

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Decodificação Iterativa em Sistemas com Codificação Wavelet

Luiz Gonzaga de Queiroz Silveira Júnior

Tese de Doutorado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Processamento da Informação

Orientadores:

Dr. Francisco Marcos de Assis, UFCG.

Dr. Ernesto Leite Pinto, IME.

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Luiz Gonzaga de Queiroz Silveira Júnior, Abril de 2008

Ficha Catalográfica

S587d Silveira Júnior, Luiz Gonzaga de Queiroz
2008 Decodificação Iterativa em Sistemas com Codificação Wavelet /
Luiz Gonzaga de Queiroz Silveira Júnior. - Campina Grande. 2008.
106f. : il.

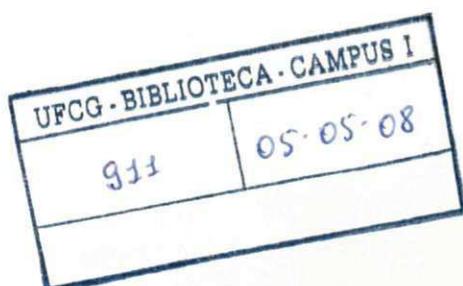
Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal
de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Orientadores: Prof. Dr. Francisco Marcos de Assis. Prof. Dr.
Ernesto Leite Pinto

Inclui bibliografia

1. Decodificação Iterativa 2. Codificação Wavelet 3. Desvaneci-
mento Plano. I. Título

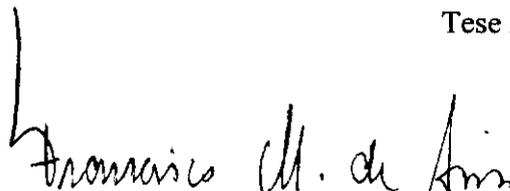
CDV: 621.391(043)

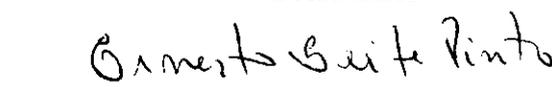


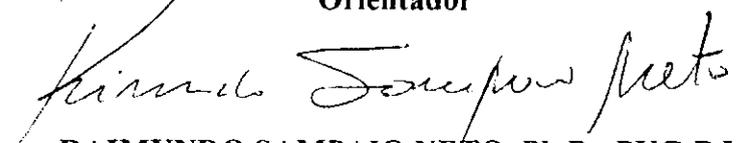
DECODIFICAÇÃO ITERATIVA EM SISTEMAS COM CODIFICAÇÃO WAVELET

LUIZ GONZAGA DE QUEIROZ SILVEIRA JÚNIOR

Tese Aprovada em 28.03.2008


FRANCISCO MARCOS DE ASSIS, Dr., UFCG
Orientador


ERNESTO LEITE PINTO, Dr., IME
Orientador


RAIMUNDO SAMPAIO NETO, Ph.D., PUC-RJ
Componente da Banca


JURACI FERREIRA GALDINO, D.Sc., IME
Componente da Banca


BRUNO BARBOSA ALBERT, D.Sc., UFCG
Componente da Banca


EDMAR CANDEIA GURJÃO, D.Sc., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE – PB
MARÇO - 2008

Este trabalho é dedicado a minha mãe, Maria de Jesus Ramos, responsável pelos primeiros, maiores e melhores ensinamentos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por tudo e, especialmente, por esta vitória.

À minha mãe, por todo o carinho, incentivo, paciência, ensinamentos, zelo e amor, fundamentais na minha vida.

Ao meu irmão Felipe, pela ajuda e incentivo e também pelas numerosas discussões que levaram ao maior amadurecimento das idéias contidas neste texto.

À minha irmã Cecília, pelo apoio e carinho.

À Izabella, pelo amor e carinho, sempre presentes nos momentos difíceis e por toda a compreensão, capaz de desculpar a minha ausência em muitos momentos.

Aos meus orientadores, Dr. Francisco Marcos e Dr. Ernesto Leite, por todo o incentivo, paciência, sugestões, ajuda e compromisso, os quais foram indispensáveis nesta caminhada.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, pelos preciosos ensinamentos e amizade.

Aos amigos Darlan, Fabiano, Fabrício, Ricardo Crispim, Rohit, Santana, Saulo, Madhavan e Murali, pela lealdade e amizade.

Aos amigos do IQUANTA, pela amizade e colaboração.

Aos amigos do EMBEDDED, IECOM e LEIAM, pela amizade e momentos de descontração.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior, pelo apoio financeiro.

“Never discard information prematurely that may be useful in making a decision until after all decisions related to that information have been completed.”

—ANDREW J. VITERBI, CO-FOUNDER OF QUALCOMM

(Wireless Digital Communication: a View Based on Three Lessons Learned.

In IEEE Communications Magazine, Sept. 1991.)

RESUMO

Nesta tese são propostas e investigadas novas alternativas para o emprego da codificação wavelet em canais com desvanecimento plano. Contribuições importantes são alcançadas. A primeira é o desenvolvimento de um demodulador com saída suave para aplicação na decodificação wavelet, contornando uma limitação presente em trabalhos anteriores dedicados ao mesmo tema. Além disso, propõe-se aqui um esquema de decodificação iterativa para concatenações seriais em que um codificador wavelet é empregado como codificador interno. Em particular, o trabalho se concentra no desenvolvimento de uma estratégia adequada para troca de informações suaves entre o par de decodificadores SISO, formado pelo decodificador wavelet e um decodificador externo, do tipo usualmente empregado em decodificação turbo. Para tanto são propostas duas alternativas, com diferentes graus de complexidade computacional. São apresentados diversos resultados de avaliações de desempenho via simulação computacional, utilizando-se como codificador externo um codificador convolucional, com decodificação pelo algoritmo BCJR. Os resultados de desempenho obtidos mostram a eficácia das técnicas de recepção propostas, indicando-as como alternativas promissoras na exploração do potencial da codificação wavelet em canais com desvanecimento plano.

Palavras-chave: Decodificação Iterativa, Codificação Wavelet, Desvanecimento plano

ABSTRACT

In this thesis, new applications of wavelet coding technique in wireless communications systems are proposed and discussed. Important contributions are obtained, such as the conception of iterative decoding scheme for serial concatenations with wavelet coding. Besides, some investigations are performed in order to realize a soft-input soft-output wavelet decoder. The major part of this work is devoted to formulate a strategy to exchange soft information iteratively, which consider a novel soft demapping approach. Several performance evaluations were carried out, where a concatenation with a convolutional encoder over a flat fading channel is investigated. The numerical results so obtained indicate that the proposed method is an effective tool for performance improvement of wavelet-coded systems. Therefore, this new approach for iterative decoding may lead to new alternatives for exploiting the potential of wavelet coding for digital communications over wireless channels.

Keywords: Iterative decoding, Wavelet coding, Flat fading.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xv
Lista de Símbolos	xvi
Glossário	xvii
Capítulo 1– Introdução	1
1.1 Enfoque do Trabalho	3
1.2 Principais Contribuições	3
1.2.1 Produção Científica Gerada	4
1.3 Organização do texto	5
Capítulo 2– Codificação Wavelet	7
2.1 Matrizes Wavelets	8
2.1.1 Matrizes Wavelets Utilizadas na Codificação	9
2.2 Codificação com Matrizes Wavelet Planas de Coeficientes Inteiros	10
2.3 Matriz de Codificação Wavelet	13
2.4 Distribuição de Probabilidades dos Símbolos Wavelets	15
2.5 Busca de Constelações de Sinais	21
2.6 Decodificação Wavelet	25
2.7 Conclusões	25

Capítulo 3– Elementos de Recepção Iterativa	27
3.1 Introdução	27
3.2 Modelo do Sistema de Comunicações	28
3.3 Demodulador com Regra de Decisão Suave	30
3.4 Decodificador Wavelet com Entrada e Saída Suaves	32
3.4.1 Decodificador Wavelet com Entrada Suave	32
3.4.1.1 Aplicação	33
3.4.2 Decodificador Wavelet com Saída Suave	37
3.4.2.1 Expressão para a Probabilidade de Erro de Bit	37
3.4.2.2 Aplicação	39
3.4.3 Saída do Decodificador Wavelet na Forma da Razão de Log-verossimilhança	41
3.4.3.1 Estimação Recursiva dos Parâmetros Média e Variância	43
3.5 Regra de Demodulação Suave Modificada	46
3.6 Conclusões	49
Capítulo 4– Decodificação Turbo com Demodulação Iterativa	50
4.1 Introdução	50
4.2 Concatenação Serial com Codificador Wavelet	51
4.3 Receptor Iterativo para Concatenação Serial com Codificação Wavelet	55
4.3.1 Atualização da Distribuição de Probabilidades dos Símbolos Wavelets	56
4.3.2 Aplicação	58
4.4 Conclusões	59
Capítulo 5– Novas Abordagens ao Receptor Iterativo	60
5.1 Recepção Iterativa em Sistemas com Matrizes Wavelets de Ordens Elevadas	60
5.1.1 Atualização da DPSW via Método Recursivo Baseado em Convoluções	62
5.1.1.1 Aplicação	63
5.1.2 Atualização da DPSW via Deslizamento da Janela de Coleta	69

<i>SUMÁRIO</i>	xi
5.1.2.1 Aplicação	72
5.2 Conclusões	73
Capítulo 6– Conclusão	74
6.1 Perspectivas para Trabalhos Futuros	76
Apêndice A– Distribuição dos Dados de Saída do Decodificador Wavelet SISO	77
A.1 Metodologia	77
A.2 Funções de Densidade de Probabilidade	79
A.3 Testes de Aderência à Distribuição Normal	81
A.4 Discussão	82
A.5 Conclusões	83
Referências Bibliográficas	84

LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama do codificador wavelet com emprego dos coeficientes de uma matriz wavelet de dimensão $m \times mg$. Neste esquema, o Bloco MCW_j é definido a partir da j -ésima linha da matriz wavelet.	11
2.2	Diagrama do codificador wavelet para uma MW 2×8	12
2.3	Constelações PSK utilizadas nos sistemas com codificação wavelet que utilizam MWs de dimensões 2×8 , 4×16 e 2×128 , respectivamente.	24
3.1	Modelo do sistema de comunicações com codificação wavelet.	29
3.2	Funcionamento do algoritmo de decodificação wavelet para o caso de uso de uma MW de dimensão 2×8	33
3.3	Desempenho da regra de decisão suave na demodulação de sinais PSK sobre canal AWGN.	35
3.4	Desempenho da regra de decisão suave na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh.	36
3.5	Curvas obtidas pela análise desenvolvida e segundo o método de Monte Carlo, relativas ao desempenho de um sistema com codificação wavelet baseada na MW 2×8 , sujeito ao canal com desvanecimento Rayleigh plano.	40
3.6	Curvas obtidas pela análise desenvolvida e segundo o método de Monte Carlo, relativas ao desempenho de um sistema com codificação wavelet baseada na MW 2×128 , sujeito ao canal com desvanecimento Rayleigh plano.	41
3.7	Desempenho da regra de decisão suave modificada na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao ruído AWGN.	47
3.8	Desempenho da regra de decisão suave modificada na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh.	48

4.1	Esquema de um codificador convolucional com taxa $R = 1/2$ e restrição de comprimento igual a 3. Para o exemplo, temos os respectivos polinômios geradores $g^{(0)} = 1 + x + x^2$ e $g^{(1)} = 1 + x^2$	51
4.2	Modelo de sistema de comunicações com concatenação serial de códigos convolucional e wavelet.	52
4.3	Comparação de desempenhos em termos da TEB para dois sistemas de comunicações com concatenação serial de códigos convolucional e Wavelet, utilizando MWs de diferentes dimensões.	54
4.4	Modelo do sistema de comunicações com recepção iterativa.	55
4.5	Curvas de TEB em função do número de iterações, para o sistema de comunicações baseado na codificação por MW 2×8 , utilizando blocos com 4096 bits de informação.	58
5.1	Curvas de TEB em função do número de iterações para diferentes tamanhos de blocos de bits do sistema com MW 2×8 , admitindo módulo da média condicional igual a 8.	65
5.2	Curvas de TEB em função do número de iterações para os sistemas com MW 2×8 via estimação do módulo das médias e também com redução da complexidade.	66
5.3	Curvas de TEB em função do número de iterações, obtidas dos receptores iterativos utilizados nos sistemas com MW 4×16 e blocos de 4096 bits.	67
5.4	Curvas de TEB em função do número de iterações para os sistemas com MW 4×16 via estimação da média condicional e também com redução da complexidade.	68
5.5	Mapeamento das LLRs de saída do decodificador BCJR em valores médios.	70
5.6	Curvas de TEB em função do número de iterações, com atualização da DPSW via valores médios, blocos de 4096 bits de informação, sobre o canal com desvanecimento não seletivo em frequência.	72
A.1	Curvas de f.d.p. <i>a posteriori</i> dos dados de saída do decodificador wavelet SISO para o sistema com o codificador baseado na MW de dimensão 2×8 , para a faixa da RSR de 0-15dB.	79
A.2	Curvas de f.d.p. <i>a posteriori</i> dos dados de saída do decodificador wavelet SISO para o sistema com o codificador baseado na MW de dimensão 2×128 , para a faixa da RSR de 0-15dB.	80

A.3 Testes de Aderência à Distribuição Normal dos Dados de Saída do Decodificador Wavelet SISO, empregado em dois sistemas de comunicações com codificação baseada nas MWs 2×8 e 2×128 , com dois valores de RSR, 10 e 15dB. 81

LISTA DE TABELAS

2.1	Símbolos gerados por uma MW 2×8	12
2.2	Distribuição de Probabilidade dos símbolos wavelets para cada modo de regime, considerando-se o codificador associado a MW de dimensão 2×8 e uma fonte de informação que gera bits com distribuição equiprovável.	18
2.3	Distribuição de Probabilidade dos símbolos wavelets para cada modo de regime, considerando-se o codificador associado a MW de dimensão 2×8 e uma fonte de informação que gera bits com distribuição $P(x_k = +1) = 0,75$ e $P(x_k = -1) = 0,25$	18
2.4	Quantização para MCW 2×128	23
2.5	Quantização para MCW 4×16	23

- $\mathbf{A} = (a_k^s)$ - Matriz de coeficientes wavelets
 \mathbf{a}^0 - Vetor de escala
 $\mathbf{a}^s, s \geq 0$ - Vetores wavelets
 a_k^s - Coeficientes de uma matriz wavelet
 \mathbf{C}_{MW} - Matriz de codificação wavelet
 m - Posto de uma matriz de coeficientes wavelets
 g - Gênero de uma matriz de coeficientes wavelets
 $\mathbb{E}[\cdot]$ - Valor médio de uma variável aleatória
 $\mathbb{G}_{y_n}(z)$ - Função geradora de momentos para a saída do codificador wavelet
 $I(X; Y)$ - Informação mútua entre as v.a.'s X e Y
 I_d - Profundidade do entrelaçamento
 K - Comprimento de restrição do codificador wavelet
 $L \cdot I_d$ - Comprimento da seqüência entrelaçada
 \mathbf{n} - Valor complexo do ruído AWGN
 $[nT_s, (n + 1)T_s)$ - Intervalo de sinalização
 E_b - Energia de bit
 $n(t)$ - Ruído AWGN
 P_e - Probabilidade de erro de bit
 $Q(\cdot)$ - Função de erro
 $r(t)$ - Sinal recebido
 $s(t)$ - Sinal transmitido
 $\mathcal{G}(r)$ - Saída suave (real) do estimador de MEQM
 $L(z_k)$ - Razão de verossimilhança logarítmica de saída do decodificador wavelet SISO
 \mathbf{x} - Vetor de bits de informação
 x_n - Bits de informação
 \mathbf{y}_n - Palavra-código wavelet
 y_n - Símbolos wavelets
 y_n^j - Sub-símbolos wavelets
 z_i - Saída do decodificador/correlator wavelet no tempo i
 $\alpha(t)$ - Ganho do canal com desvanecimento
 $\delta_{x,y}$ - função delta de Kronecker
 μ - Média condicional da distribuição dos dados de saída do decodificador wavelet
 σ^2 - Média condicional da distribuição dos dados de saída do decodificador wavelet

APK - Amplitude-Phase Keying (*Modulação em Amplitude e Fase*)

PSK - Phase Shift Keying (*Modulação em Fase*)

AWGN - Additive White Gaussian Noise (*Ruído Aditivo Gaussiano Branco*)

TEB - Taxa de Erro por Bit

DSP - Digital Signal Processor (*Processador Digital de Sinais*)

EQM - Erro Quadrático Médio

MEQM - Mínimo Erro Quadrático Médio

i.i.d. - Independentes e Identicamente Distribuídas

MAP - Maximum a Posteriori Probability (*Máxima Probabilidade a posteriori*)

MW - Matriz Wavelet

RSR - Relação Sinal-Ruído

SISO - Soft Input Soft Output (*Entrada e Saída Suaves*)

v.a. - Variável Aleatória

DPSW - Distribuição de Probabilidades dos Símbolos Wavelets

BCJR - Algoritmo de decodificação iterativa proposto por Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv

LLR - Log-likelihood Ratio (*Razão de Verossimilhança Logarítmica*)

INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicações sem fio, o efeito do multipercurso, chamado de desvanecimento, pode comprometer de forma severa o desempenho destes sistemas (SKLAR, 1997a, 1997b). Com o objetivo de minimizar seus efeitos, várias técnicas vêm sendo propostas. Alguns exemplos incluem esquemas com diversidade (ALAMOUTI, 1998; ASSIS; SOUSA, 1999; SILVEIRA, 2002), e estratégias de decodificação iterativa (BERROU; GLAVIEUX; THITIMAJSHIMA, 1993; HAGENAUER; OFFER; PAPKE, 1996; VALENTI, 1999).

A codificação Turbo, originalmente proposta em 1993, destacou-se por apresentar desempenho distante apenas 0,7 dB do limite de Shannon, em canal AWGN (AWGN, sigla inglesa para *Additive White Gaussian Noise*). A sua principal característica reside na estrutura de decodificação, em que os dispositivos de decisão trocam informações suaves várias vezes, visando melhorar o nível adequado de confiança da decisão final que produzirá a seqüência de bits recebidos (BERROU; GLAVIEUX; THITIMAJSHIMA, 1993).

Apesar da codificação Turbo ter chamado a atenção de diversos pesquisadores em universidade e empresas, e de ter se tornado padrão para os sistemas de comunicações móveis de terceira geração (UMTS e CDMA 2000) (MARTINS, 2004), o “princípio Turbo” é bem mais geral, podendo ser aplicado de forma bastante satisfatória a muitos problemas de detecção/decodificação, tais como a concatenação serial de codificadores, equalização, modulação codificada, dentre outros.

Por outro lado, a percepção da vasta aplicabilidade do princípio Turbo, levou a realização de pesquisas que buscavam mostrar que o algoritmo utilizado na codificação Turbo é um caso particular de uma classe mais ampla de algoritmos, lançando, assim, alguma luz sobre o porque de seu bom desempenho. Frey e Kschischang foram os primeiros a perceber que este

algoritmo poderia ser uma instância da classe de algoritmos de propagação de crenças. Mais tarde, McEliece mostrou que este algoritmo poderia ter um procedimento dual aplicável em grafos, como aqueles utilizados em redes bayesianas (FREY; KSCHISCHANG, 1996; MCELIECE, 1997). Uma rede bayesiana pode ser definida como um grafo acíclico direcionado, onde os nós representam variáveis aleatórias e os arcos representam a dependência probabilística entre as variáveis associadas (JUNIOR, 2004a, 2004b).

A transmissão em canais com desvanecimento variante no tempo continua a ser uma área de grande interesse para o surgimento de novos sistemas de comunicações, e este interesse só tende a aumentar com o advento de novos serviços de comunicações para sistemas de transmissão sem fio com mobilidade dos terminais. A presente tese investiga novas alternativas para a obtenção de melhorias de desempenho em canais com desvanecimento plano, explorando a técnica de codificação wavelet e a recepção iterativa (turbo).

A codificação wavelet foi proposta por Tzannes (TZANNES; TZANNES., 1992) como uma nova alternativa para superar os efeitos do desvanecimento. Esta técnica explora as propriedades de ortogonalidade das linhas da matriz wavelet (MW). O codificador wavelet multiplica, de forma sucessiva, os bits da fonte pelas linhas de uma MW, espalhando a informação de cada bit sobre diversos intervalos de sinalização. Os símbolos produzidos em sua saída, denominados de *símbolos wavelets*, são não-equíprovaíveis e assumem diversos níveis (RESNIKOFF; WELLS-JR., 1998).

Devido à ortogonalidade entre as linhas da MW, a informação de cada bit pode ser recolhida no receptor de maneira simples, através de um banco de correladores casados às linhas da matriz usada na codificação. O mecanismo de espalhamento da informação no tempo, antes da transmissão, e o recolhimento dela no receptor, contribui para melhorar a robustez do sistema de comunicação à combinação de efeitos do desvanecimento plano variante no tempo e de ruído impulsivo (SILVEIRA, 2006).

O emprego da codificação wavelet em sistemas de transmissão sem fio requer o mapeamento da saída do codificador em símbolos de um esquema de modulação. Como os símbolos wavelet não são equíprovaíveis, é necessário um projeto criterioso da constelação a ser usada, a fim

de otimizar o desempenho do receptor (demodulador e decodificador wavelet). Assim, em (SILVEIRA, 2006) foram derivadas ferramentas matemáticas capazes de projetar analiticamente o esquema de modulação utilizado neste caso.

1.1 ENFOQUE DO TRABALHO

Em trabalhos anteriores, verificou-se um bom desempenho da codificação wavelet, associada à demodulação por decisão abrupta, em canais sujeitos ao desvanecimento Rayleigh (Q. SILVEIRA, 2001; SILVEIRA, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS, 2002; SILVEIRA, 2006).

Na tentativa de evitar a perda de informação oriunda do emprego da regra de decisão abrupta e, assim, melhorar o desempenho destes sistemas, investigou-se nesta tese uma regra de decisão suave para o demodulador, sendo esta baseada na minimização do erro quadrático médio entre o símbolo wavelet transmitido e o estimado (JUNIOR, 2006). Os resultados obtidos foram animadores e serviram de estímulo para a investigação de uma técnica de decodificação iterativa.

A partir de uma concepção básica para esta nova estratégia de recepção, serão investigadas abordagens mais adequadas aos esquemas com concatenações seriais baseadas em matrizes wavelets de ordens elevadas, visando obter melhores resultados de desempenho, proporcionado por maiores ganhos de diversidade.

1.2 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

Ao longo do trabalho de tese apresentado, foram obtidas as seguintes contribuições:

- Concepção de uma regra de demodulação com saída suave, capaz de ser empregada em receptores iterativos e não-iterativos, proporcionando bons resultados de desempenho para ambos os contextos,
- Concepção e avaliação de um decodificador wavelet SISO (SISO, sigla inglesa para *Soft*

Input Soft Output), adequado ao fornecimento de informação suave, sendo útil ao esquema de decodificação iterativa,

- Avaliação de alternativas capazes de permitir a atualização das probabilidades dos símbolos wavelets, mediante o aproveitamento da informação suave disponível, sendo caracterizada como a instância do princípio Turbo e,
- Análise de novas abordagens para o projeto do receptor iterativo, adequadas às concatenações seriais baseadas na codificação com MWs de ordens elevadas, as quais permitiram obter melhores ganhos de diversidade.

1.2.1 Produção Científica Gerada

Este trabalho de tese permitiu obter resultados que foram apresentados em conferências internacionais e congressos nacionais, os quais demonstram o potencial da codificação wavelet em sistemas de comunicações móveis.

A produção científica gerada está referenciada abaixo, com o indicativo do evento e da mídia utilizada:

1. *In Proceedings of IEEE International Telecommunications Symposium*, (JUNIOR, 2006).
2. *In Proceedings of IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, (JUNIOR, 2007c).
3. Anais do XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, (JUNIOR, 2007b).
4. Anais do VIII Congresso Brasileiro de Redes Neurais, (JUNIOR, 2007a).

Além destes, encontra-se em processo de avaliação dois artigos submetidos para publicação nos periódicos *IEEE Transactions on Wireless Communications*, do *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, e *Learning and Nonlinear Models*, da Sociedade Brasileira de Redes Neurais, com Qualis A.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Esta tese está organizada em seis capítulos e um apêndice.

No Capítulo 2, as matrizes wavelets são definidas e suas principais propriedades são apresentadas. São ainda apresentados algoritmos de codificação e decodificação com matrizes de coeficientes wavelets.

O Capítulo 3 constitui o ponto de partida no estabelecimento da nova abordagem de recepção, sendo dedicado ao desenvolvimento de uma regra de decisão suave a ser utilizada pelo demodulador no mapeamento inverso dos sinais PSK sobre símbolos wavelets. Além disso, nesse capítulo é concebido e avaliado um decodificador wavelet com entrada e saída suaves, capaz de fornecer informação útil, necessária ao regime de operação iterativa. Os resultados obtidos, a partir das avaliações de desempenho realizadas, mostram as vantagens proporcionadas por esta mudança de abordagem, as quais permitiram superar algumas limitações presentes em trabalhos anteriores dedicados ao mesmo tema.

O Capítulo 4 é dedicado à concepção e avaliação do método proposto para a decodificação iterativa em sistemas com codificação wavelet. Em particular, considera-se o problema da atualização das probabilidades dos símbolos wavelets mediante a troca de informações suaves na forma da razão de log-verossimilhança. São também apresentados resultados de desempenho de um sistema com codificação wavelet e decodificação iterativa, em canal com desvanecimento plano.

O Capítulo 5 visa o desenvolvimento de sistemas com maiores ganhos de diversidade. Como isto é feito aumentando-se as dimensões da MW utilizada na codificação, então isto implica num aumento da complexidade computacional do receptor. Desta forma, neste capítulo são propostas e avaliadas novas abordagens para a sua concepção.

No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões deste trabalho, sendo destacadas as principais contribuições obtidas. Também são apresentadas algumas propostas para a continuação da

pesquisa.

O Apêndice A é dedicado a avaliação do modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO, apresentado na Seção 3.11 do Capítulo 3.

CODIFICAÇÃO WAVELET

Em sistemas de comunicações móveis, as técnicas de diversidade exercem um papel importante na transmissão em canais com desvanecimento e consistem, basicamente, na transmissão de réplicas de um sinal sobre canais independentes, que são afetadas de maneira diferente, permitindo uma combinação adequada de maneira a obter um aumento na confiança da recepção (PROAKIS, 1989).

Nesta tese, a diversidade temporal será explorada através da técnica de codificação com wavelets. Esta abordagem foi escolhida devido aos bons resultados obtidos nas avaliações de desempenho realizadas em termos da taxa de erro de bit (TEB), os quais foram conseguidos mantendo-se a sua complexidade de decodificação relativamente baixa (Q. SILVEIRA, 2001; SILVEIRA, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS; PINTO, 2003, 2004; SILVEIRA, 2006).

