



Universidade Federal de Campina Grande  
Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

## **Modulador Sigma-Delta com Sensor Termo-resistivo**

Lígia Souza Palma

*Tese de Doutorado submetida à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para obtenção do Grau de Doutora em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica*

Área de Concentração: Processamento da Informação

Raimundo Carlos S. Freire, Dr.

Amauri Oliveira, Dr.

Orientadores

Campina Grande, Paraíba, Brasil

© Lígia Souza Palma, Dezembro de 2005

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG**

P171m Palma, Lígia Souza  
2005 Modulador Sigma-Delta com Sensor Termoresistivo / Lígia Souza Palma –  
Campina grande, 2005.  
230f: il.

Inclui bibliografia.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de  
Campina Grande, Centro de Engenharia e Informática.

Orientador: Raimundo Carlos Silvério Freire e Amauri Oliveira.

1- Sensor Termo-resistivo 2- Conversor Sigma-Delta 3- Medição de  
Radiação I- Título

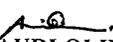
CDU 621.3:681.586.6

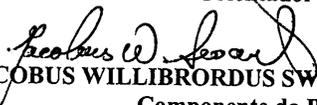
MODULADOR SIGMA-DELTA COM SENSOR TERMO-RESISTIVO

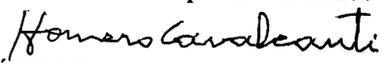
LÍGIA SOUZA PALMA

Tese Aprovada em 09.12.2005

  
RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFCG  
Orientador

  
AMAURI OLIVEIRA, D.Sc., UFBA  
Orientador

  
JACOBUS WILLIBRORDUS SWART, Dr., UNICAMP  
Componente da Banca

  
JOSÉ HOMERO FEITOSA CAVALCANTI, D.Sc., UFPB  
Componente da Banca

  
BENEDITO ANTONIO LUCIANO, D.Sc., UFCG  
Componente da Banca

ELMAR UWE KURT MELCHERM, Dr., UFCG  
Componente da Banca (Ausência Justificada)

  
HASSAN ABOUSHADY, Dr., Université Pierre et Marie Curie  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE – PB  
DEZEMBRO – 2005

## Dedicatória

Dedico este trabalho a:

Minha mãe Marinalva Palma.

Minha sogra Francisca Hattori, (em memória).

Likiso, meu marido e Lile, minha filha, pelo incentivo à realização do doutorado.

Meus irmãos queridos Maria, Edgar, Helena e Sérgio.

Meus cunhados, sobrinhos e sobrinhos-netos.

Maria Analice Oliveira, minha grande amiga paraibana, pelo carinho, paciência e companhia nesses tempos longe da família.

EM ESPECIAL, ESTE TRABALHO É DEDICADO À MEMÓRIA DE MEU PAI, **JOÃO PALMA NETTO**, MEU PRIMEIRO E MAIOR INCENTIVADOR.

## **Agradecimentos**

Aos meus orientadores, professores Raimundo Carlos Silvério Freire e Amauri Oliveira pela importante contribuição à minha formação.

Ao M. Sc. Alexandre Santana da Costa (UFBA) com quem compartilhei esse trabalho.

Aos amigos e professores Adhemar de Barros Fontes (UFBA) e Ana Isabela Araujo Cunha (UFBA) pelo carinho, incentivo e pelo valioso atendimento às minhas solicitações.

Ao professor Antônio César de Castro Lima (UFBA) por esclarecer algumas das minhas dúvidas.

Aos bolsistas de iniciação científica Antônio de Quadros Andrade Junior (UFBA), Marcos Eduardo do Prado Villarroel Zurita (UFCG), e Cleber Vinícius Ribeiro Almeida (UFBA) pela valorosa contribuição no desenvolvimento deste trabalho.

Ao amigo e colega de doutorado Francisco Ferreira dos Santos pelo carinho e pela valiosa ajuda com os problemas computacionais.

Ao programa CAPES/PROCAD pelo apoio financeiro.

## Resumo

Apresenta-se, neste trabalho, a concepção de um modelo de arquitetura de medidor de grandezas físicas baseada nos instrumentos de medição por deflexão nula. O modelo dessa arquitetura utiliza um modulador sigma-delta mono-bit de primeira ordem que tem um sensor termo-resistivo, como parte integrante da sua malha, substituindo as operações de soma e integração do modulador. A modelo de medidor utiliza o princípio da equivalência elétrica, que permite a aplicação direta do modo de operação por deflexão nula com o sensor termo-resistivo operando à temperatura constante.

Desenvolve-se os modelos de modulador sigma-delta com sensor para a aplicação na medição das grandezas físicas de radiação solar e de temperatura. Mostra-se o resultado das simulações desses modelos em duas versões, para cada uma dessas aplicações, e para uma taxa de sobre-amostragem de 256 vezes a frequência de Nyquist. A versão teórica é alimentada com corrente contínua e a versão implementável em circuito é alimentado com corrente pulsada.

Desenvolve-se também uma análise do desempenho desses modelos, partindo-se das funções de transferência das arquiteturas modeladas. Extrai-se, dessa análise, a relação sinal/ruído e a resolução obtida, em número de bits. Compara-se, então, a resolução obtida para esses modelos, com a resolução do PCM sobre-amostrado e a do modulador sigma-delta típico mono bit e de primeira ordem, ambos com a mesma taxa de sobre-amostragem.

Esta arquitetura tem a vantagem de fornecer uma estimação, na forma digital, diretamente da grandeza física medida e pode ser integrado como um micro-sensor.

## Abstract

This work presents a model conception of meter architecture based on null deflection instruments. The model architecture uses a mono bit first order sigma-delta modulator with a thermo-resistive sensor as an integrant part of its loop, substituting the addition and integration operations. The meter architecture presented here is based on electrical equivalence principle in which null deflection operation mode is directly applied with the sensor working at a constant temperature.

Sigma-delta modulators with thermo-resistive sensor models were developed for solar radiation and temperature measurements. Simulation results of two models versions, for each application, were shown for an oversampling rate equal to 256. The theoretical model version is fed with continuous current and the other model is fed with pulsed current and can be implemented in a circuit.

Architecture models performance analyses were developed based on its transfer functions. From those analyses we obtained the models signal to noise rates and resolutions. The resolutions were compared with oversampled PCM and with typical mono bit first order sigma-delta modulator, with the same oversampling rate.

This system gives physics greatness estimation, in digital format, directly from physics greatness and may be integrated with a microsensor.

# Sumário

<b>Dedicatória .....</b>	<b>IV</b>
<b>Agradecimentos .....</b>	<b>V</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>VI</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>VII</b>
<b>Sumário.....</b>	<b>VIII</b>
<b>Lista de Abreviaturas.....</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>XIV</b>
<b>Lista de Figuras.....</b>	<b>XIX</b>
<b>Lista de Tabelas.....</b>	<b>XXVII</b>
<b>Capítulo 1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 2. Modulador <math>\Sigma</math>-<math>\Delta</math> com Sensor Termo-resistivo.....</b>	<b>11</b>
2.1 Introdução.....	11
2.2 Concepção do Modulador $\Sigma$ - $\Delta$ com Sensor Termo-resistivo.....	13
2.3 Aplicação na Medição de Radiação Solar.....	18
2.3.1 Modelo do Sensor para Medição do Sinal de Radiação Solar em Corrente Contínua.....	25
2.3.2 Modelo Completo em Corrente Contínua do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Radiômetro.....	26

2.3.3	Modelo Completo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER em Corrente Pulsada para Medição de Radiação Solar.....	33
2.3.4	Frequência de Sobreamostragem do modelo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Radiômetro.....	39
2.3.5	Resultados de Simulação dos $M\Sigma\Delta$ MBPOSTERs como Radiômetro.....	40
2.3.5.1	Resposta ao Degrau de Radiação Solar.....	42
2.3.5.2	Resposta ao Sinal Senoidal de Radiação Solar .....	48
2.4	Aplicação na Medição de Temperatura.....	54
2.4.1	Modelo do Sensor para Medição da Temperatura em Corrente Contínua.....	60
2.4.2	Modelo Completo em Corrente Contínua do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Termômetro.....	61
2.4.3	Modelo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER Completo em Corrente Pulsada como Termômetro.....	67
2.4.4	Resultados de Simulação dos $M\Sigma\Delta$ MBPOSTERs como Termômetro.....	72
2.4.4.1	Resposta ao Degrau de Temperatura.....	74
2.4.4.2	Resposta ao Sinal Senoidal de Temperatura.....	79
<b>Capítulo 3. Modulador <math>\Sigma-\Delta</math> com Sensor Termo-resistivo: Análise de Desempenho.....</b>		<b>84</b>
3.1	Introdução.....	84
3.2	Resposta em Frequência do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Medidor de Radiação Solar.....	85
3.2.1	Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER no	

	Domínio da Frequência Contínua.....	86
3.2.2	Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ no Domínio da Frequência Amostrada.....	88
3.2.3	Discussão sobre as FTs do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ como Radiômetro.....	96
3.2.4	Magnitude do Espectro de Frequência do Ruído de Quantização no $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .....	107
3.2.5	Relação Sinal/Ruído do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor.....	112
3.2.6	Resolução do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor.....	121
3.2.7	Resultados obtidos para a Resolução do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor como Radiômetro.....	123
3.3	Resposta em Frequência do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ como Medidor de Temperatura.....	130
3.3.1	Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ no Domínio da Frequência Contínua.....	130
3.3.2	Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ no Domínio da Frequência Amostrada.....	132
3.3.3	Discussão à Respeito das FTs do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ como Termômetro.....	134
3.3.4	Magnitude do Espectro de Frequência do Ruído de Quantização no $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .....	142
3.3.5	Relação Sinal/Ruído do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor.....	145
3.3.6	Resolução do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor.....	149
3.3.7	Resultados obtidos para a Resolução do Conversor $\Sigma-\Delta$ com Sensor como Termômetro.....	150

<b>Capítulo 4</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>156</b>
<b>Capítulo 5</b>	<b>Perspectivas de Trabalhos Futuros.....</b>	<b>158</b>
<b>Anexo I.</b>	<b>Revisão sobre Medidores com Sensor Termo-resistivo Baseados no Princípio da Equivalência Elétrica.....</b>	<b>161</b>
Al.1	Introdução.....	161
Al.2	Sensores Termo-resistivos.....	162
Al.3	Método de Medição à Temperatura Constante.....	165
Al.4	Arquitetura dos Medidores de Equivalência Elétrica com Sensor Termo-resistivo.....	167
<b>Anexo II.</b>	<b>Revisão sobre Modulador A/D Sigma-Delta de Primeira Ordem.....</b>	<b>173</b>
<b>Anexo III.</b>	<b>Revisão sobre Micro-sensores.....</b>	<b>188</b>
<b>Apêndice I.</b>	<b>Deduções Matemáticas Auxiliares.....</b>	<b>197</b>
Apl.1	Do capítulo 2 – página 28.....	198
Apl.2	Do capítulo 3 – página 7.....	201
Apl.3	Do capítulo 3 – página 8.....	203

<b>Apêndice II. Listagem dos Programas.....</b>	<b>204</b>
AplI.1 Programa 1.....	205
AplI.2 Programa 2.....	207
AplI.3 Programa 3.....	208
AplI.4 Programa 4.....	209
AplI.5 Programa 5.....	212
AplI.6 Programa 6.....	215
AplI.7 Programa 7.....	217
AplI.8 Programa 8.....	218
AplI.9 Programa 9.....	219
AplI.10 Programa 10.....	220
AplI.11 Programa 11.....	221
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>223</b>

## Lista de Abreviaturas

A/D	Analógico para digital.
CC	Corrente contínua.
CI	Circuito integrado.
CMOS	Metal-Óxido-Silício Complementar.
CP	Corrente pulsada.
$C\Sigma\Delta$ MBPOSTER	Conversor sigma-delta mono bit de primeira ordem com sensor termo-resistivo.
D/A	Digital para analógico.
FIR	Resposta ao impulso finita.
FT	Função de transferência.
FTE	Função de transferência do erro de quantização.
$M\Sigma\Delta$ MBPOSTER	Modulador sigma-delta mono bit de primeira ordem com sensor termo-resistivo.
MOS	Metal-Óxido-Silício.
NTC	Coefficiente de temperatura negativa.
OSR	Taxa de sobre-amostragem.
PCM	Modulador por código de pulso.
PI	Proporcional e integral.
PTC	Coefficiente de temperatura positiva.
PWM	Modulador por duração de pulso.
RTD	Detetor resistivo de temperatura.
SNR	Relação sinal/ruído.
$\Sigma-\Delta$	Sigma-Delta.
TB	Balanço de temperatura.

## Lista de Símbolos

$a$	-	Constante.
$A$	-	Constante
$\alpha$	-	Coefficiente de transmissividade-absorvidade do sensor.
$b$	-	Constante.
$B$	-	Constante do termistor NTC.
$B_0$	-	Amostrador e Retentor de ordem zero.
$\beta_i$	-	Coefficientes de temperatura do sensor termo-resistivo metálico.
$c$	-	Calor específico.
$c_0$	-	Coefficiente.
$c_1$	-	Coefficiente.
$C$	-	Altura do degrau.
$C_{th}$	-	Capacitância térmica do sensor.
$\delta$	-	Duração do pulso de corrente PWM.
$\delta_0$	-	Duração do pulso de corrente PWM do ponto teórico de operação.
$\partial$	-	Derivada parcial.
$D$	-	Altura do degrau.
$\Delta e_a$	-	Varição da energia interna do sensor.
$\Delta P$	-	Gradiente de potência resultante compensado.
$\Delta \delta$	-	Incremento na duração do pulso de corrente PWM do sensor.
$\Delta Y_{s0}$	-	Incremento de corrente do sensor elevada ao quadrado.
$e[n]$	-	Erro de quantização no domínio do tempo amostrado.
$e_i$	-	Energia entregue ao sensor.
$e_0$	-	Energia perdida pelo sensor para o meio.

$e_{rms}$	- Valor eficaz do ruído de quantização.
$E$	- Magnitude do erro de quantização na entrada do modulador no domínio da frequência.
$E_{PWM}$	- Amplitude da tensão do PWM.
$E_y$	- Magnitude do erro de quantização na saída do modulador no domínio da frequência.
$f$	- Frequência.
$f_B$	- Frequência da banda de um sinal.
$f_N$	- Frequência de Nyquist.
$f_p$	- Frequência do pólo da função de transferência do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ .
$f_S$	- Frequência de sobre-amostragem.
$f_{sensor}$	- Frequência do polo de pequenos sinais do sensor.
$f_{sr}$	- Frequência do polo do sistema realimentado
$F$	- Função de transferência na saída do modulador.
$F_S$	- Frequência de sobre-amostragem.
$g$	- Variável auxiliar (capítulo 3) ou função (apêndice I)
$G_{th}$	- Condutância térmica do sensor.
$h$	- Coeficiente de transferência de calor na superfície do sensor.
$H$	- Radiação solar incidente.
$H_n$	- Radiação solar estimada na saída do conversor.
$H'[n]$	- Radiação solar estimada na saída do conversor.
$h_H$	- Incremento da radiação solar.
$H_0$	- Radiação térmica incidente no ponto de operação.
$H_{min}$	- Valor mínimo da radiação solar a ser medida.
$H_{max}$	- Valor máximo da radiação solar a ser medida.
$i$	- Índice.
$l_a$	- Posição anterior ao da amostra a partir do qual o sinal de saída se estabiliza.
$l_m$	- Magnitude da corrente PWM do sensor.
$l_s$	- Corrente elétrica do sensor.
$kj$	- Variável de auxiliar.
$kk$	- Variável de auxiliar.

$kl$	Variável de auxiliar.
$km$	Variável de auxiliar.
$kn$	Variável de auxiliar.
$k_t$	Coefficiente de temperatura do sensor.
$k_H$	Coefficiente de variação da radiação solar $H(s)$ .
$k_{T_a}$	Coefficiente de variação da temperatura $T_a(s)$ .
$K_{Y_s}$	Coefficiente variação da corrente $Y_s(s)$ do sensor.
$\mathcal{L}$	Transformada de Laplace
$m$	Massa do sensor (capítulo 2 e anexo 1) ou expoente (capítulo 3 e anexo II).
$n$	Índice e/ou expoente.
$N$	Número de bits.
$N_a$	Número de amostras utilizadas para o cálculo da potência média do sinal de medição.
$p$	Pólo da função de transferência de pequenos sinais do sensor.
$P_1$	Potência aplicada ao aquecedor $R_1$ .
$P_2$	Potência aplicada ao aquecedor $R_4$ .
$P_e$	Potência elétrica.
$P_t$	Potência total aplicada aos dois aquecedores $R_1$ e $R_4$ .
$q$	Pólo do modulador no domínio $z$ .
$Q_e(z)$	Função de transferência do ruído no domínio $z$ .
$Q_x(z)$	Função de transferência do sinal no domínio $z$ .
$r$	Zero da função de transferência do sinal de erro de quantização.
$R_s$	Resistência do sensor à temperatura $T_s$ .
$R_{s0}$	Resistência do sensor à temperatura $T_{s0}$ .
$R_0$	Resistência do sensor na temperatura $T_0$ .
$R_1$	Resistor 1.
$R_2$	Resistor 2.
$R_3$	Resistor 3.
$R_4$	Resistor 4.
$\sigma_e^2$	Potência do ruído na entrada do conversor.

$\sigma_{ey}^2$	- Potência do ruído na saída do conversor.
$\sigma_x^2$	- Potência do sinal na entrada.
$\sigma_{xy}^2$	- Potência do sinal na saída.
$s$	- Indica domínio da frequência contínua.
$S$	- Área da superfície do sensor.
$\tau$	- Constante de tempo intrínseca do sensor.
$\tau_{sensor}$	- Constante de tempo de pequenos sinais do sensor.
$\tau_{sr}$	- Constante de tempo do modulador.
$t$	- Tempo.
$t_1$	- Tempo que o transistor $Q_1$ fica ligado.
$t_a$	- Incremento da temperatura do meio ambiente.
$t_f$	- Limite final da integração.
$t_s$	- Incremento da temperatura do sensor.
$T_2$	- Tempo que o transistor $Q_2$ fica ligado.
$T_0$	- Temperatura de referência.
$T_a$	- Temperatura do meio em que o sensor está inserido.
$T_{an}$	- Temperatura do meio estimada na saída do conversor.
$T'_a [n]$	- Temperatura do meio estimada na saída do conversor.
$T_{amin}$	- Temperatura mínima do meio ambiente.
$T_{amax}$	- Temperatura máxima do meio ambiente.
$T_{a0}$	- Temperatura do meio ambiente no ponto de operação teórico.
$T_{PWM}$	- Período do sinal PWM.
$T_s$	- Temperatura do sensor.
$T_{s0}$	- Temperatura do sensor no ponto de operação teórico.
$v$	- Velocidade do fluido.
$V_0$	- Tensão de saída do amplificador operacional.
$V_s$	- Tensão nos terminais do sensor.
$V_{sef}$	- Tensão eficaz nos terminais do sensor.
$V^-$	- Tensão na entrada inversora do amplificador operacional.
$V^+$	- Tensão na entrada não inversora do amplificador operacional.

$V_{sef}$	-	Tensão eficaz na saída do modulador PWM.
$x$	-	Sinal à entrada do modulador no domínio do tempo
$X$	-	Sinal à entrada do modulador no domínio da frequência
$w$	-	Frequência angular.
$y$	-	Sinal à saída do modulador no domínio do tempo
$y_s$	-	Incremento da corrente do sensor elevada ao quadrado
$Y$	-	Sinal à saída do modulador no domínio da frequência
$Y_{ij}$	-	Resposta ao degrau da integral ideal.
$Y_e$	-	Resposta ao degrau da integral de primeira ordem.
$Y_{smin}$	-	Corrente mínima do sensor elevada ao quadrado.
$Y_{smax}$	-	Corrente máxima do sensor elevada ao quadrado.
$Y_s$	-	Corrente do sensor elevada ao quadrado
$Y_{s0}$	-	Corrente do sensor elevada ao quadrado no ponto de operação.
$z$	-	Domínio da frequência amostrada.
$Z$	-	Transformada Z.

## Lista de Figuras

Figura 1.1	Representação de um sistema de medição. ( $x$ , $y$ e $\hat{x}$ representam, respectivamente, a grandeza medida, o sinal de medição e o valor estimado de $x$ ).....	4
Figura 2.1	Diagrama de blocos do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ mono bit de primeira ordem.....	15
Figura 2.2.	Gráfico comparativo das respostas ao degrau da integral e exponencial.....	16
Figura 2.3	Modulador $\Sigma$ - $\Delta$ mono-bit, primeira ordem, com sensor termo-resistivo.....	18
Figura 2.4	Diagrama de blocos. (a) Trecho do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ (b) Modelo de pequenos sinais do sensor para medição de radiação solar.....	23
Figura 2.5	Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de radiação solar, em corrente contínua.....	26
Figura 2.6	Modelo completo em corrente contínua do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ com sensor termo-resistivo como radiômetro.....	27
Figura 2.7	Sub-sistema <i>Escala</i> do Simulink para o radiômetro em corrente contínua.....	32
Figura 2.8	Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de radiação solar, em corrente PWM.....	35
Figura 2.9	Modelo completo em corrente pulsada do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ com sensor termo-resistivo como radiômetro.....	37
Figura 2.10	Sub-sistema <i>Escala</i> do Simulink para o radiômetro em corrente pulsada.....	38
Figura 2.11	Medidor de radiação solar em corrente contínua (cc): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	45
Figura 2.12	Medidor de radiação solar em corrente pulsada (cp): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	45

Figura 2.13	Medidor de radiação solar cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	46
Figura 2.14	Medidor radiação solar cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau em $t=300$ s.....	46
Figura 2.15	Medidor de radiação solar cc: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	47
Figura 2.16	Medidor de radiação solar cp: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	47
Figura 2.17	Radiação solar estimada comparativa em resposta ao degrau aplicado em $t=300$ s.....	48
Figura 2.18	Medidor de radiação solar cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	51
Figura 2.19	Medidor de radiação solar cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	51
Figura 2.20	Medidor de radiação solar cc: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	52
Figura 2.21	Medidor de radiação solar cp: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	52
Figura 2.22	Medidores de radiação solar cc e cp: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s. a) Semi-ciclo negativo b) Semi-ciclo positivo.....	53
Figura 2.23	Diagrama de blocos. (a) Trecho do modulador $\Sigma-\Delta$ (b) Modelo de pequenos sinais do sensor para medição de temperatura do meio.....	59
Figura 2.24	Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de temperatura, em corrente contínua.....	61
Figura 2.25	Modelo completo em corrente contínua do modulador $\Sigma-\Delta$ com sensor termo-resistivo como termômetro.....	62
Figura 2.26	Sub-sistema <i>Escala</i> do Simulink para o termômetro em corrente contínua.....	66
Figura 2.27	Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de temperatura, em corrente PWM.....	68
Figura 2.28	Modelo completo em corrente pulsada do modulador $\Sigma-\Delta$ com sensor termo-resistivo como termômetro.....	70
Figura 2.29	Sub-sistema <i>Escala</i> do Simulink para o termômetro em corrente pulsada.....	71

Figura 2.30	Medidor de temperatura em corrente contínua (cc): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s..	76
Figura 2.31	Medidor de temperatura em corrente pulsada (cp): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s.....	76
Figura 2.32	Medidor de temperatura em cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s.....	77
Figura 2.33	Medidor temperatura em cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau em $t=20$ s.....	77
Figura 2.34	Medidor de temperatura em cc: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s.....	78
Figura 2.35	Medidor de temperatura em cp: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s.....	78
Figura 2.36	Temperatura do meio estimada comparativa em resposta ao degrau aplicado em $t=20$ s.....	79
Figura 2.37	Medidor de temperatura em cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	81
Figura 2.38	Medidor de temperatura em cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	81
Figura 2.39	Medidor de temperatura em cc: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	82
Figura 2.40	Medidor de temperatura em cp: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s.....	82
Figura 2.41	Medidores de temperatura em cc e cp: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em $t=0$ s a) Semi-ciclo negativo. b) Semi-ciclo positivo.....	83
Figura 3.1	Diagrama de blocos do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de radiação solar, para obtenção da FT no domínio $s$ .....	87
Figura 3.2	Diagrama de blocos do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de radiação solar, para obtenção da FT no domínio $z$ .....	89
Figura 3.3	Diagrama de blocos referente caminho do sinal realimentado do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .....	90
Figura 3.4	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência contínua.....	100

Figura 3.5	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência amostrada.....	100
Figura 3.6	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência contínua.....	101
Figura 3.7	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência amostrada.....	101
Figura 3.8	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência contínua.....	102
Figura 3.9	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência amostrada.....	102
Figura 3.10	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência contínua.....	103
Figura 3.11	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência amostrada.....	103
Figura 3.12	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua.....	104
Figura 3.13	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência amostrada.....	104
Figura 3.14	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua.....	105
Figura 3.15	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência amostrada.....	105
Figura 3.16	Localização do zero e do pólo da FTE do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como radiômetro.....	106
Figura 3.17	Localização do zero e do pólo da FTE do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ como radiômetro, detalhe dessa localização.....	106
Figura 3.18	Magnitude do ruído de quantização do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ no intervalo entre $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{2}{f_s}$ (radiômetro).....	111

Figura 3.19	Magnitude do ruído de quantização do modulador $\Sigma-\Delta$ com sensor no intervalo entre $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s}$ (radiômetro).....	111
Figura 3.20	Detalhe da magnitude do ruído de quantização do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ na frequência de banda do sinal de entrada $(0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s})$ (radiômetro).....	112
Figura 3.21	Potência do ruído, em dB, normalizada por $\sigma_{rms}^2$ em função da taxa de sobre-amostragem.....	120
Figura 3.22	SNR do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como radiômetro, em relação ao expoente da base 2, $m$ , da taxa de sobre-amostragem.....	120
Figura 3.23	Resolução do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como radiômetro.....	123
Figura 3.24	Radiação solar estimada na saída do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua.....	127
Figura 3.25	Radiação solar estimada na saída do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada.....	127
Figura 3.26	Erro absoluto em magnitude da senóide na saída $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como radiômetro.....	128
Figura 3.27	Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada, como radiômetro.....	128
Figura 3.28	Diagrama de blocos do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de temperatura, para obtenção da FT no domínio $s$ .....	131
Figura 3.29	Diagrama de blocos do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de temperatura, para obtenção da FT no domínio $z$ .....	133
Figura 3.30	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência contínua (termômetro).....	137
Figura 3.31	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência amostrada (termômetro).....	137
Figura 3.32	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência contínua (termômetro).....	138
Figura 3.33	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência amostrada (termômetro).....	138

Figura 3.34	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência contínua (termômetro).....	139
Figura 3.35	Diagrama de magnitude da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência amostrada (termômetro).....	139
Figura 3.36	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua (termômetro).....	140
Figura 3.37	Diagrama de fase da FT do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência amostrada (termômetro).....	140
Figura 3.38	Localização do zero e do pólo da FTE do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro.....	141
Figura 3.39	Localização do zero e do pólo da FTE do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, detalhe dessa localização.....	141
Figura 3.40	Magnitude do ruído de quantização do modulador $\Sigma-\Delta$ com sensor no intervalo de frequências entre $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{2}{f_s}$ .....	144
Figura 3.41	Magnitude do ruído de quantização do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ no intervalo de frequências entre $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s}$ .....	144
Figura 3.42	Detalhe da magnitude do ruído de quantização $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ na frequência de banda do sinal de entrada ( $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s}$ ).....	145
Figura 3.43	Potência do ruído, em dB, normalizada por $\sigma_{rms}^2$ em função da taxa de sobre-amostragem do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro.....	148
Figura 3.44	SNR do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, em relação ao expoente base 2, $m$ , da taxa de sobre-amostragem.....	148
Figura 3.45	Resolução do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, em função da taxa de sobre-amostragem.....	149
Figura 3.46	Temperatura estimada na saída do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, em corrente contínua.....	153
Figura 3.47	Temperatura estimada na saída do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, em corrente pulsada.....	153

Figura 3.48	Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do C $\Sigma\Delta$ MBPOSTER, como termômetro, em corrente contínua.....	154
Figura 3.49	Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do C $\Sigma\Delta$ MBPOSTER, como termômetro, em corrente pulsada.....	154
Figura AI.1	Circuito de medição em ponte de Wheatstone com sensor termo-resistivo do tipo PTC à temperatura constante.....	168
Figura AI.2	Circuito de medição em ponte de Wheatstone com sensor termo-resistivo do tipo PTC à temperatura constante excitado por tensão PWM.....	170
Figura AI.3	Esquema realimentado com $u(t)$ proporcional à $I_s^2$ e $y(t)$ proporcional a $R_s$ .....	172
Figura AII.1	Diagrama de conversão do modulador Delta para o modulador Sigma-Delta.....	174
Figura AII.2	Modelo simplificado do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ no domínio $s$ .....	176
Figura AII.3	Funções de transferência no modulador $\Sigma$ - $\Delta$ . (a) Sinal, (b) Ruído.....	178
Figura AII.4	Diagrama de blocos de um modulador A/D Sigma Delta mono-bit de primeira ordem.....	179
Figura AII.5	Análise no domínio $z$ do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ de primeira ordem. (a) Modelo (b) Análise.....	180
Figura AII.6	Magnitude do espectro do ruído de quantização do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ de primeira ordem e PCM sobre-amostrado. a) Magnitudes b) Magnitudes em dB.....	185
Figura AIII.1	Arquitetura convencional de interface para sensor. Fonte: [LEME, 1992].....	189
Figura AIII.2	Arquitetura de interface em que a maior parte do processamento do sinal é digital com acoplamento ótimo para o sensor. Fonte: [LEME, 1992].....	189
Figura AIII.3	Diagrama de blocos do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ térmico. Fonte: [VERH, 1995].....	190
Figura AIII.4	Circuito do sensor. Fonte: [CAST, 1998].....	191
Figura AIII.5	Diagrama do oscilador térmico usando método do balanço de temperatura (b) Seção transversal do micro-sensor (c) Sinal de saída. Fonte: [LAMM, 2000].....	193
Figura AIII.6	Sensor térmico (a) Diagrama do sensor (b) Esquema de ligação das termopilhas. Fonte: [MAKI, 2001a].....	195
Figura AIII.7	Diagrama de blocos do modulador $\Sigma$ - $\Delta$ térmico norte-sul. Fonte: [MAKI, 2001b].....	195

Figura ApI.1	Modelo linearizado do modulador $\Sigma-\Delta$ mono bit, primeira ordem, amostrado no tempo com integrador representado pela equação (ApI.1).....	198
Figura ApI.2	Modelo linearizado do modulador $\Sigma-\Delta$ mono bit, primeira ordem, sobre-amostrado no tempo, com integrador representado pela equação (ApI.2) e sem o retardo no caminho de realimentação deste.....	199
Figura ApI.3	Modelo linearizado do modulador $\Sigma-\Delta$ mono bit, primeira ordem, sobre-amostrado no tempo com integrador representado pela equação (ApI.2) e com o retardo no caminho de realimentação deste.....	200
Figura ApI.4	Destaque da figura 3.3.....	201

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Resolução do conversor sigma-delta mono-bit com sensor termoresistivo como radiômetro.....	129
Tabela 3.2	Resolução do conversor sigma-delta mono-bit com sensor termoresistivo como termômetro.....	155

# Capítulo 1

## Introdução

A arquitetura de medidor desenvolvida neste trabalho é baseada nos instrumentos de medição de deflexão nula [FIGL, 1999] e [STEI, 1992]. Neste modo de operação, o instrumento exerce uma reação no sistema de medição de forma a se opor ao efeito provocado pelo mensurando<sup>(1)</sup>. Essa reação e o efeito do são balanceados até serem iguais e de valores opostos resultando numa medida nula, ou, deflexão nula. O exemplo típico desse tipo de instrumento é a balança de equilíbrio. Esse tipo de instrumento apresenta as seguintes características: a) uma operação de balanceamento iterativo utilizando algum tipo de comparador, b) uma realimentação manual ou automática com a finalidade de buscar o equilíbrio, e uma deflexão nula no caso de paridade entre o efeito do mensurando e a reação do instrumento.

Mostra-se neste texto a aplicação dessa arquitetura na medição das grandezas físicas de radiação solar e da temperatura.

A medição da radiação solar é feita por sensores térmicos ou sensores ópticos. Como sensores térmicos destacam-se, entre outros, o termopar, o

---

<sup>(1)</sup> Mensurando – valor da grandeza a ser medida.

termo-resistor e a termopilha. Como sensores ópticos destacam-se, entre outros, o diodo fotosensível e a célula fotovoltaica.

O espectro de radiação solar vai de 0,2  $\mu\text{m}$  a 4  $\mu\text{m}$ , aproximadamente e o valor da intensidade média anual de radiação solar ou constante solar é próxima de 1367  $\text{W}/\text{m}^2$  [GARR, 1999] e [FARI, 1995]. Os sensores ópticos são de resposta rápida e espectro limitado. Os sensores termo-resistivos são de resposta temporal lenta e espectro amplo. Os sensores de efeito térmico são preferidos para esta aplicação por responder a todo o espectro da radiação solar.

Os instrumentos utilizados para a medição da radiação solar são o piranômetro e o piroeliômetro. O piranômetro utiliza geralmente a termopilha como sensor e opera pela diferença de temperatura. É aplicado na medição da radiação global e na medição da radiação difusa. O piroeliômetro também utiliza termopilha como sensor e é aplicado na medição da radiação direta, que é a radiação global menos a radiação difusa [MYER, 2004], [GARR, 1999] e [FARI, 1995] e [DOEB, 1976].

A medição da temperatura é realizada por intermédio de termômetro. O tipo de sensor utilizado neste instrumento depende da faixa de temperatura a ser medida e do ambiente a ser monitorado. Dentre os sensores de temperatura destacam-se, a fita bimetálica, os detetores resistivos de temperatura, (RTD), termistores, junção semicondutora, líquido em tubo de vidro, detetor de infravermelho, detetor piroelétrico, gás sob pressão e a fibra óptica, esta última para aplicações especializadas. A medição da temperatura

ambiente é feita por termômetros que utilizam sensores inclusos nas cinco primeiras classes de sensores [STEP, 1999], [ASCH, 1999] e [DOEB, 1976].

Os sensores termo-resistivos fazem parte de um conjunto de componentes sensíveis à temperatura que são largamente empregados no campo da instrumentação eletrônica, [BENT, 1984]. Também ao receber energia elétrica, através da aplicação de tensão elétrica em seus terminais, converte esta energia em energia térmica.

No sensor termo-resistivo, sua resistência ( $R_s$ ) é função de sua temperatura ( $T_s$ ), o comportamento da curva característica,  $R_s \times T_s$  é importante na determinação do vasto campo de aplicação desse componente na medição de sinais físicos [SIEM, 1986], [STAN, 1994] e [PUTT, 1996].

Técnicas cada vez mais sofisticadas são empregadas no condicionamento dos sinais gerados por esses sensores [YANK, 1990], [KALI, 1993], [MOCH, 1995] e [KALI, 2000], visando simplificar sua utilização. Dentre os problemas que se procuram resolver, associados a este tipo de sensor, destacam-se a não linearidade entre a temperatura e a resistência de alguns deles (em especial do termistor) e a sensibilidade pequena de outros (em especial do metálico).

Estudos visando à caracterização dos sensores termo-resistivos utilizando inúmeras técnicas também foram relatados, [SHIE, 1996], [ROCH, 1994] e [FRAN, 1998].

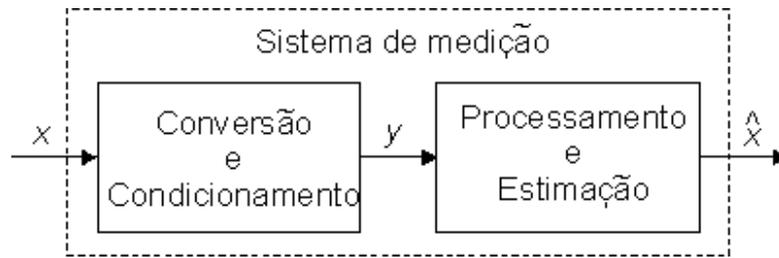


Figura 1.1 Representação de um sistema de medição. ( $x$ ,  $y$  e  $\hat{x}$  representam, respectivamente, a grandeza medida, o sinal de medição e o valor estimado de  $x$ ).

O processo de medição pode ser descrito em termos de seus elementos funcionais visando à identificação da grandeza que se deseja medir (figura 1.1).

Esses elementos funcionais podem ser representados por dois grandes blocos: a) o de conversão e condicionamento, em que a informação adquirida do objeto de medida ( $x$ ) é transferida para um domínio de mais fácil interpretação ( $y$ ) e que pode ser representado, por exemplo, por uma corrente ou tensão elétrica ou por um código digital e b) o bloco de reconstrução, que resulta na interpretação do resultado da conversão ( $y$ ) e envolve o seu processamento e a estimação final da medida ( $\hat{x}$ ) [MORA, 1993].

Os medidores realimentados com sensores térmicos desenvolve esse processo de medição utilizando diversas configurações de medidores. A mais utilizada é a configuração em ponte de Wheatstone [DOEB, 1976], entretanto também foram estudadas outras arquiteturas como as baseadas em fonte de corrente controlada, [FARI, 1995], em que as diferenças entre as tensões sobre os sensores e uma tensão de referência são amplificadas com ganho elevado, integradas ou não (depende da configuração de circuito adotado) e geram correntes que vão aquecer os sensores (circuito de um radiômetro solar

duplicado para compensação da temperatura ambiente), as baseadas na teoria de controle, [OLIV, 1977a], em que o circuito medidor é apresentado do ponto de vista de um sistema ou então, baseadas na modulação sigma-delta, ( $\Sigma$ - $\Delta$ ), [INOS, 1963], em que o sensor é parte integrante da malha de realimentação da estrutura em algum ponto deste [LEME, 1992].

Os medidores de grandezas físicas com estruturas realimentadas, baseados no princípio da equivalência elétrica e que utilizam o sensor termorresistivo aquecido à temperatura constante, em sua maioria, utilizam o sensor como um componente discreto do circuito. [ARAU, 2004], [FERR, 2003], [FERR, 2000], [OLIV, 1997b], [DEEP, 1996], [OLIV, 1995], [FUJI, 1995], [LOBO, 1994] e [LOBO, 1986] utilizam o sensor discreto na arquitetura em ponte de Wheatstone, [PALM, 2003] utiliza o sensor discreto na arquitetura baseada em teoria de controle (anexo I).

Sensores térmicos, com características de sensores termo-resistivos, têm sido construídos na forma de circuito integrado, (CI), [JUNI, 2003], [PUTT, 2002], [MULL, 1995]. Em [MULL, 1995] e [PUTT, 2002] o sensor, os outros resistores da ponte e os amplificadores de condicionamento de sinal estão integrados no mesmo CI, porém a saída ainda é na forma de tensão.

A obtenção de uma saída amigável de natureza digital, a partir desses sensores, compatível com microprocessador é indispensável. Uma solução atraente é se colocar o sensor, o circuito de condicionamento de sinal e de conversão para a forma digital, integrados numa mesma pastilha na forma de um micro-sistema, ou sensor inteligente. Em [VERH,1995], [MAKI,2001a],

[MAKI,2001b] utiliza-se termo-pilhas como sensor e em [CAST, 1998], [DOMI, 2002] com rede de diodos como sensor. Todos esses aplicados à medição de velocidade de fluídos.

Circuitos elétricos empregando sensores térmicos têm sido utilizados na medição de temperatura [BENT, 1984], [KHAH, 1984], [YANK, 1990], [KALI, 1994] e [PALM, 2003], radiação solar [LOBO, 1986], [LIMA, 1994], [LOBO, 1994], [FARI,1995], [DEEP, 1996], [FREI, 1998] e [OLIV, 1998], velocidade de fluídos [FREY, 1967], [FUJI, 1995], [MULL, 1995], [OLIV, 1995], [VERH, 1995], [MAYE, 1997], [OLIV, 1997b], [FERR, 2000], [LAMM, 2000], [MAKI, 2001a], [MAKI, 2001b], [MAKI, 2002], [FERR, 2003] e [ARAU, 2004]. Esse tem sido tema de estudo dos pesquisadores no sentido de buscar cada vez mais configurações eficientes, no que diz respeito à estimação da grandeza física propriamente dita, e circuitos cada vez menores (mesmo que as configurações sejam mais complexas) no sentido de buscar integrar o circuito responsável pelo processamento do sinal físico e o elemento sensor numa única pastilha, que é a tendência mundial desses instrumentos de medida.

A forma mais simples de se obter essa integração sensor, circuito de condicionamento e conversão analógica/digital é utilizando o sensor integrado a malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  mono-bit de primeira ordem [LEME, 1992]. A modulação  $\Sigma$ - $\Delta$  vem sendo empregada na construção de micro-sensores aplicados à medição de temperatura, [VIVI, 1999], umidade [LEME, 1992], [SHI, 2001] e [MALC, 1995] fluxo magnético, [LEME, 1992], [KAWA, 2002] a velocidade de fluídos [VERH, 1995], [MAYE, 1997], [CAST, 1998], [DOMI,

1999], [LAMM, 2000], [MAKI, 2001a], [MAKI, 2001b], [DOMI, 2002], pressão, [HIER, 1998], acelerômetro eletromecânico [SPIN, 1997], entre outros, evidenciando seu potencial no desenvolvimento de micro-sensores para um extenso campo de aplicação.

O resultado desse processo de integração permite ao micro-sistema ou sensor inteligente maior flexibilidade, confiabilidade, robustez, miniaturização. Flexibilidade porque tendo saída na forma digital pode ser capturado por qualquer sistema micro-processado. Confiabilidade porque o sinal resultante da medição ao ser processado internamente sofre pouca interferência de fatores externos. Robustez porque a modulação  $\Sigma$ - $\Delta$  de primeira ordem é um processo de conversão A/D estável. Miniaturização por se tratar de um circuito integrado. Adicionalmente, o modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ , por ser uma configuração que possui realimentação negativa, permite que o sensor opere no modo de temperatura constante naturalmente.

A utilização de um único sensor dentro da estrutura do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  sem a necessidade de um elemento aquecedor na malha de realimentação como em [VERH, 1995], [MAKI,2001a], [MAKI,2001b], [CAST, 1998] e [DOMI, 2002], representa um fator de simplificação para o circuito do micro-sensor.

A arquitetura de medidor apresentada neste texto utiliza o princípio da equivalência elétrica, que permite a aplicação direta do modo de operação por deflexão nula. Ela utiliza sensor termo-resistivo operando no modo temperatura constante para medição grandezas físicas. A temperatura constante é o ponto

de equilíbrio desse modo de operação. Se a temperatura do sensor tender a variar para mais ou para menos desse ponto de equilíbrio por influência de alguma grandeza física (mensurando), o instrumento automaticamente reage, em oposição à influência da grandeza física, diminuindo ou aumentando a corrente aplicada ao sensor a fim de que a temperatura deste tenda ao seu valor de equilíbrio.

Nessa arquitetura, o sensor substitui as operações de soma e integração presentes na malha do modulador  $\Sigma-\Delta$  mono bit de primeira ordem e, dessa forma, esta arquitetura pode ser utilizada na medição das grandezas: radiação solar, temperatura, velocidade de fluídos, umidade, potência de micro-ondas. Neste texto, como citado anteriormente, foram abordadas as arquiteturas para medição das duas primeiras grandezas.

Essa arquitetura prevê a transformação direta da grandeza física obtida na entrada para a forma digital na saída. Como a estrutura da arquitetura é baseada no modulador  $\Sigma-\Delta$  mono bit de primeira ordem, que possui circuito analógico bastante simples, deve permitir o processo de integração do elemento sensor, circuito de condicionamento e conversão A/D numa única pastilha de circuito integrado.

O presente documento é composto dessa introdução, mais quatro capítulos, três anexos, dois apêndices e bibliografia.

No capítulo 2 apresenta-se a concepção da arquitetura do medidor baseada na modulação  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo, os modelos de

simulação utilizados para exemplificar as aplicações desta arquitetura na medição de radiação solar e temperatura. São apresentados também os resultados de simulação obtidos para medidor de radiação solar para o medidor de temperatura.

No capítulo 3 é analisada a resposta em frequência dos modelos apresentados, a análise do espectro de frequências do erro de quantização, a relação sinal/ruído e a comparação entre a resolução obtida no estudo teórico e os resultados de simulação dos medidores de radiação solar e temperatura.

No capítulo 4 são apresentadas as conclusões obtidas com este trabalho.

No capítulo 5 é apresentado uma breve discussão a respeito dos trabalhos que podem ser derivados deste estudo.

No anexo I encontra-se uma breve revisão a respeito do comportamento térmico dos sensores termo-resistivos, do método de medição à temperatura constante e das arquiteturas de medidores baseadas no princípio da equivalência elétrica.

No anexo II é apresentada uma breve revisão a respeito do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  mono bit de primeira ordem em que se baseia a arquitetura apresentada neste texto.

No anexo III descreve-se algumas arquiteturas existentes de micro-sensores térmicos baseados ou não na modulação  $\Sigma$ - $\Delta$  e suas aplicações.

No apêndice I são apresentadas algumas deduções matemáticas auxiliares ao texto.

No apêndice II são listados os programas desenvolvidos no Matlab e utilizados para obtenção dos resultados relatados neste texto.

Ao final apresenta-se a relação da bibliografia consultada no desenvolvimento deste trabalho, bem como a bibliografia referenciada.

## Capítulo 2

# Modulador $\Sigma-\Delta$ com Sensor Termo-resistivo

## 2.1 Introdução

O modulador  $\Sigma-\Delta$  mono-bit típico, como abordado no anexo II, tem sido largamente empregado na conversão A/D de sinais de baixas e médias freqüências. Sua arquitetura é bastante simples, constando de um somador, um integrador ideal, um conversor A/D mono-bit e um conversor D/A mono-bit, que favorece a sua implementação em circuito integrado.

O modulador  $\Sigma-\Delta$  mono-bit típico, por utilizar conversores A/D e D/A de baixa resolução, opera sempre a uma freqüência muito maior que a freqüência de Nyquist e necessita de um filtro digital dizimador para processar o sinal gerado pelo modulador e obter, na saída do conversor, amostras do sinal processado à taxa de Nyquist com alta resolução. Ele é um modulador por densidade de pulso, ou seja, a informação é sobre-amostrada em baixa resolução em amplitude e o filtro digital dizimador se encarrega de introduzir alta resolução em amplitude às amostras. O modulador  $\Sigma-\Delta$  típico, portanto, troca resolução no tempo por resolução em amplitude, em compensação, tem

seu circuito analógico bastante simplificado. Como opera sobre-amostrando o sinal de entrada, pode processar sinais de baixas e médias frequências. Por ter seu circuito analógico bastante reduzido, ele favorece à implementação em circuito integrado e a obtenção de alta resolução é feita por circuitos digitais. A tecnologia hoje existente permite alta integração de circuitos digitais e a complexidade do circuito digital utilizado na implementação do filtro digital não é um problema para este tipo de conversor A/D.

Os sinais físicos tais como radiação solar, temperatura e velocidade de fluídos são considerados sinais lentos ou de baixa frequência. A medição desses sinais tem sido realizada utilizando-se de arquiteturas distintas de medidores, dentre elas as que utilizam o método da equivalência elétrica, como descritas no anexo I. Entretanto, nenhuma das arquiteturas utiliza sensor termo-resistivo embutido na malha de um modulador  $\Sigma-\Delta$ .

A arquitetura aqui apresentada é baseada na modulação  $\Sigma-\Delta$ , como nas configurações de medidores apresentadas no anexo III. Contudo, nessa arquitetura, o sensor utilizado é do tipo termo-resistivo, o método de medição empregado é o da equivalência elétrica com o sensor operando à temperatura constante, como descrito no anexo I.

Na arquitetura proposta o sensor substitui funções executadas por alguns elementos de circuito do modulador  $\Sigma-\Delta$  típico e a realimentação, própria da malha  $\Sigma-\Delta$ , é feita diretamente no elemento sensor.

Neste capítulo apresenta-se a filosofia de concepção da arquitetura do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  mono bit de primeira ordem com sensor termo-resistivo, de agora por diante referido pela sigla  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . Mostra-se a aplicação desta na medição das grandezas físicas: radiação térmica solar e temperatura, com respectivos resultados de simulação. Estes resultados foram divulgados recentemente em eventos técnicos/científicos [OLIV, 2004a], [OLIV, 2004b] e [OLIV, 2004c].

## **2.2 Concepção do Modulador $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor Termo-resistivo**

A idéia básica de utilizar um sensor termo-resistivo na malha de um modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  é a de poder dispor de um sistema de medição de grandezas físicas que transforme essa grandeza diretamente para a forma digital, eliminando o ruído resultante da transformação da grandeza física para a grandeza elétrica analógica e apresente um circuito mais simples que permita a integração de suas partes constituintes numa única pastilha de circuito integrado.

O desenvolvimento da arquitetura do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é descrito a seguir.

A equação que caracteriza um sensor termo-resistivo nas arquiteturas realimentadas de medidores, baseadas no princípio da equivalência elétrica, é dada por [LOBO, 1986]:

$$T_s = T_{s0} + \int_0^{t_f} \left[ \frac{1}{mc} (\alpha SH + P_e - hS(T_s - T_a)) \right] dt \quad (2.1)$$

em que:

$T_{s0}$	é a temperatura inicial do sensor.
$P_e = R_s I_s^2$	é a potência elétrica entregue ao sensor.
$R_s$	é a resistência do sensor.
$I_s$	é a corrente que atravessa o sensor.
$\alpha SH$	é a radiação absorvida-transmitida pelo sensor, por unidade de tempo.
$\alpha$	é o coeficiente de transmissividade-absorvidade do sensor.
$S$	é a área do sensor.
$H$	é a radiação incidente.
$hS(T_s - T_a)$	é a energia perdida pelo sensor para o meio ambiente por unidade de tempo.
$h$	é o coeficiente de transferência de calor.
$T_s$	é a temperatura do sensor.
$T_a$	é a temperatura do meio no qual o sensor está inserido.
$mc \frac{dT_s}{dt}$	é a variação de energia interna do sensor por unidade de tempo.
$m$	é a massa do sensor.
$c$	é o calor específico.

A partir da equação (2.1), observa-se que existem operações matemáticas semelhantes às operações presentes no modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  típico que são a soma e a integração.

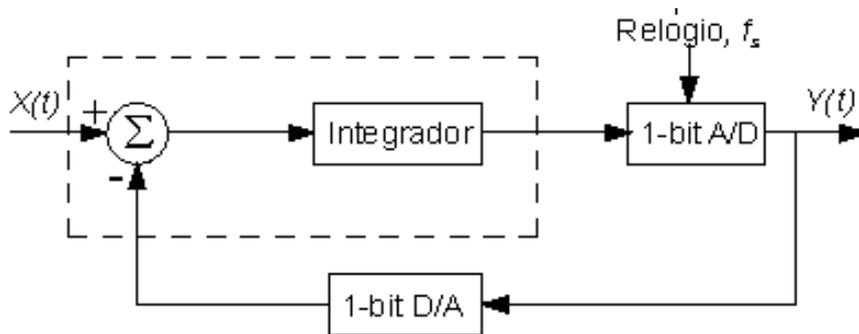


Figura 2.1 Diagrama de blocos do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  mono bit de primeira ordem.

A idéia de incluir o sensor na malha do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$ , é fundamentada na substituição do somador e do integrador ideal do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  pelo sensor termo-resistivo, em destaque na figura 2.1, e da observação de que a forma da curva de temperatura do sensor se aproxima da forma de uma exponencial como resposta a um degrau de corrente ao quadrado ou de uma grandeza física que produz alteração na condição térmica do sensor.

Essa afirmativa é válida para a maioria dos sensores, pois eles são formados geralmente por um só material e têm interação térmica sobretudo com o meio que o envolve, tendo uma característica de sistema de primeira ordem. Alguns sensores são compostos de mais de um tipo de material e têm comportamento térmico de circuitos de ordem maior que um, [FRAN, 1998], que precisariam também ser investigados. Neste trabalho foram abordados apenas sensores que têm comportamento de sistema de primeira ordem.

Na figura 2.2 apresenta-se as respostas ao degrau de um integrador ideal e um integrador com perdas (caso do modelo do sensor) com constante de tempo de 1 s.

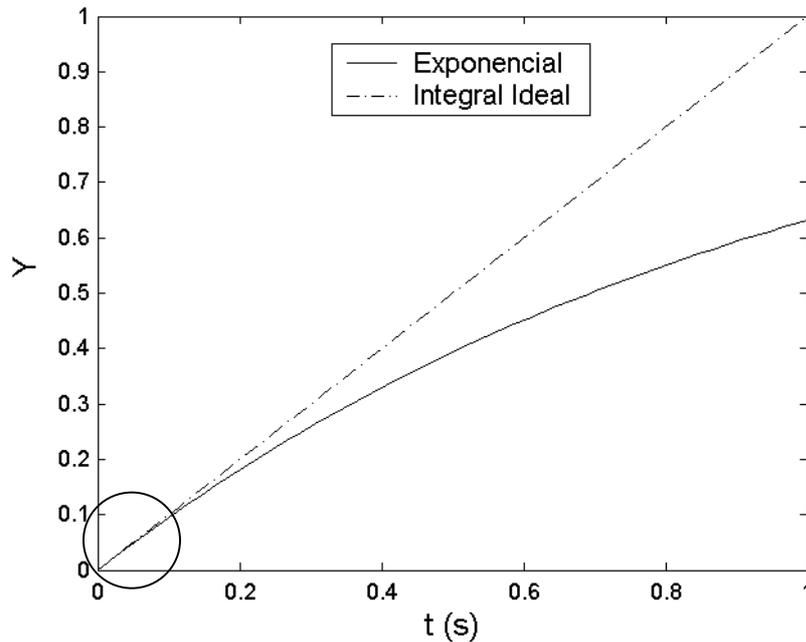


Figura 2.2. Gráfico comparativo das respostas ao degrau da integral e exponencial.

Observa-se, nessa figura, que as respostas ao degrau são praticamente coincidentes até aproximadamente  $0,1$  s, ou seja,  $10\%$  da constante de tempo do sistema de primeira ordem. Para a integral ideal,  $Y_{ii}(0,1) = 0,1$  e para a exponencial  $Y_e(0,1) = 0,0951$  o que resulta num erro de  $4,9\%$  nesse ponto extremo. Baseado nessa observação é que o modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER foi desenvolvido.

Se o período de amostragem do sinal é muito menor que a constante de tempo do sensor, essa exponencial pode ser aproximada por uma integral cujo ganho é a inclinação inicial da exponencial aproximada. Isso significa que a integral ideal, presente na malha do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$ , é substituída por um integrador térmico, ou seja, pelo próprio sensor termo-resistivo.

Essa nova arquitetura, chamada de  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , pode ser utilizada para medição das grandezas físicas anteriormente citadas. Para demonstrar essa hipótese, utiliza-se a equação que descreve o comportamento termodinâmico do sensor, equação (2.1), juntamente com a equação que descreve o comportamento da variação da resistência do sensor com a variação de sua temperatura. Essas duas equações fundamentam a base matemática do estudo do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo (anexo I).

A equação que descreve o comportamento da variação da resistência do sensor com a variação de sua temperatura depende do tipo de sensor termo-resistivo utilizado. Na medição da radiação solar, o sensor termo-resistivo modelado foi do tipo PTC, que é um sensor com coeficiente térmico positivo, ou seja, sua resistência aumenta com o aumento de sua temperatura. Na medição da temperatura, o sensor termo-resistivo modelado foi do tipo NTC, que é um sensor com coeficiente térmico negativo, ou seja, sua resistência diminui com o aumento de sua temperatura. Esses sensores já haviam sido utilizados em outras arquiteturas e suas características estavam disponíveis.

Portanto, ao substituir-se o somador e o integrador ideal do modulador  $\Sigma-\Delta$  típico, visualizado na figura 2.1, por um sensor termo-resistivo, o modulador transforma-se num modulador  $\Sigma-\Delta$  de efeito termo-elétrico, representado na figura 2.3, na qual, associado ao sensor termo-resistivo foi acrescentado um comparador para polarização deste em  $T_s = T_{s0}$ .

