



Universidade Federal  
de Campina Grande

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE - UFCG**

**UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA**

**CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE**

**CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**

**PEDRO HENRIQUE MORENO DA SILVA**

**IMPRESSÃO 3D COMO UMA METODOLOGIA NO ENSINO DE QUÁDRICAS:  
RELATO DE EXPERIÊNCIA**

Cuité

2023

PEDRO HENRIQUE MORENO DA SILVA

**IMPRESSÃO 3D COMO UMA METODOLOGIA NO ENSINO DE QUÁDRICAS:  
RELATO DE EXPERIÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dra. Glageane da Silva Souza

Cuité

2023

S586i Silva, Pedro Henrique Moreno da.

Impressão 3D como uma metodologia no ensino de quádricas: relato de experiência. / Pedro Henrique Moreno da Silva. - Cuité, 2023.  
25 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) -  
Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2023.  
"Orientação: Profa. Dra. Glageane da Silva Souza".

Referências.

1. Ensino de matemática. 2. Cálculo. 3. Quádricas. 4. Impressão 3D. 5. Cônicas. 6. Equações paramétricas. 7. Quádricas - ensino. I. Souza, Glageane da Silva. II. Título.

CDU 37:51(043)

PEDRO HENRIQUE MORENO DA SILVA

**IMPRESSÃO 3D COMO UMA METODOLOGIA NO ENSINO DE QUÁDRICAS: RELATO DE EXPERIÊNCIA.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito para obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Trabalho aprovado em: 31/10/2023

BANCA EXAMINADORA

*Glageane da Silva Souza*

---

**Dra. Glageane da Silva Souza (Orientador)**

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

*Rita de Cássia Jerônimo da Silva*

**Msc. Rita de Cássia Jerônimo da Silva**

Doutoranda Universidade Federal de Pernambuco (Examinador)

*Josevandro B. Nascimento*

---

**Msc. Josevandro Barros Nascimento**

Doutorando da Universidade Federal de Pernambuco (Examinador)

## RESUMO

SILVA, Pedro Henrique Moreno da. **Impressão 3D Como Uma Metodologia no Ensino de Quádricas**: Relato de Experiência. 2023. 24 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Cuité, 2023.

As quádricas são componentes das ementas de cursos de cálculo e suas equações podem trazer dificuldades devido às visualizações de superfícies em três dimensões, além que representam um aprofundamento das manipulações algébricas onde os alunos passam do eixo cartesiano plano para interpretações de equações paramétricas para representação das quádricas no plano tridimensional. O presente artigo faz um breve apanhado histórico sobre as cônicas e quádricas, e debate sobre as dificuldades que podem envolver o aspecto didático nesse ramo da Matemática. Utilizamos a metodologia do relato de experiência para descrever a construção de um parabolóide hiperbólico através da impressão 3D, desde seu planejamento até a sua finalização, descrevendo as dificuldades e descobertas ocorridas durante todo o processo de impressão da peça, e posteriormente foi proposto uma reflexão sobre as possibilidades didáticas dessa peça. Portanto, a impressão 3D de quádricas pode ser uma possibilidade de construção de peças tridimensionais que permitem a visualização da forma física das quádricas, e ajustes de parâmetros podem ser uma possibilidade de atividade com a construção dessas peças.

**Palavras-Chave:** Cônicas, Quádricas, Impressão 3D, Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

SILVA, Pedro Henrique Moreno da. **3D Printing as a Methodology in Teaching Quadrics**: Experience Report. 2023. 24 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Cuité, 2023.

Quadrics are components of calculus courses' syllabi, and their equations can pose difficulties due to visualizing surfaces in three dimensions. Moreover, they represent a deepening of algebraic manipulations where students transition from the flat Cartesian plane to interpretations of parametric equations for representing quadrics in three-dimensional space. This article provides a brief historical overview of conics and quadrics, discussing the challenges that can arise in the didactic aspect of this branch of mathematics. We employ the methodology of experiential reporting to describe the construction of a hyperbolic paraboloid through 3D printing, from its planning to completion. We detail the difficulties and discoveries encountered throughout the printing process and subsequently propose a reflection on the didactic possibilities of this piece. Therefore, 3D printing of quadrics can be a means of constructing three-dimensional pieces that allow for the visualization of the physical form of quadrics. Adjusting parameters can offer an opportunity for activities involving the construction of these pieces.

**Keywords:** Conics, Quadrics, 3D printing, mathematics education.

## 1. INTRODUÇÃO

Desde que o homem utilizou-se da lógica e da razão, sua evolução se tornou exponencial. Resumindo o raciocínio lógico do ser humano em uma ciência temos a Matemática, que aparece como uma linguagem que decifra códigos da natureza, como por exemplo, os padrões nos movimentos de ondas, sejam nos mares ou no ar, ciclos planetários, comportamentos padronizados de populações de animais, incluindo dos seres humanos, e entre outras fontes de estudos matemáticos, formas geométricas que estão presentes nas mais diversas esferas da natureza e na mente humana.

Estudos matemáticos foram sendo desenvolvidos e, com o passar do tempo, acompanharam e foram decisivos para o desenvolvimento humano (Pinheiro, 2003). Um desses estudos é a pesquisa sobre as cônicas e das quádricas, que por sua vez tem muitas aplicações, e principalmente com o advento do avanço tecnológico podemos notar sua aplicabilidade em simulações de movimentos de planetas, e outros corpos celestes, na fabricação de materiais, na aerodinâmica de carros, etc.

As quádricas tem uma rica história, e tem muita relação com as cônicas, que remonta da Grécia Antiga onde existiam importantes escolas de Filosofia, e como a grande maioria dos filósofos gregos daquela época também eram matemáticos, muito se contribuiu para o desenvolvimento das cônicas e com mais estudos posteriores, e aí envolvendo também outras regiões que não a Grécia, foram sendo desenvolvidos o estudo das quádricas.

As cônicas exigem dos estudantes um certo amadurecimento em Álgebra assim como também em Geometria, pois elas consistem em cálculos algébricos, que aplicados ao plano cartesiano geram certos tipos de figuras, ou seja, gráficos bidimensionais. Dependendo do cálculo feito, temos diferentes figuras geradas, o que faz com que a maioria dos alunos enfrentem dificuldades quando se deparam com essa ligação entre a Álgebra e a Geometria, pois muitos não têm um ensino de qualidade ao ponto de lhes proporcionar experiências que facilitem, e que façam a ponte entre estas duas áreas cruciais da Matemática. Desta forma, geralmente as propriedades das cônicas são pouco exploradas no ensino-aprendizagem.

