

Kleber Melo e Silva

**Estimação de Fasores Baseada na Transformada  
Wavelet para Uso na Proteção de Distância de  
Linhas de Transmissão**

*Tese apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências do Programa de Doutorado em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento da Energia

Benemar Alencar de Souza, D.Sc.  
Orientador

Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.  
Orientador

Campina Grande - Paraíba - Brasil

© Kleber Melo e Silva, Abril de 2009

FICHA CATALOGRÁFICA PREPARADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG.

S586e

2009 Silva, Kleber Melo e

Estimação de fasores baseada na transformada wavelet para uso na proteção de distância de linhas de transmissão / Kleber Melo e Silva - Campina Grande, 2009.  
208f.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

Referências

Orientadores: Prof. Benemar Alencar de Souza, D.Sc.; Prof. Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.

1. Proteção de Distância 2. Linhas de Transmissão 3. Estimação de Fasores 4. Filtro Mímico Adaptativo 5. Transformada Wavelet Discreta Redundante I. Título.

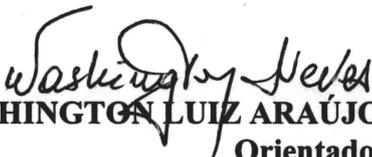
CDU - 621.316.925.45(043)

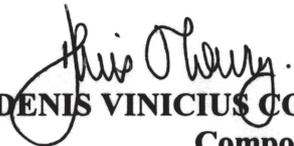
**ESTIMAÇÃO DE FASORES BASEADA NA TRANSFORMADA WAVELET PARA  
USO NA PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO**

**KLEBER MELO E SILVA**

Tese Aprovada em 17.04.2009

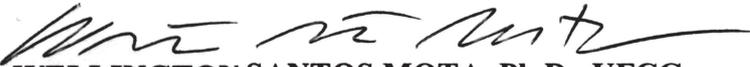
  
**BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG**  
Orientador

  
**WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG**  
Orientador

  
**DENIS VINICIUS COURY, Ph.D., USP-São Carlos**  
Componente da Banca

  
**PAULO MÁRCIO DA SILVEIRA, Dr., UNIFEI**  
Componente da Banca

  
**JOSÉ JÚLIO DE ALMEIDA LINS LEITÃO, Dr., CHESF**  
Componente da Banca

  
**WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFCG**  
Componente da Banca

**CAMPINA GRANDE – PB  
ABRIL - 2009**

*À minha esposa Djane, à minha mãe Marlene e a meus irmãos Cristiano e Christianne, DEDICO.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por todos os propósitos que tem reservado para minha vida.

Ao CNPq pelo suporte financeiro à esta pesquisa.

À minha esposa Djane, pelo seu incentivo, compreensão, companheirismo e carinho, sem os quais as dificuldades encontradas no decorrer desta pesquisa não teriam sido superadas.

À minha mãe Marlene e aos meus irmãos Cristiano e Christianne, pelos ensinamentos de vida de grande valia que contribuíram sobremaneira na formação de meu caráter.

Aos professores Benemar Alencar e Washington Neves pela orientação nesta pesquisa, bem como pela participação valiosa em minha formação acadêmica e profissional.

Aos membros da banca examinadora pelas valiosas contribuições que vieram no intuito de enriquecer esta pesquisa.

Aos meus companheiros de doutorado Flávio, George e Karcius, pela nossa grande amizade e pelas discussões que resultaram em melhorias nesta pesquisa.

Aos meus colegas de trabalho do IFPB Anderson, Alex e Ianna, pela amizade e o apoio na finalização desta pesquisa.

Aos amigos Jaidilson, Max, José Antônio, Vagner, Nilo, Carlos Alberto, Danilo, Kléber, Eisenhower, Luciano Dantas, Angelo, Gustavo, Helon, Luciano Sales, Fábio Robério, bem como a todos os amigos do AEC, pelo grande incentivo e pela amizade cultivada entre nós.

Ao professor Edson Guedes, por ter me aberto as portas do Grupo de Sistemas Elétricos da UFCG, para de lá fazer a minha segunda casa, e aos amigos Adail e Ronimack, por terem sido os mediadores desse fato.

Aos professores Damásio e Núbia e aos funcionários Selma, Adriano, Francisco e Eduardo, pela amizade durante toda a minha trajetória no Grupo de Sistemas Elétricos da UFCG.

Aos funcionários Angela, Suênia e Pedro da Coordenação de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da UFCG, pela dedicação com a qual sempre fui agraciado.

## RESUMO

Um novo algoritmo de estimação de fasores é proposto nesta tese, o qual utiliza filtros ortogonais de um ciclo em conjunto com um novo filtro mímico adaptativo. Os filtros ortogonais são projetados off-line por uma técnica inédita, a qual reúne as características de filtragem da transformada wavelet discreta redundante e do algoritmo dos mínimos quadrados. O filtro mímico adaptativo proposto é obtido, basicamente, de uma estratégia de ajuste adaptativo dos parâmetros do tradicional filtro mímico digital, a fim de eliminar a influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores. As respostas em frequência e no tempo do algoritmo proposto foram comparadas com as dos tradicionais algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo, que foram combinados com o tradicional filtro mímico digital. Para tanto, foram utilizados sinais referentes à faltas reais e simuladas em programas do tipo EMTP e em um simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência. Os resultados obtidos indicam que o algoritmo proposto é, na maioria dos casos, mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial do que os algoritmos tradicionais. Ele também não é afetado pelas harmônicas presentes nos sinais, possui resposta transitória com menos oscilações e, em algumas situações, pode ser mais rápido do que os algoritmos tradicionais de um ciclo. Estas características, bem como sua implementação em tempo real, indicam a viabilidade da utilização deste algoritmo em relés de distância em escala comercial. Como contribuição adicional, ressalta-se que, não obstante o novo filtro mímico adaptativo tenha sido avaliado em conjunto com os filtros ortogonais projetados com a técnica proposta, ele pode ser empregado em conjunto com outros, a exemplo dos filtros de Fourier de um ciclo, a fim de eliminar a influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação de fasores com estes filtros.

**Palavras-chave:** Proteção de distância, linhas de transmissão, estimação de fasores, filtro mímico adaptativo, transformada wavelet discreta redundante.

## ABSTRACT

A novel phasor estimation algorithm is proposed in this thesis, which uses full cycle orthogonal filters combined with an adaptive digital mimic filter. The orthogonal filters are designed offline in advance using an innovative filter design technique, which takes into account the filtering characteristics of the maximum overlap discrete wavelet transform and the ones of the least error square algorithm. The proposed adaptive digital mimic filter is obtained using an adaptive strategy to compute the traditional digital mimic filter parameters, in order to eliminate the decaying DC component effect on phasor estimation. The time and frequency responses of the proposed algorithm are compared to the ones of the traditional least error square and the full cycle and half cycle Fourier algorithms, which are combined with the traditional digital mimic filter. In order to do that, actual fault data are used, as well as simulated fault data using an electromagnetic transients program and a power system real time digital simulator. The obtained results reveal that the proposed algorithm better rejects the decaying DC component in the majority of cases. In addition to that, the proposed algorithm rejects all harmonics, presents better transient responses and may be faster than the traditional full cycle algorithms in some cases. These characteristics and the real time implementation of the proposed algorithm reveal the feasibility of its application in manufactured protective relays. As a byproduct, despite the adaptive digital mimic filter has been evaluated in conjunction with the designed orthogonal filters, another ones may be used too, such as the full cycle Fourier filters, in order to provide better decaying DC rejection in phasor estimation using these filters.

**Keywords:** Distance protection, transmission line, phasor estimation, adaptive digital mimic filter, maximum overlap discrete wavelet transform.

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras</b>	xiii
<b>Lista de Tabelas</b>	xxi
<b>Lista de Símbolos</b>	xxii
<b>Glossário</b>	xxxix
<b>Capítulo 1 – Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Justificativa e Relevância da Tese . . . . .	1
1.2 Objetivos e Contribuições da Tese . . . . .	3
1.3 Organização do Texto . . . . .	5
<b>Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica</b>	<b>6</b>
2.1 Algoritmos Não-Recursivos de Janelas Curtas . . . . .	8
2.2 Algoritmos Não-Recursivos de Janelas Longas . . . . .	9
2.2.1 Algoritmo Baseado na Transformada de Walsh . . . . .	9
2.2.2 Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier . . . . .	9
2.2.3 Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados . . . . .	11
2.2.4 Algoritmos Baseados na Transformada Wavelet . . . . .	13
2.3 Algoritmos Não-Recursivos de Tamanho de Janela Variável . . . . .	15

---

2.3.1	Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier . . . . .	15
2.3.2	Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados . . . . .	16
2.4	Algoritmos Recursivos . . . . .	16
2.4.1	Algoritmos Baseados no Filtro de Kalman . . . . .	16
2.4.2	Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier . . . . .	17
2.4.3	Algoritmo Baseado nos Mínimos Quadrados . . . . .	18
2.5	Resumo . . . . .	18
<b>Capítulo 3 – Fundamentos da Proteção de Distância</b>		<b>20</b>
3.1	O Diagrama $R-X$ . . . . .	22
3.2	Impedância a Medir . . . . .	22
3.3	Condições Estáticas de Carregamento . . . . .	29
3.4	Trajetória da Impedância Vista pelo Relé . . . . .	31
3.5	Zonas de Proteção de Distância . . . . .	33
3.6	Relé de Distância Visto como um Comparador . . . . .	34
3.6.1	Característica Mho Autopolarizada . . . . .	35
3.6.1.1	Comparador de Fase . . . . .	35
3.6.1.2	Comparador de Magnitude . . . . .	37
3.6.2	Característica Mho Polarizada . . . . .	38
3.6.2.1	Polarização Cruzada . . . . .	38
3.6.2.2	Polarização por Memória de Tensão . . . . .	39
3.7	Esquemas de Teleproteção de Distância . . . . .	40
3.7.1	Esquemas de Transferência de Disparo . . . . .	41
3.7.1.1	Esquema de Disparo Direto por Subalcance . . . . .	42
3.7.1.2	Esquema de Disparo Permissivo por Subalcance . . . . .	42
3.7.1.3	Esquema de Disparo Permissivo por Sobrealcance . . . . .	43
3.7.2	Esquemas de Transferência de Bloqueio e Desbloqueio . . . . .	44

---

3.7.2.1	Esquema de Bloqueio por Comparação Direcional . . . . .	44
3.7.2.2	Esquema de Desbloqueio por Comparação Direcional . . . . .	45
3.8	Elementos Básicos do Hardware de um Relé Digital . . . . .	45
3.8.1	Unidade de Condicionamento de Sinais . . . . .	46
3.8.2	Unidade de Aquisição de Dados . . . . .	47
3.8.3	Unidade de Memória . . . . .	48
3.8.4	Unidade de Comunicação . . . . .	48
3.8.5	Unidade de Interface Lógica . . . . .	49
3.8.6	Unidade de Processamento de Dados . . . . .	49
3.9	Resumo . . . . .	49
 <b>Capítulo 4 – Fundamentos da Estimação de Fasores</b>		<b>50</b>
4.1	Esquema de Janelamento dos Sinais . . . . .	50
4.2	Algoritmos Baseados na Análise de Fourier . . . . .	51
4.2.1	Algoritmo de Fourier de Um Ciclo . . . . .	52
4.2.2	Algoritmo de Fourier de Meio Ciclo . . . . .	53
4.3	Algoritmo Baseado nos Mínimos Quadrados . . . . .	53
4.4	Resposta no Tempo dos Algoritmos de Estimação de Fasores . . . . .	56
4.4.1	Eliminação do Efeito da Componente DC de decaimento Exponencial . . . . .	59
4.4.2	Influência das Harmônicas na Estimação de Fasores . . . . .	65
4.4.3	Influência da Saturação do Núcleo de TCs na Estimação de Fasores . . . . .	66
4.5	Resposta em Frequência dos Filtros de Estimação de Fasores . . . . .	68
4.6	Resumo . . . . .	72
 <b>Capítulo 5 – Fundamentos da Transformada Wavelet</b>		<b>73</b>
5.1	Análise Multiresolucional Usando a TWD . . . . .	74
5.2	Análise Multiresolucional Usando a TWDR . . . . .	74

5.3	Diferenças Básicas entre a TWD e a TWDR . . . . .	75
5.4	Características de Filtragem da TWD e da TWDR . . . . .	77
5.5	Características de Filtragem das Diferentes Wavelets Mãe . . . . .	80
5.6	Resumo . . . . .	82
<b>Capítulo 6 – Algoritmo Proposto</b>		<b>83</b>
6.1	Formulação Matemática da Técnica de Projeto de Filtros . . . . .	83
6.1.1	Escolha dos Parâmetros de Projeto dos Filtros . . . . .	85
6.1.1.1	Escolha da Taxa de Amostragem . . . . .	86
6.1.1.2	Escolha da Wavelet Mãe . . . . .	86
6.1.1.3	Escolha da Matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_j$ . . . . .	86
6.1.1.4	Escolha das Harmônicas para o Modelo de Estimação . . . . .	86
6.1.1.5	Escolha das $M$ Linhas Consecutivas da Matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_j$ . . . . .	87
6.1.1.6	Normalização do Ganho na Frequência Fundamental . . . . .	87
6.1.1.7	Eliminação da Componente DC de Decaimento Exponencial . . . . .	87
6.2	Formulação Matemática do Filtro Mímico Adaptativo . . . . .	87
6.3	Descrição do Algoritmo de Estimação de Fasores Proposto . . . . .	91
6.4	Resumo . . . . .	94
<b>Capítulo 7 – Apresentação e Análise dos Resultados</b>		<b>95</b>
7.1	Análise da Resposta em Frequência . . . . .	96
7.2	Análise da Resposta no Tempo . . . . .	97
7.2.1	Simulação no Software ATP de Falhas no Sistema Elétrico Simplificado . . . . .	100
7.2.2	Simulação no Software ATP de Falhas no Sistema Elétrico da CHESF . . . . .	109
7.2.3	Simulação no Software ATP da Saturação do Núcleo de TCs . . . . .	118
7.2.4	Simulação no Software ATP da Energização de Transformadores de Potência . . . . .	121

---

7.2.5	Simulação em Tempo Real de Faltas no Sistema Elétrico Simplificado . . .	123
7.2.6	Faltas Reais no Sistema Elétrico da CHESF . . . . .	131
7.3	Resumo . . . . .	138
<b>Capítulo 8 – Conclusões e Propostas para Trabalhos Futuros</b>		<b>139</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>142</b>
<b>Apêndice A – Publicações Associadas ao Projeto de Doutorado</b>		<b>150</b>
A.1	Trabalhos publicados em periódicos nacionais e internacionais . . . . .	150
A.2	Trabalhos publicados em anais de eventos nacionais e internacionais . . . . .	150
<b>Apêndice B – Princípio do Circuito Mímico</b>		<b>153</b>
<b>Apêndice C – Fundamentação Matemática da TWD</b>		<b>154</b>
C.1	Filtros Wavelet e Escala da TWD . . . . .	154
C.2	Primeiro Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWD . . . . .	154
C.3	Segundo Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWD . . . . .	156
C.4	$j$ -ésimo Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWD . . . . .	157
C.5	Números de Níveis de Resolução da TWD . . . . .	158
C.6	Exemplo de Uso da TWD . . . . .	158
<b>Apêndice D – Fundamentação Matemática da TWDR</b>		<b>162</b>
D.1	Filtros Wavelet e Escala da TWDR . . . . .	162
D.2	Primeiro Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWDR . . . . .	163
D.3	Segundo Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWDR . . . . .	164
D.4	$j$ -ésimo Nível de Resolução do Algoritmo Piramidal da TWDR . . . . .	165

---

D.5	Números de Níveis de Resolução da TWDR . . . . .	166
D.6	Exemplo de Uso da TWDR . . . . .	167
<b>Apêndice E – Coeficientes das Wavelets Daubechies</b>		<b>171</b>

## LISTA DE FIGURAS

3.1	Diagrama $R-X$ . . . . .	22
3.2	Tipos de características de operação do relé de distância: (a) Impedância; (b) Mho; (c) Lenticular; (d) Retângulo; (e) Blinder; (f) Reatância; (g) Resistância. . . . .	23
3.3	Representação da impedância de sequência positiva de uma linha de transmissão. . . . .	23
3.4	Diagrama unifilar de um circuito trifásico com uma falta aplicada no ponto F. . . . .	24
3.5	Circuitos de sequência para uma falta bifásica entre as fases B e C. . . . .	24
3.6	Circuitos de sequência para uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C. . . . .	26
3.7	Circuitos de sequência para uma falta trifásica. . . . .	26
3.8	Circuitos de sequência para uma falta monofásica na fase A. . . . .	27
3.9	Conexão do relé de distância para a proteção de uma linha. . . . .	30
3.10	Relação entre os sentidos dos fluxos de $P$ e $Q$ e os sinais de $r_R$ e $x_R$ no plano $R-X$ . . . . .	30
3.11	Região de operação da linha considerando-se: (a) Máximo carregamento; (b) Máximo fator de potência; (c) Máximos carregamento e fator de potência. . . . .	32
3.12	Trajetória da impedância vista pelo relé para a característica: (a) mho; (b) quadrilateral. . . . .	32
3.13	Representação das zonas de proteção de distância (ANDERSON, 1999). . . . .	34
3.14	Representação das zonas de proteção de distância no diagrama $R-X$ . . . . .	34
3.15	Representação da característica mho no plano $R-X$ . . . . .	36
3.16	Relação entre as fases de $Z_{op}$ e $Z_{pol}$ para o caso de $Z_R$ : (a) dentro da característica mho; (b) sobre a característica mho; (c) fora da característica mho. . . . .	37

3.17	Relação entre as magnitudes de $Z_{op}$ e $Z_{pol}$ para o caso de $Z_R$ : (a) dentro da característica mho; (b) sobre a característica mho; (c) fora da característica mho.	38
3.18	Tensão de suplementação para a tensão: (a) $\widehat{V}_a$ (falta fase-terra); (b) $\widehat{V}_{bc}$ (falta fase-fase).	39
3.19	Característica mho polarizada: (a) falta na direção direta; (b) falta na direção reversa.	40
3.20	Representação da interseção das zonas de atuação dos relés nos terminais de uma LT.	41
3.21	Representação da lógica do esquema de transferência de disparo direto por subalcançe.	42
3.22	Representação da lógica do esquema de disparo permissivo por subalcançe.	43
3.23	Representação da lógica do esquema de disparo permissivo por sobrealcançe.	44
3.24	Representação da lógica do esquema de bloqueio por comparação direcional.	45
3.25	Representação da estrutura básica de um relé digital.	46
3.26	Especificações de um filtro passa-baixas.	47
4.1	Esquema de janelamento aplicado a um sinal de corrente.	51
4.2	Sistema monofásico analisado.	56
4.3	(a) Tensão $v_R(t)$ vista pelo relé antes e depois da filtragem; (b) Corrente $i_R(t)$ vista pelo relé antes e depois da filtragem.	58
4.4	Estimação da amplitude do fasor: (a) Tensão $\widehat{V}_R$ ; (b) corrente $\widehat{I}_R$ .	58
4.5	Impedância aparente $Z_R$ vista pelo relé, sem a eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores.	59
4.6	Estimação da amplitude do fasor $\widehat{I}_R$ , utilizando-se o algoritmo dos mínimos quadrados e os de Fourier de um e de meio ciclo convoluídos com o filtro mímico.	63
4.7	Impedância aparente $Z_R$ vista pelo relé, considerando-se a eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores.	64

4.8	Estimação da amplitude do fasor $\hat{I}_R$ , considerando-se a presença da segunda harmônica com amplitude de 2% da fundamental. . . . .	65
4.9	Impedância aparente $Z_R$ vista pelo relé, considerando-se a presença da segunda harmônica com amplitude de 2% da fundamental. . . . .	66
4.10	(a) Formas de onda das correntes no primário e no secundário do TC, para o caso de saturação do seu núcleo; (b) estimação do fasor $\hat{I}_R$ utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimação do fasor $\hat{I}_R$ utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário. . . . .	67
4.11	Ganho das respostas em frequência dos filtros de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo. . . . .	68
4.12	Espectro de frequência da função exponencial com amplitude unitária para três valores de $\tau$ . . . . .	69
4.13	Magnitude da resposta em frequência do filtro mímico, para $\tau_d$ igual a dois ciclos. . . . .	69
4.14	Ganho da resposta em frequência da convolução do filtro mímico com os de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo. . . . .	70
4.15	(a) Ganho da resposta em frequência do filtro analógico Butterworth; (b) Ganho da resposta em frequência do filtro analógico Butterworth convoluído com o filtro mímico. . . . .	70
4.16	Ganho da resposta em frequência da convolução do filtro mímico com o filtro Butterworth e com os de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo. . . . .	71
4.17	Ganho da resposta em frequência do algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo de estimação da Equação 4.27 com (a) $H = 1$ e (b) $H = 3$ . . . . .	71
4.18	Ganho da resposta em frequência do algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo de estimação descrito na Equação 4.27 com $H = 7$ : (a) Sem convoluir com o filtro Butterworth; (b) Convoluído com o filtro Butterworth. . . . .	72
5.1	Efeito da variação no tempo para: (a) TWD; (b) TWDR. . . . .	76

5.2	(a) Respostas em frequência de uma linha das matrizes $\widetilde{\mathcal{M}}_j$ e $\widetilde{\mathcal{N}}_j$ para os três primeiros níveis de resolução da TWDR; (b) Respostas em frequência de uma linha das matrizes $\mathcal{M}_j$ e $\mathcal{N}_j$ para os três primeiros níveis de resolução da TWD.	78
5.3	Versão aproximada no do sinal $\mathbf{X}$ no segundo nível de resolução da: (a) TWDR; (b) TWD.	79
5.4	(a) Respostas em frequência das linhas 11, 12 e 13 da matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_2$ da TWDR; (b) Respostas em frequência das linhas 11, 12 e 13 da matriz $\mathcal{M}_2$ da TWD.	80
5.5	Resposta em frequência da linha 60 da matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 12, Symlet 12 e Coiflet 12.	81
5.6	Resposta em frequência da linha 60 da matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 8, 4 e 2.	81
6.1	Fluxograma do algoritmo proposto para a estimação de fasores.	92
7.1	Respostas em frequência da convolução do filtro de Butterworth de terceira ordem, mímico de três ciclos e os filtros: (a) $\mathbf{h}_c$ e (b) $\mathbf{h}_s$ dos algoritmos proposto, dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo.	96
7.2	eliminação da componente DC de decaimento exponencial. Nesta figura, são ilustradas as Comparação da estimação do fasor mediante a combinação dos filtros ortogonais $\mathbf{h}_c$ e $\mathbf{h}_s$ projetados com o filtro mímico tradicional de um ciclo e o filtro mímico adaptativo proposto: (a) estimação da amplitude do fasor; (b) valor estimado da constante de tempo de decaimento $\tau$ da componente DC do sinal avaliado; (c) porcentagem de <i>overshoot</i> na estimação da amplitude do fasor utilizando os filtros propostos, considerando-se diferentes valores da constante $\tau_d$ do filtro mímico tradicional.	98
7.3	Modelo do sistema elétrico utilizado para a simulação das faltas.	101

- 7.4 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica localizada a 100 km da barra 1, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $60^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. 102
- 7.5 Impedância aparente da unidade  $Z_{BC}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica a 100 km da barra 1: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé. . . . . 103
- 7.6 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C, localizada a 160 km da barra 1, com resistência de falta de  $20 \Omega$  e ângulo de incidência de  $90^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 105
- 7.7 Impedância aparente da unidade  $Z_{BC}$  do relé de distância para o caso da falta bifásica para a terra entre as fases B e C a 160 km da barra 1: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé. . . . . 106
- 7.8 Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para as faltas simuladas no sistema simplificado. . . . . 107
- 7.9 Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as faltas simuladas no sistema simplificado. . 108
- 7.10 Tempo médio de detecção de falta por localização na linha avaliada do sistema simplificado: (a) primeira zona e (b) segunda zona. . . . . 108
- 7.11 Diagrama do sistema Elétrico da CHESF utilizado para a simulação das faltas. . 110
- 7.12 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $30^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra da subestação PAQ): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 111
- 7.13 Impedância aparente da unidade  $Z_{CA}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé . . . . . 112

- 7.14 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $30^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra da subestação PAQ): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 114
- 7.15 Impedância aparente da unidade  $Z_{AT}$  do relé de distância para o caso da falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé . . . . . 115
- 7.16 Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para a linha 04L1. . . . . 116
- 7.17 Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as faltas simuladas na linha 04L1. . . . . 117
- 7.18 Tempo médio de detecção de falta na linha 04L1: (a) primeira zona e (b) segunda zona. . . . . 117
- 7.19 Exemplo de saturação do núcleo do TC: (a) Formas de onda das correntes no secundário e no primário do TC, referenciadas ao secundário; (b) estimação do fasor utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimação do fasor utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário. . . . . 119
- 7.20 Exemplo de saturação do núcleo do TC: (a) Formas de onda das correntes no secundário e no primário do TC, referenciadas ao secundário; (b) estimação do fasor utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimação do fasor utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário. . . . . 120
- 7.21 Exemplo típico de correntes de *inrush* durante a energização de um transformador de potência. . . . . 121
- 7.22 Exemplo da estimação da amplitude dos fasores das correntes de *inrush* durante a energização de um transformador de potência: (a) fase A, (b) fase B e (c) Fase C. . . . . 122
- 7.23 Diagrama do sistema elétrico simplificado de 230 kV criado na interface *Draft*<sup>®</sup> do RTDS<sup>™</sup>. . . . . 124

- 7.24 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica a 70 km da barra 1, com resistência de falta de  $20 \Omega$  e ângulo de incidência de  $135^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 125
- 7.25 Impedância aparente da unidade  $Z_{BT}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica simulada no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé . . . . . 126
- 7.26 Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta monofásica na fase B à 154 km da barra 1, com resistência de falta de  $0,1 \Omega$  e ângulo de incidência de  $135^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. 127
- 7.27 Impedância aparente da unidade  $Z_{BT}$  do relé de distância para o caso da falta monofásica na fase B simulada no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé . . . . . 128
- 7.28 Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para o sistema simplificado simulado no RTDS<sup>TM</sup>. . . . . 130
- 7.29 Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as faltas simuladas no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado. . . . . 130
- 7.30 Tempo médio de detecção de falta para o sistema elétrico simplificado simulado no RTDS<sup>TM</sup>. . . . . 130
- 7.31 Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação FZD instalado na linha 05V7 de 500 kV, para a falta bifásica para a terra entre as fase B e C ocorrida na linha 05V9 de 500 kV entre as subestações FZD e SBT: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 132
- 7.32 Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação FZD instalado na linha 05V7 de 500 kV, para a falta bifásica para a terra entre as fase B e C ocorrida na linha 05V9 de 500 kV entre as subestações FZD e SBT: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . . 133

---

7.33	Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação TSA, para a falta trifásica ocorrida na linha 04F1 de 230 kV entre as subestações TSA e PER: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . .	134
7.34	Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação TSA, para a falta trifásica ocorrida na linha 04F1 de 230 kV entre as subestações TSA e PER: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . .	135
7.35	Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação CGD, para a falta monofásica na fase B ocorrida na linha 03L1 de 138 kV entre as subestações CGD e STD: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . .	136
7.36	Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação CGD, para a falta monofásica na fase B ocorrida na linha 03L1 de 138 kV entre as subestações CGD e STD: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C. . . . .	137
B.1	Princípio do filtro mímico. . . . .	153

## LISTA DE TABELAS

1.1	Distribuição típica do número de faltas por equipamento (PAITHANKAR; BHIDE, 2007). . . . .	2
2.1	Sinopse da revisão bibliográfica . . . . .	19
3.1	Sinais de entrada para as unidades fase-terra e fase-fase do relé de distância. . .	28
3.2	Unidades do relé que devem operar para cada tipo de falta. . . . .	29
3.3	Tensões de suplementação das unidades fase-terra e fase-fase do relé de distância.	39
7.1	Coeficientes dos filtros ortogonais $\mathbf{h}_c$ e $\mathbf{h}_s$ projetados. . . . .	95
7.2	Parâmetros utilizados no projeto dos filtros ortogonais $\mathbf{h}_c$ e $\mathbf{h}_s$ . . . . .	95
7.3	Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha de transmissão avaliada.	106
7.4	Dados das linha 04L1. . . . .	109
7.5	Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha 04L1 do sistema CHESF. . . . .	115
7.6	Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha de transmissão avaliada.	129

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\widehat{V}_a$	Fasor da tensão na fase A.
$\widehat{V}_b$	Fasor da tensão na fase B.
$\widehat{V}_c$	Fasor da tensão na fase C.
$\widehat{V}_{ab}$	Fasor da tensão entre as fases A e B.
$\widehat{V}_{bc}$	Fasor da tensão entre as fases B e C.
$\widehat{V}_{ca}$	Fasor da tensão entre as fases C e A.
$\widehat{I}_a$	Fasor da corrente na fase A.
$\widehat{I}_b$	Fasor da corrente na fase B.
$\widehat{I}_c$	Fasor da corrente na fase C.
$\widehat{V}_R$	Fasor da tensão vista pelo relé.
$v_R(t)$	Tensão vista pelo relé no domínio do tempo contínuo.
$\widehat{V}_{F1}$	Fasor da tensão de sequência positiva no ponto $F$ onde ocorreu a falta.
$\widehat{V}_{F2}$	Fasor da tensão de sequência negativa no ponto $F$ onde ocorreu a falta.
$\widehat{V}_{F0}$	Fasor da tensão de sequência zero no ponto $F$ onde ocorreu a falta.
$\widehat{V}_{R1}$	Fasor da tensão de sequência positiva vista pelo relé.
$\widehat{V}_{R2}$	Fasor da tensão de sequência negativa vista pelo relé.
$\widehat{V}_{R0}$	Fasor da tensão de sequência zero vista pelo relé.
$\widehat{V}_{Ra}$	Fasor da tensão na fase A do sistema vista pelo relé.
$\widehat{V}_{Rb}$	Fasor da tensão na fase B do sistema vista pelo relé.

$\widehat{V}_{Rc}$	Fasor da tensão na fase C do sistema vista pelo relé.
$\widehat{V}_{min}$	Fasor da tensão mínima de operação do sistema.
$\widehat{V}_{sup}$	Fasor da tensão de suplementação da tensão de falta.
$\widehat{V}_{pre}$	Fasor da tensão de pré-falta.
$\widehat{V}_{op}$	Fasor da tensão de operação dos comparadores que implementam a característica de operação do relé.
$\widehat{V}_{pol}$	Fasor da tensão de polarização dos comparadores que implementam a característica de operação do relé.
$\widehat{E}_S$	Fonte de tensão do equivalente de Thévenin $S$ .
$\widehat{E}_U$	Fonte de tensão do equivalente de Thévenin $U$ .
$\widehat{I}_R$	Fasor da corrente vista pelo relé.
$i_R(t)$	Corrente vista pelo relé no domínio do tempo contínuo.
$\widehat{I}_{R1}$	Fasor da corrente de sequência positiva vista pelo relé.
$\widehat{I}_{R2}$	Fasor da corrente de sequência negativa vista pelo relé.
$\widehat{I}_{R0}$	Fasor da corrente de sequência zero vista pelo relé.
$\widehat{I}_{Ra}$	Fasor da corrente na fase A do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}_{Rb}$	Fasor da corrente na fase B do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}_{Rc}$	Fasor da corrente na fase C do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}'_{Ra}$	Fasor da corrente compensada na fase A do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}'_{Rb}$	Fasor da corrente compensada na fase B do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}'_{Rc}$	Fasor da corrente compensada na fase C do sistema vista pelo relé.
$\widehat{I}_R^*$	Conjugado do fasor da corrente vista pelo relé.
$Z_R$	Impedância aparente vista pelo relé.
$r_R$	Parte real da impedância aparente vista pelo relé.

