



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Joilson Zacarias Araújo

# **A Cosmologia com Violação da Invariância de Lorentz via Teorias tipo-Éter**

Campina Grande, Paraíba, Brasil

8 de dezembro de 2023

Joilson Zacarias Araújo

# **A Cosmologia com Violação da Invariância de Lorentz via Teorias tipo-Éter**

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Professor Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos

Coorientador: Professor Dr. Eugênio Bastos Maciel

Campina Grande, Paraíba, Brasil

8 de dezembro de 2023

A663c

Araújo, Joilson Zacarias.

A cosmologia com violação da invariância de Lorentz via teorias tipo-éter / Joilson Zacarias Araújo. – Campina Grande, 2023.

42 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação: Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos, Prof. Dr. Eugênio Bastos Maciel".

Referências.

1. Cosmologia Inflacionária. 2. Violação da Invariância de Lorentz. 3. Limites Fenomenológicos. 4. Gravitação. 5. Teoria de Campos. I. Passos, Eduardo Marcos Rodrigues dos. II. Maciel, Eugênio Bastos. III. Título.

CDU 524.8(043)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
POS-GRADUACAO EM FISICA  
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

## FOLHA DE ASSINATURA PARA TESES E DISSERTAÇÕES

**JOILSON ZACARIAS ARAÚJO**

**A Cosmologia com Violação da Invariância de Lorentz via Teorias de tipo-Éter**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 13/11/2023

**Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos**  
Presidente da Comissão e Orientador

**Eugênio Bastos Maciel**  
Coorientador

**Klecio Emanuel Lima de Farias**  
Examinador Interno

**José Jamilton Rodrigues dos Santos**  
Examinador Externo



Documento assinado eletronicamente por **Klecio Emanuel Lima de Farias, Usuário Externo**, em 05/12/2023, às 11:22, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **EDUARDO MARCOS RODRIGUES DOS PASSOS, PROFESSOR 3 GRAU**, em 05/12/2023, às 15:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **EUGENIO BASTOS MACIEL, PROFESSOR 3 GRAU - SUBSTITUTO**, em 06/12/2023, às 09:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **4018012** e o código CRC **8B8C1D79**.

---

Referência: Processo nº 23096.089365/2023-53

SEI nº 4018012



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
POS-GRADUACAO EM FISICA  
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

## REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

### REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM FÍSICA, REALIZADA EM 13 DE NOVEMBRO DE 2023

Aos treze dias do mês de novembro do ano de dois mil e três, reuniram-se em caráter de solenidade pública, os membros da comissão designada para avaliar **JOILSON ZACARIAS ARAÚJO** ao grau de Mestre em Física, área de concentração Física. Foram componentes da Banca Examinadora os especialistas: o professor **Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos** (Orientador) – Doutor em Física, o professor **Eugênio Bastos Maciel** (Coorientador) – Doutor em Física, o professor **Klecio Emanuel Lima de Farias** – Doutor em Física e **José Jamilton Rodrigues dos Santos**, sendo o primeiro e o segundo integrantes do corpo docente da Universidade Federal de Campina Grande, o terceiro pesquisador da Universidade Federal de Campina Grande e o quarto professor da Universidade Estadual de Campina Grande. w HORA DE INÍCIO: **15h00min** – LOCAL: **Auditório Jurguer W. Precker**. Dando início aos trabalhos, o Presidente da Banca, professor **Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos**, após declarar os objetivos da reunião, apresentou o(a) candidato(a) **JOILSON ZACARIAS ARAÚJO**, a quem concedeu a palavra para que dissertasse oral e sucintamente sobre o tema apresentado, intitulado “**A Cosmologia com Violação da Invariância de Lorentz via Teorias de tipo-Éter**”. Após discorrer o referido tema, o(a) candidato(a) foi arguido(a) pelos examinadores na forma regimental. Ato contínuo, passou a Comissão, em caráter secreto, a proceder a avaliação e julgamento do trabalho, concluindo por atribuir-lhe o conceito Aprovado. Face à aprovação, declarou o Presidente estar o(a) avaliado(a), legalmente habilitado(a) a receber o Grau de Mestre em Física, cabendo à Universidade Federal de Campina Grande, providências para a expedição do Diploma a que o(a) mesmo(a) faz jus. Nada mais havendo a tratar, foi lavrada a ata, que será submetida à aprovação da Comissão Examinadora. Campina Grande, 13 de novembro de 2023.

**Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos**  
Presidente da Comissão e Orientador

**Eugênio Bastos Maciel**  
Coorientador

**Klecio Emanuel Lima de Farias**  
Examinador Interno

**José Jamilton Rodrigues dos Santos**  
Examinador Externo

**Joilson Zacarias Araújo**  
Candidato(a)

**Francisco de Assis de Brito**  
Coordenador do Programa

## 2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Tese de Mestrado do(a) candidato(a) **JOILSON ZACARIAS ARAÚJO**, assinada eletronicamente pela Comissão Examinadora acima identificada.

2.2. No caso de examinadores externos que não possuam credenciamento de usuário externo ativo no SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários certificam que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da tese e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **Joilson Zacarias Araújo, Usuário Externo**, em 01/12/2023, às 14:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Klecio Emanuel Lima de Farias, Usuário Externo**, em 05/12/2023, às 11:21, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **EDUARDO MARCOS RODRIGUES DOS PASSOS, PROFESSOR 3 GRAU**, em 05/12/2023, às 15:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **EUGENIO BASTOS MACIEL, PROFESSOR 3 GRAU - SUBSTITUTO**, em 06/12/2023, às 09:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **4015700** e o código CRC **6C79CB33**.

*Aos meus amados pais, Alexandra Zacarias e Joailton Marques. Aos meus queridos avós, Maria Severina(in memoriam) e Edmilson Zacarias (in memoriam). A meu eterno amigo, Cassiano do Nascimento (in memoriam). A meu amado sobrinho Stefan, que foi minha luz em tempos ltuosos.*



# Agradecimentos

- Agradeço primeiramente a Deus, por me fortalecer a cada dia, me proporcionando oportunidade e força para sempre seguir em frente, e realizar meus sonhos.
- Ao Prof. Eduardo Passos, pela orientação, sugestão do tema, amizade, estímulo e competência com que conduziu este trabalho. Obrigado pela paciência e pelos ensinamentos que com toda certeza agregou na minha vida.
- Ao Prof. Eugênio Bastos, em que tive o privilégio de ser aluno na graduação, um grande amigo, obrigado pelos ensinamentos, paciência, incentivo que me proporcionou nesta jornada.
- A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram com a minha formação.
- Aos meus amados pais, que cheguei até aqui por incentivo, amor, carinho e suporte que me proporcionam sempre. Amo vocês.
- A minha noiva, Keren, por sempre me proporcionar conforto nas horas mais difíceis, sendo minha melhor amiga, meu porto seguro. Obrigado por compreender meus momentos de ausência e por sempre acreditar no meu potencial. Por me incentivar, encorajar e sempre acreditar que posso realizar meus sonhos.
- A minha amiga Ester, pela cumplicidade, amizade e apoio, durante essa jornada. Pelo companheirismo que sempre demonstrou, uma amizade que levarei para o resto da vida. Aos meus amigos, Alcimar, Adriel, Renato, Samuel e Jhonnathan pela amizade e as valiosas dicas durante o curso de RG.
- Aos meus irmãos, Danielle e Alexsandro, amo vocês. A minha tia Adriana por todo amor e carinho que sempre me deu, uma segunda mãe, sou sortudo em tê-la em minha vida. À toda a minha família, por sempre acreditar em dias melhores.
- Aos meus amados afilhados Maria, Pedro e Stefan, a pureza de vocês alegra a minha alma. Sempre estarei presente em suas vidas.
- Aos colegas de pós-graduação e funcionários da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

*O amor é paciente, o amor é bondoso.  
Não inveja, não se vangloria, não se orgulha.  
Não maltrata, não procura seus interesses,  
não se ira facilmente, não guarda rancor.  
O amor não se alegra com a injustiça,  
mas se alegra com a verdade.  
Tudo sofre, tudo crê, tudo espera, tudo suporta.  
(Bíblia Sagrada, 1 Coríntios 13:4-7)*

# Resumo

Esta dissertação considera que na Cosmologia, os efeitos da violação da invariância de Lorentz (LIV) (do inglês Lorentz Invariance Violation), tenham implicações na fase inflacionária do Universo. A ideia é que na fase inicial, a LIV atue de forma não-local nas interações gravitacionais, e depois, na fase da expansão acelerada do Universo inflacionário. Este mecanismo adicional para produção de inflação, pode ser usado para resolver os problemas das condições iniciais. Nesta perspectiva, devemos revisitar a Cosmologia inflacionária por meio de teorias efetivas tais como aquelas que envolvem acoplamentos éter-gráviton, éter-ínflaton. Neste cenário, devemos também elaborar mecanismos teóricos e fenomenológicos para impor limites novos sobre a LIV via as medidas atuais da Radiação Cós mica de Fundo (CMB) (do inglês Cosmic Microwave Background).

**Palavras-chave:** Cosmologia Inflacionária, Violação da Invariância de Lorentz, Limites Fenomenológicos.

# Abstract

This dissertation considers that in Cosmology, the effects of Lorentz Invariance Violation (LIV) have implications for the inflationary phase of the Universe. The idea is that in the initial phase, LIV acts non-locally in gravitational interactions, and then, in the phase of accelerated expansion of the inflationary Universe. This additional mechanism for producing inflation can be used to solve initial conditions problems. From this perspective, we must revisit inflationary Cosmology through effective theories such as those involving ether-graviton, ether-inflaton couplings. In this scenario, we must also develop theoretical and phenomenological mechanisms to impose new limits on LIV via current measurements of the Cosmic Microwave Background (CMB).

**Keywords:** Inflationary Cosmology, Lorentz Invariance Violation, Phenomenological Limits.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Tipos de geometria do Universo de acordo com [1] . . . . .	19
Figura 2 – Comparação entre o modelo inflacionário e o modelo padrão por [1] . . . . .	24
Figura 3 – Exemplo da solução do problema da planura por [1] . . . . .	25

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>GRAVITAÇÃO E COSMOLOGIA PADRÃO</b>	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>Gravitação</b>	<b>12</b>
2.1.1	Relatividade Geral	13
2.1.2	Equações de Campo de Einstein	13
<b>2.2</b>	<b>Cosmologia Padrão</b>	<b>15</b>
2.2.1	Expansão do Universo	15
2.2.2	Métrica FLRW em Coordenadas Polares	16
2.2.3	Equações de Friedmann	17
2.2.4	Parâmetros Observacionais	18
2.2.4.1	Universo de Einstein-De Sitter	19
2.2.5	Problemas da Cosmologia Padrão	20
2.2.5.1	Problema da Planura	20
2.2.5.2	Problema do Horizonte	21
2.2.5.3	Problema do Monopolo Magnético	21
<b>3</b>	<b>A TEORIA DE TIPO-ÉTER NA COSMOLOGIA INFLACIONÁRIA</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>Sobre a Cosmologia Inflacionária</b>	<b>23</b>
<b>3.2</b>	<b>A Equação de Einstein Modificada</b>	<b>26</b>
<b>3.3</b>	<b>Os Efeitos da LIV sobre as Equações de Friedmann</b>	<b>26</b>
3.3.1	Operações Preliminares	26
3.3.2	O Tensor Energia-Momento	28
3.3.3	As Modificações nas Equações de Friedman	28
<b>3.4</b>	<b>A Dinâmica Inflacionária Modificada</b>	<b>29</b>
<b>3.5</b>	<b>Conteúdo de Tensor Energia-Momento</b>	<b>30</b>
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DOS EFEITOS DA LIV SOBRE OS PARÂMETROS COSMOLÓGICOS</b>	<b>32</b>
<b>4.1</b>	<b>Análises Preliminares</b>	<b>32</b>
<b>4.2</b>	<b>Espectro de Potência</b>	<b>34</b>
<b>4.3</b>	<b>Limitando a LIV via Dados da CMB</b>	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b>	<b>37</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>38</b>

# 1 Introdução

Uma das principais realizações na Cosmologia foi a de explicar os problemas do horizonte, do aspecto plano do Universo e da natureza dos monopolos magnéticos e de fato, foram explicados de várias formas com o advento da fase inflacionária do Universo primordial [2][3][4]. A fase acelerada, deve terminar com o reaquecimento do Universo, desta forma, coincidindo com o início de uma era dominada pela radiação, e então, por uma era dominada pela matéria (escura), ocorrendo assim, a formação das primeiras estruturas, como, por exemplo, galáxias e aglomerados. Entretanto, em 1998 Riess et al. [5] e Permuter et al. [6] relataram de forma independente, uma aceleração ainda presente do Universo. A fonte dessa aceleração foi denominada de energia escura. Embora a origem da aceleração não tenha sido constatada, alguns aspectos, são semelhantes à fase inflacionaria, a saber, a pressão deve ser negativa para neutralizar os feitos da força gravitacional e então ocorrer de fato uma expansão acelerada. O candidato mais simples para a energia escura é a constante cosmológica, com a equação de estado  $\omega = -1$ . No entanto, é possível que a origem da energia escura não seja devido a esta constante cosmológica. Se torna relevante estudar modelos alternativos para explicar a atual aceleração do Universo.

