

O DIÁLOGO NOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Raquel Milani¹
Paula Andrea Grawieski Civiero²
Daniela Alves Soares³
Aldinete Silvino de Lima⁴

Resumo: O texto tem por objetivo discutir possibilidades de diálogo nas aulas de matemática nos seis ambientes de aprendizagem apresentados por Ole Skovsmose. Trata-se de uma discussão teórica sobre o diálogo à luz da Educação Matemática Crítica. No percurso metodológico utiliza-se do debate teórico sobre a Educação Matemática Crítica como campo de estudo e de pesquisa para fundamentar o conceito de diálogo e discutir os elementos que constituem os ambientes de aprendizagem no paradigma do exercício e nos cenários para investigação. O estudo indica possibilidades para que a comunicação entre professor e alunos se aproxime do diálogo no paradigma do exercício. Nos ambientes de aprendizagem enraizados no paradigma do exercício, é possível mover-se em direção ao diálogo, colocando em ação alguns atos dialógicos, de modo que a fala seja compartilhada entre professor e alunos nas aulas de matemática. Assim, o diálogo, que pressupõe a relação sociopolítica e cultural, a mutualidade e a equidade entre os atores, para além de acontecer nos cenários para investigação, pode ser iniciado em ambientes caracterizados como educação matemática tradicional.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. Cenários para investigação. Paradigma do exercício. Diálogo.

THE DIALOGUE IN THE MATHEMATICS LEARNING ENVIRONMENTS

Abstract: This text aims to discuss possibilities of dialogue in mathematics classes in the six learning environments presented by Ole Skovsmose. It presents a theoretical discussion about the dialogue through the lens of Critical Mathematics Education. In the demonstrated methodology, the theoretical debate on Critical Mathematics Education was adopted as a field of study and research, in order to substantiate the concept of dialogue and discuss the elements that constitute the learning environments in the exercise paradigm and the landscape of investigations. The study indicates possibilities, so that the communication between teacher and students approaches the dialogue in the exercise paradigm. In the learning environments related to the exercise paradigm, it is possible to move towards the dialogue, putting some dialogic acts into action, in a way that the talk is shared by both the teacher and the students in mathematics classes. Therefore, the dialogue, which presupposes the sociopolitical and cultural relationship, as well as mutuality and equity among actors, can be initiated beyond the

¹ Doutora em Educação Matemática. Universidade Federal do Rio Grande/FURG. E-mail: raqmilani@gmail.com

² Doutora em Educação Científica e Tecnológica. Instituto Federal Catarinense/IFC. E-mail: paula.civiero@ifc.edu.br

³ Mestra em Educação Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo/ IFSP. E-mail: daniela.a@ifsp.edu.br

⁴ Mestra em Educação Contemporânea. Universidade Federal de Pernambuco/ UFPE. E-mail: limaaldinete@gmail.com



landscape of investigations, and take place in the environments characterized as traditional mathematics education.

Keywords: Critical Mathematics Education. Landscape of Investigations. Exercise Paradigm. Dialogue.

Introdução

O livro *Pedagogia do Oprimido*, autoria de Paulo Freire, publicado no início da década de 1970, traz à tona o conceito de diálogo/dialogicidade e as suas condições e funções no ato de educar. Observamos, nessa relevante obra freireana, a importância da dialogicidade como prática educativa libertadora em contraposição à teoria da ação antidialógica que se utiliza da relação com o outro para manter a opressão. Discutindo sobre a diferença entre os interesses do opressor e do oprimido, Paulo Freire apresenta a não neutralidade do processo educacional, partindo da premissa de que “os opressores pretendem transformar a mentalidade dos oprimidos e não a situação que os oprime” (FREIRE, 1987, p.34).

Embora reconhecendo os avanços nas políticas públicas que deram voz e vez aos oprimidos nas últimas décadas, a discussão de Freire continua atual e necessária. Isso porque, como acentua Frigotto (2016), em pleno auge da segunda década do século XXI, a educação no Brasil está vulnerável a um crescente desmanche a despeito do que determina a constituição brasileira. O Projeto de Lei 867/2015 intitulado “Escola Sem Partido” é um exemplo dos ataques do opressor para manter o *status quo*.

Face a esses aspectos, dentre outros presentes na sociedade brasileira contemporânea, consideramos pertinente reafirmar o papel político da educação na perspectiva de emancipação humana. Neste artigo, adentramos nesse debate pelo viés do diálogo preconizado por Paulo Freire e que encontra repercussão nas diversas áreas de conhecimento trabalhadas na escola, dentre elas a matemática. Para tanto, partindo do conceito de diálogo presente nos estudos de Freire (1987; 1996), particularizamos as discussões recentes no âmbito da Educação Matemática Crítica (EMC), trazidas por Alrø e Skovsmose (2004), Skovsmose (2014b) e Milani (2015). Segundo Valero, Andrade-Molina e Montecino (2015), as pesquisas envolvendo questões evidenciadas na Educação Matemática Crítica têm concentrado maior interesse nos seguintes aspectos: crítica ao uso da matemática na sociedade; relações entre educação matemática e democracia, justiça social, equidade,



inclusão-exclusão e novas práticas educativas. Neste contexto, buscamos elementos de respostas para a seguinte questão: que diálogo ocorre nos ambientes de aprendizagem apresentados por Skovsmose (2000) nas aulas de matemática?

Com efeito, como afirmam Shor e Freire (1986), o diálogo não é uma técnica de ensino para obter resultados e menos ainda uma forma de manipulação para conquistar amizades na relação professor-aluno. Freire (1987) destaca que para o diálogo acontecer são necessários dois elementos primordiais: ação e reflexão. Ele não se esgota na relação “eu-tu” e nos interesses desse binômio. O diálogo é, portanto, inerente à natureza da humanidade e se caracteriza pelo encontro entre pessoas capazes de refletir sobre suas realidades, de analisá-las criticamente e transformá-las. Ao contrário disto, no contexto educacional, reforçamos o modelo antidialógico que tem sido fator de exclusão social.

Este artigo traz, portanto, uma discussão teórica sobre possibilidades de diálogo nas aulas de matemática, em particular, nos seis ambientes de aprendizagem apresentados por Skovsmose (2000), à luz da Educação Matemática Crítica. Essa discussão está enraizada em nossa prática de professoras de matemática, formadoras de professores e pesquisadoras.

Apresentamos inicialmente a EMC como campo de estudo e de pesquisa e, após, os elementos que constituem os ambientes de aprendizagem no paradigma do exercício e nos cenários para investigação. Em seguida, abordamos o diálogo na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Por fim, com o pressuposto de que existem diferenças entre as formas de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, apresentamos algumas possibilidades de diálogo nos ambientes de aprendizagem propostos no paradigma do exercício e em cenários para investigação.