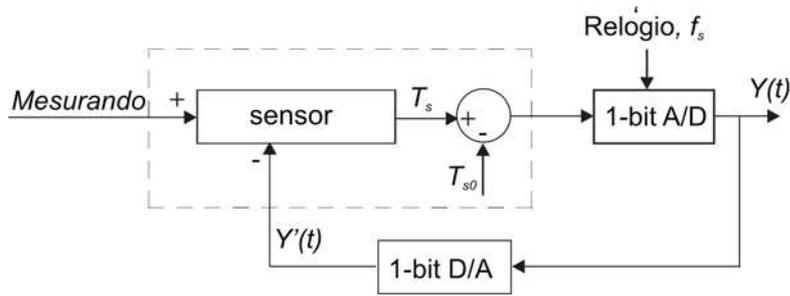


Figura 2.3 Modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  mono-bit, primeira ordem, com sensor termo-resistivo.

## 2.3 Aplicação na Medição de Radiação Solar

A seguir demonstra-se como o sensor pode substituir o somador e o integrador ideal no modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  típico e, assim, a arquitetura resultante pode ser utilizada na medição da radiação solar.

Derivando a equação (2.1), fazendo-se as substituições de  $hS$  por  $G_{th}$ ,  $mc$  por  $C_{th}$ ,  $I_s^2$  por  $Y_s$  e considerando o produto  $hS$  como constante e conhecido, obtém-se:

$$C_{th} \frac{dT_s(t)}{dt} = G_{th}(T_a(t) - T_s(t)) + R_s(t)Y_s(t) + \alpha SH(t) \quad (2.2)$$

O sensor escolhido para essa aplicação é do tipo PTC tendo característica de resistência em função da temperatura dada, aproximadamente, por [BENT, 1984]:

$$R_s(t) = R_0(1 + \beta T_s(t)) \quad (\text{PTC}) \quad (2.3)$$

em que:

$R_0$  é a resistência do sensor a temperatura de  $0^\circ\text{C}$

$\beta$  é o coeficiente térmico

A variável temporal  $t$  é abstraída nas expressões matemáticas seguintes por questão de simplicidade nos seus desenvolvimentos.

Para o sensor operando em torno do ponto teórico de operação  $T_{s0}$ ,  $R_{s0}$ , e com  $T_a = T_{a0}$  e  $H = H_0$  nessa condição de temperatura do sensor, pode-se obter o modelo incremental ou de pequenos sinais do sensor, no domínio  $\mathbf{s}$ , seguindo-se o desenvolvimento descrito a seguir.

No ponto de operação, a equação (2.2) torna-se:

$$C_{th} \frac{dT_{s0}}{dt} = G_{th}(T_{a0} - T_{s0}) + R_0(1 + \beta T_{s0})Y_{s0} + \alpha SH_0$$

ou

$$C_{th} \frac{dT_{s0}}{dt} = G_{th}(T_{a0} - T_{s0}) + R_{s0}Y_{s0} + \alpha SH_0 \quad (2.4)$$

Na equação (2.2), o termo  $R_s Y_s$  representa uma função não-linear de 2 variáveis:

$$f(T_s, Y_s) = R_0(1 + \beta T_s)Y_s$$

Expandindo essa expressão em série de Taylor e truncando os termos de ordem maior que um, obtém-se:

$$f(T_s, Y_s) = R_0(1 + \beta T_{s0})Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) \left. \frac{\partial f}{\partial T_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} + (Y_s - Y_{s0}) \left. \frac{\partial f}{\partial Y_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} \quad (2.5)$$

com

$$\left. \frac{\partial f}{\partial T_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} = (\beta R_0)Y_{s0} = k_t Y_{s0} \quad (2.6)$$

sendo

$$k_t = \beta R_0 \quad (\text{PTC})$$

e

$$\left. \frac{\partial f}{\partial Y_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} = R_0 (1 + \beta T_{s0}) = R_{s0} \quad (2.7)$$

A substituição das equações (2.6) e (2.7) na equação (2.5), resulta em:

$$f(T_s, Y_s) = R_{s0} Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0} \quad (2.8)$$

Substituindo-se a equação (2.8) na equação (2.2), obtém-se:

$$\frac{C_{th} dT_s}{dt} = G_{th} (T_a - T_s) + R_{s0} Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0} + \alpha SH \quad (2.9)$$

Subtraindo-se a equação (2.4) da equação (2.9), resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{C_{th} d(T_s - T_{s0})}{dt} &= G_{th} [(T_a - T_{a0}) - (T_s - T_{s0})] + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0} + \\ &+ \alpha S(H - H_0) \end{aligned}$$

Introduzindo-se as variáveis de desvio para a temperatura do sensor, a temperatura do meio, a corrente do sensor elevado ao quadrado e a radiação solar, obtém-se:

$$\frac{C_{th} dt_s}{dt} = G_{th} (t_a - t_s) + t_s k_t Y_{s0} + y_s R_{s0} + \alpha S h_H$$

Aplica-se, então, a transformada de Laplace para encontrar a expressão da temperatura do sensor no domínio da frequência.

$$C_{th} T_s(s) s = G_{th} T_a(s) - G_{th} T_s(s) + k_t X_{s0} T_s(s) + R_{s0} Y_s(s) + \alpha SH(s)$$

$T_s(s)$  é, então, colocado em evidência,

$$T_s(s) (C_{th} s + G_{th} - k_t Y_{s0}) = G_{th} T_a(s) + R_{s0} Y_s(s) + \alpha SH(s)$$

Extraíndo-se o valor de  $T_s(s)$ , obtém-se

$$T_s(s) = \frac{G_{th}}{C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}} T_a(s) + \frac{R_{s0}}{C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}} Y_s(s) + \frac{\alpha S}{C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}} H(s)$$

Reescrevendo a expressão de  $T_s(s)$ , resulta em:

$$T_s(s) = \frac{\frac{G_{th}}{C_{th}}}{s + \frac{G_{th} - k_t Y_{s0}}{C_{th}}} T_a(s) + \frac{\frac{R_{s0}}{C_{th}}}{s + \frac{G_{th} - k_t Y_{s0}}{C_{th}}} Y_s(s) + \frac{\frac{\alpha S}{C_{th}}}{s + \frac{G_{th} - k_t Y_{s0}}{C_{th}}} H(s)$$

ou

$$T_s(s) = \frac{1}{s - p} [k_{Ta} T_a(s) + k_{Ys} Y_s(s) + k_H H(s)] \quad (2.10)$$

em que:

- $Y_s(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $y_s(t)$  igual a  $I_s^2(t)$  em torno do seu ponto de operação  $Y_{s0}$ .
- $T_a(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $T_a(t)$  em torno do seu ponto de operação  $T_{a0}$ .
- $H(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $H(t)$  em torno do seu ponto de operação  $H_0$ .
- $T_s(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $T_s(t)$  em torno do seu ponto de operação  $T_{s0}$ .

Os coeficientes são dados por:

$$k_{Ys} = \frac{R_{s0}}{C_{th}} \quad (2.11)$$

$$k_{Ta} = \frac{G_{th}}{C_{th}} \quad (2.12)$$

$$k_H = \frac{\alpha \cdot S}{C_{th}} \quad (2.13)$$

$$p = \frac{k_t Y_{s0} - G_{th}}{C_{th}} \quad (2.14)$$

em que:

$k_{Y_s}$  é o coeficiente variação da corrente  $Y_s(s)$  do sensor.

$k_{T_a}$  é o coeficiente de variação da temperatura  $T_a(s)$ .

$K_H$  é o coeficiente de variação da radiação solar  $H(s)$ .

$p$  é o pólo da função de transferência de pequenos sinais do sensor.

$k_t$  é o coeficiente de variação da temperatura do sensor (pequenos sinais).

$Y_{s0}$ , ou, a corrente do sensor elevada ao quadrado pode ser calculada a partir da equação (2.2) na condição de regime permanente, ou seja, com a parcela referente à variação da energia interna do sensor por unidade de tempo igual a zero.

$$Y_{s0} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th}(T_{s0} - T_{a0}) - \alpha S H_0] \quad (2.15)$$

Com a temperatura do sensor sendo mantida constante, pela malha de realimentação do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, a radiação solar pode ser inferida a partir do conhecimento de  $Y_s$  e da compensação da variação da temperatura do meio, utilizando-se a equação (2.16).

$$H'[n] = \frac{1}{\alpha S} [G_{th}(T_{s0} - T_a) - Y_s R_{s0}] \quad (2.16)$$

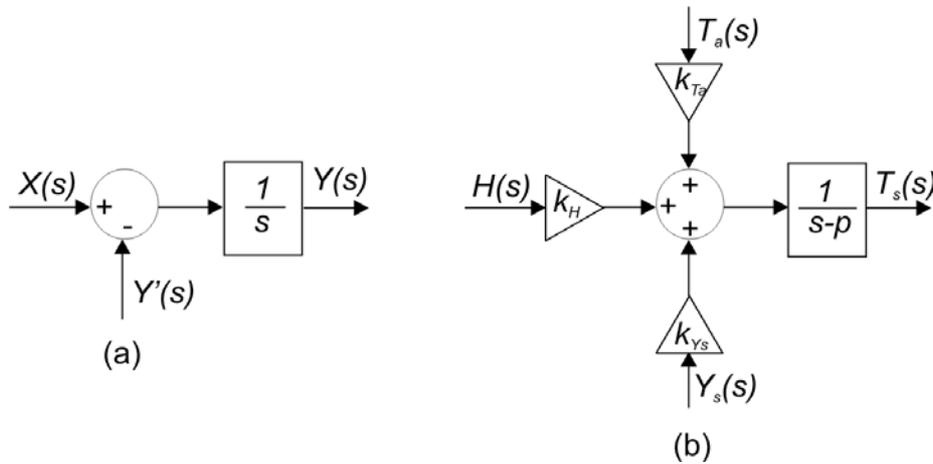


Figura 2.4 Diagrama de blocos. (a) Trecho do modulador  $\Sigma-\Delta$  (b) Modelo de pequenos sinais do sensor para medição de radiação solar.

A equação (2.10) e o diagrama de blocos de trecho em destaque no modulador  $\Sigma-\Delta$  da figura 2.1 estão representados no diagrama de blocos da figura 2.4 e exprimem a semelhança entre eles.

O integrador ideal é um caso particular de uma função de transferência de primeira ordem com pólo na origem e ganho unitário.

O integrador que representa o sensor tem um pólo definido, que é função da constante de tempo de pequenos sinais do sensor escolhido para a aplicação específica. O efeito desse pólo no desempenho do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  é um dos problemas discutido no capítulo 3.

A função de transferência para pequenos sinais do sensor possui um único pólo e tem resposta exponencial a uma entrada em degrau. Conforme se observa na figura 2.2, a exponencial aproxima-se muito de uma integração nas proximidades do instante em que o degrau é aplicado. Surge então a

possibilidade de substituir o integrador e o somador da malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  pelo sensor termo-resistivo. O sinal realimentado  $Y'_s(s)$  deve variar no sentido contrário da variação de  $H$  para que a realimentação negativa se configure, ou seja, se houver um incremento positivo de radiação solar, a temperatura do sensor tende a aumentar. Para manter a temperatura do sensor constante é necessário desaquecê-lo, ou seja, é necessário que o incremento de corrente aplicado ao sensor seja negativo.

Embora o modelo de pequenos sinais tenha sido utilizado para demonstrar como o sensor termo-resistivo pode substituir o somador e o integrador na malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ , para efeito de simulação do modulador resultante, utilizou-se a equação (2.2) e a equação (2.3) no modelo comportamental sensor.

O modelo de pequenos sinais do sensor foi utilizado, no capítulo 3, para analisar o comportamento em frequência do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  com sensor termo-resistivo.

Segue, então o procedimento para modelagem do sensor para utilização no M $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER.

### 2.3.1 Modelo do Sensor para Medição do Sinal de Radiação Solar em Corrente Contínua

A equação (2.17) é a equação que representa o comportamento dinâmico de  $T_s$  no domínio do tempo e foi obtida a partir das equações (2.1) e (2.3).

$$T_s(t) = T_{s0} + \int_0^t \frac{1}{C_{th}} \{ R_0 [1 + \beta T_s(\sigma)] I_s^2(\sigma) + \alpha SH(\sigma) + G_{th} [T_a(\sigma) - T_s(\sigma)] \} d\sigma \quad (2.17)$$

O diagrama de blocos da figura 2.5 representa a expressão da equação (2.17) no sub-sistema gerado no Simulink do Matlab para simular o comportamento termodinâmico do sensor dentro da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  que representa o medidor de radiação solar. Esse sub-sistema possui três entradas: 1) o sinal de radiação solar que é o mensurando, 2) o sinal de temperatura do meio que é o sinal a ser compensado e 3) o sinal de corrente do sensor elevado ao quadrado que é o sinal realimentado do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ . O sub-sistema possui, ainda, uma saída: a temperatura do sensor que é o sinal de entrada do quantizador. Todo esse sub-sistema substitui o sensor no  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  da figura 2.3 e é representado, de forma simplificada, como um módulo intitulado *Termistor PTC*, no sistema completo em corrente contínua do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  como radiômetro, e que pode ser observado na figura 2.6.

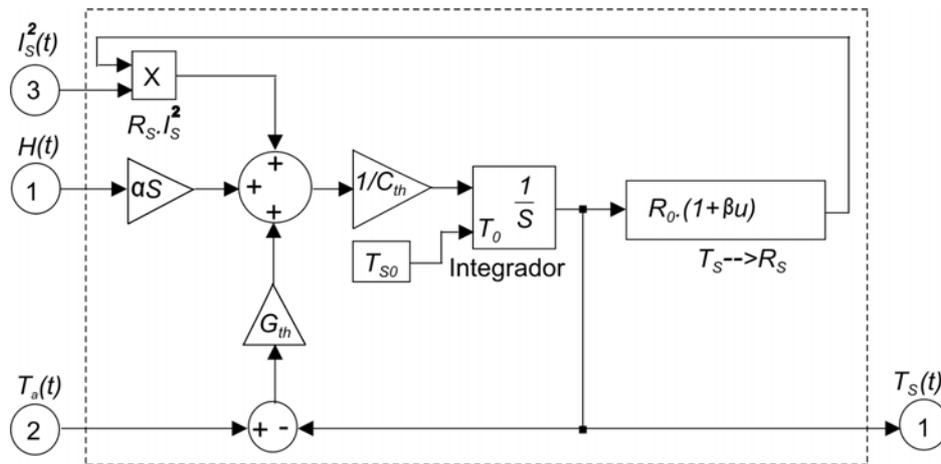


Figura 2.5 Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de radiação solar, em corrente contínua.

O modelo comportamental completo para o  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER usado nas simulações pelo Simulink do Matlab é descrito a seguir.

### 2.3.2 Modelo Completo em Corrente Contínua do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Radiômetro

O sistema completo de medição é composto do modulador  $\Sigma-\Delta$  de efeito termoelétrico seguido de um filtro digital e um escalonador para representação da grandeza estimada na escala em watt por metro quadrado (figura 2.6).

Observa-se nesta figura que o sinal quantizado é a temperatura do sensor e o sinal que realimenta o sensor é a corrente deste elevada ao quadrado. O sinal de referência da temperatura do sensor (regime permanente) é subtraído do sinal de temperatura do sensor e o sinal resultante dessa operação é convertido em +1, se o resultado for positivo ou em -1 se o resultado for negativo.

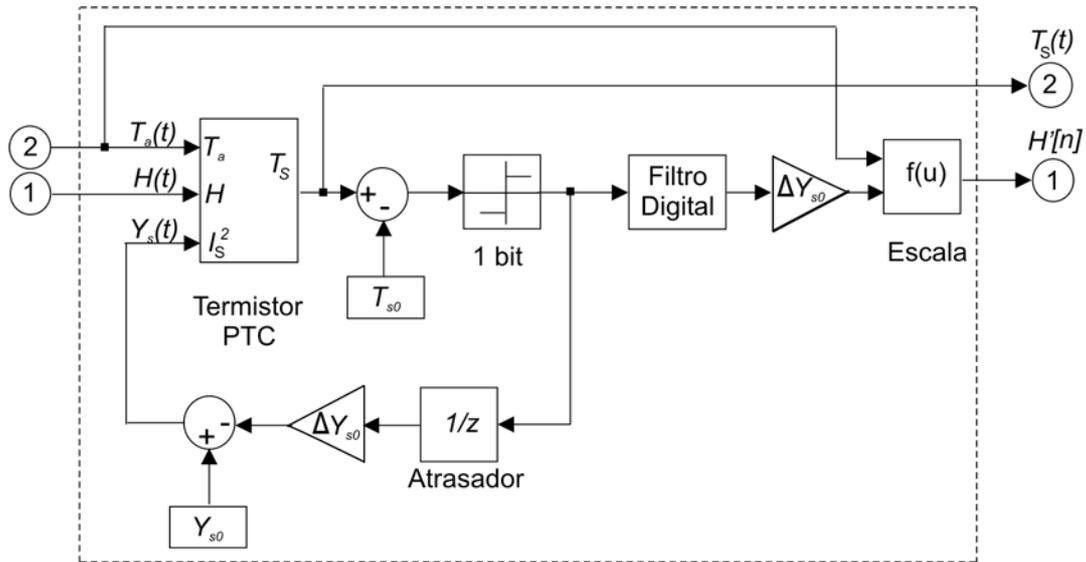


Figura 2.6 Modelo completo em corrente contínua do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor termo-resistivo como radiômetro.

Portanto, se houver uma mudança positiva na radiação solar, haverá uma variação positiva na temperatura do sensor e vice-versa.

Supõe-se que a temperatura do sensor esteja abaixo da temperatura de referência. Se houver uma mudança positiva na radiação solar, haverá variação positiva na temperatura do sensor. Enquanto a temperatura do sensor não ultrapassar a temperatura de referência  $T_{s0}$ , o quantizador gera saída  $-1$ , para aquecer o sensor, caso contrário, gera saída  $+1$ , para desequecer o sensor. Supõe-se, agora que a temperatura do sensor esteja acima da temperatura de referência, se houver uma mudança negativa na radiação solar, haverá variação negativa na temperatura do sensor. Enquanto a temperatura do sensor for maior que o valor de referência  $T_{s0}$ , o quantizador gera saída  $+1$ , para desequecer o sensor, caso contrário, gera saída  $-1$ , para aquecer o sensor.

O sinal de saída do quantizador é utilizado para fazer a estimação do mensurando, que, neste caso é a radiação solar. O sinal de saída do quantizador é introduzido no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  porém, antes de atingir o sensor, deve ser convertido para um sinal de corrente ao quadrado  $Y_s$  por meio de um ganho  $\Delta Y_{s0}$  no conversor D/A mono-bit.

Uma saída +1 no quantizador indica que o sensor deve ser desaquecido e uma saída -1 no quantizador indica que o sensor deve ser aquecido, portanto,  $\Delta Y_{s0}$  deve ser invertido antes de ser somado ao sinal de corrente elevado ao quadrado de regime permanente  $Y_{s0}$  no comparador, presente no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ . Essa operação está representada pelo sinal negativo no comparador.

Portanto, acrescenta-se o ganho do conversor D/A da malha de realimentação e inverte-se o sinal referente à variação da corrente do sensor ao quadrado, para caracterizar a realimentação negativa e reestabelecer o equilíbrio na temperatura do sensor.

O atrasador ( $z^{-1}$ ), é necessário para que o Simulink realize a correta função de transferência da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  com o sinal de entrada no mesmo tempo que o sinal de saída<sup>(1)</sup>.

O valor teórico da radiação solar, em regime permanente, é calculado a partir da faixa de radiação solar que se deseja medir e é expresso por:

---

<sup>(1)</sup> Ver apêndice I.

$$H_0 = \frac{H_{\max} + H_{\min}}{2} \quad (2.18)$$

em que:

$H_{\min}$  é o valor mínimo da radiação solar que se quer medir.

$H_{\max}$  é o valor máximo da radiação solar que se quer medir.

O ganho de corrente associado ao conversor D/A, no caminho de realimentação do M $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER, é calculado a partir da equação (2.15) e representado no diagrama de blocos do circuito da figura 2.6 por  $\Delta Y_{s0}$ .

Mostra-se a seguir um procedimento de como se determinar o valor de  $\Delta Y_{s0}$  no caminho da malha de realimentação do M $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER.

Quando o sinal de entrada de radiação solar for igual ao valor estabelecido como de radiação solar mínima  $H_{\min}$ , a corrente ao quadrado máxima, de regime permanente do sensor é  $Y_{s\max}$  para a menor variação estimada da temperatura do meio,  $T_{a\min}$ . Se os sinais de radiação solar e a temperatura do meio diminuem, a temperatura do sensor tende a diminuir também e, para manter a temperatura do sensor constante, é necessário aumentar a corrente aplicada ao sensor. O pior caso é quando o valor da temperatura do meio se iguala ao valor mínimo estabelecido em projeto, portanto:

$$Y_{s\max} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th}(T_{s0} - T_{a\min}) - \alpha SH_{\min}] \quad (2.19)$$

Quando a radiação solar for igual ao valor estabelecido como máximo  $H_{max}$ , a corrente ao quadrado mínima de regime permanente do sensor é  $Y_{smin}$ , para a maior variação estimada da temperatura do meio,  $T_{amax}$ . Pois, se a radiação solar e a temperatura do meio aumentam, a temperatura do sensor tende a aumentar também e, para manter a temperatura do sensor constante, é necessário diminuir a corrente aplicada ao sensor. O pior caso é quando o valor da temperatura do meio se iguala ao valor máximo estabelecido em projeto, portanto:

$$Y_{smin} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{amax}) - \alpha S H_{max}] \quad (2.20)$$

Supondo o valor teórico da temperatura do meio, em regime permanente  $T_{a0}$ , na metade da faixa estimada para a sua variação, pode-se determinar o ganho de corrente do sensor ao quadrado  $\Delta Y_{s0}$ , subtraindo-se a equação (2.15) da equação (2.19) ou subtraindo-se a equação (2.20) da equação (2.15).

$$\Delta Y_{s0} = Y_{smax} - Y_{s0} = \frac{1}{R_{s0}} \{G_{th} [T_{a0} - T_{amin}] - \alpha S [H_{min} - H_0]\} \quad (2.21)$$

ou,

$$\Delta Y_{s0} = Y_{s0} - Y_{smin} = \frac{1}{R_{s0}} \{G_{th} [T_{amax} - T_{a0}] - \alpha S [H_0 - H_{max}]\} \quad (2.22)$$

Tendo em vista que a equação (2.15) é linear em relação à temperatura do meio e à radiação solar, as diferenças anteriormente calculadas são idênticas e, para expressar a variação da corrente elevada ao quadrado do sensor em função das faixas de medição da radiação solar e da

faixa estimada para variação da temperatura do meio, somam-se as equações (2.21) e (2.22) e divide-se o resultado encontrado por dois. O ganho de corrente é dado, então, por:

$$\Delta Y_{s0} = \frac{1}{R_{s0}} \left[ G_{th} \left( \frac{T_{a\max} - T_{a\min}}{2} \right) - \alpha S \left( \frac{H_{\max} - H_{\min}}{2} \right) \right] \quad (2.23)$$

A estimação do sinal de radiação solar é feita a partir do conhecimento da variação de corrente  $Y_s$  no sub-sistema denominado *Escala* do modelo comportamental do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER da figura 2.6, a partir da equação (2.16), com:

$$Y_s = Y_{s0} - \Delta Y_{s0} \quad (2.24)$$

No sub-sistema *Escala* o ganho de corrente  $\Delta Y_{s0}$ , tal como no caminho de realimentação da malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  com sensor, é invertido para estimação correta da radiação solar, e está representado pelo sinal negativo na equação (2.24).

Esse sub-sistema possui duas entradas: 1) o ganho de corrente do sensor ao quadrado, já filtrado e dizimado, e 2) o sinal de entrada relativo à temperatura do meio usado para efeito de compensação. Sua saída é o sinal estimado da radiação solar como pode ser visto na figura 2.7, na qual  $u$  é a entrada  $\Delta Y_{s0}$ .

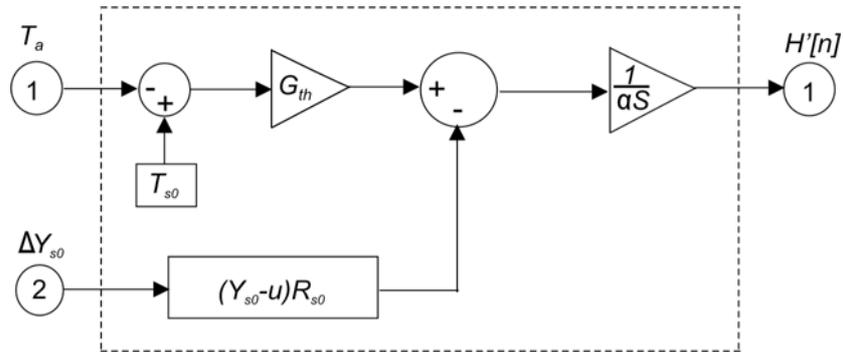


Figura 2.7 Sub-sistema *Escala* do Simulink para o radiômetro em corrente contínua.

O modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER apresentado na figura 2.6 é um modelo válido para simulação do comportamento do circuito, mas sua implementação não é viável da forma que se encontra por duas razões:

- Uma das entradas do modelo do sensor é uma corrente elevada ao quadrado e que, fisicamente, não existe. O sensor é alimentado simplesmente por corrente.
- A entrada do quantizador é um sinal térmico e deve ser transformado em sinal elétrico.

A arquitetura do medidor de radiação solar pode ser modificada para contornar esses dois problemas e permitir sua implementação em circuito. O procedimento para tornar essa implementação possível é descrito a seguir.

### 2.3.3 Modelo Completo do $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ em Corrente Pulsada para Medição de Radiação Solar

O primeiro passo para obtenção da nova arquitetura para o  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  é transformar o sinal de corrente contínua do sensor elevada ao quadrado por uma corrente modulada em duração de pulso, (PWM). O valor da corrente eficaz ao quadrado de um sinal de corrente PWM pode ser expresso como [FARI, 1995] e [OLIV, 1997a]:

$$I_{sef}^2 = I_m^2 \frac{\delta}{T_{PWM}} \quad (2.25)$$

em que:

$I_m$  é a amplitude do pulso de corrente PWM.

$\delta$  é a duração da largura do pulso de corrente PWM.

$T_{PWM}$  é o período da corrente PWM.

Se o período da corrente PWM for suficientemente pequeno em relação à constante de tempo do sensor, o valor eficaz ao quadrado da corrente PWM corresponde à corrente do sensor elevada ao quadrado no modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua. Então, no modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada, a corrente gerada pelo PWM substitui a entrada  $I_s^2$  do modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, que é proporcional a  $\delta$  e  $I_{sef}^2$ .

Esse PWM gera apenas duas larguras de pulso: uma largura para a saída quantizada igual a +1 e outra largura para a saída quantizada igual a -1. Na condição teórica de regime permanente, a duração do pulso tem valor igual a 50% do período total do PWM.

A informação do ganho de corrente consiste agora na duração do pulso de corrente, que é uma função temporal e uma função linear da variação da radiação solar  $H$ , e da temperatura do meio  $T_a$ , esta última compensada no modelo comportamental do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .

Substituindo-se a equação (2.25) na equação (2.15), obtém-se:

$$\delta_0 = \frac{T_{PWM}}{I_m^2 R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{a0}) - \alpha S H_0] \quad (2.26)$$

em que:

$\delta_0 = 0,5.T_{PWM}$  é a duração do pulso na condição teórica de equilíbrio estático.

O incremento na duração do pulso, devido à variação da radiação solar e da temperatura na entrada do medidor, é determinado pela equação (2.27):

$$\frac{\Delta_\delta}{T_{PWM}} = \frac{\Delta Y_{s0}}{I_m^2} = \frac{1}{I_m^2 R_{s0}} \left[ G_{th} \left( \frac{T_{a \max} - T_{a \min}}{2} \right) - \alpha S \left( \frac{H_{\max} - H_{\min}}{2} \right) \right] \quad (2.27)$$

em que:

$\frac{\Delta_\delta}{T_{PWM}}$  é a duração da largura do pulso a ser acrescentado ou reduzido da duração da largura do pulso de corrente de regime, ambos termos normalizados pelo período do PWM.

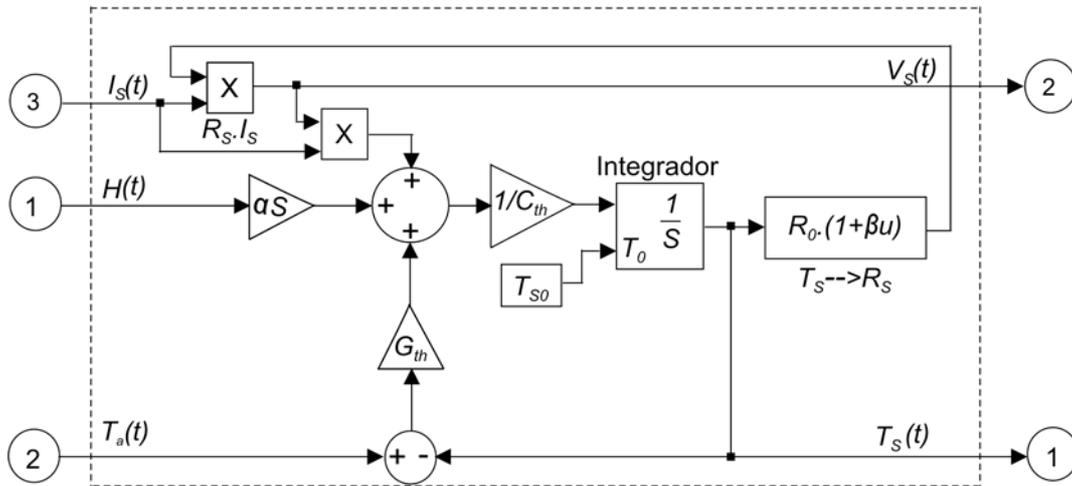


Figura 2.8 Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de radiação solar, em corrente PWM.

A outra alteração se processa no modelo do sensor termo-resistivo. Trata-se da substituição da temperatura do sensor,  $T_s(t)$  pela tensão nos terminais do sensor,  $V_s(t)$  e que resulta no sub-sistema da figura 2.8.

O diagrama de blocos da figura 2.8 foi desenvolvido a partir da equação (2.17) e representa o sub-sistema gerado no Simulink do Matlab para simular o comportamento termodinâmico do sensor, dentro da malha do modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ . Este modelo representa o medidor de radiação solar sendo que, neste caso, o sensor é alimentado por uma corrente modulada em duração de pulso, (PWM). Esse sub-sistema também possui três entradas: 1) o sinal de radiação solar que é o mensurando, 2) o sinal de temperatura do meio que é o sinal a ser compensado e 3) o sinal de corrente PWM do sensor, que é o sinal realimentado do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ . O sub-sistema possui, ainda, duas saídas: 1) a temperatura do sensor, que é usada para observação do seu

comportamento, e 2) a tensão do sensor, que é o sinal de entrada do quantizador.

Todo esse sub-sistema substitui o sensor no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  da figura 2.3 e é representado como um módulo intitulado *Termistor PTC* no sistema completo em corrente PWM do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como radiômetro e que pode ser visto na figura 2.9. O comparador que acompanha o sensor na figura 2.3, neste caso, compara a tensão do sensor com uma tensão de referência.

O sistema completo de medição é, basicamente, idêntico ao da figura 2.6. Ele compõe-se do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  seguido do filtro digital e do escalador para obtenção da grandeza estimada em watt por metro quadrado. A diferença está na inclusão de um modulador PWM no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  e da substituição do comparador de corrente por um comparador de duração de pulso de corrente em que essa duração de pulso está normalizada pelo período total do PWM.

Esse modelo de  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  inclui, ainda, um atrasador e dois retentores. A tensão no sensor é, também, modulada em duração de pulso. O atrasador tem função de retardar esse sinal de tensão para que o retentor possa sustentá-lo no instante em que ocorra o pulso e a comparação desta, com a tensão de referência do sensor, seja possível.

O retentor que segue o quantizador tem a função de sustentar o sinal quantizado que alimenta o conversor D/A no caminho de realimentação do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  e que, também, alimenta o filtro digital.

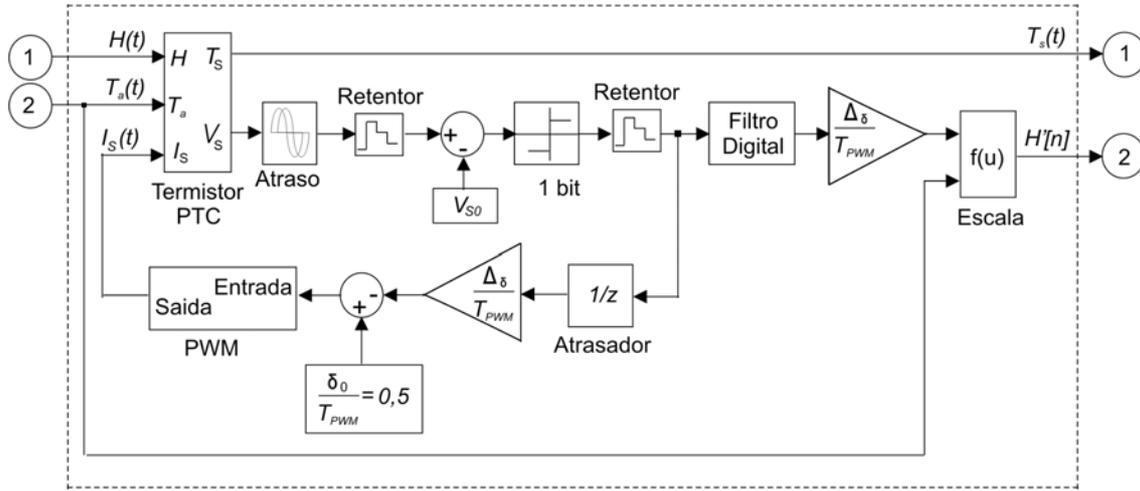


Figura 2.9 Modelo completo em corrente pulsada do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo como radiômetro.

O valor da tensão nos terminais do sensor é expresso por:

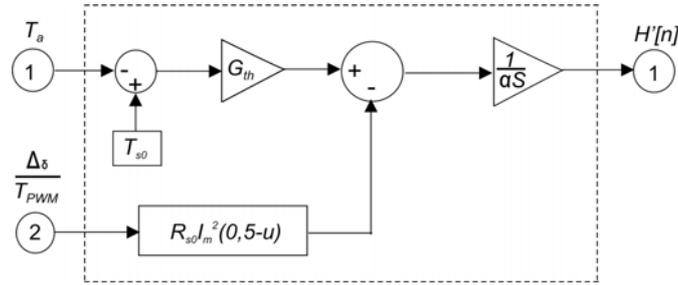
$$V_s = R_s I_m \tag{2.28}$$

A tensão de referência é calculada a partir da equação (2.28) fazendo-se,  $R_s = R_{s0}$ , em que:

$R_{s0}$  é a resistência do sensor de regime permanente.

Se a tensão nos terminais do sensor é mantida constante pela malha de realimentação, a resistência do sensor também é mantida constante e, portanto, sua temperatura também.

Se a temperatura do sensor é mantida constante, o sinal de radiação solar pode ser inferido no sub-sistema denominado *Escala* da figura 2.9 a partir da equação (2.26).


 Figura 2.10 Sub-sistema *Escala* do Simulink para o radiômetro em corrente pulsada.

$$H'[n] = \frac{1}{\alpha S} \left[ G_{th} (T_{s0} - T_a) - R_{s0} I_m^2 \frac{\delta}{T_{PWM}} \right] \quad (2.29)$$

com

$$\frac{\delta}{T_{PWM}} = \frac{\delta_0}{T_{PWM}} - \frac{\Delta_\delta}{T_{PWM}}$$

em que:

$\frac{\delta}{T_{PWM}}$  é a duração total da largura do pulso de corrente PWM do sensor normalizada pelo período do PWM.

No sub-sistema *Escala* da figura 2.10, o ganho de corrente  $\frac{\Delta_\delta}{T_{PWM}}$ , representado no interior deste módulo por  $u$ , é invertido para a estimação correta da radiação solar, tal como no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .

Finalmente, para a simulação de ambos os modelos do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  (corrente contínua e corrente pulsada), é necessário estabelecer uma frequência de sobre-amostragem. O procedimento para determinação dessa frequência é descrito a seguir.

### 2.3.4 Freqüência de Sobre-amostragem do Modelo do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ como Radiômetro.

A constante de tempo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é dada pelo inverso do pólo da função de transferência deste modulador. A freqüência de sobre-amostragem é determinada considerando-se que a freqüência máxima do sinal de medição deve ser menor que a freqüência do pólo da função de transferência do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . A equação (2.30) determina uma relação para a freqüência de sobre-amostragem no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ .

$$f_B \leq f_{sr}$$

$$F_s = 2.OSR.f_B = OSR.f_N \quad (2.30)$$

em que:

$f_B$  é a freqüência de banda do sinal de medição.

$f_N$  é a freqüência de Nyquist.

$f_{sr}$  é a freqüência do pólo da função de transferência do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  e determinada no capítulo 3.

$OSR$  é a taxa de sobre-amostragem.

A  $OSR$  deve ser elevada para atender ao requisito inicial que diz que se a freqüência de sobre-amostragem for muito maior que a freqüência do pólo de pequenos sinais do sensor é possível aproximar a integral ideal pela integral de primeira ordem.

Os procedimentos realizados na simulação de ambos os modelos de  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  estão descritos a seguir.

### 2.3.5 Resultados de Simulação dos $M\Sigma\Delta$ MBPOSTERs como Radiômetro

Na simulação dos modelos do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, para medição de radiação solar foi utilizado um sensor PTC com as seguintes características:

$$\begin{array}{ll}
 S = 20 \times 10^{-6} \text{ m}^2 & \beta = 0,00385 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\
 R_0 = 102,48 \text{ } \Omega & G_{th} = 2,982 \times 10^{-3} \text{ W}/^\circ\text{C} \\
 \alpha = 0,95 & C_{th} = 43,06 \times 10^{-3} \text{ J}/^\circ\text{C}
 \end{array}$$

As características gerais de ambos modelos do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como medidores de radiação solar, são:

$$\begin{array}{ll}
 T_{s0} = 50 \text{ } ^\circ\text{C} & T_s(t=0) = 24 \text{ } ^\circ\text{C} \\
 T_{amax} = 24,5 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{amin} = 23,5 \text{ } ^\circ\text{C} \\
 T_{a0} = 24 \text{ } ^\circ\text{C} & H_0 = 800 \text{ W}/\text{m}^2 \\
 H_{min} = 0 \text{ W}/\text{m}^2 & H_{max} = 1600 \text{ W}/\text{m}^2 \\
 R_{s0} = 122,21 \text{ } \Omega & \tau_{sensor} = 15,485 \text{ s} \\
 \rho = 64,579 \times 10^{-2} \text{ rad/s} & f_{sensor} = 1,0278 \times 10^{-2} \text{ Hz} \\
 \rho_{sr} = 4,52220 \text{ rad/s,} & f_{sr} = 7,1970 \times 10^{-2} \text{ Hz} \\
 \tau_{sr} = 2,2114 \text{ s} & f_B = 0,9 \times f_{sr} = 6,4773 \times 10^{-2} \text{ Hz} \\
 OSR = 256 & f_s \geq 2 \times f_B \times OSR \cong 40 \text{ Hz} \\
 T_s = 2,5 \times 10^{-2} \text{ s} &
 \end{array}$$

Para essa frequência de amostragem escolhida (40 Hz) a OSR real é de 308,77.

As características específicas do modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como medidor de radiação solar, em corrente contínua, são:

$$I_{s0}^2 = Y_{s0} = 510,05 \times 10^{-6} \text{ A}^2$$

$$\Delta Y_{s0} = 136,58 \times 10^{-6} \text{ A}^2 \text{ (ganho de corrente ao quadrado)}$$

As características específicas do modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como medidor de radiação solar, em corrente pulsada, são:

$$I_m = 31,939 \text{ mA}$$

$$T_{PWM} = T_s = 2,5 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$\frac{\delta_0}{T_{PWM}} = 0,5$$

$$\frac{\Delta \delta_0}{T_{PWM}} = 0,1339 \text{ (incremento da duração da largura do pulso de corrente normalizado por } T_{PWM}\text{)}$$

No estudo do comportamento de ambos modelos do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER foram realizados dois procedimentos:

- a) Resposta ao degrau de radiação solar e resposta ao degrau de temperatura do meio
- b) Resposta à senóide de radiação solar e resposta ao degrau de temperatura do meio

O primeiro procedimento teve o objetivo de observar se os modelos do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER convergiam para o valor de regime permanente teórico estabelecido para a temperatura do sensor e se a estimação da variável de medição, (radiação solar) tinha concordância com o degrau aplicado à entrada dos modelos.

O segundo procedimento teve o objetivo de verificar se os modelos do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER seriam capazes de estimar valores da radiação solar dentro

da faixa de medição estabelecida em projeto. Os resultados obtidos são descritos a seguir.

### 2.3.5.1 Resposta ao Degrau de Radiação Solar

Um degrau de radiação solar de  $800 \text{ W/m}^2$  para  $1400 \text{ W/m}^2$  juntamente com um degrau de temperatura do meio de  $24 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $24,5 \text{ }^\circ\text{C}$  foram aplicados nas entradas de ambos os modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  à  $300$  segundos do início da simulação. Posteriormente, observou-se as saídas  $T_s(t)$  e  $H'[n]$  em ambos.

A rápida convergência da temperatura do sensor para o valor teórico de regime permanente de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  e a estabilização da temperatura do sensor em torno desse valor ficou evidente, (figuras 2.11 e 2.12).

Um detalhe destes gráficos, no instante em que os degraus são aplicados, pode ser observado nas figuras 2.13 e 2.14. Neles, os padrões da saída do sinal de temperatura do sensor são semelhantes ao padrão do sinal de saída do integrador ideal do modulador  $\Sigma-\Delta$  típico, para entrada constante [AZIZ, 1996]. A variação da temperatura do sensor é muito pequena, no máximo  $0,049 \text{ }^\circ\text{C}$  (na faixa que vai de  $49,985 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $50,034 \text{ }^\circ\text{C}$ ) no modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua (c.c.) e no máximo  $0,09 \text{ }^\circ\text{C}$  (na faixa que vai de  $49,97 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $50,06 \text{ }^\circ\text{C}$ ) no modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente pulsada (c.p.).

Observam-se, nas figuras 2.13 e 2.14, o resultado da estimação da radiação solar para os modelos dos  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER em c.c. e c.p., respectivamente.

O valor médio da radiação solar inicial, em torno de  $800 \text{ W/m}^2$ , muda rapidamente para aproximadamente  $721,5 \text{ W/m}^2$  no instante em que os degraus de radiação solar e temperatura são aplicados. Essa mudança indica alteração da temperatura do meio que se reflete no valor estimado da radiação solar. Após o tempo de retardo do filtro digital, essa radiação atinge valores em torno de  $1400 \text{ W/m}^2$  em resposta aos degraus aplicados em 300 segundos nos dois sistemas. Como os degraus acontecem no mesmo instante, a correção da escala, pelo efeito da compensação de temperatura do meio, acontece no mesmo instante em que o valor estimado da radiação solar muda rapidamente para em torno de  $1400 \text{ W/m}^2$ .

Detalhe desses gráficos, após o tempo de estabilização, pode ser visto na figura 2.17. O valor da radiação solar estimada no modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua, varia em torno de  $1397,9 \text{ W/m}^2$ . No modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente pulsada, a variação é em torno de  $1396,7 \text{ W/m}^2$ . O valor estimado da radiação solar no modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente pulsada, apresenta um erro maior em relação ao valor aplicado à entrada do modelo que para o caso do modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua.

Uma razão para que isso ocorra é que ao aplicar uma corrente de magnitude elevada, no caso do modelo em corrente pulsada, mesmo que por um período determinado, em relação à magnitude da corrente contínua do modelo equivalente, a temperatura do sensor se altera mais do que quando se aplica esta corrente contínua, de magnitude menor, o tempo todo do período de amostragem. Isto é indício de que o período do PWM não está suficientemente pequeno para tornar as duas correntes equivalentes.

O período da corrente PWM do sensor está relacionado com a taxa de sobre-amostragem aplicada ao  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ . A cada amostra produzida na saída do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  é gerado um pulso de corrente PWM de compensação. O limite do menor período possível é determinado pela tecnologia de construção do circuito integrado para o circuito do modulador.

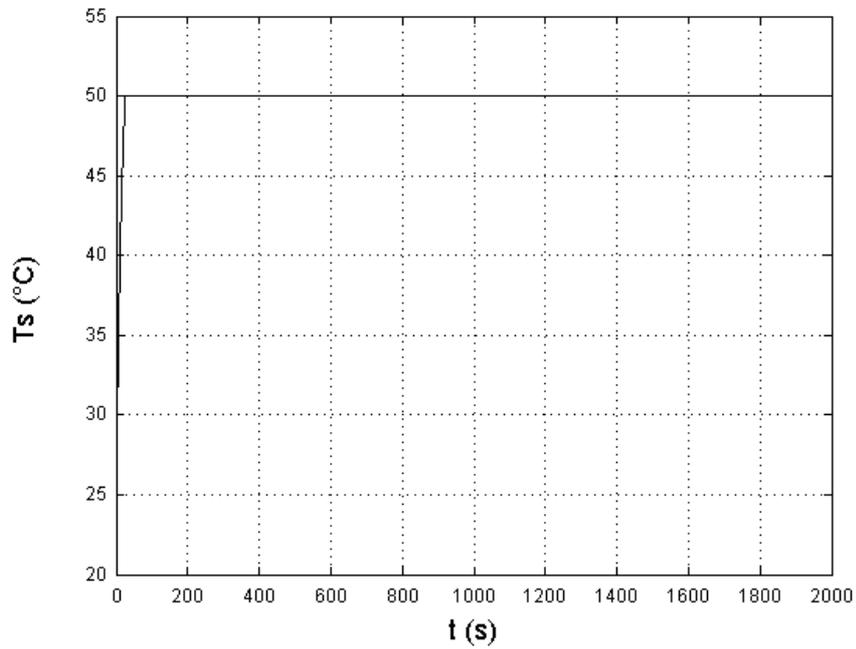


Figura 2.11 Medidor de radiação solar em corrente contínua (cc): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

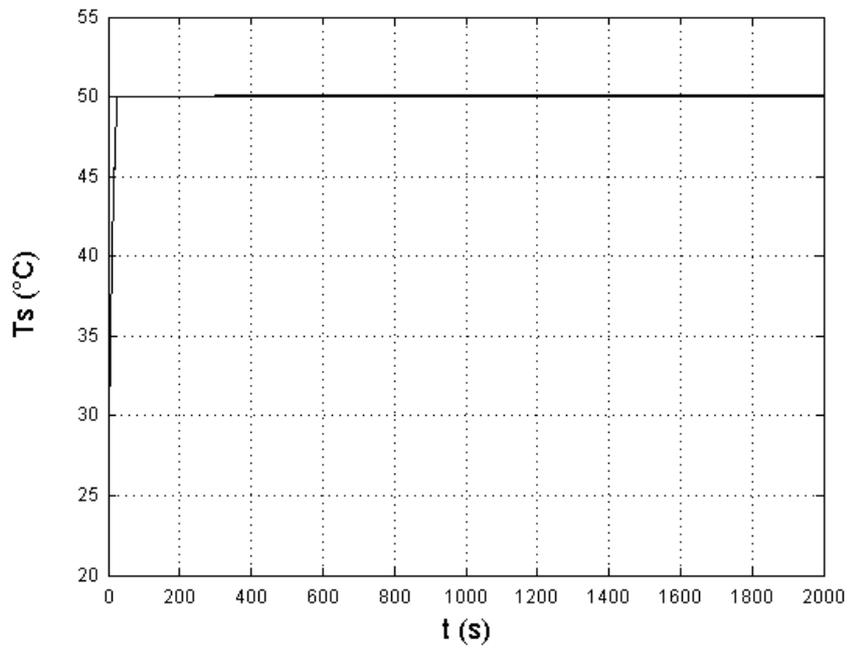


Figura 2.12 Medidor de radiação solar em corrente pulsada (cp): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

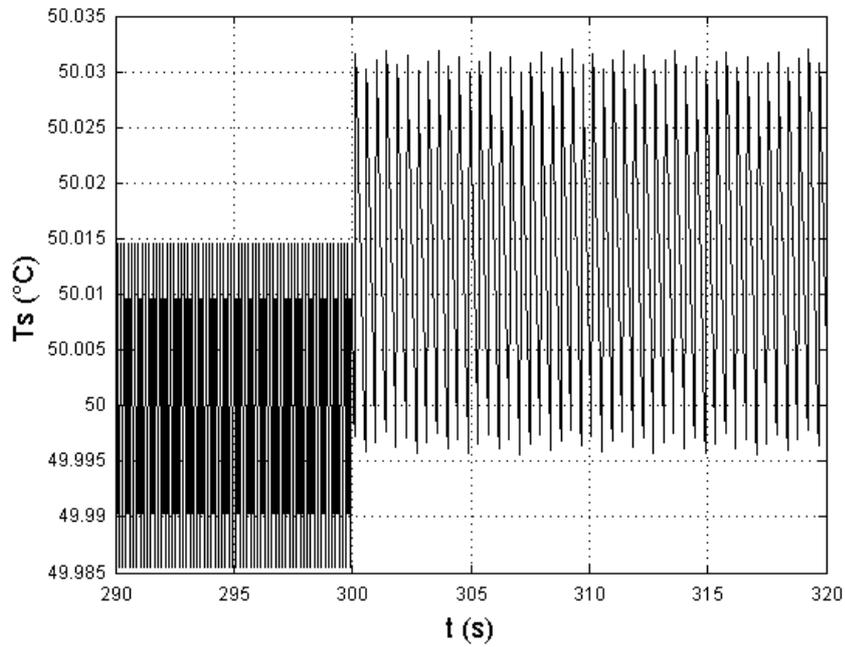


Figura 2.13 Medidor de radiação solar cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

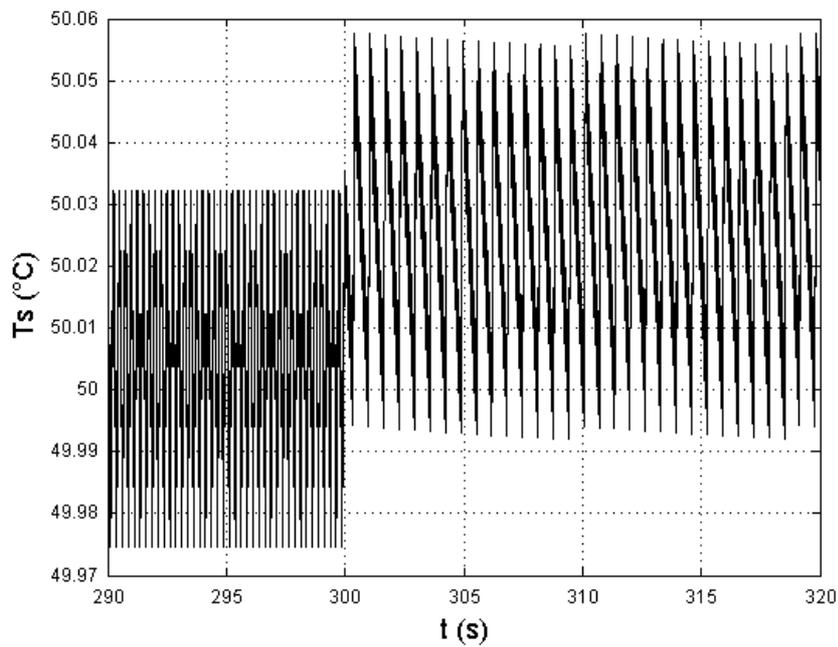


Figura 2.14 Medidor radiação solar cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau em  $t=300$  s.

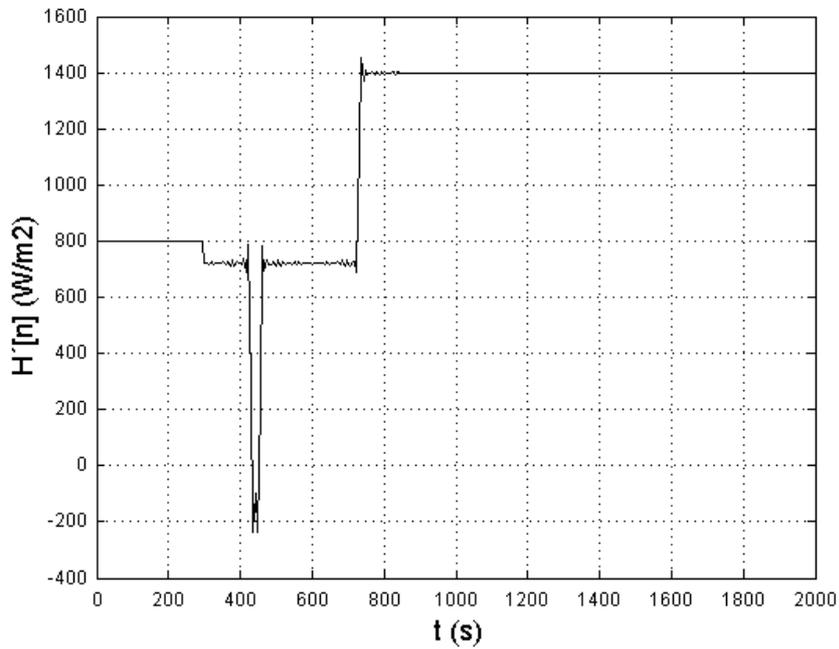


Figura 2.15 Medidor de radiação solar cc: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

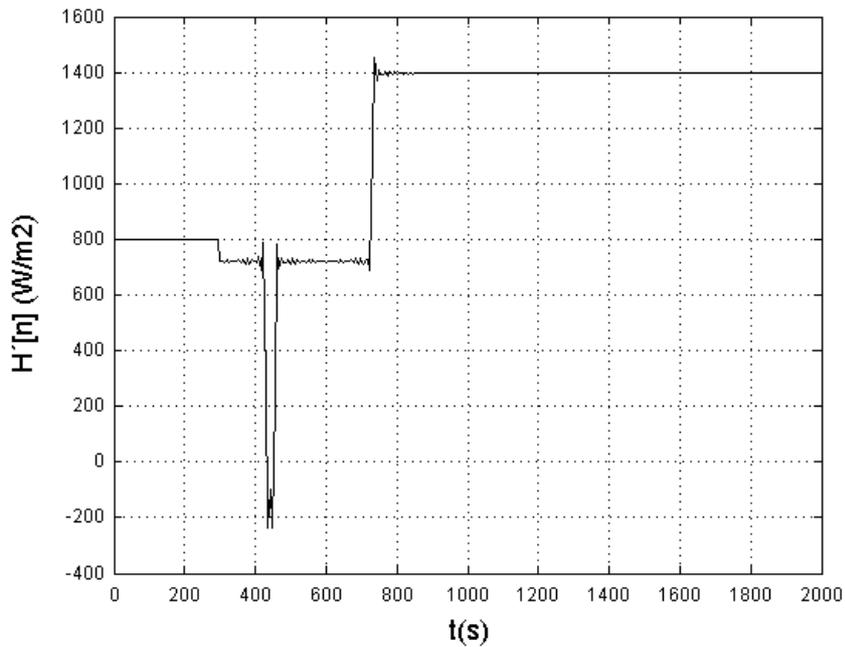


Figura 2.16 Medidor de radiação solar cp: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

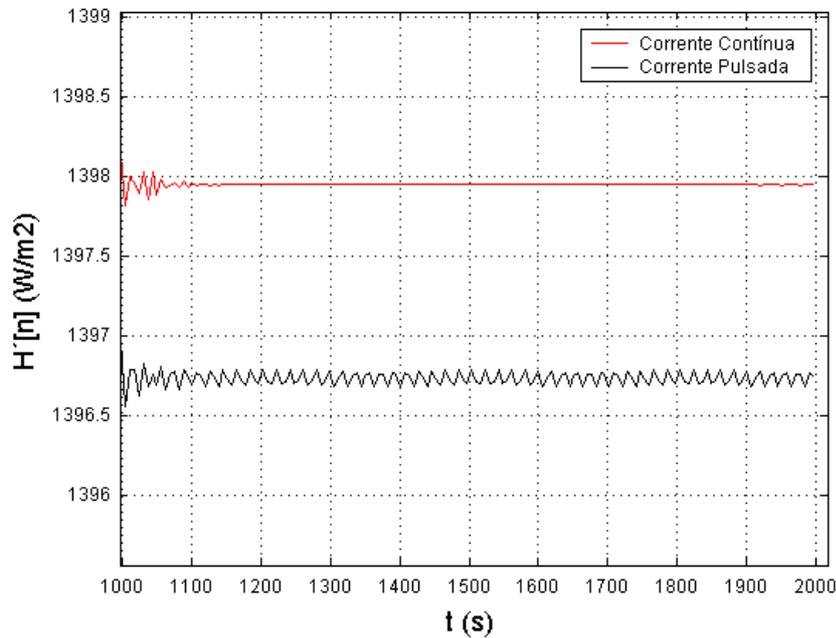


Figura 2.17 Radiação solar estimada comparativa em resposta ao degrau aplicado em  $t=300$  s.