A fase inflacionária é modelada por um campo escalar  $\phi(t)$ , de maneira semelhante, pode-se modelar a fonte da energia escura mediante campos escalares. A principal diferença, é que a escala de energia é muito baixa quando comparada com a escala da inflação, a qual as energias potenciais associadas ao campo escalar devem ser suaves, de tal forma que conduzam a atual expansão acelerada do Universo. É de grande interesse na comunidade científica, as discussões acerca de modelos teóricos que busquem descrever a energia escura. Portanto, os modelos que utilizam campo escalar para descrever a energia escura são chamados de quintessência [7][8][9][10][11][12][13][14] e k-essência [15][16][17]. No primeiro caso, modelos desse tipo consistem no uso do campo escalar padrão, no último caso é utilizado a parte cinética para promover a atual expansão acelerada do Universo. Entretanto, há também outros modelos que modelam a energia escura, como, por exemplo, modelos de gravidade modificada  $f(R)$  [18][19][20],  $f(R, T)$  [21][22], teorias escalares-tensoriais [23][24][25][26][27], modelos de mundos de branas [28][29]. Estudos recentes que consideram os efeitos da violação da invariância de Lorentz. Aqui usaremos a sigla LIV (Lorentz Invariance Violation) [30][31][32][33][34][35][36][37].

As investigações modernas da possibilidade de ocorrer a LIV na natureza, são estudos científicos que procuram por inconsistências da invariância de Lorentz (estrutura fundamental que sustenta a ciência moderna, em particular, a Física fundamental das partículas e campos)[38]. Conforme previsto por teorias de altas energias, tais como a gravitação quântica, teoria de cordas e algumas alternativas à Relatividade Geral, esses

estudos tentam determinar se a LIV poderia impactar nas leis da Física bem estabelecidas, como a Relatividade Especial [39]. Na hipótese da existência da LIV, isto pode revelar sinais da existência de partículas ou interações não previstas pelo Modelo Padrão. Além disso, revelar fenômenos físicos que ainda não foram observados, por exemplo, o efeito da birrefringência da Luz no vácuo (anomalias na propagação de fótons altamente energéticos devido a um vácuo dispersivo) [40]. Uma vez que a LIV seja própria das escalas de altas energias, este trabalho de dissertação se propõe a elaborar um estudo das implicações da LIV sobre Cosmologia.

Os estudos que envolvem a LIV em cenários cosmológicos da fase inflacionária são frequentes na literatura [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 37]. Entre tais trabalhos, destacamos algumas motivações para elaboração do nosso projeto, as abordagens de Gasperini [41] e de Donnelly-Jacobson [47]. No seu trabalho, Gasperini propõe que a fase primordial de expansão acelerada do Universo poderia ser alcançada, se numa época muito inicial, as interações gravitacionais fossem descritas por uma teoria invariante de Lorentz não-local. Ele Sugere também que este mecanismo adicional para produzir inflação, pode ser usado para resolver alguns problemas do cenário inflacionário padrão. Na Ref. [47], os autores consideram uma teoria da inflação com LIV composta por uma teoria do Einstein-Éter acoplada a Lagrangiana do campo escalar. Neste caso, os autores verificam que os parâmetros cosmológicos são afetados pela LIV, porém permitindo um fim natural da inflação. A concepção deste cenário pode ser também encontrada em alguns estudos da energia escura, onde se mostra que a LIV, pode induzir Lagrangianas capazes de impulsionar a fase atual de aceleração do Universo [48, 49]. Estas teorias serão consideradas como um guia para desenvolver outros estudos cosmológicos, onde os efeitos de teorias com LIV sejam significativos.

O objetivo geral desta dissertação é o de elaborar um estudo teórico dos efeitos da LIV (introduzidos pelas teorias efetivas) sobre a cosmologia inflacionária. Especificamente, consideramos a teoria efetiva da compactificação do Éter como modificação da estrutura teórica do campo gravitacional e do campo de ínflaton. A saber, a teoria da compactificação do éter é uma proposta de Tam e Carroll como uma alternativa de introduzir os efeitos da LIV pela ideia das dimensões extras escondidas [50]. Neste contexto, o Éter é a denominação de um campo constante, fruto de uma dimensão extra,  $u_a = (0, 0, 0, 0, v)$ , caracterizado por um espaço-tempo penta-dimensional. Então se constrói termos efetivos via acoplamentos do campo constante aos campos ordinários da teoria de campos (escalar, de calibre, gravitacional, etc.), preservando, entre outras coisas, as simetrias de calibre e a  $Z_2$ . A nossa estratégia para o contexto da cosmologia, consiste em adaptar o campo de Éter como um quadri-vetor tipo-tempo:  $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$ , de caráter unitário, e acoplarmos aos setores dos campos de ínflaton e de gráviton, como introdução dos efeitos da LIV na teoria inflacionária, e em conjunto, na teoria gravitacional de Einstein-Hilbert. Esperamos, que este procedimento modifique sensivelmente as estruturas das equações de Einstein,



das equações de Friedmann e das equações de estado, em particular, fruto da modificação da dinâmica do campo de inflaton. Superando esta etapa, devemos focar em como os efeitos da LIV, via uma teoria tipo-Éter, afetaria os parâmetros cosmológicos no regime de rolagem lenta. No estudo de um cenário cosmológico com a presença da LIV em que se pode examinar o fluxo inflacionário de pequenas a grandes distâncias, utilizamos Almeida, et. al. [51], como um guia para o desenvolvimento desta dissertação.

Esta dissertação será disposta como segue: no Cap.2, apresentamos uma revisão sobre a estrutura dos temas da gravitação e da cosmologia padrão. No Cap.3, consideramos acoplamentos éter-gráviton e éter-inflaton em (3+1) dimensões, e estudamos os efeitos da LIV na cosmologia inflacionária. Através do Universo de FLRW, verificamos como o campo tipo-éter, com a sua componente temporal diferente de zero, deve modificar as equações de Friedmann, a dinâmica do campo de inflaton e as equações de estado. No Cap.4, estudamos os efeitos da LIV sobre os principais parâmetros da cosmologia no regime de rolagem lenta. Com esse estudo, estabelecemos limites para os efeitos da LIV via dados recentes da radiação cósmica de fundo (CMB) (do inglês Cosmic Microwave Background). No Cap.5, apresentamos as conclusões e perspectivas.

Ao longo do trabalho adotamos o sistema natural de unidades, que considera:  $c = 1$  e  $\hbar = 1$ .

## 2 Gravitação e Cosmologia Padrão

Neste capítulo, vamos discutir sobre a construção da Teoria da Relatividade Geral, desenvolvida por Albert Einstein (1879 – 1955) em 1915. Sua contribuição para a física moderna foi extremamente importante para o desenvolvimento da Cosmologia Moderna, também chamada de Cosmologia Padrão. Desta maneira, discutiremos sobre as principais ideias e bases da Cosmologia, bem como os seus problemas.

### 2.1 Gravitação

Antes de tratar precisamente da Teoria da Relatividade Geral, precisamos compreender quais as limitações da Mecânica Newtoniana, bem como a necessidade de construir um novo modelo, que possibilitasse descrever os fenômenos físicos que a teoria Newtoniana não descrevia.

Na Mecânica Newtoniana o tempo era absoluto e independente do referencial. Esta interpretação, era utilizada para descrever qualquer movimento na natureza. Em meados do século XVI, Newton desenvolveu trabalhos acerca da dinâmica dos corpos celestes, atribuindo-se das constatações experimentais fornecidas por Galileu e Kepler. Tal contribuição, é conhecida como Teoria da Gravitação Universal. Esta teoria, consiste em descrever a interação entre corpos, bem como a mudança de coordenadas, sendo regida pelas transformações de Galileu. Desta maneira, implicando em forças que independem do referencial inercial [52].

No século XIX, com o desenvolvimento do eletromagnetismo, a Teoria da Gravitação Universal apresenta limites teóricos. As equações de Maxwell não eram invariantes sob as transformações de Galileu, e a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no vácuo aparentava ser constante. Sendo observado pelo experimento de Michelson-Morley em 1881 [53]. Hendrik Lorentz (1853 – 1928), desenvolveu um novo sistema de transformações de coordenadas que mantinha as equações de Maxwell invariantes, e no caso de baixas velocidades recuperavam-se as transformações de Galileu, e assim, denominando-se transformações de Lorentz[54].

Em 1905, Einstein publicou o seu famoso artigo sobre a Teoria da Relatividade Especial. Nesse trabalho, ele constrói uma nova maneira de interpretar os fenômenos físicos, unificando os conceitos de espaço e tempo (espaço-tempo), massa e energia. Portanto, para altas energias e altas velocidades, a Mecânica Newtoniana é substituída pela Teoria da Relatividade Especial. Ainda, Einstein postula que [55]:

- As leis da física tomam a mesma forma em todos os sistemas de referencias inerciais;

- Em qualquer sistema de referencial inercial a velocidade da luz é a mesma.

Em decorrência disso, o conceito de simultaneidade se torna relativo, onde podemos discorrer de um exemplo prático: se dois observadores inerciais, um estando em movimento em relação ao outro que precisamente está em repouso, irão discordar sobre o intervalo de tempo entre dois eventos. Desta maneira, o tempo passa a ser relativo e não mais absoluto. A noção de espaço também é modificada. Medidas efetuadas ao longo da direção em que um observador inercial se move em relação a outro são diferentes para ambos [55][54].

### 2.1.1 Relatividade Geral

Em 1915, Einstein publica a Teoria da Relatividade Geral, buscando desenvolver uma teoria que também seja válida para referenciais não-inerciais. Na qual, a geometria do espaço-tempo é modificada pela presença de matéria nele contida.

Na Teoria da Relatividade Geral, o espaço-tempo é um campo dinâmico, onde suas propriedades físicas são bem definidas, e interage com o conteúdo de matéria e energia do Universo. Conforme o princípio de covariância, em que todas as leis da física devem ser expressas na forma covariante, isso implica que todas as leis da natureza não devem depender do sistema de coordenadas. Einstein utilizou esse princípio para concluir que os fenômenos físicos são invariantes perante sistemas acelerados ou inerciais [55].

De forma mais simplificada, nesta teoria, as interações gravitacionais ocorrem quando a matéria curva o espaço-tempo, e essa curvatura determina as trajetórias das partículas. Esses espaços-tempos curvos são chamados de espaços riemannianos na Teoria da Relatividade Geral. A métrica corresponde a geometria do espaço-tempo, em que podemos definir distâncias espaciais e temporais entre eventos. É importante citar que o tensor energia-momento age como fonte da curvatura do espaço-tempo [55]. No entanto, é preciso saber de qual maneira a matéria e energia influenciam na geometria do espaço-tempo, e, portanto, devemos nos apropriar das equações de Einstein.

### 2.1.2 Equações de Campo de Einstein

Dentre as possibilidades de encontrar as equações de campo de Einstein, uma delas é por meio do princípio da mínima ação. Essa ação recebe o nome de Einstein-Hilbert, sendo escrita da seguinte forma:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{M_P^2}{2} R + \mathcal{L} \right), \quad (2.1)$$

onde  $R$  é a curvatura escalar de Ricci, definido como  $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ , e  $M_P$  é a massa de Planck definida por  $M_P = c^4/\sqrt{8\pi G}$ , nesse caso, usaremos o sistema de unidades naturais, assumindo  $c = 1$ , desta forma podemos reescrever essa equação como  $M_P = 1/\sqrt{8\pi G}$ .