A codificação com wavelets foi proposta por Tzannes em (TZANNES; TZANNES., 1992), como uma nova abordagem para superar os efeitos indesejáveis do multipercurso, explorando as propriedades de ortogonalidade entre as linhas de uma matriz de coeficientes wavelets. Os símbolos resultantes dessa codificação, aqui denominados de *símbolos wavelets*, possuem diversos níveis, são correlacionados e apresentam probabilidades distintas.

O mecanismo empregado na codificação com wavelets permite espalhar a informação de cada bit sobre diversos símbolos. Ao mesmo tempo, produz símbolos que carregam consigo a informação de vários bits. Assim, a codificação wavelet estabelece um esquema de espalhamento da informação no tempo, gerando símbolos que serão transmitidos em intervalos de tempo distintos.

O restante deste capítulo é organizado da seguinte forma: na Seção 2.1 são definidas as matrizes wavelets, apresentando-se as propriedades que permitem seu emprego na codificação de

canal. A Seção 2.2 apresenta o algoritmo de codificação e a estrutura do codificador wavelet. Na Seção 2.3 é apresentada uma descrição alternativa para o processo de codificação. A Seção 2.4 apresenta um método analítico para a obtenção da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets. Na Seção 2.5 é ressaltada a necessidade de se buscar um esquema adequado de modulação dos símbolos wavelets gerados pelo codificador. A Seção 2.6 apresenta o algoritmo de decodificação wavelet. Finalmente, na Seção 2.7, são apresentadas as conclusões obtidas neste capítulo.

2.1 MATRIZES WAVELETS

Uma matriz $\mathbf{A} = (a_k^s)$ com $m \geq 2$ linhas (vetores) e mg colunas denotada por

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0, & \dots, & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1, & \dots, & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_0^{m-1}, & \dots, & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

é denominada de *matriz wavelet plana*¹ (MW) de posto m e gênero g se forem satisfeitas as seguintes condições (TZANNES; TZANNES., 1992; RESNIKOFF; WELLS-JR., 1998):

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^s = m\sqrt{g}\delta_{s,0}, \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_{[k+mr']}^{s'} a_{[k+mr]}^s = mg\delta_{s',s}\delta_{r',r}, \quad (2.3)$$

em que $[k+mr]$ é usado para denotar a operação $k+mr$ módulo mg e $\delta_{x,y}$ é o delta de Kronecker, definido por

$$\delta_{x,y} = \begin{cases} 1 & \text{se } x = y, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.4)$$

A Equação (2.2) assegura que a soma dos elementos da primeira linha da matriz é igual ao produto do posto pela raiz quadrada do gênero da MW, enquanto que a soma dos elementos das demais linhas é igual a zero. Por outro lado, a Equação (2.3) estabelece que os vetores

¹Um matriz é dita plana quando todos os seus coeficientes têm o mesmo valor absoluto.

representados pelas linhas de uma MW de posto m têm normal euclidiana igual a mg e são mutuamente ortogonais, mesmo quando deslocadas entre si por um múltiplo de m . Além disso, ela indica que cada linha da MW é ortogonal a uma cópia de si, mesmo quando estiver deslocada por um múltiplo m . São essas propriedades de ortogonalidade que permitem que a informação espalhada de cada bit possa ser recolhida no decodificador através de uma correlação adequada com os coeficientes da matriz wavelet utilizada na codificação.

Apesar das condições apresentadas acima serem satisfeitas com MWs planas de coeficientes reais, a codificação wavelet considerada aqui utiliza somente MWs planas de coeficientes normalizados em ± 1 , sendo estas apresentadas na próxima seção.

2.1.1 Matrizes Wavelets Utilizadas na Codificação

Inicialmente, cabe notar que a matriz de Haar é a MW com elementos normalizados em ± 1 e dimensão 2×2 , ou seja,

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

A seguir, são apresentados dois outros exemplos de matrizes wavelets planas que foram empregadas na codificação dos sistemas de comunicações avaliados neste trabalho.

Matriz wavelet de posto 2 e gênero 4.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Matriz wavelet de posto 4 e gênero 4.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

A próxima seção apresenta o algoritmo de codificação wavelet.

2.2 CODIFICAÇÃO COM MATRIZES WAVELET PLANAS DE COEFICIENTES INTEIROS

A Figura 2.1 ilustra o processo de codificação wavelet empregado neste trabalho. Nessa Figura, a fonte discreta gera bits de informação, $x_n \in \{+1, -1\}$, estatisticamente independentes e equi-prováveis. A seqüência de bits gerada pela fonte é inicialmente decimada em m , $m \in \mathbb{Z}$, seqüências paralelas, definidas por $X_{pm+j} := \{x_{pm+j}\}$, $0 \leq j < m$, com $p \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

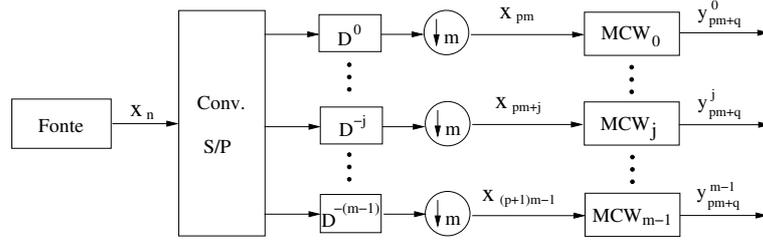
A j -ésima seqüência paralela X_{pm+j} é então codificada por um banco de registradores de deslocamento, denotado nessa figura pelo bloco MCW_j . No intervalo de tempo $n = pm + q$, em que $q \in \{0, 1, \dots, m-1\}$, o j -ésimo bloco do codificador wavelet, MCW_j , gera o símbolo y_{pm+q}^j , chamado neste trabalho *sub-símbolo wavelet*.

A estrutura de cada um dos m bancos de registradores que formam o codificador wavelet representado na Figura 2.1(a), está detalhada na Figura 2.1(b). Cada banco, é constituído por m registradores de deslocamento, denotados REG_q , cada um deles com g células de memória. No processo de codificação com wavelets, os bits armazenados em cada um destes registradores são ponderados por coeficientes da j -ésima linha da matriz wavelet. Assim, os mg coeficientes da j -ésima linha da MW são distribuídos em m grupos de g coeficientes equi-espaçados, de tal forma que o q -ésimo grupo é formado pelos coeficientes que ponderam as células do registrador REG_q do j -ésimo banco, MCW_j .

A cada intervalo de tempo $n = pm + q$, os m sub-símbolos wavelets y_{pm+q}^j , $0 \leq j \leq m-1$, gerados simultaneamente pelo q -ésimo registrador de cada um dos m bancos MCW_j , são disponibilizados na saída do codificador wavelet. A partir da Figura 2.1(b), pode-se observar que o sub-símbolo wavelet y_{pm+q}^j , gerado no tempo $n = pm + q$, pelo q -ésimo registrador do banco MCW_j , é dado por

$$y_{pm+q}^j = \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}. \quad (2.8)$$

Como existem mg elementos de memória em cada banco de registradores de deslocamento,



(a) Estrutura geral.

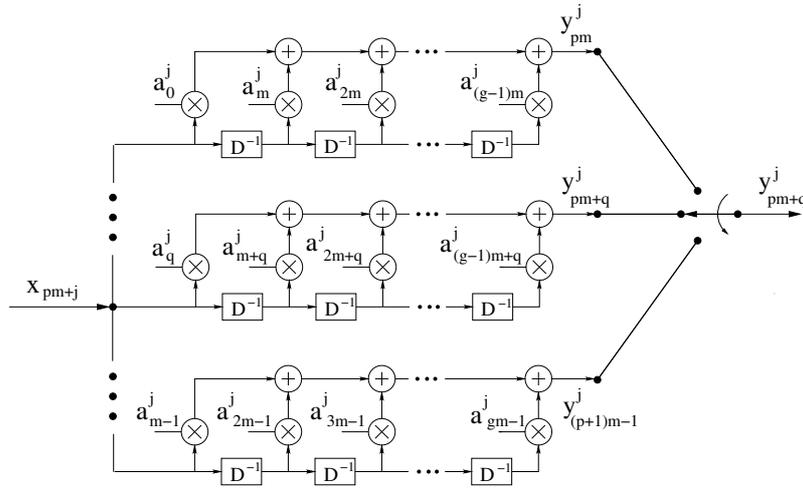

 (b) Vista detalhada do Bloco MCW_j .

Figura 2.1. Diagrama do codificador wavelet com emprego dos coeficientes de uma matriz wavelet de dimensão $m \times mg$. Neste esquema, o Bloco MCW_j é definido a partir da j -ésima linha da matriz wavelet.

cada bit de entrada pode afetar no máximo mg sub-símbolos wavelets. O comprimento de restrição K de um codificador wavelet é definido como o número máximo de símbolos em uma seqüência de saída que podem ser afetados por qualquer bit de entrada, ou seja,

$$K := mg \quad (2.9)$$

No algoritmo de codificação wavelet apresentado em (TZANNES; TZANNES., 1992), os m sub-símbolos wavelets com o mesmo índice de tempo $n = pm + q$ são ainda adicionados, e o símbolo resultante, chamado *símbolo wavelet*, é dado por

$$y_{pm+q} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}. \quad (2.10)$$

Como exemplo do processo de codificação wavelet, considere a Figura 2.2, na qual é apresentado um diagrama esquemático do codificador wavelet associado à MW 2×8 , definida de forma literal em (2.11). A Tabela 2.1 apresenta os sub-símbolos wavelets y_n^j gerados nos oito primeiros intervalos desta codificação, bem como os seus respectivos símbolos wavelets y_n . Como é possível observar a partir desta tabela, existe um período transitório na formação de símbolos wavelets, que se encerra em $n = mg - m - 1$, neste caso, $n = 5$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & a_1^0 & a_2^0 & a_3^0 & a_4^0 & a_5^0 & a_6^0 & a_7^0 \\ a_0^1 & a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 & a_4^1 & a_5^1 & a_6^1 & a_7^1 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

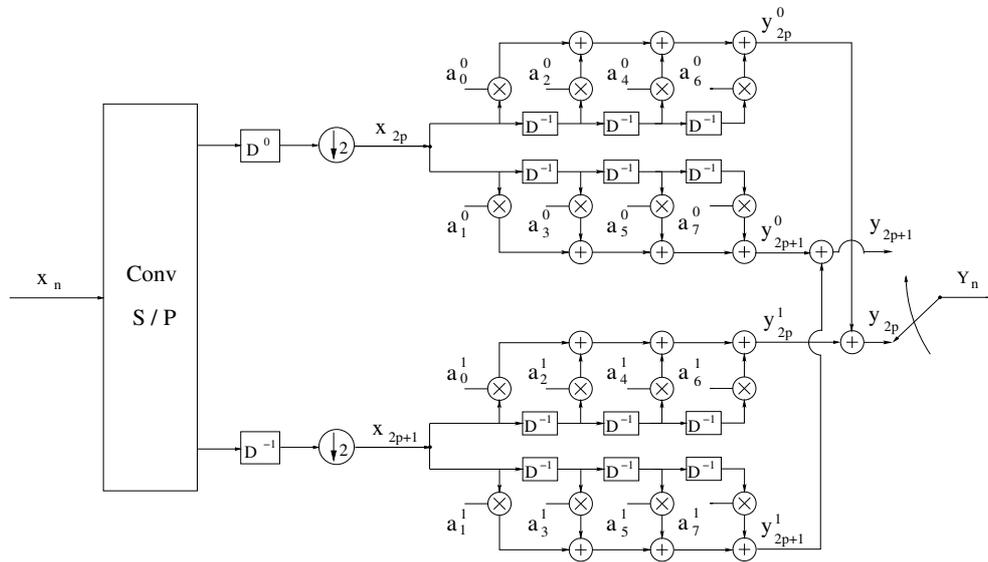


Figura 2.2. Diagrama do codificador wavelet para uma MW 2×8 .

Tabela 2.1. Símbolos gerados por uma MW 2×8 .

n	y_n^0	y_n^1	$y_n = y_n^0 + y_n^1$
0	$a_0^0 x_0$	$a_0^1 x_1$	$a_0^0 x_0 + a_0^1 x_1$
1	$a_1^0 x_0$	$a_1^1 x_1$	$a_1^0 x_0 + a_1^1 x_1$
2	$a_2^0 x_0 + a_0^0 x_2$	$a_2^1 x_1 + a_0^1 x_3$	$a_2^0 x_0 + a_0^0 x_2 + a_2^1 x_1 + a_0^1 x_3$
3	$a_3^0 x_0 + a_1^0 x_2$	$a_3^1 x_1 + a_1^1 x_3$	$a_3^0 x_0 + a_1^0 x_2 + a_3^1 x_1 + a_1^1 x_3$
4	$a_4^0 x_0 + a_2^0 x_2 + a_0^0 x_4$	$a_4^1 x_1 + a_2^1 x_3 + a_0^1 x_5$	$a_4^0 x_0 + a_2^0 x_2 + a_0^0 x_4 + a_4^1 x_1 + a_2^1 x_3 + a_0^1 x_5$
5	$a_5^0 x_0 + a_3^0 x_2 + a_1^0 x_4$	$a_5^1 x_1 + a_3^1 x_3 + a_1^1 x_5$	$a_5^0 x_0 + a_3^0 x_2 + a_1^0 x_4 + a_5^1 x_1 + a_3^1 x_3 + a_1^1 x_5$
6	$a_6^0 x_0 + a_4^0 x_2 + a_2^0 x_4 + a_0^0 x_6$	$a_6^1 x_1 + a_4^1 x_3 + a_2^1 x_5 + a_0^1 x_7$	$a_6^0 x_0 + a_4^0 x_2 + a_2^0 x_4 + a_0^0 x_6 + a_6^1 x_1 + a_4^1 x_3 + a_2^1 x_5 + a_0^1 x_7$
7	$a_7^0 x_0 + a_5^0 x_2 + a_3^0 x_4 + a_1^0 x_6$	$a_7^1 x_1 + a_5^1 x_3 + a_3^1 x_5 + a_1^1 x_7$	$a_7^0 x_0 + a_5^0 x_2 + a_3^0 x_4 + a_1^0 x_6 + a_7^1 x_1 + a_5^1 x_3 + a_3^1 x_5 + a_1^1 x_7$

Na próxima seção, a codificação wavelet é apresentada segundo um produto matricial.

2.3 MATRIZ DE CODIFICAÇÃO WAVELET

Para o caso particular mostrado na Figura 2.2, o conversor S/P recebe em sua entrada a seqüência de bits da fonte, X_n , formando em sua saída duas seqüências paralelas, uma com bits da fonte com índice par, denotada nesta figura por $X_{2p} = \{x_0, x_2, x_4, \dots\}$, enquanto que a outra é formada pelos bits da fonte com índice ímpar, sendo denotada neste caso por $X_{2p+1} = \{x_1, x_3, x_5, \dots\}$.

Sejam $X_{2p}(D)$ e $X_{2p+1}(D)$ duas seqüências intervaladas de bits, formadas pela aplicação do operador de atraso D sobre as saída do conversor S/P, isto é, $X_{2p}(D) \doteq \{x_0 + x_2D + x_4D^2 + x_6D^3 + \dots\} = \sum_{i=0}^{\infty} x_{2i}D^i$ e $X_{2p+1}(D) \doteq \{x_1 + x_3D + x_5D^2 + x_7D^3 + \dots\} = \sum_{i=0}^{\infty} x_{2i+1}D^i$. Cabe observar que operador de atraso D é utilizado no sentido de expressar o posicionamento de cada bit com relação a respectiva etapa do processamento da codificação.

Por outro lado, deve ser observado que na formação de um único símbolo wavelet, y_n , são utilizados mg bits da fonte, sendo $mg/2$ tomados de cada uma das duas seqüências formadas na saída do conversor S/P. Então, denote por $X_{\mathcal{E}}(D)$ e $X_{\mathcal{O}}(D)$ duas seqüências *finitas*, intervaladas por D , sendo formadas pelos bits a serem codificados por cada um dos bancos de registradores de deslocamento na formação dos respectivos sub-símbolos wavelet. Como exemplo, considere $X_{\mathcal{E}}(D) = \{x_0 + x_2D + x_4D^2 + x_6D^3\}$ e $X_{\mathcal{O}}(D) = \{x_1 + x_3D + x_5D^2 + x_7D^3\}$.

Na busca por um procedimento de codificação baseado em um produto matricial, relacionado ao processo de codificação mostrado na Seção 2.2, considere uma matriz de codificação wavelet, denotada por $\mathbf{C}_{MW}(D)$, cujas linhas são obtidas das linhas da MW, mas tendo seus coeficientes intervalados pelo mesmo operador de atraso D .

Logo, se o codificador for baseado em uma MW com $m = 2$, a $\mathbf{C}_{MW}(D)$ relacionada é,

$$\mathbf{C}_{MW}(D) = \begin{pmatrix} c_1(D) \\ c_2(D) \end{pmatrix} \doteq \begin{pmatrix} a_0^0 + a_1^0D + a_2^0D^2 + \dots + a_{2g-1}^0D^{2g-1} \\ a_0^1 + a_1^1D + a_2^1D^2 + \dots + a_{2g-1}^1D^{2g-1} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

de dimensão 2×1 . Substituindo os valores dos coeficientes desta, por aqueles presentes em (2.6), obtém-se a matriz de codificação associada ao codificador ilustrado na Figura 2.2.

$$\mathbf{C}_{MW}(D) = \begin{pmatrix} 1 + D + D^2 - D^3 + D^4 + D^5 - D^6 + D^7 \\ 1 + D + D^2 - D^3 - D^4 - D^5 + D^6 - D^7 \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Em particular, cabe observar que o processo de obtenção das 6 primeiras saídas do codificador pode ser resumido através do produto matricial abaixo,

$$\begin{aligned}
[X_{\mathcal{E}}(D^2) \ X_{\mathcal{O}}(D^2)] \cdot \mathbf{C}_{MW}(D) &= [X_{\mathcal{E}}(D^2) \ X_{\mathcal{O}}(D^2)] \cdot \begin{bmatrix} c_1(D) \\ c_2(D) \end{bmatrix} = X_{\mathcal{E}}(D^2) \cdot c_1(D) + X_{\mathcal{O}}(D^2) \cdot c_2(D) = \\
&= (x_0 + x_1) + D(x_0 + x_1) + D^2(x_0 + x_1 + x_2 + x_3) + D^3(-x_0 - x_1 + x_2 + x_3) + \\
&\quad + D^4(x_0 - x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + D^5(x_0 - x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5).
\end{aligned}$$

Então, podemos sintetizar o processo de codificação wavelet mostrado na Figura 2.2, através do produto matricial

$$[X_{2p}(D^2) \ X_{2p+1}(D^2)] \cdot \begin{bmatrix} c_1(D) \\ c_2(D) \end{bmatrix} = X_{2p}(D^2) \cdot c_1(D) + X_{2p+1}(D^2) \cdot c_2(D). \quad (2.14)$$

O emprego da Equação (2.14) permite obter, ainda, os sub-símbolos wavelets. Por outro lado, a partir de uma ordenação das potências em D , seria possível avaliar os símbolos wavelets gerados em cada intervalo de codificação, conforme mostrado acima.

Cabe observar que o uso do codificador wavelet associado a uma MW de dimensão 2×8 caracterizou dois regimes de codificação, sendo um específico para ser utilizado na codificação em intervalos pares, enquanto que o segundo está associado ao regime nos intervalos ímpares de codificação. Cada modo de regime, contudo, espalha a informação de $mg = 8$ bits sobre um mesmo símbolo wavelet.

De uma maneira geral, pode-se generalizar o procedimento de codificação wavelet descrito nesta seção. Para isto, é necessário decimar a seqüência de bits de entrada em m seqüências paralelas, com cada seqüência sendo posteriormente intervalada por D com o intuito de permitir a construção da matriz de bits de dimensão $1 \times m$. Por sua vez, cada linha da matriz wavelet escolhida também será intervalada por D , formando a matriz de codificação de dimensão $m \times 1$.

Este procedimento chama a atenção ao fato de que o emprego de uma MW de dimensão $m \times mg$, leva a obtenção de m modos de codificação associados aos m sucessivos tempos de

codificação, os quais ponderam de forma diferente o *mesmo conjunto de bits*. Para o exemplo anterior, em $n = 4$, ou $n = 5$, há a manipulação do mesmo conjunto de bits $\{x_0, \dots, x_5\}$.

Assim, embora o codificador wavelet manipule diferentes quantidades de bits, até a entrada em regime (quando então a mesma quantidade de mg bits passa a ser utilizada na formação dos símbolos wavelets), este ainda manipula de maneira diferente (com diferentes coeficientes), o mesmo conjunto de bits em tempos de codificação sucessivos.

Sendo o modo determinado no n -ésimo tempo de codificação, nT_s , onde T_s é a duração do símbolo, por um conjunto específico de coeficientes da MW, $\{a_{k,n}\}$, então o n -ésimo símbolo wavelet produzido, y_n , pode ser expresso de uma maneira mais simples,

$$y_n = \sum_{k=0}^{mg-1} a_{k,n} x_{k,n}, \quad (2.15)$$

sendo $\{x_{k,n}\}$ a n -ésima seqüência de mg bits de entrada que são codificados por y_n e $a_{k,n}$, com $a_{k,n} \in \{-1, +1\}$, o respectivo coeficiente da matriz wavelet utilizado para ponderar o k -ésimo bit desta seqüência, $x_{k,n}$.

O conjunto de bits é alterado a cada m intervalos de codificação, o que traz m novos bits ao banco de registradores, levando à saída de outra mesma quantidade destes. Logo, as informações disseminadas de cada conjunto de mg bits serão transmitidas m vezes, em m intervalos de transmissão, não necessariamente consecutivos, devido a possibilidade de uso do entrelaçador².

A próxima seção é dedicada à obtenção da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets gerados pelo emprego de uma MW com dimensão $m \times mg$, com m modos distintos de codificação.

2.4 DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES DOS SÍMBOLOS WAVELETS

Analisando-se o processo de formação dos símbolos wavelets gerados pelo codificador com emprego da MW de dimensão 2×8 , observa-se que o codificador, em cada regime, procederá

²Observe que como m símbolos wavelets são produzidos a cada m intervalos de codificação, a “taxa” do codificador, ou razão de codificação é unitária.

a um mapeamento de $2^8 = 256$ grupos distintos de $mg = 8$ bits de informação, sobre símbolos wavelets pertencentes ao conjunto $\{-8, -6, -4, -2, 0, +2, +4, +6, +8\}$.

De uma maneira geral, o emprego de uma MW inteira e plana, de posto m e gênero g , leva o codificador a gerar símbolos wavelets y_n , pertencentes ao conjunto

$$y_n \in \{-mg, -mg + 2, \dots, -2, 0, 2, \dots, mg - 2, mg\}, \quad (2.16)$$

com cardinalidade igual a $mg + 1$.

Assim, um procedimento exaustivo poderia ser admitido para se obter a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets. Neste sentido, como a fonte gera bits estatisticamente independentes, a probabilidade de um símbolo wavelet formado por um conjunto particular de bits, é igual ao produto dos valores de probabilidade associados a cada um dos bits. Logo, para se obter a probabilidade da v.a. associada à saída do codificador wavelet assumir um dos possíveis valores em (2.16), é necessário considerar todos os agrupamentos de bits que, uma vez codificados, formam o mesmo símbolo wavelet.

Um método formal para se obter a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets consiste em aplicar a função geradora de momentos sobre a v.a. y_n , pela qual obtém-se (VINIOTIS, 1998; PAPOULIS; S.U.PILLAI, 2002):

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \mathbb{E} \left[z^{\sum_{k=0}^{mg-1} a_k x_k} \right] = \mathbb{E} \left[\prod_0^{mg-1} z^{a_k x_k} \right], \quad (2.17)$$

como as v.a.'s $\{x_k\}$ são estatisticamente independentes e não necessariamente equiprováveis, temos:

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \mathbb{E} \left[\prod_0^{mg-1} z^{a_k x_k} \right] = \prod_0^{mg-1} \mathbb{E} [z^{a_k x_k}].$$

Assim,

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \prod_0^{mg-1} [P(x_k = -1)z^{-a_k} + P(x_k = 1)z^{a_k}]. \quad (2.18)$$

Cabe notar que a Equação (2.18) pode ser utilizada no levantamento da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets, considerando-se os diferentes modos de regime.

Para ilustrar, considere o cálculo da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets que podem ser gerados no intervalo $n = 6$, por um codificador com MW de dimensão 2×8 . Para intervalos de tempo pares, a Tabela 2.1 indica que são utilizados o mesmo conjunto de coeficientes $\{a_k\}$, que caracterizam o primeiro modo de codificação, isto é, $a_k \in \{a_0^0, a_0^1, a_2^0, a_2^1, a_4^0, a_4^1, a_6^0, a_6^1\}$. Por inspeção da matriz mostrada em (2.6), obtém-se que $a_k \in \{-1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1\}$. Desta forma, têm-se que,

$$\begin{aligned} \mathbb{G}_{y_n}(z) &= [P(x_0 = -1)z + P(x_0 = +1)z^{-1}] \cdot [P(x_1 = -1)z^{-1} + P(x_1 = +1)z] \cdot \\ &\cdot [P(x_2 = -1)z^{-1} + P(x_2 = +1)z] \cdot [P(x_3 = -1)z + P(x_3 = +1)z^{-1}] \cdot \\ &\cdot [P(x_4 = -1)z^{-1} + P(x_4 = +1)z] \cdot [P(x_5 = -1)z^{-1} + P(x_5 = +1)z] \cdot \\ &\cdot [P(x_6 = -1)z^{-1} + P(x_6 = +1)z] \cdot [P(x_7 = -1)z^{-1} + P(x_7 = +1)z] \cdot \end{aligned}$$

Uma expansão destes produtos levaria à obtenção da distribuição dos símbolos wavelets. Para isto, seria suficiente organizar os termos desta expressão em potências em z , cujas bases e expoentes indicariam, respectivamente, as probabilidades dos símbolos e os símbolos wavelets obtidos para estas probabilidades.

De maneira semelhante, a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets para o segundo modo de codificação pode ser obtida pela aplicação da função geradora de momentos sobre a expressão (2.15), mas agora considerando-se os coeficientes wavelets utilizados neste caso. As Tabelas 2.2 e 2.3 ilustram as distribuições de probabilidades dos símbolos wavelets para cada um dos regimes de codificação obtidos com uma MW 2×8 , considerando-se fontes de informação diferentes. Cabe observar que os dois modos de codificação somente geram o

mesmo símbolo, com a mesma probabilidade, apenas quando os bits da fonte têm distribuição equiprovável.