Já nas superfícies quádricas, começamos a lidar com gráficos tridimensionais, e já dá para imaginar a dificuldade que os alunos apresentam em assimilar os cálculos geradores desses gráficos, uma vez que muitos alunos chegam às quádricas sem ao menos terem compreendido bem às cônicas. “O ensino dessas superfícies, comum nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, não é simples e, ademais, sua aprendizagem possui um grande custo cognitivo para os alunos” (Silva; Moretti, 2015, pg.104).

Considerando os avanços tecnológicos que temos hoje, existem vários meios que podem servir de medidas para auxiliar no ensino aprendizagem de quádricas, como por exemplo aplicativos de visualização de gráficos como é o caso do Geogebra, temos aplicativos de simulações de movimentos de objetos, e também dispomos de impressoras 3D, que podem trazer uma experiência bem mais rica para os alunos, pois nesse caso é proporcionado um gráfico realmente em três dimensões onde os estudantes podem tocar na peça produzida e ver seus mínimos detalhes.

Tendo isto em vista, o presente trabalho tem por objetivo fazer uma investigação e evidenciar as dificuldades no ensino de quádricas, e assim procurar meios de amenizar essas dificuldades com o uso de impressão 3D, abordando assim, as vantagens e também os desafios envolvidos nesse tipo de impressão aplicada ao ensino das quádricas.

## 2. DEFINIÇÕES E HISTÓRIA DAS CÔNICAS E QUÁDRICAS

### 2.1. História das Cônicas e Quádricas

Segundo algumas fontes históricas, a Grécia Antiga foi atingida por uma grande peste que acabou dizimando um quarto da população do país. Na tentativa de pôr fim à praga, alguns representantes do povo daquele local se juntaram para visitar o oráculo de Delfos, na esperança de que ele pudesse parar com a onda de mortes. Ao chegarem, o oráculo concordou em acabar com a mortalidade, desde que construíssem um altar com o dobro do volume do que já tinha no templo. Sabendo que o altar era em formato de cubo, os gregos o construíram dobrando cada lado do cubo e o levaram para os oráculos. A peste não cessou. Houve um equívoco na construção do altar. E assim surge o problema do cubo duplo (Lago, 2017).

Hoje, com o auxílio da Álgebra, a solução desse problema seria simples, mas como na época os gregos ainda não dispunham de tal artifício matemático, a solução deste problema se manteve um mistério por anos. Até então os gregos só tinham à sua disposição, os instrumentos matemáticos euclidianos (régua e compasso). Sabemos que dobrando os lados do cubo teremos oito vezes seu volume. Algebricamente, este problema apresenta solução simples, mas na época não era tão fácil assim, e, em parte, graças aos gregos e sua engenhosidade que tivemos tantos avanços matemáticos. Segundo Lago (2017, p.24):

Seja  $\square_1$  e  $\square_2$  o lado e o volume inicial do cubo respectivamente. Sabemos que  $\square_1 = \square_2^3$ , logo, para se obter o dobro do volume inicial temos  $\square_2 = 2 \cdot \square_1$ ; de onde,  $\square_2^3 = 2 \cdot \square_1$  e por tanto  $\square_2 = \sqrt[3]{2 \cdot \square_1}$ , como queríamos demonstrar.

O primeiro lugar de onde se tem registro do estudo das secções cônicas é na Grécia, onde teve suas raízes em conceitos descobertos por Hipócrates de Quio (440 a.C), na tentativa de solucionar o clássico problema grego do cubo duplo reduzindo-o à construção de duas proporcionais médias entre dois segmentos de reta paralelos de razão 2. A partir disso vieram grandes estudos, sendo que em um deles, Meneacmo (350 a.C) resolveu o problema partindo de “cortes” feitos em cones retos com a utilização de planos perpendiculares a uma das geratrizes, o que lhe garantiu o título de “descobridor” das secções cônicas, mas os estudos dessas ainda não teria sido “oficializado” até então (Paques; Sebastiani, 2011).

Há também, referências feitas por Arquimedes e Pappus a respeito de um trabalho feito por Euclides sobre as cônicas, mas que foi perdido. Porém, Euclides sempre é citado quando se trata dos estudos das cônicas, pois ele teve grande importância para o desenvolvimento nessa área e em outras áreas matemáticas.

Foi Arquimedes quem primeiro construiu um compilado de teoremas sobre as secções cônicas. Esse trabalho foi tão bem construído, e com tamanha elegância, que alguns matemáticos foram acusados por pesquisadores, de terem roubado ideias da obra dele, e utilizado em obras próprias, recebendo méritos que deveriam ser de Arquimedes, segundo esses acusadores. Um desses biógrafos foi Heracleides, que acusou Apolônio de se apropriar de cálculos de Arquimedes (Nietto, 2019).

Após Arquimedes, veio Apolônio com sua obra composta de oito livros intitulada As Cônicas, que revolucionou esse ramo da Matemática, pois nela havia desenvolvimentos e demonstrações de teoremas, definições matemáticas, uma abordagem das cônicas puramente geométrica, generalizações, e assim trouxe uma visão mais completa sobre as cônicas como se nunca havia visto antes, o que lhe gerou o título de “Grande Geômetra” (Lago, 2017).

Como consequência das cônicas, temos as quádricas, e essas por sua vez, são uma projeção das cônicas, antes vistas em duas dimensões (comprimento e largura), agora projetadas em 3 dimensões (comprimento, largura e altura), assim, temos 3 eixos ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) e não mais 2 ( $x$  e  $y$ ). Da elipse teremos o elipsoide, da hipérbole o hiperboloide, e da parábola temos o paraboloides, e deste último, temos o paraboloides hiperbólico, que consiste em um gráfico em 3 dimensões resultado da junção de várias parábolas, formando assim uma figura tridimensional (Lago, 2017).

O paraboloides hiperbólico é visto em disciplinas de cálculo em cursos superiores, e pode à primeira vista assustar por sua forma de sela, e com todas as suas características como suas curvas de nível e ponto de sela que seria o centro de equilíbrio do objeto, mas se pudéssemos

ter contato com esse gráfico de forma palpável, o estudo poderia ser facilitado, pois quando temos uma figura geométrica em mãos fica mais fácil de apontar, e perceber pontos que de maneira intangível fica mais difícil de se alcançar alguma compreensão (Vargas; Leivas, 2019).

Todos esses estudos têm grandes utilidades para a sociedade moderna. Vale ressaltar que há conceitos de cônicas e quádricas no estudo dos movimentos dos planetas e outros corpos celestes, artificiais ou não, em antenas de rádio, telescópios, estudo de ondas, e entre outras aplicações mais. Daí a importância de se entender como funcionam as propriedades das cônicas, assim como suas consequências no ramo da matemática, como é o caso do parabolóide hiperbólico, gráfico muito conhecido em graduações e bacharelados envolvendo cursos de exatas. Segundo Gaspar (2014, p.61):

Outra aplicação é o sistema LORAN (Longe Range Navigation) e o sistema DECCA, utilizados em navegação de barco e aviões que usam a hipérbole. De três estações de rádio fixadas nos pontos F1, F2 e F3 são emitidos concomitantemente sinais de rádio de dois pontos fixos, por exemplo  $\square_1$  e  $\square_2$ , que são captados pelo navegante situado numa posição P, ao longo dos tempos  $\square_1$  e  $\square_2$ .