Sendo  $\mathcal{L}$  a lagrangiana para todos os outros campos e  $G$  a constante gravitacional de Newton. Utilizando o princípio variacional na Eq.(2.1) com relação à métrica  $g^{\mu\nu}$ , temos

$$\delta S = \int d^4x \left[ \delta(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}) \frac{M_P^2}{2} R_{\mu\nu} + (\delta R_{\mu\nu}) \sqrt{-g}g^{\mu\nu} \frac{M_P^2}{2} + \delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}) \right] = 0. \quad (2.2)$$

O tensor de Ricci é definido como:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\rho \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\rho}^\rho + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\rho\sigma}^\rho - \Gamma_{\mu\rho}^\sigma \Gamma_{\nu\sigma}^\rho, \quad (2.3)$$

entretanto, observe da Eq.(2.2) que, devido ao Teorema de Gauss aplicado à integral do termo  $(\delta R_{\mu\nu}) \sqrt{-g}g^{\mu\nu} M_P^2/2$ , faz com que a integral no volume dê espaço a uma integral de superfície, que se anula devido às condições de contorno que exigem que os campos sejam nulos no infinito, para mais detalhes ver a ref. [56]. Em consequência disso, a nossa integral resulta em

$$\begin{aligned} \delta S &= \int d^4x \left[ \frac{M_P^2}{2} \delta(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}) R_{\mu\nu} + \delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}) \right] = 0, \\ &= \int d^4x \left[ \frac{M_P^2}{2} [(\delta\sqrt{-g}) g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \sqrt{-g} (\delta g^{\mu\nu}) R_{\mu\nu}] + \delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Por outro lado, a variação do determinante da métrica pode ser dado pela identidade:

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

desta forma, a Eq.(2.4) pode ser escrita como

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_P^2}{2} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \right) \delta g^{\mu\nu} + \delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}) \right] = 0. \quad (2.6)$$

O tensor energia-momento pode ser definido como sendo:

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (2.7)$$

então,

$$\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}) = -\frac{1}{2}T_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Substituindo a Eq.(2.8) na Eq.(2.6), resulta em

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_P^2}{2} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \right) - \frac{1}{2}T_{\mu\nu} \right] \delta g^{\mu\nu} = 0. \quad (2.9)$$

Através da Eq.(2.9), obtemos as equações de campo de Einstein. A partir delas, podemos obter as equações de Friedmann, que descrevem a evolução do universo.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{1}{M_P^2}T_{\mu\nu}. \quad (2.10)$$

O lado esquerdo mede a curvatura do espaço-tempo, enquanto o lado direito mede a energia e o momento nele contidos. Estas equações nos dizem que a matéria/energia  $T_{\mu\nu}$  determina a geometria. O tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  descreve a geometria do espaço-tempo em estudo.

## 2.2 Cosmologia Padrão

O Princípio Cosmológico foi proposto em meados de 1930 por Edward A. Milne (1896 – 1950). A proposta desse modelo considera que o Universo é isotrópico e homogêneo em larga escala [57], ou seja, apresenta as mesmas características de temperatura e densidade em todos os pontos do espaço, e se configura da mesma forma para todas as regiões em que observamos.

Essa proposta assegura que não existe um ponto especial no Universo. Desta forma, as propriedades físicas são as mesmas, independente do ponto escolhido no Cosmo [58]. Para um sistema de coordenadas comóveis, tratamos o Universo como um fluido perfeito, onde só necessitamos de dois parâmetros: pressão ( $p$ ) e densidade de energia ( $\rho$ ).

### 2.2.1 Expansão do Universo

As equações de campo de Einstein, sugeriam que o Universo estaria em expansão. Na época, a grande gama de cientistas acreditavam em um Universo estático. Inclusive, o próprio Einstein introduz em suas equações a constante cosmológica ( $\Lambda$ ), que garante um Universo dessa natureza [59]. Posteriormente, Edwin Hubble (1889 – 1953), constatou que o Universo está em expansão [60].

O Universo primordial era extremamente quente e denso, em consequência disso, os fótons espalhavam os elétrons impedindo a formação dos primeiros átomos. Na medida que o Universo começou a se expandir, a temperatura diminuiu e os fótons não tinham energia suficiente para espalhar os elétrons, e assim, resultando na construção dos primeiros átomos. No entanto, esses fótons se propagaram pelo Universo e conseguimos detectá-los. Sendo chamado de Radiação Cósmica de Fundo (CMB), prevista por [61]. De acordo com dados coletados da CMB [62], o Universo apresenta anisotropias decorrentes do último espalhamento, com amplitudes pequenas. Essas flutuações propagam-se de forma que seria impossível a formação de estruturas de largas escalas entre o Big Bang e o tempo do último espalhamento. Este problema é solucionado pela teoria inflacionária, como será mostrado posteriormente.

Atualmente, observações apontam para uma expansão acelerada do Universo. A fonte dessa aceleração ainda é desconhecida, no entanto, a fonte geradora desse efeito é denominada de energia escura. Tal energia, contraria a atração gravitacional e apresenta pressão negativa, contrabalanceando a força gravitacional e levando conseqüentemente o Universo a expansão acelerada. Dentre as alternativas de modelo de Energia Escura, consiste em admitir que a Teoria da Relatividade Geral estaria incorreta ou incompleta. Dentro deste contexto, originaram-se alternativas interessantes, tais como: a modificação da Teoria da Relatividade Geral, na qual seria necessário acrescentar um novo termo que fosse relevante somente quando a curvatura do espaço-tempo fosse suficientemente

pequena. Outro modelo seria uma modificação com fator de dimensões extras. Neste caso, a aceleração do Universo seria devido à existência de uma dimensão extra [63]. Entretanto, uma maneira de descrever um Universo dominado por energia escura  $\omega = -1$ , consiste em representar esta energia como um campo escalar  $\phi$ . Outra proposta considera que a energia escura seja fruto da constante cosmológica, associada a energia do vácuo, abordaremos em mais detalhes a constante cosmológica posteriormente.

### 2.2.2 Métrica FLRW em Coordenadas Polares

Como constatamos da seção anterior, a métrica nos diz a característica do espaço-tempo. Considerando essa afirmação, a métrica FLRW contém as informações necessárias que descreve a homogeneidade, isotropia e expansão do Universo [56]. O elemento de linha para essa configuração é descrito como

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (2.11)$$

sendo  $a(t)$  o fator de escala, responsável pela dinâmica do Universo,  $k$  é constante e está associado a curvatura do espaço-tempo. Este parâmetro admite três geometrias possíveis de Universo que satisfazem o Princípio Cosmológico, sendo  $k = 0$  para um Universo plano, para  $k = 1$  um Universo esférico fechado e  $k = -1$  para um Universo hiperbólico aberto, ver figura 1. As componentes da diagonal principal do tensor métrico, serão:

$$g_{00} = 1; \quad g_{11} = -\frac{a^2}{(1 - kr^2)}; \quad (2.12)$$

$$g_{22} = -a^2 r^2; \quad g_{33} = -a^2 r^2 \sin^2 \theta; \quad (2.13)$$

Em larga escala, podemos considerar que o conteúdo de matéria e energia do Universo, se comporte como um fluido perfeito [64]. Desta forma, o tensor energia-momento assume a seguinte forma

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}. \quad (2.14)$$

Aqui,  $U_\mu = (1, 0, 0, 0)$ , corresponde ao vetor 4-velocidade para um referencial comóvel. Utilizando a Eq.(2.14), encontramos relações para o tensor energia-momento, que formam a diagonal principal da sua matriz.

$$T_{00} = \rho; \quad T_{11} = \frac{a^2}{(1 - kr^2)} p; \quad (2.15)$$

$$T_{22} = r^2 a^2 p; \quad T_{33} = r^2 a^2 \sin^2 \theta p. \quad (2.16)$$

Podemos perceber, portanto, que a componente temporal do tensor energia-momento se associa a densidade de energia e a componente espacial ao conteúdo de pressão.

### 2.2.3 Equações de Friedmann

Ao resolvermos as equações de Einstein, utilizando a métrica FLRW de componentes diagonais Eq.(2.12) e Eq.(2.13). Encontramos as equações de Friedmann [65], onde as componentes espaciais são equivalentes. Este fato, provém da homogeneidade e isotropia do Universo.

Utilizando a Eq.(2.12) e (2.13), bem como sua forma contravariante para calcular os símbolos de Christoffel, definido por

$$\Gamma_{\mu\lambda}^{\nu} = \frac{1}{2}g^{\mu\sigma} (\partial_{\mu}g_{\lambda\sigma} + \partial_{\lambda}g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma}g_{\mu\lambda}). \quad (2.17)$$

E utilizando a Eq.(2.17), encontramos os seguintes resultados para os componentes não nulos

$$\Gamma_{11}^0 = \frac{a\dot{a}}{1-kr^2}; \quad \Gamma_{22}^0 = a\dot{a}r^2; \quad \Gamma_{33}^0 = a\dot{a}r^2 \sin^2 \theta; \quad (2.18)$$

$$\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{a}}{a}; \quad (2.19)$$

$$\Gamma_{11}^1 = \frac{kr}{1-kr^2}; \quad \Gamma_{22}^1 = -r(1-kr^2); \quad \Gamma_{33}^1 = -r(1-kr^2) \sin^2 \theta; \quad (2.20)$$

$$\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}; \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin \theta \cos \theta; \quad \Gamma_{23}^3 = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}. \quad (2.21)$$

Substituindo esses resultados dos símbolos descritos acima, na Eq.(2.3), obtemos

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}; \quad R_{11} = \frac{1}{1-kr^2} (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k); \quad (2.22)$$

$$R_{22} = r^2 (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k); \quad R_{33} = r^2 \sin^2 \theta (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k). \quad (2.23)$$

Por fim, o escalar de Ricci se reduz à

$$R = -\frac{6}{a^2} (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k). \quad (2.24)$$

Substituindo as equações que dependem do tempo, na Eq.(2.10), obtemos a primeira equação de Friedmann

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2} \rho - \frac{k}{a^2}, \quad (2.25)$$

com  $H = \dot{a}/a$ , sendo a constante de Hubble. Esta equação nos informa sobre o tamanho da expansão do Universo devido ao tipo de curvatura escolhido. Além disso, há uma relação entre a taxa de crescimento do fator de escala, com a densidade de energia total do Universo. Substituindo as equações com dependência espacial na Eq.(2.10), temos

$$2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k = -\frac{1}{M_P^2} p a^2. \quad (2.26)$$

Substituindo a Eq.(2.25) na Eq.(2.26), obtemos a segunda equação de Friedmann, comumente chamada de aceleração.

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_P^2}(\rho + 3p). \quad (2.27)$$

No entanto, a Eq.(2.25) não possui utilidade sem uma equação que mostre a evolução temporal da densidade de energia dos constituintes do Universo, que deve conter a pressão do fluido. Através do princípio da conservação do tensor energia-momento  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , obtemos a equação da continuidade [57]

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (2.28)$$

Esta equação também pode ser obtida através das Eqs.(2.25) e (2.27).

## 2.2.4 Parâmetros Observacionais

Assumindo um Universo representado como um fluido perfeito, homogêneo e isotrópico. É cabível definir para substâncias de importância cosmológica, a equação de estado, em que, relacionamos densidade de energia e pressão, como sendo:

$$p = \rho\omega, \quad (2.29)$$

onde  $\omega$  é adimensional, e seu valor depende das características do fluido (Universo). No entanto, ao substituirmos a Eq.(2.29) na Eq.(2.28), obtemos como solução para qualquer valor de  $\omega$  constante,

$$\rho = \rho_0 a^{-3(1+\omega)}, \quad (2.30)$$

onde  $a_0 = 1$  é a normalização efetuada para o fator de escala hoje. Desta maneira, a equação de estado pode assumir valores, tais como:

- $\omega = 0$ , Universo dominado pela matéria.
- $\omega = 1/3$ , Universo dominado por radiação.
- $\omega < -1/3$ , Universo acelerado, dominado por energia escura.