Educação Matemática Crítica como campo de estudo e de pesquisa

A Educação Matemática Crítica (EMC) é um campo de estudo que revela preocupações com a matemática e seu ensino. No âmbito da matemática, enquanto pura e aplicada, esse campo se preocupa com os fins sociais para os quais tal ciência se destina – matemática em ação (SKOVSMOSE, 2005). Nesse sentido, é foco desse campo de estudo investigar as práticas sócio-políticas em que a matemática opera, seja em contextos



tecnológicos, profissionais, políticos ou de pesquisa, com o intuito de analisá-las criticamente (Idem, 2014a).

O que sustenta essa preocupação é o entendimento de que as práticas sociais são formatadas pela matemática, ou seja, os modelos matemáticos utilizados nesses contextos têm poder prescritivo (DAVIS; HERSH, 1988). Dessa forma, estando conscientes ou não do uso desses modelos, nós os utilizamos e tomamos decisões a partir deles, tomando-os como verdades irrefutáveis e inquestionáveis *a priori* (SKOVSMOSE, 2001).

No âmbito da educação, a EMC se preocupa com as formas com as quais se aprende matemática na escola e está voltada para a formação do sujeito crítico. Skovsmose (2008) trata da perspectiva da EMC, afirmando que nela estão inseridos os interesses de que as atividades escolares preparem os alunos para a cidadania⁵ e reflitam sobre a natureza crítica da matemática. O autor apresenta uma discussão sobre o papel da Educação Matemática (EM) que pode tanto formatar o sujeito como o empoderar de conhecimentos reflexivos. A EMC nasceu de questionamentos como: Para quem a EM deve estar voltada? A quem interessa que a EM seja organizada dessa maneira? (SKOVSMOSE, 2001). Esses questionamentos são essenciais para que o papel da EM na contemporaneidade seja repensado.

Com o propósito de discutir os mais variados meios em que a aprendizagem de matemática poderia acontecer, com base especialmente na natureza dos problemas propostos, é que Skovsmose (2000) propõe uma discussão sobre os ambientes de aprendizagem na perspectiva da EMC.

Ambientes de Aprendizagem nas aulas de Matemática

Todo espaço escolar em que há interação entre professor e aluno constitui um ambiente de aprendizagem (CIVIERO, 2009). Na maioria das escolas, este espaço é limitado pela sala de aula e as práticas que ali acontecem distinguem-se entre dois paradigmas, denominados, por Skovsmose (2000), de paradigma do exercício e cenários para investigação.

A premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma,

⁵ Cidadania pode ser interpretada, em sentido abrangente, como participação, tanto formal quanto informal, em qualquer tipo de sociedade (SKOVSMOSE, 2007, p. 93).



resposta certa para o exercício. Para sustentar tal premissa, os exercícios, geralmente de livros didáticos, costumam apresentar informações estritamente necessárias para seu objetivo final, ou seja, para a sua solução. Existe um “acordo” entre alunos e professores para aceitar os dados dos exercícios sem questioná-los. A justificativa da relevância de se trabalhar determinados conteúdos e exercícios não é parte da aula. Assim, o paradigma do exercício enquadra-se no que se entende por educação matemática tradicional que utiliza o exercício de forma decisiva para a aprendizagem.

Por outro lado, os cenários para investigação constituem ambientes de aprendizagem construídos na sala de aula para dar suporte a um trabalho investigativo, no qual os estudantes são convidados a realizar descobertas, em um processo repleto de perguntas, explicitação de perspectivas e reflexão. Segundo Skovsmose (2000), um cenário para investigação é constituído a partir do momento em que os alunos aceitam (e se assumem como participantes ativos) o processo de exploração e de explicação. Segundo o autor:

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que aconteceu se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações (SKOVSMOSE, 2008, p.21).

Dessa forma, ao propor os cenários para investigação nas aulas de matemática, Skovsmose o faz com a intenção de se contrapor a situações de aprendizagem em que o professor é o centro das atenções, de modo a buscar um ambiente que oferece recursos para fazer investigações.

Para analisar as distintas possibilidades de ambientes de aprendizagem, Skovsmose (2000) apresenta uma matriz combinando três tipos de referências⁶ e a distinção entre os dois paradigmas de práticas de sala de aula.

⁶ Para Skovsmose (2008), referências incluem os motivos das ações, ou seja, incluem o contexto para localizar o objetivo de uma ação.

Figura 01: Ambientes de aprendizagem

| | Exercícios | Cenários para investigação |
|-------------------------------|-------------------|-----------------------------------|
| Referências à matemática pura | (1) | (2) |
| Referências à semirrealidade | (3) | (4) |
| Referências à realidade | (5) | (6) |

Fonte: Skovsmose (2000).

Segundo a matriz apresentada, o professor, ao considerar o paradigma do exercício ou os cenários para investigação, como estratégia pedagógica, o faz a partir de três referências. A primeira referência caracteriza-se pela preocupação com a matemática pura em si ou com os conteúdos curriculares. A segunda, caracterizada pela semirrealidade, identifica-se com situações de aprendizagem relacionadas com ambientes contextualizados, mas de forma artificial, geralmente desenvolvidas a partir de ideias extraídas do livro didático. Na terceira referência, alunos e professores trabalham com situações do mundo real, que interagem com outras áreas do conhecimento.

Entretanto, essas três referências podem ter papéis distintos no ensino e na aprendizagem da matemática, dependendo em qual paradigma está alicerçada. Vamos procurar entender como se caracteriza cada tipo de ambiente, observando o que o estabelece no paradigma do exercício ou em um cenário para investigação.

O ambiente de aprendizagem tipo (1), vinculado à matemática pura, desenvolve habilidades de sistematização, estimulando a prática de seguir regras e de organização, concluindo etapa por etapa. São os exercícios do tipo siga o modelo, encontrados facilmente e em abundância nos livros didáticos. Uma lista enorme desses fazem com que o aluno “decore” as etapas da resolução do exercício. Esse ambiente é importante para a fixação de regras, técnicas e algoritmos relativos a conteúdos matemáticos.

Já o ambiente tipo (2), também desenvolvido com base na matemática pura, vai além da sistematização de regras e fórmulas pré-estabelecidas. Além de se questionar os porquês dessas fórmulas e regras, professor e alunos estão engajados em realizar descobertas sobre conceitos matemáticos que representam novidades aos alunos. Perguntas hipotéticas do tipo “e se...?” abrem caminhos para que os alunos considerem outros aspectos dos conceitos

matemáticos, além daqueles costumeiramente tratados nos livros didáticos.