As aplicações do parabolóide hiperbólico, são as mais diversas. Essas figuras podem ser notadas em construções de edifícios, silos de armazenagem de grãos, na engenharia de alimentos, como é o caso de batatas fritas, na fabricação de peças para engrenagens, no estudo da aerodinâmica, no das ondas, e entre outras utilidades que o estudo desses gráficos traz. Daí, a importância de se estudar esse campo matemático.

## 2.2. Fórmulas Gerais

### 2.2.1. Fórmulas Gerais das Cônicas

Para a elipse temos a seguinte relação 1:

$$\frac{\square^2}{\square^2} + \frac{\square^2}{\square^2} = 1, \square \neq 0 \square \square \neq 0 \quad (1)$$

Isso, caso os focos da elipse estejam no eixo X, mas caso estejam no eixo Y, a relação 1 resulta na seguinte fórmula 2:

$$\frac{\square^2}{\square^2} + \frac{\square^2}{\square^2} = 1, \square \neq 0 \square \square \neq 0 \quad (2)$$

E para a hipérbole, temos como fórmula Geral 3:

$$\frac{\square^2}{\square^2} - \frac{\square^2}{\square^2} = 1, \square \neq 0 \square \square \neq 0 \quad (3)$$

Isso, caso os focos da elipse estejam no eixo X, mas caso estejam no eixo Y, a relação resulta na seguinte fórmula 4:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a \neq 0 \quad b \neq 0 \quad (4)$$

E por fim, para a parábola, temos como fórmula geral a seguinte relação 5:

$$y^2 = 2px \quad \text{ou} \quad x^2 = 2py \quad (5)$$

Isso quando a parábola está voltada para cima (lado positivo do eixo das ordenadas), mas quando a parábola está voltada para baixo (lado negativo do eixo das ordenadas), temos 6:

$$y^2 = -2py \quad (6)$$

No caso onde a parábola está voltada para direita (lado positivo do eixo das abscissas), temos 7:

$$x^2 = 2px \quad (7)$$

Já no caso onde a parábola está voltada para a esquerda (lado negativo do eixo das abscissas), temos como sendo a equação geral, 8:

$$x^2 = -2px \quad (8)$$

## 2.2.2. Equações Gerais das Quádricas

Para o elipsoide temos a relação 9:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (9)$$

Para o parabolóide elíptico, temos a equação 10:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0 \quad (10)$$

E para o hiperbolóide de uma folha, temos a equação 11:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (11)$$

Já a equação geral do hiperbolóide de duas folhas, fica como sendo a relação 12:

$$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (12)$$

A equação do cone, fica como sendo 13:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0 \quad (13)$$

Para o cilindro elíptico temos 14:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (14)$$

E por fim, para a fórmula geral do parabolóide hiperbólico, temos 15:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z^2 = 0 \quad (15)$$

### 3. O ENSINO DE CÔNICAS E QUÁDRICAS

O conhecimento matemático é construído por etapas, onde a qualidade de um determinado passo no aprendizado sempre depende da qualidade do anterior. Isso significa que os conteúdos matemáticos são absorvidos e aprendidos de forma mais eficiente quando são feitas “pontes” entre eles, mas isso muitas vezes é negligenciado, dificultando assim o real aprendizado matemático e perpetuando o ciclo de erros no ensino, pois, muitas vezes, quando o aluno de graduação aprende dessa forma, passa a ensinar da mesma maneira no ensino básico. Isso não é diferente com o ensino de quádricas, pois nas nelas dependemos de uma “ponte sólida” entre geometria analítica e álgebra, para que assim possamos alcançar um ensino-aprendizagem de excelência. Sobre esse fato, Vargas (2019, p. 09) cita que:

muitos professores não têm conhecimentos geométricos necessários para sua prática, e conseqüentemente não possuem condições para estabelecer as possíveis conexões entre a Álgebra e a Geometria, e que, ainda, este ato faz com que nossos alunos façam parte de um círculo, na qual a geração que não aprendeu e não explorou a Geometria não sabe ensiná-la, o que acaba por se constituir em um ciclo sem conhecimento geométrico algum.

O ensino de quádricas se dá na disciplina de Cálculo III , no curso de Matemática (licenciatura), uma vez que os conteúdos matemáticos exigem níveis de abstração cada vez maiores, enquanto seus conceitos avançam, principalmente quando se trata de gráficos e figuras que não são de tão fácil visualização, já que nesse processo é exigida uma certa capacidade cognitiva e um senso de abstração maior, pois se exige a criação de figuras através da álgebra, o que consiste na Geometria Analítica, acontecimento que exige uma maturidade de abstração que nem sempre é alcançada. Sendo assim, “a Geometria Analítica não consiste apenas em aplicações de conceitos que são oriundos de outras áreas, e que a mesma pode proporcionar um diálogo entre os conceitos da Geometria e da Álgebra” (Vargas, 2019, p.09)

Assim, é de grande necessidade que métodos de ensino mais inovadores sejam aplicados, lançando mão do uso da tecnologia a nosso favor, já que temos cada vez mais ferramentas educacionais envolvendo simulações de gráficos, e até de acontecimentos naturais como é o caso de aplicativos que simulam situações do dia-a-dia como comportamento de

ondas, pêndulos, bolsa de valores, e gráficos de equações tridimensionais. Para Vargas (2019, p.10):

[...] destacamos o quão é necessária a busca por alternativas para suprir as necessidades dos alunos, de modo que os mesmos passem a atribuir significados aos conhecimentos trabalhados em sala de aula e, a partir disso, passem a ser estimulados a desenvolver habilidades para a resolução de problemas.

Mesmo com toda a tecnologia que temos à nossa disposição ainda existem muitas dificuldades no aprendizado, muitas vezes por falta de estrutura das instituições e também por falta de zelo por parte da população. Um grande problema também é que mesmo com tantas tecnologias, elas não são utilizadas no sentido de extrair o que há de melhor nela. Grande parte da população está sendo consumida, e não consumindo a tecnologia eletrônica. Para Nóbrega (2014, p.15):

Quando os mesmos mergulham pela rede social através da internet se familiarizam rapidamente buscando cada vez mais informações e diversão, mas quando se deparam com um problema simples que necessite de um pouco de raciocínio e atenção em sua interpretação, tudo muda, dificulta.