Tabela 2.2. Distribuição de Probabilidade dos símbolos wavelets para cada modo de regime, considerando-se o codificador associado a MW de dimensão 2×8 e uma fonte de informação que gera bits com distribuição equiprovável.

y_n	$P(y_n)$ no modo #1	$P(y_n)$ no modo #2
0	0,27343750	0,27343750
+2	0,21875000	0,21875000
-2	0,21875000	0,21875000
+4	0,10937500	0,10937500
-4	0,10937500	0,10937500
+6	0,03125000	0,03125000
-6	0,03125000	0,03125000
8	0,00390625	0,00390625
-8	0,00390625	0,00390625

Tabela 2.3. Distribuição de Probabilidade dos símbolos wavelets para cada modo de regime, considerando-se o codificador associado a MW de dimensão 2×8 e uma fonte de informação que gera bits com distribuição $P(x_k = +1) = 0,75$ e $P(x_k = -1) = 0,25$.

y_n	$P(y_n)$ no modo #1	$P(y_n)$ no modo #2
0	0,21835327	0,324798584
+2	0,31970214	0,232543945
-2	0,08679199	0,232543945
+4	0,25213623	0,087341308
-4	0,02020263	0,087341308
+6	0,08898925	0,016479492
-6	0,00256347	0,016479492
8	0,01112365	0,001235963
-8	0,00013737	0,001235963

Assim, desde que seja conhecida a distribuição de probabilidades dos bits da fonte, é possível obter a distribuição das probabilidades dos símbolos wavelets, bastando-se para isto realizar a expansão do produto especificado pela Equação (2.18), com posterior ordenamento das potências de z .

É importante chamar a atenção ao fato de que quando MWs de maiores dimensões forem utilizadas, pode ser particularmente difícil obter a distribuição dos símbolos wavelets através do procedimento proposto, já que implicará em um maior número de termos a serem considerados. Contudo, mesmo diante de tal dificuldade, um novo procedimento pode ainda ser sugerido

para o cálculo da distribuição dos símbolos wavelets via manipulação matemática da solução proposta.

Neste sentido, duas constatações podem levar a uma abordagem computacionalmente mais eficiente, a saber: (a) o produto é uma operação comutativa sobre o conjunto dos números complexos, e (b) da Teoria de Sistemas Lineares, o produto de dois polinômios em z pode ser implementado através do operador *convolução*, desde que esta operação receba como argumentos os dois vetores formados pelos coeficientes de cada polinômio ordenado em termos de potências de z .

Assim, levando-se em conta tais observações, é possível obter o resultado do produto especificado pela Equação (2.18), através de um procedimento recursivo baseado em convoluções. O funcionamento do *algoritmo* empregado neste caso é: a primeira convolução recebe os vetores relativos aos dois primeiros termos do produto. Uma vez obtido o resultado deste, procede-se a uma nova convolução, que desta vez considera este resultado e o vetor relativo ao próximo termo. A regra geral é então começar uma nova convolução cada vez que precisar processar um novo termo do produto. Desta forma, cada nova convolução receberá o resultado da última convolução e o próximo vetor, relativo ao termo seguinte. Finalmente, esta operação será repetida um número de vezes tal que todos os termos do produto sejam considerados. Neste ponto, o procedimento é encerrado com o retorno do vetor que possui as probabilidades dos símbolos wavelets.

Mesmo que o emprego de uma MW de dimensão $m \times mg$ admita a existência de m modos de regime para a codificação, é possível encontrar uma expressão para a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets, que admita as particularidades de cada regime. Para isto, vamos voltar a expressão dada pela Equação (2.18), reescrita abaixo:

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \prod_{k=0}^{mg-1} [P(x_k = -1)z^{-a_k} + P(x_k = 1)z^{a_k}]. \quad (2.19)$$

Assim, denotando por α a probabilidade $P(x_k = 1)$, por $(1 - \alpha)$ a probabilidade $P(x_k = -1)$ e por I_1 o número de termos do produto em que o coeficiente da MW utilizado é igual a -1,

obtém-se

$$\begin{aligned}
\mathbb{G}_{y_n}(z) &= \prod_{k=0}^{mg-1} [\alpha z^{a_k} + (1-\alpha)z^{-a_k}] = \\
&= \prod_0^{I_1-1} [\alpha z^{a_k} + (1-\alpha)z^{-a_k}] \cdot \prod_{I_1}^{mg} [\alpha z^{a_k} + (1-\alpha)z^{-a_k}] = \\
&= [\alpha z^{-1} + (1-\alpha)z]^{I_1} \cdot [\alpha z + (1-\alpha)z^{-1}]^{mg-I_1} = \\
&= \sum_{i=0}^{I_1} \binom{I_1}{i} (\alpha z^{-1})^i [(1-\alpha)z]^{I_1-i} \cdot \sum_{j=0}^{mg-I_1} \binom{mg-I_1}{j} [(1-\alpha)z^{-1}]^j (\alpha z)^{mg-I_1-j}.
\end{aligned}$$

Reorganizando os termos, têm-se:

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \sum_{i=0}^{I_1} \sum_{j=0}^{mg-I_1} \binom{I_1}{i} \binom{mg-I_1}{j} \alpha^{mg-I_1-j+i} \cdot (1-\alpha)^{I_1-i+j} \cdot z^{mg-2(i+j)}. \quad (2.20)$$

Portanto, a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets pode ser expressa por:

$$\begin{aligned}
\Pr(y_n = mg - 2i + 2j) &= \binom{I_1}{i} \binom{mg-I_1}{j} \alpha^{mg-I_1-j+i} \cdot (1-\alpha)^{I_1-i+j}, \quad (2.21) \\
&0 \leq i \leq I_1, \\
&0 \leq j \leq mg - I_1.
\end{aligned}$$

que pode ser aplicada em qualquer modo de codificação, bastando para isto avaliar o valor de I_1 , característico deste modo.

Para o caso especial em que as v.a's $\{x_k\}$ são estatisticamente independentes e têm distribuição equiprovável, a análise em termos da aplicação da função geradora de momentos torna-se direta. Assim,

$$\begin{aligned}
\mathbb{G}_{y_n}(z) &= \mathbb{E} \left[z^{\sum_{k=0}^{mg-1} b_k x_k} \right] \\
&= \prod_{k=0}^{mg-1} \mathbb{E} \left[z^{b_k x_k} \right] \\
&= 0.5^{mg} (z + z^{-1})^{mg} \\
&= \sum_{k=0}^{mg-1} \binom{mg}{k} z^{2k-mg} 0.5^{mg}.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Logo, quando os bits da fonte têm distribuição equiprovável, a expressão para a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets é,

$$\Pr(y_n = 2k - mg) = \binom{mg}{k} 0.5^{mg}, \quad 0 \leq k \leq mg. \tag{2.23}$$

Para concluir esta seção, é importante lembrar que através do emprego de derivadas sobre a função geradora de momentos, é possível obter a média e variância da distribuição dos símbolos wavelets. No caso de uma fonte que gera bits i.i.d., a distribuição dos símbolos gerados pelo codificador possui média nula e variância igual a mg .

A próxima seção examina o problema da escolha de um esquema sub-ótimo para o mapeamento dos símbolos em sinais de constelações adequadas à transmissão.

2.5 BUSCA DE CONSTELAÇÕES DE SINAIS

O projeto de constelações de sinais robustas aos efeitos do desvanecimento, considera particularidades que muitas vezes estão relacionadas às próprias características do sistema de transmissão empregado (KERPEZ, 1993; SILVA; SOUSA, 1995; AQUINO; ASSIS, 1997; ASSIS; SOUSA, 1999; SILVA; ASSIS, 1999).

Esta constatação também ocorre em sistemas de comunicações baseados na codificação wavelet, cujo emprego de uma MW com dimensão $m \times mg$ poderá também trazer algumas dificuldades na escolha de um bom esquema de transmissão dos $mg + 1$ símbolos não-equiprováveis gerados pelo codificador.

O interesse na busca por um bom esquema de transmissão cresce também à medida que são utilizadas matrizes wavelets de maiores dimensões. Isto ocorre porque o emprego de MWs de grandes dimensões pode resultar na degradação de desempenho do sistema, devido a uma aglomeração dos $mg + 1$ pontos na constelação, necessários para mapear cada símbolo wavelet gerado³. Portanto, o desempenho dos sistemas baseados na codificação com MWs é bastante influenciado pela escolha da constelação de sinais utilizada no esquema de modulação adotado para transmissão.

Cabe lembrar que quando o ambiente de transmissão for caracterizado pelo desvanecimento plano, o emprego de MW de maiores dimensões, a exemplo da matriz 2×128 , leva a um aumento do ganho de diversidade, já que implica em um maior espalhamento da informação, conforme foi cuidadosamente analisado em (SILVEIRA, 2006).

Entretanto, como a codificação wavelet gera símbolos com probabilidades muito desiguais, o erro introduzido na supressão de determinados símbolos pode ser bastante pequeno. Assim, ao invés de buscar por um mapeamento símbolo a símbolo, pode-se propor esquemas em que grupos de símbolos estão associados a um *símbolo representativo*, sendo mapeado sobre um único sinal da constelação adotada para transmissão. Tal abordagem foi inicialmente proposta em (RESNIKOFF; WELLS-JR., 1998).

Seguindo esta idéia, em (SILVEIRA, 2006), foi apresentado um esquema que considera o agrupamento de símbolos gerados pela codificação com MW de dimensão 2×128 , o qual está indicado na Tabela 2.4. Seguindo um procedimento semelhante a este, neste trabalho é utilizado o mapeamento mostrado na Tabela 2.5, para uso na codificação baseada na MW de dimensão 4×16 .

Apesar das modulações QAM e APK serem de grande interesse no contexto de sistemas de comunicações sem fio, os sistemas avaliados neste trabalho empregam apenas constelações PSK. Estas também constituem uma boa alternativa no contexto da transmissão em canais com desvanecimento plano.

³A dependência observada neste caso, entre o aumento da cardinalidade do alfabeto de símbolos wavelets e a aglomeração dos sinais na constelação, pressupõe o uso de MW planas de coeficientes reais e de constelações de sinais bidimensionais.

Tabela 2.4. Quantização para MCW 2×128 .

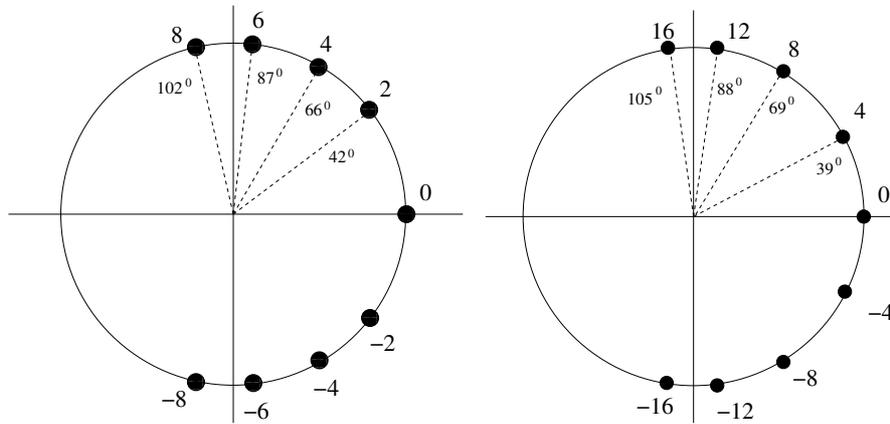
Agrupamento de Símbolos	Símbolo Representativo
{0}	0
{2,4,6}	4
{-2,-4,-6}	-4
{8,10,12}	10
{-8,-10,-12}	-10
{14,16,18}	16
{-14,-16,-18}	-16
{20,22,24}	22
{-20,-22,-24}	-22
{26,28,30,...,128}	28
{-26,-28,-30,...,-128}	-28

Tabela 2.5. Quantização para MCW 4×16 .

Agrupamento de Símbolos	Símbolo Representativo
{0}	0
{2,4}	4
{-2,-4}	-4
{6,8}	8
{-6,-8}	-8
{10,12}	12
{-10,-12}	-12
{14,16}	16
{-14,-16}	-16

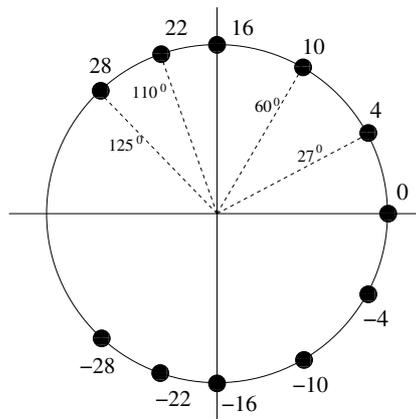
De certa forma, o projeto de constelações de sinais pode ser visto como um problema típico de otimização, em que se busca minimizar a probabilidade de erro de bit de um sistema, avaliando-se a constelação utilizada na modulação. Neste trabalho, essas constelações foram projetadas por meio de um algoritmo genético guiado por algumas ferramentas analíticas apresentadas em (SILVEIRA, 2006; JUNIOR, 2007a; SILVEIRA, 2007), com a restrição de possuírem energia média unitária.

A Figura 2.3 exhibe as constelações PSK obtidas. Nestas constelações, sinais são mapeados diretamente sobre os valores associados aos símbolos wavelets.



(a) Constelação PSK utilizada no mapeamento de símbolos wavelets gerados a partir de uma MW de dimensão 2×8 .

(b) Constelação PSK utilizada no mapeamento de símbolos wavelets gerados a partir de uma MW de dimensão 4×16 .



(c) Constelação PSK utilizada no mapeamento de símbolos wavelets gerados a partir de uma MW de dimensão 2×128 .

Figura 2.3. Constelações PSK utilizadas nos sistemas com codificação wavelet que utilizam MWs de dimensões 2×8 , 4×16 e 2×128 , respectivamente.

2.6 DECODIFICAÇÃO WAVELET

Na recepção, a seqüência de bits de informação $\{x_n\}$ pode ser recuperada a partir da seqüência recebida através da utilização de um banco de m correlatores, cada um com comprimento igual a mg , casados com as m linhas da MW. Assim, na ausência de erros, a saída do correlator z^j , $j \in \{0, 1, \dots, m-1\}$, casado à linha \mathbf{a}^j no tempo $i = m(g+p) - 1$ é dado por

$$\begin{aligned} z_i^j &= \sum_{k=0}^{mg-1} a_{(mg-1)-k}^j y_{i-k} \\ &= \sum_{k=0}^{mg-1} \sum_{j'=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_k^j \left(a_{k-lm}^{j'} x_{j'+lm+i-(mg-1)} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Através da Equação (2.3), pode ser verificado que todos os termos do lado direito da Equação (2.24) se anulam, exceto aquele onde $j' = j$. Logo,

$$z_i^j = x_{j+i-(mg-1)} \sum_{k=0}^{mg-1} a_k^j a_k^j = mg x_{j+i-(mg-1)}, \quad (2.25)$$

sendo que z_i^j pode ser utilizado para decidir sobre o bit $x_{j+i-(mg-1)}$ através da comparação com um limiar ajustado a zero, ou seja, o bit será -1 se $z_i = -mg$, ou, $+1$ se $z_i = +mg$. A simplicidade do processo de decodificação por correlação é uma das principais vantagens da técnica de codificação baseada em wavelets.

2.7 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas as características da codificação wavelet. As principais propriedades desta são resumidas a seguir:

1. Os vetores representados pelas linhas de uma matriz wavelet são estritamente ortogonais.
2. O mecanismo empregado para a codificação leva a obtenção de 1 símbolo wavelet por bit de informação, ou seja, a razão de codificação é unitária.

3. A decodificação dos símbolos wavelets é conseguida através do uso de um banco de correlatores.

No próximo capítulo, serão apresentados os resultados analíticos e de simulação para o desempenho de sistemas de comunicações baseados na codificação wavelet, sobre canais de comunicação com ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN), e desvanecimento, obtidos através do emprego de uma técnica de demodulação por decisão suave.

ELEMENTOS DE RECEPÇÃO ITERATIVA

A busca pelo desenvolvimento do receptor iterativo começa neste capítulo, no qual é proposta e avaliada uma nova regra de decisão suave a ser empregada na demodulação de sinais PSK¹.

3.1 INTRODUÇÃO

Em trabalhos anteriores (Q. SILVEIRA, 2001; SILVEIRA, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS, 2002; SILVEIRA, 2006), os sistemas de comunicações com codificação wavelet e demodulação por regra MAP (sigla inglesa para *Maximum a Posteriori Probability*), obtiveram bons resultados de desempenho sobre canais com desvanecimento Rayleigh plano.

Apesar disto e da baixa complexidade computacional presente em tais esquemas de decisão, é bem conhecido o fato de que a demodulação por decisão abrupta leva à perda de desempenho, pois uma parcela de informações suaves obtidas na saída do canal não chega a ser utilizada pelo decodificador, devido à baixa sensibilidade inerente da regra utilizada na decisão abrupta (LEE, 1976; RAHNEMA; ANTIA, 1997; DUMER; SHABUNOV, 2006).

Portanto, a derivação de uma regra de decisão suave pode levar a ganhos de desempenho sobre as abordagens avaliadas em trabalhos anteriores. Apesar dessa expectativa, o desenvolvimento de um método de decisão suave para codificação com MWs ainda não tinha sido considerado.

Isto pode ter ocorrido porque a derivação de um procedimento ótimo, no sentido da minimização da probabilidade de erro de bit, não é uma tarefa fácil. Um método também ótimo, mas cuja análise pode ter menor complexidade, consiste na minimização do erro quadrático

¹PSK, sigla inglesa para *Phase Shift Keying*.

médio entre o símbolo wavelet transmitido e o estimado. Tal abordagem será empregada neste trabalho, na tentativa de prover melhores resultados de desempenho por parte dos sistemas com codificação wavelet sobre o canal com desvanecimento plano.

Neste sentido, cabe ressaltar que a adoção de tal estratégia de demodulação implicará em uma análise também não vista em trabalhos anteriores (TZANNES; TZANNES., 1992; Q. SILVEIRA, 2001; SILVEIRA, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS, 2002; SILVEIRA, 2006). Assim, enquanto que naqueles sistemas o decodificador wavelet recebia em sua entrada as estimativas discretas de símbolos wavelets, a adoção de uma nova regra de decisão pelo demodulador implicará em analisar os impactos de entradas suaves no mecanismo de decodificação wavelet mostrado na Seção 2.6, que será feito também neste capítulo. Como resultado destas avaliações, é apresentado uma das contribuições mais significativas deste trabalho: a concepção de um decodificador wavelet SISO, cujo emprego será fundamental na proposta do esquema de decodificação iterativa.

O restante deste capítulo está organizado como segue. A seção 3.2 apresenta o modelo do sistema de comunicações considerado. Na Seção 3.3, é derivada uma regra de decisão suave a ser utilizada pelo demodulador. A Seção 3.4 é dedicada a apresentar os detalhes que levaram à concepção do decodificador wavelet SISO. Finalmente, na Seção 3.6 são discutidas as principais conclusões obtidas a partir das análises desenvolvidas neste capítulo.

3.2 MODELO DO SISTEMA DE COMUNICAÇÕES

O modelo do sistema de comunicações inicialmente considerado nesta tese está ilustrado na Figura 3.1, onde bits de informação estatisticamente independentes e equiprováveis, $\{x_n\}$, são codificados em símbolos wavelets não-equiprováveis e correlacionados, $\{y_n\}$, utilizando para isto uma matriz wavelet de dimensão $m \times mg$.

A seqüência de símbolos wavelet é embaralhada no bloco entrelaçador. Este dispositivo consiste de uma matriz com I_d colunas, que denota a profundidade de entrelaçamento² e L

²Em particular, um bloco entrelaçador com profundidade igual a mg é suficiente para assegurar um bom ganho de desempenho, semelhante àqueles obtidos utilizando um entrelaçador ideal, conforme mostrado em (Q. SILVEIRA; ASSIS; PINTO, 2003).

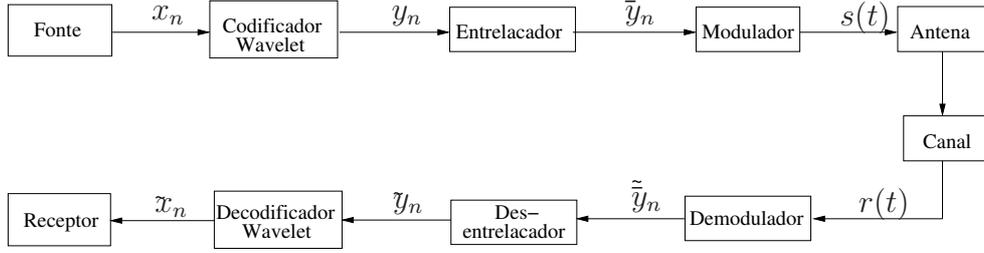


Figura 3.1. Modelo do sistema de comunicações com codificação wavelet.

linhas, em que $L \cdot I_d$ denota o comprimento da seqüência de símbolos wavelets embaralhada. Assim, o embaralhamento é obtido escrevendo estes ao longo das linhas de uma matriz e lendo os símbolos segundo as colunas.

Após o entrelaçamento, os símbolos \bar{y}_n são mapeados por sinais PSK os quais possuem energia média igual a 1, e transmitidos por uma única antena sobre um canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh plano. É assumido um canal plano e essencialmente constante durante um intervalo de sinalização, apesar de ser variante no tempo.

O sinal em banda básica equivalente, $r(t)$, recebido durante o n -ésimo intervalo de sinalização, pode ser escrito como $r(t) = \alpha_n s(t) + w(t)$, $nT_s \leq t \leq (n+1)T_s$, sendo α_n a amostra do desvanecimento plano, $s(t)$ é o sinal complexo transmitido, $w(t)$ é o valor complexo associado ao ruído aditivo Gaussiano branco, e T_s é o intervalo de sinalização.

A entrada no dispositivo de decisão é a saída do filtro casado, sendo relacionada pela v.a. complexa r_n ,

$$r_n = \alpha_n s_n + w_n, \quad (3.1)$$

sendo que α_n representa os valores amostrais do desvanecimento plano, $s_n \in \mathcal{S} \subset \mathbb{C}$ é o sinal complexo transmitido a partir de uma constelação de sinais PSK, \mathcal{S} , e w_n o ruído branco complexo gaussiano. As partes real e imaginária do ruído complexo w_n são variáveis aleatórias Gaussianas estatisticamente independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média igual a zero e variância $N_0/2$. Assumindo perfeito entrelaçamento, as amostras de desvanecimento α_n são modeladas como variáveis complexas aleatórias Gaussianas independentes cujas partes real e imaginária possuem variância igual a 0,5. Também admite-se que o canal seja perfeitamente

estimado no receptor.

3.3 DEMODULADOR COM REGRA DE DECISÃO SUAVE

Um procedimento ótimo de demodulação pode ser obtido em termos da minimização do erro quadrático médio entre a estimativa do símbolo wavelet transmitido e o recebido (BALAKRISHNAN; VISWANATHAN; JOHNSON-JR, 2000).

Assim, o mecanismo envolvido na derivação de tal procedimento considera a busca pelo estimador \mathcal{G}

$$\begin{aligned}\mathcal{G} : \mathbb{C} &\rightarrow \mathbb{R} \\ r &\mapsto y,\end{aligned}\tag{3.2}$$

de forma que minimize a perda de informação envolvida no processo de demodulação.

Admita que \mathbf{R} e \mathbf{Y} sejam, respectivamente, a v.a. complexa correspondendo a saída do filtro casado, r_n , e a v.a. real contínua correspondendo a entrada do decodificador wavelet após o desentrelaçamento, \tilde{y}_n . Então, o erro quadrático médio a ser minimizado é definido por

$$J = \mathbb{E} |\mathbf{Y} - \mathcal{G}(\mathbf{R})|^2,\tag{3.3}$$

sendo $\mathbb{E}(\cdot)$ o operador valor esperado e $\mathcal{G}(\cdot)$ o estimador pelo qual estamos buscando.

É bem conhecido que a solução ótima para um estimador baseado no mínimo erro quadrático médio de uma v.a. \mathbf{Y} em termos das medidas dos valores de outra v.a. \mathbf{R} é dado por [pp.313] (VINIOTIS, 1998):

$$\tilde{y}^o = \mathcal{G}(r) = \mathbb{E}(\mathbf{Y} | \mathbf{R} = r).\tag{3.4}$$

Uma análise sobre a Equação (3.4) fornece:

$$\tilde{y}^o = \sum_{i=0}^{mg} y_i P(\mathbf{Y}_i = y_i | \mathbf{r}),\tag{3.5}$$

sendo m e g , respectivamente, o posto e o gênero da matriz wavelet.

Aplicando a regra de Bayes em (3.5), obtém-se

$$P(\mathbf{Y}_i = y_i | r) = \frac{P(\mathbf{Y}_i = y_i) f_{\mathbf{R}}(r | \mathbf{Y}_i = y_i)}{f_{\mathbf{R}}(r)}, \quad (3.6)$$

sendo $P(\mathbf{Y}_i = y_i)$ a probabilidade *a priori* do símbolo wavelet, $f_{\mathbf{R}}(r | \mathbf{Y}_i = y_i)$ e $f_{\mathbf{R}}(r)$ são, respectivamente, a densidade de probabilidade *a posteriori* e a densidade de probabilidade *a priori* de \mathbf{R} .

Cabe notar que se $r = s_i, i = 1, \dots, |\mathcal{S}|$, foi o sinal transmitido da constelação de sinais adotada, então $\mathcal{G}(s_i)$ mapeia exatamente y_i , o símbolo wavelet tal que “produz” s_i como a correspondente saída do modulador. Portanto, pode-se escrever

$$f_{\mathbf{R}}(r | \mathbf{Y} = y_i) = f_{\mathbf{R}}(r | s_i) \quad i = 1, \dots, |\mathcal{S}|. \quad (3.7)$$

Substituindo (3.7) na Equação (3.6), e este resultado na Equação 3.5, obtém-se

$$\tilde{y}_n^o = \sum_{i=0}^{mg} y_i \frac{P(y_i) f_{\mathbf{R}}(r | s_i)}{f_{\mathbf{R}}(r)}. \quad (3.8)$$

Finalmente observe que a densidade de probabilidade *a priori* no denominador pode ser expressa como

$$f_{\mathbf{R}}(r) = \sum_{j=0}^{mg} P(y_j) f_{\mathbf{R}}(r | s_j).$$

Substituindo isto em (3.8), obtém-se:

$$\mathcal{G}(r) = \tilde{y}_n^o = \sum_{i=0}^{mg} y_i \frac{P(y_i) f_{\mathbf{R}}(r | s_i)}{\sum_{j=0}^{mg} P(y_j) f_{\mathbf{R}}(r | s_j)}. \quad (3.9)$$

Observe que $\mathcal{G}(\cdot)$ tem a forma de uma interpolação onde os símbolos wavelets são convenientemente ponderados pelas suas respectivas probabilidades (JUNIOR, 2006).