### 2.3.5.2 Resposta ao Sinal Senoidal de Radiação Solar

Um sinal senoidal de radiação solar, representado pela equação:

$$H(t) = \left[ 800 + 800 \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{600} \right) \right] \text{ W/m}^2, \text{ foi aplicado à entrada dos modelos do}$$

$M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em  $t=0$  s e um degrau de temperatura do meio de  $24$  °C para  $24,5$  °C foi, também, aplicado à entrada dos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em  $t=155$  s. A aplicação dos sinais de radiação solar e temperatura, em tempos diferentes foi importante para se observar a influência de cada sinal na resposta dos medidores, o que não foi possível de ser observado no primeiro ensaio pelo fato de os dois degraus terem sido aplicados no mesmo instante.

A faixa de variação do sinal de radiação solar utilizada foi de  $0 \text{ W/m}^2$  a  $1600 \text{ W/m}^2$  (aproximadamente a radiação de pico no equador terrestre). Essa variação se processa, em cinco minutos, que é uma variação bastante rápida em se tratando de variação de radiação solar.

A temperatura do sensor conservou-se em torno dos  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  com um pequeno nível contínuo devido ao degrau de temperatura do meio aplicado de  $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$  acima do valor de regime. É possível notar, a partir do instante  $t = 155 \text{ s}$ , o efeito da variação da temperatura do meio pelo pequeno aumento na temperatura do sensor, provocado pelo degrau de temperatura aplicado à entrada dos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  neste instante. Nas figuras 2.18 e 2.19, este instante coincide, aproximadamente, com o primeiro pico positivo do sinal de radiação solar estimada.

A faixa de variação do sinal de radiação solar utilizada foi de  $0 \text{ W/m}^2$  a  $1600 \text{ W/m}^2$  (aproximadamente a radiação de pico no equador terrestre). Essa variação se processa, em cinco minutos, que é uma variação bastante rápida em se tratando de variação de radiação solar.

Nota-se, nessas figuras, o instante da mudança da temperatura do meio em  $t = 155 \text{ s}$ , e seu efeito aparecendo após o tempo de atraso do filtro digital no primeiro pico positivo da senóide de radiação solar, ou seja, o efeito da compensação da temperatura do meio.

No detalhe da senóide de radiação solar estimada da figura 2.22, nota-se que, em ambos os modelos, a estimação de valores de radiação solar

próximos aos extremos da faixa de medição é de baixa resolução. Isso se deve ao fato de que, ao estimar o valor da radiação solar no módulo *Escala* do Simulink, assume-se que a temperatura do sensor se mantém constante e igual à temperatura do valor de regime, e isso realmente não acontece. A temperatura do sensor varia pouco, mas varia em torno deste ponto e com um pequeno deslocamento acima ou abaixo dos  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  a depender da variação da temperatura do meio e da variação da radiação solar, implicando em pequena perda de resolução dinâmica. A variação da temperatura do meio, que não é a variável de medição, foi positiva nessa simulação, o que afetou mais a resolução do extremo positivo da escala de radiação solar.

Uma das formas de evitar a excessiva sensibilidade do sensor às variações da temperatura do meio, é condicioná-lo no vácuo para evitar, ao máximo, os efeitos da convecção. Então, a perda de faixa dinâmica é também influenciada pelos efeitos da convecção nas proximidades do sensor de radiação. Nas figuras 2.22a e 2.22b pode-se perceber, pelos picos do sinal, que o modelo em corrente contínua tem resolução melhor que o modelo em corrente pulsada pelos mesmos motivos anteriormente explicados.

Os resultados de simulação são mostrados à seguir.

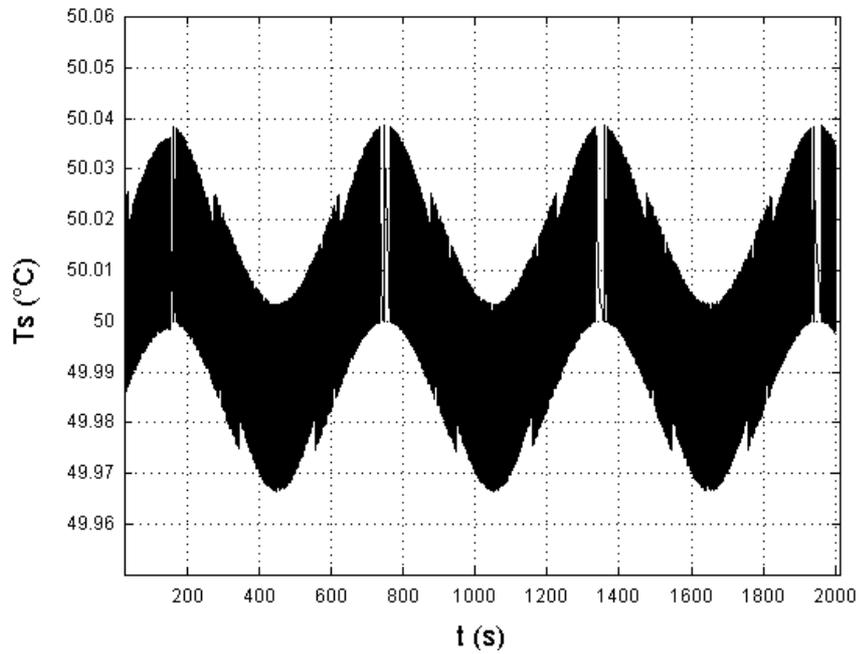


Figura 2.18 Medidor de radiação solar cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

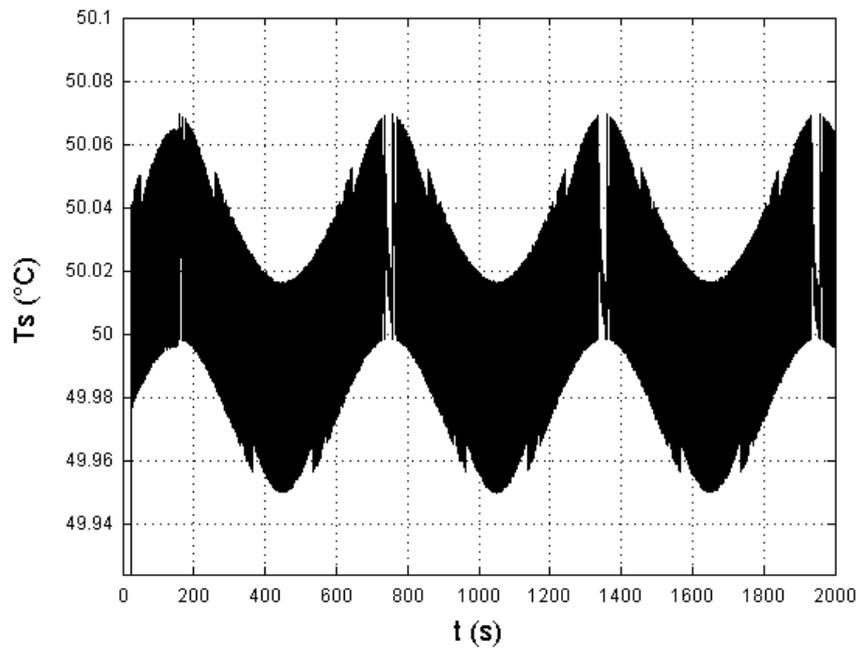


Figura 2.19 Medidor de radiação solar cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

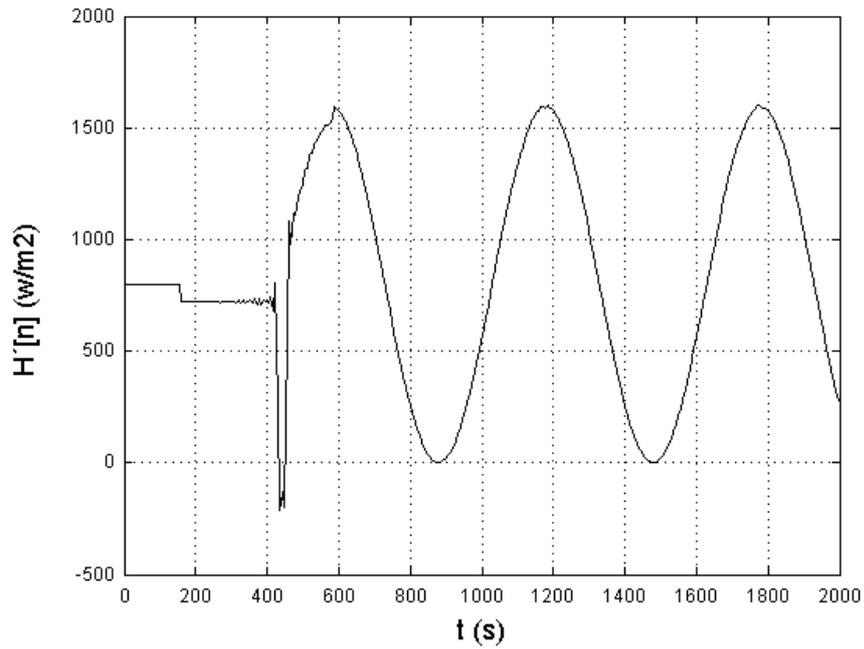


Figura 2.20 Medidor de radiação solar cc: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

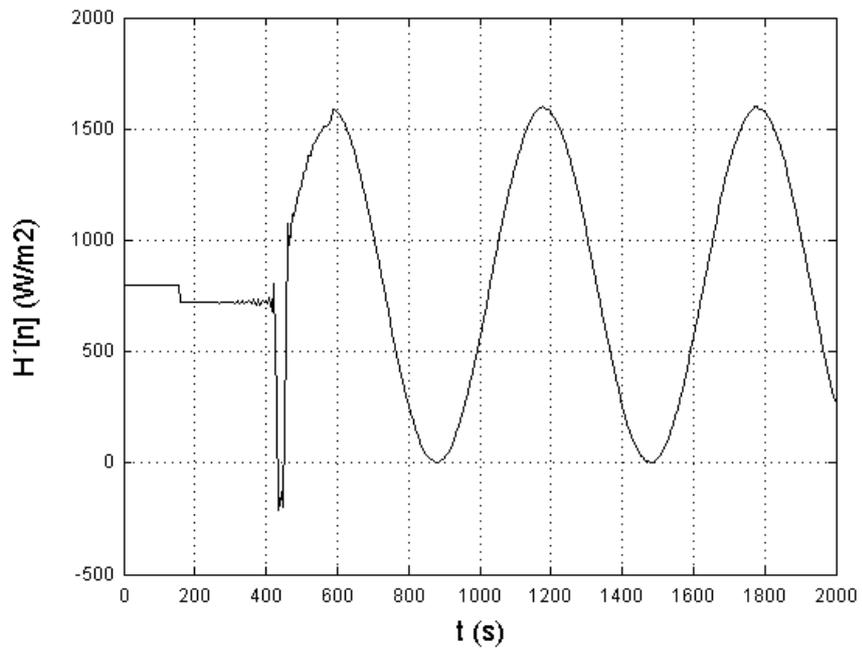


Figura 2.21 Medidor de radiação solar cp: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

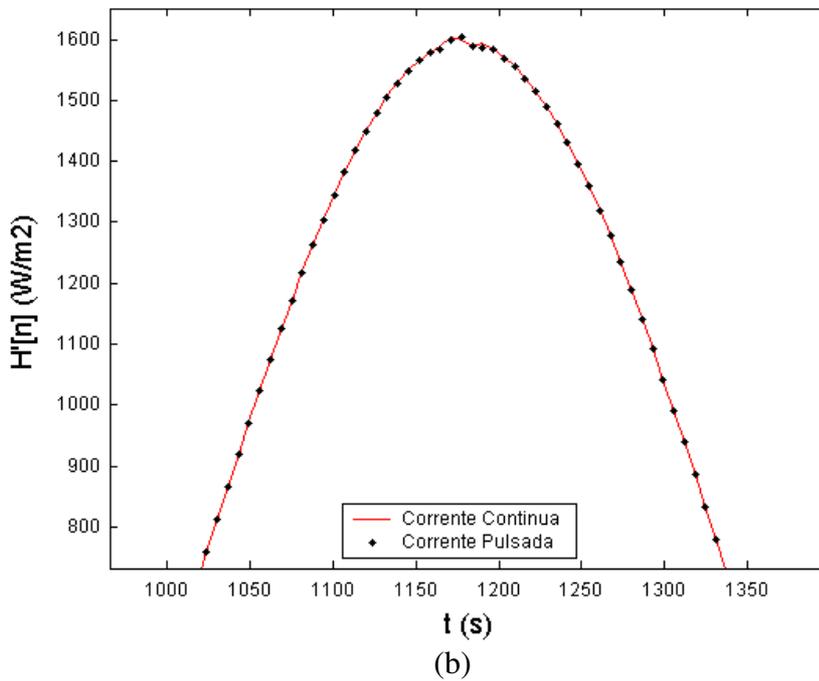
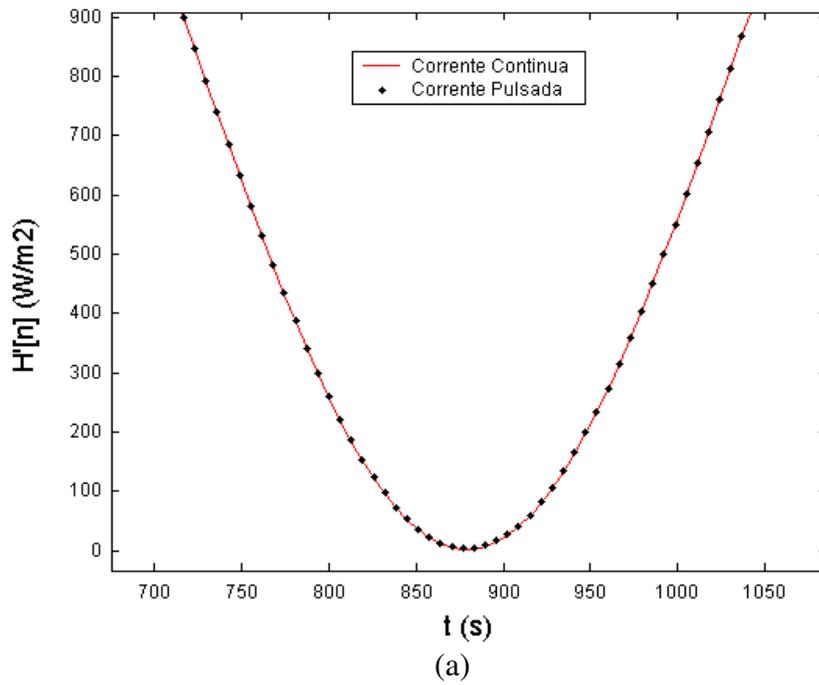


Figura 2.22 Medidores de radiação solar cc e cp: Radiação solar estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s. a) Semi-ciclo negativo b) Semi-ciclo positivo.

## 2.4 Aplicação na Medição de Temperatura

Na arquitetura de medidor de temperatura, o sensor termo-resistivo também substitui as operações de soma e integração do modulador  $\Sigma-\Delta$  típico. O princípio de medição é o mesmo e o método de operação do sensor também. A análise do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , aplicado à medição da temperatura, é, portanto, semelhante ao processo de análise usado para a medição de radiação solar, só que mais simples pois, neste modelo, não é necessário a compensação da variação da temperatura do meio pois ela é a própria variável a ser medida (mensurando). Adicionalmente, a equação (2.1), utilizada na análise anterior, agora aparece reduzida do fator referente à radiação absorvida-transmitida pelo sensor por unidade de tempo uma vez que, neste caso, o valor de  $H$  é nulo. Extrai-se, então, diretamente da equação (2.1) o modelo de pequenos sinais para o sensor termo-resistivo a ser utilizado nos modelos de  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  para fins de medição da temperatura. Nesta aplicação utiliza-se, como sensor o termistor, que é um sensor do tipo NTC (anexo I).

Derivando-se a equação (2.1), fazendo-se as substituições de  $hS$  por  $G_{th}$ ,  $mc$  por  $C_{th}$ ,  $I_s^2$  por  $Y_s$  e considerando-se o produto  $hS$  como constante e conhecido e o sinal de radiação solar nulo,  $H=0$ , obtém-se a equação 2.31.

$$C_{th} \frac{dT_s(t)}{dt} = G_{th} (T_a(t) - T_s(t)) + R_s(t) Y_s(t) \quad (2.31)$$

Para o sensor escolhido, a característica da sua resistência em função da sua temperatura é modelada pela equação 2.32.

$$R_s(t) = Ae^{\frac{B}{T_s(t)}} \quad (\text{NTC}) \quad (2.32)$$

em que:

- $A$  é uma constante do sensor
- $B$  é o coeficiente térmico, expresso em kelvin

A variável temporal é abstraída nas expressões matemáticas seguintes por questão de simplicidade no desenvolvimento destas.

Para o sensor operando em torno do ponto de operação teórico  $T_{s0}$ ,  $R_{s0}$ ,  $T_{a0}$ , pode-se obter o modelo incremental ou de pequenos sinais do sensor no domínio  $s$  com o desenvolvimento descrito a seguir.

No ponto teórico de operação ( $T_{s0}$ ,  $R_{s0}$  e  $T_{a0}$ ), a equação (2.31) torna-se:

$$C_{th} \frac{dT_{s0}}{dt} = G_{th} (T_{a0} - T_{s0}) + Ae^{\frac{B}{T_{s0}}} Y_{s0}$$

ou

$$C_{th} \frac{dT_{s0}}{dt} = G_{th} (T_{a0} - T_{s0}) + R_{s0} Y_{s0} \quad (2.33)$$

Na equação (2.31) tem-se um termo que representa uma função não-linear de 2 variáveis:

$$f(T_s, Y_s) = Ae^{\frac{B}{T_s}} Y_s$$

Expandindo essa expressão em série de Taylor e truncando os termos de ordem maior que um, obtém-se:

$$f(T_s, Y_s) = Ae^{\frac{B}{T_s}} Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) \left. \frac{\partial f}{\partial T_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} + (Y_s - Y_{s0}) \left. \frac{\partial f}{\partial Y_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} \quad (2.34)$$

com

$$\left. \frac{\partial f}{\partial T_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} = \left( \frac{-B}{T_{s0}^2} \right) Y_{s0} = k_t Y_{s0} \quad (2.35)$$

sendo

$$k_t = \left( \frac{-B}{T_{s0}^2} \right) \quad (\text{NTC})$$

e

$$\left. \frac{\partial f}{\partial Y_s} \right|_{T_{s0}, Y_{s0}} = Ae^{\frac{B}{T_{s0}}} = R_{s0} \quad (2.36)$$

A substituição das equações (2.35) e (2.36) na equação (2.34) resulta em:

$$f(T_s, Y_s) = R_{s0} Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0} \quad (2.37)$$

Substituindo-se a equação (2.37) na equação (2.31), obtém-se:

$$\frac{C_{th} dT_s}{dt} = G_{th} (T_a - T_s) + R_{s0} Y_{s0} + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0} \quad (2.38)$$

Subtraindo-se a equação (2.33) da equação (2.38), obtém-se:

$$\frac{C_{th} d(T_s - T_{s0})}{dt} = G_{th} [(T_a - T_{a0}) - (T_s - T_{s0})] + (T_s - T_{s0}) k_t Y_{s0} + (Y_s - Y_{s0}) R_{s0}$$

Introduzindo as variáveis de desvio para a temperatura do sensor, a temperatura do meio e a corrente do sensor elevado ao quadrado, obtém-se:

$$\frac{C_{th} dt_s}{dt} = G_{th} (t_a - t_s) + t_s k_t Y_{s0} + y_s R_{s0}$$

Aplica-se, então, a transformada de Laplace para encontrar a expressão da temperatura do sensor no domínio da frequência.

$$C_{th}T_s(s)s = G_{th}T_a(s) - G_{th}T_s(s) + k_t X_{s0}T_s(s) + R_{s0}Y_s(s)$$

Coloca-se  $T_s(s)$  em evidência,

$$T_s(s)(C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}) = G_{th}T_a(s) + R_{s0}Y_s(s)$$

Extraindo-se o valor de  $T_s(s)$ , obtém-se:

$$T_s(s) = \frac{G_{th}}{C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}} T_a(s) + \frac{R_{s0}}{C_{th}s + G_{th} - k_t Y_{s0}} Y_s(s)$$

Reescrevendo-se a expressão de  $T_s(s)$ , resulta em:

$$T_s(s) = \frac{\frac{G_{th}}{C_{th}}}{s + \frac{G_{th} - k_t Y_{s0}}{C_{th}}} T_a(s) + \frac{\frac{R_{s0}}{C_{th}}}{s + \frac{G_{th} - k_t Y_{s0}}{C_{th}}} Y_s(s)$$

ou

$$T_s(s) = \frac{1}{s - p} [k_{Ta}T_a(s) + k_{Ys}Y_s(s)] \quad (2.39)$$

em que:

$Y_s(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $y_s(t) = I_s^2(t)$  em torno do seu ponto de operação  $Y_{s0}$ .

$T_a(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $T_a(t)$  em torno do seu ponto de operação  $T_{a0}$ .

$T_s(s)$  é a transformada de Laplace do incremento da variável  $T_s(t)$  em torno do seu ponto de operação  $T_{s0}$ .

Os coeficientes são dados por:

$$k_{Y_s} = \frac{R_{s0}}{C_{th}} \quad (2.40)$$

$$k_{T_a} = \frac{G_{th}}{C_{th}} \quad (2.41)$$

$$p = \frac{k_t Y_{s0} - G_{th}}{C_{th}} \quad (2.42)$$

em que:

$k_{Y_s}$  é o coeficiente variação da corrente  $Y_s(s)$  do sensor.

$k_{T_a}$  é o coeficiente de variação da temperatura  $T_a(s)$ .

$p$  é o pólo da função de transferência de pequenos sinais do sensor.

$k_t$  é o coeficiente de variação da temperatura do sensor (pequenos sinais).

$Y_{s0}$ , ou, a corrente do sensor elevado ao quadrado pode ser calculada a partir da equação (2.31) na condição de regime permanente.

$$Y_{s0} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{a0})] \quad (2.43)$$

Com a temperatura do sensor sendo mantida constante pela malha de realimentação do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, a temperatura do meio pode ser inferida a partir do conhecimento de  $Y_s$ , utilizando-se a equação (2.44).

$$T_a[n] = T_{s0} - \frac{Y_s R_{s0}}{G_{th}} \quad (2.44)$$

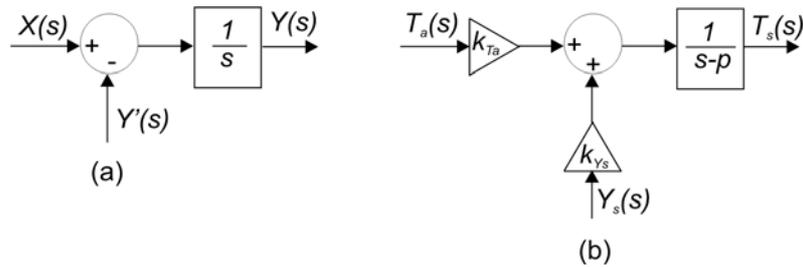


Figura 2.23 Diagrama de blocos. (a) Trecho do modulador  $\Sigma-\Delta$  (b) Modelo de pequenos sinais do sensor para medição de temperatura do meio.

A equação (2.39) e o diagrama de blocos de trecho em destaque no modulador  $\Sigma-\Delta$  da figura 2.1 estão representados no diagrama de blocos da figura 2.23 e exprimem a semelhança entre eles. O sinal realimentado  $Y'_s(s)$  deve variar no sentido contrário da variação de  $T_a$  para que a realimentação negativa se configure, ou seja, se houver um incremento positivo na temperatura do meio, a temperatura do sensor tende a aumentar. Para manter a temperatura do sensor constante, é necessário desaquecê-lo, isto é, é necessário que o incremento de corrente aplicado ao sensor seja negativo.

Embora o modelo de pequenos sinais tenha sido utilizado para demonstrar como o sensor termo-resistivo pode substituir o somador e o integrador na malha do modulador  $\Sigma-\Delta$ , para efeito de simulação do modulador resultante, utilizou-se a equação termodinâmica dada pela equação 2.31 e a equação 2.32 no modelo do comportamento sensor.

O modelo de pequenos sinais do sensor foi utilizado, no capítulo 3, para analisar o comportamento em frequência do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo.

Segue, então o procedimento para modelagem do sensor para utilização no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ .

### 2.4.1 Modelo do Sensor para Medição da Temperatura em Corrente Contínua

A equação (2.45) é a equação que representa o comportamento dinâmico de  $T_s$  no domínio do tempo e foi obtida a partir das equações (2.31) e (2.32).

$$T_s(t) = T_{s0} + \int_0^t \frac{1}{C_{th}} \left\{ A e^{\frac{B}{T_s(\sigma)}} I_s^2(\sigma) + G_{th} [T_a(\sigma) - T_s(\sigma)] \right\} d\sigma \quad (2.45)$$

O diagrama de blocos da figura 2.24 é a expressão da equação (2.45) e representa o sub-sistema gerado Simulink do Matlab para simular o comportamento termodinâmico do sensor dentro da malha do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , que representa o medidor de temperatura. Esse sub-sistema possui duas entradas: 1) o sinal de temperatura, que é o mensurando e 2) o sinal de corrente do sensor elevada ao quadrado, que é o sinal realimentado do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . O sub-sistema possui, ainda, uma saída: a temperatura do sensor, que é o sinal de entrada do quantizador. Todo esse sub-sistema substitui o sensor no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  da figura 2.3 e é representado, de forma simplificada, como um módulo intitulado *Termistor NTC*, no sistema completo em corrente contínua do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, e que pode ser observado na figura 2.25.

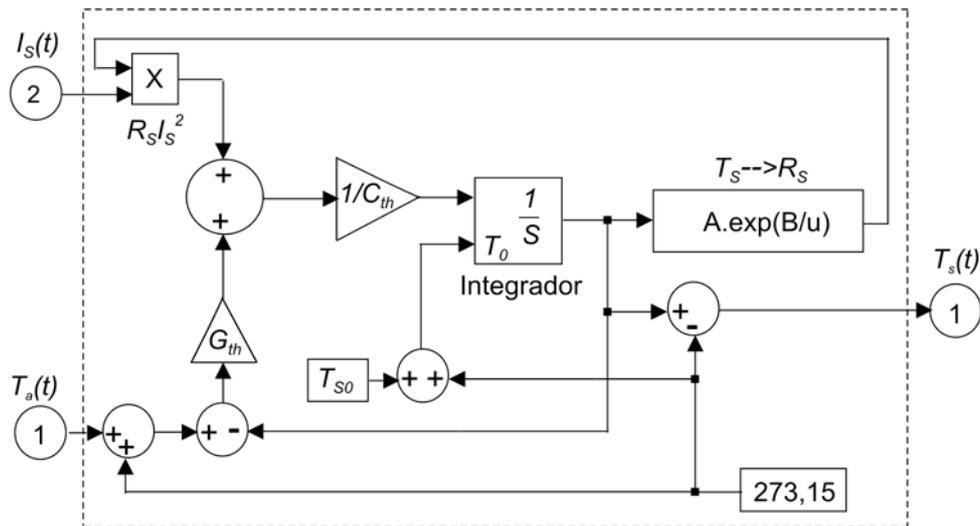


Figura 2.24 Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de temperatura, em corrente contínua.

O modelo comportamental completo para o  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER usado nas simulações pelo Simulink do Matlab é descrito a seguir.

## 2.4.2 Modelo Completo em Corrente Contínua do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Termômetro

O sistema completo de medição é composto do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  de efeito termoelétrico seguido de um filtro digital e um escalador para representação da grandeza estimada na escala em graus Celsius. (figura 2.25).

Observa-se, nessa figura, que o sinal quantizado é a temperatura do sensor e o sinal que realimenta o sensor é a corrente deste elevada ao quadrado. O sinal de temperatura do sensor é subtraído de um sinal de referência e o sinal resultante dessa operação é convertido em -1, se o resultado for negativo ou em +1 se o resultado for positivo.

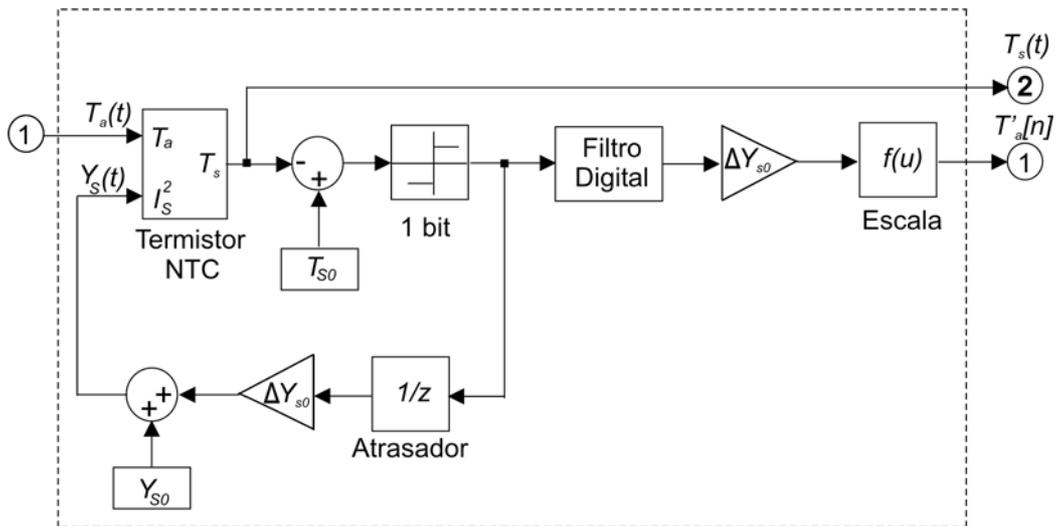


Figura 2.25 Modelo completo em corrente contínua do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo como termômetro.

Supõe-se que a temperatura do sensor esteja abaixo da temperatura de referência. Se houver uma mudança positiva na temperatura do meio, haverá uma variação positiva do sinal de temperatura do sensor. Enquanto a temperatura do sensor não ultrapassar o valor de referência  $T_{s0}$ , o quantizador gera saída +1, para aquecer o sensor, caso contrário, gera saída -1, para desaquecer o sensor. Supõe-se, agora que a temperatura do sensor esteja acima da temperatura de referência. Se houver uma mudança negativa na temperatura do meio, haverá uma mudança negativa na temperatura do sensor. Enquanto a temperatura do sensor for maior que o valor de referência  $T_{s0}$ , o quantizador gera saída -1, para desaquecer o sensor, caso contrário, gera saída +1, para aquecer o sensor.

O sinal de saída do quantizador é utilizado para fazer a estimação do mensurando, no caso, a temperatura do meio. O sinal de saída do quantizador

também é introduzido do caminho de realimentação da malha do modulador  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , porém, antes de atingir o sensor, deve ser convertido para um sinal de corrente elevada ao quadrado por meio de um ganho no conversor D/A mono-bit.

Uma saída +1 no quantizador indica que o sensor deve ser aquecido e uma saída -1 no quantizador indica que o sensor deve ser desaquecido, portanto,  $\Delta Y_{s0}$  deve ser somado ao sinal de corrente elevada ao quadrado de regime permanente  $Y_{s0}$ , no comparador presente no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . Essa operação está representada pelo sinal positivo no comparador.

Portanto, acrescenta-se um ganho no conversor D/A da malha de realimentação cujo sinal referente à sua variação caracteriza a realimentação negativa necessária para reestabelecer o equilíbrio na temperatura do sensor.

O atrasador ( $z^{-1}$ ), assim como no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  para medição de radiação solar, é necessário para que o Simulink realize a correta função de transferência da malha do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  com sinal de entrada no mesmo tempo que o sinal de saída<sup>(2)</sup>.

O valor da temperatura em regime permanente teórico é calculado a partir da faixa de temperatura que se deseja medir e é expressa por:

$$T_{a0} = \frac{T_{a\max} + T_{a\min}}{2} \quad (2.46)$$

---

<sup>(2)</sup> Ver apêndice I.

em que:

$T_{amin}$  é o valor mínimo da temperatura que se quer medir.

$T_{amax}$  é o valor máximo da temperatura que se quer medir.

O ganho de corrente associado ao conversor D/A no caminho de realimentação do modulador é calculado a partir da equação (2.43) e representado no diagrama de blocos do circuito da figura 2.25 por  $\Delta Y_{s0}$ .

Mostra-se a seguir um procedimento de como se determinar o valor do ganho de corrente a ser associado ao conversor D/A no caminho da malha de realimentação do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER.

Quando o sinal de entrada de temperatura for igual ao valor estabelecido como temperatura mínima  $T_{amin}$ , a corrente ao quadrado de regime permanente do sensor é máxima  $Y_{smax}$ , pois, se a temperatura do meio diminui, a temperatura do sensor tende a diminuir também e, para manter a temperatura do sensor constante, é necessário aumentar a corrente aplicada ao sensor.

$$Y_{smax} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{amin})] \quad (2.47)$$

Quando o sinal de entrada de temperatura for igual ao valor estabelecido como temperatura máxima  $T_{amax}$ , a corrente ao quadrado de regime permanente do sensor é mínima  $Y_{smin}$ , pois, se a temperatura do meio aumenta, a temperatura do sensor tende a aumentar também e, para manter a temperatura do sensor constante, é necessário diminuir a corrente aplicada ao sensor.

$$Y_{s\min} = \frac{1}{R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{a\max})] \quad (2.48)$$

Supondo-se o valor teórico da temperatura do meio, de regime permanente  $T_{a0}$ , na metade da faixa estimada para a sua variação, pode-se determinar o ganho de corrente do sensor ao quadrado, subtraindo-se a equação (2.43) da equação (2.48) ou subtraindo-se a equação (2.49) da equação (2.43).

$$\Delta Y_{s0} = Y_{s\max} - Y_{s0} = \frac{1}{R_{s0}} \{G_{th} [T_{a0} - T_{a\min}]\} \quad (2.50)$$

ou

$$\Delta Y_{s0} = Y_{s0} - Y_{s\min} = \frac{1}{R_{s0}} \{G_{th} [T_{a\max} - T_{a0}]\} \quad (2.51)$$

Tendo em vista que a equação (2.43) é linear em relação à temperatura do meio, as diferenças anteriormente calculadas são idênticas e, para expressar a variação da corrente elevada ao quadrado do sensor em função da faixa de medição estimada para a temperatura do meio, somam-se as equações (2.50) e (2.51) e divide-se o resultado por dois.

O ganho de corrente é dado, então, por:

$$\Delta Y_{s0} = \frac{G_{th}}{R_{s0}} \left( \frac{T_{a\max} - T_{a\min}}{2} \right) \quad (2.52)$$

A estimação do valor de temperatura é feita a partir do conhecimento de  $Y_s$  no sub-sistema denominado *Escala* do modelo comportamental do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER da figura 2.25, a partir da equação (2.44) com:

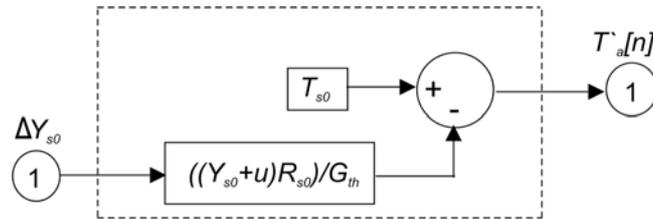


Figura 2.26 Sub-sistema *Escala* do Simulink para o termômetro em corrente contínua.

$$Y_s = Y_{s0} + \Delta Y_{s0} \quad (2.53)$$

No sub-sistema *Escala* o ganho de corrente  $\Delta Y_{s0}$ , tal como no caminho de realimentação da malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  com sensor, é somado ao valor de regime para a correta estimação da temperatura.

Esse sub-sistema possui uma entrada: o ganho de corrente do sensor ao quadrado já filtrado e dizimado. Sua saída é o sinal estimado da temperatura do meio, como pode ser visto na figura 2.26.

O modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  apresentado na figura 2.25 é um modelo válido para simulação do comportamento do circuito, pelos mesmos motivos que no modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de radiação solar:

- Uma das entradas do modelo do sensor é uma corrente ao quadrado que fisicamente não existe. O sensor é alimentado simplesmente por corrente.
- A entrada do quantizador é um sinal térmico e deve ser transformado em sinal elétrico.

A arquitetura do medidor de temperatura pode ser modificada para contornar esses dois problemas e permitir sua implementação em circuito. O procedimento para tornar essa implementação possível é descrito a seguir.

### 2.4.3 Modelo Completo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER em Corrente Pulsada como Termômetro.

Da mesma forma que para o modelo em corrente pulsada do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, como radiômetro, no modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER em corrente pulsada para o termômetro, a corrente gerada pelo PWM substitui a entrada  $I_s^2$  do modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER em corrente contínua, (equação 2.25).

Esse PWM também gera apenas duas larguras de pulso: uma para a saída quantizada igual a +1 e outra para a saída quantizada igual a -1. No ponto de equilíbrio estático a largura do pulso tem valor teórico igual a 50 % do período total do PWM.

A informação do ganho de corrente consiste agora na duração do pulso de corrente que é função linear da variação da temperatura do meio  $T_a$ . Substituindo-se a equação (2.25) na equação (2.43) obtém-se:

$$\delta_0 = \frac{T_{PWM}}{I_m^2 R_{s0}} [G_{th} (T_{s0} - T_{a0})] \quad (2.54)$$

em que:

$$\delta_0 = 0,5.T_{PWM} \quad \text{é a duração do pulso na condição teórica de regime.}$$

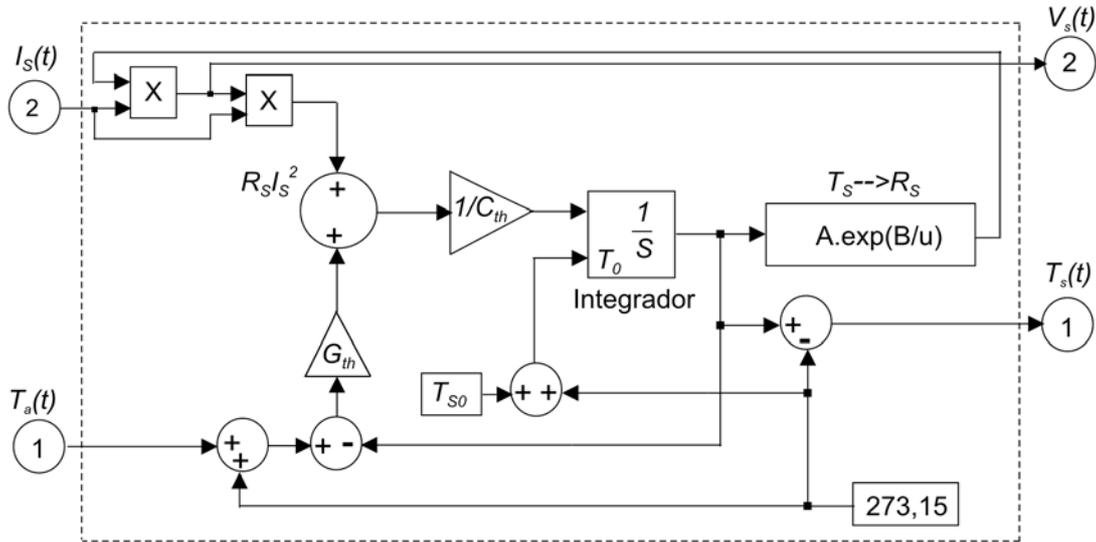


Figura 2.27 Sub-sistema do Simulink representando o comportamento termodinâmico do sensor como medidor de temperatura, em corrente PWM.

O incremento na duração do pulso, devido à variação da temperatura à entrada do medidor, é determinado pela equação (2.55).

$$\frac{\Delta_{\delta}}{T_{PWM}} = \frac{\Delta Y_{s0}}{I_m^2} = \frac{1}{I_m^2 R_{s0}} \left[ G_{th} \left( \frac{T_{a \max} - T_{a \min}}{2} \right) \right] \quad (2.55)$$

em que:

$\frac{\Delta_{\delta}}{T_{PWM}}$  é a duração do pulso a ser acrescentado ou reduzido da duração do pulso de corrente de regime, ambos termos normalizados pelo período do PWM.

A outra alteração se processa no modelo do sensor termo-resistivo. Trata-se da substituição da temperatura do sensor,  $T_s(t)$  pela tensão nos terminais do sensor,  $V_s(t)$  e que resulta no sub-sistema da figura 2.27.

O diagrama de blocos da figura 2.27 foi desenvolvido a partir da equação (2.45) e representa o sub-sistema gerado no Simulink do Matlab para

simular o comportamento termodinâmico do sensor dentro da malha do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , que representa o medidor de temperatura. Neste caso, o sensor é alimentado por uma corrente modulada por duração de pulso, (PWM). Esse sub-sistema também possui duas entradas: 1) o sinal de temperatura do meio, que é o mensurando e 2) o sinal de corrente PWM do sensor, que é o sinal realimentado do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . O sub-sistema possui, ainda, duas saídas: 1) a temperatura do sensor que é usada para observação do seu comportamento, e 2) a tensão do sensor que é o sinal de entrada do quantizador.

Todo esse sub-sistema substitui o sensor no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  da figura 2.3 e é representado como um módulo intitulado *Termistor NTC*, no sistema completo em corrente PWM do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro e que pode ser observado na figura 2.28. O comparador que acompanha o sensor na figura 2.3, neste caso, compara a tensão do sensor com sua tensão de referência. O sinal desse comparador foi invertido em relação ao do modelo em corrente contínua porque o sensor é do tipo NTC. Neste, quando a resistência do sensor diminui, com o aumento da sua temperatura, a tensão nos terminais do sensor também diminui, já que a magnitude da corrente PWM que alimenta o sensor é constante. A inversão do sinal no comparador é necessária para que o sinal resultante da comparação seja o mesmo do modelo em corrente contínua.

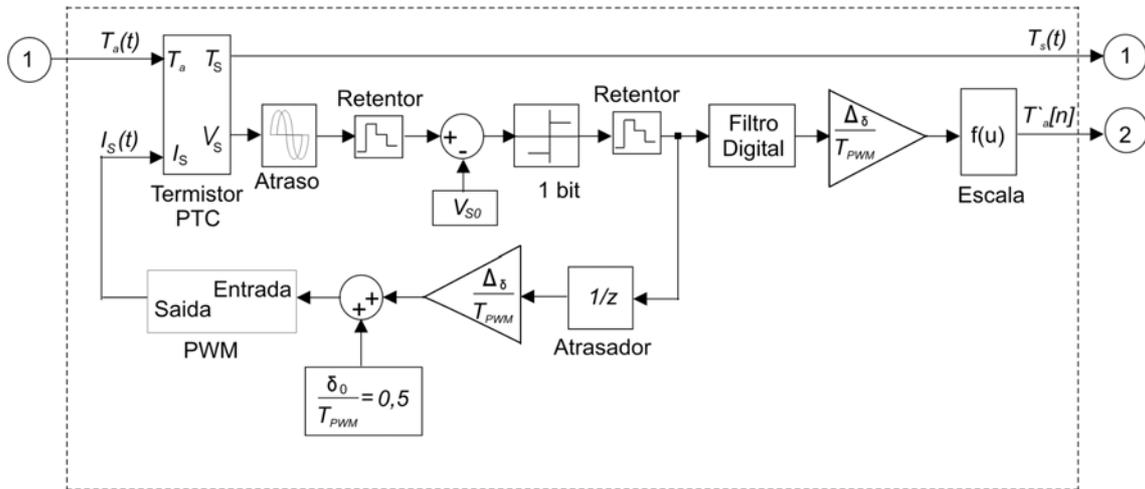


Figura 2.28 Modelo completo em corrente pulsada do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor termo-resistivo como termômetro.

O sistema completo de medição é basicamente idêntico ao da figura 2.25. Compõe-se do modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  seguido do filtro digital e do escalador para obtenção da grandeza estimada em graus celsius. A diferença está na inclusão de um modulador PWM no caminho de realimentação da malha do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  e da substituição do comparador de corrente por um comparador de duração de pulso de corrente em que essa duração de pulso está normalizada pelo período total do PWM.

Esse modelo de  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  inclui ainda um atrasador e dois retentores com funções semelhantes ao do modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada, como radiômetro.

O valor dessa tensão pode ser expresso pela equação (2.28) e a tensão de referência calculada a partir da equação (2.28), fazendo  $R_s = R_{s0}$ .

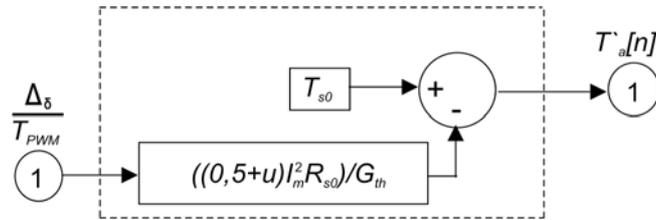


Figura 2.29 Sub-sistema *Escala* do Simulink para o termômetro em corrente pulsada.

em que:

$R_{s0}$  é a resistência do sensor de regime permanente.

Se a tensão nos terminais do sensor é mantida constante, pela malha de realimentação, a resistência do sensor também é mantida constante e, portanto, também sua temperatura.

Se a temperatura do sensor é mantida constante, o sinal de temperatura do meio pode ser inferido no sub-sistema denominado *Escala* da figura 2.28 a partir da equação (2.54).

$$T'_a[n] = T_{s0} - \frac{R_{s0} I_m^2}{G_{th}} \frac{\delta}{T_{PWM}} \quad (2.56)$$

com

$$\frac{\delta}{T_{PWM}} = \frac{\delta_0}{T_{PWM}} + \frac{\Delta_\delta}{T_{PWM}}$$

em que:

$\frac{\delta}{T_{PWM}}$  é a duração total do pulso de corrente PWM do sensor normalizada pelo período do PWM.

O estabelecimento de uma frequência de sobre-amostragem, equação (2.30), com fins de execução das simulações dos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , é idêntico ao apresentado para o caso do medidor de radiação solar.

Os procedimentos realizados na simulação de ambos modelos de  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  estão descritos a seguir.

#### 2.4.4 Resultados de Simulação dos $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTERs}$ como Termômetro

Na simulação dos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , para medição de temperatura foi utilizado um sensor NTC com as seguintes características:

$$\begin{array}{ll} A = & 1,3492 \times 10^{-1} \Omega \\ B = & 3207,9 \text{ K} \\ G_{th} = & 2,7057 \times 10^{-3} \text{ W/K} \\ C_{th} = & 5,1487 \times 10^{-3} \text{ J/K} \end{array}$$

As características gerais de ambos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como medidores de temperatura, são:

$$\begin{array}{ll} T_{s0} = & 80 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_{amax} = & 70 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_{a0} = & 40 \text{ }^\circ\text{C} \\ \rho = & 1,0662 \text{ rad/s} \\ f_{sensor} = & 0,17 \text{ Hz} \\ \rho_{sr} = & 16,83 \text{ rad/s} \\ OSR = & 256 \\ T_s(t=0) = & 40 \text{ }^\circ\text{C} \\ T_{amin} = & 10 \text{ }^\circ\text{C} \\ R_{s0} = & 1188,68 \Omega \\ \tau = & 0,94 \text{ s} \\ \tau_{sr} = & 0,06 \text{ s} \\ f_{sr} = & 2,68 \text{ Hz} \\ f_B = 0,9 \times f_{sr} = & 2,41 \text{ Hz} \end{array}$$

$$T_s = 7 \times 10^{-4} \text{ s} \qquad f_s \geq 2 \times f_B \times \text{OSR} \cong 1429 \text{ Hz}$$

Para essa frequência de amostragem escolhida (1429 Hz) a OSR real é de 296,47.

As características específicas do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como medidor de temperatura, em corrente contínua, são:

$$I_{s0}^2 = Y_{s0} = 9,1049 \times 10^{-5} \text{ A}^2$$

$$\Delta Y_{s0} = 6,8286 \times 10^{-5} \text{ A}^2 \text{ (ganho de corrente ao quadrado)}$$

As características específicas do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como medidor de temperatura, em corrente pulsada, são:

$$I_m = 13,5 \text{ mA}$$

$$T_{PWM} = T_s = 7 \times 10^{-4} \text{ s}$$

$$\frac{\delta_0}{T_{PWM}} = 0,5$$

$$\frac{\Delta \delta_0}{T_{PWM}} = 0,375 \text{ (incremento da duração do pulso de corrente normalizado por } T_{PWM}\text{)}$$

No estudo do comportamento de ambos modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como medidor de temperatura, também foram realizados os mesmos dois procedimentos e com os mesmos objetivos.

- a) Resposta ao degrau de temperatura do meio.
- b) Resposta à senóide de temperatura do meio.

### 2.4.4.1 Resposta ao Degrau de Temperatura

Um degrau de temperatura de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  para  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$  foi aplicado à entrada de ambos os modelos do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  à  $20$  segundos do início da simulação. Posteriormente, observou-se  $T_s(t)$  e  $T_a[n]$  em ambos medidores.

A rápida convergência da temperatura do sensor para o valor de regime permanente teórico de  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  e a estabilização da temperatura do sensor em torno desse valor ficou evidente (figuras 2.30 e 2.31).

Um detalhe destes gráficos, no instante em que o degrau é aplicado, pode ser observado nas figuras 2.32 e 2.33. Neles, os padrões da saída do sinal de temperatura do sensor são semelhantes ao padrão do sinal de saída do integrador ideal do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  típico, para entrada constante [AZIZ, 1996]. A variação da temperatura do sensor é muito pequena, abaixo da faixa que vai de  $79,985\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $80,01\text{ }^{\circ}\text{C}$  no medidor em corrente contínua (cc) e abaixo da faixa que vai de  $79,96\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $80,03\text{ }^{\circ}\text{C}$  no medidor em corrente pulsada (cp).

Observam-se, nas figuras 2.34 e 2.35, os resultados da estimação da temperatura do meio para os modelos dos  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua e em corrente pulsada, respectivamente.

O valor médio da temperatura inicial, em torno de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , muda rapidamente para valores em torno de  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$  após o tempo de retardo do filtro digital, em resposta ao degrau da temperatura aplicado aos  $20$  segundos nos dois sistemas.

Detalhe desses gráficos, após o tempo de estabilização, pode ser visto na figura 2.36. O valor da temperatura estimada no modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, varia em torno de  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$ . No modelo do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada, a variação é em torno de  $32,05\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A razão para o resultado encontrado do termômetro em corrente pulsada ser pior do que para o resultado encontrado do termômetro em corrente contínua é a mesma que para o caso do radiômetro.

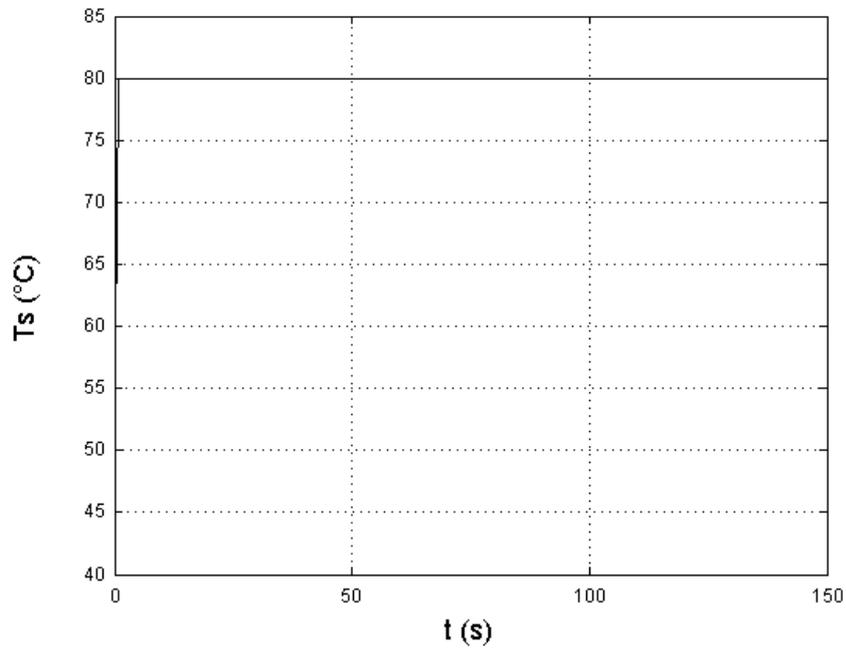


Figura 2.30 Medidor de temperatura em corrente contínua (cc): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

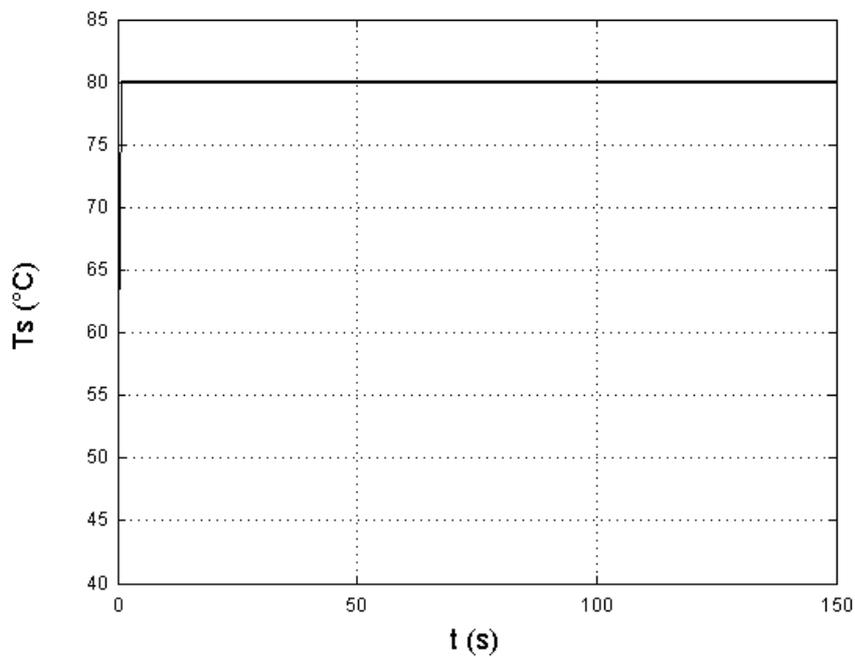


Figura 2.31 Medidor de temperatura em corrente pulsada (cp): Temperatura do sensor, resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

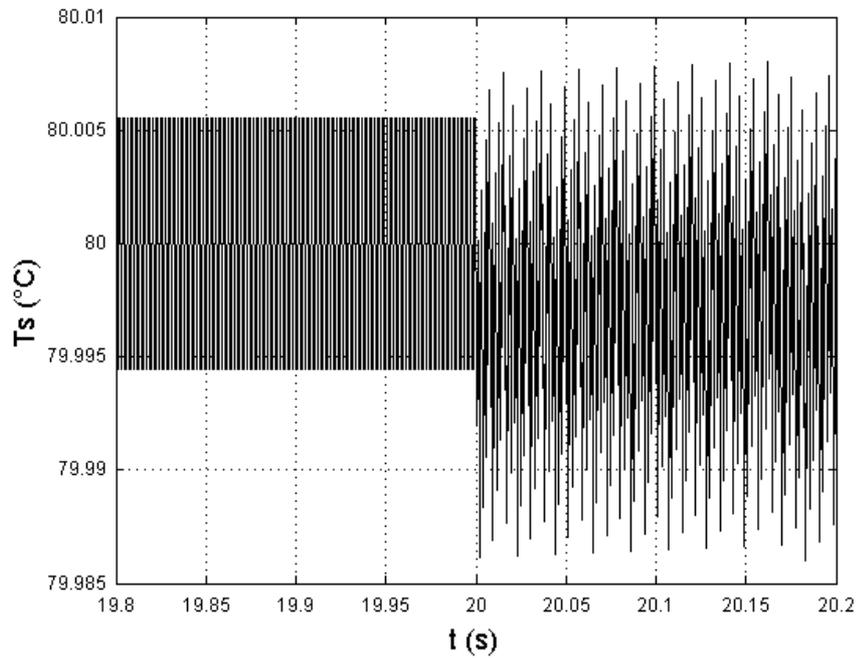


Figura 2.32 Medidor de temperatura em cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

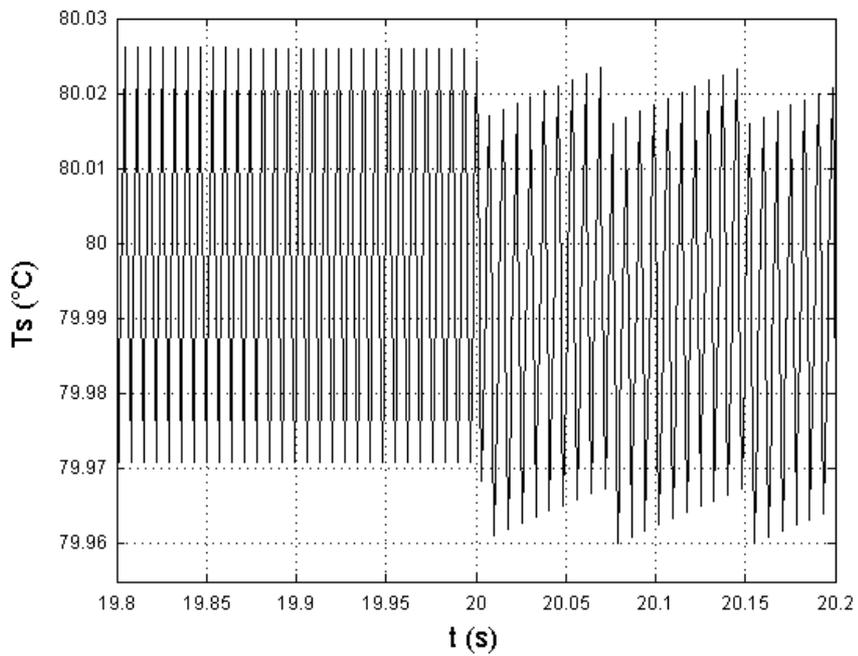


Figura 2.33 Medidor temperatura em cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao degrau em  $t=20$  s.