É de grande importância encontrar formas cada vez mais eficazes de ensinar matemática, explorando as tecnologias disponíveis, fazendo a ponte entre conteúdos matemáticos, construindo bases sólidas para que assim o aprendizado possa alcançar sua forma mais eficiente. Desta forma, “é importante começar construindo uma base sólida e que se faz necessária a preocupação do como ensinar e como estabelecer conexões entre conceitos mais elaborados e mais simples” (Vargas, 2019, p.15).

Um método que é bastante prático e muito utilizado no processo de ensino-aprendizagem, é o auxílio de aplicativos que produzem gráficos e figuras, resultados de uma equação, e que possibilitam que sejam feitas simulações matemáticas de coeficientes, e ver os resultados de cada variação em tempo real. Um exemplo desses aplicativos é o Geogebra. Esta ferramenta tem sua importância, mas se fosse possível que as figuras pudessem ser tocadas e analisadas, com também o uso do tato, essa experiência poderia ser levada a outro patamar, pois como tudo está em constante mudança, o ensino também deve mudar, sempre melhorando e se adaptando cada vez mais à realidade de cada tempo. Nesse contexto Vargas (2019, p.17) complementa:

O que podemos fazer é ofertar e construir alternativas para que os professores e futuros professores tenham a oportunidade de utilizar em suas práticas materiais e recursos diferenciados, que contemplem a ideia de união de conceitos para a criação de novos significados, contribuindo assim para um possível avanço nos moldes educacionais existentes.

#### 4. A IMPRESSÃO 3D COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA

No ramo das ciências exatas é muito comum nos depararmos com conteúdos muito complexos, o que exige do aluno ou pesquisador uma certa habilidade de abstração que nem sempre é alcançada, o que demanda muito esforço para ser atingida, pois apenas com lápis e papel é demandado um certo gasto de tempo e energia para que as ideias de gráficos sejam expostas, ainda mais se for um gráfico em 3D, que requer o uso de movimentação para uma melhor compreensão do mesmo. E toda essa dificuldade poderia ser amenizada com o uso das tecnologias que hoje estão à nossa disposição. Para Oliveira (2022, p.14):

Vale destacar também que reconhecemos a existência de recursos tecnológicos como softwares que trabalham com a representação de figuras tridimensionais. Normalmente, estes recursos cumprem bem o seu papel e oferecem potencialidades interessantes para o ensino.

Chega a ser irônico que em plena era da tecnologia não façamos o uso dela, pelo menos como deveríamos, nas escolas e em centros acadêmicos, pois hoje temos as mais variadas ferramentas tecnológicas ao nosso favor, como por exemplo aplicativos como o GeoGebra, calculadoras científicas, computadores, e entre outras, as impressoras 3D's. A impressão em três dimensões pode proporcionar um salto no ensino de matemática, mesmo que em um primeiro momento possa parecer que elas não tenham relação com o ensino, mas elas podem fazer com que gráficos, além de serem visualizados, sejam sentidos, podendo favorecer até mesmo a inclusão de alunos com deficiência visual. Desta forma, Oliveira (2022, p.53), cita que:

[...] as impressoras 3D, que num primeiro momento podem parecer não ter uma relação direta com investigações da área de Educação Matemática, mostraram que através de processos reflexivos podem servir como instrumentos de uma abordagem de aprendizado.

É nítida a dificuldade dos alunos quando se deparam com gráficos, e na Matemática essa é a etapa em que os alunos encaram uma necessidade de abstração nunca vista por eles antes. Se para alunos sem deficiências visuais já fica difícil dar os primeiros passos quando se trata de produção e interpretação de gráficos, fica fácil imaginar o quanto isso se torna difícil para quem é portador de alguma deficiência visual. E considerando que algumas pessoas vêm o mundo através de sentidos como o tato, a impressão 3D poderia servir de grande ajuda, uma vez que torna possível que os gráficos possam ser palpáveis.

Na matemática, em especial, é muito comum serem abordados conteúdos de pura abstração e de difícil compreensão por parte dos estudantes, pois muitos alunos não tiveram a

oportunidade de trabalhar com coisas mais concretas em aprendizados anteriores para assim criar bases mais sólidas. Sendo assim, “o aprendizado não existe sem uma ação concreta que faça a pessoa pensar, experimentar, descobrir, para somente depois estranhar na abstração matemática” (Oliveira, 2022, p.23). E como nem sempre os estudantes têm a oportunidade de acesso a esse tipo de aprendizado algumas barreiras podem ser criadas no que se diz respeito ao ensino desses assuntos, que geralmente envolvem funções e equações cujos gráficos são de difícil visualização, podendo assim prejudicar na didática de uma aula, por exemplo.

Talvez, se houvesse uma maneira de fazer com que gráficos se tornassem palpáveis ao ponto de serem tocadas as partes estudadas para assim haver uma melhor análise e apresentação dos conteúdos, as aulas de matemática se tornariam bem mais atrativas e didáticas, e isso está ficando cada vez mais ao nosso alcance, mas para que isso aconteça precisamos de pesquisas na área, e assim, mais investimentos. Pois, segundo Oliveira (2022, p.55):

É possível difundir cada vez mais o uso de impressoras 3D para o desenvolvimento de pesquisas na área da educação. As diversas potencialidades que a impressão 3D fornece, permite com que cada vez mais novos leques de pesquisa possam ser desenvolvidas.

Existem alguns problemas quanto ao acesso à máquinas de impressão 3D. Temos o preço desses aparelhos, que é relativamente ainda muito alto, também o fato de ainda serem uma tecnologia nova em relação ao acesso à maioria das pessoas, o que torna a manutenção e o manuseio desses aparelhos algo não tão comum de se conseguir, temos poucos profissionais na área, e também as impressões 3D ainda são caras para a maioria das pessoas uma vez que as confecções mais comuns custam um valor que varia de 100 a 900 reais em média. Sobre isso, Moura e Souza (2022, p.34) cita que:

O principal fator que dificulta as pessoas terem acesso a esse tipo de tecnologia e equipamento certamente é o (ainda) alto valor atribuído ao produto. Comparado ao século passado, em que uma impressora custava um milhão de dólares, as impressoras estão muito mais acessíveis hoje em dia; mesmo que esteja distante da realidade financeira da maioria das pessoas. Em 2022 é possível encontrar impressoras básicas por volta de 600 dólares, e seus filamentos, material necessário para a produção das peças, por volta de 20 dólares.

Tendo em vista essas dificuldades, ainda temos escassez de trabalhos científicos feitos nesse aspecto de impressoras 3D aplicada ao ensino-aprendizagem nas escolas brasileiras. Essa falta de pesquisa na área acarreta na falta de acesso e assim de debates nesse âmbito, fazendo com que pouco se avance no que se diz respeito ao uso dessas máquinas na educação matemática. Então, quanto mais pesquisas científicas forem feitas nesse sentido, maiores são as chances de termos alcance no acesso à impressão 3D no âmbito educacional.