---

$x_R$	Parte Imaginaria da impedância aparente vista pelo relé.
$Z_{L1}$	Impedância de sequência positiva da linha de transmissão.
$r_{L1}$	Parte real da impedância de sequência positiva da linha de transmissão.
$x_{L1}$	Parte imaginária da impedância de sequência positiva da linha de transmissão.
$Z_{S1}$	Impedância de sequência positiva do equivalente de Thévenin $S$ .
$Z_{S2}$	Impedância de sequência negativa do equivalente de Thévenin $S$ .
$Z_{S0}$	Impedância de sequência zero do equivalente de Thévenin $S$ .
$Z_{U1}$	Impedância de sequência positiva do equivalente de Thévenin $U$ .
$Z_{U2}$	Impedância de sequência negativa do equivalente de Thévenin $U$ .
$Z_{U0}$	Impedância de sequência zero do equivalente de Thévenin $U$ .
$z_{L1}$	Impedância de sequência positiva por unidade de comprimento da linha de transmissão.
$z_{L2}$	Impedância de sequência negativa por unidade de comprimento da linha de transmissão.
$z_{L0}$	Impedância de sequência zero por unidade de comprimento da linha de transmissão.
$Z_{AT}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam a fase A do sistema.
$Z_{BT}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam a fase B do sistema.
$Z_{CT}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam a fase C do sistema.
$Z_{AB}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam as fases A e B do sistema.
$Z_{BC}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam as fases B e C do sistema.
$Z_{CA}$	Unidade de impedância do relé para faltas que envolvam as fases C e A do sistema.
$Z_M$	Impedância vista pelo relé na condição de carregamento máximo do sistema.
$Z_{op}$	Impedância de operação dos comparadores que implementam a característica de operação do relé.
$Z_{pol}$	Impedância de polarização dos comparadores que implementam a característica de operação do relé.

---

$Z_A$	Impedância do alcance da zona de proteção.
$h$	Porcentagem do comprimento total da linha onde ocorreu a falta.
$K_0$	Fator de compensação de sequência zero.
$k_p$	Porcentagem de suplementação da tensão de falta.
$S$	Potência aparente vista pelo relé.
$P$	Potência ativa vista pelo relé.
$Q$	Potência reativa vista pelo relé.
$N_{max}$	Módulo da potência aparente máxima da linha de transmissão.
$\theta_R$	Ângulo da impedância aparente vista pelo relé.
$\theta_{L1}$	Ângulo da impedância de sequência positiva da linha de transmissão.
$\theta_{ind}^{max}$	Limite máximo do ângulo do fator de potência indutivo permitido na linha de transmissão.
$\theta_{cap}^{max}$	Limite máximo do ângulo do fator de potência capacitivo permitido na linha de transmissão.
$\phi$	Diferença das fases dos fasores $\widehat{V}_{op}$ e $\widehat{V}_{pol}$ no comparador de fase do relé.
$T_2$	Tempo de atraso da atuação da segunda zona de proteção do relé.
$T_3$	Tempo de atraso da atuação da terceira zona de proteção do relé.
$\omega_p$	Frequência limite da faixa de passagem de um filtro analógico.
$\omega_s$	Frequência limite da faixa de corte de um filtro analógico.
$\omega_c$	Frequência de corte de um filtro analógico.
$\delta_1$	Tolerância na faixa de passagem de um filtro analógico.
$\delta_2$	Tolerância na faixa de corte de um filtro analógico.
$x(t)$	Sinal no domínio do tempo contínuo.
$f$	Frequência fundamental do sinal.
$T$	Período fundamental do sinal.

---

$\omega$	Frequência angular fundamental do sinal.
$f_s$	Frequência de amostragem do sinal.
$\Delta t$	Passo de amostragem dos sinais.
$t_k$	Tempo de amostragem dos sinais.
$n$	Ordem da componente harmônica do sinal.
$Y_{cn}$	Parte real da $n$ -ésima harmônica do sinal.
$Y_{sn}$	Parte imaginária da $n$ -ésima harmônica do sinal.
$A_0$	Amplitude da componente DC do sinal.
$A_n$	Amplitude do fasor da $n$ -ésima harmônica do sinal.
$\varphi_n$	Fase do fasor da $n$ -ésima harmônica do sinal.
$x_k$	$k$ -ésima amostra do sinal $x(t)$ no domínio do tempo discreto.
$N$	Número de amostras em um ciclo da frequência fundamental do sinal.
$\mathbf{h}_c$	Filtro relacionado a parte real do fasor.
$h_{ck}$	$k$ -ésimo coeficiente do filtro $\mathbf{h}_c$ relacionado a parte real do fasor.
$\mathbf{h}_s$	Filtro relacionado a parte imaginária do fasor.
$h_{sk}$	$k$ -ésimo coeficiente do filtro $\mathbf{h}_s$ relacionado a parte imaginária do fasor.
$H$	Número total de harmônicas consideradas no modelo de estimação do sinal para o algoritmo dos mínimos quadrados.
$\varepsilon_k$	$k$ -ésimo erro de aproximação usado na formulação do algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{B}$	Vetor com as amostras do sinal $x(t)$ utilizado no algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{A}$	Matriz dos coeficientes na formulação do algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{Y}$	Vetor de soluções na formulação do algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{E}$	Vetor de erros de aproximação na formulação do algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{A}^+$	Matriz pseudo-inversa usada na solução do algoritmo dos mínimos quadrados.
$\mathbf{X}$	Sinal no domínio discreto.

$\tau$	Constante de tempo de decaimento da componente DC do sinal.
$K$	Ganho do filtro mímico para a frequência fundamental.
$\tau_d$	Constante de tempo do filtro mímico.
$x_k^*$	$k$ -ésima amostras do sinal filtrado com o filtro mímico.
$\mathcal{S}_j$	Versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathcal{M}_j$	Matriz usada para o cálculo da versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathcal{D}_j$	Versão detalhada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathcal{N}_j$	Matriz usada para o cálculo da versão detalhada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathbf{W}_j$	Vetor de coeficientes wavelet no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathbf{V}_j$	Vetor de coeficientes escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathcal{B}_j$	Matriz usada para o cálculo do vetor de coeficientes wavelet no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\mathcal{A}_j$	Matriz usada para o cálculo do vetor de coeficientes escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$\tilde{\mathcal{S}}_j$	Versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathcal{M}}_j$	Matriz usada para o cálculo da versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathcal{D}}_j$	Versão detalhada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathcal{N}}_j$	Matriz usada para o cálculo da versão detalhada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathbf{W}}_j$	Vetor de coeficientes wavelet no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathbf{V}}_j$	Vetor de coeficientes escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathcal{B}}_j$	Matriz usada para o cálculo do vetor de coeficientes wavelet no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{\mathcal{A}}_j$	Matriz usada para o cálculo do vetor de coeficientes escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.

$j_{max}$	Maior nível de resolução que pode ser calculado na transformada wavelet.
$L_j$	Número de coeficientes dos filtros wavelet e escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWD.
$h_l$	$l$ -ésimo coeficiente do filtro wavelet da TWD.
$g_l$	$l$ -ésimo coeficiente do filtro escala da TWD.
$\tilde{L}_j$	Número de coeficientes dos filtros wavelet e escala no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\tilde{h}_l$	$l$ -ésimo coeficiente do filtro wavelet da TWDR.
$\tilde{g}_l$	$l$ -ésimo coeficiente do filtro escala da TWDR.
$\tilde{s}_{j,k}$	$k$ -ésima amostra da versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$\left[\tilde{\mathcal{M}}_j\right]_M$	Sub-matriz constituída de $M$ linhas consecutivas da matriz $\tilde{\mathcal{M}}_j$ usada para o cálculo da versão aproximada do sinal original no $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.
$G$	Matriz de projeto dos filtros $\mathbf{h}_c$ e $\mathbf{h}_s$ propostos nesta tese.
$\lambda$	Variável auxiliar utilizada no cálculo da constante de tempo de decaimento do sinal, a partir da expressão que utiliza $N/2 + 2$ amostras do sinal.
$PS_1$	Somatório das amostras ímpares dentro de uma janela de ciclo do sinal.
$PS_2$	Somatório das amostras pares dentro de uma janela de ciclo do sinal.
$\tau_k$	Valor da constante de tempo do sinal utilizado na $k$ -ésima amostra no filtro mímico adaptativo proposto.
$\tau'_k$	Valor da constante de tempo do sinal calculada na $k$ -ésima amostra.
$\tau_{min}$	Valor mínimo utilizado para a constante de tempo do sinal no filtro mímico adaptativo proposto.
$\tau_{max}$	Valor máximo utilizado para a constante de tempo do sinal no filtro mímico adaptativo proposto.
$A_k$	Amplitude do sinal calculada pelo algoritmo de detecção de falta para a $k$ -ésima amostra do sinal.

---

$x'_k$	$k$ -ésima amostra da primeira derivada do sinal $x(t)$ no domínio do tempo discreto.
$x''_k$	$k$ -ésima amostra da segunda derivada do sinal $x(t)$ no domínio do tempo discreto.
$\theta_m$	Defasagem imposta pelo filtro mímico.
$Y_{c1}^*$	Parte real do fasor na frequência fundamental com a fase corrigida.
$Y_{s1}^*$	Parte imaginária do fasor na frequência fundamental com a fase corrigida.
$  \cdot  $	Operador matemático que retorna o valor absoluto de um número complexo.
$j$	Operador matemático de representação de números complexos.
$a$	Operador matemático complexo usado na transformação em componentes simétricas ( $a = 1\angle 90^\circ$ ).
$z^{-1}$	Operador matemático usado na transformada $Z$ .
$int$	Operador matemático que retorna a parte inteira de um número real.

## GLOSSÁRIO

A/D	Analógico/digital.
AGD	Angelim II.
ATP	<i>Alternative Transients Program.</i>
CGD	Campina Grande II.
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco.
DCB	<i>Direct comparison blocking.</i>
DCUB	<i>Direct comparison unblocking.</i>
DUTT	<i>Direct underreaching transfer trip.</i>
EMTP	<i>Electromagnetic Transients Program.</i>
IED	<i>Intelligent electronic device.</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers.</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema.
PAQ	Paulo Afonso IV.
P&D	Pesquisa e desenvolvimento.
PER	Peritório Coelho Neto.
POTT	<i>Permissive overreaching transfer trip.</i>
PUTT	<i>Permissive underreaching transfer trip.</i>
RDP	Registrador digital de perturbação.
RTDS	<i>Real time digital simulator.</i>
SBD	Sobral II.

---

SIR	<i>System impedance ratio.</i>
STD	Santa Cruz II.
TC	Transformador de corrente.
TPC	Transformador de potencial capacitivo.
TSA	Teresina.
TSD	Teresina II.
TWD	Transformada wavelet discreta.
TWDR	Transformada wavelet discreta redundante.
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande.

### 1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DA TESE

A crescente demanda pelo fornecimento contínuo e confiável de energia elétrica, aliada à complexidade atual do sistema e às normas vigentes de regulação do setor, tem tornado o mercado de energia cada vez mais competitivo, exigindo das empresas eficiência e qualidade nos serviços prestados.

O marco regulatório do setor elétrico brasileiro foi a Lei 10.848/2004, a qual estabelece regras que possibilitam a efetiva garantia do suprimento para o mercado e a expansão permanente das atividades intrínsecas do setor: geração, transmissão e distribuição. Todavia, a expansão do sistema elétrico acarreta no aumento de sua complexidade operacional, exigindo a utilização de modernos sistemas de proteção, a fim de garantir que faltas sejam extintas rápida e apropriadamente, preservando, assim, a integridade dos equipamentos e evitando o desencadeamento de outros defeitos.

As faltas em sistemas elétricos de potência caracterizam-se como condições anormais de sua operação, que provocam desligamentos não programados de seus componentes. Elas são decorrentes de problemas de naturezas diversas, tais como mecânica, elétrica e térmica. Os principais problemas mecânicos são causados pela ação do vento, corrosão, erosão e arborização. Os de natureza elétrica, por sua vez, são provocados por falha de isolamento, descargas atmosféricas e surtos de chaveamento. Por outro lado, os de natureza térmica são ocasionados por sobrecorrentes em consequência de sobrecarga no sistema elétrico.

A linha de transmissão é o elemento de um sistema elétrico de potência mais suscetível às faltas. Não raro devido às suas dimensões físicas, as linhas estão submetidas às mais adversas condições climáticas e ambientais. Além disso, as linhas de transmissão são geralmente construídas em locais de difícil acesso e distantes dos centros urbanos, o que aumenta a dificul-

dade na realização da sua manutenção preventiva, a fim de evitar problemas como a perda de isolamento devido à poluição acumulada em cadeias de isoladores.

Na Tabela 1.1 é apresentada uma distribuição típica do número de faltas para diferentes equipamentos, da qual se observa que o número de faltas ocorridas em linhas de transmissão é aproximadamente 50 % do número total de faltas, sendo que destas, cerca de 85 % são monofásicas, 8 % bifásicas, 5 % bifásicas para a terra e 2 % trifásicas (PAITHANKAR; BHIDE, 2007). Todavia, de acordo com Tleis (2008), em alguns sistemas elétricos a porcentagem de faltas em linhas pode perfazer de 80 a 90 % do total, o que torna evidente a necessidade dos esforços para o desenvolvimento de sistemas de proteção de linhas que sejam cada vez mais rápidos e seguros.

Os procedimentos de rede do Operador Nacional do Sistema (ONS) impõem que o tempo total de extinção de faltas, incluindo o tempo de abertura dos disjuntores de todos os terminais da linha protegida, não deve exceder 100 ms em linhas com tensão nominal igual ou superior a 345 kV e 150 ms para o caso de linhas com tensão nominal inferior a 345 kV (ONS, 2008). A imposição desses limites visa manter a integridade dos equipamentos e a segurança das pessoas, que estejam sujeitas aos riscos associados às faltas. Além disso, a extinção rápida e apropriada de faltas está diretamente relacionada com a estabilidade, de modo que uma operação inadequada do sistema de proteção pode levar o sistema elétrico à instabilidade, ocasionando apagões de energia que resultam em prejuízos financeiros de grandes proporções.

Dentre os diferentes tipos de proteção para linhas de transmissão, o tipo mais empregado é a proteção de distância (ZIEGLER, 2006). Este tipo de proteção é baseado na medição indireta da distância de localização da falta, mediante o cálculo da impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta.

Com o advento da tecnologia digital, os princípios fundamentais da proteção de distância

**Tabela 1.1.** Distribuição típica do número de faltas por equipamento (PAITHANKAR; BHIDE, 2007).

Tipo de Equipamento	Porcentagem Total (%)
Linhas aéreas	50
Cabos subterrâneos	9
Transformadores e reatores	10
Geradores	7
Disjuntores	12
Equipamentos de controle e transformadores para instrumento	12

puderam ser implementados nos relés digitais (COURY *et al.*, 2007; JOHNS; SALMAN, 1995; PHADKE; THORP, 1990). De fato, estes princípios foram aprimorados, de modo que os relés digitais tornaram-se extremamente rápidos e confiáveis, quando comparados aos tradicionais relés eletromecânicos.

Basicamente, um relé de distância digital pode operar de acordo com dois tipos de algoritmos: baseados no cálculo dos fasores na frequência fundamental ou na resolução de equações diferenciais que relacionam as grandezas da linha de transmissão. Nesta tese, avalia-se o primeiro tipo de algoritmo, por ser este o mais utilizado em relés comerciais (ZIEGLER, 2006).

Os algoritmos de cálculo de fasores empregados na proteção de distância podem ser interpretados como algoritmos de estimação paramétrica ou mesmo como algoritmos de filtragem digital. Eles devem calcular os fasores precisa e rapidamente, mesmo com os sinais corrompidos pela componente DC de decaimento exponencial, transitórios provocados por transformadores de potencial capacitivo (TPCs), não linearidades causadas pela saturação do núcleo de transformadores de corrente (TCs) e outras interferências. Assim, eles devem atender a requisitos especiais, como: banda de passagem em torno da frequência fundamental, rejeição à componente DC de decaimento exponencial, atenuação ou rejeição das harmônicas e boa resposta transitória (SCHWEITZER; HOU, 1993).

Uma vez que os fasores sejam estimados, calcula-se a impedância aparente vista pelo relé, a qual é comparada com a sua característica de operação, podendo resultar num sinal de disparo para os disjuntores e no envio de mensagens de teleproteção para os relés nos terminais remotos das linhas de transmissão.

Diante do exposto, percebe-se que o cálculo de fasores é parte determinante no desempenho dos relés de distância digitais. De fato, essa constatação justifica a busca por novos algoritmos que apresentem vantagens frente aos tradicionalmente empregados, no que concerne uma atuação rápida, segura e confiável do relé de distância.

## 1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DA TESE

O objetivo desta tese é propor um algoritmo de estimação de fasores para ser empregado em aplicações de proteção de distância de linhas de transmissão. Para tanto, citam-se como

objetivos específicos:

- Projetar filtros ortogonais para estimação de fasores que apresentem melhores características de filtragem do que os filtros tradicionais.
- Desenvolver uma estratégia de eliminação da componente DC de decaimento exponencial que, quando combinada aos filtros ortogonais projetados, proporcione a estimação mais correta dos fasores.

As principais contribuições da tese são:

- Uma técnica de projetos de filtros digitais usados na estimação de fasores, mediante a qual é possível obter filtros ortogonais de um ciclo que combinem as características de filtragem da transformada wavelet discreta redundante (TWDR) e do algoritmo dos mínimos quadrados.
- Uma estratégia de eliminação da componente DC de decaimento exponencial baseada no ajuste adaptativo dos parâmetros do filtro mímico digital, que pode ser utilizada com diferentes filtros ortogonais para a estimação de fasores.

No que concerne à divulgação dos resultados obtidos nesta tese, enumeram-se as principais publicações como sendo:

1. *Distance Protection Using a Novel Phasor Estimation Algorithm Based on Wavelet Transform*, publicada no IEEE Power Engineering Society General Meeting, realizado em julho de 2008 em Pittsburgh.
2. *High-Speed Distance Protection Using a Wavelet-Based Filtering Algorithm*, publicada na 16th Power Systems Computation Conference, realizada em julho de 2008 em Glasgow.
3. *Estimação de Fasores Baseada na Transformada Wavelet para Uso na Proteção de Distância*, publicada no Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos, realizado em abril de 2008 em Belo Horizonte.
4. *EMTP Applied to Evaluate Three-Terminal Line Distance Protection Schemes*, publicada na International Conference on Power Systems Transients, realizada em junho de 2007 em Lyon.

Outras publicações relacionadas de um modo menos direto com esta tese são listadas no Apêndice A.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Esta tese está organizada de acordo com a seguinte estrutura:

- No Capítulo 2, realiza-se o levantamento do estado da arte dos algoritmos de estimação de fasores.
- No Capítulo 3, abordam-se os conceitos da proteção de distância de linhas de transmissão.
- No Capítulo 4, por sua vez, são apresentados os fundamentos dos algoritmos de estimação de fasores tradicionais baseados na transformada discreta de Fourier e no algoritmo dos mínimos quadrados.
- A fundamentação teórica da transformada wavelet está no Capítulo 5. Nele, apresentam-se as semelhanças e diferenças entre as transformadas wavelet discreta (TWD) e a TWDR.
- No Capítulo 6, descreve-se o algoritmo de estimação de fasores proposto, bem como as formulações da técnica de projeto de filtros proposta e do novo filtro mímico adaptativo.
- No Capítulo 7, apresentam-se os resultados obtidos da comparação do desempenho do algoritmo proposto com os dos tradicionais algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo, no que concernem às suas respostas em frequência e no tempo. Para tanto, foram utilizados sinais simulados em programas do tipo EMTP (*Electromagnetic Transients Program*) e em um simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência. Além de sinais simulados, também foram avaliados sinais referentes à faltas reais no sistema elétrico da Companhia Hidro Elétrica do São Francisco (CHESF).
- Por fim, as conclusões da tese e propostas para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 8.

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os primeiros trabalhos relacionados à área de proteção digital de sistemas elétricos de potência surgiram no final da década de 60, impulsionando uma série de pensamentos sobre a aplicação dos computadores nesta área.

Não obstante a primeira referência que se tem notícia sobre o desenvolvimento de algoritmos numéricos aplicados aos sistemas de proteção seja o trabalho de McLaren & McConnach (1965), o artigo que é considerado como o marco do desenvolvimento da proteção digital é o de Rockefeller (1969). Já naquele momento, são abordados, do ponto de vista teórico, aspectos como a conversão de valores analógicos para digitais, a lógica de detecção de faltas, o cálculo da impedância da falta, o uso da função diferencial para transformadores e barras e a detecção de saturação de TCs.

Diante da nova perspectiva de utilização do computador na proteção de sistemas elétricos de potência, surgem a partir do início da década de 70 os primeiros algoritmos de estimação de fasores, principalmente voltados para a proteção de distância de linhas de transmissão.

De um modo geral, os algoritmos de estimação de fasores podem ser agrupados nas categorias a saber:

1. *Não-recursivos*: estes algoritmos são essencialmente filtros digitais com resposta ao impulso finita. Eles possuem coeficientes constantes e utilizam janelas de dados de comprimento finito. Suas saídas dependem somente das amostras contidas na janela de dados, de modo que eles podem ser subdivididos em:
  - (a) *Janelas fixas*: são algoritmos que não modificam o tamanho da janela de dados durante todo o processo de estimação dos fasores. De acordo com o tamanho da janela, estes algoritmos ainda podem ser divididos em:
    - i. *Janelas curtas*: são algoritmos que calculam o fasor a partir de poucas amostras

do sinal, como por exemplo duas ou três amostras. Neste tipo de algoritmo, admite-se que o sinal é composto apenas da componente harmônica fundamental. De um modo geral, eles são rápidos, mas apresentam grandes erros devido à influência da componente DC de decaimento exponencial e das harmônicas presentes no sinal.

ii. *Janelas longas*: são algoritmos que calculam o fasor utilizando um número de amostras a partir de meio ciclo da frequência fundamental. Este tipo de algoritmo possui uma melhor característica de filtragem do que os algoritmos de janelas curtas, sendo menos afetados pela componente DC de decaimento exponencial e pelas harmônicas. No entanto, o tamanho da janela compromete o tempo de resposta do algoritmo, quando comparado aos de janelas curtas.

(b) *Janelas variáveis*: estes algoritmos utilizam uma estratégia de ajuste adaptativo do tamanho da janela de dados após a detecção da falta, tornando-se mais rápidos do que os de janelas longas e mais exatos do que os de janelas curtas. Para tanto, utilizam-se janelas curtas imediatamente após a detecção da falta, para só então aumentar gradativamente o seu tamanho e, por consequência, a exatidão na estimação. Desta forma, em algumas situações, logo após a detecção da falta, estes algoritmos podem sofrer muita influência da componente DC de decaimento exponencial.

2. *Recursivos*: estes algoritmos implementam filtros digitais com resposta ao impulso infinita, de modo que sua saída depende das entradas presentes e de todas as entradas anteriores. Contudo, não raro se utiliza um fator de esquecimento para minimizar a influência das amostras mais antigas e evidenciar as amostras mais atuais. De fato, estes algoritmos calculam o novo fasor a partir do antigo de forma recursiva, diminuindo o esforço computacional requerido.

A seguir, é apresentado o levantamento do estado da arte dos algoritmos de estimação de fasores, mediante a apresentação concisa das ideias principais de alguns dos mais relevantes artigos relacionados ao tema.

## 2.1 ALGORITMOS NÃO-RECURSIVOS DE JANELAS CURTAS

Partindo-se da premissa que a corrente de curto-circuito é perfeitamente senoidal, Mann & Morrison (1971) propuseram um algoritmo que utiliza amostras do sinal e da sua primeira derivada para estimar o fasor na frequência fundamental. Apesar da importância histórica deste algoritmo, ele pode ocasionar erros, sobretudo devido às harmônicas e à componente DC de decaimento exponencial. Motivo pelo qual, os autores sugerem o uso de um circuito mímico<sup>1</sup> para diminuir os efeitos desta componente.

Baseados no algoritmo de Mann & Morrison (1971), Rockefeller & Udren (1972) propuseram um algoritmo que calcula os fasores a partir da primeira e segunda derivadas do sinal, também considerando-o como sendo puramente senoidal. Os autores indicam como uma grande vantagem deste algoritmo, quando comparado ao de Mann & Morrison (1971), o fato de que ele é menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial, já que teoricamente ela pode ser cancelada no cálculo das derivadas. No entanto, ele é fortemente afetado pelas componentes de alta frequência que surgem quando da ocorrência de faltas. Esse trabalho está relacionado a um projeto de parceria entre a Pacific Gas and Electric Company e a Electric Westinghouse Company, que resultou no primeiro relé com um computador digital para a proteção de distância de linhas de transmissão, o Prodar 70.

Com o intuito de evitar o cálculo de derivadas, Makino & Miki (1975) propuseram algoritmos que estimam os fasores usando diretamente as amostras dos sinais tensão e corrente. Assim como os algoritmos de Mann & Morrison (1971) e de Rockefeller & Udren (1972), devido ao pequeno número de amostras utilizado no cálculo dos fasores, estes algoritmos não possuem uma boa resposta em frequência, não eliminando as harmônicas dos sinais e sendo muito afetados pela componente DC de decaimento exponencial.

Não obstante às suas limitações, os algoritmos não-recursivos de janelas curtas foram bastante utilizados na concepção de relés de distância durante a década de 70.

---

<sup>1</sup> *Circuito mímico* consiste de um elemento físico que possui uma relação  $L/R$  igual ao da impedância do sistema a ser protegido, compensando a componente DC de decaimento exponencial.

## 2.2 ALGORITMOS NÃO-RECURSIVOS DE JANELAS LONGAS

### 2.2.1 Algoritmo Baseado na Transformada de Walsh

Um algoritmo de um ciclo baseado na transformada de Walsh foi proposto por Horton (1975), cuja principal vantagem é a redução do esforço computacional. Como as funções de Walsh assumem apenas os valores  $+1$  ou  $-1$ , são necessárias apenas operações de adição e deslocamento, evitando-se multiplicações, divisões, potências e raízes quadradas. Os autores verificaram erros na estimação de fasores na fase de regime permanente de pré-falta e de falta da ordem de 2,6 %. Assim, este poderia ser um possível substituto para o algoritmo de Fourier de um ciclo, já que o esforço computacional era uma condição limitante na escolha dos algoritmos na época.

### 2.2.2 Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier

Durante a década de 70, vários trabalhos analisaram a utilização da transformada de Fourier na estimação de fasores. Dentre os primeiros, destacam-se os trabalhos de Ramamoorthy (1972), McLaren & Redfern (1975), Phadke *et al.* (1977) e de Schweitzer (1977) que aplicaram a transformada discreta de Fourier a um ciclo de amostras dos sinais de tensão e corrente. Dai surgiu a denominação de algoritmo de Fourier de um ciclo. Este algoritmo é capaz de eliminar todas as harmônicas de um sinal e é menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial.

Phadke *et al.* (1976) propuseram uma versão mais rápida do algoritmo de Fourier, denominada de algoritmo de Fourier de meio ciclo. O ganho de velocidade é acompanhado por uma perda de exatidão no processo de estimação, já que este algoritmo não é capaz de eliminar as harmônicas pares. Além disto, ele também é mais afetado pela componente DC de decaimento exponencial do que o algoritmo de Fourier de um ciclo.

Schweitzer & Hou (1993) analisaram as respostas em frequência dos filtros de Fourier de um ciclo e observaram que o filtro cosseno, responsável pelo cálculo da parte real do fasor, é menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial do que o filtro seno, responsável pelo cálculo da parte imaginária do fasor. Desta forma, os autores propuseram uma nova estratégia

de filtragem denominada de filtro cosseno, que aplica o filtro cosseno de Fourier à janela de dados atual e à uma janela de dados defasada de um quarto de ciclo. A partir dos resultados obtidos, os autores concluíram que o filtro cosseno apresenta melhores características de filtragem do que os de Fourier, Walsh, Kalman e mínimos quadrados, no que concerne à eliminação da componente DC de decaimento exponencial. A sua desvantagem é o fato de que, em algumas situações, ele pode apresentar um atraso de um quarto de ciclo com relação ao algoritmo de Fourier de um ciclo.

O algoritmo de eliminação da componente DC de decaimento exponencial conhecido como filtro mímico digital foi proposto por Benmouyal (1995). Ele consiste de um filtro passa-altas de primeira ordem, projetado para ter um ganho unitário na frequência fundamental, de modo que sua resposta ao impulso possua uma constante de tempo de decaimento igual a relação  $L/R$  do sistema protegido. O autor avaliou o desempenho dos filtros de Fourier de um e de meio ciclo combinados com o filtro mímico, obtendo melhores resultados do que os filtros de Kalman, cosseno e dos mínimos quadrados. Contudo, na sua avaliação, o autor calculou os parâmetros do filtro mímico utilizando a mesma constante de tempo da componente DC presente no sinal avaliado, o que explica os resultados obtidos. De fato, quão maior a diferença entre os valores das constantes de tempo do filtro e do sinal, maiores serão os erros cometidos na estimação do fasor. Esta é sua limitação, já que a constante de tempo de decaimento do sinal é uma variável aleatória, não sendo conhecida a priori. Mesmo assim, o filtro mímico é um dos algoritmos mais tradicionais para a remoção da componente DC, servindo sempre de comparação para outros algoritmos que foram propostos posteriormente.

Altuve *et al.* (1996) utilizaram a mesma estratégia adotada por Schweitzer & Hou (1993) no filtro cosseno para propor o filtro seno. Eles também propuseram outra estratégia de filtragem, denominada de filtragem seno-cosseno, que consiste em utilizar o filtro cosseno nas correntes, devido à sua boa rejeição à componente DC de decaimento exponencial, e o filtro seno nas tensões, devido à sua boa característica de rejeição às altas frequências que podem surgir devido às faltas. A partir dos resultados obtidos, os autores concluíram de que os filtros cosseno e seno-cosseno foram os que apresentaram o melhor desempenho.

Baseados na propriedade de periodicidade das funções senoidais, Argüelles *et al.* (2005) propuseram dois novos algoritmos para remoção da componente DC de decaimento exponen-

cial: um de um ciclo e outro de meio ciclo. De fato, aquele necessita de um ciclo mais duas amostras do sinal para estimar a componente DC de decaimento exponencial, enquanto que este necessita de meio ciclo mais duas amostras. Estes algoritmos foram combinados aos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo, respectivamente, a fim de avaliar os seus desempenhos quanto à eliminação da influência da componente DC no processo de estimação de fasores. Apesar dos bons resultados apresentados pelos autores, até que o número de amostras após a falta seja suficiente para o cálculo da componente DC de decaimento exponencial é necessário utilizar estratégias para evitar instabilidade no cálculo dos fasores.

Yu (2007) publicou um algoritmo para remoção da componente DC de decaimento exponencial que, mediante a análise dos fasores tensão e corrente, ajusta dinamicamente os parâmetros do filtro mímico proposto por Benmouyal (1995). Este filtro foi combinado com o algoritmo de Fourier de um ciclo para avaliar o seu desempenho na estimação de fasores para a proteção de distância de linhas de transmissão. Uma vantagem do algoritmo proposto é que as harmônicas não interferem no ajuste dos parâmetros do filtro mímico, já que a estimação da constante de tempo do filtro é feita após a aplicação do algoritmo de Fourier de um ciclo, que elimina todas as harmônicas. Por outro lado, o valor correto da constante de tempo só é determinado um ciclo após o início da falta.

Cho *et al.* (2009) publicaram um novo algoritmo de eliminação da componente DC de decaimento exponencial. Os autores determinaram uma estratégia de cálculo desta componente ao observar a integral em um ciclo de um sinal modelo, constituído de uma componente senoidal mais uma componente DC de decaimento exponencial. Uma vez calculada, esta componente é diminuída das amostras do sinal contidas na janela de dados usada na estimação do fasor, a fim de eliminar a sua influência. O algoritmo foi avaliado em conjunto com o filtro de Fourier de um ciclo, apresentando bons resultados. Todavia, o algoritmo necessita de um ciclo mais uma amostra do sinal após o início da falta para calcular o valor correto da constante de tempo.

### 2.2.3 Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados

Sachdev & Baribeu (1979) propuseram um algoritmo de estimação de fasores baseado no método dos mínimos quadrados para aplicação na proteção de distância de linhas de trans-

missão. Os autores levaram em consideração as seguintes premissas: o processo de filtragem *anti-aliasing* do sinal é capaz de eliminar todas as harmônicas de ordem maior e igual que cinco e os sinais não possuem harmônicas pares. Desta forma, o problema de estimação foi formulado de tal modo que apenas a fundamental e a terceira harmônica do sinal foram consideradas. Além disso, a componente DC de decaimento exponencial foi aproximada a partir dos dois primeiros termos da sua representação em série de Taylor. O algoritmo foi avaliado para faltas simuladas e reais, obtendo-se bons resultados em ambos os casos.