Finalmente, cabe fazer duas observações: (a) na análise feita acima, admitiu-se que os símbolos wavelets não são quantizados. Contudo, em tal situação, pode-se modificar a expressão dada pela Equação (3.8) de maneira a considerar a quantidade exata de símbolos wavelets escolhidos para transmissão, e (b) em canais com desvanecimento, as densidades envolvidas são da forma $f_{\mathbf{R}}(r | s_i, \alpha_i)$. Neste caso, estas são avaliadas com base em $\| r - \alpha_i s_i \|^2$.

3.4 DECODIFICADOR WAVELET COM ENTRADA E SAÍDA SUAVES

Uma vez apresentado o método proposto para a demodulação com saída suave, é importante analisar os impactos das entradas suaves sobre o decodificador wavelet proposto em (TZANNES; TZANNES., 1992), apresentado na Seção 2.6. Como resultado desta análise, esta seção apresenta uma proposta para o decodificador wavelet do tipo SISO, sendo este uma das contribuições deste trabalho.

Com o receptor sendo formado por estes novos dispositivos, esta seção também apresenta algumas avaliações de desempenho com dois sistemas baseados na codificação wavelet. Cabe lembrar que tanto o emprego da regra de demodulação suave, quanto o uso do decodificador wavelet SISO, levaram à desempenhos não observados em trabalhos anteriores (TZANNES; TZANNES., 1992; Q. SILVEIRA, 2001; SILVEIRA, 2002; Q. SILVEIRA; ASSIS, 2002; SILVEIRA, 2006), conforme será mostrado adiante.

3.4.1 Decodificador Wavelet com Entrada Suave

Apesar deste trabalho utilizar MWs planas de coeficientes inteiros, e de não se conhecer na literatura abordagens em que esta técnica de codificação utilize matrizes com coeficientes complexos, é importante observar que o algoritmo para a decodificação de símbolos wavelets, proposto em (TZANNES; TZANNES., 1992), também pode ser empregado nesta outra abordagem à codificação.

O principal fundamento para esta argumentação é a ortogonalidade entre os vetores linha da matriz wavelet: estas são mutuamente ortogonais para deslocamentos de comprimento mr , sendo $0 \leq r \leq g - 1$. Além disso, cada linha é ortogonal a uma cópia de si mesma deslocada circularmente de mr , sendo $0 < r \leq g - 1$.

Sendo a ortogonalidade uma propriedade existente entre os vetores linha de uma MW, o fornecimento de entradas suaves, ou discretas, não altera esta condição. Conseqüentemente, ainda é possível utilizar um banco de correlatores casados às linhas da MW de forma a recuperar

os bits de informação, conforme mostrado na Figura 3.2. Por outro lado, o fornecimento de estimativas suaves colocadas na entrada do decodificador wavelet não implicará em aumentos da complexidade de decodificação³.

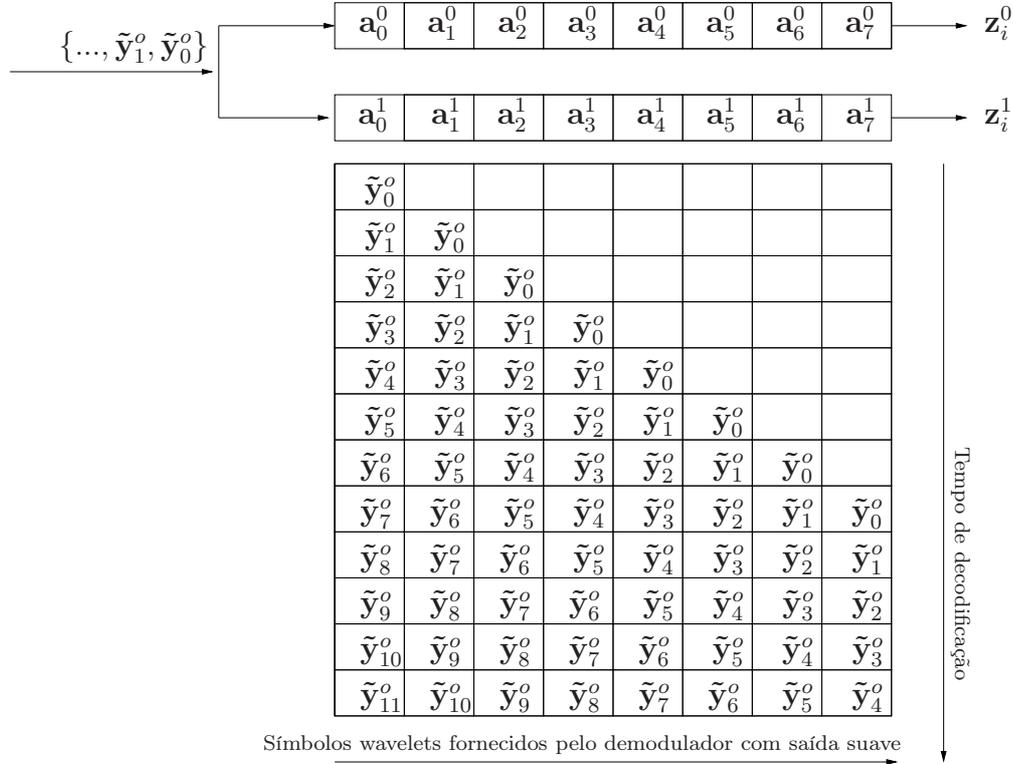


Figura 3.2. Funcionamento do algoritmo de decodificação wavelet para o caso de uso de uma MW de dimensão 2×8 .

É possível, então, conceber um decodificador wavelet de entrada suave e saída discreta, observando-se que as estimativas discretas para os bits de informação podem ser obtidas da mesma maneira que anteriormente, isto é, mediante uma comparação entre a saída do correlator com o mesmo limiar de decisão (JUNIOR, 2007b, 2007a).

3.4.1.1 Aplicação

Esta seção apresenta os resultados de avaliações de desempenho de dois sistemas de comunicações baseados na codificação wavelet, com demodulação suave, os quais empregam as MWs 2×8 e 2×128 , sobre diferentes ambientes de transmissão. As constelações de sinais

³Neste caso, é admitido que a complexidade está sendo avaliada através do número de operações, que é conservada em ambas as abordagens.

utilizadas no mapeamento dos símbolos wavelets estão ilustradas nas Figuras 2.3(a) e 2.3(c), respectivamente.

Na obtenção das estimativas da taxa de erro de bit (TEB), uma quantidade mínima de 100 erros é considerada para cada valor de relação sinal-ruído (RSR) avaliado. É também admitido que o receptor tem conhecimento perfeito do estado do canal.

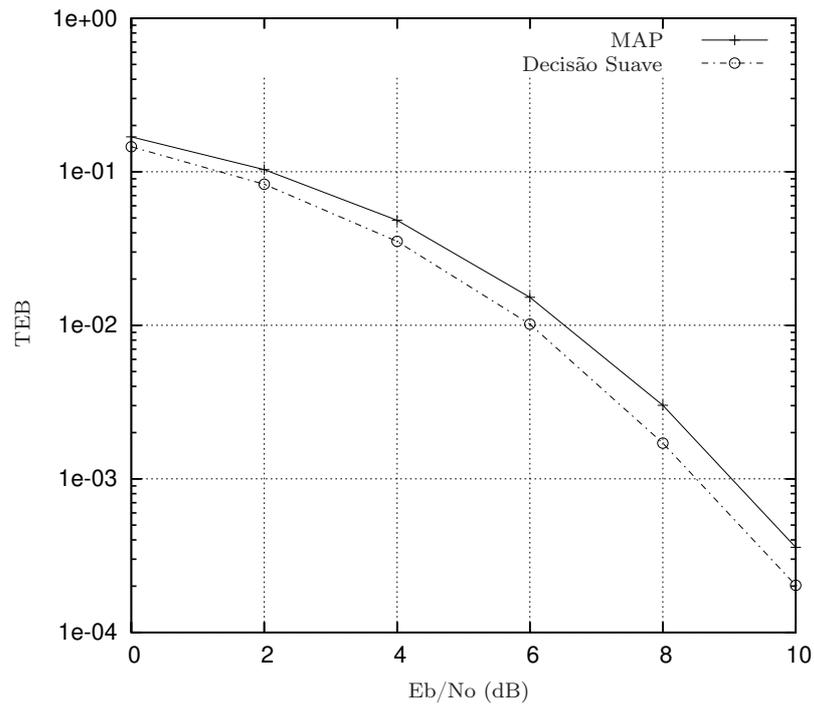
A Figura 3.3 ilustra os resultados de desempenho obtidos por estes sistemas sobre o canal AWGN. Para facilitar uma avaliação entre as diferentes abordagens de demodulação, esta figura também apresenta os resultados obtidos com o demodulador com decisão abrupta usando o critério MAP. A partir desta, observa-se que o emprego da regra de decisão suave leva a um ganho de desempenho na comparação com o obtido pela regra de decisão convencional.

Também foram realizadas simulações computacionais sobre um canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh. A Figura 3.4 ilustra os resultados obtidos. Esta figura também apresenta os resultados de desempenho obtidos com o uso do critério MAP, neste mesmo ambiente de transmissão.

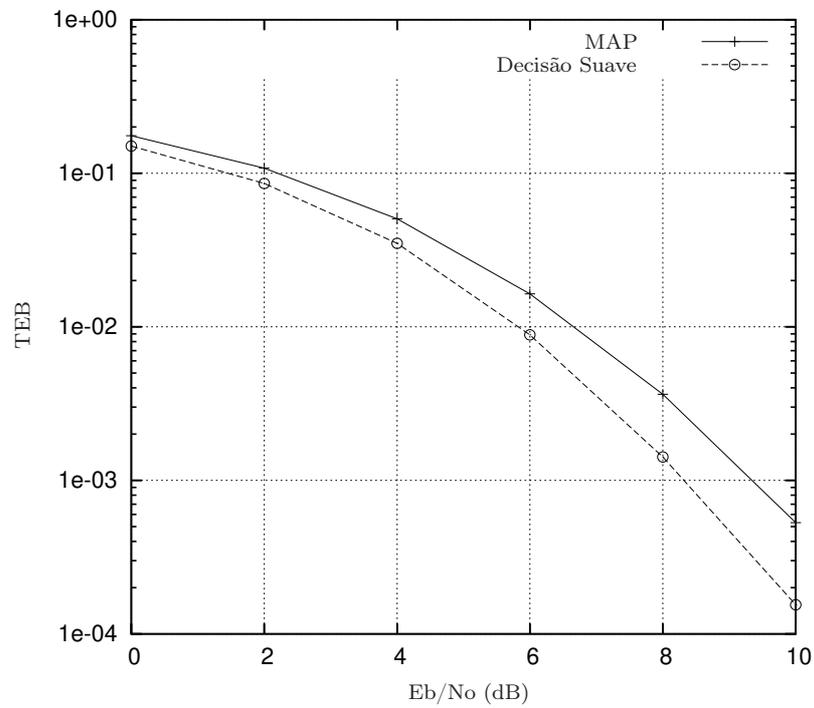
A partir da Figura 3.4(a) pode ser observado um ganho na ordem de 3 dB em E_b/N_0 , para valores de TEB abaixo de 10^{-3} , quando comparado ao uso da regra MAP. O desempenho da demodulação por decisão suave de sinais PSK mapeados a partir de símbolos wavelets gerados por uma MW de dimensão 2×128 levou a um ganho na ordem de 3 dB em E_b/N_0 , para valores de TEB abaixo 10^{-7} . Como esperado, o aumento das dimensões da matriz wavelet leva à melhores desempenhos em canais com desvanecimento, devido ao ganho de diversidade temporal obtido com o maior espalhamento da informação.

Portanto, os resultados mostram que o emprego da regra de decisão suave proposta, permite obter ganhos de desempenho quando comparados com os obtidos via emprego da regra MAP, tanto para canais AWGN, quanto para canais com desvanecimento Rayleigh (JUNIOR, 2006).

Cabe notar que a obtenção de estimativas para o n -ésimo bit transmitido, \tilde{x}_n , envolve um processo de comparação da saída do j -ésimo correlator z_n^j com o limiar ajustado a zero, conforme descrito na Seção 2.6. Contudo, na próxima seção este procedimento de “quantização”

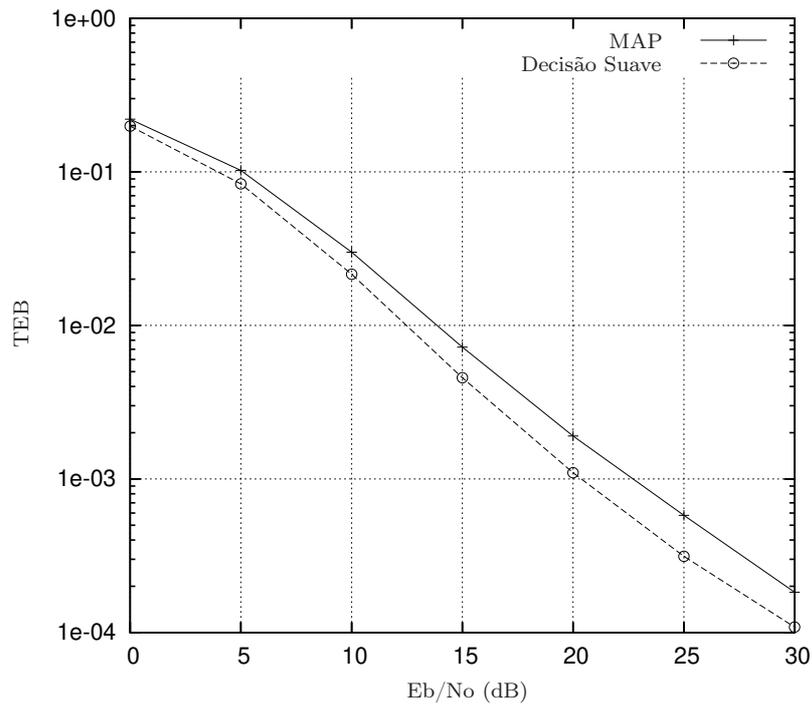


(a) MW 2×8 .

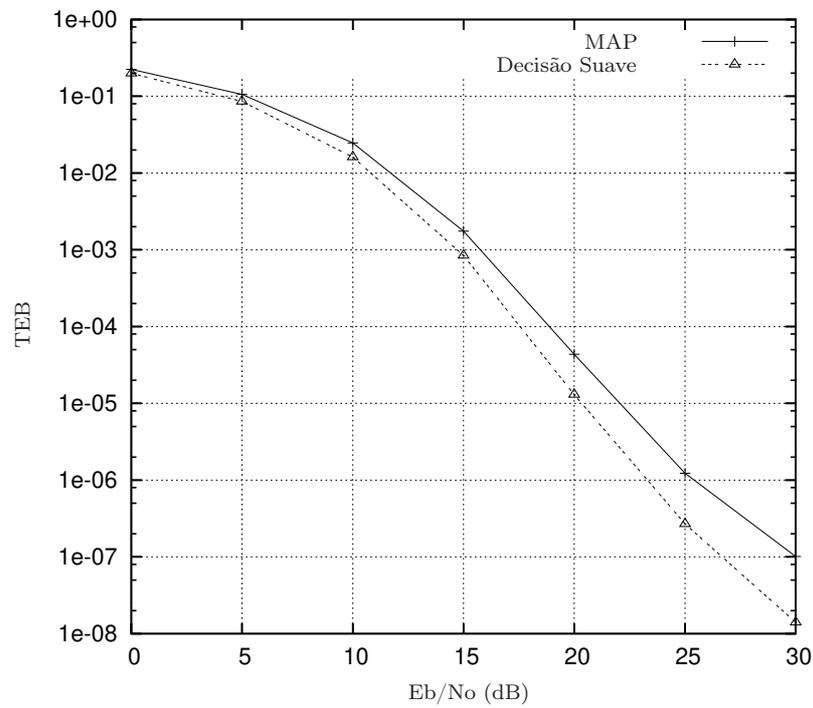


(b) MW 2×128 .

Figura 3.3. Desempenho da regra de decisão suave na demodulação de sinais PSK sobre canal AWGN.



(a) MW 2×8 .



(b) MW 2×128 .

Figura 3.4. Desempenho da regra de decisão suave na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh.

será abandonado com o intuito de obter saídas suaves do decodificador wavelet.

3.4.2 Decodificador Wavelet com Saída Suave

A n -ésima saída do demodulador, mostrada na Figura 3.1, pode ser escrita como a estimativa \tilde{y}_n , dada por

$$\tilde{y}_n = y_n + e_n, \quad (3.10)$$

sendo e_n uma v.a. contínua que modela toda a distorção introduzida pelo canal, sendo percebida pelo sistema durante a etapa de demodulação.

Por outro lado, o mecanismo de decodificação mostrado na Figura 3.2 expõe o fato de que é necessário considerar um vetor com mg diferentes estimativas, para que um único bit seja decodificado pelo correlator z_i^j , o qual é casado à linha a^j , no tempo $i = pm + mg - 1$, com $p \in \mathbb{N}$.

Diante disso, é possível escrever a saída deste correlator como apresentado em (SILVEIRA, 2006), ou seja

$$z_i^j = \sum_{k=0}^{mg-1} a_{(mg-1)-k}^j \tilde{y}_{i-k}. \quad (3.11)$$

Logo, se as respectivas saídas do banco de m correlatores não forem mais submetidas a quantização, serão obtidas saídas suaves deste decodificador wavelet, agora do tipo SIS0.

3.4.2.1 Expressão para a Probabilidade de Erro de Bit

A avaliação de uma expressão para a probabilidade de erro de bit (PEB), para o modelo do sistema mostrado na Figura 3.1, será feita nesta seção.

Na recepção deste sistema, a estimativa para o bit transmitido considera $\tilde{x}_{j+i-(mg-1)} = -1$ se $z_i^j < 0$, ou $\tilde{x}_{j+i-(mg-1)} = 1$ se $z_i^j > 0$. Desta forma, é possível avaliar a probabilidade de erro

de bit do sistema com codificação wavelet por

$$\begin{aligned}
P_e &= P_e^{z^j} \\
&= \Pr(z_i^j > 0 \mid x_{j+i-(mg-1)} = -1) \cdot \Pr(x_{j+i-(mg-1)} = -1) \\
&+ \Pr(z_i^j < 0 \mid x_{j+i-(mg-1)} = +1) \cdot \Pr(x_{j+i-(mg-1)} = +1),
\end{aligned} \tag{3.12}$$

em que $P_e^{z^j}$ representa a probabilidade de erro de bit associada ao correlator z^j . A primeira igualdade segue do fato de que todos os m correlatores z^j decodificam a informação com a mesma probabilidade de erro. Sem perda de generalidade, a análise da probabilidade de erro de bit do sistema com codificação wavelet será desenvolvida tomando-se como referência o correlator wavelet z^0 . Além disso, com o objetivo de simplificar a notação, define-se $z_i := z_i^0$ a partir deste ponto.

Levando em conta que os bits de informação são equiprováveis, que o entrelaçamento é assumido ser ideal e considerando também que a distribuição do ruído do canal é simétrica, pode ser verificado que

$$\Pr(z_i > 0 \mid x_{i-(mg-1)} = -1) = \Pr(z_i < 0 \mid x_{i-(mg-1)} = +1)$$

Portanto,

$$P_e = \Pr(z_i > 0 \mid x_{i-(mg-1)} = -1). \tag{3.13}$$

A partir do conhecimento da f.d.p. *a posteriori* da v.a. \mathbf{Z} , relacionada a saída do banco de correlatores, pode-se escrever

$$P_e = \int_0^\infty f_{\mathbf{Z}}(z \mid x = -1) dz, \tag{3.14}$$

isto é, o erro é originado pela escolha da hipótese que decide pelo bit +1, dado que foi transmitido o bit -1.

Admitindo que as f.d.p. *a posteriori* da v.a. \mathbf{Z} seguem distribuições Gaussianas, de médias simétricas, e mesma variância, temos⁴:

$$f_{\mathbf{Z}}(z | x = -1) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2).$$

Portanto, é imediato obter a expressão da PEB em termos da função Q (PROAKIS, 1989)

$$P_e = Q\left(\frac{\mu}{\sigma}\right), \quad (3.15)$$

podendo também ser expressa através da função erro complementar (HAYKIN, 1992), $erfc(\cdot)$,

$$P_e = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{\mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right). \quad (3.16)$$

Assim, a partir da estimação da média e variância condicionais dos dados de saída do decodificador wavelet SISO, é possível estimar o desempenho do sistema com codificação wavelet e demodulação por decisão suave, através da expressão semi-analítica mostrada na Equação (3.16).

A próxima seção é dedicada a apresentar uma comparação dos resultados de desempenho obtidos através do emprego da Equação (3.16) e do método de Monte Carlo.

3.4.2.2 Aplicação

Esta seção apresenta os resultados de desempenho obtidos a partir de simulações computacionais de dois sistemas de comunicações com codificação wavelet e recepção baseada na emprego do demodulador de saída suave e decodificador wavelet SISO, considerando-se duas abordagens: (a) Método de Monte Carlo, no qual as saídas suaves do decodificador wavelet SISO são discretizadas, utilizando-se o procedimento de comparação com o limiar apresentado na seção 2.6; e (b) as saídas suaves do decodificador wavelet SISO são utilizadas para estimar as médias e variâncias condicionais, de forma a avaliar a PEB, via emprego das Equação (3.16).

⁴A escolha pelo modelo de distribuição normal facilita a análise. No Apêndice A, são apresentados alguns resultados obtidos a partir da aplicação de uma ferramenta de ajuste de distribuição.

O primeiro sistema analisado utiliza um codificador wavelet que emprega uma MW com dimensão 2×8 . Um segundo sistema com codificação wavelet empregando uma MW de dimensão 2×128 foi também avaliado.

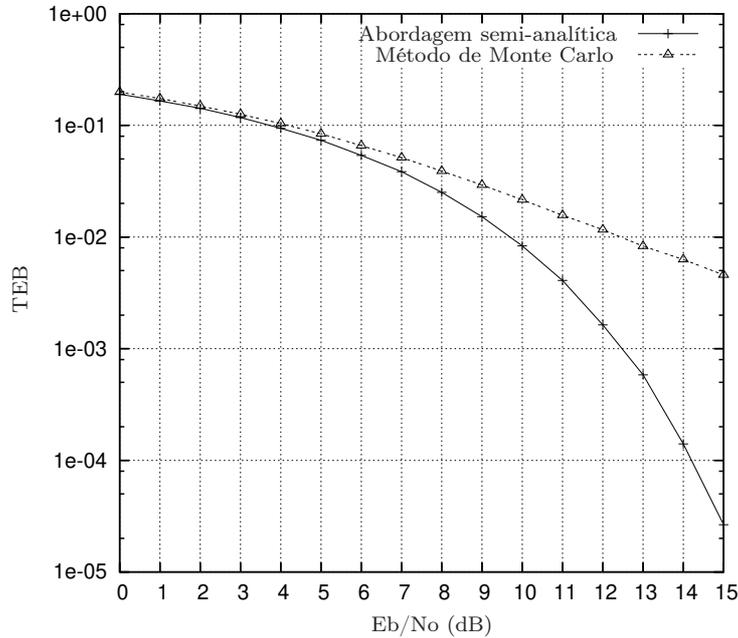


Figura 3.5. Curvas obtidas pela análise desenvolvida e segundo o método de Monte Carlo, relativas ao desempenho de um sistema com codificação wavelet baseada na MW 2×8 , sujeito ao canal com desvanecimento Rayleigh plano.

Para a faixa de RSR avaliada, os valores de média e variância condicionais foram estimados, utilizando-se os dados obtidos via simulação de cada sistema. As Figura 3.5 e 3.6 apresentam os resultados de desempenho obtidos. Conforme pode ser observado a partir da Figura 3.5, existe uma boa concordância entre as curvas até uma RSR próxima a 5 dB. Isto indica que, a partir deste valor de RSR, a distribuição dos dados de saída do decodificador wavelet deve se afastar da Normal.

Por outro lado, como pode ser observado a partir da Figura 3.6, existe uma boa concordância entre as curvas obtidas com emprego da MW de dimensão 2×128 , na faixa de RSR avaliada. Isto deve acontecer porque para esta faixa de RSR a distribuição dos dados é bem ajustada por uma Normal. Este resultado já era esperado e segue diretamente da aplicação do Teorema do Limite Central (PAPOULIS; S.U.PILLAI, 2002).

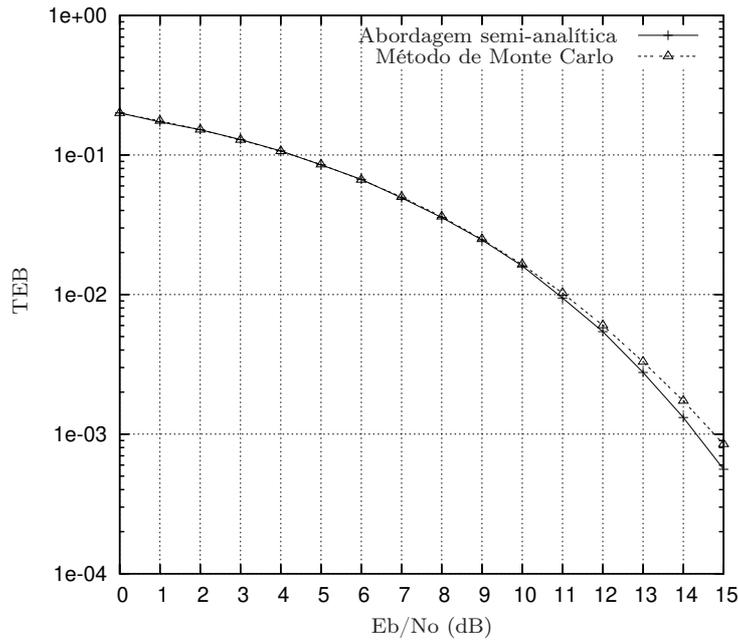


Figura 3.6. Curvas obtidas pela análise desenvolvida e segundo o método de Monte Carlo, relativas ao desempenho de um sistema com codificação wavelet baseada em $MW 2 \times 128$, sujeito ao canal com desvanecimento Rayleigh plano.

3.4.3 Saída do Decodificador Wavelet na Forma da Razão de Log-verossimilhança

O problema básico presente na recepção de qualquer sistema de comunicações é inferir, a partir da observação, qual foi a mensagem enviada sobre este (PROAKIS, 1989; HAYKIN, 1992; BENEDETTO; BIGLIERI, 1999).

Neste sentido, a inferência estatística fornece um tratamento adequado em termos de probabilidade condicional, avaliando-se medidas de dependências condicionais observadas entre as variáveis presentes no domínio do problema.

Apesar da inferência estatística ser utilizada em uma classe ampla de problemas, desde esquemas de recepção à aplicações no auxílio ao diagnóstico médico, utilizando a abordagem baseada na propagação de probabilidades em redes bayesianas (MCELIECE, 1997; JUNIOR, 2003, 2004a, 2004b), as suas bases foram estabelecidas ainda no século XVIII, por *Sir* Thomas Bayes, ao fornecer um procedimento direto de obtenção de estimativas de probabilidade condicional, mediante o conhecimento da informação *a priori* disponível, da evidência e da *verossimilhança*: o Teorema de Bayes (COVER; THOMAS, 1991).