No ambiente do tipo (3), os exercícios tratam de situações referentes a uma suposta realidade. No entanto, na maioria das vezes, o contexto apresentado no exercício é distante da realidade dos alunos, sendo relevante somente os dados numéricos estabelecidos. Ao iniciar a resolução, já se parte do pressuposto de que há somente uma resposta correta a ser perseguida, e há um algoritmo ou técnica pré-estabelecida a ser utilizada. Assim, basta retirar os dados do enunciado e resolver os cálculos. Além disso, os questionamentos a respeito dos dados e do contexto, bem como a respeito do resultado obtido, não fazem parte do trabalho nesse ambiente de aprendizagem. O objetivo é usar uma técnica ou algoritmo em determinado contexto não matemático.

O ambiente tipo (4) também contém referências a situações contextualizadas, mas que não são efetivamente reais. Nesse ambiente, não há respostas pré-determinadas pelo professor ou autor do livro didático. A situação é aberta a argumentações, os alunos apresentam suas perspectivas, trabalham em grupo, e chegam a conclusões. É possível observar como a matemática opera em situações contextualizadas. Procura-se fazer um convite para que os alunos explorem e busquem explicações sobre a situação. A atividade toda está localizada em um cenário para investigação, em que o processo é rico em questionamentos do tipo “*o que acontece se...?*”. Muitas descobertas podem ser exploradas ao longo do caminho quando a situação apresentada é analisada para além dos dados fornecidos.

O ambiente tipo (5) pode levar o aluno a agir em seus processos de aprendizagem, reconhecendo a matemática como parte de sua realidade. Segundo essa abordagem, os dados utilizados vêm da vida real, oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre professor e os alunos. Muitas vezes, professor e alunos tratam de dados reportados em jornais. As atividades em que estão envolvidos são exercícios com resposta única e técnica de resolução pré-determinada. Não há reflexão ou levantamento de questões a respeito do que tratam as situações apresentadas.

Tal reflexão é oportunizada no ambiente tipo (6), em que as referências também são à realidade, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades. O pressuposto de que há uma, e somente uma resposta certa, não faz parte dessa proposta, sendo eliminadas as autoridades que exercem seu poder no paradigma do exercício. Nesse ambiente,

o professor é orientador, e novas discussões baseadas na investigação sempre surgem. “Referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a matemática pode operar em nossa sociedade” (SKOVSMOSE, 2008, p.38). Assim, a reflexão crítica sobre os resultados dos cálculos torna-se fundamental, sendo possível perceber a conexão da matemática com a realidade e a intervenção da mesma nos modelos sociais.

Em cada um dos seis ambientes, apresentados por Skovsmose, parece existir diferenças nas formas de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos. Discutir sobre tais diferenças é um propósito deste artigo. Antes, porém, abordaremos uma forma bastante especial de comunicação que, segundo Alrø e Skovsmose (2004), está intimamente relacionada aos cenários para investigação. Trata-se do diálogo.

O Diálogo na perspectiva da Educação Matemática Crítica

Diálogo, dialogar, dialogicidade, dialógico são palavras utilizadas em muitos contextos. Neste artigo, abordaremos o conceito de diálogo na perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Na introdução, antecipamos como Paulo Freire, em sua obra “Pedagogia do Oprimido”, entende o diálogo. Dialogar não se refere a uma simples conversa. O diálogo é um encontro entre pessoas com o objetivo de pronunciar o mundo, o que significa tentar modificá-lo. Nesse sentido, o diálogo é existencial e envolve ação e reflexão. Não se trata de uma disputa de ideias, uma discussão guerreira, nem uma imposição. Diálogo é criação em conjunto. É um direito das pessoas. Não há diálogo se não houver amor, humildade, fé nos homens, esperança (FREIRE, 1987).

Tendo como uma de suas inspirações as ideias de Freire, Alrø e Skovsmose (2004) conceituam o diálogo como um tipo de conversação com algumas características especiais que visa à aprendizagem crítica. Em termos teóricos, o diálogo está relacionado a *realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade*. Com base em observações empíricas de trabalhos de professores com seus alunos, os autores caracterizaram o diálogo por oito atos dialógicos que compõem o Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo-CI): *estabelecer*



contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

Ao realizar uma investigação, os participantes envolvem-se de forma cooperativa para descobrir alguma coisa, adquirir conhecimento e novas experiências. Existe uma intenção e uma atitude de curiosidade que move os participantes. Eles controlam o processo e são responsáveis por conduzir as atividades; trata-se de uma propriedade compartilhada. Um cenário para investigação, como dito na seção anterior deste texto, pode referir-se à matemática pura, a situações imaginárias ou à realidade. Nessas atividades, cada participante pode ter um ponto de vista no qual acredita e defende, mas deve haver um equilíbrio entre posicionar-se e abrir mão do que se pensa, para que o coletivo seja valorizado e outras perspectivas sejam criadas e exploradas.

Como não se conhece de antemão tais perspectivas, os rumos de um diálogo são imprevisíveis. Quando se deseja saber o que o outro pensa, pode-se desconfiar de algo, mas não se tem a certeza do que o outro vai responder. São as diversas intervenções verbais e não verbais dos participantes que “alimentam” e “dão vida” ao diálogo. Aprender e investigar em um cenário dialógico envolve *correr riscos* e há o desafio de experimentar novas possibilidades, o que gera oportunidades de aprendizagem. Arriscar-se gera desconforto por não se saber se a perspectiva exposta será bem aceita ou não. Essa dúvida, a qual gera momentos de tensão, pode se reverter em euforia quando, de forma inesperada, uma perspectiva auxilia no processo de investigação. O sentimento de incerteza em excesso não é benéfico ao diálogo. Os alunos podem desistir da atividade ao se sentirem perdidos. A ideia não é remover o risco, mas sim promover momentos de incerteza passageira (ALRØ; KRISTIANSEN, 1998 *apud* ALRØ; SKOVSMOSE, 2004, p.123).

Quando se considera o conhecimento que professor e alunos têm a respeito de um conteúdo matemático específico, uma relação assimétrica entre eles é estabelecida: o professor sabe mais que os alunos. O que importa, no entanto, quando professor e alunos estão dialogando é outro tipo de relação, uma relação interpessoal *igualitária*. Todos têm direito à fala, e as diferenças e a diversidade ao agir e pensar são respeitadas.

Ao realizar uma investigação, correr riscos e promover igualdade, os participantes do diálogo se engajam em ações mais específicas. A segunda característica do diálogo refere-se ao conjunto dessas ações, chamadas de atos dialógicos, os quais auxiliam tanto na



manutenção como no desenvolvimento do diálogo.

Estabelecer contato é um elemento fundamental na atividade de cooperação. Sem esse elemento, o processo de cooperação não se inicia. Muitas vezes esse contato é feito por um convite à investigação e a manutenção desse contato tem relação com o interesse dos alunos para continuarem envolvidos na atividade. Não basta, portanto, estabelecer um contato inicial, mas também mantê-lo. Para que esse interesse se renove, o professor precisa ter uma escuta ativa, o que significa “fazer perguntas e dar apoio não-verbal ao mesmo tempo em que tenta descobrir o que se passa com o outro” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.70).

