



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

ANNA PAULA VIRGOLINO DE ANDRADE AGUIAR

PROJETO DE CONTROLADORES PID MULTIVARIÁVEIS BASEADO EM DADOS FREQUENCIAIS

CAMPINA GRANDE – PB

2023

Projeto de Controladores PID Multivariáveis Baseado em Dados Freqüenciais

Anna Paula Virgolino de Andrade Aguiar

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutora em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação e Controle

Péricles Rezende Barros, Ph.D, UFCG
Orientador

George Acioli Júnior, Dr., UFCG
Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Anna Paula Virgolino de Andrade Aguiar, Julho de 2023

A282p

Aguiar, Anna Paula Virgolino de Andrade.

Projeto de controladores PID multivariáveis baseado em dados frequenciais / Anna Paula Virgolino de Andrade Aguiar. - Campina Grande, 2023.

128 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2023.

"Orientação: Prof. Dr. Péricles Rezende Barros, Prof. Dr. George Acioli Júnior."

Referências.

1. Engenharia Elétrica. 2. Instrumentação Eletrônica. 3. Controle e Automação. 4. PID. 5. Controle Centralizado. 6. Desacoplador. 7. Processo Multivariável. I. Barros, Péricles Rezende. II. Acioli Júnior, George. III. Título.

CDU 621.3(043)

Projeto de Controladores PID Multivariáveis Baseado em Dados Frequenciais

Anna Paula Virgolino de Andrade Aguiar

Tese de Doutorado apresentada em Julho de 2023

Péricles Rezende Barros, Ph.D, UFCG
Orientador

George Acioli Júnior, Dr., UFCG
Orientador

Alexandre Jean René Serres, Dr., UFCG
Examinador

Lucíola Campestrini, Dra., UFRGS
Examinadora

Luis Gustavo Soares Longhi, Dr., PETROBRAS
Examinador

Jaidilson Jó da Silva, Dr., UFCG
Examinador

Carlos Eduardo Trabuco Dórea, Dr., UFRN
Examinador

Campina Grande, Paraíba, Brasil, Julho de 2023



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA ELETRICA
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE DOUTORA EM CIÊNCIAS, NO DOMÍNIO DA ENGENHARIA ELÉTRICA, REALIZADA EM 5 DE JULHO DE 2023 (Nº363)

CANDIDATA: **ANNA PAULA VIRGOLINO DE ANDRADE AGUIAR**. COMISSÃO EXAMINADORA: ALEXANDRE JEAN RENÉ SERRES, D.Sc., UFCG, Presidente da Comissão e Examinador interno, PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG, GEORGE ACIOLI JUNIOR, D.Sc., UFCG, Orientadores, JAIDILSON JÓ DA SILVA, D.Sc., UFCG., Examinador Interno, LUCIOLA CAMPESTRINI, Dr., UFRGS, CARLOS EDUARDO TRABUCO DOREA, Dr., UFRN, LUIS GUSTAVO SOARES LONGHI, Dr., PETROBRAS., Examinadores externos. TÍTULO DA TESE: Projeto de controladores PID multivariáveis baseado em dados frequenciais. ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Informação. HORA DE INÍCIO: **14:00** – LOCAL: **Sala Virtual**. Em sessão pública, após exposição de cerca de 45 minutos, a candidata foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização, no tema de sua tese, obtendo conceito APROVADO. Face à aprovação, declara o presidente da Comissão, achar-se a examinada, legalmente habilitada a receber o Grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica, cabendo a Universidade Federal de Campina Grande, como de direito, providenciar a expedição do Diploma, a que a mesma faz jus. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é assinada por mim, Filipe Emmanuel Porfírio Correia, e os membros da Comissão Examinadora presentes. Campina Grande, 5 de Julho de 2023.

Filipe Emmanuel Porfírio Correia

Secretário

ALEXANDRE JEAN RENÉ SERRES, D.Sc., UFCG

Presidente da Comissão e Examinador Interno

PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG

Orientador

GEORGE ACIOLI JUNIOR, D.Sc., UFCG

Orientador

JAIDILSON JÓ DA SILVA, D.Sc., UFCG

Examinador interno

LUCIOLA CAMPESTRINI, Dr., UFRGS

Examinadora Externa

CARLOS EDUARDO TRABUCO DOREA, Dr., UFRN

Examinador Externo

ANNA PAULA VIRGOLINO DE ANDRADE AGUIAR

CANDIDATA

2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Tese de Doutorado da candidata ANNA PAULA VIRGOLINO DE ANDRADE AGUIAR, assinada eletronicamente pela Comissão Examinadora acima identificada.

2.2. No caso de examinadores externos que não possuam credenciamento de usuário externo ativo no SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários certificam que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da tese e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **FILIFE EMMANUEL PORFIRIO CORREIA, SECRETÁRIO (A)**, em 17/07/2023, às 10:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **PERICLES REZENDE BARROS, PROFESSOR 3 GRAU**, em 17/07/2023, às 10:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **ALEXANDRE JEAN RENE SERRES, COORDENADOR DE POS-GRADUACAO**, em 17/07/2023, às 13:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **GEORGE ACIOLI JUNIOR, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 17/07/2023, às 14:26, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Eduardo Trabuco Dórea, Usuário Externo**, em 18/07/2023, às 09:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **JAILSON JO DA SILVA, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 19/07/2023, às 14:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Anna Paula Virgolino de Andrade Aguiar, Usuário Externo**, em 04/08/2023, às 11:06, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **3581663** e o código CRC **76E394B9**.

Caro Professor
Alexandre Jean René Serres
Coordenador do PPgEE/UFCG

Eu, **LUCIOLA CAMPESTRINI, Dr., UFRGS**, na qualidade de membro da comissão examinadora da defesa da tese de Doutorado intitulada “Projeto de controladores PID multivariáveis baseado em dados frequenciais”, de **ANNA PAULA VIRGOLINO DE ANDRADE AGUIAR**, da qual participei por videoconferência, no dia 5 de Julho de 2023, declaro ter recebido cópia da ata, que consta nos autos do processo nº 23096.051364/2023-36, como documento nº 3581663, a qual li e, embora não tenha podido assinar, é para todos os efeitos como se eu tivesse, pois está em perfeita conformidade com o que foi deliberado pela comissão e, portanto, estou de pleno acordo com seus termos.

Documento assinado digitalmente



LUCIOLA CAMPESTRINI

Data: 17/07/2023 16:22:23-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

LUCIOLA CAMPESTRINI, Dr., UFRGS

Dedicatória

Aos meus pais Valfredo e Georgina.

Agradecimentos

A Deus pela vida.

À minha família pelo apoio e incentivo sempre.

Aos professores Péricles Rezende Barros e George Acioli Júnior pela orientação, confiança e amizade.

Aos professores Lucíola Camprestrini, Carlos Eduardo Trabuco Dórea, José Sérgio Rocha Neto, Jaidilson Jó da Silva e Alexandre Jean René Serres pelas valiosas contribuições.

Aos funcionários do DEE e do LIEC pelos serviços prestados.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos amigos do LIEC pela amizade, companheirismo e incentivo.

Resumo

O controlador proporcional integral derivativo (PID) ainda é o mais utilizado na indústria. Muitas das técnicas de projeto do PID são baseadas no modelo do processo e formuladas para sistemas com uma entrada e uma saída. O desempenho desejado pode não ser alcançado por má sintonia do controlador, o que pode ocorrer devido a erros de modelagem. Este problema pode ser evitado usando dados do processo e não o modelo paramétrico do processo no projeto do controlador. Processos multivariáveis (MIMO) são frequentemente encontrados na indústria. Nesses processos, o controlador de uma malha fechada afeta o bom desempenho das outras malhas, devido à interação existente entre as diferentes malhas. Dentre as maneiras de solucionar o problema da interação entre as malhas estão o uso do controlador centralizado ou do controlador descentralizado com desacoplador. Nesta Tese, duas técnicas de projeto e uma de reprojeto do controlador PI/PID MIMO e uma metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido são desenvolvidas. As técnicas de projeto são formuladas como problema de otimização convexa, cujo objetivo é minimizar a norma infinita da diferença entre as funções ganho de malha projetada e desejada. Restrições expressas por LMI são inseridas ao problema de maneira a garantir a estabilidade da malha fechada projetada. A diferença entre as duas técnicas é a restrição adicionada. Na técnica de reprojeto, os incrementos dos parâmetros do controlador PI/PID inicial são calculados de maneira que a nova malha fechada se aproxime de um modelo de referência. Nessas técnicas, dados no domínio da frequência são utilizados e a identificação do modelo paramétrico do processo não é necessária. A avaliação do desacoplador invertido é realizada calculando um índice de erro do desacoplador em uma determinada frequência. Caso esse erro não seja próximo de zero, os parâmetros do desacoplador invertido são reprojitados de maneira a reduzir este índice. Exemplos de simulação mostram a efetividade das técnicas em processos de diferentes ordens.

Abstract

The proportional integral derivative (PID) controller is still the most used in the industry. Many of the PID design techniques are based on the process model and formulated for systems with single input and single output. The desired performance is not achieved due to poor tuning of the controller, which can occur, because of modelling errors. This problem can be avoided by using process data and not the parametric model of the process in the controller design. Multivariable (MIMO) processes are often found in industry. In these processes, the controller of a closed loop affects the good performance of the other loops, due to the interaction between the different loops. Among the ways to solve the problem of interaction between the loops are the using a centralized controller or a decentralized one with a decoupler. In this thesis, are developed two PI/PID MIMO controller design and PI/PID MIMO controller redesign techniques as well as inverted decoupler evaluation and redesign methodology. The design techniques are formulated as a convex optimization problem, whose objective is to minimize the infinite norm of the difference between the designed and desired loop gain functions. Linear matrix inequality constraints are inserted into the problem in order to guarantee the designed closed loop stability. In the redesign technique, the initial PI/PID controller parameters increments are computed so that the new closed loop close to a reference model. Frequency domain data are used, so that in these techniques, identification of the process parametric model is not necessary. Inverted decoupler evaluation is performed by calculating a decoupler error index at a given frequency. If this error is not close to zero, the inverted decoupler parameters are redesigned in order to reduce this index. Simulation examples show the effectiveness of techniques processes of different orders.

Sumário

1	Introdução	2
1.1	Motivação	2
1.2	Revisão bibliográfica	4
1.2.1	Projeto robusto do controlador PID multivariável com restrições LMI	4
1.2.2	Projeto do controlador PID multivariável baseado em dados da malha fechada	6
1.2.3	Avaliação e reprojeção do desacoplador	7
1.3	Contribuições	9
1.4	Estrutura do documento	11
2	Fundamentos teóricos	12
2.1	Introdução	12
2.2	Descrição do sistema	12
2.2.1	Malha de realimentação básica	12
2.2.2	Controlador multivariável	15
2.2.3	Controle descentralizado com desacoplador invertido	16
2.3	Especificações de desempenho	19
2.4	Especificações de robustez e estabilidade	20
2.5	Desigualdade matricial linear	20
2.6	Convexificação	21
2.7	Conclusões	22
3	Projeto do controlador PID robusto: abordagem LMI	23
3.1	Introdução	23
3.2	Problema de minimização das técnicas propostas	24
3.2.1	Caso geral: Controlador totalmente parametrizado	25
3.2.2	Caso particular: Controlador PID	26
3.2.3	Considerações	27
3.3	Técnica proposta 1 - Restrição da magnitude do sinal de controle	27

3.3.1	Problema de otimização caso geral: Controlador totalmente parametrizado	28
3.3.2	Problema de otimização caso particular: Controlador PID	29
3.3.3	Inicialização dos algoritmos	29
3.4	Técnica proposta 2 - Restrição da margem de estabilidade	30
3.4.1	Problema de otimização caso geral: Controlador totalmente parametrizado	33
3.4.2	Problema de otimização caso particular: Controlador PID	35
3.5	Função ganho de malha de referência	35
3.6	Resultados de simulação	36
3.6.1	Exemplo 1	37
3.6.2	Exemplo 2	43
3.6.3	Exemplo 3	50
3.6.4	Exemplo 4	57
3.7	Conclusões	64
4	Reprojeto do controlador PID baseado na resposta frequencial	65
4.1	Introdução	65
4.2	Técnica proposta	66
4.2.1	Controlador PI	68
4.2.2	Controlador PID	70
4.3	Resultados de simulação	72
4.3.1	Exemplo 1	72
4.3.2	Exemplo 2	78
4.3.3	Exemplo 3	84
4.3.4	Exemplo 4	90
4.4	Conclusões	96
5	Avaliação e reprojeto do desacoplador invertido para processos TITO	97
5.1	Introdução	97
5.2	Metodologia proposta	98
5.2.1	Avaliação do desacoplador invertido	99
5.2.2	Reprojeto do desacoplador invertido	100
5.2.3	Considerações	102
5.3	Resultados de simulação	104
5.3.1	Exemplo 1	104
5.3.2	Exemplo 2	107
5.3.3	Exemplo 3	109

5.3.4	Exemplo 4	112
5.4	Conclusão	118
6	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	119
6.1	Conclusões	119
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	121
	Referências Bibliográficas	122

Lista de Siglas

CbT - *Correlation-based tuning*

CLP - Controlador Lógico Programável

DDC - *Data-Driven Control*

FOPTD - *First Order Plus Dead Time*

HDT - Hidrotratamento

IMC - *Internal Model Control*

IFT - *Iterative Feedback Tuning*

LIT - *Linear Invariante no Tempo*

LMI - *Linear Matrix Inequality*

MBC - *Model-Based Control*

MIMO - *Multiple Input Multiple Output*

M_S - Máximo valor singular da função de sensibilidade

M_r - Rastreamento da saída de referência

NCbT - *Non Iterative Correlation-based tuning*

OCI - *Optimal Controller Identification*

PID - Proporcional-Integral-Derivativo

PRBS - *Pseudo Random Binary Sequence*

QMI - *Quadratic Matrix Inequality*

RHP - *Right-Half Plane*

SDCD - Sistema Digital de Controle Distribuído

SIMC - *Simple Internal Model Control*

SISO - *Single Input Single Output*

TITO - *Two Input Two Output*

TV - *Total Value*

VRFT - *Virtual Reference Feedback Tuning*

Lista de Tabelas

3.1	Constante de tempo da função de sensibilidade complementar de referência ($\mathbf{T}_r(s)$).	36
3.2	Ganhos do controlador - Exemplo 1.	38
3.3	Índices de desempenho - Exemplo 1.	40
3.4	Ganhos do controlador - Exemplo 2.	44
3.5	Índices de desempenho - Exemplo 2.	45
3.6	Ganhos do controlador - Exemplo 3.	52
3.7	Índices de desempenho - Exemplo 3.	55
3.8	Ganhos do controlador - Exemplo 4.	58
3.9	Índices de desempenho - Exemplo 4.	59
4.1	Índices de desempenho - Exemplo 1.	73
4.2	Índices de desempenho - Exemplo 2.	79
4.3	Índices de desempenho - Exemplo 3.	85
4.4	Índices de desempenho - Exemplo 4.	91
5.1	Parâmetros do desacoplador - Exemplo 1.	105
5.2	Índice de erro do desacoplador - Exemplo 1.	107
5.3	Parâmetros do desacoplador - Exemplo 2.	108
5.4	Índice de erro do desacoplador - Exemplo 2.	109
5.5	Parâmetros do desacoplador - Exemplo 3.	112
5.6	Índice de erro do desacoplador - Exemplo 3.	112
5.7	Parâmetros do desacoplador - Exemplo 4.	115
5.8	Índice de erro do desacoplador - Exemplo 4.	116

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos da estrutura básica da malha fechada.	13
2.2	Diagrama de blocos da malha fechada do processo TITO com controlador descentralizado e desacoplador invertido.	17
3.1	Diagrama de blocos da malha fechada projetada	30
3.2	Diagrama de blocos da malha fechada desejada	31
3.3	Diagrama de blocos da malha fechada projetada em função da desejada	31
3.4	Máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$ para diferentes valores de β	33
3.5	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 1.	39
3.6	Sinais de controle - Exemplo 1.	40
3.7	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 1.	41
3.8	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 1.	42
3.9	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 2.	46
3.10	Sinais de controle - Exemplo 2.	47
3.11	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 2.	48
3.12	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 2.	49
3.13	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 3.	53
3.14	Sinais de controle - Exemplo 3.	54
3.15	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 3.	55
3.16	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 3.	56
3.17	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 4.	60
3.18	Sinais de controle - Exemplo 4.	61
3.19	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 4.	62
3.20	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 4.	63
4.1	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 1.	74

4.2	Sinais de controle - Exemplo 1.	75
4.3	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 1.	76
4.4	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 1. . .	77
4.5	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 2.	80
4.6	Sinais de controle - Exemplo 2.	81
4.7	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 2.	82
4.8	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 2. . .	83
4.9	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 3.	86
4.10	Sinais de controle - Exemplo 3.	87
4.11	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 3.	88
4.12	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 3. . .	89
4.13	Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 4.	92
4.14	Sinais de controle - Exemplo 4.	93
4.15	Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) - Exemplo 4.	94
4.16	Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 4. . .	95
5.1	Diagrama de blocos da excitação de avaliação.	100
5.2	Sinais de excitação de avaliação.	101
5.3	Fluxograma da metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido.	103
5.4	Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 1.	105
5.5	Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 1.	106
5.6	Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 2.	108
5.7	Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 2.	110
5.8	Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 3.	111
5.9	Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 3.	113
5.10	Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 4.	115
5.11	Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 4.	117

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O controlador mais utilizado na prática é o controlador proporcional integral derivativo (PID) (NISI; NAGARAJ; AGALYA, 2019; HÄGGLUND et al., 2022), pois com ele é possível obter as soluções de controle mais simples e eficazes para diferentes aplicações industriais (BORASE et al., 2021). Simples pela facilidade de implementação e manutenção. A eficácia está relacionada ao bom desempenho alcançado em uma grande variedade de processos. Na literatura, é possível encontrar diversas técnicas de sintonia dos parâmetros do controlador PID. Estas técnicas são divididas em dois grandes grupos: baseadas no modelo (MBC - do inglês *Model-Based Control*) do processo ou em dados (DDC - do inglês *Data-Driven Control*) (KERGUS, 2019).

Nas técnicas MBC, o modelo do processo é a base do projeto do controlador, da análise de estabilidade e da avaliação de desempenho. No entanto, a tarefa de identificação dos modelos do processo é difícil e custosa, representando cerca de 75% do esforço do projeto (KERGUS, 2019). Em alguns casos, pode não ser possível obter um modelo suficientemente preciso, ou seja, a identificação é inviável. Além disso, o desempenho da malha de controle pode ser afetado por inevitáveis incertezas provenientes de dinâmicas não modeladas. Essa dificuldade de modelagem tem motivado o interesse em métodos de projeto que não são baseados em modelos de plantas (BAZANELLA; CAMPESTRINI; ECKHARD, 2011), (SOMEFUN; AKINGBADE; DAHUNSI, 2021). Embora a primeira técnica DDC tenha sido proposta por Ziegler e Nichols (1942), apenas nos últimos vinte anos elas têm atraído maior interesse dos pesquisadores (FORMENTIN et al., 2019). Uma razão é o desenvolvimento da tecnologia e da ciência da computação.

Nas técnicas de controle baseadas em dados, o controlador é projetado diretamente dos dados de operação ou coletados a partir de um experimento específico. O modelo paramétrico explícito do processo não é utilizado. A estabilidade, a convergência e a

robustez podem ser garantidas por rigorosa análise matemática (HOU; WANG, 2013). Nos métodos orientados a dados a principal fonte de incerteza é o ruído de medição (KARIMI; KAMMER, 2017). No geral, as técnicas DDC têm como parâmetro de projeto um modelo de referência de malha fechada, o qual descreve o desempenho desejado (HUFF; SILVA; CAMPESTRINI, 2018).

Em Hou e Wang (2013), as técnicas DDC são classificadas de acordo com a estrutura do controlador e do tipo do dado utilizado. Quanto à estrutura do controlador, as técnicas podem ser para controladores de estrutura conhecida e fixa ou de estrutura desconhecida. Quanto ao tipo de dado utilizado, as técnicas podem ser: *off-line*, *on-line* ou ambos (métodos híbridos). Os dados utilizados podem ser no domínio do tempo ou da frequência.

Muitas das técnicas de projeto do controlador são formuladas para sistemas de controle com única entrada e única saída (SISO - do inglês *Single Input Single Output*). No entanto, processos com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO - do inglês *Multiple Input Multiple Output*), como caldeiras, trocadores de calor, reatores químicos e colunas de destilação, são frequentemente encontrados na indústria. Uma característica desses processos é a existência de interação/acoplamento entre as diferentes malhas de controle. O desempenho da malha fechada é afetado pelo acoplamento, pois a ação de controle de uma malha interfere no desempenho das outras malhas, podendo levar o sistema à instabilidade.

Uma maneira de projetar controladores multivariáveis é usando técnicas clássicas de controle robusto. Essas técnicas podem ser baseadas no modelo em espaço de estados ou na resposta do processo no domínio da frequência. Usar a resposta frequencial tem como vantagens: o conhecimento do modelo paramétrico do processo não é necessário, a ordem do processo não afeta a complexidade computacional do projeto e a simplicidade de obter a resposta frequencial a partir de dados no domínio do tempo (KAMMER et al., 2019). O controle robusto é formulado como problema de otimização com restrições, que pode ser convexo ou não-convexo. No segundo caso, procedimentos de convexificação podem ser aplicados (BOYD; HAST; ÅSTRÖM, 2016).

As estruturas de controle PID para processos MIMO são classificadas como: controle centralizado, controle descentralizado e controle descentralizado com desacoplador. O controlador PID centralizado consiste em uma matriz completa de controladores, da qual cada elemento é um controlador PID. Com esta estrutura é possível alcançar maior redução do acoplamento e melhor desempenho, quando comparado com as outras estruturas (GARRIDO et al., 2021).

No controle descentralizado, o processo é dividido em subsistemas SISO e técnicas de projeto de controle SISO são utilizadas. Contudo, quando esse controle é projetado usando técnicas nas quais o acoplamento é totalmente ignorado, o resultado pode ser a

degradação do desempenho ou até mesmo a instabilidade da malha fechada. Uma maneira de resolver este problema é aplicar técnicas de sintonia combinadas com metodologias como o fechamento sequencial das malhas (MAYNE, 1979; MOREIRA et al., 2021) ou usar o conceito de malha aberta efetiva, como apresentado em Garrido et al. (2021), Euzébio et al. (2020) e Silva e Barros (2020).

No controle descentralizado com desacoplador, um bloco é implementado entre o controlador descentralizado e o processo MIMO, com a finalidade de eliminar/reduzir o acoplamento (LIU et al., 2019). O desacoplador pode ser estático ou dinâmico, sendo o dinâmico classificado como: ideal, simplificado ou invertido. O sistema desacoplado é tratado como múltiplas malhas SISO e métodos de projeto de controle menos conservadores são aplicados diretamente (CAI et al., 2008). Em geral, as técnicas de projeto do desacoplador são baseadas em um modelo de primeira ordem do processo. No entanto, assim como no projeto do controlador, incertezas no modelo também afetam o desempenho do desacoplador.

Nesta tese, contribuições no contexto de controle PID multivariável são apresentadas. Técnicas de projeto e reprojeto do controlador PID multivariável aplicado a processos MIMO são apresentadas. Nessas técnicas, os parâmetros do controlador são projetados/reprojetados com o objetivo de que a nova malha fechada se aproxime de um modelo de referência. Dados no domínio da frequência do processo em malha aberta/fechada são utilizados para solucionar os problemas de projeto e reprojeto, respectivamente. Nesses casos, o conhecimento do modelo paramétrico do processo não é necessário.

Além disso, uma metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido em malha fechada, aplicada a processos com duas entradas e duas saídas (TITO - do inglês *Two Input Two Output*), é apresentada. A avaliação é realizada calculando um índice de erro na frequência do desacoplador invertido. Os parâmetros do desacoplador são reprojetoados a fim de reduzir esse erro.

1.2 Revisão bibliográfica

Nesta Seção, a revisão da literatura referente aos temas abordados nesta tese é apresentada.

1.2.1 Projeto robusto do controlador PID multivariável com restrições LMI

Projetar o controlador PID multivariável para satisfazer requisitos de robustez e estabilidade não é uma tarefa fácil, devido ao acoplamento entre as malhas e à quantidade de

parâmetros a serem calculados. No entanto, para superar essa dificuldade, técnicas de projeto de controle robusto podem ser formuladas como problema de otimização baseado nas normas \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ . Para garantir a estabilidade da malha fechada projetada, restrições na forma de desigualdades matricial lineares (LMI - do inglês *Linear Matrix Inequality*) são inseridas ao problema. Muitos desses problemas são aplicados a uma representação em espaço de estados dos processos MIMO.

Para evitar a identificação do modelo, em Galdos, Karimi e Longchamp (2010), o controlador centralizado linearmente parametrizado é projetado usando dados no domínio da frequência para resolver um problema de otimização convexa. A estabilidade é garantida pelo critério generalizado de estabilidade de Nyquist, o qual é aproximado por um conjunto de restrições convexas. Os elementos da diagonal principal do controlador são ajustados para satisfazer o desempenho desejado de acordo com um modelo de referência, enquanto os demais elementos são projetados para desacoplar o sistema.

Em Hast et al. (2013), um método de projeto de controlador PID é formulado como problema de otimização convexa baseado na norma \mathcal{H}_∞ e na resposta no domínio da frequência de processos SISO. O objetivo é minimizar a função de sensibilidade em baixa frequência. A extensão desse método para processos MIMO estáveis é apresentada em Boyd, Hast e Åström (2016), onde para garantir a estabilidade da malha fechada, restrições das funções de sensibilidade, sensibilidade complementar e sensibilidade de controle são inseridas ao problema na forma de LMI. Como as restrições são não convexas o procedimento côncavo-convexo (LIPP; BOYD, 2016) é utilizado. O resultado é um mínimo local e depende dos parâmetros de inicialização do algoritmo.

Otimização convexa e restrições LMI também são utilizadas em Karimi e Kammer (2017), onde técnicas de projeto baseadas nos critérios de desempenho das normas \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_∞ e na função ganho de malha são apresentadas. Nesse caso, o controlador considerado não precisa ser linearmente parametrizado. Para tornar o problema inicial convexo, o procedimento côncavo-convexo é aplicado.

Aspectos práticos da técnica baseada na norma \mathcal{H}_2 são discutidos em Kammer e Karimi (2018), onde também são acrescentadas restrições LMI da função de sensibilidade complementar e do sinal de controle ponderados. Em Kammer e Karimi (2019), o método baseado na norma \mathcal{H}_∞ foi aplicado ao controle primário e secundário de redes de média e baixa tensão. Já em Kammer et al. (2019), foi aplicado ao controle de inversores conectados à rede elétrica. Adequações para aplicação em conversores de energia de um acelerador de partículas são apresentadas em Nicoletti, Martino e Karimi (2017).

Em Garrido et al. (2021), o processo multivariável é decomposto em malhas SISO usando o conceito de malha aberta efetiva e um controlador descentralizado é projetado. Um projeto do controlador PID centralizado baseado em dados frequenciais e programação

linear iterativa é apresentado em Garrido et al. (2022). Essa metodologia é baseada no conceito de função de transferência de malha equivalente.

1.2.2 Projeto do controlador PID multivariável baseado em dados da malha fechada

Uma malha de controle com desempenho adequado implica no aumento da produção industrial e do tempo de operação de instrumentos e equipamentos e na redução dos custos de energia e manutenção. Contudo, grande parte dos controladores em operação são mal sintonizados (EUZÉBIO, 2015). O desenvolvimento de técnicas simples para avaliação dos controladores é fundamental para que os engenheiros industriais enxerguem a necessidade de ajustar a sintonia dos controladores.

Um método de avaliação de desempenho e reprojeto do controlador PID, para processos SISO, é apresentado em Gao et al. (2017). A avaliação é realizada em relação a variação do sinal de controle. No reprojeto, incrementos dos ganhos do controlador são calculados de maneira que a malha fechada obtida esteja o mais próximo possível de um modelo de referência. Para isso, a resposta ao degrau do processo em malha fechada é utilizada.

Em Moreira, Acioli Júnior e Barros (2018b), restrições de igualdade no domínio da frequência foram adicionadas ao método de reprojeto de Gao et al. (2017). O desempenho da malha é avaliado em comparação a um *benchmarking* em controle por modelo interno (IMC - do inglês *Internal Model Control*), no qual a constante de tempo é definida de acordo com as margens de ganho e fase desejadas. Já em Moreira, Acioli Júnior e Barros (2018a), a resposta do sistema nas frequências críticas e de cruzamento são utilizadas para reprojeter o controlador. Esses dados são obtidos através de um experimento baseado em relé. Em Moreira et al. (2020), essas técnicas de reprojeto são reescritas de forma mais direta com o objetivo de simplificar a aplicação prática.

A avaliação e o reprojeto do controlador PID também são realizados em Yu e Li (2021). A resposta ao degrau da malha fechada inicial é usada para avaliar o controlador e identificar um modelo. O controlador é reprojetoado com base no modelo identificado e no desempenho desejado. Esta técnica é aplicada a processos SISO.

Embora não sejam apresentadas como reprojeto, na literatura são encontradas outras técnicas baseadas em dados de malha fechada. O controlador é projetado de maneira que a malha fechada obtida se aproxime de um modelo de referência. Dados no domínio do tempo são utilizados, não sendo necessária a identificação do modelo do processo. No *iterative feedback tuning* (IFT), apresentado em Hjalmarsson, Gunnarsson e Gevers (1994), uma otimização iterativa dos parâmetros do controlador de estrutura fixa, de

acordo com um gradiente estimado do critério de desempenho, baseado no erro quadrático médio para processos SISO, é proposta. Em Hjalmarsson (1999), o IFT é estendido para processos MIMO.

Proposto por Karimi, Mišković e Bonvin (2002), no *correlation-based tuning* (CbT), os parâmetros do controlador são sintonizados iterativamente com objetivo de descorrelacionar o erro de saída entre a malha fechada obtida e a desejada com o sinal de referência. A extensão desse método para processos MIMO é apresentada em Mišković et al. (2007). O IFT e o CbT podem ter a aplicação prática restrita devido à necessidade da realização de muitos experimentos. Entretanto, versões não iterativas do Cbt (NCbT - do inglês *Non-iterative Correlation-based tuning*) para sistemas SISO e MIMO são apresentadas em Karimi, Heusden e Bonvin (2007), Yubai, Usami e Hirai (2009), Terada, Yubai e Hirai (2011), Sato et al. (2016) e Silva e Eckhard (2020).

Outro método não iterativo é o *virtual reference feedback tuning* (VRFT), inicialmente apresentado por Guardabassi e Savaresi (2000) onde processos SISO foram considerados. No VRFT, o projeto do controlador é tratado como problema de identificação dos parâmetros introduzindo um sinal de referência virtual. Para solucionar o problema, dados no domínio do tempo de malha aberta ou fechada podem ser utilizados (CAMPI; LECCINI; SAVARESI, 2002). Em Remes et al. (2021), o VRFT é utilizado para projetar o controlador PID de tensão de conversores CC-CC. A extensão do VRFT para sistemas MIMO é encontrada em Campestrini et al. (2016), Silva, Campestrini e Bazanella (2016) e Jeng, Jian e Lee (2017).

Em Campestrini et al. (2017), a técnica *optimal controller identification* (OCI), onde é utilizado o algoritmo de erro de predição para projetar o controlador, é apresentada. Nesse caso, dados de malha fechada podem ser utilizados. Para processos SISO, o algoritmo de identificação é aplicado de forma direta, podendo ser resolvido usando por exemplo a *toolbox* de erro de predição do Matlab. Porém, para processos MIMO, o problema não é resolvido diretamente e a *toolbox* não pode ser utilizada, a solução é aplicar de forma sequencial os algoritmos *steepest descent* e *Levenberg-Marquart*, como apresentado em Huff, Silva e Campestrini (2018) e Huff et al. (2019).

1.2.3 Avaliação e reprojeto do desacoplador

As estruturas básicas do desacoplador dinâmico podem ser classificadas em: ideais, simplificadas e invertidas. A estrutura ideal não é utilizada na prática, pois o desacoplador obtido é complexo, o que dificulta a implementação. O resultado da estrutura simplificada é um desacoplador simples, no entanto a matriz de transferência do processo desacoplado resultante é complexa. Com o desacoplador invertido se obtém ao mesmo tempo a principal vantagem das estruturas ideal (representação do processo desacoplado simples) e

simplificada (desacoplador simples) (JÚNIOR et al., 2012).

Comparando as três estruturas, o desacoplador invertido tem como vantagem a facilidade de implementação em equipamentos industriais como CLP (Controlador Lógico Programável) e SDCD (Sistema Digital de Controle Distribuído). Essa implementação é realizada com a utilização dos blocos das funções *lead-lag* e tempo morto e a entrada *feedforward* existente no controlador PID (AGUIAR et al., 2020). Além disso, o problema *anti-windup* pode ser tratado como no caso SISO (GARRIDO et al., 2018). Por outro lado, o desacoplador invertido pode ser instável quando zeros no semi-plano direito (RHP - do inglês *Right Half Plane*) aparecem na função de transferência do processo (LIU et al., 2019).

Em Gurumurthy e Das (2019), o desacoplador invertido é utilizado no controle de um sistema TITO de tanques acoplados, tornando possível projetar o controlador para duas malhas SISO. Em Mahapatro et al. (2016), um estudo comparativo entre controlador de desacoplamento IMC e controle descentralizado com desacoplador invertido aplicado ao controle de nível de dois tanques acoplados é apresentado. No caso estudado, o melhor desempenho de controle é alcançado com a abordagem que utiliza o desacoplador invertido. Resultado similar é apresentado em Navrátil et al. (2021), onde o controle de um sistema de túnel de ar quente em escala laboratorial é realizado usando desacoplador invertido, controlador PID descentralizado e controle *feedforward*.

O desacoplador invertido é aplicado ao controle de temperatura dos reatores da unidade de hidrotreatamento (HDT) da Refinaria Alberto Pasqualini - PETROBRAS S/A (Refap) em Aguiar et al. (2020). Com a implementação do desacoplador invertido, da interação entre as malhas de controle de temperatura foi reduzida, melhorando o desempenho das malhas de controle. Além disso, a redução significativa no esforço de controle foi observada. Já em Rao et al. (2019), o controle descentralizado com desacoplador é aplicado na unidade de craqueamento catalítico, onde o rastreamento do sinal de referência e a rejeição a perturbações foram verificadas.

O projeto do desacoplador dinâmico geralmente é baseado em modelo de ordem baixa do processo, tornando-se eficaz apenas para as frequências nas quais o modelo é preciso. Uma metodologia para avaliar e reprojeter o desacoplador simplificado foi originalmente proposta em Acioli Júnior e Barros (2011), onde o objetivo é alcançar o desacoplamento efetivo na frequência ω_{90} , na qual a fase da função de transferência é aproximadamente -90° , em malha aberta. Essa metodologia é estendida para o desacoplador invertido em Aguiar, Acioli Júnior e Barros (2018). No entanto, embora forneça bons resultados para a frequência desejada, com esse reprojeto o desacoplamento no estado estacionário pode ser degradado.

Visando solucionar esse problema, em Aguiar, Acioli Júnior e Barros (2021) e Aguiar,

Acioli Júnior e Barros (2019), outra metodologia de reprojeto dos desacopladores simplificado e invertido, respectivamente, é apresentada. Nesse caso, o objetivo é garantir o desacoplamento efetivo sobre a largura de banda do processo, ou seja, no intervalo de frequência entre $\omega = 0$ e ω_{90} . Uma limitação da aplicação prática dessas metodologias é a necessidade da realização de experimento em malha aberta para a avaliação, pois alguns processos devem ser mantidos em malha fechada para garantir a estabilidade (PADILLA et al., 2017).

1.3 Contribuições

No contexto de projeto do controlador PID multivariável, são apresentadas contribuições relativas ao projeto e ao reprojeto dos parâmetros do controlador.

Duas técnicas de projeto do controlador multivariável são formuladas como problema de otimização convexa com restrições LMI. O objetivo é calcular os parâmetros do controlador, os quais minimizam a diferença entre as funções ganho de malha projetada e a desejada. Isso é realizado de maneira a garantir a estabilidade da malha fechada. A diferença entre as técnicas propostas é a restrição inserida ao problema. A mesma função objetivo é usada em (KARIMI; KAMMER, 2017), no entanto sem garantia de estabilidade. Para solucionar o problema, dados de malha aberta no domínio da frequência são utilizados.

Técnicas de reprojeto aplicadas a processos SISO são encontradas da literatura. Nesta tese, uma técnica de reprojeto dos controladores PI e PID multivariáveis é apresentada. Dados do processo em malha fechada no domínio da frequência são utilizados. O objetivo é calcular o incremento dos parâmetros do controlador de maneira que a malha fechada reprojeta se aproxime de um modelo de referência. Uma maneira de definir esse modelo de referência de malha fechada para processos multivariáveis é apresentada.

Em relação ao controle com desacoplador, uma metodologia para avaliação e reprojeto do desacoplador invertido é proposta. Diferente das metodologias encontradas na literatura, onde a malha aberta é avaliada, nesta tese a malha fechada é considerada. Assim, dados de malha fechada no domínio da frequência são utilizados. O objetivo do procedimento apresentado é reprojeter o desacoplador invertido de forma a torná-lo efetivo nas frequências de interesse para controle. Essa metodologia é aplicada a processos TITO.

A partir dessas contribuições foram publicados os seguintes trabalhos:

- Artigos em revista

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Evaluation and redesign of the inverted decoupler: open and closed-loop approaches. *International*

Journal of Control, Automation and Systems, Springer, v. 18, n. 6, p. 1435-1444, 2020.

AGUIAR, A. P. V. d. A. et al. Inverted decoupling PID control applied to the reactors of a diesel hydrotreating unit. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 34, n. 2, p. 315-323, 2023.

- Artigos em congresso São Paulo: IEEE, 2018. p. 361-366. AGUIAR, A. P. V. d. A. et al. Controle PID descentralizado com desacoplador aplicado aos reatores de uma unidade de hidrotreatamento de diesel. In: *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, v. 2, n. 1. Brasil: SBA, 2020.

FREIRE, V. M. E. et al. Projeto de controle PI baseado em dados aplicado a um módulo didático com interface web. In: *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, v. 2, n. 1. Brasil: SBA, 2020.

AGUIAR, A. P. V. d. A. et al. A data-driven approach to MIMO PID tuning via LMI constraints. *Modeling, Estimation and Control Conference (MECC)*, v. 54, n. 20, p. 573-578. EUA: IFAC, 2021.

AGUIAR, A. P. V. d. A. et al. A closed-loop frequency domain PI retuning technique for multivariable systems. *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, v. 54, n. 3, p. 463-468. Itália: IFAC, 2021.

MOREIRA, L. J. d. S. et al. Time and frequency data-driven PID retuning applied in MIMO process. *International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, v. 54, n. 3, p. 469-474. Itália: IFAC, 2021.

FREIRE, V. M. E. et al. Projeto não iterativo de controlador PI baseado em dados aplicado a um módulo didático com interface web. In: *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, v. 1, n. 1, p. 901-908. Brasil: SBA, 2021.

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Experimental application of frequency-domain data-based approach to MIMO PID tuning via LMI constraints. *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*. Brazil: SBA, 2022.

FREIRE, V. M. E. et al. Estratégias de projeto do controlador PI multivariável baseadas em dados aplicadas a um processo termoelétrico. *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Brazil: SBA, 2022.

- Capítulo de livro

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. MIMO PID control retuning using the closed-loop frequency response. In: *PID Control*. 1ed. Londres: Intechopen, 2022.

1.4 Estrutura do documento

Este documento está organizado da seguinte forma.

A introdução é apresentada no Capítulo 1, no qual estão dispostas a motivação do trabalho e a revisão bibliográfica das abordagens de projeto do controlador PID multivariável com restrições LMI, das técnicas de reprojeto do controlador PID e de metodologias de avaliação e reprojeto do desacoplador. Além disso, as contribuições preliminares são apresentadas.

A fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento desta proposta de tese é apresentada no Capítulo 2. As formulações do controlador PID centralizado e descentralizado e da malha fechada são descritas. A estrutura de controle descentralizado com desacoplador invertido é detalhada. Ainda são definidas as especificações de desempenho e robustez da malha fechada multivariável. Por fim, a definição da desigualdade matricial linear e o procedimento de convexificação são revisados.

No Capítulo 3, as técnicas de sintonia dos parâmetros do controlador multivariável robusto, formuladas como problema de otimização convexa com restrições LMI, são propostas. A formulação das funções de custo e das restrições são detalhadas. Dados no domínio da frequência são usados para resolver os problemas propostos. Além disso, uma definição para o modelo de referência de malha fechada necessário para a aplicação das técnicas é apresentada. Resultados de simulação da aplicação das técnicas propostas são discutidos no final do Capítulo.

Uma técnica de reprojeto dos controladores PI e PID multivariáveis baseada na resposta no domínio da frequência da malha fechada é proposta no Capítulo 4. Resultados de simulação da aplicação da técnica proposta são discutidos.

A metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido para processos TITO em malha fechada utilizando estrutura de realimentação com relé-integrador é apresentada no Capítulo 5. Além disso, resultados de simulação da aplicação da metodologia proposta são discutidos.

Esta tese é finalizada com as conclusões apresentadas no Capítulo 6, no qual trabalhos futuros são sugeridos.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

2.1 Introdução

Neste Capítulo, definições necessárias para o desenvolvimento desta tese são apresentadas. As características dos sistemas de controle considerados e as estruturas de controle centralizado, descentralizado e descentralizado com desacoplador invertido são descritas. Além disso, o projeto do desacoplador invertido para processos TITO é apresentado. Especificações de desempenho e robustez, utilizadas como critérios nas técnicas propostas e na análise dos projetos propostos, são definidas.