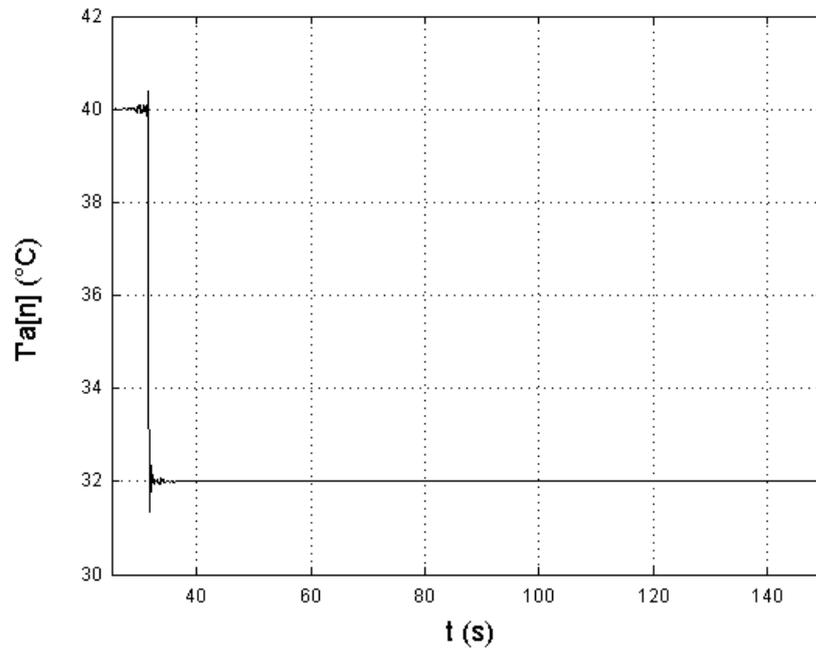


Figura 2.34 Medidor de temperatura em cc: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

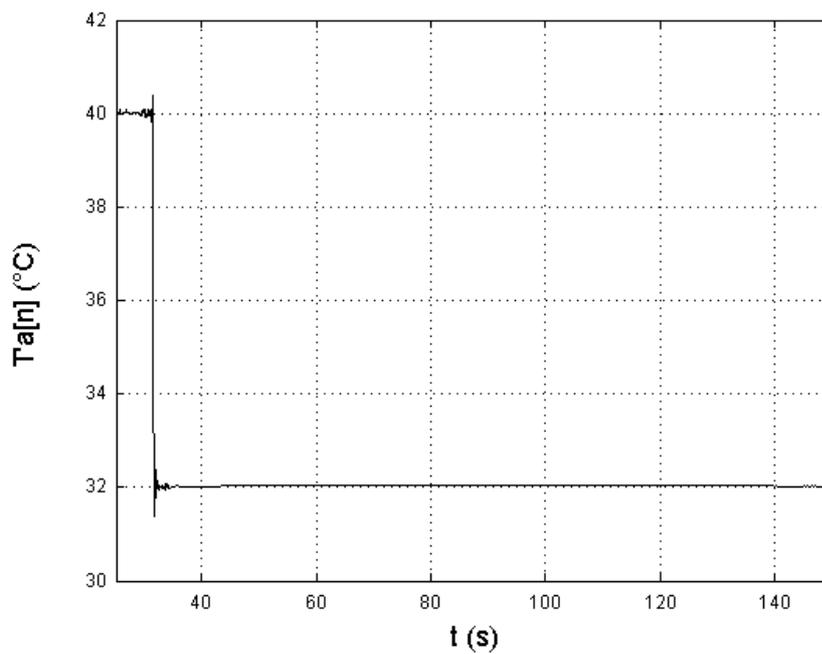


Figura 2.35 Medidor de temperatura em cp: Temperatura ambiente estimada, resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

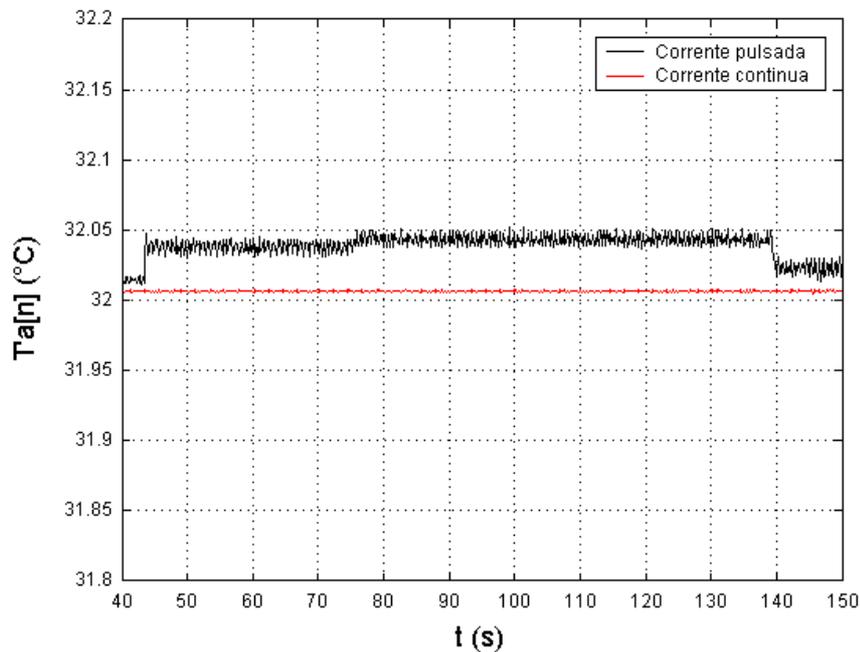


Figura 2.36 Temperatura do meio estimada comparativa em resposta ao degrau aplicado em  $t=20$  s.

#### 2.4.4.2 Resposta ao Sinal Senoidal de Temperatura

Um sinal de temperatura, representado pela equação:

$$T_a(t) = \left[ 40 + 30 \text{sen} \left( \frac{2\pi t}{60} \right) \right] \text{ } ^\circ\text{C}, \text{ foi aplicado à entrada dos modelos de}$$

M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER em  $t = 0$  s.

O sinal de temperatura do meio aplicado variou entre  $10$  °C e  $70$  °C e simulou a faixa de medição da temperatura correspondente, estabelecida em projeto. Essa variação se processa em meio minuto, que é uma variação bastante rápida em se tratando de variação de temperatura.

A temperatura do sensor conservou-se em torno dos  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  e com característica de contorno igual ao da senóide de entrada.

Toda a faixa de variação da temperatura foi estimado pelos dois sistemas, de acordo com as características do sinal senoidal aplicado à entrada destes, (figuras 2.37 e 2.38).

No detalhe da senóide de temperatura da figura 2.39 nota-se que, em ambos os modelos, a estimação dos valores próximos aos extremos da faixa de medição é de baixa resolução. Isso se deve ao fato de que, ao estimar o valor da temperatura, no módulo *Escala* do Simulink, assume-se que a temperatura do sensor se mantém constante e igual à temperatura do ponto de equilíbrio e isso realmente não acontece. A temperatura do sensor varia pouco, mas varia em torno do ponto de equilíbrio e com um pequeno deslocamento acima ou abaixo dos  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  a depender da variação da temperatura do meio, implicando em pequena perda de resolução dinâmica. O termômetro em corrente pulsada apresenta maior desvio na temperatura do sensor em relação ao valor de regime, por isso tem pior resolução. Na figura 2.41 pode-se observar pelos picos do sinal senoidal que o modelo em corrente contínua fornece melhor resolução que o modelo em corrente pulsada pelos motivos anteriormente explicados.

Os resultados dessa simulação são mostrados a seguir.

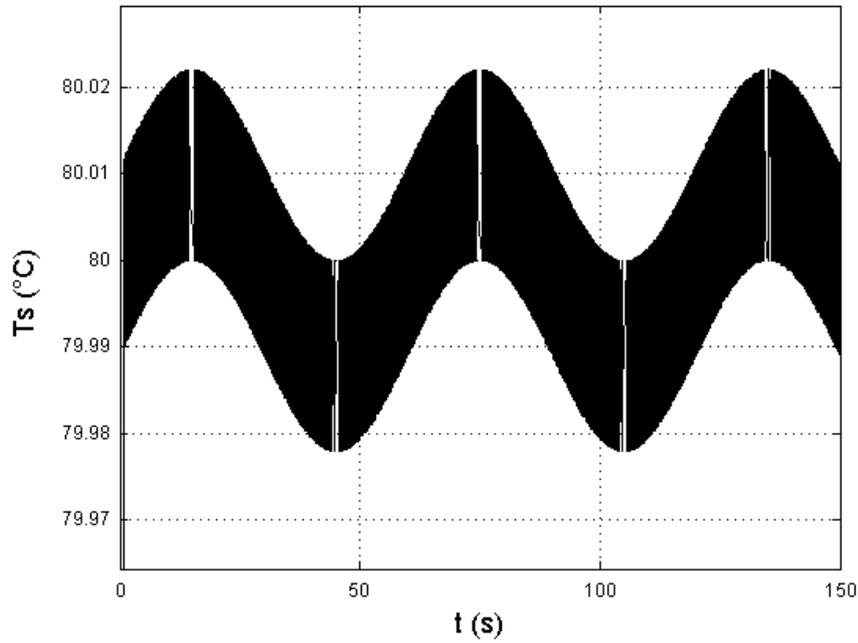


Figura 2.37 Medidor de temperatura em cc: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

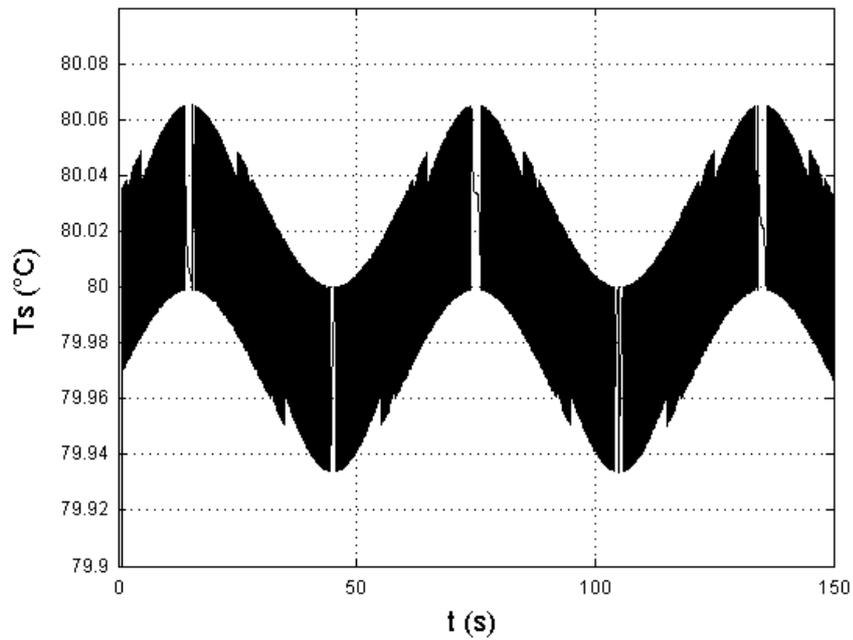


Figura 2.38 Medidor de temperatura em cp: Temperatura do sensor, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

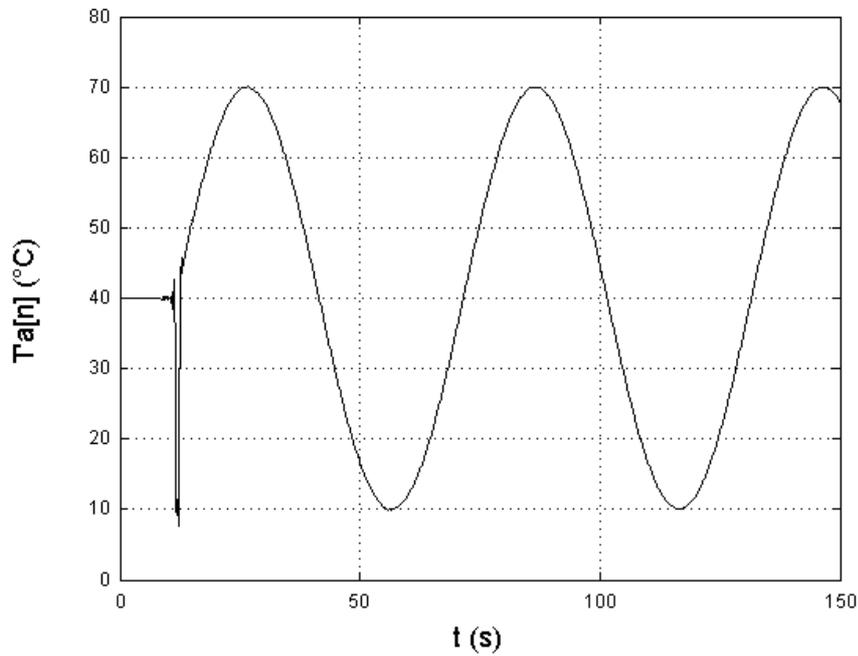


Figura 2.39 Medidor de temperatura em cc: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.

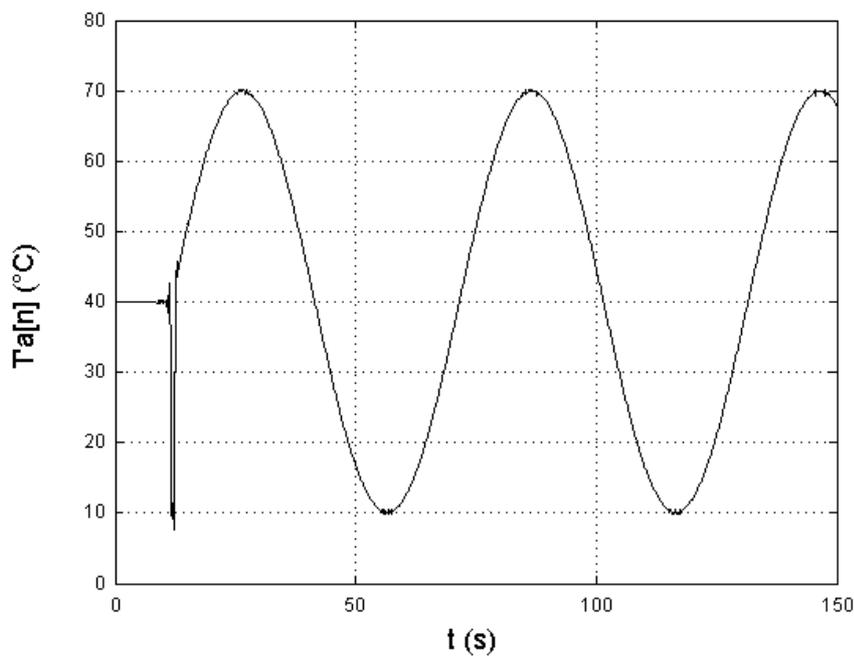
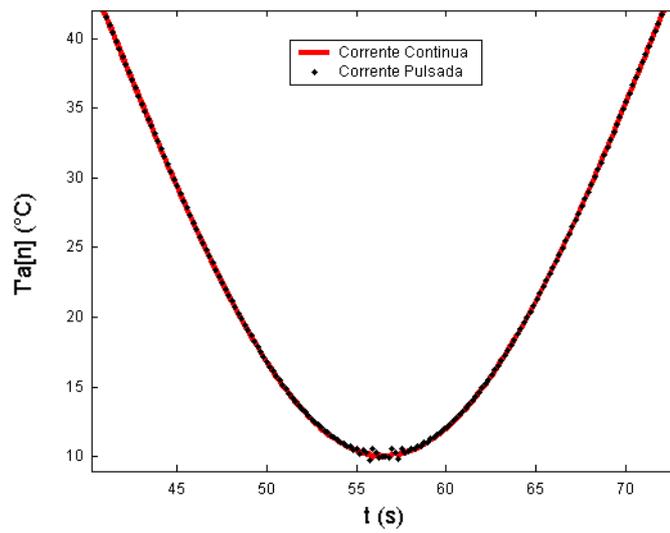
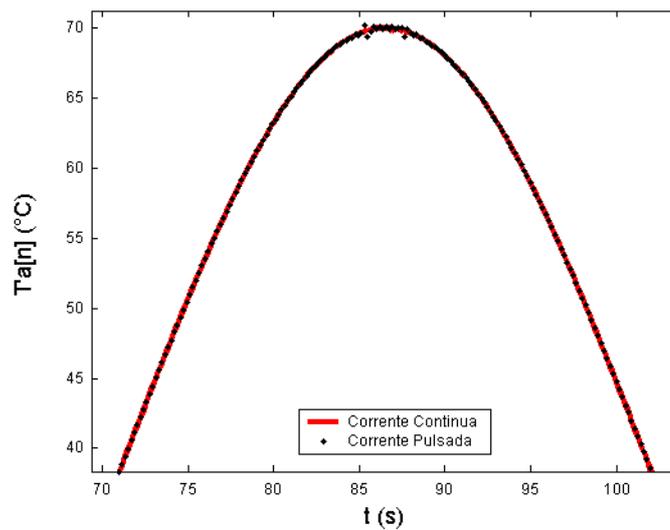


Figura 2.40 Medidor de temperatura em cp: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s.



(a)



(b)

Figura 2.41 Medidores de temperatura em cc e cp: Temperatura ambiente estimada, detalhe da resposta ao sinal senoidal aplicado em  $t=0$  s a) Semi-ciclo negativo. b) Semi-ciclo positivo.

## Capítulo 3

# Modulador $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor Termo-resistivo: Análise de Desempenho

### 3.1 Introdução

O desempenho do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em termos de relação sinal/ruído e de resolução, em número de bits, pode ser avaliado a partir do estudo da sua resposta em frequência. Uma das maiores dificuldades neste processo é o fato de o  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  possuir um quantizador, em sua malha de realimentação, cuja característica é bastante não-linear. Ele transforma uma quantidade praticamente infinita de valores em apenas dois. Uma das formas de contornar esse problema é substituir o sinal de ruído de quantização por uma fonte de ruído branco desde que algumas suposições sobre o processo do ruído sejam admitidas, como expressas no anexo II. Embora o modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  não atenda à maioria delas, a utilização da aproximação o ruído do quantização por uma fonte de ruído branco é tolerável. A aproximação é válida para entrada constante, lenta ou quando a frequência do sinal é muito menor que a frequência de amostragem [GRAY, 1990]. As grandezas físicas capazes

de serem estimadas com o  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER se encaixam na condição de sinais lentos.

Neste capítulo apresentam-se a análise da resposta em frequência do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, o estudo do comportamento da magnitude do espectro de frequências do ruído de quantização, a relação sinal/ruído obtido desse modelo e, finalmente, a resolução em termos de número de bits.

## **3.2 Resposta em Frequência do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Medidor de Radiação Solar**

A variação da temperatura do sensor termo-resistivo é de natureza contínua no tempo, assim como a tensão eficaz nos seus terminais mesmo quando este sensor é alimentado com corrente pulsada. Então, pode-se dizer que o  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER é aproximadamente um modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  contínuo no tempo. Assim sendo, analisa-se o comportamento deste modulador no domínio da frequência utilizando-se a transformada de Laplace. Entretanto, para estudar o ruído de quantização, desenvolve-se um modelo para o  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, discreto no tempo e equivalente à versão contínua, utilizando-se a transformada  $z$ .

### 3.2.1 Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ no Domínio da Frequência Contínua

O diagrama da figura 3.1 é utilizado para análise da função de transferência, doravante denominado de FT, do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em corrente contínua, como medidor de radiação solar, conforme descrito na figura 2.6. Com o sensor operando à temperatura praticamente constante, em torno do ponto  $T_{s0}$ , pode-se aproximar seu modelo comportamental, que é não-linear, pelo modelo de pequenos sinais, deduzido no capítulo 2, ítem (2.3). O quantizador binário é substituído por um ruído branco aditivo. O bloco  $\Delta Y_0$ , correspondente ao ganho de corrente do sensor ao quadrado é colocado no caminho da malha de realimentação. Um outro ganho, este unitário e associado ao quantizador, tem dimensão de  $^{\circ}\text{C}^{-1}$  e representa a conversão de escala de temperatura para uma escala sem dimensão, representando os bits +1 e -1.

A característica do ruído de quantização desse modulador, assim como do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  descrito no anexo II, é dependente da frequência. A distribuição de ruído pode ser encontrada a partir desse modelo simplificado no domínio  $\mathbf{s}$ .

Com o modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  devidamente linearizado, aplica-se o teorema da superposição e se determina a FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . Esta função pode ser escrita como função dos sinais de entrada de radiação solar,  $H(s)$ , temperatura do meio,  $T_a(s)$  e erro de quantização,  $E(s)$ .

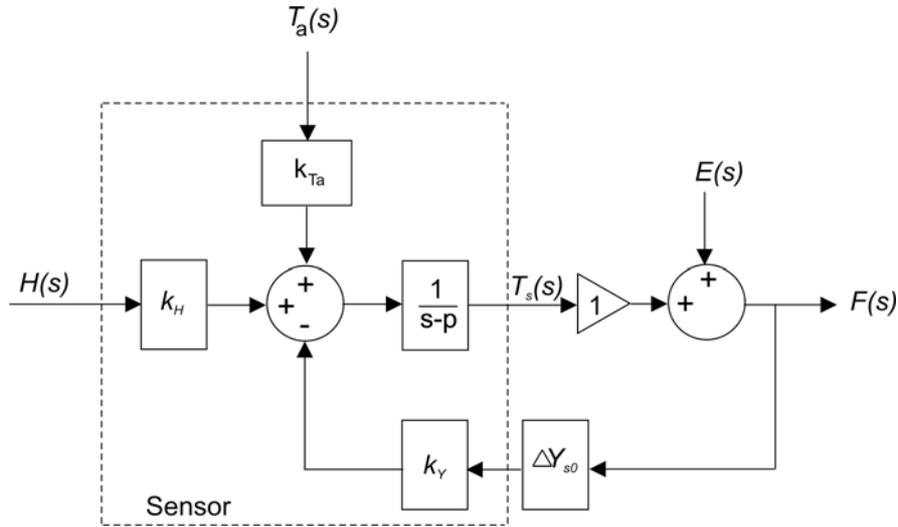


Figura 3.1 Diagrama de blocos do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua, como medidor de radiação solar, para obtenção da FT no domínio  $s$ .

$$F(s) = \frac{\frac{k_H}{s-p}}{1 + \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s-p}} H(s) + \frac{\frac{k_{Ta}}{s-p}}{1 + \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s-p}} T_a(s) + \frac{1}{1 + \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s-p}} E(s)$$

$$F(s) = \frac{k_H}{s + (k_Y \Delta Y_{s0} - p)} H(s) + \frac{k_{Ta}}{s + (k_Y \Delta Y_{s0} - p)} T_a(s) + \frac{s-p}{s + (k_Y \Delta Y_{s0} - p)} E(s)$$

$$F(s) = \frac{k_H}{s + p_{sr}} H(s) + \frac{k_{Ta}}{s + p_{sr}} T_a(s) + \frac{s-p}{s + p_{sr}} E(s) \quad (3.1)$$

com

$$p_{sr} = k_Y \Delta Y_{s0} - p$$

em que:

$p_{sr}$  é o pólo da FT do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER.

$p$  é o inverso da constante de tempo do sensor para pequenos sinais.

Reescrevendo-se  $p_{sr}$  em função dos variáveis mais elementares tem-se:

$$p_{sr} = \frac{1}{C_{th}} \left\{ \frac{1}{2} [G_{th} (T_{a\max} - T_{a\min}) + \alpha S (H_{\max} - H_{\min})] \right\} + \left\{ \frac{1}{C_{th}} \left[ G_{th} - \frac{\beta R_0}{R_{s0}} (T_{s0} - T_{a0}) + \frac{\beta R_0}{R_{s0}} \alpha S H_0 \right] \right\}$$

O pólo do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é função do ponto de polarização do sensor, da faixa de variação estimada para o sinal de radiação solar e temperatura do meio, e das características do sensor listadas a seguir: condutividade térmica, capacitância térmica, área, coeficiente de transmissividade-absorvidade, resistência à temperatura de 0 °C e coeficiente térmico.

### 3.2.2 Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ no Domínio da Freqüência Amostrada

Utiliza-se o diagrama de blocos da figura 3.2 para determinar a FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua, no domínio  $\mathbf{z}$ , equivalente à FT no domínio  $\mathbf{s}$ , com o  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  sendo medidor de radiação solar. A distribuição do ruído também pode ser encontrada a partir desse modelo simplificado no domínio  $\mathbf{z}$ .

Os elementos constituintes são os mesmos do diagrama da figura 3.1 adicionando-se um bloco retentor de ordem zero no caminho de realimentação da malha do modulador cuja expressão matemática é dada por:

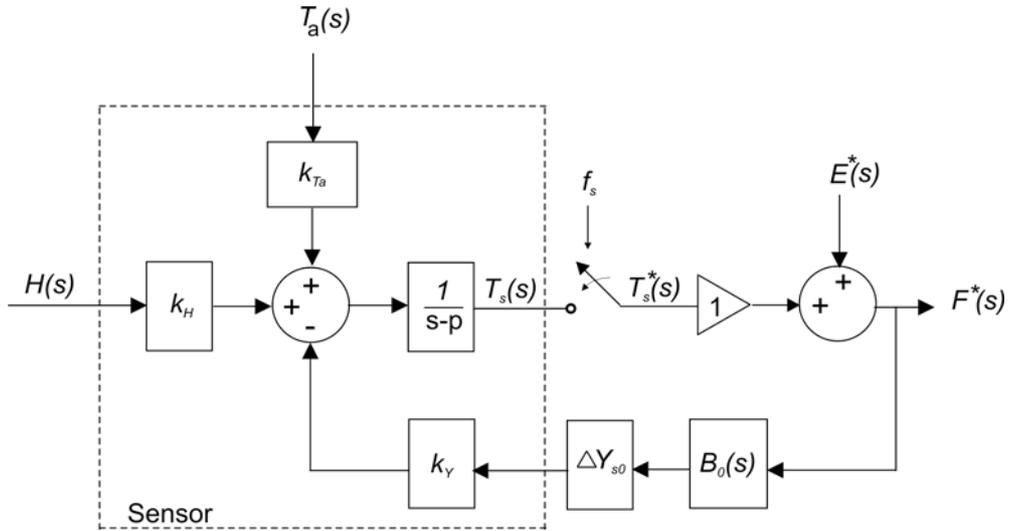


Figura 3.2 Diagrama de blocos do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua, como medidor de radiação solar, para obtenção da FT no domínio z.

$$B_0(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$$

Seja o sinal amostrado no domínio  $s$  dado pela expressão:

$$F^*(s) = \mathcal{L}\{f(t)|_{t=kT_s}\}$$

em que:

- $F^*(s)$  é o sinal amostrado na saída do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER.
- $T_s$  é o período de sobre-amostragem
- $\mathcal{L}\{f(t)|_{t=kT_s}\}$  é a transformada de Laplace de  $f(t)$  em  $t=kT_s$ , sendo  $k=1,2,\dots,n$

Pode-se, então, escrever o sinal amostrado na saída do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER como:

$$F^*(s) = E^*(s) + \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) + \frac{k_H}{s-p} H(s) - \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^*$$

Colocando-se  $F^*(s)$  do lado esquerdo do sinal de igualdade, tem-se:

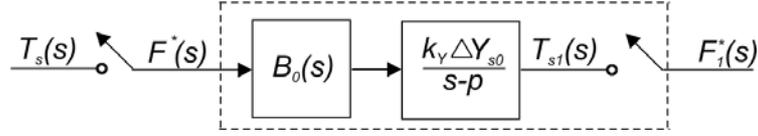


Figura 3.3 Diagrama de blocos referente caminho do sinal realimentado do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ .

$$F^*(s) + \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^* = E^*(s) + \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) \right\}^* + \left\{ \frac{k_H}{s-p} H(s) \right\}^* \quad (3.2)$$

Aplicando-se a transformada  $\mathbf{z}$  tem-se:

$$F(z) + F_1(z) = E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z) \quad (3.3)$$

em que:

$$F_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.4)$$

$$H_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_H}{s-p} H(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.5)$$

$$T_{a1}(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.6)$$

Sabe-se que na equação (3.2) a expressão  $\left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^*$  é

equivalente ao diagrama de blocos da figura 3.3, então<sup>(1)</sup>:

$$F_1(z) = (1-z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} F(z)$$

<sup>(1)</sup> Ver demonstração no apêndice I

Expandindo-se em frações parciais<sup>(2)</sup> o argumento da transformada inversa de Laplace da equação (3.4) devidamente modificada, tem-se:

$$\left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} \right\} = \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s-p} \right]$$

Substituindo-se esse resultado na equação (3.4), tem-se:

$$\begin{aligned} F_1(z) &= \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) (1-z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-p)} \right\} \right\}_{t=kT_s} F(z) \\ F_1(z) &= \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) (1-z^{-1}) \left( \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{pT_s}} \right) F(z) \\ F_1(z) &= \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left( \frac{z-1}{z} \right) \left( \frac{z((z-e^{pT_s})-(z-1))}{(z-1)(z-e^{pT_s})} \right) F(z) \\ F_1(z) &= \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left( \frac{1-e^{pT_s}}{z-e^{pT_s}} \right) F(z) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Substituindo-se a equação (3.7) na equação (3.3), tem-se:

$$\begin{aligned} F(z) - \left( \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left( \frac{1-e^{pT_s}}{z-e^{pT_s}} \right) F(z) &= E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z) \\ F(z) \left\{ 1 - \left( \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left( \frac{1-e^{pT_s}}{z-e^{pT_s}} \right) \right\} &= E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z) \\ F(z) \left\{ \frac{pz - pe^{pT_s} - k_Y \Delta Y_{s0} + k_Y \Delta Y_{s0} e^{pT_s}}{p(z-e^{pT_s})} \right\} &= E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z) \end{aligned}$$

Multiplicando-se e dividindo-se a expressão por  $p$ , tem-se:

---

<sup>(2)</sup> Ver demonstração no apêndice I

$$F(z) \left\{ \frac{\left[ z - e^{pT_s} - \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} + \frac{k_Y \Delta Y_{s0} e^{pT_s}}{p} \right]}{(z - e^{pT_s})} \right\} = E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z)$$

$$F(z) \left\{ \frac{\left[ z - e^{pT_s} - \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} (1 - e^{pT_s}) \right]}{(z - e^{pT_s})} \right\} = E(z) + H_1(z) + T_{a1}(z)$$

Fazendo-se,

$$r = e^{pT_s}$$

$$q = \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} (1 - r) + r$$

em que:

$q$  é o pólo da função de transferência do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  no domínio  $z$ .

A FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  fica resumida a:

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \frac{z-r}{z-q} T_{a1}(z) + \frac{z-r}{z-q} H_1(z) \quad (3.8)$$

Considera-se o sinal de temperatura do meio um sinal de variação lenta em relação ao sinal de radiação solar, conseqüentemente, lenta em relação a freqüência de sobre-amostragem do circuito, de forma que se pode representá-lo por um degrau de amplitude igual a  $C$ , então:

$$t_a(t) = C$$

A transformada de Laplace do degrau de temperatura do meio pode, então, ser expressa por:

$$T_a(s) = \frac{C}{s} \quad (3.9)$$

Substituindo-se a equação (3.9) na equação (3.6), tem-se:

$$T_{a1}(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_{Ta} C}{(s-p)s} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.10)$$

Expandindo-se, em frações parciais<sup>(3)</sup>, o argumento da transformada inversa de Laplace, tem-se:

$$\frac{k_{Ta} C}{(s-p)s} = -\frac{k_{Ta} C}{p} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-p)} \right)$$

Substituindo-se esse resultado na equação (3.10), tem-se:

$$T_{a1}(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left[ -\frac{k_{Ta} C}{p} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-p)} \right) \right] \Big|_{t=kT_s} \right\}$$

$$T_{a1}(z) = -\left( \frac{k_{Ta} C}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{pT_s}} \right)$$

$$T_{a1}(z) = -\left( \frac{k_{Ta} C}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} \right) \left( \frac{1-e^{pT_s}}{z-e^{pT_s}} \right) \quad (3.11)$$

Substituindo-se o resultado da equação (3.11) na equação (3.8), lembrando-se que  $r = e^{pT_s}$ .

---

<sup>(3)</sup> Ver demonstração semelhante no apêndice I

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \left( \frac{z-r}{z-q} \right) \left( \frac{-k_{Ta}C}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} \right) \left( \frac{1-r}{z-r} \right) + \left( \frac{1-r}{z-q} \right) H_1(z)$$

Como  $\frac{Cz}{z-1}$  é a transformada  $z$  do degrau de temperatura do meio com

amplitude  $C$  e que o zero  $r$  cancela o polo  $r$ , a expressão reduz-se a:

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \left( \frac{-k_{Ta}(1-r)}{p} \right) \frac{1}{z-q} T_a(z) + \frac{z-r}{z-q} H_1(z) \quad (3.12)$$

De forma semelhante ao que foi feito para a temperatura do meio, considera-se que o sinal de radiação é um sinal de variação lenta em relação a frequência de sobre-amostragem do circuito, de maneira que se pode representá-lo por um degrau de amplitude  $D$ , então

$$h_H(t) = D$$

Assim a transformada de Laplace do degrau de temperatura do meio é:

$$H(s) = \frac{D}{s} \quad (3.13)$$

Substituindo-se a equação (3.13) na equação (3.5), tem-se:

$$H_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_H D}{(s-p)s} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.14)$$

Expandindo-se em frações parciais<sup>(4)</sup> o argumento da transformada inversa de Laplace, tem-se:

---

<sup>(4)</sup> Ver demonstração semelhante no apêndice I

$$\frac{k_H D}{(s-p)s} = -\frac{k_H D}{p} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-p)} \right)$$

Substituindo-se esse resultado na equação (3.14), tem-se:

$$H_1(z) = \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[ -\frac{k_H D}{p} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-p)} \right) \right]_{t=kT_s} \right\}$$

$$H_1(z) = -\left( \frac{k_H D}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{pT_s}} \right)$$

$$H_1(z) = -\left( \frac{k_H D}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} \right) \left( \frac{1-e^{pT_s}}{z-e^{pT_s}} \right) \quad (3.15)$$

Substituindo-se o resultado da equação (3.15) na equação (3.12), lembrando-se que  $r = e^{pT_s}$ , tem-se:

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \left( \frac{-k_{Ta}(1-r)}{p} \right) \left( \frac{1}{z-q} \right) T_a(z) + \left( \frac{z-r}{z-q} \right) \left( \frac{-k_H D}{p} \right) \left( \frac{z}{z-1} \right) \left( \frac{1-r}{z-r} \right)$$

Como  $\frac{Dz}{z-1}$  é a transformada  $z$  do degrau de radiação solar com amplitude igual a  $D$  e que o zero  $r$  cancela o polo  $r$ , a expressão final da FT do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER reduz-se a:

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \left( \frac{-k_{Ta}(1-r)}{p} \right) \frac{1}{z-q} T_a(z) + \left( \frac{-k_H(1-r)}{p} \right) \frac{1}{z-q} H(z) \quad (3.16)$$

### 3.2.3 Discussão sobre as FTs do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ como Radiômetro

Nas figuras 3.4 e 3.5, 3.8 e 3.9, 3.12 e 3.13 , respectivamente, pode-se observar os diagramas de magnitude da FTs do modulador em relação ao degrau de radiação solar, temperatura do meio e erro de quantização. Nas figuras 3.6 e 3.7, 3.10 e 3.11, 3.14 e 3.15 , respectivamente, pode-se observar os diagramas de fase da FTs do modulador em relação ao degrau de radiação solar, temperatura do meio e erro de quantização. Os índices pares, nas respectivas figuras, indicam os diagramas de amplitude e fase relativas às FTs do modelo no domínio da frequência contínua e os índices ímpares indicam os diagramas de amplitude e fase relativas às FTs do modelo da frequência amostrada.

O diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em relação à radiação solar se comporta como um filtro passa-baixas de primeira ordem, com atenuação de aproximadamente  $-60\text{ dB/dec}$  do sinal de radiação em toda faixa de passagem do sinal. Essa atenuação se justifica pelo fato de estar-se operando o sensor na condição de temperatura constante. O sinal de saída é uma versão quantizada da temperatura do sensor, que é função do sinal de radiação solar e do sinal de temperatura do meio, cuja variação deve ser mínima para se aproximar da condição de temperatura constante. Idealmente essa atenuação deveria ser infinita.

O diagrama de fase da função de transferência do modulador em relação à radiação solar se comporta como um filtro passa-baixas de primeira ordem somente no diagrama do modelo de corrente contínua. A defasagem é mínima na faixa de passagem do sinal. O diagrama de fase do modelo discreto só é relativamente coincidente com o diagrama de fase do modelo contínuo no tempo até a frequência de corte do modulador. A partir daí os gráficos divergem completamente.

O diagrama de magnitude da função de transferência do modulador em relação à temperatura do meio se comporta como um filtro passa-baixa de primeira ordem em toda faixa de passagem do sinal e com atenuação do sinal de temperatura em  $-16,90\text{ dB}$  e não tão acentuada quanto é para o da radiação solar.

Pode-se dizer, a partir dessa constatação, que a variação da temperatura do meio tem uma grande influência no valor da variação da temperatura do sensor, daí a necessidade da sua compensação para a correta estimação do valor da radiação solar. Essa compensação é feita normalmente com uma estrutura semelhante, mas com o sensor pintado de branco para evitar absorção de radiação e ser sensível quase que somente à temperatura [LOBO,1986], [LOBO, 1994], [LIMA, 1994] e [FREI, 1998].

O comportamento da fase dessa FT, com a frequência, é semelhante ao comportamento para a fase da FT do sinal de radiação solar, visto que suas funções de transferência são semelhantes.

O diagrama de magnitude da função de transferência do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor, em relação ao sinal de erro de quantização (FTE), possui um zero e um pólo e se comporta como um filtro passa-altas de primeira ordem.

A FTE do modulador  $\Sigma-\Delta$  apresentada no anexo II (igual a  $1-z^{-1}$ ), tem um zero em  $z=1$ , (sobre o círculo unitário e na frequência zero). O que significa possuir uma atenuação infinita nessa frequência, ou seja, ruído nulo na frequência zero.

No caso do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , o zero se move para dentro do círculo unitário (figuras 3.16 e 3.17). Isto degrada a atenuação de ruído FTE na banda do sinal pela presença de uma atenuação finita a partir da frequência zero.

A presença do zero na FTE se deve ao pólo no modelo de pequenos sinais do sensor termo-resistivo em malha aberta, ou seja, à constante de tempo do sensor para variações incrementais dos sinais de excitação deste. Para que o  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  se comportasse como o modulador  $\Sigma-\Delta$  típico descrito no anexo II, o sensor deveria possuir constante de tempo infinita (pólo igual a zero).

A expressão do ganho quando  $s=0$  ou  $z=1$  nas respectivas FTEs são:

$$\frac{p}{p_{sr}} \quad \text{para o modelo contínuo no tempo.}$$

$$\frac{1-r}{1-q} \quad \text{para o modelo discreto no tempo.}$$

Esse ganho, em decibéis, é aproximadamente igual a  $-16,90$  dB.

O modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor, por ser um sistema realimentado, amplia a faixa de passagem das freqüências do sinal de medição, em relação à banda de passagem das freqüências do sinal de medição com o sensor em circuito aberto. Essa faixa agora tem limite próximo ao valor da freqüência do pólo do sistema realimentado, cujo valor é  $7,2 \times 10^{-2}$  Hz. A freqüência do zero está aproximadamente em  $1 \times 10^{-2}$  Hz.

As localizações das freqüências do pólo e do zero da FTE do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor podem ser observadas nas figuras 3.12 e 3.13 e nas figuras 3.14 e 3.15, respectivamente. Nas figuras 3.16 e 3.17 pode-se observar a localização do zero e do pólo da FTE, no plano  $z$ .

O diagrama de fase apresenta uma característica de avanço de fase por causa da freqüência do zero da FTE e depois um recuo de fase por causa da freqüência do pólo da FTE. Como se nota nas figuras 3.14 e 3.15, a freqüência do zero e a freqüência do pólo estão muito próximas. Ainda assim, a freqüência do pólo é aproximadamente 7 vezes maior que a freqüência do zero da FTE.

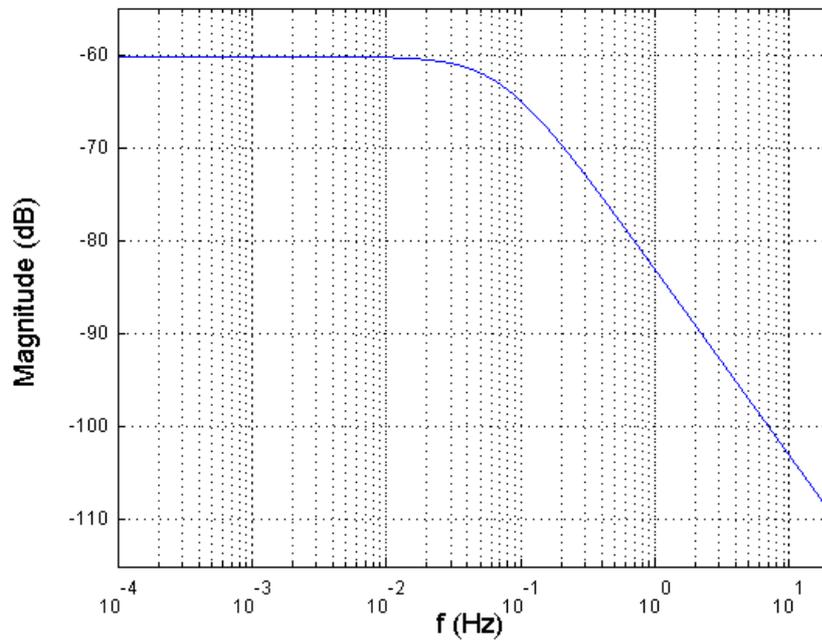


Figura 3.4 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência contínua.

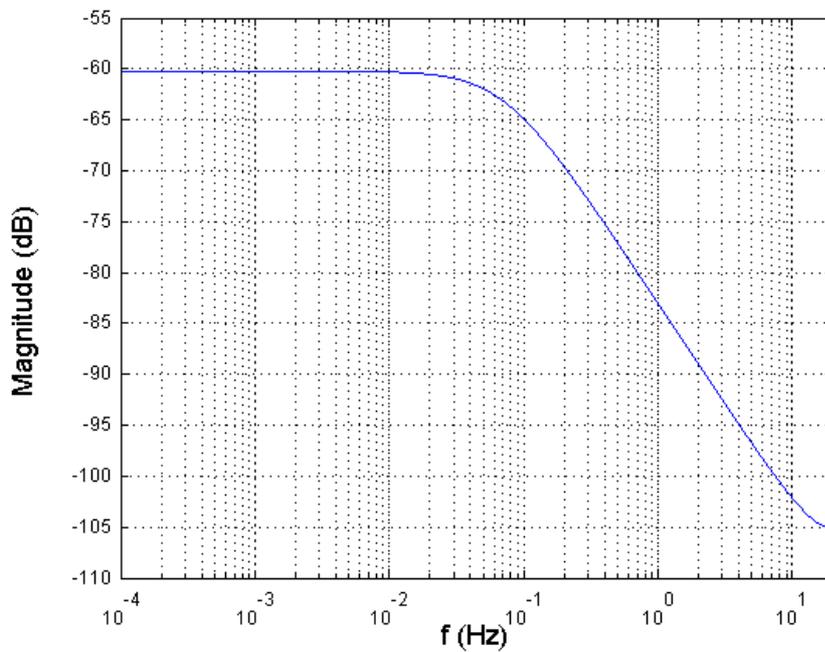


Figura 3.5 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência amostrada.

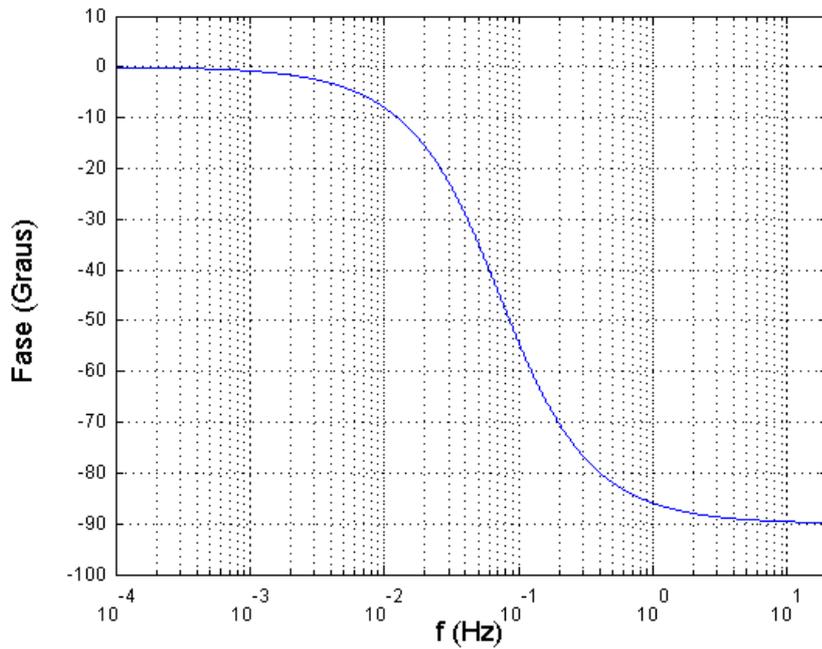


Figura 3.6 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência contínua.

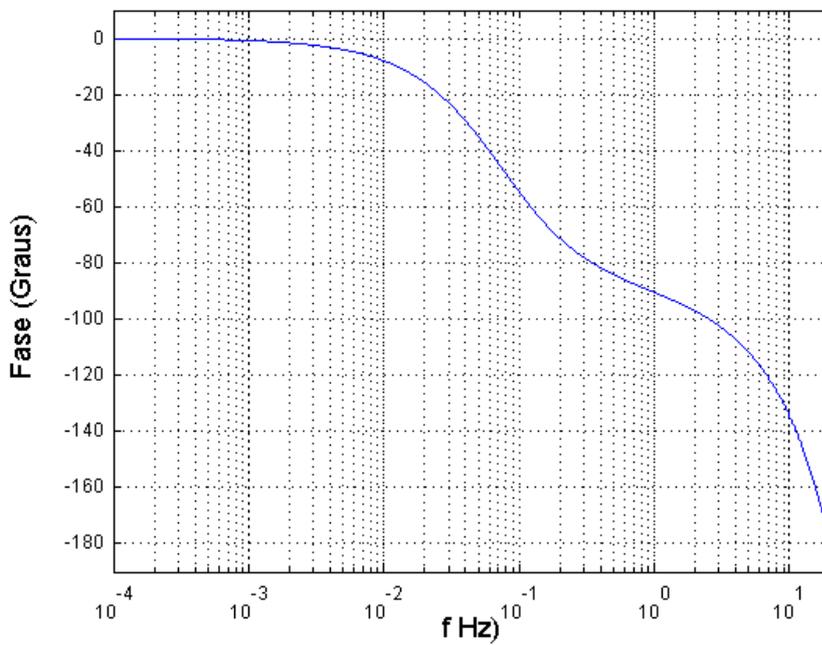


Figura 3.7 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de radiação solar no domínio da frequência amostrada.

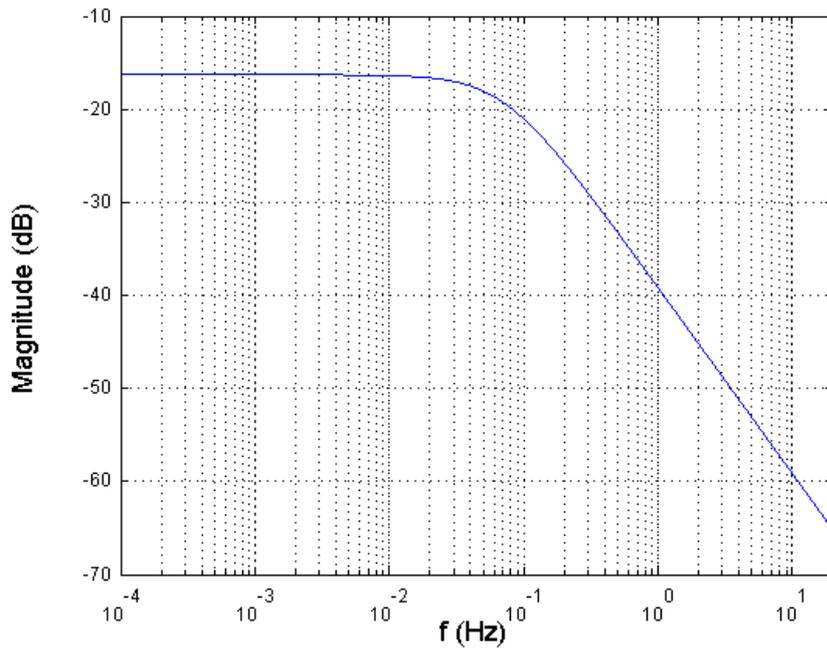


Figura 3.8 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência contínua.

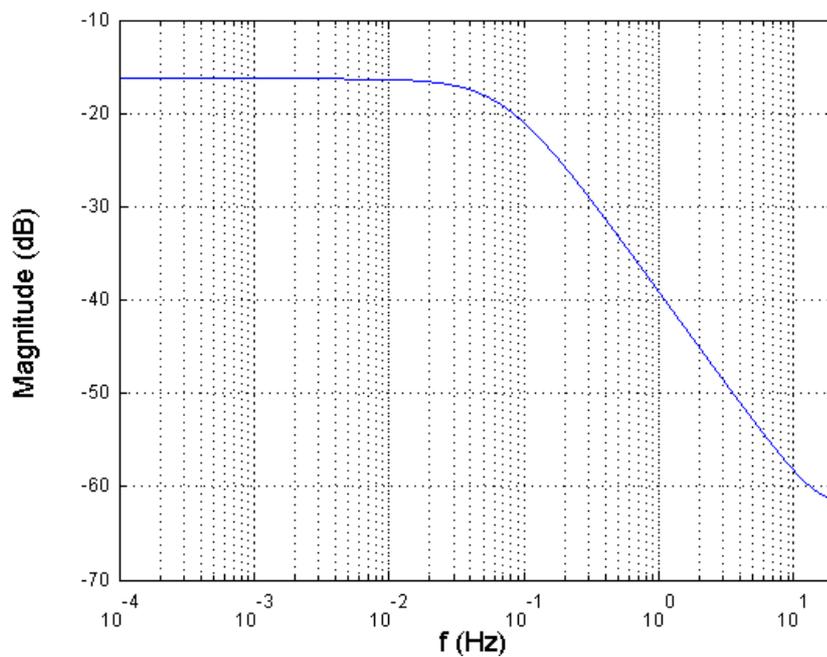


Figura 3.9 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência amostrada.

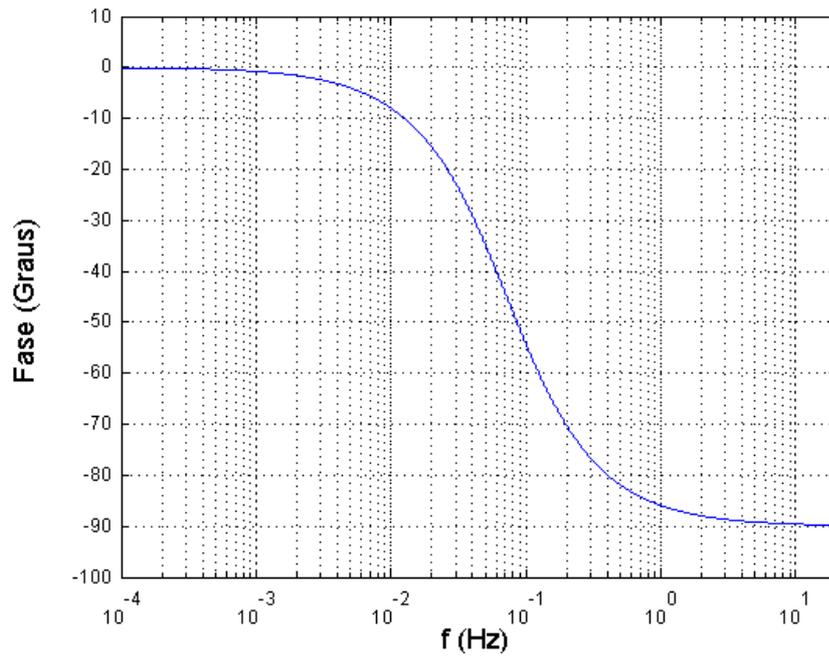


Figura 3.10 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta$ BPOSTER em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência contínua.