Em um trabalho colaborativo, entender o que o outro diz é fundamental. O ato dialógico de *perceber* é um processo de expressar perspectivas e torná-las visíveis na interação entre os participantes. Tenta-se compreender o que o outro diz em um determinado momento da atividade ou como ele entende certo problema. Quando alguém sugere uma forma de resolver o desafio proposto, essa perspectiva deve ser explorada como uma possibilidade de ação. O ato dialógico de *reconhecer* envolve o detalhamento de uma perspectiva, quando são expressas suas particularidades e implicações para a investigação.

Em meio aos processos de perceber perspectivas e reconhecê-las, os alunos *posicionam-se* para argumentar, defender ou rejeitar ideias. A fala é uma ferramenta poderosa na aprendizagem matemática. O ato dialógico de *pensar alto* refere-se à verbalização de raciocínios para tornar pública uma perspectiva, e assim possibilitar que seja investigada.

A partir da exposição das ideias, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno, ambos podem *reformular* o que é dito pelo outro, verificando se as perspectivas de cada lado foram entendidas. Quando o professor tenta compreender o que o aluno diz e reformula suas ideias, por exemplo, com perguntas como “você quis dizer que...?”, ele mostra que está interessado em ouvi-lo. Dessa forma, o aluno sente-se convidado a permanecer no diálogo, em sintonia com o professor.

Desafiar significa tentar levar os raciocínios envolvidos em um trabalho para uma nova direção. O desafio, porém, não pode ser feito de qualquer modo. Deve se adequar às concepções atuais do aluno; não pode ser demais nem de menos. Ao longo da atividade de investigação e, especificamente, no final desse processo, é importante que professor e alunos possam *avaliar* o trabalho realizado como um todo e também os raciocínios e os

procedimentos específicos.

Inspirada na perspectiva de diálogo de Alrø e Skovsmose (2004), considerando os aspectos teóricos e empíricos desse conceito, Milani (2015) propôs a seguinte interpretação de diálogo.

Diálogo é uma forma de interação entre professor e alunos, engajados em uma atividade de aprendizagem, em que a fala e a escuta ativa são compartilhadas, ideias são discutidas e a compreensão do que o outro diz é fundamental. Essa perspectiva de diálogo em educação matemática tem como base uma postura política que acredita que não pode haver a fala dominada por apenas uma das partes, mas, sim, compartilhada entre as partes (MILANI, 2015, p.202, grifo do autor).

Essa interpretação de diálogo o caracteriza como um movimento de ir até onde o outro está para compreender o que ele diz. O professor, preocupado com a aprendizagem de seu aluno, assume uma postura dialógica que procura sair de seu centro para compreender de onde o outro fala, em um movimento de idas e recuos, entre o seu conhecimento e o do aluno (MILANI, 2015; 2017).

O diálogo, para Alrø e Skovsmose, está diretamente associado aos ambientes de aprendizagem em que figuram cenários para investigação. A interpretação de diálogo, proposta por Milani, foi formulada para atender uma inquietação da autora que acreditava que o diálogo podia não estar associado apenas aos ambientes de aprendizagem relativos aos cenários para investigação. Isso nos leva a considerar que essa forma de comunicação pode se aproximar, de modos distintos, aos seis ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000), apresentados anteriormente neste texto. É o que trataremos na próxima seção.

O diálogo em ambientes de aprendizagem: um novo eixo, novas possibilidades

Os modos com que professor e alunos se comunicam nas aulas de matemática influenciam nas formas de aprendizagem que ali ocorrem (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004). Uma fala mais expositiva do professor acaba restringindo o tempo de fala dos alunos. Isso implica em uma participação menor na aula e uma aprendizagem centrada na escuta. “Quanto mais o professor explicar, mais o aluno vai entender/aprender”. Essa geralmente é a crença de um professor que detém o monopólio da fala nas aulas, e costuma ser essa a prática das aulas



centradas no paradigma do exercício.

Por outro lado, quando o aluno assume a posição central no processo de aprendizagem, sua participação, inclusive verbal, torna-se mais ativa. As atividades investigativas, relativas aos cenários para investigação, proporcionam esse modo de participação, em que o aluno fala muito mais de suas perspectivas do que escuta o que deve ser feito.

E se não olharmos somente para essas situações bastante opostas de comunicação entre professor e alunos? Se considerarmos os diferentes ambientes de aprendizagem do quadro de Skovsmose (2000), que diálogos podem lá ocorrer? De que forma a comunicação em cada ambiente pode se aproximar do diálogo? Considerar tal aproximação, seria como se inseríssemos um novo eixo nesse quadro.

Para nos referir aos diferentes ambientes de aprendizagem, tomaremos como ponto de partida suas características já apresentadas neste texto. No que se refere ao diálogo, consideraremos o que foi explicitado na seção anterior, com destaque para os oito atos dialógicos que compõem o Modelo de Cooperação Investigativa – estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar –, de Alrø e Skovsmose (2004), e para os aspectos apontados por Milani (2015) em relação ao diálogo – fala e a escuta ativa compartilhadas, e a importância de compreender o que o outro diz.

Vamos tratar da forma de comunicação entre professor e alunos, e entre alunos, existente nos ambientes de aprendizagem. Trataremos com maior detalhamento dos ambientes (1), (3) e (5), por considerarmos que nos ambientes (2), (4) e (6), como dito anteriormente, o diálogo é o padrão comunicativo que ali ocorre, como Alrø e Skovsmose (2004) assim definem. Não deixaremos, no entanto, de abordar a discussão a respeito da comunicação nos cenários para investigação. Não repetiremos o que Alrø e Skovsmose (2004) já afirmaram sobre diálogo nesses ambientes, mas, sim, criaremos vínculos entre o que propomos de possibilidades para a aproximação do diálogo no paradigma do exercício e o que se configura como diálogo nos cenários para investigação, e relacionaremos as ideias desses autores com aspectos apontados por Milani (2015). O desafio que percebemos existir para os professores é o de como implementar ações que se aproximem do diálogo, nos ambientes de aprendizagem ligados ao paradigma do exercício.



O ambiente de aprendizagem (1) está localizado no paradigma do exercício com referência à matemática pura. O professor explica o conteúdo, traz definições, mostra como as regras e algoritmos funcionam e dá exemplos. Os alunos escutam a fala do professor e resolvem exercícios de fixação. Não há questionamentos sobre o porquê de tais regras e seus respectivos significados. O aluno pergunta somente sobre como se resolvem os exercícios e o professor responde de forma direta.

Outra possível interação entre professor e alunos, nesse ambiente, seria quando o primeiro abre espaço para a fala dos estudantes para completar uma ideia iniciada por ele ou para adivinhar o que ele quer como resposta a uma pergunta fatural. Vejamos os exemplos a seguir.