Na Eq.(2.25), podemos usar  $k = 0$  para um Universo plano. Representando a densidade de energia total para essa configuração, como

$$\rho_c = 3M_P^2 H^2. \quad (2.31)$$

Definindo o parâmetro de densidade  $\Omega = \rho/\rho_c$ , como sendo a medida indireta da geometria do Universo. Reescrevendo a equação de Friedmann, obtemos

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}. \quad (2.32)$$

De acordo com [66], temos três possibilidades de geometria para o Universo, conforme os valores para  $k$  e  $\Omega$ , ver figura 1.



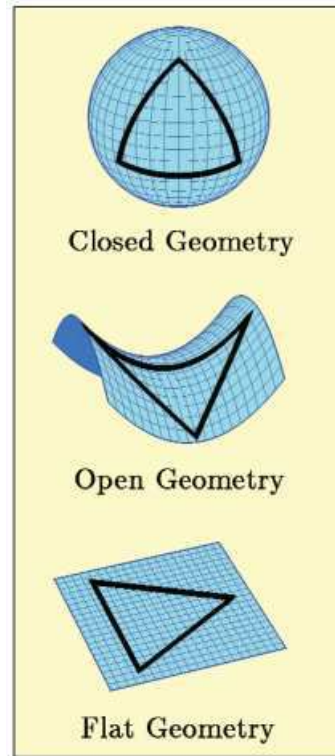


Figura 1 – Tipos de geometria do Universo de acordo com [1]

- Universo aberto: ( $0 < \Omega < 1$ ,  $k < 0$  e  $\rho < \rho_c$ ). Nesta configuração o Universo expande, tendo volume infinito e ilimitado.
- Universo plano: ( $\Omega = 1$ ,  $k = 0$  e  $\rho = \rho_c$ ). Nessa configuração a geodésica é uma linha reta, respeitando a geometria euclidiana, onde o Universo pode apresentar volume infinito.
- Universo fechado: ( $\Omega > 1$ ,  $k > 0$  e  $\rho > \rho_c$ ). Nessa configuração, o Universo tem volume finito, estando em expansão, seguida de uma contração e seu fim se dá em uma singularidade.

#### 2.2.4.1 Universo de Einstein-De Sitter

Discutiremos de forma bem resumida o Universo com uma constante cosmológica, conhecido com Universo de De Sitter. Para balancear a curvatura gerada pela matéria e permitir uma solução estática para o Universo, Einstein propôs a adição da constante cosmológica  $\Lambda$ . Desta forma, as equações de Einstein tomam a seguinte forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{1}{M_P^2}T_{\mu\nu}. \quad (2.33)$$

A presença de uma constante cosmológica não garante estabilidade ao Universo, uma vez que mínimas perturbações na densidade de energia resultam em um Universo que

se expande indefinidamente, ou ainda um Big Crouch (Universo colapsa sobre si). Além disso, observemos as equações de Friedmann com a introdução de  $\Lambda$

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}; \quad (2.34)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_P^2}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.35)$$

Definindo a densidade de energia e o parâmetro  $\Omega_\Lambda$ , como

$$\rho_\Lambda = \Lambda M_P^2 \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}. \quad (2.36)$$

Reescrevendo a equação de Friedmann

$$\Omega + \Omega_\Lambda - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}, \quad (2.37)$$

desta forma, segue a relação entre esses parâmetros e os tipos de geometrias do Universo.

- $\Omega + \Omega_\Lambda > 1$  (Universo fechado);
- $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$  (Universo plano);
- $\Omega + \Omega_\Lambda < 1$  (Universo aberto).

A constante cosmológica pode ser interpretada como um fluido perfeito, na qual se considera não integrante com os demais constituintes universais, desta maneira, possui sua própria equação de estado. Da sua equação de continuidade, esse fluido exerce uma pressão negativa  $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$ , que implica em  $\omega = -1$ . Esse fluido desempenha um papel importante nos modelos inflacionários, uma vez que, no Universo primordial, a pressão deve ser negativa, para a ocorrência da fase inflacionária, além da energia de vácuo  $\rho_\Lambda$  é dominante com  $\omega = -1$ .

## 2.2.5 Problemas da Cosmologia Padrão

### 2.2.5.1 Problema da Planura

De acordo com dados observacionais atuais [57], impondo um vínculo  $|\Omega - 1| < 0.02$ , acarreta em um Universo próximo da planura. Em tempos primitivos, o Universo era cada vez mais plano, sendo denominado de problema da planura [57]. Entretanto, para esse tipo de configuração, conforme a teoria do Big Bang, a densidade deve ser extremamente próxima da densidade crítica. Qualquer variação considerável para mais, resultaria em um Universo fechado com volume finito, porém, sem limite. Para uma densidade média menor que a densidade crítica, configura-se então um espaço infinito (Universo aberto). Por fim,  $\Omega = 1$  é uma condição instável.

### 2.2.5.2 Problema do Horizonte

A radiação proveniente do Universo se mostra homogênea e isotrópica, em larga escala, apresentando um equilíbrio térmico. Confirmado por [62][67]. Entretanto, o problema do horizonte se configura como um questionamento à homogeneidade e isotropia do Universo. Podemos definir uma equação, para melhor compreendermos de fato este problema. Primeiramente, consideramos uma distância própria como sendo

$$d_p(t_0) = a_0 \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a}. \quad (2.38)$$

Aqui,  $t_e$  é o tempo de emissão do sinal da partícula e  $t_0$  é o tempo físico atual. Além disso, podemos utilizar as equações de Friedmann e reescrever a Eq.(2.38), de tal forma, que

$$d_h(t_0) = a_0 \int_0^{t_0} \frac{dt}{a}. \quad (2.39)$$

Essa distância é chamada de horizonte comóvel da partícula, sendo o limite de conexão entre eventos conectados. Observe que no limite  $t_e \rightarrow 0$ , as duas distâncias são equivalentes. Através da CMB, podemos corroborar a homogeneidade e isotropia do Universo. Tendo a última superfície de espalhamento, impressa no fundo cósmico, sido emitida muito antes do tempo físico presente  $t_e \gg t_0$ , neste cenário, a distância própria e o horizonte da partícula são resultados extremamente aproximados.

Por conseguinte, analisemos dois pontos, os quais são diametralmente opostos no Universo, e a distância até o observador é  $d_h(t_0)$ ; supondo que a separação entre esses pontos, será igual à distância própria  $d_p(t_0) = 2d_h(t_0)$ , em que, não podem se comunicar no Universo, não podendo atingir um equilíbrio térmico, devido à finitude da velocidade da luz. Entretanto, observações constataam que todos os pontos da última superfície de espalhamento têm aproximadamente as mesmas propriedades.

Conforme a teoria do Big Bang, o Universo evoluiu tão rapidamente que a uniformidade não tem tempo para se estabelecer, a energia e a informação teriam que ser transportadas em torno de 100 vezes a velocidade da luz, para alcançar a uniformidade em 300.000 anos após a grande explosão. Deste modo, a teoria convencional do Big Bang pressupõe que, essa pequena, quente e densa região primordial permeou o espaço desde o início, com a mesma temperatura em todos os pontos, e não como consequência de algum processo físico. Essa deficiência é conhecida como o problema do horizonte [1].

### 2.2.5.3 Problema do Monopolo Magnético

As simetrias da natureza são de extrema importância na unificação das interações fundamentais. Desta forma, um dos conceitos mais importantes da Física de partículas, ou Teoria Quântica de Campos, é o da quebra espontânea de simetria. A proposta é de que à temperaturas extremamente altas, simetrias que hoje se encontram quebradas são restauradas [68].

O Universo primitivo passou por diversas transições de fases, e essas quebras espontâneas de simetria foram cruciais na sua condução até aqui. Entretanto, devido à este processo, o Universo deveria estar repleto de relíquias cósmicas com densidades grandes o suficiente para serem detectadas. Uma dessas relíquias é o monopolo magnético. Estima-se que a escala de energia da grande unificação esteja próximo de  $10^{16}$  GeV[69].

## 3 A Teoria de tipo-Éter na Cosmologia Inflacionária

Neste capítulo estudamos os efeitos da LIV sobre a dinâmica cosmológica inflacionária. Consideramos uma teoria de campos no espaço-tempo curvo em  $(3 + 1)$  dimensões na qual os setores do campo ínflaton e do campo gravitacional são modificados dinamicamente pelo campo de fundo do tipo-Éter que controla a LIV ao longo de sua dimensão temporal. A ação clássica dos acoplamentos gravidade-escalar-LIV, pode ser escrita, de forma adaptada, a seguir

$$S_{LIV} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ M_P^2 \left( \frac{R}{2} + \alpha_g u^\alpha u^\beta R_{\alpha\beta} \right) - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{\alpha_s}{2} u^\alpha u^\beta \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi - V(\phi) \right]. \quad (3.1)$$

Sendo,  $u_\alpha$ , um quadrivetor com ação apenas na componente temporal:  $u_\alpha = (1, 0, 0, 0)$ , capaz de inserir efeitos anisotrópicos na teoria e  $\alpha_g$  e  $\alpha_s$  são parâmetros adimensionais. Observe que para  $\alpha_g \rightarrow 0$  e  $\alpha_s \rightarrow 0$ , retornamos a teoria usual. Associado a isso, temos o Universo quadridimensional de FLRW, dado em coordenadas cartesianas:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (3.2)$$

onde  $i, j = 1, 2, 3$  e  $a(t)$  é o fator de escala do espaço tri-dimensional não-compacto. Em outra nomenclatura, temos que  $g_{00} = -1$ ,  $g_{ij} = a^2(t) \delta_{ij}$ . Desde que a métrica seja diagonal, escrevemos também,  $g^{00} = -1$ ,  $g^{ij} = 1/a^2(t) \delta^{ij}$  (considerando que inverso de uma matriz diagonal, seja simplesmente tomar o inverso de todos os componentes diagonais).

### 3.1 Sobre a Cosmologia Inflacionária

Uma proposta de solução para os problemas apresentados no capítulo anterior, foi apresentado por Guth [2]. Tal teoria é conhecida como velha inflação, que consiste em uma teoria de campo inflacionária que visa solucionar os problemas da planura, do horizonte e dos monopolos magnéticos, considerando que o Universo primitivo passou por uma fase de expansão exponencialmente acelerada.

No Universo primitivo, houve estados de matéria com alta densidade de energia que não pôde decair rapidamente. Isto é denominado de falso vácuo, onde vácuo significa menor densidade de energia possível, e falso significa temporário. Em suma, o falso vácuo age como se a densidade de energia não pudesse ser reduzida, acarretando um processo lento [1]. Em sua atuação, um campo escalar levou o Universo a uma fase inflacionária exponencial. O problema do horizonte é resolvido quando o falso vácuo decai, e a energia

que havia sido bloqueada é liberada. Neste evento, energia produz uma sopa quente e uniforme de partículas, que coincide com o ponto de partida assumido pela teoria usual do big bang. Ver figura 2.

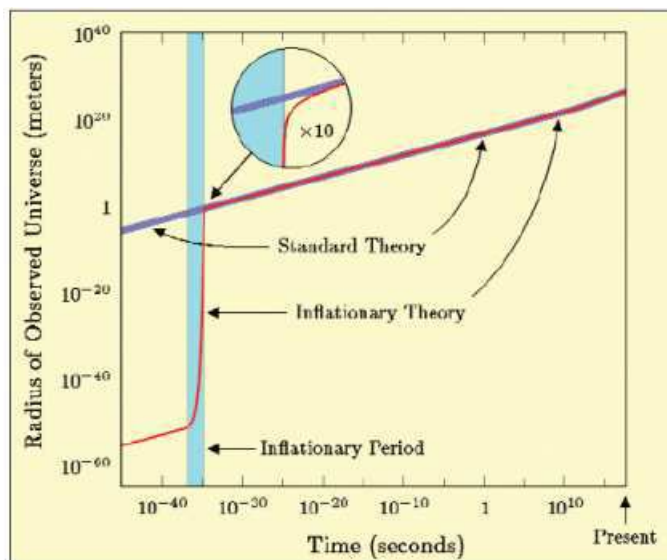


Figura 2 – Comparação entre o modelo inflacionário e o modelo padrão por [1]

Ao observarmos o gráfico acima, podemos constatar, que a expansão começou numa região que era cerca de  $10^{25}$  vezes menor que o raio da teoria padrão. Contudo, mesmo a região sendo pequena, havia muito tempo para chegar a uma temperatura uniforme. Portanto, no modelo inflacionário, a temperatura uniforme foi estabelecida antes da inflação começar. O processo de inflação esticou a região até se tornar grande o suficiente para abranger todo o Universo observado. A uniformidade é preservada por esta expansão, pela covariância das leis da Física [70].