Um novo algoritmo de meio ciclo para a estimação de fasores foi proposto por Rosolowski *et al.* (2000), mediante a utilização do algoritmo dos mínimos quadrados ponderados. A matriz de pesos é determinada mediante o cálculo do erro ocasionado pela componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores na frequência fundamental, de modo que a matriz de covariância dos mínimos quadrados seja diagonal. A determinação desta componente se baseia na periodicidade das funções senoidais e faz uso da função de Walsh de meio ciclo. Os autores sugerem algumas alternativas para manter a estabilidade no cálculo da componente DC. Apesar dos bons resultados apresentados, fica evidente pela análise da resposta em frequência do algoritmo que ele não elimina as harmônicas pares, o que era de se esperar por se tratar de um algoritmo de meio ciclo. No ano seguinte, os mesmos autores publicaram um algoritmo semelhante a esse, mas sendo de um ciclo (ROSOLOWSKI *et al.*, 2001). Este novo algoritmo apresenta melhores resultados do que o anterior, no que concerne à eliminação de harmônicas. A componente DC de decaimento exponencial é calculada de forma semelhante à apresentada no artigo anterior, mas são necessárias um ciclo de amostras para calcular o valor correto da constante de tempo desta componente.

Sidhu *et al.* (2005) apresentaram um novo algoritmo de meio ciclo. Partindo da premissa de que as frequências maiores que a sexta harmônica são eliminadas na filtragem passa-baixas *anti-aliasing*, os autores propuseram dois conjuntos de filtros ortogonais, um sintonizado na frequência fundamental e outro na décima harmônica. Devido à filtragem *anti-aliasing*, o segundo par de filtros só é influenciado pela componente DC de decaimento exponencial. Desta forma, os autores observaram que para uma dada constante de tempo de decaimento da componente DC, a partir de relações entre as partes reais e imaginárias estimadas pelos dois pares de filtros, é possível corrigir a estimação do fasor na frequência fundamental. Baseado nesta

observação, foram construídas tabelas que relacionam estas grandezas para uma grande faixa de valores da constante de tempo de decaimento. Assim, a partir da consulta às tabelas, os autores propuseram uma estratégia de correção da estimação do fasor na frequência fundamental. Eles apresentaram a resposta em frequência dos filtros utilizados até a sexta harmônica, tomando por base a premissa quanto à filtragem *anti-aliasing*. No entanto, ao analisar a resposta em frequência como um todo, ou seja, filtro *anti-aliasing* convoluído com os filtros ortogonais utilizados, verifica-se que esta premissa não é verdadeira, pois os filtros serão muito afetados pelas componentes de mais alta frequência originadas quando da ocorrência de faltas.

#### 2.2.4 Algoritmos Baseados na Transformada Wavelet

A transformada wavelet foi utilizada para a estimação de fasores primeiramente por Wong *et al.* (2001). Os autores avaliaram o algoritmo considerando janelas de dados de um e de meio ciclo e os resultados indicam que, em alguns casos, seu desempenho é superior ao do algoritmo de Fourier de um ciclo. Uma desvantagem deste algoritmo está no fato de que ele é muito afetado pela componente DC de decaimento exponencial e não elimina as harmônicas.

Osman & Malik (2004) propuseram um algoritmo de proteção de distância de linhas de transmissão baseado na TWD. Os fasores são estimados utilizando o algoritmo proposto por Wong *et al.* (2001). Os autores utilizaram um esquema de detecção de faltas baseado na análise da norma dos coeficientes wavelet, para reiniciar a janela de dados no momento que a falta for detectada. O algoritmo proposto foi comparado ao algoritmo de Fourier de um ciclo, mostrando-se mais rápido em todos os casos avaliados. No entanto, pelas limitações do algoritmo de Wong *et al.* (2001), o algoritmo proposto por Osman & Malik (2004) pode não apresentar um bom desempenho em aplicações reais. Além disso, para eliminar a componente DC de decaimento exponencial, os autores utilizaram um filtro passa-faixa com frequência central em 60 Hz, que provoca um atraso nos sinais que é evitado em aplicações de proteção.

Liang & Jeyasurya (2004) desenvolveram um novo algoritmo de estimação de fasores baseado na transformada wavelet. Ao invés da TWD, os autores utilizaram a TWDR, que devido às suas características de redundância e invariância no tempo, provocam menos distorções no processo de reconstrução dos sinais. Devido às propriedades de filtragem da TWDR, as harmônicas

presentes no sinal original não aparecem no sinal aproximado no terceiro nível de resolução da TWDR calculado usando a wavelet mãe Daubechies 8, com exceção da segunda harmônica, que é desprezada ou eliminada por uma estratégia de filtragem. Desta forma, ao invés de analisar o sinal original, os autores avaliam a sua versão aproximada. A amplitude e a fase do fasor são calculadas a partir de expressões analíticas que consideram duas amostras consecutivas do sinal aproximado. Os resultados obtidos indicam que este algoritmo é sempre mais rápido que o algoritmo de Fourier de um ciclo. Utilizou-se um filtro Butterworth passa-altas de terceira ordem para eliminar a componente DC de decaimento exponencial, o que na prática é inviável pelo atraso no tempo nos sinais de tensão e corrente ocasionado por este filtro. Os autores também não analisaram a resposta em frequência do algoritmo de filtragem como um todo, de modo que não foi evidenciado que algumas harmônicas, tais como a terceira e a sexta, não são completamente eliminadas. Além disso, os autores não descrevem a escolha de alguns parâmetros como taxa de amostragem aplicada aos sinais e nível de resolução da TWDR utilizado, de modo que o algoritmo é particularizado para os valores utilizados em seu artigo.

Silva *et al.* (2008) propuseram um aprimoramento do algoritmo proposto por Liang & Jeyasurya (2004), mediante uma nova técnica de projetos de filtros ortogonais de um ciclo para a estimação de fasores, que combina as características de filtragem da TWDR e do algoritmo dos mínimos quadrados. De fato, o algoritmo de Liang & Jeyasurya (2004) passa a ser um caso particular da técnica de projeto proposta. Ao analisar as respostas em frequências das linhas das matrizes wavelet, é possível identificar quais harmônicas não serão eliminadas, de modo que estas sejam incluídas na formulação do algoritmo dos mínimos quadrados. A escolha de todos os parâmetros de projeto é apresentada, de tal sorte que a técnica pode ser utilizada com quaisquer wavelet mãe e taxa de amostragem, desde que o critério de Nyquist seja satisfeito. Comparou-se o desempenho de filtros projetados com a técnica proposta com os de Fourier de um e de meio ciclo, no que diz respeito às suas respostas no tempo e na frequência. Os resultados obtidos indicam que os filtros propostos, mesmo sendo filtros de um ciclo, são em geral mais rápidos do que os de Fourier de um ciclo e eliminam mais harmônicas do que os de Fourier de meio ciclo. O filtro mímico digital proposto por Benmouyal (1995) foi utilizado para eliminar a componente DC de decaimento exponencial, o que se constitui como uma limitação do algoritmo. Contudo, os autores evidenciam que outras técnicas podem ser utilizadas em conjunto com os filtros ortogonais projetados, a fim de tornar a estimação do fasor menos

afetada pela componente DC de decaimento exponencial.

## 2.3 ALGORITMOS NÃO-RECURSIVOS DE TAMANHO DE JANELA VARIÁVEL

### 2.3.1 Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier

Uma técnica para o cálculo de fasores denominada de *phaselets* foi apresentada por Alexander & Andrichak (1996), a qual é derivada do algoritmo de Fourier. De fato, as *phaselets* são somas parciais de produtos das amostras do sinal com os coeficientes dos filtros seno e cosseno de Fourier, de modo que a janela de dados pode ter um tamanho qualquer. No caso da janela ser de um ou de meio ciclo, as *phaselets* são calculadas da mesma forma que nos algoritmos de Fourier, caso contrário, é necessário fazer uma correção no fasor estimado devido ao fato de que as funções seno e cosseno não são ortogonais no intervalo considerado. Adota-se uma estratégia adaptativa do tamanho da janela: utiliza-se uma janela de um ciclo no regime permanente de pré-falta; quando o distúrbio é detectado, o tamanho da janela de dados é reduzido dinamicamente à largura de uma única *phaselet*; a medida que novas *phaselets* são obtidas, o tamanho da janela de dados aumenta incluindo as novas amostras até que atinja novamente o tamanho de um ciclo. Assim, o algoritmo torna-se rápido e a exatidão da estimação aumenta a cada *phaselet* adicionada. Os autores avaliaram diversas estratégias de eliminação da componente DC de decaimento exponencial e chegaram a conclusão que a que melhor se adequava às *phaselets* era o filtro mímico digital proposto por Benmouyal (1995).

Apesar do trabalho de Alexander & Andrichak (1996) ter introduzido a noção de *phaselet* e de sua utilização na estimação de fasores, sua fundamentação matemática não foi apresentada de forma clara. Neste sentido, Serna (2005) publicou um trabalho com o intuito de apresentar a fundamentação matemática da estimação de fasores utilizando *phaselets*, discutindo-se também a resposta em frequência das diferentes *phaselets*. O autor constata que esta técnica possibilita uma estimação mais rápida que o algoritmo de Fourier de um ciclo, mas seu desempenho é muito dependente da eliminação da componente DC de decaimento exponencial, o que ele considera como a principal limitação da técnica.

### 2.3.2 Algoritmos Baseados nos Mínimos Quadrados

Uma característica importante do algoritmo dos mínimos quadrados é o fato de que ele pode ser aplicado a qualquer número de amostras. Isso possibilita sua utilização em conjunto com estratégias de ajuste adaptativo do tamanho da janela de dados (SIDHU *et al.*, 2002; FUNK; MALIK, 2004; CHEN *et al.*, 2006; YU, 2006b). Diferentes estratégias adaptativas de ajuste do tamanho da janela são utilizadas, mas, de um modo geral, utilizam-se janelas curtas logo após o início da falta para tornar o algoritmo mais rápido. Como resultado, estes algoritmos são mais rápidos que o de Fourier de um ciclo. Todavia, perde-se exatidão ao se utilizar janelas curtas logo após a falta, o que pode levar à uma operação indevida do relé. Assim, para preservar o compromisso de velocidade e exatidão no cálculo dos fasores, estes algoritmos são mais rápidos que o de Fourier de um ciclo, mas não são mais rápidos que o de Fourier de meio ciclo. Além disso, no caso da proteção de distância de linhas de transmissão, não raro se utilizam estratégias adaptativas de ajuste do alcance das zonas de proteção do relé, a fim de evitar sua operação indevida enquanto são usadas janelas curtas para a estimação do fasor.

## 2.4 ALGORITMOS RECURSIVOS

### 2.4.1 Algoritmos Baseados no Filtro de Kalman

Girgis (1982) desenvolveu um algoritmo recursivo de estimação de fasores baseado no filtro de Kalman para a proteção de linhas. Foram propostos dois modelos de filtragem: um para tensão, com dois estados, e outro para a corrente, com três estados. Melhoramentos deste algoritmo foram propostos por Sachdev *et al.* (1985) e Girgis & Makram (1988). Uma desvantagem do uso do filtro de Kalman está no fato de que ele envolve um melhor conhecimento prévio do sistema a ser protegido e das estatísticas dos ruídos de falta. Outra limitação deste algoritmo está na eliminação da componente DC de decaimento exponencial, já que ela é incluída na matriz de transição de estados do algoritmo, partindo-se da premissa de que a constante de tempo de decaimento desta componente é conhecida a priori. Contudo, esta consideração não é válida, visto que esta componente depende de parâmetros aleatórios como a resistência, a localização a o ângulo de incidência da falta.

### 2.4.2 Algoritmos Baseados na Transformada Discreta de Fourier

Phadke *et al.* (1983) propuseram o algoritmo de *Fourier de um ciclo recursivo*. O fato de que este algoritmo calcula o novo fasor a partir do antigo, implica que os coeficientes dos filtros variem a cada amostra. Como consequência, ele tem uma pior resposta transitória do que o algoritmo de Fourier de um ciclo não-recursivo, tornando-se mais afetado pelas componentes de frequência não múltiplas da fundamental e pela componente DC de decaimento exponencial.

Gu & Yu (2000) analisaram o impacto da componente DC de decaimento exponencial na formulação matemática dos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo. A partir daí, os autores propuseram uma estratégia recursiva para a correção do erro na estimativa do fasor da frequência fundamental. A versão modificada do algoritmo de um ciclo requer um ciclo mais duas amostras para eliminar a componente DC, enquanto que a versão modificada do algoritmo de meio ciclo requer meio ciclo mais três amostras.

Assim como Gu & Yu (2000), vários outros autores propuseram modificações para os algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo, a fim de torná-los imunes à influência da componente DC de decaimento exponencial (YANG; LIU, 2000; YU; GU, 2001; LIN; LIU, 2002; SIDHU *et al.*, 2003; YU, 2006a). Para tanto, os autores propõem estratégias recursivas de correção da estimativa do fasor, a partir da análise da influência da componente DC no equacionamento dos algoritmos de Fourier. Não obstante os bons resultados apresentados, no que concerne à eliminação da componente DC, os algoritmos modificados de meio ciclo não eliminam as harmônicas pares e também não há uma melhora no tempo de resposta dos algoritmos de um ciclo.

Guo *et al.* (2003) propuseram três algoritmos simplificados para a eliminação da componente DC de decaimento exponencial, mediante a definição de novas somas parciais das amostras em um ciclo do sinal, a exemplo das somas propostas por Phadke *et al.* (1976). Os autores analisaram a combinação destes algoritmos com os filtros de Fourier de um ciclo, propondo estratégias recursivas de atualização dos fasores. De fato, estes algoritmos podem ser usados com quaisquer filtros ortogonais para a estimação dos fasores. No entanto, apresentam desvantagem pelo fato de que as somas parciais propostas usam todas as amostras em um ciclo do sinal, o que acarreta que o tempo de resposta do algoritmo de estimação passa a ser de um ciclo, mesmo para o caso de se utilizar filtros ortogonais de meio ciclo, por exemplo.

### 2.4.3 Algoritmo Baseado nos Mínimos Quadrados

Sachdev & Nagpal (1992) utilizaram o algoritmo dos *mínimos quadrados recursivo* para a estimação de fasores. Os autores utilizaram um modelo de doze estados para representação do sinal de entrada, que considera a fundamental e a segunda, terceira, quarta e quinta harmônicas, bem como a componente DC de decaimento exponencial, que é aproximada pelos dois primeiros termos de sua representação em série de Taylor. O desempenho do algoritmo proposto foi comparado ao do algoritmo de Fourier de um ciclo para uma aplicação de proteção de transformadores, apresentando melhor resposta transitória do que este.

Na tentativa de solucionar a limitação do uso das *phaselets* na estimação de fasores devido à componente DC de decaimento exponencial, Serna (2007) propôs um novo algoritmo que usa os mínimos quadrados recursivos em conjunto com *phaselets*. Os resultados apresentados mostram que o algoritmo proporciona uma estimação rápida e menos afetada pela componente DC. No entanto, o autor reconhece que novos aprimoramentos devem ser feitos, a fim de melhorar a resposta em frequência das *phaselets*, indicando para isto o uso de wavelets ou de outros tipos de janelas de filtragem.

## 2.5 RESUMO

Neste capítulo, foi apresentado um levantamento do estado da arte dos algoritmos de estimação de fasores. Na Tabela 2.5, apresenta-se uma sinopse do levantamento bibliográfico realizado. Notadamente, a grande maioria dos trabalhos propõem modificações nos tradicionais algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados. Há apenas três trabalhos que propõem algoritmos de estimação de fasores baseados na transformada wavelet, sendo o algoritmo de Silva *et al.* (2008) referente aos resultados preliminares desta tese. Assim, é eminente o desafio da proposição de um novo algoritmo que utilize alguma técnica diferente das tradicionais, o que, de fato, tornou-se mais uma motivação para esta tese.

**Tabela 2.1.** Sinopse da revisão bibliográfica

Referência	Técnica empregada
Mann & Morrison (1971)	
Rockefeller & Udren (1972)	Janelas curtas
Makino & Miki (1975)	
Horton (1975)	Transformada de Walsh
Girgis (1982)	
Sachdev <i>et al.</i> (1985)	Filtro de Kalman
Girgis & Makram (1988)	
Ramamoorthy (1972)	
McLaren & Redfern (1975)	
Phadke <i>et al.</i> (1977)	
Schweitzer (1977)	
Phadke <i>et al.</i> (1976)	
Phadke <i>et al.</i> (1983)	
Schweitzer & Hou (1993)	
Altuve <i>et al.</i> (1996)	
Benmouyal (1995)	
Alexander & Andrichak (1996)	Transformada discreta de Fourier
Gu & Yu (2000)	
Yu & Gu (2001)	
Yang & Liu (2000)	
Lin & Liu (2002)	
Guo <i>et al.</i> (2003)	
Sidhu <i>et al.</i> (2003)	
Argüelles <i>et al.</i> (2005)	
Yu (2006a)	
Serna (2005)	
Yu (2007)	
Cho <i>et al.</i> (2009)	
Sachdev & Baribeu (1979)	
Sachdev & Nagpal (1992)	
Rosolowski <i>et al.</i> (2000)	
Rosolowski <i>et al.</i> (2001)	
Sidhu <i>et al.</i> (2002)	Algoritmo dos mínimos quadrados
Funk & Malik (2004)	
Sidhu <i>et al.</i> (2005)	
Chen <i>et al.</i> (2006)	
Yu (2006b)	
Serna (2007)	
Wong <i>et al.</i> (2001)	
Osman & Malik (2004)	Transformada wavelet
Liang & Jeyasurya (2004)	
Silva <i>et al.</i> (2008)	

# FUNDAMENTOS DA PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA

A principal função de um sistema de proteção<sup>1</sup> é detectar faltas no sistema elétrico, desligando as suas partes afetadas rápida e apropriadamente, preservando, assim, a integridade dos seus equipamentos e evitando o desencadeamento de outros defeitos. Neste contexto, alguns dos requisitos básicos de um sistema de proteção podem ser identificados (ANDERSON, 1999):

- *Sensibilidade*: é a capacidade de identificar faltas para as quais ele foi projetado.
- *Confiabilidade*: é a habilidade de atuar corretamente quando necessário.
- *Segurança*: é a habilidade de evitar operação desnecessária.
- *Seletividade*: é a capacidade de prover a máxima continuidade de serviço com um mínimo de desconexões para isolar uma falta no sistema.
- *Coordenação*: consiste da determinação dos ajustes apropriados do sistema de proteção, a fim de se obter seletividade em sua operação.
- *Velocidade*: é a característica voltada para reduzir o tempo de duração da falta, para um mínimo de danos no sistema protegido.
- *Economia*: no sentido de se ter máxima proteção ao menor custo, considerando sempre o aspecto custo versus benefício.
- *Simplicidade*: é a característica que considera a utilização mínima de equipamentos e circuitos na execução da proteção.
- *Mantenabilidade*: é a capacidade de permitir manutenção rápida e precisa, reduzindo-se ao mínimo os custos de manutenção e o tempo durante o qual o sistema fica fora de serviço.

---

<sup>1</sup>Entende-se por *sistema de proteção* o conjunto de relés, transformadores para instrumento, disjuntores, equipamentos de teleproteção, circuitos de alimentação, circuitos de comando e sinalização, que associados, têm por finalidade proteger componentes ou partes do sistema elétrico de potência contra faltas.

Os relés de proteção podem ser agrupados basicamente em três tipos: eletromecânicos, estáticos e digitais. No caso dos eletromecânicos, sua operação é baseada em forças produzidas pela interação eletromagnética entre correntes e fluxos. Citam-se como suas principais vantagens: a inércia de seus elementos móveis, o consumo elevado quando comparado com os demais tipos de relés e a incapacidade de sintetizar características diferentes de círculos e retas. Não obstante a tendência de se tornarem obsoletos, esses relés ainda são utilizados na proteção de sistemas elétricos, sobretudo em sistemas de distribuição (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

Ao contrário dos relés eletromecânicos, os relés estáticos não necessitam de partes móveis para sintetizar características de operação. De fato, eles são constituídos de circuitos integrados, que podem implementar todas as funções e características disponíveis nos relés eletromecânicos. Têm como desvantagens serem sensíveis às altas temperaturas, umidade, sobrecorrentes e sobretensões, o que os tornam mais suscetíveis às falhas. Mesmo assim, esse tipo de relé foi bastante utilizado em meados das décadas de 70 e 80.

Com o avanço da tecnologia digital, deu-se início em meados da década 80 ao desenvolvimento dos relés microprocessados ou digitais. Atualmente, esse tipo de relé têm sido denominado de IED, do inglês *Intelligent Electronic Device*. Eles diferem dos relés eletromecânicos e estáticos por apresentarem vantajosas características, dentre as quais citam-se:

- A flexibilidade na implementação dos algoritmos de proteção, por meio da qual se pode integrar em um só relé diferentes funções de proteção, tais como: sobrecorrente, sobretensão, diferencial e distância;
- A flexibilidade funcional, por meio da qual o relé pode ser programado para realizar diversas funções em uma subestação, tais como: medição, monitoramento e controle;
- Integração digital, que permite a comunicação entre o relé e outros dispositivos, possibilitando o seu acesso remoto e a utilização de esquemas de proteção mais elaborados.
- Rotinas de auto-monitoramento, que permitem que o próprio relé averigüe constantemente a integridade de seus componentes, tanto em nível de software quanto de hardware.
- Aquisição e armazenamento de dados de oscilografia de curta e longa duração;
- A implementação de rotinas de detecção, classificação e localização de faltas.

No que diz respeito à proteção de linhas de transmissão, a proteção de distância é notoriamente a mais utilizada. Ela recebe essa denominação por operar baseada na medição da distância até o local da falta, obtida indiretamente a partir da medição da impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta (ZIEGLER, 2006).

Neste Capítulo, são apresentados os conceitos fundamentais da proteção de distância de linhas, os quais foram necessários para o desenvolvimento do tema ao qual se refere esta tese.

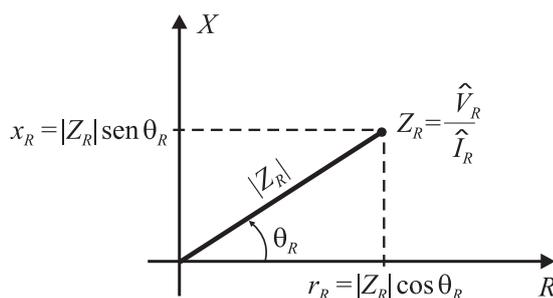
### 3.1 O DIAGRAMA $R$ - $X$

As características de um relé de distância são apresentadas de forma conveniente em um diagrama de impedâncias denominado de diagrama  $R$ - $X$ , cujo eixo das abscissas representa a resistência  $R$  e o eixo das ordenadas a reatância  $X$ .

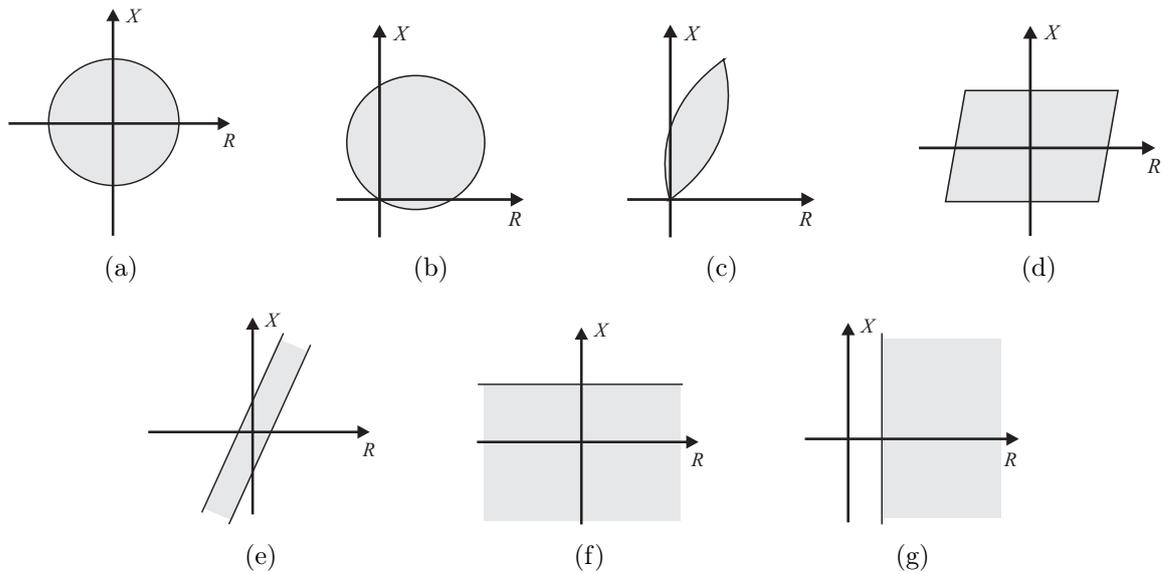
A partir da razão entre os fasores tensão  $\widehat{V}_R$  e corrente  $\widehat{I}_R$  medidos pelo relé, obtém-se a impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, cujas coordenadas no diagrama  $R$ - $X$  são  $r_R = |Z_R| \cos \theta_R$  e  $x_R = |Z_R| \sin \theta_R$  (Figura 3.1). O relé deve operar caso  $Z_R$  esteja dentro de sua característica de operação, que consiste de uma figura geométrica no plano  $R$ - $X$ . Diversas figuras geométricas são utilizadas, como círculos, retângulos e elipses, bem como a combinação delas, conforme ilustrado na Figura 3.2. A escolha da característica a ser usada depende de um estudo do comportamento do sistema a ser protegido e das características disponíveis nos relés.

### 3.2 IMPEDÂNCIA A MEDIR

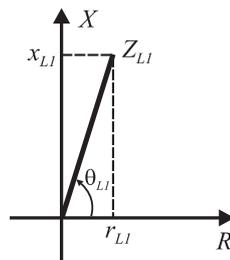
A escolha por medir a impedância de sequência positiva se deve ao fato de que ela é distribuída e considerada constante com relação à distância. De fato, seu valor depende apenas



**Figura 3.1.** Diagrama  $R$ - $X$ .



**Figura 3.2.** Tipos de características de operação do relé de distância: (a) Impedância; (b) Mho; (c) Lenticular; (d) Retângulo; (e) Blinder; (f) Reatância; (g) Resistência.



**Figura 3.3.** Representação da impedância de sequência positiva de uma linha de transmissão.

das características dos condutores e de suas disposições geométricas. Além disso, ela é comum a todos os tipos de falta e não é função da resistividade do solo, como é o caso da impedância de sequência zero.

Pela sua natureza distribuída, o lugar geométrico da impedância de sequência positiva de uma linha de transmissão no diagrama  $R$ - $X$  é um segmento de reta, conforme ilustrado na Figura 3.3.

Em um sistema elétrico trifásico há dez tipos diferentes de faltas: a trifásica, três bifásicas, três bifásicas para a terra e três monofásicas. As equações que regem as relações entre as tensões e correntes vistas pelo relé de distância são diferentes para cada um destes tipos. O relé de distância tem seis unidades de impedância, sendo três do tipo fase-fase e três do tipo fase-terra, que respondem de forma diferente a depender do tipo da falta. Contudo, ao menos uma destas unidades deve ser capaz de medir a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta.

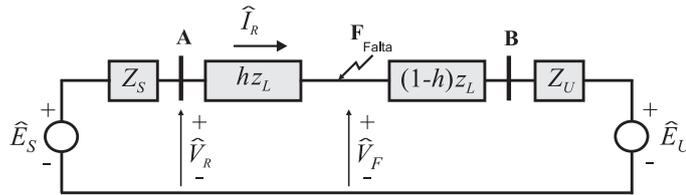
A fim de identificar quais sinais devem ser usados em cada uma das unidades de impedância do relé, seja o diagrama unifilar de um sistema elétrico trifásico conforme ilustrado na Figura 3.4. Por simplicidade, considere que os equivalentes em cada terminal da linha de transmissão sejam iguais.

Na Figura 3.5 é ilustrada a interligação dos circuitos de sequência, para o caso de uma falta bifásica entre as fases B e C, localizada a uma porcentagem  $h$  do comprimento total da linha. Considera-se que o relé de distância esteja instalado no terminal A da linha. Analisando-se a figura, percebe-se que as tensões de sequência positiva  $\widehat{V}_{F1}$  e negativa  $\widehat{V}_{F2}$  no ponto de localização da falta são iguais, de modo que:

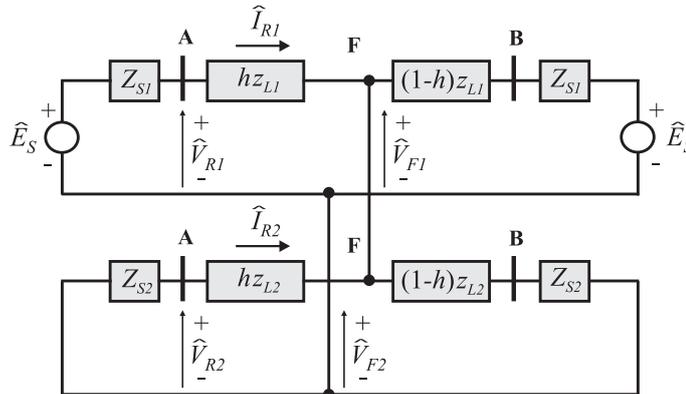
$$\widehat{V}_{F1} = \widehat{V}_{F2} = \widehat{V}_{R1} - hz_{L1}\widehat{I}_{R1} = \widehat{V}_{R2} - hz_{L2}\widehat{I}_{R2}, \quad (3.1)$$

onde  $\widehat{V}_{R1}$  e  $\widehat{V}_{R2}$  são, respectivamente, os fasores das tensões de sequência positiva e negativa vistas pelo relé;  $z_{L1}$  e  $z_{L2}$  são, respectivamente, as impedâncias de sequência positiva e negativa por unidade de comprimento da linha de transmissão; e  $\widehat{I}_{R1}$  e  $\widehat{I}_{R2}$  são, respectivamente, os fasores das correntes de sequência positiva e negativa vistas pelo relé.

Considerando que as impedâncias de sequência positiva e negativa por unidade de comprimento da linha de transmissão sejam iguais, então, a partir da Equação 3.1, é possível calcular



**Figura 3.4.** Diagrama unifilar de um circuito trifásico com uma falta aplicada no ponto F.



**Figura 3.5.** Circuitos de sequência para uma falta bifásica entre as fases B e C.

a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta em função das grandezas de sequência como:

$$hz_{L1} = \frac{\widehat{V}_{R1} - \widehat{V}_{R2}}{\widehat{I}_{R1} - \widehat{I}_{R2}}. \quad (3.2)$$

A partir da transformação em componentes simétricas, observa-se as seguintes relações entre as grandezas de fase e de sequência do sistema:

$$\widehat{V}_{Rb} = \widehat{V}_{R0} + a^2\widehat{V}_{R1} + a\widehat{V}_{R2} \quad (3.3a)$$

$$\widehat{V}_{Rc} = \widehat{V}_{R0} + a\widehat{V}_{R1} + a^2\widehat{V}_{R2} \quad (3.3b)$$

$$\widehat{I}_{Rb} = \widehat{I}_{R0} + a^2\widehat{I}_{R1} + a\widehat{I}_{R2} \quad (3.3c)$$

$$\widehat{I}_{Rc} = \widehat{I}_{R0} + a\widehat{I}_{R1} + a^2\widehat{I}_{R2}, \quad (3.3d)$$

sendo  $a = 1\angle 90^\circ$  o operador complexo usado na transformação em componentes simétricas.