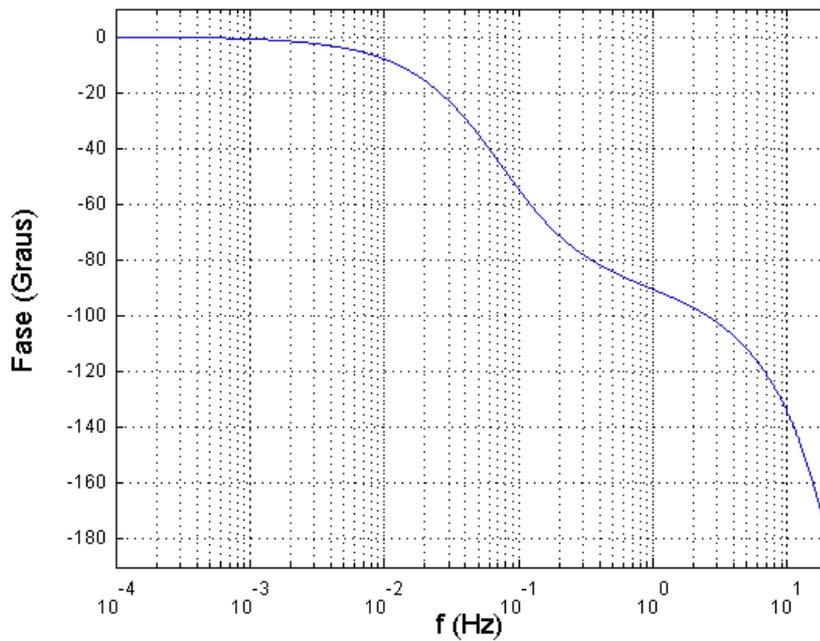


Figura 3.11 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta$ BPOSTER em relação ao sinal de temperatura do meio no domínio da frequência amostrada.

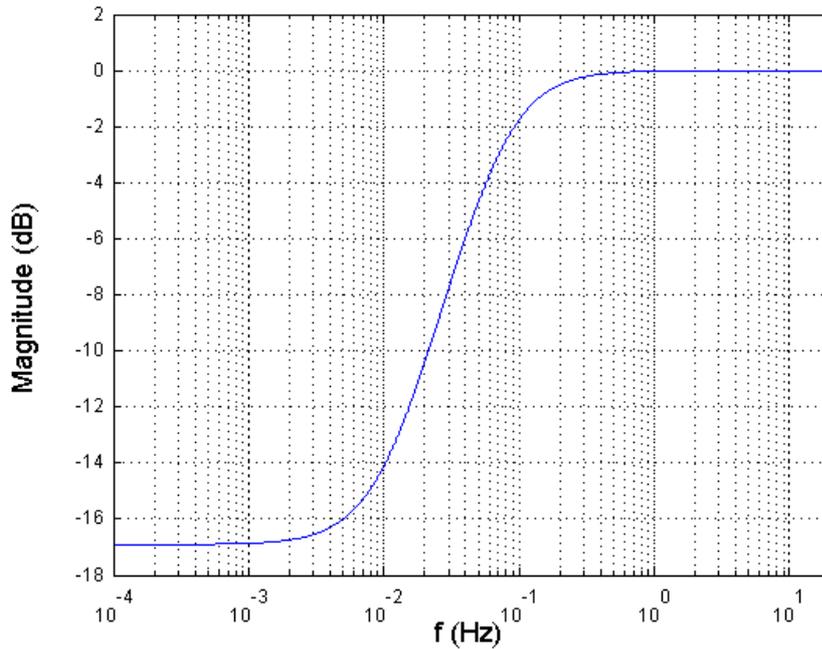


Figura 3.12 Diagrama de magnitude da FT do MΣΔMBPOSTER em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua.

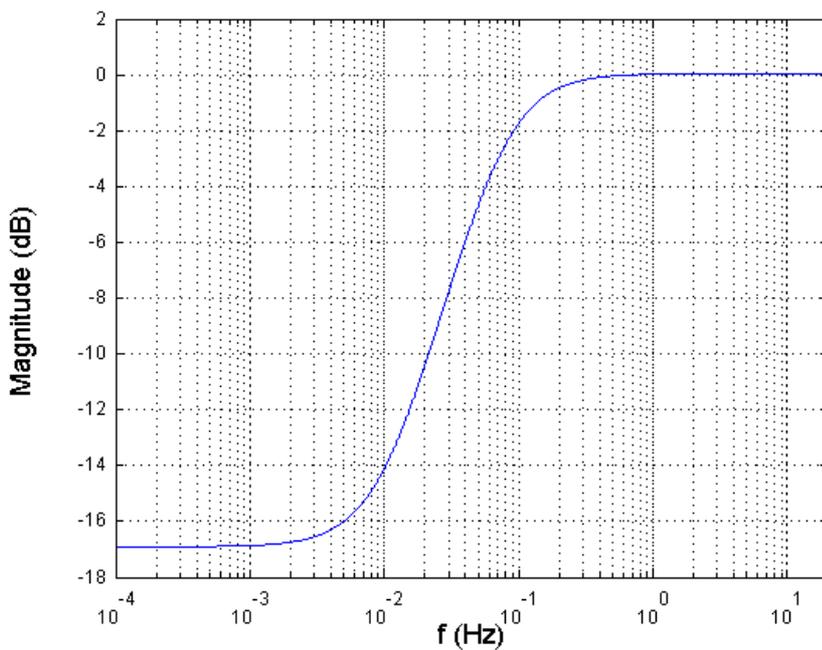


Figura 3.13 Diagrama de magnitude da FT do MΣΔMBPOSTER em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência amostrada.

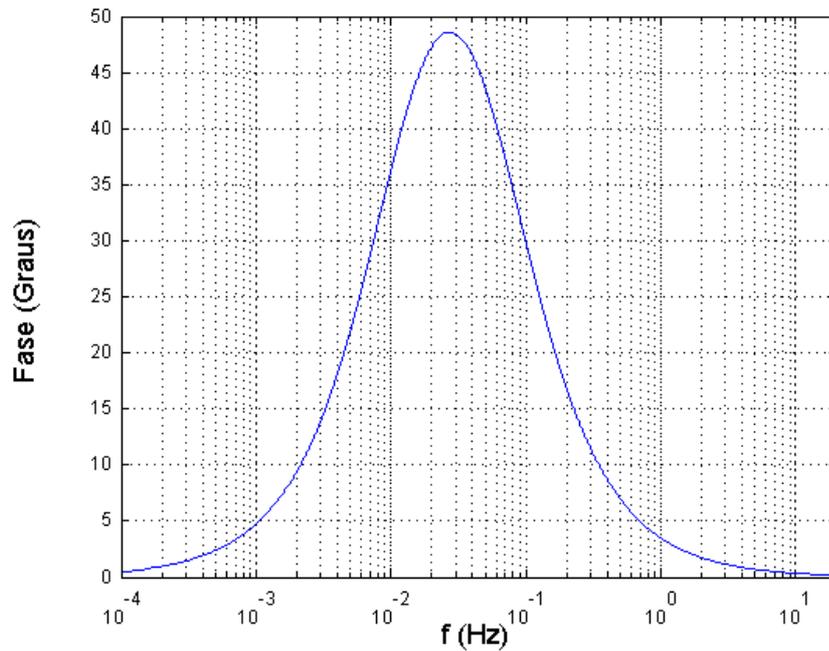


Figura 3.14 Diagrama de fase da FT do MΣΔMBPOSTER em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua.

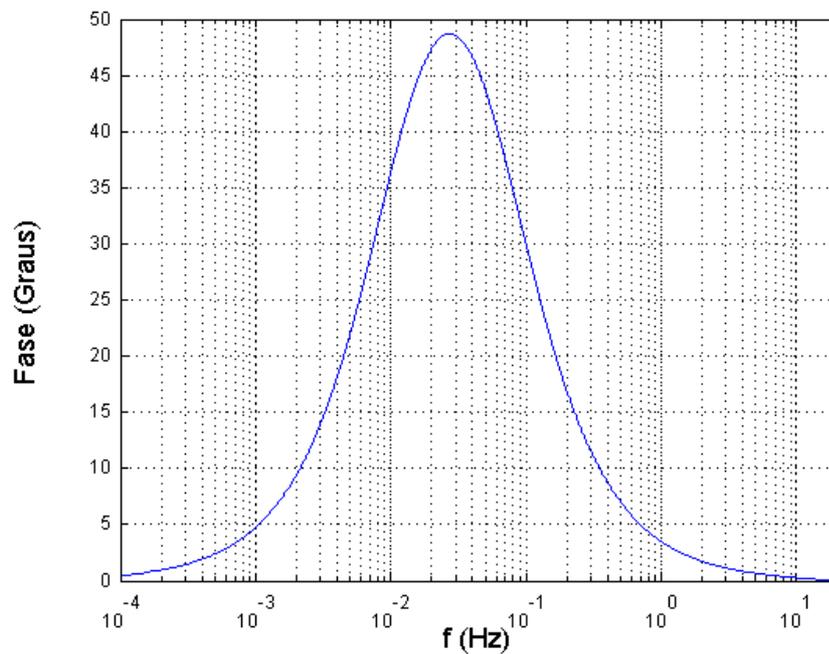


Figura 3.15 Diagrama de fase da FT do MΣΔMBPOSTER em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência amostrada.

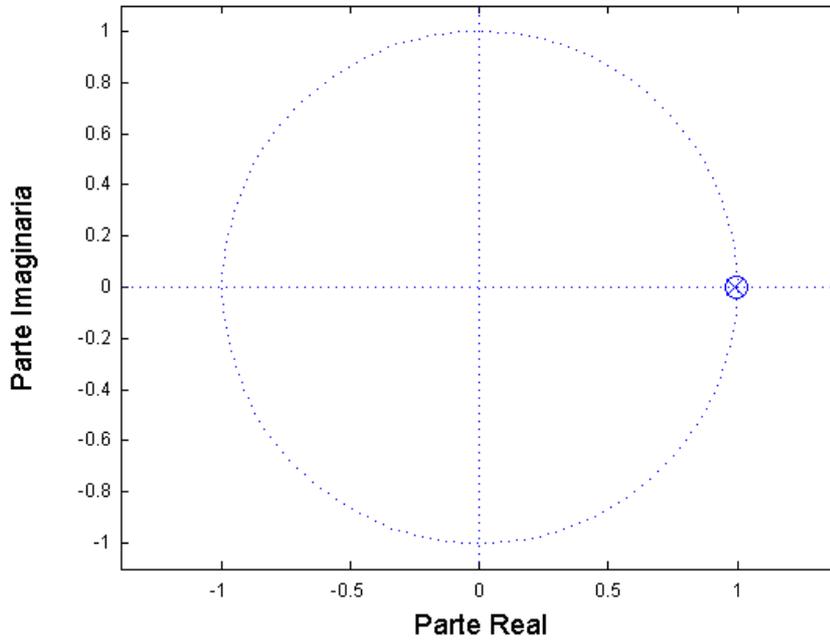


Figura 3.16 Localização do zero e do pólo da FTE do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como radiometro.

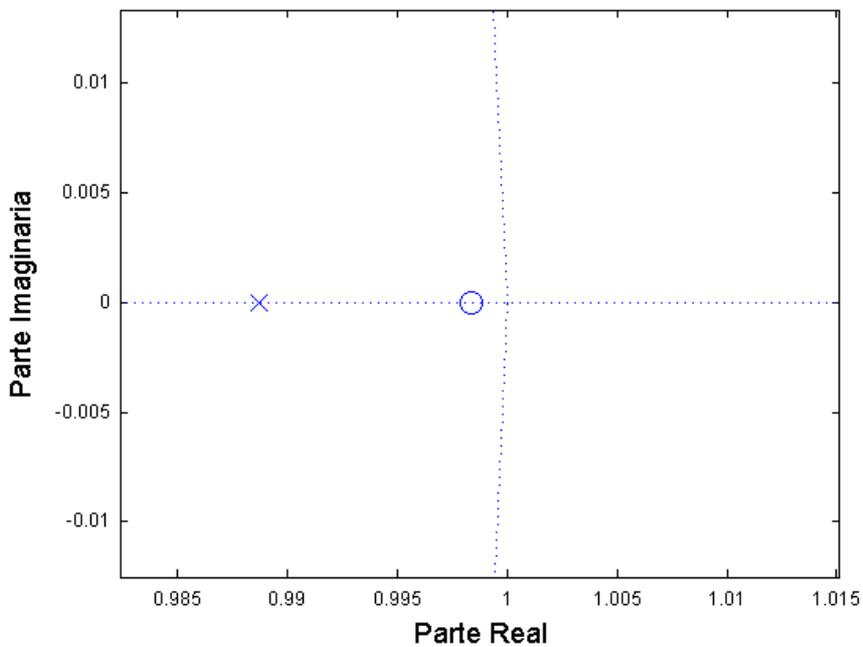


Figura 3.17 Localização do zero e do pólo da FTE do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como radiometro, detalhe dessa localização.

### 3.2.4 Magnitude do Espectro de Frequência do Ruído de Quantização no $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$

O conhecimento da magnitude do espectro de frequência do ruído de quantização na saída do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é importante para que se possa determinar a relação sinal/ruído (SNR) do conversor como um todo, bem como a resolução que é possível se obter a partir do sistema em análise.

A análise da SNR vem do conhecimento da potência média de ruído do sinal de entrada e da potência média do ruído de quantização na saída do conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor. Entende-se como conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor o  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  adicionado do filtro digital dizimador, e doravante denominado  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ . A potência média do ruído de quantização na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é obtida a partir do conhecimento do comportamento do espectro de frequência do ruído de quantização na saída do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ .

Reescrevendo-se a expressão da FTE no domínio  $z$ , tem-se:

$$E_y(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) \quad (3.17)$$

Lembrando-se que:

$$r = e^{pT_s} \quad \text{e} \quad q = \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} (1-r) + r$$

Dividindo-se e multiplicando-se a equação (3.17) por  $z$ , resulta em:

$$E_y(z) = \frac{1 - rz^{-1}}{1 - qz^{-1}} E(z) \quad (3.18)$$

A densidade espectral do ruído amostrado  $E(f)$ , se o ruído é um ruído branco é dado por [CAND, 1992]:

$$E(f) = \sigma_{rms} \sqrt{\frac{1}{f_s}} \quad (3.19)$$

em que:

$\sigma_{rms}$  é o valor eficaz do ruído de quantização

Determinando-se o valor absoluto da expressão no numerador da equação (3.18), substituindo-se  $z$  por  $jw$  e desenvolvendo-se a expressão, tem-se:

$$|1 - re^{-jwT_s}| = |(1 - r \cos(wT_s) + jrsen(wT_s))|$$

$$|1 - re^{-jwT_s}| = \sqrt{(1 - r \cos(wT_s))^2 + rsen^2(wT_s)}$$

$$|1 - re^{-jwT_s}| = \sqrt{1 - 2r \cos(wT_s) + r^2 \cos^2(wT_s) + r^2 sen^2(wT_s)}$$

$$|1 - re^{-jwT_s}| = \sqrt{1 + r^2 - 2r \cos(wT_s)}$$

Sabendo-se que:

$$\cos(wT_s) = 1 - 2sen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)$$

$$|1 - re^{-jwT_s}| = \sqrt{1 + r^2 - 2r + 4rsen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)}$$

$$|1 - re^{-j\omega T_s}| = \sqrt{(1-r)^2 + 4rsen^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)}$$

Finalmente, a magnitude da densidade espectral de freqüência do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  pode ser expressa pela equação (3.20), como:

$$E_y(f) = E(f) \frac{\sqrt{(1-r)^2 + 4rsen^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)}}{\sqrt{(1-q)^2 + 4qsen^2\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)}} \quad (3.20)$$

Na figura 3.18, observa-se o gráfico da magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  normalizada pela magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do PCM sobre-amostrado mono bit para toda faixa de freqüência até o valor de  $f_s/2$ .

A magnitude do ruído atinge o valor máximo no limite superior da freqüência de banda do sinal em  $\frac{f_{sr}}{f_s} = 0,0016$ , aproximadamente. A magnitude da densidade espectral de freqüência do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , nesse ponto, corresponde à freqüência limite superior da banda de passagem, e é de  $0,6789$ , que em decibéis é de  $-3,36 \text{ dB}$ . O valor mínimo, calculado em  $f=1 \times 10^{-10}$ , é de aproximadamente  $0,1428$  que em decibéis é de  $-16,90 \text{ dB}$ .

Na figura 3.19 pode-se observar o detalhe da magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  na sua faixa de passagem.

Na figura 3.20, observa-se a magnitude normalizada da densidade espectral do ruído de quantização, em decibéis. O eixo das frequências evidencia a região de interesse, ou seja a banda de passagem do sinal que vai de 0 até 0,0016, aproximadamente, nessa escala de frequência normalizada pela frequência de sobre-amostragem. Nesse gráfico observa-se que a magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é menor que a do PCM sobre-amostrado.

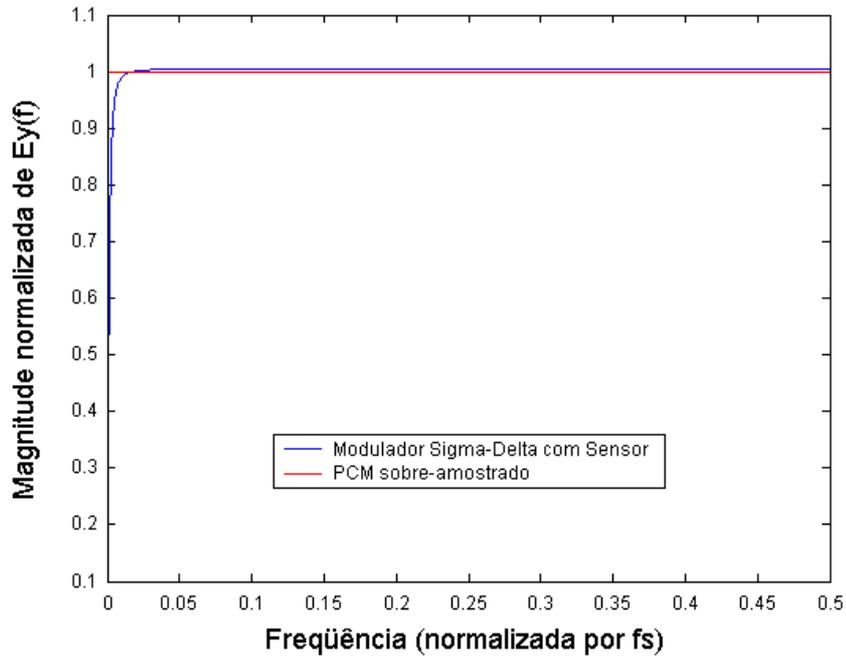


Figura 3.18 Magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  no intervalo

$$\text{entre } 0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{2}{f_s} \text{ (radiômetro).}$$

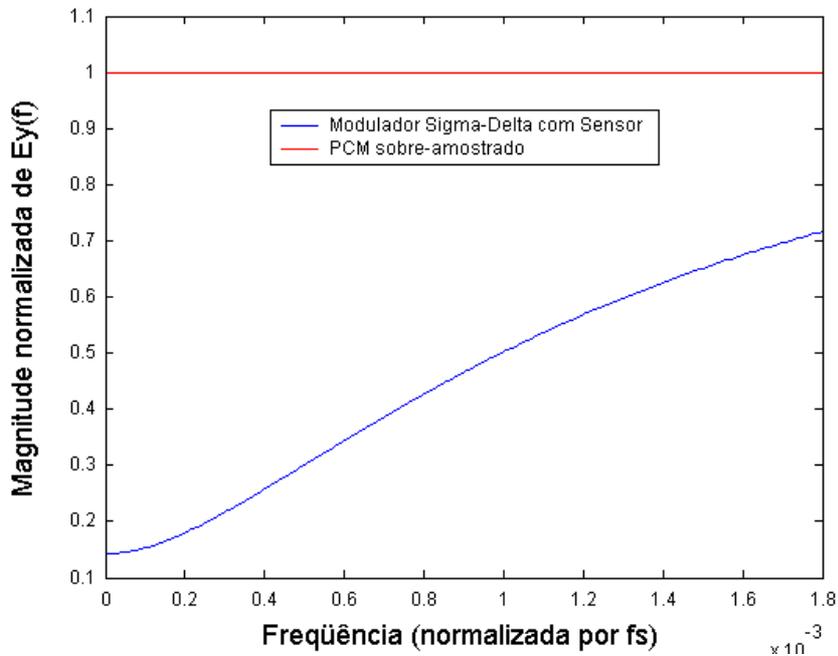


Figura 3.19 Magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  no intervalo

$$\text{entre } 0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s} \text{ (radiômetro).}$$

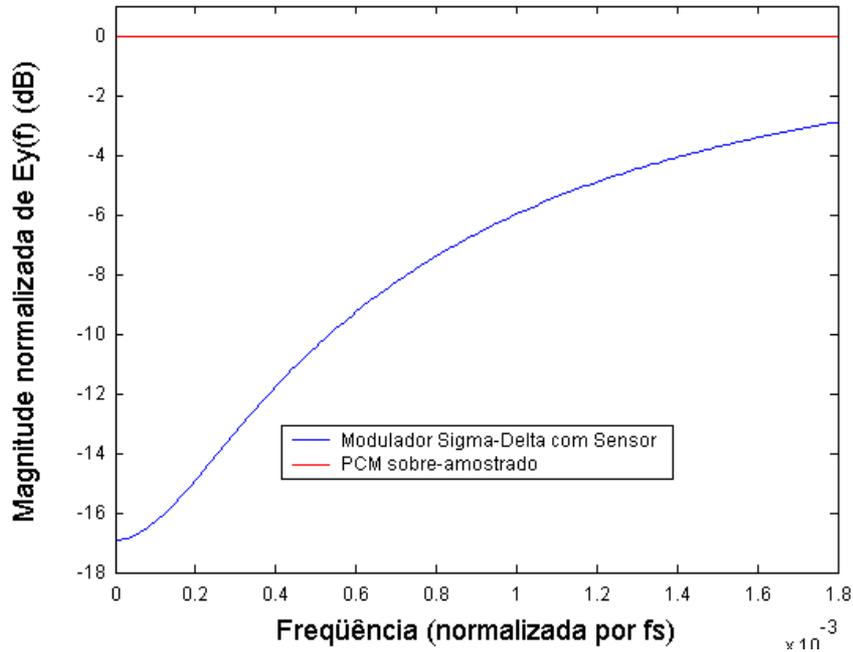


Figura 3.20 Detalhe da magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  na frequência de banda do sinal de entrada ( $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s}$ ) (radiômetro).

### 3.2.5 Relação Sinal/Ruído do Conversor $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor

A potência média do ruído na saída do conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor de primeira ordem,  $\sigma_{ey}^2$ , no domínio da frequência, é calculada a partir da densidade espectral do ruído na saída do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor, supondo-se que o sinal de saída do modulador tenha sido filtrado por um filtro ideal na frequência de banda do sinal. Tem-se, então:

$$\sigma_{ey}^2 = \int_{-f_B}^{f_B} |E_y(f)|^2 df \quad (3.21)$$

Substituindo-se as equações (3.19) e (3.20) na equação (3.21) e mudando-se os limites de integração, tem-se:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{2\sigma_{rms}^2}{f_s} \int_0^{f_B} \frac{(1-r)^2 + 4rsen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)}{(1-q)^2 + 4qsen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)} df \quad (3.22)$$

Procede-se as seguintes substituições para simplificar o tratamento da equação (3.22):

$$kj = \frac{2\sigma_{rms}^2}{f_s}, \quad kk = (1-r), \quad kl = (1-q), \quad km = \frac{4r\pi^2}{f_s^2} \quad \text{e} \quad kn = \frac{4q\pi^2}{f_s^2}$$

com

$$T_s = 1/f_s$$

$$\sigma_{ey}^2 = kj \int_0^{f_B} \frac{kk^2 + kmf^2}{kl^2 + knf^2} df \quad (3.23)$$

Como os polinômios do numerador e denominador na equação (3.23) são de mesma ordem, divide-se o numerador pelo denominador e, tem-se

$$\frac{kk^2 + kmf^2}{kl^2 + knf^2} = 1 + \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl^2 + (km - kn)f^2}$$

Substituindo-se esse resultado na equação (3.23), resulta em:

$$\sigma_{ey}^2 = kj \left\{ \int_0^{f_B} df + (kk^2 - kl^2) \int_0^{f_B} \frac{1}{kl^2 + (km - kn)f^2} df \right\}$$

$$\sigma_{ey}^2 = kj \left\{ \int_0^{f_B} df + \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl^2} \int_0^{f_B} \frac{1}{1 + \frac{(km - kn)}{kl^2} f^2} df \right\}$$

Fazendo-se a seguinte mudança de variável

$$\frac{\sqrt{(km - kn)}}{kl} f \quad \text{por} \quad g$$

Sabendo-se que se o sistema é estável e que  $(km - kn)$  é positivo tem-se, então, que:

$$\frac{\sqrt{(km - kn)}}{kl} df = dg$$

Logo, desenvolvendo-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{ey}^2 &= kj \left\{ \int_0^{f_B} df + \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl^2} \int_0^{g_B} \frac{\sqrt{(km - kn)}}{1 + g^2} dg \right\} \\ \sigma_{ey}^2 &= kj \left\{ \int_0^{f_B} df + \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl} \frac{1}{\sqrt{(km - kn)}} \int_0^{g_B} \frac{1}{1 + g^2} dg \right\} \\ \sigma_{ey}^2 &= kj \left\{ [f]_0^{f_B} + \left[ \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl} \frac{1}{\sqrt{(km - kn)}} \arctg(g) \right]_0^{g_B} \right\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Retornando-se a variável  $f$  à equação (3.24), tem-se:

$$\sigma_{ey}^2 = kj \left\{ [f]_0^{f_B} + \left[ \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl} \frac{1}{\sqrt{(km - kn)}} \arctg\left(\frac{\sqrt{km - kn}}{kl} f\right) \right]_0^{f_B} \right\}$$

Aplicando-se os limites da integral:

$$\sigma_{ey}^2 = kj \left\{ f_B + \left[ \frac{(kk^2 - kl^2)}{kl} \frac{1}{\sqrt{(km - kn)}} \arctg\left(\frac{\sqrt{km - kn}}{kl} f_B\right) \right] \right\}$$

Fazendo-se as substituições de  $kj$ ,  $kk$ ,  $kl$ ,  $km$  e  $kn$ , a potência média do ruído é expressa por:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{2\sigma_{rms}^2}{f_s} \left\{ f_B + \left[ \frac{1}{(1-q)} \frac{((1-r)^2 - (1-q)^2)}{\sqrt{\left(\frac{4r\pi^2}{f_s^2} - \frac{4q\pi^2}{f_s^2}\right)}} \arctg \left( \frac{\sqrt{\frac{4r\pi^2}{f_s^2} - \frac{4q\pi^2}{f_s^2}}}{(1-q)} f_B \right) \right] \right\}$$

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{2\sigma_{rms}^2}{f_s} \left\{ f_B + \left[ \frac{((1-r)^2 - (1-q)^2)}{(1-q)} \frac{1}{\frac{2\pi}{f_s} \sqrt{r-q}} \arctg \left( \frac{2\pi\sqrt{r-q}}{(1-q)f_s} f_B \right) \right] \right\}$$

Exprimido-se essa equação em função da taxa de sobre-amostragem aplicada ao  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , tem-se:

$$\sigma_{ey}^2 = \sigma_{rms}^2 \left\{ \frac{2f_B}{f_s} + \left[ \frac{((1-r)^2 - (1-q)^2)}{(1-q)} \frac{1}{\pi\sqrt{r-q}} \arctg \left( \frac{\pi\sqrt{r-q}}{(1-q)} \frac{2f_B}{f_s} \right) \right] \right\}$$

Sabendo-se que a taxa de sobre-amostragem é expressa por:

$$OSR = \frac{f_s}{2f_B}$$

$$\sigma_{ey}^2 = \sigma_{rms}^2 \left\{ \frac{1}{OSR} + \left[ \frac{((1-r)^2 - (1-q)^2)}{(1-q)} \frac{1}{\pi\sqrt{r-q}} \arctg \left( \frac{\pi\sqrt{r-q}}{(1-q)} \frac{1}{OSR} \right) \right] \right\} \quad (3.25)$$

Como o argumento do arco-tangente na equação (3.25) é muito pequeno, visto que  $f_s \gg f_B$ , o arco-tangente se aproxima de seu próprio argumento. Pode-se, então, substituir o valor do arco-tangente pelo seu argumento. A expressão fica, então:

$$\sigma_{ey}^2 = \sigma_{rms}^2 \left\{ \frac{1}{OSR} + \left[ \frac{((1-r)^2 - (1-q)^2)}{(1-q)^2} \frac{1}{OSR} \right] \right\}$$

ou

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\sigma_{rms}^2}{OSR} \left\{ 1 + \frac{(1-r)^2 - (1-q)^2}{(1-q)^2} \right\}$$

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\sigma_{rms}^2}{OSR} \left\{ \frac{(1-q)^2 + (1-r)^2 - (1-q)^2}{(1-q)^2} \right\}$$

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\sigma_{rms}^2}{OSR} \frac{(1-r)^2}{(1-q)^2} \quad (3.26)$$

A potência média do ruído de quantização do C $\Sigma\Delta$ MBPOSTER possui apenas um termo multiplicando o valor da potência média do ruído do quantizador de 1 bit à taxa de Nyquist,  $\sigma_{rms}^2$ . Esse termo é inversamente proporcional à taxa de sobre-amostragem do conversor, diretamente proporcional ao termo  $(1-r)^2$  e inversamente proporcional ao termo  $(1-q)^2$ . Sabe-se que  $(1-r)^2$  é muito pequeno, uma vez que  $r$  está muito próximo do círculo unitário do plano  $\mathbf{z}$  e o valor de  $(1-q)^2$  também é pequeno, porém maior que o anterior porque o pólo do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor,  $q$ , está mais afastado do círculo unitário do plano  $\mathbf{z}$  que o zero,  $r$  (figuras 3.16 e 3.17). Neste caso é a taxa de sobre-amostragem, OSR, que vai determinar a SNR.

A SNR do C $\Sigma\Delta$ MBPOSTER pode ser determinada através da expressão, (anexo II):

$$SNR = 10\log\left(\frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_{ey}^2}\right)$$

em que:

$\sigma_{xy}^2$  é a potência média do sinal de medição na saída do conversor.

$\sigma_{ey}^2$  é a potência média do ruído na saída do conversor.

$$SNR = 10\log\left(\frac{\sigma_{xy}^2}{\frac{\sigma_{rms}^2 (1-r)^2}{OSR (1-q)^2}}\right)$$

$$SNR = 10\log\left(\frac{\sigma_{xy}^2 (1-q)^2}{\sigma_{rms}^2 (1-r)^2} OSR\right)$$

$$SNR = 10\log\left(\frac{\sigma_{xy}^2 (1-q)^2}{\sigma_{rms}^2 (1-r)^2} OSR\right)$$

$$SNR = 10\log(\sigma_{xy}^2) - 10\log(\sigma_{rms}^2) + 10\log\left(\frac{(1-q)^2}{(1-r)^2}\right) + 10\log(OSR)$$

Substituindo-se a OSR por  $2^m$ , a SNR pode ser expressa por:

$$SNR = 10\log(\sigma_{xy}^2) - 10\log(\sigma_{rms}^2) + 10\log\left(\frac{(1-q)^2}{(1-r)^2}\right) + 3,01m \quad (3.27)$$

Pode-se concluir que o conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor tem SNR melhorada em relação ao conversor A/D mono-bit sobre-amostrado do termo

$10\log\left(\frac{(1-q)^2}{(1-r)^2}\right)$  e que, ao dobrar-se a taxa de sobre-amostragem a SNR aumenta de 3 dB, ou seja, aumenta de 0,5 bit.

Uma melhor SNR pode ser obtida aumentando-se o número de bits do quantizador no modulador, ou aumentando-se a ordem do modulador, [AZIZ, 1996] e [CAND, 1992] ou limitando-se a banda do sinal de entrada abaixo da frequência do pólo do sensor.

Tomando-se como base o quantizador mono bit apresentado na referência bibliográfica [AZIZ, 1996], verifica-se que a faixa de medição do quantizador é representada no intervalo contínuo entre  $[-2V, 2V]$ . Os valores negativos dessa faixa são transformados em  $-V$  e os positivos em  $+V$  e considera-se  $V=1$ . Sabendo-se que o modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor deixa passar todas as frequências dentro da faixa de passagem do sinal, tem-se, para um sinal de entrada senoidal, cujo pico positivo é representado por  $2V$  (no quantizador) que, para o radiômetro, a potência média do sinal de saída do conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor é:

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{(2V)^2}{2} = 2$$

$$r = 0,9984 \quad \text{e} \quad q = 0,9887$$

Para um quantizador mono-bit,

$$\sigma_{rms}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{(2V)^2}{(2^1 - 1)^2} \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

Substituindo-se esses dados na equação (3.27), tem-se:

$$SNR = 10\log(2) - 10\log(1/3) + 10\log\left(\frac{(1 - 0,98870)^2}{(1 - 0,99839)^2}\right) + 3,01m$$

O gráfico da potência média do ruído de quantização do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , normalizada pela potência média do ruído de quantização do conversor A/D mono bit à taxa de Nyquist, pode ser visto na figura 3.21.

Na figura 3.22 pode-se observar a variação da SNR teórica em decibéis, obtida da equação (3.27), com  $m$  sendo o expoente na base 2 da taxa de sobre-amostragem aplicada ao conversor.

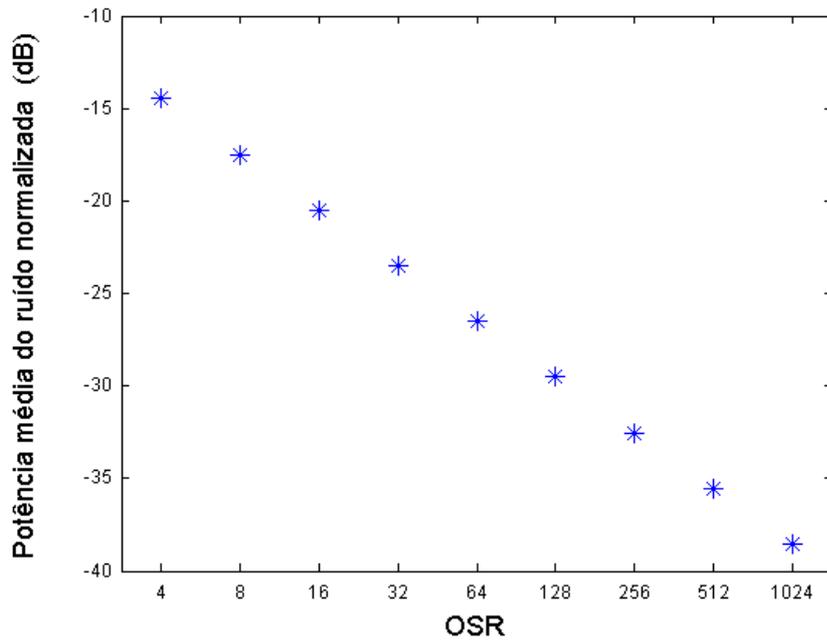


Figura 3.21 Potência do ruído, em dB, normalizada por  $\sigma_{rms}^2$  em função da taxa de sobre-amostragem.

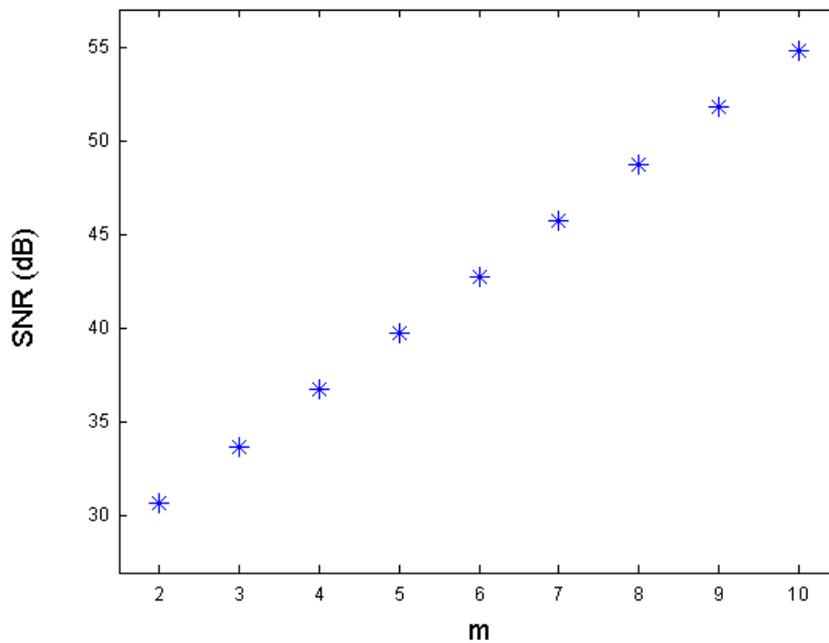


Figura 3.22 SNR do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como radiômetro, em relação ao expoente da base 2,  $m$ , da taxa de sobre-amostragem.

### 3.2.6 Resolução do Conversor $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor

As expressões que representam a potência do ruído de quantização na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  podem ser utilizadas para determinar a resolução em termos do número de bits, equivalente ao de um conversor A/D à taxa de Nyquist.

Para atingir essa meta é necessário comparar a potência de saída do ruído de um conversor A/D de  $N$ -bits, à taxa de Nyquist, com a potência de saída do ruído do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , e encontrar o valor de  $N$  [AZIZ, 1996].

Conforme o texto do anexo II, a potência de saída do conversor A/D à taxa de Nyquist, tomando como base o quantizador apresentado, é dada pela expressão:

$$\sigma_{ey}^2 = \sigma_{rms}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{3 \times 2^{2N}} \quad (3.28)$$

A expressão que representa a potência média do ruído de quantização na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é descrita pela equação (3.26) e repetida aqui por comodidade:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\sigma_{rms}^2 (1-r)^2}{OSR (1-q)^2}$$

Em que  $\sigma_{rms}^2$  é potência média do ruído de quantização na saída do conversor A/D mono-bit à taxa de Nyquist, já calculada anteriormente.

$$\sigma_{rms}^2 = \frac{1}{3}$$

Logo, substituindo-se esse valor na equação (3.26), tem-se:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{OSR} \frac{(1-r)^2}{(1-q)^2} \right\} \quad (3.29)$$

Igualando-se a equação (3.28) à equação (3.29), tem-se:

$$\frac{1}{3x2^{2N}} = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{OSR} \frac{(1-r)^2}{(1-q)^2} \right\}$$

$$2^{-2N} = \left\{ \frac{1}{OSR} \frac{(1-r)^2}{(1-q)^2} \right\}$$

$$N = -\frac{1}{2} \log_2 \left\{ \frac{1}{OSR} \frac{(1-r)^2}{(1-q)^2} \right\} \quad (3.30)$$

Na figura 3.21 pode-se observar a variação da resolução do conversor A/D sigma-delta com sensor termo-resistivo em função da taxa de sobre-amostragem aplicada ao conversor.

A resolução aumenta de 0,5 bit quando se dobra a taxa de sobre-amostragem, o que confirma a análise desenvolvida para a relação sinal/ruído.

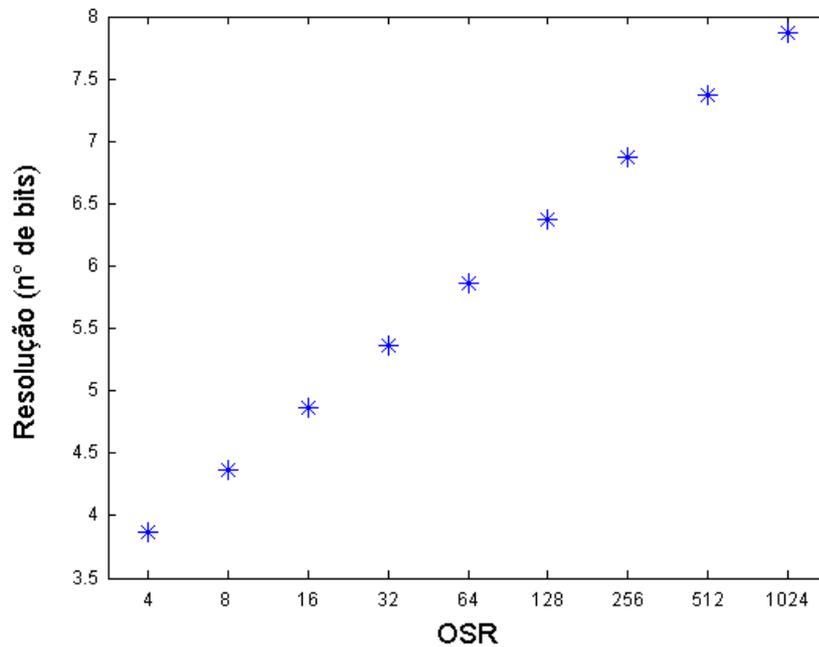


Figura 3.23 Resolução do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como radiômetro.

### 3.2.7 Resultados obtidos para a Resolução do $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ como Radiômetro

Na avaliação, por simulação, da resolução do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  é usado o mesmo princípio utilizado na avaliação teórica.

Determina-se o quadrado do erro médio quadrático na estimação da radiação solar a partir das amostras tomadas à entrada e à saída do conversor. Faz-se a conversão para a escala do quantizador e iguala-se o resultado ao da potência do erro de quantização de um conversor A/D à taxa de Nyquist com  $N$  bits.

Para um conversor A/D à taxa de Nyquist com  $N$  bits a potência do erro de quantização é expressa pela equação (3.28).

A potência média do erro normalizada obtida a partir das amostras do sinal de radiação solar e convertida para a escala do quantizador, é dada por:

$$\sigma_{ey}^2 = \left( \frac{2}{H_{\max} - H_{\min}} \right)^2 \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [H_n(I_a + i) - H(I_a + i)]^2 \quad (3.31)$$

Igualando-se a equação (3.28) à equação (3.31), tem-se:

$$\frac{1}{3 \times 2^{2N}} = \left( \frac{2}{H_{\max} - H_{\min}} \right)^2 \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [H_n(I_a + i) - H(I_a + i)]^2$$

$$2^{-2N} = \left( \frac{12}{(H_{\max} - H_{\min})^2} \right) \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [H_n(I_a + i) - H(I_a + i)]^2$$

$$N = -\frac{1}{2} \log_2 \left\{ \left( \frac{12}{(H_{\max} - H_{\min})^2} \right) \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [H_n(I_a + i) - H(I_a + i)]^2 \right\}$$

em que:

$N_a$  é o número de amostras utilizadas para o cálculo da potência média do sinal de medição.

$I_a$  é a posição anterior ao da amostra a partir do qual o sinal de saída se estabiliza.

$H_n$  é o valor da radiação solar na saída do conversor.

$H$  é o valor da radiação solar na entrada do conversor.

Simulou-se o modelo do  $C\Sigma\Delta$ MBPOSTER para três valores diferentes de taxa de sobre-amostragem (os valores entre parêntesis representam os valores reais usados na simulação e nos cálculos teóricos):

a)  $OSR = 256$        $(308,77)$

b)  $OSR = 128$        $(154,38)$

c)  $OSR = 64$        $(77,19)$

Os resultados dessa simulação podem ser observados nas figuras 3.24 e 3.25, ( $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  em corrente contínua e  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  em corrente pulsada, respectivamente). Nessas figuras pode-se observar a senóide de radiação solar aplicada à entrada do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  juntamente com as senóides de radiação solar estimadas à saída do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  para cada uma das taxas de sobre-amostragem especificadas.

Nas figuras 3.26 e 3.27 ( $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  em corrente contínua e  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  em corrente pulsada, respectivamente), pode-se observar os erros absolutos, em  $W/m^2$  na magnitude da radiação solar obtidos para cada uma das taxas de sobre-amostragem aplicadas.

O cálculo da resolução do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$  para cada taxa de sobre-amostragem está expressa na tabela 3.1.

Sabe-se que o conversor sobre-amostrado típico tem incremento de resolução de 0,5 bit cada vez que se dobra a taxa de sobre-amostragem e o conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  de primeira ordem típico tem incremento de resolução de 1,5 bit cada vez que se dobra a taxa de sobre-amostragem [AZIZ, 1996]. Tomando-se como base uma taxa de sobre-amostragem de 256, ou  $2^8$ , a resolução do conversor sobre-amostrado de típico tem incremento de  $8 \times 0,5 = 4$  bits e a resolução conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  típico de primeira ordem típico tem incremento de

$8 \times 1,5 = 12$  bits. No caso do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , a resolução ficou entre um conversor A/D sobre-amostrado, ou de ordem zero e um conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  típico de primeira ordem.

Os motivos que podem explicar a diferença obtida nos resultados do modelo teórico para os resultados obtidos com os dos modelos simulados são:

- a) O estudo teórico foi feito substituindo-se o sensor pelo modelo linearizado de pequenos sinais em primeira ordem, que é uma aproximação. As simulações foram realizadas com o sensor sendo modelado diretamente da equação (2.1).
- b) No estudo teórico, o ruído de quantização foi representado por um ruído branco, que é uma aproximação para o ruído no quantizador utilizada em condições especiais.
- c) No estudo teórico admitiu-se que as amostras eram filtradas por um filtro ideal na frequência de banda. Na simulação utilizou-se um filtro digital, constituído de um filtro pente de quarta ordem, seguido de um filtro FIR com janela de Kaiser com  $0,001$  dB de ondulação máxima na faixa de passagem do sinal e com  $98$  dB de atenuação na banda de rejeição do sinal (a frequência limite da banda de passagem é  $0,9$  da frequência do pólo do modulador, que é a frequência limite inferior da faixa de rejeição) [PARK, 1998].

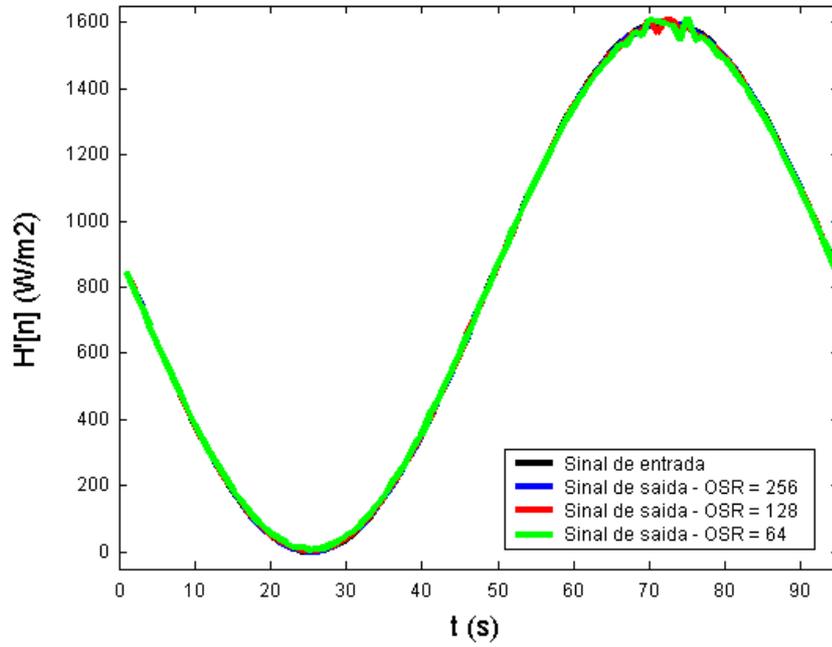


Figura 3.24 Radiação solar estimada na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em corrente contínua.

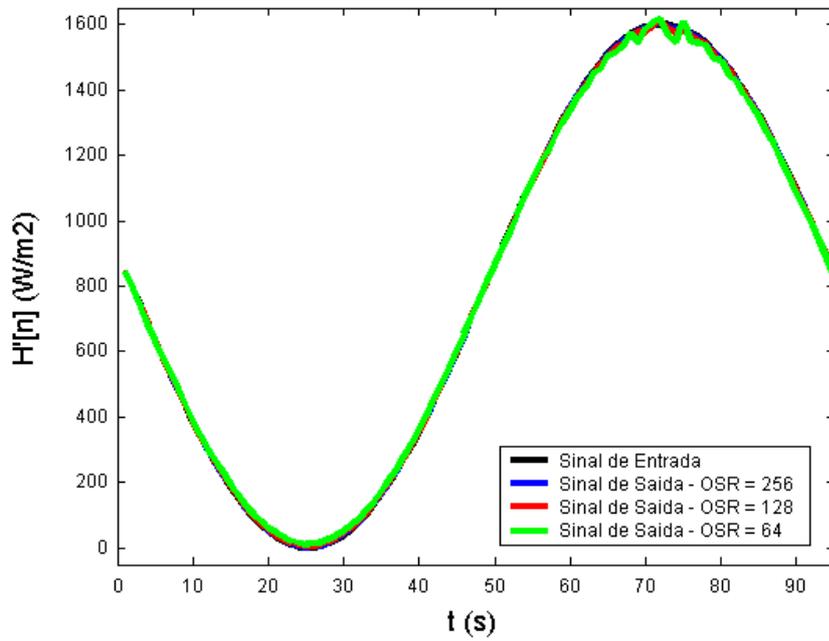


Figura 3.25 Radiação solar estimada na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em corrente pulsada.

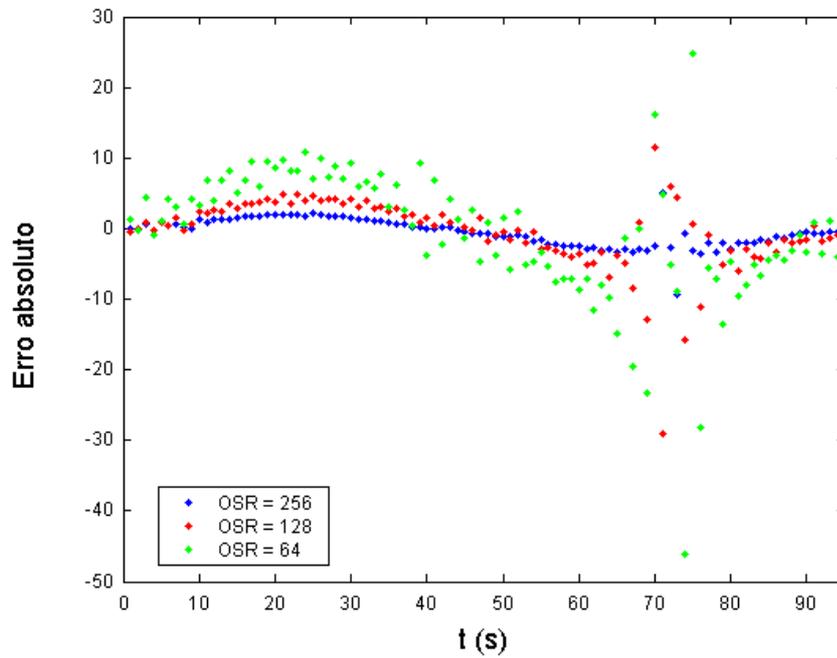


Figura 3.26 Erro absoluto em magnitude da senóide na saída  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como radiômetro.

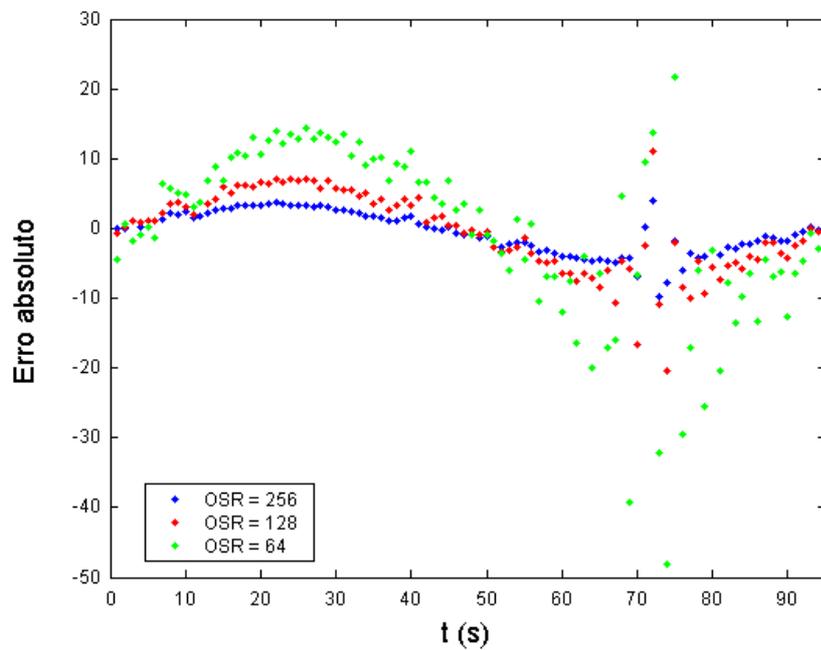


Figura 3.27 Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente pulsada, como radiômetro.

Tabela 3.1 Resolução do conversor sigma-delta mono-bit com sensor termo-resistivo como radiômetro.

<b>Resolução em Número de Bits</b>			
<b>OSR</b>	<b>Teórico</b>	<b>CC</b>	<b>PWM</b>
<b>64</b>	5,87	5,78	5,31
<b>128</b>	6,37	6,65	6,48
<b>256</b>	6,87	7,95	7,39

Apresenta-se agora a análise de desempenho do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  com sensor termo-resistivo aplicado à medição de temperatura.

### **3.3 Resposta em Freqüência do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como Medidor de Temperatura**

A análise em freqüência de  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como medidor de temperatura segue os mesmos procedimentos realizados para o caso do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER como medidor de radiação solar. A análise é mais simples, neste caso, como já explicado no capítulo 2.

#### **3.3.1 Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER no Domínio da Freqüência Contínua**

O diagrama da figura 3.28 é utilizado para análise da FT do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua, como medidor de temperatura, como descrito na figura 2.25. O sensor é representado pelo modelo de pequenos sinais, deduzido no capítulo 2, ítem (2.4). O restante é idêntico ao diagrama do modelo do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER para o radiômetro.

A característica do ruído de quantização desse modulador também é dependente da freqüência. A distribuição de ruído pode ser encontrada a partir desse modelo simplificado no domínio  $s$ .

Utilizando o teorema da superposição, a FT do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER pode ser escrita como função da temperatura do meio,  $T_a(s)$  e do erro de quantização,  $E(s)$ , como:

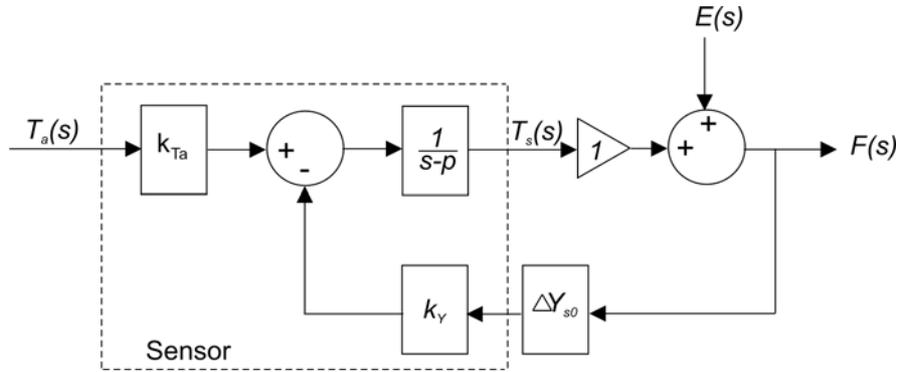


Figura 3.28 Diagrama de blocos do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em corrente contínua, como medidor de temperatura, para obtenção da FT no domínio  $s$ .

$$F(s) = \frac{\frac{k_{Ta}}{s-p}}{1 + \frac{k_Y \Delta Y_0}{s-p}} T_a(s) + \frac{1}{1 + \frac{k_Y \Delta Y_0}{s-p}} E(s)$$

$$F(s) = \frac{k_{Ta}}{s + (k_Y \Delta Y_0 - p)} T_a(s) + \frac{s-p}{s + (k_Y \Delta Y_0 - p)} E(s)$$

$$F(s) = \frac{k_{Ta}}{s + p_{sr}} T_a(s) + \frac{s-p}{s + p_{sr}} E(s) \quad (3.32)$$

com

$$p_{sr} = k_Y \Delta Y_{s0} - p$$

em que:

$p_{sr}$  é o pólo da FT do M $\Sigma\Delta$ MBPOSTER.

