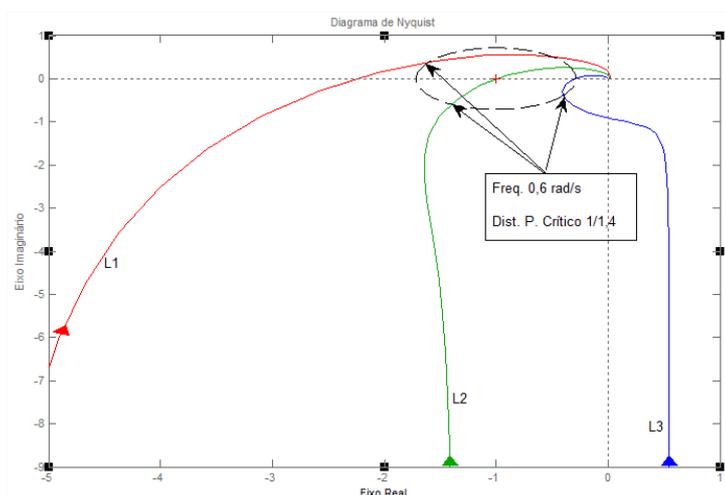


Figura 3.3: Curvas de Nyquist para função ganho de malha de três controladores PI, cujos ganhos pertencem a uma mesma elipse

No entanto, deseja-se que a distância da função ganho de malha para o ponto crítico seja no mínimo igual a  $r$  para todas as frequências. Quando  $\omega$  varia de 0 a  $\infty$ , as elipses formam um envelope

$$\begin{aligned} f(k_p, k_i, k_d, \omega) &= r^2, \\ \frac{\partial f}{\partial \omega}(k_p, k_i, k_d, \omega) &= 0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

que define uma fronteira da restrição de sensibilidade. Assume-se que o processo tem ganho positivo, portanto, a outra fronteira é o próprio plano  $k_p - k_d$ . Já que a função  $f$  é quadrática em  $k_i$ , o envelope tem dois ramos. Apenas um dos ramos corresponde a

sistemas estáveis em malha fechada, Figura 3.4.

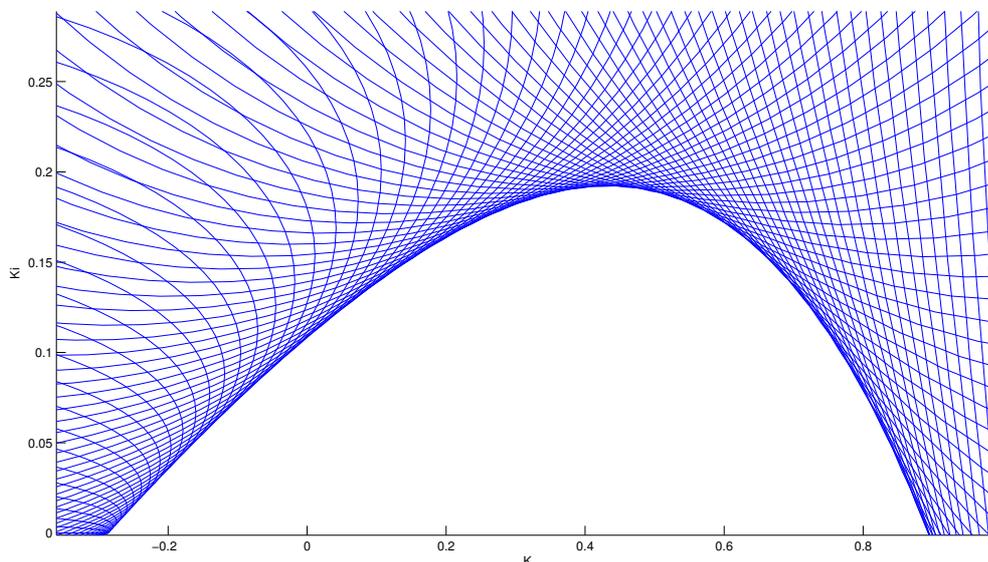


Figura 3.4: Envelope de elipses para  $k_d = 0$  e processo  $G(s) = 1/(s + 1)^4$

Na Figura 3.5 estão representadas três curvas de Nyquist da função ganho de malha de três controladores PI, cujos ganhos  $k_p$  e  $k_i$  pertencem a um envelope de elipses que satisfazem a equação do envelope em (3.6). Nesse caso, todas as três curvas estão a uma distância mínima  $r$  do ponto crítico, essa distância é representada pelo raio de uma circunferência que envolve o ponto crítico  $-1$ .

Uma vez compreendida a natureza das restrições (fronteiras), a solução do problema de otimização passa a ser o cálculo do maior valor de  $k_i$  no envelope de elipses. No entanto, dado que consome muito tempo gerar um envelope, é desenvolvido um algoritmo que obtém a solução de forma mais eficiente.

Considera-se o caso em que o envelope é suave, isto é, não possui arestas próximas ao máximo. O maior valor de  $k_i$  para um  $k_d$  fixo ocorre tangencialmente ao vértice inferior da elipse. De acordo com a equação da elipse em (3.5), o lugar geométrico do vértice vertical inferior é dado por

$$k_p(\omega) = -\frac{\alpha_G}{\rho_G^2} = -\frac{1}{\rho_G(\omega)} \cos \varphi(\omega), \quad (3.7)$$

$$k_i(\omega) = -\frac{\omega \beta_G}{\rho_G^2} - \frac{\omega r}{\rho_G} + \omega^2 k_d = -\frac{\omega}{\rho_G(\omega)} (r + \text{sen} \varphi(\omega)) + \omega^2 k_d. \quad (3.8)$$

O maior valor do ganho integral pode então ser obtido a partir da maximização de  $k_i$

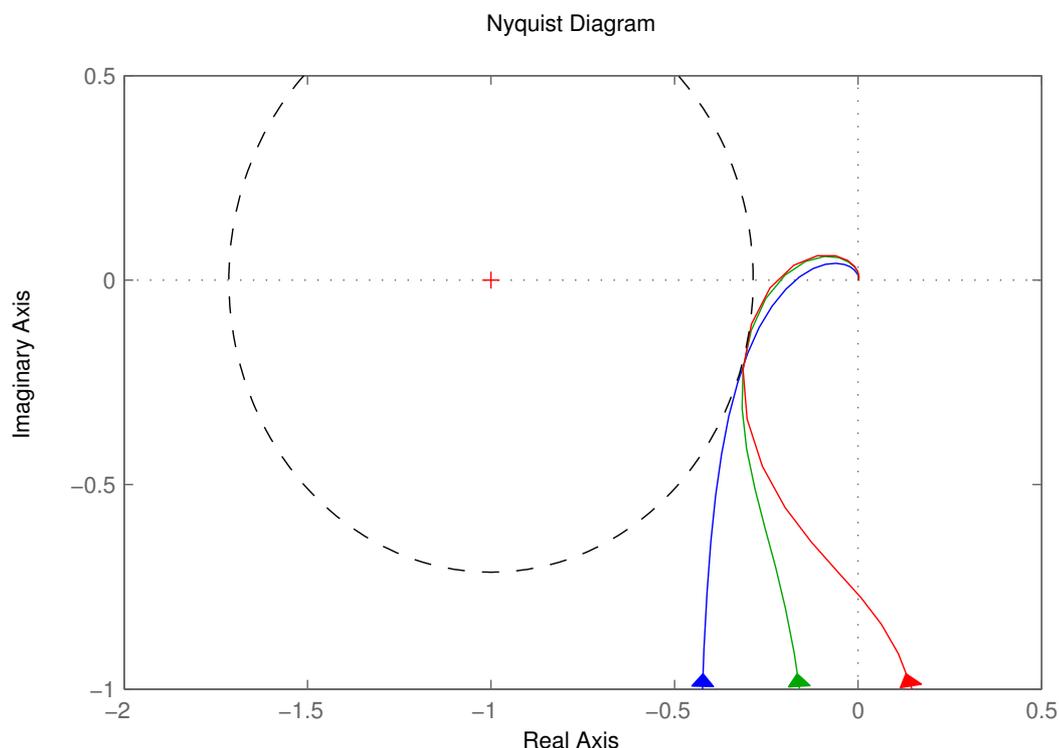


Figura 3.5: Diagrama de Nyquist da função ganho de malha para três controladores PI diferentes, cujos ganhos pertencem ao envelope de elipses em (3.6)

no lugar geométrico do vértice inferior da elipse. Ao derivar a equação de  $k_i$  em (3.8), tem-se

$$\frac{dk_i}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega(r + \text{sen}(\varphi))}{\rho_G} \right) + 2\omega k_d = 0, \quad (3.9)$$

a condição no extremo torna-se

$$h_{PID}(\omega) = (r + \text{sen}\varphi) \left( \frac{\rho'_G}{\rho_G} - \frac{1}{\omega} \right) - \varphi' \cos \varphi + 2\rho_G k_d = 0 \quad (3.10)$$

Para se obter o ótimo, é preciso achar a solução  $\omega_{PID}^*$  dessa equação. Métodos como o de Newton-Raphson ou da Bisseção podem ser usados para solucionar essa equação. Entretanto, esses métodos exigem condições iniciais adequadas, caso contrário soluções inapropriadas podem ser obtidas.

Em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006), especificações são propostas para classificar um grupo de sistemas em que é possível ter boas condições iniciais para solucionar a equação (3.10). Para isso, determina-se que a função de transferência do processo  $G(s)$  tem ganho positivo em baixas frequências e ainda

$$\frac{d \arg G(j\omega)}{d\omega} < 0, \quad (3.11)$$

$$\frac{d \log_{10} |G(j\omega)|}{d \log_{10} \omega} < 1. \quad (3.12)$$

Sob estas condições, no caso particular de um controlador PI, pode-se afirmar a partir da equação (3.10) que  $h_{PI}(\omega_{90}) > 0$  e que  $h_{PI}(\omega_{180-\arcsin(r)}) < 0$ . Portanto, a equação (3.10) para  $k_d = 0$  tem uma raiz no intervalo

$$\omega_{90} < \omega_{PI}^* \leq \omega_{180-\arcsin(r)}. \quad (3.13)$$

Note que para obter a solução de (3.10), é preciso estabelecer um valor para  $k_d$ . Para que se tenha um valor inicial de  $k_d$  adequado, propõe-se a solução de um controle somente proporcional e derivativo. Para o controle PD, é feita a maximização do ganho proporcional sujeito a restrições de robustez. Nesse caso, é preciso encontrar um valor de  $\omega$ , tal que satisfaça

$$h_{PD}(\omega) = (r + \cos \varphi) \frac{\rho'_G}{\rho_G} + \varphi' \operatorname{sen} \varphi = 0. \quad (3.14)$$

A partir desse valor de frequência obtido em (3.14), podem ser calculados os valores dos ganhos do controlador em

$$k_p(\omega) = -\frac{\alpha}{\rho_G^2} - \frac{r}{\rho_G} = -\frac{r + \cos \varphi}{\rho_G}, \quad (3.15)$$

$$k_d(\omega) = \frac{\beta}{\omega \rho_G^2} = \frac{\sin \varphi}{\omega \rho_G}. \quad (3.16)$$

Assim como no caso do controle *PI*, também é preciso ter condições iniciais adequadas para solucionar a equação (3.14) para um controle *PD*. Nesse caso, a solução  $\omega_{PD}^*$  está sempre no intervalo

$$\omega_{180} < \omega_{PD}^* \leq \omega_{180+\arccos(r)}. \quad (3.17)$$

### 3.2.3 Procedimento

O seguinte procedimento é usado para resolver o problema de projeto de controle PID de acordo com o Método MIGO (M-Constrained Integral Gain Optimization).

1. Obtenha o modelo em função de transferência de um processo.

2. Determine o valor do parâmetro de projeto expresso pelo máximo da função sensibilidade  $M_S$ . A menor distância  $r$  entre a função ganho de malha e o ponto crítico  $-1$  é igual a  $1/M_S$ .
3. Resolva a equação (3.10) para  $k_d = 0$  e obtenha  $\omega_{PI}^*$ .
4. Resolva a equação (3.14) e obtenha  $\omega_{PD}^*$ .
5. Calcule o ganho derivativo em (3.16). Este é o valor inicial do ganho derivativo  $k_d$  na solução do projeto do controle PID.
6. Resolva a equação (3.10) para o intervalo inicial  $(\omega_{PI}^*, \omega_{PD}^*)$  e com o valor de  $k_d$  obtido anteriormente.
7. Calcule os demais ganhos do controlador PID a partir de (3.7) e (3.8) com o valor de  $\omega^*$  obtido no passo anterior.
8. Calcule o valor de  $\|S\|_\infty$  para uma faixa de frequências ao redor de  $\omega^*$  e teste a restrição de robustez. Se  $\|S\|_\infty < M_S$ , seguir para o próximo passo. Se  $\|S\|_\infty \geq M_S$ , finalizar o algoritmo.
9. Aumente  $k_d$  e retorne ao passo 6.

### 3.2.4 Comentários

O método MIGO obtém os parâmetros PID pela solução de equações não lineares. Os métodos numéricos sugeridos são Bisseção ou Newton-Raphson. Para o uso correto do método algumas avaliações prévias são sugeridas, como a avaliação de quais processos são possíveis de se usar no método e indicação de qual faixa de valores de frequência a se considerar na solução das equações não lineares. No entanto, nada é considerado sobre o passo de incremento do ganho derivativo, isso resulta em um conflito entre o desempenho computacional na solução do método e a precisão do valor de  $\|S\|_\infty$  obtido ao final da rotina. Outra desvantagem é que não se calcula o valor ótimo do filtro derivativo e nem o mesmo é considerado no método, isso pode provocar diferença entre o requisito de robustez especificado em projeto e aquele obtido ao se aplicar a sintonia no controlador.

## 3.3 O Método de Sintonia K-L

### 3.3.1 Introdução

O método de sintonia ótima apresentado nessa seção é proposto em (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2002), aqui chamado de método K-L. Nesse método, três critérios de desempenho e robustez são adotados no problema de otimização dos parâmetros do controlador PID. Tais critérios são todos fundamentados em funções sensibilidade do sistema de controle em malha fechada. O objetivo é o de minimizar a ação da perturbação de carga no processo, isso sob restrições que garantam tanto a estabilidade do sistema quanto limites na atividade de controle.

### 3.3.2 Projeto do Controlador

O critério de desempenho no projeto do controlador PID é aquele estabelecido na equação (2.19):

$$J_v = \left\| \frac{1}{s} S_v(s) \right\|_{\infty}.$$

Como já visto, minimizar o critério  $J_v$  corresponde a minimizar a Integral do Erro (IE). Essa minimização é realizada sob restrições tanto no pico da função sensibilidade, equação (2.7), quanto no pico da função sensibilidade complementar, equação (2.8). Para considerar esses dois índices em uma única restrição, é definido o critério da sensibilidade máxima generalizada  $GM_S$ , cuja formulação é dada por:

$$GM_S = \max(\|S\|_{\infty}, \alpha_T \|T\|_{\infty}). \quad (3.18)$$

O parâmetro  $\alpha_T$  é igual a  $M_S/M_T$ , desse modo o critério  $GM_S$  converte a medição de  $M_T$  ao nível correspondente de  $M_S$ .

Como detalhado na seção 2.3.1, o máximo das funções sensibilidade  $S$  e sensibilidade complementar  $T$  formam regiões circulares no plano de Nyquist. O objetivo dessa restrição é o de manter a curva de Nyquist da função ganho de malha a uma distância mínima do ponto crítico. Essa distância, portanto, é definida pelos valores atribuídos a  $M_S$  e  $M_T$ .

Por fim, é adicionada uma restrição que limita a ação de controle do controlador projetado. Mudanças rápidas na variável de controle são degradativas, já que criam desgastes em válvulas e motores, assim como períodos de saturação na ação do atuador. Em geral, uma razão para essas variações rápidas na ação de controle é devido à realimentação dos ruídos de medição no sistema, representados pelo sinal  $w(t)$  na Figura 2.1. Os efeitos do

ruído de medição são capturados pela função de transferência entre o ruído de medição e o sinal de controle,  $S_u$ . Portanto, utiliza-se do critério de custo definido em (2.20):

$$J_u = \|S_u\|_\infty = \|C(s)S(s)\|_\infty.$$

A formulação do PID nesse caso é aquela chamada de formulação de Bode:

$$C(s) = k_i \frac{1 + 2\zeta\tau s + (\tau s)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}. \quad (3.19)$$

Essa formulação é a escolhida para evitar o aparecimento de zeros complexos na solução ótima (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006b). Dessa forma, os parâmetros resultantes do PID são o amortecimento  $\zeta$  e constante de tempo  $\tau$  dos zeros do controlador, o ganho integral  $k_i$ , e a variável  $\beta = k_\infty/(\tau k_i)$ , onde  $k_\infty$  é o ganho do controlador em alta frequência. O vetor  $\sigma$  é definido, portanto, como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} k_i & \tau & \zeta & \beta \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

A conversão desses parâmetros do controlador PID na formulação de Bode em (3.19) para os parâmetros da formulação PID em (2.1) é dada por:

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{\tau}{\beta}, \\ k_d &= k_i \left(\frac{\tau}{\beta}\right)^2 (\beta^2 - 2\zeta\beta + 1), \\ k_p &= k_i \frac{\tau}{\beta} (2\zeta\beta - 1). \end{aligned}$$

### 3.3.3 Procedimento

O objetivo no problema de otimização é calcular os parâmetros do controlador PID tal que este minimize os efeitos de perturbação de carga na saída do sistema. Isso é feito sob a minimização do critério de desempenho  $J_v$ . Essa minimização é realizada sob restrições de robustez e de limitação na ação de controle. Dessa forma, as restrições feitas no problema de otimização são impostas sob os critérios  $GM_S$  e  $J_u$ . Portanto, o problema de otimização pode ser descrito como

$$\min_{\sigma} J_v(\sigma), \quad GM_S(\sigma) \leq \lambda_1, \quad J_u(\sigma) \leq \lambda_2, \quad (3.21)$$

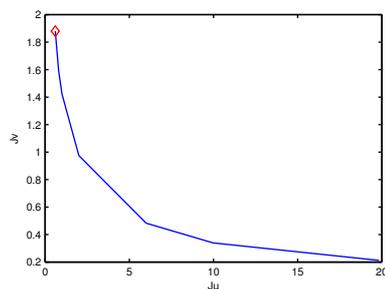


Figura 3.6: Gráfico de  $J_v$  versus  $J_u$  para função ganho de malha cujo processo é  $\frac{-1,87}{48,5s^2+8,96s+1}$  e controlador projetado pelo problema de otimização em (3.21).

no qual o vetor  $\sigma$  é preenchido pelos parâmetros do controlador PID como em (3.20), e  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são constantes.

### 3.3.4 Comentários

Esse método de sintonia não é necessariamente convexo. A dependência da condição inicial atribuída ao vetor de parâmetros do PID (vetor  $\sigma$ ) é importante no desempenho desse problema de otimização. Inclusive, caso o vetor de parâmetros inicial corresponda a um PID que instabilize o sistema em malha fechada, é muito provável que a solução final também seja um controlador que instabilize o sistema.

Já o valor limite de  $\lambda_2$  deve ser escolhido a depender do quão agressiva se deseja a malha de controle. A princípio, não se sabe qual a faixa de valores a se atribuir a  $\lambda_2$ , isto varia de acordo com o modelo do processo usado na sintonia. No entanto, sabe-se que quanto maior o valor de  $\lambda_2$ , maior será o valor obtido de  $J_u$  e, assim, maior a agressividade da ação de controle. Do mesmo modo, um valor alto de  $J_u$  resulta também em uma menor robustez do sistema. Sendo assim, é preciso fazer um estudo para estabelecer um valor de  $\lambda_2$  que satisfaça tanto os requisitos de desempenho quanto de robustez.

Sugere-se que para tomar a decisão de qual valor é assumido para limitar  $J_u$ , deve-se resolver o problema de otimização para um conjunto de valores de  $\lambda_2$ . Para cada valor atribuído a  $\lambda_2$ , um problema de otimização é resolvido e, portanto, em cada caso o resultado obtido é um vetor  $\sigma$  de parâmetros do PID, bem como os respectivos valores obtidos para  $J_v$  e  $J_u$ . Desse modo, a curva de  $J_v$  versus  $J_u$  é traçada para visualizar o comportamento do índice de desempenho de  $J_v$  em função de  $J_u$ , como ilustrado na Figura 3.6.

A escolha do  $\lambda_2$  afeta a resposta do sistema. Na Figura 3.7 é ilustrada a resposta do sistema a uma variação em degrau unitário na referência. A curva destacada é a da sintonia resultante do problema de otimização cujo  $\lambda_2$  é o menor do conjunto. Nota-se,

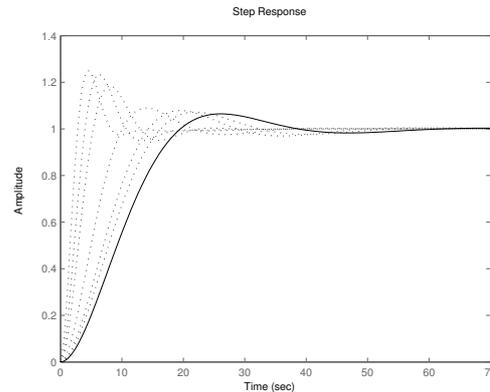


Figura 3.7: Resposta a variação no setpoint para sintonias obtidas por  $\lambda_2$  distintos. Destaque para a sintonia cujo  $\lambda_2$  é mínimo.

como esperado, que essa sintonia tem reação mais suave ao se comparar com as demais sintonias nas quais o valor de  $\lambda_2$  é maior.

## 3.4 O Método de Sintonia K-K-L

### 3.4.1 Introdução

Assim como nos outros métodos de sintonia apresentados até aqui, o método de Sintonia K-K-L (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) também tem por objetivo minimizar os efeitos de perturbações na saída do sistema de controle. A principal diferença em relação aos demais métodos apresentados é que nesse o problema de otimização proposto é linear. Para tanto, uma nova margem de estabilidade é definida, a qual garante um limite mínimo nas margens de ganho, margem de fase e no pico da função sensibilidade. A principal vantagem da nova margem é que esta é linear em relação aos parâmetros de um controlador parametrizado.

### 3.4.2 Projeto do Controlador

A função de transferência do controlador PID em (2.1) é reescrita como:

$$C(s) = \rho^T \phi(s) \quad (3.22)$$

onde  $\rho^T = [k_p \quad k_i \quad k_d]$  e  $\phi(s) = [1 \quad \frac{1}{s} \quad \frac{s}{T_f s + 1}]$ . O parâmetro  $T_f$  é a constante de tempo do filtro de ruído e deve ser conhecida. A dinâmica de  $G(s)$  pode ser representada por um número finito  $N$  de pontos de frequência,  $G(j\omega_k)$   $k = 1, \dots, N$ . Para essa

parametrização, cada ponto no diagrama de Nyquist de  $L(j\omega_k)$  pode ser escrito como uma função linear dos parâmetros de controle da seguinte forma:

$$L(j\omega_k) = \rho^T \Re(\omega_k) + j\rho^T \Im(\omega_k), \quad (3.23)$$

onde  $\Re(\omega_k)$  e  $\Im(\omega_k)$  são, respectivamente, as partes real e imaginária de  $\phi(j\omega_k)G(j\omega_k)$ .

Considere uma linha reta  $r_n$  que cruza o eixo real negativo entre 0 e  $-1$  cuja distância para o ponto crítico é dada por  $\ell$ . O ângulo formado entre  $r_n$  e o eixo real é  $\alpha$  cujo valor está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , Figura 3.8. A linha reta  $r_n$  divide o plano complexo em duas regiões. A ideia é manter a curva de Nyquist da função ganho de malha do sistema de controle projetado na região que não contém o ponto crítico.

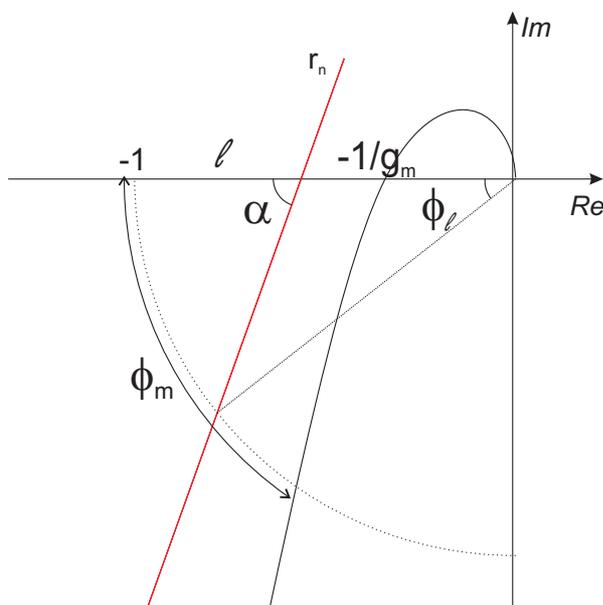


Figura 3.8: A reta  $r_n$ , a distância  $\ell$  e o ângulo  $\alpha$

De acordo com a equação (3.23), a curva da função ganho de malha é composta de  $N$  pontos complexos

$$(\rho^T \Re(\omega_k), \rho^T \Im(\omega_k)). \quad (3.24)$$

Logo, para manter esses  $N$  pontos à direita de  $r_n$ , a seguinte inequação deve ser satisfeita

$$\rho^T (\cot \alpha \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k. \quad (3.25)$$

A inequação em (3.25) é obtida por análise geométrica. Observe na Figura 3.8 que a reta  $r_n$  cruza os pontos  $(\ell - 1, 0)$  e  $(-\cos \Phi_l, -\text{sen} \Phi_l)$ . Assuma que  $(x, z)$  é um ponto no diagrama de Nyquist, assim a reta  $r_n$  pode ser caracterizada da seguinte forma:

$$\frac{z - 0}{x + 1 - \ell} = \frac{-\text{sen}\Phi_l - 0}{-\cos\Phi_l + 1 - \ell}, \quad (3.26)$$

reorganizando,

$$z = \frac{\text{sen}\Phi_l}{\cos\Phi_l + \ell - 1}(x + 1 - \ell). \quad (3.27)$$

Cada um dos  $N$  pontos em (3.24) deve estar à direita de  $r_n$ . Para isso, a seguinte inequação deve ser satisfeita:

$$\rho^T \Im(\omega_k) \leq \frac{\sin\Phi_l}{\cos\Phi_l + \ell - 1}(\rho^T \Re(\omega_k) + 1 - \ell), \quad (3.28)$$

que pode ser simplificada ao se utilizar o coeficiente angular da reta  $r_n$ :

$$\tan\alpha = \frac{\sin\Phi_l}{\cos\Phi_l + \ell - 1}. \quad (3.29)$$

Desse modo, chega-se à inequação em (3.25):

$$\rho^T (\cot\alpha \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) + \ell \leq 1.$$

Por fim, note que a distância  $\ell$  e o ângulo  $\alpha$  estabelecem margens de robustez à malha de controle projetada. Quanto maiores os valores de  $\ell$  e  $\alpha$ , maior a distância da curva de Nyquist da função ganho de malha ao ponto crítico. Ainda,  $\ell$  e  $\alpha$  são relacionados às bem conhecidas margens de estabilidade, a margem de ganho

$$g_m \geq \frac{1}{1 - \ell}, \quad (3.30)$$

e a margem de fase:

$$\Phi_m \geq \arccos \left( (1 - \ell) \sin^2 \alpha + \cos \alpha \sqrt{1 - (1 - \ell)^2 \sin^2 \alpha} \right). \quad (3.31)$$

Portanto, limites mínimos nas margens de ganho e de fase podem ser garantidos por valores apropriados de  $\alpha$  e  $\ell$ .

### 3.4.3 Procedimento

O objetivo do problema de otimização proposto é o de aprimorar o desempenho do sistema em malha fechada em termos de rejeição da perturbação de carga. Isso é feito ao se maximizar o parâmetro de controle  $k_i$  (ganho integral no controlador PID), o que também implica em uma redução do  $IE$ . Há ainda restrição de robustez definida pelas margens

lineares  $\alpha$  e  $\ell$ . Dessa forma, o problema de otimização é formulado como:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} && k_i \\ & \text{sujeito a} && \rho^T (\cot\alpha \Im(\omega_k) - \Re(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k. \end{aligned} \tag{3.32}$$

### 3.4.4 Comentários

Os indicadores de robustez clássicos são funções não lineares dos parâmetros do controlador. Os problemas de otimização com restrições nesses indicadores proporcionam problemas de otimização não lineares. Esses problemas não são intuitivos, são normalmente complexos e necessitam de grande esforço computacional. Como alternativa, uma nova margem de estabilidade sugerida em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) produz restrições lineares para o problema de otimização em que o desempenho do sistema é maximizado. A principal consequência é que o problema de otimização proposto é solucionado por uma abordagem simples por programação linear.

Observa-se ainda que para a solução deste problema de otimização, o número de pontos de frequência  $k = 1, \dots, N$  é uma variável importante em relação ao esforço computacional. Quanto maior o valor de  $N$ , maior o tempo necessário para a solução do problema. Por outro lado,  $N$  não pode ser pequeno de tal modo que a dinâmica do sistema seja mal caracterizada. Outro ponto importante é o espaçamento entre as frequências  $\omega_k$ , que também devem ser escolhidas de maneira que todas as regiões de frequência estejam presentes no problema.

## 3.5 Resultados de Simulação

Nesta seção os procedimentos de sintonia apresentados neste Capítulo são aplicados a três processos de uma entrada e uma saída. Os processos aplicados foram selecionados do *benchmark* de processos proposto em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Para cada exemplo projetam-se dois controladores PID, um mais agressivo que o outro, a depender das especificações de robustez admitidas.

Apesar de cada método apresentado utilizar uma formulação diferente do controlador PID, os resultados das simulações são mostrados em uma mesma formulação. Portanto, as tabelas com resultados em todos os casos simulados são para a equação do PID expressa por:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{sk_d}{T_f s + 1}$$

As simulações foram realizadas utilizando o pacote Simulink®, que compõe o Matlab®, e o método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem. O período de amostragem utilizado em todas as simulações foi  $T_s = 0,1$  segundo. As ações proporcional e integral são calculadas em função do erro, enquanto que a ação derivativa é calculada em função da variável do processo.

Além dos parâmetros do controlador, os índices de desempenho e de robustez apresentados no Capítulo 2 são calculados nos exemplos. Em particular, o índice IAE é calculado somente para a perturbação  $v$  em degrau unitário na entrada do processo e não para as variações no setpoint.

### 3.5.1 Exemplo 1

Neste exemplo o processo é

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^4}, \quad (3.33)$$

são realizados dois projetos de controlador PID para cada técnica apresentada nesse Capítulo. Estabeleceu-se uma sintonia cuja resposta do sistema é mais rápida, controlador  $C_1$ , e outra comparativamente mais lenta, controlador  $C_2$ . Os resultados da aplicação das técnicas MIGO, K-L e K-K-L são apresentados nos três subtópicos a seguir.

#### Caso 1 - Método de Sintonia MIGO

Para este exemplo, o Algoritmo MIGO apresentado na seção 3.2.3 é aplicado. É verificado que o modelo do processo deste exemplo atende as condições estabelecidas em (3.11) e (3.12) e que, por isso, pode-se fazer a estimativa inicial do intervalo de frequência  $(\omega_{PI}^*, \omega_{PD}^*)$  em que há solução de  $h_{PID}(\omega)$ . É ainda estabelecido o parâmetro de sintonia, o máximo da função sensibilidade, para cada projeto. No caso em que se espera uma resposta rápida do sistema, foi projetado o controlador  $C_1$  para um valor de  $M_S = 1,7$ . Já para o caso de resposta mais suave, é definido  $M_S = 1,4$  no projeto do controlador  $C_2$ . Os resultados dos parâmetros obtidos para estes dois controladores são mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 1

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	2,05	1,49	2,82	0,10
$C_2$	1,31	0,76	1,71	0,10

Nesse algoritmo, a constante de tempo do filtro derivativo não é considerada no projeto. Por essa razão, o valor padrão de 0,1 foi estabelecido nos dois controladores projetados. No entanto, essa alteração implica em diferenças entre o valor especificado do pico da função sensibilidade  $M_S$  e aquele obtido com os parâmetros calculados pelo método MIGO. Na Tabela 3.2 estão os valores especificados de  $\|S\|_\infty$  no projeto, assim como os resultados obtidos para o respectivo controlador com e sem o filtro derivativo.

Tabela 3.2: Valor de  $\|S\|_\infty$  especificado e obtido para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 1 - Caso 1

	Especificado	Computado		
		$\ S\ _\infty (T_f = 0)$	$\ S\ _\infty (T_f = 0, 1)$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,70	1,93	1,57
$C_2$	1,40	1,40	1,49	2,19

Na Tabela 3.2 são apresentados os valores calculados de  $IAE$  para cada controlador, nesse caso, considera-se o filtro derivativo como mostrado na Tabela 3.1. São mostradas na Figura 3.9 as respostas do sistema em malha fechada a duas variações em degrau unitário: na referência  $r$  (em  $t = 0s$ ) e na perturbação  $v$  (em  $t = 30s$ ). Como especificado no projeto, o sistema com controlador  $C_1$ , cujo parâmetro de sintonia foi  $M_S = 1,7$ , tem resposta mais agressiva que o sistema com controlador  $C_2$ . Por responder mais rapidamente à perturbação adicionada ao sistema, a malha com controlador  $C_1$  tem um valor de  $IAE$  menor.

### Caso 2 - Método de Sintonia K-L

Nesse caso, o problema de otimização mostrado na Seção 3.3.3 é aplicado. Utiliza-se da *toolbox* de otimização do Matlab para a solução do problema de minimização não linear com restrições, o algoritmo escolhido é o do Ponto Interior.

Inicialmente, o problema de otimização é resolvido para valores diversos de restrição no critério  $J_u$ . Para os mesmos valores fixos de restrição em  $M_S$  e  $M_T$ , quanto maior for o valor de  $J_u$ , menor o valor da função de custo a ser minimizada  $J_v$ . No entanto, um valor alto de  $J_u$  resulta em parâmetros de controlador agressivo, cuja robustez à imprecisão do modelo é baixa. Outra observação sobre o critério  $J_u$  é que este, ao contrário dos critérios  $M_S$  e  $M_T$ , não possui uma faixa de valores fixa independentemente do modelo do processo aplicado no problema de otimização.

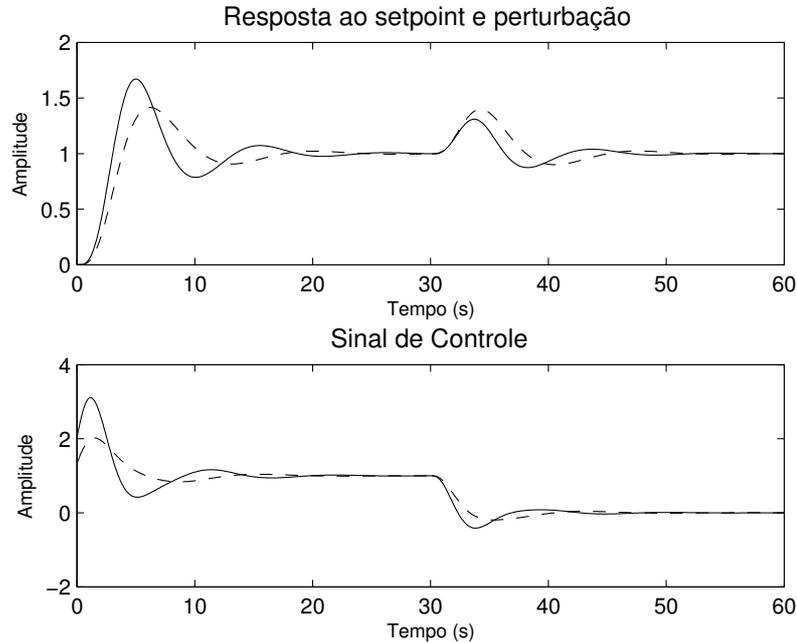


Figura 3.9: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_1$  - linha sólida:  $C_1$  com  $M_S = 1,7$ , linha tracejada:  $C_2$  com  $M_S = 1,4$

Para o projeto do controle mais agressivo, foram propostos os seguintes valores de restrições ao problema de otimização:  $M_S = 1,7$ ,  $M_T = 1,3$  e limite em  $J_u$  com  $\lambda_2 = 8,0$ . O resultado é um índice  $J_v = 1,61$  e os parâmetros do PID mostrados na primeira linha da Tabela 3.3. Já para o projeto do controle mais lento, as restrições impostas são:  $M_S = 1,4$ ,  $M_T = 1,3$  e limite em  $J_u$  dado por  $\lambda_2 = 2,0$ . A função de custo resultante é  $J_v = 3,97$  e os parâmetros do PID são mostrados na segunda linha da Tabela 3.3. Note que para esse método, o filtro derivativo é parte integrante da sintonia.