## 5. TIPOS DE IMPRESSÕES 3D'S

A Impressão em 3D ocorre através de uma máquina, ou como o próprio nome sugere, a impressora 3D por sua vez faz uso de material para poder produzir objetos em três dimensões: Largura, comprimento e altura. Essas peças produzidas são feitas em camadas, o que leva algum tempo para que seja finalizada pois uma camada precisa estar rígida o suficiente para que outra possa ser construída por cima. Assim, Para Morandini e Vechio (2020, p.68):

De maneira mais técnica, a impressão tridimensional pode ser descrita como um sistema de impressão por manufatura aditiva, já que a matéria-prima usada no processo é adicionada gradualmente em várias camadas, até completar o formato do objeto final.

Como o acesso às impressões em 3 dimensões ainda é algo relativamente novo, se abre aí uma oportunidade de desbravamento para muitos estudos tendo em vista a contemporaneidade dessa tecnologia, ligada ao fato de que a educação está em constante mudança, uma vez que a sociedade também está sempre mudando, o que influencia diretamente na forma como é desenvolvido o ensino-aprendizagem nos centros acadêmicos. Podemos estar perdendo a oportunidade de explorar conhecimentos educacionais nunca explorados, o que pode nos deixar para trás em termos de inovações em técnicas de ensino com o uso de tecnologias.

Temos vários tipos de impressão 3D, podendo assim aumentar nosso leque de métodos para serem usados na produção de gráficos e figuras. Os tipos mais difundidos de manufatura são o FDM (Modelagem de Deposição Fundida), a SLA (Estereolitografia), o DLP (Projeção de Luz Digital), a SLS (Sinterização Seletiva a Laser), e o DMLS (Sinterização Seletiva a Laser de Metal). Cada tipo com suas peculiaridades e aplicações.

A Modelagem de Deposição Fundida (FDM) acontece através de um comando (programação) dado, onde a impressora aumenta sua temperatura para que a matéria prima, que é utilizada na impressão, derreta. Assim, a máquina vai construindo o objeto programado por camadas, fazendo assim uma camada, esperando-a esfriar e adquirir rigidez, para só assim passar para uma próxima camada, construindo a peça de baixo para cima (Morandini; Vechio, 2020).

A Estereolitografia (SLA) é um método de impressão 3D que pode ser usado para confecção de peças de alta precisão, sendo assim muito útil em áreas da saúde como é o caso da odontologia, na fabricação de joias, e até em fábricas automobilísticas para modelagem de

transportes. Esse tipo de manufatura faz uso de uma resina que é enrijecida camada por camada por meio de lasers de pontos que emitem raios UV, que vai produzindo o objeto desejado com um só feixe de luz, em locais precisos e exatos. Desta forma, a impressão ocorre mergulhada na resina. Assim como o método anterior, a SLA depende de um software de comando para que a peça que se deseja fabricar seja “entendida” pela máquina de impressão. Esse método é bem prático, pois sua manufatura ocorre de maneira mais rápida, e nela pode ser alcançado um maior nível de precisão nas peças, podendo ser fabricados modelos mais complexos e com mais detalhes.

Ainda sobre a SLA, quando a peça é retirada da resina, ela ainda passa por um processo de limpeza por álcool isopropílico, e fica em uma estufa sob luzes de raios UV para que seja alcançada a rigidez necessária, garantindo assim uma maior durabilidade do objeto fabricado. Devido a esses mínimos detalhes que se pode ser alcançada uma maior precisão nesse tipo de manufatura (Morandini; Vechio, 2020).

A Impressão Direta por Luz (DPL), assim como o método de manufatura anterior, também faz uso de lasers na produção de suas peças, que por sua vez são feitas sob imersão em resina. A diferença aqui, está no tipo de laser que é usado em cada tipo de impressão. Enquanto a SLA utiliza lasers de pontos, na DPL é feito o uso de lasers voxels que produzem, de uma só vez, blocos retangulares de imagem, ou seja, nesse tipo de modelagem temos uma espécie de projetor de raios UV que faz a camada do objeto fabricado toda de uma vez, aumentando assim a rapidez na fabricação das peças em relação a SLA. Desta forma, no DPL temos mais rapidez e menos custo na fabricação de peças, enquanto que na SLA temos mais precisão na manufatura.

Já na Sinterização Seletiva a Laser (SLS), temos um processo onde ao invés de resina, a peça é produzida por meio de um material em forma de pó, onde lasers vão fundindo esse material, camada por camada, para assim dar forma ao objeto desejado. Devido a essa forma de produção, este tipo de manufatura não depende de peças de apoio em suas impressões, o que possibilita a fabricação de peças em formatos geométricos mais complexos que nos métodos de produção citados anteriormente. Uma outra vantagem está no tempo de produção, e no fato de que o material que sobra da impressão pode ser reaproveitado, diminuindo assim o lixo produzido no método, e assim reduzindo a poluição (Morandini; Vechio, 2020).

A Sinterização Seletiva a Laser de Metal (DMLS) é um método de manufatura muito semelhante ao citado anteriormente, com o diferencial no material utilizado. Enquanto que no SLS o pó é composto de plástico, geralmente o nylon, aqui temos, como matérias primas, metais (alumínio ou titânio). Para a peça ser fabricada, primeiro deve ser dado um comando a máquina,

“mostrando” a ela o objeto em modo de arquivo CAD, que é a “linguagem” utilizada com mais frequência nessas máquinas. Como aqui temos o material de fabricação como sendo metais, a durabilidade e resistência das peças é bem superior às produzidas nas demais maneiras de impressão, e a tecnologia aplicada nesse modelo é bem mais avançada.

Assim, cada tipo de impressão 3D pode ser usado de uma determinada forma para o ensino-aprendizagem, alguns mais ecológicos, outros tipos mais baratos e rápidos em suas produções, uns que são mais indicados para produção em larga escala, e outros para produções menores, mas com resultados mais exatos em relação ao comando dado à máquina. Cada tipo com suas especificidades.

## 6. PERCURSO METODOLÓGICO

Nossa pesquisa foi de cunho bibliográfico e experimental que resultou na construção de uma peça sólida de um parabolóide hiperbólico através de uma impressão 3D. Na produção da peça, foi utilizado um arquivo de extensão CAD (*Computer Aided Design*) contendo as configurações da peça a ser produzida em impressão 3D, pois os centros que trabalham com manufatura não produziam esses comandos. O arquivo utilizado foi desenvolvido pelo *design* Abby Brown vinculada a Torrey Pines Hight School.