Substituindo-se as Equações 3.3 na Equação 3.1 e após algumas manipulações algébricas, obtém-se:

$$\widehat{V}_{Rb} - \widehat{V}_{Rc} = (a^2 - a) (\widehat{V}_{R2} - \widehat{V}_{R1}) \quad (3.4a)$$

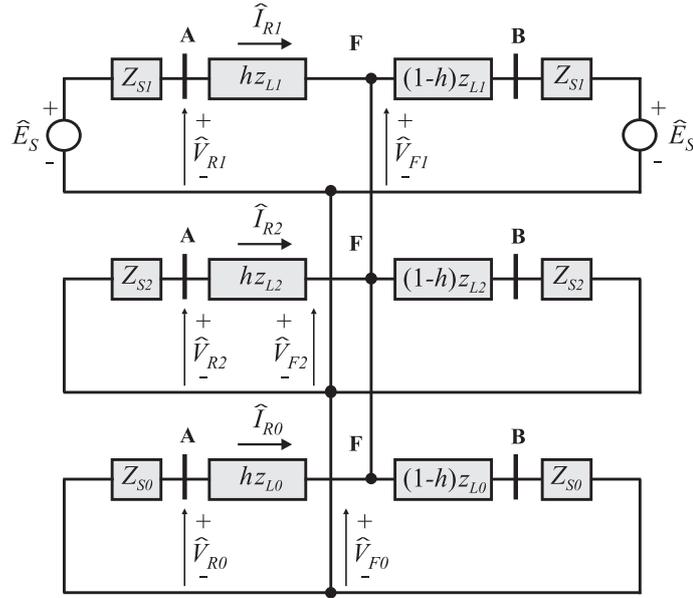
$$\widehat{I}_{Rb} - \widehat{I}_{Rc} = (a^2 - a) (\widehat{I}_{R2} - \widehat{I}_{R1}). \quad (3.4b)$$

Substituindo as Equações 3.4 na Equação 3.2, obtém-se:

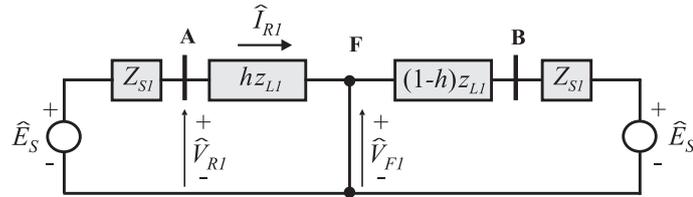
$$hz_{L1} = \frac{\widehat{V}_{Rb} - \widehat{V}_{Rc}}{\widehat{I}_{Rb} - \widehat{I}_{Rc}}, \quad (3.5)$$

de onde observa-se que se as entradas do relé de distância forem as diferenças das tensões e correntes entre as fases B e C, então ele será capaz de calcular a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta, no caso de uma falta bifásica entre as fases B e C. É possível obter, de forma análoga, expressões para o cálculo da impedância de sequência positiva vista pelo relé para os dois outros tipos de faltas bifásicas, como sendo a razão entre as diferenças das tensões e correntes nas fases envolvidas na falta. Definem-se, assim, as três unidades de impedância do tipo fase-fase do relé de distância:  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$  e  $Z_{CA}$ .

Na Figura 3.6, ilustra-se a conexão dos circuitos de sequência no caso de uma falta bifásica para terra entre as fases B e C no ponto F da linha. Observa-se que a relação entre as tensões de sequência positiva e negativa são as mesmas das Equações 3.1. Assim, conclui-se que a unidade



**Figura 3.6.** Circuitos de seqüência para uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C.



**Figura 3.7.** Circuitos de seqüência para uma falta trifásica.

de impedância definida pela Equação 3.5 também mede a impedância de seqüência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta, para o caso de uma falta bifásica para terra entre as fases B e C. Esta observação também pode ser estendida para as demais unidades de impedância do tipo fase-fase do relé de distância.

No caso de uma falta trifásica, apenas o circuito de seqüência positiva é considerado, conforme ilustrado na Figura 3.7. Analisando-se esta figura, observa-se que:

$$\widehat{V}_{R1} = \widehat{V}_{Ra} = hz_{L1}\widehat{I}_{R1} = hz_{L1}\widehat{I}_{Ra} \quad (3.6a)$$

$$\widehat{V}_{R2} = \widehat{V}_{R0} = 0 \quad (3.6b)$$

$$\widehat{I}_{R2} = \widehat{I}_{R0} = 0. \quad (3.6c)$$

Da transformação em componentes simétricas, definem-se as relações:

$$\widehat{V}_{Ra} = \widehat{V}_{R1}, \quad \widehat{V}_{Rb} = a^2\widehat{V}_{R1} \text{ e } \widehat{V}_{Rc} = a\widehat{V}_{R1} \quad (3.7a)$$

$$\widehat{I}_{Ra} = \widehat{I}_{R1}, \quad \widehat{I}_{Rb} = a^2\widehat{I}_{R1} \text{ e } \widehat{I}_{Rc} = a\widehat{I}_{R1}. \quad (3.7b)$$

Assim, para uma falta trifásica:

$$hz_{L1} = \frac{\widehat{V}_{Ra} - \widehat{V}_{Rb}}{\widehat{I}_{Ra} - \widehat{I}_{Rb}} = \frac{\widehat{V}_{Rb} - \widehat{V}_{Rc}}{\widehat{I}_{Rb} - \widehat{I}_{Rc}} = \frac{\widehat{V}_{Rc} - \widehat{V}_{Ra}}{\widehat{I}_{Rc} - \widehat{I}_{Ra}}, \quad (3.8)$$

o que indica que as três unidades de impedância do tipo fase-fase medem a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta.

Na Figura 3.8 é ilustrada a conexão dos circuitos de sequência para o caso de uma falta monofásica na fase A no ponto F da linha, de onde observa-se as seguintes relações:

$$\widehat{V}_{F1} = \widehat{V}_{R1} - hz_{L1}\widehat{I}_{R1} \quad (3.9a)$$

$$\widehat{V}_{F2} = \widehat{V}_{R2} - hz_{L1}\widehat{I}_{R2} \quad (3.9b)$$

$$\widehat{V}_{F0} = \widehat{V}_{R0} - hz_{L0}\widehat{I}_{R0}. \quad (3.9c)$$

A tensão  $\widehat{V}_{Fa}$  na fase A no local da falta pode ser considerada zero para o caso de um curto-circuito franco:

$$\begin{aligned} \widehat{V}_{Fa} &= \widehat{V}_{F0} + \widehat{V}_{F1} + \widehat{V}_{F2} \\ &= \left( \widehat{V}_{R0} + \widehat{V}_{R1} + \widehat{V}_{R2} \right) - hz_{L1} \left( \widehat{I}_{R1} + \widehat{I}_{R2} \right) - hz_{L0}\widehat{I}_{R0} \\ &= \widehat{V}_{Ra} - hz_{L1}\widehat{I}_{Ra} - (z_{L0} - z_{L1})\widehat{I}_{R0} = 0, \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde  $\widehat{V}_{Ra} = \widehat{V}_{R0} + \widehat{V}_{R1} + \widehat{V}_{R2}$  e  $\widehat{I}_{Ra} = \widehat{I}_{R0} + \widehat{I}_{R1} + \widehat{I}_{R2}$ . Finalmente, uma nova corrente  $\widehat{I}_{Ra}$ , denominada de corrente compensada, é calculada como:

$$\widehat{I}_{Ra} = \widehat{I}_{Ra} + \frac{z_{L0} - z_{L1}}{z_{L1}}\widehat{I}_{R0} = \widehat{I}_{Ra} + K_0\widehat{I}_{R0}, \quad (3.11)$$

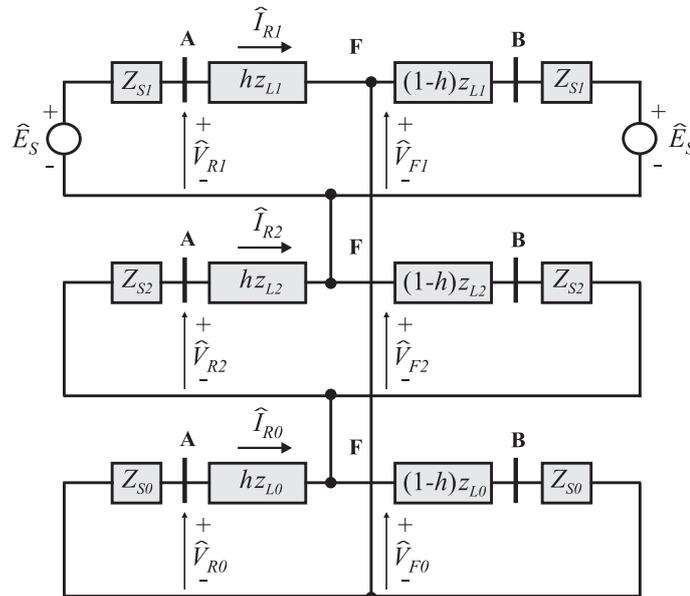


Figura 3.8. Circuitos de sequência para uma falta monofásica na fase A.

onde o termo  $K_0$  é denominado de fator de compensação de sequência zero. Ele é responsável por compensar o acoplamento mútuo de sequência zero entre a fase defeituosa e as fases sãs. Para a maioria das linhas de transmissão, este fator é um número real entre 1,5 e 2,5, sendo uma boa aproximação considerá-lo como 2,0, o que corresponde a situação na qual a impedância de sequência zero da linha é três vezes a sua impedância de sequência positiva (ZOCHOLL, 1995).

Substituindo-se a Equação 3.11 nas Equações 3.10, obtém-se:

$$h_{zL1} = \frac{\widehat{V}_{Ra}}{\widehat{I}'_{Ra}} = \frac{\widehat{V}_{Ra}}{\widehat{I}_{Ra} + K_0 \widehat{I}_{R0}}, \quad (3.12)$$

de onde observa-se que se o relé de distância for alimentado com a tensão na fase A e a corrente compensada na fase A, então ele será capaz de medir a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta, no caso de uma falta monofásica na fase A. Essa constatação pode ser estendida para as demais faltas monofásicas, definindo-se, assim, as três unidades de impedância do tipo fase-terra do relé de distância:  $Z_{AT}$ ,  $Z_{BT}$  e  $Z_{CT}$ .

No caso de uma falta trifásica, a corrente compensada na fase A se torna a própria corrente  $\widehat{I}_{Ra}$ , já que nesse tipo de falta só há a componente de sequência positiva. Neste caso, a Equação 3.12 é idêntica à Equação 3.6a, o que indica que as três unidades de impedância do tipo fase-terra do relé de distância também medem a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta em uma falta trifásica.

Na Tabela 3.1, apresenta-se um resumo dos sinais de entrada das seis unidades de impedância do relé de distância (ZIEGLER, 2006), enquanto que na Tabela 3.2, apresenta-se um resumo das unidades de impedância do relé de distância que devem ser capazes de medir a impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta, para cada tipo de falta.

**Tabela 3.1.** Sinais de entrada para as unidades fase-terra e fase-fase do relé de distância.

Unidade	Sinais de Tensão	Sinais de Corrente
$Z_{AT}$	$\widehat{V}_a$	$\widehat{I}_a + K_0 \widehat{I}_0$
$Z_{BT}$	$\widehat{V}_b$	$\widehat{I}_b + K_0 \widehat{I}_0$
$Z_{CT}$	$\widehat{V}_c$	$\widehat{I}_c + K_0 \widehat{I}_0$
$Z_{AB}$	$\widehat{V}_a - \widehat{V}_b$	$\widehat{I}_a - \widehat{I}_b$
$Z_{BC}$	$\widehat{V}_b - \widehat{V}_c$	$\widehat{I}_b - \widehat{I}_c$
$Z_{CA}$	$\widehat{V}_c - \widehat{V}_a$	$\widehat{I}_c - \widehat{I}_a$

**Tabela 3.2.** Unidades do relé que devem operar para cada tipo de falta.

Tipo da Falta	Fases Envolvidas	Sigla	Unidades do Relé					
			$Z_{AT}$	$Z_{BT}$	$Z_{CT}$	$Z_{AB}$	$Z_{BC}$	$Z_{CA}$
Monofásica	A	AT	✓	-	-	-	-	-
	B	BT	-	✓	-	-	-	-
	C	CT	-	-	✓	-	-	-
Bifásica	A e B	AB	-	-	-	✓	-	-
	B e C	BC	-	-	-	-	✓	-
	A e C	AC	-	-	-	-	-	✓
Bifásica para Terra	A e B	ABT	✓	✓	-	✓	-	-
	B e C	BCT	-	✓	✓	-	✓	-
	A e C	ACT	✓	-	✓	-	-	✓
Trifásica	A, B e C	ABC	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Em aplicações práticas de proteção de linhas de transmissão, as unidades de impedância do relé de distância conforme apresentadas na Tabela 3.1 podem ser influenciadas por diversos parâmetros que modificam sobremaneira o valor da impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, de tal forma que ela seja diferente da impedância de sequência positiva do trecho da linha entre o relé e o local da falta, tais como: a resistência de falta, a relação entre a impedância da fonte e da linha, conhecida pelo termo em inglês *System Impedance Ratio* - SIR, o acoplamento com outras linhas, as correntes de *infeed* e *outfeed* provenientes de todos os terminais da linha, a presença de dispositivos de compensação série, etc. De todo modo, a formulação apresentada é conveniente para abordar os fundamentos básicos da proteção de distância, sendo apresentada na maioria das referências sobre o tema.

Uma análise mais detalhada dos parâmetros que interferem no desempenho do relé de distância e a apresentação da formulação para as unidades de impedância do relé de distância que seja menos afetada por estes parâmetros podem ser encontradas em referências como Horowitz & Phadke (2008), Ziegler (2006) e Roberts *et al.* (1993).

### 3.3 CONDIÇÕES ESTÁTICAS DE CARREGAMENTO

A condição estática de carregamento de uma linha de transmissão pode ser visualizada no diagrama  $R$ - $X$ , a partir das coordenadas da impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, para a tensão e a corrente medidas nas condições normais de operação em regime permanente do

sistema. De fato, a potência aparente  $S$  vista pelo relé pode ser calculada como:

$$S = P + jQ = \sqrt{3}\widehat{V}_R\widehat{I}_R^* , \quad (3.13)$$

de modo que:

$$|\widehat{I}_R^*| = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3}|\widehat{V}_R|} \implies |\widehat{I}_R^*|^2 = \frac{P^2 + Q^2}{3|\widehat{V}_R|^2} . \quad (3.14)$$

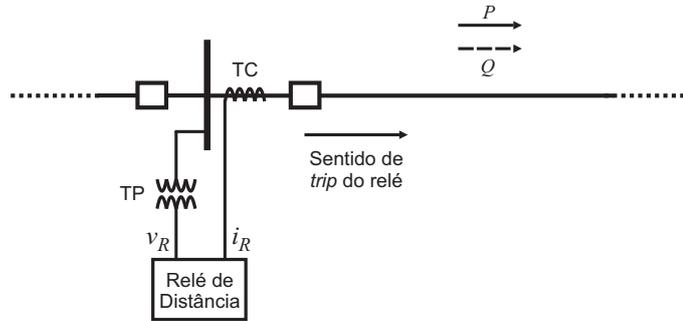
A partir da Equação 3.14, a resistência  $r_R$  e a reatância  $x_R$  vistas pelo relé podem ser calculadas em função da potência ativa  $P$  e reativa  $Q$  como (MASON, 1956):

$$r_R = \frac{P}{3|\widehat{I}_R^*|^2} = \frac{P|\widehat{V}_R|^2}{P^2 + Q^2} \quad (3.15)$$

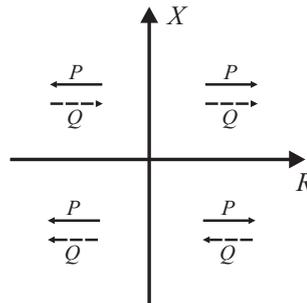
$$x_R = \frac{Q}{3|\widehat{I}_R^*|^2} = \frac{Q|\widehat{V}_R|^2}{P^2 + Q^2} \quad (3.16)$$

Analisando-se as Equações 3.15 e 3.16, percebe-se que a convenção adotada no diagrama  $R$ - $X$  é tal que os sinais positivos de  $r_R$  e  $x_R$  correspondem aos fluxos de  $P$  e  $Q$  no sentido do *trip* do relé, conforme ilustrado na Figura 3.9.

Na Figura 3.10, apresenta-se de forma sucinta a relação entre os sinais de  $r_R$ ,  $x_R$ ,  $P$  e  $Q$  para todos os quadrantes do plano  $R$ - $X$ .



**Figura 3.9.** Conexão do relé de distância para a proteção de uma linha.



**Figura 3.10.** Relação entre os sentidos dos fluxos de  $P$  e  $Q$  e os sinais de  $r_R$  e  $x_R$  no plano  $R$ - $X$ .

O módulo da impedância vista pelo relé na situação de carregamento máximo da linha de transmissão pode ser calculado como:

$$|Z_M| = \frac{|\widehat{V}_{min}|^2}{N_{max}} \left( \frac{R_{TC}}{R_{TP}} \right), \quad (3.17)$$

sendo  $|\widehat{V}_{min}|$  o módulo da tensão mínima de operação do sistema e  $N_{max}$  o módulo da potência aparente máxima da linha de transmissão.

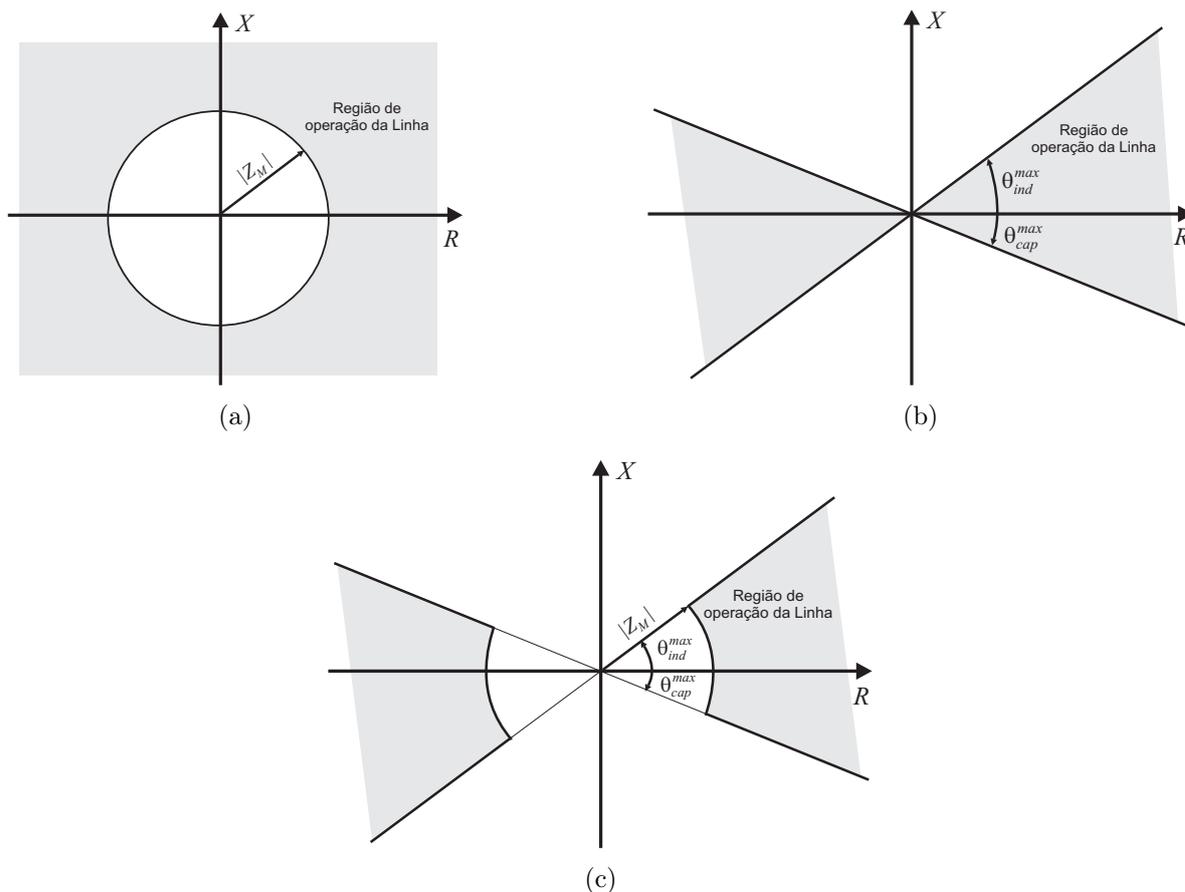
Para um fator de potência e um sentido de fluxo qualquer, o lugar geométrico da impedância aparente vista pelo relé em condições de carregamento máximo será representado no diagrama  $R$ - $X$  por uma circunferência com centro na origem e raio igual a  $|Z_M|$ , conforme ilustrado na Figura 3.11(a). A região fora da circunferência representa a operação da linha com carregamentos menores que o máximo.

Na prática, o ângulo do fator de potência de operação da linha de transmissão deve estar entre os limites máximos indutivo  $\theta_{ind}^{max}$  e capacitivo  $\theta_{cap}^{max}$ , de modo que o lugar geométrico da impedância aparente vista pelo relé para um carregamento de qualquer valor e sentido é representado por duas retas, conforme ilustrado na Figura 3.11(b). A região delimitada pelas duas retas representa a operação da linha de transmissão para fatores de potência dentro dos limites máximos indutivo e capacitivo.

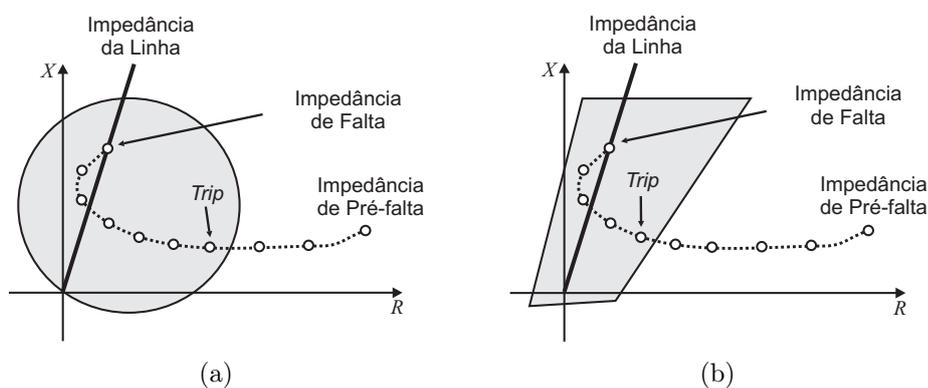
A intersecção das características mostradas nas Figuras 3.11(a) e 3.11(b) delimita a região de operação da linha de transmissão dentro dos limites de carregamento e de fator de potência, conforme ilustrado na Figura 3.11(c). A delimitação dessa região permite o bloqueio da operação do relé para impedâncias relacionadas à condição normal de operação da linha (SCHWEITZER; ROBERTS, 1993).

### 3.4 TRAJETÓRIA DA IMPEDÂNCIA VISTA PELO RELÉ

Nas condições normais de operação do sistema elétrico em regime permanente, denominada de condição de pré-falta, a impedância aparente  $Z_R$  pode ser representada no diagrama  $R$ - $X$  por um ponto fora da característica de operação do relé de distância, conforme ilustrado na Figura 3.12. Como discutido na seção anterior, o valor dessa impedância durante a fase de pré-falta dependerá apenas do fluxo de potência ativa e reativa na linha protegida.



**Figura 3.11.** Região de operação da linha considerando-se: (a) Máximo carregamento; (b) Máximo fator de potência; (c) Máximos carregamento e fator de potência.



**Figura 3.12.** Trajetória da impedância vista pelo relé para a característica: (a) mho; (b) quadrilateral.

Quando da ocorrência de uma falta na linha protegida, a impedância  $Z_R$  desloca-se do seu valor inicial de pré-falta para dentro da característica de operação do relé, podendo resultar em um sinal de comando ou *trip* para a abertura dos disjuntores. A trajetória da impedância  $Z_R$  mostrada na Figura 3.12 consiste da sequência de valores calculados desde da condição de pré-falta até o valor de regime permanente de falta. O tempo decorrido para que a impedância

$Z_R$  mude da sua condição de pré-falta para o primeiro valor dentro da característica de operação do relé é denominado de tempo de detecção de falta. Este tempo revela a velocidade de atuação do relé e é dependente do algoritmo de estimação de fasores utilizado.

### 3.5 ZONAS DE PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA

As características de seletividade e coordenação de um relé de distância estão relacionadas ao ajuste de suas zonas de proteção, que se consistem de diferentes alcances<sup>2</sup>, associado a diferentes tempos de atraso. Não raro são utilizadas três zonas de proteção na operação do relé, mas, a depender da aplicação, mais zonas podem ser consideradas (ZIEGLER, 2006).

Tipicamente, a impedância de alcance da primeira zona de proteção corresponde a uma porcentagem de 80 a 85% da impedância total da linha protegida. A margem de segurança de 20 a 15% é necessária devido às imprecisões provocadas por diversas fontes de erro, tais como os transformadores para instrumento, que podem tornar o relé sobrealcançado ou subalcançado<sup>3</sup>, causando sua operação inadequada (COOK, 1985). Esta zona não possui tempo de atraso intencional em sua operação.

A segunda zona de proteção deve cobrir 100% da linha protegida pela primeira zona, mais em torno de 50% da menor linha que emane de seu terminal remoto. Tipicamente, a sua operação é retardada de um tempo  $T_2$  da ordem de 200 a 500 ms.

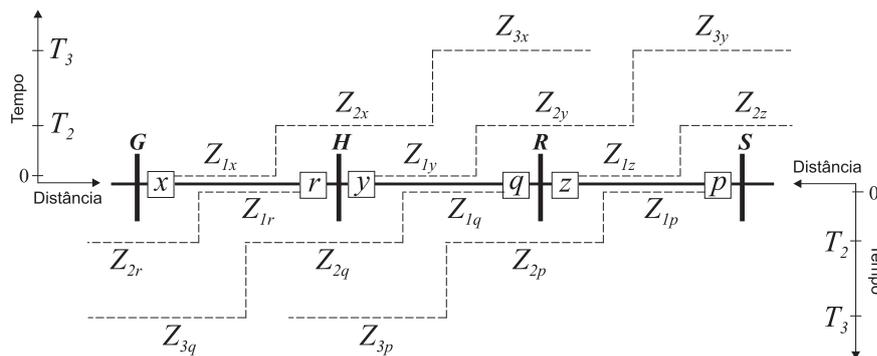
A principal função da terceira zona de proteção é a de proteção de retaguarda para faltas ocorridas em linhas adjacentes à linha protegida pela primeira zona. Geralmente, o seu alcance é ajustado para proteger 100% da menor linha que emana do terminal remoto da linha protegida pela primeira zona, mais 20% da menor linha a sua jusante. A sua operação também é retardada de um tempo  $T_3$  da ordem de 800 ms.

Na Figura 3.13, ilustram-se as zonas de proteção de distância de um sistema de transmissão, evidenciando-se seus alcances e tempos de atraso associados. Nesta figura, as zonas são especificadas de acordo com a nomenclatura associada aos disjuntores das linhas de transmissão.

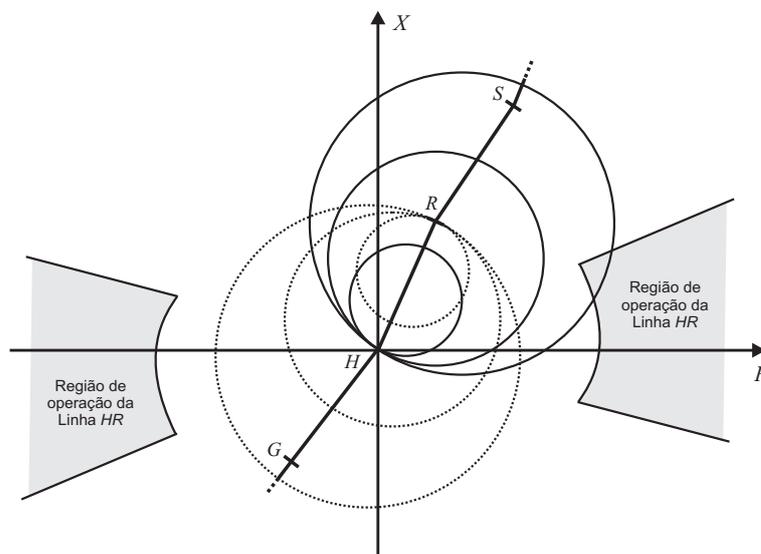
---

<sup>2</sup>O *alcance* de uma zona de proteção refere-se à porcentagem do comprimento da linha que está protegida.

<sup>3</sup>Um relé de distância encontra-se *sobrealcançado* quando o valor da impedância que ele mede é menor do que o seu valor real. Caso contrário, se o valor da impedância medida é maior do que o seu valor real, o relé encontra-se *subalcançado*.



**Figura 3.13.** Representação das zonas de proteção de distância (ANDERSON, 1999).



**Figura 3.14.** Representação das zonas de proteção de distância no diagrama  $R-X$ .

Na Figura 3.14, representa-se no diagrama  $R-X$  as diferentes zonas de proteção dos relés nos terminais da linha  $HR$  mostrada na Figura 3.13, considerando-se a característica de operação mho. Também são ilustradas as regiões do plano  $R-X$  relacionadas à operação normal da linha  $HR$ . Observa-se uma intersecção entre a característica mho e a região de operação normal da linha, a qual exige um tratamento especial para que não haja operação indevida do relé.

### 3.6 RELÉ DE DISTÂNCIA VISTO COMO UM COMPARADOR

O conceito de comparador de fase e de magnitude é utilizado para implementação de relés de distância desde dos modelos estáticos. Basicamente, dois sinais são comparados e a partir da sua defasagem ou da relação entre suas magnitudes, é possível distinguir entre uma situação

normal de operação do sistema e uma falta.

Os parâmetros dos comparadores determinam a forma, tamanho e posição da característica de operação do relé no plano  $R-X$ . Dentre elas, a  $mho$  é a mais difundida, por possuir algumas características bastante apropriadas para utilização em um relé de distância (ZIEGLER, 2006):

- Alcance finito;
- Direcionalidade;
- Boa acomodação da resistência de falta;
- Menor sensibilidade às oscilações de potência.

Sendo assim, uma atenção maior foi dada à característica  $mho$ , de modo que a fundamentação da implementação do algoritmo do relé de distância a partir de comparadores é apresentada utilizando-se essa característica. A descrição das demais características pode ser encontrada em referências como Paithankar & Bhide (2007) e Cook (1985).

### 3.6.1 Característica Mho Autopolarizada

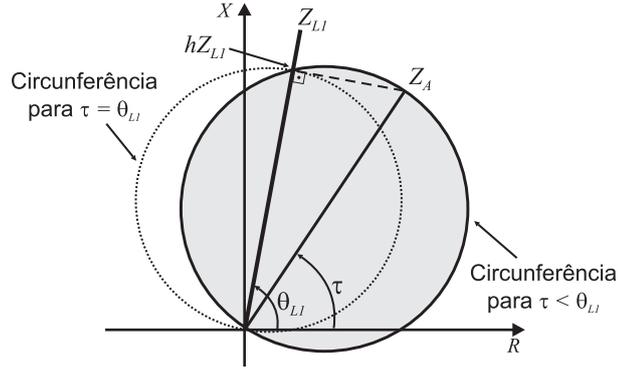
A característica  $mho$  autopolarizada foi empregada por vários anos nos relés eletromecânicos. Suas vantagens e limitações frente às demais características de operação foram bastantes exploradas, de modo que ainda hoje muitos relés digitais comerciais a implementem (ZIEGLER, 2006). A denominação de autopolarizada se deve ao fato de que nessa característica a grandeza de polarização utilizada nos comparadores é a própria tensão de entrada do relé.

#### 3.6.1.1 Comparador de Fase

Os fasores das tensões de operação  $\widehat{V}_{op}$  e de polarização  $\widehat{V}_{pol}$  do comparador de fase para a característica  $mho$  autopolarizada são definidos como (PAITHANKAR; BHIDE, 2007):

$$\widehat{V}_{op} = -\widehat{V}_R + Z_A \widehat{I}_R \quad (3.18a)$$

$$\widehat{V}_{pol} = \widehat{V}_R \quad (3.18b)$$



**Figura 3.15.** Representação da característica mho no plano  $R$ - $X$ .

sendo  $\widehat{V}_R$  e  $\widehat{I}_R$  os fasores da tensão e corrente medidos pelo relé, respectivamente, e  $Z_A$  a impedância de alcance do relé, calculada conforme ilustrado na Figura 3.15 como:

$$Z_A = \frac{hZ_{L1}}{\cos(\theta_{L1} - \tau)}, \quad (3.19)$$

sendo  $h$  a porcentagem a ser protegida do comprimento total da linha de transmissão e  $\tau$  o ângulo de projeto da característica mho, ou ângulo de torque máximo do relé. Este ângulo nos relés eletromecânicos é ajustado para ser igual ao ângulo  $\theta_{L1}$  da linha, por meio da utilização de uma impedância replica. Contudo, a fim de melhorar a cobertura da resistência de falta, não raro o ângulo  $\tau$  é ajustado para um valor menor que  $\theta_{L1}$ , conforme ilustrado na Figura 3.15.

O relé detecta uma falta em sua zona de proteção caso a seguinte condição seja satisfeita:

$$-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ, \quad (3.20)$$

onde  $\phi$  é a diferença das fases dos fasores  $\widehat{V}_{op}$  e  $\widehat{V}_{pol}$ .