Tabela 3.3: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 2

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	1,43	0,70	1,56	0,23
$C_2$	0,55	0,25	0,20	0,14

Na Tabela 3.4, têm-se os valores máximos admitidos de pico da função sensibilidade  $M_S$  e pico da função sensibilidade complementar  $M_T$  definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ . Bem como os valores computados do pico das funções sensibilidade  $\|S\|_\infty$  e da função sensibilidade complementar  $\|T\|_\infty$  com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas

para os dois controladores projetados. Na Tabela 3.4 há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação  $v$  em degrau unitário na entrada do processo.

Tabela 3.4:  $IAE$ ,  $\|S\|_\infty$  e  $\|T\|_\infty$  para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 1 - Caso 2

	Especificado		Computado		
	$M_S$	$M_T$	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,3	1,70	1,20	1,93
$C_2$	1,40	1,3	1,40	1,00	4,11

As curvas da resposta dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência e a uma perturbação também em degrau unitário na entrada do processo são mostradas na Figura 3.10. De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema cujo controlador é  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ . Além disso, o sistema com o controlador  $C_1$  é aquele que obtém menor valor do critério  $J_v$ , como consequência esse sistema responde mais rapidamente à perturbação em relação ao sistema cujo controlador é  $C_2$ .

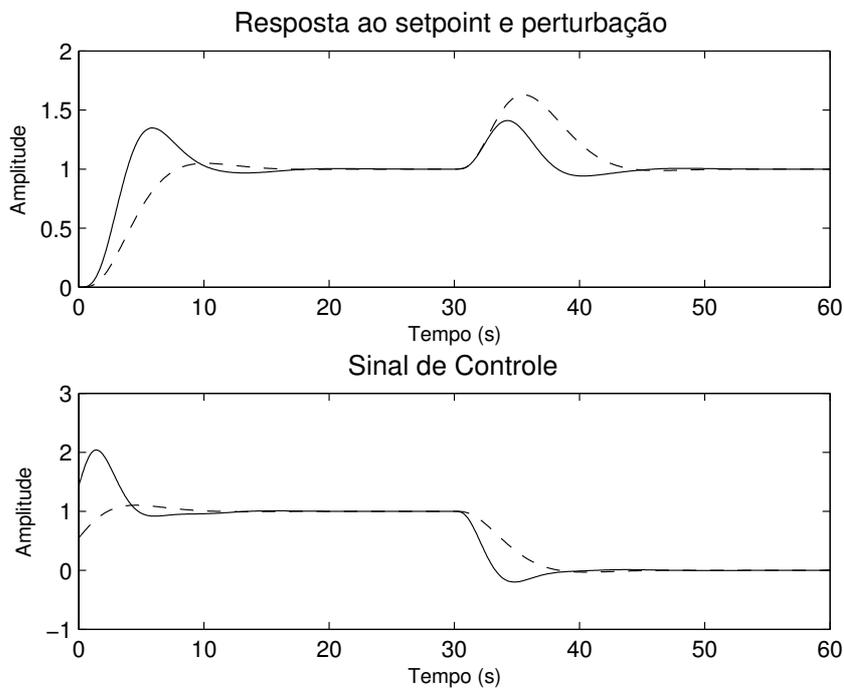


Figura 3.10: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_1$  - linha sólida:  $C_1$  , linha tracejada:  $C_2$

**Caso 3 - Método de Sintonia K-K-L**

O problema de otimização por programação linear apresentado na Seção 3.4 é aplicado ao modelo de processo desse exemplo. As especificações de projeto são os valores mínimos permitidos às margens de ganho e de fase. Para o projeto do controlador  $C_1$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 1,8$  e  $\Phi_{m_{min}} = 30^\circ$ . Já para o projeto do controlador  $C_2$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 3,0$  e  $\Phi_{m_{min}} = 65^\circ$ . Esses valores são traduzidos para as margens lineares  $\ell$  e  $\alpha$  de acordo com as equações (3.30) e (3.31) para que o problema (3.32) seja resolvido.

Na Tabela 3.5 os resultados dos parâmetros PID dos controladores  $C_1$  e  $C_2$  são mostrados. Apesar da constante de tempo  $T_f$  do filtro derivativo não ser resultado do método, o valor que é atribuído a  $T_f$  é usado nos cálculos das especificações de margens pelo método de sintonia. Ou seja, os parâmetros  $k_p$ ,  $k_i$  e  $k_d$  são calculados considerando  $T_f = 0,1$ .

Tabela 3.5: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 1 - Caso 3

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	2,70	1,82	4,71	0,10
$C_2$	1,27	0,49	1,8	0,10

Na Tabela 3.6, têm-se os valores mínimos de margem de ganho e de fase definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ , bem como os valores das margens calculadas com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas para os dois controladores projetados. Para o controlador  $C_1$ , as margens estão próximas ao mínimo estabelecido no problema. Na Tabela 3.6 há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação em degrau na entrada do processo. O valor obtido para o  $IAE$  é menor para a malha fechada cujo controlador é  $C_1$ , e ainda as margens de ganho e de fase são menores que as obtidas no projeto do controlador  $C_2$ .

Tabela 3.6: IAE e Margens obtidas para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 1 - Caso 3

	Especificado		Computado		
	$g_{m_{min}}$	$\Phi_{m_{min}}$	$g_m$	$\Phi_m$	$IAE$
$C_1$	1,80	$30^\circ$	1,97	$37,59^\circ$	1,00
$C_2$	3,00	$65^\circ$	4,53	$71,36^\circ$	2,32

As curvas da resposta dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência e a uma perturbação também em degrau unitário na entrada do processo são mostradas na Figura 3.11. De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema cujo controlador é  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ .

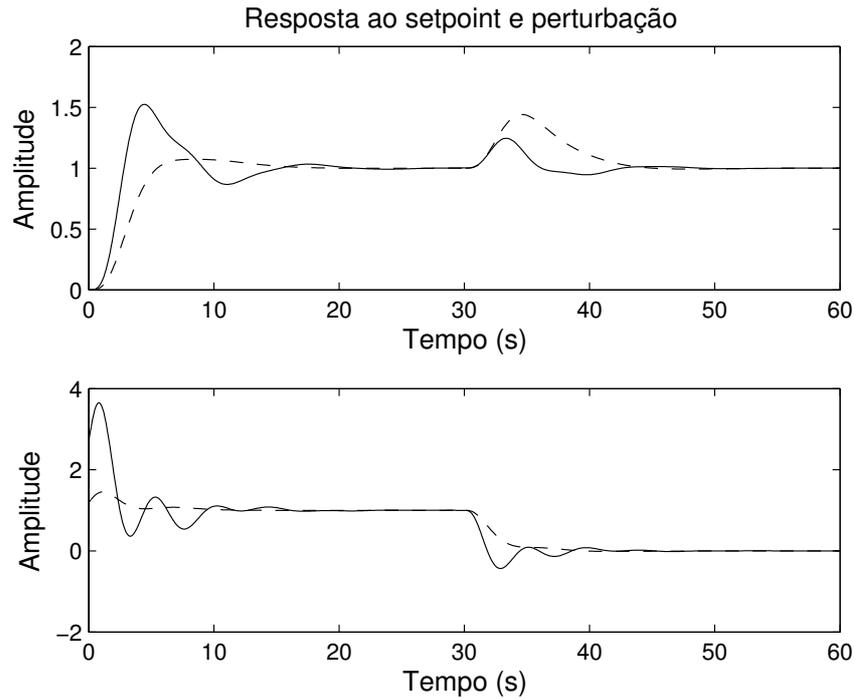


Figura 3.11: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_1$  - linha sólida:  $g_m = 1,8$  e  $\Phi_m = 30^\circ$ , linha tracejada:  $g_m = 3,0$  e  $\Phi_m = 65^\circ$

### 3.5.2 Exemplo 2

Neste exemplo o processo é

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)^3} e^{-5s}, \quad (3.34)$$

são projetados dois controladores PID para cada técnica apresentada no capítulo. Estabeleceu-se uma sintonia cuja resposta do sistema é mais rápida, controlador  $C_1$ , e outra comparativamente mais lenta, controlador  $C_2$ . As três técnicas obtiveram resultados para esse processo, as mesmas estão divididas nos três subtópicos a seguir.

**Caso 1 - Método de Sintonia MIGO**

Assim como no Exemplo 1, o processo definido neste novo exemplo também atende as condições estabelecidas em (3.11) e (3.12). A estimativa inicial  $(\omega_{PI}^*, \omega_{PD}^*)$  é calculada e inserida na aplicação do algoritmo MIGO apresentado na seção 3.2.3. Os parâmetros do controlador  $C_1$ , mais agressivo, foram obtidos para um valor de  $M_S = 1,7$ . Já para  $C_2$ , o valor definido foi  $M_S = 1,4$ . Os resultados obtidos para estes dois controladores são mostrados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 1

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	0,52	0,17	1,30	0,1
$C_2$	0,36	0,11	0,82	0,1

Nesse algoritmo, a constante de tempo do filtro derivativo não é considerada no projeto. Por essa razão, estabeleceu-se o valor padrão de 0,1 nos dois controladores projetados. No entanto, essa alteração implica em diferenças entre o valor especificado de  $\|S\|_\infty$  e aquele obtido com os parâmetros calculados pelo método MIGO. Na Tabela 3.8 estão os valores especificados de  $\|S\|_\infty$  no projeto, assim como os resultados obtidos para o respectivo controlador com e sem o filtro derivativo. Note ainda que, mesmo para o cálculo de  $\|S\|_\infty$  para  $T_f = 0$ , há diferença entre o valor obtido e o especificado. Isso se explica pelo fato de que o algoritmo se encerra assim que o pico da função sensibilidade calculado ultrapassa o valor especificado.

Tabela 3.8: Valor de  $\|S\|_\infty$  especificado e obtido para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 2 - Caso 1

	Especificado	Computado		
		$\ S\ _\infty (T_f = 0)$	$\ S\ _\infty (T_f = 0, 1)$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,73	1,79	8,82
$C_2$	1,40	1,42	1,42	10,24

Na Tabela 3.8 são mostrados os valores calculados de  $IAE$  para cada controlador, nesse caso, considera-se o filtro derivativo como mostrado na Tabela 3.7. São mostradas na Figura 3.12 as respostas do sistema em malha fechada a duas variações em degrau unitário: na referência  $r$  (em  $t = 0s$ ) e na perturbação  $v$  (em  $t = 50s$ ).

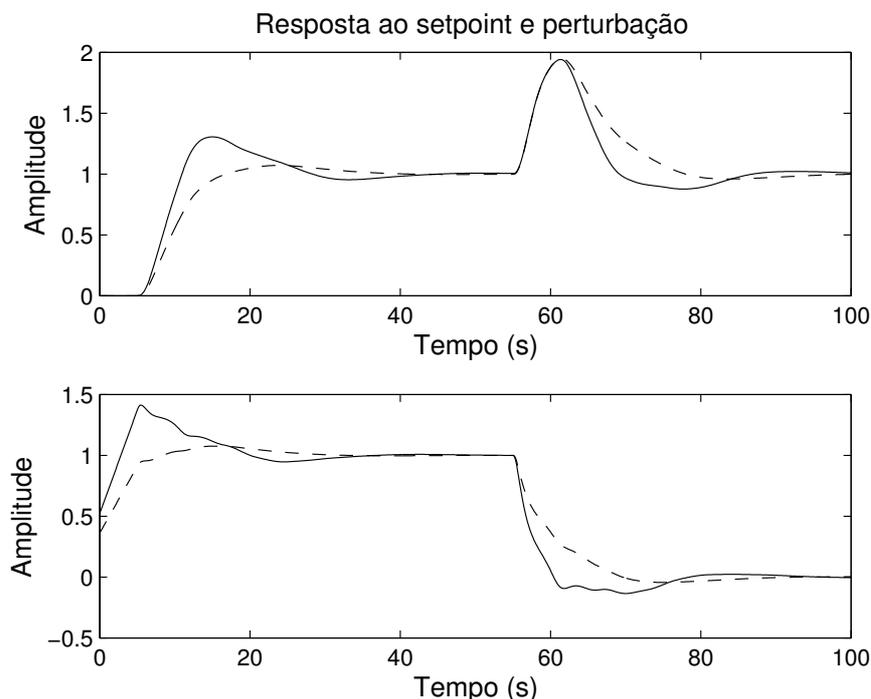


Figura 3.12: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_2$  - linha sólida:  $M_s = 1,7$ , linha tracejada:  $M_s = 1,4$ .

### Caso 2 - Método de Sintonia K-L

Nesse exemplo, nota-se uma faixa restrita de opções para o limite em  $J_u$ . Em um primeiro problema de otimização, estabeleceu-se as restrições  $M_S = 1,7$  e  $M_T = 1,3$ , além de um limite em  $J_u$  igual a 0,8. Entretanto, o problema de otimização infringiu o limite imposto em  $J_u$ , cujo mínimo alcançado foi de 1,0. Em um segundo problema, estabeleceu-se as mesmas restrições do problema anterior, exceto para  $J_u$ , cuja limitação foi de 4,0. O máximo valor de  $J_u$  obtido sem infringir as demais restrições foi de apenas 1,93 nesse segundo caso. Mesmo repetindo estes dois problemas para limites além da faixa de 1,0 a 1,93, os resultados da otimização para  $J_u$  são ainda os valores de 1,0 e 1,93 respectivamente. Desse modo, os resultados de sintonia desses dois extremos foram utilizados em simulação, o controlador  $C_1$  é o resultado do projeto para  $J_u = 1,93$ . Os respectivos parâmetros obtidos são mostrados na Tabela 3.9.

Tabela 3.9: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 2

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	0,43	0,14	0,88	0,59
$C_2$	0,28	0,07	0,28	3,71

Na Tabela 3.10, têm-se os valores máximos admitidos de pico da função sensibilidade  $M_S$  e pico da função sensibilidade complementar  $M_T$  definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ , bem como os valores computados do pico das funções sensibilidade  $\|S\|_\infty$  e da função sensibilidade complementar  $\|T\|_\infty$  com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas para os dois controladores projetados. Na Tabela 3.10 há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação em degrau na entrada do processo.

Tabela 3.10:  $IAE$ ,  $\|S\|_\infty$  e  $\|T\|_\infty$  para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 2 - Caso 2

	Especificado		Computado		
	$M_S$	$M_T$	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,3	1,70	1,10	9,24
$C_2$	1,40	1,3	1,54	1,00	14,44

As curvas da resposta dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência ( $t = 0s$ ) e a perturbação  $v$  também em degrau unitário na entrada do processo ( $t = 50s$ ) são mostradas na Figura 3.13. De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema cujo controlador é  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ . Além disso, o sistema com controlador  $C_1$  é o que obtém menor valor do critério  $J_v$ , como consequência esse sistema responde mais rapidamente à perturbação em relação ao sistema cujo controlador é  $C_2$ .

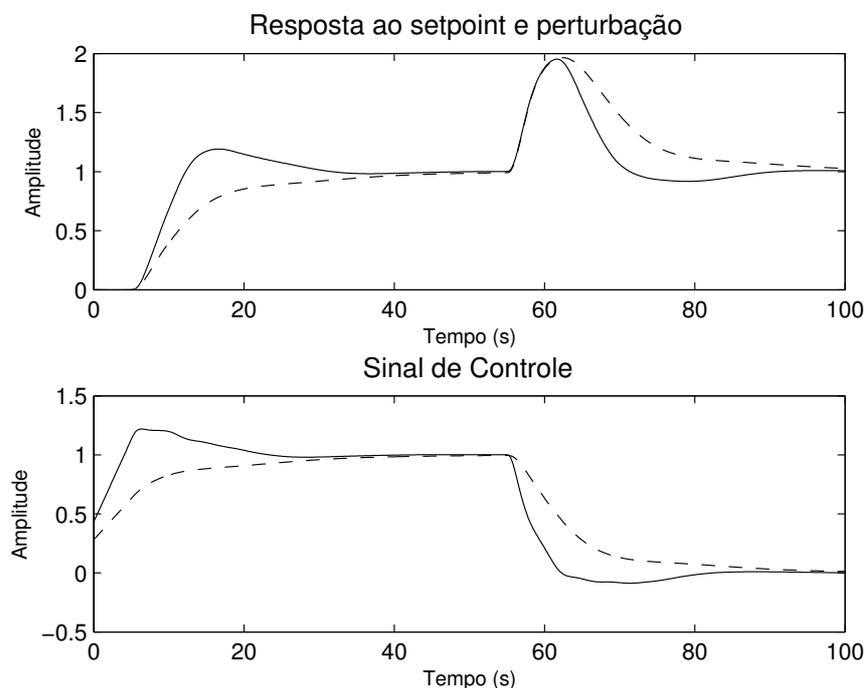


Figura 3.13: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_2$  - linha sólida:  $C_1$ , linha tracejada:  $C_2$ .

### Caso 3 - Método de Sintonia K-K-L

Nesse caso, o problema de otimização por programação linear apresentado na seção 3.4 é aplicado ao modelo de processo desse exemplo. As especificações de projeto são os valores mínimos permitidos às margens de ganho e de fase. Para o projeto do controlador  $C_1$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 2,0$  e  $\Phi_{m_{min}} = 60^\circ$ . Já para o projeto do controlador  $C_2$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 3,0$  e  $\Phi_{m_{min}} = 70^\circ$ . Esses valores são traduzidos para as margens lineares  $\ell$  e  $\alpha$  em (3.30) e (3.31), para que o problema (3.32) seja resolvido.

Na Tabela 3.11, os resultados dos parâmetros PID dos controladores  $C_1$  e  $C_2$  são mostrados. Apesar da constante de tempo  $T_f$  do filtro derivativo não ser resultado do problema de otimização, o valor que é atribuído a  $T_f$  é usado nos cálculos das especificações de margens pelo método de sintonia.

Tabela 3.11: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 2 - Caso 3

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	0,61	0,14	1,03	0,10
$C_2$	0,41	0,09	0,73	0,10

Na Tabela 3.12, têm-se os valores mínimos de margem de ganho e de fase definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ . Bem como os valores das margens calculadas com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas para os dois controladores projetados. Na tabela há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação  $v$  em degrau unitário na entrada do processo. O valor obtido para o  $IAE$  é menor para a malha fechada com controlador  $C_1$ , as margens de ganho e de fase são menores que as obtidas no projeto do controlador  $C_2$ .

Tabela 3.12: IAE e Margens obtidas para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 2 - Caso 3

	Especificado		Computado		
	$g_{m_{min}}$	$\Phi_{m_{min}}$	$g_m$	$\Phi_m$	$IAE$
$C_1$	2,00	60°	2,00	60,91°	7,66
$C_2$	3,00	70°	3,00	72,37°	11,25

São mostradas na Figura 3.14 as curvas das respostas dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência ( $t = 0$ ), e a uma perturbação  $v$  também em degrau unitário na entrada do processo ( $t = 50s$ ). De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema cujo controlador é  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ .

### 3.5.3 Exemplo 3

Nesse exemplo o processo é

$$G_3(s) = \frac{1}{(s + 1)(1 + 0,7s)(1 + 0,7^2s)(1 + 0,7^3s)}, \quad (3.35)$$

são realizados dois projetos de controlador PID para cada técnica apresentada nesse capítulo. Estabeleceu-se uma sintonia cuja resposta do sistema é mais rápida, controlador  $C_1$ , e outra comparativamente mais lenta, controlador  $C_2$ . As três técnicas obtiveram resultados para este processo, as mesmas estão divididas nos três subtópicos que seguem.

#### Caso 1 - Técnica de Sintonia MIGO

Assim como nos exemplos anteriores, o processo definido nesse terceiro exemplo também atende as condições estabelecidas em (3.11) e (3.12). A estimativa inicial  $(\omega_{PI}^*, \omega_{PD}^*)$  é

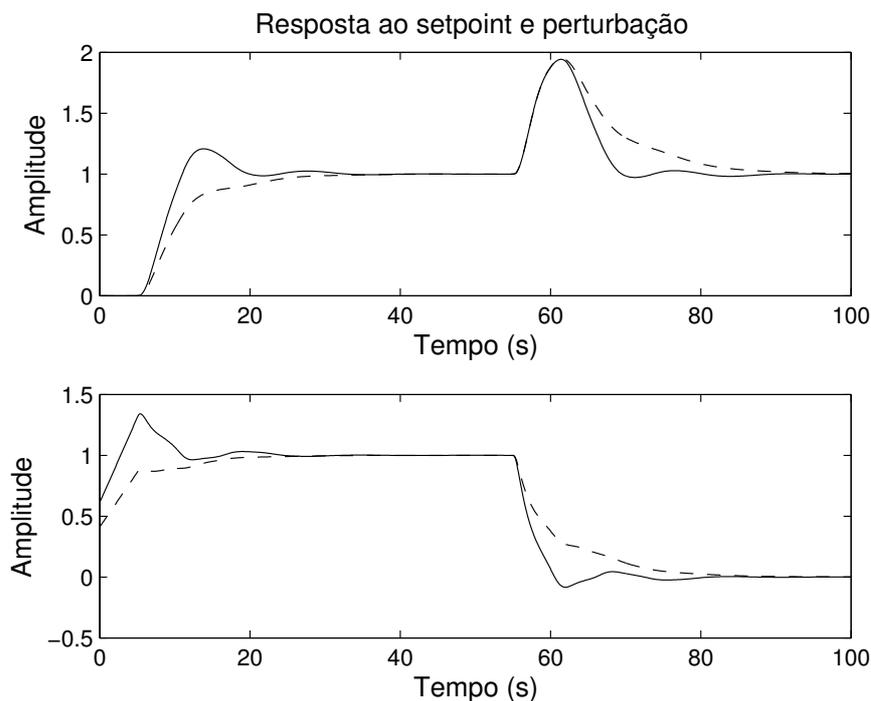


Figura 3.14: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_2$  - linha sólida:  $g_m = 2,0$  e  $\Phi_m = 60^\circ$ , linha tracejada:  $g_m = 3,0$  e  $\Phi_m = 70^\circ$ .

calculada e inserida na aplicação do Algoritmo MIGO apresentado na seção 3.2.3. Os parâmetros do controlador  $C_1$ , mais agressivo, foram obtidos para um valor de  $M_S = 1,7$ . Já para  $C_2$ , o valor definido foi  $M_S = 1,2$ . Os resultados obtidos para esses dois controladores são mostrados na Tabela 3.13.

Tabela 3.13: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 1

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	2,50	3,03	2,03	0,10
$C_2$	0,86	0,64	0,65	0,10

Nesse algoritmo, a constante de tempo do filtro derivativo não é considerada no projeto. Por essa razão, estabeleceu-se o valor padrão de 0,1 nos dois controladores projetados. No entanto, essa alteração resulta em diferenças entre o valor especificado de  $\|S\|_\infty$  e aquele obtido com os parâmetros calculados pelo método MIGO. Na Tabela 3.14 estão os valores especificados de  $\|S\|_\infty$  no projeto, assim como os resultados obtidos para o respectivo controlador com e sem o filtro derivativo. Note ainda que, mesmo para o cálculo de  $\|S\|_\infty$  para  $T_f = 0$ , há diferença entre o valor obtido e o especificado. Isso se explica pelo fato

de que o algoritmo se encerra após ultrapassar o valor especificado do máximo da função sensibilidade.

Tabela 3.14: Valor de  $\|S\|_\infty$  especificado e obtido para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 3 - Caso 1

	Especificado	Computado		
		$\ S\ _\infty (T_f = 0)$	$\ S\ _\infty (T_f = 0, 1)$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,71	2,17	0,75
$C_2$	1,20	1,20	1,27	1,88

Na Tabela 3.14 são apresentados os valores calculados de  $IAE$  para cada controlador, nesse caso, considera-se o filtro derivativo como mostrado na Tabela 3.13. São mostradas na Figura 3.15 as respostas do sistema em malha fechada a duas variações em degrau unitário: na referência  $r$  (em  $t = 0s$ ) e na perturbação  $v$  (em  $t = 20s$ ).

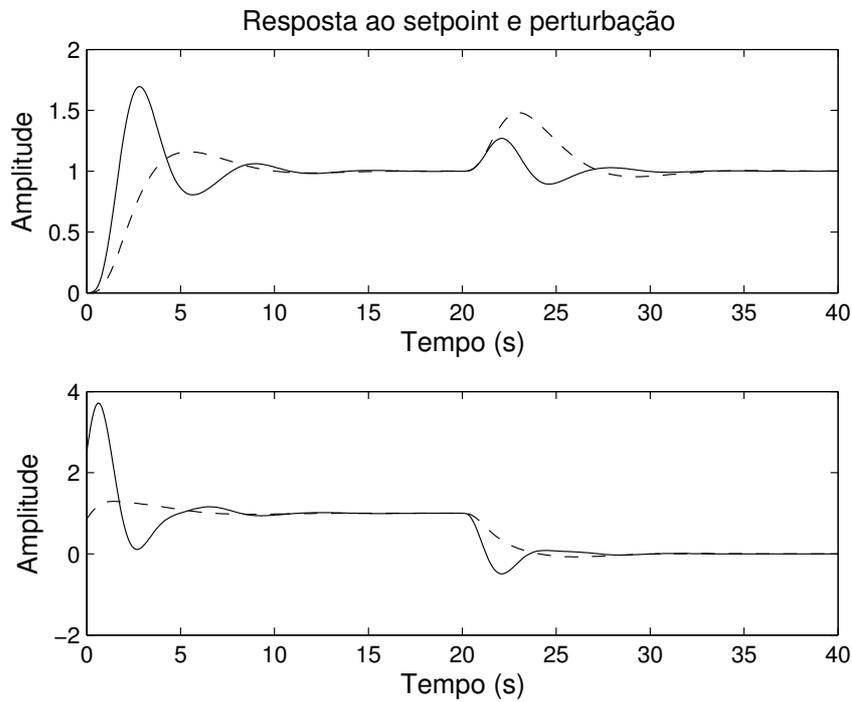


Figura 3.15: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_3$  - linha sólida:  $M_s = 1,7$ , linha tracejada:  $M_s = 1,2$ .

**Caso 2 - Método de Sintonia K-L**

Para o projeto do controle mais agressivo, foram propostos os seguintes valores de restrições ao problema de otimização:  $M_S = 1,7$ ,  $M_T = 1,3$  e limite em  $J_u$  com  $\lambda_2 = 9,0$ . O resultado é um índice  $J_v = 1,01$  e os parâmetros do PID mostrados na primeira linha da Tabela 3.15. Já para o projeto do controle mais lento, as restrições impostas são:  $M_S = 1,2$ ,  $M_T = 1,2$  e limite em  $J_u$  dado por  $\lambda_2 = 2,0$ . A função de custo resultante é  $J_v = 2,36$  e os parâmetros do PID são mostrados na segunda linha da Tabela 3.15.

Tabela 3.15: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 2

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	1,45	1,05	0,76	0,14
$C_2$	0,50	0,43	0,42	0,28

Na Tabela 3.16, têm-se os valores máximos admitidos de pico da função sensibilidade  $M_S$  e pico da função sensibilidade complementar  $M_T$  definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ , bem como os valores computados do pico das funções sensibilidade  $\|S\|_\infty$  e da função sensibilidade complementar  $\|T\|_\infty$  com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas para os dois controladores projetados. Na tabela há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação em degrau unitário na entrada do processo.

Tabela 3.16:  $IAE$ ,  $\|S\|_\infty$  e  $\|T\|_\infty$  para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 3 - Caso 2

	Especificado		Computado		
	$M_S$	$M_T$	$\ S\ _\infty$	$\ T\ _\infty$	$IAE$
$C_1$	1,70	1,30	1,61	1,20	1,19
$C_2$	1,20	1,20	1,20	1,01	2,70

As curvas da resposta dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência e a uma perturbação também em degrau unitário na entrada do processo são mostradas na Figura 3.16. De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema com o controlador  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ . Além disso, o sistema cujo controlador é  $C_1$  é aquele

que obtém menor valor do critério  $J_v$ , como consequência esse sistema responde mais rapidamente à perturbação em relação ao sistema cujo controlador é  $C_2$ .

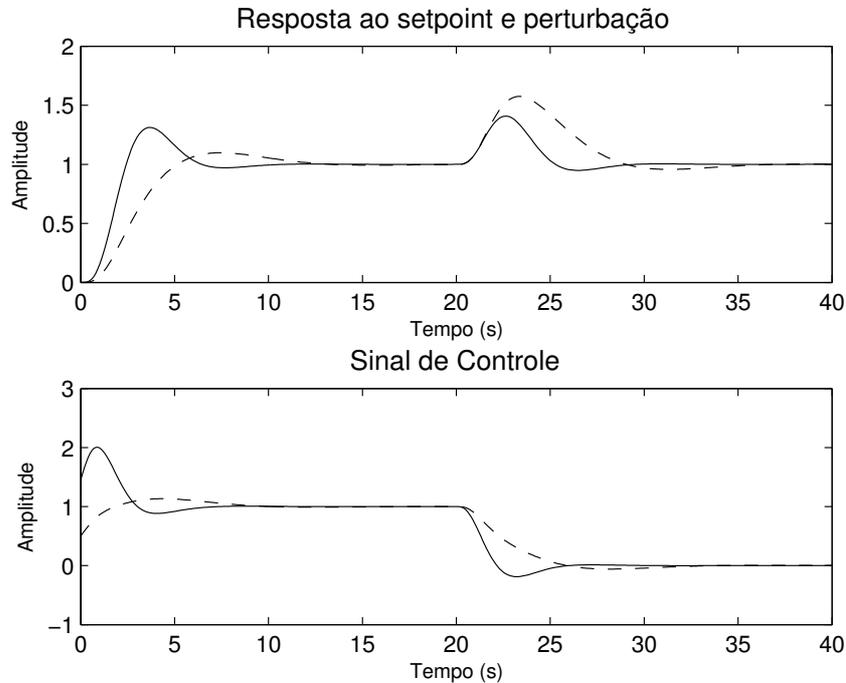


Figura 3.16: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_3$  - linha sólida:  $C_1$ , linha tracejada:  $C_2$ .

### Caso 3 - Método de Sintonia K-K-L

Neste caso, o problema de otimização por programação linear apresentado na seção 3.4 é aplicado ao modelo de processo desse exemplo. As especificações de projeto são os valores mínimos permitidos às margens de ganho e de fase. Para o projeto do controlador  $C_1$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 2,0$  e  $\Phi_{m_{min}} = 30^\circ$ . Já para o projeto do controlador  $C_2$ , definiu-se  $g_{m_{min}} = 3,0$  e  $\Phi_{m_{min}} = 70^\circ$ . Estes valores são traduzidos para as margens lineares  $\ell$  e  $\alpha$  em (3.30) e (3.31) para que o problema (3.32) seja resolvido.

Na Tabela 3.17, os resultados dos parâmetros PID dos controladores  $C_1$  e  $C_2$  são mostrados. Apesar da constante de tempo  $T_f$  do filtro derivativo não ser resultado do problema de otimização, o valor que é atribuído a  $T_f$  é usado nos cálculos das especificações de margens pelo método de sintonia.

Tabela 3.17: Parâmetros do Controlador PID - Exemplo 3 - Caso 3

	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1$	2,90	3,20	2,70	0,10
$C_2$	1,28	0,66	0,94	0,10

Na Tabela 3.18, tem-se os valores mínimos de margem de ganho e de fase definidos para o projeto dos controladores  $C_1$  e  $C_2$ , bem como os valores das margens calculadas com base nos resultados dos parâmetros dos PID obtidos pelo problema de otimização. Nota-se que as especificações são atendidas para os dois controladores projetados. Na tabela há ainda o valor do  $IAE$  para uma perturbação em degrau na entrada do processo. O valor obtido para o  $IAE$  é menor para a malha fechada com controlador  $C_1$ , cujas margens de ganho e de fase são menores que as obtidas no projeto do controlador  $C_2$ .

Tabela 3.18: IAE e Margens obtidas para os controladores  $C_1$  e  $C_2$  - Exemplo 2 - Caso 3

	Especificado		Computado		
	$g_{mmin}$	$\Phi_{mmin}$	$g_m$	$\Phi_m$	$IAE$
$C_1$	2,00	30°	2,00	37,41°	0,57
$C_2$	3,00	70°	4,90	75,00°	1,56

As curvas da resposta dos dois sistemas em malha fechada ao degrau unitário na referência e a uma perturbação também em degrau unitário na entrada do processo são mostradas na Figura 3.17. De acordo com a diferença nas restrições impostas entre os dois problemas de sintonia, o sistema cujo controlador é  $C_1$  tem resposta mais rápida que o sistema com controlador  $C_2$ .

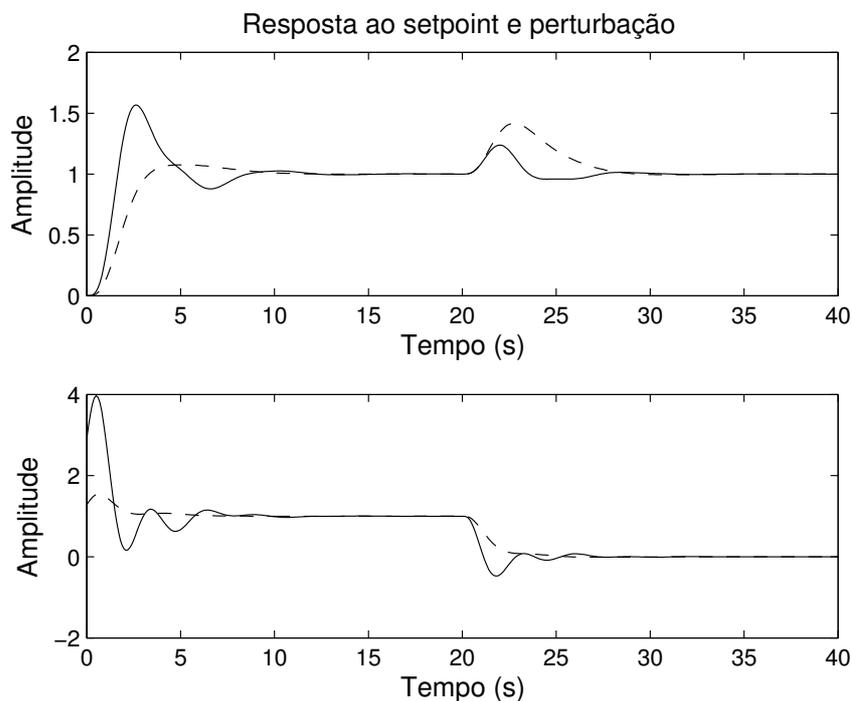


Figura 3.17: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_3$  - linha sólida:  $g_m = 2,0$  e  $\Phi_m = 30^\circ$ , linha tracejada:  $g_m = 3,0$  e  $\Phi_m = 70^\circ$ .

## 3.6 Comparativo entre os Métodos

Nessa Seção, resultados selecionados das simulações apresentadas na Seção anterior são comparados. As curvas de Nyquist das respectivas funções ganho de malha são traçadas no diagrama polar. Para verificar que os resultados respeitam as restrições estabelecidas no projeto, as limitações com representação geométrica, círculo  $M_S$  (método MIGO e K-L), círculo  $M_T$  (método K-L), e a reta  $r_n$  (método K-K-L), são também traçadas no diagrama polar. As curvas de resposta dos sistemas em malha fechada à variação no setpoint e na perturbação de carga das três técnicas de sintonia são traçadas em um único gráfico.

### 3.6.1 Comparativo 1

Os resultados de parâmetros de sintonia obtidos no Exemplo 1 para o controlador  $C_2$  nas Tabelas (3.1), (3.3), e (3.5) são comparados. De acordo com as Tabelas (3.2), (3.4), e (3.6), e a Figura 3.18, as especificações de robustez definidas no projeto são satisfeitas para os métodos K-L e K-K-L. Por outro lado, para o método MIGO a respectiva curva de

Nyquist entra na região do círculo  $M_S$ , isso acontece devido à mudança de comportamento do sistema ao se inserir o filtro derivativo no controlador projetado.

Na Figura 3.19 são mostradas as curvas da resposta do sistema a variações no setpoint e adição de uma perturbação. Observe que, apesar de atenderem as mesmas especificações em  $M_S$  e  $M_T$ , a resposta do sistema para sintonia MIGO é mais rápida que aquela obtida pelo método K-L. Este último é o que exige menor variação na ação de controle, isso se justifica pela restrição especificada no projeto sobre o critério  $J_u$ . Já o método K-K-L, cujas especificações são baseadas em margens de fase e de ganho, obteve uma resposta intermediária em relação aos resultados das outras duas técnicas.