Este Capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2.2, são apresentadas definições relacionadas a malha de realimentação básica, a função de transferência do controlador PID e ao desacoplador invertido. Nas Seções 2.3 e 2.4, os índices de desempenho e robustez são descritos, respectivamente. A desigualdade matricial linear e o procedimento de convexificação são apresentados nas Seções 2.5 e 2.6, respectivamente. O Capítulo é finalizado com as conclusões na Seção 2.7.

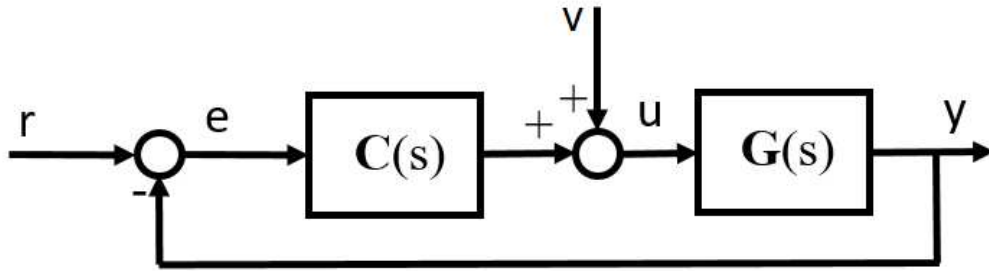
2.2 Descrição do sistema

Nesta Seção, as definições de processo e das estruturas de controle consideradas nesta tese são apresentadas.

2.2.1 Malha de realimentação básica

Considera-se o processo MIMO em malha fechada representado na Figura 2.1, onde o diagrama de blocos da estrutura básica da malha fechada é mostrado. O processo multivariável LIT (linear invariante no tempo) e estável $\mathbf{G}(s)$, com n entradas (atuadores) e n saídas (sensores) é controlado pelo controlador $\mathbf{C}(s)$ invariante no tempo. As entradas do

Figura 2.1: Diagrama de blocos da estrutura básica da malha fechada.



Fonte: Elaborada pela autora.

sistema são o sinal de referência $\mathbf{r}(t)$ e o sinal referente à perturbação da planta $\mathbf{v}(t)$. A entrada e a saída do processo são dadas por $\mathbf{u}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$, respectivamente, e $\mathbf{e}(t)$ é o sinal de erro.

A relação entre os sinais representados no diagrama de blocos da Figura 2.1 é dada por:

$$\mathbf{U}(s) = \mathbf{C}(s)\mathbf{E}(s) + \mathbf{V}(s), \quad (2.1)$$

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{y}(t). \quad (2.2)$$

A partir do diagrama de blocos da malha fechada (Figura 2.1) e da função de transferência da função ganho de malha:

$$\mathbf{L}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{C}(s), \quad (2.3)$$

são definidas as funções de sensibilidade:

- **função de sensibilidade complementar ou função de malha fechada**

$$\mathbf{T}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}\mathbf{L}(s) \quad (2.4)$$

é a função de transferência da referência (\mathbf{r}) para a saída (\mathbf{y}), na qual \mathbf{I} é a matriz identidade e $(\cdot)^{-1}$ é a inversa da matriz.

- **função de sensibilidade**

$$\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1} \quad (2.5)$$

é a função de transferência da referência (\mathbf{r}) para o erro (\mathbf{e}) e representa a medida do erro de rastreamento.

A relação entre as funções de sensibilidade e sensibilidade complementar é dada por:

$$\mathbf{S}(s) + \mathbf{T}(s) = \mathbf{I}. \quad (2.6)$$

- **função de sensibilidade de controle ou parâmetro-Q**

$$\mathbf{Q}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}\mathbf{C}(s) \quad (2.7)$$

é a função de transferência da referência (\mathbf{r}) para a entrada (\mathbf{u}) e representa o esforço de controle.

Dada a função de transferência da função ganho de malha de referência $\mathbf{L}_r(s)$, funções de sensibilidade de referência são definidas:

- **função de sensibilidade complementar de referência**

$$\mathbf{T}_r(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(s))^{-1}\mathbf{L}_r(s), \quad (2.8)$$

- **função de sensibilidade de referência**

$$\mathbf{S}_r(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(s))^{-1}. \quad (2.9)$$

A resposta no domínio da frequência do processo e da malha fechada são dadas, respectivamente, por $\mathbf{G}(j\omega)$ e $\mathbf{T}(j\omega)$. Assume-se que $\mathbf{G}(j\omega)$ e $\mathbf{T}(j\omega)$ são limitadas para todas as frequências ω . A resposta frequencial pode ser obtida a partir do modelo do processo ou calculada diretamente dos dados de entrada (\mathbf{u} no caso da malha aberta e \mathbf{r} no caso da malha fechada) e saída (\mathbf{y}) no domínio do tempo usando a análise de Fourier (GOODWIN et al., 2001):

$$\mathbf{G}(j\omega) \approx \left[\sum_{k=0}^{N-1} y(k)e^{-j\omega T_s k} \right] \left[\sum_{k=0}^{N-1} u(k)e^{-j\omega T_s k} \right]^{-1}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{T}(j\omega) \approx \left[\sum_{k=0}^{N-1} y(k)e^{-j\omega T_s k} \right] \left[\sum_{k=0}^{N-1} r(k)e^{-j\omega T_s k} \right]^{-1}, \quad (2.11)$$

sendo N é o tamanho dos vetores de dados de entrada/saída, $\mathbf{y}(k)$, $\mathbf{u}(k)$ e $\mathbf{r}(k)$ são a saída, a entrada e a referência no instante de tempo k e T_s é o período de amostragem.

2.2.2 Controlador multivariável

Considera-se o controlador multivariável de estrutura fixa parametrizada pelo vetor de parâmetros θ representado pela matriz $\mathbf{C}(s, \theta)$ dada por:

$$\mathbf{C}(s, \theta) = \begin{bmatrix} C_{11}(s, \theta) & C_{12}(s, \theta) & \cdots & C_{1n}(s, \theta) \\ C_{21}(s, \theta) & C_{22}(s, \theta) & \cdots & C_{2n}(s, \theta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}(s, \theta) & C_{n2}(s, \theta) & \cdots & C_{nn}(s, \theta) \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

com C_{ij} definido como uma função de transferência.

De acordo com os valores de cada elemento da matriz (2.12), o controlador multivariável pode ser centralizado ou descentralizado.

Controlador centralizado

O controlador centralizado é dado pela matriz (2.12), com elementos fora da diagonal principal não nulos. Considerando um controlador geral, cada elemento da matriz (2.12) é totalmente parametrizado em termos de funções polinomiais:

$$C_{ij}(s, \theta) = \frac{X_{numijp}s^p + \cdots + X_{numij1}s + X_{numij0}}{s^p + \cdots + X_{denij1}s + X_{denij0}}. \quad (2.13)$$

Assim, o controlador (2.12) pode ser escrito na forma de frações matriciais:

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{X}_{num}(s)\mathbf{X}_{den}^{-1}(s), \quad (2.14)$$

na qual $\mathbf{X}_{num}(s)$ e $\mathbf{X}_{den}(s)$ são matrizes de polinômios.

Um caso particular é considerar as matrizes $\mathbf{X}_{num}(s)$ e $\mathbf{X}_{den}(s)$ na forma:

$$\mathbf{X}_{numPID}(s) = s^2\mathbf{K}_D + s\mathbf{K}_P + \mathbf{K}_I, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{X}_{denPID}(s) = s\mathbf{I}, \quad (2.16)$$

ou seja, considerar que cada elemento da matriz (2.12) é um controlador PID:

$$C_{ij}(s) = K_{Pij} + \frac{K_{Iij}}{s} + sK_{Dij}, \quad (2.17)$$

onde K_P , K_I e K_D são os ganhos proporcional, integral e derivativo e \mathbf{K}_P , \mathbf{K}_I e \mathbf{K}_D são as matrizes dos ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. Neste caso,

o controlador (2.12) também pode ser escrito na forma:

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{K}_P + \frac{\mathbf{K}_I}{s} + s\mathbf{K}_D. \quad (2.18)$$

Controlador descentralizado

Assim como o controlador centralizado, o descentralizado também é dado por uma matriz de controladores. A diferença é que no controlador descentralizado todos os elementos fora da diagonal principal da matriz são nulos:

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{22}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C_{nn}(s) \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Considerando essa diferença, todas as equações apresentadas para o controlador centralizado são válidas para o descentralizado.

Devido ao acoplamento entre as malhas do processo MIMO, o projeto desse controlador pode resultar em uma malha fechada instável ou que não atinge o desempenho desejado. Uma maneira de melhorar esse desempenho é implementar o controlador descentralizado em conjunto com o bloco desacoplador (ver Seção 2.2.3).

Filtro derivativo

Com a finalidade de evitar a amplificação do ruído de medição, na prática, um filtro de primeira ordem é implementado na ação derivativa do controlador, equação (2.17). A constante de tempo do filtro (τ_{fij}), tipicamente, é calculada com base nos ganhos proporcional e derivativo (WANG, 2020) e é dada por:

$$\tau_{fij} = 0,1 \frac{K_{Dij}}{K_{Pij}}. \quad (2.20)$$

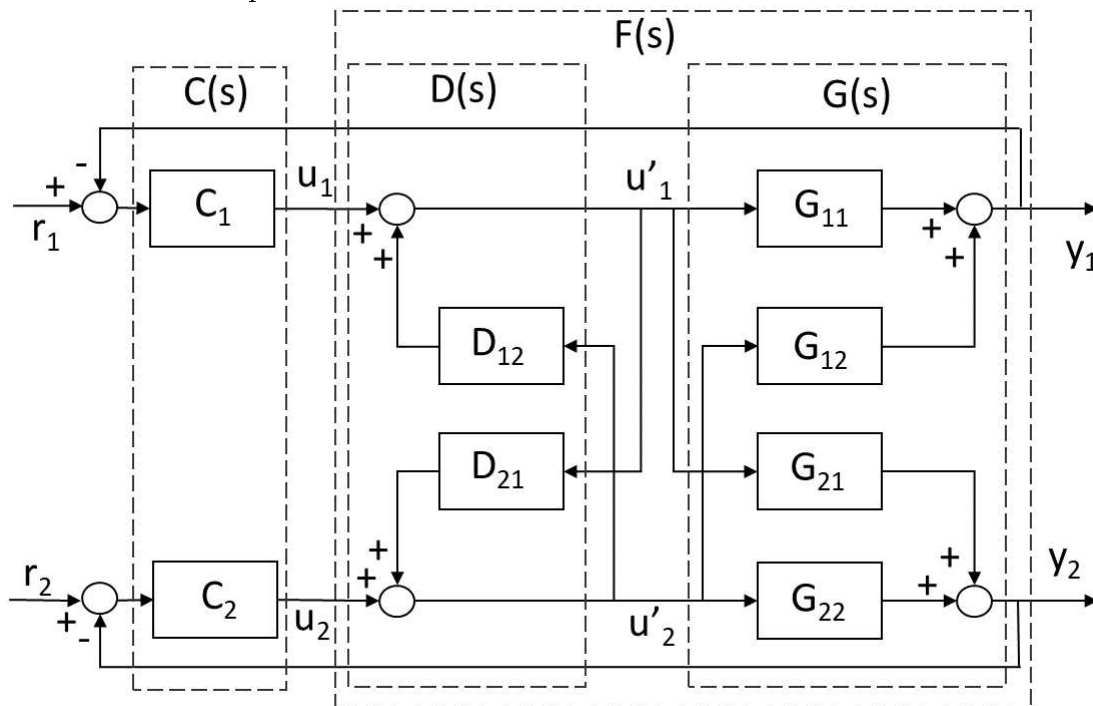
2.2.3 Controle descentralizado com desacoplador invertido

O desenvolvimento apresentado para o controle com desacoplador é válido para processos com duas entradas e duas saídas. Assim, nesta Seção, é considerado o processo TITO dado por:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

onde $G_{11}(s)$ e $G_{22}(s)$ representam a dinâmica das relações diretas entre a entrada i e a saída i e $G_{12}(s)$ e $G_{21}(s)$ a interação entre as diferentes malhas, ou seja, a entrada i e a

Figura 2.2: Diagrama de blocos da malha fechada do processo TITO com controlador descentralizado e desacoplador invertido.



Fonte: Elaborada pela autora.

saída j , com $i \neq j$.

O diagrama de blocos do processo TITO $\mathbf{G}(s)$ em malha fechada com controlador descentralizado $\mathbf{C}(s)$ e desacoplador invertido $\mathbf{D}(s)$ é apresentado na Figura 2.2. Observe-se que o sinal de saída do controlador $\mathbf{u}(t)$ é diferente do sinal $\mathbf{u}'(t)$ aplicado ao processo, devido à presença do desacoplador. O controlador TITO descentralizado e o desacoplador invertido são dados pelas matrizes (ACIOLI JÚNIOR, 2012):

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) & 0 \\ 0 & C_2(s) \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$\mathbf{D}(s) = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Da Figura 2.2, tem-se que a matriz de transferência do processo desacoplado $\mathbf{F}(s)$ é dado por:

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \frac{G_{12}(s) + G_{11}(s)D_{12}(s)}{1 - D_{12}(s)D_{21}(s)} \\ \frac{G_{21}(s) + G_{22}(s)D_{21}(s)}{1 - D_{12}(s)D_{21}(s)} & G_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

onde o processo $\mathbf{G}(s)$ e o desacoplador $\mathbf{D}(s)$ são definidos pelas equações (2.21) e (2.23), respectivamente.

O desacoplador é projetado de maneira que o processo desacoplado seja diagonal dominante (LIU et al., 2019). Assim, para projetar o desacoplador, os elementos da diagonal secundária da matriz da equação (2.24) são iguados a zero:

$$\frac{G_{12}(s) + G_{11}(s)D_{12}(s)}{1 - D_{12}(s)D_{21}(s)} = 0, \quad (2.25)$$

$$\frac{G_{21}(s) + G_{22}(s)D_{21}(s)}{1 - D_{12}(s)D_{21}(s)} = 0. \quad (2.26)$$

Resolvendo (2.25) e (2.26), tem que:

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (2.27)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (2.28)$$

Para simplificar o projeto dos parâmetros do desacoplador, assume-se que cada elemento da função de transferência do processo é aproximado por um modelo de primeira ordem com atraso de tempo (FOPTD - do inglês *First Order Plus Time Delay*):

$$G_{ij} = \frac{K_{ij}}{\tau_{ij}s + 1} e^{-L_{pij}s}, \quad (2.29)$$

onde K_{ij} é o ganho estático do processo, τ_{ij} é a constante de tempo e L_{pij} é o atraso. Assim,

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} = -\frac{K_1(\tau_{11}s + 1)}{(\tau_{12}s + 1)} e^{-\eta L_{d1}s}, \quad (2.30)$$

$$D_{21}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} = -\frac{K_2(\tau_{22}s + 1)}{(\tau_{21}s + 1)} e^{-\eta L_{d2}s}, \quad (2.31)$$

onde K_i é o ganho estático do desacoplador:

$$K_1 = K_{12}/K_{11}, \quad K_2 = K_{21}/K_{22}, \quad (2.32)$$

L_{di} é o atraso do desacoplador:

$$L_{d1} = L_{p12} - L_{p11}, \quad L_{d2} = L_{p21} - L_{p22}. \quad (2.33)$$

e η :

$$\eta = \begin{cases} 1; & \text{se } L_{di} \geq 0 \\ 0; & \text{se } L_{di} < 0, \end{cases} \quad (2.34)$$

O parâmetro η é inserido para evitar que o desacoplador seja não-causal, o que poderia

ocorrer se $L_{d1} < 0$ ou $L_{d2} < 0$. Essa aproximação pode interferir no desempenho do desacoplador.

2.3 Especificações de desempenho

Uma maneira de avaliar a malha fechada é realizando um experimento, no qual um sinal do tipo degrau unitário é aplicado na referência de maneira sequencial. Em seguida, índices de desempenho no domínio do tempo são calculados:

- **Rastreamento da saída de referência (M_r)**

Quando o critério de projeto é aproximar a saída da malha fechada a uma curva de referência, calcula-se o M_r :

$$M_r = \sum_{t=1}^{\infty} |\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_r(t)|, \quad (2.35)$$

onde \mathbf{y}_r é o sinal de saída da malha fechada de referência $\mathbf{T}_r(s)$.

- **Variação total do sinal de controle (TV) (YU et al., 2014)**

O valor da variação total do sinal de controle é usado para avaliar o sinal de controle e é dado pela soma de todos os seus movimentos. O índice TV é definido por:

$$\text{TV} = \sum_{t=1}^{\infty} |\mathbf{u}(t+1) - \mathbf{u}(t)|. \quad (2.36)$$

Quanto maior for o valor de TV, mais agressivo é o sinal de controle, o que não é desejado, pois aumenta o desgaste do atuador.

Com a resposta ao degrau do sistema em malha fechada ainda é possível observar outras características como sobressinal, erro de regime estacionário e tempo de subida. O sobressinal é a indicação do quanto o sinal de saída ultrapassa o valor da referência e não deve ser maior do que 20%, quando um degrau é aplicado na referência (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001). O erro de regime estacionário é a diferença entre a referência (valor desejado) e o valor final da saída e é uma medida do rastreamento de referência no regime permanente. O tempo de subida é o intervalo de tempo entre a aplicação do degrau e o primeiro instante no qual a saída atinge 90% do valor final e indica a velocidade da resposta.

2.4 Especificações de robustez e estabilidade

O máximo valor singular da função de sensibilidade M_S pode ser usado como medida de robustez e ocorre próximo à frequência de cruzamento, frequência na qual o ganho da função ganho de malha é unitário. Para processos MIMO, M_S é dado pelo máximo valor singular da função de sensibilidade $\mathbf{S}(j\omega)$ (ÅSTRÖM; HÄGGLUND; ASTROM, 2006):

$$M_S = \sigma_{max}(\mathbf{S}(j\omega)), \quad (2.37)$$

onde σ_{max} é o máximo valor singular. O pior caso da amplificação da perturbação do sistema é representado por M_S . Este valor também é relacionado às margens de estabilidade. Quanto menor o valor de M_S , maior é a margem de estabilidade do sistema. Uma maneira de avaliar a margem de estabilidade de um sistema é através da análise da proximidade do diagrama de Nyquist com ponto de instabilidade.

Para especificação de estabilidade, a função de sensibilidade de controle pode ser usada. Isso é possível porque para processos estáveis, a estabilidade da malha fechada é garantida se o pico do máximo valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ for limitado (BOYD; HAST; ÅSTRÖM, 2016), ou seja:

$$\|\mathbf{Q}(j\omega)\|_{\infty} \leq Q_{max}, \quad (2.38)$$

onde $\|\mathbf{Q}(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_{max}(\mathbf{Q}(j\omega))$ é a norma \mathcal{H}_{∞} de $\mathbf{Q}(j\omega)$ para todos os valores reais de ω e Q_{max} é um número real. Cada malha de controle tem os valores permitidos para a amplitude e a taxa de variação do sinal de controle. Valores muito altos podem resultar na instabilidade do sistema.

2.5 Desigualdade matricial linear

As desigualdades matriciais lineares (LMI) são expressões matemáticas na forma (BOYD et al., 1994):

$$\mathbf{Z}(\mathbf{x}) \triangleq \mathbf{Z}_0 + \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{Z}_i > \mathbf{0}, \quad (2.39)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ é uma variável, $\mathbf{Z}_i = \mathbf{Z}_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é uma matriz simétrica conhecida e $(\cdot)^T$ indica o transposto. O símbolo de desigualdade significa que $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$ é definida positiva, ou seja, $\mathbf{w}^T \mathbf{Z}(\mathbf{x}) \mathbf{w} > 0$ para todo $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ não nulo. Da desigualdade da equação (2.39), tem-se que o conjunto $\{\mathbf{x} | \mathbf{Z}(\mathbf{x}) > \mathbf{0}\}$ é convexo, ou seja, a LMI é convexa em \mathbf{x} .

As LMIs são bastante utilizadas na formulação de problemas de otimização convexos usados para projetar controladores (BOYD et al., 1994). Isso ocorre porque desigualdades lineares, quadráticas, de norma de matriz e restrições de Lyapunov podem ser expressas na

forma de LMI. Por exemplo, usando o complemento de Schur, a desigualdade quadrática dada por (BOYD et al., 1994):

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_2(\mathbf{x})\mathbf{A}_3^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{A}_2^T(\mathbf{x}) > \mathbf{0}, \quad \mathbf{A}_3(\mathbf{x}) > \mathbf{0}, \quad (2.40)$$

com $\mathbf{A}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_1^T(\mathbf{x})$, $\mathbf{A}_3(\mathbf{x}) = \mathbf{A}_3^T(\mathbf{x})$ e $\mathbf{A}_2(\mathbf{x})$ uma variável matricial, pode ser escrita na forma de LMI:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(\mathbf{x}) & \mathbf{A}_2(\mathbf{x}) \\ \mathbf{A}_2^T(\mathbf{x}) & \mathbf{A}_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix} > \mathbf{0}. \quad (2.41)$$

2.6 Convexificação

As restrições nas normas das funções de sensibilidade serão formuladas como desigualdades na forma:

$$\mathbf{P}^*\mathbf{P} \geq \mathbf{B}^*\mathbf{B}, \quad (2.42)$$

onde $\mathbf{P}, \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ são lineares em relação às variáveis de otimização e $(\cdot)^*$ é o transposto conjugado complexo. Usando o complemento de Schur, pode-se reescrever (2.42) na forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^*\mathbf{P} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^* & \mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0}. \quad (2.43)$$

A desigualdade da equação (2.43) é convexa em relação a \mathbf{B} e quadrática em relação a \mathbf{P} , o que significa uma restrição côncavo-convexa.

A convexificação pode ser realizada usando a expansão em série de Taylor de $\mathbf{P}^*\mathbf{P}$. Dessa forma, a linearização da parte côncava em torno de um ponto conhecido \mathbf{P}_c é realizada (KARIMI; KAMMER, 2017; BOYD; HAST; ÅSTRÖM, 2016):

$$\mathbf{P}^*\mathbf{P} \approx \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c + (\mathbf{P} - \mathbf{P}_c)^*\mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c^*(\mathbf{P} - \mathbf{P}_c), \quad (2.44)$$

$$\mathbf{P}^*\mathbf{P} \approx \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c + \mathbf{P}^*\mathbf{P}_c - \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c^*\mathbf{P} - \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c, \quad (2.45)$$

$$\mathbf{P}^*\mathbf{P} \geq \mathbf{P}^*\mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c^*\mathbf{P} - \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c. \quad (2.46)$$

O lado esquerdo é uma função quadrática de \mathbf{P} de (2.42); o lado direito é uma função afim de \mathbf{P} . A desigualdade (2.42) pode ser escrita na forma convexa:

$$\mathbf{P}^*\mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c^*\mathbf{P} - \mathbf{P}_c^*\mathbf{P}_c \geq \mathbf{B}^*\mathbf{B}. \quad (2.47)$$

2.7 Conclusões

Neste Capítulo foram revisadas definições importantes para o desenvolvimento desta tese. Especificações de estabilidade, LMI e a convexificação são utilizadas na formulação do problema de otimização convexa com restrição apresentado no Capítulo 3. Controladores PI centralizados e descentralizados são reprojitados no Capítulo 4. As especificações de desempenho e robustez são usadas para avaliar as malhas fechadas projetadas. O desacoplador invertido é avaliado e reprojitado no Capítulo 5 e o M_r da malha aberta desacoplada inicial e reprojitada é calculado.

Capítulo 3

Projeto do controlador PID robusto: abordagem LMI

3.1 Introdução

O projeto do controlador PID para processos SISO que atenda às especificações de desempenho, estabilidade e robustez da malha fechada não é uma tarefa trivial. Quando se trata de processos MIMO, devido à interação/acoplamento existente entre as variáveis de entrada e saída, o projeto de controle se torna ainda mais complexo. O bom desempenho da malha fechada multivariável depende do grau de acoplamento, da estrutura de controle escolhida e da sintonia dos parâmetros do controlador.

Para processos com fraco acoplamento, o desempenho desejado pode ser alcançado usando técnica de projeto da estrutura de controle descentralizado, mesmo quando o acoplamento não é considerado. Nos demais processos MIMO, uma maneira de tratar a interação entre as malhas é implementando o bloco desacoplador (ver Capítulo 5) em conjunto com o controlador descentralizado. Outra possibilidade é utilizar a estrutura de controle centralizado. Neste caso, a dificuldade do projeto de controle é a quantidade de parâmetros a serem sintonizados, que cresce com o aumento do número de entradas e saídas do processo. Por exemplo, no projeto do controlador PI para processos TITO, oito parâmetros precisam ser calculados.

Muitas das técnicas de projeto de controle PID centralizado encontradas na literatura são baseadas em modelos de primeira ou segunda ordem com atraso de tempo do processo, a fim de garantir um controlador simples. No entanto, as dinâmicas dos processos industriais são melhor representadas por modelos de alta ordem com atraso de tempo. As simplificações e aproximações do modelo podem comprometer o desempenho e a estabilidade da malha fechada. Além disso, a identificação de modelos para processos MIMO é uma tarefa complexa (JENG; JIAN; LEE, 2017) que demanda alto custo, podendo ser

inviável na prática. Uma maneira de superar essas dificuldades é substituir o modelo paramétrico do processo por dados no domínio da frequência no projeto do controlador.

Dados do processo no domínio da frequência têm sido utilizados para resolver o problema de otimização convexa do projeto de controle robusto (KARIMI; KAMMER, 2017). Um controlador que garanta a estabilidade e as especificações do desempenho em malha fechada é considerado robusto, mesmo na presença de incertezas no modelo do sistema e de perturbações externas atuando sobre ele. As técnicas de projeto de controle robusto podem ser formuladas como problema de otimização, do qual a função de custo é expressa em termos das normas \mathcal{H}_2 ou \mathcal{H}_∞ . Uma forma de solucionar o problema de otimização \mathcal{H}_∞ é utilizando algum dos diversos algoritmos de otimização convexa disponíveis, o que é possível se o problema de otimização \mathcal{H}_∞ for formulado usando LMIs. No geral, para processos multivariáveis, a solução clássica do problema \mathcal{H}_∞ resulta em um controlador centralizado com a mesma ordem do modelo generalizado da planta.

Neste Capítulo, duas técnicas de projeto do controlador robusto multivariável formuladas como problema de otimização convexa com restrições LMI são apresentadas. O objetivo é projetar o controlador de maneira que a função ganho de malha esteja o mais próximo possível de uma função de referência, do ponto de vista da norma \mathcal{H}_∞ . Restrições LMI são adicionadas ao problema com a finalidade de garantir a estabilidade da malha fechada projetada. O problema de otimização é solucionado utilizando dados do processo no domínio da frequência, não sendo necessário o conhecimento de modelos paramétricos do processo. Estes dados podem ser obtidos por meio da transformada de Fourier, equação (2.10), de dados do processo no domínio do tempo coletados experimentalmente. As duas técnicas possuem a mesma função objetivo. A diferença entre elas são as restrições inserida ao problema.

Este Capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 3.2, a função objetivo do problema de otimização apresentado é definida. Restrições são adicionadas ao problema de minimização nas seções 3.3 e 3.4, nas quais dois diferentes problemas de projeto de controle são formulados. A função ganho de malha de referência é definida na Seção 3.5. Resultados de simulação são discutidos na Seção 3.6. O Capítulo é finalizado com as conclusões na Seção 3.7.

3.2 Problema de minimização das técnicas propostas

Nesta Seção, a função objetivo do problema de controle é definida. Considera-se o processo multivariável LIT e estável $\mathbf{G}(s)$ e o controlador multivariável $\mathbf{C}(s, \theta)$ de estrutura fixa e uma dada função de transferência de ganho de malha de referência $\mathbf{L}_r(s)$. Os parâmetros do controlador robusto são calculados minimizando a norma \mathcal{H}_∞ da diferença entre as

funções de transferência de ganho de malha projetada $\mathbf{L}(s, \theta)$ e de referência $\mathbf{L}_r(s)$:

$$\min_{\theta} \|\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\|_{\infty}, \quad (3.1)$$

sendo θ a matriz de parâmetros do controlador.

O problema definido na equação (3.1) é equivalente ao problema de otimização com restrição de desigualdade de matriz quadrática (QMI - do inglês *Quadratic Matrix Inequality*) dado por:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta} \quad \gamma \\ \text{sujeito a:} & \quad (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \gamma\mathbf{I}, \\ & \quad \forall \omega \in \Omega \end{aligned} \quad (3.2)$$

sendo $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]$ um conjunto finito de frequências.

A restrição do problema (3.2) é escrita na forma de LMI considerando um controlador totalmente parametrizado (Seção 3.2.1) e o controlador PID (Seção 3.2.2).

3.2.1 Caso geral: Controlador totalmente parametrizado

Considerando-se o controlador totalmente parametrizado $\mathbf{C}(s, \theta) = \mathbf{X}_{num}(s, \theta)\mathbf{X}_{den}^{-1}(s, \theta)$, do qual cada elemento é da forma de divisão de polinômios, a restrição do problema (3.2) pode ser escrita na forma:

$$(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)\mathbf{X}_{den}^{-1}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)\mathbf{X}_{den}^{-1}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \gamma\mathbf{I}, \quad (3.3)$$

A partir da manipulação dessa desigualdade, obtém-se:

$$\begin{aligned} & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta)) \\ & < \mathbf{X}_{den}^*(j\omega, \theta)\gamma\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta), \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{X}_{den}^*(j\omega, \theta)\gamma\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) - (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta)) > 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Aplicando o complemento de Schur (Seção 2.5):

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{X}_{den}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \gamma\mathbf{I} \end{array} \right] \geq \mathbf{0}. \quad (3.6)$$

Como o termo $\mathbf{X}_{den}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega)$ é não convexo, o procedimento de convexificação (Seção

2.6) é utilizado e a restrição do problema (3.2) é escrita na forma:

$$\begin{bmatrix} \kappa(j\omega, \theta) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad (3.7)$$

sendo

$$\kappa(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{den}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega) + \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega) - \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega) \quad (3.8)$$

e $\mathbf{X}_{den_c}(s)$ uma matriz de polinômios parte de um controlador conhecido que estabiliza a malha fechada necessário para inicializar o algoritmo.

Substituindo a restrição de (3.2) por (3.7), o problema de minimização passa a ser:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta} \quad \gamma \\ & \text{sujeito a:} \\ & \begin{bmatrix} \kappa(j\omega, \theta) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta)) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\ & \forall \omega \in \Omega. \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.2.2 Caso particular: Controlador PID

Considerando-se o controlador PID, a restrição de (3.2) pode ser escrita na forma:

$$(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta)(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \gamma\mathbf{I}, \quad (3.10)$$

A partir da equação (3.10) e usando o complemento de Schur (Seção 2.5), a restrição definida em (3.2) é escrita na forma de LMI:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^* \\ (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}. \quad (3.11)$$

Observe que nesse caso não foi preciso utilizar o procedimento côncavo-convexo, pois o controlador PID é linearmente parametrizado. Dessa forma, a solução do problema de minimização não depende de um controlador de inicialização.

Substituindo a restrição de (3.2) por (3.11), o problema de minimização passa a ser:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta} \quad \gamma \\ & \text{sujeito a:} \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^* \\ (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\ & \forall \omega \in \Omega. \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.2.3 Considerações

A estabilidade da malha fechada com o controlador resultado da solução do problema (3.1) não é garantida. A inserção de restrições ao problema de otimização é uma alternativa para assegurar que a malha fechada projetada será estável. Assim, dois novos problemas são apresentados. No primeiro, restrições da sensibilidade de controle são consideradas (Seção 3.3). No segundo, as restrições inseridas são relacionadas a margens de estabilidade (Seção 3.4).

3.3 Técnica proposta 1 - Restrição da magnitude do sinal de controle

Para sistemas estáveis em malha aberta, a estabilidade da malha fechada pode ser garantida se o sinal de controle for limitado (Seção 2.4). Assim, uma restrição a ser inserida no problema definido na equação (3.1) é:

$$\|\mathbf{Q}(j\omega, \theta)\|_{\infty} \leq Q_{max}, \quad (3.13)$$

sendo

$$\mathbf{Q}(s, \theta) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s, \theta))^{-1} \mathbf{C}(s, \theta) \quad (3.14)$$

e $Q_{max} \in \mathbb{R}$ é o valor máximo desejado para o máximo valor singular da função de sensibilidade de controle.

O novo problema de otimização é, então, dado por:

$$\begin{aligned} \min_{\theta} \quad & \|\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\|_{\infty} \\ \text{sujeito a:} \quad & \|\mathbf{Q}(j\omega, \theta)\|_{\infty} \leq Q_{max} \end{aligned} \quad (3.15)$$

O problema dado por (3.15) é não convexo. A função objetivo foi reescrita na Seção 3.2. A restrição de (3.15) que é equivalente a:

$$\mathbf{Q}^*(j\omega, \theta) \mathbf{Q}(j\omega, \theta) \leq Q_{max}^2 \mathbf{I} \quad (3.16)$$

também deve ser reescrita na forma de LMI, para ser inserida como restrição ao problema de minimização (3.1), como apresentado nas próximas seções.

3.3.1 Problema de otimização caso geral: Controlador totalmente parametrizado

A partir da definição de $\mathbf{Q}(j\omega, \theta)$ a equação (3.16) é reescrita na forma:

$$((\mathbf{I} + \mathbf{L}(j\omega, \theta))^{-1} \mathbf{C}(j\omega, \theta))^* ((\mathbf{I} + \mathbf{L}(j\omega, \theta))^{-1} \mathbf{C}(j\omega, \theta)) \leq Q_{max}^2 \mathbf{I} \quad (3.17)$$

Considerando o controlador $\mathbf{C}(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) \mathbf{X}_{den}^{-1}(j\omega, \theta)$, tem-se:

$$(\mathbf{X}_{den}(j\omega) + \mathbf{G}(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega))^* (\mathbf{X}_{den}(j\omega) + \mathbf{G}(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega)) \geq (1/Q_{max}^2) \mathbf{X}_{num}^*(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega). \quad (3.18)$$

No entanto, a equação (3.18) é não convexa. Para linearizar a parte côncava (Seção 2.5), consideram-se as matrizes $\mathbf{X}_{num_c}(j\omega)$ e $\mathbf{X}_{den_c}(j\omega)$ de um controlador conhecido (controlador de inicialização) que estabiliza o sistema. Fazendo $\mathbf{P}(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) + \mathbf{G}(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)$, $\mathbf{P}_c(j\omega) = \mathbf{X}_{den_c}(j\omega) + \mathbf{G}(j\omega) \mathbf{X}_{num_c}(j\omega)$, tem-se:

$$\mathbf{P}^*(j\omega, \theta) \mathbf{P}(j\omega, \theta) \geq \mathbf{P}^*(j\omega, \theta) \mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}_c(j\omega), \quad (3.19)$$

como apresentado na Seção 2.6. Substituindo a equação (3.19) na equação (3.18):

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}^*(j\omega, \theta) \mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}_c(j\omega) \\ & \geq (1/Q_{max}^2) \mathbf{X}_{num}^*(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}^*(j\omega, \theta) \mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}_c(j\omega) \\ & - (1/Q_{max}^2) \mathbf{X}_{num}^*(j\omega) \mathbf{X}_{num}(j\omega) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Aplicando o complemento de Schur em (3.21), a seguinte restrição convexa na forma de LMI é obtida:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^*(j\omega, \theta) \mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega) \mathbf{P}_c(j\omega) & ((1/Q_{max}) \mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta))^* \\ (1/Q_{max}) \mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}. \quad (3.22)$$

Considerando o problema de minimização apresentado na Seção 3.2, a restrição (3.22) e a resposta no domínio da frequência do processo $\mathbf{G}(j\omega)$ e da função de transferência de ganho de malha de referência $\mathbf{L}_r(j\omega)$, o controlador é projetado conforme definição 1.

Definição 1 Dada a resposta no domínio da frequência do processo LIT e estável $\mathbf{G}(j\omega)$ e da função de transferência de ganho de malha de referência LIT e estável $\mathbf{L}_r(j\omega)$ em um conjunto de frequências Ω . Os ganhos do controlador robusto multivariável, que garante a estabilidade da malha fechada, são calculados resolvendo o problema de otimização convexa

com restrições LMI definido por:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta} \quad \gamma \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & \begin{bmatrix} \kappa(j\omega, \theta) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P}^*(j\omega, \theta)\mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega)\mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega)\mathbf{P}_c(j\omega) & ((1/Q_{max})\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta))^* \\ (1/Q_{max})\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\
 & \forall \omega \in \Omega,
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

com $\kappa(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{den}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega) + \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega) - \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega)$, $\mathbf{P}(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)$ e $\mathbf{P}_c(j\omega) = \mathbf{X}_{den_c}(j\omega) + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num_c}(j\omega)$.

3.3.2 Problema de otimização caso particular: Controlador PID

No problema apresentado no Lema 1, uma formulação geral do controlador, ou seja, um controlador totalmente parametrizado, é considerada. No entanto, quando o controlador PID é utilizado, o problema pode ser reescrito de maneira mais direta. Assim, os ganhos do controlador PID são calculados resolvendo o problema de otimização convexa com restrição LMI dado por:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta} \quad \gamma \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\
 & \begin{bmatrix} \mathbf{P}^*(j\omega, \theta)\mathbf{P}_c(j\omega) + \mathbf{P}_c^*(j\omega)\mathbf{P}(j\omega, \theta) - \mathbf{P}_c^*(j\omega)\mathbf{P}_c(j\omega) & 1/Q_{max} \\ 1/Q_{max} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\
 & \forall \omega \in \Omega,
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

onde $\mathbf{P}(j\omega, \theta) = \mathbf{I} + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta)$ e $\mathbf{P}_c(j\omega) = \mathbf{I} + \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}_c(j\omega)$.

3.3.3 Inicialização dos algoritmos

Para solucionar o problema de otimização é necessário definir o valor de Q_{max} e um controlador de inicialização \mathbf{X}_{num_c} e \mathbf{X}_{den_c} ou \mathbf{C}_c , usado na convexificação.

Em Boyd, Hast e Åström (2016), o valor de Q_{max} é definido por:

$$Q_{max} = \frac{\alpha}{\sigma_{min}(\mathbf{G}(0))}, \quad (3.25)$$

sendo α um inteiro no intervalo $[3,10]$, σ_{min} o menor valor singular e $\mathbf{G}(0)$ a matriz de ganho estacionário do processo $\mathbf{G}(s)$. Esse valor pode ser usado caso $\mathbf{G}(0)$ seja conhecido.

Qualquer controlador conhecido que estabilize a malha fechada pode ser utilizado como controlador de inicialização. Em Boyd, Hast e Åström (2016), é utilizado o controlador integral dado por:

$$\mathbf{C}_c(s) = \frac{\epsilon(\mathbf{G}(0))^{-1}}{s}, \quad (3.26)$$

sendo ϵ um número real pequeno, menor do que 1, e positivo. Vale ressaltar que o resultado do problema de otimização é um sub-ótimo e depende do controlador de inicialização.

3.4 Técnica proposta 2 - Restrição da margem de estabilidade

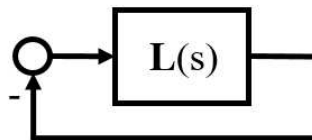
Considere o sistema em malha fechada apresentado na Figura 3.1 e a malha fechada desejada apresentada na Figura 3.2. O sistema em malha fechada projetado pode ser representado em função da malha fechada desejada como apresentado na Figura 3.3.

A partir do diagrama de blocos apresentado na Figura 3.3, tem-se que a função de transferência $\mathbf{H}_r(s)$ é definida em função de função de transferência de ganho de malha de referência $\mathbf{L}_r(s)$:

$$\mathbf{H}_r(s) = -(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(s))^{-1} = -\mathbf{S}_r(s), \quad (3.27)$$

sendo $\mathbf{S}_r(s)$ a função de sensibilidade de referência.

Figura 3.1: Diagrama de blocos da malha fechada projetada

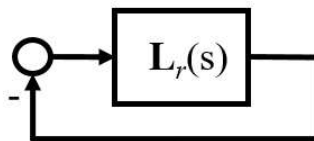


Fonte: Elaborada pela autora.

A condição da estabilidade interna do diagrama de blocos da Figura 3.3 é apresentada no Teorema 1.

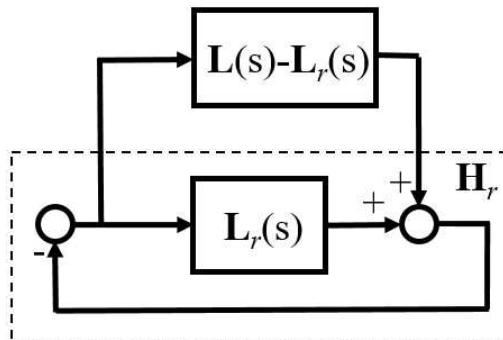
Teorema 1 Considere o diagrama de blocos apresentado na Figura 3.3, com a função de

Figura 3.2: Diagrama de blocos da malha fechada desejada



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.3: Diagrama de blocos da malha fechada projetada em função da desejada



Fonte: Elaborada pela autora.

transferência de ganho de referência desejada $\mathbf{L}_r(j\omega)$ estável, em um conjunto de frequências Ω . Assuma que $\mathbf{H}(j\omega)$ e $\mathbf{L}(j\omega) - \mathbf{L}_r(j\omega)$ também são estáveis.

1. Uma condição suficiente para estabilidade interna é:

$$\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \sigma_{max}(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)), \quad \forall \omega \in \Omega, \quad (3.28)$$

com σ_{max} o máximo valor singular.