Durante o período inflacionário, o Universo tenderia a ser plano ao invés de se afastar dela. Para uma melhor compreensão, podemos imaginar, que a ampliação do raio de curvatura do Universo primordial leva a um Universo plano. Assim como a superfície de uma pequena esfera, facilmente notaríamos a sua curvatura se morássemos nela. Entretanto, se ampliarmos essa superfície para o tamanho da Terra, ou para tamanhos astronômicos, perceberíamos a superfície como plana. Como exemplo, ver figura 3.

A inflação também soluciona o problema do monopolo magnético, justificando a pouca evidência de serem observados no Universo atual. A proposta é que a expansão exponencial diluiu rapidamente a densidade dessas possíveis partículas que eram extremamente massivas. Para garantir que essas partículas não fossem recriadas após o fim da inflação, é proposto que o decaimento do ínflaton seja convertido em matéria convencional, não gerando novamente esses monopolos magnéticos. Além disso, outra condição importante é que a temperatura após a inflação, não deve ser alta [69].

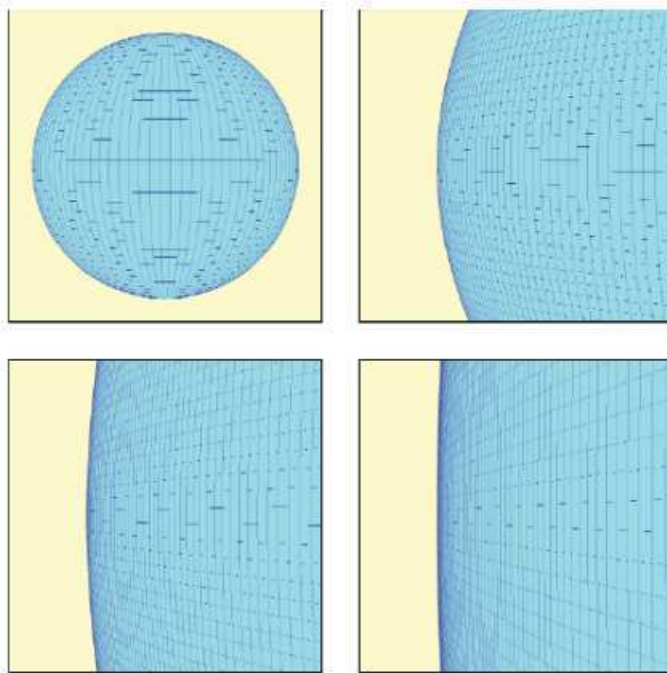


Figura 3 – Exemplo da solução do problema da planura por [1]

A teoria inflacionária também soluciona o problema da formação das estruturas de largas escalas. Em decorrência da diminuição do raio de Hubble durante a inflação, ocorre o surgimento das perturbações de densidade sobre largas escalas. As escalas das perturbações são dadas pela escala de Hubble, gerando pequenas flutuações quânticas de vácuo. Durante a inflação, as escalas podem cruzar o horizonte sendo descritas classicamente. Logo após a inflação, o Universo se dá pela Cosmologia do Big Bang, ou seja, o raio de Hubble aumenta. Por fim, as escalas retornam para o horizonte e as estruturas em larga escala são formadas através das flutuações produzidas durante a inflação.

Na literatura, existe um novo modelo de inflação proposto por Linder [3] e Albrecht e Steinhardt [71] chamado de nova inflação. Também conhecida como inflação de rolagem lenta. Neste cenário, o fator de escala  $a(t)$  cresce rapidamente em um curto intervalo de tempo. A saber, a teoria considera um campo escalar homogêneo denominado de ínflaton, que produz um potencial  $V(\phi)$  (energia de vácuo) conduzindo o Universo primordial a uma expansão acelerada. Assim, tornando a dinâmica da fase inflacionária guiada pelo campo de ínflaton. Na literatura, existem modelos de campos grandes, pequenos e híbridos. Porém, nos atentaremos ao caso do modelo de inflação caótica (campo grande), que considera um campo de ínflaton minimamente acoplado à gravidade, gerando um potencial simples.

## 3.2 A Equação de Einstein Modificada

Nesta seção, vamos obter as equações de Einstein modificadas pelo termo de acoplamento tipo-Éter. Para fins didáticos, primeiro consideramos a Eq.(3.1), e a representamos na forma

$$S_{LIV} = S_{EH} + S_{GE} + S_{IE}. \quad (3.3)$$

A saber,  $S_{EH}$  corresponde à ação usual de Einstein-Hilbert,  $S_{GE}$  associada ao termo de modificação via acoplamento gráviton-éter e  $S_{IE}$  associado ao termo de acoplamento ínflaton-éter. Desde que o processo de obtenção das equações de Einstein siga os mesmos procedimentos da subseção (2.1.2), devemos encontrar que Eq.(2.9) assumirá a seguinte configuração:

$$\delta S \rightarrow \delta S_{LIV} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_P^2}{2} \left( G_{\mu\nu} - \frac{\alpha_g}{2} W_{\mu\nu} \right) - \frac{T_{\mu\nu}}{2} \right] = 0. \quad (3.4)$$

Tal que, as equações de Einstein modificadas assumem a seguinte estrutura

$$G_{\mu\nu} - \frac{\alpha_g}{2} W_{\mu\nu} = \frac{1}{M_P^2} T_{\mu\nu}. \quad (3.5)$$

Onde

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R, \quad (3.6)$$

$$W_{\mu\nu} = R_{\alpha\beta} u^\alpha u^\beta g_{\mu\nu} + \nabla_\alpha \nabla_\mu (u_\nu u^\alpha) + \nabla_\alpha \nabla_\nu (u_\mu u^\alpha) - \nabla_\alpha \nabla_\beta (u^\alpha u^\beta) g_{\mu\nu} - \nabla_\alpha \nabla^\alpha (u_\mu u_\nu). \quad (3.7)$$

Notando que  $T^{\mu\nu}$  é dado pela Eq.(2.7), para  $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}_{IE}$ . É importante mencionar que a estrutura da Eq.(3.7) é equivalente à obtida através da teoria original da compactificação do éter (ver Ref.[50]).

## 3.3 Os Efeitos da LIV sobre as Equações de Friedmann

Neste ponto, vamos verificar de que forma os efeitos da LIV são presentes nas equações de Friedman. O ponto de partida, será dado pela equação de Einstein modificada.

### 3.3.1 Operações Preliminares

Utilizando a definição do símbolo de Christoffel Eq.(2.17), considerando a métrica FLRW para o Universo plano como sendo  $g_{00} = -1$  e  $g_{ij} = a^2$ ; para a inversa  $g^{00} = -1$  e  $g^{ij} = a^{-2}$ . Os termos não nulos, são:

$$\Gamma_{ij}^0 = \frac{1}{2} g^{00} (\partial_i g_{j0} + \partial_j g_{i0} - \partial_0 g_{ij}) = -a\dot{a}; \quad (3.8)$$



$$\Gamma_{0j}^k = \frac{1}{2}g^{k\lambda} (\partial_0 g_{jk} + \partial_0 g_{0\lambda} - \partial_\lambda g_{0j}) = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (3.9)$$

Contraindo a Eq.(2.3), para parte temporal ( $\mu = \nu = 0$ ), teremos

$$R_{00} = R_{0\alpha 0}^\alpha = \partial_\alpha \Gamma_{00}^\alpha - \partial_0 \Gamma_{\alpha 0}^\alpha + \Gamma_{\alpha\gamma}^\alpha \Gamma_{00}^\gamma - \Gamma_{0\gamma}^\alpha \Gamma_{0\alpha}^\gamma, \quad (3.10)$$

$$R_{00} = -\partial_0 \Gamma_{i0}^i - \Gamma_{0j}^i \Gamma_{0i}^j, \quad (3.11)$$

$$R_{00} = R_{000}^0 + R_{010}^1 + R_{020}^2 + R_{030}^3, \quad (3.12)$$

$$R_{00} = 3 \left[ -\partial_0 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right) - \frac{\dot{a}}{a} \frac{\dot{a}}{a} \right], \quad (3.13)$$

$$R_{00} = -3 \frac{\ddot{a}}{a}, \quad (3.14)$$

considerando,  $\mu = \nu = 1$ , temos:

$$R_{11} = R_{101}^0 + R_{111}^1 + R_{121}^2 + R_{131}^3, \quad (3.15)$$

$$R_{101}^0 = -\partial_0 \Gamma_{11}^0 - \Gamma_{1\gamma}^0 \Gamma_{10}^\gamma, \quad (3.16)$$

$$R_{111}^1 = 0, \quad (3.17)$$

$$R_{121}^2 = \partial_2 \Gamma_{11}^2 - \partial_1 \Gamma_{12}^2 + \Gamma_{2\gamma}^2 \Gamma_{11}^\gamma - \Gamma_{1\gamma}^2 \Gamma_{12}^\gamma = \Gamma_{2\gamma}^2 \Gamma_{11}^\gamma, \quad (3.18)$$

$$R_{131}^3 = \partial_3 \Gamma_{11}^3 - \partial_1 \Gamma_{13}^3 + \Gamma_{3\gamma}^3 \Gamma_{11}^\gamma - \Gamma_{1\gamma}^3 \Gamma_{13}^\gamma = \Gamma_{3\gamma}^3 \Gamma_{11}^\gamma, \quad (3.19)$$

substituindo as Eqs.(3.16, 3.17, 3.18, 3.19) na Eq.(3.15), obtemos

$$R_{11} = \ddot{a}a + 2\dot{a}^2, \quad (3.20)$$

logo,

$$R = R_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = R_{00} g^{00} + R_{ij} g^{ij}. \quad (3.21)$$

Tal que,

$$R = 6 \left[ \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \right]. \quad (3.22)$$

Utilizando a equação de Einstein modificada Eq.(3.5), podemos obter as equações de Friedmann modificadas. Utilizando a Eq.(3.6) com  $\mu = \nu = 0$ ,

$$G_{00} = R_{00} = \frac{1}{2}R = 3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2, \quad (3.23)$$

e por conseguinte,  $\mu = i$  e  $\nu = j$ , temos

$$G_{ij} = R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R = - \left[ 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \right] a^2 \delta_{ij}. \quad (3.24)$$

De forma análoga,

$$W_{00} = -R_{00}, \quad (3.25)$$

$$W_{ij} = R_{00} a^2 \delta_{ij}. \quad (3.26)$$

### 3.3.2 O Tensor Energia-Momento

O tensor energia-momento para um fluido perfeito é definido pela Eq.(2.14) (em qualquer sistema de coordenadas). Ressaltando que  $U_\mu$  é a velocidade macroscópica do meio que não pode ter uma direção privilegiada. Portanto, possui apenas componente temporal:  $U_\mu = (1, 0, 0, 0)$ . Resolvendo essa equação, não encontramos termos da LIV. Desta forma, ficamos com as mesmas equações para  $T_{\mu\nu}$  a única mudança aqui, é que consideramos um Universo plano. Logo, teremos:

$$T_{00} = \rho; \quad T_{ij} = p g_{ij} = a^2(t)\delta_{ij}. \quad (3.27)$$

Pela equação de conservação do tensor energia-momento  $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$ , encontramos a equação de continuidade Eq.(2.28).