### 3.6.2 Comparativo 2

Os resultados obtidos no Exemplo 3 para o controlador  $C_2$  nas tabelas (3.13), (3.15), e (3.17) são comparados. De acordo com as Tabelas (3.14), (3.16), e (3.18), e a Figura 3.20, as especificações de robustez definidas no projeto não são satisfeitas para o método MIGO devido à mudança de comportamento do sistema ao se inserir o filtro derivativo, este não é considerado durante projeto do controlador. Os resultados dos métodos K-L e K-K-L satisfazem as especificações estabelecidas em seus respectivos limites, em  $M_S$  para a técnica K-L e no limiar da reta  $r_n$  para K-K-L.

Na Figura 3.21 são mostradas as curvas da resposta do sistema a variação no setpoint e adição de uma perturbação. Destaca-se a sintonia obtida pela técnica K-K-L, comparativamente tem o menor tempo de subida, e menor sobressinal para variação no setpoint e ainda conta com a resposta mais rápida à perturbação adicionada. A sintonia K-K-L também obtém menor valor de IAE.

## 3.7 Conclusões

Nesse Capítulo foram descritos três métodos que usam um algoritmo de otimização para computar os parâmetros do controlador *PID*. Em todos os métodos considerados, o objetivo a ser alcançado é a minimização dos efeitos da perturbação de carga na saída do sistema em malha fechada. No método MIGO proposto em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998) o objetivo é o de maximizar o ganho integral do controlador, dado que isto é o mesmo que minimizar a integral do erro do sistema em malha fechada. Já em (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2006b), uma alternativa ao *IE* no domínio da frequência é proposta como critério de desempenho. O trabalho de (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) também maximiza o ganho integral do controlador, no entanto o problema de otimização

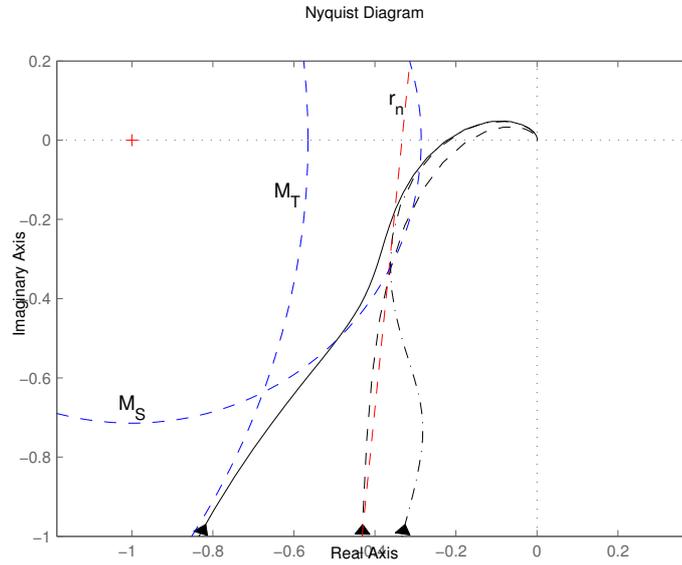


Figura 3.18: Curvas de Nyquist e Restrições impostas nos métodos de otimização - linha sólida: Método MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L, e linhas pontilhadas: Representação Geométrica das Restrições.

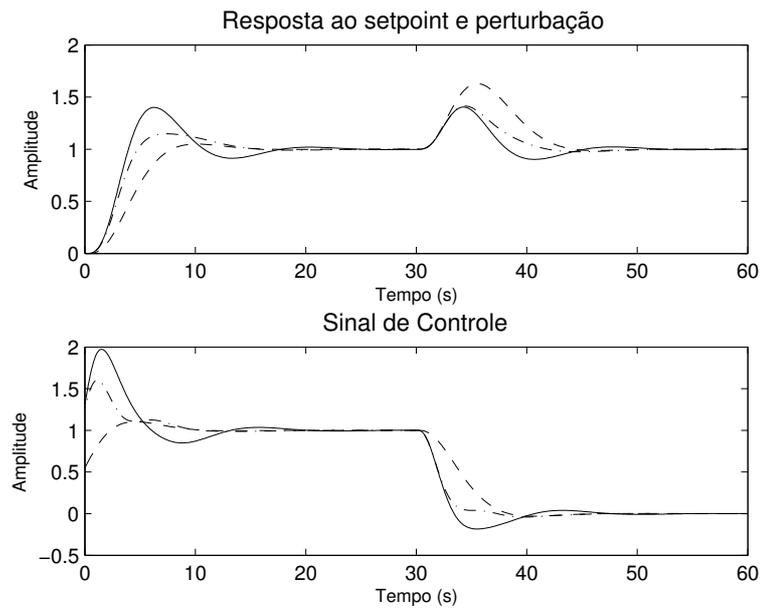


Figura 3.19: Resposta ao setpoint e perturbação para o processo  $G_1$  - linha sólida: Método MIGO, linha tracejada: Método K-L, linha traço-ponto: Método K-K-L.



proposto é solucionado por programação linear.

Duas são as principais diferenças entre os três métodos de sintonia estudados. A primeira trata-se da forma como o método é solucionado. O método MIGO, por exemplo, baseia-se na ideia de região de robustez, região na qual os parâmetros do PID proporcionam um sistema em malha fechada com determinado valor máximo da função sensibilidade. Este valor de pico da função sensibilidade é o parâmetro de sintonia deste método. Portanto, uma vez que os parâmetros do PID estão em uma região de robustez garantida, o método busca o maior valor de ganho integral possível, já que este é inversamente proporcional ao  $IE$ . O método de sintonia K-L utiliza de uma função de custo que é uma alternativa na frequência a índices como o  $IE$  e o  $IAE$ . Ainda para esse método, considera-se o filtro derivativo como parte integrante do controlador PID. Já no método de sintonia K-K-L são propostas novas margens de robustez e todo ponto da função ganho de malha é escrito como uma função linear dos parâmetros do controlador.

A segunda principal diferença entre os métodos está na escolha da restrição de robustez. No método MIGO, o pico da função sensibilidade é escolhido como critério de robustez. O mesmo acontece no método K-L que, além do pico da função sensibilidade, é ainda usado o máximo da função sensibilidade complementar. Além disso, neste método a função sensibilidade à perturbação também é usada como restrição, a qual, por ser diretamente proporcional à função sensibilidade complementar, também interfere na robustez do sistema. Já no método K-K-L são utilizados os já conhecidos critérios de margem de ganho e margem de fase. Essas duas margens são traduzidas às novas margens propostas para que o problema de otimização seja linear.

Os três métodos foram aplicados para o projeto de controladores PID para três modelos de processos distintos. Foram apresentadas as simulações do sistema em malha fechada para a resposta em degrau unitário no setpoint e para perturbação de carga na entrada do processo. Ainda, foram discutidos e comparados os índices de desempenho e de robustez computados em cada projeto.

# Capítulo 4

## Sintonia Ótima de Controlador PI Suave

### 4.1 Introdução

Em (SKOGESTAD, 2006) afirma-se que um sistema de controle pode ser classificado entre agressivo e suave a depender da característica da ação de controle. Em um controle agressivo, o controlador reage mais rapidamente no processo para que este retorne ao ponto de operação desejado. Nesses casos, a ação de controle é mais rápida e varia constantemente pela diferença entre a variável do processo e a referência. No entanto, para se obter essa agressividade, o ganho do controlador pode se tornar excessivamente alto. Desse modo, a sintonia agressiva deixa o sistema de controle menos robusto em comparação com um sistema de controle suave. Quando o controle é dito suave, o ganho do controlador é menor e a ação de controle é mais lenta ao se comparar com a sintonia agressiva.

Observa-se no cotidiano industrial que é comum a aplicação de sintonia que obtém um sistema de controle suave. Isso acontece devido a algumas vantagens, principalmente, maior robustez a incertezas do modelo do processo, menor sensibilidade do sistema a ruídos de medição e menor variação exigida na ação de controle. Apesar disso, um sistema de controle excessivamente suave pode ocasionar respostas muito lentas a perturbações. Desse modo, surge a necessidade de se saber o quão suave (ou lento) pode ser o sistema, tal que este responda de forma aceitável a perturbações na entrada do processo.

Em (SKOGESTAD, 2006) é proposta uma técnica de sintonia de um controlador PI para sistema de controle suave. Para isso, os ganhos proporcional e integral são calculados separadamente. É desenvolvido um método para se calcular o ganho proporcional baseado

na estimativa da magnitude da perturbação que entra no processo e na magnitude máxima aceitável da saída do processo. Já o ganho integral é calculado por uma fórmula analítica, do mesmo modo da proposta original da técnica SIMC (*Simple Internal Model Control*) em (SKOGESTAD, 2003). Apesar de ser uma abordagem prática, o resultado da sintonia é um sistema de controle extremamente lento para responder a uma perturbação.

Nessa Tese, a técnica proposta por Skogestad é modificada no cálculo do ganho integral. É proposto um problema de otimização de único parâmetro, o próprio ganho integral do controlador PI. A abordagem proposta evita que o controle seja excessivamente suave, já que o ganho integral é calculado com o objetivo de atenuar os efeitos da perturbação na saída do sistema. O nível de robustez do controlador projetado é especificado já em projeto ao se estabelecer o pico da função sensibilidade como restrição do problema de otimização formulado.

Algumas vantagens são obtidas nessa técnica proposta. Primeiro, assim como o SIMC Suave, o parâmetro proporcional é calculado a partir de grandezas físicas do sistema, o que torna a sintonia mais compreensível ao projetista. Segundo, uma vez calculado previamente o ganho proporcional, o problema de otimização é simplificado, dado que apenas um parâmetro é utilizado. A solução do ganho integral ótimo proporciona ao controle as vantagens da ação suave, mas inibe o excesso de lentidão a rejeição de perturbações. Uma terceira vantagem é que a robustez do sistema de controle é garantida pela especificação em projeto do pico da função sensibilidade.

Além da Introdução, esse Capítulo contém mais seis seções. Na Seção seguinte, as fórmulas analítica de sintonia PID do método SIMC são apresentadas. Em seguida, a técnica SIMC Suave é detalhada na Seção 4.3. Na Seção 4.4 é apresentado o método Proposto, cujo ganho integral do controlador PI é calculado por meio de um problema de otimização. Na Seção 4.5 os resultados de simulação para os métodos SIMC, SIMC Suave, e Proposto, são discutidos. Os resultados de uma aplicação industrial são mostrados na Seção 4.6. As conclusões do Capítulo estão na Seção 4.7.

## 4.2 Método SIMC

Considere o modelo do processo de primeira ordem com atraso, no qual  $k$  é o ganho,  $\tau$  a constante de tempo e  $\theta$  o atraso:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} \cdot e^{-\theta s}, \quad (4.1)$$

e controlador PI na seguinte formulação:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s}. \quad (4.2)$$

Os valores de  $k_p$  e  $k_i$  podem ser calculados a partir da técnica de sintonia SIMC desenvolvida em (SKOGESTAD, 2003). As regras de sintonia SIMC são derivadas analiticamente e, para o processo de primeira ordem com atraso em (4.1), os parâmetros do controlador PI são:

$$k_p = \frac{1}{k} \cdot \frac{\tau}{\tau_c + \theta}, \quad (4.3)$$

$$k_i = \frac{k_p}{\min(\tau, 4 \cdot (\tau_c + \theta))}. \quad (4.4)$$

O único parâmetro de sintonia da técnica SIMC é  $\tau_c$ . O valor dado a  $\tau_c$  determina o quão agressivo ou suave é o comportamento do controlador. De acordo com (SKOGESTAD, 2003), quando se deseja um controle mais agressivo, é recomendado um valor mínimo de  $\tau_c$  igual ao atraso  $\theta$  do processo. Nesta situação, tem-se um controle mais rápido, no entanto, com menor robustez. Já o valor para  $\tau_c$  máximo é abordado em (SKOGESTAD, 2006) no método SIMC Suave.

### 4.3 Método SIMC Suave

O Método SIMC Suave tem por objetivo determinar o ganho mínimo do controlador PI tal que responda de maneira aceitável a uma perturbação de carga. Os ganhos proporcional e integral são calculados separadamente.

#### 4.3.1 Ganho Proporcional

Como apresentado no Capítulo 2, existem funções de transferência que caracterizam cada relação entre entrada e saída de um sistema em malha fechada. O efeito da perturbação  $v$  na saída controlada  $y$  sob malha fechada é representado pela função sensibilidade à perturbação:

$$y = S_v \cdot v = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)}v. \quad (4.5)$$

Deseja-se que haja um limite máximo no desvio da saída do sistema de acordo com a característica da perturbação. Dessa maneira, define-se  $|y_{max}|$  como o módulo do desvio máximo na saída do sistema de controle. Assume-se ainda que a perturbação é um sinal

senoidal, cuja magnitude é  $v_0$ ,  $v(t) = v_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ . Por simplicidade,  $v_0$  e  $|y_{max}|$  são constantes, independentemente da frequência  $\omega$ . Essas grandezas podem ser obtidas por históricos de dados de programas que monitoram as variáveis do processo.

Uma vez conhecido  $v_0$  e determinado  $|y_{max}|$ , é possível estabelecer um critério de desempenho quanto à rejeição à perturbação. Considera-se que para qualquer perturbação senoidal  $v$  de magnitude  $|v_0|$ ,  $v(t) = v_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$ , a variação resultante em  $y$  deve ser menor que  $|y_{max}|$ . A partir da equação (4.5), o critério  $|y| \leq |y_{max}|$  torna-se:

$$\frac{|G(j\omega)|}{|1 + G(j\omega)C(j\omega)|} \cdot |v_0| \leq |y_{max}|, \quad (4.6)$$

ou equivalentemente,

$$|1 + G(j\omega)C(j\omega)| \geq |G(j\omega)| \frac{|v_0|}{|y_{max}|} \quad \forall \omega. \quad (4.7)$$

O requisito na equação (4.7), que deve ser satisfeito em todas as frequências para se ter rejeição aceitável à perturbação, é usado para obter numericamente as configurações de um controlador suave. A ilustração desse critério é apresentada em diagrama de Bode na Figura 4.1, nesse caso o requisito é facilmente obtido em todas as frequências, dado que a sintonia usada é de um controle agressivo (SIMC para  $\tau_c = \theta$ ).

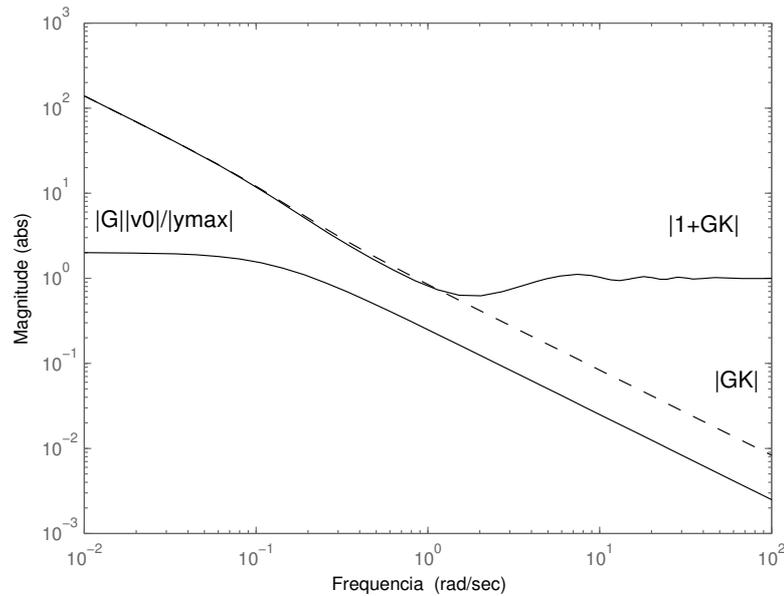


Figura 4.1: Diagrama de Bode que ilustra o critério de desempenho  $|1 + GC| \geq |G| \cdot |v_0|/|y_{max}|$ . Dados:  $G = \frac{4}{6s+1}e^{-0.2s}$  e controlador PI com parâmetros  $k_p = 3,75$  e  $k_i = 2,34$ .

A frequência  $\omega_c$  é definida como a frequência de cruzamento do ganho unitário, isto

é, frequência na qual a magnitude da função ganho de malha cai abaixo de 1. Em (SKOGESTAD, 2006) é analisada a condição em (4.7) em duas etapas, a primeira para frequência menor que  $\omega_c$  e a segunda para frequência maior ou igual a  $\omega_c$ .

Em altas frequências,  $\omega \geq \omega_c$ , a função ganho de malha é aproximadamente zero e por isso  $|1 + G(j\omega)C(j\omega)| \approx 1$ . O requisito em (4.7) torna-se:

$$|G(j\omega)| \leq \frac{|y_{max}|}{|v_0|} \quad \forall \omega \geq \omega_c. \quad (4.8)$$

Uma condição necessária em (4.8) é que esta equação seja satisfeita na frequência  $\omega_c$ :

$$|G(j\omega_c)| \leq \frac{|y_{max}|}{|v_0|}. \quad (4.9)$$

Para  $G(j\omega)$  de primeira ordem com atraso definido em (4.1),  $|G(j\omega)|$  diminui com o aumento da frequência. Assim, a condição (4.9) é mais facilmente satisfeita quando  $\omega_c$  for grande (controle agressivo) e, portanto, a condição em 4.9 deve ser satisfeita pelo menos para esse caso. Na técnica SIMC, como visto na seção anterior, um sistema de controle é agressivo para uma sintonia SIMC em que  $\tau_c = \theta$ , nesta condição é visto em (SKOGESTAD, 2003) que  $\omega_c \approx 0,5/\theta$  e assume-se ainda  $\omega_c\tau > 1$  (SKOGESTAD, 2006), com essas aproximações o critério em (4.9) é satisfeito apenas se:

$$\theta < 0,5 \frac{|\tau| |y_{max}|}{|k| |v_0|}. \quad (4.10)$$

A equação (4.10) trata-se de uma condição de controlabilidade do processo.

Para baixas frequências, a função ganho de malha é muito maior que 1, ou seja, para  $\omega < \omega_c$ , tem-se  $|G(j\omega)C(j\omega)| \gg 1$ . O lado esquerdo da inequação em (4.7) é aproximadamente igual à função ganho de malha,  $|1 + G(j\omega)C(j\omega)| \approx |G(j\omega)C(j\omega)|$ . Assim, o requisito em (4.7) resulta no seguinte limite inferior no ganho do controlador

$$|C(j\omega)| \geq |C_{min}(j\omega)| = \frac{|v_0|}{|y_{max}|}. \quad (4.11)$$

Conclui-se, portanto, que para baixas frequências,  $\omega < \omega_c$ , o menor ganho do controlador em uma dada frequência é aproximadamente igual à variação de entrada exigida para rejeitar a perturbação nessa frequência dividida pela variação de saída permitida (SKOGESTAD, 2006). Como esperado, controle agressivo com  $|y_{max}|$  pequeno, assim como perturbações com  $|v_0|$  grande, requerem um ganho grande do controlador  $C$ .

No caso particular do controlador PI, cujo módulo é dado por

$$|C_{PI}(j\omega)| = \sqrt{k_p^2 + \frac{k_i^2}{\omega^2}},$$

o seguinte resultado é obtido:

$$|C_{PI}(j\omega)|_{\omega \rightarrow 0} = \infty,$$

$$|C_{PI}(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = k_p,$$

que é ilustrado na Figura 4.2. Isto é, o valor do ganho mínimo de um PI é independente do valor de  $k_i$ .

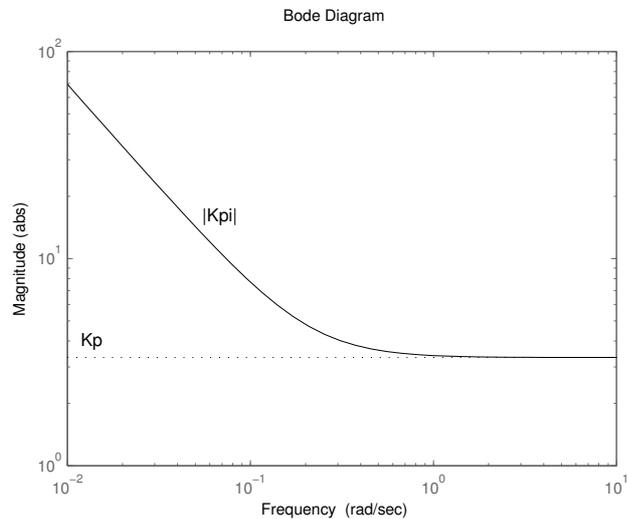


Figura 4.2: Ganho do controlador PI,  $|C_{PI}|$ , em função da frequência. Dados do controlador PI:  $k_p = 3,33$ ,  $k_i = 0,7$ .

Em suma, para um modelo de primeira ordem com atraso e que obedece a condição de controlabilidade em (4.10), o ganho proporcional para se obter um controle PI suave é dado por:

$$k_p = \frac{|v_0|}{|y_{max}|}. \quad (4.12)$$

### 4.3.2 Ganho Integral

O cálculo do ganho integral é feito de forma idêntica à técnica SIMC original. A partir do valor de  $k_p$  calculado em (4.12), calcula-se  $\tau_c$  por (4.3) e com este parâmetro de sintonia calcula-se o ganho integral  $k_i$  pela equação (4.4).

## 4.4 Método Proposto

Perturbações distanciam as variáveis do processo dos valores desejados. Assim, a atenuação dos efeitos da perturbação é de grande interesse no controle do processo. Quando o controlador é sintonizado para se ter um comportamento suave, uma das principais consequências desvantajosas é a lentidão do sistema para rejeitar as ações geradas por perturbações.

Como visto na seção anterior, na técnica SIMC Suave, o ganho proporcional escolhido para sintonia é o mínimo, dada uma magnitude máxima aceitável na saída do sistema. Já o ganho integral é calculado por uma equação algébrica simples, a mesma usada em (SKOGESTAD, 2003). Apesar da simplicidade, esta sintonia resulta em uma resposta lenta quando inserida uma perturbação no sistema.

Nessa Seção, a técnica proposta para cálculo do parâmetro integral é formulada como um problema de otimização. Uma vez que já é conhecido o ganho proporcional, o objetivo é então obter o ganho integral que otimize um critério de desempenho relacionado à atenuação dos efeitos da perturbação.

### 4.4.1 Critério de Desempenho

A formulação do critério de desempenho baseia-se na propriedade da função de transferência  $S_v$  definida no Capítulo 2, a qual caracteriza a saída do sistema em malha fechada em função da perturbação na entrada do processo. Esse critério é usado no problema de otimização proposto em (KRISTIANSSON; LENNARTSON, 2006a) e é definido por

$$J = \left\| \frac{1}{s} S_v \right\|_{\infty} = \left\| \frac{1}{s} \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \right\|_{\infty}. \quad (4.13)$$

### 4.4.2 Critério de Robustez

Embora seja desejável ter o menor valor para o critério  $J$ , quando calculado sem restrições, o problema de otimização resulta em parâmetros de controle de baixa robustez. Portanto, é necessário minimizar  $J$  sob condições que assegurem a estabilidade do sistema em malha fechada. Nesse problema formulado, o pico da função sensibilidade é escolhido como critério de robustez:

$$\|S\|_{\infty} = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G(j\omega)C(j\omega)} \right|. \quad (4.14)$$

### 4.4.3 Procedimento de Otimização

Técnicas de sintonia ótima como (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002), (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2006a) e (SEKARA; MATAUSEK, 2009) proporcionam o ajuste de até quatro parâmetros para se obter a melhor relação entre desempenho e robustez. Considerando que existem milhares de malhas de controle em uma planta real, estes problemas de otimização podem se tornar demasiadamente complexos e demorados para serem utilizados na prática industrial de sintonia de processos SISO.

Uma vez que o ganho proporcional é calculado em (4.12), o ganho integral  $k_i$  é o único parâmetro de sintonia que deve ser calculado neste problema de otimização. O ganho integral é computado para minimizar o critério  $J$  em (4.13) sujeito a uma restrição em  $\|S\|_\infty$  definido em (4.14). Assim, o problema de otimização com restrições a ser resolvido é o seguinte:

$$\min_{k_i} J(k_i), \quad \|S\|_\infty(k_i) \leq c_0, \quad (4.15)$$

onde  $c_0$  é uma constante. Valores comuns de  $c_0$  estão na faixa de valores entre 1,2 e 2,0 (PANAGOPOULOS; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2002).

## 4.5 Resultados de Simulação

O modelo de processo utilizado na simulação é de primeira ordem com atraso. Os valores atribuídos ao ganho, constante de tempo e atraso do modelo são representados a seguir:

$$G(s) = \frac{4}{6s + 1} e^{-0,2s}. \quad (4.16)$$

É assumida a presença de perturbação na entrada do processo, cuja magnitude é  $|v_0| = 1$ . É assumido ainda que o desvio na saída do processo não deve ser superior a 1, ou seja,  $|y_{max}| = 1$ . Desse modo, como discutido na seção do cálculo do ganho proporcional, o seu valor mínimo para obter um controle suave é dado por

$$k_p = \frac{|v_0|}{|y_{max}|} = 1. \quad (4.17)$$

O valor calculado de  $k_p$  é então usado no problema de otimização para se obter o valor do ganho integral  $k_i$ . De acordo com o problema definido em (4.15), deve-se definir o valor da restrição de robustez  $\|S\|_\infty$  que, neste exemplo é assumida como 1,4. Logo, o problema é formulado numericamente como:

$$\min_{k_i} J(k_i), \quad \|S\|_\infty(k_i) \leq 1, 4. \quad (4.18)$$

Para a solução do problema em (4.18) é utilizada a *toolbox* de otimização do MatLab. Nesta ferramenta optou-se pelo algoritmo de Ponto Interior para minimização não linear com restrições. O valor inicial para  $k_i$  foi escolhido aleatoriamente, tal escolha não interferiu significativamente no número de iterações necessárias para se achar o valor ótimo. Na prática, o valor de  $k_i$  inicial pode ser aquele da sintonia existente no sistema de controle, supondo que a malha seja estável. O resultado da sintonia com ganho proporcional mínimo e ganho integral ótimo é apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros do controlador PI para a sintonia Proposta

	Sintonia Proposta
$k_{p,min}$	1,00
$k_{i,opt}$	0,96

Para se compreender as vantagens e desvantagens da sintonia proposta é de interesse fazer um comparativo com outro método de sintonia. Para isto, escolheu-se usar a técnica de sintonia SIMC. Há duas razões que justificam esta opção. A primeira é que a técnica SIMC encontra-se estabelecida e bastante utilizada no meio industrial. A segunda razão, é que essa técnica possui parâmetro de sintonia ajustável. Isto é importante, dado que desta maneira é possível projetar os parâmetros do controlador para se obter características de controle suave ou de controle agressivo.

A partir do modelo de processo em (4.16), calculam-se os ganhos do controlador PI a partir da técnica de sintonia SIMC em (4.3) e (4.4). Optou-se por escolher dois valores para o parâmetro de sintonia  $\tau_c$ . No primeiro caso, fez-se a sintonia mais agressiva, tal que o parâmetro de sintonia  $\tau_c$  é igual ao atraso  $\theta$ . Já no segundo caso, para sintonia SIMC Suave, estabeleceu-se que é unitária a razão entre a magnitude da perturbação e a magnitude do desvio máximo na saída do sistema, ou seja,  $|v_0|/|y_{max}| = 1$ . Os resultados são apresentados na Tabela (4.2).

### Análise de Resultados em relação a Desempenho e Robustez

A escolha entre a sintonia suave ou agressiva é diretamente relacionada à especificação exigida de desempenho e robustez. Para esta análise, é estabelecido como critério de desempenho a integral do erro absoluto IAE definida em (2.13). Já o critério de robustez

Tabela 4.2: Parâmetros de sintonia do controlador PI para SIMC Agressivo e SIMC Suave

	SIMC Agressivo	SIMC Suave
$k_p$	3,75	1,00
$k_i$	2,34	0,17

a incertezas do processo é calculado pelo máximo da função sensibilidade  $\|S\|_\infty$  definido em (2.7).

São representados em curvas de nível na Figura 4.3 os índices  $IAE$  e  $\|S\|_\infty$  para diversos valores de  $k_p$  e  $k_i$ . As linhas tracejadas correspondem às curvas de nível do critério  $IAE$ , enquanto que as curvas contínuas representam o critério de robustez  $\|S\|_\infty$ . Estudo semelhante é realizado em (GARPINGER; ASTROM; HAGGLUND, 2012) para um maior número de processos e técnicas de sintonia.

Observe na Figura 4.3 que quanto maior o valor de  $k_p$  e  $k_i$  simultaneamente, menor o valor do  $IAE$  e, por isso, melhor é a resposta do sistema a perturbações. No entanto, na região em que o  $IAE$  é mínimo, o critério  $\|S\|_\infty$  é alto, o que evidencia uma baixa robustez. Na Figura 4.3 há ainda as duas sintonias SIMC, Agressiva e Suave, de acordo com os resultados mostrados na Tabela 4.2. Como esperado, a sintonia SIMC Suave encontra-se em uma região de alta robustez,  $\|S\|_\infty \approx 1,2$ , no entanto, com valor de  $IAE \approx 6$ , que é alto nesse caso estudado.

Diferente da técnica SIMC para Controle Suave, nesse trabalho é proposto um novo cálculo de  $k_i$ , dado que é conhecido o ganho mínimo do controlador,  $k_{p,min}$ , como calculado em (4.11). Deste modo, espera-se obter um controle ainda suave, mas com redução expressiva no  $IAE$ . Como visto na seção (4.4), isto é feito pela solução de um problema ótimo que minimize o critério de desempenho sob restrição de robustez. O resultado deste problema de otimização é um novo valor do ganho integral em relação à sintonia SIMC Suave. Neste exemplo, a redução do  $IAE$  entre estas duas sintonias é de 78%. A ilustração desta comparação é mostrada na Figura 4.4.

Na Figura 4.5 tem-se as três sintonias, Suave, Agressiva e a sintonia Proposta sobre o plano das curvas de nível do  $IAE$  e de  $\|S\|_\infty$ . Nota-se que apesar do aprimoramento no índice  $IAE$  da sintonia Proposta, o índice de robustez  $\|S\|_\infty$  mantém-se em um nível conservador em relação à Sintonia Agressiva.

É apresentada a resposta do sistema em malha fechada à perturbação em degrau unitário nas Figuras 4.6 e 4.7, variável do processo e ação de controle, respectivamente. A partir do instante 30 é aplicada perturbação de carga em degrau unitário na entrada do processo, no instante 60 é adicionado ruído de medição (desvio padrão de  $\pm 0,1$ ) à saída

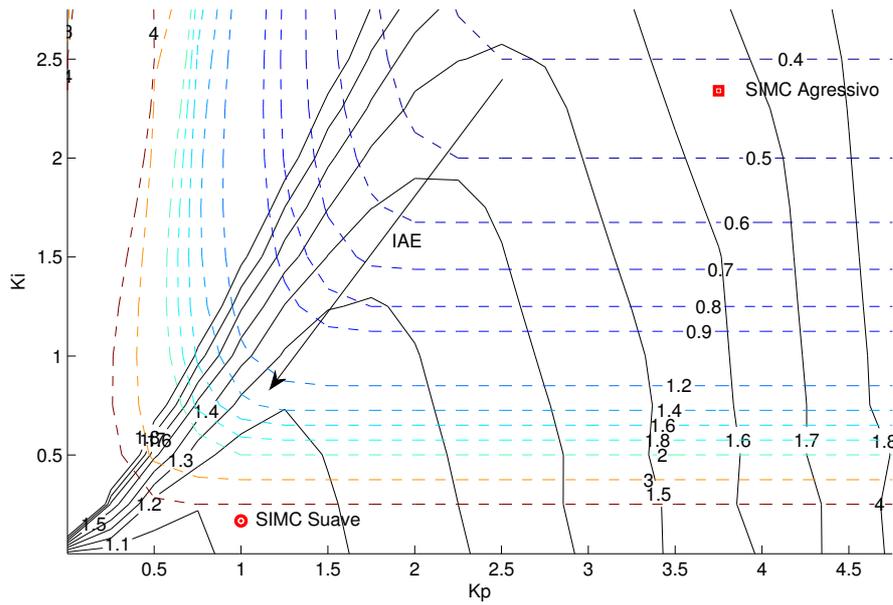


Figura 4.3: Curvas de nível dos critérios de Desempenho ( $IAE$  - linha tracejada) e Robustez ( $\|S\|_\infty$  - linha sólida) em função dos parâmetros de sintonia  $k_p$  e  $k_i$ .

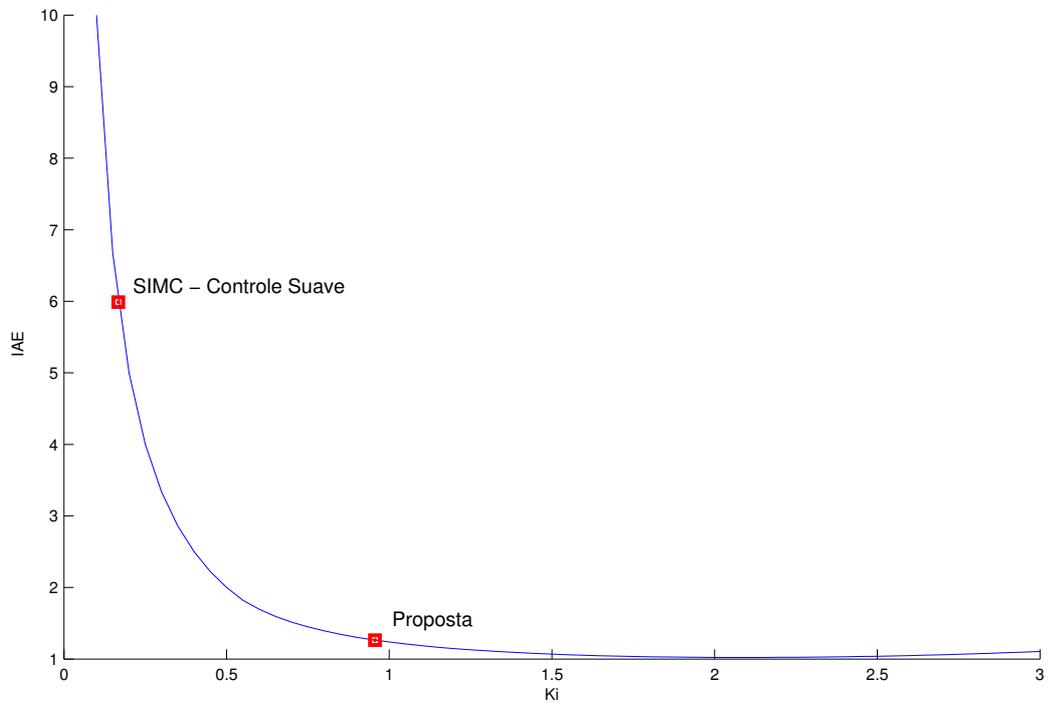


Figura 4.4: Índice de Desempenho  $IAE$  em função de  $k_i$ . Sintonias SIMC Suave e a Proposta.

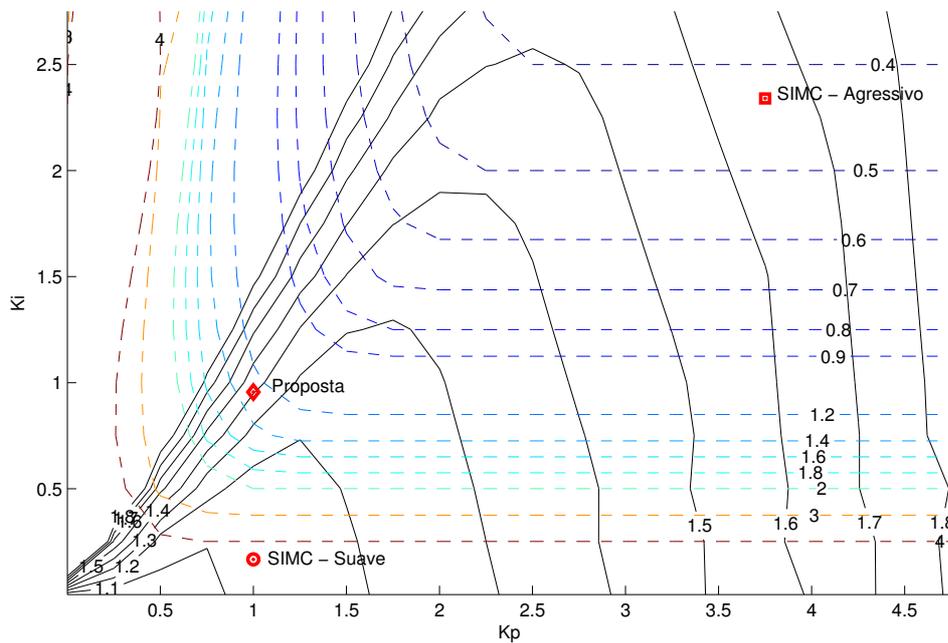


Figura 4.5: Curvas de nível dos critérios de Desempenho ( $IAE$  - linha tracejada) e Robustez ( $\|S\|_{\infty}$  - linha sólida) em função dos parâmetros de sintonia  $k_p$  e  $k_i$ . Sintonias SIMC Suave, SIMC Agressiva e Proposta.

do processo. Observa-se que a sintonia Proposta rejeita os efeitos da perturbação mais rapidamente que a Sintonia SIMC Suave. Quanto ao efeito do ruído de medição, tanto a Sintonia SIMC Suave quanto a Proposta comportam-se semelhantemente.