Professor: Para calcular o quadrado de um número, basta fazer o número...?
Aluno: Vezes ele mesmo.

O professor faz uma pergunta aos alunos, ao contrário de afirmar. De alguma forma, ele pede a participação dos alunos. Tal participação, no entanto, é para completar uma ideia trazida pelo próprio professor. Ao perguntar, o professor espera uma única resposta, a qual ele já sabe de antemão. Cabe ao aluno adivinhá-la.

Professor: Quanto é a unidade imaginária?
Aluno A: -1 .
Professor: Hmm.
Aluno B: $\sqrt{1}$.
Professor: Quanto? Mais alguém?
Aluno A: $\sqrt{-1}$.
Professor: Agora sim! Muito bem! (MILANI, 2015, p.200).

Na interação acima, o professor faz uma pergunta fatural, quer saber a respeito de um fato matemático específico. Três respostas surgem, numa tentativa de adivinhar o que o professor tem em mente. Para cada uma delas, o professor emite um comentário. Em especial para a última, aquela que ele esperava desde o início, ele faz uma avaliação. A interação acima pode ser caracterizada como padrão *sanduche*, em que a fala dos alunos é *sandwichada* pela do professor. Esse padrão é quase um monólogo, pois os alunos apenas *recheiam* o discurso do professor. Algumas vezes, eles não respondem o que ele estava esperando e, aí,



começa um jogo de adivinhação, em que a preocupação é tentar adivinhar o que o professor quer como resposta, característica essa do padrão *adivinhação* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004).

As respostas dos alunos, no entanto, podem mostrar em que lugar (cognitivo e, não, físico) ele está. Daí a importância de uma escuta ativa (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004). Quando a resposta não coincide com o que o professor tem em mente, aluno e professor estão em lugares diferentes. Se houver interesse da parte do professor em querer que o aluno fale na mesma direção que a sua (LINS, 1999), então ele deve se movimentar para este novo lugar. Esse movimento, é considerado por Milani (2015), uma tentativa do professor compreender o que o aluno diz, por meio do diálogo.

No exemplo acima, o professor poderia evidenciar a toda a turma que os alunos estavam em dúvida a respeito do que é a unidade imaginária, ao invés de apenas esperar que a resposta desejada fosse enunciada. Poderia ser um momento de retomar os conceitos (tanto -1 quanto $\sqrt{1}$ são números reais; a unidade imaginária não faz parte desse conjunto numérico), construir uma discussão em aula a respeito do assunto e verificar se mais alunos pensam como aqueles que responderam à pergunta do professor.

Na resolução de um exercício, nesse ambiente de aprendizagem, em que os alunos chegam a diferentes respostas, ao invés do professor apontar a única resposta verdadeira, ele pode lançar mão de perguntas investigativas que buscam compreender o que o aluno está dizendo (MILANI, 2012): “como você chegou a esse resultado?”, “como você pensou para chegar nesta resposta?”, “pode me explicar o que está dizendo?”, ou simplesmente “por quê?”. Ao perguntar, o professor procura *reconhecer* a perspectiva do aluno, aprofundar-se a respeito das ideias evidenciadas. Além das perguntas, o professor pode dizer como entendeu a perspectiva do aluno, trazendo à tona o ato dialógico de *reformular*. Essas perguntas podem também ser feitas para os alunos que responderam o que o professor queria ouvir. Assim, os alunos podem auxiliar seus colegas ao explicitarem suas perspectivas.

As perguntas investigativas, tanto do professor quanto do aluno (aos seus colegas ou ao professor), representam um passo importante em direção ao diálogo, pois mostram o interesse das partes em relação ao que o outro diz. Além de ouvir atentamente ao outro, leve-se em consideração a perspectiva do outro, ao tentar compreendê-la. Alunos e professor são



parte do diálogo e, com a participação de ambos, a responsabilidade pelo processo de aprendizagem é compartilhada.

Outra possibilidade da comunicação entre professor e alunos avançar em direção ao diálogo é o que Skovsmose (2014b) chama de *abrir um exercício*. Para dar um exemplo dessa situação, consideremos o seguinte exercício: “Sejam as funções f e g de \mathfrak{R} em \mathfrak{R} definidas por $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = -x + 5$. Encontre f^{-1} e g^{-1} ”. Trata-se de uma situação muito comum do ambiente de aprendizagem (1). Com ela, o aluno pode aprender a executar a técnica de encontrar a função inversa de uma dada função. Há, no entanto, outras possibilidades de trabalho, partindo desse mesmo exercício. Podemos pensar na seguinte situação: “Vamos considerar duas funções reais de primeiro grau f e g de \mathfrak{R} em \mathfrak{R} definidas por $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, onde os parâmetros a, b, c, d são números reais. O que podemos dizer sobre a interseção de f e g ? E de f e f^{-1} ? E f^{-1} e g^{-1} ?”.

A ideia de abrir um exercício refere-se a criar outras possibilidades de encaminhamento sobre a temática proposta nele (SKOVSMOSE, 2011). É claro que para resolver a situação acima, o aluno precisa saber encontrar a lei da função inversa de uma função dada, mas não para por aí. Ele é convidado a explorar conceitos matemáticos e levantar hipóteses. Nessa situação foram apresentadas três perguntas e elas indicam que existem outras que podem ser formuladas pelo professor ou pelos alunos, dependendo de suas intenções com a atividade. Abrir um exercício pode fazer com que professor e alunos passem a trabalhar em um cenário para investigação com referência à matemática pura. Esse ambiente de aprendizagem (tipo (2)) é próprio para o diálogo, como Alrø e Skovsmose (2004) assim o definiram.

Como já anunciamos, na referência à matemática pura, a aprendizagem de conteúdos matemáticos é o foco principal. Quando essa referência se situa na perspectiva de um cenário para investigação, as atividades propostas se constituem em potenciais ambientes para que os alunos reflitam sobre os conceitos e as propriedades, testem hipóteses, refutem ideias preconcebidas, validem repostas e estabeleçam relações entre os conteúdos dos diversos campos da matemática. Um ambiente de aprendizagem desse tipo se configura somente quando o professor propõe aos seus alunos atividades de natureza investigativa.

É o que acontece no ambiente tipo (2), pois, com propósito de questionar os porquês



das regras e entender os conceitos matemáticos, o diálogo é intensificado. O professor não mais emite apenas respostas, mas torna-se um inquiridor. O diálogo é ampliado para questões de natureza investigativa, do tipo “*e se...?*”, “*o que acontece se...?*” Os alunos conversam entre si. Há investigação, há trabalho colaborativo, e, por conta disso, os oito atos dialógicos podem ser percebidos. Entendemos também que se faz presente nesse ambiente a fala e a escuta ativa compartilhadas por parte de alunos e professor, visto que a intenção das atividades no ambiente não é encontrar a resposta certa, mas, sim, a aprendizagem dos conceitos envolvidos por parte de todos, sob a forma da investigação.