Foi disponibilizado também um aplicativo de computador de nome CURA®, com o intuito de mostrar como são produzidos os arquivos CAD que servem de comando para as máquinas de manufatura. E ainda sobre aplicativos, também foi usado o Geogebra, para melhorar o entendimento sobre as cônicas e as quádras, pois neste aplicativo é possível fazer simulações de forma prática e simples apenas trocando os valores das variáveis e também das constantes.

Desta forma, também foi produzido um relato de experiência sobre os acontecimentos circunscritos em torno da produção de uma peça em impressão 3D, em especial o parabolóide hiperbólico, que é uma figura que envolve certo nível de complexidade, e assim de difícil acesso quanto ao arquivo para sua produção. Sendo assim, também é exigida da máquina, uma certa precisão e mais tempo para a construção do gráfico.

Assim o trabalho tem como base a pesquisa de acervos, e também um estudo mais prático, que é o caso da produção da peça, e posteriormente o relato de experiência em torno dessa confecção. Desta forma, a pesquisa traz uma abordagem qualitativa descritiva do relato

de experiência na construção do parabolóide hiperbólico para o ensino de Matemática através da impressão 3D.

## 7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o advento das tecnologias da informação, as pesquisas científicas e a comunicação como um todo obtiveram melhorias no que se diz respeito ao acesso, mas ainda temos desafios a serem sanados, pois mesmo com tanto acesso ainda temos áreas das ciências que ainda são pouco exploradas pela comunidade acadêmica. Isso acarreta em dificuldades em encontrarmos fontes de pesquisas mais confiáveis e trabalhos de qualidade sobre determinados temas. Um desses temas é a Impressão 3D aplicada à Educação Matemática.

Nesse aspecto, a primeira dificuldade encontrada foi a pesquisa de material que realmente fosse servir de base para este trabalho, pois vários trabalhos tinham como tema algo relacionado à impressão 3D, mas não eram direcionados à educação matemática. Então foi necessária uma pesquisa bem mais profunda na web.

Uma outra dificuldade foi encontrar os arquivos CAD das peças que pretendíamos construir de início. Foram encontrados alguns modelos grátis na web, mas nenhum atendia às necessidades do trabalho aqui exposto. Então foi necessário a compra do arquivo, pagando por eles cerca de R\$50,00. Nesta compra estava contido um pacote de quádricas com o parabolóide circular, o elipsoide, o hiperbolóide de uma e de duas folhas, o cilindro parabólico, o cone e o parabolóide circular com suas respectivas bases, e o parabolóide hiperbólico.

Foram pesquisados alguns institutos de impressão 3D, mas todos, com exceção de um, não puderam fabricar as peças, pois suas impressoras não tinham a possibilidade de imprimir as peças devido às limitações quanto ao tamanho de suas impressões que não poderiam ultrapassar os 15 cm nas 3 dimensões, sendo que as peças contidas no arquivo ultrapassavam os 19 cm. Tendo em vista essa dificuldade, apenas o Instituto Impressão 3D foi capaz de disponibilizar impressões nas dimensões originais contidas no arquivo.

Apenas o Instituto Impressão 3D, localizado na cidade de Jaboatão dos Guararapes, no Estado de Pernambuco, se dispôs a fazer a peça. Por causa da distância entre a cidade que se localiza o instituto de impressão 3D responsável pela construção do parabolóide hiperbólico, e a cidade do campus da UFCG em Cuité, no estado da Paraíba; todo o trâmite da confecção da peça foi feito à distância por meio do aplicativo *WhatsApp*®.

Levando em conta o tamanho das peças, os preços para construção delas também foram bem mais elevados do que o esperado. No orçamento, as peças tiveram previsão de custar de

R\$500 a R\$600 reais. Desta forma, ficou inviável construir todas as peças. Um atendente ainda sugeriu que fosse reduzido o tamanho das peças para que assim também fossem reduzidos os preços, pois assim gastaria menos material na construção das peças e por consequência haveria um barateamento na fabricação, mas com a redução das peças elas podem se tornar difíceis de serem visualizadas em todos os seus detalhes.

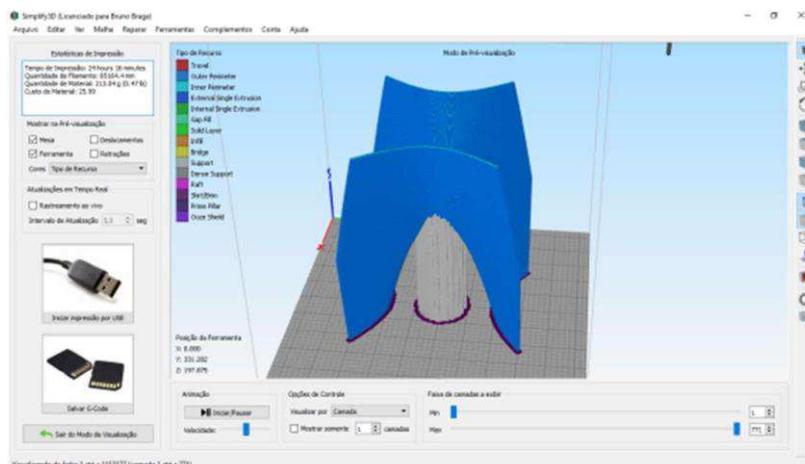
A visualização das peças é de grande importância para que seja feita uma análise mais detalhada da mesma, o que implica em seu tamanho, pois uma peça pequena não pode proporcionar uma boa apresentação em uma aula ou seminário, por exemplo. Como o preço se elevou além do esperado, mas como o tamanho da peça era de suma importância para uma melhor experiência pedagógica, foi decidida a fabricação apenas de uma peça, para que assim fosse mantido o tamanho original da mesma, e assim poder explorar mais de seus detalhes em uma possível aula. Segundo Oliveira (2022, p.46):

[...] a questão do tamanho dos objetos é importante por considerarmos cenários onde a superfície é exibida para os estudantes durante uma aula. Caso fossem muito pequenas, o professor poderia ter dificuldades em destacar certas partes ao mostrá-las para os estudantes. Além disso, mesmo em situações onde o aluno, sozinho ou em grupo, esteja manipulando ou tocando objetos, enxergamos que dimensões maiores são mais favoráveis para o entendimento.

A peça escolhida para construção, devido às suas características e pontos que podemos explorar, foi o parabolóide hiperbólico. Características essas já exploradas nos capítulos anteriores. Ela foi impressa em Acrilonitrila Butadieno Estireno (ABS) MG94, que é um método que faz o uso de polímero. Este material é proveniente do petróleo, e é conhecido por suas propriedades de resistência à altas temperaturas, e também de resistência mecânica, ou seja, esse material também tem tolerância a certo nível de impacto o que o faz ser bastante utilizado em empresas automotivas. Esse material também possui a vantagem de proporcionar facilidade de acabamento para os objetos fabricados por meio dele.