2. Outra condição suficiente para a estabilidade interna é que:

$$\|\mathbf{L} - \mathbf{L}_r\|_{\infty} < \|\mathbf{I} + \mathbf{L}_r\|_{\infty}. \quad (3.29)$$

Prova. Considere a parte 1. Assuma que $\mathbf{H}_r(s)$ e $(\mathbf{L}(s,\theta) - \mathbf{L}_r(s))$ são estáveis. Pelo teorema do ganho pequeno, a estabilidade interna do sistema apresentado na Figura 3.3 é garantida se $\|\mathbf{H}_r(\mathbf{L} - \mathbf{L}_r)\|_{\infty} < 1$ (BOSGRA; KWAKERNAAK; MEINSMA, 2001):

$$\sup_{\omega} \sigma_{max}((\mathbf{H}_r(j\omega))(\mathbf{L}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))) < 1, \quad (3.30)$$

$$\sigma_{max}((\mathbf{H}_r(j\omega))(\mathbf{L}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))) < 1. \quad (3.31)$$

Da propriedade da multiplicação, tem-se:

$$\sigma_{max}(\mathbf{H}_r(j\omega)(\mathbf{L}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))) \leq \sigma_{max}(\mathbf{H}_r(j\omega))\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)), \quad (3.32)$$

$$\sigma_{max}(\mathbf{H}_r(j\omega))\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < 1. \quad (3.33)$$

Substituindo a equação (3.27) na equação (3.33):

$$\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < 1. \quad (3.34)$$

Multiplicando os dois lados da equação (3.34) por $\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))/\sigma_{min}(\mathbf{S}_r(j\omega))$, tem-se:

$$\frac{\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))}{\sigma_{min}(\mathbf{S}_r(j\omega))}\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \frac{\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))}{\sigma_{min}(\mathbf{S}_r(j\omega))} \frac{1}{\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))}. \quad (3.35)$$

Para $\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))$ tão pequeno que $\sigma_{max}(\mathbf{S}_r(j\omega))/\sigma_{min}(\mathbf{S}_r(j\omega))$ pode ser considerado próximo de 1, a malha fechada não é sensível à incerteza de entrada (MACIEJOWSKI, 1989), então:

$$\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \frac{1}{\sigma_{min}(\mathbf{S}_r(j\omega))}. \quad (3.36)$$

Assim, a equação (3.35) pode ser escrita na forma:

$$\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \sigma_{max}(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)), \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (3.37)$$

Considere a parte 2:

$$\|\mathbf{H}_r(\mathbf{L} - \mathbf{L}_r)\|_{\infty} \leq \|\mathbf{H}_r\|_{\infty} \|(\mathbf{L} - \mathbf{L}_r)\|_{\infty}. \quad (3.38)$$

Da mesma forma, usando o teorema do ganho pequeno e substituindo a equação (3.27) na equação (3.38):

$$\|\mathbf{L} - \mathbf{L}_r\|_{\infty} < \|\mathbf{I} + \mathbf{L}_r\|_{\infty}. \quad (3.39)$$

■

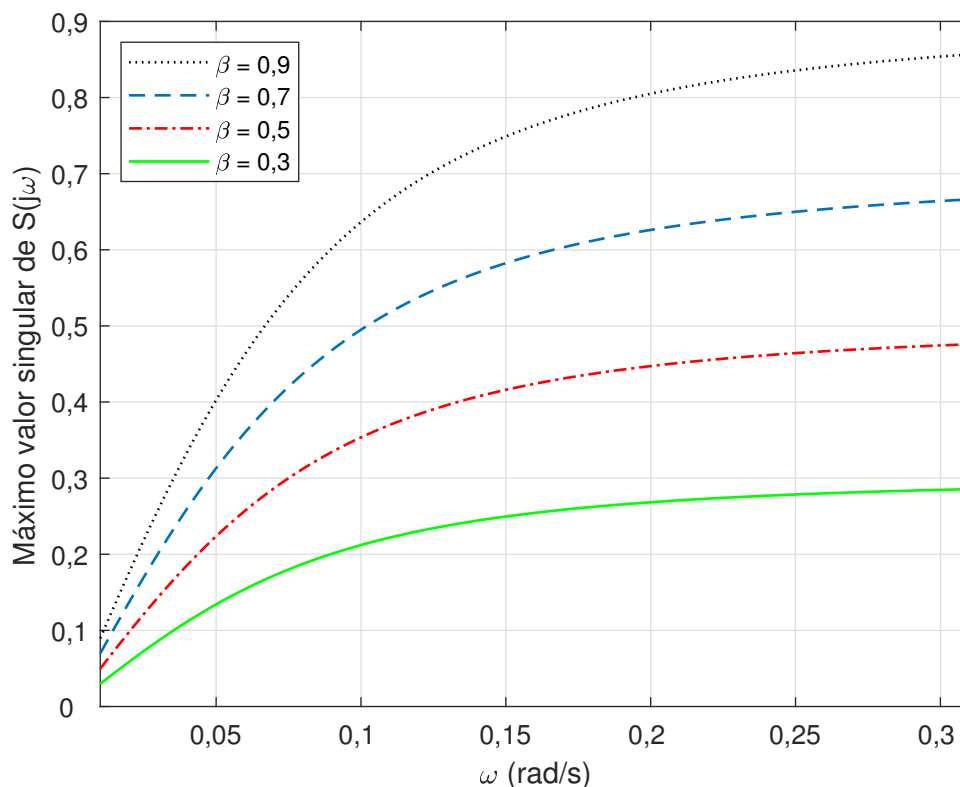
Para modificar a margem de estabilidade, um fator $\beta \in [0.25, 1]$ é adicionado as condições do teorema 1:

$$\sigma_{max}(\mathbf{L}(j\omega) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \sqrt{\beta} \sigma_{max}(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)) \quad (3.40)$$

e

$$\|\mathbf{L} - \mathbf{L}_r\|_{\infty} < \sqrt{\beta} \|\mathbf{I} + \mathbf{L}_r\|_{\infty}. \quad (3.41)$$

Quanto menor for o valor de β , menor será o máximo valor singular da função de sensibilidade e, conseqüentemente, maior será a margem de estabilidade. Isso pode ser visto na Figura 3.4, onde o valor singular máximo de $\mathbf{S}(j\omega)$ projetada para diferentes valores de β é mostrado.

Figura 3.4: Máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$ para diferentes valores de β


Fonte: Elaborada pela autora.

Então, a condição 2 do teorema 1 é inserida ao problema (3.1) resultando no problema proposto dado por:

$$\begin{aligned} \min_{\theta} \quad & \|\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\|_{\infty} \\ \text{sujeito a:} \quad & \|\mathbf{L} - \mathbf{L}_r\|_{\infty} < \sqrt{\beta} \|\mathbf{I} + \mathbf{L}_r\|_{\infty}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

A forma convexa desse problema é apresentada nas duas próximas seções.

3.4.1 Problema de otimização caso geral: Controlador totalmente parametrizado

Na Seção 3.2, o problema de minimização (3.42) foi reescrito como problema convexo com restrições LMI. No entanto, para escrever a restrição de (3.42) na forma de LMI, inicialmente se escreve na forma de QMI:

$$(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{L}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \beta(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)) \quad (3.43)$$

Substituindo $\mathbf{L}(j\omega, \theta)$ por $\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta)$, tem-se:

$$(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)) < \beta(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)). \quad (3.44)$$

Considerando o controlador totalmente parametrizado $\mathbf{C}(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)(\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^{-1}$, tem-se:

$$\begin{aligned} (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)(\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^{-1} - \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta)(\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^{-1} - \mathbf{L}_r(j\omega)) \\ < \beta(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)), \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^*(\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta)) \\ < \beta(\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Usando o complemento de Schur, a seguinte LMI é obtida:

$$\begin{bmatrix} ((\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \beta(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}. \quad (3.47)$$

Então, os parâmetros do controlador são projetados conforme definição 2.

Definição 2 Dada a resposta no domínio da frequência $\mathbf{G}(j\omega)$ do processo LIT e estável e da função de transferência de ganho de malha de referência LIT e estável $\mathbf{L}_r(j\omega)$, em um conjunto de frequências Ω . Os ganhos do controlador robusto multivariável, que garante a estabilidade da malha fechada, são calculados resolvendo o problema de otimização convexa com restrição LMI definido por:

$$\begin{aligned} \min_{\theta} \quad & \gamma \\ \text{sujeito a:} \quad & \\ & \begin{bmatrix} \kappa(j\omega, \theta) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\ & \begin{bmatrix} ((\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{X}_{num}(j\omega, \theta) - \mathbf{L}_r(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) & \beta(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))\mathbf{X}_{den}(j\omega, \theta) \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \\ & \forall \omega \in \Omega, \end{aligned} \quad (3.48)$$

no qual $\kappa(j\omega, \theta) = \mathbf{X}_{den}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega) + \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den}(j\omega) - \mathbf{X}_{den_c}^*(j\omega)\mathbf{X}_{den_c}(j\omega)$ é função de um controlador de inicialização.

Devido à formulação do problema de minimização, para solucionar o problema proposto no Lema 2, é necessário um controlador de inicialização. Esse controlador deve garantir a estabilidade da malha fechada. Uma maneira de defini-lo é apresentada na Seção 3.3.3.

3.4.2 Problema de otimização caso particular: Controlador PID

O problema de controle apresentado no Lema 2 foi formulado considerando um controlador totalmente parametrizado. Porém, no caso onde os elementos da matriz do controlador são na forma do controlador PID, o problema pode ser escrito de maneira mais simples e direta, da seguinte:

$$\begin{aligned} & \min_{\theta} \quad \gamma \\ \text{sujeito a:} \quad & \left[\begin{array}{cc} \mathbf{I} & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega) & \gamma\mathbf{I} \end{array} \right] \geq \mathbf{0}, \\ & \left[\begin{array}{cc} (\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega))^*(\mathbf{I} + \mathbf{L}_r(j\omega)) & (\mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega))^* \\ \mathbf{G}(j\omega)\mathbf{C}(j\omega,\theta) - \mathbf{L}_r(j\omega) & \beta\mathbf{I} \end{array} \right] \geq \mathbf{0}, \\ & \forall \omega \in \Omega. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Observe que nesse caso, um controlador de inicialização não é necessário.

3.5 Função ganho de malha de referência

A especificação de projeto da técnica proposta é a função ganho de malha de referência $\mathbf{L}_r(s)$. Esta pode ser definida a partir da função de sensibilidade complementar $\mathbf{T}(s)$. Por definição, tem-se:

$$\mathbf{T}(s) = \mathbf{L}(s)(\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}. \quad (3.50)$$

A partir dessa definição, $\mathbf{L}_r(s)$ pode ser escrita em função de $\mathbf{T}_r(s)$, ou seja:

$$\mathbf{L}_r(s) = \mathbf{T}_r(s)(\mathbf{I} - \mathbf{T}_r(s))^{-1}. \quad (3.51)$$

Com a finalidade de obter uma malha fechada o mais desacoplada possível, o modelo de referência da malha fechada ($\mathbf{T}_r(s)$) é definido como uma matriz de transferência diagonal, dado por:

$$\mathbf{T}_r(s) = \begin{bmatrix} T_{r11}(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & T_{r22}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & T_{rnn}(s) \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Cada elemento de $\mathbf{T}_r(s)$, equação (3.52), é uma função de transferência a ser definida pelo projetista. Nesta proposta, com o intuito de simplificar o projeto de $\mathbf{T}_r(s)$, cada

elemento da diagonal principal é definido como uma função de transferência FOPTD:

$$T_{rii}(s) = \frac{e^{-L_{pii}s}}{\tau_{cii}s + 1}, \quad (3.53)$$

onde τ_{cii} é o parâmetro de projeto que representa a constante de tempo, L_{pii} é o atraso do processo e $i = 1, 2, \dots, n$. Para obter uma malha rápida e rejeição de perturbação pequenos valores de τ_c devem ser considerados. Por outro lado, a estabilidade e a robustez da malha fechada e a redução da variação do sinal de controle são resultados de alto valores de τ_{cii} .

Tabela 3.1: Constante de tempo da função de sensibilidade complementar de referência ($\mathbf{T}_r(s)$).

Tipo de malha	τ_{cii}
Muito rápida	$1/3(\tau_{ii} + L_{pii})$
Rápida	$2/3(\tau_{ii} + L_{pii})$
Normal	$\tau_{ii} + L_{pii}$
Lenta	$3/2(\tau_{ii} + L_{pii})$
Muito lenta	$2(\tau_{ii} + L_{pii})$

O valor de τ_c deve ser definido de acordo com o desempenho de malha fechada desejado. Desta forma, são definidos cinco tipos de malha: muito rápida, rápida, normal, lenta e muito lenta. Na Tabela 3.1, o valor de τ_c para cada tipo de malha é apresentado. Esses valores são baseados na definição utilizada no *software* apresentado em Barros et al. (2009). Observa-se que esses valores são definidos em função da soma do atraso (L_{pii}) com uma aproximação da constante de tempo dominante (τ_{ii}) da diagonal principal da função de transferência do processo.

3.6 Resultados de simulação

Nesta Seção, os resultados de simulação da aplicação das técnicas de projeto do controlador robusto multivariável propostas são apresentados. Processos *benchmark* com dimensões 2×2 , 3×3 e 4×4 , incluindo um processo triangular 4×4 , são considerados.

A resposta no domínio da frequência do processo foi obtida experimentalmente. Para isso, o processo foi excitado com um sinal binário pseudoaleatório (PRBS - do inglês *pseudo random binary sequence*), por ser um sinal mais rico no espectro de frequência em comparação com sinais mais simples como o degrau. O período de *clock* do sinal PRBS T_{ck} foi definido como uma função da constante de tempo dominante estimada τ_{ii} do processo (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011):

$$T_{ck} = \frac{\tau_{ii}}{5}. \quad (3.54)$$

Após a coleta dos dados, as respostas em frequência foram obtidas com a aplicação da transformada de Fourier dos sinais de entrada e saída coletados.

As técnicas propostas são comparadas com a técnica proposta por Karimi e Kammer (2017) (função ganho de malha). Essa técnica também é formulada como problema de otimização e a resposta no domínio da frequência do processo é utilizada. O problema proposto por Karimi e Kammer (2017) possui a mesma função objetivo dos métodos propostos, porém sem nenhuma restrição, não garantindo a estabilidade da malha fechada como é mostrado nos exemplos.

O problema de otimização foi solucionado utilizando o *framework* CVX do Matlab (GRANT; BOYD, 2008).

O modelo de referência de malha fechada escolhido foi sempre o mais rápido. No entanto, quando o problema ficou sem solução, modelo com resposta mais lenta foi selecionado até que o problema fosse resolvido. O valor de Q_{max} e o controlador inicial foram escolhidos conforme apresentado na Seção 3.3.3. Para a técnica 1, para a definição do valor de Q_{max} foi inicialmente usado $\alpha = 3$, porém em alguns exemplos o problema ficou sem solução. Então, foi usado $\alpha = 10$.

As curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade e sensibilidade de controle (Seção 2.4) e os índices no domínio do tempo (Seção 2.3) são utilizados para comparar as técnicas.

3.6.1 Exemplo 1

Considera-se a coluna de destilação binária Wood-Berry (WOOD; BERRY, 1973):

$$\mathbf{G}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s + 1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s + 1} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{10,9s + 1} & \frac{-19,4e^{-3s}}{14,4s + 1} \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

O modelo de referência da malha fechada, definido como a malha muito rápida da Tabela 3.1, é dado por:

$$\mathbf{T}_{rex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-1s}}{5,9s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{e^{-3s}}{5,8s + 1} \end{bmatrix}. \quad (3.56)$$

A função ganho de malha de referência foi obtida substituindo a equação (3.56) na equação (3.51). Para inicializar o algoritmo proposto na técnica 1, foram considerados $Q_{max} = 0,7381$ ($\alpha = 3$) e o controlador de inicialização, equação (3.26), com $\epsilon = 0,01$,

Tabela 3.2: Ganhos do controlador - Exemplo 1.

	C_{11}			C_{12}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	0,1546	0,0131	0,0955	-0,0163	-0,0084	0,0458
Técnica 2: $\beta = 0,4$	0,1780	0,0163	0,1148	-0,0104	-0,0109	-0,0150
Técnica 2: $\beta = 0,8$	0,2080	0,0192	0,1759	0,0270	-0,0125	0,0451
Karimi e Kammer (2017)	0,1510	0,0223	1,3069	0,2639	-0,0164	-0,4457
	C_{21}			C_{22}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	0,0405	0,0042	-0,0859	-0,0511	-0,0057	-0,0865
Técnica 2: $\beta = 0,4$	0,0590	0,0053	-0,0817	-0,0496	-0,0075	-0,0439
Técnica 2: $\beta = 0,8$	0,0732	0,0065	-0,1078	-0,0374	-0,0088	-0,1006
Karimi e Kammer (2017)	0,0372	0,0079	-0,5010	0,0779	-0,0110	-1,2383

dado por:

$$\mathbf{C}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,0016}{s} & \frac{-0,0015}{s} \\ \frac{0,0005}{s} & \frac{-0,0010}{s} \end{bmatrix}. \quad (3.57)$$

Dois valores de β : 0,4 e 0,8 foram considerados para aplicar a técnica proposta 2.

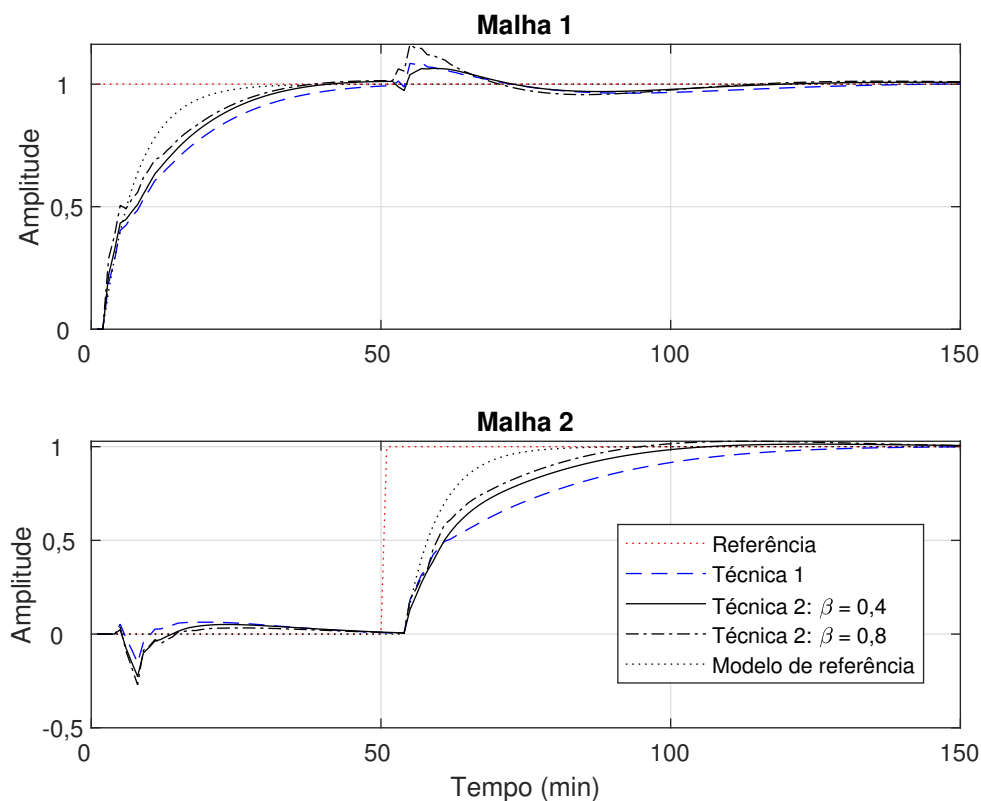
Na Tabela 3.2, os ganhos dos controladores projetados com cada uma das técnicas, apresentadas neste Capítulo e em Karimi e Kammer (2017), são apresentados.

A malha fechada projetada com a técnica apresentada em Karimi e Kammer (2017) resultou em uma resposta oscilatória, no limite da instabilidade. Uma justificativa é o valor dos parâmetros do controlador C_{22} . O ganho proporcional é positivo, no entanto o esperado era um ganho negativo, devido ao sinal de G_{22} . Além disso, quando comparado com as técnicas propostas 1 e 2 o valor dos ganhos integral e derivativo é aproximadamente dez vezes maior.

As respostas ao degrau unitário de cada malha fechada projetada, exceto a projetada com a técnica de Karimi e Kammer (2017), são apresentadas na Figura 3.5. O degrau foi aplicado nas malhas 1 e 2 de maneira sequencial nos instantes 0 e 50 minutos, respectivamente. Observe que o acoplamento existente entre as malhas foi reduzido. As saídas das malhas fechadas propostas se aproximam da saída desejada, porém com tempo de subida maior. A resposta mais suave (maior tempo de subida) foi resultado da malha fechada com o controlador obtido com a técnica 1 proposta. O sobressinal e o erro de regime são nulos em todos os casos considerados.

Os sinais de controle e as curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade de controle são apresentados nas Figuras 3.6 e 3.7, respectivamente. O maior valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ é obtido com o controlador de Karimi e Kammer (2017), pelo fato da resposta da malha fechada ter uma resposta oscilatória. Com as técnicas propostas a curva do

Figura 3.5: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

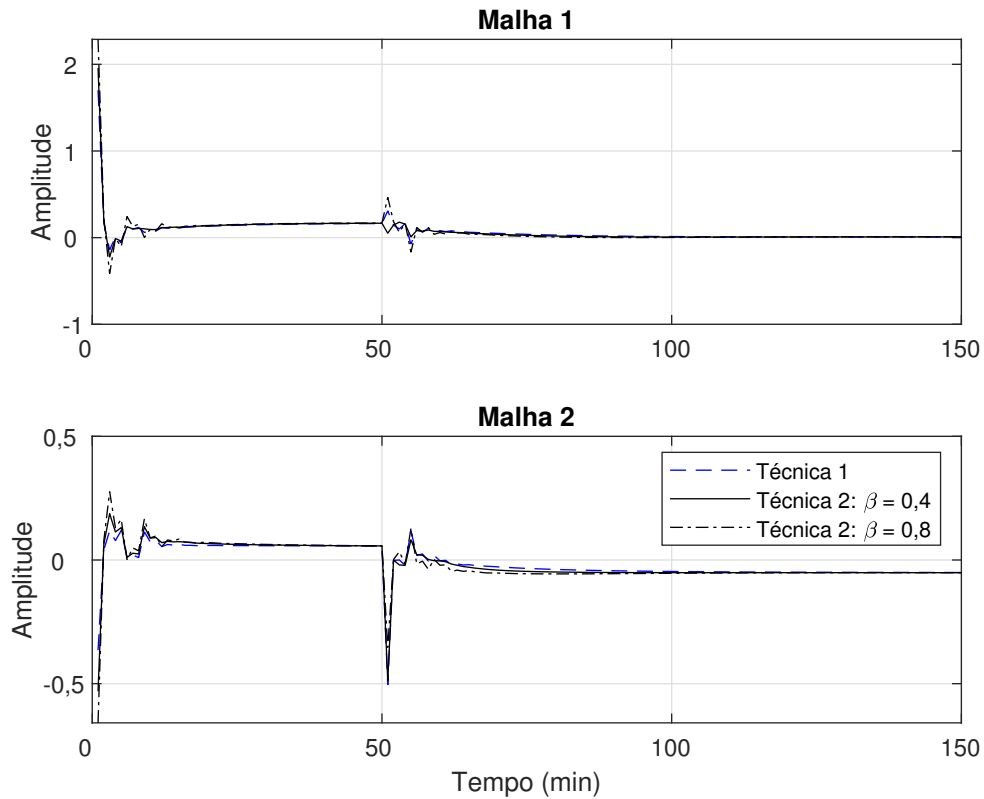
máximo valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ ficou abaixo de 1.

Na Figura 3.8, as curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade são apresentadas. Apenas a curva da função de sensibilidade correspondente a malha fechada proposta por Karimi e Kammer (2017) possui valor maior do que dois, sendo o valor do pico igual a 18,8 na frequência $\omega = 0,97$ rad/s. Em todos os outros casos, as curvas do máximo valor singular ficaram sempre abaixo de dois. Conclui-se assim que todas as malhas fechadas propostas são robustas, exceto a de Karimi e Kammer (2017).

Os índices de desempenho M_r e TV são apresentados Tabela 3.3. Com técnica proposta 2 foram obtidos os menores valores para os índices para o M_r . Os maiores valores foram obtidos com a técnica proposta em Karimi e Kammer (2017), o que é justificado pela resposta oscilatória. Quanto a variação total do sinal de controle, observa-se que as técnicas propostas resultaram em menor variação.

Assim, conclui-se que com a técnica proposta 1 foi possível alcançar o desempenho adequado, embora a limitação da magnitude do sinal de controle resulte em um sinal de saída mais suave do que o desejado. Com a técnica proposta 2, os critérios de desempenho foram alcançados mesmo quando uma maior margem de estabilidade ($\beta = 0,4$) foi requerida.

Figura 3.6: Sinais de controle - Exemplo 1.

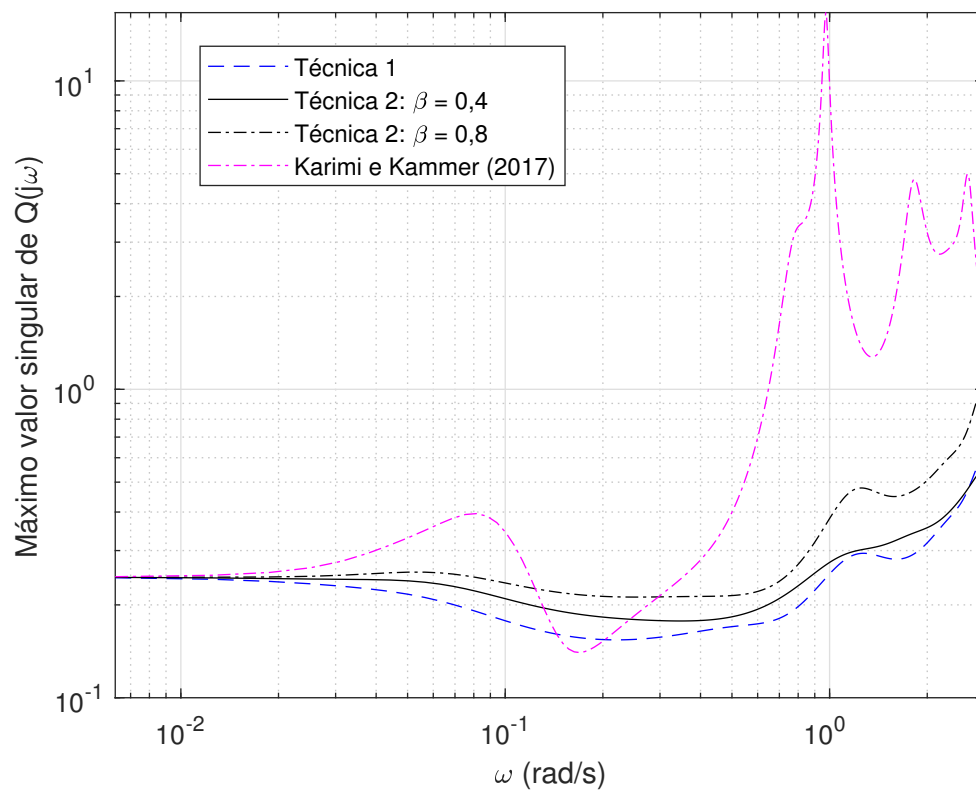


Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 3.3: Índices de desempenho - Exemplo 1.

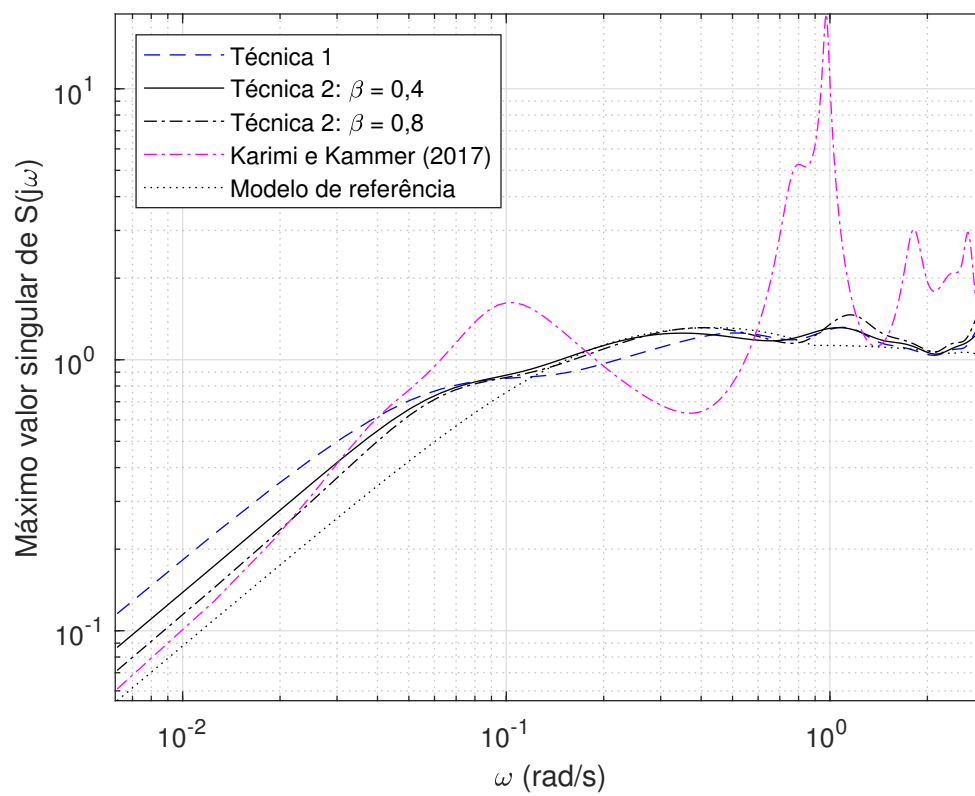
Rastreamento da saída de referência - M_r		
	Malha 1	Malha 2
Técnica 1	6,5184	12,018
Técnica 2: $\beta = 0,4$	4,8667	8,0351
Técnica 2: $\beta = 0,8$	5,2969	6,4706
Karimi e Kammer (2017)	25,593	23,390
Variação total do sinal de controle - TV		
	Malha 1	Malha 2
Técnica 1	3,4859	2,3565
Técnica 2: $\beta = 0,4$	3,3013	2,4482
Técnica 2: $\beta = 0,8$	5,9400	2,9711
Karimi e Kammer (2017)	19,975	17,702

Figura 3.7: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.8: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

3.6.2 Exemplo 2

Considera-se a coluna ternária Tyreus caso 4 (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{G}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1,986e^{-0,71s}}{66,7s + 1} & \frac{5,24e^{-60s}}{400s + 1} & \frac{5,984e^{-2,24s}}{14,29s + 1} \\ \frac{0,0204e^{-0,59s}}{(7,14s + 1)^2} & \frac{-0,33e^{-0,68s}}{(2,38s + 1)^2} & \frac{2,38e^{-0,42s}}{(1,43s + 1)^2} \\ \frac{0,37e^{-7,75s}}{22,22s + 1} & \frac{-11,3e^{-3,79s}}{(21,74s + 1)^2} & \frac{-9,811e^{-1,59s}}{11,36s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

e modelo de referência de malha fechada, malha do tipo normal (Tabela 3.1), dado por:

$$\mathbf{T}_{rex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-0,71s}}{70s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-3,8s}}{15,24s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-1,59s}}{46,03s + 1} \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Neste caso, de acordo com a tabela 3.1 malha do tipo normal foi considerada, pois ao usar modelos de referência mais rápidos o algoritmo proposto na técnica 1 ficou sem solução.

Para resolver o problema de otimização proposto na técnica 1 foram considerados $Q_{max} = 7,1831$ ($\alpha = 10$) e o controlador de inicialização, com $\epsilon = 0,01$, dado por:

$$\mathbf{C}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,0055}{s} & \frac{0,0030}{s} & \frac{-0,0026}{s} \\ \frac{-0,0002}{s} & \frac{-0,0031}{s} & \frac{-0,0009}{s} \\ \frac{1,97 * 10^{-5}}{s} & \frac{0,0037}{s} & \frac{-0,0001}{s} \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Para a técnica proposta 2, foi considerado $\beta = 0,8$. Com o modelo de referência considerado não é possível usar $\beta < 0,8$, pois o problema de otimização fica sem solução. Assim, a opção é relaxar a restrição fazendo de $\beta \geq 0,8$, diminuindo a margem de estabilidade, ou aumentando a constante de tempo do modelo de referência, deixando-o mais suave. Nesse caso, optou-se por aumenta o valor de β .

Os ganhos dos controladores resultantes da solução de cada problema de otimização são apresentados na Tabela 3.4.

As respostas ao degrau unitário dos sistemas em malha fechada com os controladores projetados são apresentadas na Figura 3.9. De maneira geral, as respostas das malhas propostas se aproximam da curva desejada. No entanto, a saída da malha 2, resultado da aplicação da técnica 2, apresentou tempo de subida três vezes maior do que o modelo de

Tabela 3.4: Ganhos do controlador - Exemplo 2.

	C_{11}			C_{12}			C_{13}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	-0,7415	-0,0072	-53,880	3,5038	0,0222	34,328	-0,0860	-0,0046	9,7969
Técnica 2: $\beta = 0,8$	-0,4784	-0,0082	-1,1483	1,1678	0,0161	-27,301	-0,3644	-0,0101	-5,7032
Karimi e Kammer (2017)	-0,5033	-0,0077	2,0530	3,2627	0,0241	199,66	-0,0792	-0,0050	18,874
	C_{21}			C_{22}			C_{23}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	-0,0787	-0,0014	-4,2702	-0,3741	-0,0110	-2,7887	-0,1065	-0,0018	-0,9975
Técnica 2: $\beta = 0,8$	-0,0072	0,0001	-0,1317	-0,1491	-0,0055	-3,2095	0,0180	0,0006	-0,8238
Karimi e Kammer (2017)	-0,0018	-0,0002	-0,3494	-0,0754	-0,0113	-22,456	0,0036	-0,0014	-2,5637
	C_{31}			C_{32}			C_{33}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	0,0136	0,0017	-0,8915	0,0969	0,0138	-0,5831	-0,0143	0,0000	-0,4681
Técnica 2: $\beta = 0,8$	-0,0015	-0,0003	-0,0109	0,0145	0,0079	-0,7467	-0,0136	-0,0031	-0,2297
Karimi e Kammer (2017)	-0,0156	-0,0001	0,1353	-0,3511	0,0141	2,7314	-0,0753	-0,0008	0,3698

Tabela 3.5: Índices de desempenho - Exemplo 2.

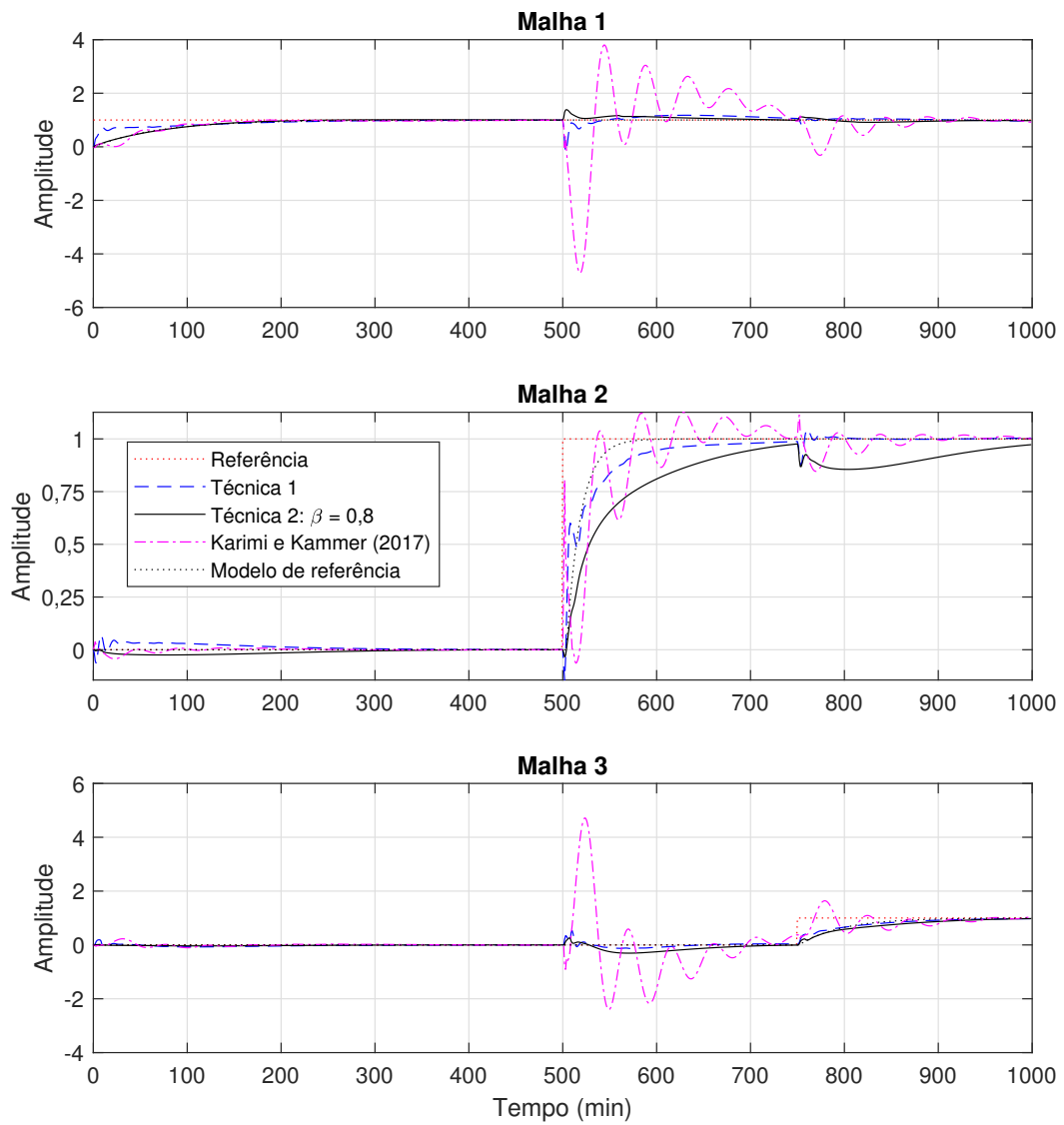
Rastreamento da saída de referência - M_r			
	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Técnica 1	71,2525	22,1150	42,1141
Técnica 2: $\beta = 0,8$	38,9135	65,8320	59,3780
Karimi e Kammer (2017)	370,5887	38,1196	291,8221
Variação total do sinal de controle - TV			
	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Técnica 1	143,5746	16,1602	3,5158
Técnica 2: $\beta = 0,8$	39,0619	4,1574	1,0216
Karimi e Kammer (2017)	242,3843	6,1866	17,2715

referência. A malha fechada proposta por Karimi e Kammer (2017) apresentou oscilação e, conseqüentemente, menor redução do acoplamento.

Os sinais de controle e as curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade de controle são apresentados nas Figuras 3.10 e 3.11, respectivamente. As menores variações do sinal de controle foram alcançadas com o controlador proposto na técnica 2. Este fato também é observado na Tabela 3.5, onde são apresentados os índices de desempenho (M_r e TV).

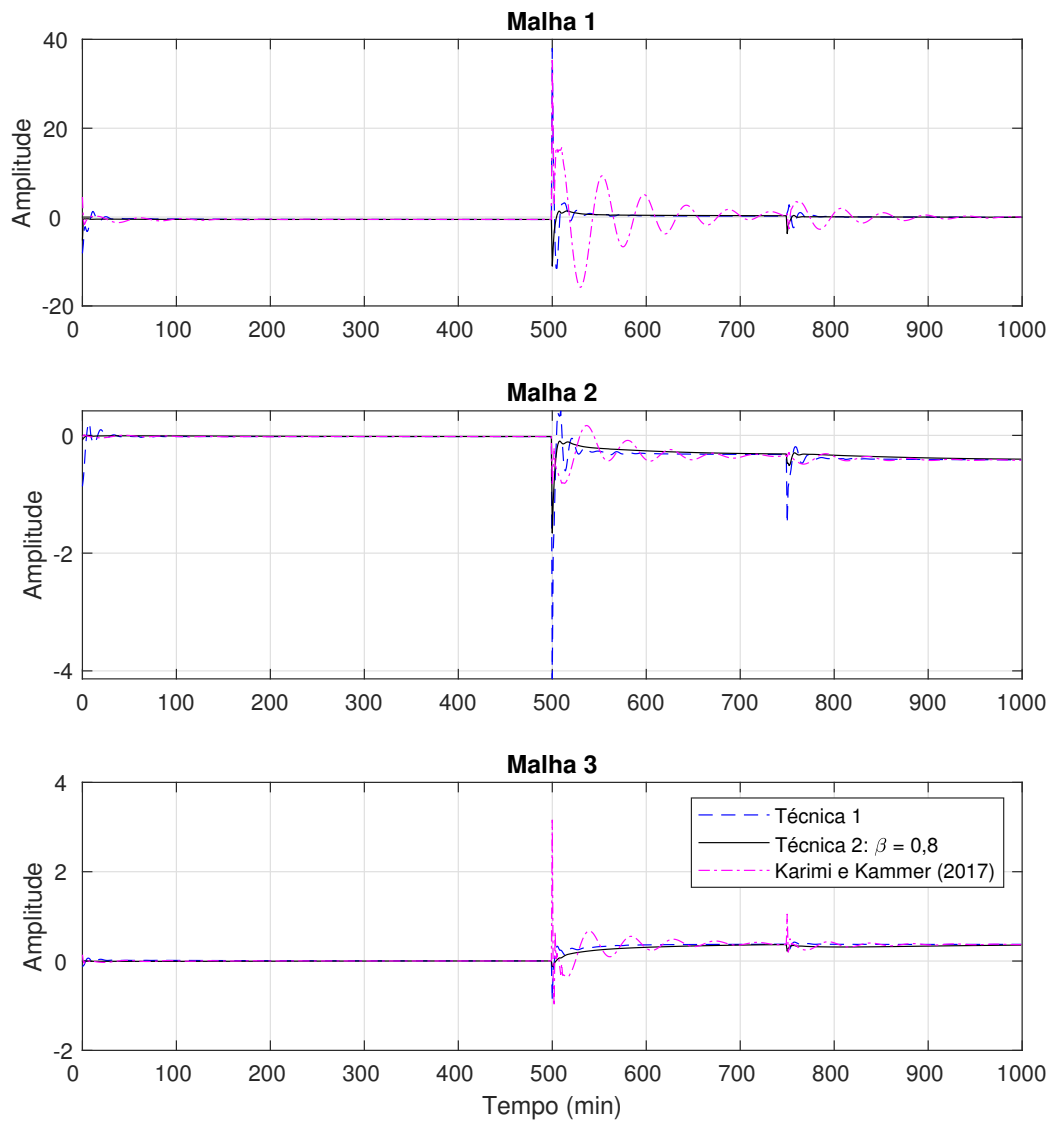
A curva do máximo valor singular das funções de sensibilidade é apresentado na Figura 3.12. Os valores dos picos das curvas resultantes dos controladores obtidos com as técnicas propostas são menores do que dois. Com a técnica de Karimi e Kammer (2017), o pico é 6,65 na frequência $\omega = 0,104$ rad/s. Dessa forma, as malhas propostas possuem maiores margens de estabilidade e maior robustez.