### 3.3.3 As Modificações nas Equações de Friedman

Utilizando a Eq.(3.5) para parte temporal( $\mu = \nu = 0$ ), temos

$$G_{00} - \frac{\alpha_g}{2} W_{00} = \frac{1}{M_P^2} T_{00}, \quad (3.28)$$

substituindo as Eqs.(3.23 e 3.25) na Eq.(3.28), temos

$$3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \frac{\alpha_g}{2} \left( 3 \frac{\ddot{a}}{a} \right) = \frac{1}{M_P^2} \rho, \quad (3.29)$$

$$H^2 - \frac{\alpha_g}{2} \left( \frac{\ddot{a}}{a} \right) = \frac{\rho}{3M_P^2}. \quad (3.30)$$

Para os componentes espaciais( $\mu = i$  e  $\nu = j$ ) na Eq.(3.5), produz

$$G_{ij} - \frac{\alpha_g}{2} W_{ij} = \frac{1}{M_P^2} T_{ij}. \quad (3.31)$$

Combinando as Eqs.(3.24 e 3.26) com a Eq.(3.31), obtemos

$$- \left[ 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \right] a^2 \delta_{ij} - \frac{\alpha_g}{2} \left( -3 \frac{\ddot{a}}{a} \right) a^2 \delta_{ij} = \frac{1}{M_P^2} a^2 \delta_{ij} p, \quad (3.32)$$

$$\left( 1 - \frac{3\alpha_g}{4} \right) \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{1}{2} H^2 = - \frac{p}{2M_P^2}. \quad (3.33)$$

Da Eq.(3.30), temos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = - \frac{2\rho}{3M_P^2 \alpha_g} + \frac{2H^2}{\alpha_g}. \quad (3.34)$$

Substituindo a Eq.(3.34) na Eq.(3.33), obtemos a primeira equação de Friedmann modificada.

$$H^2 = \frac{1}{12M_P^2} \left[ \frac{4\rho - 3\alpha_g(p + \rho)}{\left( 1 - \frac{\alpha_g}{2} \right)} \right]. \quad (3.35)$$

Substituindo a Eq.(3.35) na Eq.(3.34), produz a segunda equação de Friedmann modificada.

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_P^2} \left( \frac{\rho + 3p}{(1 - \frac{\alpha_g}{2})} \right). \quad (3.36)$$

Combinando a Eq.(3.35) com a Eq.(2.28), produz

$$\dot{H} = -\frac{1}{8HM_P^2} \left[ \frac{4H(\rho + p) \left(1 - \frac{3\alpha_g}{4}\right) + \alpha_g \dot{p}}{(1 - \frac{\alpha_g}{2})} \right]. \quad (3.37)$$

Os pontos denotam diferenciação em relação a  $t$ . Observe que na condição:  $\alpha_g = 0$ , recuperamos as equações usuais de FLRW. Derivando a Eq.(3.35) em relação ao tempo e substituindo na Eq.(3.37), obtemos a Eq.(2.28).

### 3.4 A Dinâmica Inflacionária Modificada

Para o setor do campo ínflaton, podemos variar a ação Eq.(3.1) em relação ao campo  $\phi(t)$ , desta forma, ficamos apenas com  $\delta S_\phi = 0$ . Portanto, podemos dividir essa ação em duas partes para tornar o cálculo mais didático e uma das ações recai no ínflaton usual.

$$\delta S_\phi = \delta S_{\phi_1} + \delta S_{\phi_2} = 0, \quad (3.38)$$

onde,

$$\delta S_{\phi_1} = \int d^4x \delta \left[ \sqrt{-g} \left( -\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right) \right]; \quad (3.39)$$

$$\delta S_{\phi_2} = \int d^4x \delta \left[ \sqrt{-g} \left( \frac{\alpha_s}{2} u^\alpha u^\beta \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi \right) \right]; \quad (3.40)$$

Para  $\delta S_{\phi_1}$ , temos

$$\begin{aligned} \delta S_{\phi_1} &= \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{2} \partial_\sigma \delta \phi g^{\sigma\lambda} \partial_\lambda \phi - \frac{1}{2} \partial_\sigma \phi g^{\sigma\lambda} \partial_\lambda \delta \phi - V'(\phi) \delta \phi \right] \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\nu \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \right) - V'(\phi) \right] \delta \phi; \end{aligned} \quad (3.41)$$

Com  $V'(\phi) = \partial V(\phi)/\partial \phi$ . Note que argumento entre colchetes é conhecido como a densidade lagrangiana do campo de ínflaton usual. Para  $\delta S_{\phi_2}$ , temos

$$\begin{aligned} \delta S_{\phi_2} &= \int d^4x \sqrt{-g} \left( \frac{\alpha_s}{2} u^\alpha u^\beta \partial_\alpha \delta \phi \partial_\beta \phi + \frac{\alpha_s}{2} u^\alpha u^\beta \partial_\alpha \phi \partial_\beta \delta \phi \right) \\ &= \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\partial_\alpha \left( \alpha_s u^\alpha u^\beta \partial_\beta \phi \right) \right] \delta \phi. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Substituindo as Eqs.(3.41 e 3.42) na Eq.(3.38), obtemos

$$\delta S_\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\alpha \left( \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\beta \phi \right) - \partial_\alpha \left( \alpha_s u^\alpha u^\beta \partial_\beta \phi \right) - V'(\phi) \right] \delta \phi = 0. \quad (3.43)$$

Portanto, a equação de movimento associada é descrita na forma,

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\alpha \left( \sqrt{-g} g^{\alpha\beta} \partial_\beta \phi \right) - \partial_\alpha \left( \alpha_s u^\alpha u^\beta \partial_\beta \phi \right) - V'(\phi) = 0. \quad (3.44)$$

Através da Eq.(3.44) podemos encontrar a equação de movimento modificada para o campo de ínflaton,  $\phi(t)$ , considerando também que  $u_\alpha = (1, \vec{0})$ . Assim obtemos,

$$(1 + \alpha_s) \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0. \quad (3.45)$$

Notando que a variação temporal do campo ínflaton homogêneo é determinada por uma competição entre três efeitos: a curva do potencial  $V'(\phi)$ , a expansão de Hubble e o efeito da LIV dado pelo parâmetro,  $\alpha_s$ .

### 3.5 Conteúdo de Tensor Energia-Momento

O tensor energia-momento por ser obtido por meio da Eq.(2.7). Primeiro a reescrevemos como

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= \frac{2}{\sqrt{-g}} \left( -\frac{1}{2} \sqrt{g} g_{\mu\nu} \mathcal{L}_\phi + \sqrt{-g} \frac{\delta \mathcal{L}_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} \right) \\ &= -2 \frac{\delta \mathcal{L}_\phi}{\delta g^{\mu\nu}} + \mathcal{L}_\phi g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Neste caso  $\mathcal{L}_\phi$ , representa o setor escalar da ação dada pela Eq.(3.1). Assim, devemos obter

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi g^{\alpha\beta} + \frac{\alpha_s}{2} u^\alpha u^\beta \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + V(\phi) \right). \quad (3.47)$$

Considerando que o conteúdo de energia está associado a componente temporal deste tensor, atribuindo  $\mu = \nu = 0$ , (considerando também que  $u_\mu = (1, \vec{0})$ ), devemos obter

$$\begin{aligned} T_{00} &= \partial_0 \phi \partial_0 \phi + \left( -\frac{1}{2} \partial_0 \phi \partial_0 \phi + \frac{\alpha_s}{2} \partial_0 \phi \partial_0 \phi + V(\phi) \right) \\ &= \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{\alpha_s}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Ou ainda,

$$\rho = \frac{1}{2} (1 + \alpha_s) \dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (3.49)$$

Desde que o conteúdo de momento esteja associado a componente espacial do tensor energia-momento,  $\mu = i$ ,  $\nu = j$ , isto deve nos conduzir à

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \partial_i \phi \partial_j \phi - g_{ij} \left( -\frac{1}{2} \partial_0 \phi \partial_0 \phi + \frac{\alpha_s}{2} \partial_0 \phi \partial_0 \phi + V(\phi) \right) \\ &= -\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{\alpha_s}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Ou, ainda

$$p = \frac{1}{2} (1 - \alpha_s) \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3.51)$$

Note que podemos também facilmente mostrar que a equação de movimento, Eq.(3.45) decorre trivialmente da conservação do tensor energia-momento, que para um

Universo FLRW em expansão se reduz a Eq.(2.28), como obtido anteriormente:

$$\begin{aligned} \partial_t \left( \frac{1}{2} (1 + \alpha_s) \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right) + 3H\dot{\phi}^2 &= 0; \\ \dot{\phi} \left( (1 + \alpha_s) \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) \right) &= 0, \end{aligned} \quad (3.52)$$

a qual para  $\dot{\phi} \neq 0$ , recuperamos a Eq.(3.45) para a dinâmica do campo de ínflaton.

Por outro lado, a equação de estado para o campo de ínflaton,  $\phi(t)$ , pode ser obtida relacionando as Eqs.(3.49)–(3.51). A saber,

$$\omega = \frac{p}{\rho} = \frac{\frac{1}{2} (1 - \alpha_s) \dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} (1 + \alpha_s) \dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (3.53)$$

Note que na condição de que as contribuições do potencial sejam dominantes, isto deve nos conduzir ao regime usual,  $\omega \simeq -1$ , ocorrendo assim, um regime inflacionário que através do qual nos possibilita estimar um limite inferior para o parâmetro,  $\alpha_s$ , através do regime de rolagem lenta. Por outro lado, quando as contribuições cinéticas são dominantes, isto deve nos conduzir a uma equação de estado interessante:

$$\omega \simeq \frac{(1 - \alpha_s)}{(1 + \alpha_s)}, \quad (3.54)$$

que deverá concordar com o regime dominado pela radiação,  $\omega \rightarrow 1/3$ , para  $\alpha_s \rightarrow 1/2$  e também concordará pelo regime dominado pela matéria,  $\omega \rightarrow 0$ , para  $\alpha_s \rightarrow +1$ . Observe que no caso de  $\alpha_s = 0$ , temos a equação de estado como sendo  $\omega = 1$ , este resultado é consistente com o fim do regime de rolagem lenta da teoria usual, neste cenário, a energia cinética é dominante, gerando uma evolução na equação de estado de  $\omega = -1$  para  $\omega = 1$ . Em seguida, ocorre a transferência da energia do campo de ínflaton em partículas comuns, ocasionando em um Universo dominado primeiramente pela radiação e depois pela matéria como já foi mencionado [72].

## 4 Análise dos Efeitos da LIV sobre os Parâmetros Cosmológicos

Neste capítulo, vamos analisar a influência dos efeitos da LIV no período inflacionário. Tais análises serão desenvolvidas no regime de rolagem lenta, além disso, limitaremos a LIV via dados coletados diretamente da CMB, pela colaboração Planck [67].