O ambiente tipo (3) refere-se à semirrealidade. A tarefa do aluno, como no ambiente (1), segue sendo a de resolver exercícios de uma única resposta. Esses, porém, possuem um contexto não limitado à matemática, como, por exemplo, a da compra de algum produto. Pensemos no seguinte exercício: “João foi à feira para comprar 5 kg de maçãs. Se o preço do quilo da maçã era R\$7,50, quanto João pagou por sua compra?”. Todas as informações estão presentes no enunciado do exercício. Basta, ao aluno, fazer a operação corretamente e chegar ao resultado esperado pelo professor.

“Como está cara essa maçã! O que o João vai fazer com tudo isso de maçã? Na quitanda perto de casa, encontro maçã bem mais barata que isso! Será que em toda feira era esse o preço da maçã? Por que ele não pesquisou o preço em outro lugar? Quanto custa, para o agricultor, produzir essa maçã? Essa maçã só pode ser feita de ouro!”. Esses comentários poderiam ser feitos pelos alunos, a partir do exercício apresentado anteriormente. No entanto, para não gerar conflitos, torna-se essencial um “acordo” entre professor e alunos para trabalharem no paradigma do exercício, ou seja, o aluno deve contentar-se em encontrar a solução, sem muitas considerações extras. Dessa forma, a comunicação fica limitada à busca por tal solução única. Levar em consideração esses comentários e ir adiante na reflexão que poderia surgir a partir deles não são objetivos do paradigma do exercício. Assim, as novas perguntas e a curiosidade dos alunos pelo contexto não são bem-vindas nesse ambiente.

Imaginemos, agora, se houvesse espaço na aula de matemática para que os comentários dos alunos fossem levados em consideração. Em grupos, os alunos poderiam pensar em diferentes preços para o quilograma da maçã, fazer pesquisas em seus bairros, entrevistar feirantes para saber a variação do preço da maçã, entre outros motivos. Poder-se-



ia, ainda, investigar qual o custo de produção e comparar com o preço de venda dessa maçã, gerando uma discussão de caráter econômico. Desse modo, a busca por respostas oriundas de um exercício poderia ser coletiva. Em grupo, os alunos poderiam ter chance de colocar em ação os atos dialógicos do Modelo de Cooperação Investigativa e compartilhar a fala e a escuta ativa. O trabalho em grupo a respeito das perspectivas dos alunos poderia encaminhar o professor e a turma para o diálogo, que é o que encontramos no ambiente tipo (4).

Nesse ambiente, os alunos são incentivados a explorar os elementos do enunciado do exercício. Eles têm mais liberdade para investigar, fazer inferências e tomar decisões. O pressuposto da ‘resposta certa’ é substituído pelo da ‘melhor resposta’, perseguida em atividade coletiva e colaborativa, e o contexto empírico apresentado nos problemas pode ser questionado. Dessa forma, o diálogo é intensificado, ao provocar os alunos a perceberem as relações para além das fórmulas matemáticas. A matemática a ser utilizada, muitas vezes, pode não estar explícita, o que exige do aluno a sua descoberta.

Skovsmose (2014b) exemplifica esse ambiente com informações sobre o Programa de simulação Simcity4⁷ usado no Brasil no Projeto Planejamento Urbano.

O programa é estruturado como um jogo e os participantes se colocam na condição de prefeitos do município. Como parte do jogo, diversos aspectos do planejamento municipal precisam ser analisados, tais como: sistema de saúde, escolas, poluição, mercado imobiliário, transportes, áreas recreativas, legislação, fornecimento de água, energia e serviço de esgoto etc. [...]. Na semirrealidade que se apresenta, os alunos podem opinar sobre os rumos do município e se envolver em diversas atividades de planejamento e tomadas de decisões quase sempre envolvendo contas (SKOVSMOSE, 2014b, p.56).

Nesse ambiente podemos encontrar os atos dialógicos, visto que a atividade de simulação é também um exercício de possíveis realidades. Logo, não é possível participar de um projeto que envolve questões do conteúdo matemático e questões sociais, mesmo que fictícias, sem o diálogo, pois, é necessário *posicionar-se, avaliar, estabelecer contato reformular, desafiar, perceber, reconhecer e pensar alto* para participar da atividade. Vale frisar que não existe uma ordem fixa entre os atos dialógicos. Dependendo da atividade os participantes poderão ser convidados a *desafiar* ou *avaliar*, como primeiro ato dialógico para

⁷ O jogo Simcity4 foi lançado em 2003 pela Electronic Arts (EA Games) (SKOVSMOSE, 2014b).

avaliarem suas perspectivas e conhecimentos obtidos e, posteriormente, *estabelecer contato, perceber*, entre outros.

O ambiente de aprendizagem (5) localiza-se no paradigma do exercício com referência à realidade. Os dados dos exercícios são extraídos de situações reais. Não são os alunos que os trazem para a aula, mas, sim, são apresentados pelo professor e, a exemplo dos ambientes caracterizados anteriormente nesse paradigma, encontram-se todos no enunciado do exercício. A solução também é única e é o foco da resolução. As discussões oriundas do exercício sobre a realidade não são o objetivo nesse ambiente.

Consideremos as seguintes informações: “A abstenção no ENEM no ano passado foi de 30%, ou seja, 2,4 [vezes] maior do que a de 2015, mas seguiu a média da série histórica do exame. Em 2014, a abstenção foi 28,9%; em 2013, 29,7%; em 2012, 27,9%. Já em 2011, 26,4% dos candidatos deixaram de fazer o exame; já em 2010, o índice foi 28,8% e em 2009, 27,7%”⁸. Um exercício com base nas informações anteriores poderia ser: construa um gráfico de colunas para representar a série histórica de abstenção no ENEM.

Para resolvê-lo, os alunos precisam fazer um cálculo de porcentagem para descobrir a abstenção em 2015 e, depois, construir o gráfico. Apesar do ambiente pressupor dados da realidade, esses dados não podem ser questionados e ampliados. No entanto, se nos ambientes anteriores a discussão poderia surgir entre os alunos, no ambiente (5), com base em dados reais, nos parece que ela surgiria mais naturalmente ainda.