Figura 3.9: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 2.



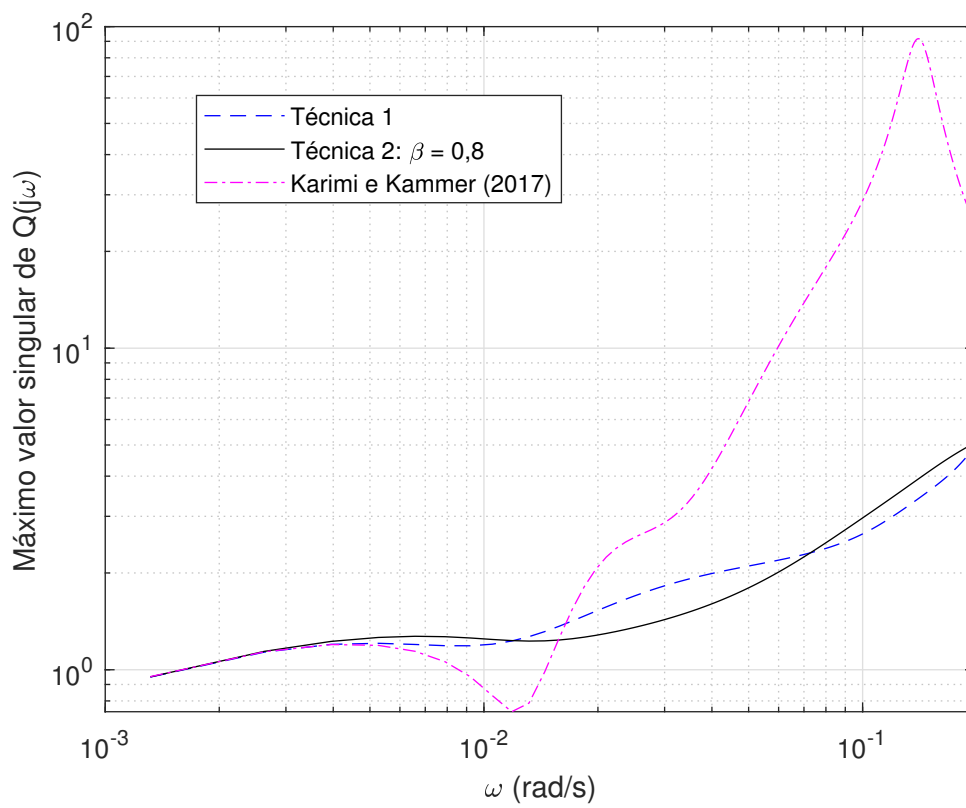
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.10: Sinais de controle - Exemplo 2.



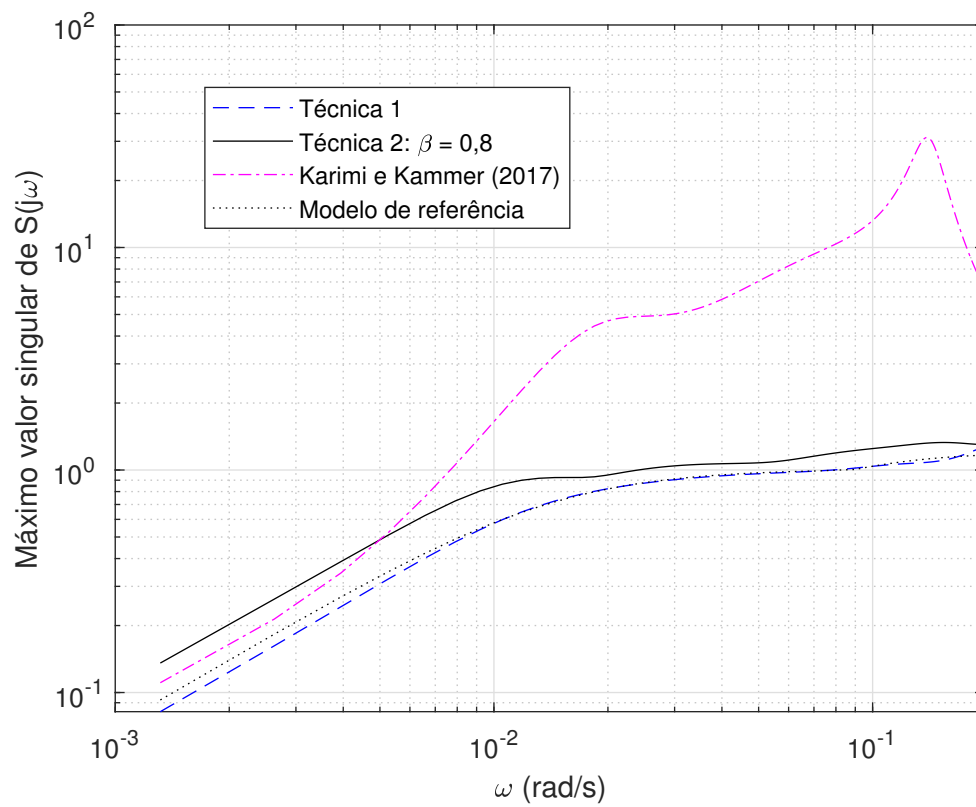
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.11: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.12: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($S(j\omega)$) - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

3.6.3 Exemplo 3

Considera-se a função de transferência do processo Alatiqi caso 1 (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{G}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,22e^{-2,5s}}{(36s+1)(25s+1)} & \frac{-2,94(7,9s+1)e^{-0,05s}}{(23,7s+1)^2} & \frac{0,017e^{-0,2s}}{(31,6s+1)(7s+1)} & \frac{-0,64e^{-20s}}{(29s+1)^2} \\ \frac{-2,33e^{-5s}}{(35s+1)^2} & \frac{3,46e^{-1,01s}}{32s+1} & \frac{-0,51e^{-7,5s}}{(32s+1)^2} & \frac{1,68e^{-2s}}{(28s+1)^2} \\ \frac{-1,06e^{-22s}}{(17s+1)^2} & \frac{3,511e^{-13s}}{(12s+1)^2} & \frac{4,41e^{-1,01s}}{16,2s+1} & \frac{-5,38e^{-0,5s}}{17s+1} \\ \frac{-5,73e^{-2,5s}}{(8s+1)(50s+1)} & \frac{4,32(25s+1)e^{-0,01s}}{(50s+1)(5s+1)} & \frac{-1,25e^{-2,8s}}{(43,6s+1)(9s+1)} & \frac{4,78e^{-1,15s}}{(48s+1)(5s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

e o modelo de referência, malha rápida a conforme Tabela 3.1, dado por:

$$\mathbf{T}_{rex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-2,5s}}{42,33s+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-1,01s}}{22,01s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-1,01s}}{11,47s+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^{-1,15s}}{36,1s+1} \end{bmatrix}. \quad (3.62)$$

Quando a malha muito rápida foi considerada o algoritmo da técnica proposta 1 ficou sem solução.

O controlador de inicialização, equação (3.26), com $\epsilon = 0,001$, é dado por:

$$\mathbf{C}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,0016}{s} & \frac{0,0014}{s} & \frac{0,0001}{s} & \frac{-0,0002}{s} \\ \frac{0,0004}{s} & \frac{0,0008}{s} & \frac{3,7 * 10^{-5}}{s} & \frac{-0,0002}{s} \\ \frac{0,0030}{s} & \frac{0,0014}{s} & \frac{0,0005}{s} & \frac{0,0005}{s} \\ \frac{0,0023}{s} & \frac{0,0014}{s} & \frac{0,0002}{s} & \frac{0,0003}{s} \end{bmatrix}. \quad (3.63)$$

Além disso, para inicializar o algoritmo proposto 1 foi utilizado $Q_{max} = 48,2629$ ($\alpha = 10$). Os ganhos dos controladores projetados são apresentados na Tabela 3.6.

Na Figura 3.13, as respostas ao degrau de cada malha fechada são apresentadas. Todas as malhas fechadas se aproximaram do modelo de referência. Observa-se sobressinal na saída da malha 2, quando o controlador proposto na técnica 2 ($\beta = 0,8$) e o controlador de Karimi e Kammer (2017) são utilizados. Na Tabela 3.7, os índices de desempenho são apresentados. Os menores valores de M_r são obtidos com o controlador proposto na técnica 2 com $\beta = 0,4$. Isto significa que, com este controlador, a saída da malha fechada ficou mais próxima da saída desejada.

Os sinais de controle e as curvas do máximo valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ são apresentados

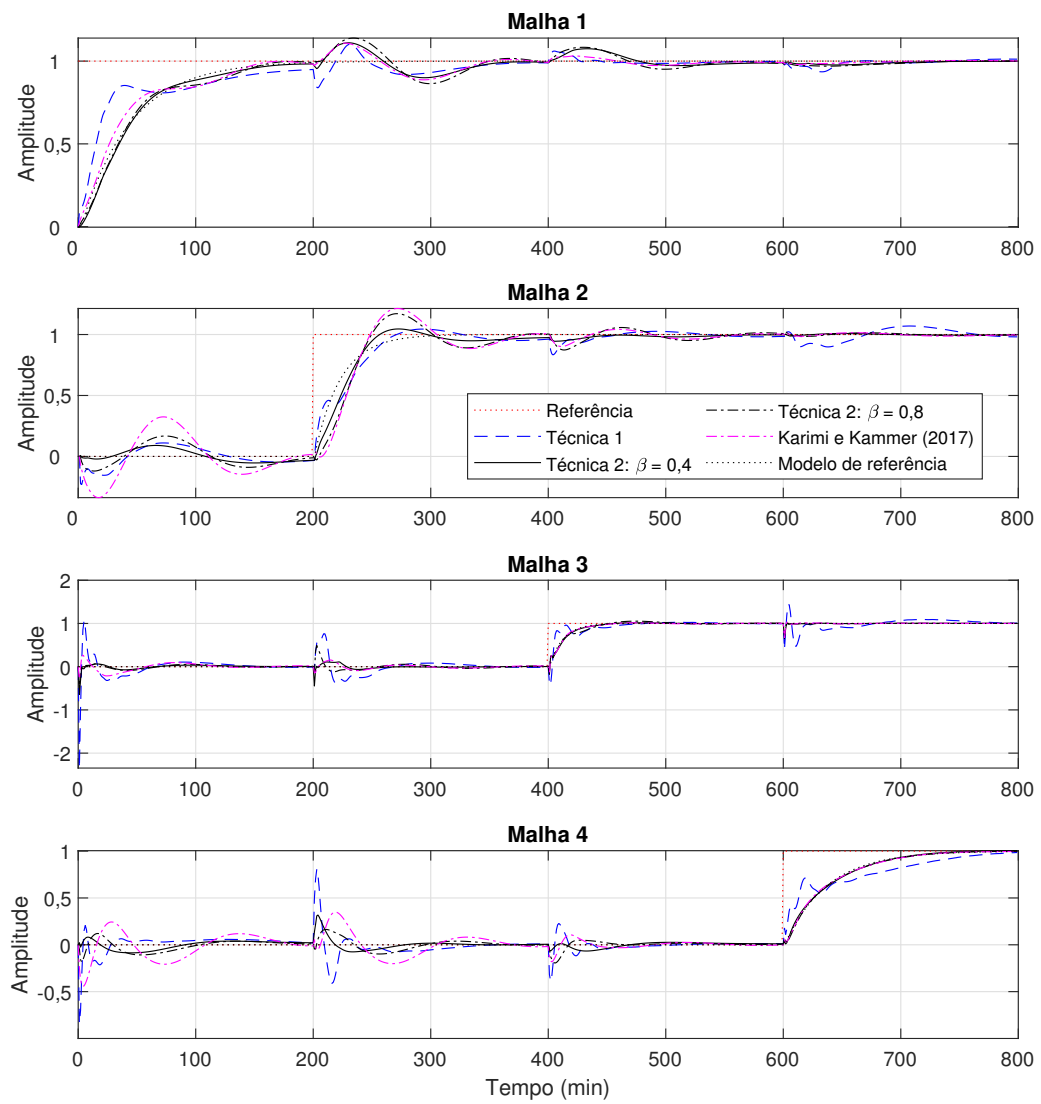
nas Figuras 3.14 e 3.15, respectivamente. O maior valor de $\mathbf{Q}(j\omega)$ é obtido com o controlador da técnica 1, ainda assim, a restrição adicionada ao problema de otimização é atendida.

As curvas do máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$ são apresentadas na Figura 3.16. Nesse caso, a única curva com todos os valores de $\mathbf{S}(j\omega)$ menores do que dois é correspondente ao controlador proposto na técnica 2, quando $\beta = 0,4$. Sendo a malha fechada com este controlador a que possui a maior margem de estabilidade.

Tabela 3.6: Ganhos do controlador - Exemplo 3.

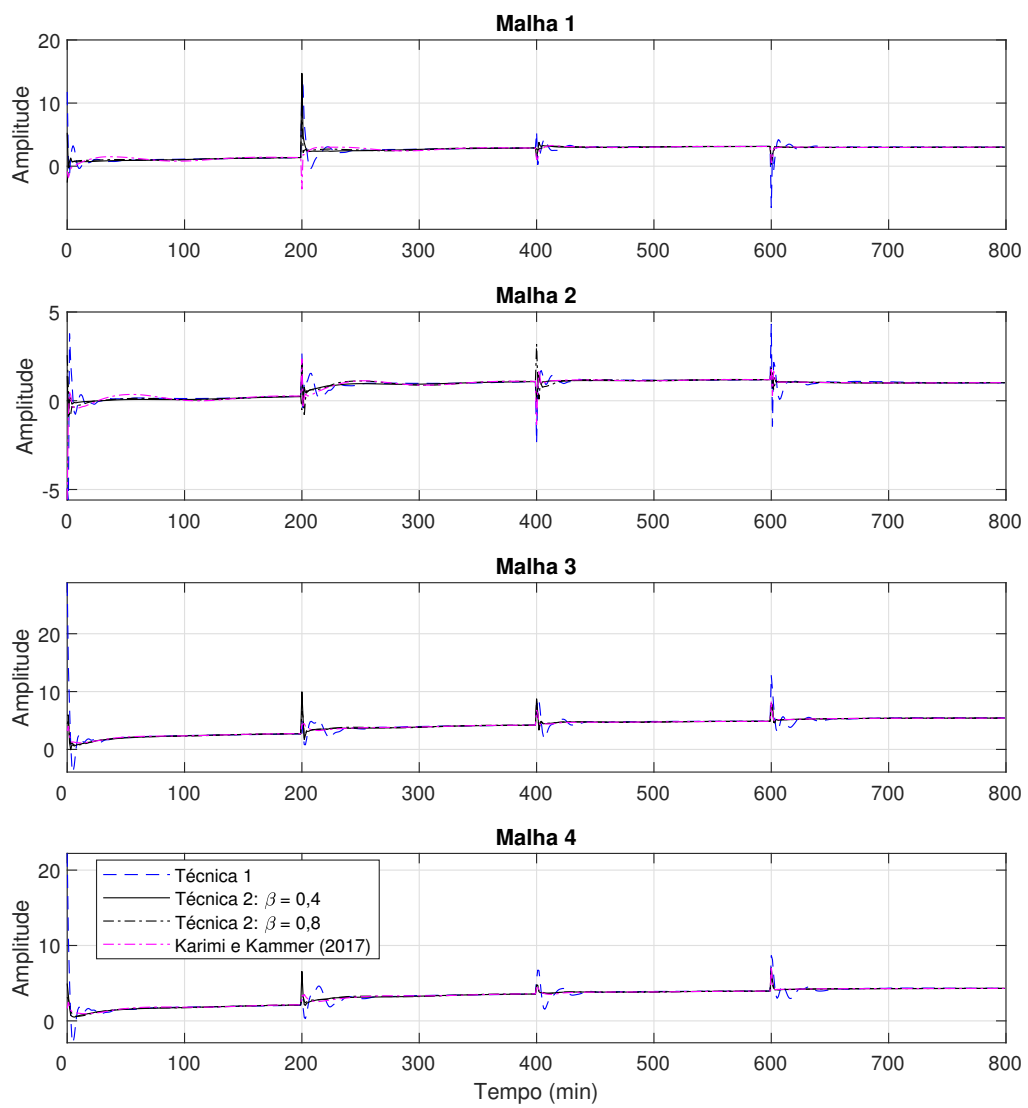
	C_{11}			C_{12}			C_{13}			C_{14}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	1,0695	0,0317	9,7314	1,1365	0,0520	13,029	-0,2790	0,0086	1,1587	-0,8852	-0,0046	-9,6838
Técnica 2: $\beta = 0,4$	0,4810	0,0282	1,3445	1,2123	0,0521	7,6458	0,1691	0,0099	-0,8588	-0,2347	-0,0053	-2,4602
Técnica 2: $\beta = 0,8$	0,2882	0,0288	-1,6480	0,8624	0,0538	1,6675	0,0194	0,0093	-3,5341	-0,2580	-0,0054	-2,4504
Karimi e Kammer (2017)	0,0916	0,0309	-4,9026	0,5573	0,0536	-0,3007	-0,1674	0,0071	-3,0547	-0,2347	-0,0045	-2,6617
	C_{21}			C_{22}			C_{23}			C_{24}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	-0,4457	0,0053	-1,1137	0,2219	0,0303	2,5797	-0,3136	0,0017	-0,6942	-0,3465	-0,0046	1,5848
Técnica 2: $\beta = 0,4$	-0,1553	0,0051	0,2771	0,1743	0,0297	0,8588	0,1641	0,0020	-0,0546	-0,0713	-0,0051	0,1759
Técnica 2: $\beta = 0,8$	-0,2853	0,0055	0,1541	-0,0691	0,0301	-0,1084	-0,2334	0,0019	0,0932	-0,0741	-0,0050	0,2862
Karimi e Kammer (2017)	-0,5047	0,0056	-0,1546	-0,2330	0,0303	0,4610	-0,2223	0,0018	-0,0864	-0,0790	-0,0050	0,3327
	C_{31}			C_{32}			C_{33}			C_{34}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	2,6201	0,0653	10,818	0,2060	0,0451	20,3523	0,2002	0,0418	20,834	-0,8741	0,0099	20,436
Técnica 2: $\beta = 0,4$	0,5351	0,0570	7,0174	0,6585	0,0473	1,9425	0,4133	0,0452	2,4083	0,2852	0,0109	2,5659
Técnica 2: $\beta = 0,8$	0,4027	0,0567	7,9952	0,3569	0,0506	4,6349	0,3825	0,0444	1,9924	0,2595	0,0100	1,8251
Karimi e Kammer (2017)	0,2894	0,0615	9,8884	0,1446	0,0496	10,978	0,2383	0,0388	2,8461	0,3233	0,0126	1,9602
	C_{41}			C_{42}			C_{43}			C_{44}		
	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D	K_P	K_I	K_D
Técnica 1	2,0195	0,0506	9,2519	0,0695	0,0467	16,787	-0,2189	0,0191	14,827	-0,5228	0,0061	16,909
Técnica 2: $\beta = 0,4$	0,4506	0,0444	6,1297	0,4046	0,0480	2,1441	0,1103	0,0219	2,1260	0,2795	0,0068	2,0935
Técnica 2: $\beta = 0,8$	0,2861	0,0444	7,5342	0,0876	0,0506	5,3165	0,0868	0,0211	1,8305	0,2514	0,0061	1,4975
Karimi e Kammer (2017)	0,1491	0,0480	9,9840	-0,1419	0,0500	12,072	-0,0939	0,0170	3,2233	0,3038	0,0079	1,5853

Figura 3.13: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.14: Sinais de controle - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.15: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 3.

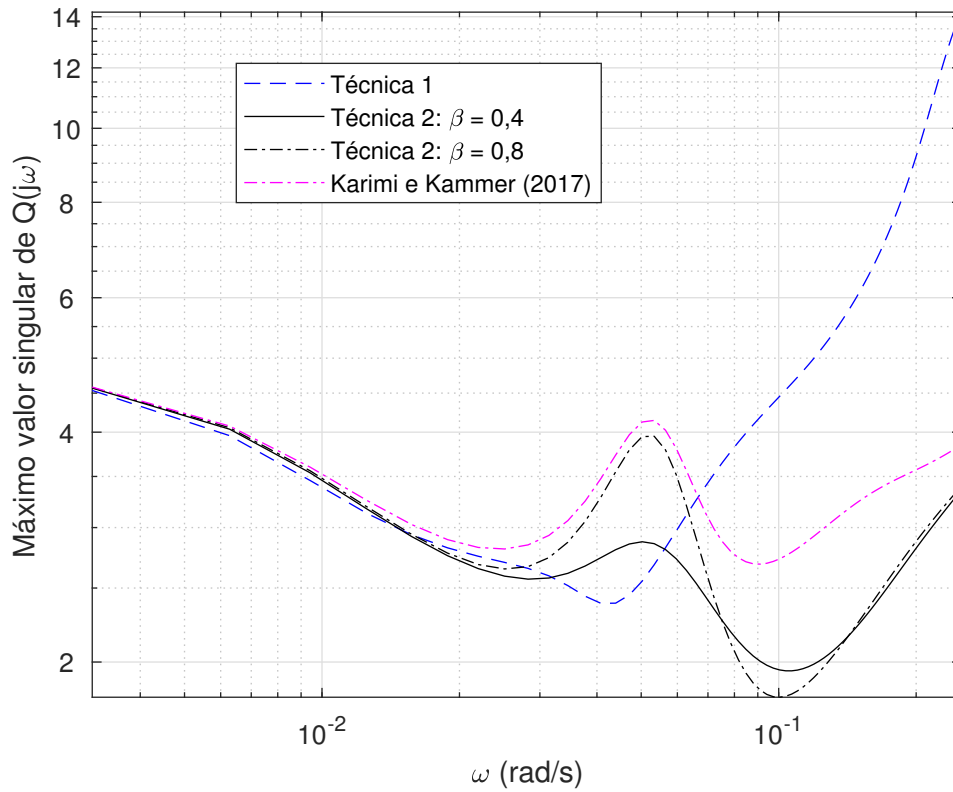
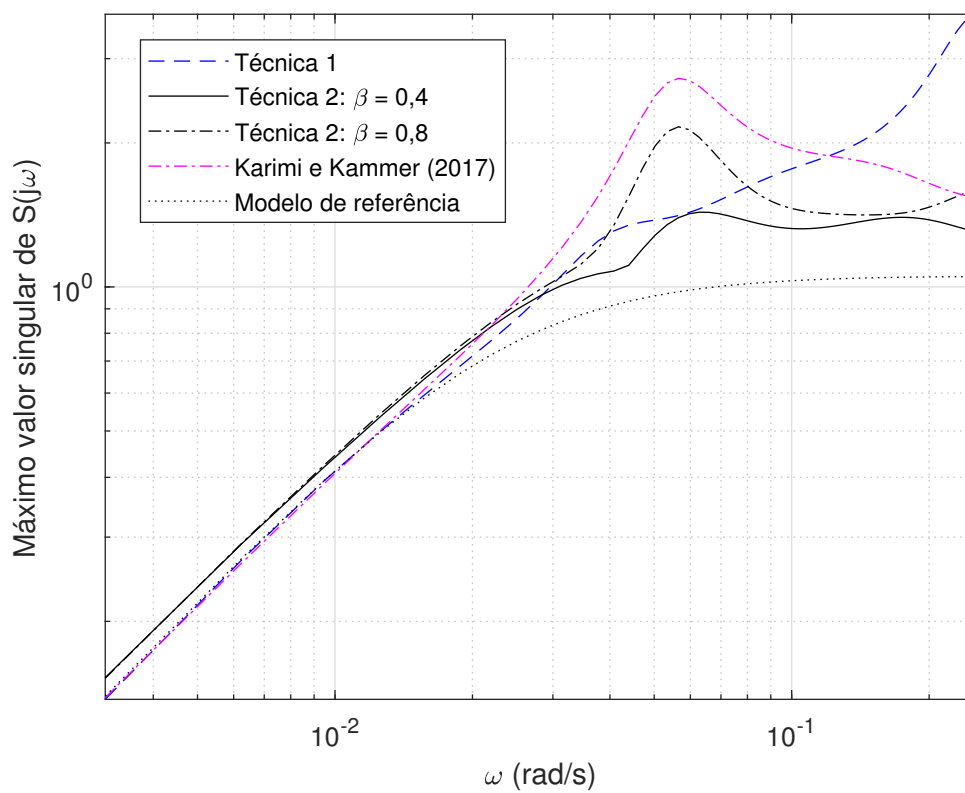


Tabela 3.7: Índices de desempenho - Exemplo 3.

Rastreamento da saída de referência - M_r				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Técnica 1	33,892	38,131	72,694	50,265
Técnica 2: $\beta = 0,4$	21,222	23,628	13,786	21,156
Técnica 2: $\beta = 0,8$	27,025	44,881	21,916	24,521
Karimi e Kammer (2017)	21,574	60,713	22,079	48,603
Variação total do sinal de controle - TV				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Técnica 1	101,63	53,806	103,10	75,760
Técnica 2: $\beta = 0,4$	45,839	16,470	47,548	25,530
Técnica 2: $\beta = 0,8$	30,801	20,240	36,313	15,171
Karimi e Kammer (2017)	28,320	26,775	23,205	16,777

Figura 3.16: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($S(j\omega)$) - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

3.6.4 Exemplo 4

Considera-se o modelo dos reatores de um processo de hidrotreatamento (AGUIAR et al., 2020):

$$\mathbf{G}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,1215e^{-838s}}{538,01s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0,8785e^{-1478s}}{882,82s + 1} & \frac{-0,1931e^{-612,78s}}{433,16s + 1} & 0 & 0 \\ \frac{0,8770e^{-2646,46s}}{878,77s + 1} & \frac{-0,1647e^{-1699,31s}}{2378,17s + 1} & \frac{-0,0674e^{-473,21s}}{455,03s + 1} & 0 \\ \frac{0,9321e^{-3568s}}{1052,2s + 1} & \frac{-0,1588e^{-2299,74s}}{1363,77s + 1} & \frac{-0,0572e^{-882,65s}}{949,36s + 1} & \frac{-0,0783e^{-475,87s}}{693,15s + 1} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

e o modelo de referência, a malha muito rápida da Tabela 3.1, dado por:

$$\mathbf{T}_{rex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-838s}}{473,7s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-613s}}{348,6s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-473s}}{309,4s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^{-476s}}{389,7s + 1} \end{bmatrix}. \quad (3.65)$$

O algoritmo da técnica proposta 1 foi inicializado com $Q_{max} = 66,3827$ ($\alpha = 3$) e o controlador, com $\epsilon = 0,0001$, por:

$$\mathbf{C}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{8 * 10^{-5}}{s} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0,0004}{s} & \frac{-0,0005}{s} & 0 & 0 \\ \frac{0,0002}{s} & \frac{0,0013}{s} & \frac{-0,0015}{s} & 0 \\ \frac{0,0001}{s} & \frac{0,0001}{s} & \frac{0,0011}{s} & \frac{-0,0013}{s} \end{bmatrix}. \quad (3.66)$$

Além disso, $\beta = 0,5$ foi considerado na técnica proposta 2. Com menores valores de β não foi possível obter os ganhos do controlador. Os parâmetros dos controladores projetados são apresentados na Tabela 3.8.

Nas Figuras 3.17 e 3.18, as respostas ao degrau de cada malha fechada projetada e a curva do sinal de controle são apresentadas, respectivamente. As curvas do máximo valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ e $\mathbf{S}(j\omega)$ são apresentadas nas Figuras 3.19 e 3.20 e os índices de desempenho na Tabela 3.9.

Embora a malha fechada com o controlador proposto por Karimi e Kammer (2017) se aproxima mais do modelo de referência (3.17), está possui o maior acoplamento. A resposta mais suave é obtida com o controlador da técnica proposta 1, consequência da

Tabela 3.8: Ganhos do controlador - Exemplo 4.

	C_{11}			C_{12}			C_{13}			C_{14}		
	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$
Técnica 1	0,097	0,0002	-0,007	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Técnica 2: $\beta = 0,5$	0,154	0,0002	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Karimi e Kammer (2017)	0,179	0,0003	0,002	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	C_{21}			C_{22}			C_{23}			C_{24}		
	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$
Técnica 1	-0,416	0,0007	-0,172	-2,594	-0,003	-0,636	0	0	0	0	0	0
Técnica 2: $\beta = 0,5$	-0,973	0,0009	-0,155	-3,023	-0,003	-0,291	0	0	0	0	0	0
Karimi e Kammer (2017)	-0,983	0,0011	-0,313	-3,134	-0,004	0,106	0	0	0	0	0	0
	C_{31}			C_{32}			C_{33}			C_{34}		
	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$
Técnica 1	-0,319	0,0073	0,347	-9,842	0,009	0,127	-7,169	-0,014	-0,785	0	0	0
Técnica 2: $\beta = 0,5$	0,614	0,010	1,812	-8,267	0,010	1,998	-10,22	-0,025	-1,762	0	0	0
Karimi e Kammer (2017)	0,284	0,0128	2,039	-11,06	0,011	1,988	-8,526	-0,025	-1,338	0	0	0
	C_{41}			C_{42}			C_{43}			C_{44}		
	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$	K_P	K_I	$K_D * 10^3$
Técnica 1	-0,187	0,0004	-0,871	1,425	0,011	0,284	0,680	0,014	-0,281	-3,762	-0,013	-0,250
Técnica 2: $\beta = 0,5$	-0,739	0,004	2,227	1,824	0,011	0,448	-0,972	0,021	0,958	-12,26	-0,018	-1,406
Karimi e Kammer (2017)	-0,342	0,0048	1,162	1,659	0,014	0,808	-3,878	0,026	1,213	-12,06	-0,017	-0,937

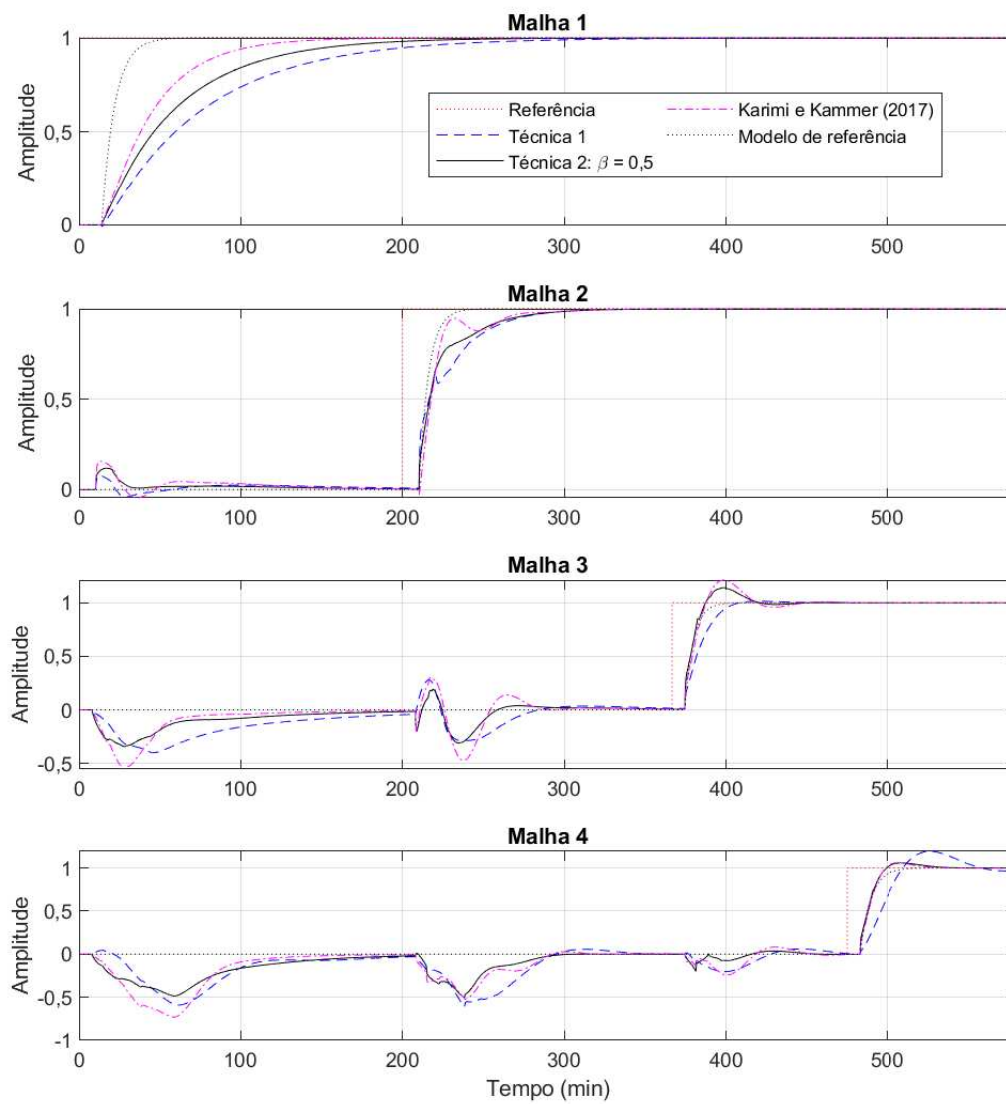
Tabela 3.9: Índices de desempenho - Exemplo 4.

Rastreamento da saída de referência - M_r (10^3)				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Técnica 1	3,4025	0,8978	3,1510	5,1292
Técnica 2: $\beta = 0,5$	2,3360	0,7323	2,0519	3,5187
Karimi e Kammer (2017)	1,4692	0,7358	2,4463	4,2379
Variação total do sinal de controle - TV				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Técnica 1	1,7733	73,944	394,25	186,48
Técnica 2: $\beta = 0,5$	2,2810	85,514	489,24	420,03
Karimi e Kammer (2017)	2,5060	80,828	514,91	490,97

restrição da magnitude do sinal de controle e da menor variação do sinal de controle (Tabela 3.9). O desempenho alcançado pela malha fechada com o controlador obtido com a técnica proposta 2 se aproximou do desejado.

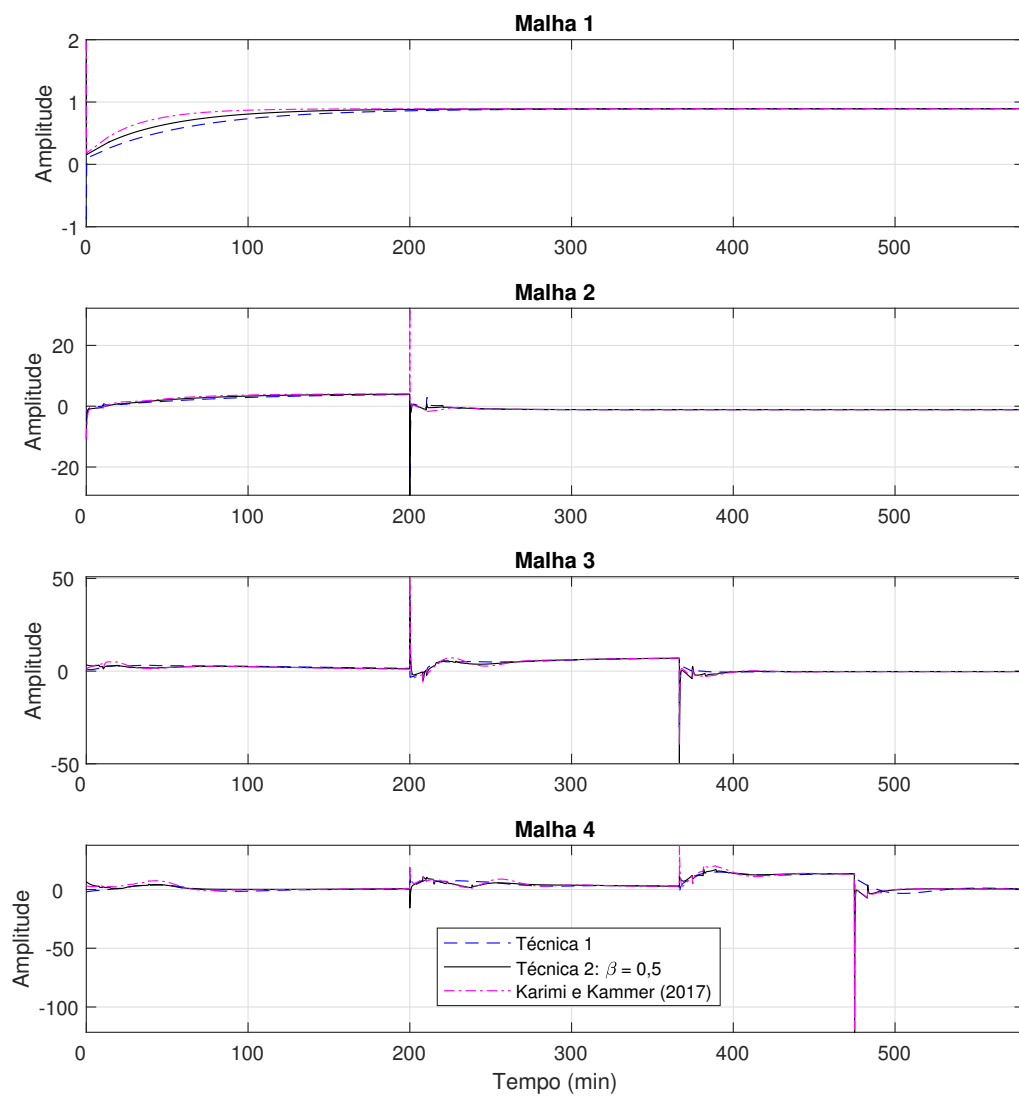
Além disso, com as técnicas propostas, a curva do máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$ ficou sempre menor do que 2, diferente da curva resultado do controlador proposto por Karimi e Kammer (2017). Ou seja, as malhas fechadas com os controladores propostos nesta Seção são mais robustas.

Figura 3.17: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 4.



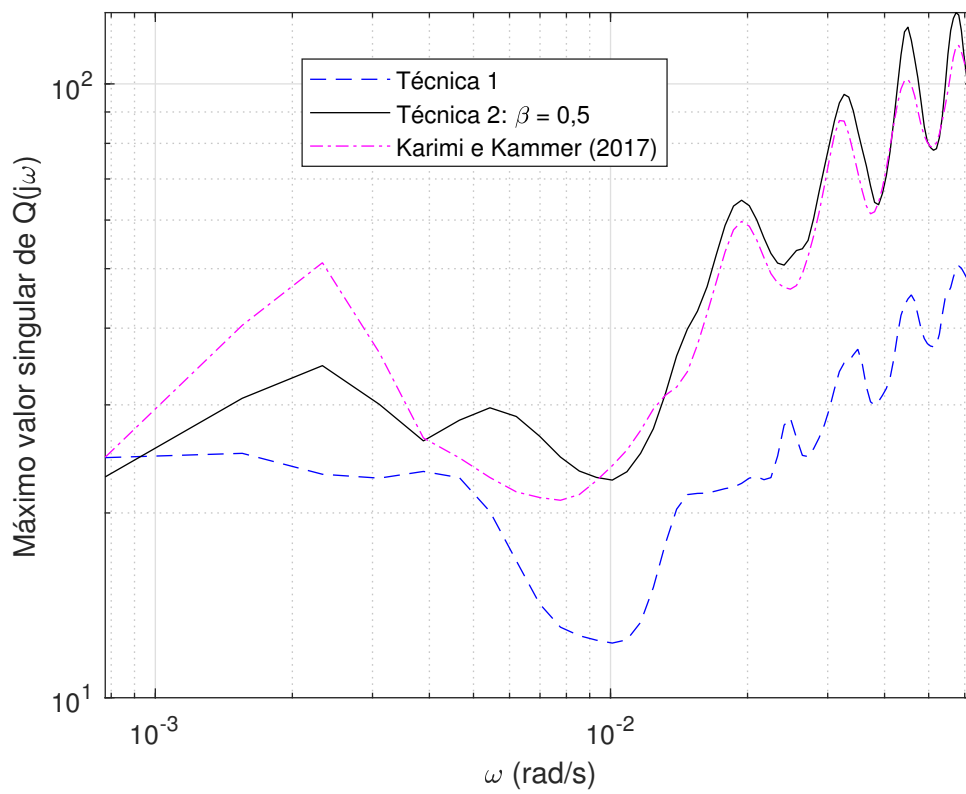
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.18: Sinais de controle - Exemplo 4.