### 4.1 Análises Preliminares

Substituindo as Eqs.(3.49)–(3.51) na primeira equação de Friedmann, Eq.(3.35), obtemos

$$H^2 = \frac{1}{12M_P^2} \frac{4 \left[ \frac{1}{2} (1 + \alpha_s) \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] - 3\alpha_g \dot{\phi}^2}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}. \quad (4.1)$$

Então, no regime de rolagem lenta, no qual o termo  $3H\dot{\phi}$  deve dominar sobre termo  $\ddot{\phi}$  na equação de movimento para o campo de ínflaton, Eq.(3.45), e em conjunto com a condição,  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ , impõem que

$$3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0; \quad (4.2)$$

$$H^2 = \frac{1}{3M_P^2} \frac{V(\phi)}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}; \quad (4.3)$$

Dessa equação, temos

$$H \equiv \left( \frac{d \ln a}{dt} \right) = \sqrt{\frac{V(\phi)}{3 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}} \frac{1}{M_P}. \quad (4.4)$$

Note também que ao combinarmos as Eqs.(4.2)–(4.3), devemos obter

$$\dot{\phi} = -M_P \sqrt{3 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} \frac{V'(\phi)}{\sqrt{V(\phi)}}. \quad (4.5)$$

Considerando, um simples potencial para o campo de ínflaton como sendo um potencial quadrático:

$$V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 \phi^2. \quad (4.6)$$

Portanto, pela Eq.(4.5) devemos obter

$$\dot{\phi} = -\frac{\sqrt{6 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}}{3} m M_P. \quad (4.7)$$

Integrando a Eq.(4.7) em relação ao tempo, resulta em

$$\phi = \phi_0 - \frac{\sqrt{6\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}}{3} m M_P t. \quad (4.8)$$

Agora, devemos rescrever a Eq.(4.4) na forma

$$d(\ln a) = \sqrt{\frac{1}{6\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}} \frac{m}{M_P} \phi dt. \quad (4.9)$$

Ao combinarmos as Eqs.(4.8)–(4.9), e integrando em relação a  $t$ , obtemos o fator de escala para este regime de rolagem lenta:

$$a(t) = a_0 \exp \left[ \frac{m\phi_0 t}{\sqrt{6\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} M_P} - \frac{m^2 t^2}{3} \right]. \quad (4.10)$$

Para compreendermos os efeitos da presença da LIV na fase inflacionária do Universo, usamos o número de e-folds, definido por

$$\begin{aligned} N_e &\equiv \ln \left( \frac{a_{end}}{a} \right) = \int_{t_i}^{t_f} H dt = \int_{\phi(t_i)}^{\phi(t_f)} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \\ &= - \int_{\phi(t_i)}^{\phi(t_f)} \frac{3H^2}{V'(\phi)} d\phi. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Utilizando a Eq.(4.3), encontramos

$$N_e = - \frac{1}{M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} \int_{\phi(t_i)}^{\phi(t_f)} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi. \quad (4.12)$$

Tal que,

$$N_e = \frac{1}{2M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} \left( \frac{\phi(t_i)^2}{2} - \frac{\phi(t_f)^2}{2} \right). \quad (4.13)$$

Assumindo que  $\phi(t_f) \approx 0$ , como sendo o fim da inflação, obtemos também

$$N_e = \frac{\phi^2(t_i)}{4M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}, \quad (4.14)$$

a qual resulta em

$$\alpha_g = 2 - \frac{\phi^2(t_i)}{2M_P^2 N_e}. \quad (4.15)$$

Para  $N_e \simeq 60$  e  $\phi^2(t_i) \simeq 4M_P^2$ , através da Eq.(4.15), obtemos a seguinte estimativa para os efeitos da LIV:

$$\alpha_g = 2 \left( 1 - \frac{1}{N_e} \right) \simeq 1.96. \quad (4.16)$$

Desde que  $\alpha_s \sim \alpha_g/4$ , o resultado da Eq.(4.16) está conforme o regime dominado pela radiação, regido pela Eq.(3.54) o qual o parâmetro da LIV assume um valor  $1/2$ ,  $\omega \rightarrow 1/3$ .

## 4.2 Espectro de Potência

Existem outras propriedades cosmológicas interessantes que advêm dos parâmetros de rolagem lenta [73], bem como das perturbações do espectro de potência. Observemos primeiramente as consequências desse modelo inflacionário para os dois primeiros parâmetros de rolagem lenta. Suas formas explícitas no regime de rolagem lenta usual, são

$$\epsilon = \frac{1}{16\pi G} \left( \frac{V'}{V} \right)^2; \quad (4.17)$$

$$\eta = \frac{1}{8\pi G} \frac{V''}{V}. \quad (4.18)$$

Desde que  $V'/V = 2/\phi$  e  $V''/V = 2/\phi^2$ . Isto deve nos conduzir à

$$\epsilon = \eta = \frac{1}{4\pi G \phi^2}, \quad (4.19)$$

este resultado é consistente com um regime inflacionário caótico a partir de um potencial quadrático. A condição de planura ocorre quando os parâmetros de rolagem lenta são muito pequenos, no limite  $|\epsilon| \ll 1$  e  $|\eta| \ll 1$ . A inflação cósmica termina quando esse limite é violado, ou seja, no limite  $\epsilon \approx 1$ ,  $\eta \approx 1$ . Em um cenário inflacionário padrão, a força das perturbações do tensor é diretamente relacionado com a amplitude da densidade de energia. Sabemos que o espectro da potência para perturbação escalar é dado por:

$$P_\zeta = \frac{H^4}{4\pi^2 \dot{\phi}^2}, \quad (4.20)$$

quando lidamos com uma lagrangiana de campo escalar. É importante ressaltar que todas as grandezas aqui são determinadas no cruzamento do horizonte [73][74]. Tal parâmetro nos permite calcular o índice espectral escalar, dado por [74]

$$n_s - 1 = \frac{1}{HP_\zeta} \frac{dP_\zeta}{dt}, \quad (4.21)$$

Este parâmetro é extremamente importante como teste para modelos cosmológicos, uma vez que é medido diretamente da CMB. Uma forma equivalente de representar  $n_s$ , é

$$n_s = -6\epsilon + 2\eta = -4\epsilon, \quad (4.22)$$

considerando que  $\epsilon = \eta$ , devido ao regime de rolagem lenta. Relacionando a Eq.(4.22), com as Eqs.(4.14 e 4.19), primeiro devemos obter

$$n_s = -\frac{2}{\left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right) N_e}. \quad (4.23)$$

Ou ainda,

$$n_s - 1 \simeq -1 - \frac{2}{N_e} \left(1 + \frac{\alpha_g}{2}\right). \quad (4.24)$$



Na condição:  $-2/N_e > -1$ , devemos ter

$$n_s - 1 = -\frac{2}{N_e} - \delta_{n_s} \quad (4.25)$$

com  $\delta_{n_s}$ , escrito na forma

$$\delta_{n_s} = \frac{\alpha_g}{N_e}, \quad (4.26)$$

onde consideramos,  $\phi(t) = \phi(t_i)$ , na Eq.(4.19) no cruzamento do horizonte. Além disso, também expandimos o lado direito da Eq.(4.23) em torno de pequenos valores de  $\alpha_g/2$ .

### 4.3 Limitando a LIV via Dados da CMB

As medidas da CMB dominam a Cosmologia experimental moderna, sendo uma grande fonte de informação sobre o Universo primordial. Nenhuma outra descoberta teve um impacto tão grande nas teorias cosmológicas. A observação da CMB confirmou, por exemplo, o modelo do Big Bang da origem do nosso Universo e deu-nos uma visão do passado distante, muito antes da formação das primeiras estrelas e galáxias.

Recentemente, a colaboração Planck [67], restringiu fortemente que o índice espectral escalar tenha o valor  $n_s = 0.9655 \pm 0.0062$ ; portanto, podemos usar a Eq.(4.25), para estabelecer um limite para  $\alpha_g$ , relacionando com dados da CMB. Este limite é mais forte que a decorrente da Eq.(4.15), uma vez não precisamos impor um valor inicial para  $\phi(t_i)$ . Seguindo o procedimento adotado em [75], assumimos as igualdades:

$$n_s = 1 - \frac{2}{N_e} = 0.9655; \quad (4.27)$$

$$\delta_{n_s} = \frac{\alpha_g}{N_e} \simeq -10^{-3}, \quad (4.28)$$

onde associamos os efeitos da LIV à ordem do erro experimental para  $n_s$ . Primeiro da Eq.(4.27), obtemos  $N_e \simeq 57.97$  e depois da Eq.(4.28), devemos estimar também o seguinte limite superior para LIV:  $\alpha_g \simeq -10^{-2}$ . Utilizando as Eqs.(4.3, 4.7, 4.8 e 4.20) na Eq.(4.21), obtemos  $n_s$  em função do tempo

$$n_s - 1 = \frac{1}{H^2} 4\dot{H} = -8M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right) \frac{1}{\phi^2}, \quad (4.29)$$

$$n_s = 1 - \frac{72M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}{\left(3\phi_0 - \sqrt{6 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} m M_P t\right)^2}. \quad (4.30)$$

A Eq.(4.30), servirá para determinar uma relação entre o índice espectral escalar com o denominado razão tensor-escalar, definido por

$$r = \frac{P_T}{P_\zeta}, \quad P_T = 64\pi G \left(\frac{H}{2\pi}\right)^2. \quad (4.31)$$

Utilizando as Eqs.(4.3 e 4.2) na Eq.(4.31), obtemos  $r$  com dependência temporal explícita

$$r = \frac{64\pi G \dot{\phi}^2}{H^2}, \quad (4.32)$$

$$r = 32\pi G M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right) \left[ \frac{72 M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)}{\left(3\phi_0 - \sqrt{6 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right)} m M_{Pl}\right)^2} \right]. \quad (4.33)$$

Combinando  $n_s$  com  $r$ , obtemos a seguinte relação

$$r = 32\pi G M_P^2 \left(1 - \frac{\alpha_g}{2}\right) (1 - n_s), \quad (4.34)$$

sabendo que  $M_P^2 = 1/8\pi G$ , então a equação anterior se reduz à

$$r = (4 - 2\alpha_g) (1 - n_s). \quad (4.35)$$

Além disso, com a relação  $n_s - 1 = -2/N_e - \alpha_g/N_e$ , obtemos que:

$$r = (4 - 2\alpha_g) \left[ \frac{1}{N_e} (2 + \alpha_g) \right] \quad (4.36)$$

então, usando os valores anteriormente obtidos para  $N_e$  e  $\alpha_g$  ( $N_e \simeq 57.97$  e  $\alpha_g \simeq -10^{-2}$ ), obtemos

$$r \simeq 10^{-1}, \quad (4.37)$$

O valor obtido é compatível com as medições da colaboração Planck para os parâmetros cosmológicos [67].

## 5 Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação, desenvolvemos um estudo sobre os impactos dos efeitos da LIV na cosmologia inflacionária via uma teoria tipo-éter. Neste sentido, inserimos uma breve revisão sobre a gravitação, cosmologia padrão e a cosmologia inflacionária. Superando esta fase, elaboramos uma teoria de campos efetiva tipo-éter que viola a invariância de Lorentz. Neste caso, o campo de éter de natureza constante e tipo-tempo, afeta tanto o setor gravitacional quanto o setor do campo de ínflaton. Observamos os efeitos da LIV sobre as equações de Einstein e nas equações de Friedmann, em que sua versão usual são recuperadas no limite onde os parâmetros que controlam a LIV são nulos. Em relação ao setor do campo de ínflaton, tanto a sua equação de movimento e as equações de estado associadas são também afetadas pela LIV.

Diante dos efeitos da LIV sobre a cosmologia inflacionária, estudamos como os parâmetros associados são afetados no regime de rolagem lenta. Em conjunto, usamos um simples potencial quadrático e obtemos a estrutura do campo de ínflaton, do fator de escala e do número de e-folds. Em particular, através da expressão do número de e-folds, foi possível estimar um limite para os efeitos da LIV, como sendo,  $\alpha_s \sim \alpha_g/4$  compatível com o regime da radiação associado a equação de estado.

Através de um estudo do espectro de potência, também foi possível estipular uma correção na expressão do índice espectral escalar. Utilizando as Eqs.(4.25)–(4.26) e sendo associado a medida experimental da CMB feita pela colaboração Planck [67] que restringiu fortemente o índice espectral escalar, a saber,  $n_s = 0.9655 \pm 0.0062$ . Com isso, obtemos  $\alpha_g \simeq -10^{-2}$ , sendo o limite superior para LIV ao associarmos à amplitude dos seus efeitos com a incerteza experimental do índice espectral escalar. Também verificamos os impactos da LIV sobre o parâmetro que descreve a razão tensor-escalar, na ordem,  $r \sim 10^{-1}$ , compatível com as medições da colaboração Planck. Além disso, seria interessante ver como trabalhos futuros, estudos das implicações da LIV na Cosmologia via formalismo de primeira ordem, capaz de nos oferecer análises de todas as eras da inflação [37] .