A impressora utilizada foi a Sethi 3D S3, que faz suas impressões em FDM, ou seja, em filamentos, o que proporciona mais qualidade em suas peças. Ela é uma máquina fechada, o que dá mais resistência às peças feitas de ABS, pois quando esse material entra em contato com o ar ambiente ele pode sofrer contrações devido a diferença de temperatura entre o material aquecido e a temperatura ambiente, o que pode acarretar na deformação da manufatura, mas como a impressora é fechada, isto não ocorre pois a peça pode se resfriar de modo gradual e controlado, evitando problemas na impressão.

**Figura 1: Simulação da Impressão da Peça em Programa Utilizado em Sua Construção**

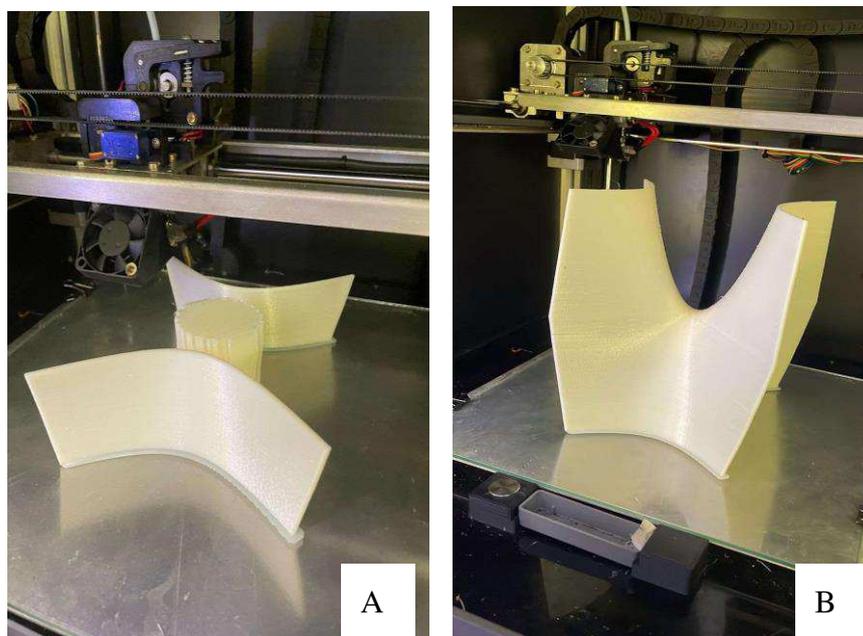


Fonte: Silva, 2023.

O aplicativo utilizado na impressão foi o *simplify3d*®, que é um programa que permite simulações, e entre outras utilidades, ele proporciona mais precisão para a impressora. Ainda sobre suas funções, ele possibilita que sejam feitas bases de apoio, caso sejam necessárias, para as impressões, pois dependendo do formato e das dimensões da manufatura, as bases são necessárias para que não haja deformações nas peças. Podemos notar na própria figura 1, uma base cilíndrica apoiando o parabolóide hiperbólico justamente em seu ponto de sela.

Desta forma, foi construída a peça que representa o parabolóide hiperbólico, com 19,30 cm de altura, 15,39 cm de comprimento e 15,39 cm de largura, o que consideramos suficiente para que o objeto possa proporcionar uma boa visualização e assim uma boa análise de suas características geométricas. Devido às suas dimensões, e também ao seu nível de complexidade, a peça foi finalizada no prazo de cerca de 24 horas.

**Figura 2: Imagem A é o início da impressão da peça Imagem B é a peça finalizada;**



Fonte: Silva, 2023.

Podemos notar, pela figura da 2.A que temos uma base de apoio para construção do gráfico. Essa base faz com que o objeto não se deforme, pois devido ao formato do parabolóide hiperbólico, existem regiões que podem ceder devido ao peso do material e sua resistência que em consequência da temperatura, que é por volta de  $120^{\circ}\text{C}$ , torna o material mole e assim maleável. Mas depois que a peça está pronta, ou seja, depois que ela passa pelo processo de resfriamento gradual e atinge sua rigidez ideal, ela pode ser utilizada normalmente, sem risco de se deformar. A peça depois de pronta está representada na figura 2.B.

Uma peça como esta, devido à sua resistência, pode ser utilizada em aulas, principalmente no que se diz respeito à disciplina de Cálculo e de Geometria Analítica. Ela pode ser marcada com canetas de tinta removível, ou até mesmo fazer marcações permanentes, para que o professor possa explicitar melhor o que está sendo exposto em suas aulas. Devido ao tamanho da peça, também é possível uma melhor visualização dos detalhes da mesma.

Outras peças também podem ser construídas seguindo o mesmo raciocínio do parabolóide hiperbólico construído durante o presente trabalho, pois devido o valor investido na impressão, construir várias peças de uma só vez exige um montante de dinheiro que infelizmente, raramente está à disposição da educação. A novidade e as tecnologias envolvidas nas impressões 3D podem aumentar a motivação dos alunos, tornando o aprendizado de quádricas mais atraente e significativo. Mas é importante que o uso de impressões 3D seja

integrado de maneira cuidadosa e planejada no currículo, garantindo que a tecnologia seja uma ferramenta complementar ao ensino, e não apenas uma novidade sem propósito claro.

Com a peça construída e sendo aplicada em aula, uma atividade que poderia ser proposta para introdução de quádricas, seria propor aos alunos que analisassem o parabolóide hiperbólico, de preferência em grupos para que assim fosse melhor aproveitado o uso da peça, e com as palavras deles apontassem quais partes da peça poderiam ser destacadas, e também para citarem onde poderíamos encontrar as cônicas que são figuras bidimensionais no contexto da peça. Disto, gerando um debate informal em sala, fazendo com que os estudantes tenham uma visualização mais concreta do conteúdo a ser abordado. Isto, é claro, seria para uma aula introdutória.

Poderiam ser feitas perguntas provocadoras por parte do professor, do tipo “esse objeto lhes lembra algo do dia a dia?”, “você acham que essa figura matemática tem alguma utilidade para a vida cotidiana?”, “e na natureza, você acham que podemos encontrar algo parecido?”, “você acham que esse gráfico tem algo de especial?”, e a partir desses questionamentos ir dando continuidade à aula, pedindo para que anotem as respostas dadas. Atividades como esta têm potencial de gerar discussões que possam servir até para outros conteúdos didáticos posteriores, mas sem ainda entrar na formalização do conteúdo.