Este Teorema combina informações probabilísticas diferentes. Assim, apesar da verossimilhança indicar, na forma quantitativa, uma medida de probabilidade, esta é empregada num contexto mais qualitativo, indicando o grau de certeza, ou confiança, que se tem de uma hipótese estar correta (VINIOTIS, 1998; MARTINS, 2004).

Seguindo estes princípios, pode-se também derivar uma métrica que avalie o grau de confiança sobre cada saída suave gerada pelo decodificador wavelet. Com efeito, esta seção é dedicada a avaliar tal métrica, que será obtida ao se empregar um logaritmo sobre a razão de densidades de probabilidades *a posteriori*.

Assumindo que a f.d.p. *a posteriori* da v.a. que representa a saída do banco de correlatores segue uma distribuição normal, pode-se escrever

$$f_{\mathbf{z}}(z \mid x = \pm 1) \sim \mathcal{N}(\pm\mu, \sigma^2).$$

Então,

$$f(z_k \mid x_k = -1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} (z_k + \mu)^2 \right\}, \quad (3.17)$$

e,

$$f(z_k \mid x_k = +1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} (z_k - \mu)^2 \right\}. \quad (3.18)$$

Diante disso, dividindo-se (3.17) por (3.18) e tomando-se o logaritmo neperiano desta razão, chegamos a razão de log-verossimilhança, $L(z_k)$, que relaciona a medida de confiança na decisão sobre a saída corrente do decodificador wavelet SISO, z_k ,

$$L(z_k) = \frac{-2 \cdot \mu}{\sigma^2} \cdot z_k. \quad (3.19)$$

Observe que decisões abruptas ainda podem ser feitas através do emprego da Equação (3.19), por meio da observação do sinal de $L(z_k)$. Assim, se $L(z_k) > 0$, então $z_k = -1$, caso contrário,

$z_k = +1$. Já o valor numérico de $|L(z_k)|$ representa o nível de certeza propriamente dito sobre esta decisão (JUNIOR, 2007c).

Cabe ainda lembrar que, no contexto dos receptores que adotam o princípio Turbo, as saídas suaves obtidas na forma de uma razão de log-verossimilhança são denominadas de *informações suaves* (VUCETIC; YUAN, 2000; JUNIOR, 2007c).

A próxima seção estabelece um método recursivo para o cálculo das estimativas destes parâmetros.

3.4.3.1 Estimação Recursiva dos Parâmetros Média e Variância

Uma possível dificuldade na avaliação da métrica $L(z_k)$ é a incerteza que pesa sobre o conhecimento dos parâmetros média, μ , e variância, σ^2 , condicionais da distribuição.

Cabe lembrar que uma dificuldade semelhante foi experimentada na seção 3.4.2.2, quando os resultados de desempenho do sistema com codificação wavelet estavam sendo investigados por meio da Equação (3.16), que é a expressão para a PEB obtida para este tipo de sistema de comunicações.

Desta forma, o próximo passo será a obtenção de um método bastante simples (média móvel), porém capaz de prover estimativas sobre os parâmetros condicionais $(\pm\mu, \sigma^2)$, relativos à distribuição dos dados de saída do decodificador wavelet SISO.

A obtenção destes parâmetros considera que o modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO é normal. Desta forma, pode-se expressar cada f.d.p. segundo as Equações (3.17) e (3.18). Isto também é útil no sentido de que, sendo as densidades *a posteriori* simétricas com relação à média, o método de estimação considera valores absolutos para as amostras obtidas.

Neste sentido, esta seção é dedicada a desenvolver um procedimento que permita obter estimativas destes parâmetros com boa precisão. A abordagem escolhida aqui utilizará um procedimento recursivo, no qual passa a se avaliar os blocos de saída do decodificador wavelet SISO.

Assim, considere que $\mathbf{b}_i = \{z_0, z_1, \dots, z_N\}$ denota o i -ésimo bloco com N saídas suaves obtidas do decodificador. Então, a saída formada após a recepção de $p+1$ blocos, oriundos do decodificador wavelet SISO, forma o vetor $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_p, \mathbf{b}_{p+1}\}$, denotado por $\mathbf{Z}(1, 2, \dots, p, p+1)$. Logo, para evitar uma possível confusão, a j -ésima amostra do m -ésimo bloco, no vetor \mathbf{Z} formado por $p+1$ blocos de comprimento N , será referenciada com a notação $z[j + m * N]$.

O primeiro parâmetro a ser estimado é a média da distribuição, μ . Na estimativa desta média, serão calculadas médias amostrais que considerem os dados de um único bloco, ou que reflita a média amostral dos dados presentes em mais de um único bloco. Assim, quando for empregada a notação $\mu_z(i)$, significa que este é o parâmetro média calculado sobre as amostras obtidas do i -ésimo bloco, \mathbf{b}_i , ao contrário de $\mu_z(i, j)$, que é a média amostral dos dados presentes nos blocos \mathbf{b}_i e \mathbf{b}_j .

Assim, a média para o primeiro bloco obtido na saída do decodificador wavelet SISO, $\mu_z(1)$, é calculada segundo a Equação abaixo,

$$\mu_z(1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z[i]. \quad (3.20)$$

Observe que pela Lei dos Grandes Números (COVER; THOMAS, 1991), só haverá convergência probabilística entre a média amostral de um único bloco e o valor da média da distribuição, se $N \rightarrow \infty$.

Logo, para se obter uma estimativa para esta média com maior precisão, deve-se considerar um número maior de blocos. Então, considerando-se a recepção de um segundo bloco, podemos melhorar a nossa estimativa para a média, já que, neste caso, é possível avaliar um conjunto maior de dados, isto é

$$\mu_z(1, 2) = \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} z[i] = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} z[i] = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z[i]}_{\mu_z(1)} + \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z[j + N]}_{\mu_z(2)} \right) = \frac{1}{2} \mu_z(1) + \frac{1}{2} \mu_z(2),$$

sendo, assim, proporcional a média amostral de cada um dos dois blocos até então recebidos.

A obtenção de um novo bloco, permite melhorar a precisão da nossa estimativa para a média

amostral,

$$\mu_z(1, 2, 3) = \frac{1}{N''} \sum_{i=1}^{N''} z[i] = \frac{1}{3N} \sum_{i=1}^{3N} z[i] = \frac{1}{3} \left(2 \cdot \underbrace{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} z[i]}_{\mu_z(1,2)} + \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z[j + 2N]}_{\mu_z(3)} \right) \therefore$$

$$\mu_z(1, 2, 3) = \frac{2}{3} \mu_z(1, 2) + \frac{1}{3} \mu_z(3).$$

Logo, pelo Princípio da Indução Finita, a média amostral sobre o conjunto de dados $\mathbf{Z}(1, 2, \dots, p, p + 1)$, pode ser obtida recursivamente, através da Equação abaixo:

$$\mu_z(1, 2, 3, \dots, p, p + 1) = \frac{p}{p + 1} \mu_z(1, 2, \dots, p) + \frac{1}{p + 1} \mu_z(p + 1), \quad (3.21)$$

com $\mu_z(1)$ dado pela Equação (3.20).

Cabe notar que pela Lei dos Grandes Números, é possível fazer $\mu_z(1, 2, 3, \dots, p, p + 1)$ convergir probabilisticamente para a média μ da distribuição, a medida que aumenta o número de blocos e o tamanho de cada bloco.

A derivação do procedimento recursivo para o cálculo da variância poderá ser simplificada se, para a estimativa da média, é considerado o valor obtido recursivamente a partir da Equação (3.21). Logo, para a estimativa da variância, é preciso avaliar $\mathbb{E}(x^2)$.

Assim, denote por $\delta_z(1)$ a média dos quadrados dos valores amostrais presentes no primeiro bloco,

$$\delta_z(1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z[i])^2. \quad (3.22)$$

Por outro lado, considerando-se os dois primeiros blocos, obtém-se

$$\delta_z(1, 2) = \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{N'} (z[i])^2 = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} (z[i])^2 = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z[i])^2}_{\delta_z(1)} + \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (z[j + N])^2}_{\delta_z(2)} \right) = \frac{1}{2} \delta_z(1) + \frac{1}{2} \delta_z(2).$$

Logo, pelo Princípio de Indução Finita, é possível mostrar que

$$\delta_z(1, 2, 3, \dots, p, p+1) = \frac{p}{p+1} \delta_z(1, 2, \dots, p) + \frac{1}{p+1} \delta_z(p+1), \quad (3.23)$$

com $\delta_z(1)$ dado pela Equação (3.22).

Portanto, é imediato obter a variância para o primeiro bloco

$$\sigma_z^2(1) = \delta_z(1) - [\mu_z(1)]^2, \quad (3.24)$$

como para qualquer conjunto de dados formado. Assim,

$$\sigma_z^2(1, 2) = \delta_z(1, 2) - [\mu_z(1, 2)]^2,$$

e

$$\sigma_z^2(1, 2, 3) = \delta_z(1, 2, 3) - [\mu_z(1, 2, 3)]^2$$

Deste modo, a estimativa para a variância da população, considerando-se uma última atualização no conjunto de dados $\mathbf{Z}(1, 2, \dots, p, p+1)$, é obtida pela aplicação de procedimentos recursivos,

$$\sigma_z^2(1, 2, \dots, p, p+1) = \delta_z(1, 2, \dots, p, p+1) - [\mu_z(1, 2, \dots, p, p+1)]^2, \quad (3.25)$$

conforme estabelecidos nas Equações (3.23) e (3.21).

Finalmente, vale ressaltar que o emprego dos procedimentos recursivos derivados nesta seção, com o intuito de permitir a obtenção de estimativas para os parâmetros (μ, σ^2) , serão utilizados no projeto do receptor iterativo, cujos detalhes serão considerados no próximo capítulo.

3.5 REGRA DE DEMODULAÇÃO SUAVE MODIFICADA

Os bons resultados obtidos com o estimador derivado na Seção 3.3, servem de estímulo para investigação de aproximações à regra desenvolvida.

Uma aproximação inicial pode ser obtida observando-se o estimador $\mathcal{G}(\cdot)$, expresso pela Equação (3.9). Este realiza uma interpolação, onde os símbolos wavelets são convenientemente ponderados. Contudo, esta ponderação pode ser simplificada quando for feita com apenas alguns dos sinais de maior verossimilhança.

Como exemplo de uma das possíveis simplificações, considere a ponderação com os dois sinais de maiores verossimilhanças. Pode-se observar que apesar desta ponderação ser feita com uma quantidade de sinais bastante reduzida, os resultados de desempenho obtidos com esta aproximação superaram àqueles obtidos com a regra MAP, conforme apresentado nas Figuras 3.7 e 3.8, para uma MW de dimensão 2×128 .

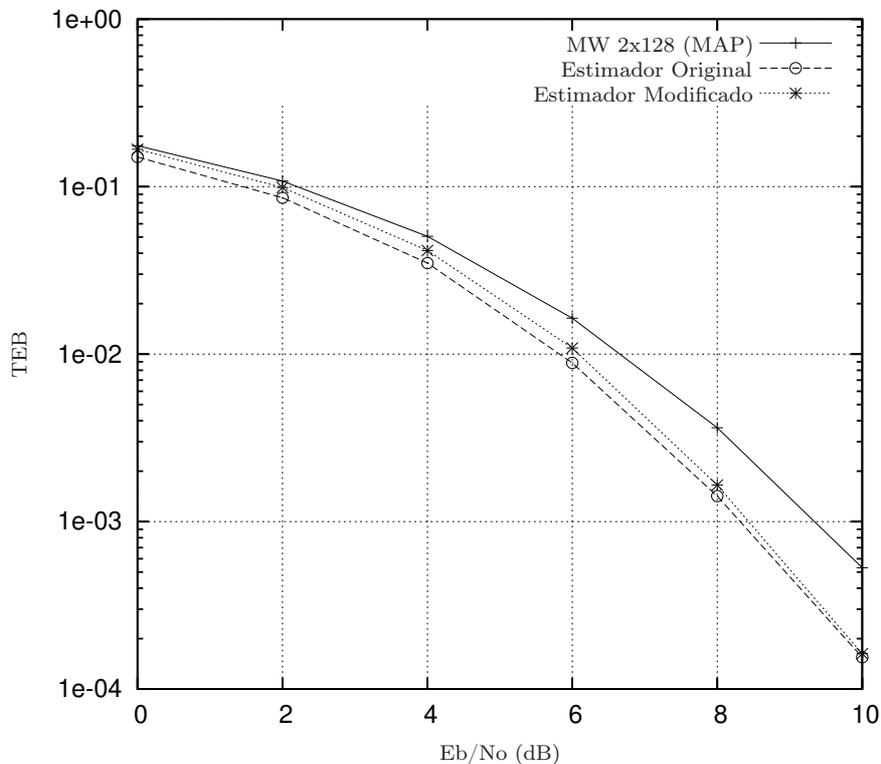


Figura 3.7. Desempenho da regra de decisão suave modificada na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao ruído AWGN.

Promovendo-se uma comparação com os resultados de desempenho obtidos com o estimador modificado, percebe-se que a respectiva curva da TEB, para o canal AWGN, está bastante próxima daquela obtida com o estimador original. Por outro lado, no canal com desvanecimento, existe um distanciamento maior entre estas curvas, indicando que a aproximação proporciona

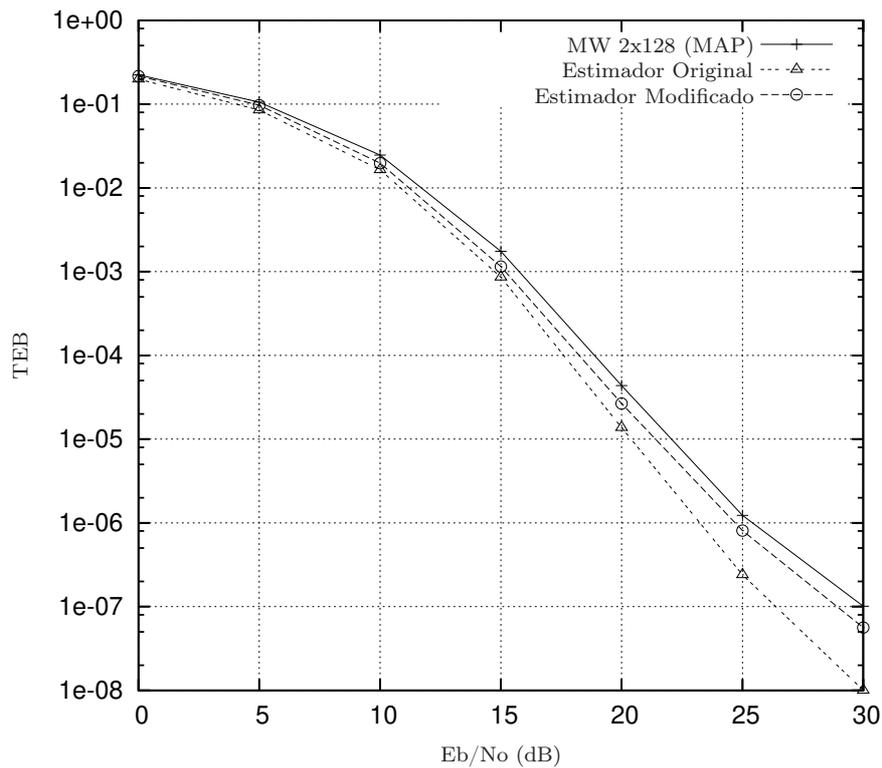


Figura 3.8. Desempenho da regra de decisão suave modificada na demodulação de sinais PSK sobre canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh.

melhores resultados para o canal AWGN. Isto é avaliado da seguinte maneira: a técnica de codificação wavelet é adequada a canais com desvanecimento, ou seja, seus resultados de desempenho em canais AWGN não motivam o seu emprego para este cenário. Logo, em canais com AWGN o uso da abordagem original, ou do método aproximado, para a demodulação, não melhora o desempenho desta técnica para este ambiente de transmissão. Por outro lado, em canal com desvanecimento, a aproximação feita gera uma degradação no desempenho desta técnica, na comparação com o emprego da regra de decisão original.

3.6 CONCLUSÕES

Este capítulo foi dedicado a concepção e avaliação de uma nova abordagem para o receptor presente em sistemas de comunicações móveis baseados na codificação wavelet.

Neste sentido, foi proposta uma regra para a demodulação suave de sinais empregados no mapeamento de símbolos wavelets, cuja obtenção foi baseada na busca por um estimador de mínimo erro quadrático médio, avaliado entre o símbolo wavelet transmitido e o recebido na entrada do demodulador. Posteriormente, foi proposto um decodificador wavelet do tipo SISO.

Com o intuito de avaliar os ganhos de desempenho obtidos com a adoção destas novas abordagens, foram realizadas simulações computacionais de dois sistemas com codificação wavelet. Também foram feitas avaliações semi-analíticas, as quais resultaram numa expressão para a probabilidade de erro de bit em um sistema com codificação wavelet e demodulação suave.

A partir dos resultados obtidos, é possível concluir que a análise desenvolvida neste capítulo possui boa precisão, contribuindo com o desenvolvimento de novos dispositivos que serão utilizados na concepção de uma estratégia de decodificação iterativa, adequada à concatenações seriais baseadas na codificação wavelet.

DECODIFICAÇÃO TURBO COM DEMODULAÇÃO ITERATIVA

Este capítulo propõe uma estrutura de recepção iterativa adequada a sistemas de comunicações baseados na codificação wavelet.

4.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a busca pelo desenvolvimento de abordagens mais eficientes de recepção levou à intensas pesquisas, motivadas pelos bons resultados alcançados pela *Codificação Turbo* (BERROU; GLAVIEUX; THITIMAJSHIMA, 1993).

Os resultados obtidos com os primeiros esquemas deste tipo, foram rapidamente vistos como manifestações particulares de um princípio mais amplo (Princípio Turbo), segundo o qual ganhos significativos de desempenho, em sistemas com codificação de canal, podem ser obtidos processando iterativamente as amostras do sinal recebido, através de dois processadores com capacidade para trocar informações probabilísticas (em geral, na forma de razões de verossimilhança logarítmicas) sobre as respectivas entradas (HAGENAUER; OFFER; PAPKE, 1996; VUCETIC; YUAN, 2000; MARTINS, 2004; REGALIA, 2005).

Esta constatação deu origem à busca de diferentes formas de se explorar o princípio turbo, tanto em novas concatenações de códigos corretores de erro, quanto em novas possibilidades de iteratividade envolvendo outro processador na recepção como, por exemplo, um equalizador, ou, um dispositivo de sincronização (TÜCHLER; KOETTER; SINGER, 2004; NOELS, 2005; NETO, 2006).

Assim, este capítulo é dedicado a concepção, estudo e avaliação de um mecanismo de de-

codificação iterativa para concatenações seriais baseadas na codificação wavelet, visando a sua aplicação em canais sujeitos ao desvanecimento Rayleigh plano.

A motivação pelo emprego da codificação wavelet advém dos bons resultados obtidos nas avaliações de desempenho, em termos da TEB, sobre o canal com desvanecimento plano, além da possibilidade que esta oferece de permitir a obtenção de melhores ganhos de diversidade mantendo a complexidade de decodificação relativamente baixa.

O restante deste capítulo está organizado como segue. A Seção 4.2 apresenta um exemplo ilustrativo de concatenação serial com codificação wavelet. Na Seção 4.3, é proposto e avaliado um método de decodificação iterativa para este tipo de concatenação serial. A Seção 4.4 é dedicada a apresentar as conclusões obtidas com o método proposto para a recepção iterativa.

4.2 CONCATENAÇÃO SERIAL COM CODIFICADOR WAVELET

A concatenação serial de códigos oferece a possibilidade de se utilizar estruturas com diferentes capacidades de proteção da informação (FORNEY, 1966; BARG; ZÉMOR, 2003). Em canais caracterizados pelo desvanecimento Rayleigh plano, a codificação wavelet apresenta vantagens na comparação de desempenho com outras abordagens, conforme foi avaliado em (SILVEIRA, 2002, 2006), o que indica ser esta uma alternativa interessante para o codificador interno neste cenário. Devido ao uso bastante disseminado na concatenação de códigos (BERROU; GLAVIEUX; THITIMAJSHIMA, 1993; VITERBI; VITERBI; SINDHUSHAYANA, 1997; NETO, 2006), será usado como codificador externo o codificador convolucional, mostrado na Figura 4.1, na composição do código concatenado, \mathcal{Z} , o qual tem taxa $R(\mathcal{Z}) = 1/2$.

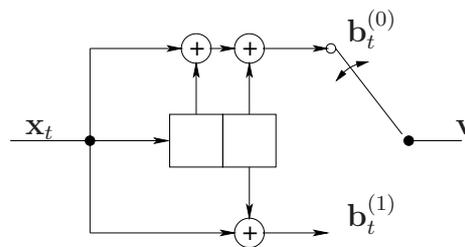


Figura 4.1. Esquema de um codificador convolucional com taxa $R = 1/2$ e restrição de comprimento igual a 3. Para o exemplo, temos os respectivos polinômios geradores $g^{(0)} = 1 + x + x^2$ e $g^{(1)} = 1 + x^2$.

O modelo de sistema com concatenação serial de códigos proposto está ilustrado na Figura 4.2. Neste sistema, a saída da fonte gera uma seqüência de bits independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), assumindo valores no conjunto $\{-1, +1\}$. Essa seqüência de bits é particionada em blocos de k bits, $\{x_k\}$, os quais são codificados pelo codificador convolucional $\mathcal{C}(2, 1, 3)$. Logo, para cada bloco de k bits, $\{x_k\}$, o codificador convolucional gera um bloco de n bits, $\{b_n\}$, já incluídos os bits conhecidos de cabeçalho e de cauda.

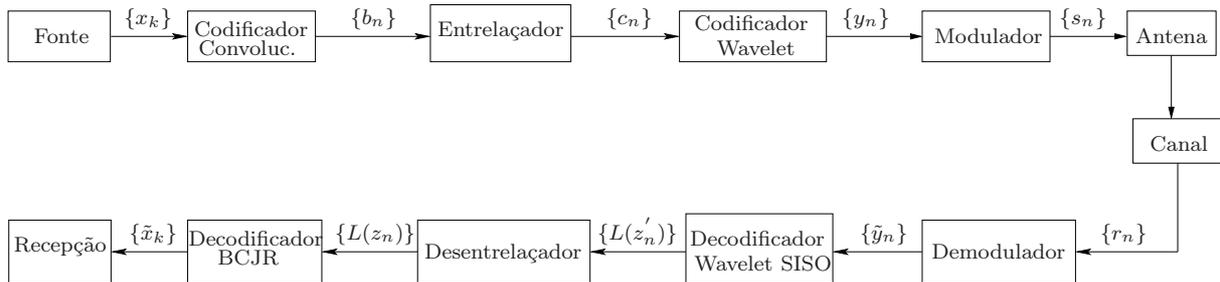


Figura 4.2. Modelo de sistema de comunicações com concatenação serial de códigos convolucional e wavelet.

Em seguida, os n bits codificados de cada bloco $\{b_n\}$ são embaralhados por um entrelaçador Pseudo-Aleatório¹, de tal forma a quebrar a correlação introduzida pelo uso do codificador convolucional. Os bits entrelaçados são posteriormente codificados por um codificador wavelet, o qual produz para cada bloco $\{c_n\}$ em sua entrada, um bloco de n símbolos wavelets, $\{y_n\}$, não-eqüiprováveis, correlacionados e assumindo diversos níveis de amplitude.

Os símbolos wavelets são mapeados em sinais PSK, de energia média unitária, e transmitidos, por uma única antena, em um canal sem memória caracterizado pelo desvanecimento Rayleigh plano. Admite-se que o canal é essencialmente constante durante um intervalo de sinalização, apesar de ser variante no tempo.

A saída do canal, em tempo discreto, é modelada pela variável aleatória complexa $r_n = \alpha_n s_n + w_n$, sendo α_n a amostra de desvanecimento, s_n o símbolo PSK transmitido, e w_n o ruído complexo Gaussiano branco, de média nula, com partes real e imaginária de mesma variância, $N_0/2$.

¹Outros esquemas de entrelaçamento deverão ser igualmente avaliados na continuação deste trabalho.

De uma maneira geral, k bits na entrada do codificador convolucional são codificados em n símbolos wavelets, sendo enviados ao longo de n intervalos de sinalização. Assim, a eficiência espectral de k/n bits/s/Hz é facilmente assegurada. No exemplo que se segue, a eficiência espectral do sistema proposto é igual a 0,5 bit/s/Hz.

Na recepção, será utilizado o demodulador, baseado no estimador de MEQM, e o decodificador wavelet SISO, ambos avaliados no Capítulo 3. Por outro lado, no decodificador externo será usado o algoritmo de decodificação BCJR, já que este apresenta a vantagem de minimizar a probabilidade de erro de bit (BAHL, 1974).

Admite-se que no início da transmissão o codificador convolucional tem todos os seus registradores de deslocamento com o mesmo valor: zero. Também é admitido que neste momento o codificador wavelet está no seu estado inicial S_0 . Por outro lado, o decodificador BCJR é forçado a terminar o seu processamento no estado inicial. O mesmo princípio é utilizado para o decodificador wavelet SISO.

A Figura 4.3 apresenta os resultados de desempenho de dois sistemas com o mesmo esquema de concatenação de códigos, sobre o mesmo ambiente de transmissão, variando apenas a MW empregada no codificador interno. As constelações de sinais utilizadas neste caso, estão mostradas nas Figuras 2.3(a) e 2.3(b).

É possível observar um ganho próximo a 2 dB em favor do sistema que emprega a MW 4×16 , sobre aquele em que a MW 2×8 é utilizada, para valores de TEB abaixo de 10^{-5} . Cabe observar que isto é devido ao maior ganho de diversidade proporcionado pelo uso da MW de dimensão 4×16 .

A próxima seção apresenta uma nova abordagem de recepção, caracterizada pela decodificação iterativa.