“Puxa, não sei qual faculdade fazer! Não sei nem se vou fazer faculdade. Para que estudar tanto? Eu sinto uma pressão da sociedade e dos meus pais para fazer uma faculdade! Por que todo mundo tem que ingressar na universidade? No ano passado, algumas escolas estavam ocupadas. Um amigo meu não pode fazer o ENEM porque sua escola estava ocupada! Por que mesmo estavam ocupadas?”. Levando os comentários dos alunos em consideração, cada grupo poderia escolher um caminho para levar as reflexões adiante. Cada aluno poderia mostrar sua perspectiva para seus colegas e professor. Os atos dialógicos estariam presentes nessa interação. Certamente, outros conhecimentos, não necessariamente matemáticos, estariam sendo abordados. Nesse sentido, estaríamos nos aproximando do

⁸ Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/enem/2016/noticia/2016/11/abstencao-no-enem-2016-foi-de-30.html>> Acesso em 11 jul 2017).

ambiente tipo (6).

Nesse ambiente, o diálogo entre professor e alunos e entre alunos se intensifica, e já não há uma regra explícita para resolução da atividade. O processo de investigação instiga o entrelaçamento de conversas e debates, para decifrar os próximos passos. É preciso negociações; a palavra está aberta. Um processo dialógico se instaura, em que, para além do diálogo, há reflexão sobre o mesmo. Dessa forma, nesse ambiente de aprendizagem os oito atos dialógicos podem ser identificados, assim como a fala e escuta ativa são compartilhadas por parte de alunos e professor. Aqui, toda exploração, reflexão e crítica são possíveis.

Dessa forma, poderão surgir, durante as resoluções das atividades, uma pesquisa empírica ou um projeto de intervenção, a depender da questão trabalhada. O debate neste caso é direcionado para a mudança social. Assim, será possível trabalhar os conteúdos matemáticos em plena articulação com as dimensões sociais, políticas, econômicas e culturais e, ainda, aprofundar os conceitos da própria matemática. Lima e Lima (2016) exemplificam possibilidades de atividades de referência à vida real em um cenário para investigação ao analisar atividades propostas por professores de escolas do campo na região do Agreste e Sertão de Pernambuco⁹.

De acordo com as autoras, o professor de uma escola do campo que objetiva articular conteúdos matemáticos com a vida real de seus alunos poderia, por exemplo, propor o debate sobre a agricultura camponesa, sobre a importância da Agroecologia, enquanto técnica e enquanto ciência, e ainda sobre a questão agrária no Brasil. Ele pode trabalhar a adequação do melhor tipo de gráfico estatístico para representar os dados obtidos sobre a produção dos camponeses, além da construção e da interpretação de gráficos. Poderá trabalhar o conceito de área de figuras planas, fazendo a devida discussão entre as áreas das propriedades de agricultores familiares e os grandes latifúndios do lugar em que habita. O professor também poderá contemplar uma discussão sobre os aspectos históricos da luta dos camponeses no Brasil contra a exploração da mão de obra, a opressão e a negação de direitos.

Ao propor atividades desse tipo, o professor motiva o aluno para se envolver na atividade e *estabelece contato* para ele *refletir, pensar alto, reconhecer* seus limites e potencialidade, *desafiar-se, avaliar, reformular* ideias para tomar decisão e *posicionar-se*

⁹ Para maiores informações ver (LIMA, 2014).



sobre a matemática e o mundo em que vive. Ele poderá, portanto, mobilizar diferentes estratégias de resolução e conhecer com mais profundidade os conteúdos matemáticos e o contexto em que vive.

Também Soares (2008; 2013) exemplifica outras possibilidades de atividades no ambiente de aprendizagem tipo (6), e que se pressupõem os atos dialógicos. São apresentados, por exemplo, trabalhos como o do professor Jacobini, que propôs aos alunos da disciplina de estatística uma investigação de modelos reais ligados à temática das eleições; assim como do professor Silva, que propôs uma investigação sobre o horário de verão brasileiro junto a suas turmas do ensino médio. Em todos esses casos, diálogo, crítica e reflexão sobre os aspectos sociais foram fundamentais para caracterizar o cenário para investigação e para fazer das aulas de matemática um espaço de cidadania.

Da mesma forma, Civiero (2016) discute a importância do imbricamento da EMC com as implicações sociais da ciência e da tecnologia para que alunos e professores se empoderem das variáveis do processo civilizatório. Assim, “é fundamental a sinergia entre os saberes específicos da matemática e os saberes sociais para apreender a realidade de uma sociedade estruturada pela ciência e pela tecnologia. Isso implica no conhecimento integral das mudanças que estão se sucedendo dentro de um processo cultural contínuo e evolutivo” (*Ibid*, p.285). Esse entrelaçamento entre o conhecimento matemático e as questões contemporâneas favorece a dialogicidade.

O diálogo foi caracterizado por Alrø e Skovsmose (2004) em ambientes de aprendizagem relativos aos cenários para investigação. Priorizamos, nessa seção do texto, indicar caminhos para que a comunicação entre professor e alunos se torne mais aberta, partindo do paradigma do exercício, aproximando-se, assim, do diálogo. Quando o professor procura realizar uma escuta ativa, ele inicia o movimento do diálogo que busca a compreensão do que o aluno diz. Esse movimento não é simples e imediato, pois trata-se de uma mudança de postura, no sentido epistemológico, metodológico e político.

Considerações finais

Ao longo do presente texto, desenvolvemos uma discussão teórica sobre o diálogo nas



aulas de matemática nos seis ambientes de aprendizagem apresentados por Skovsmose (2000). O texto foi fundamentado à luz da Educação Matemática Crítica e sustentado em nossas experiências, enquanto professoras e pesquisadoras que buscam desenvolver e observar o que ocorre nos distintos ambientes de aprendizagem.

Nos ambientes associados ao paradigma do exercício, a intencionalidade do professor ao propor atividades se restringe quase que exclusivamente à aprendizagem de um conteúdo matemático, independentemente de as atividades fazerem referência à matemática pura (1), à semirrealidade (3) ou à realidade (5). Nestes ambientes a memorização do conteúdo por meio da repetição é comumente priorizada por professores e alunos. Já, nos cenários para investigação, nos ambientes (2), (4) e (6), nas respectivas referências, a prioridade é a reflexão sobre os conteúdos matemáticos e a sua imbricação com a realidade; de modo a avançar num movimento para além da técnica matemática.

Todavia, o movimento do paradigma do exercício para o cenário para investigação não é simples nem imediato e, por isso, requer um tempo próprio para se efetivar. Segundo Pentado (2001), esse movimento é oneroso para o professor que é instigado a sair da sua zona de conforto. Nessa zona ele não corre riscos porque possui uma vasta experiência com o planejamento que reproduz, por vezes, anos após anos, conhece bem o funcionamento da classe e dos alunos, sabe bem as perguntas que podem surgir quando ensina um determinado conteúdo. Além disto, ele é instado a investir mais tempo de pesquisa para construir os cenários. Assim, aderir ao movimento significa caminhar para um lugar desconhecido, onde prevalecem as incertezas e os imprevistos. É preciso considerar, também, neste debate, que ensinar por meio dos cenários para investigação não depende somente do professor. Há diversos fatores que interferem fortemente desde a constituição até a implementação. Dentre eles estão as condições de trabalho e de preparação das aulas; reconhecimento da profissionalização docente; o apoio dos pares, dos alunos, dos pais e demais membros da comunidade escolar. Estas são razões que podem estar na origem da opção que muitos professores fazem pelo paradigma do exercício.