$p$  é o inverso da constante de tempo do sensor para pequenos sinais.

Reescrevendo-se  $p_{sr}$  em função dos variáveis mais elementares tem-se:

$$P_{sr} = \frac{G_{th}}{C_{th}} \left\{ 1 + \frac{1}{2}(T_{a\max} - T_{a\min}) + \frac{B(T_{s0} - T_{a0})}{T_{s0}^2} \right\}$$

O pólo do modelo do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  é função do ponto de polarização do sensor, da faixa de variação do sinal de temperatura do meio, da condutividade e da capacitância térmicas do sensor e do seu coeficiente térmico.

A função de transferência do modulador como medidor de temperatura é semelhante ao do medidor de radiação solar a menos do termo referente à radiação solar que não existe, neste caso, porque  $H=0$ .

### 3.3.2 Função de Transferência do Modelo do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ no Domínio da Frequência Amostrada

Utiliza-se o diagrama de blocos da figura 3.29 para determinar a FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua, no domínio  $\mathbf{z}$ , equivalente FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  no domínio  $\mathbf{s}$ , com o  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  sendo medidor de temperatura. A distribuição do ruído também pode ser encontrada a partir desse modelo simplificado no domínio  $\mathbf{z}$ .

Os elementos constituintes são os mesmos do diagrama da figura 3.28 adicionando-se um bloco retentor de ordem zero no caminho de realimentação da malha do modulador cuja expressão matemática é dada por:

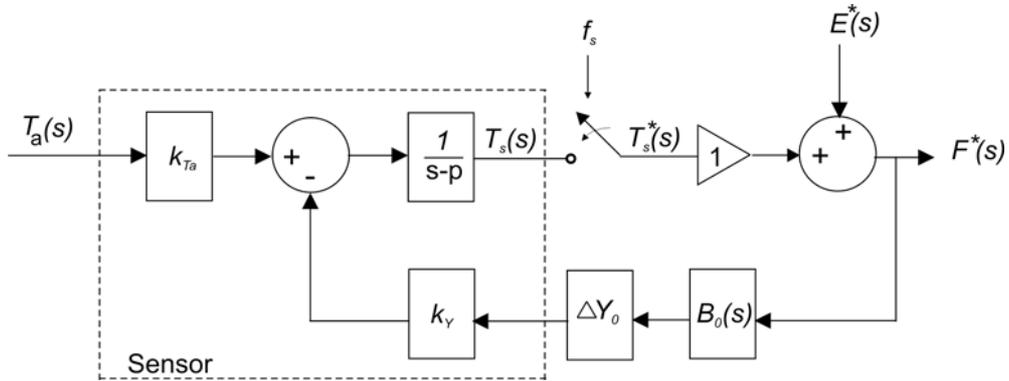


Figura 3.29 Diagrama de blocos do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em corrente contínua, como medidor de temperatura, para obtenção da FT no domínio  $z$ .

$$B_0(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$$

Utilizando-se o mesmo procedimento para o radiômetro, pode-se escrever que o sinal amostrado na saída do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  é dado por:

$$F^*(s) = E^*(s) + \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) - \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^*$$

$$F^*(s) + \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^* = E^*(s) + \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) \right\}^* \quad (3.33)$$

Aplicando a transformada  $z$  tem-se:

$$F(z) + F_1(z) = E(z) + T_{a1}(z) \quad (3.34)$$

em que:

$$F_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.35)$$

$$T_{a1}(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \frac{k_{Ta}}{s-p} T_a(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (3.36)$$

A equação (3.34) é semelhante aquela obtida para o caso do radiômetro a menos do termo referente à radiação solar  $H$  que é nula. Então, pode-se concluir que a expressão da função de transferência é semelhante à equação (3.8) retirando-se o termo referente à radiação solar e dada pela equação (3.38).

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \frac{z-r}{z-q} T_{a1}(z) \quad (3.38)$$

Considera-se o sinal de temperatura do meio um sinal de variação lenta em relação à frequência de sobre-amostragem de forma que se pode representá-lo por um degrau de amplitude igual a  $C$ , que no domínio  $s$  é expresso pela equação (3.9). Assim, como foi feito no caso do radiômetro, a expressão final para a FT para o  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como termômetro é dada por:

$$F(z) = \frac{z-r}{z-q} E(z) + \left( \frac{-k_{Ta}(1-r)}{p} \right) \frac{1}{z-q} T_a(z) \quad (3.39)$$

### 3.3.3 Discussão sobre as FTs do $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ como Termômetro

Nas figuras 3.30 e 3.31 e nas figuras 3.34 e 3.35 pode-se observar os diagramas de magnitude das FTs do modulador em relação ao degrau de

temperatura do meio e do erro de quantização, respectivamente. Nas figuras 3.32 e 3.33 e nas figuras 3.36 e 3.37, respectivamente, pode-se observar os diagramas de fase das FTs do modulador em relação ao degrau temperatura do meio e do erro de quantização. Os índices pares, nas respectivas figuras, indicam os diagramas de amplitude e fase relativas às FTs do modelo no domínio da frequência contínua e os índices ímpares indicam os diagramas de amplitude e fase relativas às FTs do modelo da frequência amostrada.

O diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em relação à temperatura, se comporta como um filtro passa-baixas de primeira ordem e com atenuação de  $-30.11$  dB do sinal de temperatura em toda faixa de passagem do sinal em ambos os casos. Essa atenuação se justifica pelo fato de estar-se operando o sensor à temperatura constante, assim como no radiômetro, o sinal de saída é uma versão quantizada da temperatura do sensor cuja variação deve ser mínima para se aproximar da condição de temperatura constante.

O diagrama de fase da função de transferência do modulador em relação à temperatura se comporta como um filtro passa-baixas de primeira ordem somente no diagrama do modelo no domínio  $s$ . A defasagem é mínima na faixa de passagem do sinal. O diagrama de fase do modelo discreto só é relativamente coincidente com o diagrama de fase do modelo contínuo no tempo até a frequência de corte do modulador. A partir daí os gráficos divergem completamente.

A FTE do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor, para o termômetro, é semelhante à FTE do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor, para o radiômetro, com um pólo e um zero e apresenta um ganho finito na frequência zero. A expressão do ganho quando  $s = 0$  ou  $z = 1$  nas respectivas FTEs são:

$$\frac{p}{P_{sr}} \quad \text{para o modelo contínuo no tempo.}$$

$$\frac{1-r}{1-q} \quad \text{para o modelo discreto no tempo.}$$

Esse ganho, em decibéis, é aproximadamente igual a  $-23,97$  dB.

O  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  tem faixa de passagem cujo limite superior é próximo ao valor da frequência do pólo do sistema realimentado e cujo valor é 2,68 Hz. A frequência do zero situa-se aproximadamente em  $1,7 \times 10^{-1}$  Hz.

As localizações das frequências do pólo e do zero da FTE do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor podem ser observadas na figura 3.34 e 3.35. Nas figuras 3.38 e 3.39 pode-se observar a localização do zero e do polo da FTE, no plano  $z$ .

No diagrama de fase observa-se um avanço de fase por causa da frequência do zero da FTE e depois um recuo de fase por causa da frequência do pólo da FTE. Como se nota nas figuras 3.38 e 3.39 a frequência do zero e a frequência do pólo estão muito próximas. Ainda assim, a frequência do pólo é aproximadamente 15 vezes maior que a frequência do zero da FTE.

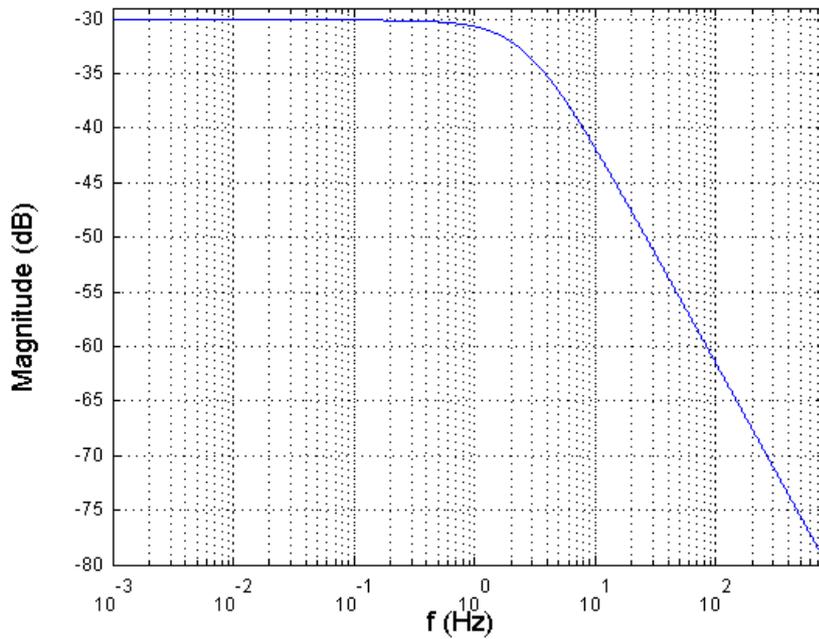


Figura 3.30 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência contínua (termômetro).

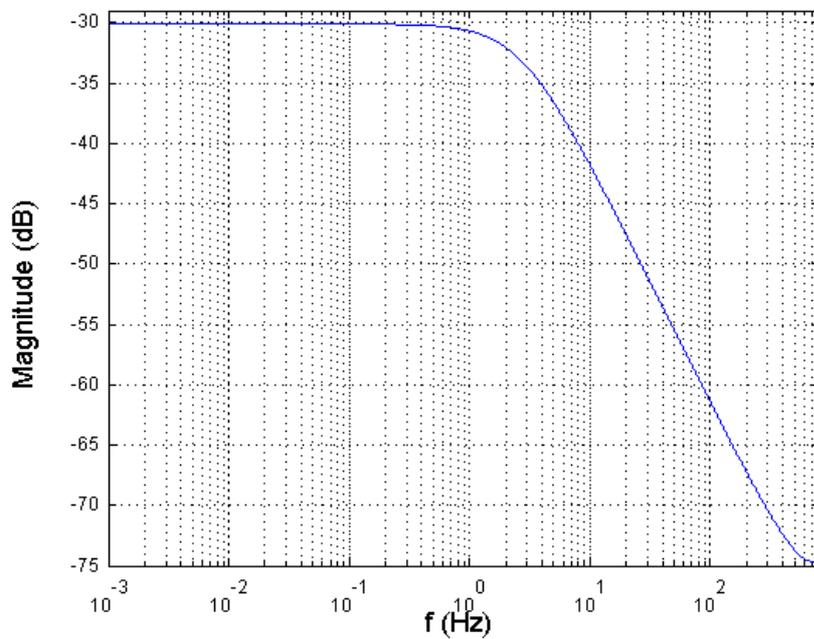


Figura 3.31 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência amostrada (termômetro).

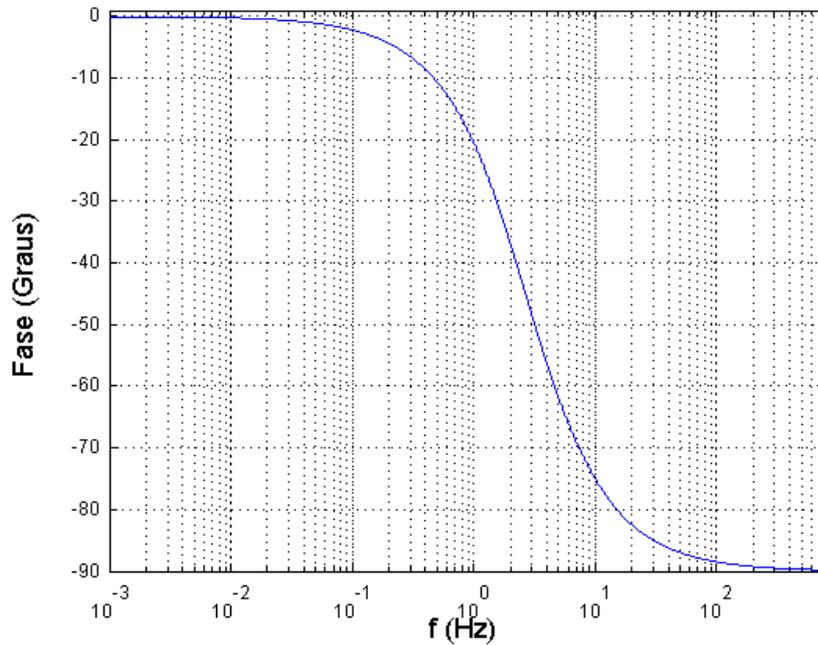


Figura 3.32 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência contínua (termômetro).

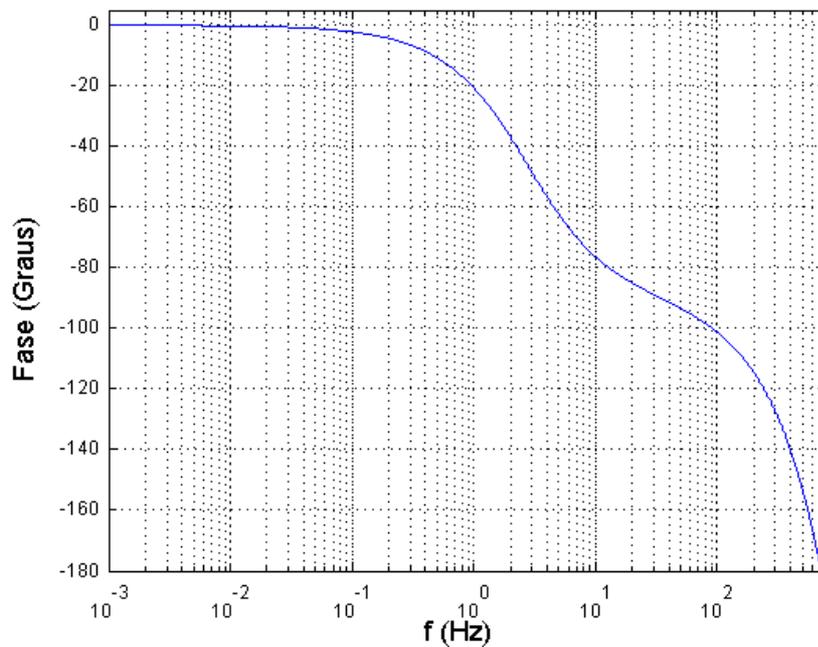


Figura 3.33 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$ , em relação ao sinal de temperatura do meio, no domínio da frequência amostrada (termômetro).

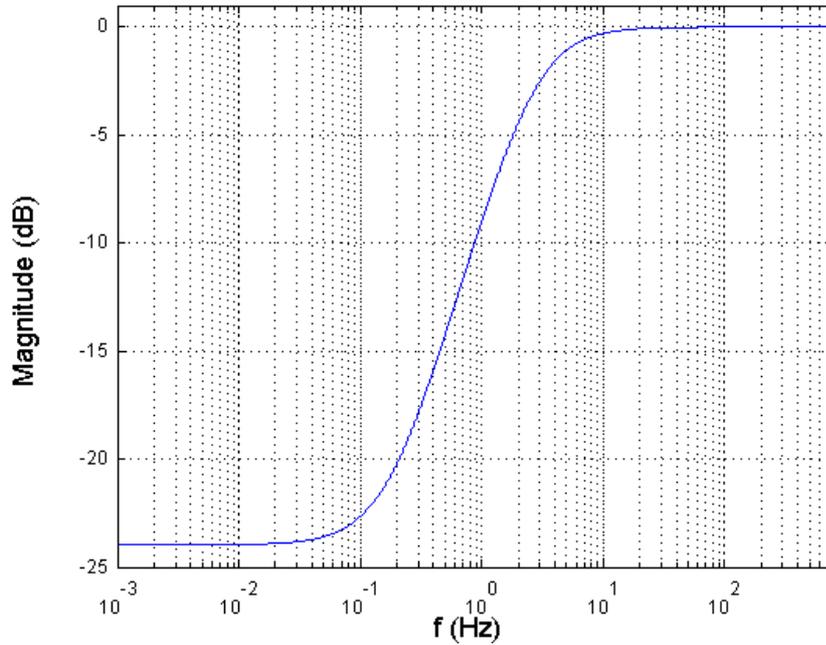


Figura 3.34 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência contínua (termômetro).

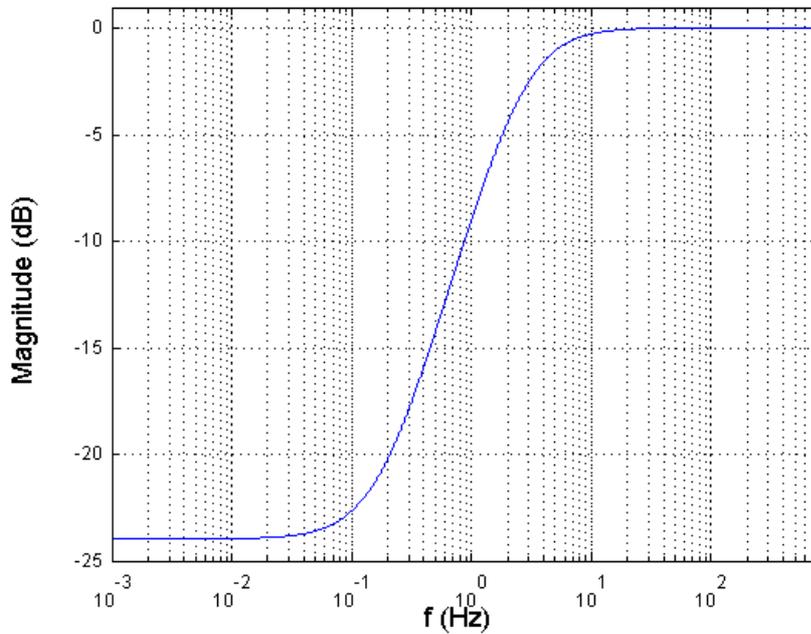


Figura 3.35 Diagrama de magnitude da FT do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência amostrada (termômetro).

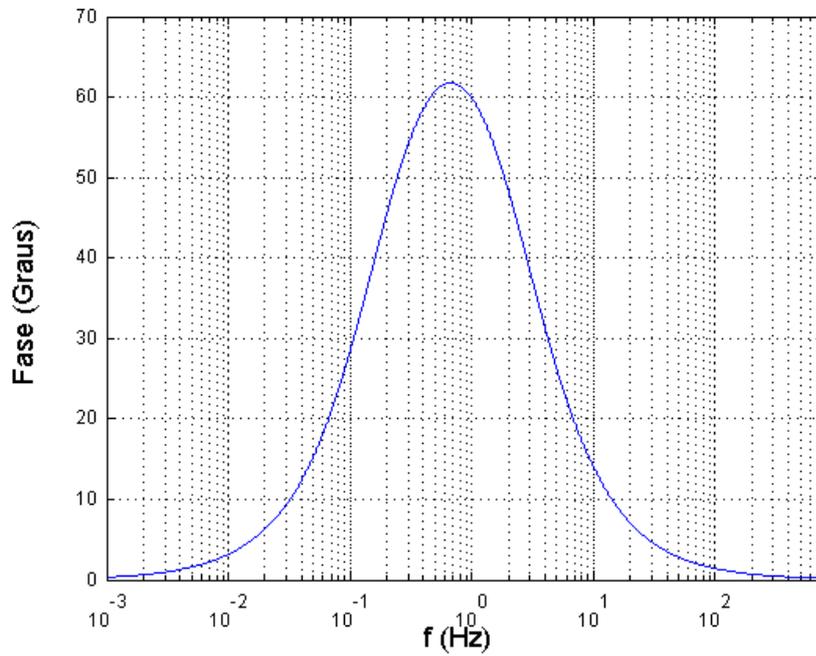


Figura 3.36 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em relação ao sinal de erro de quantização no domínio da frequência contínua (termômetro).

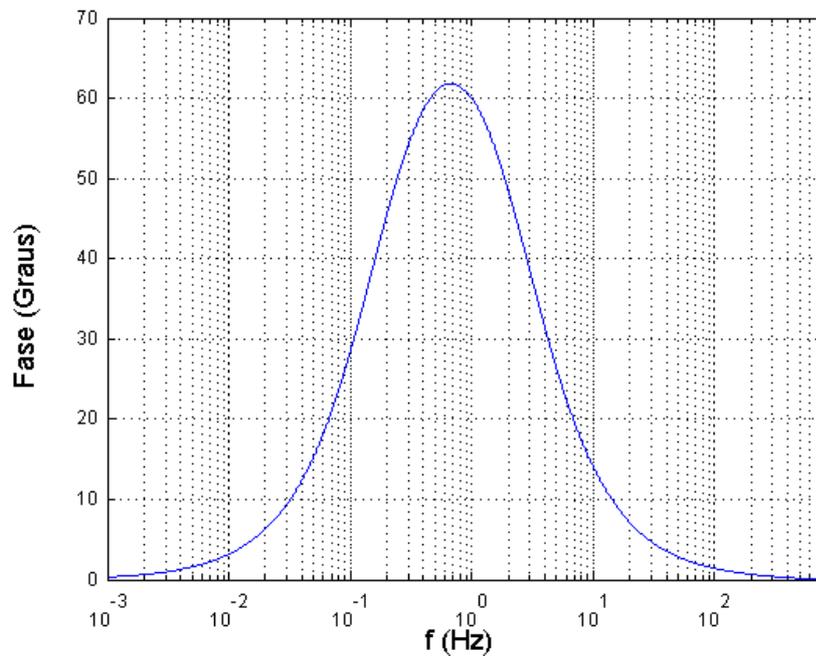


Figura 3.37 Diagrama de fase da FT do  $M\Sigma\Delta$ MBPOSTER, em relação ao sinal de erro de quantização, no domínio da frequência amostrada (termômetro).

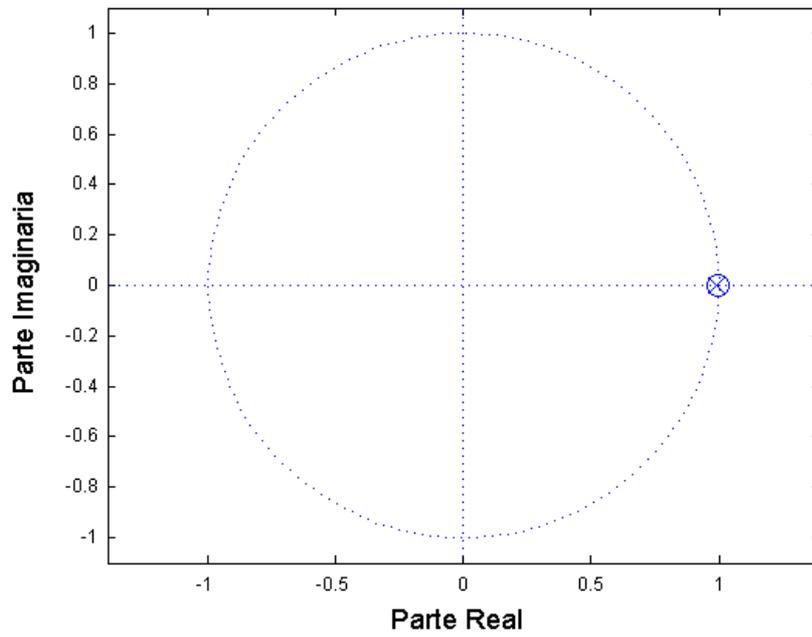


Figura 3.38 Localização do zero e do pólo da FTE do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro.

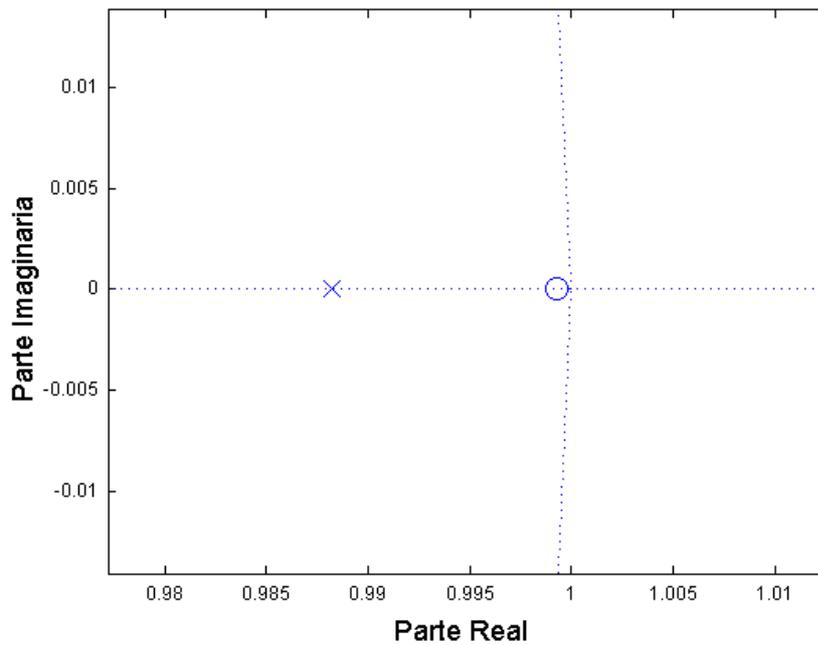


Figura 3.39 Localização do zero e do pólo da FTE do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, detalhe dessa localização.

### 3.3.4 Magnitude do Espectro de Frequência do Ruído de Quantização no $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$

A expressão da magnitude do espectro de frequência do ruído no  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, se origina da mesma equação (3.17) que foi utilizada para o radiômetro e que, após desenvolvida resultou na equação (3.20), e reescrita aqui por conveniência. A diferença são os valores de  $r$ ,  $q$  e  $T_s$ .

$$E_y(f) = E(f) \frac{\sqrt{(1-r)^2 + 4rsen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)}}{\sqrt{(1-q)^2 + 4qsen^2\left(\frac{wT_s}{2}\right)}}$$

Na figura 3.40 observa-se o gráfico da magnitude da densidade espectral de frequência do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  normalizada pela magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do PCM sobre-amostrado mono bit para toda faixa de frequência até o valor de  $f_s/2$ . A magnitude do ruído tem característica atinge o valor máximo no limite superior da frequência de banda do sinal em  $\frac{f_{sr}}{f_s} = 0,0017$ , aproximadamente.

Na figura 3.41 observa-se o detalhe da da magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  normalizada pela magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do PCM sobre-amostrado mono bit na faixa de passagem do sinal de temperatura.

A magnitude da densidade espectral do ruído de quantização do modulador, nesse ponto, corresponde à frequência limite superior da banda de passagem, e é de  $0,6733$  que em decibéis é de  $-3,44$  dB. O valor mínimo, calculado em  $f=1 \times 10^{-10}$ , é aproximadamente de  $0,0633$ , que em decibéis é de  $-23,97$  dB.

Para visualizar melhor a distribuição da densidade espectral de frequência do ruído de quantização, plota-se novamente essa magnitude normalizada, em decibéis. O eixo das frequências evidencia a região de interesse, ou seja a banda de passagem do sinal que vai de  $0$  até  $0,0017$ , aproximadamente, nessa escala de frequência normalizada pela frequência de sobre-amostragem. O resultado pode ser visto na figura 3.42. Nesta figura, observa-se que a magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , é melhor que a do PCM sobre-amostrado.

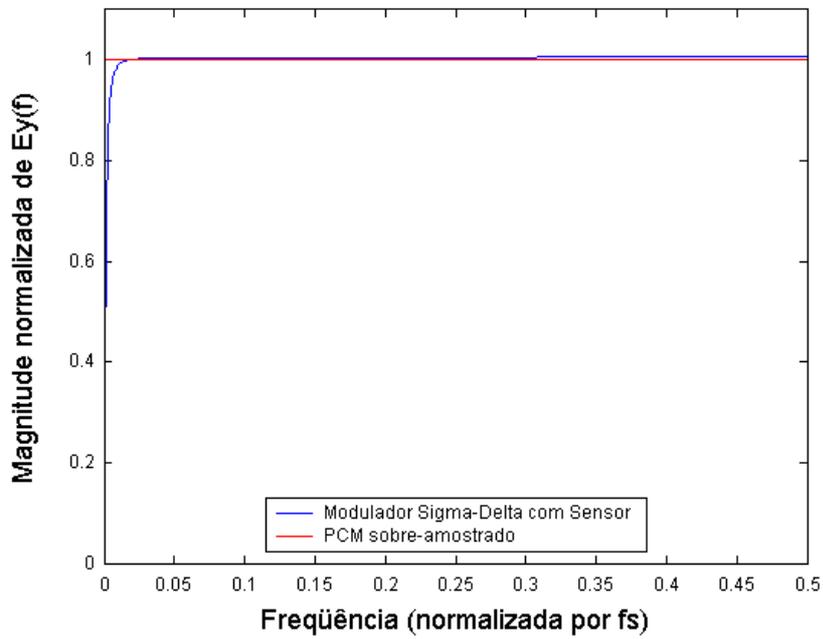


Figura 3.40 Magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  no intervalo entre

$$0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{2}{f_s} \text{ (termômetro).}$$

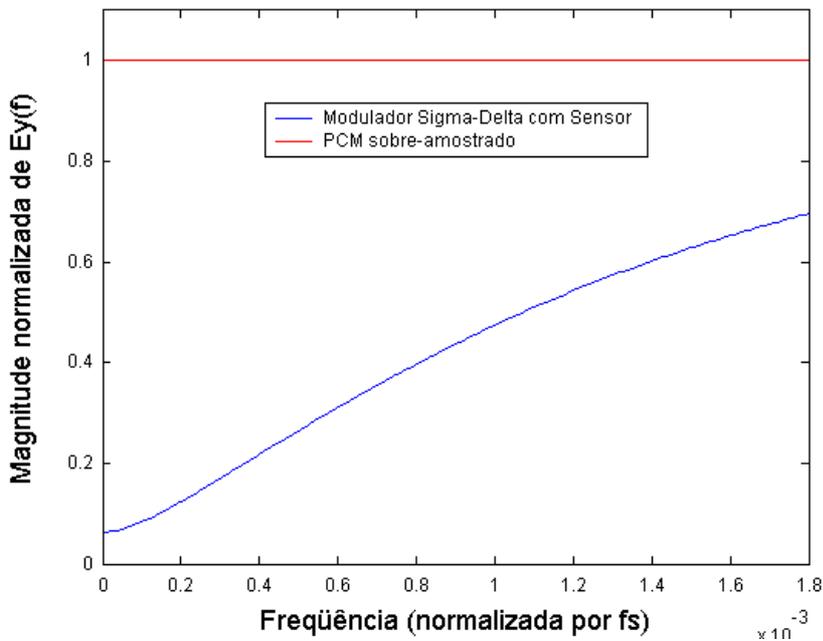


Figura 3.41 Magnitude do ruído de quantização do  $M\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  no intervalo entre

$$0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s} \text{ (termômetro).}$$

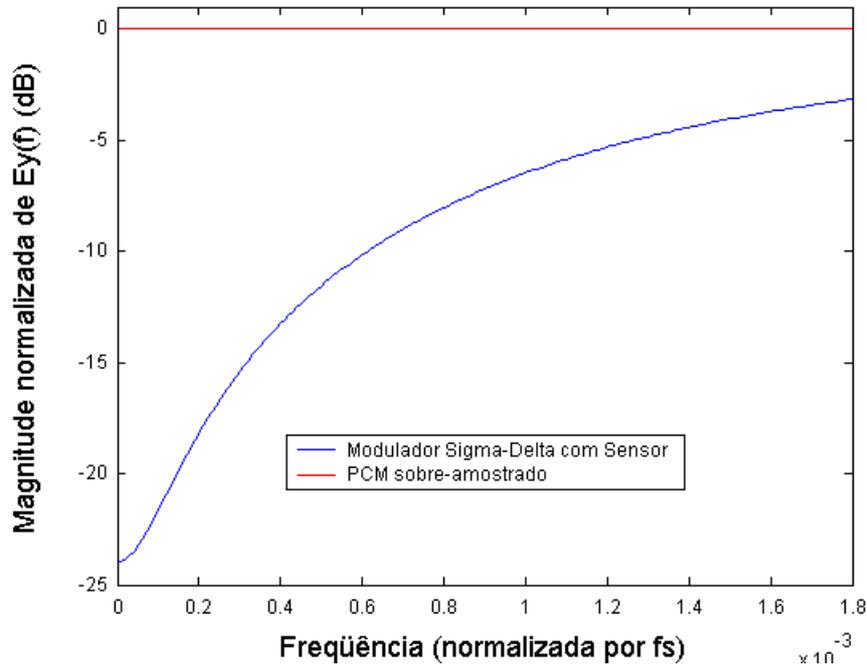


Figura 3.42 Detalhe da magnitude do ruído de quantização  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  na frequência de banda do sinal de entrada ( $0 \leq \frac{f}{f_s} \leq \frac{f_{sr}}{f_s}$ ) (termômetro).

### 3.3.5 Relação Sinal/Ruído do Conversor $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor Termo-resistivo

A expressão da potência média do ruído na saída do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como medidor de temperatura, é idêntica à determinada para o  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como medidor de radiação solar, equação (3.26), pois é originada da mesma função de transferência e é reescrita aqui por conveniência. O que muda é o valor do zero e do pólo da função de transferência do  $M\Sigma\Delta MBPOSTER$  que é dependente das características físicas do sensor, do ponto de operação definido para a aplicação e da taxa de sobre-amostragem.

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\sigma_{ms}^2 (1-r)^2}{OSR (1-q)^2}$$

Neste caso também é a taxa de sobreamostragem, OSR, que vai determinar a SNR. A expressão da SNR do C $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER, como termômetro, é idêntica à do C $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER, como radiômetro e pode ser expressa, em decibéis, pela equação (3.27) e reescrita aqui por conveniência.

$$SNR = 10\log(\sigma_{xy}^2) - 10\log(\sigma_{ms}^2) + 10\log\left(\frac{(1-q)^2}{(1-r)^2}\right) + 3,01m$$

Os procedimentos para melhorar a SNR são os mesmos indicados para o radiômetro.

A potência média do sinal de saída do C $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER é obtida de forma semelhante à feita para o radiômetro:

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{(2V)^2}{2} = 2$$

$$r = 0,9993 \quad \text{e} \quad q = 0,9882$$

$$\sigma_{ms}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{(2V)^2}{(2^1 - 1)^2} \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

Com esses dados pode-se determinar a potência média do sinal na saída do C $\Sigma$  $\Delta$ MBPOSTER em função da taxa de sobre-amostragem e a SNR em função do expoente  $m$  na base 2 da taxa de sobre-amostragem, como:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{1}{3} \frac{1}{OSR} \frac{(1-0,9993)^2}{(1-0,9882)^2}$$

$$SNR = 10\log(2) - 10\log(1/3) + 10\log\left(\frac{(1 - 0,9882)^2}{(1 - 0,9993)^2}\right) + 3,01m$$

O gráfico da potência média do ruído de quantização do conversor  $\Sigma-\Delta$  com sensor, normalizada pela potência média do ruído de quantização do conversor A/D mono bit à taxa de Nyquist, em função da taxa de sobre-amostragem pode ser visto na figura 3.43.

Na figura 3.44 pode-se observar a variação da SNR teórica em decibéis, obtida da equação (3.27), com  $m$  sendo o expoente na base 2 da taxa de sobreamostragem aplicada ao conversor.

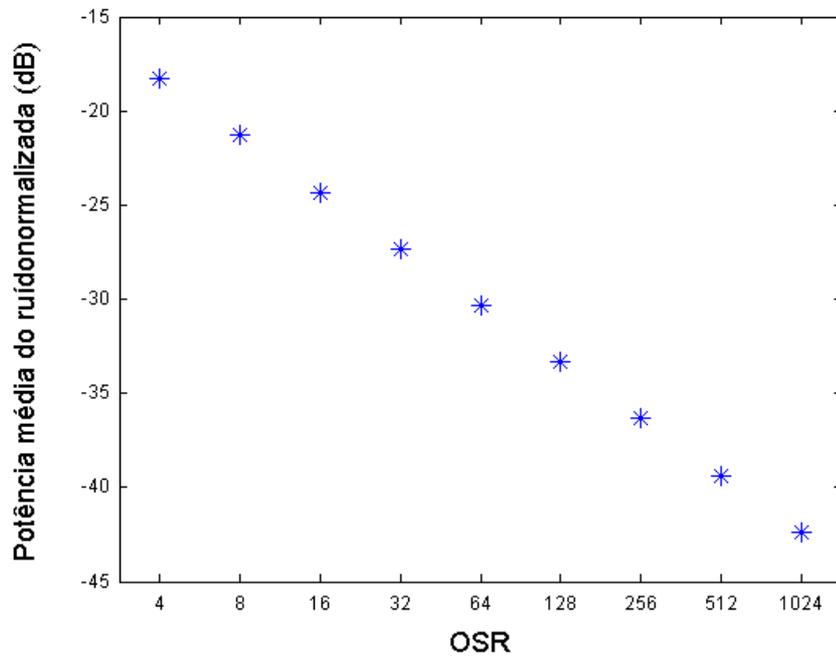


Figura 3.43 Potência do ruído, em dB, normalizada por  $\sigma_{rms}^2$  em função da taxa de sobre-amostragem do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro.

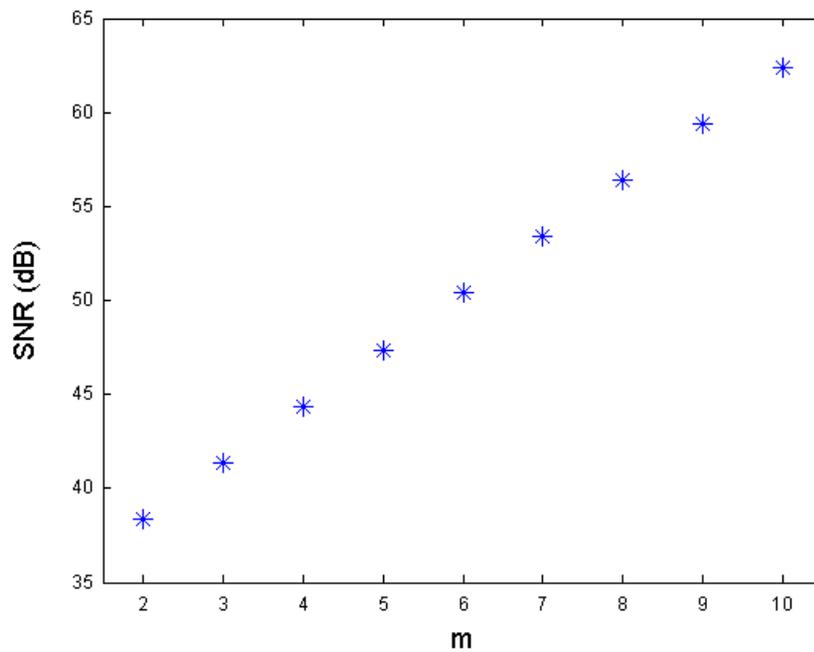


Figura 3.44 SNR do  $C\Sigma\Delta MBPOSTER$ , como termômetro, em relação ao expoente base 2,  $m$ , da taxa de sobre-amostragem.

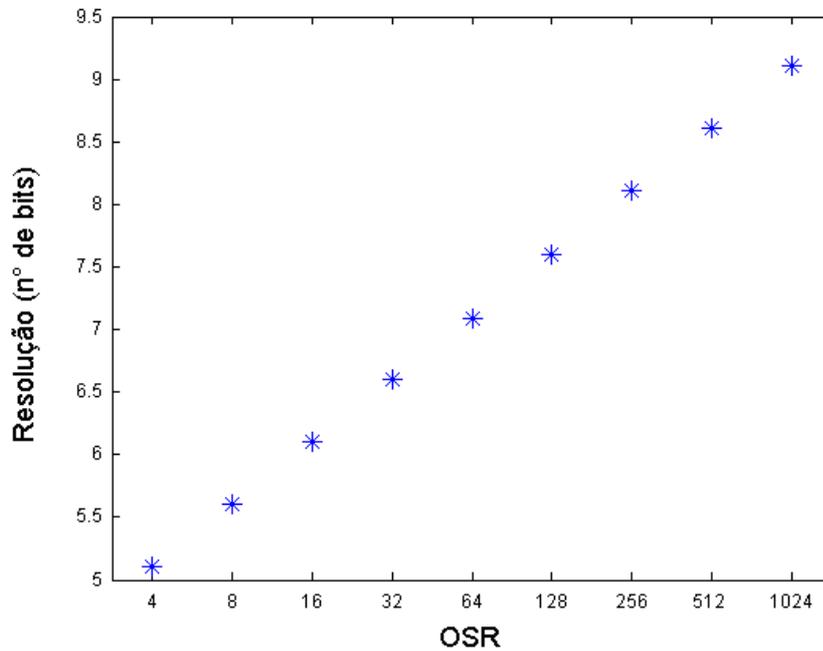


Figura 3.45 Resolução do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, em função da taxa de sobre-amostragem.

### 3.3.6 Resolução do Conversor $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor

O procedimento utilizado para se obter a resolução no  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como radiômetro, que resultou na equação (3.30), foi utilizado para se determinar a resolução do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro. A equação teórica é reescrita aqui por conveniência e já expressa com os valores de  $r$  e  $q$  relativos ao termômetro. O resultado obtido pode ser observado na figura 3.45.

$$N = -\frac{1}{2} \log_2 \left\{ \frac{1 - (1 - 0,9993)^2}{OSR (1 - 0,9882)^2} \right\}$$

### 3.3.7 Resultados obtidos para a Resolução do Conversor $\Sigma\text{-}\Delta$ com Sensor como Termômetro

Na avaliação, por simulação, da resolução do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , é usado o mesmo princípio utilizado na avaliação teórica.

Determina-se o quadrado do erro médio quadrático na estimação da temperatura a partir das amostras tomadas na entrada e na saída do conversor. Faz-se a conversão para a escala do quantizador e iguala-se o resultado ao da potência do erro de quantização de um conversor A/D à taxa de Nyquist com  $N$  bits.

Para um conversor A/D à taxa de Nyquist com  $N$  bits a potência do erro de quantização é expressa pela equação (3.28).

A potência média do erro de quantização normalizada, obtida a partir das amostras do sinal de temperatura e convertida para a escala do quantizador, é dada por:

$$\sigma_{ey}^2 = \left( \frac{2}{T_{a\max} - T_{a\min}} \right)^2 \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [T_{an}(I_a + i) - T_a(I_a + i)]^2 \quad (3.40)$$

Igualando-se a equação (3.40) a equação (3.31), tem-se:

$$\frac{1}{3 \times 2^{2N}} = \left( \frac{2}{T_{a\max} - T_{a\min}} \right)^2 \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [T_{an}(I_a + i) - T_a(I_a + i)]^2$$

$$2^{-2N} = \left( \frac{12}{(T_{a\max} - T_{a\min})^2} \right) \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [T_{an}(I_a + i) - T_a(I_a + i)]^2$$

$$N = -\frac{1}{2} \log_2 \left\{ \left( \frac{12}{(T_{a \max} - T_{a \min})^2} \right) \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} [T_{an}(I_a + i) - T_a(I_a + i)]^2 \right\}$$

em que:

$N_a$  é o número de amostras utilizadas para o cálculo da potência média do sinal de medição.

$I_a$  é a posição anterior ao da amostra a partir do qual o sinal de saída se estabiliza.

$T_{an}$  é o valor da temperatura na saída do conversor.

$T_a$  é o valor da temperatura na entrada do conversor.

Simulou-se o  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  para três valores diferentes de taxa de sobre-amostragem (os valores entre parêntesis representam os valores reais usados na simulação):

a)  $OSR = 256$  (296,47)

b)  $OSR = 128$  (148,37)

c)  $OSR = 64$  (74,12)

Os resultados dessa simulação podem ser observados nas figuras 3.46 e 3.47, ( $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua e  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente pulsada, respectivamente). Nessas figuras pode-se observar a senóide de temperatura aplicada à entrada do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  juntamente com as senóides de temperatura estimadas à saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  para cada uma das taxas de sobre-amostragem especificadas.

Nas figuras 3.48 e 3.49 ( $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  em corrente contínua e  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , em corrente pulsada, respectivamente), podem-se observar os erros absolutos, em graus celsius, na magnitude da temperatura do meio obtidos para cada uma das taxas de sobre-amostragem aplicadas.

O cálculo da resolução do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  para cada taxa de sobre-amostragem está expressa na tabela 3.2.

A resolução para o  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, também ficou entre aquela do PCM sobre-amostrado e o conversor  $\Sigma\text{-}\Delta$  típico de primeira ordem.

Os motivos que podem explicar a diferença obtida nos resultados do modelo teórico e os resultados obtidos com os dos modelos simulados são idênticos a àqueles apresentados para o modelo do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como radiômetro. No caso do termômetro tem outro agravante que é o fato de a característica do termistor ser bastante não-linear. Mais até do que o PTC utilizado no modelo do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$  como radiômetro.

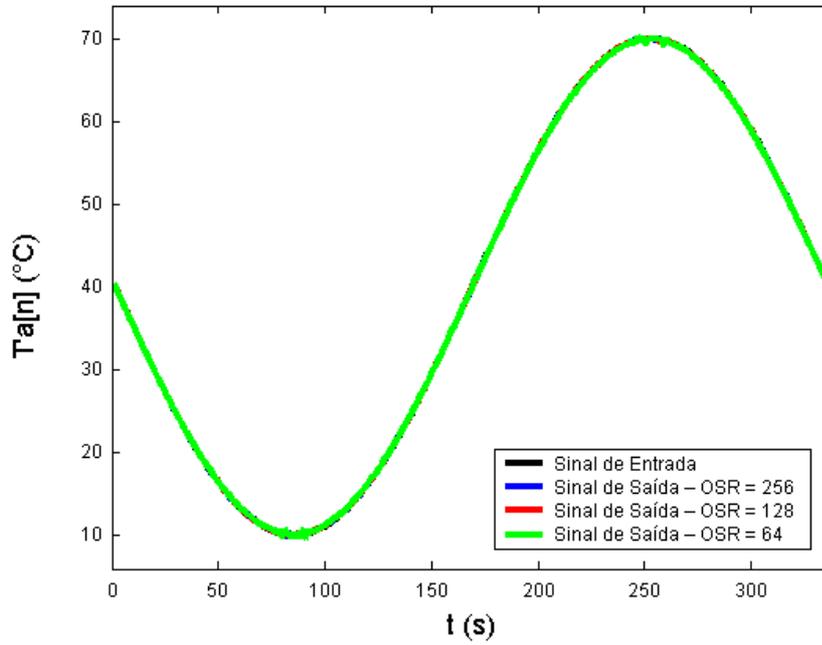


Figura 3.46 Temperatura estimada na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, em corrente contínua.

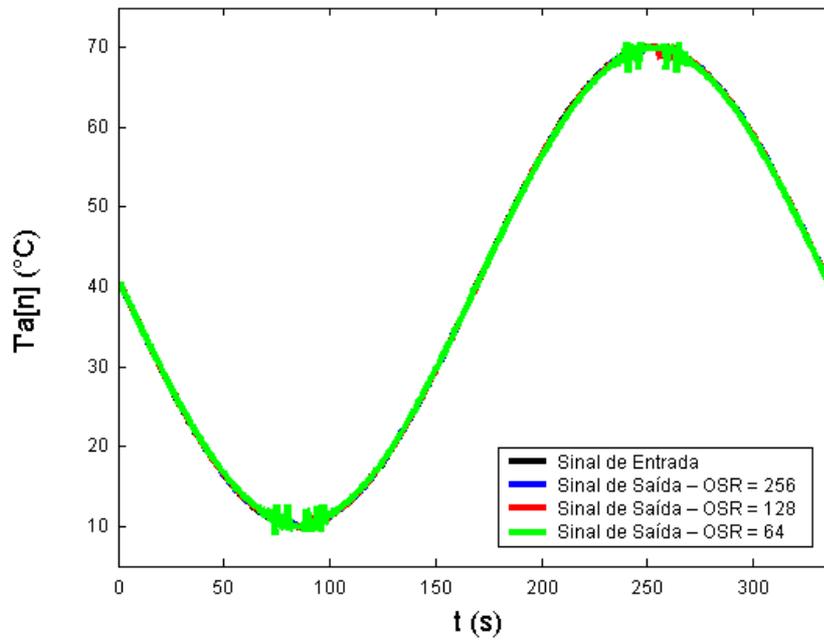


Figura 3.47 Temperatura estimada na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, em corrente pulsada.

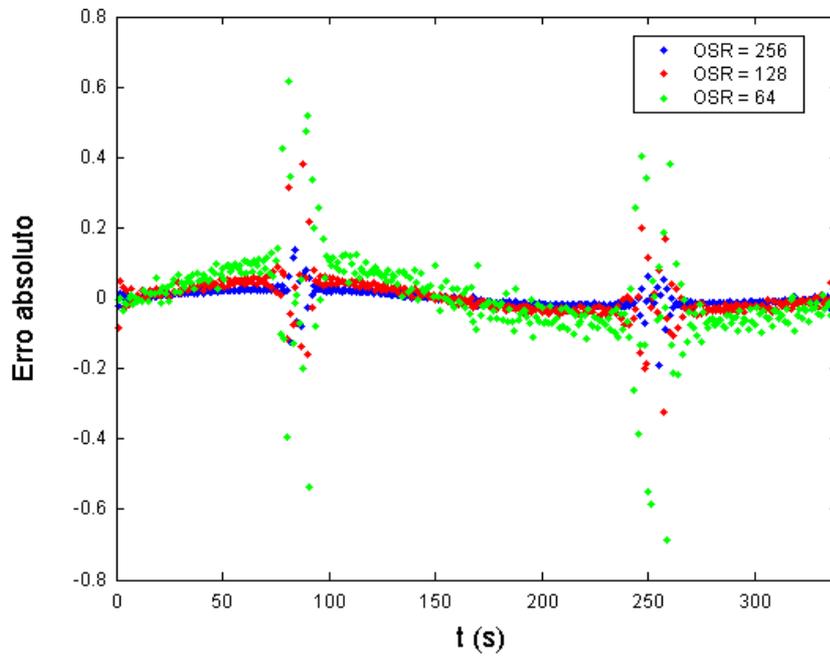


Figura 3.48 Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, em corrente contínua.

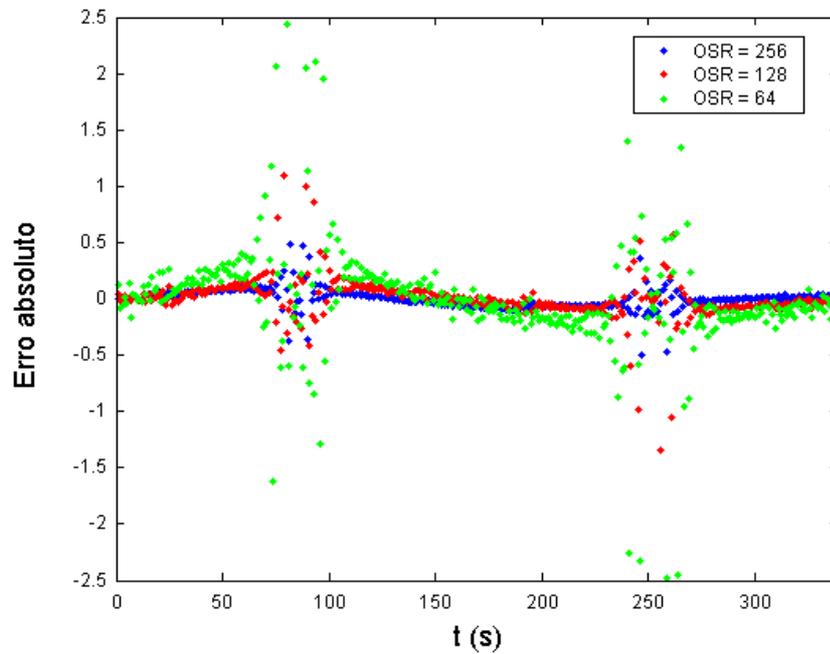


Figura 3.49 Erro absoluto em magnitude da senóide na saída do  $C\Sigma\Delta\text{MBPOSTER}$ , como termômetro, em corrente pulsada.

Tabela 3.2 Resolução do conversor sigma-delta mono-bit com sensor termo-resistivo como termômetro.

<b>Resolução em Número de Bits</b>			
<b>OSR</b>	<b>Teórico</b>	<b>CC</b>	<b>PWM</b>
<b>64</b>	7,09	7,12	5,17
<b>128</b>	7,60	8,28	6,51
<b>256</b>	8,10	9,38	7,57

## Capítulo 4

### Conclusões

É possível fazer um conversor sigma-delta contendo um sensor termo-resistivo capaz de medir as grandezas físicas de radiação solar e temperatura. Os erros que surgem na etapa de conversão da grandeza física para a elétrica analógica, influenciam a resolução dos conversores tradicionais. Esta arquitetura é capaz de converter essas grandezas físicas direto para a representação digital eliminando, portanto, esse tipo de erro.

É possível melhorar a resolução obtida com o conversor sigma-delta contendo um sensor termo-resistivo na estrutura mono bit de primeira ordem, desde que a banda de passagem do sinal seja limitada à frequência do pólo de pequenos sinais do sensor utilizado nesta arquitetura.

Os resultados de simulação obtidos para a arquitetura de conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo em corrente pulsada, que é a arquitetura possível de ser implementada em circuito, foram inferiores ao da arquitetura de conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo em corrente contínua. Uma razão para que isso ocorra é que ao se aplicar uma corrente de magnitude elevada, no caso do modelo em corrente pulsada, mesmo que por

um período determinado, em relação à magnitude da corrente contínua do modelo equivalente, a temperatura do sensor se altera mais do que quando se aplica esta corrente contínua o tempo todo do período de amostragem.

No modelo do MΣΔMBPOSTER como medidor de radiação solar é necessário a compensação da variação da temperatura do meio em que o sensor está inserido.

## Capítulo 5

### Perspectivas de Trabalhos Futuros

O estudo desenvolvido neste documento abre outras possibilidades de trabalhos a serem desenvolvidos.

Neste trabalho a arquitetura desenvolvida foi baseada em sensores com uma constante de tempo. Pode-se, portanto, estudar essa mesma arquitetura com sensor, cujo modelo térmico tem ordem superior a um e verificar a influência das suas constantes de tempo no desempenho do modulador.

Neste trabalho a arquitetura desenvolvida foi baseada no modulador sigma-delta de primeira ordem que tem baixa resolução quando comparado aos moduladores sigma-delta de ordem superior. Pode-se, portanto, estudar a possibilidade de realizar esse modulador com ordem superior e verificar em quanto pode ser melhorado o seu desempenho.

Neste trabalho mostrou-se a necessidade da compensação para a temperatura do meio em que o sensor está inserido, no caso do radiômetro, e isto foi feito fora da malha do conversor, como se houvesse uma outra arquitetura medindo a temperatura e compensando esta no final do

processamento dos sinais. Pode-se, portanto, estudar a possibilidade de colocar o sensor de compensação na mesma malha do modulador e verificar se seu funcionamento é possível dessa forma.

Outro estudo a respeito da compensação de temperatura que poderia ser desenvolvido futuramente é o de se estudar a possibilidade de ter uma malha de modulador sigma-delta com um só sensor mas que pudesse ter compensação em temperatura com foi feito em [OLIV, 1997b], [FERR, 2000] e [FERR, 2003].

Verificou-se com este estudo que a performance do conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo era bastante dependente da constante de tempo do sensor utilizado. Outra possibilidade de trabalho futuro pode ser o estudo de características físicas e térmicas do sensor para que a performance da arquitetura fosse melhorada.

Neste trabalho mostrou-se a aplicação dessa técnica de conversão analógica para digital na medição das grandezas físicas de radiação solar e temperatura. Pode-se também desenvolver e aprofundar esse estudo na medição de outras grandezas físicas como: velocidade de vento, umidade e potência de micro-ondas.

A análise do erro de quantização do modulador sigma-delta com sensor termo-resistivo foi desenvolvida a partir do uso de aproximações para tornar o modulador um sistema linear e simplificar esse processo de análise. Pode-se,

portanto, aperfeiçoar o estudo do erro de quantização utilizando-se de outras técnicas mais sofisticadas.