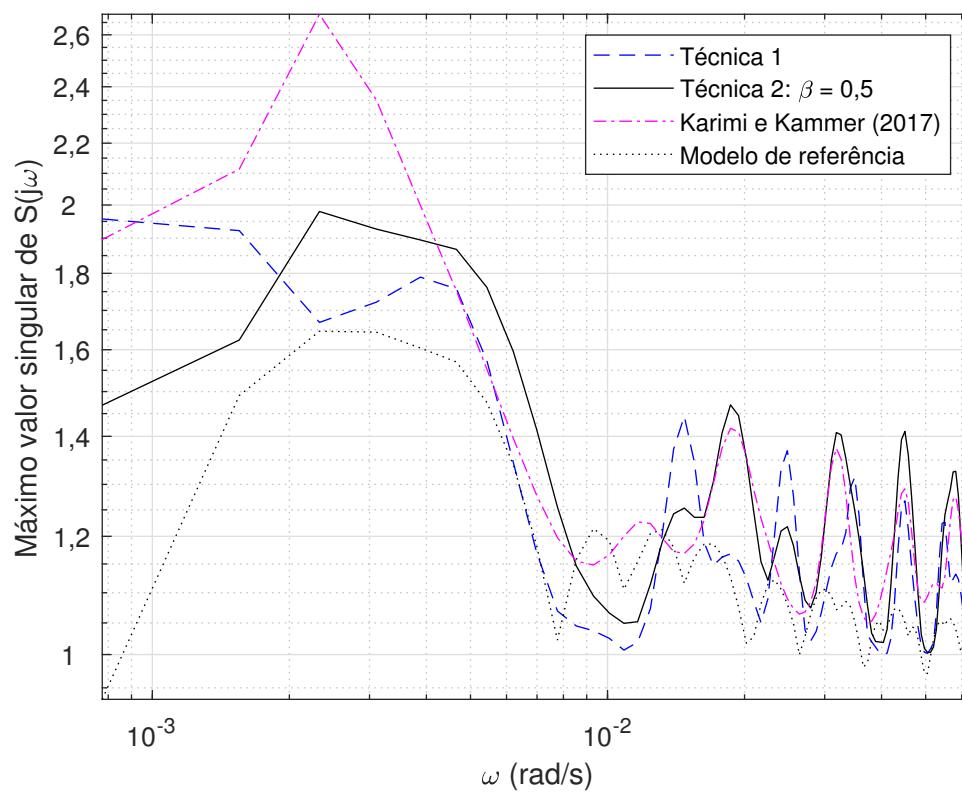
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.19: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 3.20: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($S(j\omega)$) - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

3.7 Conclusões

Neste Capítulo, duas técnicas de projeto do controlador robusto multivariável baseadas em dados do processo no domínio da frequência foram apresentadas. Os algoritmos são formulados como problema de otimização convexa com restrições LMI. O objetivo é minimizar a norma \mathcal{H}_∞ da diferença entre a função ganho de malha projetada e de referência. Restrições do sinal de controle na forma de LMI são inseridas aos problemas, com a finalidade de garantir a estabilidade da malha fechada. A diferença entre os dois problemas propostos são as restrições inseridas.

No primeiro problema proposto, um limite magnitude do sinal de controle é inserido como restrição. Neste caso, o problema inicialmente formulado é não-convexo. Então, o procedimento côncavo-convexo é utilizado. Sendo necessário o conhecimento de um controlador inicial para inicializar o algoritmo. O resultado do algoritmo de otimização é um sub-ótimo. Os parâmetros de projeto são o valor máximo da função de sensibilidade de controle e a função ganho de malha de referência.

No segundo problema, a restrição inserida é relacionada à margem de estabilidade. Neste caso, o problema formulado é convexo, não sendo necessária nenhuma manipulação. Os parâmetros de projetos são o fator β usado para manipular a margem de estabilidade e a função ganho de malha de referência.

A função ganho de malha de referência é definida a partir de uma função de referência de malha fechada. Este modelo é definido como uma matriz diagonal, a fim de reduzir o acoplamento entre as malhas de controle. Os elementos não nulos da matriz são funções de transferência FOPTD, por simplicidade, embora outras funções possam ser utilizadas. Valores aproximados do atraso e da constante de tempo dominante da diagonal principal da matriz de transferência do processo são usados para definir a constante de tempo desses modelos.

Resultados de simulação considerando processos com diferentes dimensões foram apresentados. Em todos os exemplos, com os controladores propostos foram obtidas malhas fechadas estáveis e robustas. Diferente do projeto proposto por Karimi e Kammer (2017), com o qual em alguns casos foram obtidas malhas fechadas no limite da estabilidade e oscilatórias.

Capítulo 4

Reprojeto do controlador PID baseado na resposta frequencial

4.1 Introdução

Apesar das inúmeras técnicas de ajuste de controle existentes, o mau funcionamento é observado em mais de 60% dos controladores industriais (GAO et al., 2017). Este fato pode ocorrer por motivos como falha no projeto dos parâmetros do controlador, problemas nos equipamentos (sensores, atuadores) ou alteração na estrutura da planta. No entanto, valores de parâmetros inadequados são a principal causa de mau funcionamento da malha fechada (MOREIRA; ACIOLI JÚNIOR; BARROS, 2018a).

O mau funcionamento decorrente dos parâmetros do controlador é causado pela falta de priorização para o projeto de controle e o receio em causar perturbações excessivas no processo (EUZÉBIO, 2015). Por outro lado, o funcionamento adequado das malhas de controle é imprescindível para a eficiência do processo (SEBORG et al., 2016). Uma dificuldade na sintonia é o fato de usar dados de malha aberta em muitas das técnicas de projeto utilizadas, porém alguns processos devem ser mantidos em malha fechada, para evitar instabilidade do sistema. Nestes processos, técnicas baseadas em informações de malha fechada devem ser aplicadas.

Na literatura são encontradas técnicas de reprojeto de controlador PI, como as apresentadas em Gao et al. (2017) e Moreira, Acioli Júnior e Barros (2018a, 2018b). No entanto, essas técnicas são desenvolvidas para processos SISO. O controlador MIMO descentralizado é considerado em Moreira et al. (2021), onde uma metodologia iterativa é utilizada para aplicar as técnicas apresentadas em Moreira, Acioli Júnior e Barros (2018a, 2018b) ao controle descentralizado. Uma desvantagem dessa metodologia é a quantidade de experimentos necessários, que é igual ao número de iterações realizadas.

Neste Capítulo, uma técnica de reprojeto dos controladores PI/PID multivariáveis

baseada em dados da malha fechada no domínio da frequência é apresentada. O objetivo é obter os incrementos dos ganhos do controlador PI/PID MIMO de maneira que a malha fechada obtida seja próxima de um modelo de referência de malha fechada $\mathbf{T}_r(s)$. O conhecimento do modelo paramétrico do processo não é necessário.

Este Capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 4.2, a técnica de reprojeto proposta é apresentada. Na Seção 4.3, os resultados de simulação são discutidos. O Capítulo é finalizado com as conclusões na Seção 4.4.

4.2 Técnica proposta

Considera-se a malha multivariável fechada inicial $\mathbf{T}^0(s)$ com o controlador multivariável inicial $\mathbf{C}^0(s)$:

$$\mathbf{C}^0(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & C_{12}(s) & \cdots & C_{1n}(s) \\ C_{21}(s) & C_{22}(s) & \cdots & C_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1}(s) & C_{n2}(s) & \cdots & C_{nn}(s) \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

onde cada elemento $C_{ij}(s)$ é um controlador PI ou PID.

Considera-se ainda um dado modelo de referência de malha fechada $\mathbf{T}_r(s)$, o qual representa o comportamento desejado. O objetivo do reprojeto é calcular os incrementos do controlador inicial de maneira que a nova malha fechada esteja o mais próximo possível do modelo de referência. Assim, o controlador reprojetoado $\mathbf{C}^1(s)$ é dado por:

$$\mathbf{C}^1(s) = \mathbf{C}^0(s) + \mathbf{C}^\Delta(s), \quad (4.2)$$

onde os ganhos de $\mathbf{C}^\Delta(s)$ representam os incrementos dos ganhos do controlador inicial $\mathbf{C}^0(s)$.

O reprojeto é realizado em duas etapas. Na primeira etapa, a resposta no domínio da frequência de $\mathbf{C}^\Delta(s)$ é calculada, para um conjunto finito de frequências $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]$, considerando o acoplamento entre as malhas, conforme o Lema 2. Para isso, dados no domínio da frequência da malha fechada inicial, do controlador inicial e do modelo de referência são necessários. Os dados frequenciais da malha inicial $\mathbf{T}^0(s)$ podem ser obtidos a partir do modelo estimado da malha fechada ou da transformada de Fourier de dados de entrada e saída no domínio do tempo (equação (2.11)). Na segunda etapa, a partir dos valores obtidos no Lema 2, os parâmetros de cada elemento de $\mathbf{C}^\Delta(s)$ são calculados usando o Lema 3 ou o Lema 4.

Lema 2 *Considere a malha fechada inicial estável e a resposta no domínio da frequência da malha fechada de referência $\mathbf{T}_r(j\omega)$. A resposta de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ no domínio da frequência*

é dada por:

$$\mathbf{C}^\Delta(j\omega) = \mathbf{C}^0(j\omega)(\mathbf{T}^0(j\omega))^{-1}(\mathbf{T}_r(j\omega) - \mathbf{T}^0(j\omega))(\mathbf{S}_r(j\omega))^{-1}, \quad (4.3)$$

onde $\mathbf{S}_r(j\omega) = \mathbf{I} - \mathbf{T}_r(j\omega)$ é a função de sensibilidade referente ao modelo de referência.

Prova. Por definição:

$$\mathbf{S}^0(s) = (\mathbf{I} - \mathbf{T}^0(s)) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}. \quad (4.4)$$

Multiplicando a equação (4.4) pelo inverso da função de sensibilidade da malha fechada projetada $\mathbf{S}^1(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^1(s))^{-1}$ e por $\mathbf{S}_r(s)$, tem-se:

$$\mathbf{S}^0(s)(\mathbf{S}^1(s))^{-1}\mathbf{S}_r(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^1(s))\mathbf{S}_r(s). \quad (4.5)$$

Como o objetivo é fazer com que a nova malha fechada esteja o mais próximo possível do modelo de referência, considera-se $\mathbf{S}^1(s) = \mathbf{S}_r(s)$, então:

$$\mathbf{S}^0(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^1(s))\mathbf{S}_r(s). \quad (4.6)$$

Em seguida, substitui-se $\mathbf{C}^1(s)$ por $\mathbf{C}^0(s) + \mathbf{C}^\Delta(s)$ na equação (4.6) para obter:

$$\mathbf{S}^0(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)(\mathbf{C}^0(s) + \mathbf{C}^\Delta(s)))\mathbf{S}_r(s), \quad (4.7)$$

$$\mathbf{S}^0(s) = [(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s)) + (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}(\mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s)\Delta(s))]\mathbf{S}_r(s), \quad (4.8)$$

com $\Delta(s) = (\mathbf{C}^0(s))^{-1}\mathbf{C}^\Delta(s)$.

Por definição, $\mathbf{T}^0(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s))^{-1}\mathbf{G}(s)\mathbf{C}^0(s)$ que substituindo na equação (4.8) resulta em:

$$\mathbf{S}^0(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{T}^0(s)\Delta(s)]\mathbf{S}_r(s), \quad (4.9)$$

$$\mathbf{S}^0(s) - \mathbf{S}_r(s) = \mathbf{T}^0(s)\Delta(s)\mathbf{S}_r(s). \quad (4.10)$$

Para escrever $\Delta(s)$ em função da sensibilidade complementar, substitui-se $\mathbf{S}^0(s)$ por $\mathbf{I} - \mathbf{T}^0(s)$:

$$\mathbf{T}_r(s) - \mathbf{T}^0(s) = \mathbf{T}^0(s)\Delta(s)\mathbf{S}_r(s), \quad (4.11)$$

$$\Delta(s) = (\mathbf{T}^0(s))^{-1}(\mathbf{T}_r(s) - \mathbf{T}^0(s))(\mathbf{S}_r(s))^{-1}. \quad (4.12)$$

Considerando $\Delta(s) = (\mathbf{C}^0(s))^{-1}\mathbf{C}^\Delta(s)$ e colocando $\mathbf{C}^\Delta(s)$ em evidência, tem-se que:

$$\mathbf{C}^\Delta(s) = \mathbf{C}^0(s)(\mathbf{T}^0(s))^{-1}(\mathbf{T}_r(s) - \mathbf{T}^0(s))(\mathbf{S}_r(s))^{-1}. \quad (4.13)$$

Por fim, substituindo s por $j\omega$ na equação (4.13), obtém-se a equação (4.3). ■

A partir da resposta no domínio da frequência de \mathbf{C}^Δ (4.3), os controladores PI ou PID podem ser reprojados. O reprojeto do controlador PI é apresentado na Seção 4.2.1 e o do PID na Seção 4.2.2.

4.2.1 Controlador PI

Considerando o controlador PI, tem-se que:

$$C_{ij}^\Delta(j\omega) = K_{Pij}^\Delta + \frac{K_{Iij}^\Delta}{j\omega}, \quad (4.14)$$

os parâmetros de $\mathbf{C}^\Delta(s)$, ou seja, os incrementos dos ganhos do controlador inicial, são calculados conforme apresentado no Lema 3.

Lema 3 Dada a resposta de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ em um conjunto finito de frequências $\Omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]$, os ganhos K_{Pij}^Δ e K_{Iij}^Δ de cada elemento de $\mathbf{C}^\Delta(s)$ são dados por:

$$K_{Pij}^\Delta = \frac{1}{N} \Phi_{r_{ij}}^T \Omega_{r_{ij}}, \quad (4.15)$$

$$K_{Iij}^\Delta = (\Phi_{i_{ij}}^T \Phi_{i_{ij}})^{-1} \Phi_{i_{ij}}^T \Omega_{i_{ij}}, \quad (4.16)$$

onde:

$$\Phi_{r_{ij}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega_{r_{ij}} = \begin{bmatrix} \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\Phi_{i_{ij}} = \begin{bmatrix} -1/\omega_1 \\ -1/\omega_2 \\ \vdots \\ -1/\omega_N \end{bmatrix}, \quad \Omega_{i_{ij}} = \begin{bmatrix} \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

\Re e \Im são as partes real e imaginária do número complexo, respectivamente, e $C_{ij}^\Delta(j\omega)$ é o valor do elemento i,j da equação (4.3) para a frequência ω .

Prova. A resposta no domínio da frequência de cada elemento de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ é um número complexo na forma $C_{ij}^\Delta(j\omega) = a_{ij} + b_{ij}j$, onde $a_{ij} = \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega))$ e $b_{ij} = \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega))$. Assim,

a equação (4.14) pode ser escrita na forma:

$$K_{Pij}^{\Delta} + \frac{K_{Iij}^{\Delta}}{j\omega} = \Re(C_{ij}^{\Delta}(j\omega)) + j\Im(C_{ij}^{\Delta}(j\omega)). \quad (4.19)$$

Separando as partes real e imaginária, tem-se que para cada frequência:

$$K_{Pij}^{\Delta} = \Re(C_{ij}^{\Delta}(j\omega)), \quad (4.20)$$

$$-\frac{K_{Iij}^{\Delta}}{\omega} = \Im(C_{ij}^{\Delta}(j\omega)). \quad (4.21)$$

Considerando um conjunto de frequência com N pontos, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} K_{Pij}^{\Delta} = \begin{bmatrix} \Re(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_1)) \\ \Re(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Re(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

$$\begin{bmatrix} -1/\omega_1 \\ -1/\omega_2 \\ \vdots \\ -1/\omega_N \end{bmatrix} K_{Iij}^{\Delta} = \begin{bmatrix} \Im(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_1)) \\ \Im(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Im(C_{ij}^{\Delta}(j\omega_N)) \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Definindo Φ_{rij} e Ω_{rij} conforme a equação (4.17), tem-se:

$$K_{Pij}^{\Delta} = (\Phi_{rij}^T \Phi_{rij})^{-1} \Phi_{rij}^T \Omega_{rij}. \quad (4.24)$$

Porém, como Φ_{rij} é um vetor coluna de comprimento N com todos os elementos iguais à 1, então:

$$\Phi_{rij}^T \Phi_{rij} = N, \quad (4.25)$$

$$(\Phi_{rij}^T \Phi_{rij})^{-1} = 1/N. \quad (4.26)$$

Assim, obtém-se a equação (4.15).

Definindo Φ_{iij} , Ω_{iij} como na equação (4.18), obtém-se a equação (4.16). ■

A especificação do projeto é o modelo de referência da malha fechada $\mathbf{T}_r(s)$. Este modelo é definido como apresentado na Seção 3.5, na qual a constante de tempo é definida a partir de aproximações da constante de tempo da malha fechada e do atraso das malhas diretas.

4.2.2 Controlador PID

Considera-se agora o controlador PID. Os elementos de $\mathbf{C}^\Delta(s)$ são da forma:

$$C_{ij}^\Delta(s) = K_{Pij}^\Delta + \frac{K_{Iij}^\Delta}{s} + K_{Dij}^\Delta s. \quad (4.27)$$

Assim, os parâmetros K_{Pij}^Δ , K_{Iij}^Δ e K_{Dij}^Δ são calculados como mostrado no Lema 4.

Lema 4 Os parâmetros K_{Pij}^Δ , K_{Iij}^Δ e K_{Dij}^Δ de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ são dados por:

$$K_{Pij}^\Delta = \frac{1}{N} \Phi_{rij}^T \Omega_{rij} \quad (4.28)$$

$$\begin{bmatrix} K_{Iij}^\Delta \\ K_{Dij}^\Delta \end{bmatrix} = (\Phi_{iij}^T \Phi_{iij})^{-1} \Phi_{iij}^T \Omega_{iij}, \quad (4.29)$$

onde

$$\Phi_{rij} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \Omega_{rij} = \begin{bmatrix} \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

$$\Phi_{iij} = \begin{bmatrix} -1/\omega_1 & \omega_1 \\ -1/\omega_2 & \omega_2 \\ \vdots & \vdots \\ -1/\omega_N & \omega_N \end{bmatrix}, \quad \Omega_{iij} = \begin{bmatrix} \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

\Re e \Im são as partes real e imaginária do número complexo e $C_{ij}^\Delta(j\omega)$ é o valor do elemento ij da equação (4.3) para a frequência $\omega > 0$.

Prova. Como $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ é uma matriz complexa, então cada elemento é da forma $C_{ij}^\Delta(j\omega) = a_{ij} + b_{ij}j$, onde $a_{ij} = \Re(C_{ij}^\Delta(j\omega))$ e $b_{ij} = \Im(C_{ij}^\Delta(j\omega))$ e:

$$\mathbf{C}^\Delta(j\omega) = \begin{bmatrix} a_{11} + jb_{11} & a_{12} + jb_{12} & \cdots & a_{1n} + jb_{1n} \\ a_{21} + jb_{21} & a_{22} + jb_{22} & \cdots & a_{2n} + jb_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} + jb_{n1} & a_{n2} + jb_{n2} & \cdots & a_{nn} + jb_{nn} \end{bmatrix}, \quad (4.32)$$

$$\mathbf{K}_P + \frac{\mathbf{K}_I}{j\omega} + j\omega\mathbf{K}_D = \begin{bmatrix} a_{11} + jb_{11} & a_{12} + jb_{12} & \cdots & a_{1n} + jb_{1n} \\ a_{21} + jb_{21} & a_{22} + jb_{22} & \cdots & a_{2n} + jb_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} + jb_{n1} & a_{n2} + jb_{n2} & \cdots & a_{nn} + jb_{nn} \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Para cada elemento:

$$K_{Pij}^\Delta + \frac{K_{Iij}^\Delta}{j\omega} + j\omega K_{Dij}^\Delta = a_{ij} + jb_{ij}, \quad (4.34)$$

$$K_{Pij}^\Delta + \frac{K_{Iij}^\Delta}{j\omega} + j\omega K_{Dij}^\Delta = \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)) + j\Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)), \quad (4.35)$$

$$K_{Pij}^\Delta - j\frac{K_{Iij}^\Delta}{\omega} + j\omega K_{Dij}^\Delta = \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)) + j\Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)). \quad (4.36)$$

Separando-se as partes real e imaginária, tem-se:

$$K_{Pij}^\Delta = \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)), \quad (4.37)$$

$$-\frac{K_{Iij}^\Delta}{\omega} + \omega K_{Dij}^\Delta = \Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega)). \quad (4.38)$$

Considerando um intervalo de frequência com N pontos:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} K_{Pij}^\Delta = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Re(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}, \quad (4.39)$$

$$\begin{bmatrix} -1/\omega_1 & \omega_1 \\ -1/\omega_2 & \omega_2 \\ \vdots & \vdots \\ -1/\omega_N & \omega_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{Iij}^\Delta & K_{Dij}^\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_1)) \\ \Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_2)) \\ \vdots \\ \Im(\mathbf{C}_{ij}^\Delta(j\omega_N)) \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Definindo Φ_{rij} e Ω_{rij} conforme a equação (4.30), tem-se:

$$K_{Pij}^\Delta = (\Phi_{rij}^T \Phi_{rij})^{-1} \Phi_{rij}^T \Omega_{rij}. \quad (4.41)$$

Porém, como Φ_{rij} é um vetor coluna de comprimento N com todos os elementos iguais à 1, então:

$$\Phi_{rij}^T \Phi_{rij} = N, \quad (4.42)$$

$$(\Phi_{rij}^T \Phi_{rij})^{-1} = 1/N. \quad (4.43)$$

Assim, obtém-se a equação (4.28).

Definindo Φ_{ij} e Ω_{ij} como na equação (4.31), obtém-se a equação (4.29).

■

4.3 Resultados de simulação

Nesta Seção, os resultados de simulação da aplicação da técnica de reprojeto dos controladores PI/PID proposta nesta Seção são apresentados. Processos *benchmark* com diferentes dimensões são considerados. No exemplo 1, o controlador PID é reprojeto, nos demais exemplos o controlador PI é considerado.

A resposta no domínio da frequência do processo em malha fechada foi obtida experimentalmente. Para isso, a malha fechada foi excitada com um sinal PRBS, por ser um sinal mais rico. Assim como no Capítulo anterior o período de *clock* do sinal PRBS T_{ck} foi definido como uma função da constante de tempo dominante estimada τ_{ii} do processo (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011):

$$T_{ck} = \frac{\tau_{ii}}{5}. \quad (4.44)$$

Em seguida, foi realizada a transformada de Fourier dos sinais de entrada e saída coletados.

As curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade inicial ($\mathbf{S}^0(j\omega)$ e $\mathbf{Q}^0(j\omega)$) e reprojetoada ($\mathbf{S}^1(j\omega)$ e $\mathbf{Q}^1(j\omega)$) (Seção 2.4) são utilizadas para comparar as malhas fechadas inicial e reprojetoada. Além disso, os índices no domínio do tempo apresentados na Seção 2.3 também são calculados a partir da resposta ao degrau unitário da malha fechada.

4.3.1 Exemplo 1

Considera-se a coluna de destilação binária Wood-Berry (WOOD; BERRY, 1973):

$$\mathbf{G}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s + 1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s + 1} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{10,9s + 1} & \frac{-19,4e^{-3s}}{14,4s + 1} \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

O modelo de referência, definido como o modelo muito rápido da Tabela 3.1, é dado por:

$$\mathbf{T}_{rex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-1s}}{5,9s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{e^{-3s}}{5,8s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

e o controlador inicial é dado por (VU; LEE; LEE, 2007):

$$\mathbf{C}_{ex1}^0(s) = \begin{bmatrix} 0,34 + \frac{0,0198}{s} + 0,167s & 0 \\ 0 & -0,14 - \frac{0,0081}{s} - 0,19s \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

Neste exemplo, o reprojeto do controlador PID é realizado. Para reprojeter o controlador PID, primeiro foi calculado o valor de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ usando a equação (4.3) do Lema 2. Em seguida, os ganhos de K_{Pij}^Δ , K_{Iij}^Δ e K_{Dij}^Δ foram calculados usando as equações (4.28) e (4.29) do Lema 4. Somando os ganhos calculados (\mathbf{C}^Δ) com os ganhos do controlador inicial, equação (4.2), tem-se o controlador reprojetoado dado por:

$$\mathbf{C}_{ex1}^1(s) = \begin{bmatrix} 0,16 + \frac{0,0197}{s} + 0,168s & -0,0672 - \frac{0,0157}{s} + 0,0339s \\ -0,0132 + \frac{0,0088}{s} - 0,0662s & -0,0538 - \frac{0,012}{s} - 0,102s \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Observe que mesmo o controlador inicial sendo descentralizado, o reprojetoado é centralizado. Este fato é consequência da escolha do modelo de referência diagonal e da existência do acoplamento entre as malhas.

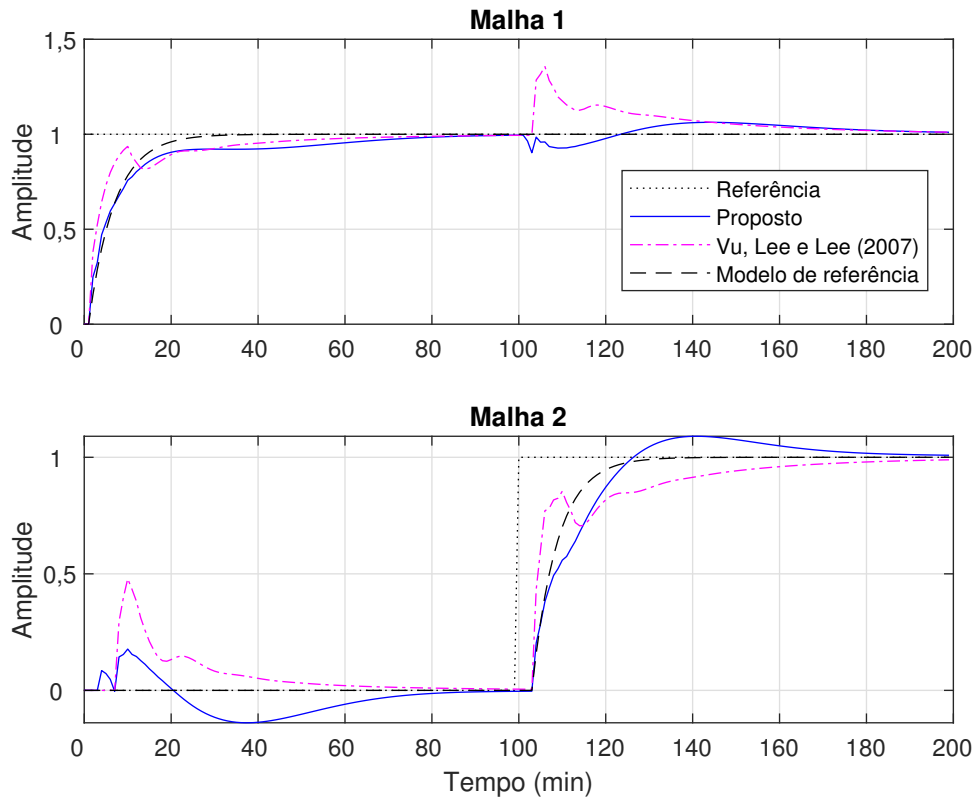
As respostas ao degrau das malhas fechadas reprojetoadas ($\mathbf{T}^1(s)$), inicial (VU; LEE; LEE, 2007) e de referência ($\mathbf{T}_r(s)$), assim como o sinal de referência, são apresentadas na Figura 4.1. Pode-se observar que o sinal de saída da malha fechada com o controlador reprojetoado se aproxima do modelo de referência com redução do acoplamento entre as malhas. Essa redução é justificada pelo fato do controlador reprojetoado ser centralizado, diferente do inicial que é descentralizado. Por outro lado, um sobressinal de 9% é observado na malha 2 reprojetoada, enquanto que a saída da malha inicial o sobressinal é nulo. A malha reprojetoada também apresenta redução no M_r , como apresentado na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Índices de desempenho - Exemplo 1.

	Rastreamento da saída de referência - M_r	
	Malha 1	Malha 2
Reprojetoado	7,9721	11,599
Vu, Lee e Lee (2007)	12,039	13,693
	Variação total do sinal de controle - TV	
	Malha 1	Malha 2
Reprojetoado	5,4194	2,0645
Vu, Lee e Lee (2007)	4,0610	1,0387

O sinal de controle das malhas reprojetoada e inicial e as curvas do máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) são apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3, respectivamente. O valor da variação total do sinal de controle (TV) é apresentado

Figura 4.1: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 1.

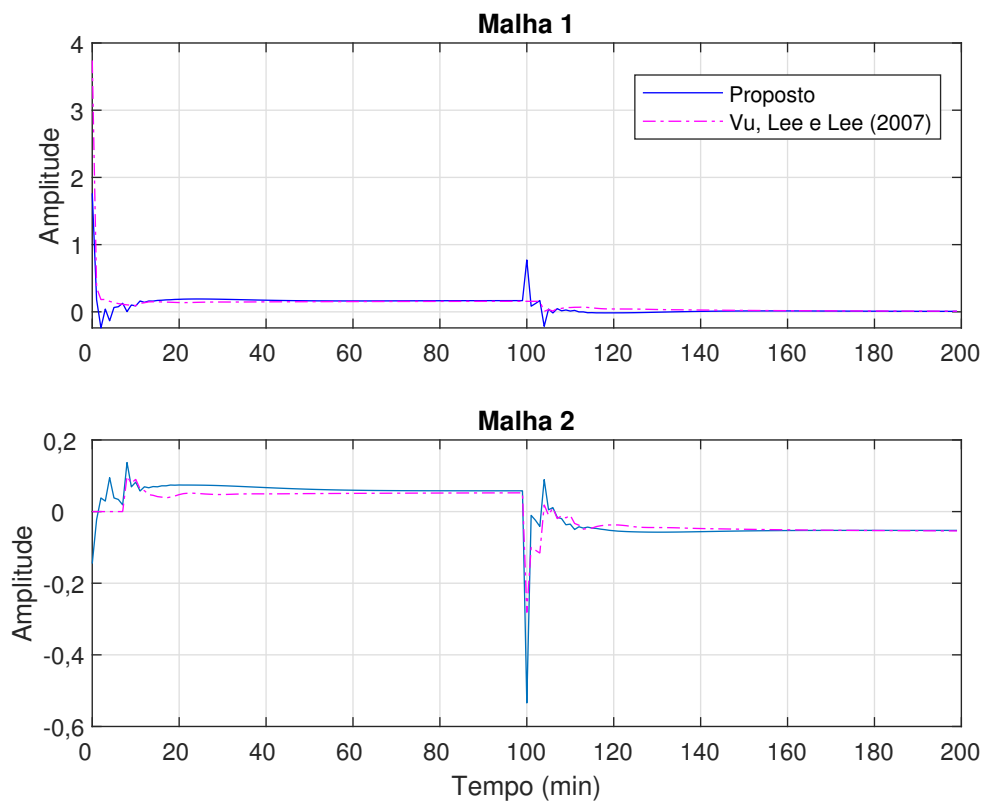


Fonte: Elaborada pela autora.

na Tabela 4.1. Como pode ser observado na Figura 4.2, o sinal de controle da malha reprojeta sofre maior variação, conseqüentemente o valor de TV é maior. A justificativa é a substituição do controle descentralizado para centralizado. No entanto, para frequências maiores do que 0,02 rad/s a curva do máximo valor singular de $\mathbf{Q}^1(j\omega)$ da malha reprojeta está abaixo da curva correspondente a malha inicial.

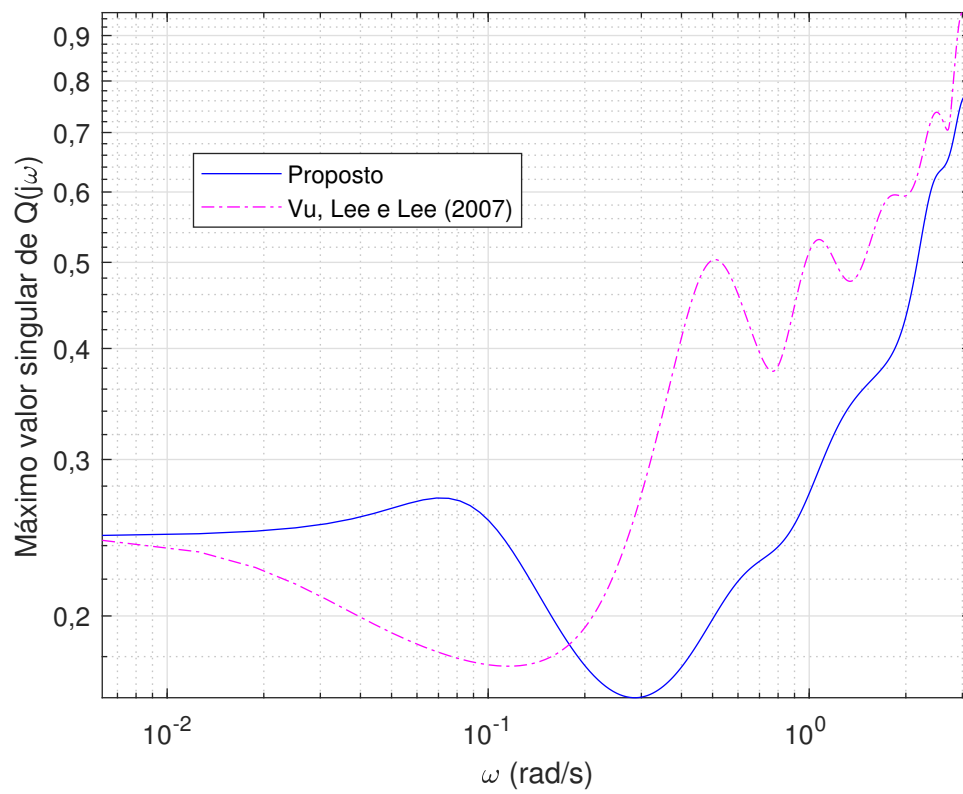
As curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade são apresentadas na Figura 4.4. O máximo valor singular das malhas reprojeta e inicial é sempre menor do que dois, o que garante a robustez. No entanto, o máximo valor da curva da malha reprojeta é menor do que o valor da malha inicial para a maioria das frequências.

Figura 4.2: Sinais de controle - Exemplo 1.



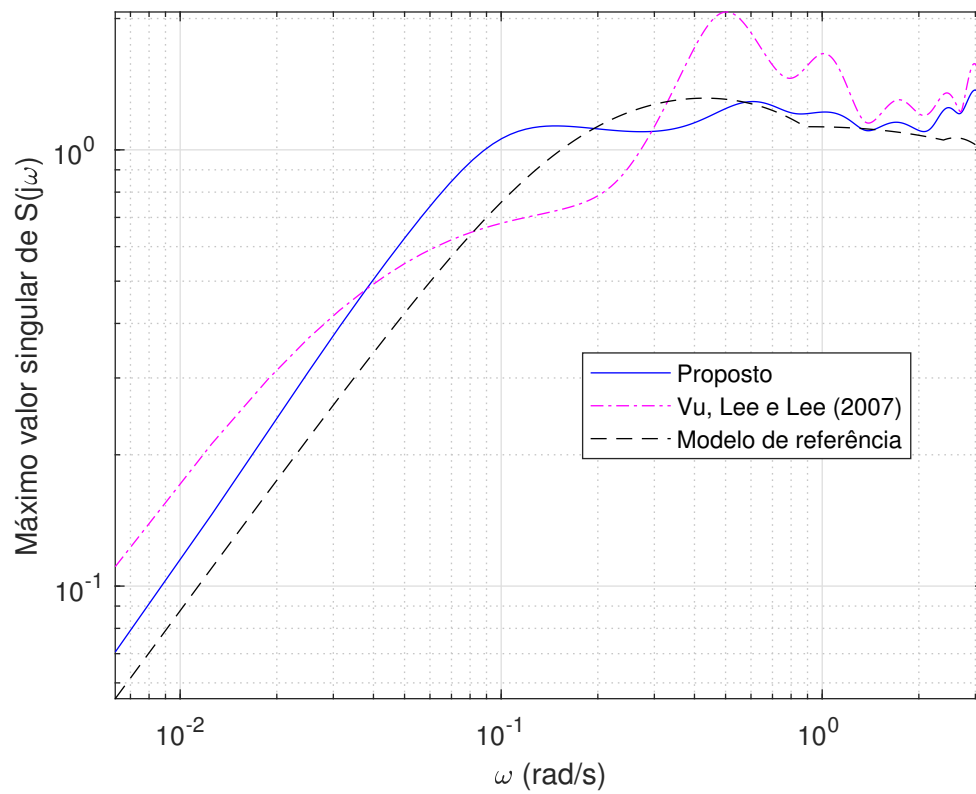
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.3: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.4: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.2 Exemplo 2

Considera-se a coluna ternária Tyreus caso 4 (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{G}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1,986e^{-0,71s}}{66,7s + 1} & \frac{5,24e^{-60s}}{400s + 1} & \frac{5,984e^{-2,24s}}{14,29s + 1} \\ \frac{0,0204e^{-0,59s}}{(7,14s + 1)^2} & \frac{-0,33e^{-0,68s}}{(2,38s + 1)^2} & \frac{2,38e^{-0,42s}}{(1,43s + 1)^2} \\ \frac{0,37e^{-7,75s}}{22,22s + 1} & \frac{-11,3e^{-3,79s}}{(21,74s + 1)^2} & \frac{-9,811e^{-1,59s}}{11,36s + 1} \end{bmatrix}, \quad (4.49)$$

o modelo de referência de malha fechada, malha normal (Tabela 3.1), dado por:

$$\mathbf{T}_{rex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-0,71s}}{70s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-3,8s}}{15,24s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-1,59s}}{46,03s + 1} \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

e o controlador centralizado inicial dado por (LEE; EDGAR, 2006):

$$\mathbf{C}_{ex2}^0(s) = \begin{bmatrix} -7,04 - \frac{0,623}{s} & 0 & 0 \\ 0 & -2,2 - \frac{0,0948}{s} & 0 \\ 0 & 0 & -0,114 - \frac{0,0047}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.51)$$

Para realizar o reprojeto do controlador PI, primeiro foi calculado o valor de $\mathbf{C}^\Delta(j\omega)$ usando o Lema 2. Em seguida, os ganhos de K_{Pij}^Δ e K_{Iij}^Δ foram calculados usando as equações (4.15) e (4.16) do Lema 3, respectivamente. Finalmente, resolve-se a equação (4.2), ou seja, adiciona-se os valores dos ganhos de \mathbf{C}^Δ aos valores dos ganhos do controlador inicial (4.51) e obtém-se o controlador reprojetoado dado por:

$$\mathbf{C}_{ex2}^1(s) = \begin{bmatrix} -0,447 - \frac{0,0076}{s} & 3,81 + \frac{0,0295}{s} & 0,119 - \frac{0,0041}{s} \\ -0,0167 - \frac{0,0003}{s} & -0,392 - \frac{0,0161}{s} & -0,0988 - \frac{0,0018}{s} \\ -0,0007 & -0,0705 + \frac{0,0196}{s} & -0,0153 - \frac{0,0002}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.52)$$

As respostas ao degrau das malhas fechadas reprojetoadas, inicial (LEE; EDGAR, 2006) e do modelo de referência e o sinal de referência são apresentadas na Figura 4.5. Pode-se observar que a resposta da malha fechada com o controlador reprojetoado se aproxima do modelo de referência. Embora, na malha reprojetoada, verifica-se maior acoplamento da saída 1 com as entradas das outras malhas, nas demais malhas o acoplamento foi reduzido.

Tabela 4.2: Índices de desempenho - Exemplo 2.

Rastreamento da saída de referência - M_r			
	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Reprojetado	95,079	1,2124	20,62
Dhanya Ram e Chidambaram (2015)	103,24	47,330	250,96
Variação total do sinal de controle - TV			
	Malha 1	Malha 2	Malha 3
Reprojetado	7,9030	0,7879	0,5509
Dhanya Ram e Chidambaram (2015)	41,321	12,138	2,4172

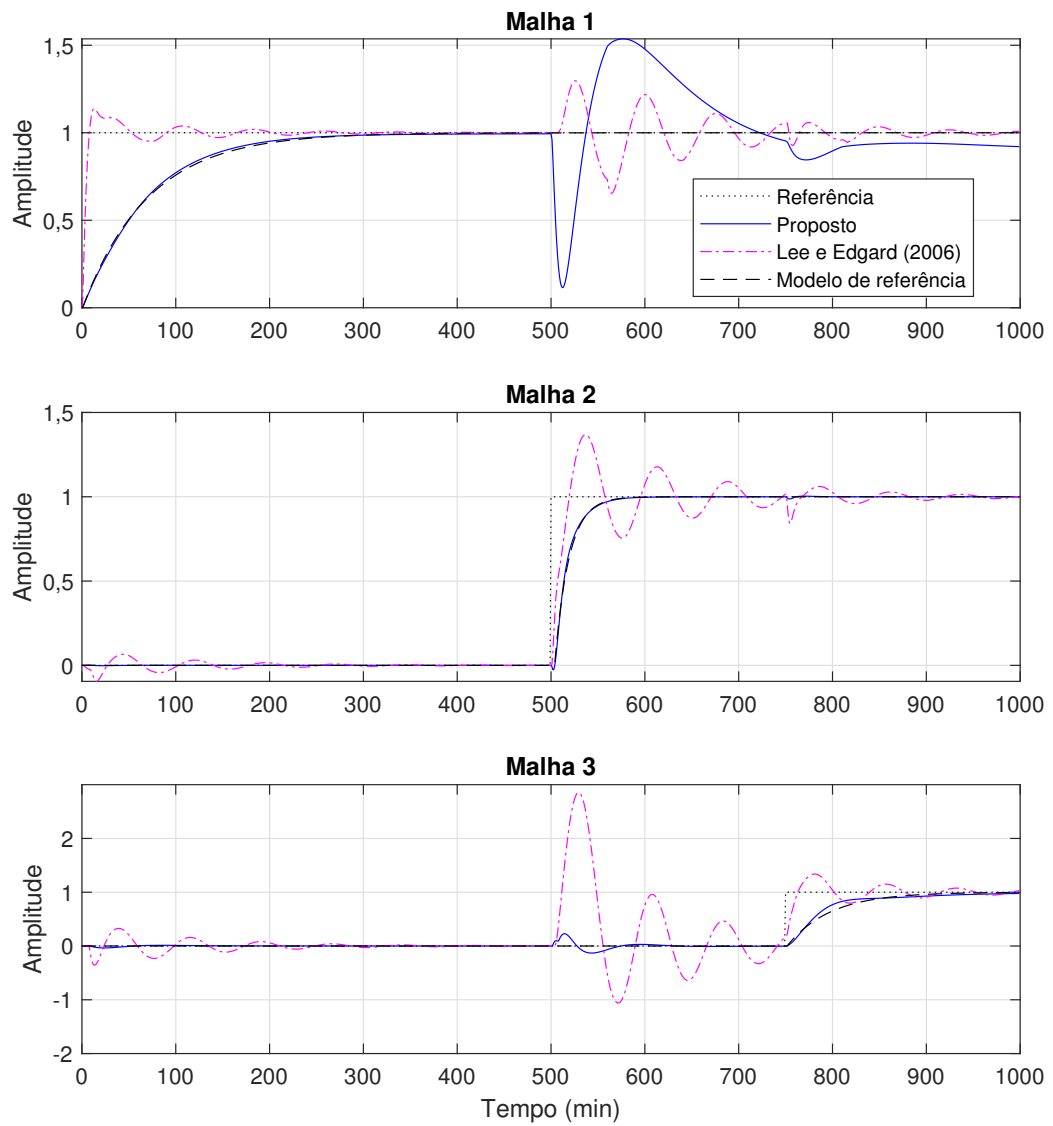
Além disso, os sinais de saída da malha reprojetada não apresenta sobressinal nem oscilação, diferente da malha inicial que é um sistema subamortecido. Como consequência, pode-se observar na Tabela 4.2 a redução do M_r da malha reprojetada quando comparado ao da malha inicial.