Mover-se em direção aos cenários para investigação, no entanto, possibilita outras formas de aprendizagem e outros modos de comunicação, o que consideramos ser de extrema importância na educação matemática a ser praticada nas salas de aula. Não defendemos que as



aulas de matemática devam sempre ser inseridas em cenários para investigação. Concordamos com Skovsmose (2014b) quando ele acentua a pertinência do movimento entre diferentes ambientes de aprendizagem, na medida em que não há necessariamente os que são “bons” por natureza e os que são “maus”. É possível que em uma mesma aula o professor trabalhe atividades associadas aos dois paradigmas, começando, por exemplo, com um cenário para investigação para depois apresentar uma lista de exercícios do livro didático. O que pensamos ser problemático é permanecer sempre em um mesmo ambiente de aprendizagem, privando os alunos de outros tipos de aprendizagem e comunicação. Skovsmose (2014b) ressalta sua preocupação quando as atividades matemáticas são propostas unicamente no paradigma do exercício, sobretudo, aquelas que fazem referência à matemática pura e à semirrealidade que, em geral, se distanciam da vida real.

Para Skovsmose (2008, p.31), “uma boa parte da educação matemática está alternando os ambientes (1) e (3). Nesse sentido, o paradigma do exercício oferece uma fundamentação assentada na “tradição da educação matemática” e “a linha vertical que separa o paradigma do exercício dos cenários para investigação é, por certo, uma linha muito espessa” (*Ibid*, pp.30-31). Entretanto, movendo-se entre os diferentes ambientes de aprendizagem apresentados na matriz se produz um terreno imenso de possibilidades de discussão sobre mudanças na educação matemática. Entendemos que o diálogo pode impulsionar reflexões que provoquem tais mudanças e que, de certa forma, possam atenuar a linha que separa os ambientes.

Assim, o diálogo que pressupõe a relação sociopolítica e cultural e, portanto, a mutualidade e a equidade entre os atores, poderá acontecer nos ambientes de aprendizagens quando há cooperação investigativa. Então, para avançar em relação ao diálogo, o professor pode fazer uma escuta ativa das respostas dos alunos, levá-las em consideração, investigar o que ele diz. De certa forma, é imprescindível, em qualquer ambiente de aprendizagem, manter-se questionando sobre: Que perguntas o professor poderia fazer para avançar para o diálogo?

Entretanto, é possível perceber que a comunicação entre professor e alunos estabelecida num cenário para investigação não é governada sob a mesma lógica que a comunicação entre o professor e os alunos no paradigma do exercício na tradição da matemática escolar.

Em síntese, sabe-se que nos três ambientes de aprendizagem na perspectiva do cenário para investigação é possível acontecer o diálogo, ou seja, existem atos dialógicos apontados nos estudos de Alrø e Skovsmose (2004) que se assemelham à dialogicidade proposta por Paulo Freire, mesmo quando se trata unicamente do conteúdo matemático. Para além disso, acreditamos que, nos ambientes de aprendizagem enraizados no paradigma do exercício, é possível mover-se em direção ao diálogo, colocando em ação alguns atos dialógicos, de modo que o professor possibilite que a fala seja compartilhada com alunos nas aulas de matemática.

Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic, 2004.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CIVIERO, P. A. G. **Transposição Didática Reflexiva**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Porto Alegre: UFRGS, 2009.

_____. **Educação Matemática Crítica e as implicações sociais da ciência e da tecnologia no processo civilizatório contemporâneo: embates para a formação de professores de matemática**. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Florianópolis: UFSC, 2016.

DAVIS, P.J; HERSH. R. **O Sonho de Descartes**. Editora Francisco Alves: Rio de Janeiro, 1988.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

_____. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FRIGOTTO, G. Escola sem partido: imposição da mordaza aos professores. **e-Mosaicos – Revista Multidisciplinar de Ensino Pesquisa, Extensão e Cultura**. Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira v. 5, n. 9, 2016. Disponível em: <<http://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/e-mosaicos/article/view/24722>> Acesso em: 05 jan. 2017.

LIMA, A. **Educação do campo e educação matemática: relações estabelecidas por professores e camponeses do Agreste e Sertão de Pernambuco**. Dissertação (Mestrado em Educação Contemporânea). Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Caruaru, 2014.



LIMA, A.; LIMA, I. Os conteúdos matemáticos e as realidades dos alunos camponeses: que articulações são realizadas pelos professores que atuam em escolas do campo? **Revista Perspectivas da Educação Matemática** v. 9 n. 16, 2016. Disponível em: <<http://www.edumat.ufms.br> > Acesso em: 03 dez. 2016.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999. p.75-94.

MILANI, R. **Dialogical questioning in mathematics education**. In: International Congress on Mathematical Education, 12., 2012, Seul, Coréia do Sul, 2012.

_____. **O Processo de Aprender a Dialogar por Futuros Professores de Matemática com Seus Alunos no Estágio Supervisionado**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2015.

_____. “Sim, eu ouvi o que eles disseram”: o diálogo como movimento de ir até onde o outro está. **Bolema**. Rio Claro, v.31, n.57, pp.35-52, abr. 2017.

PENTEADO, M. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. **Ways of Knowing Journal**, v. 1, n. 2, p.23-35, 2001.

SOARES, D. A. **Educação Matemática Crítica: contribuições para o debate teórico e seus reflexos nos trabalhos acadêmicos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo: 2008.

_____. **O Ensino de Matemática em uma Perspectiva Crítica**. Saarbrücken, Novas Edições Acadêmicas, 2013.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, n. 14, 66-91. 2000.

_____. **Educação Matemática Crítica: A questão da Democracia**. Campinas: Papyrus, 2001.

_____. **Travelling Through Education: Uncertainty, Mathematics, Responsibility**. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

_____. **Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiane Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

_____. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.6, n.12, p.221-245, jul.-dez. 2017.



_____. **Critique as uncertainty**. Charlotte, North Carolina, USA: Information Age Publishing, 2014a.

_____. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014b. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SHOR, I.; FREIRE, P. **Medo e ousadia**: o cotidiano do professor. Tradução de Adriana Lopez. 9. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986.

VALERO, P.; ANDRADE-MOLINA, M.; MONTECINO, A. Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. Distrito Federal, Organismo Internacional. v. 18, n. 3, p.287-300, nov., 2015. Disponível em: <<http://www.redalyc.org>> Acesso em: 22 mar. 2016.

Recebido em: 30/07/2017
Aprovado em: 18/09/2017