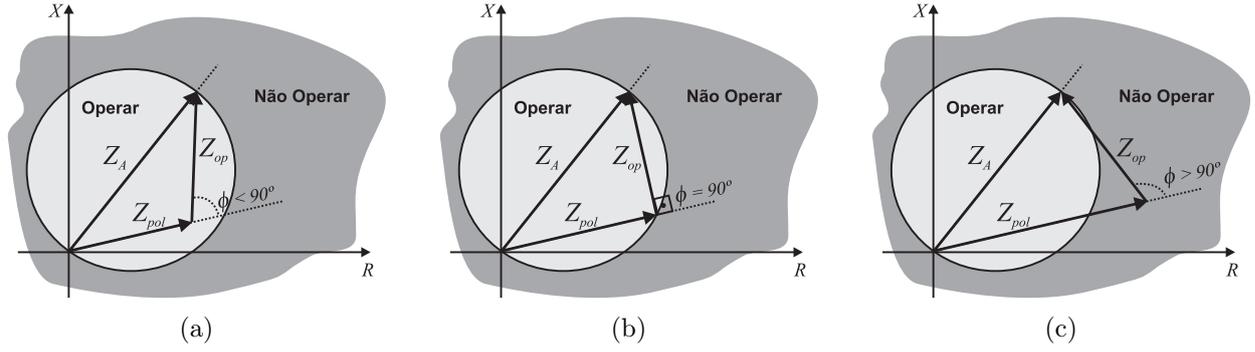
As grandezas de operação e polarização do comparador de fase podem ser interpretadas como impedâncias. Para tanto, dividem-se as Equações 3.18 por  $\widehat{I}_R$ , o que resulta em:

$$Z_{op} = -Z_R + Z_A \quad (3.21a)$$

$$Z_{pol} = Z_R \quad (3.21b)$$

onde a impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé é calculada como a razão entre  $\widehat{V}_R$  e  $\widehat{I}_R$ .

As impedâncias  $Z_{op}$  e  $Z_{pol}$  podem ser representadas no plano  $R$ - $X$  como mostrado na Figura 3.16, na qual são ilustradas as três situações possíveis para a localização de  $Z_R$ : dentro da característica mho (Figura 3.16(a)); sobre a característica mho (Figura 3.16(b)); e fora da característica mho (Figura 3.16(c)). Nos dois primeiros casos a condição da Equação 3.20 é satisfeita, de modo que o relé detecta a falta dentro de sua característica de operação.



**Figura 3.16.** Relação entre as fases de  $Z_{op}$  e  $Z_{pol}$  para o caso de  $Z_R$ : (a) dentro da característica mho; (b) sobre a característica mho; (c) fora da característica mho.

### 3.6.1.2 Comparador de Magnitude

Os fasores das tensões de operação  $\widehat{V}_{op}$  e de polarização  $\widehat{V}_{pol}$  do comparador de magnitude para a característica mho autopolarizada são definidos como (PAITHANKAR; BHIDE, 2007):

$$\widehat{V}_{op} = \frac{Z_A}{2} \widehat{I}_R \quad (3.22a)$$

$$\widehat{V}_{pol} = -\widehat{V}_R + \frac{Z_A}{2} \widehat{I}_R \quad (3.22b)$$

O relé detecta uma falta em sua zona de proteção caso a seguinte condição seja satisfeita:

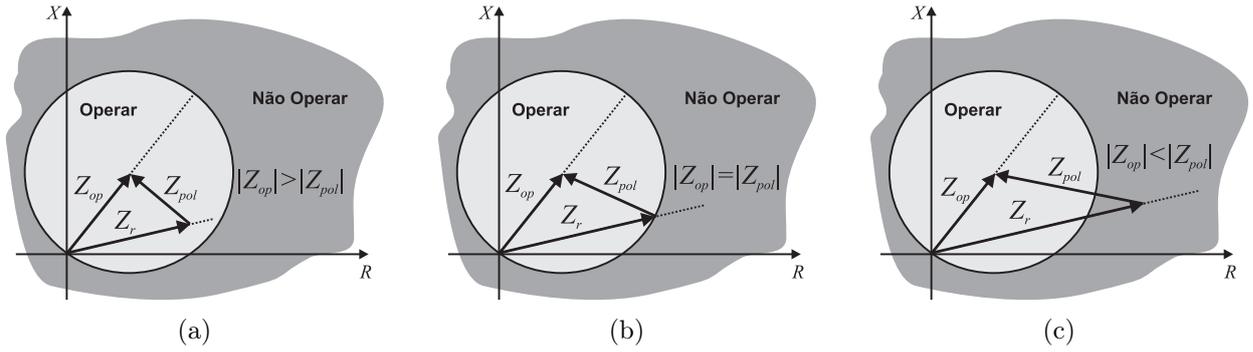
$$|\widehat{V}_{op}| \geq |\widehat{V}_{pol}|. \quad (3.23)$$

As grandezas de operação e polarização do comparador de magnitude também podem ser interpretadas como impedâncias. Para tanto, dividem-se as Equações 3.22 por  $\widehat{I}_R$ , obtendo-se as impedâncias  $Z_{op}$  e  $Z_{pol}$ :

$$Z_{op} = \frac{Z_A}{2} \quad (3.24a)$$

$$Z_{pol} = -Z_R + \frac{Z_A}{2} \quad (3.24b)$$

As impedâncias  $Z_{op}$  e  $Z_{pol}$  podem ser representadas no plano  $R$ - $X$  como mostrado na Figura 3.17, na qual são ilustradas as três situações possíveis para a localização de  $Z_R$ : dentro da característica mho (Figura 3.17(a)); sobre a característica mho (Figura 3.17(b)); e fora da característica mho (Figura 3.17(c)). Nos dois primeiros casos a condição da Equação 3.23 é satisfeita, de modo que o relé detecta a falta dentro de sua característica de operação.



**Figura 3.17.** Relação entre as magnitudes de  $Z_{op}$  e  $Z_{pol}$  para o caso de  $Z_R$ : (a) dentro da característica mho; (b) sobre a característica mho; (c) fora da característica mho.

### 3.6.2 Característica Mho Polarizada

No caso de faltas com baixo valor de resistência de falta e próximas do ponto de instalação do relé, a tensão  $\hat{V}_R$  pode ser aproximadamente zero, o que pode ocasionar erros na operação da característica mho autopolarizada. Para contornar essa deficiência, empregam-se as características mho polarizadas, nas quais a tensão de polarização  $\hat{V}_{pol}$  passa a ser calculada como sendo a tensão  $\hat{V}_R$  mais uma parcela de suplementação, que depende do tipo de polarização utilizada (ZIEGLER, 2006; COOK, 1985).

#### 3.6.2.1 Polarização Cruzada

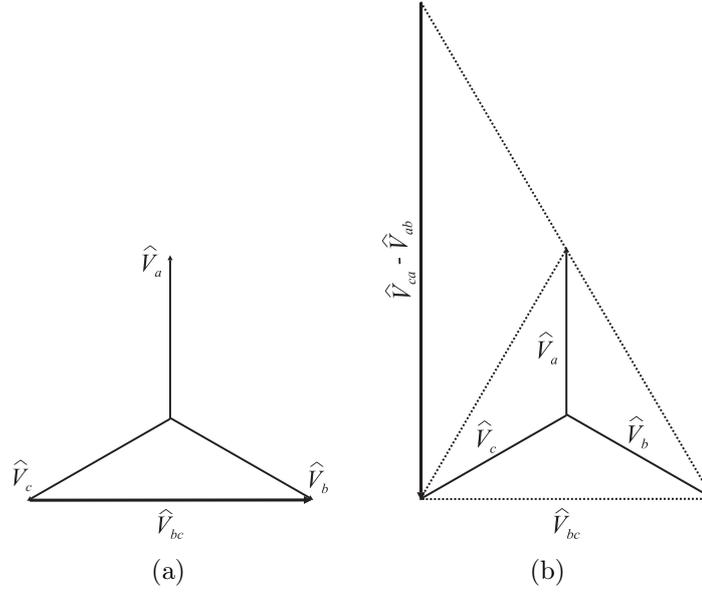
A polarização cruzada consiste em suplementar a tensão na fase defeituosa com uma tensão em quadratura, referente às fases sãs. Na Figura 3.18(a), ilustra-se a seleção da tensão de suplementação  $\hat{V}_{bc}$  para uma falta monofásico na fase A, enquanto que a tensão  $\hat{V}_{ca} - \hat{V}_{ab}$ , mostrada na Figura 3.18(b), é utilizada para suplementar faltas bifásicas entre as fases B e C. Na Tabela 3.3, são apresentadas as tensões de suplementação utilizadas para cada uma das unidades de um relé de distância.

Com a polarização cruzada, a tensão  $\hat{V}_{pol}$  passa a ser calculada como (ZIEGLER, 2006):

$$\hat{V}_{pol} = (1 - k_p) \hat{V}_R + \frac{jk_p}{\sqrt{3}} \hat{V}_{sup}, \quad (3.25)$$

sendo  $k_p$  a porcentagem de suplementação e  $\hat{V}_{sup}$  a tensão de suplementação.

Uma desvantagem desse tipo de polarização é que não há suplementação no caso de faltas trifásicas, pois todas as fases são afetadas. Neste caso, deve-se utilizar uma suplementação a partir de uma memória de tensão de pré-falta.



**Figura 3.18.** Tensão de suplementação para a tensão: (a)  $\widehat{V}_a$  (falta fase-terra); (b)  $\widehat{V}_{bc}$  (falta fase-fase).

**Tabela 3.3.** Tensões de suplementação das unidades fase-terra e fase-fase do relé de distância.

Unidade	Tensão de Suplementação
$Z_{AT}$	$\widehat{V}_{bc}$
$Z_{BT}$	$\widehat{V}_{ca}$
$Z_{CT}$	$\widehat{V}_{ab}$
$Z_{AB}$	$\widehat{V}_{bc} - \widehat{V}_{ca}$
$Z_{BC}$	$\widehat{V}_{ca} - \widehat{V}_{ab}$
$Z_{CA}$	$\widehat{V}_{ab} - \widehat{V}_{bc}$

### 3.6.2.2 Polarização por Memória de Tensão

A polarização por meio da memória de tensão consiste em suplementar a tensão na fase defeituosa utilizando-se as tensões de pré-falta. Este tipo de polarização pode ser empregado para qualquer tipo de falta, mas deve-se tomar precauções no caso de sistemas nos quais a frequência de operação possa variar durante a falta (ZIEGLER, 2006).

Utilizando-se o esquema de polarização por memória de tensão, a tensão de polarização  $\widehat{V}_{pol}$  passa a ser calculada como:

$$\widehat{V}_{pol} = (1 - k_p) \widehat{V}_R + k_p \widehat{V}_{pre} , \quad (3.26)$$

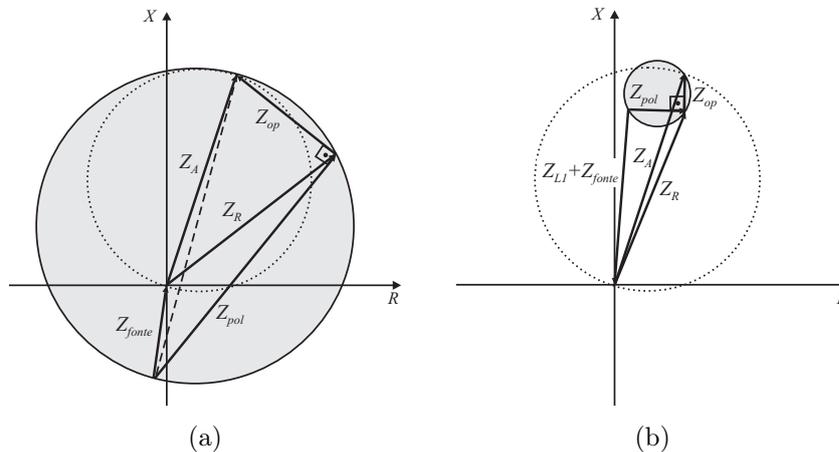
sendo  $\widehat{V}_{pre}$  a tensão de suplementação e  $k_p$  a porcentagem de suplementação. Na prática, esta polarização só é utilizada durante alguns ciclos após a detecção da falta, permitindo a detecção de faltas trifásicas com tensão zero.

Em ambos os casos, com a polarização cruzada ou com a polarização por memória de tensão de pré-falta, a característica de operação do relé é expandida envolvendo a origem, permitindo a detecção da falta que resulte numa tensão zero. Todavia, isto só ocorre para defeitos à frente do relé. No caso de defeitos na sua direção reversa, a característica de operação contrai-se, evitando a operação indevida. Este comportamento é extremamente conveniente e é amplamente empregado na proteção de linhas de transmissão (ZIEGLER, 2006).

Na Figura 3.19(a), ilustra-se a expansão da característica mho durante a ocorrência de defeitos na própria linha protegida. Na Figura 3.19(b), por sua vez, pode-se observar a contração da característica, que resulta da ocorrência de faltas reversas. Nas Figuras 3.19, a característica mho polarizada está destacada pela linha contínua e a característica mho autopolarizada está tracejada e  $Z_{fonte}$  representa a impedância da fonte equivalente a montante do relé.

Há diferentes tipos de polarização, a depender da escolha das tensões de suplementação  $\widehat{V}_{pre}$ . Dentre elas, a mais utilizada é a polarização por memória tensão de sequência positiva (SCHWEITZER; ROBERTS, 1993).

Os relés podem ainda utilizar uma combinação das polarizações cruzada e por memória de tensão de pré-falta, a qual é denominada de polarização dual.



**Figura 3.19.** Característica mho polarizada: (a) falta na direção direta; (b) falta na direção reversa.

### 3.7 ESQUEMAS DE TELEPROTEÇÃO DE DISTÂNCIA

Conforme discutido na Seção 3.5, a primeira zona de um relé de distância protege apenas cerca de 80% da linha de transmissão, sendo os 20% restantes protegidos pela segunda zona, que possui um atraso na atuação da ordem de 200 à 500 ms. Considerando-se o caso prático

de um relé em cada terminal da linha (Figura 3.20), observa-se que em cerca 40% da linha, a extinção completa da falta é retardada pelo atraso de segunda zona. Em alguns casos, esse atraso não é conveniente. Para contornar esta situação, são empregados os esquemas de proteção de distância com comunicação lógica, que podem ser classificados basicamente como de transferência de disparo, bloqueio ou desbloqueio (HOROWITZ; PHADKE, 2008).

Ao contrário dos esquemas de proteção diferencial de linhas, onde são compartilhadas informações de tensão, corrente e outras grandezas medidas pelos relés, nos esquemas de proteção de distância com comunicação lógica, há apenas troca de informações dos estados lógicos dos relés. Desta forma, não é necessário canais de comunicação com grandes larguras de banda para se estabelecer a comunicação entre os relés, o que reduz bastante os custos com o projeto do sistema de comunicação entre os terminais da linha. Além disso, outra desvantagem dos esquemas de proteção diferencial é o fato de que eles não proveem a proteção de retaguarda, característica intrínseca dos esquemas que utilizam relés de distância. Por estes e outros motivos, os esquemas de proteção de distância com comunicação lógica vêm sendo largamente empregados para a proteção de linhas de transmissão (ZIEGLER, 2006).

Nesta seção, são abordadas as lógicas empregadas nos esquemas de proteção de distância. Os detalhes relacionados às técnicas de comunicação empregadas para a implantação desses esquemas podem ser encontradas em referências como Horowitz & Phadke (2008) e IEE (1995).

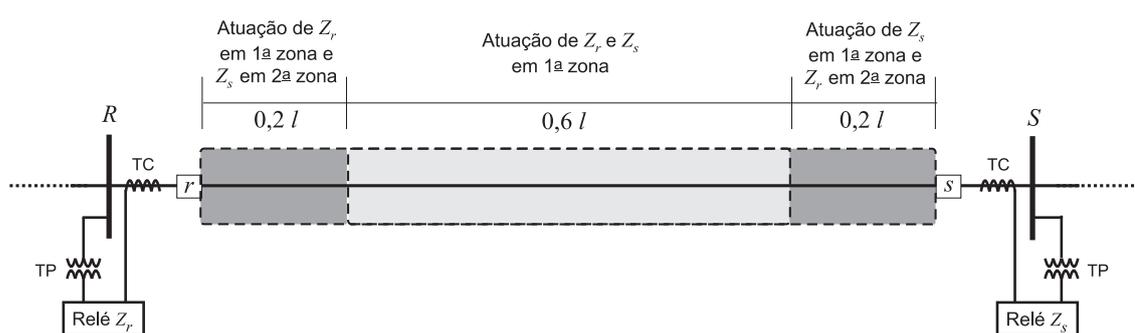


Figura 3.20. Representação da interseção das zonas de atuação dos relés nos terminais de uma LT.

### 3.7.1 Esquemas de Transferência de Disparo

Existem vários esquemas de transferência de disparo, de modo que a escolha do esquema a ser utilizado depende dos requisitos do sistema a ser protegido. A seguir, são apresentados os

esquemas mais tradicionais na proteção de linhas de transmissão.

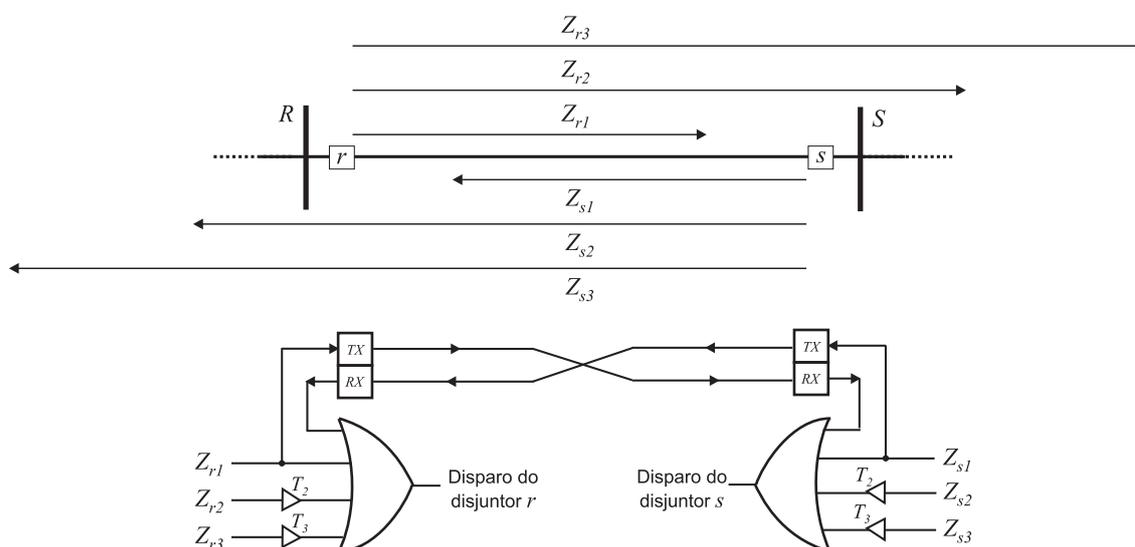
### 3.7.1.1 Esquema de Disparo Direto por Subalcance

Basicamente, o esquema de transferência de disparo direto por subalcance, do inglês *direct underreaching transfer trip* (DUTT), utiliza um elemento instantâneo de primeira zona para disparar o disjuntores locais e enviar um sinal de disparo para os disjuntores remotos, conforme ilustrado na Figura 3.21.

Apesar da simplicidade deste esquema, ele não é muito utilizado na prática, devido à possibilidade de uma operação indevida, provocada pela transferência de um falso disparo, originado de uma operação acidental ou pelo mal funcionamento dos equipamentos de comunicação.

### 3.7.1.2 Esquema de Disparo Permissivo por Subalcance

O esquema de disparo permissivo por subalcance, do inglês *permissive underreaching transfer trip* (PUTT), utiliza um elemento instantâneo de primeira zona para disparar o disjuntor



**Figura 3.21.** Representação da lógica do esquema de transferência de disparo direto por subalcance.

local e mandar um sinal permissivo de disparo para o relé no terminal remoto da linha de transmissão. O relé do terminal remoto, por sua vez, dará o comando de abertura dos disjuntor, caso receba o sinal de disparo permissivo e seu elemento de segunda zona tenha detectado a

falta. A lógica deste esquema é ilustrada no diagrama da Figura 3.22.

O esquema de disparo permissivo por subalcance é bastante empregado na proteção de linhas de circuito duplo, pois não necessita de uma lógica adicional para manter a segurança sobre condições de correntes reversas (SCHWEITZER; KUMM, 1998).

### 3.7.1.3 Esquema de Disparo Permissivo por Sobrealcance

O esquema de disparo permissivo por sobrealcance, do inglês *permissive overreaching transfer trip* (POTT), utiliza um elemento temporizado de segunda zona para enviar um sinal de disparo permissivo para o relé no terminal remoto da linha. O relé no terminal, por sua vez, dará o comando de abertura ao disjuntor, caso receba o sinal de disparo permissivo e seu elemento de segunda zona tenha detectado a falta. A lógica deste esquema é ilustrada no diagrama da Figura 3.23.

Este tipo de esquema requer uma lógica adicional para manter a segurança sobre condições de correntes reversas no caso da proteção de linhas de circuito duplo (SCHWEITZER; KUMM, 1998).

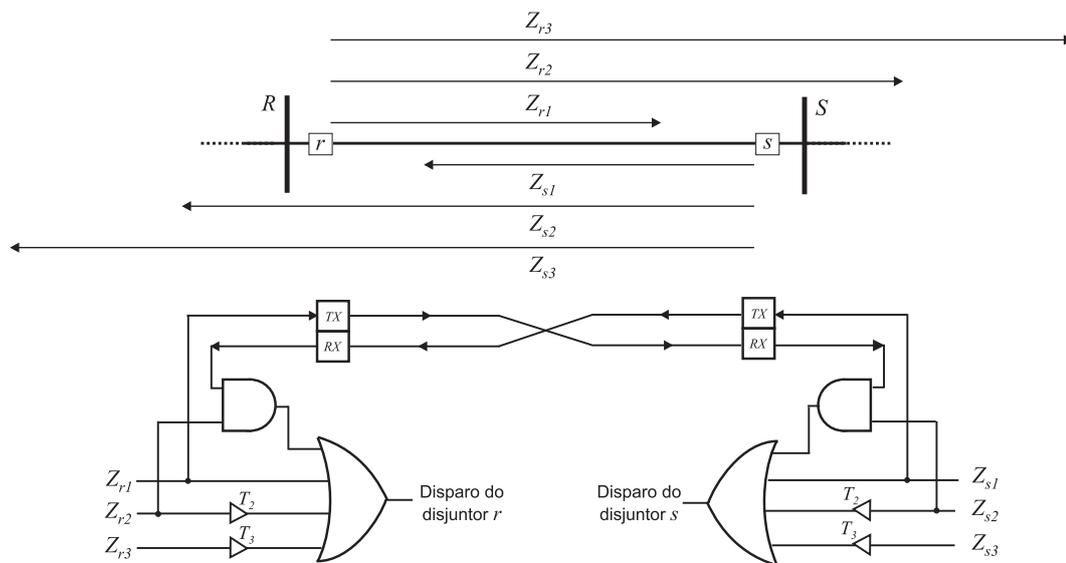
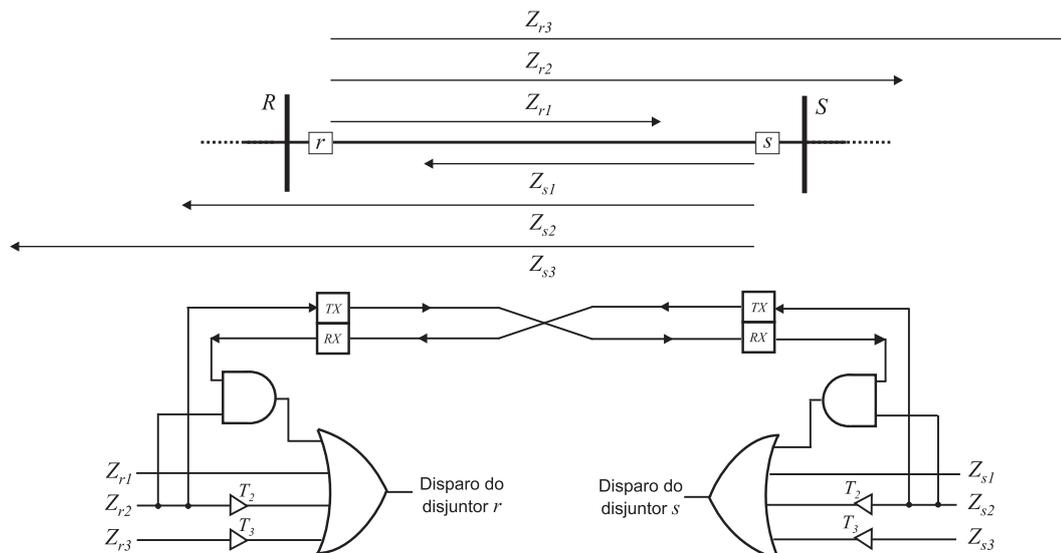


Figura 3.22. Representação da lógica do esquema de disparo permissivo por subalcance.



**Figura 3.23.** Representação da lógica do esquema de disparo permissivo por sobrealcance.

### 3.7.2 Esquemas de Transferência de Bloqueio e Desbloqueio

Os esquemas de transferência de bloqueio e desbloqueio devem operar com a lógica inversa a dos esquemas de transferência de disparo. A seguir, são apresentados os dois esquemas mais comuns.

#### 3.7.2.1 Esquema de Bloqueio por Comparação Direcional

No esquema de bloqueio por comparação direcional, do inglês *directional comparison blocking* (DCB), a extinção rápida da falta é feita a partir da aceleração da atuação da segunda zona, utilizando-se um tempo de atraso  $T'$  menor que o tempo de ajuste  $T_2$  de segunda zona. No entanto, como pode-se verificar pelo diagrama lógico da Figura 3.24, a atuação só é permitida caso o relé não receba um sinal de bloqueio proveniente do relé no terminal remoto. Além disso, observa-se que neste esquema de proteção, um sinal de bloqueio é enviado de um terminal a outro da linha, no caso da unidade de sobrealcance de terceira zona do relé identificar uma falta na sua direção reversa.

Assim como o esquema de disparo permissivo por sobrealcance, o esquema de bloqueio por comparação direcional requer uma lógica adicional para manter a segurança sobre condições de correntes reversas no caso da proteção de linhas de circuito duplo. Maiores detalhes podem ser encontrados em Areva T&D (2002).

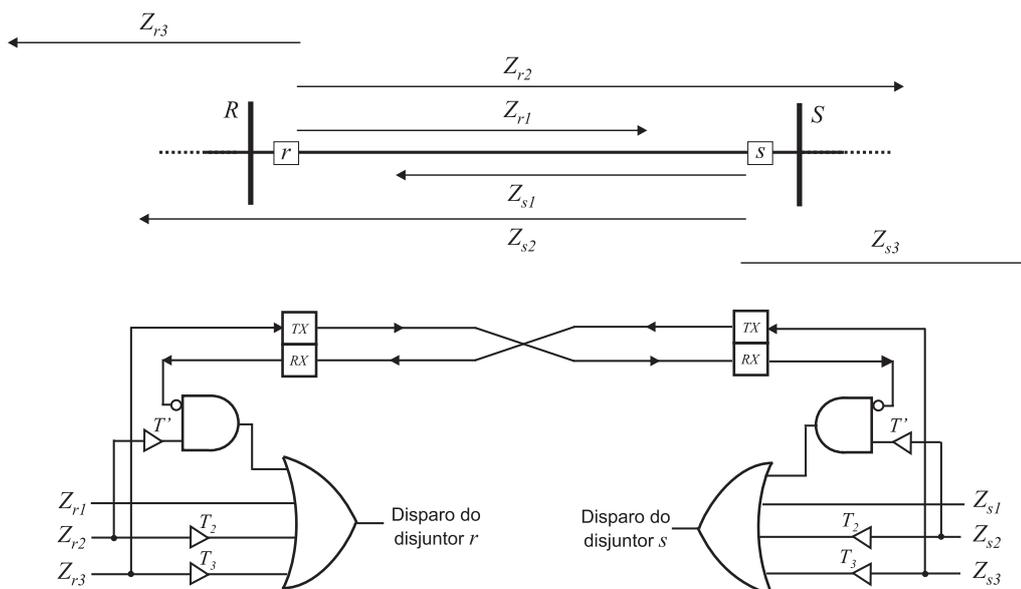


Figura 3.24. Representação da lógica do esquema de bloqueio por comparação direcional.

### 3.7.2.2 Esquema de Desbloqueio por Comparação Direcional

O esquema de sobrealcançe permissivo pode ser modificado de modo a operar como um esquema de desbloqueio por comparação direcional, do inglês *directional comparison unblocking* (DCUB). Neste esquema, também chamado de esquema de desbloqueio por sobrealcançe, um sinal de bloqueio é continuamente transmitido. Quando o elemento de segunda zona de um relé detectar a falta, o sinal transmitido passa ser o de desbloqueio. O relé no terminal remoto dará o comando de abertura ao disjuntor, caso receba o sinal de desbloqueio e seu elemento de segunda zona tenha detectado a falta. Isso permite uma rápida extinção de faltas internas a zona de proteção.

Este esquema possui a confiabilidade de um esquema de bloqueio e a segurança de um esquema de disparo permissivo sobrealcançe. Assim, ele é o mais utilizado dentre os esquemas de bloqueio, exceto em situações nas quais não é possível transmitir um sinal continuamente pelo canal de comunicação.

## 3.8 ELEMENTOS BÁSICOS DO HARDWARE DE UM RELÉ DIGITAL

A arquitetura básica do hardware de relés digitais pode ser utilizada na proteção de qualquer equipamento. De fato, as diferentes funções de proteção são implementadas via software. Este

hardware pode ser subdividido em unidades com funções bem definidas, conforme ilustrado na Figura 3.25 (JOHNS; SALMAN, 1995).

### 3.8.1 Unidade de Condicionamento de Sinais

A unidade de condicionamento de sinais é responsável por adequar os sinais de tensão e corrente para serem processados no relé.

#### Transformadores Auxiliares

Os transformadores auxiliares são responsáveis por adequar os sinais dos secundários dos transformadores para instrumento instalados no sistema de potência, aos níveis compatíveis com os utilizados nos circuitos digitais do relé. Além disso, são responsáveis pelo isolamento elétrico dos circuitos e pela proteção do sistema de aquisição de dados contra surtos nos sinais de entrada.

#### Filtros Analógicos *Anti-aliasing*

Os transitórios eletromagnéticos originados por faltas possuem componentes de alta frequência. Para evitar a ocorrência do efeito de sobreposição de espectro, do inglês *aliasing*, durante o processo de amostragem dos sinais, utiliza-se um filtro analógico passa-baixas para filtrar essas componentes de alta frequência (OPPENHEIM; SCHAFER, 1989).

Um filtro ideal tem uma faixa de passagem com ganho unitário e uma faixa de corte com

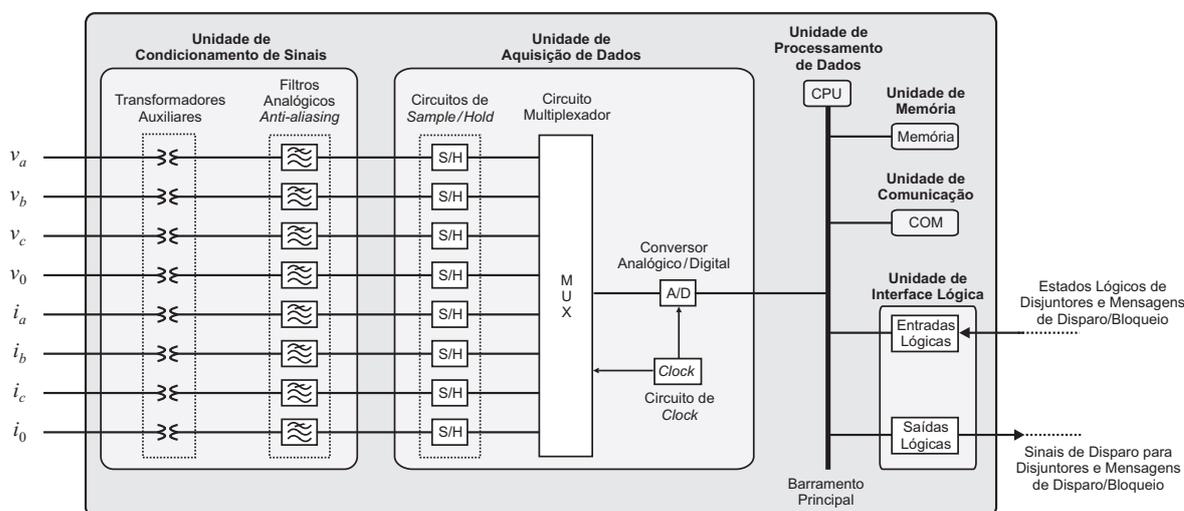


Figura 3.25. Representação da estrutura básica de um relé digital.

ganho zero, com uma transição abrupta entre essas faixas. Todavia, na prática essa transição é gradual e está localizada numa faixa de frequência finita, denominada faixa de transição. Além disso, as faixas de passagem e de corte devem ser especificadas tomando-se uma margem de tolerância para o ganho do filtro.