Nas Figuras 4.6 e 4.7, os sinais de controle das malhas reprojetada e inicial e as curvas do máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($\mathbf{Q}(j\omega)$) são apresentados. A variação total do sinal de controle (TV) é apresentada na Tabela 4.2. Observa-se o menor valor de TV para malha reprojetada quando comparada com a malha fechada inicial.

Além disso, a malha reprojetada é mais robusta, pois o pico da curva do máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}^1(j\omega)$) é menor do que 2 (ver Figura 4.8). O valor do pico da malha inicial é 12,2 na frequência $\omega = 0,08$ rad/s.

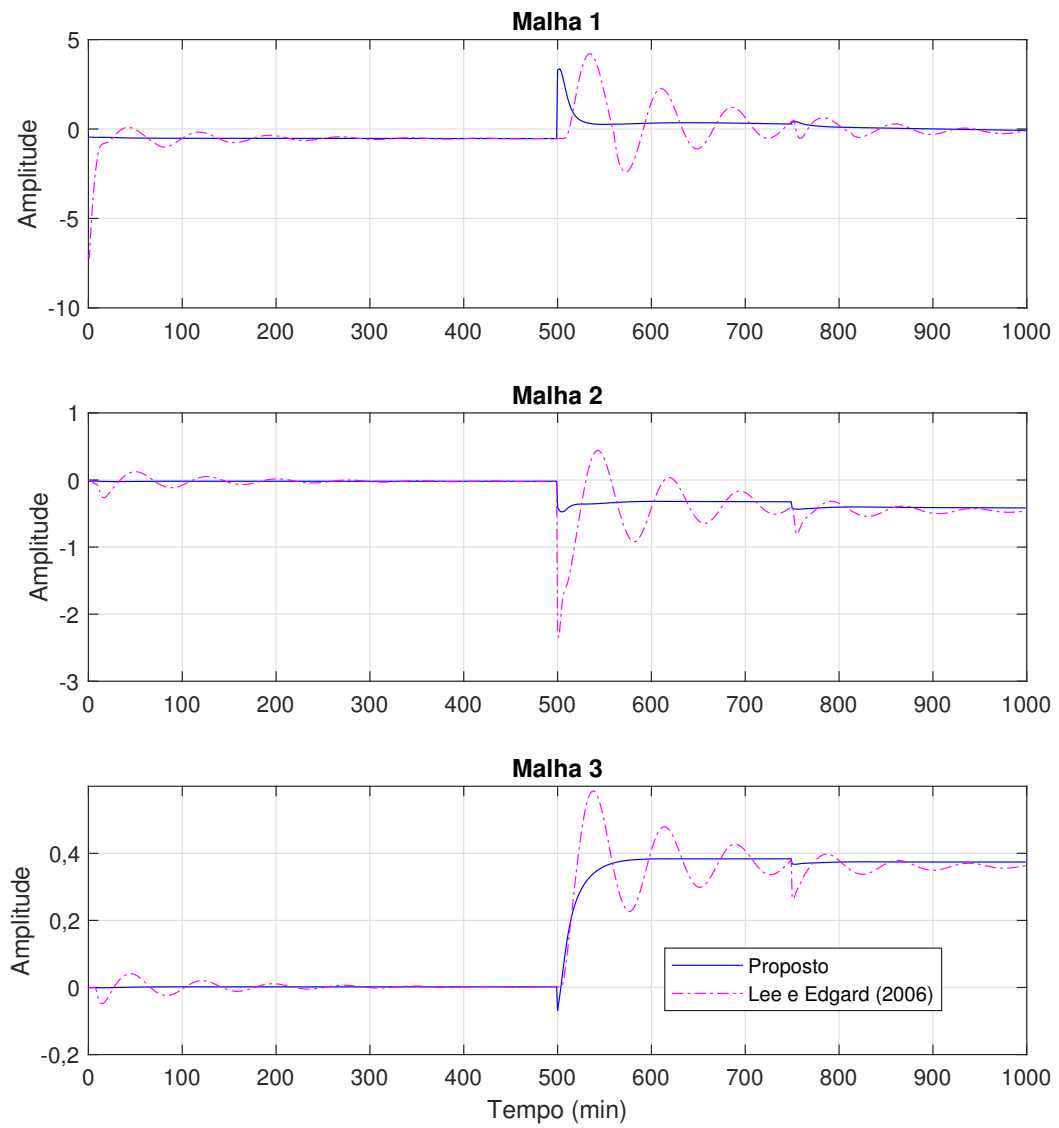
Os resultados obtidos são justificados pelo modelo de malha fechada de referência considerado. Devido à essa escolha, o objetivo do reprojeto foi tornar a malha fechada mais suave. Conseqüentemente, tem-se maior margem de estabilidade, redução de oscilação nos sinais de saída e redução das variações do sinal de controle.

Figura 4.5: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 2.



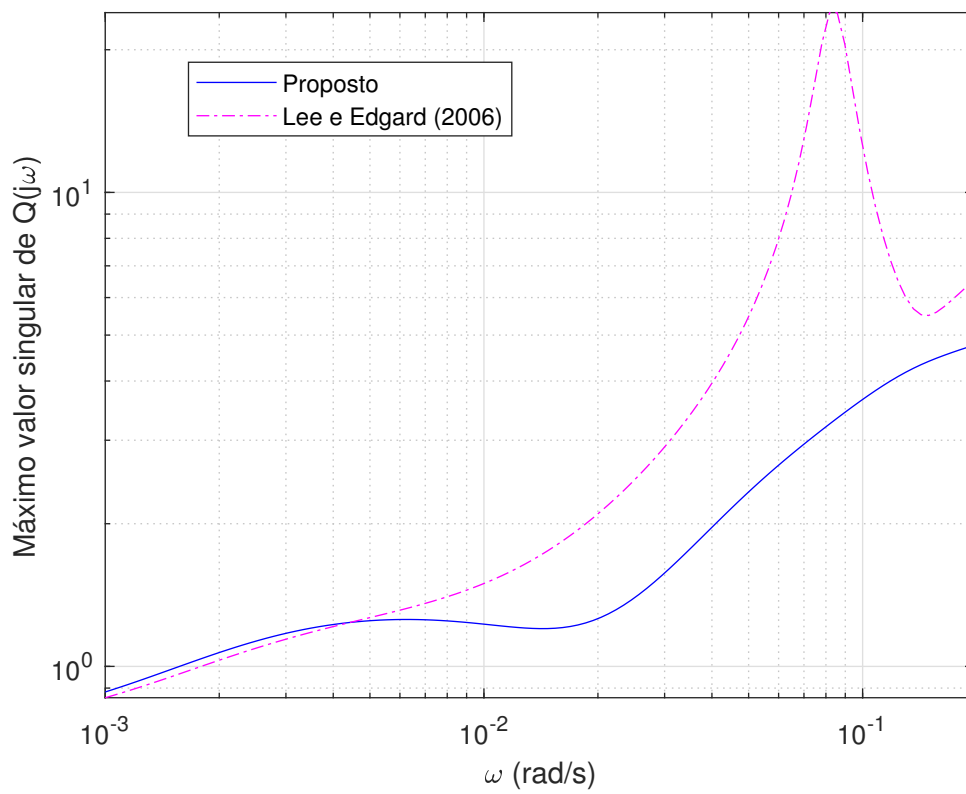
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.6: Sinais de controle - Exemplo 2.



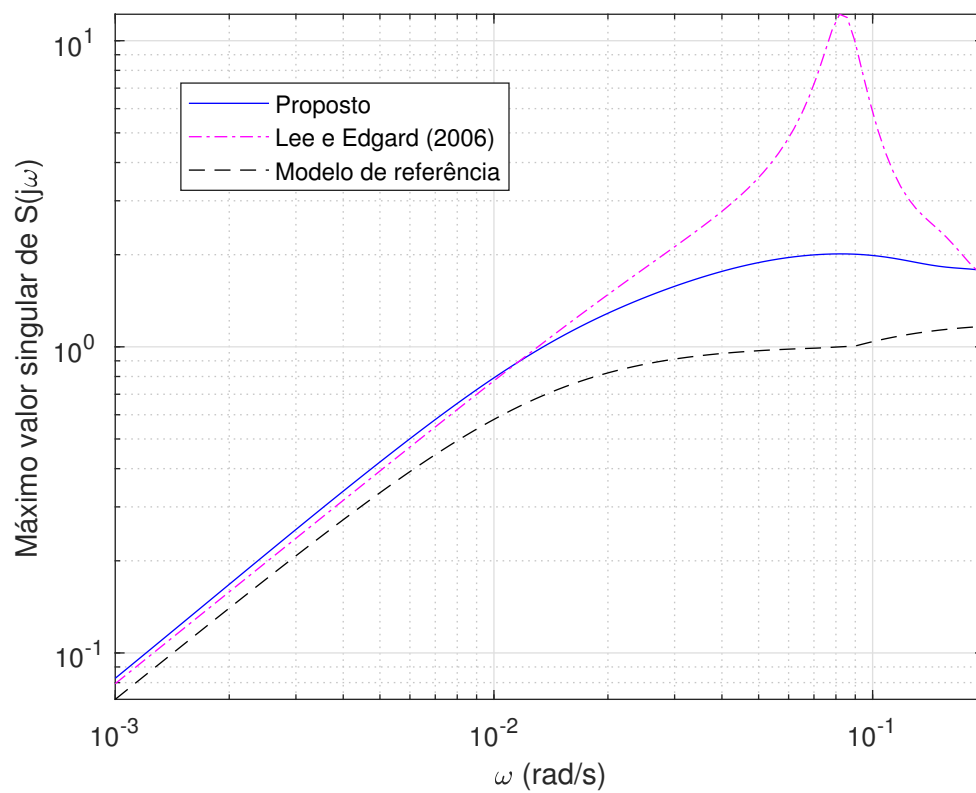
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.7: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.8: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($\mathbf{S}(j\omega)$) - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.3 Exemplo 3

Considera-se a função de transferência do processo Alatiqi caso 1 (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{G}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{2,22e^{-2,5s}}{(36s+1)(25s+1)} & \frac{-2,94(7,9s+1)e^{-0,05s}}{(23,7s+1)^2} & \frac{0,017e^{-0,2s}}{(31,6s+1)(7s+1)} & \frac{-0,64e^{-20s}}{(29s+1)^2} \\ \frac{-2,33e^{-5s}}{(35s+1)^2} & \frac{3,46e^{-1,01s}}{32s+1} & \frac{-0,51e^{-7,5s}}{(32s+1)^2} & \frac{1,68e^{-2s}}{(28s+1)^2} \\ \frac{-1,06e^{-22s}}{(17s+1)^2} & \frac{3,511e^{-13s}}{(12s+1)^2} & \frac{4,41e^{-1,01s}}{16,2s+1} & \frac{-5,38e^{-0,5s}}{17s+1} \\ \frac{-5,73e^{-2,5s}}{(8s+1)(50s+1)} & \frac{4,32(25s+1)e^{-0,01s}}{(50s+1)(5s+1)} & \frac{-1,25e^{-2,8s}}{(43,6s+1)(9s+1)} & \frac{4,78e^{-1,15s}}{(48s+1)(5s+1)} \end{bmatrix}, \quad (4.53)$$

e o modelo de referência (malha rápida na Tabela 3.1) dado por:

$$\mathbf{T}_{rex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-2,5s}}{42,33s+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-1,01s}}{22,01s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-1,01s}}{11,47s+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^{-1,15s}}{36,1s+1} \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

Nesse exemplo o controlador inicial (CHEN; SEBORG, 2003) é descentralizado e dado por:

$$\mathbf{C}_{ex3}^0(s) = \begin{bmatrix} 0,176 + \frac{0,0028}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,220 + \frac{0,0071}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,15 + \frac{0,3923}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,447 + \frac{0,0094}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

O controlador reprojeto é o controlador centralizado dado por:

$$\mathbf{C}_{ex3}^1(s) = \begin{bmatrix} 0,104 + \frac{0,0351}{s} & -0,673 + \frac{0,0619}{s} & -0,363 + \frac{0,0090}{s} & -0,215 - \frac{0,0044}{s} \\ -0,42 + \frac{0,0083}{s} & 0,106 - \frac{0,0346}{s} & -0,17 - \frac{0,005}{s} & -0,0841 - \frac{0,005}{s} \\ 0,999 + \frac{0,0633}{s} & 0,266 + \frac{0,0573}{s} & -0,098 + \frac{0,0396}{s} & 0,354 + \frac{0,0127}{s} \\ 0,953 + \frac{0,0504}{s} & -0,0485 + \frac{0,0574}{s} & -0,357 + \frac{0,0178}{s} & 0,382 + \frac{0,0081}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.56)$$

As respostas das malhas fechadas reprojetoada, inicial e de referência, além do sinal de referência, são apresentadas na Figura 4.9. Observe que o comportamento das malhas diretas se aproximam do desejado, fato também verificado na Tabela 4.3, na qual os

Tabela 4.3: Índices de desempenho - Exemplo 3.

Rastreamento da saída de referência - M_r				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Reprojetado	79,319	69,458	58,175	202,22
Chen e Seborg (2003)	899,36	135,58	57,093	375,31
Variação total do sinal de controle - TV				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Reprojetado	12,982	4,5077	7,262	10,655
Chen e Seborg (2003)	2,5009	1,1518	136,65	4,2393

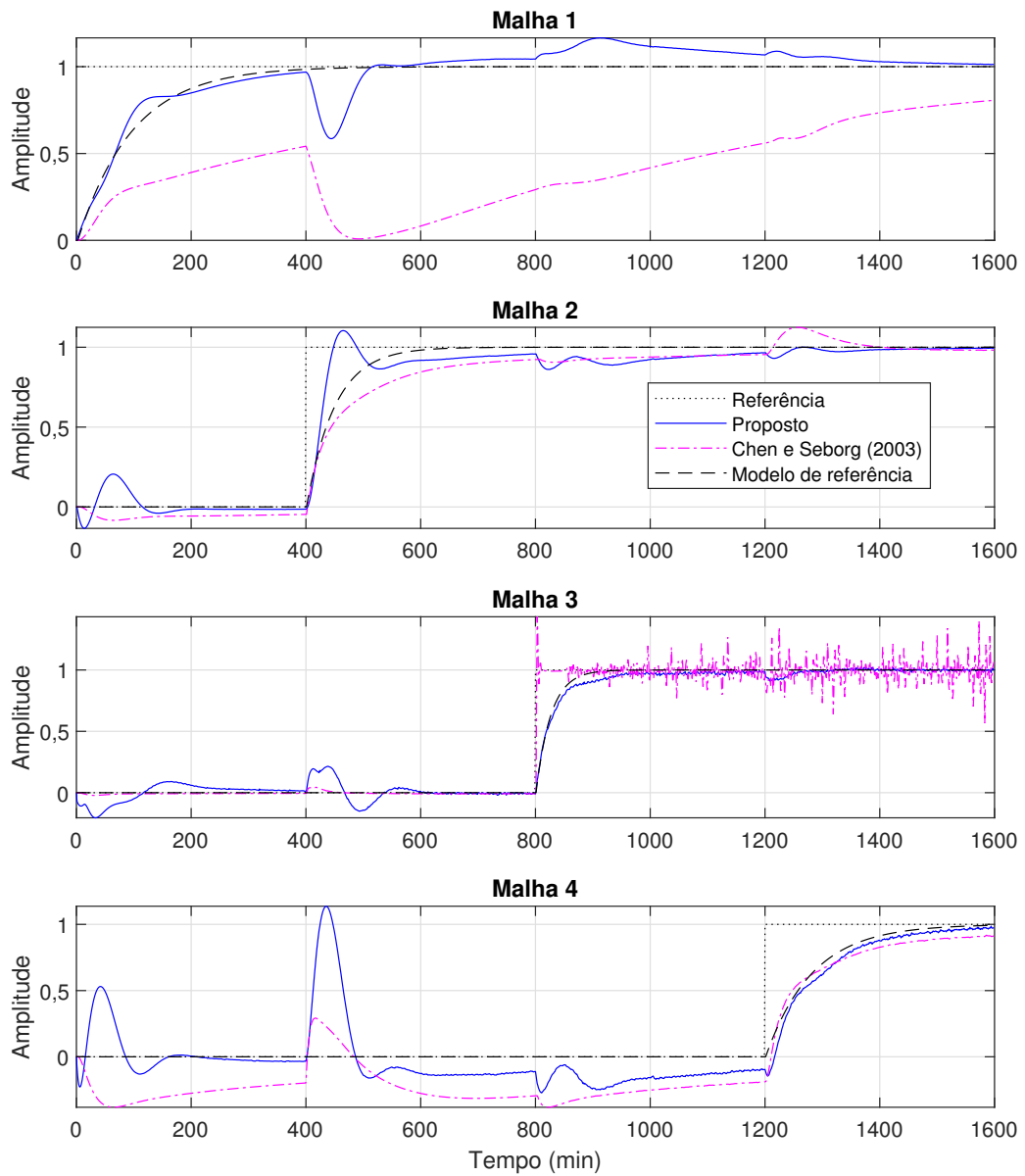
índices de desempenho são apresentados. Neste exemplo, o objetivo foi tornar a resposta das malhas 1 e 2 mais rápidas. Como consequência, observa-se sobressinal e aumento da resposta do acoplamento nas malhas cruzadas.

Além disso, a variação do sinal de controle aumenta, como pode ser observado na Tabela 4.3 e na Figura 4.10, na qual os sinais de controle são apresentados. As curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade de controle são apresentadas na Figura 4.11. Observe o aumento da magnitude de $\mathbf{Q}(s)$ em todas as frequências considerada com o reprojeto.

Na Figura 4.12, as curvas do máximo valor singular das funções de sensibilidade são apresentadas. Neste caso, o valor do pico da curva da malha reprojetada é 5,48 na frequência $\omega = 0,078$ rad/s, valor alto quando comparado a malha inicial. No entanto, esse valor não significa instabilidade da malha fechada reprojetada. Esse aumento era previsto, devido ao modelo de referência escolhido.

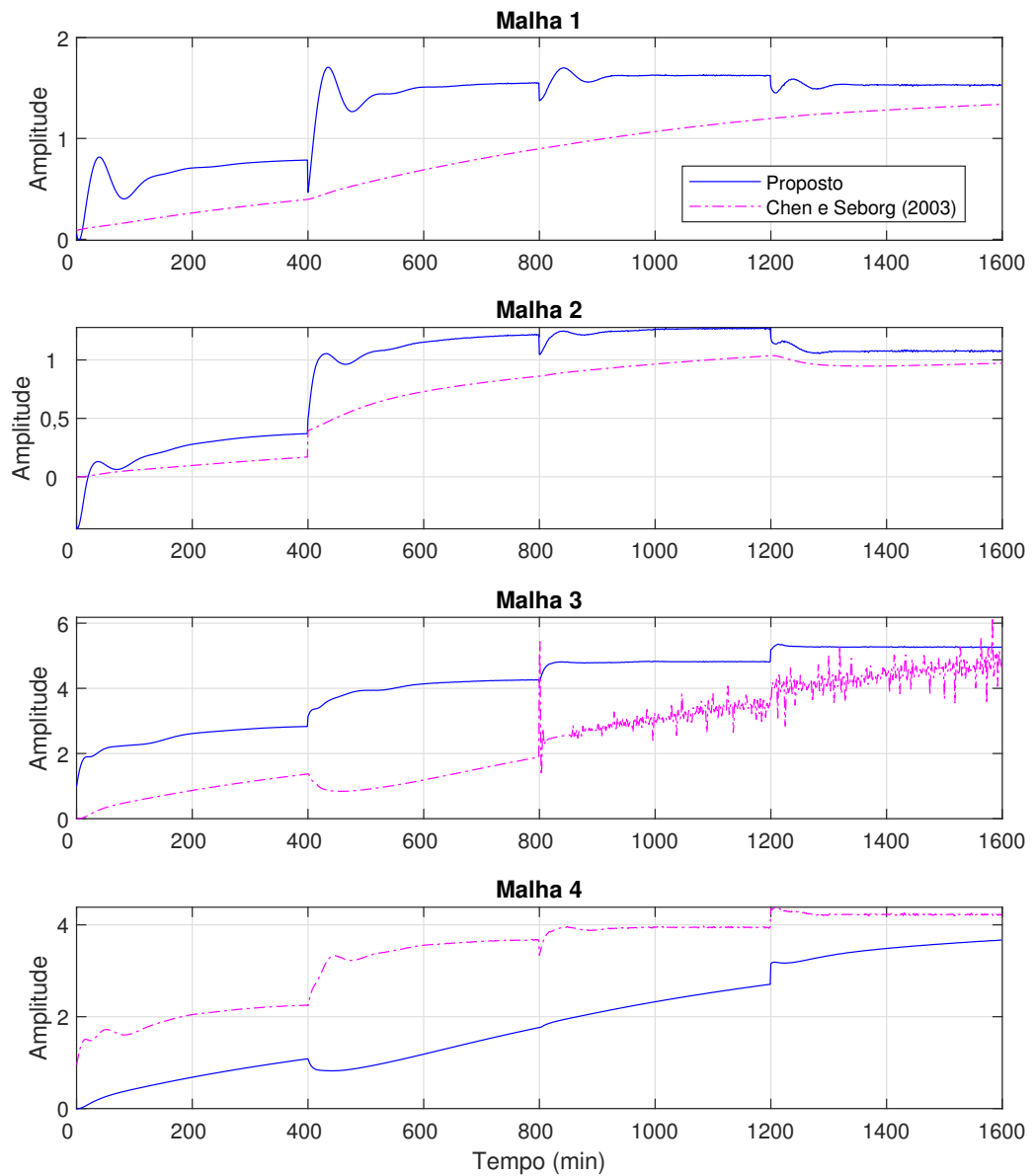
Nesse exemplo, verificou-se um grande acoplamento entre as malhas e o valor do pico da curva de $\sigma_{max}(\mathbf{S}(j\omega))$ maior do que 2. Para diminuir o acoplamento e aumentar a robustez, um modelo de referência mais suave deve ser utilizado. Por exemplo, usando como modelo de referência a malha lenta (Tabela 3.1), é possível obter uma malha fechada menos acoplada e valores de $\sigma_{max}(\mathbf{S}(j\omega))$ menores do que 3.

Figura 4.9: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 3.



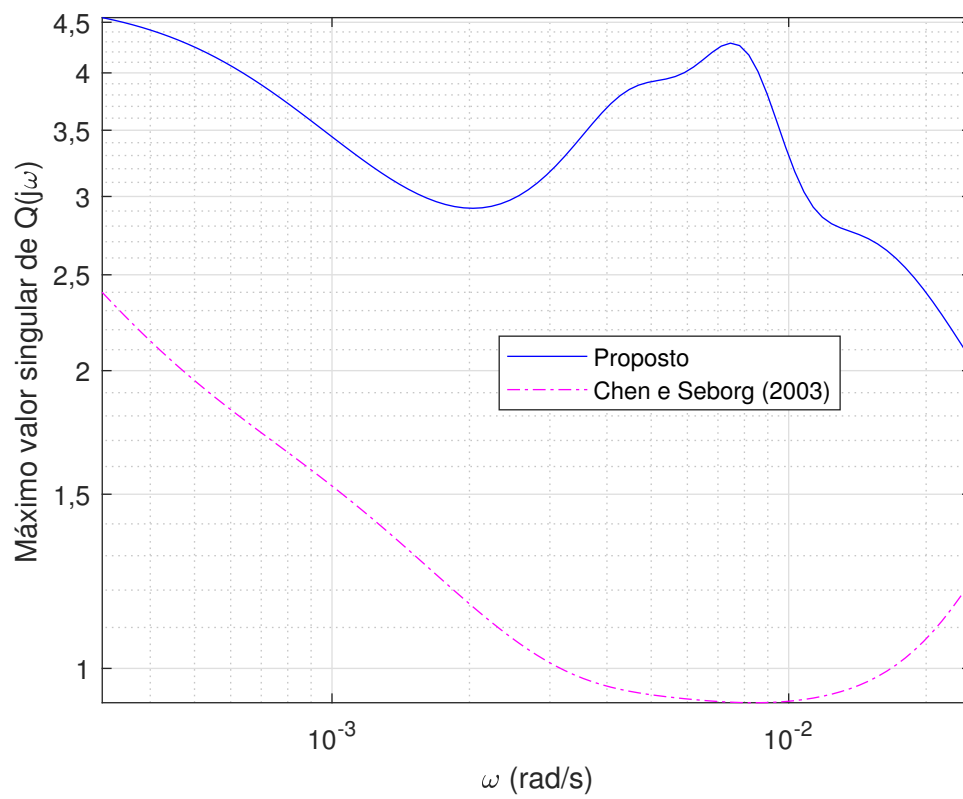
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.10: Sinais de controle - Exemplo 3.



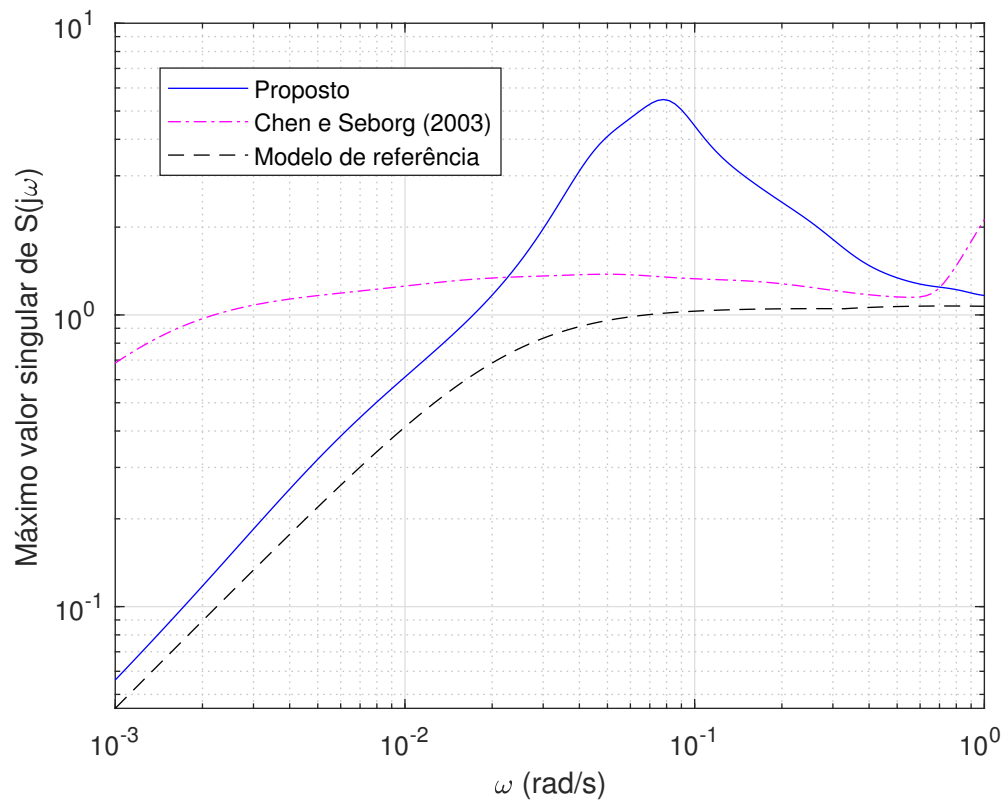
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.11: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.12: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($S(j\omega)$) - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.4 Exemplo 4

Considera-se o modelo dos reatores de um processo de hidrotreatamento (AGUIAR et al., 2020):

$$\mathbf{G}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,1215e^{-838s}}{538,01s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0,8785e^{-1478s}}{882,82s + 1} & \frac{-0,1931e^{-612,78s}}{433,16s + 1} & 0 & 0 \\ \frac{0,8770e^{-2646,46s}}{878,77s + 1} & \frac{-0,1647e^{-1699,31s}}{2378,17s + 1} & \frac{-0,0674e^{-473,21s}}{455,03s + 1} & 0 \\ \frac{0,9321e^{-3568s}}{1052,2s + 1} & \frac{-0,1588e^{-2299,74s}}{1363,77s + 1} & \frac{-0,0572e^{-882,65s}}{949,36s + 1} & \frac{-0,0783e^{-475,87s}}{693,15s + 1} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

e o modelo de referência, a malha muito rápida da Tabela 3.1, dado por:

$$\mathbf{T}_{rex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-838s}}{473,7s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^{-613s}}{348,6s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-473s}}{309,4s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^{-476s}}{389,7s + 1} \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

O controlador descentralizado inicial projetado pelo método SIMC (SKOGESTAD, 2003) é dado por:

$$\mathbf{C}_{ex4}^0(s) = \begin{bmatrix} 0,1336 + \frac{0,0003}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,8294 - \frac{0,0019}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,898 - \frac{0,0064}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,146 - \frac{0,0045}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

Como a dinâmica do processo, considerado neste exemplo, é representada por uma matriz de transferência triangular, o controlador obtido também é triangular. Dessa forma, o controlador reprojeto é dado por:

$$\mathbf{C}_{ex4}^1(s) = \begin{bmatrix} 0,713 + \frac{0,0006}{s} & 0 & 0 & 0 \\ -0,234 + \frac{0,0013}{s} & -3,77 - \frac{0,0046}{s} & 0 & 0 \\ 0,673 - \frac{0,0027}{s} & -0,413 - \frac{0,0016}{s} & -10,7 - \frac{0,0122}{s} & 0 \\ 2,37 + \frac{0,0011}{s} & 0,47 - \frac{0,0048}{s} & -2,35 + \frac{0,012}{s} & -11,1 - \frac{0,0102}{s} \end{bmatrix}. \quad (4.60)$$

Na Figura 4.13, as respostas ao degrau das malhas fechadas inicial e reprojeto são

Tabela 4.4: Índices de desempenho - Exemplo 4.

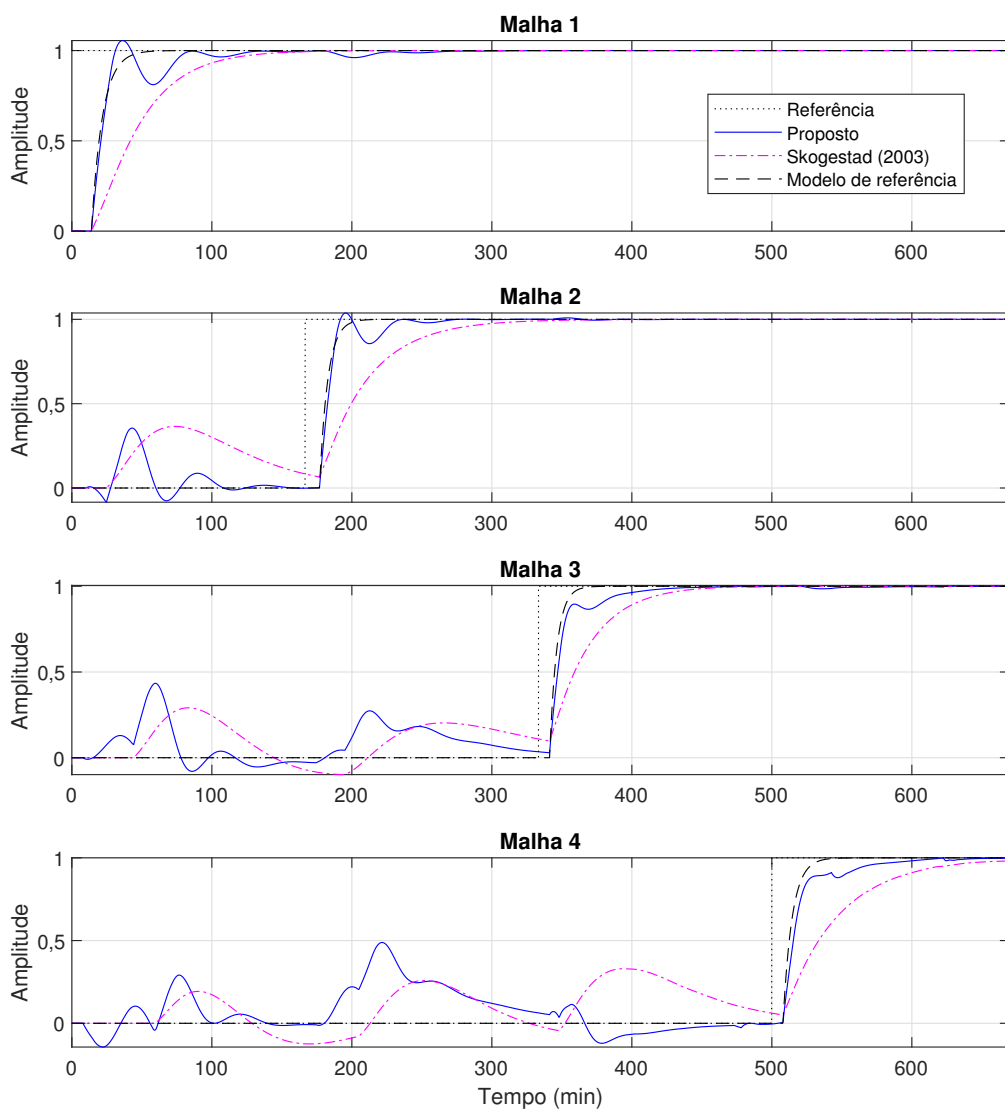
Rastreamento da saída de referência - M_r				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Reprojetado	539,28	910,19	2427,5	3520,5
Skogestad (2003)	1660,7	3595,9	3666,4	5630,5
Variação total do sinal de controle - TV				
	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4
Reprojetado	1,4760	16,875	57,801	66,457
Skogestad (2003)	0,7583	8,622	28,725	30,332

apresentadas. De acordo com o modelo de referência definido, o objetivo do reprojeto foi diminuir o tempo de resposta da malha. O que resultou em um sobressinal de 5% e 3,8% nas malhas 1 e 2, respectivamente. Por outro lado, os valores do erro de rastreamento do M_r foram reduzidos com o reprojeto, como mostrado na Tabela 4.4.

Como esperado, devido ao modelo de referência escolhido, a variação do sinal de controle, apresentado na Tabela 4.4, aumentou com o reprojeto. Este fato também é observado nas Figuras 4.14 e 4.15, onde os sinais de controle e as curvas do máximo valor singular de $\mathbf{Q}(j\omega)$ são apresentados, respectivamente.

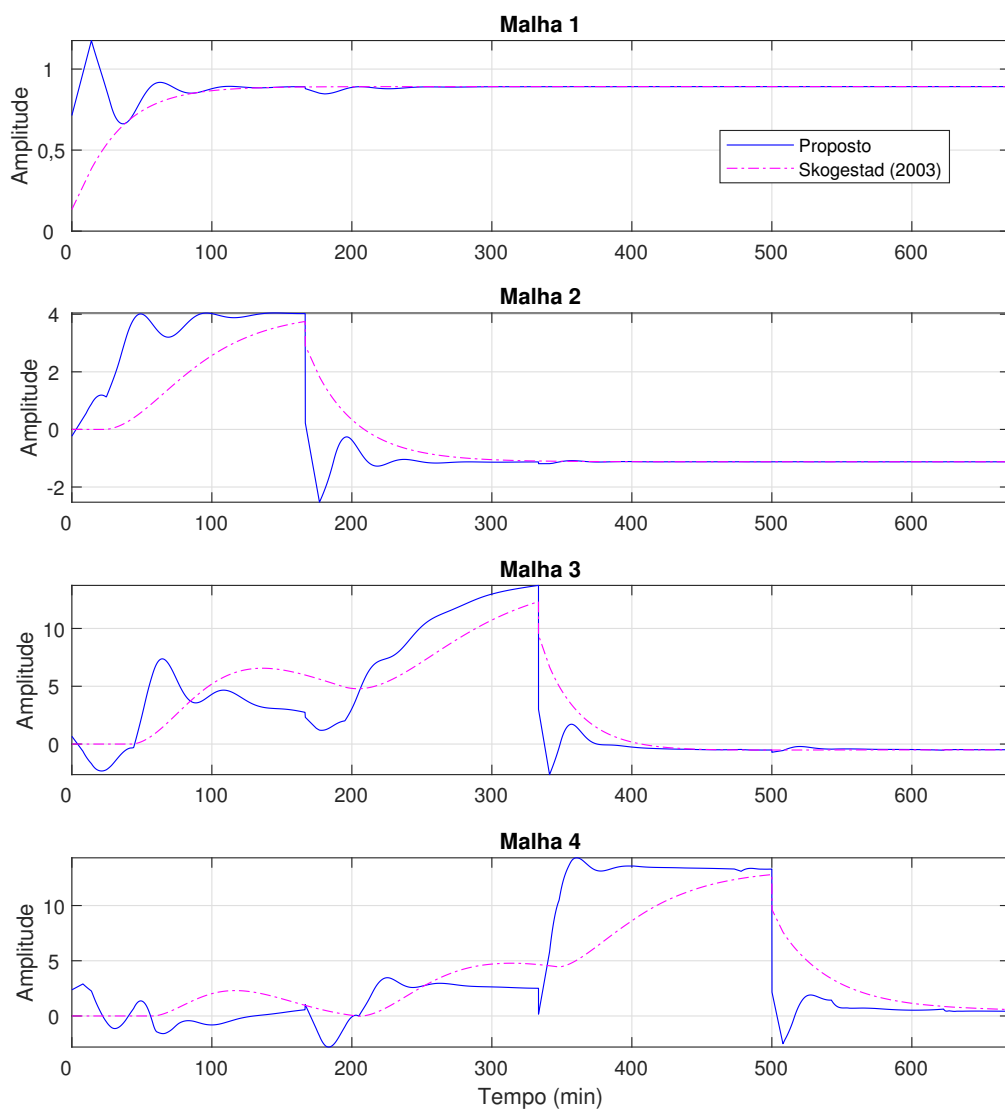
Na Figura 4.16, as curvas do máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$ são apresentadas. O pico da curva reprojeta é 2,3. Nesse caso, como consequência das escolhas do projeto, a margem de estabilidade da malha inicial é maior do que da malha reprojeta. Com o reprojeto foi possível tornar a resposta do sistema mais rápida, porém sem comprometer a estabilidade.

Figura 4.13: Resposta ao degrau das malhas fechadas - Exemplo 4.



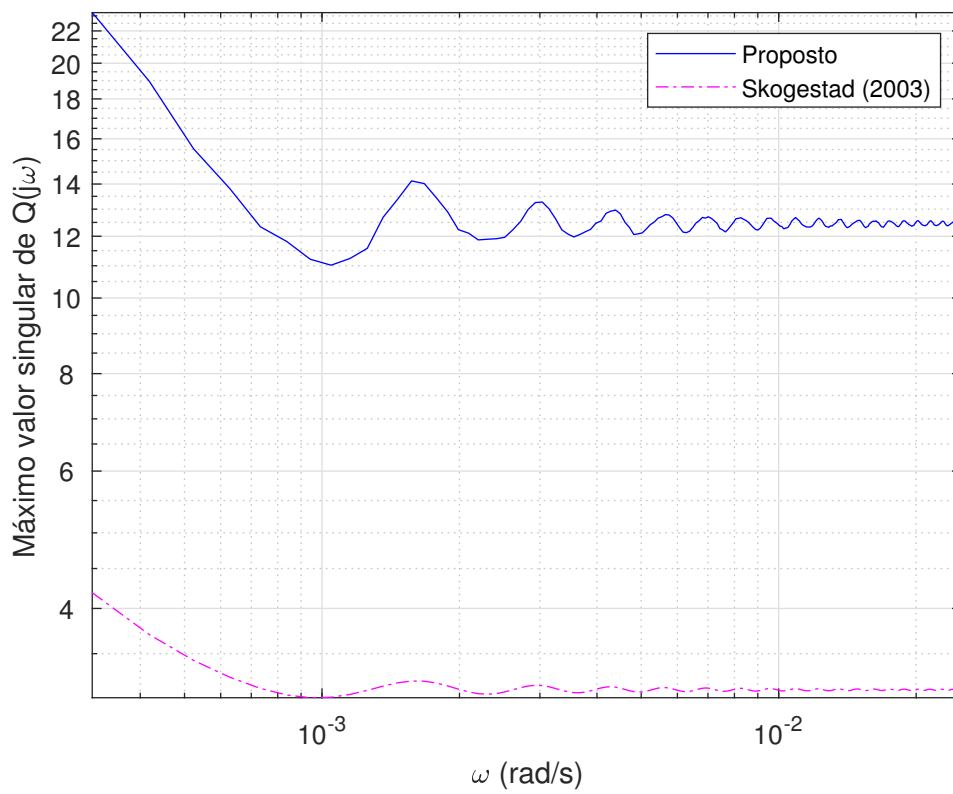
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.14: Sinais de controle - Exemplo 4.