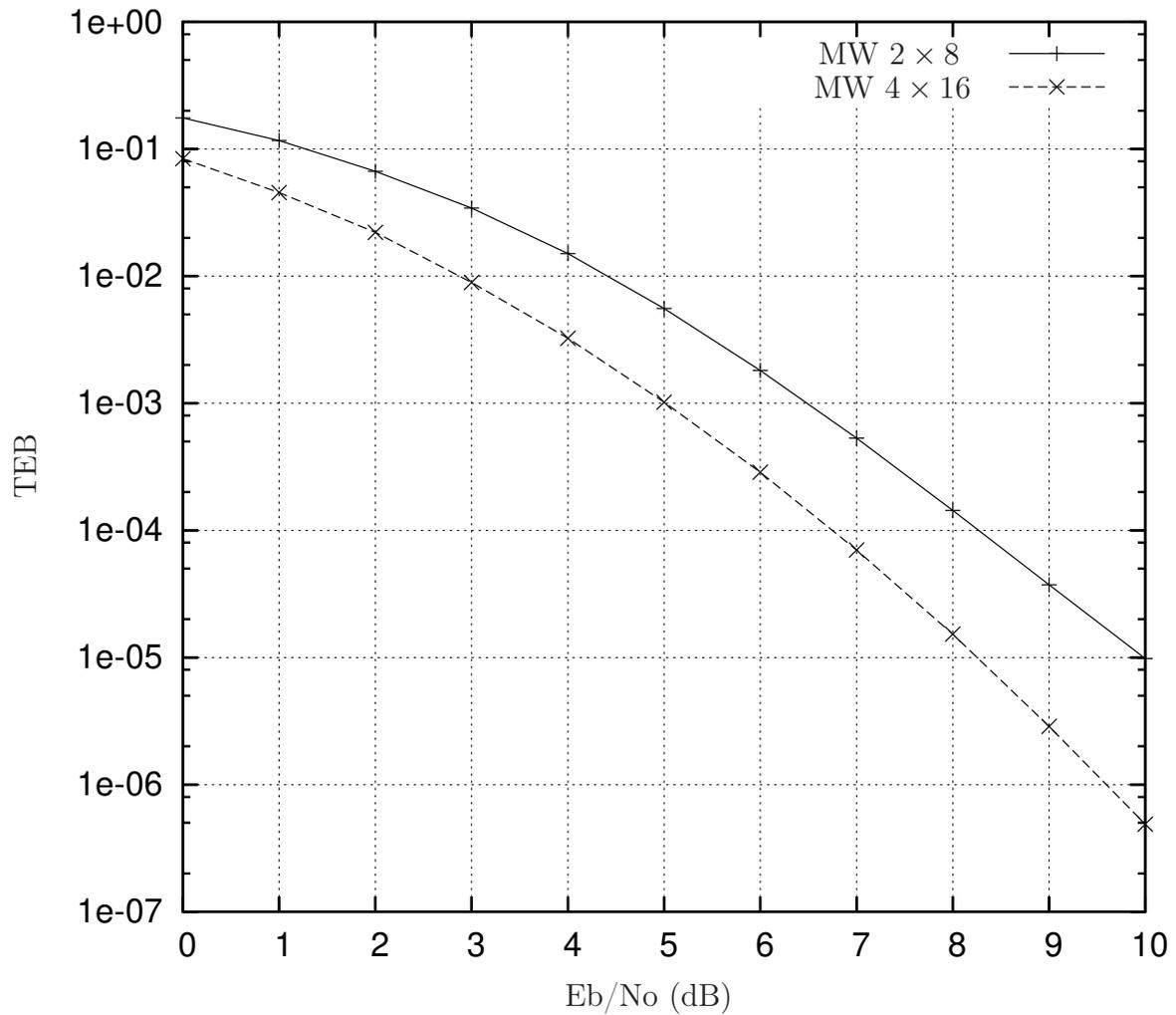


Figura 4.3. Comparação de desempenhos em termos da TEB para dois sistemas de comunicações com concatenação serial de códigos convolucionais e Wavelet, utilizando MWs de diferentes dimensões.

4.3 RECEPTOR ITERATIVO PARA CONCATENAÇÃO SERIAL COM CODIFICAÇÃO WAVELET

O modelo do sistema com decodificação iterativa está ilustrado na Figura 4.4. Exceto pela presença de dois blocos colocados no circuito de realimentação, *Entrelaçador* e *Atualizador de Distribuições de Probabilidades dos Símbolos Wavelets (DPSW)*, o novo modelo é, em princípio, aquele avaliado na seção anterior.

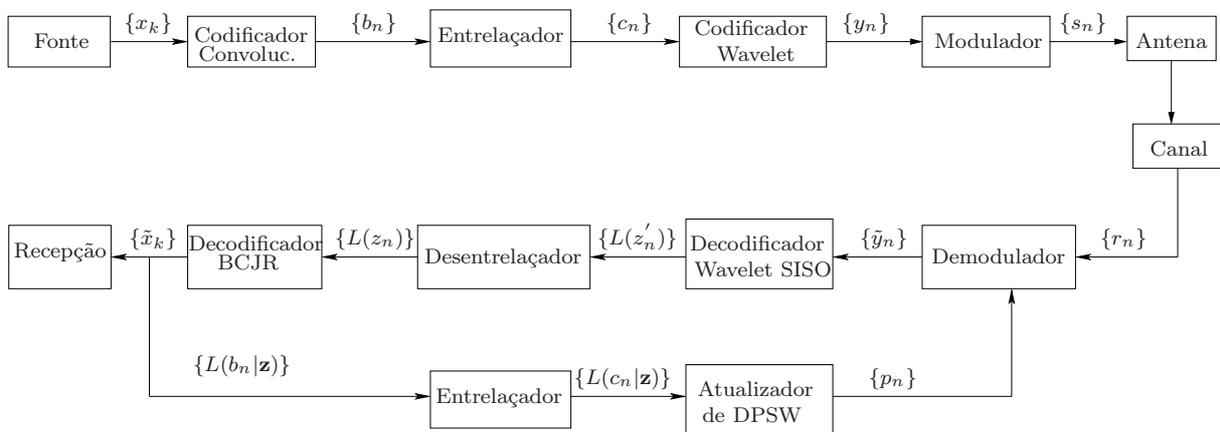


Figura 4.4. Modelo do sistema de comunicações com recepção iterativa.

De forma resumida, pode-se explicar a idéia por traz desta estrutura. Para isto, basta relembrar que a regra de demodulação suave tem a forma de interpolação, onde os símbolos wavelets são convenientemente ponderados pelas suas respectivas probabilidades *a priori*, conforme pode ser observado pela Equação (3.9). Na forma como esta regra vinha sendo utilizada, a distribuição dos símbolos wavelets era fixa, sendo obtida pela Equação (2.23), que admite que os bits colocados na entrada do codificador têm distribuição equiprovável.

Portanto, se estas probabilidades *a priori* forem atualizadas pelo dispositivo *Atualizador de DPSW*, então o demodulador, de posse de um bloco com estas novas distribuições, $\{p_n\}$, poderá melhorar a precisão das estimativas de mínimo erro quadrático médio (MEQM).

Por sua vez, de posse de um novo bloco destas estimativas, o decodificador wavelet SISO poderá melhorar as suas saídas, enviando para o segundo estágio de decodificação, um bloco

com medidas de confiança, $\{L(z'_n)\}$, melhores.

Com um novo bloco na sua entrada, $\{L(z_n)\}$, o decodificador BCJR será estimulado a gerar melhores medidas de confiança, $\{L(b_n|\mathbf{z})\}$, a serem enviadas ao *Atualizador de DPSW*.

A decodificação turbo com demodulação iterativa compreende a repetição deste processamento nas iterações subseqüentes, até que seja obtida a precisão necessária, ou até que não haja melhora significativa do desempenho do sistema (sendo este critério utilizado no trabalho), ou até que seja utilizado um critério de parada, previamente estabelecido. Com o término das iterações, o decodificador BCJR fornecerá as melhores decisões sobre os bit de informação transmitidos em cada bloco. Cabe lembrar que no início da transmissão de um novo bloco, é admitido que os bits codificados têm distribuição equiprovável.

4.3.1 Atualização da Distribuição de Probabilidades dos Símbolos Wavelets

Os decodificadores wavelet SISO e BCJR promovem trocas de informações suaves, mas ao contrário de outras possíveis abordagens com decodificação iterativa, eles não fazem isto diretamente, mas através do *Atualizador de Probabilidades* e do *Demodulador*, ambos ilustrados na Figura 4.4.

Com relação a isto, cabe enumerar algumas particularidades que foram consideradas em avaliações freqüentes ao longo do desenvolvimento do receptor iterativo, a saber:

1. A escolha de estruturas de codificação que formam símbolos de alfabetos distintos, implica na necessidade de compatibilizar informações suaves distintas, de forma a permitir a troca de informações entre os dispositivos, levando a ganhos de desempenho sobre as iterações.
2. Neste sentido, devido ao espalhamento temporal dos bits codificados, proporcionado pela codificação por matriz wavelet, cabe ao esquema de atualização promover o recolhimento das informações suaves de cada um dos bits, de forma a obter novos níveis de confiança sobre as estimativas dos símbolos wavelets.
3. Por outro lado, tal composição de informações suaves relativas ao bits codificados deve

ser feita de acordo com o modo pelo qual as informações de cada bit foram espalhadas, que é dependente do modo de codificação utilizado.

Desta maneira, a função do bloco *Atualizador de DPSW* é compatibilizar as informações suaves relativas aos bits codificados, fornecidas pelo decodificador BCJR, de forma a obter uma atualização da DPSW.

O decodificador BCJR disponibiliza a informação suave para o bit codificado b_n , que é o logaritmo da função de verossimilhança

$$L(b_n|\mathbf{r}) = \ln \left(\frac{Pr(b_n = 0|\mathbf{z})}{Pr(b_n = 1|\mathbf{z})} \right). \quad (4.1)$$

De posse de um bloco com os valores de informação suave é imediato obter as probabilidades dos bits codificados, Assim,

$$Pr(b_n = a|\mathbf{r}) = \frac{e^{-a \cdot L(b_n|\mathbf{z})}}{1 + e^{-L(b_n|\mathbf{z})}}, \quad (4.2)$$

sendo $a \in \{0, 1\}$.

Através da atualização da distribuição de probabilidades dos bits codificados, obtida ao final de cada iteração, é possível realizar uma atualização da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets, conforme o procedimento detalhado abaixo.

Avaliando-se o processo de geração de símbolos wavelets por uma MW de dimensão 2×8 , conforme ilustrado pela Tabela 2.1, observa-se que é possível expressar os símbolos wavelets como uma soma de bits de informação ponderados por coeficientes wavelets determinísticos. Assim sendo, para se obter a probabilidade *a priori* do símbolo wavelet $Y = y_i$ deve-se inicialmente encontrar a probabilidade de ocorrência de cada bloco de bits que pode ser codificado no símbolo $Y = y_i$, e em seguida somar as probabilidades de todos esses blocos.

O esquema de atualização da DPSW acima estabelecido, é baseado em um procedimento exaustivo, sendo utilizado apenas para a concepção do receptor iterativo proposto para a concatenação serial com codificação por MW 2×8 . Como é de interesse a obtenção de maiores ganhos de diversidade proporcionados pelo emprego de matrizes wavelets de maiores dimensões,

será proposto e avaliado um método genérico capaz de permitir a atualização da DPSW, sendo este apresentado no próximo capítulo.

Com o objetivo de avaliar o método proposto de decodificação iterativa, foram realizadas simulações computacionais do sistema exibido na Figura 4.4. A próxima seção apresenta os resultados de desempenho obtidos.

4.3.2 Aplicação

O modelo de sistema avaliado utiliza uma MW com dimensão 2×8 , com o demodulador empregando a regra de decisão suave derivada na Seção 3.3. Para cada valor de relação sinal-ruído (RSR) simulado, foi avaliada uma quantidade mínima de 10^3 erros para se estimar a respectiva taxa de erro de bit (TEB), sendo admitido que o receptor ainda tem conhecimento perfeito do estado do canal.

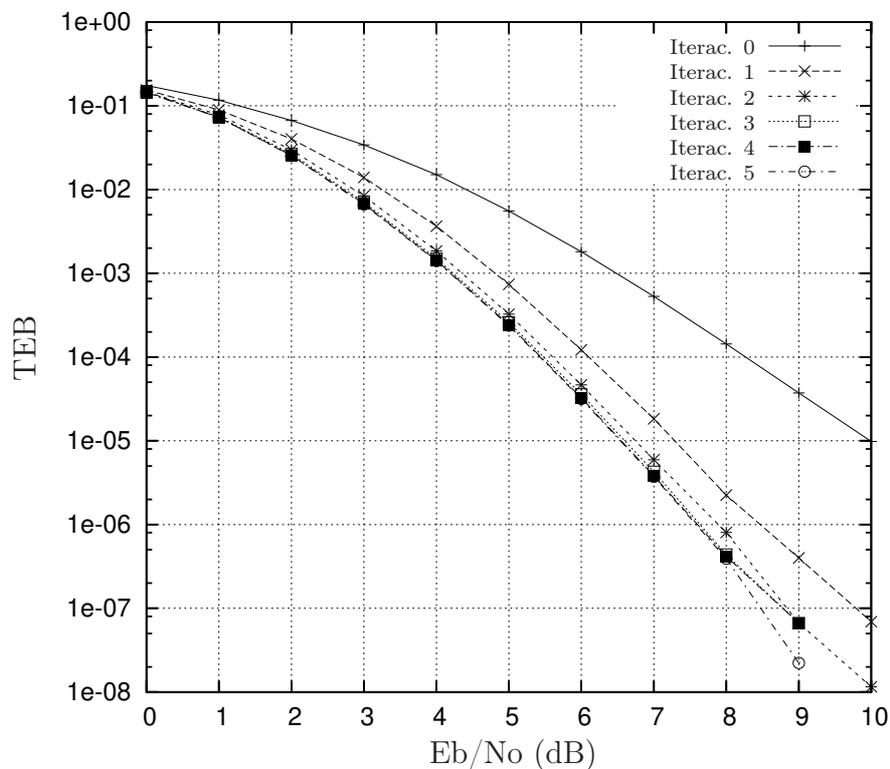


Figura 4.5. Curvas de TEB em função do número de iterações, para o sistema de comunicações baseado na codificação por MW 2×8 , utilizando blocos com 4096 bits de informação.

A Figura 4.5 ilustra as curvas obtidas para as TEB em função do número de iterações. É possível observar um ganho de 2,8 dB para valores da TEB abaixo de 10^{-5} , já a partir da primeira iteração. Observa-se também uma rápida convergência, após a segunda iteração, o que é particularmente útil em sistemas de comunicações com mobilidade dos terminais, já que menos retardo é introduzido na recepção.

4.4 CONCLUSÕES

Neste capítulo, foi proposto um esquema para a decodificação iterativa para sistemas de comunicações baseados na concatenação serial com codificação wavelet, sendo avaliado o seu desempenho sobre um canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh plano.

Para isto, foi concebida uma estrutura adequada à troca de informações suaves entre três dispositivos: o demodulador de MEQM e o par de decodificadores wavelet SISO e BCJR. Desta forma, o esquema proposto para a decodificação turbo emprega a regra de demodulação suave na forma iterativa.

Para avaliar as vantagens de desempenho proporcionadas pelo uso do receptor iterativo, foram realizadas simulações computacionais, as quais demonstram que a estratégia de decodificação iterativa é bastante eficaz, servindo como uma nova alternativa para explorar o potencial da codificação wavelet em sistemas de comunicações com desvanecimento não seletivo em frequência.

NOVAS ABORDAGENS AO RECEPTOR ITERATIVO

Uma das vantagens proporcionadas pelo emprego da codificação wavelet é a possibilidade que esta oferece de aumentar o ganho de diversidade temporal, melhorando o desempenho do sistema de comunicações frente aos efeitos destrutivos do canal com desvanecimento plano.

A obtenção de melhores ganhos de diversidade é proporcionada pelo emprego de uma matriz wavelet de maiores dimensões. Este capítulo é dedicado ao estudo e avaliação de novas abordagens para a concepção do receptor iterativo, adequado a concatenações seriais baseadas no emprego de matrizes wavelets de maiores dimensões. Em particular, são apresentadas alternativas de projeto capazes de proporcionar bons resultados nas avaliações de desempenho, sobre o mesmo ambiente de comunicações considerado.

O restante deste capítulo está organizado como segue. A Seção 5.1 sugere algumas alterações no esquema proposto para a decodificação iterativa, de forma a generalizar o seu emprego em sistemas com maior diversidade temporal. Esta seção ainda apresenta os resultados das avaliações de desempenho realizadas em dois sistemas baseados na codificação wavelet, empregando-se MWs com diferentes dimensões. As conclusões obtidas com estes resultados são mostradas na Seção 5.2.

5.1 RECEPÇÃO ITERATIVA EM SISTEMAS COM MATRIZES WAVELETS DE ORDENS ELEVADAS

A complexidade computacional da demodulação suave proposta nesta tese depende do número de símbolos da constelação. Contudo, devido a possibilidade de emprego de um esquema de agrupamento de símbolos wavelets, o número de sinais pode não aumentar muito,

mesmo que haja aumento significativo das dimensões. Cabe observar, por exemplo, que as constelações utilizadas nos mapeamentos dos símbolos gerados pelos empregos das MWs 2×8 e 4×16 são formadas por 9 sinais, enquanto que a utilizada no mapeamento dos símbolos formados pelo emprego da MW de dimensão 2×128 tem 11 sinais. Em (SILVEIRA, 2006), mostra-se que a complexidade computacional da decodificação wavelet é mantida relativamente baixa, à medida que se aumentam as dimensões da MW empregada na codificação.

No dispositivo Atualizador de Probabilidades, a abordagem sugerida para a atualização das distribuições de probabilidades *a priori* dos símbolos wavelets emprega um procedimento exaustivo. Este procedimento é baseado na enumeração dos conjuntos com mg bits que são codificados no mesmo símbolo wavelet. Logo, o aumento das dimensões da MW provoca um aumento exponencial do número de possibilidades que precisam ser examinadas para o agrupamento destes bits segundo o símbolo obtido.

Para ilustrar, observe que no uso do codificador wavelet associado a uma MW de dimensão 2×8 , há, após o final do período transitório, dois regimes de codificação, sendo um para intervalos pares, e o outro para os intervalos ímpares de codificação. Cada símbolo codificado carrega a informação de 8 bits, o que torna necessário avaliar $2^8 = 256$ possibilidades para cada regime. Por outro lado, cabe observar que uma possível adoção deste método exaustivo, no caso da MW 4×16 , levaria a uma análise de $2^{16} = 65.536$ possibilidades para cada um dos 4 modos de regime de codificação, as quais ainda precisam ser classificadas de acordo com símbolo wavelet formado.

É fácil perceber que a obtenção da distribuição atualizada das probabilidades *a priori* dos símbolos wavelets, mediante a abordagem baseada no método exaustivo, em situações com emprego de MWs de ordens elevadas, pode se tornar proibitiva. Como consequência, esta abordagem poderia inviabilizar novas avaliações com o receptor iterativo (JUNIOR, 2007c).

A próxima seção apresenta uma alternativa para a atualização das DPSWs. Através desta abordagem, serão apresentadas novas avaliações de desempenho para sistemas baseados na codificação wavelet e recepção iterativa. As avaliações de complexidade são deixadas na forma de propostas para trabalhos futuros.

5.1.1 Atualização da DPSW via Método Recursivo Baseado em Convoluções

A análise da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets, feita na Seção 2.4, foi baseada na obtenção da função geradora de momentos da v.a. y_n . Para a implementação do cálculo desta distribuição, foi sugerido um procedimento recursivo baseado em convoluções. A aplicabilidade deste procedimento está condicionada a independência estatística dos bits de entrada no codificador, ao fornecimento dos coeficientes wavelets característicos de cada regime de operação do codificador, além do conhecimento prévio da distribuição de probabilidades dos bits de informação.

Para o modelo do sistema exibido na Figura 4.4, os bits $\{c_n\}$ são obtidos na saída do entrelaçador, portanto, supondo um entrelaçamento ideal, pode-se admitir que as v.a.'s $\{c_n\}$ são estatisticamente independentes. Sendo os coeficientes wavelets conhecidos em cada regime de codificação e as probabilidades para os bits codificados atualizadas ao final de cada iteração, via fornecimento de um novo bloco $\{L(c_n|\mathbf{z})\}$, é possível utilizar o método recursivo baseado em convoluções para se obter a atualização da DPSWs (JUNIOR, 2007c).

Para o exemplo da codificação wavelet baseada no emprego da MW 4×16 , é possível obter as distribuições atualizadas através da aplicação da função geradora de momentos, cuja expansão considera um produto com 16 termos, sendo cada termo relacionado à probabilidade relativa ao bit codificado. Como o produto de dois destes termos pode ser realizado através de uma convolução, o custo computacional para obter todos os produtos é equivalente ao custo computacional de 15 convoluções. Considerando-se os 4 regimes de codificação, temos 4×15 convoluções. Logo, estas 15 convoluções substituem a avaliação de 2^{16} possibilidades do método exaustivo.

Evidentemente, o número de convoluções é proporcional ao número de termos avaliados pela aplicação da função geradora de momentos e ao número de regimes de codificação, ou seja, às dimensões da MW empregada na codificação.

5.1.1.1 Aplicação

Esta seção apresenta os resultados de desempenho dos sistemas baseados na codificação por MWs de dimensão 2×8 e 4×16 , com recepção iterativa, sendo cada MW utilizada em dois cenários: (i) com estimação do módulo das médias condicionais das saídas dos correlatores¹ e, (ii) com redução da complexidade proporcionada pela admissão de que este módulo é igual a mg . Cabe lembrar que os resultados mostrados neste caso foram primeiramente apresentados em (JUNIOR, 2007b, 2007c).

Em todos os casos avaliados, foram utilizadas as mesmas condições de simulação empregadas no Capítulo 4. O código convolucional utilizado é $\mathcal{C}(2, 1, 3)$, a demodulação emprega o estimador de MEQM e é admitido que o receptor tem conhecimento perfeito do estado do canal. Nestas avaliações, emprega-se o novo método de atualização das probabilidades dos símbolos wavelets.

Na Figura 5.1, estão ilustrados os resultados de desempenho obtidos com o sistema baseado na codificação por MW 2×8 , onde no cálculo da saída do decodificador wavelet SISO foi admitido o valor de 8 para o módulo da média condicional. A Figura 5.1(a) mostra a variação de TEB a cada iteração, para os cinco valores de tamanho de bloco de bits de informação testados (64, 128, 256, 512 e 4096), com $\text{RSR} = E_b/N_0 = 4\text{dB}$.

Percebe-se a partir destes resultados que os ganhos a cada iteração são maiores para tamanhos de bloco maiores, tendendo para um valor limite à medida que o tamanho do bloco transmitido é incrementado.

A Figura 5.1(b) exhibe a curva de desempenho do sistema com redução da complexidade, para um tamanho de bloco igual a 4096 bits, com 6 iterações. Através desta, é possível observar um ganho de desempenho em E_b/N_0 de 2,5 dB, para valores de TEB abaixo de 10^{-5} , já a partir da primeira iteração. Além disso, é possível verificar uma rápida convergência com o número de iterações (JUNIOR, 2007b).

A Figura 5.2 mostra também os resultados de desempenho obtidos quando é realizada a estimação do módulo das médias, para a segunda e terceira iteração. Cabe observar que a

¹Deste ponto em diante, este procedimento será denominado de “Estimação do Módulo das Médias”, para fins de concisão.

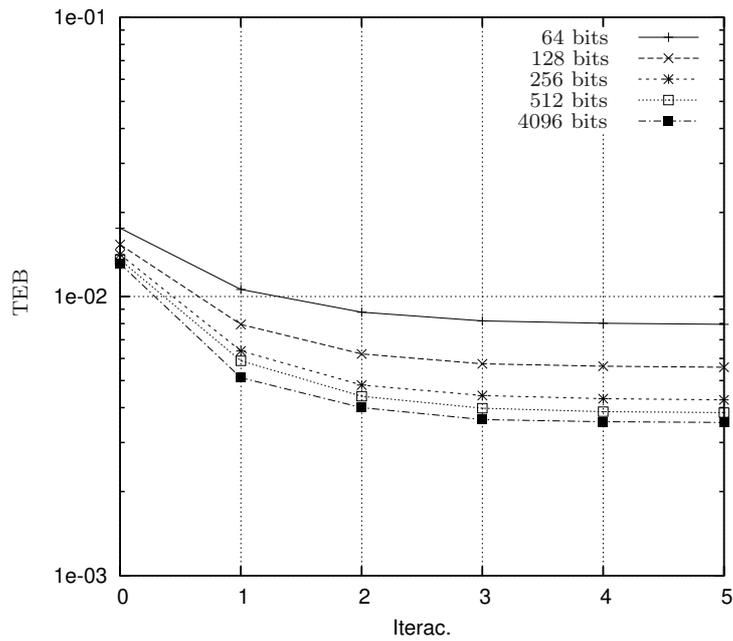
perda de desempenho proporcionada pela solução de menor complexidade é inferior a 1 dB.

Também foram realizadas simulações computacionais com recepção iterativa e codificação por MW de dimensão 4×16 . Os resultados obtidos encontram-se apresentados na Figura 5.3. A Figura 5.3(a) apresenta os resultados obtidos com estimação dos módulos das médias. Por outro lado, a Figura 5.3(b) apresenta os resultados de desempenho obtidos por este sistema considerando-se as médias condicionais iguais a $\pm mg$.

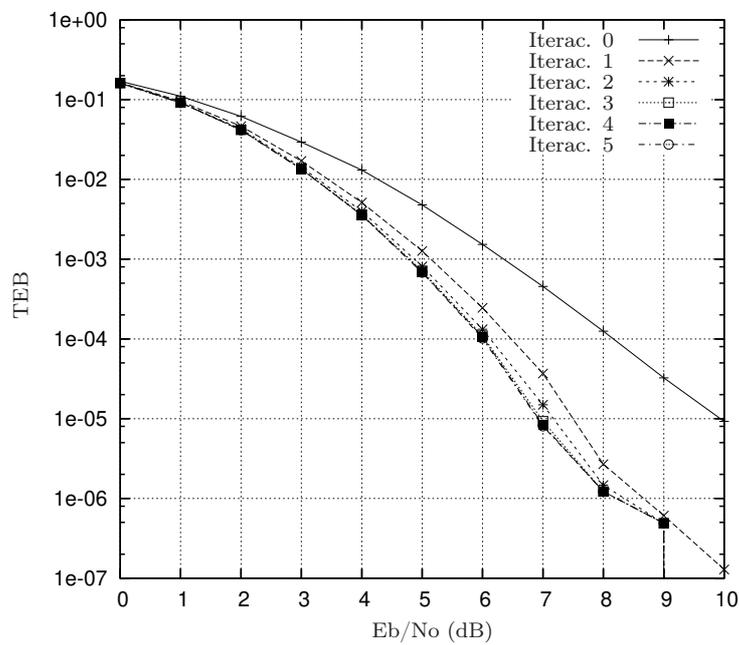
A Figura 5.4 apresenta as curvas de TEB obtidas por iteração, em ambos os casos. Novamente, percebe-se um maior distanciamento entre estas na terceira iteração. Contudo, neste caso, existe uma perda de 0,5 dB no desempenho do sistema em que a estimação das médias condicionais não é realizada.

Estes resultados indicam, portanto, que a redução de complexidade proporcionada pela ausência da estimação dos módulos das médias não leva à perdas significativas no desempenho dos sistemas avaliados.