Neste trabalho a verificação do funcionamento e de desempenho do conversor sigma-delta com sensor termo-resistivo foram obtidos por simulação. Pode-se, portanto, verificar a possibilidade de se construir toda essa arquitetura num circuito integrado, o que significa estudar a possibilidade de construir o sensor, o modulador e o demodulador numa única pastilha e obter-se os dados reais de desempenho da arquitetura completa incluindo o filtro digital que teria também que ser estudado.

Neste trabalho, não se investigou qual é o limite tecnológico da frequência de sobre-amostragem por limitação do software utilizado na simulação. Pode-se, portanto, avaliar esse item utilizando outra ferramenta de simulação mais poderosa.

Neste trabalho não se estudou a influência das não-linearidades dos comparadores inerentes da malha do modulador sigma-delta. Pode-se, portanto, avaliar a influência dessas não-linearidades como por exemplo a da tensão de off-set dos comparadores.

## Anexo I

# Revisão sobre Medidores com Sensor Termo-resistivo Baseados no Princípio da Equivalência Elétrica

## AI.1 Introdução

O princípio da equivalência elétrica pode ser usado em instrumentos de medição baseados em sensores termo-resistivos. Nesse método, a variação na potência elétrica dissipada no sensor é função da potência associada com a variação da grandeza física. Pode-se, então, estimar a magnitude da grandeza física a partir dos valores da corrente ou tensão elétrica, medida em um nó apropriado do circuito, ou a partir de sinal digital como nas arquiteturas com modulação  $\Sigma$ - $\Delta$ . O princípio da equivalência elétrica pode ser empregado na polarização do sensor em três diferentes modos: corrente constante, tensão constante e temperatura constante. [DOEB, 1976], [OLIV, 1977a].

Um novo método de medição, baseado na diferença de temperatura constante e igual a zero, que envolve sempre o uso de dois sensores térmicos,

foi introduzido recentemente com resultados expressivos nos medidores de velocidade e direção de fluídos [LAMM, 2000], [MAKI, 2001b].

## AI.2 Sensores Termo-resistivos

Os sensores termo-resistivos utilizados neste trabalho são de dois tipos: os que variam sua resistência na proporção inversa da variação da temperatura, chamados de NTC (Coeficiente de Temperatura Negativa) e os que variam sua resistência na razão direta de sua temperatura, chamados PTC (Coeficiente de Temperatura Positiva), [SIEM, 1986], [BENT, 1984].

Alguns autores empregam diferentes expressões que descrevem o comportamento da resistência desses sensores com a temperatura. Entretanto, as mais utilizadas são [OLIV,1997a]:

$$R_s = R_0 e^{\frac{B}{T_s} - \frac{B}{T_0}} = A e^{\frac{B}{T_s}} \quad (\text{AI.1})$$

$$R_s = R_0 \left[ 1 + \beta_1 (T_s - T_0) + \beta_2 (T_s - T_0)^2 + \dots + \beta_n (T_s - T_0)^n \right] \quad (\text{AI.2})$$

Na equação (AI.1),  $R_s$  e  $R_0$ , são os valores das resistências às temperaturas  $T_s$  e  $T_0$ , enquanto  $B$  é o coeficiente de temperatura nos sensores NTC.

Na equação (AI.2),  $R_s$  e  $R_0$ , são os valores das resistências às temperaturas  $T_s$  e  $T_0$ , enquanto  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) são os coeficientes de temperatura nos sensores PTC. Dependendo do material que o sensor é feito e

da faixa de temperatura de utilização deste, os termos de ordem maior que a unidade podem ser desprezados e a equação (AI.2) reduz-se a:

$$R_s = R_0 [1 + \beta_1 (T_s - T_0)] \quad (\text{AI.3})$$

Uma outra relação, baseada na primeira Lei da Termodinâmica, relaciona a energia entregue ao sensor com a energia perdida para o meio que o envolve somada à variação da sua energia interna [DOEB,1976].

$$e_i = e_0 + \Delta e_a \quad (\text{AI.4})$$

Em que  $e_i$ ,  $e_0$  e  $\Delta e_a$  são, respectivamente, as energias entregue ao sensor, perdas para o meio, e a variação da energia interna do sensor.

Considerando-se um sensor aquecido por efeito Joule, a equação (AI.4) pode ser reescrita na forma de energia por unidade de tempo como:

$$\alpha SH + P_e = hS(T_s - T_a) + mc \frac{dT_s}{dt} \quad (\text{AI.5})$$

em que:

- $P_e = R_s I_s^2$  é a potência elétrica entregue ao sensor.
- $R_s$  é a resistência do sensor.
- $I_s$  é a corrente que atravessa o sensor.
- $\alpha SH$  é a radiação absorvida-transmitida pelo sensor, por unidade de tempo.
- $\alpha$  é o coeficiente de transmissividade-absorvidade do sensor.
- $S$  é a área do sensor.
- $H$  é a radiação incidente.
- $hS(T_s - T_a)$  é a energia perdida pelo sensor para o meio ambiente por

	unidade de tempo.
$h$	é o coeficiente de transferência de calor.
$T_s$	é a temperatura do sensor.
$T_a$	é a temperatura do meio no qual o sensor está inserido.
$mc \frac{dT_s}{dt}$	é a variação de energia interna do sensor por unidade de tempo.
$m$	é a massa do sensor.
$c$	é o calor específico.

Na equação (AI.5) dois parâmetros são importantes, o produto  $hS$ , conhecido como condutância térmica do sensor ( $G_{th}$ ), e o produto  $mc$  conhecido como capacitância térmica do sensor ( $C_{th}$ ). Desses dois parâmetros depende a constante de tempo intrínseca do sensor.

$$\tau = \frac{C_{th}}{G_{th}} \quad (AI.6)$$

O coeficiente de transferência de calor,  $h$ , não é constante e depende da temperatura do sensor e do meio que o envolve, (velocidade do gás ou fluído). A variação de  $h$  com a temperatura depende do formato do sensor e do material que é construído, [STAN, 1994]. A variação de  $h$  com a velocidade, se esse meio é fluído é dada por [HINZ, 1975], [WU, 1994]:

$$h = a + bv^n \quad (AI.7)$$

Em que  $a$ ,  $b$  e  $n$  são constantes obtidas experimentalmente para cada sensor.

### AI.3 Método de Medição à Temperatura Constante

A medição de grandezas físicas como temperatura, radiação solar e velocidade de fluídos, utilizando o princípio da equivalência elétrica e polarizando o sensor à temperatura constante, pode ser analisada a partir da equação (AI.5) na condição teórica de equilíbrio estático. Neste caso, como a temperatura do sensor é constante, o termo referente à variação da energia interna do sensor é igualado a zero e a equação (AI.5) torna-se:

$$P_e = hS(T_s - T_a) - \alpha SH \quad (\text{AI.8})$$

Como a potência elétrica dissipada pelo sensor pode ser expressa por:

$$P_e = R_s I_s^2 = \frac{V_s^2}{R_s} \quad (\text{AI.9})$$

Em que  $V_s$  é a tensão nos terminais do sensor.

A equação (AI.8) pode ser reescrita de duas formas:

$$I_s^2 = \frac{1}{R_s} [hS(T_s - T_a) - \alpha SH] \quad (\text{AI.10})$$

ou

$$V_s^2 = R_s [hS(T_s - T_a) - \alpha SH] \quad (\text{AI.11})$$

Nessas duas expressões podemos observar a presença das grandezas físicas temperatura,  $T_a$ , radiação térmica,  $H$  e velocidade de fluído,  $v$ , se  $h$  for substituída pela equação (AI.7). Então, se a temperatura do sensor varia, pela influência térmica de algum desses fenômenos físicos, a corrente

ou tensão do sensor deve variar no sentido de promover reação inversa de mudança na temperatura do sensor para que sua temperatura permaneça constante. A variação desse parâmetro elétrico, (corrente ou tensão), por refletir indiretamente a variação da grandeza física que se deseja medir, é usada para estimar essa grandeza.

É importante observar que nesse método de medição não existe relação linear entre a tensão ou corrente elétrica do sensor e qualquer uma das grandezas físicas a serem estimadas, equações (AI.10 e AI.11). Entretanto esse é o método mais utilizado por apresentar menor constante de tempo, [OLIV, 1997a].

Embora esse não seja um método muito empregado na medição de temperatura, é possível utilizá-lo para esse fim, [PALM, 2003], desde que o produto  $h.S$  seja um valor constante e conhecido e  $H$  seja igual a zero.

A medição da radiação solar requer que o produto  $hS$  seja constante e conhecido e necessita de compensação da variação da temperatura ambiente,  $T_a$ .

A medição de velocidade do fluido requer que  $H$  seja nulo e também necessita de compensação da variação da temperatura ambiente,  $T_a$ .

## **AI.4 Arquitetura dos Medidores de Equivalência Elétrica com Sensor Termo-resistivo**

O princípio da equivalência elétrica consiste no ajuste da intensidade de corrente elétrica através do sensor, de acordo com a variação da grandeza física que o afeta, ou seja, a potência térmica produzida pela grandeza física no sensor é compensada por uma variação igual e no sentido oposto na potência elétrica do sensor de modo a manter sua temperatura e sua resistência constantes.

A arquitetura de medidor mais comum que utiliza o princípio da equivalência elétrica e polariza o sensor à temperatura constante é a que possui um sensor em um dos braços de uma ponte de Wheatstone seguido de um amplificador cuja tensão de saída  $V_0$  alimenta a ponte (figura AI.1).

Assume-se que a ponte está balanceada para algum valor  $V_0$  de referência e supõe-se que os outros resistores da ponte são idealmente insensíveis à temperatura. Ao expor o sensor à temperatura, radiação ou velocidade do fluido, a temperatura do sensor e sua resistência tendem a se modificar alterando o balanceamento da ponte. Isto se reflete na tensão à entrada do amplificador,  $(V - V^*)$  que se torna positiva ou negativa dependendo da variável de excitação no sensor. Imediatamente, a tensão de saída do amplificador se modifica, realimentando a ponte e restabelecendo seu balanceamento. Com isso a temperatura do sensor retorna a o seu valor de original de equilíbrio.

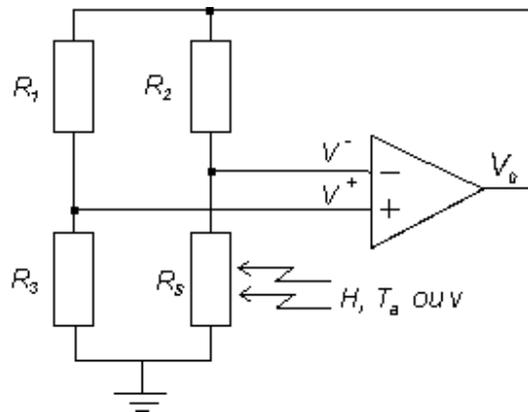


Figura A1.1 Circuito de medição em ponte de Wheatstone com sensor termo-resistivo do tipo PTC à temperatura constante.

A arquitetura da figura A1.1 é empregada em anemômetros [FREY, 1967], [FUJI, 1995], [OLIV, 1997a], [ARAU, 2004], e radiômetros [LOBO, 1986], [LOBO, 1994], [FARI, 1995], [FREI, 1998]. Esta arquitetura apresenta dependência do sinal de saída com a tensão de desvio do amplificador operacional, [FREY, 1967], [OLIV, 1997a], [FREI, 1997], [FREI, 1999], [SILV, 2002]. Freymuth, em seu artigo [FREY, 1967], desenvolve uma análise de pequenos sinais para mostrar que estabilidade e as oscilações do sinal de saída podem ser controladas pela tensão de desvio. Oliveira, em sua tese [OLIV, 1997a], mostra que podem aparecer oscilações amortecidas no sinal de saída, se a tensão de desvio provocar realimentação positiva. Se a tensão de desvio, ao contrário, reforçar a realimentação negativa, ela ajuda a melhorar o comportamento dinâmico do medidor à temperatura constante, mas, por outro lado, limita a excursão da tensão de saída do amplificador e não permite que o sensor mantenha sua temperatura constante, aumentando, conseqüentemente, o tempo de resposta do instrumento. Se a tensão de desvio tender a zero o

circuito torna-se instável. Em [FREI, 1999], analisa-se o erro de medição introduzido devido a existência de tensão de desvio do amplificador operacional nessa arquitetura.

[FARI, 1995] apresenta um radiômetro solar com compensação de temperatura que duplica o circuito de medição para efetivação da compensação da temperatura ambiente, ou seja, uma ponte é sensível à radiação solar e à temperatura ambiente, a outra é sensível apenas à temperatura ambiente.

[MULL,1995] apresenta um medidor de fluxo em circuito integrado que utiliza duas pontes de Wheatstone, uma para fazer a medição do sinal e a outra para fazer realimentação de natureza térmica e equilibrar a ponte de medição. O referido autor sugere que se forem utilizados 4 sensores ativos na ponte, o nível do sinal na saída é dobrado em relação à configuração com um único sensor, melhorando o desempenho na medição. Adicionalmente, o sinal resultante é bipolar e, com isso, pode-se obter a direção do fluxo. Entretanto, como a realimentação do sensor é de natureza térmica, não se pode considerar essa estrutura como de equivalência elétrica direta.

[OLIV, 1995] e [FARI, 1995] propõem a utilização de um integrador e um modulador de largura de pulso (PWM) na saída do amplificador para alimentar o circuito com tensão PWM (figura A1.2). O circuito utilizado por [OLIV, 1995] foi um medidor de velocidade de fluídos e o circuito utilizado por [FARI, 1995] foi um medidor de radiação solar.

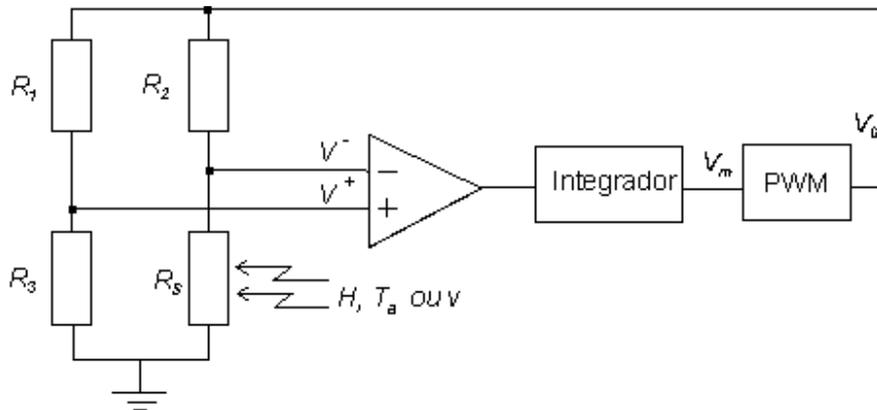


Figura 2.2 Circuito de medição em ponte de Wheatstone com sensor termo-resistivo do tipo PTC à temperatura constante excitado por tensão PWM.

O quadrado da tensão eficaz na saída do modulador de duração de pulso, (PWM), pode ser expresso por:

$$V_{sef}^2 = E^2 \frac{\delta}{T_{PWM}} \quad (A1.12)$$

em que:

$E$  é a amplitude do pulso de tensão PWM. É uma constante.

$\delta$  é a duração da largura do pulso de tensão PWM.

$T_{PWM}$  é o período da tensão PWM. É uma constante.

Substituindo a equação (A1.12) na equação (A1.11) e manipulando o resultado, obtém-se:

$$\delta = \frac{T_{PWM} R_s}{E^2} [hS(T_s - T_a) - \alpha SH] \quad (A1.13)$$

Constata-se, a partir da equação A1.13, que a informação a respeito da variação da grandeza de medição reside na duração do pulso modulado, que

é uma variável temporal. Este fato possibilita a conversão da grandeza física direto para grandeza digital, sem passar por tensões e correntes elétricas analógicas. Adicionalmente, a largura do pulso tem uma relação linear com a temperatura,  $T_a$  e a radiação,  $H$ , o que facilita a medição da radiação e da temperatura, além de simplificar o processo de compensação da temperatura em radiômetros e anemômetros [OLIV, 1997a].

[OLIV,1997b] mostra, analiticamente, que a estrutura da figura A1.2 pode ser utilizada para medir velocidade de fluido com compensação de temperatura utilizando um único sensor. Nessa técnica são utilizados dois resistores que se alternam na polarização de um único sensor em temperaturas diferentes. [FERR, 2000] e [FERR, 2003] confirmou, experimentalmente, essa metodologia, mas utilizou a ponte de Wheatstone configurada como na figura A1.1.

[OLIV, 1998] apresenta uma arquitetura realimentada de radiômetro baseada na teoria de controle. Nessa arquitetura a realimentação é formulada como um problema de controle para ajuste da corrente elétrica através do sensor com a finalidade de manter a temperatura do sensor constante (figura A1.3). O sinal na saída do controlador,  $u(t)$  é proporcional à corrente do sensor elevada ao quadrado,  $I_s^2$  e o sinal  $y(t)$  é proporcional à resistência do sensor,  $R_s$ . O sinal  $u(t)$  é usado para estimar a radiação solar, pois ele reflete a variação necessária para fazer a resistência do sensor se manter igual a um valor de referência, proporcional à  $y_r(t)$ , ou seja, aquele que mantém o sensor à temperatura constante.

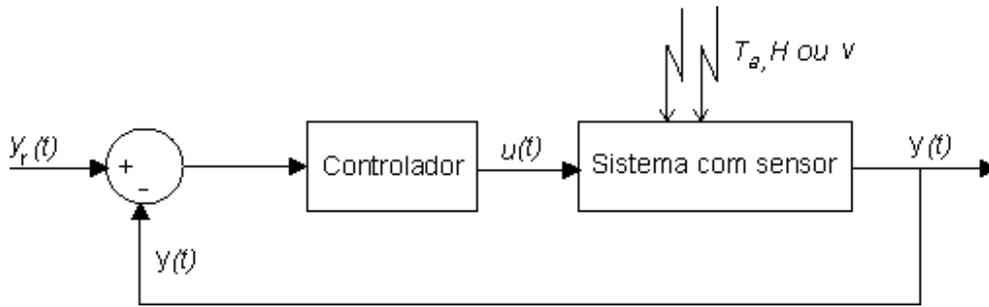


Figura A1.3 Esquema realimentado com  $u(t)$  proporcional à  $I_s^2$  e  $y(t)$  proporcional a  $R_s$ .

Essa técnica também pode ser usada para medir velocidade de fluídos e temperatura. A escolha do controlador também fica por conta da necessidade do projeto, como o implementado por [PALM, 2003] no caso de medição de temperatura, utilizando um controlador proporcional e integral digital, (PI) equivalente ao controlador PI analógico. Nesse caso, como se escolheu utilizar um controlador digital, a grandeza física foi diretamente transformada em grandeza digital e processada internamente num microcomputador.

Em todas configurações discutidas até aqui, as implementações foram obtidas com o sensor como elemento discreto no circuito.

## Anexo II

# Revisão sobre Modulador A/D Sigma-Delta Mono Bit de Primeira Ordem

Os moduladores A/D sigma-delta utilizam sobre-amostragem a partir de um modulador mono-bit ou multi-bit. A função de transferência obtida a partir de sua malha de realimentação pode ser de uma ordem qualquer, como primeira ordem, segunda ordem, ou ordem maior. [LARS, 1988], [WALD, 1990], [EDWA, 1999], [FUJIM, 2000], [WANG, 2002]. Aborda-se, aqui, apenas os moduladores A/D  $\Sigma$ - $\Delta$  mono bit de primeira ordem.

O modulador A/D  $\Sigma$ - $\Delta$  foi desenvolvido, em meados do século XX como uma extensão do modulador Delta, figura AII.1, [INOS, 1963], [CAND, 1992], [AZIZ, 1996] e [PARK, 1998]

Pode-se observar o diagrama de blocos do modulador Delta na figura AII.1a. A modulação Delta utiliza um quantizador de 1-bit no caminho direto entre a entrada do sinal,  $x(t)$ , e a saída deste,  $y(t)$ , e um integrador na malha de realimentação.

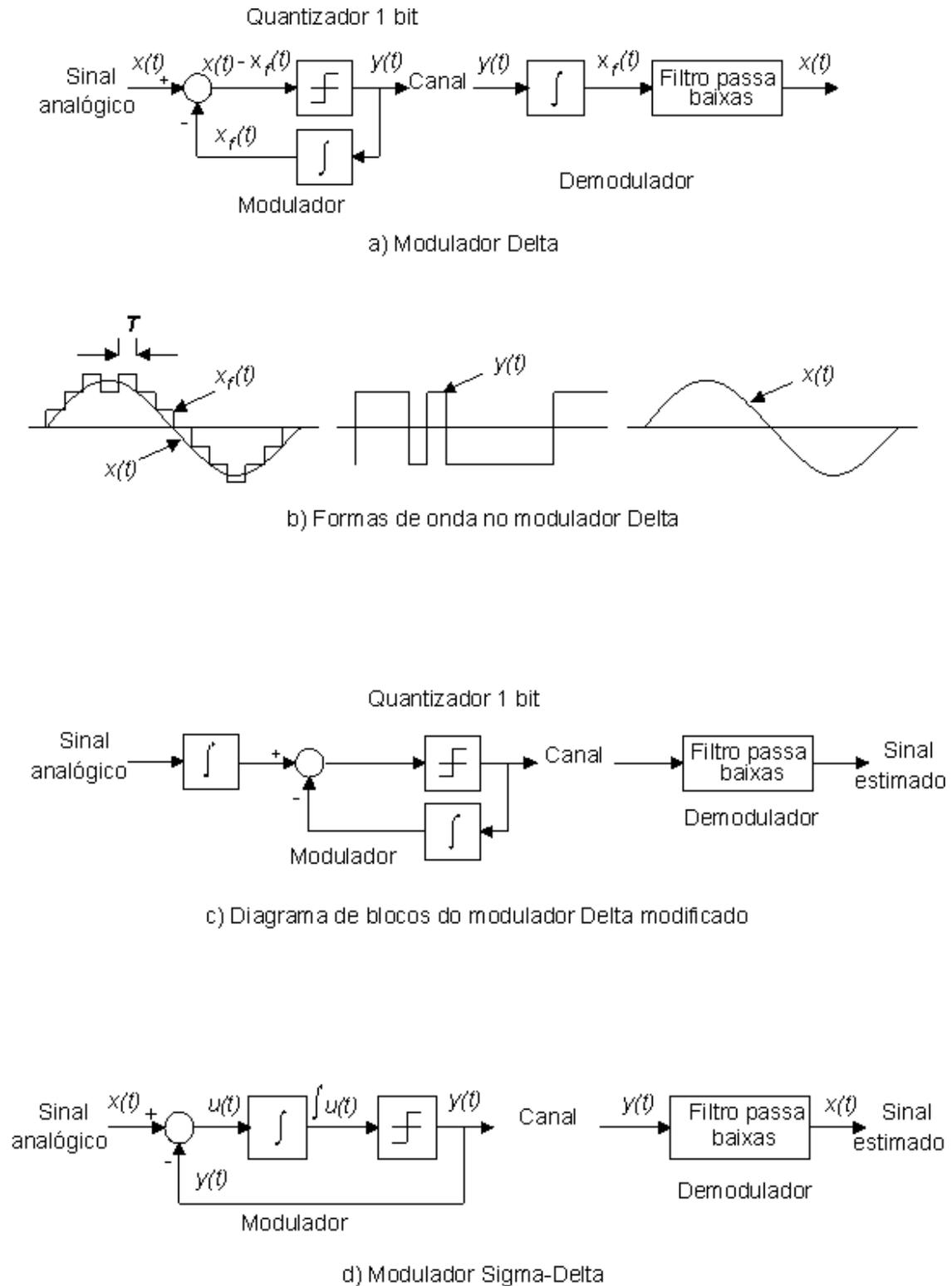


Figura AII.1 Diagrama de conversão do modulador Delta para o modulador Sigma-Delta. Fonte:[PARK, 1998].

O quantizador tem a finalidade de gerar saída positiva se a integral da diferença entre o sinal de entrada e o valor estimado para essa entrada for positivo, e saída negativa, caso contrário.

O integrador é o elemento que gera essa estimativa. No demodulador, o elemento integrador também está presente fazendo papel idêntico ao da malha de realimentação e como resultado da modulação, o sinal modulado  $y(t)$  é um trem de bits que, ao passar pelo integrador, no demodulador, gera uma forma de onda que se aproxima da forma do sinal de entrada. Após a filtragem passa-baixas o sinal original é recuperado.

O modulador Delta requer dois integradores para modulação e demodulação do sinal, como pode ser observado na figura All.1a. Uma vez que a integração é uma operação linear, pode ser movida para antes do modulador (figura All.1c). Além disso, os dois integradores podem ser combinados em um único integrador, no interior da malha, uma vez que a subtração também é uma operação linear,  $\int x(t)dt - \int y(t)dt = \int [x(t) - y(t)]dt$  (figura All.1d). Essa nova arquitetura é chamada de modulador A/D Sigma-Delta.

O nome Sigma-Delta vem do fato de se colocar o integrador, Sigma antes do modulador, Delta.

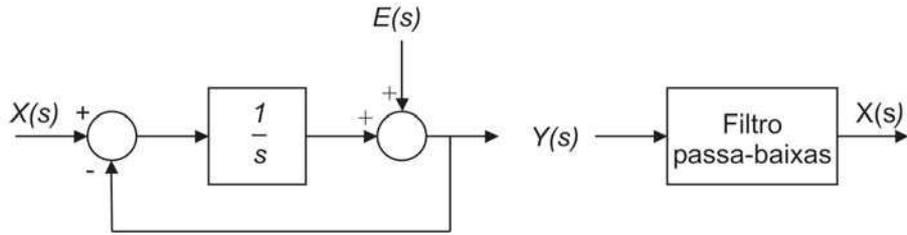


Figura AII.2 Modelo simplificado do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  no domínio  $s$ .

A característica do ruído de quantização desse codificador é dependente da freqüência. A distribuição de ruído pode ser encontrada a partir de um modelo simplificado do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  no domínio  $s$ , como pode ser observado na figura AII.2. Assume-se a suposição de um ruído branco aditivo em substituição ao quantizador binário. A aproximação válida para entrada constante, lenta ou quando a freqüência do sinal é muito menor que a freqüência de amostragem. [GRAY, 1990].

Utilizando o teorema da superposição, a função de transferência do sinal pode ser escrita, quando a entrada do ruído,  $E(s)$ , é zero, como:

$$Y(s) = [X(s) - Y(s)] \cdot \frac{1}{s} \quad (\text{AII.1})$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s+1} \quad (\text{AII.2})$$

em que:

$X(s)$  é o sinal de entrada no domínio da freqüência.

$Y(s)$  é o sinal na saída do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  no domínio da freqüência.

Essa resposta é a de um filtro passa-baixas, figura AII.3(a), o que significa que o sinal é totalmente preservado, desde que sua banda não exceda a freqüência de corte do filtro.

A função de transferência do ruído de quantização, quando a entrada do sinal,  $X(s)$ , é zero, pode ser expressa por:

$$Y(s) = -Y(s)\frac{1}{s} + E(s) \quad (\text{AII.3})$$

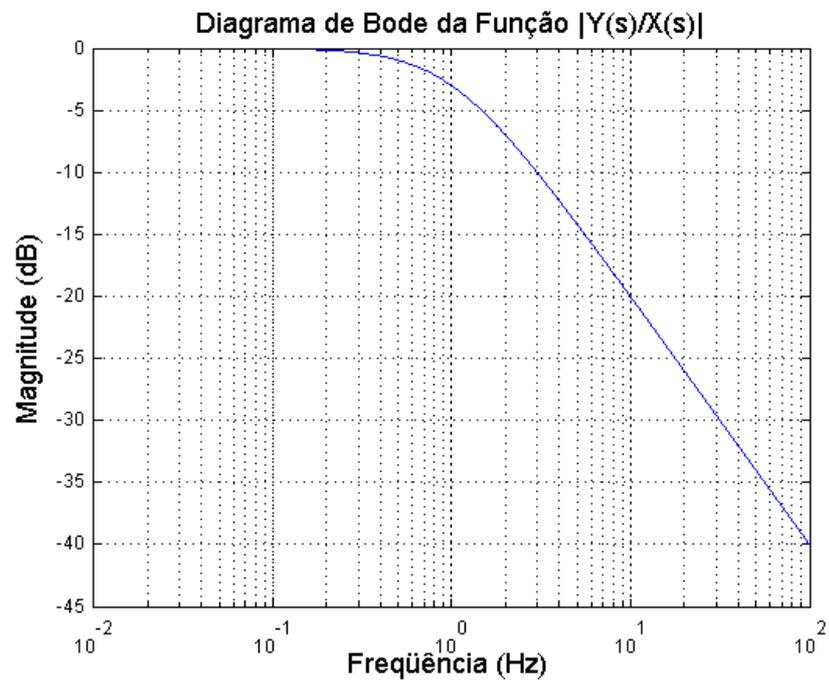
$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{s}{s+1} \quad (\text{AII.4})$$

em que:

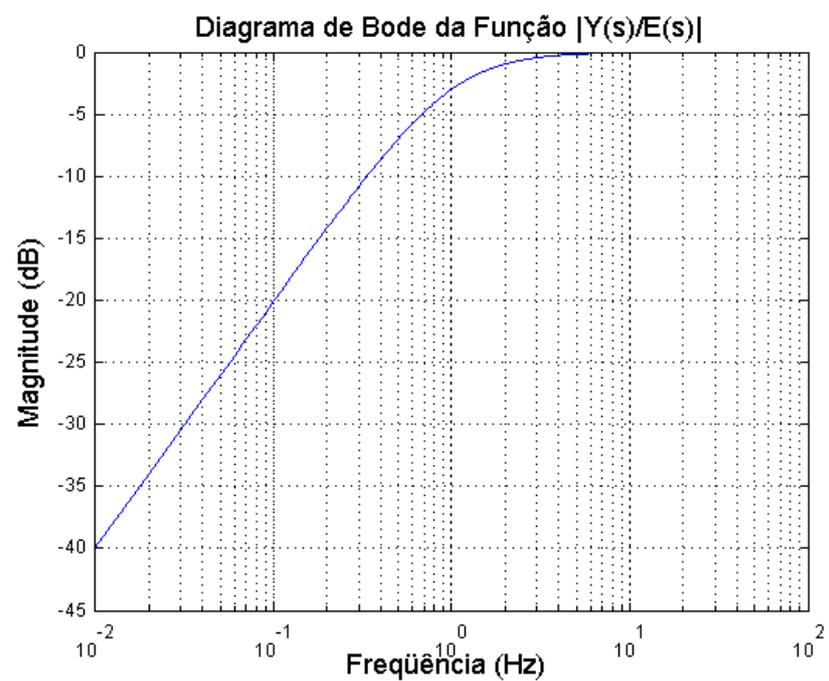
$E(s)$  é o sinal referente ao ruído de quantização no domínio da freqüência.

Essa resposta é a de um filtro passa-altas, o que significa que o modulador atenua o ruído nas baixas freqüências e o amplifica nas altas freqüências, distribuindo o ruído como representado na figura AII.3(b). A utilização de um filtro passa-baixas (dizimador, quando se faz amostrado), após o modulador, tem a função de eliminar o ruído acima da banda do sinal e reduzir a amostragem do sinal para a taxa de Nyquist.

A propriedade de modulação do ruído modelando a sua distribuição em freqüência é interessante para aplicações em processamento de sinais que operem em freqüências médias e baixas.



a) passa-baixas



b) passa-altas

Figura AII.3 Funções de transferência no modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ . (a) Sinal, (b) Ruído.

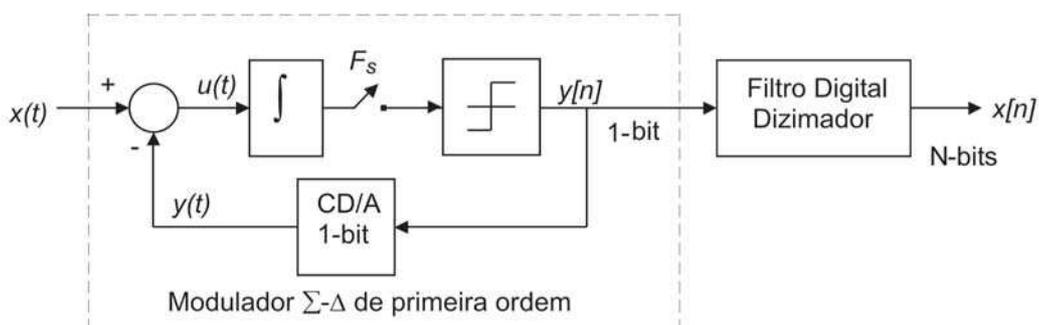


Figura AII.4 Diagrama de blocos de um modulador A/D Sigma Delta mono-bit de primeira ordem.

Alguns exemplos dessas aplicações são: áudio, [GRIL, 1996], engenharia biomédica, [HIER, 1998], [PERR, 2001], eletromecânica, [SPIN, 1997], instrumentação, [VERH, 1995], [LAMM, 2000], [MAKI, 2110a] e [MAKI, 2001b].

Na figura AII.4 observa-se o diagrama de blocos de um modulador A/D  $\Sigma$ - $\Delta$  sobre-amostrado que serve de base para a arquitetura realimentada com sensor termo-resistivo relatada neste trabalho. A região destacada representa o modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  de primeira ordem. Ele consiste de um nó comparador, um integrador e um quantizador de 1-bit no caminho direto e um conversor digital para analógico, (D/A), de 1-bit na malha de realimentação. A saída do modulador contém apenas informações de 1-bit, isto é,  $+V$  e  $-V$ . A saída do modulador,  $y[n]$ , é convertida em  $y(t)$  pelo conversor D/A de 1-bit.

Para analisar o desempenho do modulador no domínio  $z$ , utiliza-se o modelo da figura AII.5.

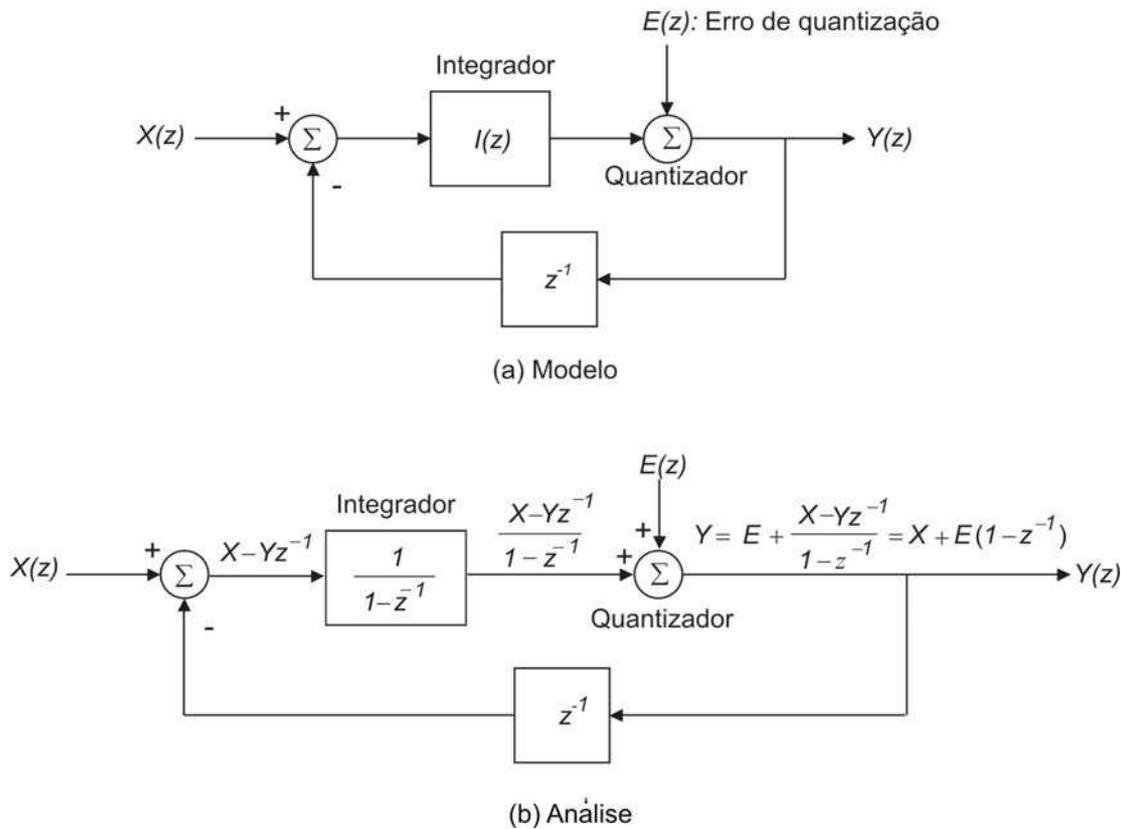


Figura AII.5. Análise no domínio  $z$  do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  de primeira ordem.(a) Modelo  
(b) Análise.

Para simplificar a análise do ruído do quantizador, tradicionalmente fazem-se as seguintes suposições sobre o processo do ruído, [AZIZ, 1996], [CAND, 1992]:

- A seqüência do erro,  $e[n]$ , é a seqüência amostrada de um processo aleatório estacionário.
- $e[n]$  não tem correlação com a seqüência de entrada  $x[n]$ .
- A função densidade de probabilidade do processo do erro é uniforme em toda a faixa do erro de quantização, ou seja, entre  $\pm\Delta/2$ .

- d) As variáveis aleatórias do processo do erro são incorrelatas, isto é, o erro é um processo de ruído branco

A equação (AII.5) representa a função de transferência linearizada de um modulador em código de pulso, PCM, sobre-amostrado.

$$Y(z) = X(z)Q_x(z) + E(z)Q_e(z) \quad (\text{AII.5})$$

em que:

$Q_x(z)$  é a função de transferência do sinal no domínio  $z$ .

$Q_e(z)$  é a função de transferência do ruído no domínio  $z$ .

A função de transferência do integrador ideal é denotada por  $I(z)$  e o conversor D/A ideal tem função de transferência unitária.

A saída modulada é dada por:

$$Y(z) = X(z) + E(z)(1 - z^{-1}) \quad (\text{AII.6})$$

A partir das Equações (AII.5) e (AII.6), observa-se que  $Q_x(z)=1$  e  $Q_e(z)=(1-z^{-1})$ . A saída do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  é uma versão da entrada do sinal somado a um ruído de quantização que foi modelado por um diferenciador de primeira ordem no domínio  $z$ , ou um filtro passa-altas.

No domínio do tempo a equação (AII.6) é escrita como:

$$y[n] = x[n] + e[n] - e[n - 1] \quad (\text{AII.7})$$

em que:

$x[n]$  é a seqüência de amostra que representa o do sinal de entrada.

$e[n]$  é a seqüência de amostra que representa o do sinal de erro.

$e[n-1]$  é a seqüência de amostra que representa o do sinal de erro atrasada de um período de amostragem.

$y[n]$  é a seqüência de amostra que representa o do sinal de saída.

A potência do sinal na saída do conversor  $\Sigma-\Delta$  é a mesma da potência do sinal na entrada, uma vez que  $Q_x(z)=1$ . Tem-se então que:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{xy}^2 \quad (\text{AII.8})$$

em que:

$\sigma_x^2$  é a potência do sinal na entrada.

$\sigma_{xy}^2$  é a potência do sinal na saída.

A potência do ruído do conversor  $\Sigma-\Delta$  de primeira ordem,  $\sigma_{ey}^2$ , no domínio da freqüência, é calculado supondo-se que o sinal de saída tenha sido filtrado por um filtro ideal na freqüência de banda do sinal. Tem-se, então:

$$\sigma_{ey}^2 = \int_{-f_B}^{f_B} |E_y(f)|^2 df \quad (\text{AII.9})$$

Em que  $E_y$  é a densidade espectral do ruído modulado e expressa por:

$$E_y(f) = E(f) \left| 1 - e^{-\frac{j2\pi f}{f_s}} \right| \quad (\text{AII.10})$$

$f_s$  é a freqüência de sobre-amostragem utilizada no conversor  $\Sigma-\Delta$ .

Em que  $E(f)$  é a densidade espectral do ruído branco amostrado na freqüência  $f_s$  de um quantizador à taxa de Nyquist e dado por:

$$E(f) = e_{rms} \sqrt{\frac{1}{f_s}} \quad (\text{AII.11})$$

em que:

$e_{rms}$  é o valor eficaz do ruído de quantização.

Voltando à equação AII.10 tem-se

$$E_y(f) = E(f) \left| 1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right) + j \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right) \right|$$

$$E_y(f) = E(f) \sqrt{\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right)\right)^2 + \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right)}$$

$$E_y(f) = E(f) \sqrt{1 - 2\cos\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right) + \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right)}$$

$$E_y(f) = E(f) \sqrt{2 - 2\cos\left(\frac{2\pi f}{f_s}\right)}$$

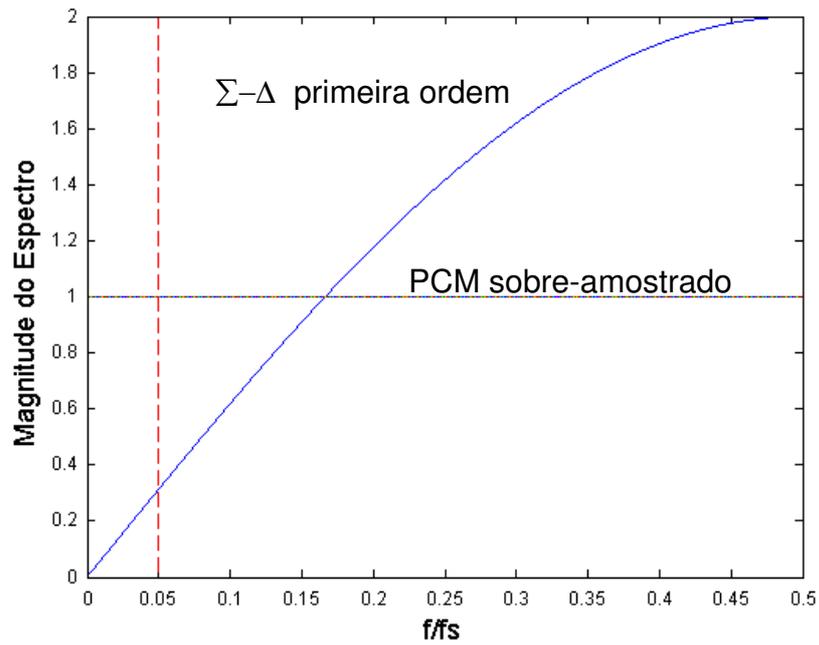
$$E_y(f) = E(f) \sqrt{4\operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi f}{2f_s}\right)}$$

$$E_y(f) = 2E(f) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) \quad (\text{AII.12})$$

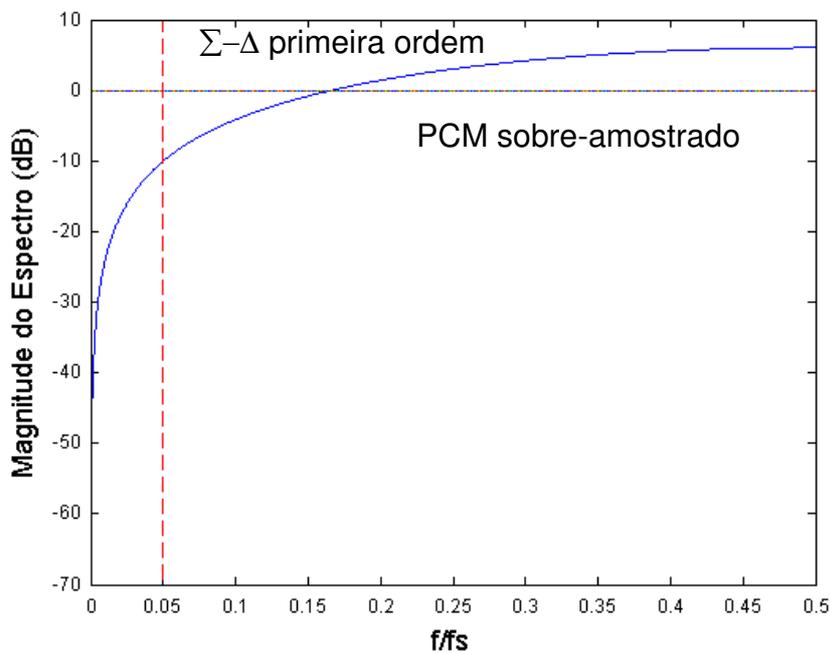
A magnitude do espectro de freqüência do ruído de quantização do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  mono-bit de primeira ordem e do PCM sobre-amostrado podem ser observados na figura AII.6a e os mesmos parâmetros, expressos em decibéis, na figura AII.6b. As magnitudes estão normalizadas em relação a

magnitude do espectro do ruído no PCM sobre-amostrado e o eixo da frequência está normalizado pela frequência de sobre-amostragem. A relação entre a frequência de banda do sinal e a frequência de sobreamostragem é  $f_B=0,05f_s$ . Uma vez que  $Q_e(z)$  contém um zero em  $z = 1$ , isto é, na frequência zero sobre o eixo unitário do plano  $z$ , existe um ganho zero ou atenuação infinita promovida pela função de transferência do ruído de quantização, nessa frequência. Nota-se a elevada atenuação do ruído do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  nas baixas frequências e a relativa amplificação deste nas altas frequências.

No PCM sobre-amostrado o ruído é distribuído igualmente no intervalo entre as frequências que vão de zero até  $f_s/2$ , o que reduz substancialmente o ruído na banda do sinal, pois o ruído fora desta banda pode ser filtrado. No PCM  $\Sigma$ - $\Delta$  o ruído é modelado por um filtro passa-altas de modo que, na banda do sinal de interesse, o ruído é ainda menor e o ruído fora da banda de interesse, apesar de amplificado, pode ser filtrado pelo filtro dizimador.



a) Magnitudes



b) Magnitudes em dB

Figura AII.6 Magnitude do espectro do ruído de quantização do modulador  $\Sigma-\Delta$  de primeira ordem e PCM sobre-amostrado. a) Magnitudes b) Magnitudes em dB.

Substituindo as equações All.11 e All.12 na equação All.9, tem-se:

$$\sigma_{ey}^2 = \int_{-f_B}^{f_B} \frac{4e_{rms}^2}{f_s} \text{sen}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) df$$

Fazendo a mudança de limites da integral

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{8e_{rms}^2}{f_s} \int_0^{f_B} \text{sen}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right) df$$

Considerando que  $f_s \gg f_B$ , com  $f_B$  sendo a frequência de banda do sinal, a função senoidal pode ser aproximada por seu próprio argumento. Tem-se, então:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{8\pi^2 e_{rms}^2}{f_s^3} \int_0^{f_B} f^2 df$$

A potência do ruído modulado médio é dada pela expressão:

$$\sigma_{ey}^2 = \frac{\pi^2 e_{rms}^2}{3} \left(\frac{2f_B}{f_s}\right)^3$$

A relação entre a potência do sinal e a potência do ruído,  $SNR$ , expressa em dB, é escrita como:

$$SNR = 10 \log \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ey}^2} = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \left(\frac{\pi^2}{3}\right) + 30 \log \left(\frac{f_s}{2f_B}\right)$$

Se a razão de sobre-amostragem, ( $OSR$ ), for dada por  $\frac{f_s}{2f_B} = 2^m$ , então:

$$SNR = 10 \log \sigma_x^2 - 10 \log \sigma_e^2 - 10 \log \left(\frac{\pi^2}{3}\right) + 9,03m \quad (\text{All.13})$$

Cada vez que se dobra a razão de sobre-amostragem, ou cada vez que se incrementa  $m$ , a  $SNR$  melhora em  $9,03 \text{ dB}$  ou, equivalentemente, a resolução melhora de  $1,5 \text{ bit}$ , [AZIZ, 1996].

As principais propriedades de um modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  de primeira ordem são [CAND, 1992]:

- Complexidade baixa do circuito.
- Desempenho é pouco sensível aos efeitos das não idealidades do circuito dentre elas o descasamento de componentes ou imperfeições do amplificador.
- Para o quantizador de 1-bit, sua operação é tolerante aos erros dos conversores A/D e D/A.
- O modulador é inerentemente estável, desde que não haja atraso excessivo na malha de realimentação ou que não haja erro excessivo no ganho e na fase do integrador.
- A faixa de entrada do sinal é larga em amplitude.

Essas propriedades são interessantes quando se deseja obter um circuito com sensor integrado que forneça saída já na forma digital.

Algumas arquiteturas de micro-sensor utilizando sensor térmico dentro da arquitetura de um modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  foram desenvolvidas para medição de velocidade e direção de fluídos, [VERH, 1995], [CAST, 1998], [LAMM, 2000], [MAKI, 2001a], [MAKI, 2001b].

## Anexo III

### Revisão sobre Micro-sensores

A técnica do uso de sensores embutidos na arquitetura do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  com fins de integração do elemento sensor, circuito de condicionamento e conversão A/D numa mesma pastilha de circuito integrado foi introduzida por [LEME, 1992] no seu trabalho com sensor para medição de umidade e fluxo magnético utilizando tecnologia Metal-Óxido-Silício Complementar, (CMOS).

Nesse trabalho ele sugeria a mudança na estrutura convencional de interface do sensor, figura AIII.1, para uma interface em que o processamento do sinal era feito na maior parte por processamento digital do sinal além de um acoplamento ótimo para o sensor, figura AIII.2.

O elemento sensor para medição de umidade é um capacitor e para medição de fluxo magnético é um transistor magnético. Como resultado dessa proposição surgiram outros micro-sensores para diversas aplicações, como enfatizado no capítulo 1 de introdução e neste anexo.

O interesse desse trabalho são as arquiteturas  $\Sigma$ - $\Delta$  que utilizam sensores de efeito térmico.

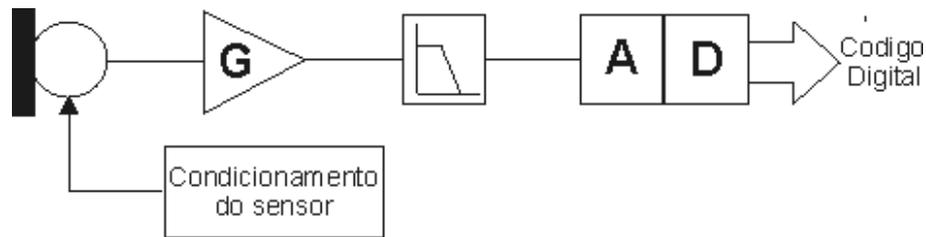


Figura AIII.1 Arquitetura convencional de interface para sensor. Fonte: [LEME, 1992]



Figura AIII.2 Arquitetura de interface em que a maior parte do processamento do sinal é digital com acoplamento ótimo para o sensor. Fonte: [LEME, 1992]

Uma das primeiras estruturas de micro-sensor com princípios térmicos utilizando modulação  $\Sigma$ - $\Delta$  é o trabalho de [VERH, 1995], figura AIII.3. Utilizando tecnologia bipolar padrão e tecnologia CMOS ele desenvolve dois medidores de velocidade de fluxo utilizando duas termopilhas como sensor e resistores como aquecedores. As termopilhas operam em níveis diferentes de temperatura acima da temperatura absoluta interna de referência do circuito integrado bem como da temperatura do meio. O circuito possui um multiplexador para ficar chaveando a tensão entre os terminais das termopilhas. O circuito possui também um sensor para medir a temperatura absoluta interna de referência do circuito integrado para compensar os efeitos de segunda ordem da temperatura. A diferença entre os pulsos na saída do modulador é uma medida da velocidade do fluido independente da temperatura do meio.

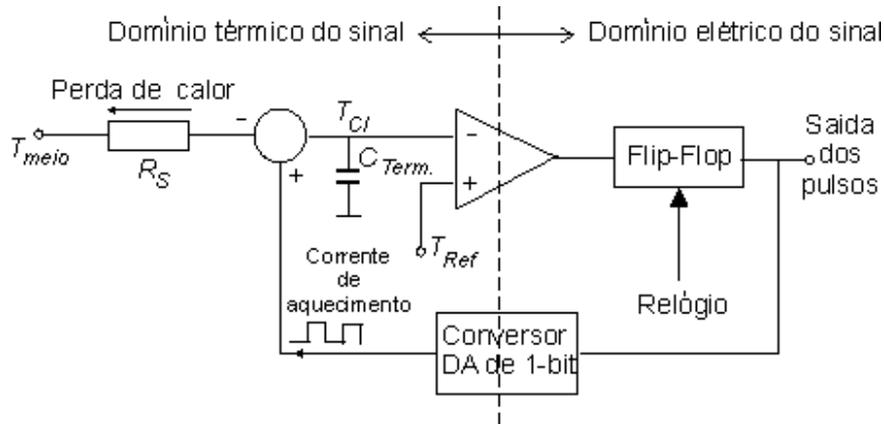


Figura AIII.3 Diagrama de blocos do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  térmico. Fonte: [VERH, 1995]

Na figura AIII.3 pode-se observar o diagrama de blocos de modulador  $\Sigma$ - $\Delta$  térmico, assim chamado pelos autores. A razão desse nome é porque o sistema opera no modo de diferença de temperatura constante e a realimentação, para a manutenção da diferença de temperatura das termopilhas constante, é feita de forma indireta pela transferência de calor, por condução, através do corpo do CI, devido ao aquecimento dos aquecedores (malha de realimentação). Portanto são dois os processos envolvidos nesse caso: um térmico-elétrico em que a energia térmica das termopilhas é transformada em energia elétrica quando da passagem do fluido através destas, e outro elétrico-térmico em que a energia elétrica resultante da passagem de corrente pulsada realimentada injetada nos aquecedores é transformada em energia térmica na termopilha pelo aquecimento indireto desta.

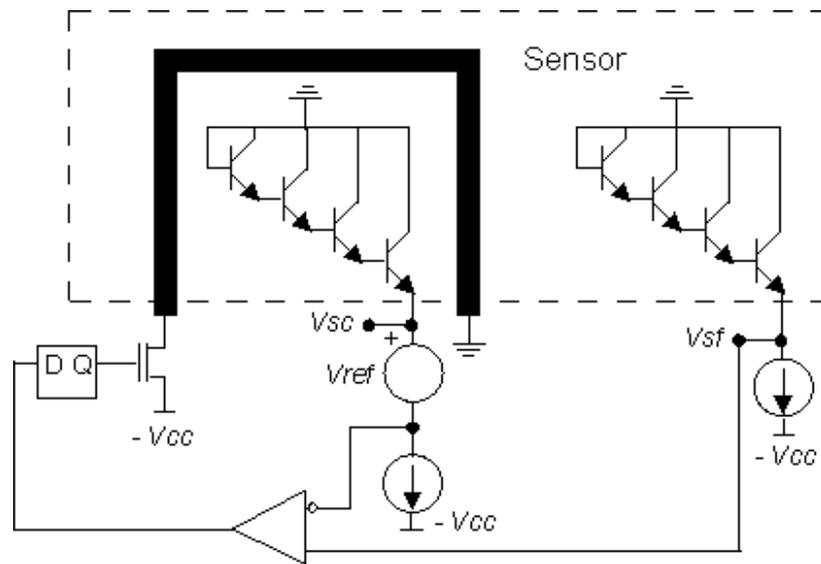


Figura AIII.4 Circuito do sensor. Fonte: [CAST, 1998]

O circuito da figura AIII.4 apresentado por [CAST, 1998] é outra arquitetura de sensor, para medição de velocidade de fluídos, integrado na malha do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ . O sistema funciona de forma semelhante ao anterior. A diferença está no elemento sensor, que é formado por um conjunto de transistores configurados em coletor comum.

O circuito é construído com tecnologia CMOS, o transistor de potência que alimentava o aquecedor que foi fabricado utilizando a tecnologia Metal-Óxido-Silício, MOS.