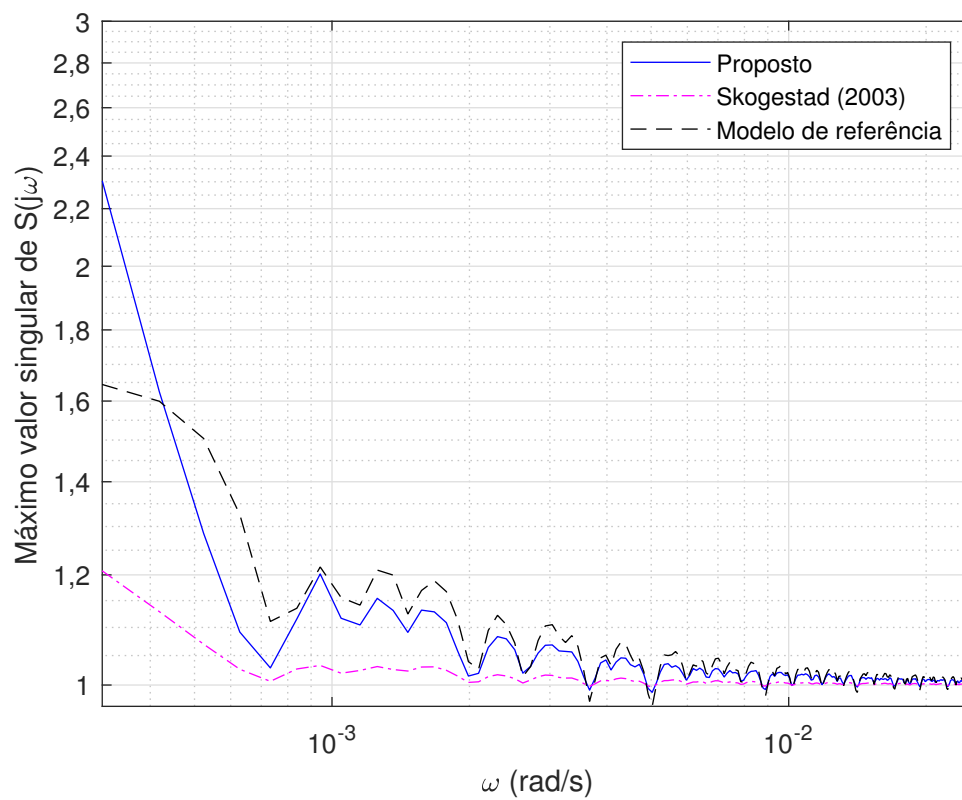
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.15: Máximo valor singular da função de sensibilidade de controle ($Q(j\omega)$) - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 4.16: Máximo valor singular da função de sensibilidade ($S(j\omega)$) - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

4.4 Conclusões

Neste Capítulo, a técnica de reprojeto dos controladores PI e PID multivariável baseada em dados do domínio da frequência da malha fechada foi apresentada. O controlador é reprojeto de maneira que a nova malha fechada esteja o mais próximo possível de um modelo de referência. Os dados de entrada do algoritmo são a resposta no domínio da frequência da malha fechada inicial, o controlador inicial e um modelo de referência de malha fechada. A especificação de projeto é o modelo de referência da malha fechada.

A resposta em frequência pode ser obtida a partir da transformada de Fourier dos dados de entrada e saída da malha fechada ou de um modelo paramétrico da malha fechada. Neste último caso, não é necessário o conhecimento do modelo paramétrico do processo. Isto significa que o projeto não será comprometido por inevitáveis erros de modelagem.

O modelo de referência é dado por uma matriz diagonal, da qual os elementos não nulos são definidos como função de transferência de primeira ordem com atraso, por simplicidade. As constantes de tempo são obtidas a partir de aproximações da constante de tempo e do atraso das malhas diretas do processo.

Resultados de simulação de processos com diferentes dimensões foram apresentados. Em todos os casos discutidos, a malha fechada reprojeto ficou próxima da desejada. Entretanto, quando o objetivo do reprojeto foi diminuir a constante de tempo da malha fechada, o resultado foi a redução da margem de estabilidade, o que significa aumentar o valor do pico da curva do máximo valor singular de $\mathbf{S}(j\omega)$.

Nos exemplos 1, 2 e 3, controladores descentralizados PID e PI iniciais foram considerados. Como o objetivo era tornar o sistema em malha fechada diagonal, mesmo o processo sendo fortemente acoplado, o reprojeto resultou no controlador centralizado. No exemplo 4, a dinâmica do processo considerado é representada por uma matriz triangular. Assim, obteve-se com o reprojeto um controlador na forma de matriz triangular.

Capítulo 5

Avaliação e reprojeto do desacoplador invertido para processos TITO

5.1 Introdução

Uma das estruturas de controle de processos MIMO é o controle descentralizado com desacoplador. O bloco desacoplador é implementado entre o processo e controlador PID descentralizado. Nessa estrutura o projeto de controle é dividido em duas etapas: projeto do desacoplador e projeto do controlador descentralizado.

O projeto do desacoplador é, em geral, baseado em um modelo paramétrico de primeira ordem com atraso de tempo do processo. Este modelo é utilizado com o intuito de simplificar a função de transferência do desacoplador, facilitando a implementação. No entanto, inevitáveis incertezas no modelo e aproximações podem degradar o desempenho do desacoplador, sendo efetivo apenas nas frequências nas quais o modelo é preciso. Além disso, modificações nos parâmetros podem ser necessárias caso haja alterações na planta. Conseqüentemente, o desempenho desejado da malha de controle é afetado por parâmetros mal sintonizados.

Dados motivos, evidencia-se a importância de uma metodologia de avaliação e reprojeto dos parâmetros do desacoplador. Com o reprojeto do desacoplador, pode-se garantir o desempenho adequado em uma determinada frequência de interesse. A necessidade do reprojeto é verificada através de uma avaliação.

As metodologias existentes para avaliar e reprojeter o desacoplador são formuladas para processos TITO e utilizam dados coletados em malha aberta (ACIOLI JÚNIOR; BARROS, 2011), (AGUIAR; ACIOLI JÚNIOR; BARROS, 2018), (AGUIAR; ACIOLI JÚNIOR; BARROS, 2019), (AGUIAR; ACIOLI JÚNIOR; BARROS, 2021). Nesses trabalhos estruturas do desacoplador simplificado e invertido são consideradas. Entretanto, em processos industriais é comum manter a malha fechada devido a restrições de produ-

ção, razões de segurança ou instabilidade do sistema (PADILLA et al., 2017).

Visando a aplicação industrial da metodologia, neste Capítulo, uma técnica de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido é apresentada. Primeiro, o desempenho do desacoplador em uma determinada frequência de interesse é avaliado. Em seguida, caso necessário, o reprojeto dos parâmetros do desacoplador é realizado. A metodologia é aplicada a processos com duas entradas e duas saídas em malha fechada.

Este Capítulo está organizado da seguinte forma. Na Seção 5.2, as metodologias de avaliação e reprojeto propostas são apresentadas. Na Seção 5.3, os resultados de simulação da aplicação das metodologias são discutidos. O Capítulo é finalizado com as conclusões na Seção 5.4.

5.2 Metodologia proposta

Considera-se a malha fechada do processo TITO $\mathbf{G}(s)$ com o desacoplador inicial $\mathbf{D}^0(s)$, equação (2.23), e o controlador PID descentralizado $\mathbf{C}(s)$, equação (2.22), como apresentado na Figura 2.2. O processo desacoplado é dado por $\mathbf{F}(s)$, equação (2.24), e a malha fechada com controle descentralizado e desacoplador é dada por:

$$\mathbf{T}(s) = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} = (\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))^{-1}\mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s), \quad (5.1)$$

onde

$$T_{11}(s) = \frac{G_{11}(s)C_1(s)(1 + G_{22}(s)C_2(s)) - F_{12}(s)F_{21}(s)C_1(s)C_2(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))}, \quad (5.2)$$

$$T_{22}(s) = \frac{G_{22}(s)C_2(s)(1 + G_{11}(s)C_1(s)) - F_{12}(s)F_{21}(s)C_1(s)C_2(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))}, \quad (5.3)$$

$$T_{12}(s) = \frac{F_{12}(s)C_2(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))}, \quad (5.4)$$

$$T_{21}(s) = \frac{F_{21}(s)C_1(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))} \quad (5.5)$$

e $\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s)) = (1 + G_{11}(s)C_1(s))(1 + G_{22}(s)C_2(s)) - F_{12}(s)F_{21}(s)C_1(s)C_2(s)$.

Considera-se ainda que os elementos não nulos do desacoplador, ou seja, os elementos da diagonal secundária dos desacopladores inicial $\mathbf{D}^0(s)$ e reprojeto $\mathbf{D}^1(s)$ são da forma:

$$D_{ij}^{0,1}(j\omega^j) = K_i \frac{(j\omega^j \tau_{ii}^{0,1} + 1)e^{-j\omega^j L_{di}}}{(j\omega^j \tau_{ij}^{0,1} + 1)}, \quad (5.6)$$

com $i, j = 1, 2$ e $i \neq j$. Os parâmetros do desacoplador são o ganho, as constantes de tempo do denominador e do numerador e o atraso.

O sistema é desacoplado se a malha fechada $\mathbf{T}(s)$ for representada por uma matriz diagonal, ou seja, os elementos da diagonal secundária de $\mathbf{T}(s)$ forem nulos. Assim, o erro de desacoplamento no domínio da frequência é obtido calculando o valor dos elementos da diagonal secundária de $\mathbf{T}(s)$. Quanto mais próximo de zero for esse valor, mais eficiente é o desacoplador. Caso esse valor não seja próximo a zero os parâmetros do desacoplador devem ser reprojitados. As metodologias de avaliação do desacoplador e de reprojeto são apresentadas nas seções 5.2.1 e 5.2.2, respectivamente.

5.2.1 Avaliação do desacoplador invertido

Para que a malha fechada $\mathbf{T}(s)$ seja diagonal dominante, os elementos $T_{12}(s)$ e $T_{21}(s)$ devem ser iguais a zero. Para calcular o erro do desacoplador, substituindo o valor de $\mathbf{F}(s)$, equação (2.24), nas equações (5.4) e (5.5):

$$\frac{Y_1(s)}{R_2(s)} = \frac{(G_{12}(s) + G_{11}(s)D_{12}^0(s))C_2(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))(1 - D_{12}^0(s)D_{21}^0(s))}, \quad (5.7)$$

$$\frac{Y_2(s)}{R_1(s)} = \frac{(G_{21}(s) + G_{22}(s)D_{21}^0(s))C_1(s)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(s)\mathbf{C}(s))(1 - D_{12}^0(s)D_{21}^0(s))}. \quad (5.8)$$

A partir das equações (5.7) e (5.8), o índice de erro de desacoplamento é definido.

Definição 3 Considera-se o sistema desacoplado em malha fechada $\mathbf{T}(s)$, equação (5.1). O índice de erro $H_i(j\omega_{90}^j)$, do desacoplador invertido, na frequência ω_{90}^j da malha i é definido por:

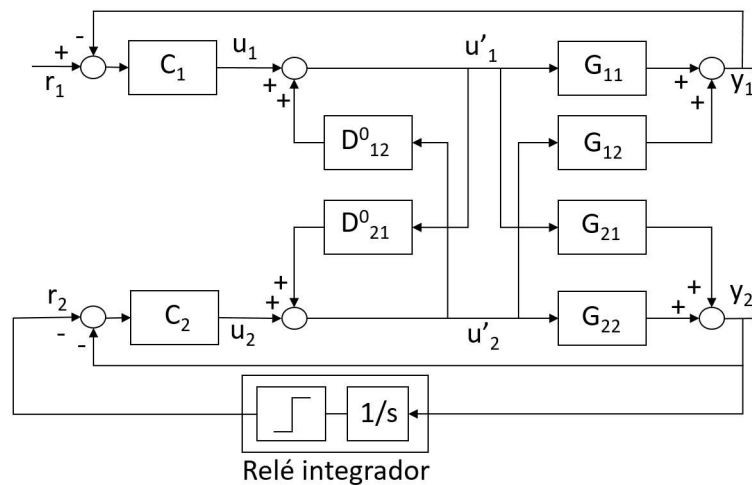
$$H_i(j\omega_{90}^j) = \frac{(G_{ij}(j\omega_{90}^j) + G_{ii}(j\omega_{90}^j)D_{ij}^0(j\omega_{90}^j))C_j(j\omega_{90}^j)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(j\omega_{90}^j)\mathbf{C}(j\omega_{90}^j))(1 - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j)D_{ji}^0(j\omega_{90}^j))}, \quad (5.9)$$

onde $i, j = 1, 2$ e $i \neq j$.

A partir da equação (5.12) é possível verificar se $T_{12}(s) \approx 0$ e $T_{21}(s) \approx 0$ em um determinado ponto de frequência. Aqui a frequência utilizada é ω_{90} , a frequência na qual a fase da resposta frequencial do sistema é -90° .

Para excitar a frequência ω_{90}^j , o experimento do relé integrador é realizado. Para implementar o relé integrador é usado um relé em conjunto com um integrador (ver Figura 5.1). O experimento é executado sequencialmente na malha fechada $\mathbf{T}(s)$. Na Figura 5.1, o diagrama de blocos do experimento do relé integrador realizado na malha 2 é apresentado.

Figura 5.1: Diagrama de blocos da excitação de avaliação.



Fonte: Elaborada pela autora.

O sinal de excitação de avaliação do desacoplador é apresentado na Figura 5.2, onde $T_1 = 2\pi/\omega_{90}^1$ é o período da oscilação do sinal aplicado na malha 1, $T_2 = 2\pi/\omega_{90}^2$ é o período do sinal aplicado na malha 2, $N_{ii} \geq 2$ é a quantidade de períodos do relé integrador executados na malha i e $N_{12} \geq 1$ é a quantidade de períodos T_1 no intervalo entre as excitações das diferentes malhas.

Após a realização do experimento, as transformadas de Fourier dos sinais de entrada e saída são utilizadas para calcular o índice de erro. Se o índice de erro não for próximo a zero, o desacoplador invertido deve ser reprojeto.

5.2.2 Reprojeto do desacoplador invertido

Com o desacoplador reprojeto $\mathbf{D}^1(s)$ deve-se garantir que o índice de erro na frequência, equação (5.9), seja aproximadamente igual a zero, isto é:

$$\frac{(G_{ij}(j\omega_{90}^j) + G_{ii}(j\omega_{90}^j)D_{ij}^1(j\omega_{90}^j))C_j(j\omega_{90}^j)}{\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(j\omega_{90}^j)\mathbf{C}(j\omega_{90}^j))(1 - D_{ij}^1(j\omega_{90}^j)D_{ji}^1(j\omega_{90}^j))} \approx 0. \quad (5.10)$$

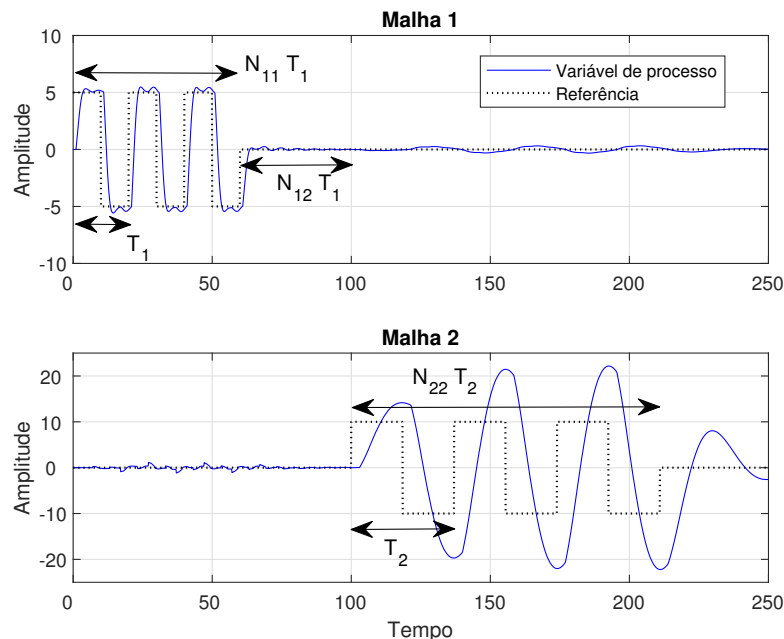
A partir da equação (5.10), tem-se:

$$D_{ij}^1(j\omega_{90}^j) = -\frac{G_{ij}(j\omega_{90}^j)}{G_{ii}(j\omega_{90}^j)}. \quad (5.11)$$

Reescrevendo a equação (5.9), tem-se:

$$D_{ij}^0(j\omega_{90}^j) = \frac{H_i(j\omega_{90}^j)\det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(j\omega_{90}^j)\mathbf{C}(j\omega_{90}^j))(1 - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j)D_{ji}^0(j\omega_{90}^j))}{G_{ii}(j\omega_{90}^j)C_j(j\omega_{90}^j)} - \frac{G_{ij}(j\omega_{90}^j)}{G_{ii}(j\omega_{90}^j)}. \quad (5.12)$$

Figura 5.2: Sinais de excitação de avaliação.



Fonte: Elaborada pela autora.

Subtraindo a equação (5.11) da equação (5.12), tem-se:

$$D_{ij}^1(j\omega_{90}^j) - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j) = -\frac{H_i(j\omega_{90}^j) \det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(j\omega_{90}^j) \mathbf{C}(j\omega_{90}^j)) (1 - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j) D_{ji}^0(j\omega_{90}^j))}{G_{ii}(j\omega_{90}^j) C_j(j\omega_{90}^j)}. \quad (5.13)$$

Assim, a equação de reprojeto do desacoplador invertido é definida.

Definição 4 A equação de reprojeto do desacoplador invertido para malha i é dada por:

$$[D_{ij}^1(j\omega_{90}^j) - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j)] = \frac{-\Upsilon_i(j\omega_{90}^j)}{G_{ii}(j\omega_{90}^j) C_j(j\omega_{90}^j)}, \quad (5.14)$$

onde $\Upsilon_i(j\omega_{90}^j) = H_i(j\omega_{90}^j) (1 - D_{ij}^0(j\omega_{90}^j) D_{ji}^0(j\omega_{90}^j)) \det(\mathbf{I} + \mathbf{F}(j\omega_{90}^j) \mathbf{C}(j\omega_{90}^j))$, $i, j = 1, 2$ e $i \neq j$.

O procedimento de reprojeto é formulado a partir da equação (5.14) de reprojeto e possui dois casos. Em cada caso, uma das constantes de tempo (numerador ou denominador) é modificada usando a resposta da malha fechada na frequência ω_{90} , conforme apresentado a seguir.

Caso 1: constante de tempo do denominador (τ_{ij}^1)

Nesse caso, a constante de tempo do denominador é reprojetaada. O novo valor de τ_{ij}^1 é dado por:

$$\tau_{ij}^1 = \frac{\Im \left(\frac{K_i - \Gamma_i(j\omega_{90}^j)}{\Gamma_i(j\omega_{90}^j)} \right)}{\omega_{90}^j}, \quad (5.15)$$

onde

$$\Gamma_i(j\omega_{90}^j) = \frac{-\Upsilon_i(j\omega_{90}^j)}{\hat{G}_{ii}(j\omega_{90}^j)C_j(j\omega_{90}^j)} + D_{ij}^0(j\omega_{90}^j)}{(j\omega_{90}^j\tau_{ii}^0 + 1)e^{-j\omega_{90}^j L_{di}}}. \quad (5.16)$$

A equação (5.15) é obtida substituindo a equação (5.6) na equação (5.14) e resolvendo para τ_{ij}^1 .

Para garantir a estabilidade, o valor de τ_{ij}^1 deve ser sempre positivo. Valores negativos de τ_{ij}^1 corresponde à inserção de um polo instável no sistema. Assim, quando $\tau_{ij}^1 < 0$ esse caso deve ser descartado e o caso 2 considerado.

Caso 2: constante de tempo do numerador (τ_{ii}^1)

Nesse caso, a constante de tempo do numerador é reprojetaada. O novo valor de τ_{ii}^1 é dado por:

$$\tau_{ii}^1 = \frac{\Im(\Psi_i(j\omega_{90}^j))}{K_i\omega_{90}^j}, \quad (5.17)$$

onde:

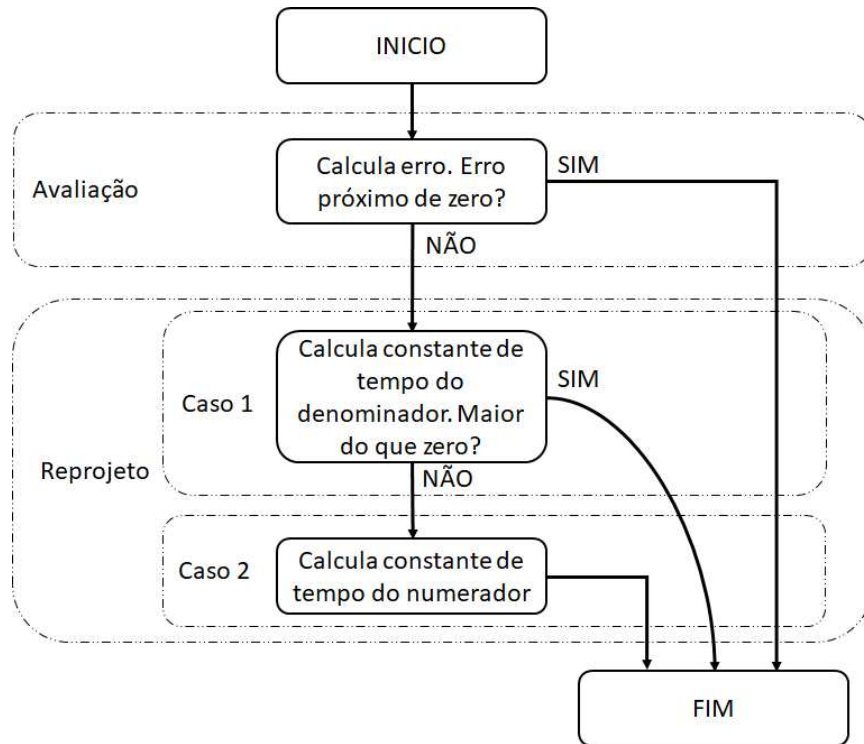
$$\Psi_i(j\omega_{90}^j) = \left[\frac{-\Upsilon_i(j\omega_{90}^j)}{\hat{G}_{ii}(j\omega_{90}^j)C_j(j\omega_{90}^j)} + D_{ij}^0(j\omega_{90}^j) \right] (j\omega_{90}^j\tau_{ij}^0 + 1)e^{+j\omega_{90}^j L_{di}}, \quad (5.18)$$

A equação (5.17) é obtida substituindo a equação (5.6) na equação (5.14) e resolvendo para τ_{ii}^1 .

5.2.3 Considerações

O fluxograma da metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido é apresentado na Figura 5.3. A metodologia é iniciada com a avaliação do desacoplador, ou seja, com o cálculo do erro de desacoplamento. Se o erro for próximo de zero, o reprojeto não é realizado. Caso contrário, a constante de tempo do denominador τ_{ij}^1 é reprojetaada. O valor de τ_{ij}^1 deve ser um número real maior do que zero, para evitar polo instável no sistema, assim, se $\tau_{ij}^1 > 0$, o reprojeto está finalizado. Porém, se $\tau_{ij}^1 < 0$, a constante de tempo do numerador é reprojetaada e o procedimento é finalizado.

Figura 5.3: Fluxograma da metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido.



Fonte: Elaborada pela autora.

O ganho do desacoplador não é reprojeto, porque o índice de erro na frequência zero é corrigido pela ação integral do controlador PI/PID. O atraso também não é reprojeto, pois erros nesse parâmetro são corrigidos pelas constantes de tempo.

De acordo com as equações (5.15) e (5.17) de reprojeto, verifica-se a necessidade de ter o modelo de processo desacoplado ($\mathbf{F}(s)$). Caso algum modelo do processo seja conhecido, $\mathbf{F}(s)$ pode ser obtido a partir do modelo do processo e do desacoplador inicial. Caso contrário, $\mathbf{F}(s)$ pode ser estimado usando os dados de excitação de avaliação (entrada e saída do processo desacoplado).

5.3 Resultados de simulação

Nesta Seção, os resultados de simulação do procedimento de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido para três diferentes processos *benchmark* com duas entradas e duas saídas são apresentados. Com a finalidade de mostrar a aplicação da metodologia em processos maiores, no quarto exemplo, a aplicação da metodologia em um processo 4×4 triangular é apresentada. Neste caso, o processo é dividido em subprocessos 2×2 .

Em cada exemplo, o desacoplador inicial foi projetado a partir de um modelo estimado do processo. Este modelo foi identificado usando a resposta ao degrau do processo e o algoritmo de identificação dos mínimos quadrados (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011). Em seguida, o experimento de avaliação é executado e os índices de erro ($H_i(j\omega_{90}^j)$) são calculados. Então, o desacoplador é reprojeto. O modelo do processo desacoplado foi obtido do modelo estimado do processo e do desacoplador inicial, equação (2.24).

O desempenho dos desacopladores inicial e reprojeto são comparados através do índice de erro no domínio da frequência ($H_i(j\omega_{90}^j)$) e do rastreamento da saída de referência, equação (2.35). Nesse caso, a saída de referência é o valor inicial da saída real, por exemplo, se o estado inicial é nulo, a saída de referência é um vetor de zeros.

5.3.1 Exemplo 1

Considera-se a coluna de destilação binária Wood-Berry (WOOD; BERRY, 1973):

$$\mathbf{G}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s + 1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s + 1} \\ \frac{6,6e^{-7s}}{10,9s + 1} & \frac{-19,4e^{-3s}}{14,4s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

O modelo estimado do processo, utilizado para o projeto do desacoplador inicial, é dado por:

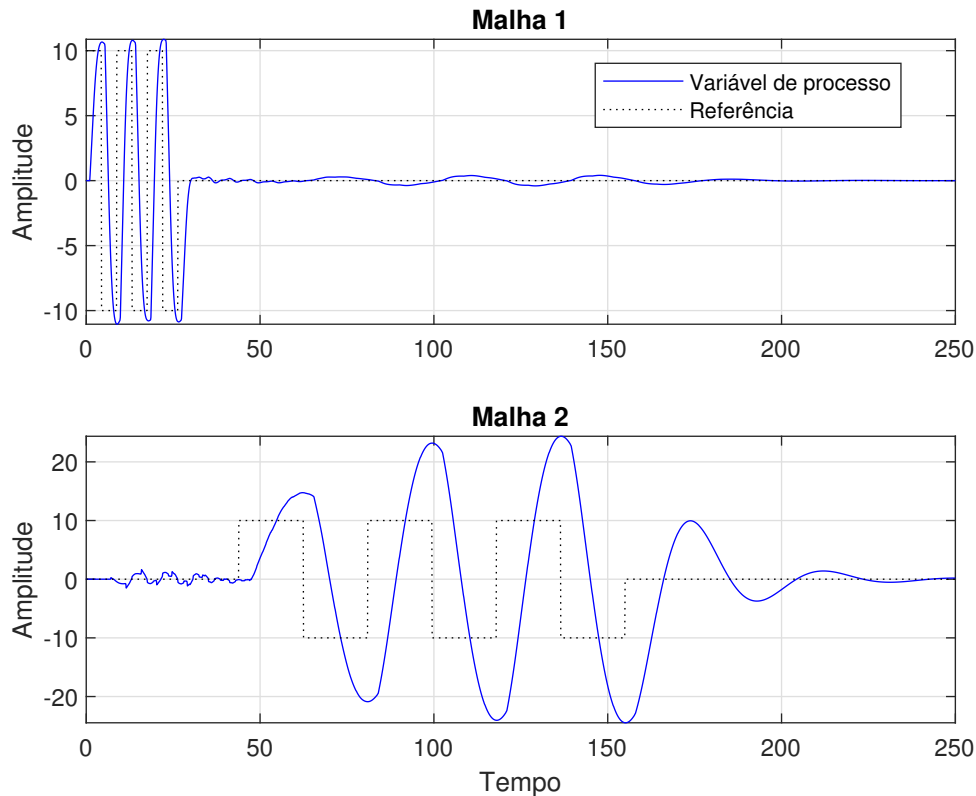
$$\hat{\mathbf{G}}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,5e^{-1,01s}}{18,275s + 1} & \frac{-18,4e^{2,99s}}{21,6s + 1} \\ \frac{6,9e^{-7,06s}}{10,06s + 1} & \frac{-19,6e^{-2,98s}}{14,05s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.20)$$

A malha do processo desacoplado foi fechada com o controlador PI descentralizado dado por (ACIOLI JÚNIOR, 2012):

$$\mathbf{C}_{ex1}(s) = \begin{bmatrix} 0,6750 + \frac{0,0408}{s} & 0 \\ 0 & -0,0770 - \frac{0,0168}{s} \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Na Figura 5.4, o sinal de excitação de avaliação do desacoplador inicial e o sinal

Figura 5.4: Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5.1: Parâmetros do desacoplador - Exemplo 1.

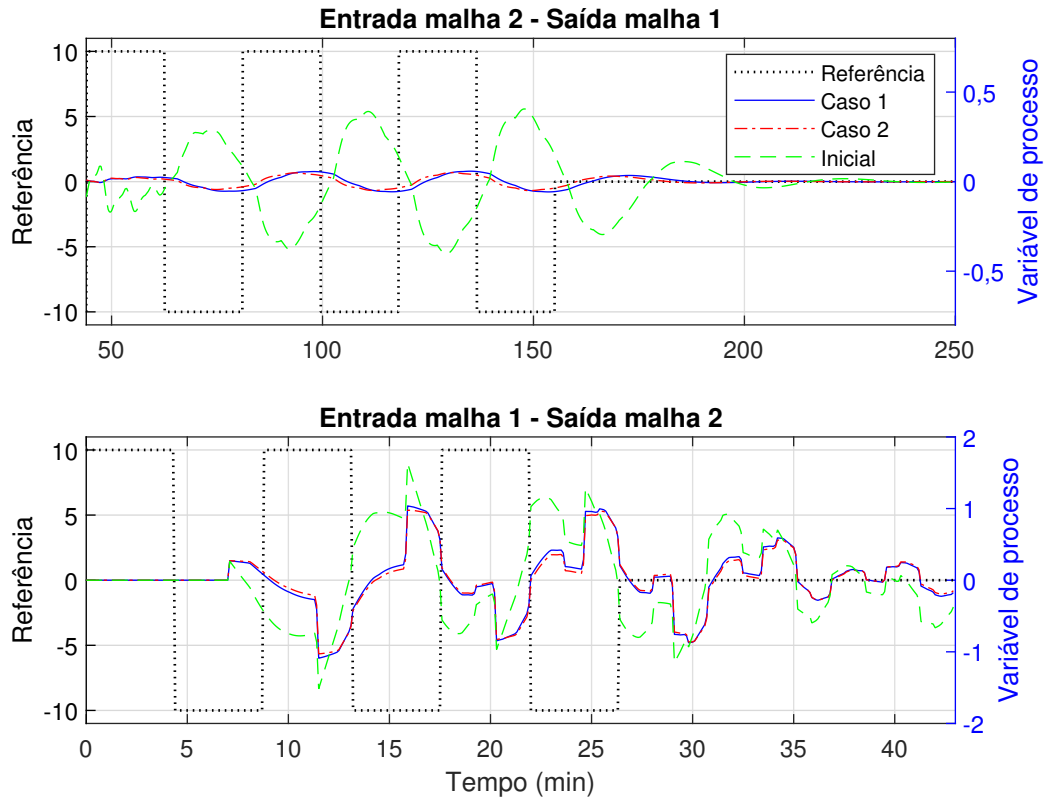
	$K_1^{0,1}$	D_{12} $\tau_{12}^{0,1}$	$\tau_{11}^{0,1}$	$K_2^{0,1}$	D_{21} $\tau_{21}^{0,1}$	$\tau_{22}^{0,1}$
Inicial	1,472	21,600	18,275	0,352	10,060	14,050
Caso 1	-	23,031	-	-	10,933	-
Caso 2	-	-	17,106	-	-	12,866

de saída do processo são apresentados. Observa-se que durante a aplicação do relé na entrada i , a saída j , com $i \neq j$, sofre alteração. As frequências de oscilação dos relés são $\omega_{90}^1 = 0,739$ rad/s e $\omega_{90}^2 = 0,17$ rad/s. Os índices de erro para os desacopladores D_{12} e D_{21} são dados por $|H_1(j\omega_{90}^j)| = 0,0314$ e $|H_2(j\omega_{90}^j)| = 0,0732$, respectivamente.

O modelo do processo desacoplado ($\mathbf{F}(s)$) é utilizado no reprojeto do desacoplador, sendo obtido substituindo (5.20) e os parâmetros do desacoplador inicial na equação (2.24).

Os parâmetros do desacoplador inicial (projetado a partir da equação (5.20)) e dos desacopladores reprojutados (casos 1 e 2) são apresentados na Tabela 5.1. Os desacopladores reprojutados em cada caso também foram avaliados. Os sinais de excitação de avaliação e de saída dos processos desacoplados com os desacopladores inicial e reprojutados em malha fechada são apresentados na Figura 5.5. Nesse caso, apenas a parte do sinal referente ao acoplamento, ou seja, o intervalo de tempo onde a entrada i foi excitada

Figura 5.5: Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 1.



Fonte: Elaborada pela autora.

e a saída j no mesmo intervalo foi apresentada.

Observa-se que a interferência na saída 1 devido à excitação na entrada 2 foi reduzida quando um dos desacopladores reprojeto foi utilizado. Este fato também pode ser observado na Tabela 5.2, onde o índice de erro na frequência e o rastreamento da saída de referência M_r são apresentados. É possível observar por meio desse exemplo, a redução do índice de erro na frequência e do rastreamento da saída para ambos os casos de reprojeto. Ou seja, com o reprojeto o desacoplamento passou a ser mais efetivo.

Tabela 5.2: Índice de erro do desacoplador - Exemplo 1.

	Domínio da frequência	
	$ H_1 $	$ H_2 $
Inicial	0,0314	0,0732
Caso 1	0,0048	0,0517
Caso 2	0,0040	0,0503
Rastreamento da saída de referência - M_r		
	D_{12}	D_{21}
Inicial	289,99	205,35
Caso 1	46,148	121,88
Caso 2	38,880	115,66

5.3.2 Exemplo 2

Considera-se a coluna Wardle-Wood (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{G}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,126e^{-6s}}{60s + 1} & \frac{-0,101e^{-12s}}{(48s + 1)(45s + 1)} \\ \frac{0,094e^{-8s}}{38s + 1} & \frac{-0,12e^{-8s}}{35s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

O modelo estimado do processo, utilizado para o projeto do desacoplador inicial, é dado por:

$$\hat{\mathbf{G}}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,13e^{-6s}}{58s + 1} & \frac{-0,11e^{-28,5s}}{124s + 1} \\ \frac{0,1e^{-8,16s}}{37s + 1} & \frac{-0,15e^{-8s}}{35s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

A malha do processo desacoplado foi fechada com o controlador dado por (LUYBEN, 1986):

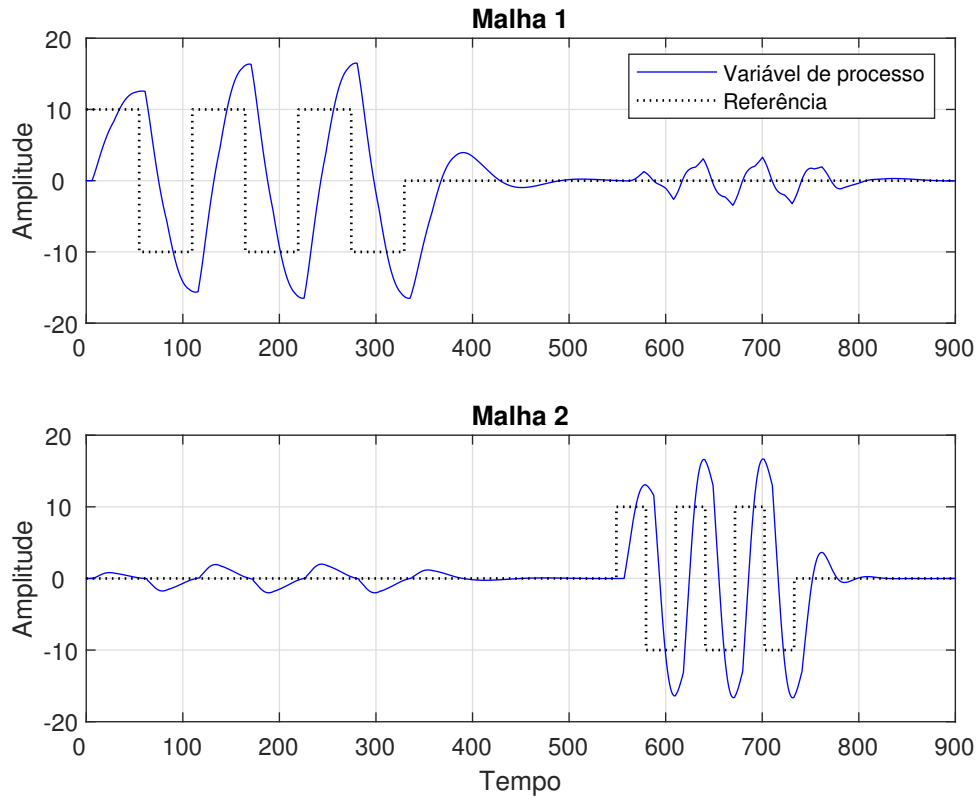
$$\mathbf{C}_{ex2}(s) = \begin{bmatrix} 18 + \frac{0,9474}{s} & 0 \\ 0 & -24 - \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Na Figura 5.6, os sinais de excitação de avaliação do desacoplador inicial e os sinais de saída do processo são apresentados. As frequências de oscilação dos relés das malhas 1 e 2 são $\omega_{90}^1 = 0,0537$ rad/s e $\omega_{90}^2 = 0,1074$ rad/s, respectivamente. O modelo do processo desacoplado foi estimado a partir de (5.23) e do desacoplador inicial.

Os parâmetros do desacoplador inicial (projetado a partir da equação (5.23)) e dos desacopladores reprojutados (casos 1 e 2) são apresentados na Tabela 5.3. Na Tabela 5.4, são apresentados os índices de erro de desacoplamento para cada caso. Observa-se redução dos índices, principalmente quando considerado o caso 2.

Os sinais de excitação de avaliação dos desacopladores inicial e reprojutados e os sinais de saída do processo desacoplado em malha fechada são apresentados na Figura 5.7. Como

Figura 5.6: Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5.3: Parâmetros do desacoplador - Exemplo 2.

	$K_1^{0,1}$	D_{12} $\tau_{12}^{0,1}$	$\tau_{11}^{0,1}$	$K_2^{0,1}$	D_{21} $\tau_{21}^{0,1}$	$\tau_{22}^{0,1}$
Inicial	0,8462	124,00	58,000	0,6667	37,000	35,000
Caso 1	-	133,07	-	-	32,520	-
Caso 2	-	-	39,841	-	-	39,740

Tabela 5.4: Índice de erro do desacoplador - Exemplo 2.

Domínio da frequência		
	$ H_1 $	$ H_2 $
Inicial	0,2309	0,1331
Caso 1	0,2143	0,0664
Caso 2	0,1591	0,0579
Rastreamento da saída de referência - M_r		
	D_{12}	D_{21}
Inicial	3556,3	3557,6
Caso 1	3255,4	1826,9
Caso 2	2241,8	1608,0

esperado, observa-se que a interferência nas saídas 1 e 2 devido à excitação da entrada oposta foram reduzidas, sendo a maior redução alcançada na saída 2.

5.3.3 Exemplo 3

Considera-se o processo *Tyreus Stabilizer* (LUYBEN, 1986)

$$\mathbf{G}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,1153(10s+1)e^{-0,1s}}{(4s+1)^3} & \frac{0,2429e^{-2s}}{(33s+1)^2} \\ \frac{-0,0887e^{-12,6s}}{(43s+1)(22s+1)} & \frac{0,2429e^{-0,17s}}{(44s+1)(20s+1)} \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

O desacoplador inicial é projetado a partir do modelo estimado do processo dado por:

$$\hat{\mathbf{G}}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0,13e^{-1,9s}}{3,5s+1} & \frac{0,26e^{-16,5s}}{65s+1} \\ \frac{-0,25e^{-13,8s}}{286s+1} & \frac{0,2e^{-12,6s}}{61s+1} \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

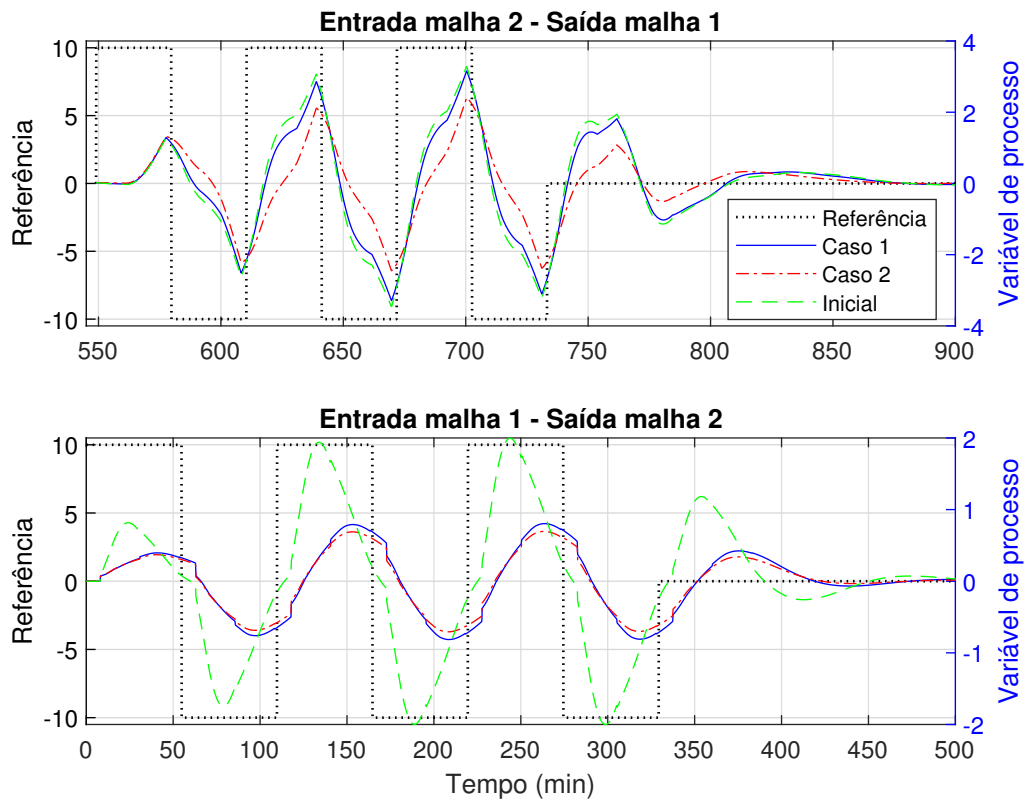
A malha do processo desacoplado foi fechada com o controlador dado por (LUYBEN, 1986):

$$\mathbf{C}_{ex3}(s) = \begin{bmatrix} -16,6 - \frac{0,8058}{s} & 0 \\ 0 & 70,6 + \frac{0,8814}{s} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Na Figura 5.8, os sinais excitação de avaliação do desacoplador inicial e de saída do processo são apresentados. As frequências de oscilação dos relés das malhas 1 e 2 são $\omega_{90}^1 = 0,596$ rad/s e $\omega_{90}^2 = 0,138$ rad/s, respectivamente.