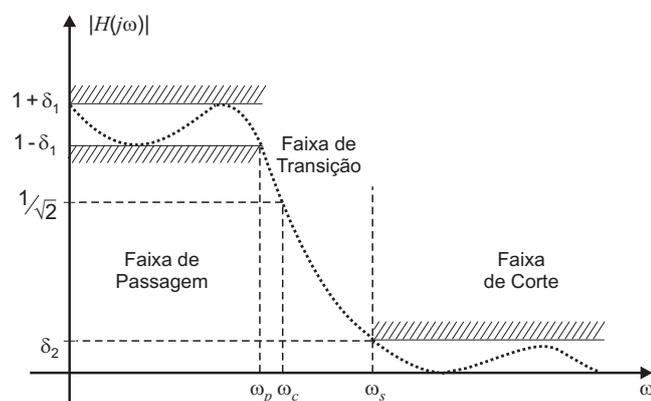
Na Figura 3.26, ilustra-se uma representação gráfica das especificações de projeto de um filtro passa-baixas. As frequências  $\omega_p$  e  $\omega_s$  dividem as frequências nas faixas de passagem, transição e corte. A frequência  $\omega_c$  é denominada de frequência de corte e representa a frequência na qual o ganho do filtro é de -3 dB. As variáveis  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são as tolerâncias nas faixas de passagem e corte, respectivamente.

O tipo do filtro e sua ordem influenciam sobremaneira no seu projeto. De fato, para se diminuir a faixa de transição, é necessário aumentar a ordem do filtro, mas, em contra partida, isto aumenta o tempo de subida de sua resposta ao degrau, o que é indesejado em aplicações de proteção de sistemas elétricos de potência.

Os filtros mais usuais são os de Butterworth, Chebyshev e Elíptico (THEDE, 2004). Contudo, os de Butterworth são os mais empregados em relés digitais, por não apresentarem oscilações na sua faixa de passagem (SCHWEITZER; HOU, 1993).

### 3.8.2 Unidade de Aquisição de Dados

A unidade de aquisição de dados é responsável por digitalizar os sinais analógicos oriundos da unidade de condicionamento de sinais.



**Figura 3.26.** Especificações de um filtro passa-baixas.

### **Circuito *Sample/Hold***

A função básica do circuito *sample/hold* é a de capturar e manter constante um sinal analógico durante um intervalo de tempo de amostragem, para que o mesmo seja aplicado num circuito conversor analógico/digital (A/D). Dessa forma, evita-se que durante a conversão A/D o sinal esteja variando.

### **Circuito Multiplexador**

Os circuitos multiplexadores são usados para partilhar o tempo entre os diferentes canais de informação analógica, de modo que se possa realizar a conversão A/D de cada um deles. De fato, as suas entradas são as saídas dos circuitos *sample/hold*. Ele consiste basicamente de um conjunto de chaves analógicas com suas entradas conectadas em cada canal analógico individual e as saídas conectadas em comum. Cada uma das chaves conduz por vez, sendo o seu endereçamento feito a partir de uma codificação digital, sincronizada a partir do circuito de *clock*.

### **Conversor A/D**

O conversor A/D realiza a transformação do sinal analógico em uma palavra digital de vários bits, tipicamente de 8 a 16 bits. As técnicas de conversão A/D mais usuais são: conversão de rampa linear, aproximação sucessiva, conversão flash e delta-sigma. Contudo, a mais utilizada em relés digitais é a conversão por aproximação sucessiva (JOHNS; SALMAN, 1995).

#### **3.8.3 Unidade de Memória**

Basicamente, a unidade de memória deve armazenar os valores das amostras e todo o software do relé: os algoritmos de estimação de fasores, lógica de teleproteção e funções de proteção. Além disso, ela também armazena os parâmetros de ajuste do relé e dados de oscilografia.

#### **3.8.4 Unidade de Comunicação**

A principal função da unidade de comunicação é prover uma interface que permite o intercâmbio de informações com o relé, como os ajustes de seus parâmetros e a coleta de dados de

oscilografia. Para tanto, os relés são dotados de diversos meios de comunicação como o serial e o ethernet, via conexão RJ45 ou fibra ótica.

### **3.8.5 Unidade de Interface Lógica**

A unidade de interface lógica consiste do conjunto de entradas lógicas e saídas digitais do relé, no que dizem respeito aos estados lógicos, sinais de comando de disjuntores e as mensagens de disparo e bloqueio dos esquemas de teleproteção.

### **3.8.6 Unidade de Processamento de Dados**

A unidade de processamento de dados controla o funcionamento do relé, executa os algoritmos de estimação de fasores e de proteção e avalia a lógica da teleproteção. Como resultado, esta unidade é responsável pela decisão sobre o envio dos sinais de comando para a abertura dos disjuntores locais e de disparo ou bloqueio para os relés nos terminais remotos da linha.

## **3.9 RESUMO**

Neste Capítulo, foram apresentados os conceitos fundamentais da proteção de distância de linhas de transmissão, os quais foram utilizados nesta tese para avaliar o desempenho do relé de distância frente aos diferentes algoritmos de estimação de fasores.

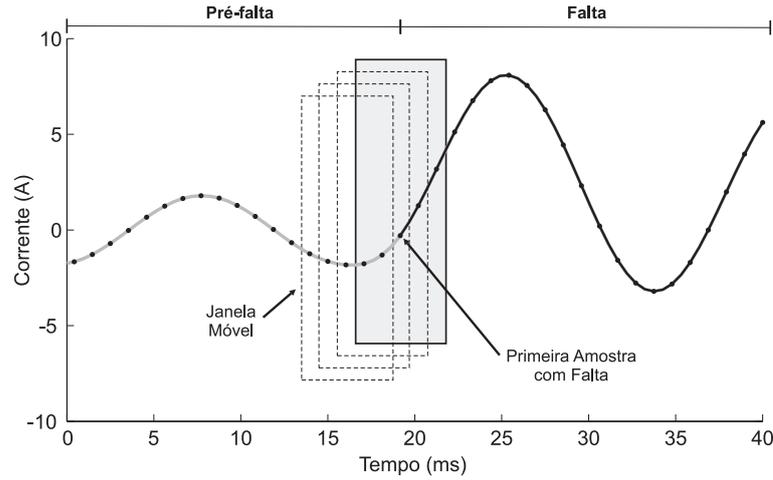
# FUNDAMENTOS DA ESTIMAÇÃO DE FASORES

A representação fasorial de um sinal senoidal pode ser considerada como um processo de estimação, já que admiti-se, a priori, que não são conhecidos os valores reais da amplitude e fase do sinal avaliado. Contudo, esse processo também pode ser interpretado como uma filtragem digital, já que no cálculo do fasor empregam-se filtros digitais às amostras do sinal avaliado.

Neste Capítulo, são apresentados alguns dos algoritmos não-recursivos de janela fixa tradicionalmente empregados para estimação de fasores em aplicações de proteção de sistemas elétricos de potência: algoritmo de Fourier de um e de meio ciclo e o algoritmo dos mínimos quadrados. Alguns conceitos da estimação de fasores são discutidos, mediante a avaliação do desempenho de cada um desses algoritmos, no que dizem respeito às suas respostas em frequência e no tempo.

### 4.1 ESQUEMA DE JANELAMENTO DOS SINAIS

Os algoritmos de estimação de fasores não recursivos de janela fixa baseiam-se na avaliação de um conjunto específico de amostras do sinal a ser estimado, denominado de janela de dados. Para cada instante de amostragem esta janela de dados é deslocada, de modo que a nova amostra seja incluída na janela, descartando-se a mais antiga (PHADKE; THORP, 1990). Este procedimento é representado na Figura 4.1, na qual é ilustrado o processo de janelamento de um sinal de corrente, evidenciando-se as fases de pré-falta e de falta. Para cada janela de dados, estimam-se a amplitude e a fase do fasor na frequência fundamental do sinal avaliado. Observa-se que durante a pré-falta, a janela só contém amostras do sinal sem falta. Após a incidência da falta, a janela passa por uma fase de transição, na qual ela contém amostras do sinal com e sem falta. A medida que a janela vai deslocando-se, ela sai da fase de transição e passa a conter apenas amostras do sinal com falta.



**Figura 4.1.** Esquema de janelamento aplicado a um sinal de corrente.

## 4.2 ALGORITMOS BASEADOS NA ANÁLISE DE FOURIER

Um sinal periódico qualquer  $x(t)$  pode ser representado pela série de Fourier como (OPPENHEIM; SCHAFER, 1989):

$$x(t) = \frac{Y_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{cn} \cos(2\pi nft) + \sum_{n=1}^{\infty} Y_{sn} \sin(2\pi nft), \quad (4.1)$$

onde  $f$  é a frequência fundamental do sinal e  $nf$  representa a  $n$ -ésima harmônica do sinal  $x(t)$ .

Os coeficientes da série de Fourier são determinados como:

$$Y_0 = \int_t^{t+T} x(t) dt \quad (4.2)$$

$$Y_{cn} = \int_t^{t+T} x(t) \cos n\omega t dt \quad (4.3)$$

$$Y_{sn} = \int_t^{t+T} x(t) \sin n\omega t dt, \quad (4.4)$$

onde  $T$  representa o período do sinal e  $\omega$  sua frequência angular, calculada como  $\omega = 2\pi f$ .

Alternativamente, a Equação 4.1 pode ser reescrita combinando-se os coeficientes correspondentes à mesma frequência harmônica:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \quad (4.5)$$

onde:

$$A_0 = \frac{Y_0}{2}, \quad \varphi_0 = 0 \quad (4.6)$$

e

$$A_n = \sqrt{Y_{cn}^2 + Y_{sn}^2}, \quad \varphi_n = \tan^{-1} \left( \frac{Y_{sn}}{Y_{cn}} \right). \quad (4.7)$$

### 4.2.1 Algoritmo de Fourier de Um Ciclo

Este algoritmo consiste em extrair a componente de frequência fundamental de um sinal  $x(t)$ , a partir do produto de um ciclo de amostras deste sinal com as funções seno e cosseno. Para tanto, recorre-se às Equações 4.3 e 4.4, particularizadas para a frequência fundamental:

$$Y_{c1} = \int_t^{t+T} x(t) \cos \omega t dt \quad (4.8a)$$

$$Y_{s1} = \int_t^{t+T} x(t) \sen \omega t dt. \quad (4.8b)$$

Considerando-se  $N$  amostras em um ciclo da frequência fundamental de  $x(t)$ , as integrais que aparecem nas Equações 4.8 podem ser calculadas como (JOHNS; SALMAN, 1995):

$$Y_{c1} \approx \frac{2}{N\Delta t} (x_0 \cos \omega t_0 + x_1 \cos \omega t_1 + x_2 \cos \omega t_2 + \dots + x_{N-1} \cos \omega t_{N-1}) \Delta t \quad (4.9a)$$

$$Y_{s1} \approx \frac{2}{N\Delta t} (x_0 \sen \omega t_0 + x_1 \sen \omega t_1 + x_2 \sen \omega t_2 + \dots + x_{N-1} \sen \omega t_{N-1}) \Delta t, \quad (4.9b)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de amostragem utilizado,  $t_k = k\Delta t$  e  $x_k = x(t_k)$ . Rearrmando as Equações 4.9, obtém-se:

$$Y_{c1} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cos \left( \frac{2\pi k}{N} \right) \quad (4.10a)$$

$$Y_{s1} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sen \left( \frac{2\pi k}{N} \right). \quad (4.10b)$$

Estas equações representam o processo de filtragem digital do algoritmo de Fourier de um ciclo, que pode ser escrito como:

$$Y_{c1} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k h_{ck} \quad (4.11a)$$

$$Y_{s1} = \sum_{k=0}^{N-1} x_k h_{sk}, \quad (4.11b)$$

onde  $h_{ck}$  e  $h_{sk}$  são, respectivamente, os coeficientes dos filtros de Fourier de um ciclo  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$ :

$$\mathbf{h}_c = \frac{2}{N} [\cos \omega t_0 \quad \cos \omega t_1 \quad \cos \omega t_2 \quad \dots \quad \cos \omega t_{N-1}] \quad (4.12a)$$

$$\mathbf{h}_s = \frac{2}{N} [\sen \omega t_0 \quad \sen \omega t_1 \quad \sen \omega t_2 \quad \dots \quad \sen \omega t_{N-1}] \quad (4.12b)$$

Uma característica importante deste algoritmo é o fato de que os filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  são ortogonais para a frequência fundamental. Além disso, ele não requer um grande esforço computacional, pois os coeficientes dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  podem ser calculados off-line.

A amplitude e a fase do fasor na frequência fundamental podem ser calculadas como:

$$A_1 = \sqrt{Y_{c1}^2 + Y_{s1}^2} \quad (4.13a)$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left( \frac{Y_{s1}}{Y_{c1}} \right). \quad (4.13b)$$

### 4.2.2 Algoritmo de Fourier de Meio Ciclo

Este algoritmo é semelhante ao de Fourier de um ciclo, mas como o próprio nome indica, ele utiliza apenas meio ciclo da frequência fundamental do sinal  $x(t)$ . Desta forma, pode-se verificar que as Equações 4.10 passam a ser escritas como (PHADKE; THORP, 1990):

$$Y_{c1} = \frac{4}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} x_k \cos \left( \frac{2\pi k}{N} \right) \quad (4.14a)$$

$$Y_{s1} = \frac{4}{N} \sum_{k=0}^{N/2-1} x_k \sin \left( \frac{2\pi k}{N} \right) \quad (4.14b)$$

e os filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  passam a ser:

$$\mathbf{h}_c = \frac{4}{N} [\cos \omega t_0 \quad \cos \omega t_1 \quad \cos \omega t_2 \quad \dots \quad \cos \omega t_{N/2-1}] \quad (4.15a)$$

$$\mathbf{h}_s = \frac{4}{N} [\sin \omega t_0 \quad \sin \omega t_1 \quad \sin \omega t_2 \quad \dots \quad \sin \omega t_{N/2-1}] \quad (4.15b)$$

Este algoritmo baseia-se no fato de que as funções seno e cosseno também são ortogonais no intervalo de meio ciclo, de modo que os filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  também são ortogonais na frequência fundamental.

## 4.3 ALGORITMO BASEADO NOS MÍNIMOS QUADRADOS

O algoritmo de estimação de fasores baseado nos mínimos quadrados consiste de um processo de estimação paramétrica, no qual os parâmetros de um modelo são estimados a partir de um conjunto de amostras  $x_k$  disponíveis, de modo a minimizar a soma do quadrado dos erros entre os valores reais e estimados das amostras.

As amostras  $x_k$  podem ser aproximadas pelo seguinte modelo:

$$x_k = \sum_{n=1}^H Y_{cn} \cos n\omega t_k + \sum_{n=1}^H Y_{sn} \sin n\omega t_k + \varepsilon_k, \quad (4.16)$$

onde  $H$  é igual ao número de componentes harmônicas consideradas no modelo e  $\varepsilon_k$  é o erro de estimação para a amostra  $k$ . Desta forma,  $M$  amostras consecutivas  $x_0, x_1, \dots, x_{M-1}$  podem ser representadas por:

$$\begin{aligned} x_0 &= Y_{c1} \cos \omega t_0 + Y_{s1} \sin \omega t_0 \\ &\quad + Y_{c2} \cos 2\omega t_0 + Y_{s2} \sin 2\omega t_0 \\ &\quad + Y_{c3} \cos 3\omega t_0 + Y_{s3} \sin 3\omega t_0 \\ &\quad + \dots \\ &\quad + Y_{cH} \cos H\omega t_0 + Y_{sH} \sin H\omega t_0 \\ &\quad + \varepsilon_0 \\ x_1 &= Y_{c1} \cos \omega t_1 + Y_{s1} \sin \omega t_1 \\ &\quad + Y_{c2} \cos 2\omega t_1 + Y_{s2} \sin 2\omega t_1 \\ &\quad + Y_{c3} \cos 3\omega t_1 + Y_{s3} \sin 3\omega t_1 \\ &\quad + \dots \\ &\quad + Y_{cH} \cos H\omega t_1 + Y_{sH} \sin H\omega t_1 \\ &\quad + \varepsilon_1 \\ &\vdots \\ x_{M-1} &= Y_{c1} \cos \omega t_{M-1} + Y_{s1} \sin \omega t_{M-1} \\ &\quad + Y_{c2} \cos 2\omega t_{M-1} + Y_{s2} \sin 2\omega t_{M-1} \\ &\quad + Y_{c3} \cos 3\omega t_{M-1} + Y_{s3} \sin 3\omega t_{M-1} \\ &\quad + \dots \\ &\quad + Y_{cH} \cos H\omega t_{M-1} + Y_{sH} \sin H\omega t_{M-1} \\ &\quad + \varepsilon_{M-1} \end{aligned} \quad (4.17)$$

As Equações 4.17 podem ser escritas na forma matricial:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y} + \mathbf{E}, \quad (4.18)$$

onde:

$$\mathbf{B} = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{M-2} \ x_{M-1}]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \omega t_0 & \sin \omega t_0 & \cos 2\omega t_0 & \sin 2\omega t_0 & \dots & \cos H\omega t_0 & \sin H\omega t_0 \\ \cos \omega t_1 & \sin \omega t_1 & \cos 2\omega t_1 & \sin 2\omega t_1 & \dots & \cos H\omega t_1 & \sin H\omega t_1 \\ \cos \omega t_2 & \sin \omega t_2 & \cos 2\omega t_2 & \sin 2\omega t_2 & \dots & \cos H\omega t_2 & \sin H\omega t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cos \omega t_{M-2} & \sin \omega t_{M-2} & \cos 2\omega t_{M-2} & \sin 2\omega t_{M-2} & \dots & \cos H\omega t_{M-2} & \sin H\omega t_{M-2} \\ \cos \omega t_{M-1} & \sin \omega t_{M-1} & \cos 2\omega t_{M-1} & \sin 2\omega t_{M-1} & \dots & \cos H\omega t_{M-1} & \sin H\omega t_{M-1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = [Y_{c1} \ Y_{s1} \ Y_{c2} \ Y_{s2} \ \cdots \ Y_{cH} \ Y_{sH}]^T$$

$$\mathbf{E} = [\varepsilon_0 \ \varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \cdots \ \varepsilon_{M-2} \ \varepsilon_{M-1}]^T .$$

De acordo com o algoritmo dos mínimos quadrados, a solução do sistema de Equações 4.18 que minimiza o erro quadrático  $\mathbf{E}^T \mathbf{E}$  é obtida por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^+ \mathbf{B} , \quad (4.19)$$

onde  $\mathbf{A}^+$  representa a matriz pseudo-inversa de  $\mathbf{A}$ , calculada como:

$$\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T . \quad (4.20)$$

Uma característica do algoritmo dos mínimos quadrados é que não há necessidade da escolha de múltiplos de um ou de meio ciclo da fundamental, afim de manter a ortogonalidade entre as funções seno e cosseno. Na verdade, pode-se considerar qualquer número de amostras para se realizar a estimação dos parâmetros do modelo, bastando apenas escolher um número de parâmetros menor ou igual ao número de amostras considerado, com o intuito de manter o sistema linear de Equações 4.18 compatível. Além disso, a fim de diminuir o esforço computacional na implementação deste algoritmo, calcula-se a matriz pseudo-inversa  $\mathbf{A}^+$  off-line.

Considerando-se apenas a componente de frequência fundamental, a Equação 4.16 pode ser escrita como:

$$x_k = Y_{c1} \cos \omega t_k + Y_{s1} \sin \omega t_k + \varepsilon_k . \quad (4.21)$$

Se forem tomadas  $N$  amostras em um ciclo do sinal, é possível observar que neste caso o algoritmo dos mínimos quadrados será igual ao algoritmo de Fourier de um ciclo, pois pode-se verificar que:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} 2/N & 0 \\ 0 & 2/N \end{bmatrix} ,$$

de modo que a matriz pseudo-inversa seja calculada como:

$$\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} \cos \omega t_0 & \cos \omega t_1 & \cos \omega t_2 & \cdots & \cos \omega t_{N-1} \\ \sin \omega t_0 & \sin \omega t_1 & \sin \omega t_2 & \cdots & \sin \omega t_{N-1} \end{bmatrix} ,$$

e a solução  $\mathbf{Y}$  como:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^+ \mathbf{B} \Rightarrow \begin{cases} Y_{c1} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \\ Y_{s1} = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \sin\left(\frac{2\pi k}{N}\right) \end{cases} .$$

De forma análoga, é possível mostrar que o filtro de Fourier de meio ciclo também é um caso particular do algoritmo dos mínimos quadrados.

A partir dessas observações, pode-se concluir que o processo de estimação paramétrica utilizando o algoritmo dos mínimos quadrados também pode ser entendido como um processo de filtragem, pois cada linha da matriz pseudo-inversa representa na verdade um filtro digital.

#### 4.4 RESPOSTA NO TEMPO DOS ALGORITMOS DE ESTIMAÇÃO DE FASORES

Para avaliar a resposta no tempo dos algoritmos de estimação de fasores descritos neste capítulo, considera-se o circuito monofásico mostrado na Figura 4.2. Esse circuito representa um sistema simples no qual uma fonte de tensão supre uma carga por meio de uma linha, que em um determinado momento será submetida a um curto-circuito localizado numa porcentagem  $h$  do seu comprimento total.

A seguir, apresenta-se alguns conceitos sobre a estimação de fasores a partir da análise dos resultados obtidos com a solução numérica do circuito mostrado na Figura 4.2. Para tanto, utilizou-se a discretização de suas equações pelo método de integração trapezoidal (ARAÚJO; NEVES, 2006; ZANETA JÚNIOR, 2003), considerando-se os seguintes valores para os seus parâmetros:

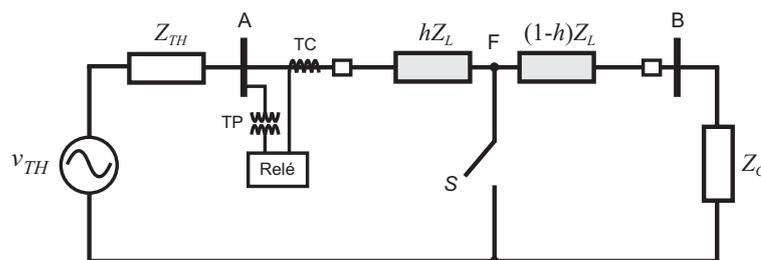


Figura 4.2. Sistema monofásico analisado.

<i>Dados da fonte:</i>	<i>Dados da linhas:</i>	<i>Dados da carga:</i>
$R_{TH} = 1 \Omega$	$R_L = 2 \Omega$	$R_C = 60 \Omega$
$L_{TH} = 33,33 \text{ mH}$	$L_L = 66,66 \text{ mH}$	$L_C = 80 \text{ mH}$
$\widehat{V}_{TH} = 135 \angle 10^\circ \text{ V}$	$h = 0,5$	

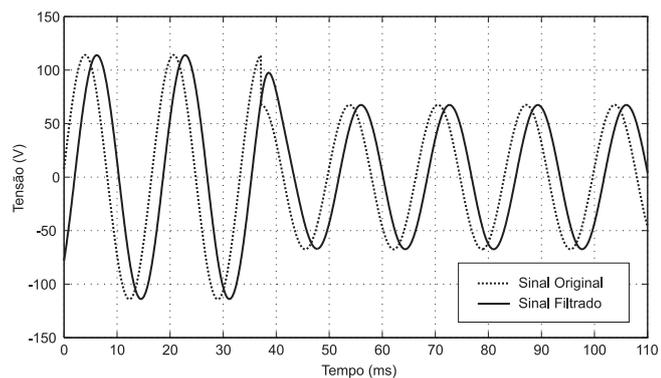
Considerou-se um passo de cálculo de  $10,4166 \mu\text{s}$  e um passo de discretização de  $1,0416 \text{ ms}$ , o que equivale a uma taxa de amostragem de 16 amostras por ciclo. No entanto, antes de realizar a amostragem, os sinais foram filtrados utilizando-se um filtro digital equivalente a um filtro analógico passa-baixas *anti-aliasing* do tipo Butterworth de terceira ordem com frequência de corte em  $150,3 \text{ Hz}$  (THEDE, 2004). Na Figura 4.3, são ilustradas a tensão  $v_R(t)$  e a corrente  $i_R(t)$  vistas pelo relé antes e depois da filtragem. Percebe-se, que os sinais filtrados são suavizados, mas apresentam um atraso com relação aos originais, o qual é inerente ao processo de filtragem com filtros Butterworth, sendo maior quão maior for a ordem do filtro.

Observa-se que a partir do momento no qual a chave  $S$  é fechada, ou seja, do início da falta, a tensão  $v_R(t)$  e a corrente  $i_R(t)$  vistas pelo relé deixam de ser puramente senoidais, devido ao surgimento de uma componente DC de decaimento exponencial. A amplitude desta componente, em ambos os sinais, depende dos seus valores no instante imediatamente anterior ao fechamento da chave  $S$ . No entanto, de um modo geral, a influência desta componente é maior na corrente.

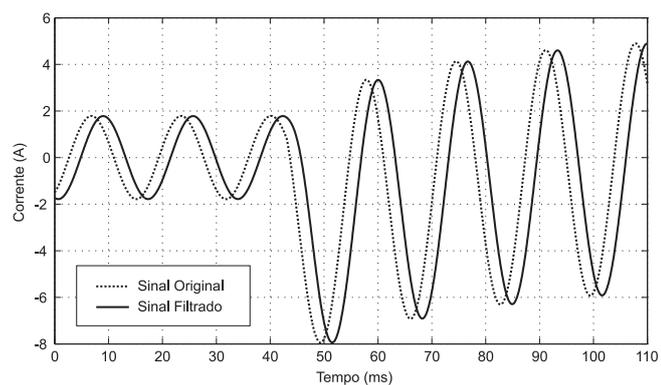
Nas Figuras 4.4(a) e 4.4(b), são representadas, respectivamente, a amplitude<sup>1</sup> dos fasores  $\widehat{V}_R$  e  $\widehat{I}_R$ , estimados a partir dos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo e pelo algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se  $H = 1$  e todas as  $N$  amostras referentes a um ciclo do sinal. Nesse caso, a resposta do algoritmo dos mínimos quadrados é exatamente igual a do Fourier de um ciclo. Além disso, percebe-se que a componente DC de decaimento exponencial provoca um erro de estimação na amplitude da corrente, que fica oscilando em torno do seu valor de regime permanente de falta (SCHWEITZER; HOU, 1993). Por outro lado, isso não acontece na tensão, que praticamente não foi afetada por essa componente não-senoidal.

Observa-se na Figura 4.4(b) que o algoritmo de Fourier de um ciclo é o menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial, enquanto que o algoritmo de Fourier de meio ciclo é o mais afetado. Este resultado deve-se ao fato de que quanto menor a janela de dados usada

<sup>1</sup>Por questão de simplicidade, optou-se por abordar neste capítulo apenas a análise da amplitude estimada do fasor, mas os resultados podem ser estendidos para o caso da estimação de sua fase.

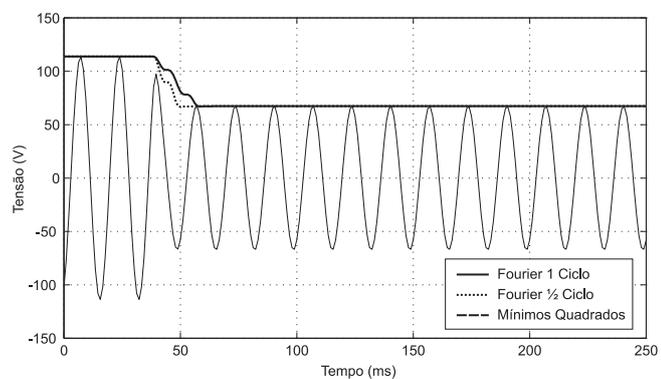


(a)

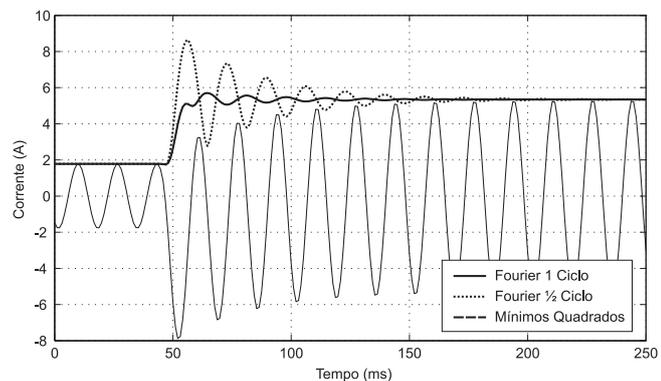


(b)

**Figura 4.3.** (a) Tensão  $v_R(t)$  vista pelo relé antes e depois da filtragem; (b) Corrente  $i_R(t)$  vista pelo relé antes e depois da filtragem.



(a)



(b)

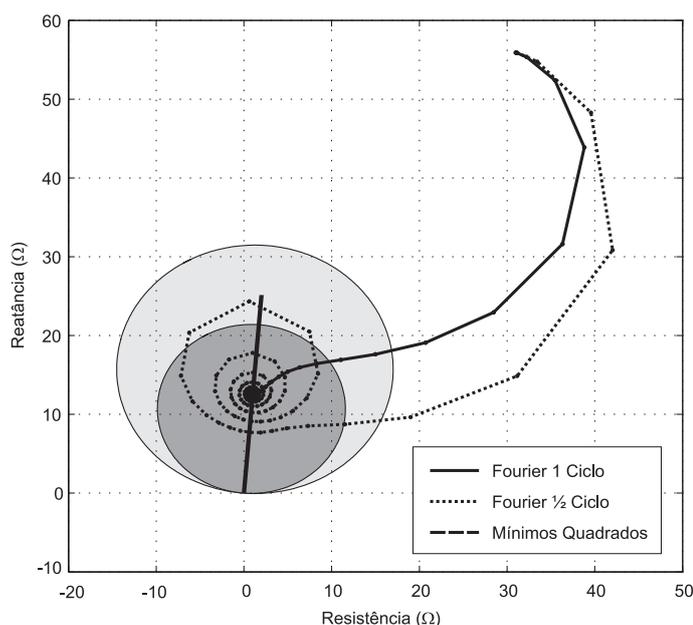
**Figura 4.4.** Estimação da amplitude do fasor: (a) Tensão  $\hat{V}_R$ ; (b) corrente  $\hat{I}_R$ .

no processo de estimação, mais o algoritmo será afetado por essa componente não-senoidal (SCHWEITZER; HOU, 1993).

O erro na estimação do fasor  $\hat{I}_R$  provoca um erro no valor calculado da impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, que fica oscilando em torno do seu valor de regime permanente de falta e demora bastante para estabilizar, conforme pode-se verificar na Figura 4.5. Nesta figura, a trajetória da impedância vista pelo relé calculada a partir do algoritmo dos mínimos quadrados se sobrepõe a calculada pelo algoritmo de Fourier de um ciclo. Na prática, este erro deve ser minimizado mediante a eliminação do efeito da componente DC de decaimento exponencial na estimação de fasores.

#### 4.4.1 Eliminação do Efeito da Componente DC de decaimento Exponencial

Conforme apresentado no Capítulo 2, a maioria dos algoritmos de eliminação da componente DC de decaimento exponencial baseia-se na propriedade de periodicidade dos coeficientes dos filtros de Fourier, para estabelecer uma estratégia recursiva de compensação da influência desta componente na estimação dos fasores (CHEN *et al.*, 2006; SIDHU *et al.*, 2003; LIN; LIU, 2002; YU; GU, 2001; GU; YU, 2000; YANG; LIU, 2000). Estes algoritmos apresentam bons resultados na eliminação da componente DC, mas tem o uso restrito aos filtros de Fourier.



**Figura 4.5.** Impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, sem a eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores.