[LAMM, 2000] apresenta uma arquitetura de um oscilador térmico, baseado na ponte de Wheatstone, também para medição de velocidade de fluídos, figura 3.11. A intenção do autor é fazer uma comparação entre os métodos de medição à potência constante e à temperatura constante e de introduzir um novo método de medição pela diferença de temperatura igual à zero, que possibilita não só a medição da velocidade como a direção do fluído

com algumas vantagens sobre o método da diferença de temperatura constante e que ele denomina de balanço de temperatura, TB. Nesse método utiliza-se 4 sensores distribuídos em forma de um quadrado [MULL,1995], ou seja, deve haver simetria entre eles. Os sensores são aquecidos à mesma temperatura para velocidade do fluido igual a zero. Se a passagem do fluido modifica o balanço de temperatura em algum ponto do sensor, o sistema vai atuar nos aquecedores para gerar potência térmica suficiente para eliminar o gradiente de potência térmica gerado pela passagem fluido no CI, reconstituindo a distribuição uniforme de potência através de todos os sensores.

Resumindo, no método do balanço de temperatura, a saída do sensor é derivada da distribuição das potências de aquecimento entre os dois pares aquecedor/sensor.

Segundo o autor, tanto no método da potência constante, como no da temperatura constante ou como no do balanço de temperatura constante, a sensibilidade da resposta do sensor para variação da temperatura do fluido pode ser bastante reduzida se em toda a faixa de medição as sensibilidades dos sensores forem iguais. Em todos os métodos, menos no do balanço de temperatura constante, esse fato implica em que a sensibilidade dependente de temperatura não é permitida, o que significa que as funções de transferência dos sensores devem ser lineares.

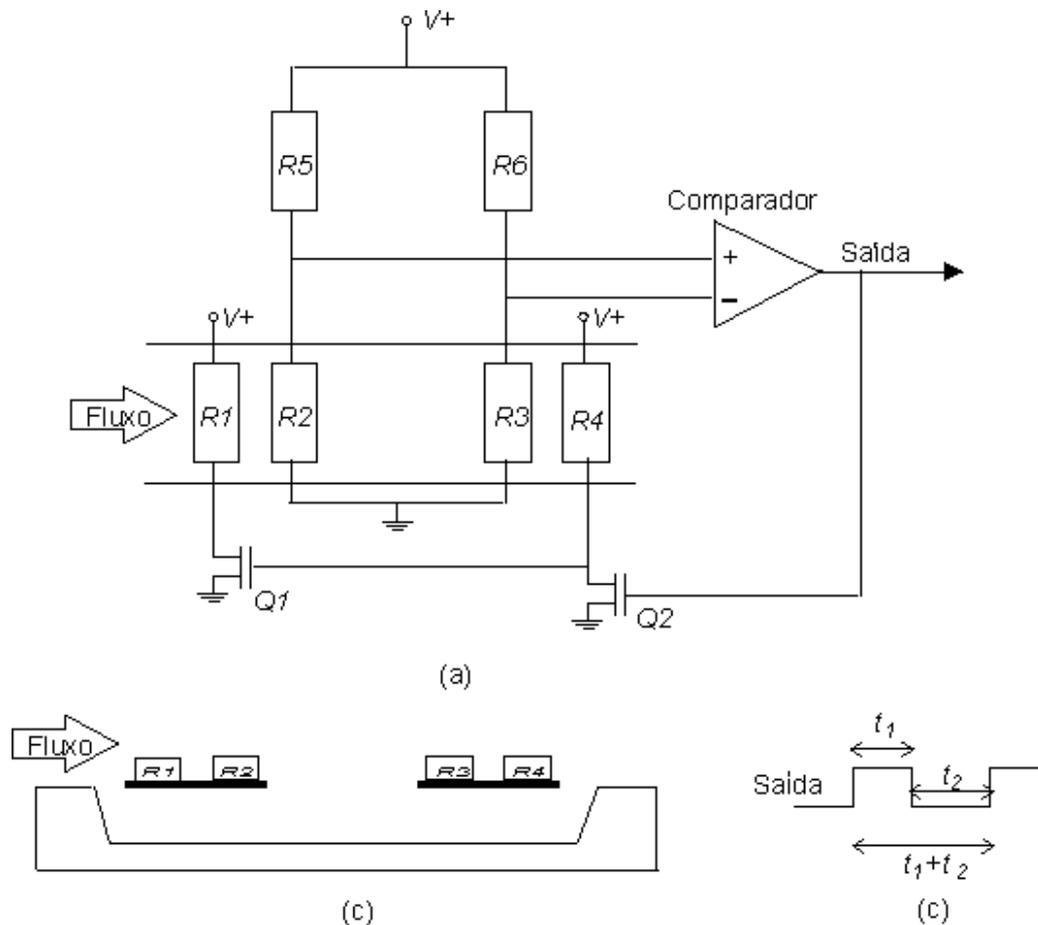


Figura AIII.5 (a) Diagrama do oscilador térmico usando método do balanço de temperatura (b) Seção transversal do micro-sensor (c) Sinal de saída. Fonte: [LAMM, 2000]

Ainda segundo o autor, no método do balanço de temperatura a simetria entre os elementos sensores é mantida. Isto significa que sensores de temperatura com funções de transferência iguais e dependentes de temperatura são permitidos, mesmo os não lineares. Isto possibilita a utilização de uma gama de materiais até então desprezados, por serem fortemente não lineares, apesar de proverem boa simetria.

O sinal de saída  $((t_1 - t_2) / (t_1 + t_2))$  é a representação direta de  $\Delta P / P_t$ , figura AIII.5, em que:

$t_1$  é o tempo que o transistor  $Q_1$  fica ligado.

$t_2$  é o tempo que o transistor  $Q_2$  fica ligado.

$P_t = P_1 + P_2$  é a potência total aplicada aos dois aquecedores  $R_1$  e  $R_4$ .

$\Delta P$  é o gradiente de potência resultante compensado.

[MAKI, 2001a] apresenta uma arquitetura de micro-sensor para medição de velocidade e direção de fluídos baseada no trabalho de [MULL,1995], mas ainda utilizando o método de medição à diferença de temperatura constante, figura AIII.6.

A disposição simétrica, dos quatro sensores, e suas interligações cruzadas possibilitaram o aumento da sensibilidade, sendo ela máxima quando os resistores  $R_1=R_3$  e  $R_2=R_4$ .

Logo depois, [MAKI, 2001b], aproveitando-se do trabalho de [LAMM, 2000], apresenta o mesmo sensor do trabalho anterior, [MAKI, 2001a], operando no modo de balanço de temperatura, figura AIII.7. O sensor é construído com tecnologia CMOS e as termopilhas são formadas por regiões  $p^+$  dopadas com alumínio sobre uma camada  $n$  isolada eletricamente pela polarização reversa da junção  $p^+n$  assim formada.

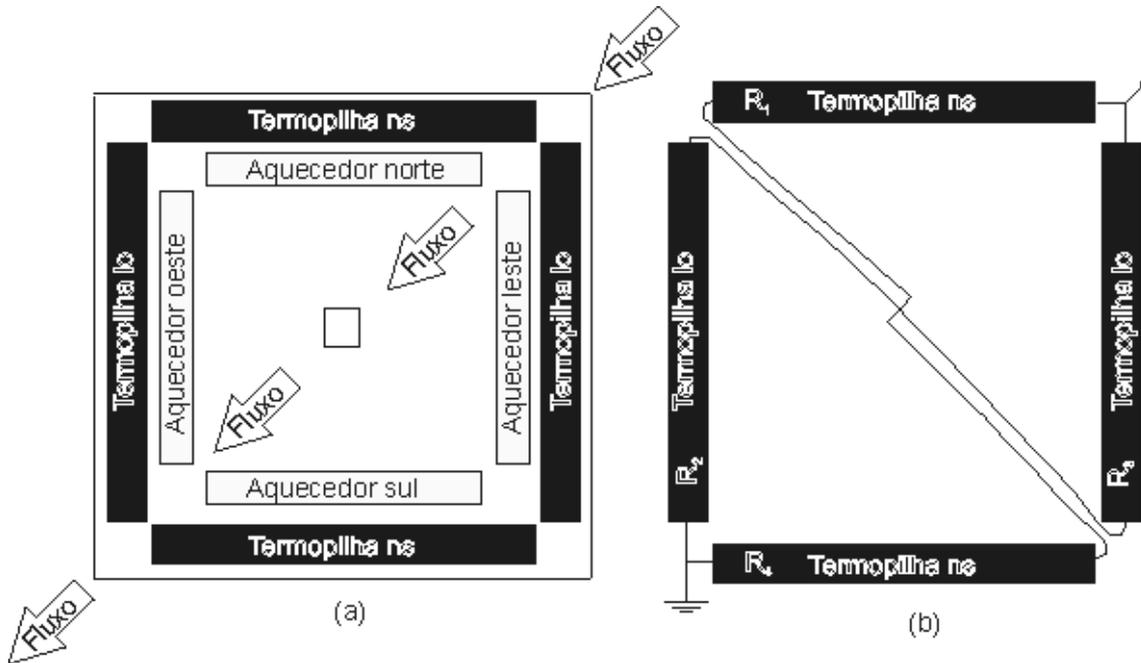


Figura AIII.6 Sensor térmico (a) Diagrama do sensor (b) Esquema de ligação das termopilhas. Fonte: [MAKI, 2001a]

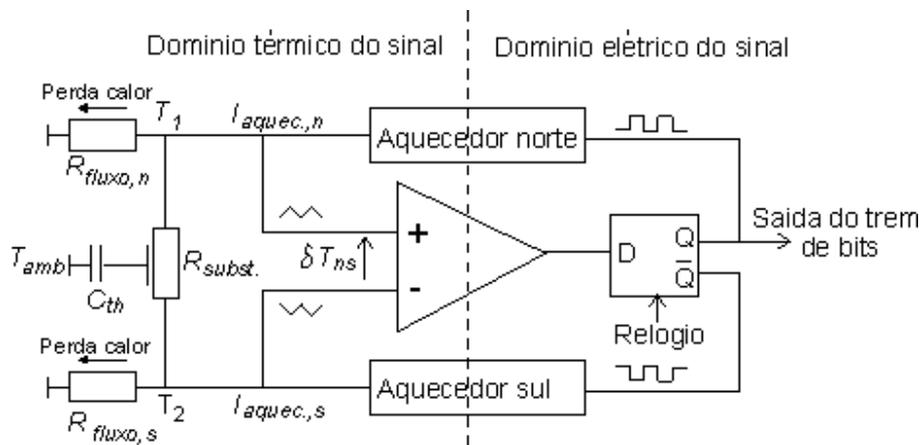


Figura AIII.7 Diagrama de blocos do modulador  $\Sigma-\Delta$  térmico norte-sul. Fonte: [MAKI, 2001b]

Para os dois micro-sensores dos trabalhos [MAKI, 2001a], [MAKI, 2001b], a temperatura do CI é medida através de um diodo central, figura AIII.6. Os resultados obtidos pela última arquitetura apresentaram exatidão maior que 5% na medição da velocidade do fluido e de 2% na medição da

direção do fluxo, o tempo de resposta, entretanto, é maior que o do micro-sensor anterior, [MAKI, 2001a], que é de *20 ms*.

Como é possível notar, os micro-sensores que utilizavam modulação  $\Sigma$ - $\Delta$  térmica são aplicados para a medição de velocidade e direção de fluidos. Na literatura não foi encontrada nenhuma aplicação para medição de radiação solar.

A realimentação dos sensores de fluxo se processava de forma indireta utilizando-se aquecedores que recebiam corrente resultante da realimentação. Estes se aqueciam e produziam aquecimento do corpo de sensor que, por condução, levavam esse calor até os sensores de fluxo, determinando o retorno da condição de equilíbrio que era função do método de polarização do sensor utilizado.

## **Apêndice I**

### **Deduções Matemáticas Auxiliares**

## Apl.1 Do capítulo 2 – página 28

A integral, no domínio discreto, pode ser representada pelas funções:

$$I(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \quad (\text{Apl.1})$$

ou

$$I(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (\text{Apl.2})$$

No modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$  discreto, se a integral for representada pela segunda expressão é necessário incluir um retardo no caminho de realimentação deste modulador para que as arquiteturas sejam equivalentes.

Verificação:

a) Com a equação (Apl.1)

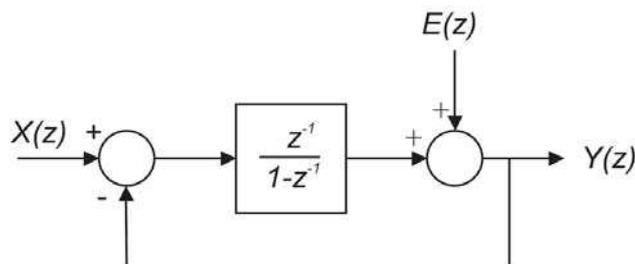


Figura Apl.1 Modelo linearizado do modulador  $\Sigma\text{-}\Delta$ , mono bit, primeira ordem, amostrado no tempo com integrador representado pela equação (Apl.1).

$$Y(z) = \frac{\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}}{1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}} X(z) + \frac{1}{1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}} E(z)$$

$$Y(z) = \frac{z^{-1}}{1-z^{-1} + z^{-1}} X(z) + \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-1} + z^{-1}} E(z)$$

$$Y(z) = z^{-1} X(z) + 1 - z^{-1} E(z) \tag{Apl.3}$$

b) Com a equação (Apl.2)

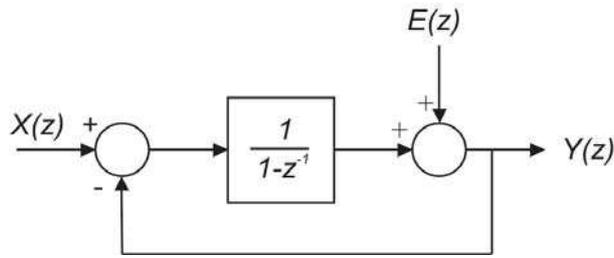


Figura Apl.2 Modelo linearizado do modulador  $\Sigma$ - $\Delta$ , mono bit, primeira ordem, sobre-amostrado no tempo, com integrador representado pela equação (Apl.2) e sem o retardo no caminho de realimentação deste.

$$Y(z) = \frac{\frac{1}{1-z^{-1}}}{1 + \frac{1}{1-z^{-1}}} X(z) + \frac{1}{1 + \frac{1}{1-z^{-1}}} E(z)$$

$$Y(z) = \frac{z^{-1}}{2-z^{-1}} X(z) + \frac{1-z^{-1}}{2-z^{-1}} E(z) \tag{Apl.4}$$

As equações (Apl.3 e Apl.4), portanto, não são equivalentes.

- c) Com a equação (Apl.2) e o retardo no caminho de realimentação do modulador  $\Sigma-\Delta$ .

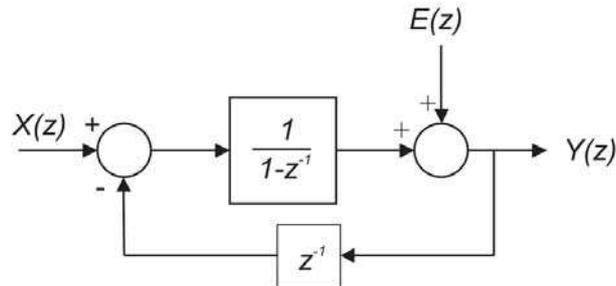


Figura Apl.3 Modelo linearizado do modulador  $\Sigma-\Delta$ , mono bit, primeira ordem, sobre-amostrado no tempo com integrador representado pela equação (Apl.2) e com o retardo no caminho de realimentação deste.

$$Y(z) = \frac{\frac{1}{1-z^{-1}}}{1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}} X(z) + \frac{1}{1 + \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}} E(z)$$

$$Y(z) = \frac{\frac{1}{1-z^{-1}}}{\frac{1-z^{-1} + z^{-1}}{1-z^{-1}}} X(z) + \frac{1}{\frac{1-z^{-1} + z^{-1}}{1-z^{-1}}} E(z)$$

$$Y(z) = X(z) + 1 - z^{-1} E(z) \tag{Apl.5}$$

As equações (Apl.3 e Apl.5), portanto, são equivalentes. mas na equação Apl.5 as amostras de  $X(z)$  estão no mesmo tempo de  $Y(z)$ .

## Apl.2 Do capítulo 3 – página 90

Se  $\left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\}^*$  é equivalente à:

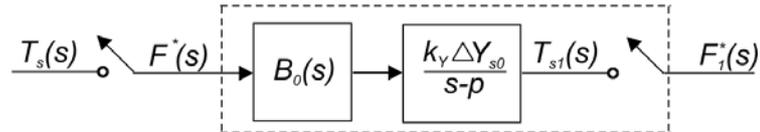


Figura 3.3 Diagrama de blocos referente à parte da malha do modulador  $\Sigma-\Delta$  com sensor.

ou,



Figura Apl.4 Destaque da figura 3.3

Então, pode-se dizer que:

$$F_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0} B_0(s)}{s-p} F^*(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} = (1-z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} F(z)$$

Verificação:

$$TF(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s-p} \frac{1-e^{-st}}{s} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\}$$

$$TF(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} - \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ e^{-st} \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\}$$

Uma vez que:

$$\mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ e^{-st} g(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} = g(t - T_s)$$

com

$$g(s) = \mathfrak{L}^{-1}\{g(t)\}$$

assim

$$TF(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-st}}{s} \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s - p} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} = \mathbf{Z} \{g_1(kT_s) - g_1(kT_s - T_s)\}$$

então

$$TF(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-st}}{s} \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s - p} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} = G_1(z) - z^{-1}G_1(z) = (1 - z^{-1})G_1(z)$$

com

$$G_1(z) = \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s - p} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\}$$

logo

$$TF(z) = (1 - z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s - p} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\}$$

finalmente,

$$F_1(z) = TF(z)F(z) = (1 - z^{-1}) \mathbf{Z} \left\{ \mathfrak{L}^{-1} \left\{ \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s - p)} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} F(z)$$

**Apl.3 Do capítulo 3 – página 91**

Expansão em frações parciais:

$$\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} = \frac{c_0}{s} + \frac{c_1}{s-p}$$

em que:

$$c_0 = \left. \frac{k_Y \Delta Y_{s0} s}{s(s-p)} \right|_{s=0} = \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{(-p)}$$

e

$$c_1 = \left. \frac{k_Y \Delta Y_{s0} (s-p)}{s(s-p)} \right|_{s=p} = \frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} = -c_0$$

assim

$$\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{s(s-p)} = \left( -\frac{k_Y \Delta Y_{s0}}{p} \right) \left[ \frac{1}{s} - \frac{1}{s-p} \right]$$

## **Apêndice II**

### **Listagem dos Programas**

## Appl.1 Programa 1

```

function [Num,Den]=FIRKaiser(BFreqPB,BFreqSB,PBRipple,SBAtt,SRate)
%Prototipo:
[Num,Den]=FIRKaiser(BFreqPB,BFreqSB,PBRipple,SBAtt,SRate)=FIRKaiser(BFreqP
B,BFreqSB,PBRipple,SBAtt,SRate)
%
%Nome da funcao: FIRKaiser.
%
%Descricao: projeto de filtros digitais FIR, atraves do metodo do ajanelamento. Retorna
os coeficientes do filtro utilizando a janela de Kaiser.
%
%Parametros de entrada:
% BFreqPB: frequencia de borda, em Hz, da banda de passagem.
% BFreqSB: frequencia de borda, em Hz, da banda de rejeicao.
% PBRipple: ripple maximo permitido na banda de passagem, em dB.
% SBAtt: atenuacao minima permitida na banda de rejeicao, em dB.
% SRate: frequencia de amostragem, em amostras por segundo.
%
%Parametros de saida:
% Num: numerador da funcao de transferencia.
% Den: denominador da funcao de transferencia.

%Define parametros intermediarios.
COffFreq=BFreqPB;
TBWidth=BFreqSB-BFreqPB;
%
%Define o parametro A.
A=-20*log10(min(10^(PBRipple/20)-1,10^(-SBAtt/20)));
%
%Define a largura normalizada da banda de transicao.
TBWidthn=TBWidth/SRate;
%
%Obtem os coeficientes do filtro.
if (A>7.95)
    %Calcula a ordem do filtro.
    N=ceil((A-7.95)/(14.36*TBWidthn));
    %
    %Define o parametro Beta.
    if (A<=21)
        Beta=0.0;

```

```

else
  if (A<50)
    Beta=0.5842*(A-21)^0.4+0.07886*(A-21);
  else
    Beta=0.1102*(A-8.7);
  end
end
%

%Calcula a funcao de ajanelamento.
h=asckaiser(N,Beta)';
%
end
%

%Gera o vetor n para a resposta ao impulso e as funcoes de resposta ao impulso.
fc=(COFFfreq+TBWidth/2)/SRate;
if (isciseven(N))
  n=0.5:1:((N-1)/2);
else
  n=0:1:((N-1)/2);
end
s=2*fc*sinc(2*n*fc);
%

%Multiplica a janela pela resposta ao impulso.
if (isciseven(N))
  h((N/2+1):N)=h((N/2+1):N).*s(1:(N/2));
  h(1:(N/2))=fliplr(h((N/2+1):N));
else
  h(((N+1)/2):N)=h(((N+1)/2):N).*s(1:(N+1)/2);
  h(1:((N-1)/2))=fliplr(h(((N+3)/2):N));
end
%

%Define o numerador e o denominador da funcao de transferencia.
Num=h;
Den=zeros(1,N);
Den(1)=1;
%
```

## Apl.2 Programa 2

```

function w=asckaiser(N,Beta)
%Prototipo: w=asckaiser(N,Beta)
%
%Nome da funcao: asckaiser.
%
%Descricao: cria uma janela de kaiser.
%
%Parametros de entrada:
% N: tamanho da janela.
% Beta: parametro que determina o decaimento das bordas (Beta=0 corresponde a
janela retangular).
%
%Parametros de saida:
% w: a janela.

%Checa a quantidade de argumentos.
error(nargchk(2,2,nargin));
%

%Define o vetor de pontos e calcula a janela.
if (isciseven(N))
    n=0.5:1:((N-1)/2);
    w=besseli(0,Beta*(1-(2*n/(N-1)).^2).^5)/besseli(0,Beta);
    w=[fliplr(w) w]';
else
    n=0:1:((N-1)/2);
    w=besseli(0,Beta*(1-(2*n/(N-1)).^2).^5)/besseli(0,Beta);
    w=[fliplr(w(2:end)) w]';
end
%
```

### **Apl.3 Programa 3**

```
function Flag=asciseven(Num)
%Prototipo: Flag=asciseven(Num)
%
%Nome da funcao: asciseven.
%
%Descricao: determina se a parte inteira do numero passado eh par.
%
%Parametros de entrada:
% Num: numero a se determinar se a parte inteira eh par.
%
%Parametros de saida:
% Flag: 0 se o numero for impar e 1 se for par.

%Checa a quantidade de argumentos.
error(nargchk(1,1,nargin));
%

%Verifica se e par.
Num=fix(Num);
Flag=(Num/2-fix(Num/2))==0;
%
```

## Apl.4 Programa 4

%Radiometro

% Resposta em frequencia do sinal de erro E(s) e do sinal de radiação H(s)  
 % e sinal de temperatura do meio Ta(s) para o modulador sigma-delta  
 % com sensor em corrente continua dominio s

% Dados do sensor

AlfaS=19e-6; Beta=3.85e-3; Gth=298.2e-5; Cth=430.6e-4;

% Ponto de operação

Tso=50; Tao=24; Ho=800;

% Faixa de medição de H e faixa estimada de variação da temperatura

Tamax= 24.5; Tamin=23.5;

Hmax=1600; Hmin=0;

% Resistencia do sensor no ponto de operação

Ro=102.48; Rso=Ro\*(1+Beta\*Tso);

% Corrente de sensor elevada ao quadrado do ponto de operação

Yso=(Gth\*(Tso-Tao)-AlfaS\*Ho)/Rso;

% Variação da corrente do sensor elevado ao quadrado

DYso=(Gth\*((Tamax-Tamin)/2)+AlfaS\*((Hmax-Hmin)/2))/Rso;

% Coeficientes do modelo de pequenos sinais do sensor

kH=AlfaS/Cth; kTa=Gth/Cth; kY=Rso/Cth;

% Polo do sensor

p=-((Gth-(Beta\*Ro\*Yso))/Cth)

% Polo do modulador sigma-delta com sensor

psr=kY\*DYso-p

% Frequencia de sobre-amostragem usada na simulação

fs=40;

% Frequencia angular de sobre-amostragem

pfs=fs\*2\*pi;

% Periodo de sobre-amostragem

Ts=1/fs;

```

%
%Numeradores e denominadores da função de transferencia do modulador
%

% Erro de quantização
nume=[1,-p]; dene=[1,psr];

% Temperatura do meio
numTa=kTa; denTa=[1,psr];

% Radiação solar
numH=kH; denH=[1,psr];

%
%Funções de transferencia
%
% Erro de quantização
Hte=tf(nume,dene)

% Temperatura do meio
HTa=tf(numTa,denTa)

% Radiação solar
HH=tf(numH,denH)

%Determinação do Diagrama de Bode

w=0.0001:0.0001:(pfs/2);
f=w./(2*pi);
%
% Magnitude em dB
%

% Erro de quantização
ETF=20*log10(sqrt((p^2+w.^2))./sqrt((psr^2+w.^2)));

% Temperatura do meio
TaTF=20*log10(sqrt((kTa^2))./sqrt((psr^2+w.^2)));

% Radiação solar
HTF=20*log10(sqrt((kH^2))./sqrt((psr^2+w.^2)));

%
% Fase em Graus
%
```

```

% Erro de quantização
FETF=(180/pi).*atan(((p+psr).*w)/((-p*psr)+w.^2));

% Temperatura do meio
FTaTF=(180/pi).*atan(-w/psr);

% Radiação solar
FHTF=(180/pi).*atan(-w/psr);

%
%Plota grafico polo-zero da funcao de transferencia do ruido e de Ta
%
% Usando a função Bode do Matlab

figure(1),bode(Hte,{0.001,pfs/2})
figure(2),bode(HTa,{0.001,pfs/2})
figure(3),bode(HH,{0.001,pfs/2})

% Usando as expressoes do modulo e fase determinados anteriormente

figure(4),plot(f,ETF)
figure(5),plot(f,TaTF)
figure(6),plot(f,HTF)
figure(7),plot(f,FETF)
figure(8),plot(f,FTaTF)
figure(9),plot(f,FHTF)

```

## Apl.5 Programa 5

```

% Radiometro

% Resposta em frequencia do sinal de erro E(s) e do sinal de radiação H(s)
% e sinal de temperatura do meio Ta(s) para o modulador sigma-delta
% com sensor em corrente continua dominio z
%

%
% Dados do sensor
AlfaS=19e-6; Beta=3.85e-3; Gth=298.2e-5; Cth=430.6e-4;

% Ponto de operação
Tso=50; Tao=24; Ho=800;

% Faixa de medição de H e faixa estimada de variação da temperatura
Tamax= 24.5; Tamin=23.5;
Hmax=1600; Hmin=0;

% Resistencia do sensor no ponto de operação
Ro=102.48; Rso=Ro*(1+Beta*Tso);

% Corrente de sensor elevada ao quadrado do ponto de operação
Yso=(Gth*(Tso-Tao)-AlfaS*Ho)/Rso;

% Variação da corrente do sensor elevado ao quadrado
DYso=(Gth*((Tamax-Tamin)/2)+AlfaS*((Hmax-Hmin)/2))/Rso;

% Coeficientes do modelo de pequenos sinais do sensor
kH=AlfaS/Cth; kTa=Gth/Cth; kY=Rso/Cth;

% Polo do sensor
p=-((Gth-(Beta*Ro*Yso))/Cth)

% Polo do modulador sigma-delta com sensor
psr=kY*DYso-p

% Frequencia de sobre-amostragem usada na simulação
fs=40;

% Frequencia angular de sobre-amostragem
pfs=fs*2*pi;

```

```

% Período de sobre-amostragem
Ts=1/fs;

% Zero da função de transferência do erro de quantização
zsrz=exp(p*Ts)

% Polo do modulador sigma-delta com sensor
psrz=((kY*DeltaYso)/p)*(1-zsrz)+zsrz

%
% Numeradores e denominadores da função de transferência do modulador
%
% Erro de quantização
nez=[1,-zsrz]
dez=[1,-psrz]

% Radiação solar
nHz=((-kH/p)*(1-exp(p*Ts)))*[0,1]
dHz=[1,-psrz]

% Temperatura do meio
nTaz=((-kTa/p)*(1-exp(p*Ts)))*[0,1]
dTaz=[1,-psrz]

%
% Funções de transferência
%
% Erro de quantização
Hte=tf(nez,dez,Ts)

% Radiação solar
HH=tf(nHz,dHz,Ts)

% Temperatura do meio
HTa=tf(nTaz,dTaz,Ts)

%Determinação do Diagrama de Bode

% Faixa da frequência angular
w=0.01:0.01:(pfs/2);

% Faixa de frequências
f=w./(2*pi);

% Magnitude em dB

```

```

% Erro de quantização
a=(cos(w.*Ts)-zsrz).^2+(sin(w.*Ts)).^2;
b=(cos(w.*Ts)-psrz).^2+(sin(w.*Ts)).^2;
ETFz=20*log10(sqrt((a./b)));

% Radiação solar
a=abs((-kH/p)*(1-exp(p*Ts)));
b=sqrt((cos(w.*Ts)-psrz).^2+(sin(w.*Ts).^2));
HTFz=20*log10(a./b);

% Temperatura do meio
a=abs((-kTa/p)*(1-exp(p*Ts)));
TaTFz=20*log10(a./b);

% Fase em Graus

% Erro de quantização
c=(zsrz-psrz).*(sin(w.*Ts));
d=((1+(zsrz*psrz))-(zsrz+psrz).*cos(w.*Ts));
FETF=(180/pi).*atan(c./d);

% Radiação solar
FHTF=(180/pi).*atan((-sin(w.*Ts))./(cos(w.*Ts)-psrz));

% Temperatura do meio
FTaTF=(180/pi).*atan(-sin(w.*Ts)./(cos(w.*Ts)-psrz));

%Plota grafico polo-zero da funcao de transferencia do ruido e de H
%
% Usando a função Bode do Matlab
figure(1),bode(Hte,{0.001,pfs/2})
figure(2),bode(HH,{0.001,pfs/2})
figure(3),bode(HTa,{0.001,pfs/2})

% Usando as expressoes do modulo e fase determinados anteriormente
figure(4),plot(f,ETFz)
figure(5),plot(f,HTFz)
figure(6),plot(f,TaTFz)
figure(7),plot(f,FETF)
figure(8),plot(f,FHTF)
figure(9),plot(f,FTaTF)

% Plota a localização do zero e do polo da funcao de transferencia do erro
% de quantização
figure(10), zplane(nez,dez)

```

## Apl.6 Programa 6

```

% Radiometro

% Calcula a densidade espectral de ruido

% Dados do sensor
AlfaS=19e-6; Beta=3.85e-3; Gth=298.2e-5; Cth=430.6e-4;

% Ponto de operação
Tso=50; Tao=24; Ho=800;

% Faixa de medição da radiação solar e faixa estimada de variação da
% temperatura
Tamax= 24.5; Tamin=23.5;
Hmax=1600; Hmin=0;

% Resistencia do sensor no ponto de operação
Ro=102.48; Rso=Ro*(1+Beta*Tso);

% Corrente do sensor elevado ao quadrado do ponto de operação
Yso=(Gth*(Tso-Tao)-AlfaS*Ho)/Rso;

% Variação de corrente do sensor elevado ao quadrado
DeltaYso=(Gth*((Tamax-Tamin)/2)+AlfaS*((Hmax-Hmin)/2))/Rso

% Coeficientes do modelo de pequenos sinais do sensor
kH=AlfaS/Cth;
kTa=Gth/Cth;
kY=Rso/Cth

% Polo do sensor em malha aberta, frequencia do polo e constante de tempo
p=-(Gth-(Beta*Ro*Yso))/Cth
fsens=-p/(2*pi);
talsens=-(1/p);

% Polo do modulador sigma-delta com sensor, frequencia do polo e constante
% de tempo
psr=kY*DeltaYso-p
fsr=psr/(2*pi)
talsr=(1/psr);

% Frequencia de sobre-amostragem usada na simulação e periodo de amostragem
fs=40;
Ts=1/fs

```

```

% Definição do vetor de frequencias
f=[.00001:50000]*fs/100000;

% Calculo do zero e do polo da função de transferencia do erro de
% quantização
r=exp(p*Ts)
q=((kY*DeltaYso)/p)*(1-r)+r

% Calculo de variaveis auxiliares
a=sqrt(((1-r)^2)+4.*r.*(sin(pi*Ts.*f).^2));
b=sqrt(((1-q)^2)+4.*q.*(sin(pi*Ts.*f).^2));

% Calculo da magnitude do espectro do ruído de quantização
% do PCM sobre-amostrado de 1 bit
Ef=(sqrt(1/3)*sqrt(2/fs)).*(f./f);

% Calculo da magnitude do espectro do ruído de quantização
% do PCM sobre-amostrado de 1 bit em dB
EfdB=20*log10(abs(Ef./Ef));

% Calculo da magnitude do espectro do ruído de quantização do modulador
% sigma-delta co sensor
EFy2=Ef.*(a./b);

% Calculo da magnitude do espectro do ruído de quantização do modulador
% sigma-delta co sensor em dB
EFy2dB=20*log10(abs(EFy2./Ef));

%
% Graficos
%
figure(1), plot(f./fs,EFy2./Ef,'b',f./fs,Ef./Ef,'r');
figure(2),plot(f./fs,EFy2dB,'b',f./fs,EfdB,'r');

```

**ApII.7 Programa 7**

```

% Anexo II
%
% Calcula magnitude do espectro de frequencias do ruido de quantizacao no
% PCM sobre-amostrado e no modulador sigma-delta com polo em z=1
%

% Faixa de frequencia
f=[.001:500]*fs/1000;

% Magnitude do espectro de potencia do ruido no PCM sobre-amostrado e
% no sigma-delta mono bit de primeira ordem
EfOver=1;
EfSD=2*sin(pi*f/fs);

% Magnitude do espectro de potencia do ruido no PCM sobre-amostrado e
% no sigma-delta mono bit de primeira ordem, em dB
EfOverdB=20*log10(abs(EfOver));
EfSDdB=20*log10(abs(EfSD));
%
% Graficos
%
figure(1),plot(f/fs,EfSD,'r',f/fs,EfOver,'b')
figure(2),plot(f/fs,EfSDdB,'r',f/fs,EfOverdB,'b')

```

## ApII.8 Programa 8

```
% Radiometro
%
% Potencia media do ruido de quantizaçao
%

% Polo e zero da função de transferencia do ruido de quantizaçao
r=0.998387;
q=0.9887;

% Taxas de sobre-amostragem
osr=[4 8 16 32 64 128 256 512 1024]

% Calculo da Potencia do ruido normalizado pela potencia do ruido do
% conversor A/D a taxa de Nyquist
z=((1-r)/(1-q))./osr;
%
% Grafico
%
figure(1), plot(log2(osr),10*log10(z),'*b')
```

## Appl.9 Programa 9

```

% Radiometro
%
% Calcula a SNR do Radiometro
%

% Zero e polo da funcao de transferencia do erro de quantizacao
r=0.998387
q=0.9887

% Taxas de sobre-amostragem
osr=[4 8 16 32 64 128 256 512 1024]

% Variaveis auxiliares
x=10*log10(2)
y=10*log10(1/3)
w=10*log10((1-q)^2/(1-r)^2)
z=10.*log10(osr)
%
% SNR
SNR=x-y+w+z;
%
% Grafico
%
figure(1), plot(log2(osr),SNR,'*b')

```

## Appl.10 Programa 10

```
% Radiometro
%
% Resolução
%

% Zero e polo da função de transferência do erro de quantização
r=0.998387
q=0.9887

% Taxas de sobre-amostragem
osr=[4 8 16 32 64 128 256 512 1024]

% Variáveis auxiliares
x=(1-r)^2/(1-q)^2
y=1./osr
%
% Resolução
Resol=-0.5.*log2(x.*y)
%
% Grafico
%
figure(1), plot(log2(osr),Resol,'*b')
```

## Appl.11 Programa 11

```

% Radiometro
%
% Resolução em numero de bits para o sinal senoidal de radiação solar com OSR=256

% Calcula o erro absoluto

% Plota os graficos do sinal de entrada e do sinal de saída de radiação
% solar no conversor sigma-delta com sensor
%

% Carrega os dados de simulação
load c:\MATLAB6p5\work\TeseRad\D256sin tH2 H2 tHTs2 HTs2

% Armazena dados da radiação solar estimada na simulação em Hn
Hn=H2(114:208);

% Calcula o periodo entre as amostras
delta=tH2(115)-tH2(114)

% Determina a quantidade de amostras
[L]=length(Hn);

% Soma todas as amostras
Soma=0;
ia=1;
% L eh a posicao, no vetor, da ultima amostra
while ia<=L
    Soma=Soma+Hn(ia);
    ia=ia+1;
end

Media=(Soma/L); % Calcula a media das amostras

Corr=800-Media; % Determina o desvio DC

% Retira o desvio das amostras
ib=1;
while ib<=L Hnc(ib)=Corr+Hn(ib);
    ib=ib+1;
end

% Determina a diferenca de fase entre o sinal de saída e entrada
x1=0;

```

```

x2=x1+delta;
y1=Hnc(1)
y2=Hnc(2)
a=(y2-y1)/(x2-x1)
b1=y1-a*x1
fase=(800-b1)/a

% Calcula H, na entrada, relativo a cada amostra
j=0;
ic=1;
while ic<=L
    Hh(ic)=800+800*sin((2*pi*j/600)-(pi)-2*pi*fase/600);
    % Gera o vetor de tempo para a senoide
    t(ic)=ic;
    ic=ic+1;
    j=j+delta;
end

% Plota as duas senoides
figure(1),plot(t,Hh,'k',t,Hnc,'r')

%
% Determina a resolucao em numero de bits e
% Calcula a diferenca entre o sinal a entrada e o sinal a saida do
% conversor sigma-delta com sensor
%
Soma1=0;
id=1;
while id<=L
    dif(id)=(Hnc(id)-Hh(id));
    Soma1=Soma1+(Hnc(id)-Hh(id))^2;
    id=id+1;
end

% Plota os erros absolutos
figure(2), plot(t,dif,'.k')
s=Soma1/L;

% Calcula resolucao
Hmax=1600;
Hmin=0;
Bits=-0.5*log2(s*(12/((Hmax-Hmin)^2)))

```

## Referências Bibliográficas

- [ARAU, 2004] Araujo, G. A. L., Freire, R. C. S., Silva, J. F., Oliveira, A., *Breathing Flow Measurement with Constant Temperature Hot-Wire anemometer for Forced Oscillations Technique*, Proceedings IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 1, pp. 730-733.
- [ASCH, 1999] Asch, G, Desgoutte, P., *Chapter 6: Capteurs de Température*, Le Capturs en Instrumentation Industrielle, Dunod, Paris, ISBN 2 10 004758 2, pp. 233-318.
- [AZIZ, 1996] Aziz, P.M., Sorensen, H. V., Spiegel, J. V. D., *An Overview of Sigma-Delta Converters*, IEEE Signal Processing Magazine, pp. 61-84.
- [BENT, 1984] Bentley, J. P., *Temperature Sensor Characteristics and Measurement Design*, J. Phys. E: Sci Instrum, vol 17, pp. 430-439.
- [CAND, 1992] Candy, J. C., Temes, G. C., *Oversampling Methods for A/D and D/A Conversion*, cap: Introduction, Oversampling Delta-Sigma Data Converters Theory, Design and Simulation, IEEE Press, pp. 1-25.
- [CAST, 1998] Castañer, L., Jinénez, V., Dominguez, M., Masana, F., Rodríguez, A., *A Conduction-Convection Design for Liquid Flow Sensing*, Sensors and Actuators A, vol. 66, pp. 131-137.
- [DEEP, 1996] Deep, S. G., Rocha Neto, J. S., Lima, A. M. N., Freire, R. C. S., Lobo, P. C., *Thermoresistive Radiation Sensor Response Time Employing Electrical Heating*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 45, nº 1, pp. 332-335.
- [DOEB, 1976] Doebelin, E. O., *Measurement Systems Application and Design*, McGraw Hill Kogakusha Ltda, cap 7 e 8, pp. 435-586.
- [DOMI, 2002] Dominguez, M., Masana, F. N., Jiménez, V., Bermejo, S. Amirola, J., Ballester, J., Fueyo, N., Castañer, L.M., *Low-Cost Thermal Sigma-Delta Air Flow Sensor*, IEEE Sensors Journal, vol.2, nº 3, pp. 453-462.

- [EDWA, 1999] Edwards, C. F., Redman-White, W., Bracey, M., Tenbroek, B. M., Lee, M. S. L., Uren, M. J., *A Multibit  $\Sigma$ - $\Delta$  Modulator in Floating-Body SOS/SOI CMOS for Extreme Radiation Environments*, IEEE Journal of Solid State Circuits, vol. 34, n° 7, pp.937-948.
- [FARI, 1995] Farias, C. C., *Considerações de Projeto de um Radiômetro Solar de Equivalência Elétrica*, Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba (Tese de Mestrado).
- [FERR, 2000] Ferreira, R. P. C., Freire, R. C. S., Deep, G. S., Rocha Neto, J. S., Oliveira, A., *Fluid Temperature Compensation in a Hot Wire Anemometer Using a Single*, Proceedings of the 17<sup>th</sup> IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 1, pp 512-517.
- [FERR, 2003] Ferreira, R. P. C., Freire, R. C. S., Deep, G. S., *Performance Evaluation of a Fluid Temperature-Compensated Single, Sensor Constant Temperature Anemometer*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 52, n° 5, pp. 1554-1558.
- [FIGL, 1999] Figliola, R. S., *Item 2: Operational Modes of Instrumentation*, The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook, Section I: Measurement Characteristics, 0-8493-2145-X, pp. 33-39.
- [FRAN, 1998] França, M. B. M., *Caracterização de Sensores Termo-Resistivos utilizando Degrau de Potência Elétrica*, Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande (Tese de Mestrado).
- [FREI, 1997] Freire, R. C. S., Deep, S. G., Oliveira, A., *Effect of Operational Amplifier Parameters on the Performance of Feedback Structures with Thermoresistive Sensors*, IEEE instrumentation and Measurement Technology Conference, pp. 898-903.
- [FREI, 1998] Freire, R. C. S., Deep, S. G., Lobo, P. C., Lima, A. M. N., Rocha Neto, J. S., Oliveira, A., *Dynamic Response of a Feedback Thermoresistive Electrical Substitution Pyranometer*, Journal of Solar Energy Engineering, Transactions on ASME, vol. 120, pp. 126-130.

- [FREI, 1999] Freire, R. C. S., Deep, G. S., *Error in the Thermoresistive Sensor-Based Feedback Measurement Configuration due to DC Amplifier Offset Voltage*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 48, nº 1, pp. 50-54.
- [FREY, 1967] Freymuth, P., *Feedback Control Theory for Constant-Temperature Hot-Wire Anemometers*, The Review of Scientific Instruments, vol. 38, nº 5, pp. 667-681.
- [FUJI, 1995] Fujita, H., Ohhashi, T., Asakura, M., Yamada, M., Watanabe, K., *A Thermistor Anemometer for Low-Flow-Rate Measurements*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 44, nº 3, pp. 779-782.
- [FUJIM, 2000] Fujimori, I., Longo, L., Hairapetian, A., Seiyama, K., Kasic, S., Cao, J., Shu-Lap, C., *A 90-dB, SNR 2.5-MHz Output-rate ADC Using Cascaded Multibit Delta-Sigma Modulation at 8x Oversampling Ratio*, IEEE Journal of Solid State Circuits, vol. 35, nº 12, pp. 1920-1828.
- [GARR, 1999] Garrison, J. D., Roeder, S. B. W., *Sub-item 7.3.1: Environment Measurement*, The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook, Section X: Chemical Variables Measurement, Item 73: Environment Measurement, 0-8493-2145-X, pp. 1956-1971.
- [GRAY, 1990] Gray, R. M., *Quantization Noise Spectra*, Transactions on Information Theory, vol IT-36, pp. 1220-1244.
- [GRIL, 1996] Grilo, J., Mac Robbie, E., Temes, G. C., *A 1.8V 94 dB Dynamic Range  $\Sigma\Delta$  Modulator for Voice Applications*. IEEE International Solid State Circuits Conference, pp. 230,231,451.
- [HIER, 1998] Hierold, C., Clasbrummel, B., Behrend, D., Scheiter, T., Steger, M., Oppermann, K., Kapels, H., Landgraf, E., Wenzel, D., Etzrodt, D., *Implementable Low Power Integrated Pressure Sensor System for Minimal Invasive Telemetric Patient Monitoring*, Proceedings of the 11<sup>th</sup> Annual International Workshop on Micro Electro Mechanical systems, pp. 568-573.
- [HINZ, 1975] Hinze, J. <sup>o</sup>, *Turbulence*, 2<sup>a</sup> ed., USA: McGraw Hill, cap. 2, pp. 83-168.
- [INOS, 1963] Inose, H., Yasuda, Y., *A Unity Bit Coding Method by Negative Feedback*, Proceedings of IEEE, vol. 51, 1524-1535.

- [JUNI, 2003] Junior, A. C. O., *Desenvolvimento de Micro-Aquecedores Compatíveis com Tecnologias de Microeletrônica para Aplicação em Transdutores Térmicos*, Campinas: Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes, Faculdade de Engenharia e Computação, Unicamp, (Tese de Mestrado).
- [KALI, 1993] Kaliyugavaradan, S., Sankaran, P., Murti, V. G. K., *A New Compensation Scheme for Thermistors and its Implementation for Response Linearization over a Wide Temperature Range*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 49, nº 1, pp. 151-153.
- [KALI, 1994] Kaliyugavaradan, S., Sankaran, P., Murti, *Application of Reciprocal Time Generation Technique to Digital Temperature Measurement*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 43, nº 1, pp. 99-100.
- [KALI, 2000] Kaliyugavaradan, *A Linear Resistance-to-Time Converter with High Resolution*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 42, nº 5, pp. 952-956.
- [KHAN, 1984] Khan, A. A., Sengupta, R., *A Linear Temperature/Voltage Converter Using Thermoistor in Logarithmic Network*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 33, nº 1, pp 2-4.
- [LAMM, 2000] Lammerink, T. S. J., Tas, N. R., Krijnen, G. J. M., Elwenspoek, M., *A New Class of Thermal Flow Sensors Using  $\Delta T=0$  as a Control Signal*, The 13<sup>th</sup> Annual International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, pp. 525-530.
- [LARS, 1988] Larson, L. E., Cataltepe, T., Temes, G. C., *Multibit Oversampled  $\Sigma\text{-}\Delta$  A/D Converter with Digital Error Correction*, Electronics Letters, vol. 24, pp. 1051-1052.
- [LEME, 1992] Leme, C. A., Chevroulet, M., Baltes, H., *Flexible Architecture for CMOS Sensor Interfaces*, Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 4, pp. 1828-1831.
- [LIMA, 1994] Lima, A. M. N., Deep, S. G., Rocha Neto, J. S., Freire, R. C. S., Lobo, P. C., *Identification of Thermoresistive Solar Radiation Sensors*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 43, nº 2, pp. 133-137.

- [LOBO, 1986] Lobo, P. C., *An Electrically Compensated Radiometer*, Solar Energy, vol. 36 nº 3, pp. 207-216.
- [LOBO, 1995] Lobo, P. C., Freire, R. C. S., Deep, S. G., Rocha Neto, J. S., Lima, A. M. N., *Dynamic Response of an Electronic Feedback Thermoresistive Substitution Pyranometer*, Solar Engineering, vol. 2, ASME, pp. 751-756.
- [MAKI, 2001a] Makinwa, K. A. A., Huijsing, J. H., *A Wind Sensor with an Integrated Low-Offset Instrumentation Amplifier*, The 8<sup>th</sup> IEEE Conference on Electronics, Circuits and Systems, vol.3, pp. 1505-1508.
- [MAKI, 2001b] Makinwa, K. A. A., Huijsing, J. H., *Constant Power Operation of a Flow Sensor Using Thermal Sigma-Delta Modulation Techniques*, Proceedings of the 18<sup>th</sup> IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol.3, pp. 1577-1580.
- [MAKI, 2002] Makinwa, K. A. A., Szekely, V., Huijsing, J. H., *Modeling and Simulation of Thermal Sigma-Delta Modulators*, Proceedings of the 19<sup>th</sup> IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 1, pp. 261-264.
- [MALC, 1995] Malcovati, P., Häberli, A., Mayer, F., Maloberti, F., Baltes, H., *Combined Air Humidity and Flow CMOS Microsensor with On-Chip 15 Bit Sigma-Delta A/D Interface*, Symposium on VLSI Circuits Digest of Technical Papers, pp. 45-46.
- [MAYE, 1997] Mayer, F., Häberli, A., Jacobs, H., Ofner, G., Paul, O., Baltes, H., *Single-Chip CMOS Anemometer*, IEEE International Electron Device Meeting, pp. 895-898.
- [MOCH, 1995] Mochizuki, K., Watanabe, K., *A Linear Resistance-to-Frequency Converter*, Proceedings IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, pp. 339-343.
- [MORA, 1994] Morawski, R. Z., *Unified Approach to Measurand Reconstruction*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 43, nº 2, pp. 226-231.
- [MULL, 1995] Mullins, M. A., Putten, A. F. P., Bayford, R., Butcher, J. B., *Potential for a Smart Sensor Based on a Integrated Silicon Anemometer*, Sensors and Actuators A, vol. 46-47, pp. 342-348.

- [MYER, 2004] Myers, D. R., *Solar Radiation Modeling and Measurements for Renewable Energy Applications: Data and Model Quality*, Energy, Elsevier Ltda, [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com), In press.
- [OLIV, 1995] Oliveira, A., Freire, R. C. S., Deep, G. S., Lobo, P. C., *An Anemometer with PWM Excitation*, Proceedings of the 21<sup>th</sup> IEEE IECOM, vol. 2, pp. 893-897.
- [OLIV, 1997a] Oliveira, A., *Sensores Termo-resistivos em Configurações Realimentadas*, Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba (Tese de Doutorado).
- [OLIV, 1997b] Oliveira, A., Freire, R. C. S., Deep, G. S., *Compensation of a Fluid Temperature Variation in a Hot-Wire Anemometer*, Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 2, pp. 1377-1380.
- [OLIV, 1998] Oliveira, A., Deep, S. G., Lima, A. M. N., Freire, R. C. S., *A Feedback  $\dot{P}$ -Controlled Constant Temperature Solar Radiation Meter*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 47, n<sup>o</sup> 5, pp. 1062-1066.
- [OLIV, 2004a] Oliveira, A., Costa, A. S., Palma, L. S., Lima, A. C. de C., Freire, R. C. S., *A Constant Temperature Operation Thermoresistive Sigma-Delta Transducer*, 21<sup>th</sup> IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, vol. 2, pp. 1175-1180.
- [OLIV, 2004b] Oliveira, A., Palma, L. S., Costa, A. S., Freire, R. C. S., Lima, A. C. de C., *A Constant Temperature Operation Thermoresistive Sigma-Delta Solar Radiometer*, 10<sup>th</sup> IMEKO TC7 International Symposium on Advances of Measurement Science, vol. 1, pp. 199-204.
- [OLIV, 2004c] Oliveira, A., Costa, A. S., Palma, L. S., Freire, R. C. S., Lima, A. C. de C., *Modulador Sigma-Delta baseado em Sensor Aquecido à Temperatura Constante*, XV Congresso Brasileiro de Automática, artigo n<sup>o</sup> 673.
- [PALM, 2003] Palma, L. S., Oliveira, A., Costa, A. S., Andrade Jr, A. Q., Almeida, C. V. R., Zurita, M. E. P. V. and Freire, R. C. S., *Implementation of a Feedback  $I_2$ -Controlled Constant Temperature Environment Temperature Meter*, Sensors, vol. 3, issue 10, pp. 498-503, <http://www.mdpi.net/sensors>.

- [PARK, 1998] Park, S., *Principles of Sigma-Delta Modulation for Analog-to-Digital Converters*. Motorola DSP: Strategic Applications and Digital Signal Processor Operation, Motorola.
- [PERR, 2001] Perrelman, Y., Ginosar, R., *A Low-Light-Level Sensor for Medical Diagnostic Applications*, IEEE Journal of Solid –State Circuits, vol 36, nº 10, pp. 1553-1558.
- [PUTT, 1996] Putten, A. F. P. van, *Chapter 6: Transducers*, Electronic Measurement Systems, Theory and Practice, IOP Publishing Ltd, pp. 205-285
- [PUTT, 2002] Putten, A. F. P. van, Putten, M. J. A. M. van, Putten, M. H. P. M. van, Putten, P. F. A. M. van, *Multisensor Microsystem for Pulmonary Functions Diagnostics*, IEEE Sensor Journal, vol. 2, nº 6, pp. 636-643.
- [ROCH, 1994] Rocha Neto, J. S., *Caracterização de Sensores Termo-Resistivos*, Campina Grande: Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba (Tese de Doutorado).
- [SHI, 2001] Shi, X, Matsumoto, H., Murao, K., *A High-Accuracy Digital Readout Technique for Humidity Sensor*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 50, nº 5, pp. 1277-1282.
- [SHIE, 1996] Shie, J.S., Chen, Y.M., Ou-Yang, M., Chou, B. C. S, *Characterization and Modeling of Metal-Film Microbolometer*, Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 5, nº 4, pp. 298-306.
- [SILV, 2002] Silva, I. S. S., Freire, R. C. S., Silva, J. F., Naviner, J. F., Sousa, F. R., Catunda, Y. C. C., *Architectures of Anemometers using the Electric Equivalence Principle*, IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, pp. 397-401.
- [SIEM, 1986] Siemens, *Components Technical Descriptions and Characteristics for Students*. Munique: Siemens AG – Product-Information, cap: Passive Components, parte 2: Resistor, pp. 548-597.
- [SPIN, 1997] Spineau, A., Kielbasa, R., *An Electromechanical Sigma-Delta Modulator for Acceleration Measuring Systems*, Proceedings

- IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 4, pp. 2765-2768
- [STAN, 1994] Stankovic, D., Zlatanovic, M., *A versatile computer controlled measuring system for recording voltage-current characteristics of various resistance sensors*, Sensors and Actuators A, vol. 41-42, pp. 612-616.
- [STEI, 1992] Stein, P. K., *The unified Approach to the Engineering of Measurement Systems for Test & Evaluation*, Stein Engineering Services, Inc, Chapter 10, pp 100-112.
- [STEP, 1999] Stephenson, R. J. at all, *Section32: Temperature Measurement*, The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook, 0-8493-2145-X, pp. 952-1112.
- [VERH, 1995] Verhoeven, H. J., Huijsing, J. H., *Design of Integrated Thermal Flow Sensors Using Sigma-Delta*, Proceedings The 8<sup>th</sup> International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, and Eurosensors IX, pp. 532-535.
- [VIVI, 1999] Viviani, A., Flandre, D., Jespers, P., *High-Temperature Sigma-Delta Modulator in Thin-Film Fully-Depleted SOI Technology*, Electronics Letters, vol. 35, n<sup>o</sup> 9, pp. 749-751.
- [WALD, 1990] Walden, R. H., Cataltepe, T., Temes, G. C., *Architectures for High-order Multibit  $\Sigma$ - $\Delta$  Modulators*, IEEE Proc. on Circuits and Systems, ISCAS 1990, vol.2, pp. 895-898.
- [WANG, 2002] Wang, X., Moon, U., Liu, M., Temes, G. C., *Digital Correlation Technique for the Estimation and Correction of DAC Errors in Multibit MASH  $\Sigma$ - $\Delta$  ADCS*. ISCAS 2002. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 4, pp. 691-694.
- [WU, 1994] Wu, S., Bose, N., *An Extended Power Law Model for Calibration of Hot-Wire/Hot-Film Constant Temperature Probes*, Int. J. Heat Transfer, vol. 37, n<sup>o</sup> 3, pp. 437-442.
- [YANK, 1990] Yankov, I. Y., Gigov, C. I., Yankov, E. A., *Linear Temperature-to-Time Period converter using Standard Thermistors*, Meas. Sci Technol. n<sup>o</sup> 1, pp. 1168-1171.