Quanto à utilização da peça, são inúmeras as suas aplicações didáticas, porém mais pesquisas ainda são necessárias no sentido de fazer uso das tecnologias de impressão 3D, para que se faça uso de ferramentas tangíveis, e assim proporcionar estudos na direção de métodos de ensino cada vez mais eficazes no aprendizado de matemática.

Durante a pesquisa realizada para a construção do presente trabalho, pôde ser notado que ainda existem muitos problemas a serem solucionados quanto ao ensino de cônicas, e por consequência, também no ensino de quádricas, já que a segunda é consequência da primeira. Infelizmente esse empecilho pode ser notado em vários centros acadêmicos e em vários estágios do ensino nos cursos Cálculo e Geometria Analítica. Chega a ser comum ver alunos passarem para um conteúdo matemático, sem antes terem internalizado os conteúdos prévios necessários para o aprendizado desse determinado assunto.

Um outro desafio que também apareceu durante a pesquisa, é que não temos acesso a um bom acervo de trabalhos no âmbito do uso de impressoras 3D's no ensino de matemática. Foram encontrados alguns artigos, fragmentos de monografias, mas tudo com dificuldades, exigindo assim um determinado esforço e aprofundamento nas pesquisas para que fossem encontradas fontes de pesquisa para o presente trabalho. Talvez, o motivo de se terem poucas pesquisas sobre o uso da manufatura no ensino da Matemática, seja o fato de ainda termos um

relativo alto custo na produção de peças, e também que ainda existe uma baixa valorização da educação em nosso país, e assim faltam subsídios para essas pesquisas, ou podemos ter também simplesmente, uma falta de informação no sentido de pesquisas e inovações pedagógicas no ensino matemático. Esses e outros motivos podem ser frutos de pesquisas vindouras.

Também houve uma certa dificuldade em encontrar institutos de impressão 3D que se disponibilizassem a fazer a peça, pois na cidade que se localiza o campus que deu origem a essa pesquisa, nem nas regiões circunvizinhas foram encontradas empresas que pudessem fazer as impressões, nos obrigando a solicitar a manufatura à distância. E na maioria dos institutos que entramos em contato não foi possível fazer as peças nas dimensões desejadas para a finalidade da pesquisa. Ainda sobre as distâncias, também houve o gasto com a viagem para ir buscar a impressão.

Assim, como ainda temos o fato de as impressões em três dimensões ser algo relativamente novo, ainda mais quando se trata do uso desta na educação, ainda temos, nessa direção, muitos conhecimentos científicos a serem desbravados.

## **8. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Por fim, pudemos constatar, por meio de pesquisas bibliográficas e também por experiências vividas em centros acadêmicos, que ainda existem muitas dificuldades no âmbito do ensino de quádricas, e que essas dificuldades são frutos de bases matemáticas mal construídas.

Um dos motivos para essa dificuldade no aprendizado de quádricas está relacionado com o fato de que muitas vezes o ensino destas não é feito de forma que seja construída uma ponte entre a Geometria Analítica e a Álgebra, e sendo assim, os alunos compreendem uma ou outra área, e as vezes nem as duas.

Sendo assim, precisamos de métodos de ensino cada vez mais inovadores, para que assim os conhecimentos matemáticos façam mais sentido para um maior número de alunos, pois desta forma o ensino será mais eficiente. Temos tecnologias suficientes para tal progresso, mas nos faltam pesquisas dos porquês que não utilizamos mais tecnologias no ensino de Matemática, em especial no ensino de quádricas, e como seriam solucionados os problemas que giram em torno desse tema.

Temos consciência das dificuldades enfrentadas pelos professores em sala de aula, que vão desde má infraestrutura nas escolas, e tantos outros obstáculos. A impressão 3D surge como uma boa aliada no que diz respeito ao ensino-aprendizagem de Matemática, pois a partir da

manufatura podemos ter um contato mais direto com gráficos, especialmente gráficos 3D que são o caso das quádricas. Então, quando os alunos têm a possibilidade de tocar no que se está sendo aprendido, mais um sentido está sendo envolvido no aprendizado, o tato; o que pode proporcionar ao estudante uma experiência mais aprofundada sobre o conteúdo de quádricas.

Esperamos que possamos contribuir com novas pesquisas, e que profissionais da área de Educação Matemática possam ampliar este trabalho, e que assim possam dar continuidade ao mesmo.

## REFERÊNCIAS

Gaspar, Antônio Simões. **As Cônicas, Quádricas e suas Aplicações**. Universidade de Brasília (UNB). Instituto de Ciências Exatas. Departamento de Matemática. Brasília, 2014.

LAGO, Danielle Michaelson. **Um Estudo das Cônicas**. Universidade Federal de Goiás. Instituto de Matemática e Estatística. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Goiânia, 2017.

MORANDINI, Moisés Miranda; VECHIO, Gustavo Henrique Del. **Impressão 3d, Tipos e Possibilidades: Uma Revisão de Suas Características, Processos, Usos e Tendências**. Faculdade de Tecnologia (Fatec). Taquaritinga, 2020.

MOURA, Victor Gabriel de Jesus; SOUZA, Jackson Wilke da Cruz. **Usos E Aplicações Da Impressão 3D: Das Indústrias Aos Lares**. Revista: Caderno de Estudos Interdisciplinares. Revista CEI – v.5, n.1 – ISSN: 2359-6252 Número de Divulgação e Comunicação científica.

NIETTO, Stephanie. **A história das Cônicas**. Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, 2019.

OLIVEIRA, Raí Silva Machado. **Proposta De Uso De Material Concreto No Ensino De Quádricas**. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Trabalho de Graduação em Matemática (Licenciatura). Guaratinguetá, 2022.

PAQUES, Otília T. Wiermann; FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Uma história do Ensino das Cônicas na Matemática Escolar no Brasil**. Actas do I Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática (pp. 429-448). Caparica, Portugal: Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2011.

PINHEIRO, Nilcéia Aparecida Maciel. **Uma Reflexão Sobre A Importância do Conhecimento Matemático Para A Ciência, Para Tecnologia e Para Sociedade**. Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR, Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica - PPGECT-CFM-UFSC. Ponta Grossa, PR, Brasil, 2003.

SILVA. Sérgio Florentino; MORETTI, Mérciles Thadeu. **Ensino E Aprendizagem Das Superfícies Quádricas Mediado Pelo Geogebra: Articulações Entre A Abordagem De Interpretação Global E A Teoria Das Situações Didáticas**. Instituto Federal de Santa

Catarina (IFSC). Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Educação, Matemática, Pesquisa (EMP). São Paulo, 2015.

SILVA. Sérgio Florentino; MORETTI, Mércles Thadeu. **A Abordagem De Interpretação Global No Ensino E Na Aprendizagem Das Superfícies Quádricas**. Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC). Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Educação, Matemática, Pesquisa (EMP). São Paulo, 2018.