# Referências

- 1 GUTH, A. H. Inflation and the new era of high precision cosmology. *Physics@ MIT*, p. 28–39, 2002. Citado 6 vezes nas páginas 7, 19, 21, 23, 24 e 25.
- 2 GUTH, A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, APS, v. 23, n. 2, p. 347, 1981. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 23.
- 3 LINDE, A. D. A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 108, n. 6, p. 389–393, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 25.
- 4 DEFFAYET, C. et al. *Post-Planck Cosmology: Lecture Notes of the Les Houches Summer School. July 2013*. [S.l.]: Oxford University Press, 2015. Citado na página 9.
- 5 RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The astronomical journal*, IOP Publishing, v. 116, n. 3, p. 1009, 1998. Citado na página 9.
- 6 PERLMUTTER, S. et al. Measurements of  $\omega$  and  $\lambda$  from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 517, n. 2, p. 565, 1999. Citado na página 9.
- 7 FERREIRA, P. G.; JOYCE, M. Cosmology with a primordial scaling field. *Physical Review D*, APS, v. 58, n. 2, p. 023503, 1998. Citado na página 9.
- 8 CALDWELL, R. R.; DAVE, R.; STEINHARDT, P. J. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. *Physical Review Letters*, APS, v. 80, n. 8, p. 1582, 1998. Citado na página 9.
- 9 CARROLL, S. M. Quintessence and the rest of the world: suppressing long-range interactions. *Physical Review Letters*, APS, v. 81, n. 15, p. 3067, 1998. Citado na página 9.
- 10 COPELAND, E. J.; LIDDLE, A. R.; WANDS, D. Exponential potentials and cosmological scaling solutions. *Physical Review D*, APS, v. 57, n. 8, p. 4686, 1998. Citado na página 9.
- 11 ZLATEV, I.; WANG, L.; STEINHARDT, P. J. Quintessence, cosmic coincidence, and the cosmological constant. *Physical Review Letters*, APS, v. 82, n. 5, p. 896, 1999. Citado na página 9.
- 12 STEINHARDT, P. J.; WANG, L.; ZLATEV, I. Cosmological tracking solutions. *Physical Review D*, APS, v. 59, n. 12, p. 123504, 1999. Citado na página 9.
- 13 HEBECKER, A.; WETTERICH, C. Quintessential adjustment of the cosmological constant. *Physical review letters*, APS, v. 85, n. 16, p. 3339, 2000. Citado na página 9.
- 14 HEBECKER, A.; WETTERICH, C. Natural quintessence? *Physics Letters B*, Elsevier, v. 497, n. 3-4, p. 281–288, 2001. Citado na página 9.

- 15 CHIBA, T.; OKABE, T.; YAMAGUCHI, M. Kinetically driven quintessence. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 2, p. 023511, 2000. Citado na página 9.
- 16 ARMENDARIZ-PICON, C.; MUKHANOV, V.; STEINHARDT, P. J. Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic acceleration. *Physical Review Letters*, APS, v. 85, n. 21, p. 4438, 2000. Citado na página 9.
- 17 ARMENDARIZ-PICON, C.; MUKHANOV, V.; STEINHARDT, P. J. Essentials of k-essence. *Physical Review D*, APS, v. 63, n. 10, p. 103510, 2001. Citado na página 9.
- 18 CAPOZZIELLO, S. Curvature quintessence. *International Journal of Modern Physics D*, World Scientific, v. 11, n. 04, p. 483–491, 2002. Citado na página 9.
- 19 CAPOZZIELLO, S. et al. Curvature quintessence matched with observational data. *International Journal of Modern Physics D*, World Scientific, v. 12, n. 10, p. 1969–1982, 2003. Citado na página 9.
- 20 CARROLL, S. M. et al. Is cosmic speed-up due to new gravitational physics? *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 4, p. 043528, 2004. Citado na página 9.
- 21 HARKO, T. et al.  $f(r, t)$  gravity. *Physical Review D*, APS, v. 84, n. 2, p. 024020, 2011. Citado na página 9.
- 22 MORAES, P. Cosmology from  $f(r, t)$  theory in a variant speed of light scenario. *International Journal of Theoretical Physics*, Springer, v. 55, p. 1307–1314, 2016. Citado na página 9.
- 23 AMENDOLA, L. Scaling solutions in general nonminimal coupling theories. *Physical Review D*, APS, v. 60, n. 4, p. 043501, 1999. Citado na página 9.
- 24 UZAN, J.-P. Cosmological scaling solutions of nonminimally coupled scalar fields. *Physical Review D*, APS, v. 59, n. 12, p. 123510, 1999. Citado na página 9.
- 25 CHIBA, T. Quintessence, the gravitational constant, and gravity. *Physical Review D*, APS, v. 60, n. 8, p. 083508, 1999. Citado na página 9.
- 26 BARTOLO, N.; PIETRONI, M. Scalar-tensor gravity and quintessence. *Physical Review D*, APS, v. 61, n. 2, p. 023518, 1999. Citado na página 9.
- 27 BACCIGALUPI, C.; MATARRESE, S.; PERROTTA, F. Tracking extended quintessence. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 12, p. 123510, 2000. Citado na página 9.
- 28 DVALI, G.; GABADADZE, G.; PORRATI, M. 4d gravity on a brane in 5d minkowski space. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 485, n. 1-3, p. 208–214, 2000. Citado na página 9.
- 29 SAHNI, V.; SHTANOV, Y. Braneworld models of dark energy. *arXiv preprint astro-ph/0202346*, 2002. Citado na página 9.
- 30 GASPERINI, M. Inflation and broken lorentz symmetry in the very early universe. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 163, n. 1-4, p. 84–86, 1985. Citado na página 9.
- 31 LIM, E. A. Can we see lorentz-violating vector fields in the cmb? *Physical Review D*, APS, v. 71, n. 6, p. 063504, 2005. Citado na página 9.

- 32 LI, B.; MOTA, D. F.; BARROW, J. D. Detecting a lorentz-violating field in cosmology. *Physical Review D*, APS, v. 77, n. 2, p. 024032, 2008. Citado na página 9.
- 33 ZUNTZ, J. A.; FERREIRA, P.; ZLOSNIK, T. Constraining lorentz violation with cosmology. *Physical review letters*, APS, v. 101, n. 26, p. 261102, 2008. Citado na página 9.
- 34 ARMENDARIZ-PICON, C.; SIERRA, N. F.; GARRIGA, J. Primordial perturbations in einstein-aether and bpsH theories. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2010, n. 07, p. 010, 2010. Citado na página 9.
- 35 KANNO, S.; SODA, J. Lorentz violating inflation. *Physical Review D*, APS, v. 74, n. 6, p. 063505, 2006. Citado na página 9.
- 36 DONNELLY, W.; JACOBSON, T. Coupling the inflaton to an expanding aether. *Physical Review D*, APS, v. 82, n. 6, p. 064032, 2010. Citado na página 9.
- 37 AVELINO, P. et al. Impact of lorentz violation on the dynamics of inflation. *Physical Review D*, APS, v. 79, n. 12, p. 123503, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 9, 10 e 37.
- 38 COLLADAY, D. et al. Lorentz-violating extension of the standard model. *Physical Review D*. **58**, 116002, 1998. Citado na página 9.
- 39 MYERS, R. C. et al. Ultraviolet modifications of dispersion relations in effective field theory. *Physical Review Letters*. **90**, 21, 2003. Citado na página 10.
- 40 KOSTELECKÝ, V. A.; MEWES, M. Electrodynamics with lorentz-violating operators of arbitrary dimension. *Physical Review D*, APS, v. 80, n. 1, p. 015020, 2009. Citado na página 10.
- 41 GASPERINI, M. Inflation and Broken Lorentz Symmetry in the Very Early Universe. *Phys. Lett. B*, v. 163, p. 84–86, 1985. Citado na página 10.
- 42 LIM, E. A. Can we see Lorentz-violating vector fields in the CMB? *Phys. Rev. D*, v. 71, p. 063504, 2005. Citado na página 10.
- 43 LI, B.; MOTA, D. F.; BARROW, J. D. Detecting a Lorentz-Violating Field in Cosmology. *Phys. Rev. D*, v. 77, p. 024032, 2008. Citado na página 10.
- 44 ZUNTZ, J. A.; FERREIRA, P. G.; ZLOSNIK, T. G. Constraining Lorentz violation with cosmology. *Phys. Rev. Lett.*, v. 101, p. 261102, 2008. Citado na página 10.
- 45 ARMENDARIZ-PICON, C.; SIERRA, N. F.; GARRIGA, J. Primordial Perturbations in Einstein-Aether and BPSH Theories. *JCAP*, v. 07, p. 010, 2010. Citado na página 10.
- 46 KANNO, S.; SODA, J. Lorentz Violating Inflation. *Phys. Rev. D*, v. 74, p. 063505, 2006. Citado na página 10.
- 47 DONNELLY, W.; JACOBSON, T. Coupling the inflaton to an expanding aether. *Phys. Rev. D*, v. 82, p. 064032, 2010. Citado na página 10.
- 48 BLAS, D.; SIBIRYAKOV, S. Technically natural dark energy from Lorentz breaking. *JCAP*, v. 07, p. 026, 2011. Citado na página 10.

- 49 AUDREN, B. et al. Cosmological constraints on Lorentz violating dark energy. *JCAP*, v. 08, p. 039, 2013. Citado na página 10.
- 50 CARROLL, S. M.; TAM, H. Aether compactification. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 4, p. 044047, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 26.
- 51 ALMEIDA, C. et al. Cosmology in the universe with distance dependent lorentz-violating background. *Advances in High Energy Physics*, Hindawi, v. 2017, 2017. Citado na página 11.
- 52 NUSSENZVEIG, H. M. Curso de física básica, vol. 4. São Paulo: Edgard Blücher, 2002. Citado na página 12.
- 53 RESNICK, R.; WATANABE, S. *Introdução à relatividade especial*. [S.l.]: Editora da Universidade de São Paulo, 1971. Citado na página 12.
- 54 PORTO, C. M.; PORTO, M. Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de einstein. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 30, p. 1603–1, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- 55 FALCIANO, F. Geometria, espaço-tempo e gravitação: conexão entre conceitos da relatividade geral. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 31, p. 4308–4317, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- 56 CARROLL, S. M. An introduction to general relativity: spacetime and geometry. *Addison Wesley*, v. 101, p. 102, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 16.
- 57 RYDEN, B. *Introduction to cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 15, 18 e 20.
- 58 SOUZA, R. E. D. *Introdução à Cosmologia*. [S.l.]: Edusp, 2004. Citado na página 15.
- 59 ISLAM, J. N.; ISLAM, J. N. *An introduction to mathematical cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. Citado na página 15.
- 60 HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the national academy of sciences*, National Acad Sciences, v. 15, n. 3, p. 168–173, 1929. Citado na página 15.
- 61 GAMOW, G. The evolution of the universe. *Nature*, Nature Publishing Group UK London, v. 162, n. 4122, p. 680–682, 1948. Citado na página 15.
- 62 SPERGEL, D. N. et al. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: implications for cosmology. *The astrophysical journal supplement series*, IOP Publishing, v. 170, n. 2, p. 377, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 21.
- 63 WAGA, I. Cem anos de descobertas em cosmologia e novos desafios para o século xxi. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 27, p. 157–173, 2005. Citado na página 16.
- 64 WEINBERG, S. Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity. 1972. Citado na página 16.
- 65 FRIEDMAN, A. Über die krümmung des raumes. *Zeitschrift für Physik*, Springer-Verlag Berlin/Heidelberg, v. 10, n. 1, p. 377–386, 1922. Citado na página 17.

- 66 VÁZQUEZ, J. A.; PADILLA, L. E.; MATOS, T. Inflationary cosmology: from theory to observations. *arXiv preprint arXiv:1810.09934*, 2018. Citado na página 18.
- 67 ADE, P. A. et al. Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, EDP sciences, v. 594, p. A13, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 21, 32, 35, 36 e 37.
- 68 KOLB, E.; TURNER, M. *The early universe* Westview Press. [S.l.]: USA, 1994. Citado na página 21.
- 69 LIDDLE, A. *An introduction to modern cosmology*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 24.
- 70 HEECK, J. *Introduction to inflation*. 2011. Citado na página 24.
- 71 ALBRECHT, A.; STEINHARDT, P. J. Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking. *Phys. Rev. Lett.*, v. 48, p. 1220–1223, 1982. Citado na página 25.
- 72 ROSA, J. G. *Introduction to cosmology, LECTURE 10 - Inflation II*. [S.l.]: New Jersey: Wiley, 2012. Citado na página 31.
- 73 MUKHANOV, V. F. *Physical foundations of cosmology*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005. Citado na página 34.
- 74 ELLIS, J.; FAIRBAIRN, M.; SUEIRO, M. Rescuing quadratic inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 02, p. 044, 2014. Citado na página 34.
- 75 CASANA, R.; JR, M. M. F.; RODRIGUES, J. S. Lorentz-violating contributions of the carroll-field-jackiw model to the cmb anisotropy. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 12, p. 125013, 2008. Citado na página 35.