Alguns autores sugerem a inclusão da componente DC de decaimento exponencial no modelo de estimação dos mínimos quadrados, mediante a sua aproximação pelos primeiros termos da sua representação em série de Taylor (SIDHU *et al.*, 2002; SACHDEV; NAGPAL, 1992; SACHDEV; BARIBEU, 1979). Por questão de simplicidade, não raro é utilizada uma aproximação linear desta componente, utilizando-se apenas os dois primeiros termos da sua representação em série de Taylor.

Na estimação de fasores utilizando o filtro de Kalman, os autores partem da premissa de que a constante de tempo de decaimento da componente DC é conhecida a priori, de modo que o termo  $e^{\Delta t/\tau}$  é incluído na matriz de transição de estados do filtro (GIRGIS; MAKRAM, 1988; SACHDEV *et al.*, 1985; GIRGIS, 1982). No entanto, isto pode ocasionar erros na estimação, já que, de fato, a constante de tempo de decaimento  $\tau$  é uma variável aleatória.

Alguns autores sugerem o uso de filtros passa-altas e passa-faixa para a filtragem da componente DC de decaimento exponencial (SILVA *et al.*, 2008; LIANG; JEYASURYA, 2004; OSMAN; MALIK, 2004; YONGLI; BIN, 2004; ALEXANDER; ANDRICHAK, 1996; BENMOUYAL, 1995). Uma desvantagem no uso destes filtros é que seus parâmetros são constantes, de modo que eles não são adequados para todos os valores possíveis das constantes de tempo da componente DC. Na tentativa de contornar esta situação, alguns autores sugerem o uso de filtros de maior ordem, a exemplo do filtro Butterworth passa-altas de terceira ordem, mas isto acarreta um atraso indesejável na resposta do processo de estimação dos fasores.

Baseados na propriedade de periodicidade das funções senoidais, alguns autores propõem algoritmos para a estimação paramétrica da amplitude e da constante de tempo de decaimento da componente DC, a partir das amostras dos sinais de tensão e corrente (CHO *et al.*, 2009; ARGÜELLES *et al.*, 2005; GUO *et al.*, 2003; ROSOŁOWSKI *et al.*, 2001; ROSOŁOWSKI *et al.*, 2000). A vantagem destes algoritmos está no fato de que eles podem ser usados em conjunto com quaisquer filtros ortogonais para realizar a estimação dos fasores. Com esses algoritmos, se faz necessário adotar estratégias para manter a estabilidade da estimação dos parâmetros da componente DC.

A ideia de ajustar de forma adaptativa os coeficientes do filtro mímico de Benmouyal (1995) é abordada em alguns trabalhos (YU, 2007; YU, 2006a). Este ajuste é feito mediante o cálculo iterativo da constante de tempo de decaimento da componente DC, a partir dos próprios fasores

estimados utilizando o algoritmo de Fourier de um ciclo, de modo que as harmônicas dos sinais não interferem no cálculo da constante de tempo. Contudo, a formulação do algoritmo baseia-se na representação da linha de transmissão por um sistema RL simplificado, que não leva em consideração a resistência de falta, o que pode ocasionar erros.

Dentre os diferentes algoritmos de eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação de fasores, a seguir, são apresentadas as formulações de dois deles: o filtro mímico digital de Benmouyal (1995) e o algoritmo dos mínimos quadrados, os quais são utilizados como parâmetro de comparação com o algoritmo proposto nesta tese.

### *Filtro Mímico Digital de Benmouyal (1995)*

Benmouyal (1995) se baseou no circuito mímico utilizado nos relés eletromecânicos e estáticos para propor o filtro mímico digital. Este circuito é, na verdade, um circuito RL, cuja relação  $L/R$  é projetada de tal forma a minimizar o impacto da componente DC de decaimento exponencial na operação do relé. De fato, é possível mostrar que se um sinal de corrente, na forma de uma componente DC de decaimento exponencial, circular por uma impedância com a relação  $L/R$  igual a constante de tempo de decaimento desse sinal, então a componente DC de decaimento exponencial é completamente eliminada da forma de onda da tensão sobre essa impedância (Apêndice B). Assim, seja uma impedância escrita no domínio de Laplace na forma:

$$K(1 + s\tau_d). \quad (4.22)$$

Esta expressão pode ser reescrita no domínio da transformada  $Z$  como:

$$K [(1 + \tau_d) - \tau_d z^{-1}], \quad (4.23)$$

onde o operador  $s$  da transformada de Laplace foi substituído por  $1 - z^{-1}$ .

A Equação 4.23 define o processo de filtragem com o filtro mímico digital de Benmouyal (1995), que pode ser reescrito no domínio do tempo discreto para um sinal de entrada  $x_k$  como:

$$x_k^* = K [(1 + \tau_d)x_k - \tau_d x_{k-1}] , \quad (4.24)$$

onde  $x_k^*$  é a amostra do sinal filtrado no instante  $k$ ;  $x_k$  e  $x_{k-1}$  são, respectivamente, as amostras do sinal original nos instantes  $k$  e  $k - 1$ ;  $K$  é o ganho do filtro; e  $\tau_d$  é a constante de tempo de projeto do filtro mímico, dada em número de amostras.

O ganho  $K$  é calculado para ser unitário na frequência fundamental:

$$K = \sqrt{\frac{1}{\left[ (1 + \tau_d) - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2 + \left[ \tau_d \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2}}. \quad (4.25)$$

O valor de  $\tau_d$  deve ser escolhido de modo a minimizar o impacto da componente DC de decaimento exponencial para diferentes valores da constante de tempo  $\tau$  dos sinais de tensão e corrente do sistema. Caso o valor de  $\tau_d$  seja igual ao da constante de tempo  $\tau$  do sinal avaliado, a componente DC de decaimento exponencial será completamente eliminada pelo filtro mímico (BENMOUYAL, 1995).

### *Algoritmo dos Mínimos Quadrados*

No caso do algoritmo dos mínimos quadrados, pode-se modificar o modelo de estimação do sinal representado pela Equação 4.16, de modo a considerar agora a estimação dos parâmetros referentes à componente DC de decaimento exponencial. Todavia, para que esse modelo continue sendo linear, pode-se aproximar essa componente não-senoidal a partir dos dois primeiros termos da sua expansão em série de Taylor (SACHDEV; BARIBEU, 1979):

$$x_{DCk} \cong A_0 - \frac{A_0}{\tau} t_k. \quad (4.26)$$

sendo  $x_{DCk}$  a  $k$ -ésima amostra da componente DC de decaimento exponencial e  $A_0$  e  $-A_0/\tau$  os parâmetros de sua aproximação a serem determinados. Dessa forma, o modelo representado pela Equação 4.16 pode ser reescrito como:

$$x_k = \sum_{n=1}^H Y_{cn} \cos n\omega t_k + \sum_{n=1}^H Y_{sn} \sin n\omega t_k + A_0 - \frac{A_0}{\tau} t_k + \varepsilon_k, \quad (4.27)$$

obtendo-se uma nova matriz  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\omega t_0 & \sin\omega t_0 & \cdots & \cos H\omega t_0 & \sin H\omega t_0 & 1 & t_0 \\ \cos\omega t_1 & \sin\omega t_1 & \cdots & \cos H\omega t_1 & \sin H\omega t_1 & 1 & t_1 \\ \cos\omega t_2 & \sin\omega t_2 & \cdots & \cos H\omega t_2 & \sin H\omega t_2 & 1 & t_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\omega t_{M-2} & \sin\omega t_{M-2} & \cdots & \cos H\omega t_{M-2} & \sin H\omega t_{M-2} & 1 & t_{M-2} \\ \cos\omega t_{M-1} & \sin\omega t_{M-1} & \cdots & \cos H\omega t_{M-1} & \sin H\omega t_{M-1} & 1 & t_{M-1} \end{bmatrix}$$

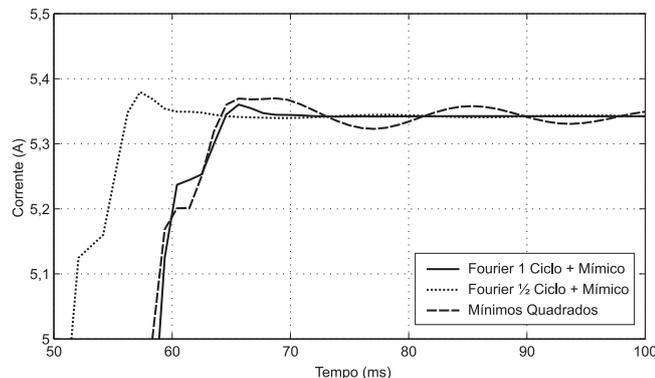
e um novo conjunto solução  $\mathbf{Y}$ :

$$\mathbf{Y} = \left[ Y_{c1} \ Y_{s1} \ Y_{c2} \ Y_{s2} \ \cdots \ Y_{cH} \ Y_{sH} \ A_0 \ -\frac{A_0}{\tau} \right]^T.$$

Na Figura 4.6, ilustra-se a amplitude estimada do fasor  $\hat{I}_R$ , agora com a eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial. Nesta figura, o algoritmo dos mínimos quadrados foi formulado a partir da Equação 4.27, considerando-se  $H = 7$  e todas as  $N$  amostras em um ciclo do sinal. A justificativa destas escolhas está relacionada à resposta em frequência deste algoritmo, que será discutida na Seção 4.5. Os algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo, por sua vez, foram combinados ao filtro mímico, cuja constante de tempo  $\tau_d$  foi ajustada para dois ciclos.

A partir da análise da Figura 4.6, observa-se que, para este caso, o algoritmo dos mínimos quadrados apresentou um pior desempenho do que o filtro mímico, no que concerne à eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores. Isto se explica pelo fato de que a constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC do sinal de corrente é igual a constante de tempo  $\tau_d$  do filtro mímico. No entanto, quão maior a diferença entre as constantes de tempo  $\tau$  e  $\tau_d$ , menos o filtro mímico elimina a influência da componente DC de decaimento exponencial e maior será o erro na estimação dos fasores.

A fase transitória entre os regimes de pré-falta e de falta estabelece alguns parâmetros de comparação dos algoritmos de estimação de fasores, tais como: *overshoot*, tempo de subida e tempo de acomodação. O *overshoot* pode ser definido como a diferença entre maior valor estimado e o valor de regime permanente de falta. O tempo de subida, por sua vez, pode ser definido como o tempo necessário para o valor estimado ir de 10% a 90% do valor de regime permanente de falta. Por outro lado, o tempo de acomodação é o tempo necessário para que o valor estimado esteja dentro de uma faixa percentual (2% ou 5%) em torno do valor de regime permanente de falta.

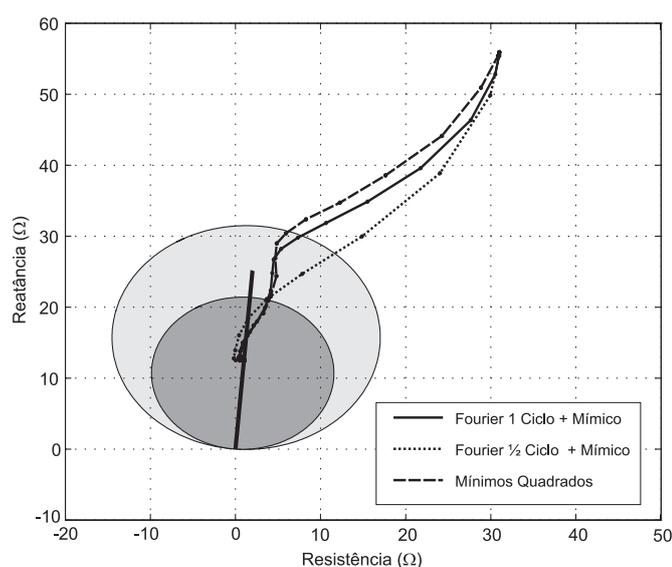


**Figura 4.6.** Estimação da amplitude do fasor  $\hat{I}_R$ , utilizando-se o algoritmo dos mínimos quadrados e os de Fourier de um e de meio ciclo convoluídos com o filtro mímico.

De um modo geral, o tamanho da janela influencia sobremaneira o tempo de subida, pois quanto menor a janela de dados, menor será o tempo de subida e, por consequência, mais rápido será o algoritmo. Em contrapartida, algoritmos de janelas curtas são mais afetados pela componente DC de decaimento exponencial (SCHWEITZER; HOU, 1993), o que influencia diretamente nos valores do tempo de acomodação e do *overshoot*. Assim, quanto mais eficiente for a eliminação desta componente não-senoidal, melhor será o desempenho do algoritmo.

Na Figura 4.7, representa-se a impedância aparente vista pelo relé após a eliminação do efeito da componente DC de decaimento exponencial. Observa-se que as oscilações em torno do valor da impedância de regime permanente de falta foram praticamente eliminadas.

A fase de transição dos algoritmos de estimação de fasores pode ser interpretada como sendo a trajetória no plano  $R$ - $X$  que a impedância percorre na mudança do seu estado de regime permanente de pré-falta para o de falta. Conforme a Seção 3.4, esta trajetória define o quão rápida será a atuação do relé de distância. Assim, quão menor for a janela de dados utilizada, mais rápida será a atuação do relé. No entanto, quanto menor a janela de dados, maiores poderão ser os erros na estimação dos fasores, podendo acarretar uma atuação indevida do relé. De fato, há uma relação de compromisso entre velocidade e exatidão, que será melhor compreendida ao analisar na próxima seção a influência das harmônicas no processo de estimação e, na Seção 4.5, as respostas em frequência dos algoritmos de estimação de fasores.



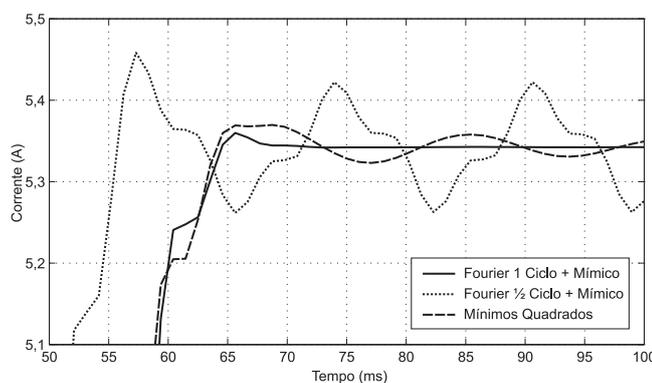
**Figura 4.7.** Impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, considerando-se a eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores.

### 4.4.2 Influência das Harmônicas na Estimação de Fasores

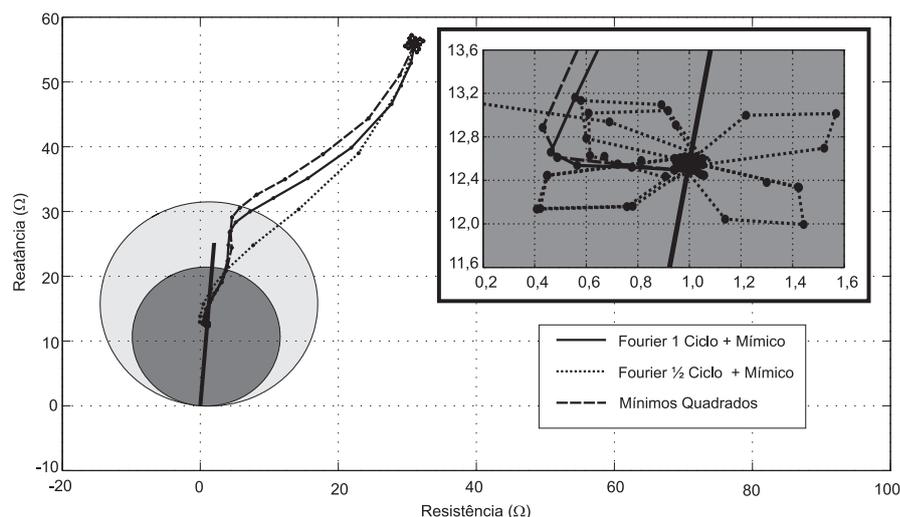
Idealmente, as formas de onda das tensões e correntes no sistema elétrico de potência são constituídas apenas da componente de frequência fundamental do sistema. No entanto, elementos não lineares instalados no sistema, tais como transformadores, conversores estáticos, inversores de frequência, fornos a arco, etc., podem ocasionar o surgimento de harmônicas. Entende-se por harmônicas as componentes de frequência múltiplas da frequência fundamental.

Os algoritmos de estimação de fasores devem ser imunes à influência das harmônicas, de modo a evitar uma operação indevida do relé quando da existência destas no sistema. Contudo, alguns deles não eliminam todas elas. De fato, isto está relacionado com o tamanho da janela de dados, como pode ser observado na Figura 4.8. Nesta figura, são ilustradas as estimativas da amplitude do fasor  $\hat{I}_R$ , para o caso da fonte do sistema da Figura 4.2 injetar no circuito a segunda harmônica com amplitude de 2% da componente fundamental. Observa-se que, ao contrário dos algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um ciclo, o algoritmo de Fourier de meio ciclo apresenta erro na estimativa do fasor, que será maior quanto maior for a amplitude da harmônica. Este erro também é observado para as tensões.

O erro ocasionado pela não eliminação de uma harmônica afeta diretamente o cálculo da impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé de distância, conforme ilustrado na Figura 4.9. Esta impedância, para as situações de regime permanente de pré-falta e de falta, apresenta uma trajetória no plano  $R-X$  na forma de uma flor de lótus, cujo número de pétalas está relacionada à harmônica que não foi eliminada na estimação. O tamanho das pétalas, por sua vez, está relacionado à amplitude da harmônica. Isto pode ocasionar a operação indevida do relé para



**Figura 4.8.** Estimação da amplitude do fasor  $\hat{I}_R$ , considerando-se a presença da segunda harmônica com amplitude de 2% da fundamental.



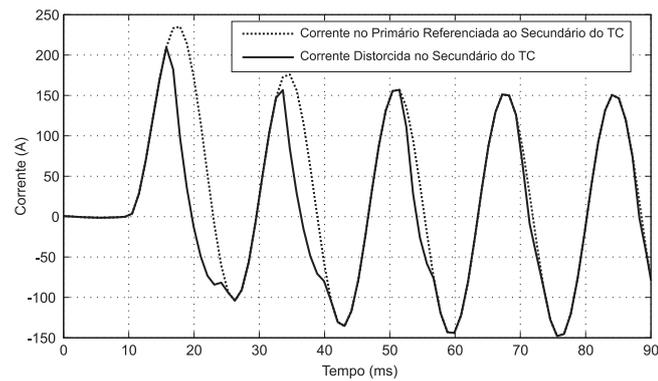
**Figura 4.9.** Impedância aparente  $Z_R$  vista pelo relé, considerando-se a presença da segunda harmônica com amplitude de 2% da fundamental.

faltas fora da sua zona de proteção, mas próximas ao seu alcance, pois as pétalas da flor de lótus podem ser vistas dentro da zona.

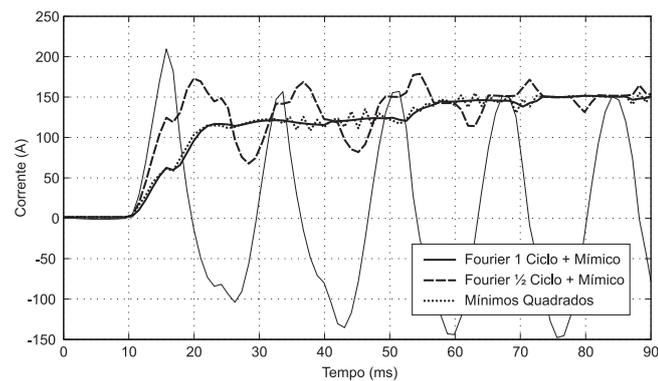
#### 4.4.3 Influência da Saturação do Núcleo de TCs na Estimação de Fasores

A função principal dos TCs é prover uma corrente em seu enrolamento secundário, cuja forma de onda é uma réplica da corrente em seu enrolamento primário, mas com amplitude adequada às entradas dos equipamentos de medição, proteção e controle instalados em seu enrolamento secundário. Para tanto, é necessário que seu projeto siga as recomendações das normas vigentes (GANGADHARAN *et al.*, 2007). Mesmo assim, há situações nas quais a corrente no primário pode exceder o seu valor de projeto, levando o equipamento à operar na região de não-linearidade da curva característica de magnetização de seu núcleo. Nestas situações, diz-se que o núcleo do TC encontra-se saturado, de modo que a corrente no seu enrolamento secundário não mais reproduz a forma de onda da corrente do primário.

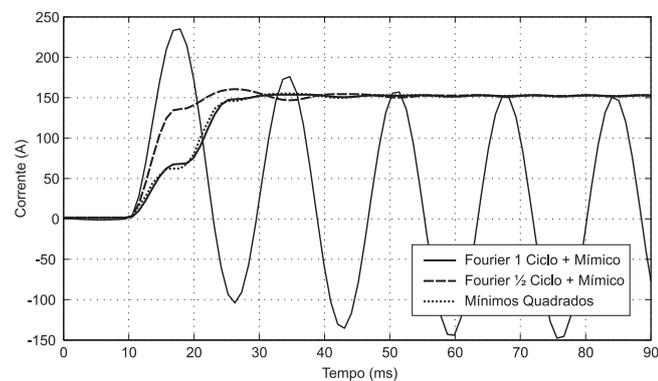
Na Figura 4.10(a), é ilustrado um exemplo da corrente no enrolamento secundário do TC, quando da saturação do seu núcleo. A corrente distorcida no enrolamento secundário do TC possui, além da componente fundamental, forte incidência de harmônicas, sobretudo a segunda e terceira harmônicas. Assim, quando os fasores são estimados utilizando-se a corrente distorcida no enrolamento secundário do TC, o algoritmo deve ser capaz de eliminar o efeito dessas harmônicas. Caso contrário, haverá um erro na estimação do fasor semelhante ao apresentado



(a)



(b)



(c)

**Figura 4.10.** (a) Formas de onda das correntes no primário e no secundário do TC, para o caso de saturação do seu núcleo; (b) estimativa do fasor  $\hat{I}_R$  utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimativa do fasor  $\hat{I}_R$  utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário.

na Figura 4.8, conforme ilustrado na Figura 4.10(b) para o algoritmo de Fourier de meio ciclo. No caso de se eliminar todas as harmônicas, percebe-se que a amplitude do fasor é menor do que o valor da amplitude real da componente fundamental. Isto pode interferir sobremaneira na operação do relé de distância, pois o deixa subalcançado, de modo que ele calcula uma impedância maior do que o seu valor real. Nestas situações, devem ser utilizados algoritmos para corrigir a distorção na corrente do enrolamento secundário do TC (WISZNIEWSKI *et al.*,

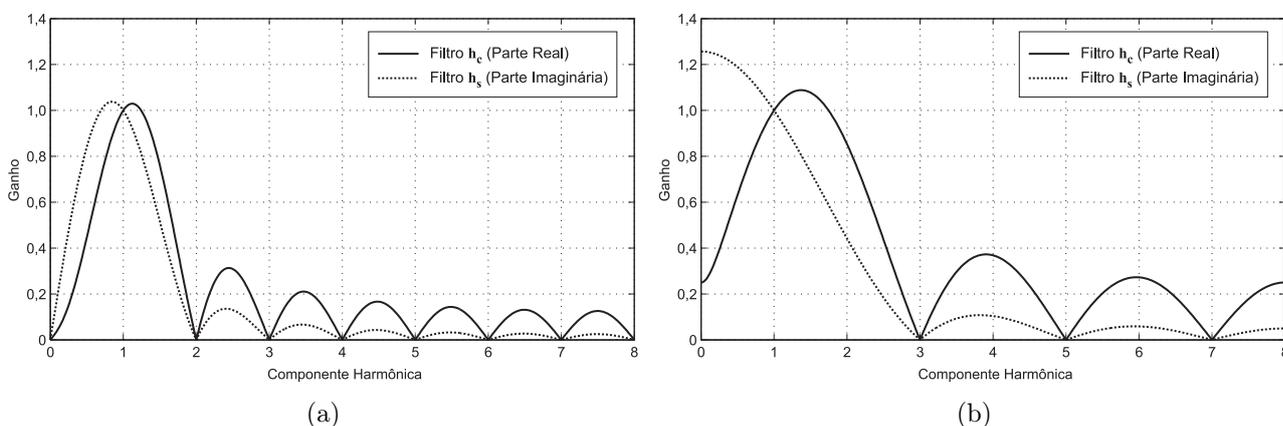
2008; GUERRA; MOTA, 2007; SEGATTO; COURY, 2006). Caso isto seja feito, a estimação do fasor é corrigida, como ilustrado na Figura 4.10(c).

#### 4.5 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DOS FILTROS DE ESTIMAÇÃO DE FASORES

Nesta Seção, considera-se para o cálculo das respostas em frequência dos filtro analisados que a taxa de amostragem empregada aos sinais é de 16 amostras por ciclo.

Nas Figuras 4.11(a) e 4.11(b), são ilustrados, respectivamente, os ganhos das respostas em frequência dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  referentes aos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo. Observa-se que em ambos os algoritmos, os filtros possuem ganho unitário na frequência fundamental. Além disso, no caso dos filtros de um ciclo, o ganho para todas as frequências harmônicas é igual a zero, ou seja, estes filtros eliminam todas as harmônicas de um sinal. Por outro lado, os filtros de Fourier de meio ciclo não eliminam as harmônicas pares. Isto ocorre devido ao tamanho da janela, que a medida que diminui piora a resposta em frequência dos filtros. Observa-se também, em ambos os algoritmos, que as respostas em frequência dos filtros  $\mathbf{h}_c$  possuem maiores lóbulos laterais do que as dos filtros  $\mathbf{h}_s$ , o que implica que aqueles são mais afetados do que estes pelas componentes de frequência interharmônicas (SCHWEITZER; HOU, 1993).

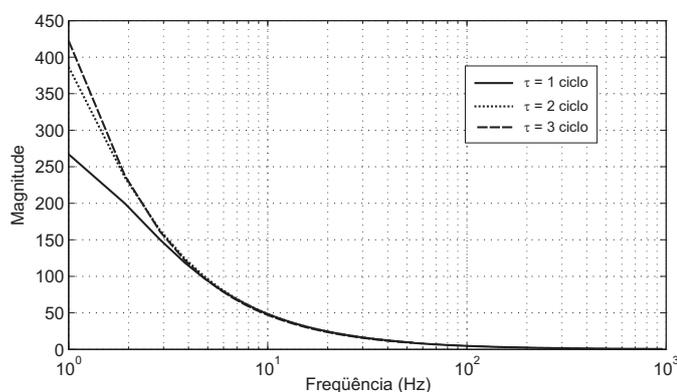
O impacto da componente DC de decaimento exponencial nos algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo pode ser entendido, do ponto de vista da resposta em frequência, analisando-se a Figura 4.12. Nela representa-se o espectro de frequência de exponenciais com amplitude



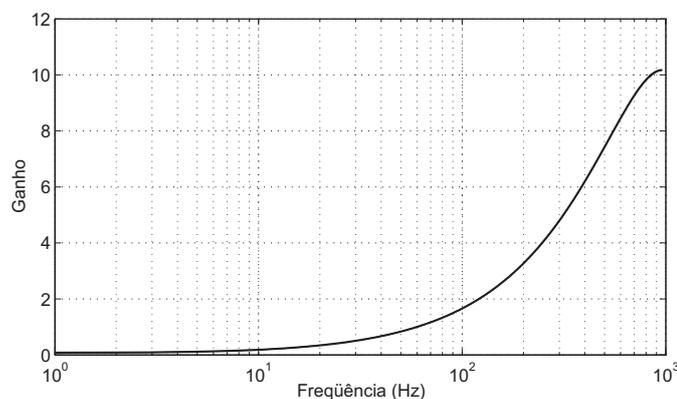
**Figura 4.11.** Ganho das respostas em frequência dos filtros de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo.

unitária, considerando-se três diferentes valores da constante de tempo  $\tau$ . Observa-se que os ganhos dos espectros de frequência para os diferentes valores de  $\tau$  diferenciam principalmente nas baixas frequências. De fato, para estas frequências, quão maior o valor de  $\tau$ , maior será a magnitude do espectro. Isto explica o porquê dos filtros de Fourier de meio ciclo serem mais afetados pela componente DC de decaimento exponencial do que os de um ciclo, já que eles amplificam as frequências abaixo da fundamental (SCHWEITZER; HOU, 1993).

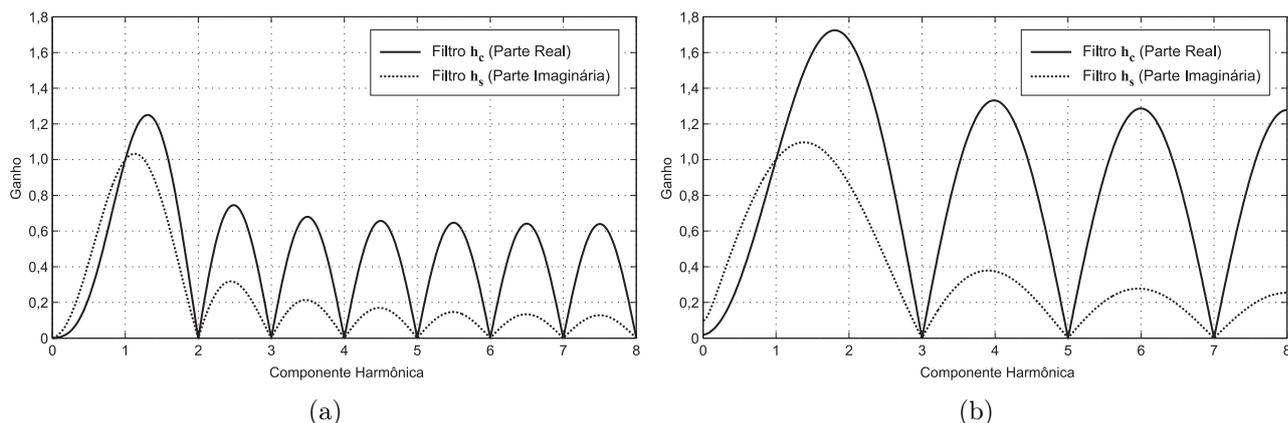
Conforme visto na Seção 4.4, o filtro mímico pode compensar o impacto da componente DC de decaimento exponencial. A resposta em frequência deste filtro corresponde a de um filtro passa-altas com ganho unitário na frequência fundamental, atenuando-se as frequências mais baixas (Figura 4.13). Em contrapartida, este filtro amplifica o ganho para às frequências acima da fundamental, tornando os algoritmos mais suscetíveis aos transitórios oriundos de faltas. Nas Figuras 4.14, ilustram-se os ganhos das respostas em frequência dos filtros de Fourier de um e de meio ciclo convoluídos com o filtro mímico de dois ciclos.



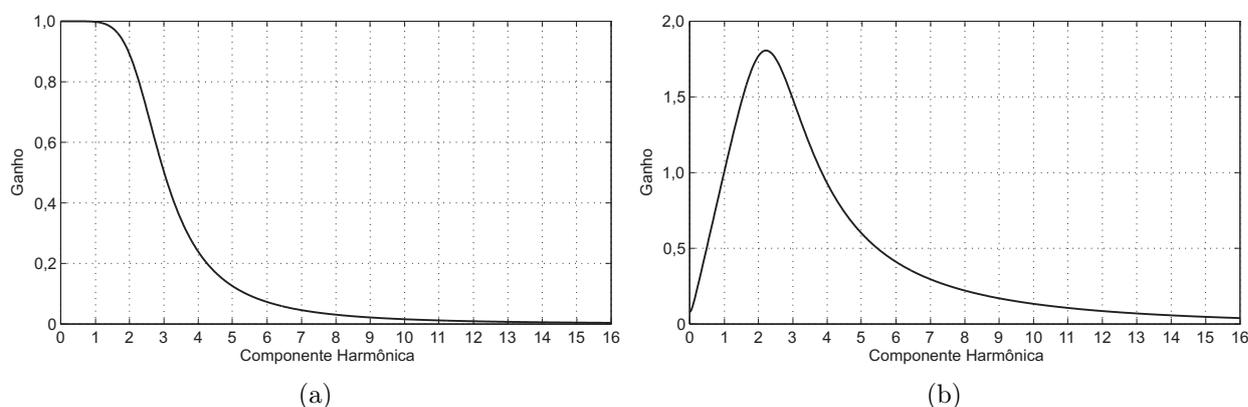
**Figura 4.12.** Espectro de frequência da função exponencial com amplitude unitária para três valores de  $\tau$ .