## 4.6 Resultados de uma Aplicação Industrial

O método de sintonia abordado neste capítulo é aplicado em um processo industrial. Esta atividade foi realizada na Refinaria Alberto Pasqualini (REFAP) em Canoas/RS. A malha escolhida é a de vazão de gás natural que entra no primeiro reator da unidade de gás residual. A partir de experimento do degrau em malha aberta e utilizando-se do algoritmo de mínimos quadrados, o seguinte modelo do processo é obtido:

$$G(s) = \frac{0,24}{6,42s + 1} \cdot e^{-2s}. \quad (4.19)$$

Nesse caso, já existe um controlador PI projetado para a malha. Os parâmetros deste controlador estão na Tabela 4.3. Segundo avaliação dos operadores da planta, trata-se de um controle excessivamente lento para uma malha de vazão. A resposta em malha fechada do sistema para uma variação no ponto de operação é mostrada na Figura 4.8.

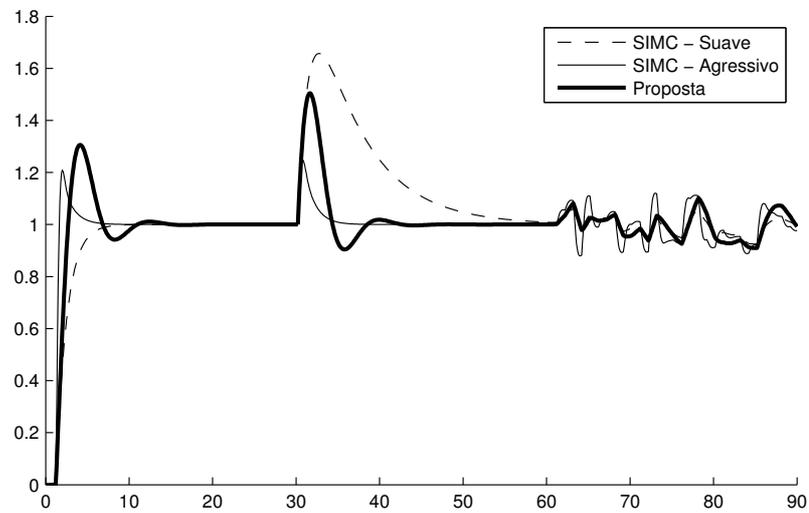


Figura 4.6: Saída do sistema de controle para variação em degrau unitário no setpoint e na perturbação de carga, e ruído de medição.

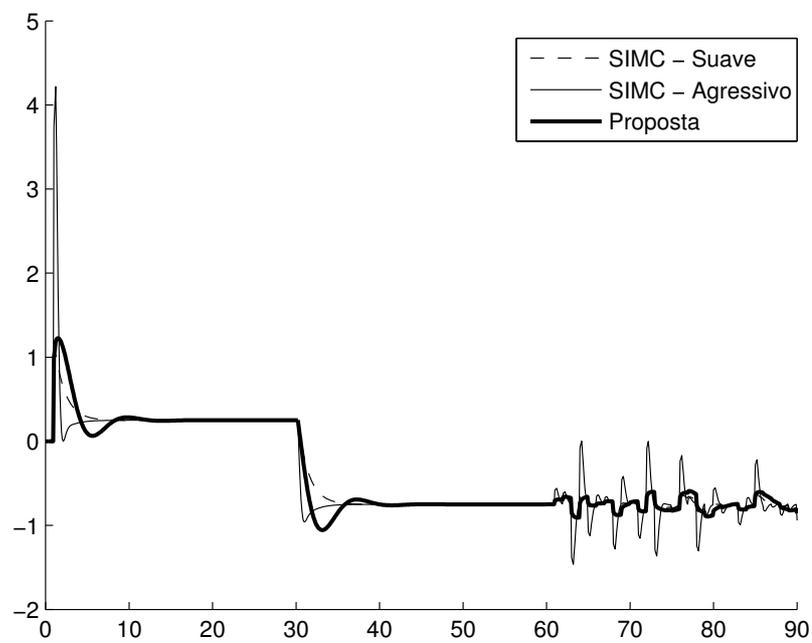


Figura 4.7: Ação de controle para variação em degrau unitário no setpoint e na perturbação de carga, e ruído de medição.

Tabela 4.3: Parâmetros do controlador PI para a sintonia inicial

	Sintonia Inicial
$k_p$	0,900
$k_i$	0,045

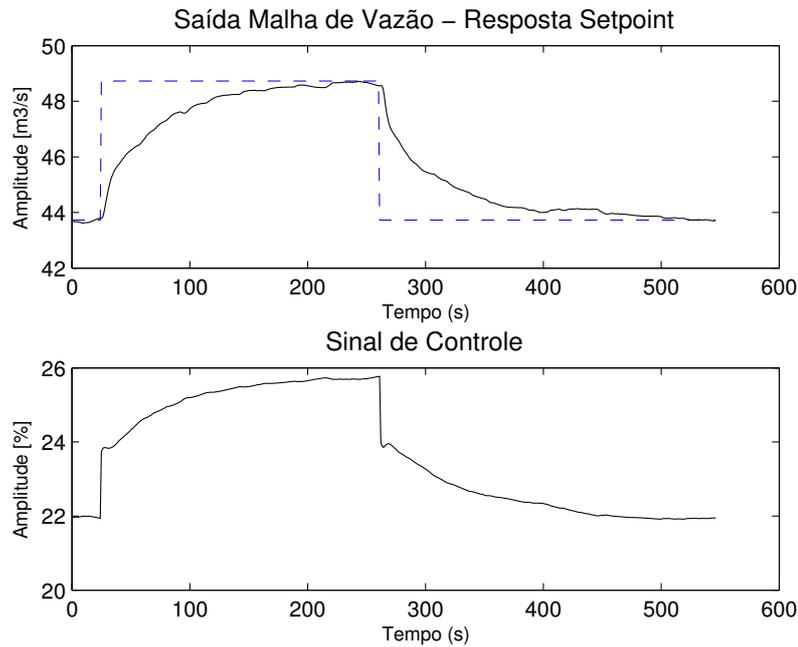


Figura 4.8: Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia Inicial

Para o cálculo do ganho proporcional mínimo, estabeleceu-se uma razão entre a magnitude da perturbação e a magnitude do máximo permitido na saída do sistema igual a 1,4. Este valor foi escolhido de acordo com o ganho proporcional obtido pela técnica de sintonia analítica SIMC para o modelo proposto do processo. Portanto, como formulado na seção 4.3, tem-se o seguinte ganho proporcional mínimo do controlador:

$$k_{p,min} = \frac{|v_0|}{|y_{max}|} = 1,4. \quad (4.20)$$

Já o novo valor de  $k_i$  é calculado pelo problema ótimo em (4.15), cujo objetivo é a minimização do  $IE$ . Isto é realizado sob restrição no pico da função sensibilidade para que seja garantida a estabilidade do sistema. Atribui-se um valor conservador para esta restrição,  $\|S\|_\infty = 1,2$ . Na literatura é comum a sugestão de faixa de valores entre 1,2 e 2,0, onde 2,0 é o valor que proporciona menor robustez. Dessa forma, o seguinte problema

de otimização é formulado:

$$\min_{k_i} J(k_i), \quad \|S\|_{\infty}(k_i) \leq 1, 2. \quad (4.21)$$

Para a solução do problema em (4.21) é utilizada a *toolbox* de otimização do Matlab. Nesta ferramenta optou-se pelo algoritmo de Ponto Interior para minimização não linear com restrições. O valor inicial para  $k_i$  foi considerado igual ao da sintonia que já estava no controlador, Tabela 4.3. O resultado da sintonia com ganho proporcional mínimo e ganho integral ótimo é mostrado na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Parâmetros do controlador PI para a sintonia Proposta

	Sintonia Proposta
$k_{p,min}$	1,400
$k_{i,opt}$	0,376

Assim como no exemplo simulado anterior, também é projetado um controlador SIMC Suave com base no modelo do processo em (4.19). Os resultados dessa sintonia e das outras duas sintonias detalhadas anteriormente estão na Tabela 4.5. Na Figura 4.9 são mostradas as respostas do sistema para os três casos: Inicial, SIMC Suave e Proposta. No instante zero é aplicada uma variação em degrau unitário no setpoint e no instante 500 uma perturbação em degrau unitário é aplicada à entrada do processo na planta simulada.

Tabela 4.5: Parâmetros do controlador PI - Inicial, SIMC Suave e Proposta

	Inicial	SIMC Suave	Proposta
$k_p$	0,900	1,400	1,400
$k_i$	0,045	0,219	0,376

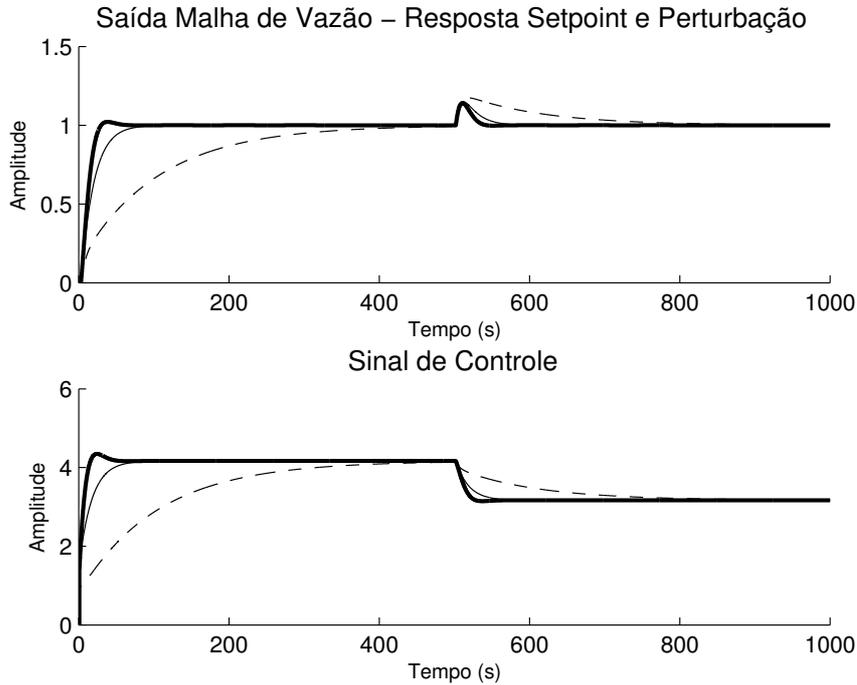


Figura 4.9: Resposta simulada do modelo do processo para variação no setpoint e adição de perturbação. Sintonia Inicial (tracejada), Sintonia SIMC (contínua), Sintonia Proposta (contínua destacada).

Na Figura 4.10, são exibidas as curvas de Nyquist das funções ganho de malha para as três sintonias da Tabela 4.5. No mesmo diagrama é também traçada a circunferência de raio  $1/M_S$  cujo centro é o ponto crítico  $(-1,0)$ . Como determinado em projeto, a sintonia proposta chega ao limite da especificação no pico da função sensibilidade,  $\|S\|_\infty = 1,2$ .

São representados em curvas de nível na Figura 4.11 os índices  $IAE$  e  $M_S$  para diversos valores de  $k_p$  e  $k_i$ . As linhas tracejadas correspondem às curvas de nível do critério  $IAE$ , enquanto que as curvas contínuas representam o critério  $\|S\|_\infty$ .

Observe na Figura 4.11 que quanto maior o valor de  $k_p$  e  $k_i$  simultaneamente, menor o valor do  $IAE$  e, por isso, melhor é a resposta do sistema a perturbações. No entanto, na região em que o  $IAE$  é mínimo, o critério  $\|S\|_\infty$  é alto, o que evidencia uma baixa robustez. Na Figura 4.11 há ainda as sintonias SIMC, Inicial e Proposta, de acordo com os resultados mostrados na Tabela 4.5. A sintonia proposta cruza exatamente a curva de nível  $\|S\|_\infty$  em 1,2. Já do ponto de vista do  $IAE$ , a sintonia inicial encontra-se acima do nível 50, enquanto que a sintonia proposta tem  $IAE$  inferior a 3.

É apresentada a resposta do sistema em malha fechada para mudança no setpoint em degrau nas Figuras 4.12 e 4.13, sintonia SIMC e sintonia Proposta, respectivamente. Como especificado no início, desejava-se uma resposta mais rápida da malha. O tempo

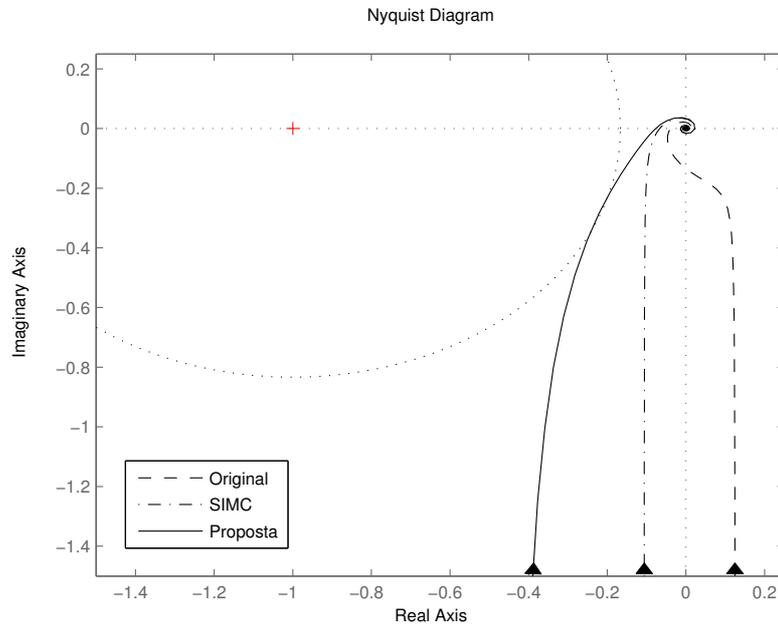


Figura 4.10: Curva de Nyquist das funções ganho de malha para as sintonias Inicial (tracejada), SIMC (traço-ponto) e Proposta (contínua).

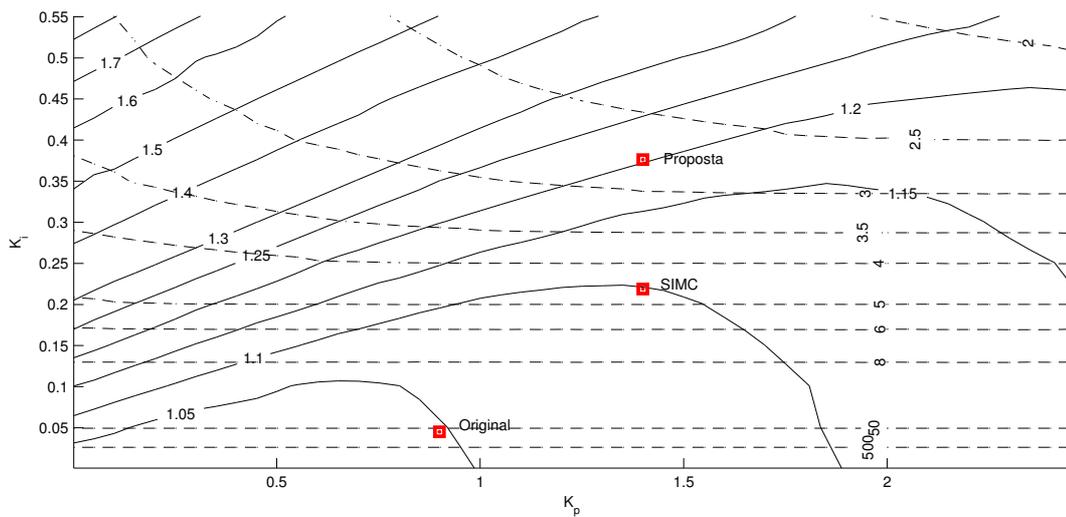


Figura 4.11: Curvas de Nível dos critérios  $IAE$  (linhas tracejadas) e  $M_s$  (linhas contínuas) em função dos parâmetros de sintonia  $k_p$  e  $k_i$

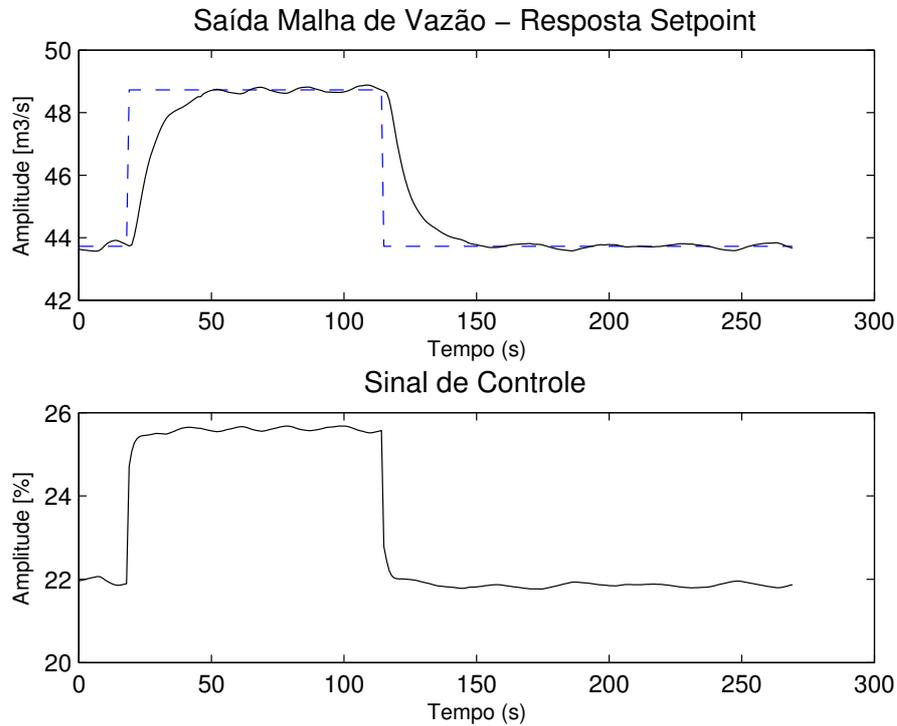


Figura 4.12: Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia SIMC Suave.

de subida da variável do processo com a sintonia proposta é de 17s, enquanto que para a sintonia SIMC Suave é de 31s. A sintonia inicial superava 200s no tempo de subida.

## 4.7 Conclusão

O método para se calcular o ganho integral ótimo de um controle PI suave é apresentado para um processo de primeira ordem com tempo morto. O aumento sugerido no ganho integral aprimora a resposta do sistema a ação de perturbações de carga ao se comparar com o controle suave original. Além disso, o problema de otimização demonstrou ser simples, já que foi formulado como um problema de parâmetro único com apenas uma restrição de robustez. No exemplo simulado, o método proposto gerou uma redução no *IAE* de 78,8% comparado ao controle SIMC suave. Já na aplicação industrial, o objetivo de se aumentar a velocidade do sistema em relação à sintonia original foi obtida. Isso foi feito sob garantia de robustez especificada em projeto pelo máximo da função sensibilidade.

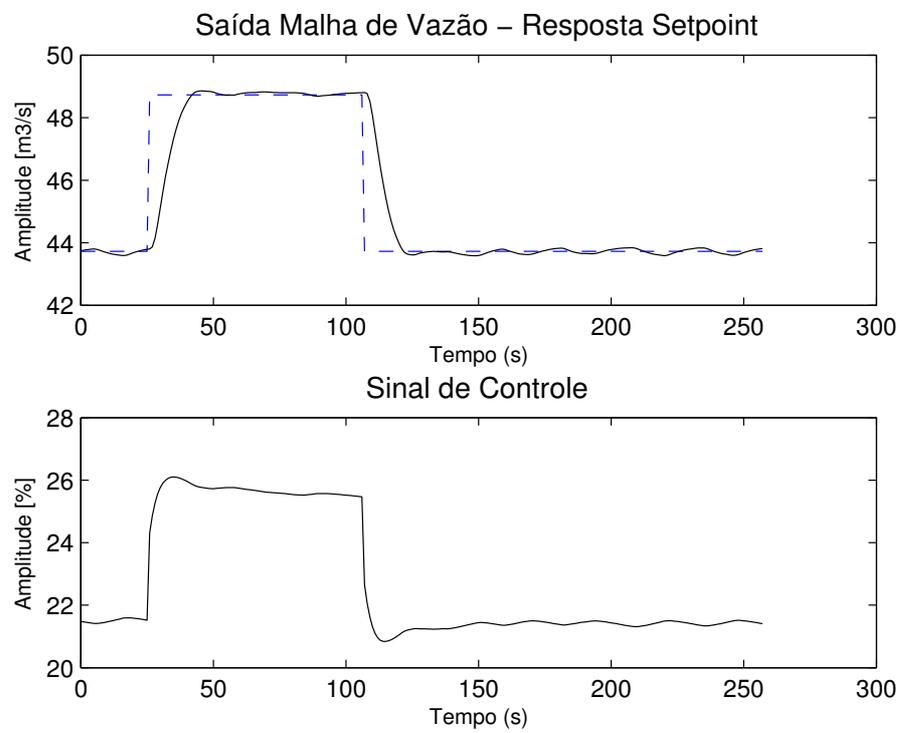


Figura 4.13: Resposta do processo para variação no setpoint - Sintonia Proposta.

## Capítulo 5

# Sintonia de PID Descentralizado baseada nas bandas de Gershgorin

### 5.1 Introdução

Grande parte dos processos industriais são multivariáveis e representados por modelos MIMO (*Multiple Input Multiple Output*). Para tais sistemas, interações entre malhas podem existir e causar dificuldades no projeto do controlador. Por essa razão, o projeto de controladores para sistemas MIMO é considerado mais difícil que o projeto de controladores para sistemas SISO (*Single Input Single Output*).

Para solucionar esse problema existem algumas alternativas que podem ser classificadas como controle centralizado ou controle descentralizado. Na abordagem centralizada, o projeto dos controladores pode ser feito por técnicas como Controle Robusto, LQG, LQR, Controle Preditivo Multivariável, entre outras. Essas técnicas geram controladores multivariáveis de ordem alta, em grande parte com representação em espaço de estados. Já na abordagem descentralizada, um sistema MIMO com  $n$  entradas e  $n$  saídas é tratado como  $n$  sistemas SISO. Ao contrário do caso centralizado, essa estratégia é simples de implementar e de se manter. Quando a interação entre as diversas malhas é moderada, controlador PID descentralizado obtém desempenho satisfatório.

Para processos MIMO diagonalmente dominantes, há um grupo de métodos de sintonia de controle descentralizado baseado na extensão do critério de estabilidade de Nyquist para sistemas MIMO. Este conceito foi introduzido em (ROSENBROCK, 1970) pelo método de projeto chamado *Direct Nyquist Array* (DNA). Controladores SISO são projetados para cada malha da diagonal principal. A estabilidade do sistema MIMO em malha fechada é garantida caso as bandas de Gershgorin não sobreponham o ponto crítico  $(-1, 0)$  e o

circunde o número apropriado de vezes de acordo com o teorema generalizado de Nyquist. Esse procedimento proposto por Rosenbrock molda as bandas de Gershgorin por tentativa e erro por análise gráfica.

Sob o mesmo princípio de Rosenbrock, outros métodos foram propostos para sintonia de controladores descentralizados moldando as bandas de Gershgorin. Esses métodos, no entanto, estabelecem procedimentos sistemáticos para moldar as bandas e obter estabilidade e desempenho especificados em projeto. Em (HO; XU, 1998) a sintonia de cada malha é obtida pela solução de quatro equações não lineares. As especificações de projeto (margens de ganho e de fase) são feitas apenas sobre as bandas de Gershgorin, nada é atribuído às funções ganho de malha individuais. Já em (CHEN; SEBORG, 2001) é formulado um ponto crítico baseado nas bandas de Gershgorin. O controlador *PID* é projetado a partir de regras modificadas de Ziegler-Nichols com a informação do ponto crítico estabelecido. A sintonia sugerida deve passar ainda por uma etapa de *detuning* para se obter as especificações desejadas em projeto. Em (HUSEK, 2014) o único parâmetro de sintonia de controle é a margem de fase sobre a banda de Gershgorin. Para cada margem especificada, um conjunto de pontos  $(k_p, k_i)$  é obtido. O método sugere a escolha do controlador *PI* cujo valor de  $k_i$  é máximo. Em todos esses três métodos, a estabilidade global do sistema, principal razão do uso das bandas de Gershgorin, não é totalmente garantida.

Um problema de otimização não convexo que leva em consideração as bandas de Gershgorin para garantir a estabilidade global do sistema é desenvolvido em (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005). O critério a ser minimizado consiste na soma ponderada do quadrado do erro entre as margens de estabilidade desejadas e as margens calculadas considerando as bandas de Gershgorin. Nesse problema a razão entre os tempos integral e derivativo é fixa e igual a quatro,  $T_i/T_d = 4$ . Para a solução do problema é aplicado o algoritmo de Gauss-Newton que torna o problema de sintonia dependente da condição inicial, lento pelo número grande de iterações e em alguns casos ineficaz já que não há garantia de convergência.

Uma alternativa aos métodos já existentes baseados nas bandas de Gershgorin é formulada nesse Capítulo. O método proposto estende o método de sintonia K-K-L em (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007) para o caso multivariável. Cada malha é sintonizada individualmente de cada vez. Para isso um problema de programação linear é formulado, cujo objetivo é o de minimizar os efeitos da perturbação de carga em cada malha sob restrições de estabilidade. São definidas como especificações de projeto as margens de ganho e de fase sobre as curvas de Nyquist da função ganho de malha, assim como as margens de ganho e de fase sobre as bandas de Gershgorin. A solução é simples

e eficiente devido ao uso de técnica de programação linear. Apenas o modelo espectral do processo MIMO é necessário para se aplicar essa técnica.

Em relação às técnicas estudadas também baseadas em bandas de Gerhshgorin, algumas vantagens são obtidas com o método proposto. Primeiro, não há necessidade de se fazer *detuning*, solucionar equações não lineares, ou realizar mais de uma sintonia para a mesma malha. Segundo, uma vez que toda a banda de Gershgorin pode ser usada, não apenas um ou dois círculos de Gershgorin, a estabilidade global do sistema em malha fechada é garantida. Terceiro, diferente das demais técnicas, restrições de estabilidade são também especificadas para as malhas individuais. Para o caso particular de sistemas TITO, uma das malhas pode ser aberta e a outra manter-se em operação dentro das margens de estabilidade especificadas em projeto.

O Capítulo está organizado da seguinte forma: Na Seção 5.2, a formulação do problema de controle descentralizado para processos multivariáveis é abordada. Na Seção 5.3, aspectos de estabilidade de sistemas de controle multivariáveis são descritos, dentre esses aspectos estão as bandas de Gershgorin. A proposta de projeto do controlador descentralizado é desenvolvida na Seção 5.4. Na Seção 5.5 o método proposto é aplicado em quatro exemplos simulados, é feita comparação de resultados com outras cinco técnicas de sintonia de PID descentralizado. Na Seção 5.6 são comentadas vantagens e desvantagens das técnicas aplicadas no exemplo anterior ao se comparar com a técnica proposta. Por fim, as conclusões do Capítulo estão na Seção 5.7.

## 5.2 Formulação do Problema

Considere um processo com  $n$  entradas e  $n$  saídas,

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1n}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \dots & G_{nn}(s) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

onde  $G_{ij}(s)$  representa a dinâmica do sistema entre a entrada  $j$  e a saída  $i$ . Para aplicação do método proposto é necessário que os sistemas SISO,  $G_{ij}(s)$ , sejam lineares invariantes no tempo e estáveis. Os modelos que representam  $G_{ij}(s)$  são não paramétricos no domínio da frequência, cuja representação é feita por um número finito  $N$  de pontos de frequência:

$$G_{ij}(j\omega_k) \quad k = 1, \dots, N. \quad (5.2)$$

A estrutura do controlador descentralizado é diagonal:

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_n(s) \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

A função de transferência do controlador PID em cada elemento diagonal de  $\mathbf{C}(s)$  é escrita como

$$C_j(s) = \rho_j^T \phi(s), \quad (5.4)$$

onde  $\rho_j^T = [k_{p_j} \quad k_{i_j} \quad k_{d_j}]$  e  $\phi(s) = [1 \quad \frac{1}{s} \quad \frac{s}{T_f s + 1}]$ .

O diagrama de blocos do sistema realimentado composto por  $\mathbf{C}(s)$  e  $\mathbf{G}(s)$  é mostrado na Figura 5.1.

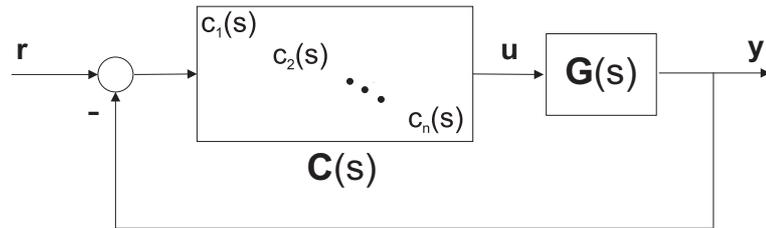


Figura 5.1: Diagrama de blocos de controle descentralizado

### 5.3 Estabilidade em Sistemas Multivariáveis

Aspectos de estabilidade em sistemas multivariáveis são apresentados nessa seção, a exemplo dos conceitos de Lugar Característico e bandas de Gershgorin. Grande parte do conteúdo da seção é baseado no artigo (LUYBEN, 1986) e nos livros (MACIEJOWSKI, 1989) e (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1996).

#### 5.3.1 Curva de Nyquist para Sistemas Multivariáveis

A equação característica de um sistema multivariável em malha fechada é definida pela seguinte equação escalar de ordem  $n$ :

$$\det [\mathbf{I} + \mathbf{GC}] = 0. \quad (5.5)$$

A estabilidade do sistema linear é determinada pelas raízes da equação característica. Segundo o critério de estabilidade geral, o sistema de controle na Figura 5.1 é estável se, e somente se, todas as raízes da equação característica forem negativas ou tenham parte reais negativas. Caso contrário, o sistema é instável. Esse critério é uma condição necessária e suficiente.

Um método para determinar a localização das raízes da equação característica (5.5) é pela análise do diagrama de Nyquist Multivariável. O procedimento é baseado no teorema de variáveis complexas que afirma que a diferença entre o número de zeros e polos que uma função tem dentro de um contorno fechado pode ser encontrada pelo número de vezes que a curva da função circunda a origem. A variável  $s$  segue um contorno fechado que circunda completamente todo semiplano- $s$  direito. Considere:

$$F(s) = \det [\mathbf{I} + \mathbf{GC}]. \quad (5.6)$$

O contorno de  $F(s)$  é plotado no plano complexo. O número de voltas em torno da origem feito por este gráfico é igual à diferença entre o número de zeros e o número de polos de  $F(s)$  no lado direito do plano.

Se o processo é estável em malha aberta, nenhuma das funções de transferência de  $\mathbf{G}(s)$  terá algum polo no lado direito do plano  $s$ . Os controladores  $C_j(s)$  em  $\mathbf{C}(s)$  são escolhidos para serem estáveis em malha aberta (P, PI, PID), portanto  $\mathbf{C}(s)$  não tem polos no lado direito do plano  $s$ . Os polos de  $F(s)$  são os polos de  $\mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s)$ . Logo, se o processo é estável em malha aberta, a função  $F(s)$  não possui polos no lado direito do plano  $s$ . Assim, o número de voltas na origem feitas pela função  $F(s)$  é igual ao número de zeros no lado direito do plano. Se o gráfico de  $\det [\mathbf{I} + \mathbf{GC}]$  circunda a origem, o sistema é instável em malha fechada.

Para que se tenha um gráfico similar ao caso SISO, define-se para sistemas multivariáveis a função  $W(s)$  como a seguir:

$$W(s) = -1 + \det [\mathbf{I} + \mathbf{GC}]. \quad (5.7)$$

O número de voltas no ponto crítico  $(-1, 0)$  feito por  $W(s)$  para a frequência  $\omega$  variando de 0 a  $\infty$  estabelece o número de zeros da equação característica no lado direito do plano- $s$ .

Na Figura 5.2 é mostrada a curva de Nyquist para sistema de controle aplicado ao modelo de processo da coluna de *Wood-Berry* (WOOD; BERRY, 1973), cujo controlador  $\mathbf{C}(s)$  é descentralizado. A curva não envolve o ponto crítico, portanto o sistema é estável em malha fechada.

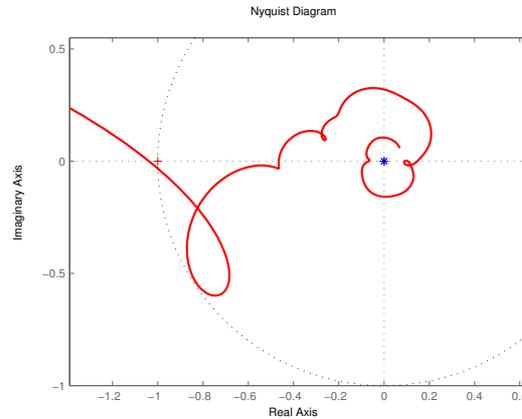


Figura 5.2: Curva de Nyquist de Sistema Multivariável

### 5.3.2 Curva do Lugar Característico

Além do Gráfico de Nyquist, existe ainda o Gráfico do Lugar Característico ou Lugar dos Autovalores, que permite fazer a análise de estabilidade de um sistema multivariável. Ao contrário do gráfico de Nyquist, no qual é traçada apenas uma curva, no caso do Lugar característico  $n$  curvas são traçadas. Apesar do aumento do número de curvas, essas são em geral mais simples que a traçada pelo método de Nyquist, o que facilita na análise de estabilidade (LUYBEN, 1986).

Como visto na Equação (5.5), a equação característica de um processo multivariável em malha fechada é determinada por

$$\det[\mathbf{I} + \mathbf{GC}] = \det[\mathbf{I} + \mathbf{L}] = 0,$$

A matriz  $\mathbf{L}$  é decomposta em sua forma canônica:

$$\mathbf{L} = \mathbf{V}\Lambda_L\mathbf{V}^{-1}.$$

onde

$$\Lambda_L = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

em que  $\lambda_i$  são os autovalores de  $\mathbf{L}$ . Logo,

$$\begin{aligned} \det [\mathbf{I} + \mathbf{V}\Lambda_L\mathbf{V}^{-1}] &= 0 \\ \det [\mathbf{V}\mathbf{I}\mathbf{V}^{-1} + \mathbf{V}\Lambda_L\mathbf{V}^{-1}] &= 0 \\ (\det\mathbf{V})(\det[\mathbf{I} + \Lambda_L])(\det\mathbf{V}^{-1}) &= 0 \end{aligned}$$

dados que a matriz  $\mathbf{V}$  é não singular, o seu determinante assim como o determinante da sua inversa são diferentes de zero. Assim, a equação característica torna-se:

$$\det[\mathbf{I} + \Lambda_L] = (1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2) \cdots (1 + \lambda_n) = 0.$$

O argumento do produto de uma série de números complexos é igual à soma dos argumentos individuais. Portanto,

$$\arg\{\det[\mathbf{I} + \Lambda_L]\} = \arg(1 + \lambda_1) + \arg(1 + \lambda_2) + \cdots + \arg(1 + \lambda_n).$$

Se o argumento de qualquer função  $(1 + \lambda_i(\omega))$  crescer  $2\pi$  quando a frequência  $\omega$  varia de 0 a  $\infty$ , a equação característica tem um zero no lado direito do plano- $s$ . Nesse caso o sistema é instável em malha fechada. Graficamente, pode-se traçar a curva de  $(1 + \lambda_i(\omega))$  e verificar se esta curva envolve a origem. Nesse trabalho, é plotado apenas  $\lambda_i(\omega)$ , já que assim o ponto de interesse deixa de ser a origem e passa a ser o ponto crítico  $(-1, 0)$ .