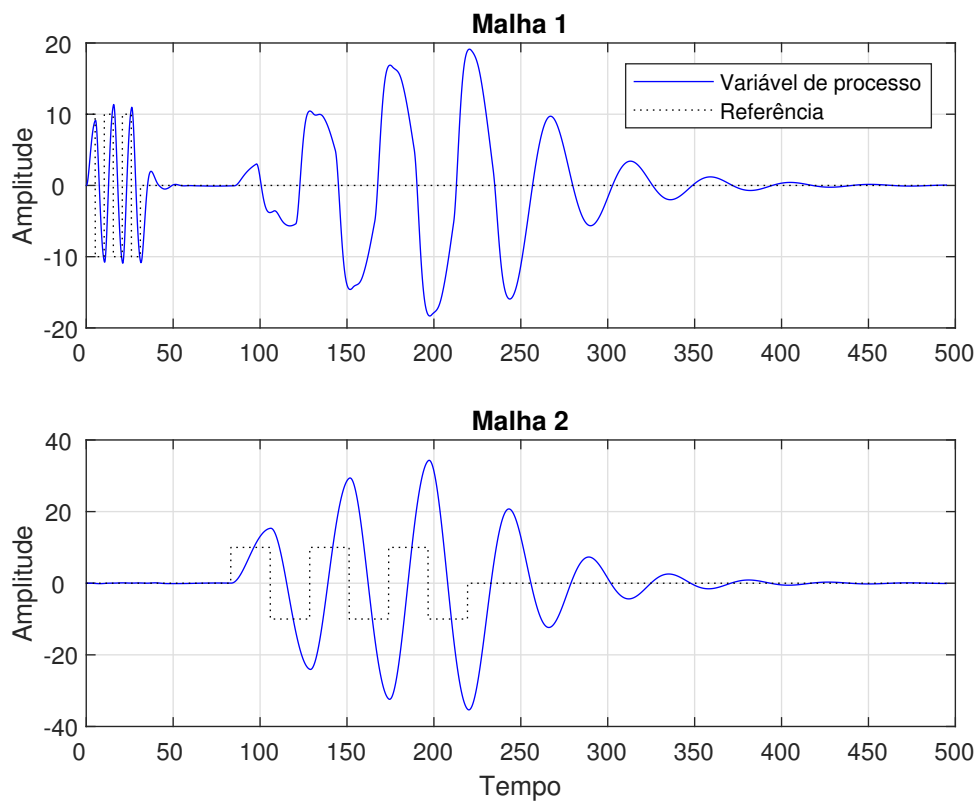
Nesse exemplo, com o desacoplador inicial, a interferência da entrada 1 na saída 2 é praticamente inexistente quando comparado com a interferência da entrada 2 na saída 1. Assim, apenas o desacoplador D_{12} é reprojeto. Os parâmetros do desacoplador inicial (projetado a partir da equação (5.26)) e dos desacopladores reprojeto (casos 1 e 2) são

Figura 5.7: Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 5.8: Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5.5: Parâmetros do desacoplador - Exemplo 3.

	$K_1^{0,1}$	$\frac{D_{12}}{\tau_{12}^{0,1}}$	$\tau_{11}^{0,1}$	$K_2^{0,1}$	$\frac{D_{21}}{\tau_{21}^{0,1}}$	$\tau_{22}^{0,1}$
Inicial	2,000	65,00	3,500	1,250	286,0	61,00
Caso 1	-	159,4	-	-	-	-
Caso 2	-	-	2,190	-	-	-

Tabela 5.6: Índice de erro do desacoplador - Exemplo 3.

	Domínio da frequência	
	$ H_1 $	$ H_2 $
Inicial	1,6841	0,0013
Caso 1	0,5676	0,0013
Caso 2	1,6479	0,0013
	Rastreamento da saída de referência - M_r	
	D_{12}	D_{21}
Inicial	19407	46,980
Caso 1	6447,9	45,280
Caso 2	18949	45,620

apresentados na Tabela 5.5.

Os sinais de excitação de avaliação dos desacopladores inicial e reprojeto e de saída do processo são apresentados na Figura 5.9. O índice de erro na frequência e o rastreamento da saída de referência são apresentados na Tabela 5.6. Observa-se que com o reprojeto o acoplamento foi reduzido, sendo com o reprojeto da constante de tempo do denominador (caso 1 do reprojeto) a maior redução. Este fato também pode ser observado na Tabela 5.6.

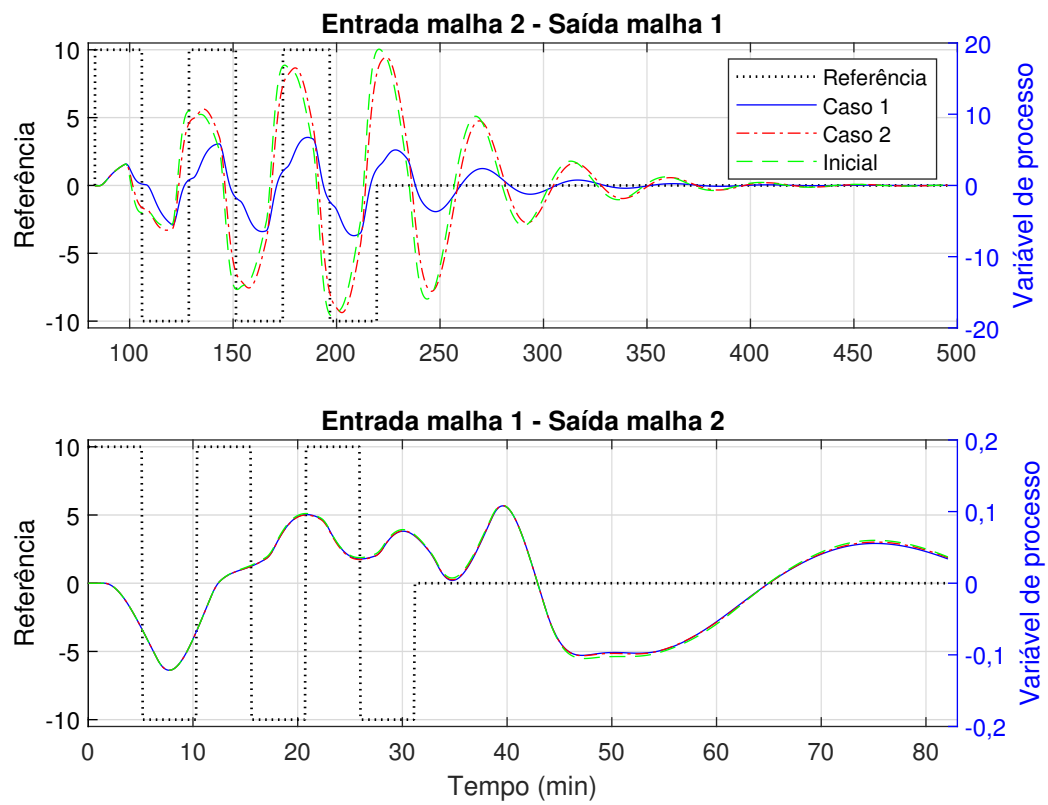
5.3.4 Exemplo 4

Considera-se o modelo dos reatores de um processo de hidrotreatamento (AGUIAR et al., 2020):

$$\mathbf{G}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,1215e^{-838s}}{538,01s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0,8785e^{-1478s} & \frac{-0,1931e^{-612,78s}}{433,16s + 1} & 0 & 0 \\ 0,8770e^{-2646,46s} & \frac{-0,1647e^{-1699,31s}}{2378,17s + 1} & \frac{-0,0674e^{-473,21s}}{455,03s + 1} & 0 \\ \frac{878,77s + 1}{0,9321e^{-3568s}} & \frac{-0,1588e^{-2299,74s}}{1363,77s + 1} & \frac{-0,0572e^{-882,65s}}{949,36s + 1} & \frac{-0,0783e^{-475,87s}}{693,15s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Apesar da metodologia apresentada ser desenvolvida para processos 2×2 , neste exemplo será aplicada ao processo 4×4 dos reatores do HDT. Para isso, o processo é dividido em três subprocessos 2×2 : malha 1 / malha 2, malha 2 / malha 3 e malha 3 / malha 4.

Figura 5.9: Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 3.



Fonte: Elaborada pela autora.

O desacoplamento parcial é realizado em cada subprocesso, pois devido à característica triangular, as interações são apenas em um sentido, ou seja, a entrada 1 perturba a saída 2, mas a entrada 2 não altera a saída 1. As demais interações, como por exemplo, da entrada 1 nas saídas 3 e 4 foram desconsideradas. A estrutura de controle considerada neste exemplo é semelhante a apresentada em Aguiar et al. (2020), onde os resultados da implementação da estrutura de controle descentralizado com desacoplador invertido no processo real são apresentados.

O desacoplador inicial para cada subprocesso é projetado a partir do modelo estimado do processo e é dado por:

$$\hat{\mathbf{G}}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1,2337e^{-905,04s}}{672,51s + 1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1,0542e^{-1596s}}{1103,5s + 1} & \frac{-0,2279e^{-661,8s}}{541,45s + 1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-0,1976e^{-1835s}}{2972,7s + 1} & \frac{-0,0795e^{-511,07s}}{568,79s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-0,0686e^{-953,26s}}{1186,7s + 1} & \frac{-0,0924e^{-513,94s}}{866,44s + 1} \end{bmatrix}. \quad (5.29)$$

A malha do processo desacoplado foi fechada com o controlador descentralizado projetado pelo método SIMC (SKOGESTAD, 2003) dado por:

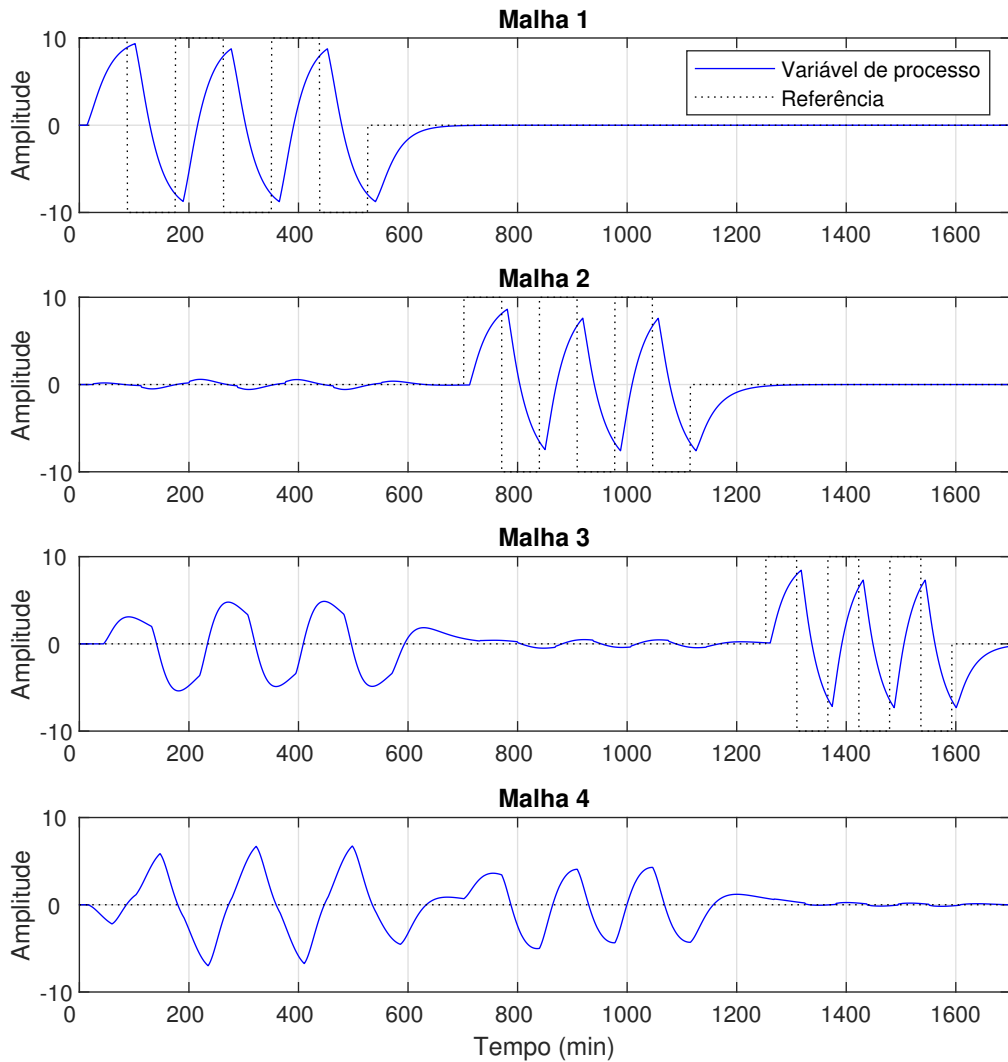
$$\mathbf{C}_{ex4}(s) = \begin{bmatrix} 0,1336 + \frac{0,0003}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,8294 - \frac{0,0019}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,898 - \frac{0,0064}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,146 - \frac{0,0045}{s} \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

Na Figura 5.10, os sinais de excitação de avaliação do desacoplador inicial e de saída do processo são apresentados. As frequências de oscilação dos relés das malhas 1, 2 e 3 são $\omega_{90}^1 = 0,00058$ rad/s, $\omega_{90}^2 = 0,00067$ rad/s e $\omega_{90}^3 = 0,00038$ rad/s, respectivamente. O modelo do processo desacoplado foi obtido a partir do modelo (5.29) e do desacoplador inicial.

Os parâmetros do desacoplador inicial (projetado a partir da equação (5.29)) e dos desacopladores reprojados (casos 1 e 2) são apresentados na Tabela 5.7.

Os sinais de excitação de avaliação dos desacopladores inicial e reprojado e de saída do processo são apresentados na Figura 5.11. Observa-se a redução do acoplamento entre as malhas quando o desacoplador reprojado caso 1 é utilizado. Este fato também pode ser verificado na Tabela 5.6, onde o erro na frequência e o rastreamento da saída (M_r) são apresentados. Com o reprojeto caso 2, observa-se redução do acoplamento das saídas

Figura 5.10: Sinais de excitação de avaliação inicial - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5.7: Parâmetros do desacoplador - Exemplo 4.

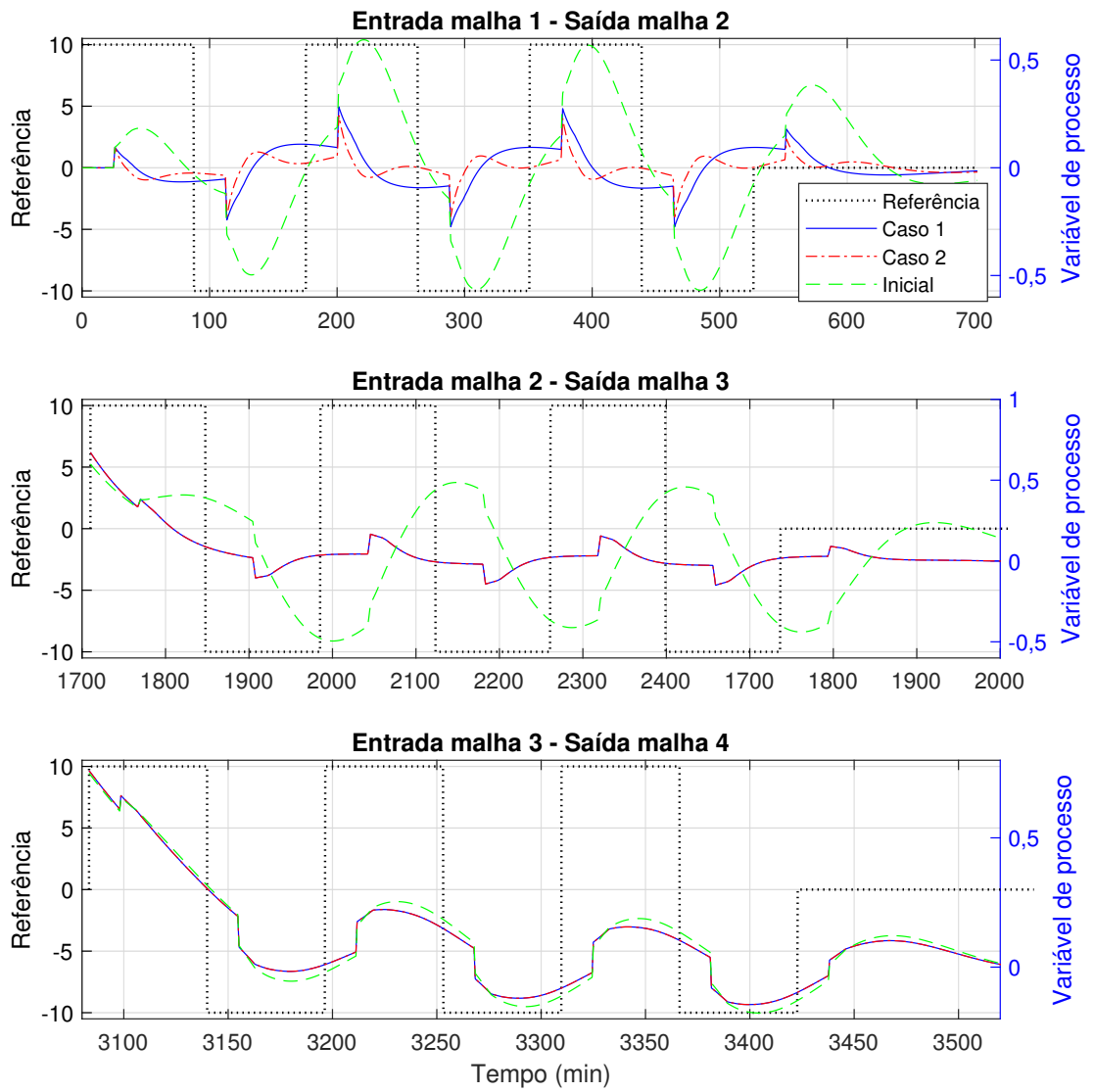
	$K_1^{0,1}$	D_{21} $\tau_{21}^{0,1}$	$\tau_{22}^{0,1}$	$K_2^{0,1}$	D_{32} $\tau_{32}^{0,1}$	$\tau_{33}^{0,1}$	$K_3^{0,1}$	D_{43} $\tau_{43}^{0,1}$	$\tau_{44}^{0,1}$
Inicial	4,6266	1103,5	541,45	-2,4850	2972,7	568,799	-0,7429	1186,7	866,44
Caso 1	-	946,23	-	-	2456,8	-	-	1174,1	-
Caso 2	-	-	688,43	-	-	832,15	-	-	863,26

Tabela 5.8: Índice de erro do desacoplador - Exemplo 4.

Domínio da frequência			
	$ H_1 $	$ H_2 $	$ H_3 $
Inicial	0,0397	0,0449	0,0241
Caso 1	0,0105	0,0108	0,0210
Caso 2	0,0029	0,0180	0,0250
Rastreamento da saída de referência - M_r			
	D_{21}	D_{32}	D_{43}
Inicial	9928,2	9850,4	4595,2
Caso 1	3050,7	2521,8	4145,1
Caso 2	1319,0	5806,5	4742,3

1 e 2, porém para a saída 3, o mesmo comportamento não foi alcançado.

Figura 5.11: Sinais de excitação de avaliação - Exemplo 4.



Fonte: Elaborada pela autora.

5.4 Conclusão

Neste Capítulo, uma metodologia de avaliação e reprojeto do desacoplador invertido para processos TITO em malha fechada foi apresentada. O experimento do relé integrador é utilizado para avaliar o desacoplador na frequência onde a fase é -90° . O objetivo da metodologia de avaliação é calcular o índice de erro na frequência do desacoplador invertido, verificando o quão próximo é de zero. Já no reprojeto tem-se como finalidade recalcular os parâmetros do desacoplador para reduzir o acoplamento, ou seja, reduzir o índice de erro.

No reprojeto dois casos são considerados. No caso 1, a constante de tempo do denominador (τ_{ij}) é modificada. Para não inserir polos instáveis no sistema e garantir a estabilidade, o valor calculado deve ser positivo. Se o novo valor reprojeto de τ_{ij} for negativo, esse caso deve ser descartado e o caso 2 executado. No caso 2, a constante de tempo do numerador é modificada. O ganho não é reprojeto, porque erros no ganho são corrigidos pela ação do controlador PID.

Com os exemplos de simulação foi possível verificar a efetividade da metodologia. De maneira geral, por meio do reprojeto foram obtidos processos desacoplados mais próximos do desejado, ou seja, com a metodologia apresentada o acoplamento foi reduzido. Além disso, com o caso 1 melhores resultados foram obtidos quando comparado com o caso 2.

Capítulo 6

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

6.1 Conclusões

Nesta Tese foram desenvolvidas técnicas de projeto do controlador multivariável de estrutura fixa e uma técnica de reprojeto do controlador PI/PID multivariável. Estas técnicas são baseadas em dados no domínio da frequência, não sendo necessário o conhecimento do modelo paramétrico do processo. Além dessas técnicas, uma metodologia de avaliação de reprojeto do desacoplador invertido foi proposta, esta metodologia é desenvolvida para processos TITO.

Inicialmente, fundamentos teóricos necessários para o desenvolvimento desta Tese foram revisados no Capítulo 2. A descrição dos sistemas em malha fechada com e sem desacoplador considerados nesta Tese foi apresentada. As especificações de desempenho e robustez utilizadas para analisar os resultados obtidos foram definidas. Além disso, a técnica de convexificação e a desigualdade matricial linear utilizadas no Capítulo 3 foram revisadas.

As duas técnicas de projeto do controlador multivariável de estrutura fixa propostas foram apresentadas no Capítulo 3. Essas técnicas foram formuladas como problemas de otimização convexa com restrições LMI. O objetivo das duas técnicas é idêntica: tornar a função ganho de malha projetada o mais próximo possível de uma desejada. O que difere os dois projetos são as restrições inseridas. Na primeira técnica, restrições da magnitude do sinal de controle foram consideradas.

Já na técnica 2, a restrição é relacionada à margem de estabilidade. Com a inserção das restrições a estabilidade da malha fechada foi garantida, como pôde ser observado nos resultados de simulação. Estes resultados foram utilizados para discutir a efetividade das duas técnicas. Nesse Capítulo ainda foi apresentada uma maneira de definir o modelo de

referência da função ganho de malha para processos multivariáveis.

O modelo de referência da função ganho de malha é definido a partir de um modelo da função de sensibilidade complementar. Este é representado por uma matriz diagonal, da qual os elementos não nulos são função de transferência de primeira ordem com atraso. Esta formulação do modelo é escolhida pela simplicidade, porém outras formulações podem ser consideradas.

Nos exemplos de simulação, observa-se que melhores resultados podem ser obtidos com a técnica 1 no caso de processos onde uma resposta mais lenta é adequada. Isto ocorre devido à restrição na magnitude do sinal de controle inserida ao problema. Como desvantagens dessa técnica pode-se citar a necessidade de um controlador de inicialização independente do tipo de controlador considerado e da definição do valor de Q_{max} , além do modelo de referência. Diferente da técnica 2, na qual apenas o modelo de referência deve ser definido, o que pode facilitar a aplicação dessa técnica.

O reprojeto do controlador PI/PID foi apresentado no Capítulo 4. A estrutura de controle inicial pode ser descentralizada ou centralizada. O objetivo do reprojeto é calcular o incremento dos parâmetros do controlador de maneira que o comportamento da malha fechada se aproxime do desejado. O modelo de referência utilizado foi uma matriz diagonal, da qual cada elemento não nulo é uma função de transferência FOPTD, o mesmo modelo usado no Capítulo 3.

Nos exemplos de simulação, foi possível observar que o reprojeto resultou no controlador centralizado. Este fato é justificado pelo acoplamento entre as diferentes malhas dos processos considerados combinado com o modelo de referência diagonal. Este fato fez com que o índice de desempenho variação total do sinal de controle aumentasse.

No Capítulo 5, o problema da avaliação e reprojeto do desacoplador invertido foi tratado. O desacoplador invertido foi considerado, pelo fato dessa estrutura resultar em um processo desacoplado simples, além da maior simplicidade de implementação, quando comparado com as demais estruturas. Para realizar a avaliação deve ser executado um experimento baseado no relé em malha fechada. A resposta da malha fechada cruzada (entrada i , saída j com $i \neq j$) na frequência de oscilação é definida como o erro de desacoplamento. A partir desse erro e da equação de reprojeto definida, uma das constantes de tempo do desacoplador pode ser recalculada.

O ganho do desacoplador não é reprojeto, pois erros nesse parâmetro são corrigidos pela ação do controlador. Nos exemplos de simulação foi possível observar a redução do acoplamento com a aplicação da metodologia. Além disso, observa-se que em alguns casos nem todos os termos da matriz do desacoplador necessita ser reprojeto. Apesar dessa metodologia ser desenvolvida para processos TITO, pode ser aplicada a processos com dimensões maiores, como apresentado em um dos exemplos de simulação. Nesses casos,

o processo é dividido em subprocessos TITO.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Ao final do desenvolvimento do presente trabalho de Tese, pode-se destacar algumas sugestões para o desenvolvimento de outros trabalhos:

- projetar os parâmetros do desacoplador usando dados, sem a necessidade de conhecer nenhum modelo paramétrico do processo;
- realizar análise comparativa do desempenho das estruturas de controle centralizado e descentralizado com desacoplador. Nessa análise devem ser consideradas a facilidade de projeto de todos os parâmetros e o desempenho de cada estrutura de controle multivariável, assim como aspectos de implementação e manutenção de cada uma;
- aplicar experimentalmente os métodos propostos em plantas em escala de laboratório e em plantas industriais.

Referências Bibliográficas

ACIOLI JÚNIOR, G. *Avaliação e Reprojeto para Controle PI de Sistemas Multivariáveis utilizando Estruturas de Realimentação com Relé*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), 2012.

ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Evaluation and redesign of decouplers for TITO processes using relay experiment. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*. EUA: IEEE, 2011. p. 1145–1150.

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Evaluation and redesign of inverted decoupler applied in laboratory-scale thermal process. In: *Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*. Brasil: IEEE, 2018. p. 361–366.

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Frequency domain evaluation and redesign of inverted decoupler. In: *12th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, including Biosystems DYCOPS 2019*. Brasil: IFAC-PapersOnLine, 2019. v. 52, n. 1, p. 172–177.

AGUIAR, A. P. V. d. A.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Evaluation and redesign of simplified decouplers for TITO processes using relay experiments. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 32, p. 830–841, 2021.

AGUIAR, A. P. V. d. A. et al. Controle PID descentralizado com desacoplador aplicado aos reatores de uma unidade de hidrotreatamento de diesel. In: *Anais do Congresso Brasileiro de Automática-CBA*. Brasil: SBA, 2020. v. 2, n. 1.

ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T.; ÅSTRÖM, K. J. *Advanced PID control*. EUA: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, Research Triangle Park, 2006. v. 461.

BARROS, P. R. et al. Application of computer software for system identification and PID control loop tuning to a petrochemical plant. In: *10th International Symposium on Process Systems Engineering: Part A*. Brasil: Elsevier, 2009, (Computer Aided Chemical Engineering, v. 27). p. 693–698.

BAZANELLA, A. S.; CAMPESTRINI, L.; ECKHARD, D. *Data-driven controller design: the H_2 approach*. Holanda: Springer Science & Business Media, 2011.

BORASE, R. P. et al. A review of PID control, tuning methods and applications. *International Journal of Dynamics and Control*, Springer, v. 9, n. 2, p. 818–827, 2021.

BOSGRA, O. H.; KWAKERNAAK, H.; MEINSMA, G. Design methods for control systems. *Notes for a Course of the Dutch Institute of Systems and Control, Winter term*, Citeseer, v. 2002, 2001.

BOYD, S. et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. EUA: SIAM, 1994.

BOYD, S.; HAST, M.; ÅSTRÖM, K. J. MIMO PID tuning via iterated LMI restriction. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Wiley Online Library, v. 26, n. 8, p. 1718–1731, 2016.

CAI, W.-J. et al. Normalized decoupling: A new approach for MIMO process control system design. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, ACS Publications, v. 47, n. 19, p. 7347–7356, 2008.

CAMPESTRINI, L. et al. Data-driven model reference control design by prediction error identification. *Journal of the Franklin Institute*, Elsevier, v. 354, n. 6, p. 2628–2647, 2017. Special issue on recent advances on control and diagnosis via process measurements.

CAMPESTRINI, L. et al. Unbiased MIMO VRFT with application to process control. *Journal of Process Control*, Elsevier, v. 39, p. 35–49, 2016.

CAMPI, M.; LECCHINI, A.; SAVARESI, S. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, v. 38, n. 8, p. 1337–1346, 2002.

CHEN, D.; SEBORG, D. E. Design of decentralized PI control systems based on nyquist stability analysis. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 1, p. 27–39, 2003.

DHANYA RAM, V.; CHIDAMBARAM, M. Simple method of designing centralized PI controllers for multivariable systems based on SSGM. *ISA Transactions*, v. 56, p. 252–260, 2015.

EUZÉBIO, T. A. et al. SISO approaches for linear programming based methods for tuning decentralized PID controllers. *Journal of Process Control*, v. 94, p. 75–96, 2020.

EUZÉBIO, T. A. M. *Sintonia ótima de controlador PID descentralizado para processos MIMO*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2015.

FORMENTIN, S. et al. Deterministic continuous-time virtual reference feedback tuning (VRFT) with application to PID design. *Systems & Control Letters*, v. 127, p. 25–34, 2019.

GALDOS, G.; KARIMI, A.; LONGCHAMP, R. H_∞ controller design for spectral MIMO models by convex optimization. *Journal of Process Control*, v. 20, n. 10, p. 1175–1182, 2010.

GAO, X. et al. A novel data-driven method for simultaneous performance assessment and retuning of PID controllers. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, ACS Publications, v. 56, n. 8, p. 2127–2139, 2017.

GARRIDO, J. et al. Decentralized PID control with inverted decoupling and superheating reference generation for efficient operation: Application to the benchmark PID 2018. *IFAC-PapersOnLine*, v. 51, n. 4, p. 710–715, 2018. 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018.

GARRIDO, J. et al. Iterative method for tuning multiloop PID controllers based on single loop robustness specifications in the frequency domain. *Processes*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 1, p. 140, 2021.

GARRIDO, J. et al. Iterative design of centralized PID controllers based on equivalent loop transfer functions and linear programming. *IEEE Access*, v. 10, p. 1440–1450, 2022.

GOODWIN, G. C. et al. *Control system design*. Chile: Prentice Hall Upper Saddle River, 2001. v. 240.

GRANT, M. C.; BOYD, S. P. Graph implementations for nonsmooth convex programs. In: *Recent Advances in Learning and Control. Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Inglaterra: Springer, 2008. v. 371, p. 95–110.

GUARDABASSI, G. O.; SAVARESI, S. M. Virtual reference direct design method: an off-line approach to data-based control system design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 45, n. 5, p. 954–959, 2000.

GURUMURTHY, G.; DAS, D. K. An FO-[PI] λ controller for inverted decoupled two-input two-output coupled tank system. *International Journal of Systems Science*, Taylor & Francis, v. 50, n. 2, p. 392–402, 2019.

HÄGGLUND, T. et al. An industrial control loop decoupler for process control applications. *Control Engineering Practice*, v. 123, p. 105138, 2022.

HAST, M. et al. PID design by convex-concave optimization. In: *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*. Suíça: IEEE, 2013. p. 4460–4465.

HJALMARSSON, H. Efficient tuning of linear multivariable controllers using iterative feedback tuning. *International journal of adaptive control and signal processing*, Wiley Online Library, v. 13, n. 7, p. 553–572, 1999.

HJALMARSSON, H.; GUNNARSSON, S.; GEVERS, M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*. EUA: IEEE, 1994. v. 2, p. 1735–1740.

HOU, Z.-S.; WANG, Z. From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective. *Information Sciences*, v. 235, p. 3–35, 2013. Data-based Control, Decision, Scheduling and Fault Diagnostics.

HUFF, D. D. et al. Data-driven control design by prediction error identification for multivariable systems. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer, v. 30, n. 4, p. 465–478, 2019.

HUFF, D. D.; SILVA, G. R. G. da; CAMPESTRINI, L. Data-driven control design by prediction error identification for a refrigeration system based on vapor compression. *IFAC-PapersOnLine*, Bélgica, v. 51, n. 4, p. 704–709, 2018. 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018.

- ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Alemanha: Springer, 2011. v. 85.
- JENG, J.-C.; JIAN, Y.-S.; LEE, M.-W. Data-based design of centralized PID controllers for decoupling control of multivariable processes. In: *Proceedings of the 6th International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes (AdCONIP)*. Taiwan: IEEE, 2017. p. 505–510.
- JÚNIOR, G. A. et al. *Avaliação e reprojeto para controle PI de sistemas multivariáveis utilizando estruturas de realimentação com relé*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2012.
- KAMMER, C. et al. Convex optimization-based control design for parallel grid-connected inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 34, n. 7, p. 6048–6061, 2019.
- KAMMER, C.; KARIMI, A. A data-driven fixed-structure control design method with application to a 2-DOF gyroscope. In: *2018 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. Dinamarca: IEEE, 2018. p. 915–920.
- KAMMER, C.; KARIMI, A. Decentralized and distributed transient control for microgrids. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 27, n. 1, p. 311–322, 2019.
- KARIMI, A.; HEUSDEN, K. V.; BONVIN, D. Non-iterative data-driven controller tuning using the correlation approach. In: *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*. Grécia: IEEE, 2007. p. 5189–5195.
- KARIMI, A.; KAMMER, C. A data-driven approach to robust control of multivariable systems by convex optimization. *Automatica*, Elsevier, v. 85, p. 227–233, 2017.
- KARIMI, A.; MIŠKOVIĆ, L.; BONVIN, D. Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 35, n. 1, p. 413–418, 2002. 15th IFAC World Congress.
- KERGUS, P. *Data-driven model reference control in the frequency-domain from model reference selection to controller validation*. Tese (Doutorado) — Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), 2019.
- LEE, J.; EDGAR, T. F. Multiloop PI/PID control system improvement via adjusting the dominant pole or the peak amplitude ratio. *Chemical Engineering Science*, v. 61, n. 5, p. 1658–1666, 2006.
- LIPP, T.; BOYD, S. Variations and extension of the convex–concave procedure. *Optimization and Engineering*, Springer, v. 17, n. 2, p. 263–287, 2016.
- LIU, L. et al. A review of industrial MIMO decoupling control. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Springer, v. 17, n. 5, p. 1246–1254, 2019.
- LUYBEN, W. L. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, ACS Publications, v. 25, n. 3, p. 654–660, 1986.

- MACIEJOWSKI, J. M. *Multivariable feedback design*. Inglaterra: Addison-Wesley, 1989.
- MAHAPATRO, S. R. et al. A comparative study of two decoupling control strategies for a coupled tank system. In: *Proceedings of the IEEE Region 10 Conference (TENCON)*. Cingapura: IEEE, 2016. p. 3447–3451.
- MAYNE, D. Sequential design of linear multivariable systems. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, IET Digital Library, v. 126, n. 6, p. 568–572, June 1979.
- MIŠKOVIĆ, L. et al. Correlation-based tuning of decoupling multivariable controllers. *Automatica*, Elsevier, v. 43, n. 9, p. 1481–1494, 2007.
- MOREIRA, L. J. d. S.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. Closed-loop frequency data-driven PID retuning. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. Dinamarca: IEEE, 2018a. p. 1352–1357.
- MOREIRA, L. J. d. S. et al. Time and frequency data-driven PID retuning applied in MIMO process. *IFAC-PapersOnLine*, v. 54, n. 3, p. 469–474, 2021. 16th IFAC Symposium on Advanced Control of Chemical Processes.
- MOREIRA, L. J. d. S. et al. Data-driven PID closed-loop evaluation and retuning time and frequency domain approaches. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer, v. 32, n. 5, p. 82–95, 2020.
- MOREIRA, L. J. da S.; ACIOLI JÚNIOR, G.; BARROS, P. R. IMC PI control loops frequency and time domains performance assessment and retuning. *IFAC-PapersOnLine*, Bélgica, v. 51, n. 4, p. 148–153, 2018b. 3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018.
- NAVRÁTIL, P. et al. Experimental investigation and control of a hot-air tunnel with improved performance and energy saving. *ACS omega*, ACS Publications, v. 6, n. 24, p. 16194–16215, 2021.
- NICOLETTI, A.; MARTINO, M.; KARIMI, A. A data-driven approach to power converter control via convex optimization. In: . EUA: IEEE, 2017. p. 1466–1471.
- NISI, K.; NAGARAJ, B.; AGALYA, A. Tuning of a PID controller using evolutionary multi objective optimization methodologies and application to the pulp and paper industry. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, Springer, v. 10, n. 8, p. 2015–2025, 2019.
- PADILLA, A. et al. Recursive online IV method for identification of continuous-time slowly time-varying models in closed loop. *IFAC-PapersOnLine*, v. 50, n. 1, p. 4008–4013, 2017. 20th IFAC World Congress.
- RAO, C. S. et al. Design of robust PI controller with decoupler for a fluid catalytic cracking unit. *Industrial & engineering chemistry process design and development*, American Chemical Society, v. 58, n. 45, p. 20722–20733, 2019.
- REMES, C. L. et al. Virtual reference feedback tuning applied to DC-DC converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 68, n. 1, p. 544–552, 2021.

- SATO, T. et al. Data-driven dual-rate control system using the TITO method. In: IEEE. *Proceedings of the IEEE 21st International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. Alemanha, 2016. p. 1–5.
- SEBORG, D. E. et al. *Process dynamics and control*. EUA: John Wiley & Sons, 2016.
- SILVA, G. R. G. da; CAMPESTRINI, L.; BAZANELLA, A. S. Multivariable VRFT: An approach for systems with non-minimum phase transmission zeros. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*. Argentina: IEEE, 2016. p. 1324–1329.
- SILVA, M. T. da; BARROS, P. R. An iterative procedure for tuning decentralized PID controllers based on effective open-loop process. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*. República Tcheca: IEEE, 2020. v. 1, p. 813–818.
- Silva, R. W.; ECKHARD, D. Multivariable correlation-based tuning for load disturbance rejection. *IFAC-PapersOnLine*, v. 53, n. 2, p. 3977–3982, 2020.
- SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, v. 13, n. 4, p. 291–309, 2003.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. EUA: Wiley, 2001. v. 2.
- SOMEFUN, O. A.; AKINGBADE, K.; DAHUNSI, F. The dilemma of PID tuning. *Annual Reviews in Control*, Elsevier, v. 52, p. 65–74, 2021.
- TERADA, S.; YUBAI, K.; HIRAI, J. Correlation-based direct tuning of multivariable controllers with stability constraints based on spectral analysis. In: IEEE. *Proceedings of the 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*. Austrália, 2011. p. 3352–3357.
- VU, T. N. L.; LEE, J.-T.; LEE, M.-Y. Design of multi-loop PID controllers based on the generalized IMC-PID method with Mp criterion. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Institute of Control, Robotics and Systems, v. 5, n. 2, p. 212–217, 2007.
- WANG, L. *PID control system design and automatic tuning using MATLAB/Simulink*. Inglaterra: John Wiley & Sons, 2020.
- WOOD, R.; BERRY, M. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chemical Engineering Science*, v. 28, n. 9, p. 1707–1717, 1973.
- YU, S.; LI, X. Proportional–integral–derivative controller performance assessment and retuning based on general process response data. *ACS omega*, ACS Publications, v. 6, n. 15, p. 10207–10223, 2021.
- YU, Z. et al. Performance assessment of industrial linear controllers in univariate control loops for both set point tracking and load disturbance rejection. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, ACS Publications, v. 53, n. 27, p. 11050–11060, 2014.
- YUBAI, K.; USAMI, H.; HIRAI, J. Correlation-based direct tuning of MIMO controllers by least-squares and its application to tension-and-speed control apparatus. In: IEEE. *Proceedings of the ICCAS-SICE*. Japão, 2009. p. 931–936.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, v. 64, n. 11, p. 759–765, 1942.