Na próxima seção, é proposta uma outra alternativa para a atualização das distribuições de probabilidades dos símbolos wavelets.

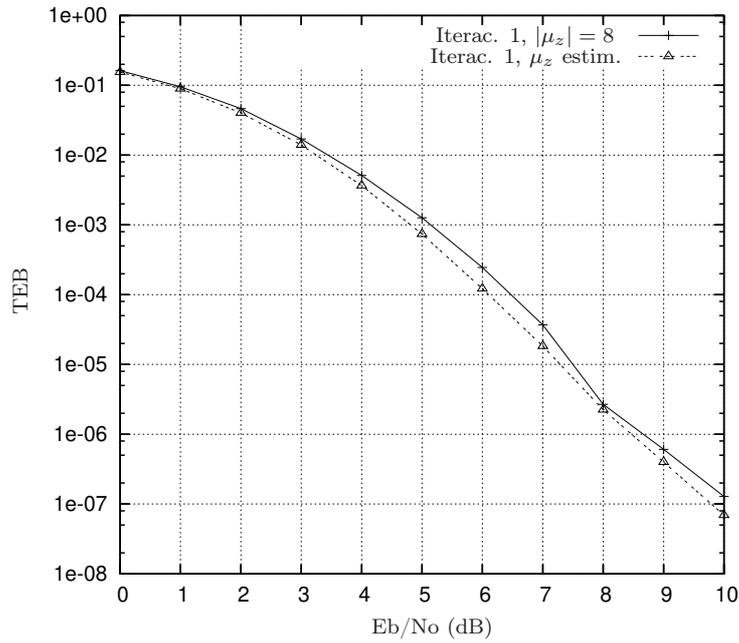


(a) Curva de TEB em função do número de iterações para diferentes tamanhos de blocos de bits transmitidos com RSR de 4dB.

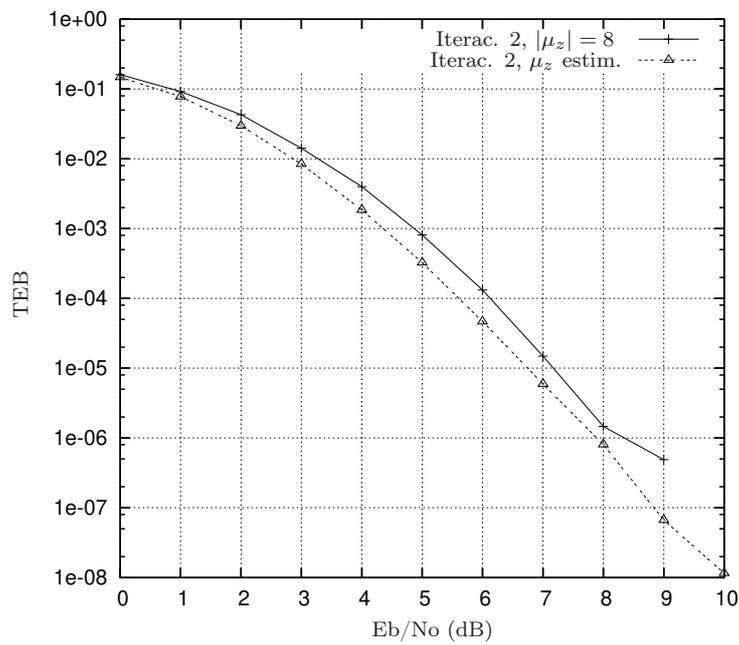


(b) Curva de TEB em função do número de iterações com blocos de 4096 bits.

Figura 5.1. Curvas de TEB em função do número de iterações para diferentes tamanhos de blocos de bits do sistema com $MW 2 \times 8$, admitindo módulo da média condicional igual a 8.

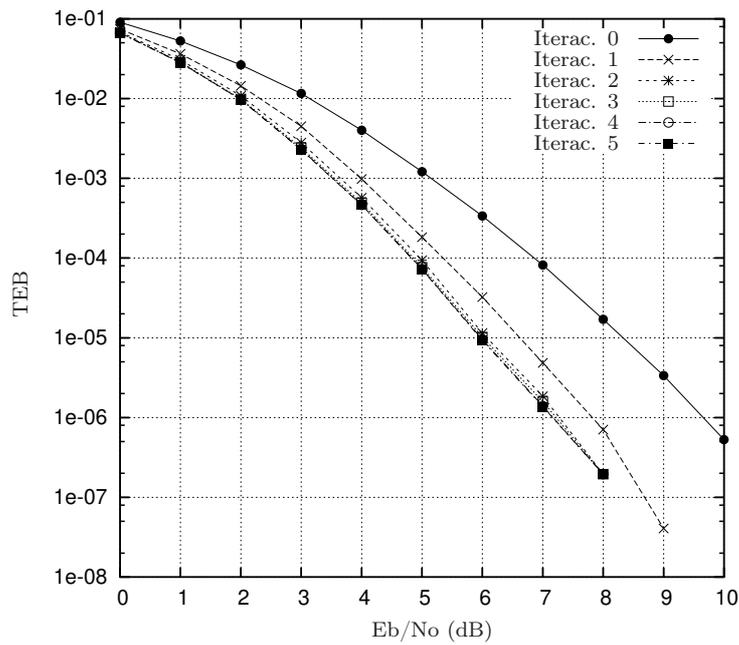


(a) MW 2×8 , 4096 bits, Iterac. 1.

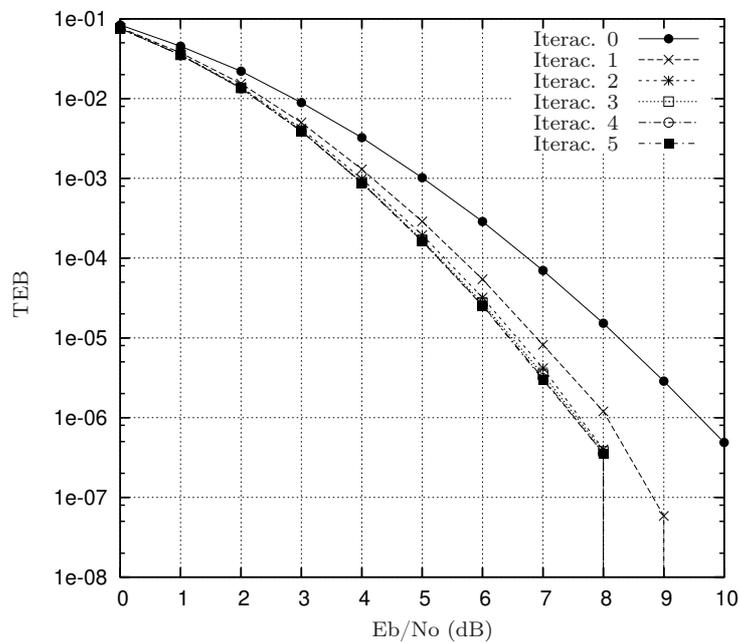


(b) MW 2×8 , 4096 bits, Iterac. 2.

Figura 5.2. Curvas de TEB em função do número de iterações para os sistemas com MW 2×8 via estimação do módulo das médias e também com redução da complexidade.

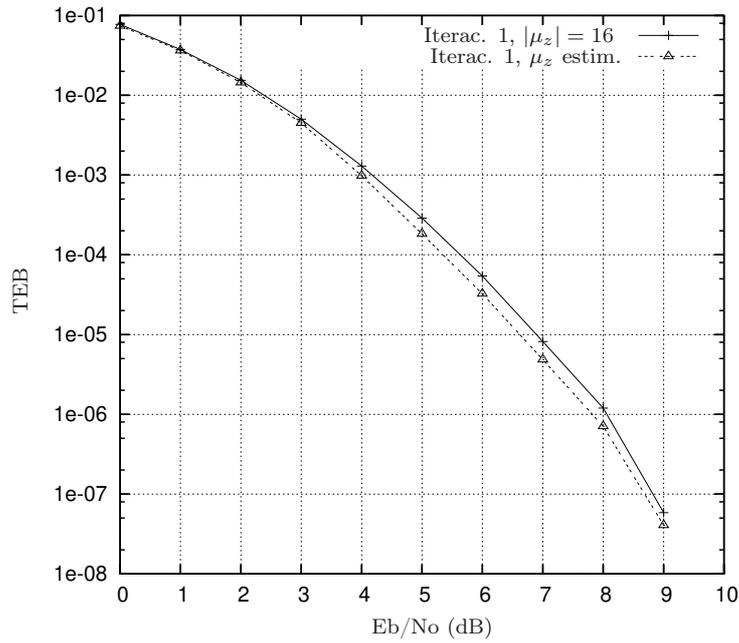


(a) Curvas de TEB em função do número de iterações, obtida do receptor iterativo com estimação do módulo das médias.

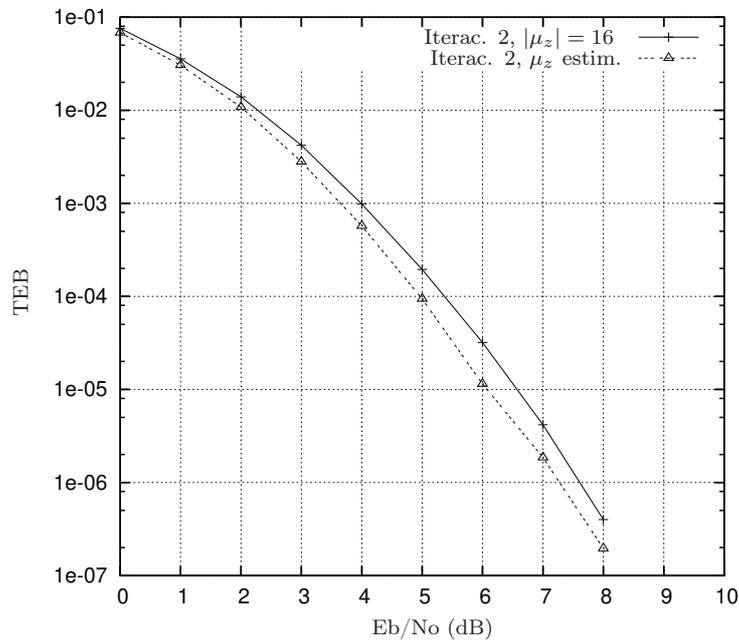


(b) Curva de TEB em função do número de iterações, obtida do receptor iterativo sem estimação do módulo das médias.

Figura 5.3. Curvas de TEB em função do número de iterações, obtidas dos receptores iterativos utilizados nos sistemas com MW 4×16 e blocos de 4096 bits.



(a) MW 4×16 , 4096 bits, Iterac. 1.



(b) MW 4×16 , 4096 bits, Iterac. 2.

Figura 5.4. Curvas de TEB em função do número de iterações para os sistemas com MW 4×16 via estimação da média condicional e também com redução da complexidade.

5.1.2 Atualização da DPSW via Deslizamento da Janela de Coleta

Como cada símbolo wavelet traz consigo a informação de mg bits codificados, a atualização da distribuição de probabilidades necessária para a demodulação da i -ésima observação, r_i , utiliza um sub-bloco com mg medidas de informações suaves, do bloco $\{L(c_n|\mathbf{z})\}$.

Logo, para um bloco de N observações, \mathbf{r} , são necessárias a cada iteração, N atualizações das distribuições *a priori*. Para isto, é necessário formar N sub-blocos, com mg medidas de informação suave do bloco $\{L(c_n|\mathbf{z})\}$, de forma a coletar as informações necessárias em cada atualização. Cada sub-bloco é denotado nesta seção por *janela de coleta*.

Uma alternativa para a redução do esforço empreendido na realização desta tarefa, surge da observação da Equação (2.21), em que a distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets é obtida para um valor qualquer (e constante) de α .

Assim, admita que na iteração η , o processo de atualização das distribuições *a priori*, considere apenas três valores de medidas de confiança $(-D^{(r,\eta)}, 0, D^{(r,\eta)})$, relativas a todo o bloco $\{L(c_n|\mathbf{z})\}$. Nesta situação, seja λ o número de distribuições de probabilidades dos símbolos wavelets, distintas, obtidas pelo bloco *Atualizador de DPSW*. Seja τ , o número de DPSW, também distintas, obtidas por este dispositivo ao considerar todo o bloco $\{L(c_n|\mathbf{z})\}$. É razoável supor que $\lambda < \tau$. Desta forma, o processamento do bloco *Atualizador de DPSW* teria um esforço computacional reduzido, na comparação com o que vem sendo proposto.

Para que seja possível obter esta redução de complexidade, é necessário prover um mapeamento \mathcal{M} , ilustrado pela Figura 5.5, tal que

$$\begin{aligned} \mathcal{M} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ l &\mapsto q, \end{aligned} \tag{5.1}$$

sendo l e q as variáveis aleatórias correspondendo a saída do decodificador BCJR e do dispositivo mapeador de LLRs, respectivamente, numa determinada iteração.

Para o emprego desta função de mapeamento é necessário escolher os valores de L (limiar) e D . É possível mostrar que o valor $L = D/2$ leva à minimização do erro quadrático médio

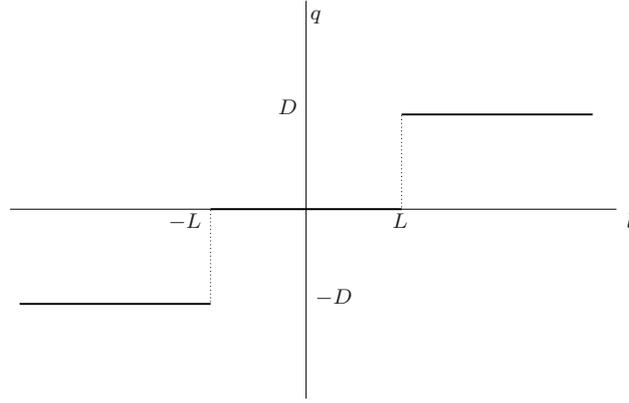


Figura 5.5. Mapeamento das LLRs de saída do decodificador BCJR em valores médios.

entre l e q , $EMQ(l, q)$. A escolha de D será feita por iteração, a cada novo bloco. Um critério para a escolha de seu valor será proposto a partir de avaliações numéricas, via simulação computacional.

Por outro lado, poderíamos obter para uma determinada janela de coleta e iteração, uma expressão semelhante a Equação (2.20), de forma a ser empregada na atualização de uma particular distribuição de probabilidades dos símbolos wavelets. Nos desenvolvimentos a seguir, realizados com emprego da função geradora de momentos, convencionou-se q_1 como o número de termos (saídas do mapeador de LLRs) iguais a D , q_2 o número de valores iguais a $-D$ e q_3 como sendo o número de zeros presentes no de bloco de LLRs mapeadas.

Assim,

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \prod_{i=0}^{q_1} [\alpha z^{-a_i} + (1-\alpha)z^{a_i}] \cdot \prod_{j=q_1+1}^{q_2} [(1-\alpha)z^{-a_j} + \alpha z^{a_j}] \cdot \prod_{k=q_1+q_2+1}^{mg} [0.5z^{-a_k} + 0.5z^{a_k}], \quad (5.2)$$

denotando por w_1 e w_2 o número de termos em que os coeficientes a_i e a_j (da MW) são positivos, e por \mathcal{T} , o último termo do lado direito da igualdade, obtém-se:

$$[\alpha z^{-1} + (1-\alpha)z]^{w_1} \cdot [\alpha z + (1-\alpha)z^{-1}]^{q_1-w_1} \cdot [(1-\alpha)z^{-1} + \alpha z]^{w_2} \cdot [(1-\alpha)z + \alpha z^{-1}]^{q_2-q_1-w_2} \cdot \mathcal{T},$$

sendo equivalente a

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = [\alpha z^{-1} + (1 - \alpha)z]^{w_1+q_2-q_1-w_2} \cdot [\alpha z + (1 - \alpha)z^{-1}]^{q_1+w_2-w_1} \cdot \mathcal{T}.$$

Denotando por $R = w_1 + q_2 - q_1 - w_2$ e $S = q_1 + w_2 - w_1$, chega-se a

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \sum_{i=0}^R \binom{R}{i} (\alpha z^{-1})^i [(1 - \alpha)z]^{R-i} \cdot \sum_{j=0}^S \binom{S}{j} [(1 - \alpha)z^{-1}]^j (\alpha z)^{S-j} \cdot \mathcal{T},$$

sendo \mathcal{T} expresso de maneira equivalente a

$$\mathcal{T} = \sum_{k=q_1+q_2+1}^{mg} \binom{mg - q_1 - q_2}{k} z^{2k-q_3} 0.5^{q_3}.$$

Então,

$$\mathbb{G}_{y_n}(z) = \sum_{i=0}^R \sum_{j=0}^S \sum_{k=0}^{q_3} \binom{R}{i} \binom{S}{j} \binom{mg}{k} 0.5^{q_3} \alpha^{S+i-j} (1-\alpha)^{R+j-i} z^{R-2(i+j-k)-q_3}. \quad (5.3)$$

Desta maneira, pode-se obter a expressão para a distribuição dos símbolos wavelets. Por outro lado, também é possível derivar um procedimento de cálculo que envolva incrementos e decrementos de q_1, q_2 e q_3 , para o novo bloco formado pelo *deslizamento da janela de coleta*.

A cada deslizamento, entram m bits na janela (daí o nome de “coleta”), tomando lugar de m que saem desta, num procedimento semelhante à codificação wavelet. A idéia de um procedimento mais eficiente às atualizações das DPSWs consideraria então o incremento/decremento dos contadores q_1, q_2 e q_3 , sobre apenas m observações, justamente aquelas relativas aos valores de LLR que passam a fazer parte da janela, para a nova atualização. A coleta seria, então, no sentido de adotar uma contagem de forma incremental entre o “antes” e o “depois” do deslizamento.

Em trabalhos futuros, devido a maior simplicidade do seu procedimento recursivo, esta última abordagem será empregada em novas avaliações com o receptor iterativo, especialmente no caso de MWs de grandes dimensões, a exemplo da MW 2×128 .

5.1.2.1 Aplicação

Esta seção apresenta os resultados de desempenho do sistema com recepção iterativa em que foi empregado o esquema de mapeamento LLRs, proposto na seção anterior, na atualização das distribuições de probabilidades *a priori* dos símbolos wavelets, para qual emprega-se ainda o procedimento recursivo baseado em convoluções.

A partir de uma análise dos resultados de desempenho obtidos em avaliações numéricas previamente realizadas, foi escolhida a média aritmética dos valores em módulo das LLRs de cada bloco, como valor de D . O limiar L foi mantido igual a $D/2$.

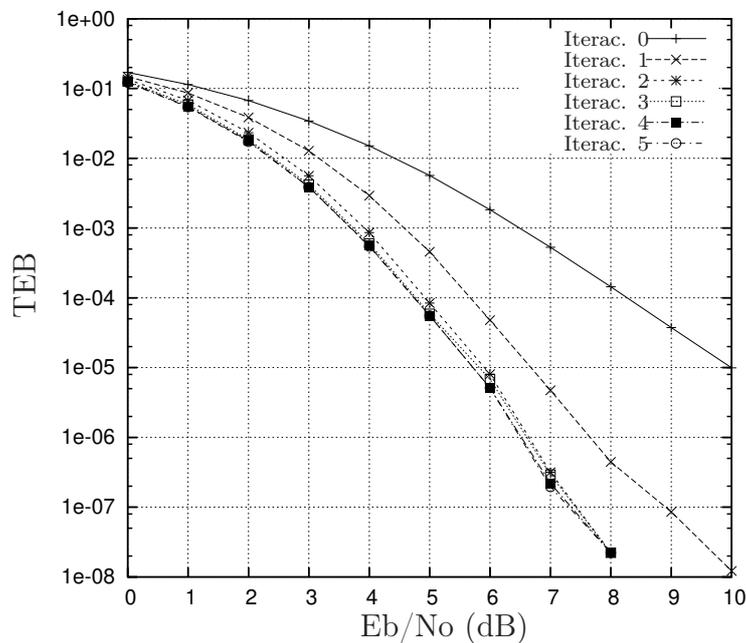


Figura 5.6. Curvas de TEB em função do número de iterações, com atualização da DPSW via valores médios, blocos de 4096 bits de informação, sobre o canal com desvanecimento não seletivo em frequência.

A Figura 5.6 apresenta as curvas de TEB em função do número de iterações para o sistema com codificação por MW 2×8 . Os resultados de desempenho obtidos apresentam um ganho superior a 3 dB já a partir da primeira iteração, para um valor da RSR igual a 10^{-5} . Logo, o esquema de mapeamento proposto nesta seção foi bastante adequado.

Na comparação de desempenho entre os resultados mostrados nesta seção e os apresentados no capítulo anterior, é possível observar que o esquema de mapeamento levou à melhores resul-

tados em termos da TEB. Como proposta de trabalhos futuros, novas avaliações do receptor iterativo serão feitas com o intuito de descobrir as causas disso.

5.2 CONCLUSÕES

Este capítulo avaliou novas abordagens para a concepção do receptor iterativo, proposto anteriormente, visando o emprego em concatenações seriais baseadas na codificação com MWs de ordens elevadas.

Foram propostas novas alternativas para a atualização das probabilidades dos símbolos wavelets, as quais viabilizaram novas avaliações de desempenho, que resultaram em maiores ganhos de diversidade.

A partir das avaliações realizadas, é possível afirmar que as abordagens desenvolvidas neste capítulo, constituem alternativas promissoras para explorar o potencial da codificação wavelet sobre canais com desvanecimento Rayleigh plano.

CONCLUSÃO

Esta tese de doutorado abordou a concepção, o estudo e a análise de um receptor iterativo para ser empregado em sistemas com concatenação serial baseada na codificação wavelet, visando a sua aplicação em canais com desvanecimento plano.

Inicialmente, a técnica de codificação de canal com matrizes wavelets foi apresentada, ressaltando-se as principais características, como a geração de símbolos não-equiprováveis, correlacionados e com diferentes níveis de amplitude. Posteriormente, isto serviu de motivação para a escolha de constelações adequadas ao mapeamento dos símbolos gerados pelo codificador.

O desenvolvimento de uma abordagem de recepção iterativa teve, como ponto de partida, a concepção de uma regra de demodulação por decisão suave. Esta regra de demodulação é ótima no sentido da minimização do erro quadrático médio entre o símbolo wavelet transmitido e o recebido na entrada no decodificador wavelet. Como o algoritmo de decodificação wavelet considerado em trabalhos anteriores recebia estimativas discretas dos símbolos wavelets, foi necessário avaliar o impacto destas estimativas suaves no método de decodificação. Como resultado, foi proposto um decodificador wavelet de entrada suave e saída discreta. Com o intuito de avaliar os ganhos de desempenho proporcionados por esta mudança de abordagem, foram simulados dois novos sistemas de comunicações baseados nesta técnica de codificação, sobre canais com desvanecimento Rayleigh plano. Os resultados de desempenho obtidos foram bastante satisfatórios.

A derivação de uma estratégia de decodificação iterativa para sistemas de comunicações com codificação wavelet também pressupõe a disponibilidade de um decodificador wavelet com entrada e saída suaves, capaz de permitir a troca de informações na forma da razão de log-verossimilhança. Admitindo-se que os dados obtidos na saída deste decodificador são bem

ajustados por uma distribuição normal, foi derivado um procedimento que permite obter informações suaves sobre as saídas deste, através de um relacionamento com os parâmetros média e variância condicionais da distribuição. De forma a contornar as possíveis dificuldades na obtenção desses parâmetros, foram avaliados métodos para a sua estimação recursiva.

A concatenação serial de códigos convolucional e wavelet proporcionou um esquema de transmissão mais robusto aos efeitos do canal com desvanecimento Rayleigh plano. Por outro lado, o emprego de matrizes wavelets de maiores dimensões proporcionou melhores ganhos de diversidade, o que é particularmente útil neste tipo de cenário.

O estabelecimento de uma estratégia adequada para a troca de informações suaves entre estes, empregou o demodulador suave na avaliação do método proposto para decodificação iterativa. Por outro lado, diante do emprego de estruturas de codificação com diferentes alfabetos e propriedades, e do esquema proposto para a troca de informações suaves, foi necessário conceber um método para a atualização iterativa das distribuições de probabilidades dos símbolos wavelets, o qual demonstrou ter boa precisão. Os resultados de desempenho então obtidos, foram bastante satisfatórios, destacando-se ainda a rápida convergência como uma vantagem, já que proporciona menos retardo na recepção.

Com o intuito de explorar o potencial da codificação wavelet em esquemas de comunicações móveis com decodificação iterativa, foi proposto o emprego de matrizes wavelets de maiores dimensões, levando à avaliar novas abordagens para a concepção do receptor iterativo. Assim, foram propostas e avaliadas alternativas que proporcionaram bons resultados de desempenho em termos da TEB.

Como contribuição deste trabalho, pode-se destacar as avaliações semi-analíticas apresentadas aqui para o desempenho dos sistemas baseados na transmissão de símbolos wavelets em que há emprego da regra de demodulação suave proposta. Por outro lado, uma contribuição muito importante, foi o desenvolvimento de um decodificador wavelet SISO, o qual se mostrou capaz de fornecer informações suaves necessárias ao regime de decodificação iterativa.

Em atendimento ao objetivo inicial, a concepção de receptor iterativo adequado à concate-

nações seriais baseadas na codificação wavelet, foi preciso buscar por novas alternativas de cálculo para a atualização da distribuição de probabilidades dos símbolos wavelet. Cabe notar que as abordagens propostas possuem a característica recursiva, facilitando a sua aplicação em novas avaliações com o receptor iterativo.

6.1 PERSPECTIVAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante do trabalho apresentado e com base nos objetivos já alcançados, podem ser apontadas as seguintes propostas para trabalhos futuros:

1. Analisar o desempenho do receptor iterativo com relação à erros de estimação do canal.
2. Investigar outros esquemas de entrelaçamento, presentes na literatura.
3. Analisar o desempenho do receptor iterativo em outros ambientes de comunicação, tais como, canais com distribuições de desvanecimento diferentes da Rayleigh, entre outros.
4. Avaliar esquemas de codificação clássicos, cujos códigos sejam de altas taxas, permitindo a obtenção de sistemas com melhor eficiência espectral.
5. Promover comparações de desempenho da estratégia de recepção iterativa proposta com outras abordagens presentes na literatura.
6. Obter uma expressão fechada para a probabilidade de erro de bit do sistema com codificação wavelet e demodulação suave.
7. Promover avaliações em termos da complexidade computacional para as diferentes estratégias de recepção propostas neste trabalho.

APÊNDICE A

DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DE SAÍDA DO DECODIFICADOR WAVELET SISO

Este Apêndice é dedicado a avaliação do modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO, cujo mecanismo de funcionamento foi concebido na seção 3.11 do Capítulo 3.

A motivação no empreendimento desta tarefa surgiu primeiro da necessidade de melhor caracterizar tal dispositivo. Entretanto, os resultados apresentados neste apêndice também permitem lançar alguma luz sobre outros resultados obtidos.