Como apresentado em (LUYBEN, 1986), o método do Lugar Característico pode ser resumido do seguinte modo:

- Especifique o controlador  $\mathbf{C}(s)$  (tanto estrutura quanto sintonia).
- Especifique um valor de frequência  $\omega$ .
- Calcule a matriz  $\mathbf{L}(j\omega)$ .
- Calcule os autovalores de  $\mathbf{L}(j\omega)$ . Se o sistema é  $n \times n$ , existem  $n$  autovalores complexos.
- Trace estes  $n$  autovalores para uma variação na frequência de 0 a  $\infty$ .
- Se qualquer uma dessas curvas envolver o ponto  $(-1, 0)$ , o sistema é instável em malha fechada (para um processo estável em malha aberta).

Na Figura 5.3 são mostradas as curvas do Lugar Característico para sistema de controle aplicado ao modelo de processo da coluna de *Wood-Berry*, cujo controlador  $\mathbf{C}(s)$

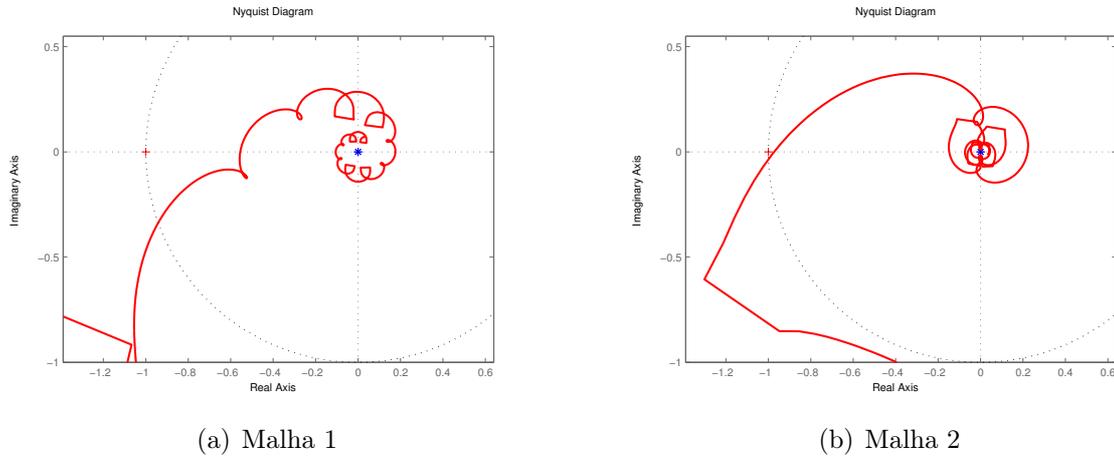


Figura 5.3: Curvas do Lugar Característico para um sistema 2 por 2

é descentralizado. As duas curvas não envolvem o ponto crítico, portanto o sistema é estável em malha fechada.

### 5.3.3 Bandas de Gershgorin

O teorema de Gershgorin estabelece que os autovalores de uma matriz estão contidos dentro de um conjunto de discos centralizados nos elementos diagonais dessa matriz. O raio de cada disco é igual à soma do módulo dos elementos não diagonais da correspondente linha ou coluna.

Considere, portanto, a curva de Nyquist de  $G_{jj}(j\omega_k)C_j(j\omega_k)$  sobreposta por  $N$  círculos, cujos raios são:

$$R_j(j\omega_k) = \sum_{i=1, i \neq j}^n |G_{ij}(j\omega_k)C_j(j\omega_k)| \quad k = 1, \dots, N. \quad (5.8)$$

Esse círculo é chamado de círculo de Gershgorin. Toda banda composta por esses círculos para toda frequência  $\omega > 0$  é chamada de banda de Gershgorin, essa banda cobre a região em que é traçada a curva do lugar característico. Logo, se todo disco de Gershgorin exclui o ponto crítico  $-1$ , pode-se afirmar que a estabilidade em malha fechada é garantida ao se contar o número de voltas das bandas de Gershgorin em  $-1$ , dado que isso é o mesmo que o número de voltas da curva do lugar característico. A estabilidade da malha fechada pode ser verificada pelo seguinte teorema:

**Teorema 1** (ROSENBROCK, 1974) *Assuma que as bandas de Gershgorin são centradas nos elementos diagonais  $L_{ii}(j\omega)$  de  $\mathbf{L}(j\omega)$ , e  $i = 1, \dots, n$  exclui o ponto crítico  $(-1 + j0)$   $N_i$  vezes no sentido anti-horário. A matriz de transferência em malha fechada*

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega)}{(\mathbf{I} + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega))} \quad (5.9)$$

é estável se, e somente se,

$$\sum_{i=1}^n N_i = p_0, \quad (5.10)$$

onde  $p_0$  é o número de polos instáveis de  $L(j\omega)$ .

**Prova.** A prova desse Teorema é apresentada em (ROSENBROCK, 1974). ■

Ao se assumir que o processo é estável em malha aberta, obtém-se  $p_0 = 0$  em (5.10). Assim, a matriz de transferência  $\mathbf{H}(j\omega)$  é estável se, e somente se, a curva de Nyquist de  $L_{ii}(j\omega)$  não circunda o ponto  $(-1 + j0)$  para todo  $i = 1, \dots, n$ .

Na Figura 5.4 são mostradas as bandas de Gershgorin sobrepostas às curvas de Nyquist de cada malha. Observe ainda na Figura 5.4 que as regiões formadas pelos círculos de Gershgorin envolvem completamente a curva do Lugar Característico de cada malha. Como as bandas de Gershgorin não envolvem o ponto crítico, o sistema multivariável é estável em malha fechada.

Essa análise de estabilidade representa apenas uma condição suficiente, ou seja, se as bandas de Gershgorin contêm o ponto crítico, nada pode ser afirmado sobre estabilidade ou instabilidade da malha fechada. Por essa razão é dito que a análise de estabilidade pelas bandas de Gershgorin é conservadora.

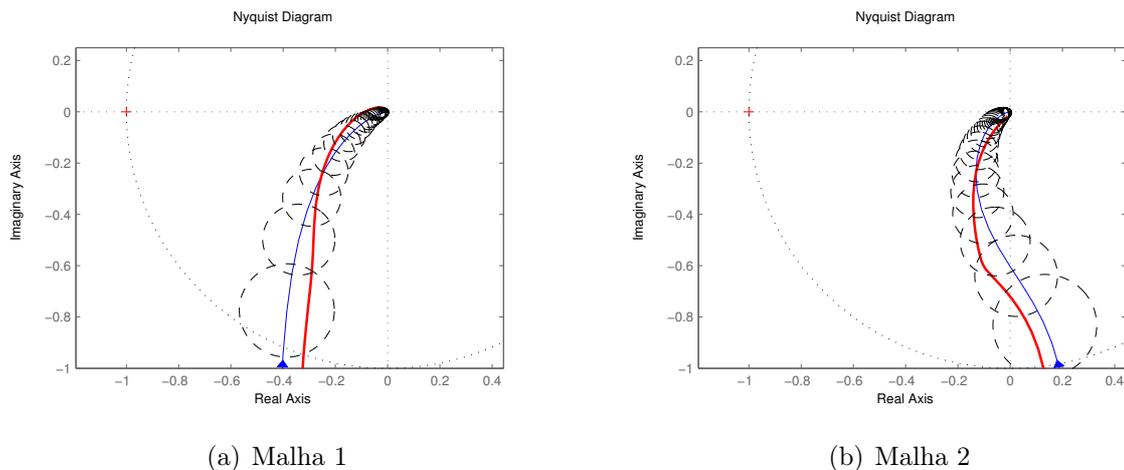


Figura 5.4: Curvas de Nyquist (azul), curvas do Lugar Característico (vermelha) e bandas de Gershgorin (círculos tracejados) para sistema 2 por 2.

## 5.4 Projeto do Controlador por Programação Linear

Considere o projeto do controlador PID SISO K-K-L descrito no Capítulo 3. O método proposto nessa Tese estende o método SISO K-K-L original para a sintonia de controlador PID descentralizado para processos MIMO fracamente acoplados. Para isso, uma nova restrição no problema de otimização é formulada para levar em conta as interações de malha pelo uso das bandas de Gershgorin. O problema de otimização proposto deve ser aplicado às  $n$  malhas e sua solução é obtida por programação linear.

Essa Seção é organizada da seguinte forma: Na subseção 5.4.1, a função de custo do problema de otimização é estabelecida. Na subseção 5.4.2 a restrição sobre a função ganho de malha do método K-K-L é reescrita para o caso do processo MIMO. Já na subseção 5.4.3 a nova restrição sobre as bandas de Gershgorin é apresentada. Por fim, na subseção 5.4.4 é formulado o problema de otimização formado pela função de custo e restrições apresentados nas subseções anteriores.

### 5.4.1 A Função de Custo

A função de custo a ser maximizada no problema de otimização proposto é o ganho integral  $k_i$ . Como visto no Capítulo 2, a rejeição à perturbação de carga pode ser expressa em termos da integral do erro

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt.$$

Em (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006) é mostrado que  $IE = 1/k_i$ . Portanto, minimizar IE é equivalente a maximizar  $k_i$ . Se o sistema for bem amortecido, as grandezas IE e IAE são aproximadamente as mesmas. Esse critério é o mesmo adotado nas técnicas MIGO e K-K-L revistas no Capítulo 3.

### 5.4.2 Restrição sob a curva de Nyquist da Função Ganho de Malha

Para a formulação do controlador  $C_j$  em (5.4), cada ponto no diagrama de Nyquist de  $L_j(j\omega_k) = G_{jj}(j\omega_k)C_j(j\omega_k)$  pode ser escrito como uma função linear dos parâmetros de controle da seguinte forma:

$$L_j(j\omega_k) = \rho_j^T \Re_{jj}(\omega_k) + j \rho_j^T \Im_{jj}(\omega_k), \quad (5.11)$$

onde  $\Re_{jj}(\omega_k)$  e  $\Im_{jj}(\omega_k)$  são, respectivamente, as partes real e imaginária de  $\phi(j\omega_k)G_{jj}(j\omega_k)$ .

Considere uma linha reta  $r_n$  que cruza o eixo real negativo entre 0 e  $-1$  com uma distância  $\ell$  do ponto crítico. O ângulo entre  $r_n$  e o eixo real é  $\alpha$ , cujo valor é dado entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , como ilustrado na Figura 5.5. Essa linha reta divide o plano complexo em duas regiões. O objetivo é o de manter a curva de Nyquist da função ganho de malha na região que não contém o ponto crítico.

Como visto no Capítulo 3 (Seção 3.4) e de acordo com a equação (5.11), a curva de Nyquist da função de transferência é composta por  $N$  pontos complexos  $(\rho_j^T \Re_{jj}(\omega_k), \rho_j^T \Im_{jj}(\omega_k))$ . Logo, para manter esses  $N$  pontos ao lado direito de  $r_n$ , a seguinte inequação deve ser satisfeita:

$$\rho_j^T (\cot \alpha \Im_{jj}(\omega_k) - \Re_{jj}(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k. \quad (5.12)$$

Essa inequação é obtida por análise geométrica, como já detalhada na subseção 3.4.2 do Capítulo 3.

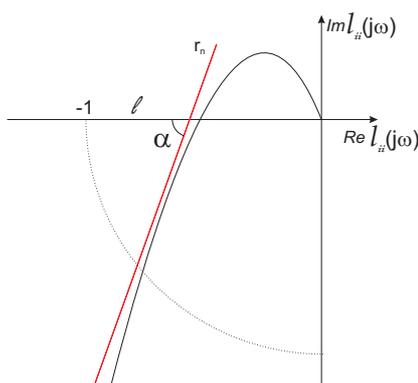
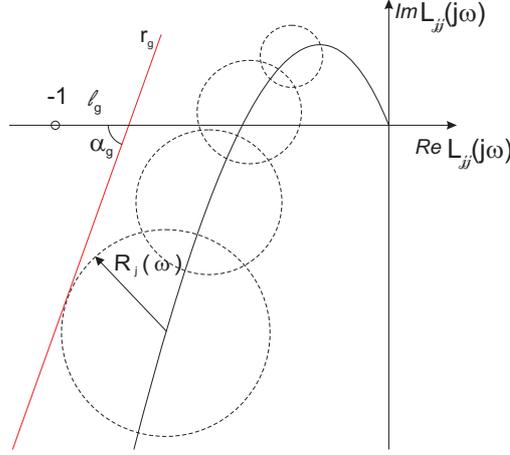


Figura 5.5: A reta  $r_n$ , a distância  $\ell$  e o ângulo  $\alpha$ .

A distância  $\ell$  e o ângulo  $\alpha$  estabelecem margens de robustez à malha diagonal. Quanto maior os valores de  $\ell$  e  $\alpha$ , maior a distância da curva da função ganho de malha do ponto crítico. No Capítulo 3 é mostrado que  $\ell$  e  $\alpha$  são relacionados às margens de ganho e de fase pelas inequações (3.30) e (3.31), respectivamente.

### 5.4.3 Restrição sobre as bandas de Gershgorin

A fim de moldar a banda de Gershgorin de maneira que não envolva o ponto crítico, é considerada a reta  $r_g$  que divide o diagrama de Nyquist em duas regiões. A reta  $r_g$  cruza o eixo real entre 0 e  $-1$  a uma distância  $\ell_g$  do ponto  $(-1, 0)$ . O ângulo entre  $r_g$  e o eixo real é chamado de  $\alpha_g$  cujo valor é dado entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , como ilustrado na Figura 5.6.


 Figura 5.6: A linha reta  $r_g$  e as bandas de Gershgorin.

Para formular de modo linear o problema de otimização, considere a reta  $r_h$  perpendicular à reta  $r_g$  e que passa no centro do círculo de Gershgorin

$$B_k(\rho_j^T \Re_{jj}(\omega_k), \rho_j^T \Im_{jj}(\omega_k)), \quad (5.13)$$

como ilustrado na Figura 5.7. Agora considere o ponto  $A_k$  como o ponto em que a reta  $r_h$  cruza a circunferência de Gershgorin. Para obter  $A_k$ , cada ponto  $B_k$  correspondente ao centro de cada círculo de Gershgorin é deslocado horizontalmente por

$$-R_j(\omega_k) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right), \quad (5.14)$$

e verticalmente por

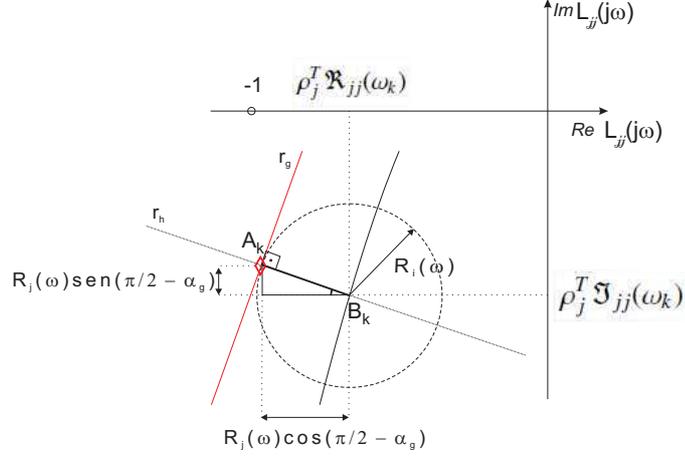
$$R_j(\omega_k) \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right), \quad (5.15)$$

onde  $R_j$  é o raio do círculo de Gershgorin definido em (5.8) e  $(\frac{\pi}{2} - \alpha_g)$  é o ângulo ente  $r_h$  e o eixo real. Portanto, o ponto  $A_k$  da circunferência de Gershgorin mais próximo da reta  $r_g$  é dado por

$$A_k\left(\rho_j^T \Re_{jj}(\omega_k) - R_j(\omega_k) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right), \rho_j^T \Im_{jj}(\omega_k) + R_j(\omega_k) \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right)\right). \quad (5.16)$$

Ao substituir na inequação (5.12) cada ponto  $B_k$  em (5.13) pelo ponto  $A_k$  em (5.16), o seguinte resultado é obtido

$$\begin{aligned} & \left( \cot(\alpha_g) \rho_j^T \Im_{jj}(\omega_k) + \cot(\alpha_g) R_j(\omega_k) \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \right) \\ & - \left( \rho_j^T \Re_{jj}(\omega_k) - R_j(\omega_k) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \right) + \ell_g \leq 1 \quad \forall \omega_k. \end{aligned} \quad (5.17)$$


 Figura 5.7: Representação dos Pontos  $A_k$  e  $B_k$  no círculo de Gershgorin.

Para que a inequação (5.17) seja usada como restrição do problema de otimização formulado, essa deve ser escrita como uma função linear de  $\rho_j^T$ . Por essa razão, a equação que define o raio dos círculos de Gershgorin em (5.8) é reescrita como

$$R_j(\omega_k) = \sum_{i=1, i \neq j}^n |L_{ij}(j\omega_k)| = \sum_{i=1, i \neq j}^n |\rho_j^T \phi(j\omega_k) G_{ij}(j\omega_k)|. \quad (5.18)$$

O termo  $|\rho_j^T \phi(j\omega_k) G_{ij}(j\omega_k)|$  pode ser escrito como

$$\left| \begin{bmatrix} k_{p_j} & k_{i_j} & k_{d_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re_{ij}^{(1)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(1)}(\omega_k) \\ \Re_{ij}^{(2)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(2)}(\omega_k) \\ \Re_{ij}^{(3)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(3)}(\omega_k) \end{bmatrix} \right|, \quad (5.19)$$

onde  $\Re_{ij}^{(m)}(\omega_k)$  e  $\Im_{ij}^{(m)}(\omega_k)$  são, respectivamente, a parte real e imaginária das linhas  $m$  do vetor  $\phi(j\omega_k) G_{ij}(j\omega_k)$ . Logo,

$$|L_{ij}(j\omega_k)| = \left| k_{p_j} \left( \Re_{ij}^{(1)} + j\Im_{ij}^{(1)} \right) + k_{i_j} \left( \Re_{ij}^{(2)} + j\Im_{ij}^{(2)} \right) + k_{d_j} \left( \Re_{ij}^{(3)} + j\Im_{ij}^{(3)} \right) \right|. \quad (5.20)$$

Observe que a equação (5.20) (módulo da soma dos números complexos) é ainda uma função não linear aos parâmetros de controle. Para obter a linearidade, o seguinte limite superior é usado:

$$\begin{aligned}
 |L_{ij}(j\omega_k)| \leq & |k_{p_j}| \left| \Re_{ij}^{(1)} + j\Im_{ij}^{(1)} \right| + |k_{i_j}| \left| \Re_{ij}^{(2)} + j\Im_{ij}^{(2)} \right| \\
 & + |k_{d_j}| \left| \Re_{ij}^{(3)} + j\Im_{ij}^{(3)} \right|. \tag{5.21}
 \end{aligned}$$

Considerando que os parâmetros do controlador são assumidos positivos, a equação (5.21) é reescrita:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n |L_{ij}(j\omega_k)| \leq R_j^* = \rho_j^T \begin{bmatrix} |\Re_{ij}^{(1)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(1)}(\omega_k)| \\ |\Re_{ij}^{(2)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(2)}(\omega_k)| \\ |\Re_{ij}^{(3)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(3)}(\omega_k)| \end{bmatrix}. \tag{5.22}$$

Assim, ao substituir cada termo  $R_j$  em (5.17) por  $R_j^*$ , a seguinte inequação é obtida:

$$\begin{aligned}
 & \rho_j^T \left( \cot(\alpha_g) \Im_{jj}(\omega_k) + \cot(\alpha_g) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \Delta(\omega_k) \right) \\
 -\rho_j^T & \left( \Re_{jj}(\omega_k) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \Delta(\omega_k) \right) + \ell_g \leq 1 \quad \forall \omega_k. \tag{5.23}
 \end{aligned}$$

onde,

$$\Delta(\omega_k) = \begin{bmatrix} |\Re_{ij}^{(1)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(1)}(\omega_k)| \\ |\Re_{ij}^{(2)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(2)}(\omega_k)| \\ |\Re_{ij}^{(3)}(\omega_k) + j\Im_{ij}^{(3)}(\omega_k)| \end{bmatrix}. \tag{5.24}$$

O valor de  $R_j^*$  é sempre maior ou igual ao valor exato do raio de Gershgorin  $R_j$ . Assim, o problema de otimização que usa  $R_j^*$  pode ser conservador. No entanto, para frequências altas (dentro do círculo unitário) a diferença entre  $R_j$  e  $R_j^*$  é desprezível.

#### 5.4.4 O Problema de Otimização

De acordo com os resultados das subseções anteriores, um novo problema de otimização é estabelecido:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\rho_j}{\text{maximizar}} && k_{i_j}(\rho_j) \\
 & \text{sujeito a} && \rho_j^T (\cot \alpha_g \Im_{jj}(\omega_k) - \Re_{jj}(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k \\
 & && \rho_j^T (\cot(\alpha_g) \Im_{jj}(\omega_k) \\
 & && + \cot(\alpha_g) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \Delta(\omega_k)) \\
 & && - \rho_j^T \left( \Re_{jj}(\omega_k) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_g\right) \Delta(\omega_k) \right) \\
 & && + \ell_g \leq 1 \quad \forall \omega_k. \tag{5.25}
 \end{aligned}$$

As margens de robustez são consideradas não apenas sobre as malhas referentes aos elementos diagonais de  $\mathbf{G}(s)$ , mas também às bandas de Gershgorin. As margens de estabilidade são definidas pelos parâmetros  $\alpha$ ,  $\alpha_g$ ,  $\ell$ , e  $\ell_g$ . Se o problema de programação linear em (5.25) for resolvido para cada malha  $j$ , de acordo com o Teorema 1, a estabilidade do sistema MIMO em malha fechada é garantida.

## 5.5 Simulação e Resultados

Exemplos simulados são implementados para avaliar a eficácia do método de projeto de controlador PID descentralizado. Os resultados são comparados com técnicas que também são baseadas nas bandas de Gershgorin: Ho-Xu (HO; XU, 1998), Chen-Seborg (CHEN; SEBORG, 2001), Garcia-Karimi-Longchamp (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005), e Hušek (HUSEK, 2014). Em todos os exemplos também é simulado o resultado para a técnica BLT (LUYBEN, 1986), a mais conhecida para sintonia de PID descentralizado. Algumas características são comuns a todos os exemplos, os índices IE e IAE são calculados para uma perturbação de carga em degrau unitário na entrada do processo, o valor da constante de tempo do filtro derivativo ( $T_f$ ) é escolhido de forma empírica, e as especificações de projeto sobre as bandas de Gershgorin são sempre as mesmas e iguais a  $\alpha_g = 48, 90^\circ$  e  $\ell_g = 0, 17$ .

### 5.5.1 Exemplo 1

Considere o seguinte modelo MIMO de quatro tanques acoplados apresentado em (HO; XU, 1998),

$$\mathbf{G}_{ex1} = \begin{bmatrix} \frac{0,6}{(256s+1)}e^{-50s} & \frac{0,41}{(256s+1)}e^{-100s} \\ \frac{0,42}{(186s+1)}e^{-125s} & \frac{0,56}{(186s+1)}e^{-50s} \end{bmatrix}.$$

Devido ao processo não ser diagonalmente dominante, o desacoplador  $\mathbf{D} = \mathbf{G}_{ex1}^{-1}(0)$  é considerado. Os parâmetros de projeto para a malha 1 são  $\alpha = 89, 50^\circ$  e  $\ell = 0, 67$ . Estas especificações correspondem a limites mínimos nas margens de ganho e de fase de 3,0 e  $70^\circ$ , respectivamente. Para a malha 2, as especificações de projeto são  $\alpha = 88, 60^\circ$  e  $\ell = 0, 60$ , que correspondem a uma margem de ganho mínima de 2,50 e uma margem de fase mínima de  $65^\circ$ .

Os parâmetros PID obtidos pelos métodos BLT, Ho-Xu e Proposto são mostrados na Tabela 5.1. As curvas de Nyquist da função ganho de malha e as bandas de Gershgorin são mostradas na Figura 5.8. As saídas do sistema de controle devido a perturbações em

degrau unitário nos respectivos setpoint são mostradas na Figura 5.9. Na Tabela 5.2 estão as margens de ganho e fase, além do IE e IAE para cada sintonia aplicada ao sistema de controle.

Na Malha 1, todos os controladores calculados são PI. Para o BLT e o método de Ho-Xu isto foi imposto em projeto, isto é, nenhum ganho derivativo foi calculado. Já no método Proposto, o ganho derivativo igual a zero é resultado da sintonia. Na Malha 2 o ganho derivativo é diferente de zero e os ganhos proporcional e integral são maiores em comparação com os resultados das técnicas BLT e Ho-Xu.

De acordo com a Figura 5.8 e as margens de estabilidade calculadas na Tabela 5.2, nota-se que os resultados obtidos estão dentro das especificações exigidas. Para a Malha 1, a restrição limitante está nas bandas de Gershgorin, as margens de fase e de ganho desta malha estão aquém dos limites impostos. Para a Malha 2, tanto as bandas de Gershgorin quanto a curva de Nyquist da função ganho de malha chegam ao limite imposto nas especificações de projeto.

Quanto à resposta a variações no setpoint, para a Malha 1, a saída obtida com a sintonia BLT e a sintonia Proposta são parecidas. Já a saída do sistema com a sintonia do método Ho-Xu tem sobressinal e é oscilatória. Na Malha 2 a resposta com a sintonia Proposta é mais rápida que aquela com a sintonia BLT, mas com sobressinal menor que a obtida pelo controlador de Ho-Xu.

Na Tabela 5.2 nota-se uma diferença expressiva entre os valores de IE e IAE para a sintonia Ho-Xu, isto indica uma resposta oscilatória para perturbações na entrada do processo. Na Malha 1 as margens de fase obtidas pelo BLT e pelo método Proposto são próximas e maiores que aquelas do método Ho-xu. Na Malha 2 a margem de fase para o método BLT é maior que as demais, o que implica no aumento do tempo de subida quando há variação no setpoint.

### 5.5.2 Exemplo 2

Considere o modelo de processo de quatro tanques acoplados apresentado em (HUSEK, 2014). A matriz de funções de transferência deste processo é dada a seguir:

$$\mathbf{G}_{ex2} = \begin{bmatrix} \frac{3,77}{(1+37,7s)(1+80,1s)} & \frac{0,81}{(1+47,7s)} \\ \frac{0,69}{(1+80,1s)} & \frac{3,59}{(1+30s)(1+47,7s)} \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Este processo já é diagonalmente dominante, desacoplador não é necessário. Um controlador PI é projetado pelo método proposto. Para a Malha 1, são especificados  $\alpha = 85,40^\circ$  e  $\ell = 0,67$ , que correspondem ao limite mínimo na margem de ganho de 3,0 e

Tabela 5.1: Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 1.

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	BLT	1,140	0,006	0,000	0,000
	Ho-Xu	0,450	0,006	0,000	0,000
	Proposto	0,961	0,005	0,000	0,100
$C_2(s)$	BLT	0,720	0,004	0,000	0,000
	Ho-Xu	0,090	0,008	0,000	0,000
	Proposto	0,832	0,009	4,190	10

Tabela 5.2: Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 1.

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	BLT	3,30	81,20°	167,0	167,2
	Ho-Xu	7,61	60,04°	166,3	201,9
	Proposto	3,90	79,57°	200,6	201,1
$C_2(s)$	BLT	3,00	94,32°	248,6	248,6
	Ho-Xu	4,17	50,07°	125,0	173,9
	Proposto	2,50	75,23°	112,5	113,5

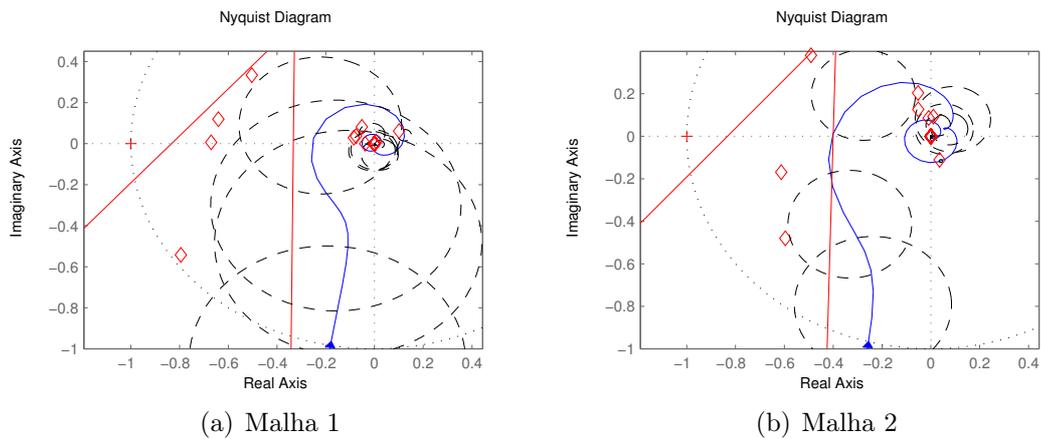


Figura 5.8: Exemplo 1 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas  $r_g$  e  $r_n$  (linhas vermelhas).

na margem de fase de  $66^\circ$ . Já para a Malha 2, as especificações de projeto são  $\alpha = 79,11^\circ$  e  $\ell = 0,67$ , o que corresponde a uma margem de ganho mínima de 3,00 e uma margem de fase mínima de  $60^\circ$ .

Os resultados de sintonia dos métodos BLT, Hušek, e Proposto são mostrados na Tabela 5.3, todos para a formulação de um controlador PI. O diagrama de Nyquist é mostrado na Figura 5.10. As saídas do sistema de controle devido a perturbações em degrau unitário nos respectivos set-point são mostradas na Figura 5.11. Na Tabela 5.4 estão as margens de ganho e fase, além do IE e IAE para cada sintonia aplicada ao sistema de controle.

Para as duas malhas as bandas de Gershgorin são estreitas e distantes da restrição imposta, representada pela reta  $r_g$  na Figura 5.10. A limitação fica por conta das margens de fase para as duas malhas.

O menor sobressinal para resposta a variação no setpoint na Malha 1 é obtido com a sintonia proposta. Na Malha 2 as respostas para variação no setpoint são próximas para as sintonias BLT e Proposta, estas são mais rápidas que a resposta na saída do sistema para a sintonia de Husek. A sintonia proposta por Husek é também a que obtém os resultados mais conservadores para a margem de fase. Quanto ao IAE, a sintonia Proposta obtém o valor mínimo na Malha 2, cerca de 33,33% menor que o IAE da sintonia BLT, e 300% menor ao se comparar com o IAE do método Husek.

### 5.5.3 Exemplo 3

O seguinte processo MIMO, apresentado em (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005), é agora considerado:

$$\mathbf{G}_{ex_3} = \begin{bmatrix} \frac{8e^{-0,05s}}{4s^2+3s+2} & \frac{0,5e^{-s}}{(s+1)(2s+1)} \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} & \frac{-0,2s+1}{(s+1)^2} \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

As funções de transferência na diagonal principal de  $\mathbf{G}_{ex_3}$  correspondem a sistemas oscilatório e de fase não mínima. Estes tipos de processos são difíceis de sintonizar utilizando os métodos clássicos de sintonia baseados em modelos de primeira ordem com atraso.

Para a malha 1, as especificações usadas são  $\alpha = 68,45^\circ$  e  $\ell = 0,75$ , que correspondem aos limites mínimos de 4,0 na margem de ganho e de  $55^\circ$  na margem de fase. Na malha 2 são admitidos  $\alpha = 86,10^\circ$  e  $\ell = 0,72$ , o que significa um limite mínimo na margem de ganho de 3,6 e na margem de fase de  $70^\circ$ .

Os parâmetros PID obtidos pelos métodos BLT, Garcia-Karimi-Longchamp (G-K-L)

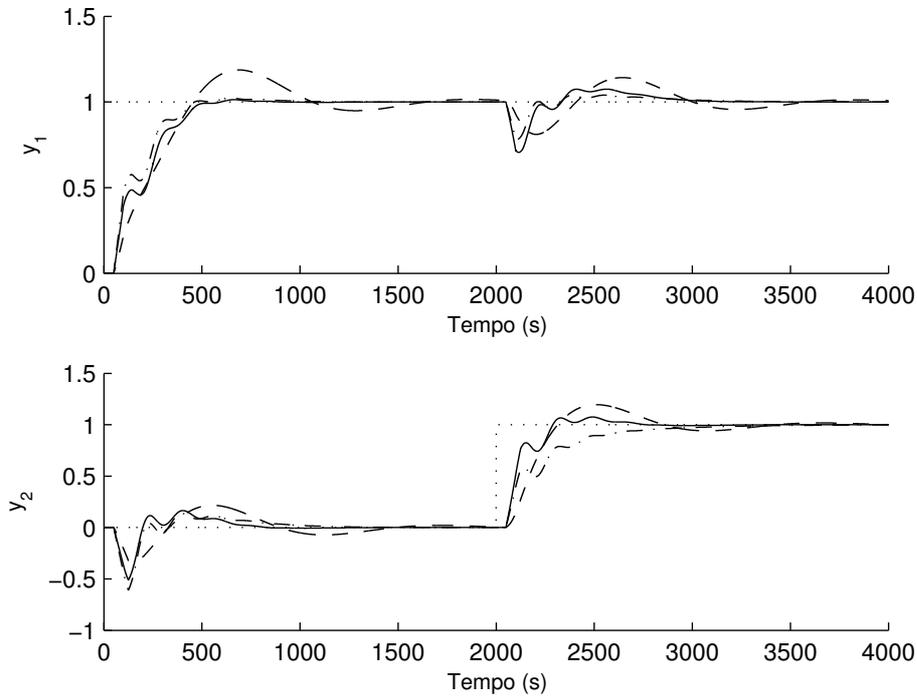


Figura 5.9: Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Ho-Xu, traço-ponto: BLT) - Exemplo 1.

Tabela 5.3: Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 2.

Controller	Método	$k_p$	$k_i$
$C_1(s)$	BLT	0,610	0,006
	Hušek	0,330	0,004
	Proposto	0,460	0,004
$C_2(s)$	BLT	0,510	0,006
	Hušek	0,210	0,002
	Proposto	0,528	0,008

Tabela 5.4: Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 2.

Controlador	Métodos	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	BLT	$\infty$	$56,86^\circ$	166,4	166,4
	Husek	$\infty$	$66,52^\circ$	249,7	249,7
	Proposto	$\infty$	$66,10^\circ$	249,4	249,4
$C_2(s)$	BLT	$\infty$	$66,75^\circ$	166,6	166,6
	Husek	$\infty$	$100,63^\circ$	498,4	498,4
	Proposto	$\infty$	$60,07^\circ$	124,8	124,8

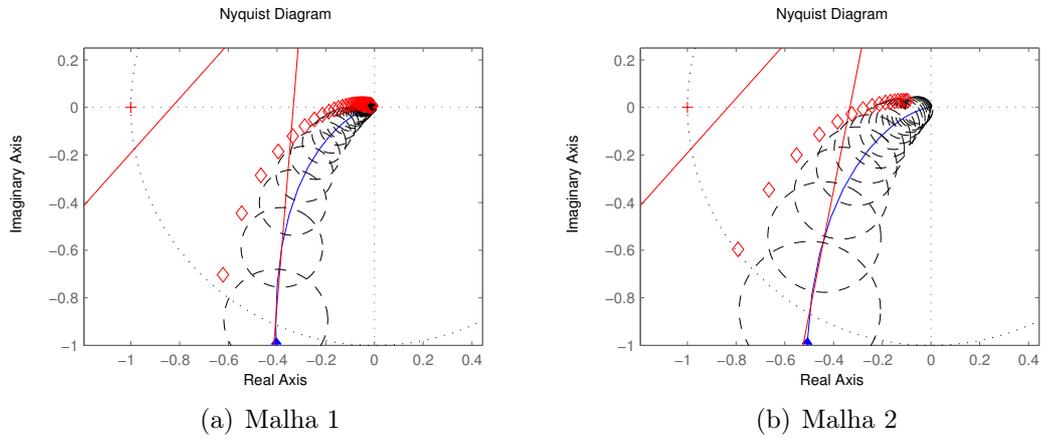


Figura 5.10: Exemplo 2 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas  $r_g$  e  $r_n$  (linhas vermelhas).

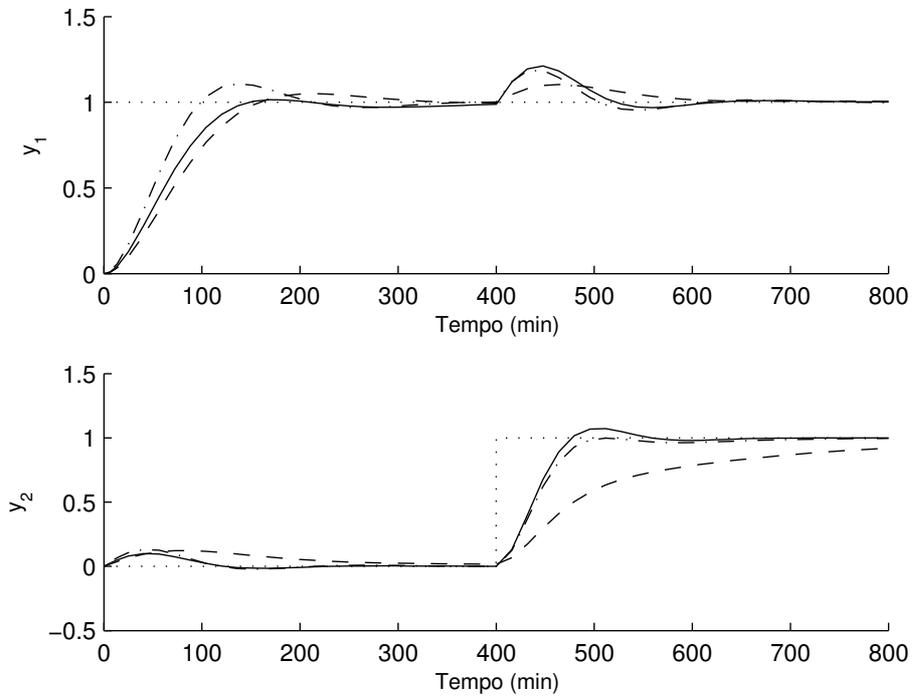


Figura 5.11: Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Husek, traço-ponto: BLT) - Exemplo 2.

e Proposto são mostrados na Tabela 5.5. As curvas de Nyquist da função ganho de malha com controlador proposto são mostradas na Figura 5.12. A resposta do sistema a um degrau unitário no setpoint é mostrada na Figura 5.13. Algumas medidas de robustez e de desempenho estão na Tabela 5.6.

Tanto o método G-K-L quanto o Proposto são formulados como problema de otimização. Das técnicas revisadas, a G-K-L é a única que calcula e utiliza em seus exemplos o parâmetro derivativo  $k_d$ .

As bandas de Gerhgorin obtidas pela sintonia proposta são estreitas para as duas malhas em frequências altas. Já as curvas de Nyquits das funções ganho de malha aproximam-se do limite de restrição imposto em projeto.

Quanto às respostas a variações no setpoint, os resultados por G-K-L e Proposta são semelhantes. Por outro lado, o resultado da sintonia BLT é bem mais lenta que as demais.

O IAE mínimo nas duas malhas é obtido pela sintonia da técnica Proposta. Em comparação com a técnica G-K-L há uma redução no IAE de 39,3% para a Malha 1 e uma redução de 11,4% na Malha 2. A redução do IAE não significa necessariamente uma redução de robustez, na Malha 1, por exemplo, as margens de estabilidade são maiores para a técnica Proposta em relação à técnica G-K-L, mas ainda assim obtém desempenho maior ao se comparar aos resultados de IAE.

#### 5.5.4 Exemplo 4

Considere o reator de polimerização em escala industrial apresentado em (CHEN; SEBORG, 2001):

$$\mathbf{G}_{ex4} = \begin{bmatrix} \frac{22,89}{(4,572s+1)}e^{-0,2s} & \frac{-11,64}{(1,807s+1)}e^{-0,4s} \\ \frac{4,689}{(2,174s+1)}e^{-0,2s} & \frac{5,80}{(1,801s+1)}e^{-0,4s} \end{bmatrix}. \quad (5.28)$$

O processo não é diagonalmente dominante e, por isso, o desacoplador estático  $\mathbf{D} = \mathbf{G}^{-1}(0)$  é usado.

Para o método proposto, as seguintes especificações foram usadas: Malha 1,  $\alpha = 70,64^\circ$  e  $\ell = 0,71$ , que corresponde a um limite mínimo de 3,5 na margem de ganho e de  $55^\circ$  na margem de fase. Malha 2,  $\alpha = 65,50^\circ$  e  $\ell = 0,80$ , que corresponde a um mínimo de 5,0 na margem de ganho e de  $55^\circ$  na margem de fase.

Os resultados dos parâmetros PID são mostrados na Tabela 5.5. A resposta ao degrau unitário no setpoint é mostrada na Figura 5.15. Os índices de robustez e de desempenho são mostrado na Tabela 5.8. As curvas de Nyquist da função ganho de malha com controlador proposto estão ilustradas na Figura 5.14.

Tabela 5.5: Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 3.

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	BLT	0,30	0,02	0,00	0,00
	G-K-L	2,92	0,82	2,60	0,05
	Proposto	2,22	1,85	2,46	0,04
$C_2(s)$	BLT	1,76	0,29	0,00	0,00
	G-K-L	2,62	1,27	1,34	0,03
	Proposto	2,64	1,44	1,24	0,03

Tabela 5.6: Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 3.

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	BLT	23,09	71,75°	52,50	52,50
	G-K-L	4,12	57,61°	1,22	1,22
	Proposto	4,60	64,00°	0,54	0,74
$C_2(s)$	BLT	5,25	75,16°	3,45	3,45
	G-K-L	3,58	75,07°	0,79	0,79
	Proposto	3,81	70,47°	0,70	0,70

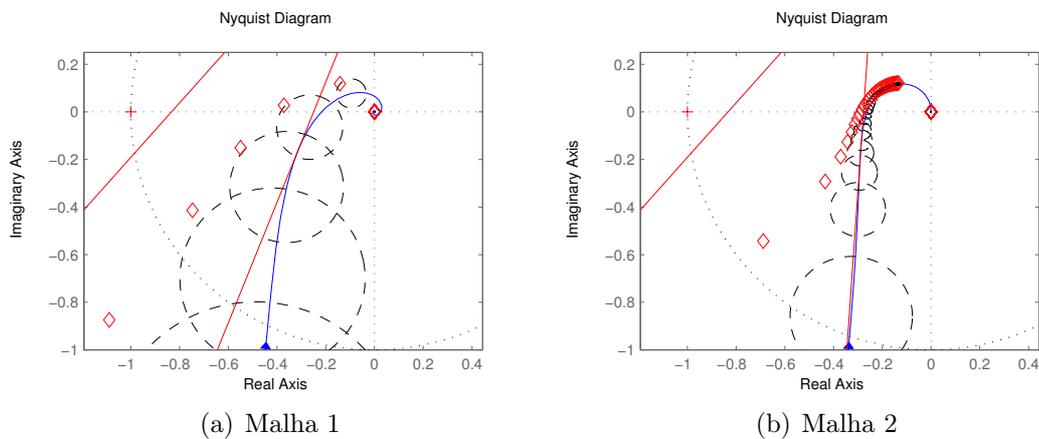


Figura 5.12: Exemplo 3 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas  $r_g$  e  $r_n$  (linhas vermelhas).

Há diferença no tamanho das bandas de Gershgorin obtidas para a sintonia Proposta. Observe que na Malha 1 as bandas são estreitas e distantes da restrição especificada, já na Malha 2 as bandas são mais largas e próximas à restrição. As margens de estabilidade individuais são próximas aos limites impostos em projeto, especialmente a margem de ganho.

A resposta à variação no setpoint da Malha 1 é tão rápida quanto a proposta por Chen-Seborg, mas com menor sobressinal. Nesse exemplo a sintonia BLT apresentou respostas distintas entre as duas malhas, suave na Malha 1 e agressiva na Malha 2.

É utilizado o mesmo fator de *detuning* BLT nas duas malhas, na primeira malha os parâmetros de robustez são muito conservadores enquanto que na Malha 2 os parâmetros de robustez são baixos em comparação com os resultados das demais sintonias.

## 5.6 Comentários sobre Aplicação dos Métodos Comparados

Além do método Proposto, a já conhecida técnica BLT e quatro técnicas de sintonia baseadas nas bandas de Gershgorin foram aplicadas em exemplos na seção anterior. Nesta seção, são discutidas vantagens e desvantagens da técnica proposta ao se comparar com a aplicação destas outras técnicas.

No Exemplo 1 foi aplicada a técnica de sintonia de Ho-Xu para controlador PI. Para cada malha sintonizada por esta técnica é preciso solucionar um sistema de quatro equações não lineares, esta abordagem pode exigir diversas iterações até se obter a solução. A técnica proposta, por ser solucionada linearmente, calcula os parâmetros PID em uma única iteração. Outra desvantagem da aplicação da técnica de Ho-Xu é que as especificações de sintonia são feitas apenas nas margens de ganho e de fase sobre as bandas de Gershgorin, nada é considerado sobre as margens relativas às funções ganho de malha individuais. Dado que não há como se saber previamente uma faixa de valores para as margens sobre as bandas de Gershgorin, o método é normalmente repetido mais de uma vez para uma mesma malha até se achar as margens adequadas.

O método de Hušek aplicado no Exemplo 2 é restrito apenas ao projeto de controladores PI. Essa técnica obtém os valores do controlador analiticamente, porém esta simplicidade produz algumas limitações. Primeiro, o único parâmetro de sintonia é a margem de fase sobre as bandas de Gershgorin. Isto é, o problema é baseado apenas em um único círculo de Gershgorin, isto não garante que o sistema seja estável em malha fechada. Segundo, o problema deve ser repetido diversas vezes para um conjunto de margens de

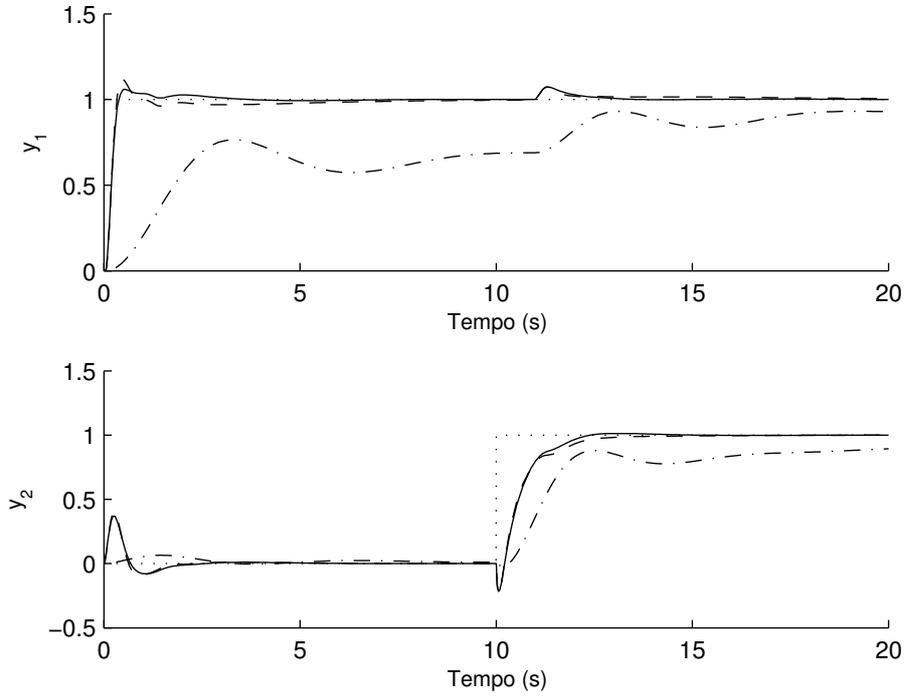


Figura 5.13: Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: G-K-L, traço-ponto: BLT) - Exemplo 3.

Tabela 5.7: Parâmetros de Controle para o sistema do Exemplo 4.

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	BLT	1,27	0,19	0,00	0,00
	Chen-Seborg	4,77	3,27	0,00	0,00
	Proposto	5,12	3,04	0,42	0,10
$C_2(s)$	BLT	4,09	2,10	0,00	0,00
	Chen-Seborg	1,19	0,54	0,00	0,00
	Proposto	1,98	0,67	0,06	0,05

Tabela 5.8: Parâmetros de Robustez e Desempenho no Exemplo 4.

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	BLT	15,25	104,90°	5,24	5,24
	Chen-Seborg	3,70	52,94°	0,31	0,31
	Proposto	3,63	62,20°	0,33	0,33
$C_2(s)$	BLT	2,24	47,90°	0,47	0,47
	Chen-Seborg	7,76	82,54°	1,85	1,85
	Proposto	5,07	82,00°	1,49	1,49

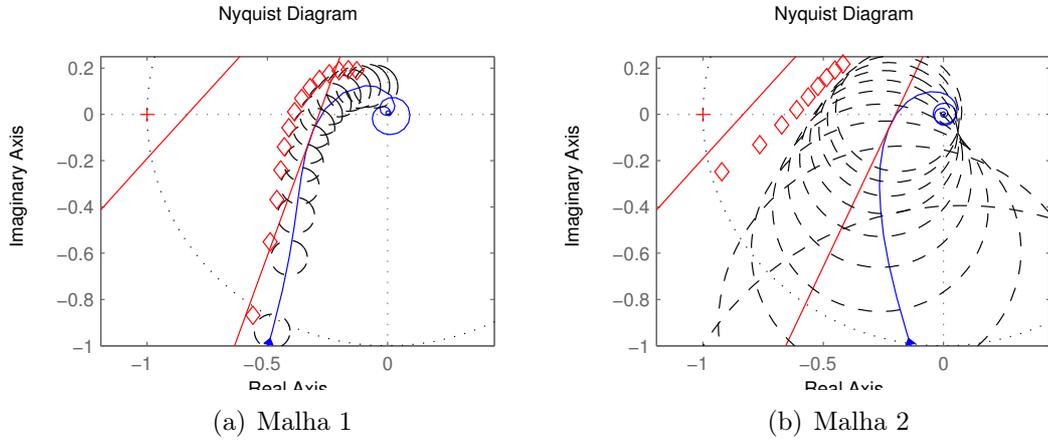


Figura 5.14: Exemplo 4 - Curvas de Nyquist para função ganho de malha do controlador PID proposto (linha sólida azul), círculos de Gershgorin (linhas tracejadas), aproximação proposta para os círculos de Gershgorin (losangos vermelhos), e as duas retas  $r_g$  e  $r_n$  (linhas vermelhas).

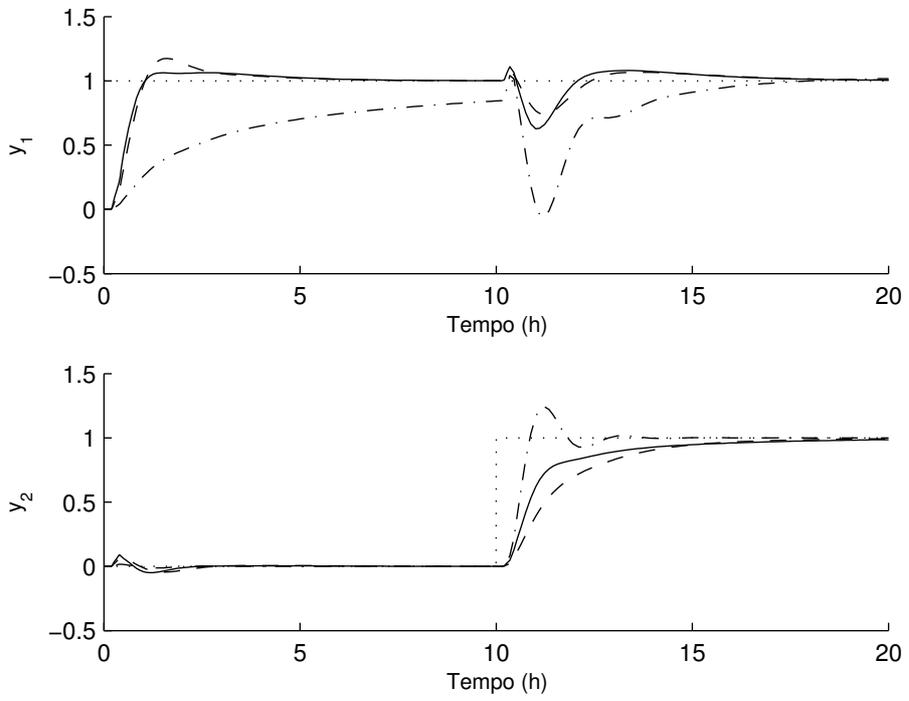


Figura 5.15: Resposta ao degrau unitário no setpoint (linha sólida: Proposta, tracejada: Chen-Seborg, traço-ponto: BLT) - Exemplo 4.

fase. Um mapa de valores para os ganhos proporcional e integral é traçado para cada especificação de margem de fase, a sintonia resultante é aquela de robustez adequada e máximo valor de ganho integral.

No Exemplo 3 a técnica G-K-L é aplicada. Esta técnica se assemelha à técnica proposta por também ser formulada como um problema de otimização. No entanto, a técnica G-K-L é não linear, requer estimativas iniciais para os parâmetros do controlador, e não há garantia de solução.

O método Chen-Seborg, aplicado no Exemplo 4, é baseado em dois pontos das bandas de Gershgorin e, por isso, não garante a estabilidade em malha fechada. É preciso fazer um procedimento de *detuning* semelhante ao caso do BLT. Não há especificação de margens de estabilidade no projeto.

## 5.7 Conclusões

Neste Capítulo foi desenvolvido um método de sintonia de controlador PID descentralizado para processos MIMO. O método é formulado como um problema de otimização, cujo objetivo é minimizar os efeitos da perturbação na saída do processo sob duas restrições de robustez. A primeira restrição estabelece limites mínimos de margens de fase e de ganho sobre a função ganho de malha de cada malha da diagonal principal. A segunda restrição estabelece limites mínimos de margens de fase e de ganho sobre as bandas de Gershgorin. A função de custo e as duas restrições são lineares em relação aos parâmetros de sintonia e, por isso, o problema é resolvido por programação linear.

Para linearizar as bandas de Gershgorin em relação aos parâmetros do controlador foi necessário desenvolver uma aproximação para o cálculo do raio dos círculos de Gershgorin. A aproximação proposta é sempre maior ou igual ao raio exato do círculo de Gershgorin, quanto maior a frequência, menor esta diferença.

Assim como todas as técnicas baseadas nas bandas de Gershgorin, a técnica proposta é limitada a processos MIMO diagonalmente dominantes. No entanto, como visto nos exemplos, ao se introduzir um desacoplador no sistema as técnicas são aplicáveis.

Uma vantagem do método proposto é que nele é possível estabelecer limites às margens de fase e de ganho sobre a função ganho de malha. É mais intuitivo estabelecer limites de margens à função ganho de malha do que às bandas de Gershgorin. Sobre as bandas, a definição de uma margem grande ou pequena depende do processo que se quer sintonizar. No Exemplo 4, de acordo com a Figura 5.14, nota-se diferença entre a largura das bandas das duas malhas do mesmo sistema MIMO. Caso fosse possível apenas estabelecer limites às bandas de Gershgorin, a Malha 1 deveria ter margens grandes enquanto a Malha 2 margens pequenas.

# Capítulo 6

## Procedimento Iterativo para Sintonia de PID Descentralizado

### 6.1 Introdução

Como visto no Capítulo 5, uma maneira de considerar as interações de malha durante o projeto do controlador é utilizando as bandas de Gershgorin. Para processos estáveis em malha aberta, a estabilidade do sistema em malha fechada é garantida caso as bandas de Gershgorin não sobreponham o ponto crítico  $(-1, 0)$ . Uma vantagem desse método é que o conhecimento dos parâmetros de controle das demais malhas é desnecessário. No entanto, a eficácia da técnica é restrita a processos fracamente acoplados ou que utilizem desacopladores para esse fim.

Uma alternativa para levar em consideração as interações de malha no projeto do controlador é usar o conceito de Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP - *Effective Open-loop Process*) (HUANG et al., 2003). Diferente do uso das bandas de Gershgorin, o procedimento de sintonia baseado em EOP requer conhecimento dos parâmetros do controlador inicial de cada malha. Cada controlador é ressintonizado um após o outro com todas as demais malhas fechadas com os respectivos controladores. Esse procedimento iterativo prossegue até não haver mais mudança significativa nos parâmetros de controle ou até que os requisitos de projeto sejam obtidos.

Neste Capítulo, um procedimento iterativo para sintonizar controlador PID descentralizado é proposto, as interações de malha são levadas em consideração tanto por bandas de Gershgorin quanto por EOPs. O procedimento consiste de duas etapas principais. Na primeira, os controladores iniciais são projetados baseados nas bandas de Gershgorin, como descrito no Capítulo 5. Na segunda etapa, os controladores são projetados baseados

em EOPs, em que cada controlador é resintonizado iterativamente até que os parâmetros de controle convirjam ou até que os requisitos de projeto sejam obtidos. O método de projeto SISO usado em todas essas etapas é formulado como um problema de otimização cujo objetivo é minimizar a integral do erro de cada malha diagonal sujeito a margens mínimas de estabilidade.

Algumas vantagens são obtidas pelo procedimento proposto em relação a métodos que usam separadamente os conceitos de bandas de Gershgorin e EOPs. Primeiro, toda a banda de Gershgorin é considerada, diferente de (HO; XU, 1998), (CHEN; SEBORG, 2001) e (HUSEK, 2014), nos quais não mais que dois círculos de Gershgorin são considerados, o que não garante a estabilidade geral do sistema em malha fechada. Segundo, esse procedimento não é restrito a processos diagonalmente dominantes, redução de modelo não é necessária, e processos de dimensão elevada não é um problema. Terceiro, limites mínimos nas margens de estabilidade são especificados para cada malha diagonal independentemente de como as interações são consideradas no projeto.

O Capítulo está organizado da seguinte forma: Na Seção 6.2, o conceito de Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP) é definido para sistemas multivariáveis. Na Seção 6.3 são propostas duas formas de sintonizar um controlador PID descentralizado com base em EOPs, o primeiro método é formulado como um problema de otimização não linear, enquanto que o segundo método é formulado como um problema de otimização linear. Em seguida, na Seção 6.4, o procedimento iterativo proposto utilizando os métodos da Seção anterior é organizado em um fluxograma. Na Seção 6.5 resultados de simulação são mostrados e discutidos. Na Seção 6.6 são discutidos os resultados da aplicação do procedimento proposto em um processo de controle de temperatura em Módulos de Peltier. Por fim, as Conclusões do Capítulo estão na Seção 6.7.

## 6.2 Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP)

Considere um Processo em Malha Aberta Efetivo como sendo a função de transferência que descreve a dinâmica real de cada malha aberta entre  $u_i$  e  $y_i$  enquanto todas as demais malhas estão fechadas. Um EOP difere da função de transferência em malha aberta original pelos efeitos das interações de malhas acopladas. Desse modo, um sistema multivariável  $n \times n$  pode ser decomposto em um conjunto de  $n$  sistemas equivalentes SISO, como representado na Figura 6.1.

Para um processo com duas entradas e duas saídas e cuja Malha 1 está fechada, a função de transferência entre  $u_2$  e  $y_2$  não é mais  $G_{22}$ , mas sim  $G_{22}^{ef}$  definida como

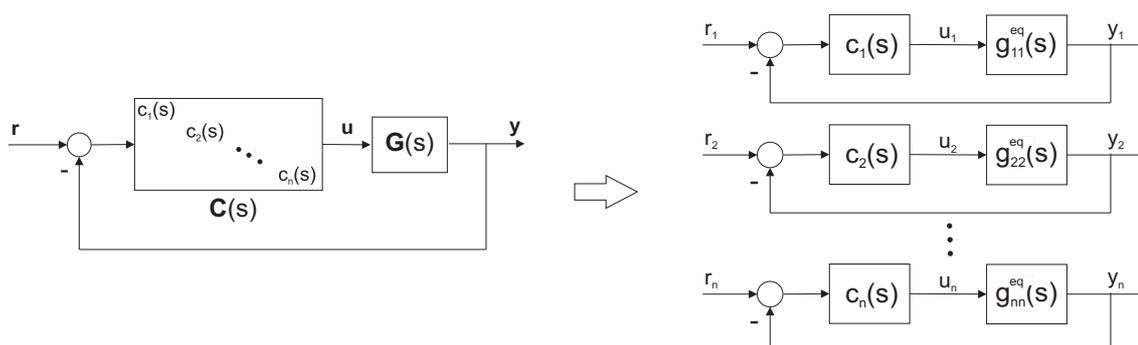


Figura 6.1: Equivalência entre o sistema MIMO  $n \times n$  e os  $n$  sistemas SISO baseados em EOPs

$$G_{22}^{ef} = G_{22} - \frac{G_{21}C_1G_{12}}{1 + G_{11}C_1}. \quad (6.1)$$

Do mesmo modo, caso fosse a Malha 2 fechada, a função de transferência entre  $u_1$  e  $y_1$  não seria mais  $G_{11}$ , mas sim  $G_{11}^{ef}$ , dada por

$$G_{11}^{ef} = G_{11} - \frac{G_{12}C_2G_{21}}{1 + G_{22}C_2}. \quad (6.2)$$

Observe que o segundo fator no lado direito das equações (6.1) e (6.2) representa uma medida da interação em malha fechada. Portanto, em um projeto de controlador baseado em  $G_{jj}^{ef}$  leva-se em conta os efeitos da interação de malha.

De modo geral, a dinâmica resultante da entrada  $u_i$  para a saída  $y_i$  quando todas as outras malhas estão fechadas é dada por

$$G_{jj}^{ef} = G_{jj}(s) - \sum_{i=1}^n \frac{G_{ji}(s)C_i(s)G_{ij}(s)}{1 + G_{ii}(s)C_i(s)} + \frac{G_{jj}(s)C_j(s)G_{jj}(s)}{1 + G_{jj}(s)C_j(s)}. \quad (6.3)$$

As dinâmicas combinadas das malhas SISO, representadas por um EOP, podem apresentar características diferentes da respectiva malha, mesmo sem sofrer efeitos externos. Ao menos, a dinâmica é de ordem mais elevada que a ordem da função de transferência original. A dinâmica da função de transferência efetiva em malha aberta pode ser oscilatória, de fase não mínima, ou de ordem mais alta, ainda que as dinâmicas de todos os elementos da matriz de transferência sejam superamortecidas, fase mínima, e de ordem baixa. Sendo assim, o método de sintonia SISO baseado em EOPs deve ser capaz de lidar com uma grande variedade de dinâmicas.

## 6.3 Método de Sintonia de Controlador PID baseado em EOPs

Na sintonia do controlador PID descentralizado, cada EOP é considerado como um processo SISO e, por isso, o método de sintonia baseado nessa função de transferência em (6.3) também deve ser SISO. Dois métodos de sintonia SISO revisados no Capítulo 3 são modificados para aplicação em EOPs. O primeiro método é o K-L (KRISTIANSON; LENNARTSON, 2002), cujo problema de otimização formulado é não linear, e o segundo método é o K-K-L (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007), cujo problema de otimização formulado é linear em função dos parâmetros do controlador. Nos dois casos, as modificações realizadas consistem na inserção da função Ganho de Malha baseada no EOP

$$L_j^{ef}(s) = C_j(s)G_{jj}^{ef}(s) \quad (6.4)$$

tanto na função de custo quanto nas restrições de robustez.

Algumas razões foram motivadoras para o uso dessas técnicas. A primeira é que a solução dos parâmetros do PID é a ótima dentro do permitido pelas restrições de robustez impostas durante projeto do controlador. A segunda é que, como observado na Seção anterior, os EOPs são em geral de ordem elevada e esses dois métodos não são afetados por isso, isto é, não há necessidade de redução de modelo para aplicação desses métodos. Uma terceira vantagem é que a aplicação desses dois métodos é a mesma independentemente da dimensão do processo multivariável.

### 6.3.1 Método Iterativo Não Linear

Considere o método de sintonia K-L descrito na Seção 3.3 em que tanto a função de custo quanto as restrições são baseadas em funções sensibilidade.

Nessa Seção, o método K-L é modificado para que as interações de malha do processo MIMO sejam levadas em conta através de EOPs. A partir da definição de função ganho de malha em (6.4), as funções sensibilidade (2.2) a (2.5) são agora definidas para um EOP:

Função Sensibilidade baseada em EOP

$$S_j^{ef}(s) = \frac{1}{1 + L_j^{ef}(s)} \quad (6.5)$$

Função Sensibilidade Complementar baseada em EOP

$$T_j^{ef}(s) = \frac{L_j^{ef}(s)}{1 + L_j^{ef}(s)} \quad (6.6)$$

Função Sensibilidade à Perturbação baseada em EOP

$$S_{v_j}^{ef} = \frac{G_{jj}^{ef}(s)}{1 + L_j^{ef}(s)} \quad (6.7)$$

Função Sensibilidade de Controle baseada em EOP

$$S_{u_j}^{ef} = \frac{C_j(s)}{1 + L_j^{ef}(s)}. \quad (6.8)$$

Desse modo, o critério de desempenho  $J_v$  estabelecido em (2.19) é modificado para

$$J_v^{ef} = \left\| \frac{1}{s} S_{v_j}^{ef}(s) \right\|_{\infty}, \quad (6.9)$$

e os critérios de robustez  $J_u$  e  $GM_S$  definidos em (2.20) e (3.18), respectivamente, são modificados para

$$J_{u_j}^{ef} = \|S_{u_j}^{ef}\|_{\infty},$$

$$GM_{S_j}^{ef} = \max(\|S_j^{ef}(s)\|_{\infty}, \alpha_T \|T_j^{ef}(s)\|_{\infty}). \quad (6.10)$$

onde  $\alpha_T$  é igual à razão  $M_S/M_T$ .

O problema de otimização não linear estabelecido em (3.21) é agora redefinido como

$$\begin{aligned} \min_{\sigma} \quad & J_v^{ef}(\sigma) \\ \text{sujeito a} \quad & GM_S(\sigma) \leq \lambda_1, \\ & J_u(\sigma) \leq \lambda_2, \\ & GM_S^{ef}(\sigma) \leq \lambda_3, \\ & J_u^{ef}(\sigma) \leq \lambda_4, \end{aligned} \quad (6.11)$$

onde  $\sigma$  é o vetor de parâmetros do controlador PID definido em (3.20). Observe que há restrições de robustez tanto sob a função ganho de malha baseada em EOP ( $L_j^{ef}$ ), quanto nas funções ganho de malha baseadas nos elementos diagonais do processo ( $L_j$ ). Para diferenciar das funções do problema original, foi usado o sobrescrito *ef* nos novos

critérios usados.

### 6.3.2 Método Iterativo Linear

Para o método de sintonia K-K-L descrito na Seção 3.4, uma nova restrição é adicionada ao problema de otimização original. A função da nova restrição é impor margens mínimas para a curva da função ganho de malha de um EOP em (6.4), e que pode ser escrita como uma função linear dos parâmetros de controle:

$$L_j^{ef}(j\omega) = \rho^T \Re_{jj}^{ef}(\omega) + j\rho^T \Im_{jj}^{ef}(\omega), \quad (6.12)$$

onde  $\Re_{jj}(\omega)$  e  $\Im_{jj}(\omega)$  são, respectivamente, as partes real e imaginária de  $\phi(j\omega)G_{jj}^{ef}(j\omega)$ . O vetor  $\phi(j\omega)$  é definido na Seção (3.4) que descreve o projeto do controlador pelo método K-K-L.

Seguindo o mesmo desenvolvimento proposto no método K-K-L detalhado no Capítulo 3, o seguinte problema de otimização é formulado para se obter a sintonia dos parâmetros PID de cada malha diagonal de um sistema MIMO. O objetivo é maximizar o ganho integral  $k_i$  sujeito a restrições tanto na função ganho de malha  $L_j$  quanto na função ganho de malha efetiva  $L_j^{ef}$ .

$$\begin{aligned} \max_{\rho} \quad & k_i(\rho) \\ \text{sujeito a} \quad & \rho^T (\cot(\alpha)\Im_{jj}(\omega_k) - \Re_{jj}(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k, \\ & \rho^T (\cot(\alpha)\Im_{jj}^{ef}(\omega_k) - \Re_{jj}^{ef}(\omega_k)) + \ell \leq 1 \quad \forall \omega_k. \end{aligned} \quad (6.13)$$

## 6.4 Procedimento Iterativo Proposto

Ao mudar os parâmetros de um controlador PID na estrutura descentralizada, os EOPs das demais malhas também são modificados. Como consequência, o controlador projetado previamente foi baseado em uma dinâmica diferente da atual e, portanto, precisa ser reprojetoado. Ou seja, iterativamente, para cada novo controlador projetado, os demais controladores devem ser reprojetoados até que não haja mais diferença significativa dos parâmetros de controle entre dois reprojetoos ou até que os critérios de projeto sejam estabelecidos.

O procedimento proposto consiste de duas etapas principais para um processo  $n \times n$ . Na primeira etapa, o método baseado nas bandas de Gershgorin é aplicado em cada uma das  $n$  malhas para projetar o controlador descentralizado inicial. Uma razão dessa

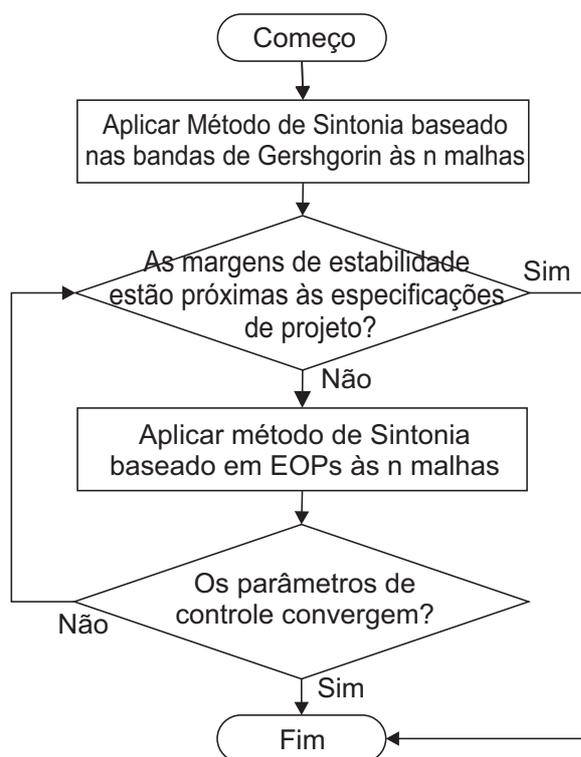


Figura 6.2: Fluxograma do Procedimento Iterativo Proposto.

escolha é que esse método leva em consideração as interações de malha sem ser necessário o conhecimento dos controladores das demais malhas. Além disso, para o caso em que o sistema é diagonalmente dominante, a primeira etapa do procedimento é suficiente para que os resultados de desempenho e robustez sejam próximos às especificações de projeto. Na segunda etapa os  $n$  controladores são reprojatados com base nos respectivos EOPs. Essa última etapa é iterativa e se encerra quando as especificações de projeto são atendidas ou não há mais diferença significativa entre os parâmetros do PID. Na Figura 6.2 é mostrado o fluxograma do procedimento proposto.

## 6.5 Resultados de Simulação

Exemplos simulados são implementados para avaliar a eficácia do método de projeto de controlador PID descentralizado. Os resultados são comparados com técnicas que também projetam controladores PID descentralizados: Garcia-Karimi-Longchamp (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005), HJCP (HUANG et al., 2003) e BLT (LUYBEN, 1986). Algumas características são comuns a todos os exemplos, os índices IE e IAE são calculados para uma perturbação de carga em degrau unitário na entrada do processo, o valor da constante de tempo do filtro derivativo ( $T_f$ ) é escolhido de forma empírica, e os limites em

$J_u$  para o método iterativo não linear são obtidos de acordo com o procedimento descrito na seção 3.3.

### 6.5.1 Exemplo 1

O seguinte processo MIMO, apresentado em (GARCIA; KARIMI; LONGCHAMP, 2005), é considerado:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{8e^{-0,05s}}{4s^2+3s+2} & \frac{0,5e^{-s}}{(s+1)(2s+1)} \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} & \frac{-0,2s+1}{(s+1)^2} \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

O procedimento proposto neste capítulo é aplicado de acordo com o fluxograma da Figura 6.2. Inicialmente, o método baseado nas bandas de Gershgorin é aplicado às duas malhas com as especificações de projeto  $\alpha_g$ ,  $\ell_g$ ,  $\alpha$ , e  $\ell$  organizadas na Tabela 6.1. Essas especificações estabelecem margens mínimas iguais a  $g_m = 4,0$  e  $\Phi_m = 55,0^\circ$  para a Malha 1 e  $g_m = 3,6$  e  $\Phi_m = 70,0^\circ$  para a Malha 2.

Dado que esse é um processo fracamente acoplado, o resultado obtido pelo método baseado nas bandas de Gershgorin atende às especificações de estabilidade. Detalhes dessa aplicação podem ser vistos no Exemplo 3 do Capítulo 5.