O restante deste capítulo está organizado como segue: na Seção A.1 são apresentadas a metodologia utilizada na realização dos testes estatísticos, bem como a ferramenta escolhida para a realização destes. A Seção A.2 é dedicada a expor os resultados obtidos na forma de funções de densidade de probabilidades. Na Seção A.3 são apresentados os resultados dos testes de aderência realizados, segundo o modelo de distribuição apontado na Seção A.2. A seção A.4 é dedicada à discussão, tecendo algumas observações úteis ao longo do texto. Finalmente, na Seção A.5, são apresentadas algumas conclusões.

A.1 METODOLOGIA

Considere novamente a Figura 3.1, que ilustra o modelo de sistemas de comunicações utilizado na obtenção das amostras de saída do banco de correladores, expressas pela Equação (3.11), sobre o canal com desvanecimento Rayleigh plano.

Com este cenário, foram admitidos dois sistemas com codificação wavelet, um empregando a MW de dimensão 2×8 , e o outro a MW 2×128 , na formação dos conjuntos de dados a serem

analisados com o objetivo de obter o modelo de distribuição dos dados de saída do decodificador wavelet SISO.

Para cada sistema avaliado foi formado um conjunto de dados por valor da RSR analisada, formando-se bases com tamanhos que variam entre 50.000 e 160.000 amostras ao longo da faixa de RSR admitida, isto é, entre 0-15dB. Cabe lembrar que todas estas amostras são relativas a transmissão do mesmo bit de informação, -1. Logo, a obtenção do modelo de distribuição realizou uma análise sobre um conjunto total de $2,15 \times 10^6$ amostras, permitindo obter uma boa precisão estatística na realização dos testes realizados.

A metodologia empregada considerou primeiro o problema de se avaliar qual dos modelos de distribuição existentes na literatura é o que permite obter a melhor precisão no levantamento da distribuição *a posteriori* das amostras avaliadas. Neste caso, foram considerados testes com modelos clássicos de distribuição como, por exemplo, Poisson, *t-student*, qui-quadrado, normal, dentre outras (JUNIOR, 2003). Uma vez selecionado o modelo de distribuição com a melhor precisão, foram realizados testes de aderência à distribuição escolhida, no intuito de avaliar o grau de precisão obtido na escolha desta.

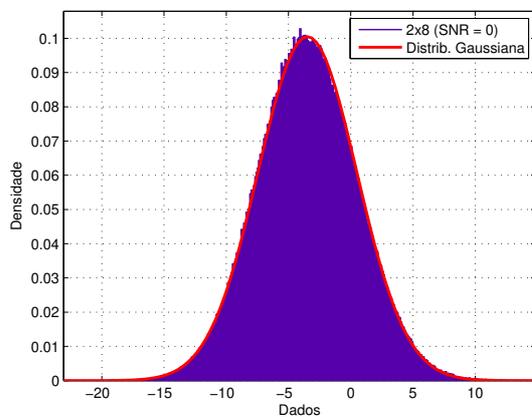
Por sua vez, na realização dos testes foi utilizada a ferramenta *Distribution Fitting Tool* (DFITTOOL), presente no *Statistics Toolbox* do MATLAB®. A escolha desta, em detrimento de outras, foi motivada pelo relativo grau de familiaridade do autor desta tese com outros *Toolboxes* deste mesmo ambiente, os quais forneceram oportunamente resultados com boa precisão.

Assim, para se realizar testes de distribuição ou aderência, é suficiente carregar o conjunto de dados a serem examinados, escolher o tipo de visualização (f.d.p, aderência), e avaliar os resultados obtidos sobre cada modelo de distribuição testado.

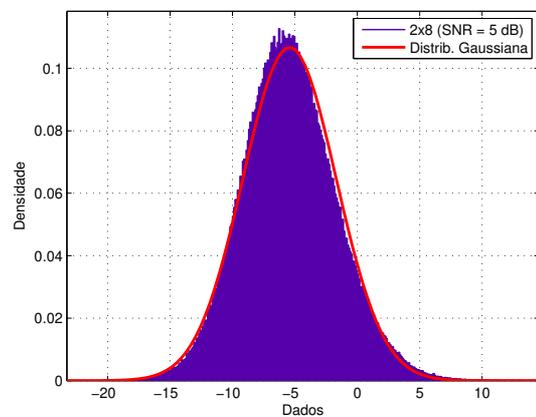
Nas próximas seções, serão mostrados os resultados obtidos dos testes realizados.

A.2 FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

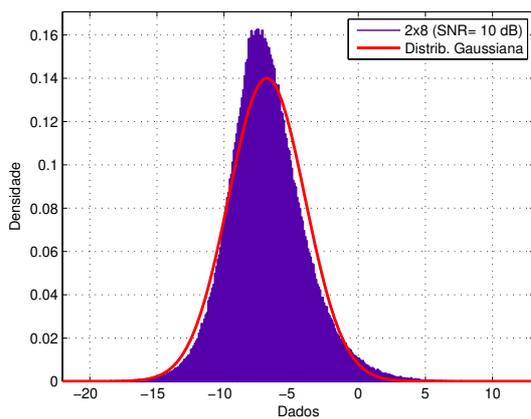
As Figura A.1 e A.2 apresentam alguns dos resultados obtidos na avaliação do modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO, condicionando-se a transmissão do bit -1. Como referência, estas também apresentam a curva correspondente à distribuição Normal, para mesma faixa de RSR avaliada. Devido a baixa adesão da distribuição destes dados com relação aos outros modelos de distribuições, acima citados, os resultados obtidos foram omitidos neste texto.



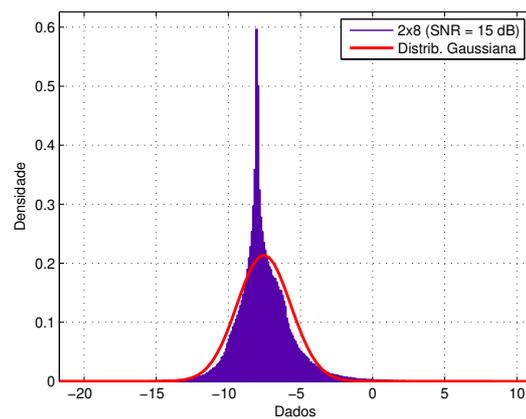
(a) RSR = 0 dB.



(b) RSR = 5 dB.

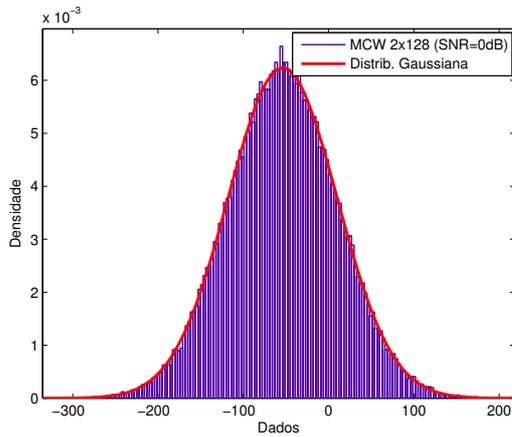


(c) RSR = 10 dB.

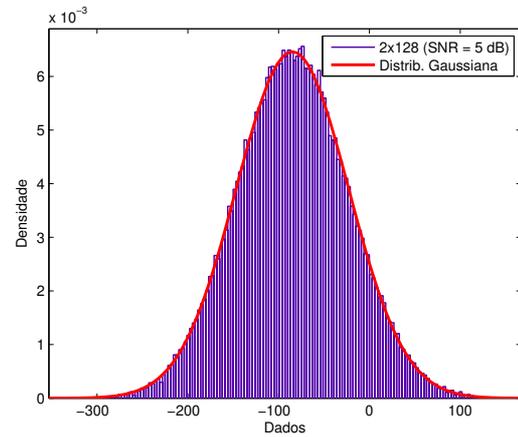


(d) RSR = 15 dB.

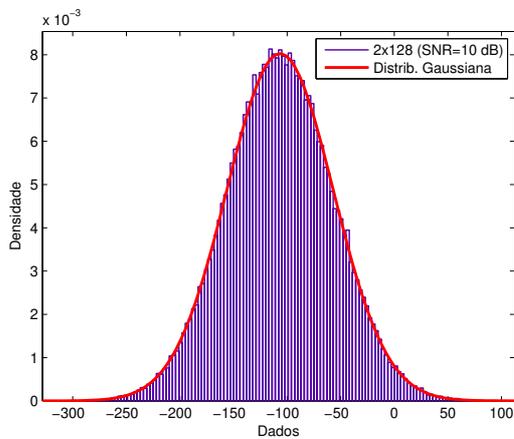
Figura A.1. Curvas de f.d.p. *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO para o sistema com o codificador baseado na MW de dimensão 2×8 , para a faixa da RSR de 0-15dB.



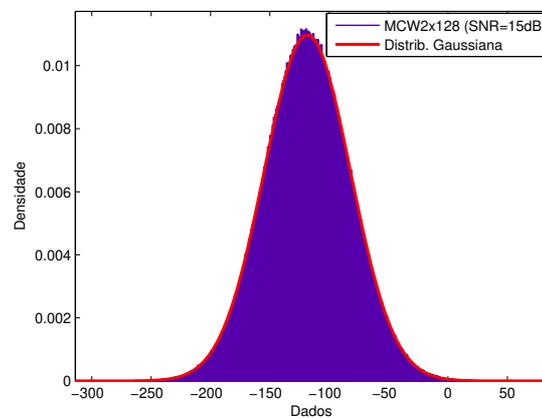
(a) RSR = 0 dB.



(b) RSR = 5 dB.



(c) RSR = 10 dB.

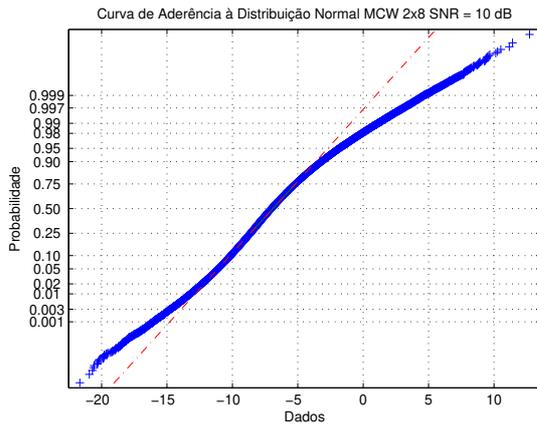


(d) RSR = 15 dB.

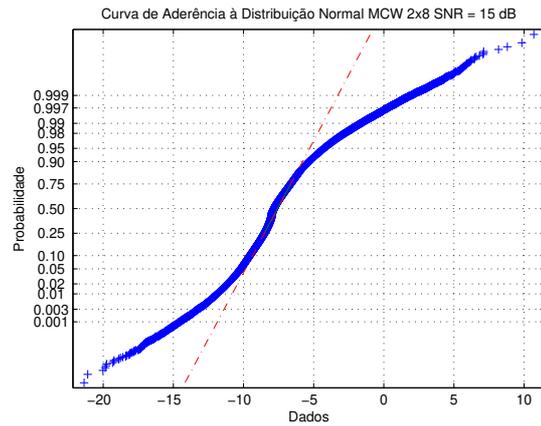
Figura A.2. Curvas de f.d.p. *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO para o sistema com o codificador baseado na MW de dimensão 2×128 , para a faixa da RSR de 0-15dB.

A.3 TESTES DE ADERÊNCIA À DISTRIBUIÇÃO NORMAL

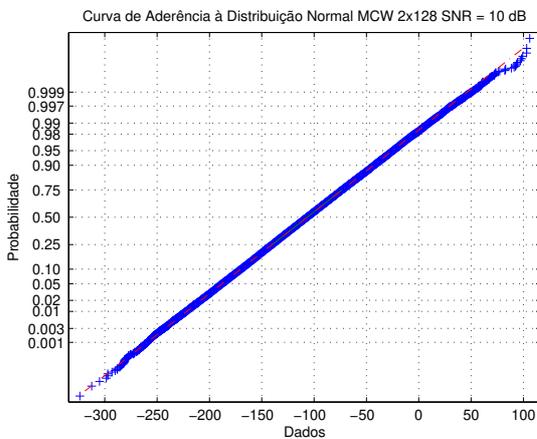
Para avaliar o grau de aderência dos dados ao modelo de distribuição normal, foram realizados testes de aderência, os quais consideram os mesmos conjuntos de dados anteriormente avaliados. A Figura A.3 apresenta alguns dos resultados destes testes.



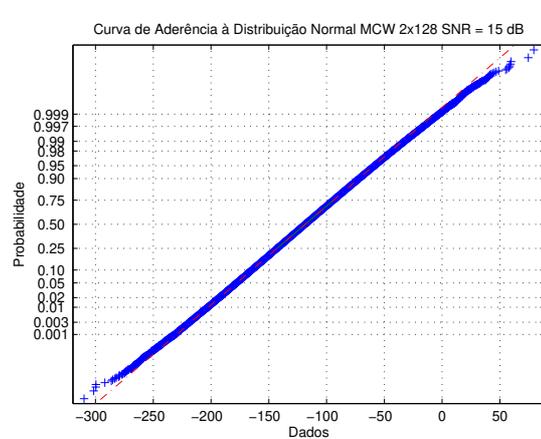
(a) RSR = 10 dB.



(b) RSR = 15 dB.



(c) RSR = 10 dB.



(d) RSR = 15 dB.

Figura A.3. Testes de Aderência à Distribuição Normal dos Dados de Saída do Decodificador Wavelet SISO, empregado em dois sistemas de comunicações com codificação baseada nas MWs 2×8 e 2×128 , com dois valores de RSR, 10 e 15dB.

A.4 DISCUSSÃO

Esta seção apresenta uma discussão sobre os resultados obtidos.

1. No sistema com codificação por MW de dimensão 2×8 , o modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO apresenta um distanciamento com relação ao modelo normal, a medida que a relação sinal-ruído aumenta.
2. Os testes de aderência realizados com relação ao modelo normal sobre os conjuntos de amostras obtidos na saída do banco de correlatores, mostram que o distanciamento já pode ser percebido para a RSR igual a 5 dB.
3. Uma inspeção visual na respectiva curva da f.d.p. *a posteriori* para este cenário e respectivo valor de RSR (5 dB), mostra que o distanciamento dos dados com relação ao modelo normal é ainda pequeno. Neste sentido, o modelo de distribuição *a posteriori* dos dados pode ser considerado gaussiano, mantendo-se ainda uma boa precisão.
4. Esta precisão é severamente reduzida para valores de RSR acima de 10 dB, conforme pode ser observado a partir das Figuras A.3(a) e A.3(b).
5. No sistema com codificação por MW de dimensão 2×128 , o modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO apresenta uma boa concordância com relação ao modelo normal, para toda a faixa de RSR avaliada.
6. Em ambos os cenários avaliados, o valor observado para a média da distribuição *a posteriori* se aproxima de $-mg$ a medida que a RSR aumenta.

Cabe notar que o distanciamento observado com relação ao modelo gaussiano, no caso de uso da MW de dimensão 2×8 , não sendo percebido no cenário com a MW 2×128 , não é de todo estranho. Basta lembrar que no caso limite (ausência de ruído), seriam obtidas distribuições discretas. Logo, é possível que este distanciamento também ocorra no segundo cenário, mas considerando-se valores de RSR fora da faixa avaliada. Por outro lado, foi possível observar este

no primeiro cenário devido ao menor espalhamento da informação proporcionado pelo emprego da MW 2×8 .

Assim, apesar do efeito comentado acima, pode ser assumido que o modelo de distribuição para os dados de saída do decodificador wavelet SISO se aproxima de uma normal, a medida que matrizes wavelets de maiores dimensões são empregadas na codificação.

Contudo, a depender do contexto de aplicação do decodificador wavelet SISO (se para cenários com uso da MW de dimensão 2×8 e valores da RSR acima de 11 dB), bem como no interesse envolvido e da precisão necessária, pode ser investido algum esforço no sentido de obter um modelo de distribuição com maior precisão, partindo-se para testes estatísticos com f.d.p. multimodais.

A.5 CONCLUSÕES

Este apêndice foi dedicado a investigação do modelo de distribuição *a posteriori* dos dados de saída do decodificador wavelet SISO, considerando-se dois cenários de uso para o decodificador, sobre o mesmo ambiente de transmissão, caracterizado pelo desvanecimento Rayleigh plano: (a) em sistema com codificação por MW de dimensão 2×8 , e (b) quando a MW 2×128 é utilizada na codificação.

Assim, foram realizados testes estatísticos sobre conjuntos de dados com diferentes tamanhos, obtidos de ambos os sistemas utilizados. Especificamente, os testes consideraram bases distintas, com um número de amostras variando entre 50.000 a 160.000, obtidas segundo um determinado valor de RSR avaliado, presente na faixa de 0–15 dB.

Diante dos resultados dos testes, é possível afirmar que os dados obtidos são bem ajustados por uma normal, a medida que matrizes wavelets de maiores dimensões são empregadas na codificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALAMOUTI, S. M. *A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications*. v. 16, n. 8, p. 1451–1458, Outubro 1998.
- AQUINO, L. C. F.; ASSIS, F. M. *Generating Fading-Resistant Constellations using Genetic Algorithm*. *International Microwave and Optoelectronics Conference, SBMO'97/IEEE MTT-S*, p. 719–723, 1997.
- ASSIS, F. M.; SOUSA, E. S. *Rotated Constellation MC-CDMA Systems*. *Global Telecommunications Conference – GLOBECOM'99*, v. 1b, p. 996–1001, 1999.
- BAHL, L. R. et al. *Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate*. *IEEE Trans. Inform. Theory*, v. 20, p. 284–287, 1974.
- BALAKRISHNAN, J.; VISWANATHAN, H.; JOHNSON-JR, C. R. *Decision Device Optimization for Soft Decision Feedback Equalization*. *Conference on Information Sciences and Systems, Princeton University*, March 15-17, USA, 2000.
- BARG, A.; ZÉMOR, G. *Concatenated Codes: Serial and Parallel*. *Proc. of 2003 International Symposium on Information Theory, June 29–July 4, Yokohama, Japan.*, 2003.
- BENEDETTO, S.; BIGLIERI, E. *Principles of Digital Transmission: with Wireless Applications*. New York, USA: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
- BERROU, C.; GLAVIEUX, A.; THITIMAJSHIMA, P. *Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes*. *Proceedings of the 1993 Communication Conference, ICC'93, Geneva, Switzerland*, p. 1064–1070, May 1993.

COVER, T. M.; THOMAS, J. A. *Elements of Information Theory*. New York, NY, USA: Wiley-Interscience, 1991. ISBN 0-471-06259-6.

DUMER, I.; SHABUNOV, K. *Soft-Decision Decoding of Reed-Muller Codes: Recursive Lists*. *IEEE Transaction on Information Theory*, v. 52, p. 1260 – 1266, March, 2006.

FORNEY, G. D. *Concatenated Codes*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology-MIT, 1966.

FREY, B.; KSCHISCHANG, F. *Probability Propagation and Iterative Decoding*. *Proc. 34th Annual Allerton Conf. on Communications, Control, and Computing*, p. 482–493, 1996.

HAGENAUER, J.; OFFER, E.; PAPKE, L. *Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes*. v. 42, n. 2, p. 429–445, Março 1996.

HAYKIN, S. S. *Digital Communications*. New York, USA: John Wiley, 1992.

JUNIOR, L. G. *Uma Aplicação de Redes Bayesianas no Auxílio a Tomada de Decisões Médicas*. Dissertação (Mestrado) — COPELE - Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Campina Grande, 2003.

JUNIOR, L. G. Q. S. *Avaliação da Decodificação Iterativa em Sistemas com Codificação Wavelet Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh Plano*. Tese ((Exame de Qualificação)), Agosto 2007.

JUNIOR, L. G. Q. S. *Avaliação de um Estimador Suave de Sinais PSK em Sistemas com Codificação Wavelet para Canais com Desvanecimento Rayleigh Plano (Relatório de Projeto e Pesquisa 2)*. [S.l.], Julho 2007.

JUNIOR, L. G. Q. S. *Avaliação de uma Técnica de Decodificação Iterativa em Sistemas com Codificação Wavelet para Canais com Desvanecimento Rayleigh Plano (Relatório de Projeto e Pesquisa 3)*. [S.l.], Julho 2007.

- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Ordenação de Variáveis em Redes Bayesianas com Medidas de Informação Mútua de Shannon e Rényi. Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática. Gramado-RS. Brasil, 2004.*
- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Variable Ordering in Bayesian Networks Via Information Measures. Proc. of III Latin-American Congress On Biomedical Engineering. João Pessoa-PB. Brasil., 2004.*
- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Soft-Decision Demodulation of Wavelet-Coded PSK Signals over Flat Rayleigh Fading Channels. In Proceedings of ITS'2006 – VI International Telecommunications Symposium. September 3-6, 2006, Fortaleza-CE, Brazil, 2006.*
- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Algoritmo Genético Aplicado na Obtenção de Constelações de Sinais para Transmissão Digital Com Codificação Wavelet em Canais com Desvanecimento Rayleigh. Anais do VIII Congresso Brasileiro de Redes Neurais. Florianópolis, 9 a 11 de Outubro de 2007, 2007.*
- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Decodificação Iterativa para Concatenação Serial com Codificação Wavelet. Anais do SBrT'2007 – XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações. Realizado entre 03-06 Setembro de 2007, Recife-PE, Brasil, 2007.*
- JUNIOR, L. G. Q. S. et al. *Iterative Decoding for Serial Concatenation with Wavelet Encoding. In Proceedings of IMOC'2007 – IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference. October 29 – November 1st, 2007, Salvador-BA, Brazil, 2007.*
- KERPEZ, K. J. *Constellations for Good Diversity Performance. TC, v. 41, n. 9, p. 1412–1421, Setembro 1993.*
- LEE, L. *On Optimal Soft-Decision Demodulation. IEEE Transactions on Information Theory, v. 22, p. 437–444, July, 1976.*
- MARTINS, J. P. T. *Turbo Decodificadores de Bloco de Baixa Potência. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2004.*

- MCELIECE, R. J. *Coding Theory and Probability Propagation in Loopy Bayesian Networks. invited talk at the 13th Conf. on Uncertainty in Artificial Intelligence*, 1997.
- NETO, L. C. S. *Avaliação de Desempenho de Equalizadores Turbo de Baixa Complexidade*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, Fevereiro, 2006.
- NOELS, N. et al. *A Theoretical Framework for Soft-information-based Synchronization in Iterative (Turbo) Receivers*. *EURASIP J. Wirel. Commun. Netw.*, Hindawi Publishing Corp., New York, NY, United States, v. 2005, n. 2, p. 117–129, 2005. ISSN 1687-1472.
- PAPOULIS, A.; S.U.PILLAI. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. Two Penn Plaza, 9th Floor, New York, NY 10121-2298, USA.: McGraw-Hill, 2002.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. New York, 1989.: McGraw-Hill, 1989.
- Q. SILVEIRA, L. F. de; ASSIS, F. M. *Desempenho da Codificação Wavelet com Hamming e Diversidade Espaço-Temporal sobre Canais Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh*. *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Agosto, 2002.
- Q. SILVEIRA, L. F. de; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. *Performance of a PSK System with Wavelet Time Diversity over Flat Rayleigh Fading Channels*. *International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC'2003*, 2003.
- Q. SILVEIRA, L. F. de; ASSIS, F. M.; PINTO, E. L. *A New Wavelet Coded PSK System over Time-varying Flat Fading Channels*. *Fifth IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications - SPAWC'2004*, July, 2004.
- Q. SILVEIRA, L. F. de et al. *Desempenho da Codificação Wavelet em Sistemas com Diversidade sobre Canais Sujeitos ao Desvanecimento Plano e Rápido*. *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBT'01*. Fortaleza - CE, Setembro, 2001.
- RAHNEMA, M.; ANTIA, Y. *Optimal Soft Decision Decoding with Channel State Information in the Presence of Fading*. *IEEE Communications Magazine*, v. 35, p. 110–111, July, 1997.

- REGALIA, P. A. *Iterative Decoding of Concatenated Codes: a Tutorial*. *EURASIP J. Appl. Signal Process.*, Hindawi Publishing Corp., New York, NY, United States, v. 2005, n. 1, p. 762–774, 2005. ISSN 1110-8657.
- RESNIKOFF, H.; WELLS-JR., R. *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*. New York, 1998.: Springer-Verlang, 1998.
- SILVA, G. A.; ASSIS, F. M. *Using Space-time (TCM) with Rotated Constellations for Transmission over Mobile Communications Channels*. *Electronic Letters*, v. 35, p. 454–455, 1999.
- SILVA, V. M.; SOUSA, E. S. *Fading-Resistant Transmission from Several Antennas*. *6th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, p. 1218–1222, 1995.
- SILVEIRA, L. *Desempenho de Sistemas com Codificação Wavelet e Diversidade Espaço-temporal em Canais Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh Plano*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brazil, Maio, 2002.
- SILVEIRA, L. *Análise de Desempenho da Codificação Wavelet em Sistemas Sujeitos ao Desvanecimento Rayleigh Plano*. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia Elétrica - UFCG, Abril 2006.
- SILVEIRA, L. F. Q. et al. *Analysis and Optimization of Wavelet-coded Communication Systems*. (To be published) *IEEE Transaction on Wireless Communications (Transaction Letter)*, 2007.
- SKLAR, B. *Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems - Part I: Characterization*. *IEEE Communications Magazine*, v. 35, n. 7, p. 90–100, Julho 1997.
- SKLAR, B. *Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems - Part II: Mitigation*. *IEEE Communications Magazine*, v. 35, n. 7, p. 102–109, Julho 1997.

- TÜCHLER, M.; KOETTER, R.; SINGER, A. *Turbo equalization. IEEE Signal Processing Magazine*, v. 21, p. 67–80, 2004.
- TZANNES, M. A.; TZANNES., M. C. Bit-by-bit channel coding using wavelets. In: IEEE GLOBECOM. *Proceedings of IEEE GLOBECOM'92*. Orlando, Florida, USA, 1992. p. 684–688.
- VALENTI, M. C. *Iterative Detection and Decoding for Wireless Communications. Tese de Doutorado – Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University*, Julho 1999.
- VINIOTIS, Y. *“Probability and Random Processes for Electrical Engineers”*. Singapore, ISBN 0-07-067491-4: McGraw-Hill, 1998.
- VITERBI, A. J.; VITERBI, A. M.; SINDHUSHAYANA, N. T. *Interleaved Concatenated Codes: New Perspectives on Approaching the Shannon Limit. Proc. of the National Academy of Sciences, Inaugural Articles Series.*, 1997.
- VUCETIC, B.; YUAN, J. *Turbo Codes: Principles and Applications. Kluwer Academic, New York, U.S.A.*, p. 211–213, 2000.