Apesar de ser possível finalizar a sintonia nesse primeiro estágio, foi feita a sintonia das  $n$  malhas pelo método iterativo baseado em EOP. Em um primeiro momento, aplicou-se o método iterativo linear descrito na Subseção 6.3.2. As especificações de margens são as mesmas do estágio anterior e mostradas na Tabela 6.1. Duas iterações foram necessárias para não haver mais mudança significativa (abaixo de 2%) entre os parâmetros PID de cada malha, os resultados estão organizados na Tabela 6.3.

Como comparativo, a técnica iterativa não linear apresentada na Subseção 6.3.1 também é aplicada. Assim como no caso linear, os parâmetros PID obtidos pelo método de Gershgorin são assumidos como parâmetros iniciais. Contudo, as especificações de robustez são estabelecidas sobre os picos das funções sensibilidade. Para a Malha 1 as especificações são  $M_S = 1,43$  e  $M_T = 1,20$ , já para a Malha 2 as especificações são  $M_S = 1,39$  e  $M_T = 1,20$ . O máximo estabelecido para o critério  $J_u$  foi 10 para a Malha 1, e 5 para a Malha 2. Essas especificações são mostradas na Tabela 6.2 de acordo com o problema de otimização em (6.11). Três iterações foram necessárias para chegar aos parâmetros obtidos mostrados na Tabela 6.3.

De acordo com a Tabela 6.3, a maior diferença entre os parâmetros obtidos pela técnica baseada em Gershgorin e aqueles obtidos pelo método iterativo linear é menor que 10%. Já os ganhos obtidos ao se aplicar a técnica iterativa não linear são menores em relação

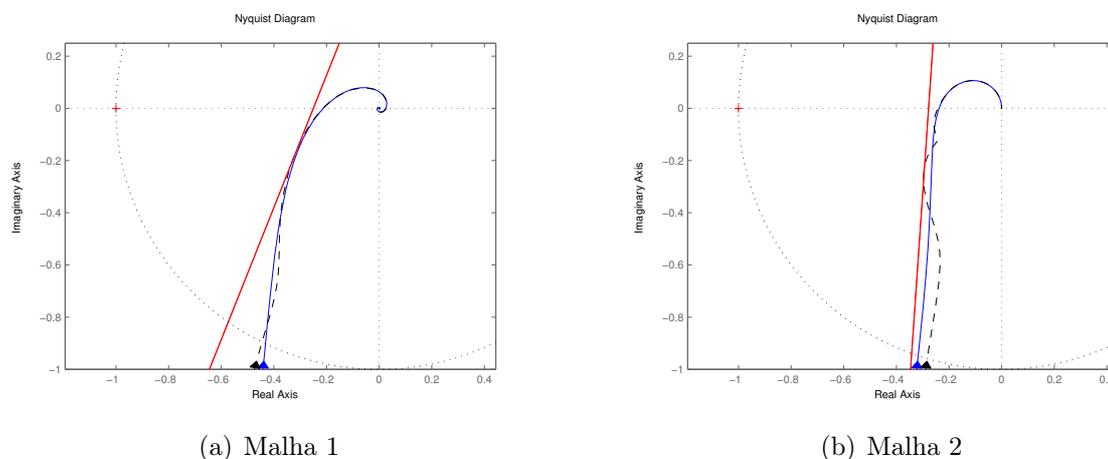


Figura 6.3: Curvas de Nyquist de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear no Exemplo 1.

aos outros dois casos, e isso se explica pelo requisito de robustez ser diferente e mais conservador nesse último caso.

Com base nos índices de robustez e desempenho na Tabela 6.4, nota-se pequeno aumento de robustez e redução de desempenho para os resultados do método iterativo linear em relação aos de Gershgorin. A diferença entre os resultados é maior para o método iterativo não linear, cujos índices de robustez são maiores e o índice IAE é aproximadamente o dobro daquele obtido pelo método linear.

Nas Figuras 6.3 e 6.4 são mostradas as curvas de Nyquist da função ganho de malha e da função ganho de malha equivalente dos resultados dos métodos iterativos aplicados. Nos dois casos as especificações exigidas em projeto são respeitadas e, devido ao desacoplamento forte do sistema, as curvas de  $G_{jj}C_j$  e  $G_{jj}^{ef}C_j$  são similares.

Na Figura 6.5 são exibidas as respostas a variações em degrau unitário nos setpoints das Malhas 1 e 2. Observe que as respostas do sistema pelo método de Gershgorin e Iterativo Linear são praticamente idênticas. Por outro lado, como já analisado pelos índices de robustez e desempenho obtidos, as respostas das Malhas 1 e 2 são mais lentas para o método iterativo não linear.

## 6.5.2 Exemplo 2

Considere o seguinte modelo de uma coluna de destilação binária (WOOD; BERRY, 1973):

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{(16,7s+1)} & \frac{-18,9e^{-3s}}{(21s+1)} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{(10,9s+1)} & \frac{-19,4e^{-3s}}{(14,4s+1)} \end{bmatrix}.$$

Tabela 6.1: Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 1.

	Especificações			
	$\alpha_g$	$\ell_g$	$\alpha$	$\ell$
Malha 1	48, 90°	0, 17	68, 44°	0, 75
Malha 2	48, 90°	0, 17	86, 10°	0, 72

Tabela 6.2: Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 1.

	Especificações			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
Malha 1	1, 43	10	1, 43	10
Malha 2	1, 39	5	1, 39	5

Tabela 6.3: Parâmetros de controle - Exemplo 1.

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	Gershgorin	2, 22	1, 85	2, 46	0, 035
	Iterativo Linear	2, 18	1, 81	2, 42	0, 035
	Iterativo Não Linear	1, 34	0, 73	0, 92	0, 110
$C_2(s)$	Gershgorin	2, 64	1, 44	1, 24	0, 025
	Iterativo Linear	2, 39	1, 33	1, 13	0, 025
	Iterativo Não Linear	0, 97	0, 61	0, 02	0, 005

Tabela 6.4: Critérios de robustez e desempenho - Exemplo 1.

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	Gershgorin	4, 61	64, 03°	0, 54	0, 74
	Iterativo Linear	4, 68	64, 40°	0, 55	0, 76
	Iterativo Não Linear	9, 28	55, 56°	1, 37	1, 37
$C_2(s)$	Gershgorin	3, 82	70, 39°	0, 70	0, 70
	Iterativo Linear	4, 20	71, 54°	0, 75	0, 76
	Iterativo Não Linear	8, 00	64, 31°	1, 64	1, 64

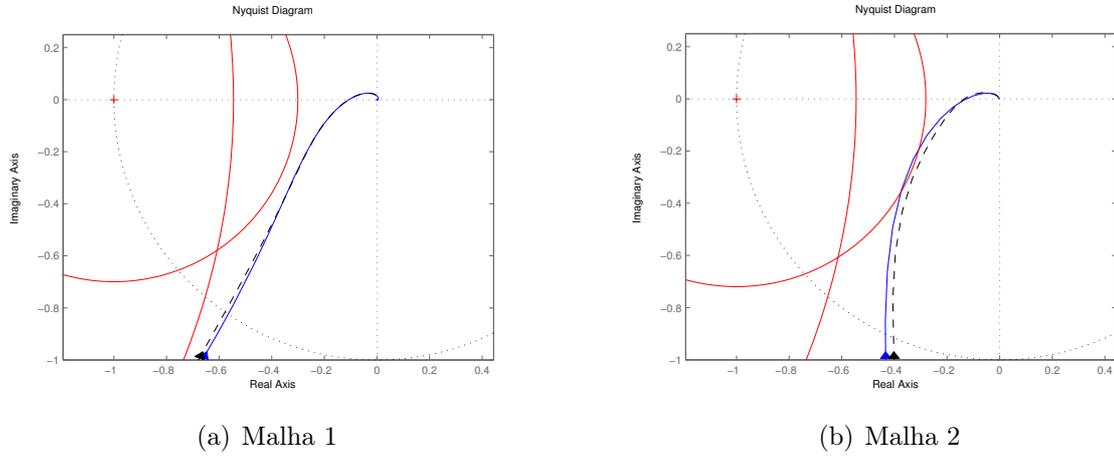


Figura 6.4: Curvas de Nyquist de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo não linear no Exemplo 1.

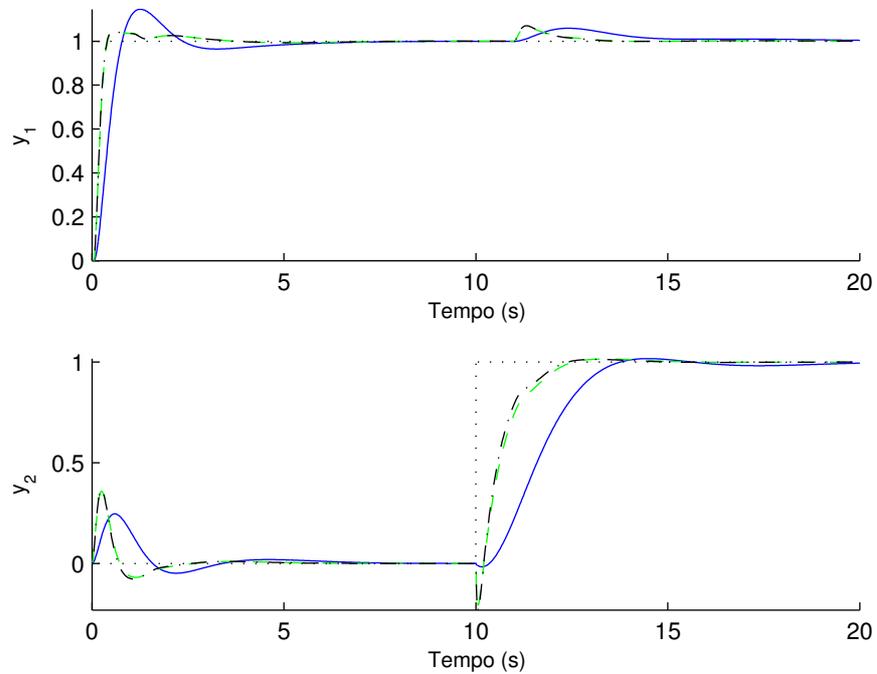


Figura 6.5: Respostas ao degrau unitário para a primeira e segunda saídas do sistema multivariável: (linha azul sólida: Método Iterativo Não Linear, linha tracejada verde: Método Iterativo Linear, e linha tracejada preta: Método baseado em Gershgorin) - Exemplo 1.

O procedimento proposto nesse capítulo é aplicado ao processo da coluna de Wood-Berry de acordo com o fluxograma da Figura 6.2. São aplicadas ainda as técnicas de sintonia BLT (LUYBEN, 1986) e HJCP (HUANG et al., 2003), esta última também é baseada em EOPs.

Inicialmente, o método baseado nas bandas de Gershgorin é aplicado às duas malhas com as especificações de projeto  $\alpha_g$ ,  $\ell_g$ ,  $\alpha$ , e  $\ell$  organizadas na Tabela 6.5. Estas especificações estabelecem margens mínimas iguais a  $g_m = 3,0$  e  $\Phi_m = 45,0^\circ$  para as Malhas 1 e 2. O resultado obtido pelo método baseado nas bandas de Gershgorin atende às especificações de estabilidade.

Apesar de ser possível finalizar a sintonia nesse primeiro estágio, foi feita a sintonia das  $n$  malhas pelo método iterativo baseado em EOP. Em um primeiro momento, aplicou-se o método iterativo linear. As especificações de margens são as mesmas do estágio anterior e mostradas na Tabela 6.5. Três iterações foram necessárias para não haver mais mudança significativa (abaixo de 2%) entre os parâmetros PID de cada malha, os resultados estão na Tabela 6.7.

Como comparativo, a técnica iterativa não linear baseada em EOPs também é aplicada. Assim como no caso linear, os parâmetros PID obtidos pelo método de Gershgorin são assumidos como parâmetros iniciais. No entanto, nesse caso, as especificações de robustez são estabelecidas sobre os picos das funções sensibilidade:  $M_S = 1,2$  e  $M_T = 1,2$  para a Malha 1 e  $M_S = 1,4$  e  $M_T = 1,2$  para a Malha 2. O máximo para o índice  $J_u$  é estabelecido como 0,90 para a Malha 1 e 0,30 para a Malha 2. Esses limites nos critérios de estabilidade são mostrados na Tabela 6.6 de acordo com o problema de otimização em (6.11). Três iterações foram necessárias para obter os resultados mostrados na Tabela 6.7.

Diferente do exemplo anterior, há diferença significativa entre os parâmetros de controle obtidos pelo método baseado em Gershgorin e o método iterativo linear, mesmo que as restrições sobre as funções ganho de malha sejam as mesmas, ver Tabela 6.7. Ao se aplicar restrição de margem sobre a função ganho de malha efetiva, na Malha 1, o resultado dos ganhos proporcional e integral são maiores que os ganhos do controlador inicial.

Na Tabela 6.8 são mostradas as medições de robustez e desempenho para cada malha. Na Malha 1, os menores valores de IAE são obtidos pela técnica HJCP e pelo método Iterativo Linear, cujos valores são 10,86 e 12,06, respectivamente. Já na Malha 2, o IAE obtido pelo sistema de controle com a sintonia HJCP é 25% menor que a obtida pelo sistema de controle com a sintonia do método Iterativo Linear. No entanto, para a Malha 2 a robustez do sistema de controle é menor para a sintonia HJCP, a margem de fase é 13% menor e a margem de ganho 12% menor em relação ao Iterativo Linear.

Nas Figuras 6.6 e 6.7 são mostradas as curvas de Nyquist da função ganho de malha e da função ganho de malha equivalente dos resultados dos métodos iterativos aplicados. Nos dois casos as especificações exigidas em projeto são respeitadas e, como o efeito do acoplamento é mais significativo nesse processo que no do Exemplo 1, as curvas de  $G_{jj}C_j$  e  $G_{jj}^{ef}C_j$  são diferentes uma da outra.

Na Figura 6.8 são exibidas as respostas a variações em degrau unitário nos setpoints das Malhas 1 e 2. As variações nas saídas são mais suaves quando a sintonia aplicada é aquela do método baseado nas bandas de Gershgorin e pelo método Iterativo Não Linear. As variações nas saídas para os sistemas cujas sintonias são referentes aos métodos HJCP e Iterativo Linear são mais rápidas e oscilatórias. Já para o BLT, a ação de controle na Malha 1 é rápida e oscilatória, mas na Malha 2 é lenta ao se comparar com as demais respostas.

### 6.5.3 Exemplo 3

Considere o seguinte processo MIMO (OGUNNAIKE; RAY, 1979):

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,66e^{-2,6s}}{6,7s+1} & \frac{-0,61e^{-3,5s}}{(8,64s+1)} & \frac{-0,0049e^{-s}}{9,06s+1} \\ \frac{1,11e^{-6,5s}}{(3,25s+1)} & \frac{-2,36e^{-3s}}{(5s+1)} & \frac{-0,01e^{-1,2s}}{7,09s+1} \\ \frac{-34,68e^{-9,2s}}{(8,15s+1)} & \frac{46,2e^{-9,4s}}{(10,9s+1)} & \frac{0,87(11,61s+1)e^{-s}}{(3,89s+1)(18,8s+1)} \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

O procedimento proposto neste capítulo é aplicado de acordo com o fluxograma da Figura 6.2. São aplicadas ainda as técnicas de sintonia BLT (LUYBEN, 1986) e HJCP (HUANG et al., 2003), esta última também é baseada em EOPs.

Primeiro, o método baseado nas bandas de Gershgorin é aplicado nas três malhas sob as especificações de projeto  $\alpha_g = 48, 90^\circ$  e  $\ell_g = 0, 17$ . As especificações  $\alpha$  e  $\ell$  são diferentes para cada malha e estão organizadas na Tabela 6.9. Devido ao forte acoplamento, os parâmetros de controle obtidos para as Malhas 1 e 2 são próximos de 0. Esses valores próximos de zero nos parâmetros ocorrem para que as restrições impostas sobre as bandas de Gershgorin sejam satisfeitas. Esse é um exemplo em que os resultados da primeira fase do procedimento, usando as bandas de Gershgorin, não são suficientes para se ter índices de desempenho satisfatórios. Portanto, é preciso fazer a sintonia das  $n$  malhas pelo método iterativo baseado em EOP.

O primeiro método iterativo usado é o linear. As especificações de margens são as mesmas do estágio anterior e mostradas na Tabela 6.9. O controlador inicial é aquele obtido pelo método baseado nas bandas de Gershgorin. Três iterações foram necessárias para não haver mais variação significativa entre os parâmetros PID de cada malha, os

Tabela 6.5: Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 2.

	Especificações			
	$\alpha_g$	$\ell_g$	$\alpha$	$\ell$
Malha 1	48, 90°	0, 17	62, 14°	0, 67
Malha 2	48, 90°	0, 17	62, 14°	0, 67

Tabela 6.6: Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 2.

	Especificações			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
Malha 1	1, 20	0, 90	1, 20	0, 90
Malha 2	1, 40	0, 30	1, 40	0, 30

Tabela 6.7: Parâmetros de controle - Exemplo 2.

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	Gershgorin	0, 152	0, 033	0, 800	1, 00
	Iterativo Linear	0, 554	0, 083	0, 147	1, 00
	Iterativo Não Linear	0, 179	0, 032	0, 141	1, 40
	BLT	0, 375	0, 045	0, 000	0, 00
	HJCP	0, 584	0, 092	0, 220	0, 02
$C_2(s)$	Gershgorin	-0, 100	-0, 017	-0, 203	0, 10
	Iterativo Linear	-0, 102	-0, 016	-0, 147	0, 10
	Iterativo Não Linear	-0, 100	-0, 014	-0, 170	0, 20
	BLT	-0, 075	-0, 003	0, 000	0, 00
	HJCP	-0, 132	-0, 021	-0, 128	0, 06

Tabela 6.8: Critérios de robustez e desempenho - Exemplo 2.

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	Gershgorin	3, 04	69, 74°	30, 10	48, 25
	Iterativo Linear	3, 22	59, 22°	12, 06	12, 06
	Iterativo Não Linear	8, 26	58, 13°	31, 23	39, 41
	BLT	5, 32	62, 21°	22, 17	22, 17
	HJCP	3, 93	61, 04°	10, 86	10, 86
$C_2(s)$	Gershgorin	3, 32	50, 62°	60, 34	85, 18
	Iterativo Linear	4, 00	50, 08°	63, 74	83, 63
	Iterativo Não Linear	3, 55	55, 12°	71, 25	89, 05
	BLT	5, 39	88, 98°	330, 81	330, 81
	HJCP	3, 53	43, 22°	47, 63	62, 15

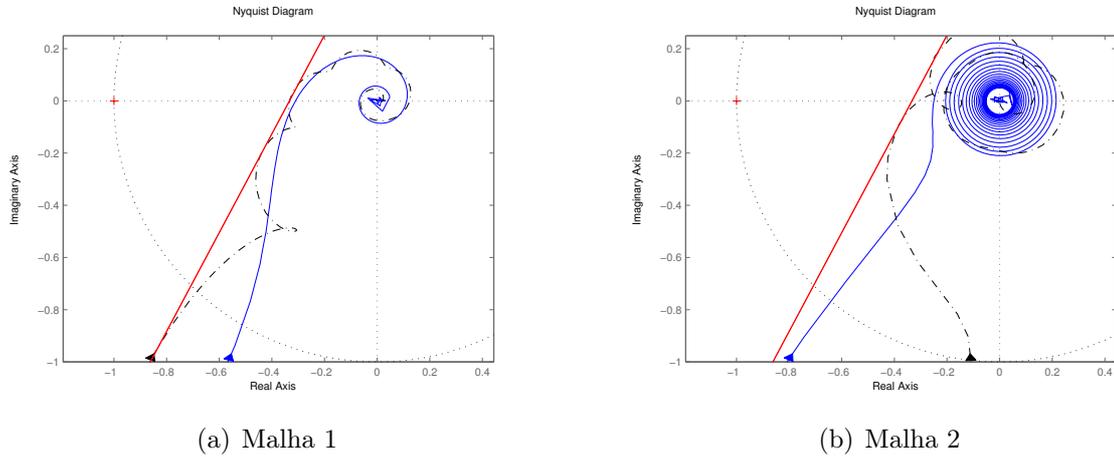


Figura 6.6: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do Método Iterativo Linear no Exemplo 2.

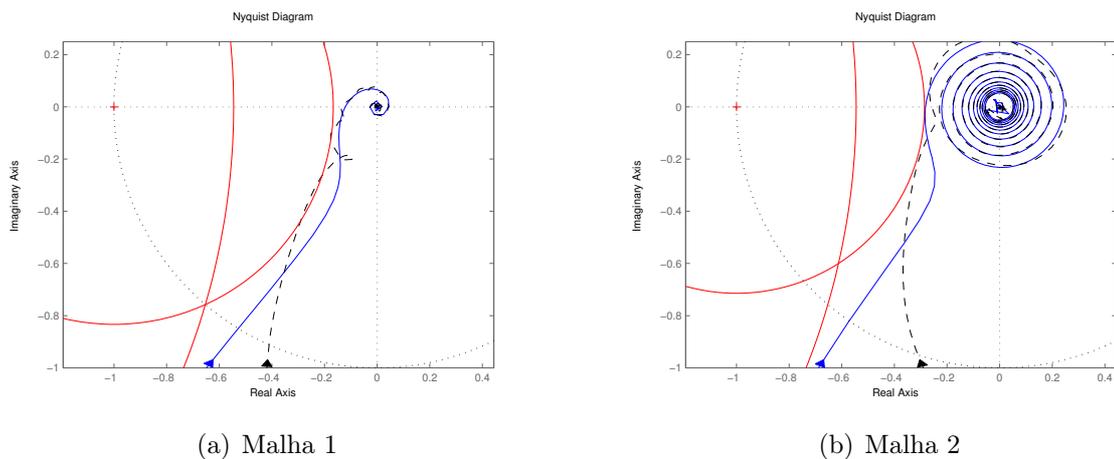


Figura 6.7: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do Método Iterativo Não Linear no Exemplo 2.

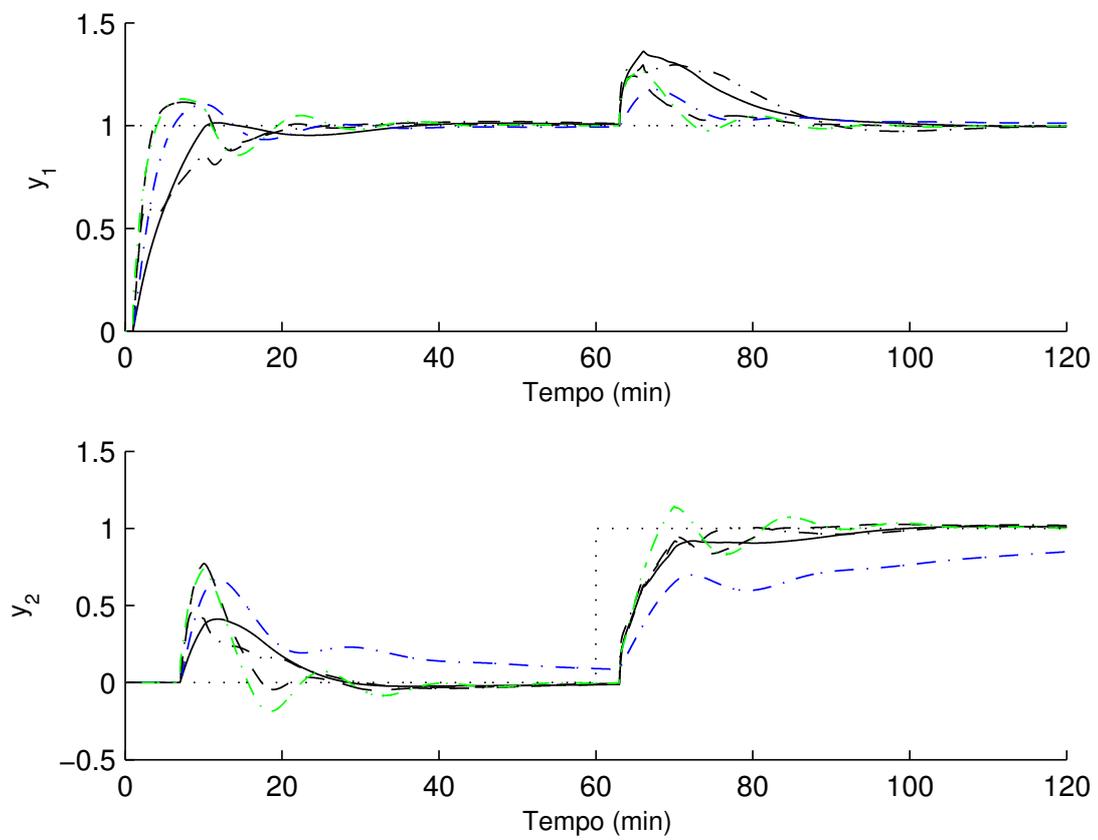


Figura 6.8: Respostas ao degrau unitário para a primeira e segunda saídas do sistema multivariável (linha preta sólida: Método Iterativo Não Linear, linha preta tracejada: Método Iterativo Linear, linha preta traço-ponto: Método baseado em Gershgorin, linha azul tracejada: BLT, linha verde tracejada: HJCP) - Exemplo 2.

resultados estão na Tabela 6.11.

Como comparativo, a técnica iterativa não linear baseada em EOPs também é aplicada. Assim como no caso linear, os parâmetros PID obtidos pelo método de Gershgorin são assumidos como parâmetros iniciais. Nesse caso, as especificações de robustez são impostas sobre os picos das funções sensibilidade:  $M_S = 1,40$  e  $M_T = 1,20$  em todas as malhas. O máximo sobre o critério  $J_u$  é igual a 8,00, 3,00, e 6,00 para as Malhas 1, 2, e 3 respectivamente. Essas especificações são mostradas na Tabela 6.10 de acordo com o problema de otimização em (6.11). Três iterações foram necessárias para se chegar aos resultados mostrados na Tabela 6.11.

Como pode ser visto nas Figuras 6.9 e 6.10, os requisitos de robustez impostos tanto no Método Iterativo Linear quanto no Método Iterativo Não Linear são satisfeitos.

Na Figura 6.11 são apresentadas as respostas à variação em degrau unitário na referência da cada malha. As malhas de controle sintonizadas pelos métodos Iterativo Linear e Iterativo Não Linear obtêm respostas mais suaves na Malha 1 em comparação à sintonia HJCP. A perturbação provocada pela variação no ponto de operação da Malha 1 provoca menor sobressinal nas malhas sintonizadas pelas técnicas propostas em comparação com o resultado obtido pelo sistema sintonizado pelo método HJCP. Já o resultado da técnica BLT provoca ações mais lentas em todas as três malhas ao se comparar com a resposta das demais técnicas aplicadas.

## 6.6 Comentários sobre a Aplicação dos Métodos Comparados

O Procedimento proposto tem vantagens em comparação aos demais métodos aplicados. O Método G-K-L, por exemplo, é baseado apenas nas bandas de Gershgorin e, por isso, limitado a processos fracamente acoplados. O método HJCP é baseado em EOPs, os quais precisam ser reduzidos a modelos de primeira ou segunda ordem com atraso para então se aplicar o método de sintonia. Outra desvantagem é que o método HJCP é desenvolvido para processos de dimensão 2 por 2. Quando é preciso aplicar o método HJCP em processos de dimensão maior, algumas adaptações na técnica devem ser consideradas. Por fim, não é possível determinar as margens de estabilidade no projeto HJCP.

Em relação aos dois métodos propostos (Linear e Não Linear), pode-se afirmar que o Método Iterativo Não Linear tem a vantagem de computar o valor da constante de tempo de filtro derivativo e permitir aplicar uma restrição relacionada à ação de controle. Contudo, o tempo de execução do Método Iterativo Não Linear para cálculo dos parâmetros

Tabela 6.9: Especificações de Projeto - Método baseado nas bandas de Gershgorin e Método Iterativo Linear - Exemplo 3.

	Especificações			
	$\alpha$	$\ell$	$g_m$	$\Phi_m$
Malha 1	82,73°	0,78	4,5	70°
Malha 2	61,23°	0,78	4,5	50°
Malha 3	62,85°	0,75	4,0	50°

Tabela 6.10: Especificações de Projeto - Método Iterativo Não Linear baseado em EOPs - Exemplo 3.

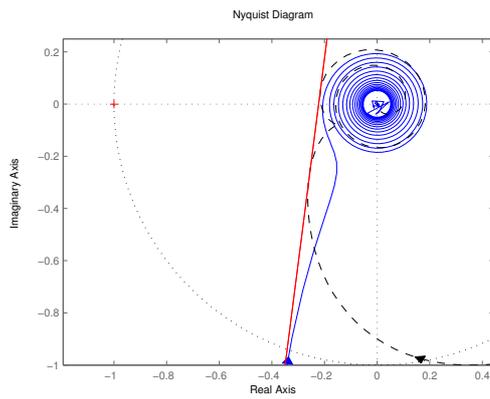
	Especificações			
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
Malha 1	1,40	8,00	1,40	8,00
Malha 2	1,40	3,00	1,40	3,00
Malha 3	1,40	6,00	1,40	6,00

Tabela 6.11: Parâmetros do Controlador - Exemplo 3

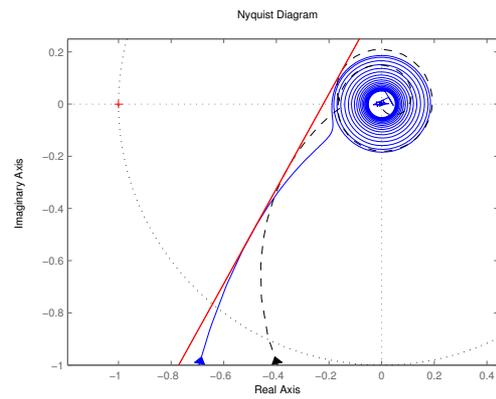
Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	Gershgorin	0,00	0,00	0,00	0,100
	Iterativo Linear	1,26	0,22	1,93	0,100
	Iterativo Não Linear	0,50	0,25	2,31	1,800
	HJCP	2,00	0,46	7,50	4,600
	BLT	1,51	0,09	0,00	0,000
$C_2(s)$	Gershgorin	0,00	0,00	0,00	0,100
	Iterativo Linear	-0,24	-0,09	-0,40	0,100
	Iterativo Não Linear	-0,26	-0,10	-0,57	0,500
	HJCP	-0,42	-0,10	-1,29	4,400
	BLT	-0,30	-0,02	0,00	0,000
$C_3(s)$	Gershgorin	3,12	1,27	0,94	0,100
	Iterativo Linear	3,18	1,00	1,17	0,100
	Iterativo Não Linear	2,44	0,76	0,01	0,004
	HJCP	2,83	0,67	0,02	0,005
	BLT	2,63	0,40	0,00	0,000

Tabela 6.12: Critérios de Robustez e Desempenho - Exemplo 3.

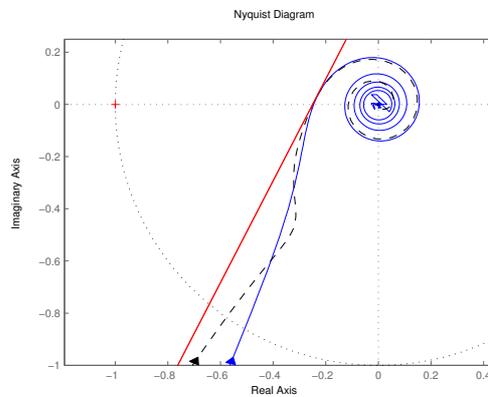
Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	HJCP	4,56	33,53°	2,17	2,58
	BLT	4,50	100,0°	10,81	10,81
	Iterativo Linear	4,60	71,20°	4,54	4,77
	Iterativo Não Linear	5,75	50,68°	3,99	6,20
$C_2(s)$	HJCP	4,80	36,38°	10,17	11,41
	BLT	4,52	109,0°	61,81	61,81
	Iterativo Linear	5,21	49,25°	11,14	16,40
	Iterativo Não Linear	3,52	48,90°	9,98	15,41
$C_3(s)$	HJCP	4,01	65,02°	1,51	1,51
	BLT	4,48	79,52°	2,53	2,54
	Iterativo Linear	4,21	62,00°	1,01	1,07
	Iterativo Não Linear	4,49	58,72°	1,32	1,40



(a) Malha 1

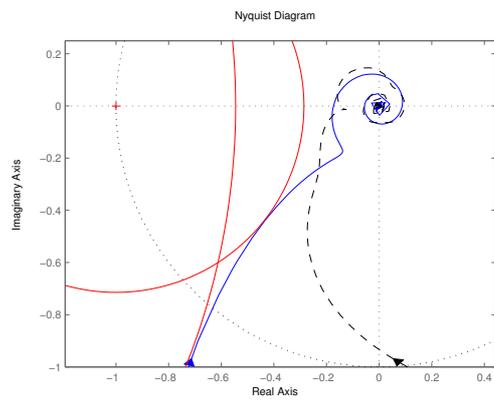


(b) Malha 2

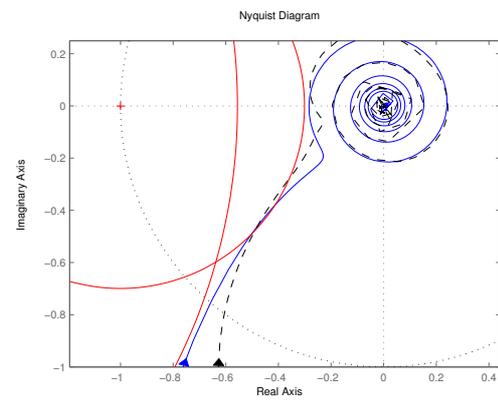


(c) Malha 3

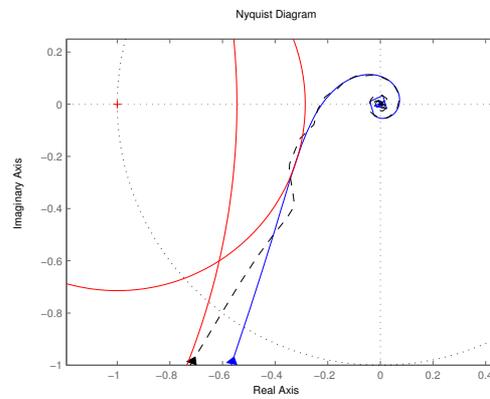
Figura 6.9: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear no Exemplo 3.



(a) Malha 1



(b) Malha 2



(c) Malha 3

Figura 6.10: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo não linear no Exemplo 3.

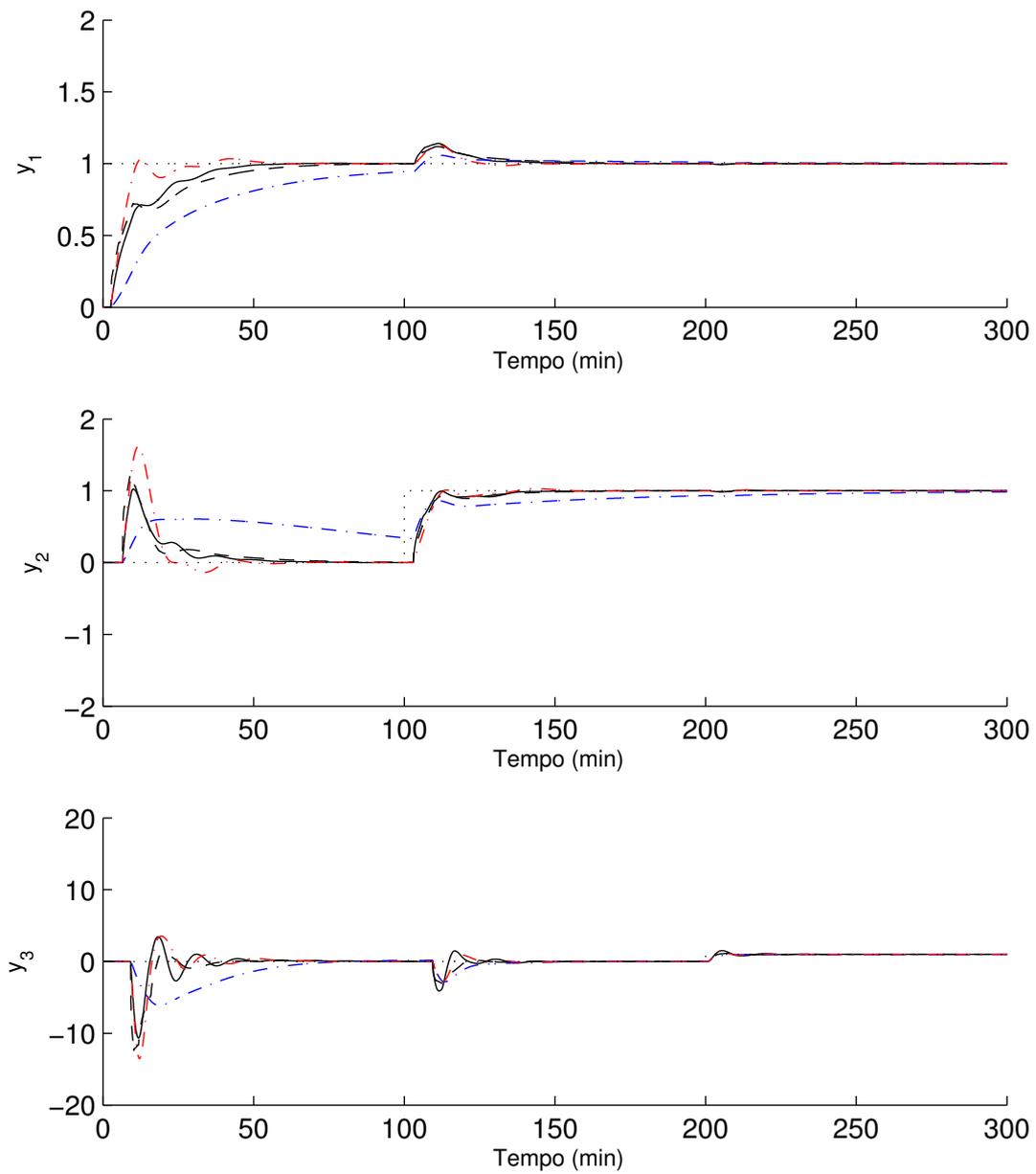


Figura 6.11: Respostas ao degrau unitário nos respectivos setpoints: Método Iterativo Não Linear (linha preta sólida), Método Iterativo Linear (linha preta tracejada), BLT (linha azul traço-pont), HJCP (linha vermelha tracejada) - Exemplo 3.

PID de cada malha é muito superior ao Método Iterativo Linear.

## 6.7 Aplicação Experimental

Nesta Seção, um controlador PID descentralizado é projetado pelo procedimento proposto neste Capítulo para um processo de controle de temperatura em um Módulo de Peltier. Esse é um processo MIMO de duas entradas e duas saídas e detalhes desse módulo podem ser vistos no Apêndice A e em (BARROS; JÚNIOR; SANTOS, 2008). São apresentados os resultados de sintonia da aplicação do método baseado nas bandas de Gershgorin, do método Iterativo Linear e do método BLT no processo em escala de laboratório.

Por meio do experimento do degrau em malha aberta, o seguinte modelo de processo é obtido:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,31e^{-100s}}{(287,5s+1)} & \frac{0,50e^{-120s}}{(425,5s+1)} \\ \frac{0,87e^{-100s}}{(340,1s+1)} & \frac{0,72e^{-120s}}{(301,2s+1)} \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Na Figura (6.12) são mostradas as curvas obtidas durante o experimento e as respostas do modelo simulado. O degrau aplicado em cada entrada do processo tem amplitude 1, 5, o que provocou variação de temperatura de até  $1,9^\circ C$  na saída do processo.

Os parâmetros de projeto para as Malhas 1 e 2 são  $\alpha_g = 48,9^\circ$ ,  $\ell_g = 0,17$ ,  $\alpha = 61,23^\circ$ , e  $\ell = 0,78$ . Essas especificações correspondem a limites mínimos nas margens de ganho e de fase de 4, 5 e  $50^\circ$ , respectivamente.

Os parâmetros PID obtidos pelo método baseado nas bandas de Gershgorin e pelo método Iterativo Linear são mostrados na Tabela 6.13. As curvas de Nyquist das funções ganho de malha e as respectivas bandas de Gershgorin são mostradas na Figura 6.13. Já na Figura 6.14, as curvas de Nyquist para as funções ganho de malha individual e efetiva são mostradas. Na Tabela 6.14 são apresentadas as margens de ganho e de fase calculadas para as sintonias propostas, além do IE e IAE devido a uma perturbação de carga em degrau unitário. Nas Figuras 6.15 e 6.16 são apresentadas as curvas das respostas às variações em degrau nos setpoints das Malhas 1 e 2, respectivamente.

De acordo com a Tabela 6.13, nota-se que os valores de ganho integral e ganho derivativo são maiores para o controlador projetado pelo método iterativo linear do que aquele proposto pelo método baseado nas bandas de Gershgorin. Como pode ser visto na Figura 6.13 e Tabela 6.14, as margens de ganho são próximas às especificações de projeto ao se aplicar o método inicial. No entanto, as margens de fase para as duas malhas são muito superiores ao limite mínimo imposto. A razão disso é que em baixas frequências os círculos de Gershgorin tornam-se grandes a ponto de serem limitados pela restrição imposta. A diferença entre a margem de fase especificada e obtida também acontece quando aplicado

o método baseado em EOP, no entanto, em menor proporção, ver Figura 6.14.

De acordo com as curvas mostradas na Figura 6.15, que correspondem à Malha 1, as respostas do sistema de controle para as duas sintonias propostas são mais rápidas e menos oscilatória que as obtidas pela sintonia BLT. A variação mais rápida na Malha 1 devido à mudança no setpoint provoca uma perturbação maior na Malha 2 para as sintonias propostas do que para a sintonia BLT. Nessa situação, de acordo com a Figura 6.16, o sistema de controle com a sintonia proposta pelo método Iterativo Linear reage mais rapidamente à perturbação provocada pela Malha 1 do que o sistema de controle com a sintonia baseada nas bandas de Gershgorin. Já para a variação no setpoint da Malha 2, observa-se que a sintonia BLT provoca uma resposta mais oscilatória que as demais sintonias aplicadas, tal perturbação é refletida na Malha 1.

## 6.8 Conclusão

Neste Capítulo foi apresentado um procedimento iterativo para projeto de controlador PID descentralizado. É considerado como controlador inicial aquele obtido pela técnica proposta no Capítulo 5, na qual as interações de malha são levadas em consideração pelas bandas de Gershgorin. Nesse caso é necessário que o sistema seja diagonalmente dominante, caso contrário o resultado da sintonia é excessivamente conservador. Para evitar essa limitação, o procedimento proposto leva em consideração as interações de malhas pelo Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP). Cada controlador é resintonizado por vez de forma iterativa até a diferença entre os parâmetros de controle se tornar insignificante ou até que os requisitos de projeto sejam obtidos. Duas abordagens são propostas, uma formulada como problema de otimização linear e a outra como problema de otimização não linear. Nesse procedimento não há necessidade de redução de modelo do processo, também não há restrição quanto à dimensão do sistema, nem limitações quanto ao sistema ser diagonalmente dominante. Os resultados dos exemplos simulados e da aplicação experimental ilustram a eficácia do procedimento proposto.

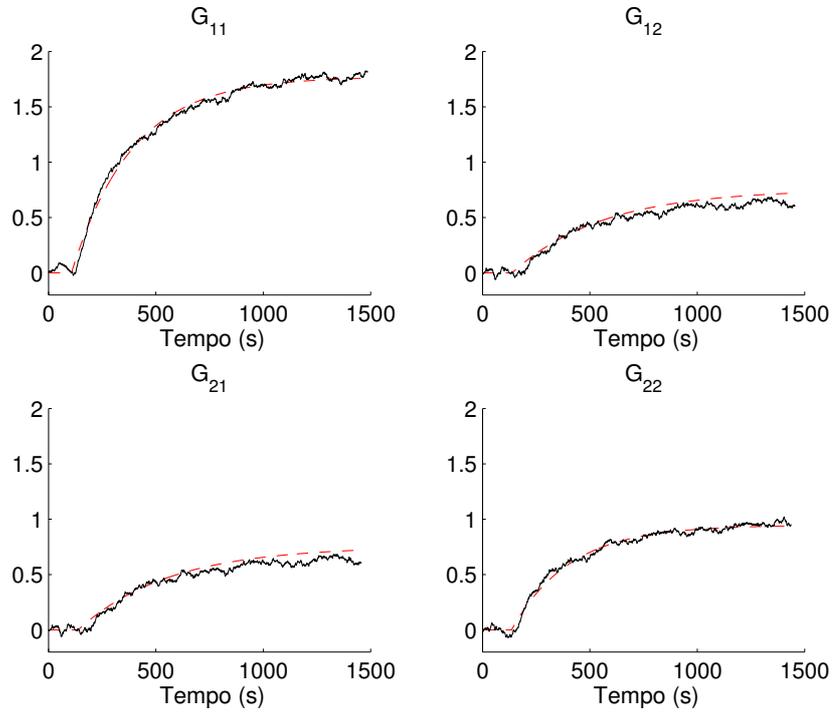


Figura 6.12: Curvas das saídas do processo real e simulado para uma variação em degrau na malha aberta. Planta: linha sólida preta, Simulado: linha tracejada vermelha.

Tabela 6.13: Parâmetros do Controlador - Aplicação Experimental

Controlador	Método	$k_p$	$k_i$	$k_d$	$T_f$
$C_1(s)$	Gershgorin	0,85	0,0027	13,58	20
	Iterativo Linear	0,72	0,0048	25,30	20
	BLT	1,02	0,0020	0,00	0
$C_2(s)$	Gershgorin	1,36	0,0045	16,52	20
	Iterativo Linear	1,16	0,0070	46,70	20
	BLT	1,94	0,0037	0,00	0

Tabela 6.14: Critérios de Robustez e Desempenho - Aplicação Experimental

Controlador	Método	$g_m$	$\Phi_m$	IE	IAE
$C_1(s)$	Gershgorin	4,44	91,39°	622	622
	Iterativo Linear	4,80	49,87°	208	279
	BLT	3,62	82,86°	498	498
$C_2(s)$	Gershgorin	4,47	109,69°	704	704
	Iterativo Linear	4,94	50,73°	142	188
	BLT	3,05	77,20°	269	269

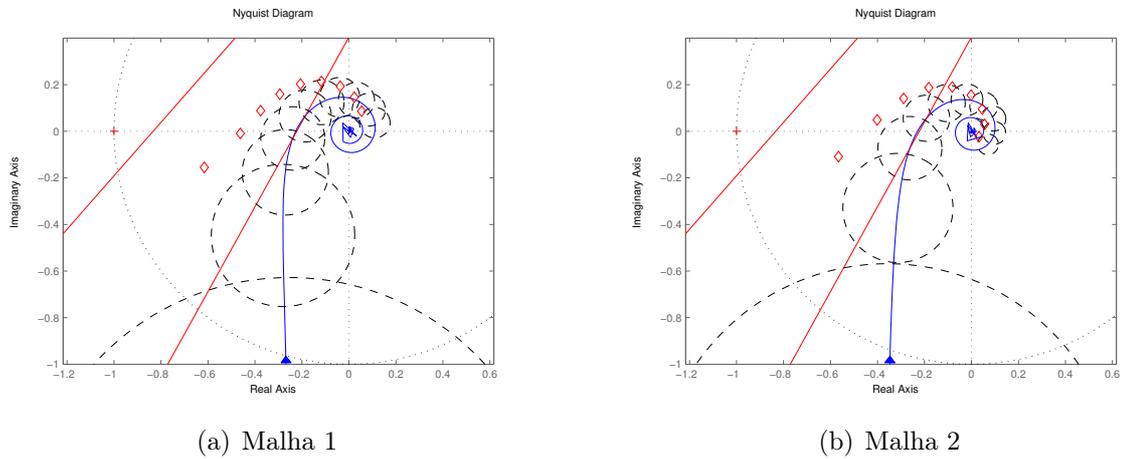


Figura 6.13: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e as bandas de Gershgorin (linha tracejada preta) para o controlador resultante da primeira etapa do procedimento - Experimento Peltier.

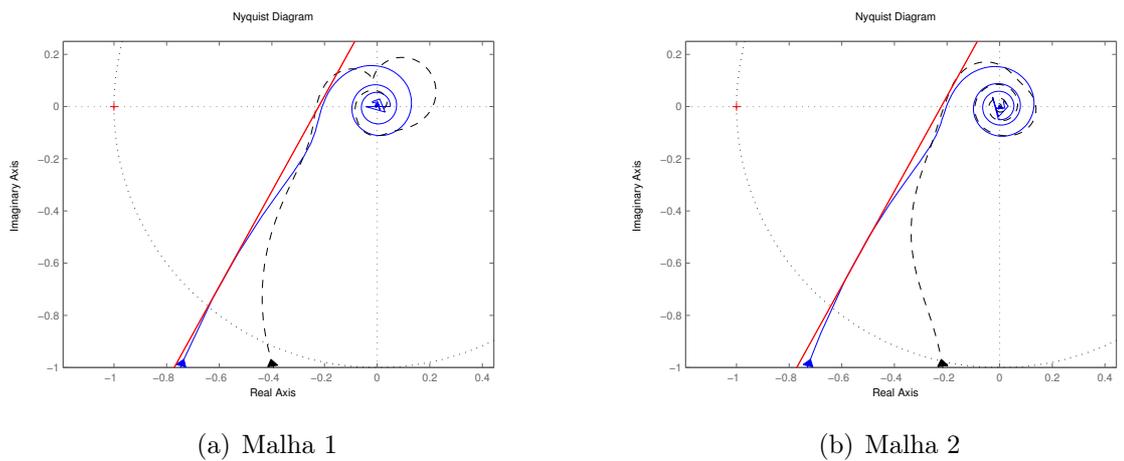


Figura 6.14: Curvas de Nyquits de  $G_{jj}C_j$  (linha sólida azul) e  $G_{jj}^{ef}C_j$  (linha tracejada preta) para o controlador resultante do método iterativo linear - Experimento Peltier.

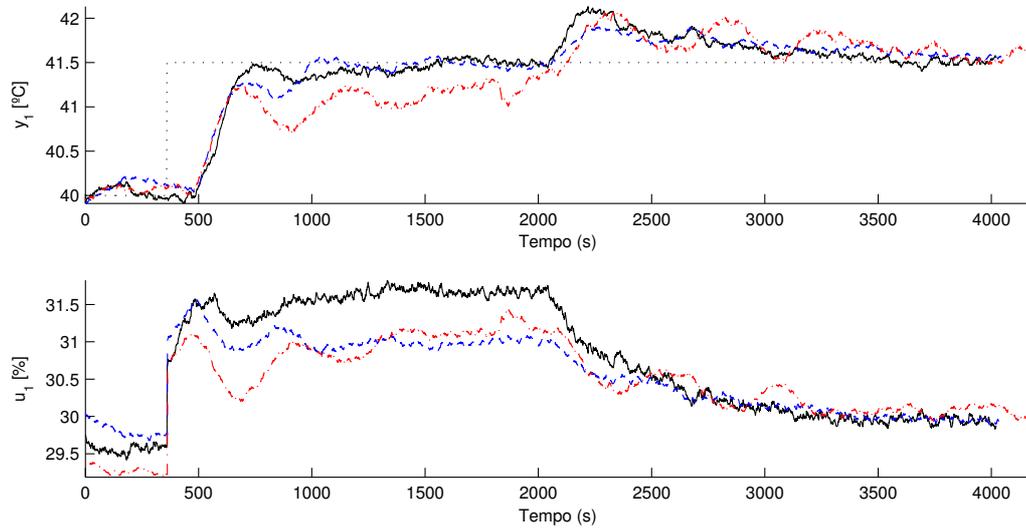


Figura 6.15: Resposta a variação em Degrau no setpoint - Malha 1. Gershgorin: linha azul, Iterativo Linear: linha preta, BLT: linha vermelha.

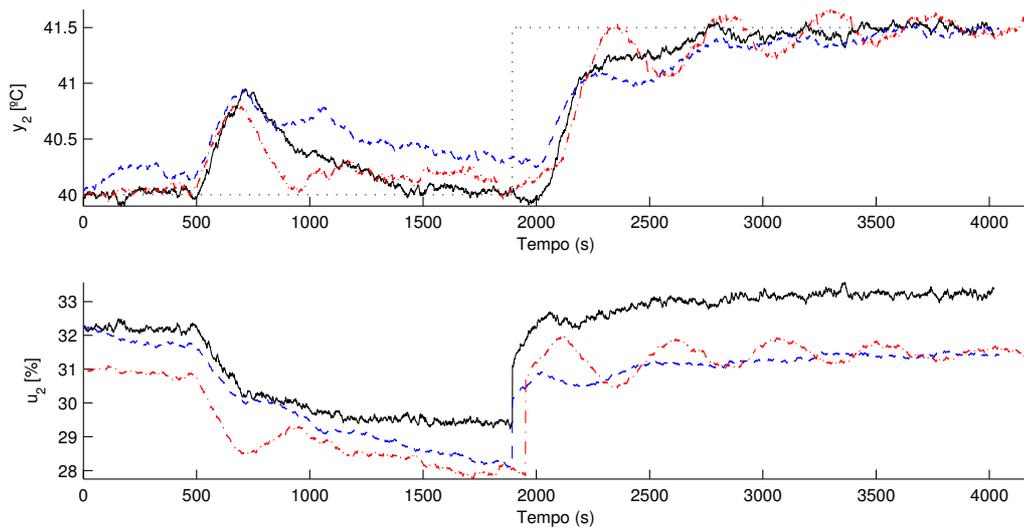


Figura 6.16: Resposta a variação em Degrau no setpoint - Malha 2. Gershgorin: linha azul, Iterativo Linear: linha preta, BLT: linha vermelha.

# Capítulo 7

## Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

### 7.1 Conclusões

Nesta Tese foram desenvolvidos métodos de sintonia de controladores PID para processos mono e multivariáveis. Todas as técnicas propostas são formuladas como problema de otimização, cujo objetivo é obter parâmetros de sintonia que satisfaçam critérios conflitantes de robustez e desempenho no sistema de controle projetado.

Como passo inicial no desenvolvimento do trabalho, aspectos de robustez e de desempenho foram revisados no Capítulo 2. Com base nesses aspectos, os problemas de otimização para sintonia de PID são formulados, tanto os métodos revisados quanto aqueles propostos na Tese.

No Capítulo 3 foram detalhados três métodos de sintonia de controlador PID para processos SISO que são formulados como problemas de otimização. As técnicas selecionadas foram a MIGO (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1998), a K-L (KRISTIANSOON; LENNARTSON, 2002) e a K-K-L (KARIMI; KUNZE; LONGCHAMP, 2007). Todas as três técnicas têm como objetivo minimizar os efeitos de perturbação na saída do processo, desde que índices mínimos de robustez sejam garantidos. Contudo, as formas como os problemas são formulados diferem em nível de dificuldade de aplicação, assim como nos índices de robustez e desempenho escolhidos para formar o problema de otimização proposto. Exemplos simulados foram realizados ao final do Capítulo para se discutir procedimentos, dificuldades de aplicação e comparação de resultados. Estes métodos serviram de base para as contribuições apresentadas na Tese.

Um método de sintonia de controlador PI monovariável foi apresentado no Capítulo

4. Os ganhos do controlador são calculados separadamente. O ganho proporcional é calculado de acordo com a técnica SIMC Suave, de maneira que o ganho seja o mínimo para se obter uma resposta aceitável à perturbação de carga. No entanto, na técnica SIMC Suave, o ganho integral é calculado analiticamente do mesmo modo que na técnica SIMC original. A sintonia resultante torna o sistema lento para responder a perturbações de carga no processo. Por essa razão foi proposto o cálculo do ganho integral por um problema de otimização de variável única. Nesse problema o objetivo é reduzir a integral do erro na saída do sistema de controle devido a uma perturbação de carga no processo. Essa minimização na integral do erro é feita sob restrição de robustez, nesse caso, um valor mínimo de pico da função sensibilidade é estabelecido durante o projeto. Essa técnica foi originalmente proposta em (EUZÉBIO; BARROS, 2013a) e uma aplicação industrial desse método é descrita em (EUZÉBIO et al., 2014).

Algumas vantagens foram obtidas no uso do método proposto no Capítulo 4. O ganho integral é calculado de maneira que os efeitos da perturbação de carga são rejeitados mais rapidamente em relação a um controlador sintonizado pelo método SIMC Suave. Foi estabelecido ainda em projeto o pico da função sensibilidade desejado, não há especificação similar de robustez na técnica SIMC. A solução do problema de otimização é simples e eficiente por se tratar de um problema de parâmetro único, o próprio ganho integral.

No Capítulo 5 foi apresentado o método de sintonia de controlador PID descentralizado para processos MIMO diagonalmente dominantes. Neste método cada malha foi sintonizada por vez, as interações foram levadas em consideração pelas bandas de Gershgorin. Outros métodos de sintonia já usam as bandas de Gershgorin como critério de estabilidade do sistema MIMO em malha fechada, a diferença na técnica proposta foi na forma como a solução é implementada. A técnica proposta foi formulada como um problema de programação linear, foram impostos valores mínimos de margens de robustez sobre as bandas de Gershgorin e sobre a curva de Nyquist da função ganho de malha. Assim, as especificações de robustez puderam ser feitas sobre as margens de estabilidade das funções ganho de malha e não apenas sobre as bandas de Gershgorin. Os limites sobre as bandas variam para cada sistema e, por isso, não há uma faixa de valores pré-definida. Além disso, a técnica não precisou de um procedimento de *detuning* ou diversas iterações para se obter uma solução. Quatro exemplos simulados foram desenvolvidos, a técnica proposta foi comparada com outras cinco técnicas de sintonia de processos MIMO.

Um método de sintonia de controlador PID descentralizado para processo MIMO, não necessariamente diagonalmente dominante, foi proposto no Capítulo 6. O procedimento proposto foi dividido em duas etapas. Na primeira, a técnica baseada em bandas de Gershgorin descrita no Capítulo 5 foi aplicada a cada malha. Caso o sistema fosse for-

temente desacoplado, o procedimento pode ser finalizado nesta etapa. Caso contrário, uma segunda etapa de re-sintonia iterativa é aplicada. Nesta segunda etapa, as interações de malha são consideradas pelo Processo em Malha Aberta Efetivo (EOP). Assim como na etapa inicial, a sintonia é realizada pela solução de um problema de otimização, duas formulações são propostas: uma linear com restrições nas margens de ganho e de fase e outra não linear com restrições em pico de funções sensibilidade. Nesse método não há necessidade de redução de ordem de modelo do processo, bem como a dimensão do sistema não é um problema. Exemplos simulados são realizados para três processos, os resultados são comparados com técnica baseadas em de-sintonia e baseada em EOP. Esta técnica foi também apresentada em (EUZÉBIO; BARROS, 2013b) para a formulação não linear com exemplo de aplicação à sintonia das malhas de *Surge* e Capacidade de um modelo de compressor industrial, e em (EUZÉBIO; BARROS, 2015) para a formulação linear com exemplos de aplicação em modelos de processo de até três entradas e três saídas.

## 7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Ao final do desenvolvimento do presente trabalho de Tese, podem ser destacadas algumas sugestões para o desenvolvimento de outros trabalhos:

- Estender a técnica de sintonia proposta no Capítulo 4 para o controlador com termo derivativo.
- Desenvolver método de sintonia de controlador PID descentralizado baseado na curva do Lugar Característico.
- Desenvolver método de sintonia de controlador PID descentralizado como um problema de otimização que leve em consideração o índice *Biggest Log Modulus* como restrição de robustez do problema.
- Estudar a eficiência dos dois problemas de otimização do Capítulo 6 quanto à escolha da faixa de frequência usada para o caso linear, e de restrições impostas aos parâmetros de controle para o caso não linear.
- Aplicar os métodos propostos nos Capítulos 5 e 6 em plantas em escala de laboratório e em plantas industriais.
- Estender as técnicas propostas nos Capítulos 5 e 6 para o caso de processos multi-variáveis não quadrados.

# Apêndice A

## Módulo Peltier

O Efeito Peltier produz um gradiente de temperatura em duas junções de dois condutores ou semicondutores de materiais diferentes quando submetidos a uma tensão elétrica. Os módulos ou pastilhas Peltier, ou ainda pastilhas termoelétricas, funcionam pelo princípio do efeito Peltier. Normalmente estes módulos são constituídos de um material semicondutor, o telureto de bismuto, sendo fortemente dopado para a criação de material tipo N e material tipo P. Ao ligar uma fonte de tensão na célula Peltier, conforme ilustrado na Figura A.1, se estabelece um fluxo de cargas do material semicondutor P para o semicondutor N. Este fluxo origina uma diferença de temperatura entre as superfícies da junção. Assim, uma superfície irá aquecer, enquanto a outra resfria-se.

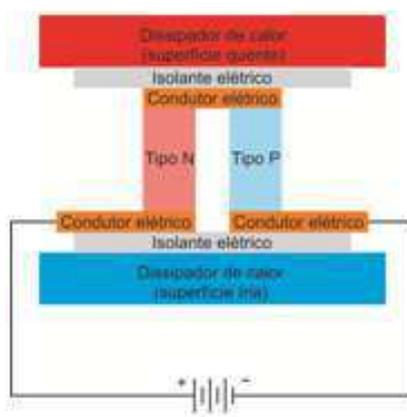


Figura A.1: Célula Peltier

Normalmente estas células são combinadas eletricamente em série, e termicamente em paralelo. Estes vários agrupamentos em série são interligados de forma a compor o módulo Peltier, como ilustrado na Figura A.2.

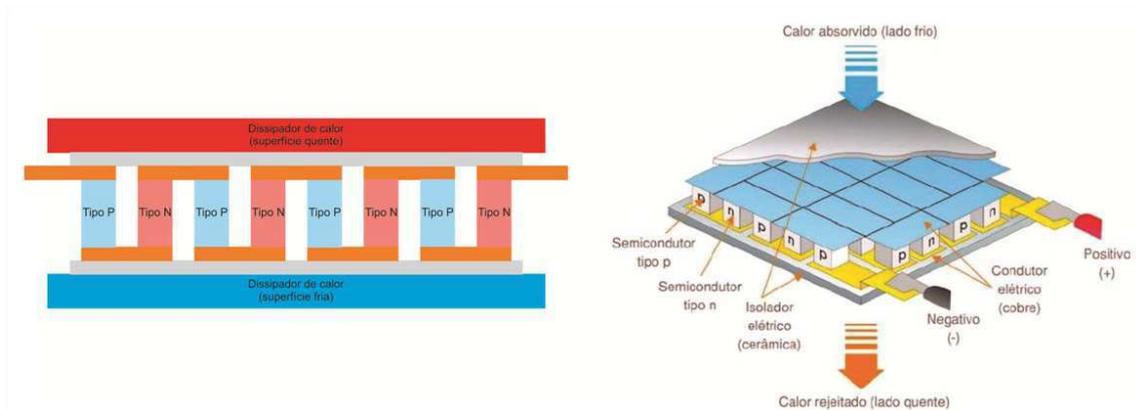


Figura A.2: Módulo Peltier

O sistema utilizado consiste em um processo composto por dois módulos Peltier, dois sensores de temperatura LM35, uma chapa de metal, dois dissipadores térmicos, dois ventiladores, um CLP (Controlador Lógico Programável) Rockwell CompactLogix L32E, e um PC, ver Figura A.3. Os dissipadores térmicos e os ventiladores são utilizados para transferir o calor a partir das faces opostas de cada módulo Peltier. O processo funciona como um sistema acoplado com a temperatura variando entre 10°C e 70°C, quando operando a uma temperatura ambiente em torno de 24°C. A energia é aplicada utilizando atuadores PWM enquanto as temperaturas são medidas usando sensores LM35.

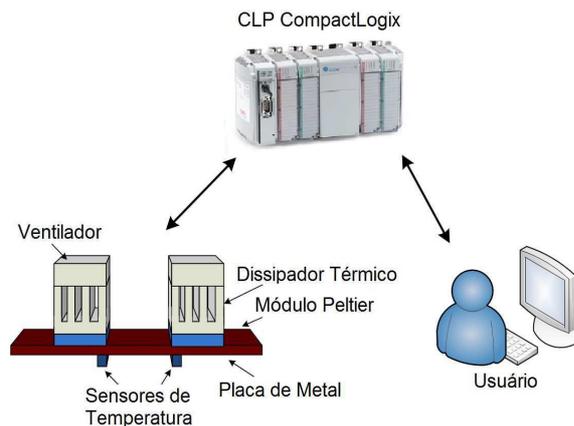


Figura A.3: Sistema Peltier

## Referências Bibliográficas

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Design of PI controllers based on non-convex optimization. *Automatica*, v. 34, p. 585–601, 1998.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID Control*. North Carolina: ISA - Instrument Society of America, 2006.

BANDYOPADHYAY, R.; CHAKRABORTY, U. K.; PATRANABIS, D. Autotuning a PID controller: a fuzzy-genetic approach. *Journal of Systems Architecture*, Elsevier, v. 47, n. 7, p. 663–673, 2001.

BARROS, P. R.; JÚNIOR, G. A.; SANTOS, J. B. dos. Two-input two-output laboratory-scale temperature system based on peltier modules. In: *Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control*. [S.l.: s.n.], 2008.

CHEN, D.; SEBORG, D. E. Multiloop PI/PID controller design based on GERSHGORIN bands. *Proceedings of the American Control Conference*, p. 4122–4127, 2001.

CHEN, M.; LINKENS, D. A. A hybrid neuro-fuzzy PID controller. *Fuzzy Sets and Systems*, Elsevier, v. 99, n. 1, p. 27–36, 1998.

CHIEN, I.-L.; HUANG, H.-P.; YANG, J.-C. A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 38, n. 4, p. 1456–1468, 1999.

CHIEN, I.-L.; HUANG, H.-P.; YANG, J.-C. A simple tito PI tuning method suitable for industrial applications. *Chemical Engineering Communications*, Taylor & Francis, v. 182, n. 1, p. 181–196, 2000.

EUZÉBIO, T. A. M.; BARROS, P. R. Optimal integral gain for smooth PI control. *11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*, p. 529–533, 2013.

EUZÉBIO, T. A. M.; BARROS, P. R. Sintonia Ótima de controlador PI em sistema tito: Aplicação em modelo de compressor. *XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, 2013.

EUZÉBIO, T. A. M.; BARROS, P. R. Iterative procedure for tuning decentralized pid controllers. *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, 2015.

- EUZÉBIO, T. A. M.; BEM, L. A. R. D.; LONGHI, L. G. S.; BARROS, P. R. Ganho integral Ótimo para controle pi suave - aplicação em malha de vazão de gás. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, 2014.
- EUZÉBIO, T. A. M.; LIMA, M. F.; BARROS, P. R. Aplicação de sintonia Ótima de controlador PI em malha de refluxo de topo de coluna de destilação. *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, 2012.
- GARCIA, D.; KARIMI, A.; LONGCHAMP, R. PID controller design for multivariable systems using GERSHGORIN bands. *Proc. 16th IFAC World Congress*, p. 183–188, 2005.
- GARPINGER, O.; ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. Criteria and trade-offs in PID design. *Proceedings of the IFAC Conference on Advances in PID Control PID'12*, 2012.
- GARPINGER, O.; HÄGGLUND, T. A software tool for robust PID design. In: *Proc. 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea*. [S.l.: s.n.], 2008.
- HÄGGLUND, T.; ÅSTRÖM, K. J. Revisiting the ziegler-nichols tuning rules for PI control. *Asian Journal of Control*, v. 4 (4), p. 364–380, 2002.
- HO, W.; XU, W. Multivariable PID controller design based on the direct nyquist array method. *Proceedings of the American Control Conference*, p. 3524–3528, 1998.
- HUANG, H. P.; JENG, J. C.; CHIANG, C. H.; PAN, W. A direct method for multi-loop PI/PID controller design. *Journal of Process Control*, v. 13, p. 769–786, 2003.
- HUSEK, P. Decentralized PI controller design based on phase margin specifications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 22, n. 1, p. 346–351, 2014.
- ISAKSSON, A. J.; GRAEBE, S. F. Derivative filter is an integral part of PID design. *IEE Proceedings Control theory and Applications*, v. 149(1), p. 41–45, 2002.
- JU, J.; CHIU, M. Relay-based online monitoring procedures for 2x2 and 3x3 multiloop control-systems. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, American Chemical Society (ACS), v. 36, n. 6, p. 2225–2230, 1997.
- KARIMI, A.; KUNZE, M.; LONGCHAMP, R. Robust controller design by linear programming with application to a double-axis positioning system. *Control Engineering Practice*, v. 15, p. 197–208, 2007.
- KRISTIANSSON, B.; LENNARTSON, B. Robust and optimal tuning of PI and PID controllers. *IEE Proc. Control Theory Appl.*, v. 149(1), p. 17–25, 2002.
- KRISTIANSSON, B.; LENNARTSON, B. Evaluation and simple tuning of PID controllers with high-frequency robustness. *Journal of Process Control*, v. 16, p. 91–102, 2006.
- KRISTIANSSON, B.; LENNARTSON, B. Robust tuning of PI and PID controllers using derivative action despite sensor noise. *IEEE Control Systems Magazine*, p. 55–69, 2006.

- LENNARTSON, B. Multi criteria  $h_\infty$  optimal PID controllers from an undergraduate perspective. In: *Advances in PID Control*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 2, n. 1, p. 697–702.
- LIMA, J. M.; RUANO, A. E. Neuro-genetic PID autotuning: time invariant case. *Mathematics and computers in simulation*, Elsevier, v. 51, n. 3, p. 287–300, 2000.
- LUYBEN, W. *Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems*. [S.l.]: Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 25(1):654-660, 1986.
- MACIEJOWSKI, J. M. *Multivariable feedback design*. [S.l.]: Addison-Wesley Wokingham, 1989.
- MONICA, T. J.; YU, C. C.; LUYBEN, W. L. Improved multiloop single-input/single-output (siso) controllers for multivariable processes. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 27, n. 6, p. 969–973, 1988.
- MUDI, R. K.; MAITY, R. R. D. A noble fuzzy self-tuning scheme for conventional pi controller. *Proceedings of the International Conference on Frontiers of Intelligent Computing: Theory and Applications (FICTA)*, Advances in Intelligent Systems and Computing, 199, p. 83–91, 2013.
- O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. [S.l.]: Imperial College Press, 2006.
- OGUNNAIKE, B.; RAY, W. Multivariable controller design for linear systems having multiple time delays. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 25, n. 6, p. 1043–1057, 1979.
- OLIVEIRA, V.; KARIMI, A. Robust and gain-scheduled PID controller design for condensing boilers by linear programming. *IFAC Conference in Advances in PID Control*, 2012.
- PANAGOPOULOS, H.; ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Design of PID controllers based on constrained optimization. *IEE Proceedings Control theory and Applications*, v. 149(1), p. 32–40, 2002.
- PERSSON, P.; ÅSTRÖM, K. J. Dominant pole design a unified view of PID controller tuning. *4th IFAC Symposium on Adaptive Systems in Control and Signal Processing*, p. 127–132, 1992.
- ROSENBROCK, H. H. State-space and multivariable theory. *London Nelson*, 1970.
- ROSENBROCK, H. H. Computer-aided design of control systems. *Cambridge, London*, 1974.
- SCHEI, T. S. Automatic tuning of PID controllers based on transfer function estimation. *Automatica*, v. 30(12), p. 1983–1989, 1994.
- SEKARA, T. B.; MATAUSEK, M. R. Optimization of PID controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 54(1), 2009.

- SHINSKEY, F. How good are our controllers in absolute performance and robustness? *Measurement and Control*, v. 23, p. 114–121, 1990.
- SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *J. Process Control*, v. 13, p. 291–309, 2003.
- SKOGESTAD, S. Tuning for smooth PID control with acceptable disturbance rejection. *Ind. Eng. Chem. Res.*, v. 45, p. 7817–7822, 2006.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1996.
- VU, T. N. L.; LEE, M. Independent design of multi-loop pi/pid controllers for interacting multivariable processes. *Journal of Process control*, Elsevier, v. 20, n. 8, p. 922–933, 2010.
- WANG, Q.-G.; LEE, T.-H.; ZHANG, Y. Multiloop version of the modified ziegler-nichols method for two input two output processes. *Industrial & engineering chemistry research*, ACS Publications, v. 37, n. 12, p. 4725–4733, 1998.
- WOOD, R. K.; BERRY, M. W. Terminal composition control of binary distillation column. *Chem. Eng. Sci.*, p. 1707–1717, 1973.
- XIONG, Q.; CAI, W.-J. Effective transfer function method for decentralized control system design of multi-input multi-output processes. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 16, n. 8, p. 773–784, 2006.
- XIONG, Q.; CAI, W.-J.; HE, M.-J. Equivalent transfer function method for pi/pid controller design of mimo processes. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 17, n. 8, p. 665–673, 2007.