**Figura 4.13.** Magnitude da resposta em frequência do filtro mímico, para  $\tau_d$  igual a dois ciclos.



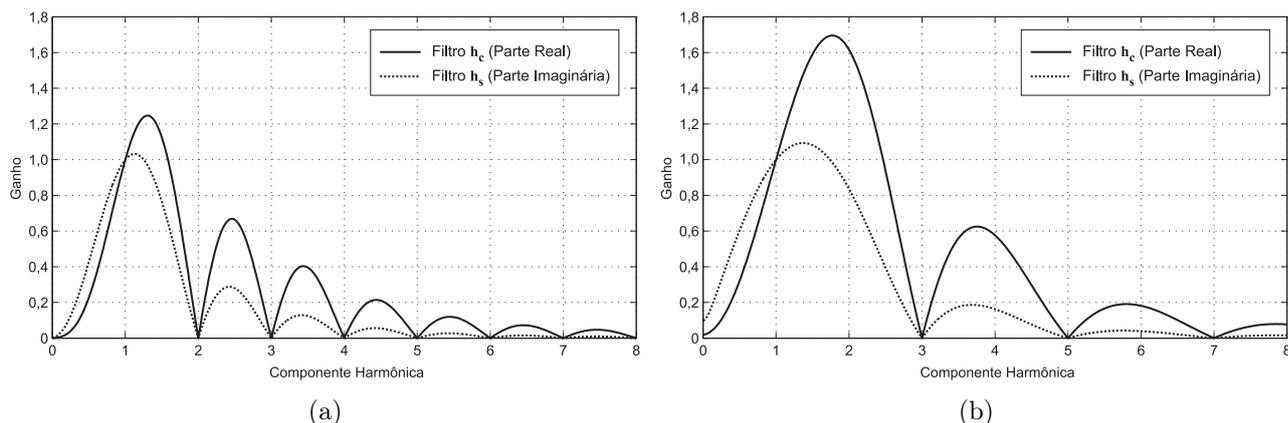
**Figura 4.14.** Ganho da resposta em frequência da convolução do filtro mímico com os de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo.



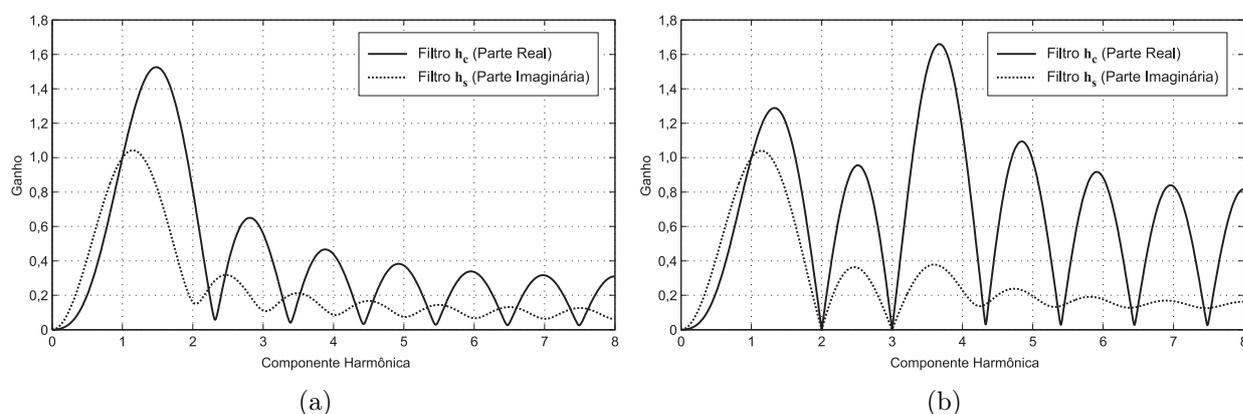
**Figura 4.15.** (a) Ganho da resposta em frequência do filtro analógico Butterworth; (b) Ganho da resposta em frequência do filtro analógico Butterworth convoluido com o filtro mímico.

Na avaliação da resposta em frequência dos algoritmos de estimação de fasores, deve-se levar em consideração a resposta do filtro analógico passa-baixas utilizado para evitar o efeito de *aliasing*. O ganho da resposta em frequência do filtro Butterworth de terceira ordem com frequência de corte igual a 150,3 Hz é mostrada na Figura 4.15(a). A Figura 4.15(b), por sua vez, representa a resposta em frequência da convolução do filtro Butterworth com o filtro mímico. Observa-se que a característica do filtro mímico de amplificar as frequências acima da fundamental é compensada com a atenuação imposta pelo filtro passa-baixas, mantendo-se o ganho unitário para a frequência fundamental.

Como pode-se perceber, o processo de estimação de fasores pode ser entendido como sendo um processo de filtragem constituído de uma cascata de filtros. Desta forma, para a obtenção da resposta em frequência do processo como um todo, deve-se analisar a resposta em frequência



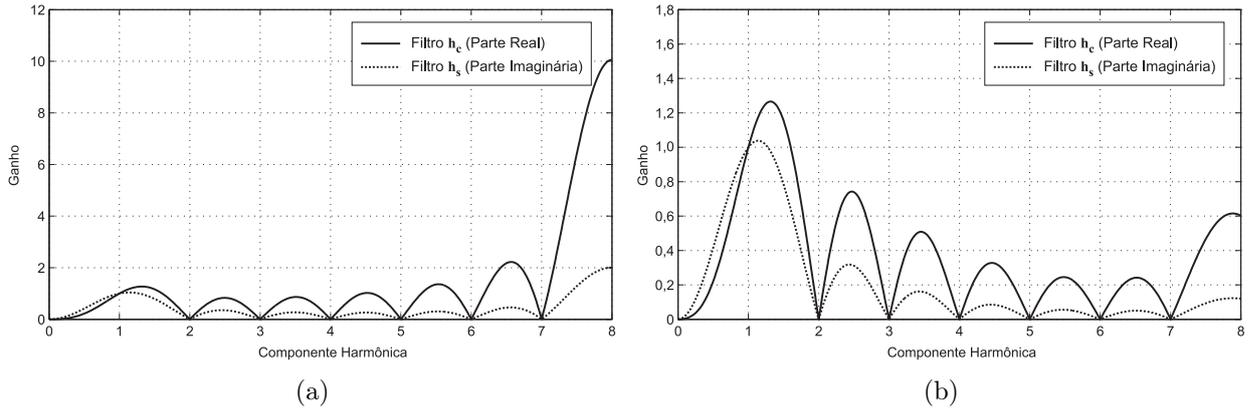
**Figura 4.16.** Ganho da resposta em frequência da convolução do filtro mímico com o filtro Butterworth e com os de Fourier de: (a) um ciclo; (b) meio ciclo.



**Figura 4.17.** Ganho da resposta em frequência do algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo de estimação da Equação 4.27 com (a)  $H = 1$  e (b)  $H = 3$ .

da convolução de todos os filtros. Nas Figuras 4.16, são ilustradas as respostas em frequência dos filtros de Fourier de um e de meio ciclo convoluídos com os filtros Butterworth e mímico.

Na Figura 4.17(a), ilustram-se as respostas em frequência dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  projetados pelo algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo de estimação da Equação 4.27 com  $H = 1$  e todas as  $N$  amostras do sinal dentro de um ciclo. Observa-se que estes filtros não são capazes de eliminar as harmônicas. De fato, quando a componente DC de decaimento exponencial é incluída no modelo de estimação, para que uma harmônica seja eliminada, ela deve ser incluída no modelo. Por exemplo, para que a segunda e a terceira harmônicas sejam eliminadas, basta considerar  $H = 3$  na Equação 4.27, conforme ilustrado na Figura 4.17(b). Observa-se também nesta figura, que os filtros são muito sensíveis às interharmônicas, pois apresentam grandes lóbulos laterais em suas respostas em frequência.



**Figura 4.18.** Ganho da resposta em frequência do algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo de estimação descrito na Equação 4.27 com  $H = 7$ : (a) Sem convoluir com o filtro Butterworth; (b) Convoluído com o filtro Butterworth.

Na Figura 4.18(a), são ilustradas as respostas em frequência dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  projetados pelo algoritmo dos mínimos quadrados, considerando-se o modelo representado pela Equação 4.27, considerando-se  $H = 7$  e todas as  $N$  amostras do sinal dentro de um ciclo. Neste caso, apenas a oitava harmônica não é eliminada, a fim de manter o sistema linear da Equação 4.18 compatível, já que, ao incluir no modelo a aproximação linear da componente DC de decaimento exponencial, é necessário determinar as variáveis  $A_0$  e  $-A_0/\tau$ . Como consequência, o ganho da resposta em frequência dos filtros amplifica as frequências interharmônicas próximas à sétima e oitava harmônicas. Este efeito é em parte minimizado pelo filtro Butterworth, conforme apresentado na Figura 4.18(b).

## 4.6 RESUMO

Neste capítulo apresentou-se a fundamentação matemática de algoritmos tradicionalmente empregados na estimação de fasores. Conceitos relacionados à estimação de fasores foram discutidos a partir da avaliação do desempenho destes algoritmos, no que concernem às suas respostas em frequência e no tempo.

A partir dos resultados discutidos, fica evidente a relação de compromisso que há na estimação de fasores entre velocidade e exatidão. De fato, quão menor o tamanho da janela de dados mais rápido será o algoritmo, mas, em contrapartida, pior será a sua resposta em frequência, comprometendo a exatidão da estimação. Por outro lado, ao usar janelas de dados longas, a fim de melhorar a exatidão, a estimação torna-se mais lenta.

## CAPÍTULO 5

# FUNDAMENTOS DA TRANSFORMADA WAVELET

O conceito de wavelets é resultado de uma síntese de idéias originadas independentemente em diversas áreas, como matemática, geologia e engenharia. Embora seus princípios básicos sejam considerados como oriundos da transformada de Haar proposta em 1910, apenas na década de 80 é que eles foram matematicamente formulados, sendo considerado o trabalho de Grossman & Morlet (1984) como o marco decisivo na história das wavelets. Neste trabalho, os autores propuseram a transformada wavelet contínua. A partir de então, a comunidade matemática iniciou o refinamento da teoria das wavelets, destacando-se as contribuições de Daubechies (1992), que apresentou o conceito da TWD, e Mallat (1989), que desenvolveu o conceito matemático para a análise multiresolucional, permitindo o cálculo da TWD através de um algoritmo recursivo denominado de algoritmo piramidal.

Apesar da TWD ser calculada de forma extremamente rápida utilizando-se o algoritmo de Mallat (1989), ela torna-se variante no tempo devido à decimação empregada às amostras do sinal. Além disto, a decimação também provoca distorções na reconstrução do sinal. Estas características do algoritmo de Mallat (1989) podem inviabilizar o seu uso em algumas aplicações. Nestes casos, pode-se utilizar um outro algoritmo derivado do algoritmo de Mallat (1989), mas que não realiza o processo de decimação das amostras. Como resultado, a transformada passa a ser invariante no tempo. Desta forma, a TWD calculada por esse algoritmo passa a ser denominada de TWD não-decimada, invariante no tempo ou redundante. Nesta tese, utilizou-se o termo TWD redundante (TWDR) (PERCIVAL; WALDEN, 2000).

Neste Capítulo, apresenta-se de forma concisa uma discussão sobre as características de filtragem da TWD e da TWDR, evidenciando-se suas diferenças e justificando-se a escolha da TWDR como base da técnica proposta para o projeto de filtros ortogonais de estimação de fasores. A fundamentação matemática que dá suporte ao entendimento dessas transformadas é apresentada nos Apêndices C e D.

## 5.1 ANÁLISE MULTIRESOLUCIONAL USANDO A TWD

De acordo com a análise multiresolucional da TWD, um sinal qualquer pode ser decomposto e analisado em diferentes níveis de resolução. Neste sentido, a cada nível de resolução, o sinal é decomposto em outros dois sinais, um detalhado e um aproximado. Por exemplo, um sinal discreto  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído no primeiro nível de resolução a partir de suas versões aproximada  $\mathcal{S}_1$  e detalhada  $\mathcal{D}_1$  (PERCIVAL; WALDEN, 2000):

$$\mathbf{X} = \mathcal{S}_1 + \mathcal{D}_1 , \quad (5.1)$$

no segundo nível de resolução usando suas versões aproximada  $\mathcal{S}_2$  e detalhada  $\mathcal{D}_2$ :

$$\mathbf{X} = \underbrace{\mathcal{S}_2 + \mathcal{D}_2}_{\mathcal{S}_1} + \mathcal{D}_1 , \quad (5.2)$$

no terceiro nível de resolução usando suas versões aproximada  $\mathcal{S}_3$  e detalhada  $\mathcal{D}_3$ :

$$\mathbf{X} = \underbrace{\mathcal{S}_3 + \mathcal{D}_3}_{\mathcal{S}_2} + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_1 \quad (5.3)$$

e assim por diante. De fato, para um nível de resolução  $j$ , o sinal pode ser reconstruído como:

$$\mathbf{X} = \mathcal{S}_j + \sum_{k=1}^j \mathcal{D}_k . \quad (5.4)$$

Os sinais  $\mathcal{S}_j$  e  $\mathcal{D}_j$  de um nível de resolução  $j$  da TWD são calculados por:

$$\mathcal{S}_j = \mathcal{M}_j \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \mathcal{D}_j = \mathcal{N}_j \mathbf{X} , \quad (5.5)$$

sendo as matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  calculadas para cada wavelet mãe, conforme apresentado no Apêndice C.

## 5.2 ANÁLISE MULTIRESOLUCIONAL USANDO A TWDR

De forma análoga à TWD, um sinal discreto  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído no primeiro nível de resolução da TWDR, a partir de suas versões aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_1$  e detalhada  $\tilde{\mathcal{D}}_1$  (PERCIVAL; WALDEN, 2000):

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{S}}_1 + \tilde{\mathcal{D}}_1 , \quad (5.6)$$

no segundo nível de resolução usando suas versões aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_2$  e detalhada  $\tilde{\mathcal{D}}_2$ :

$$\mathbf{X} = \underbrace{\tilde{\mathcal{S}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_2}_{\tilde{\mathcal{S}}_1} + \tilde{\mathcal{D}}_1, \quad (5.7)$$

no terceiro nível de resolução usando suas versões aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_3$  e detalhada  $\tilde{\mathcal{D}}_3$ :

$$\mathbf{X} = \underbrace{\tilde{\mathcal{S}}_3 + \tilde{\mathcal{D}}_3}_{\tilde{\mathcal{S}}_2} + \tilde{\mathcal{D}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_1 \quad (5.8)$$

e assim por diante. De fato, para um nível de resolução  $j$ , o sinal pode ser reconstruído como:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{S}}_j + \sum_{k=1}^j \tilde{\mathcal{D}}_k. \quad (5.9)$$

Os sinais  $\tilde{\mathcal{S}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{D}}_j$  de um nível de resolução  $j$  da TWDR são calculados por:

$$\tilde{\mathcal{S}}_j = \tilde{\mathcal{M}}_j \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{D}}_j = \tilde{\mathcal{N}}_j \mathbf{X}, \quad (5.10)$$

sendo as matrizes  $\tilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{N}}_j$  calculadas para cada wavelet mãe, conforme apresentado no Apêndice D.

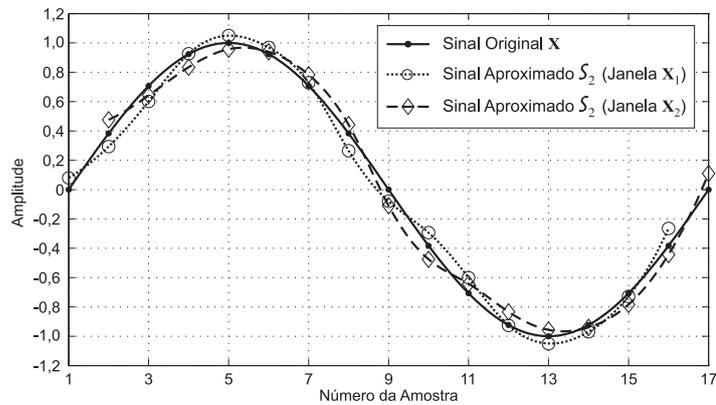
### 5.3 DIFERENÇAS BÁSICAS ENTRE A TWD E A TWDR

As principais diferenças entre a TWD e a TWDR são (PERCIVAL; WALDEN, 2000):

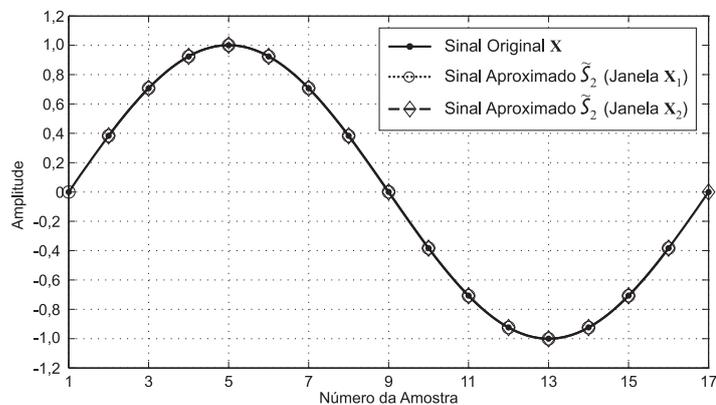
- A TWDR não realiza a decimação por dois das amostras como a TWD, de onde vem o termo redundante.
- A TWDR é uma transformada não-ortogonal, já a TWD é ortonormal.
- Ao contrário da TWD, a TWDR é uma transformada invariante no tempo.
- A TWDR pode ser aplicada a qualquer número de amostras, enquanto que a TWD requer que este número seja uma potência de dois.

As características de redundância e invariância no tempo permitem que a reconstrução de um sinal utilizando-se a TWDR apresente menos distorções do que utilizando a TWD (LIANG; JEYASURYA, 2004).

Para exemplificar as diferenças entre a TWD e a TWDR, no que diz respeito à variação no tempo e à reconstrução dos sinais, considere um sinal senoidal  $\mathbf{X}$  que foi amostrado a uma taxa de 16 amostras por ciclo. Sejam duas janelas de dados:  $\mathbf{X}_1$  contendo as amostras de 1 a 16 e  $\mathbf{X}_2$  as amostras de 2 a 17. Nas Figuras 5.1(a) e 5.1(b), são ilustradas as aproximações  $\mathcal{S}_2$  e  $\tilde{\mathcal{S}}_2$  dos segundos níveis de resolução da TWD e da TWDR, respectivamente, calculadas para as duas diferentes janelas, utilizando-se a wavelet mãe Daubechies 8. Pode-se observar que as aproximações calculadas pela TWD apresentam distorções com relação ao sinal original  $\mathbf{X}$ . Além disso, a aproximação para  $\mathbf{X}_2$  é diferente da aproximação para  $\mathbf{X}_1$ , o que mostra a variação no tempo da TWD. Por outro lado, as aproximações calculadas usando a TWDR não apresentam distorções e ambas se sobrepõem ao sinal original  $\mathbf{X}$ , podendo suas diferenças serem desprezadas. Este simples exemplo ilustra os erros introduzidos pela TWD na reconstrução de sinais. Neste caso, a TWDR mostra-se mais adequada pelas suas características de redundância e invariância no tempo, que proporcionam uma boa aproximação dos sinais.



(a)



(b)

**Figura 5.1.** Efeito da variação no tempo para: (a) TWD; (b) TWDR.

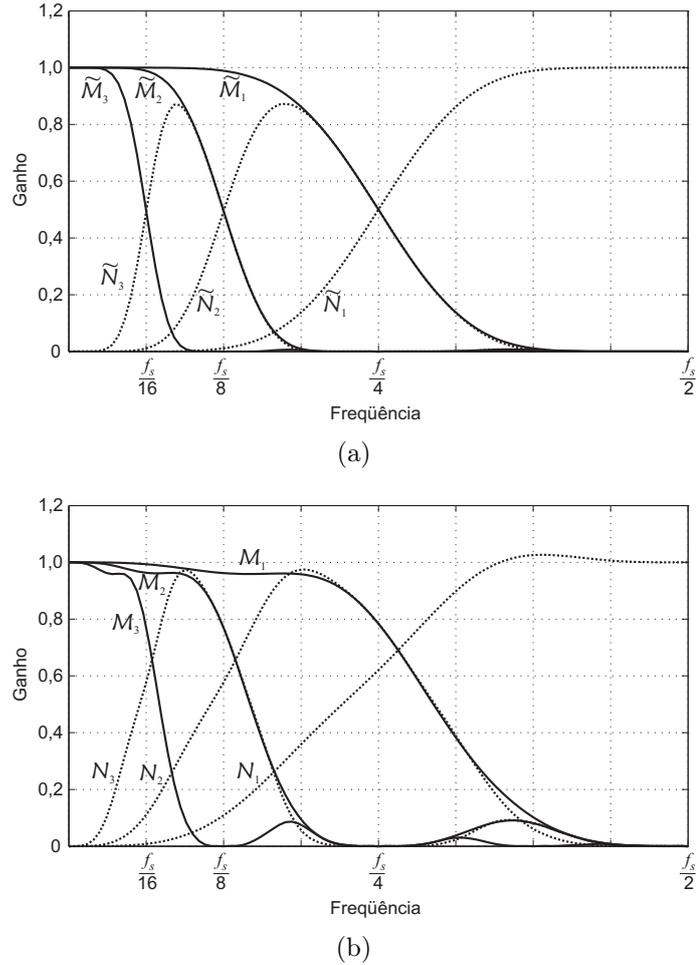
## 5.4 CARACTERÍSTICAS DE FILTRAGEM DA TWD E DA TWDR

As linhas das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  da TWD e das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  da TWDR podem ser interpretadas como filtros digitais. De fato, observa-se nas Figuras 5.2, que as linhas das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  representam filtros passa-baixas, enquanto que as linhas das matrizes  $\mathcal{N}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  representam filtros passa-faixa. Nas Figuras 5.2, são ilustradas as respostas em frequência de uma linha das matrizes  $\mathcal{M}_j$ ,  $\mathcal{N}_j$ ,  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  para os três primeiros níveis de resolução da TWD e TWDR<sup>1</sup>, considerando-se uma frequência de amostragem  $f_s$  e a wavelet mãe Daubechies 8.

Na Figura 5.2(a), observa-se que a cada nível de resolução da TWDR, as respostas em frequência das linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  dividem o espectro de frequência pela metade, ou seja, o espectro é dividido em oitavas de frequência. Por exemplo, no primeiro nível de resolução, a resposta em frequência das linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_1$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_1$  se cruzam exatamente na frequência  $f_s/4$ . Já no segundo nível de resolução, a resposta em frequência das linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_2$  se cruzam na frequência  $f_s/8$  e assim por diante. Assim, caso a taxa de amostragem seja uma potência de dois, as respostas em frequência das linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  se cruzam nas frequências harmônicas que também são potências de dois. Baseado nessas características de filtragem das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$ , pode-se concluir que, para um nível de resolução  $j$ , os sinais aproximados  $\widetilde{\mathcal{S}}_j$  estão relacionados às mais baixas frequências e os sinais detalhados  $\widetilde{\mathcal{D}}_j$  estão relacionados às mais altas frequências.

Devido à decimação das amostras, a TWD não possui as mesmas características de filtragem que a TWDR. Observa-se na Figura 5.2(b), que o espectro não é dividido exatamente em oitavas de frequência. De fato, as respostas em frequência das linhas das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  não se cruzam em oitavas da frequência de amostragem, i.e.,  $f_s/4$ ,  $f_s/8$ , etc. Outra implicação do processo de decimação é o fato de que as respostas em frequência das linhas das matrizes da TWD apresentam mais distorções do que no caso da TWDR, o que também provoca mais distorções nas versões aproximadas e detalhadas nos diferentes níveis de resolução da TWD.

<sup>1</sup>Conforme apresentado no Apêndices C e D, o número de linhas e colunas das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  da TWD e das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  da TWDR é igual ao número de amostras do sinal considerado. Desta forma, a  $n$ -ésima linha da matriz  $\mathcal{M}_j$ , por exemplo, está relacionada com a  $n$ -ésima amostra do sinal aproximado  $\mathcal{S}_j$ . Esta observação também é válida para as demais matrizes e seus correspondentes sinais aproximados ou detalhados.



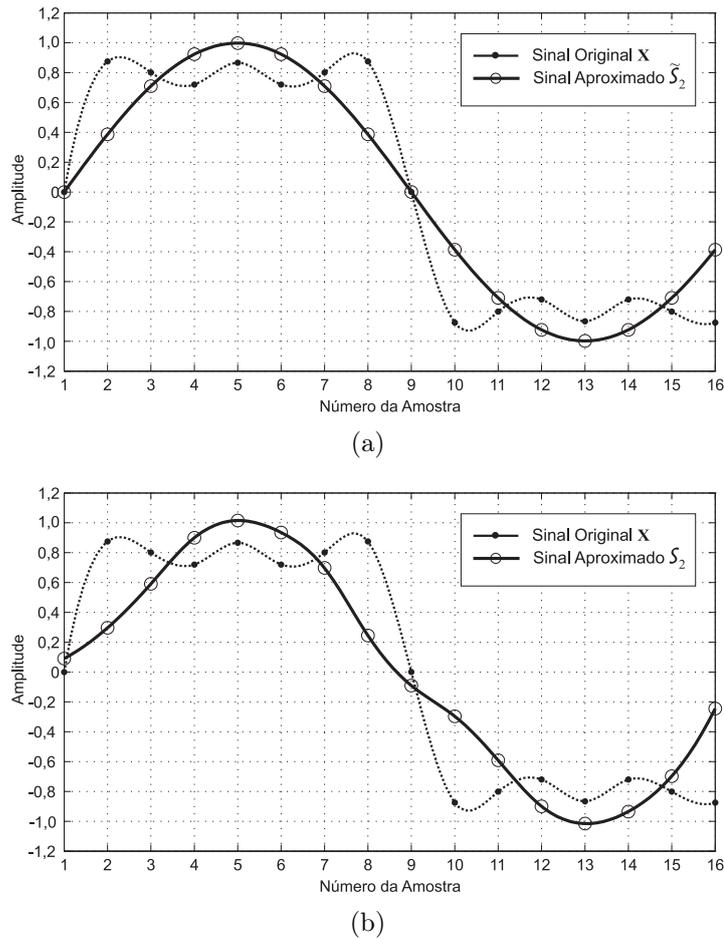
**Figura 5.2.** (a) Respostas em frequência de uma linha das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  para os três primeiros níveis de resolução da TWDR; (b) Respostas em frequência de uma linha das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  para os três primeiros níveis de resolução da TWD.

Para outro exemplo do processo de filtragem de sinais utilizando a TWDR e a TWD, considere o sinal senoidal  $\mathbf{X}$  cujas amostras podem ser calculadas como:

$$x_k = \text{sen } \omega t_k + \frac{1}{3} \text{sen } 3\omega t_k + \frac{1}{5} \text{sen } 5\omega t_k, \quad (5.11)$$

sendo  $x_k$  a  $k$ -ésima amostra do sinal  $\mathbf{X}$ ,  $\omega = 2\pi f$  a frequência angular relacionada à frequência fundamental  $f$  e  $t_k$  o  $k$ -ésimo intervalo de amostragem.

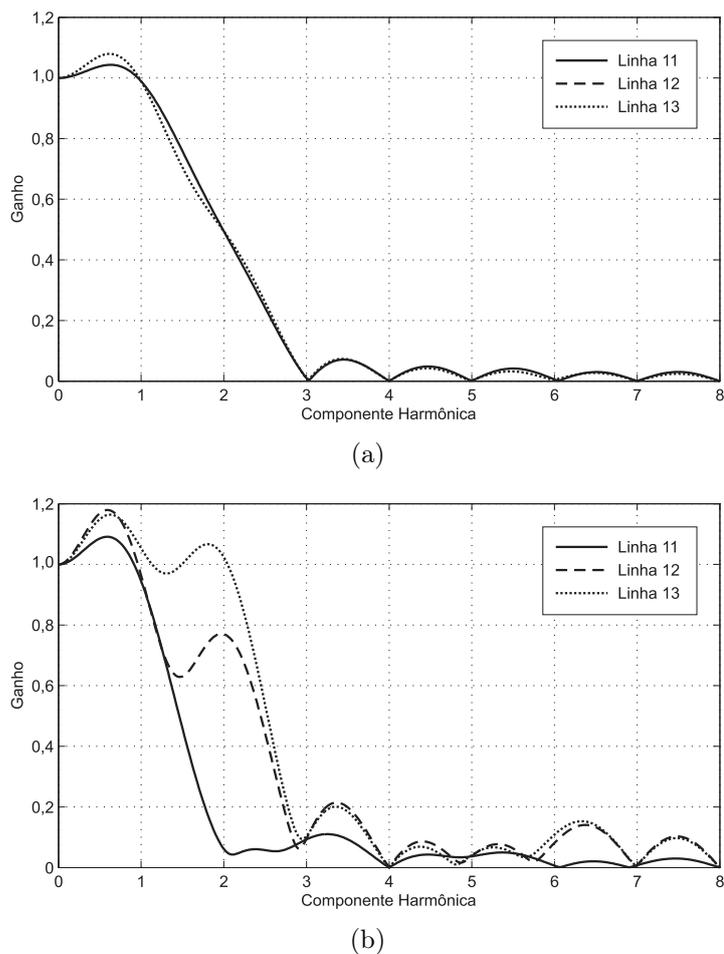
Nas Figuras 5.3, são ilustrados um ciclo do sinal  $\mathbf{X}$  e suas versões aproximadas  $\widetilde{\mathcal{S}}_2$  e  $\mathcal{S}_2$ , calculadas pela TWDR e TWD, respectivamente, usando a wavelet mãe Daubechies 8 e considerando-se uma taxa de amostragem de 16 amostras por ciclo. Observa-se que  $\widetilde{\mathcal{S}}_2$  é a componente fundamental do sinal  $\mathbf{X}$ . De fato, esta é uma importante característica de filtragem da TWDR: as linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\widetilde{\mathcal{N}}_j$  são filtros capazes de eliminar harmônicas. Por outro lado, as linhas das matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  da TWD também eliminam algumas harmônicas,



**Figura 5.3.** Versão aproximada no do sinal  $\mathbf{X}$  no segundo nível de resolução da: (a) TWDR; (b) TWD.

mas devido às distorções em suas respostas em frequência, essa eliminação não é tão eficiente como na TWDR, como pode ser observado na Figura 5.3(b). Uma característica de filtragem comum a ambas transformadas é que elas não provocam defasagem no sinal filtrado, conforme pode ser observado na Figura 5.3.

Para melhor entender a eliminação de harmônicas neste exemplo, ilustram-se na Figura 5.4 as respostas em frequência das linhas 11, 12 e 13 das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$  e  $\mathcal{M}_2$ . Estas linhas estão relacionadas às amostras 11, 12 e 13 dos sinais  $\widetilde{\mathcal{S}}_2$  e  $\mathcal{S}_2$ . No caso da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$ , observa-se que suas linhas funcionam como filtros digitais capazes de eliminar todas as harmônicas a partir da terceira, pois o ganho das suas respostas em frequência é zero para estas. As linhas da matriz  $\mathcal{M}_2$ , por sua vez, não eliminam tantas harmônicas quanto as correspondentes linhas da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$ , além de apresentarem mais distorções nas suas respostas em frequência.

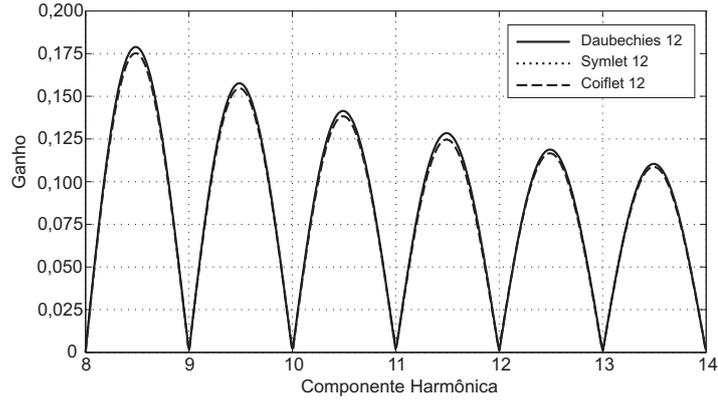


**Figura 5.4.** (a) Respostas em frequência das linhas 11, 12 e 13 da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$  da TWDR; (b) Respostas em frequência das linhas 11, 12 e 13 da matriz  $\mathcal{M}_2$  da TWD.

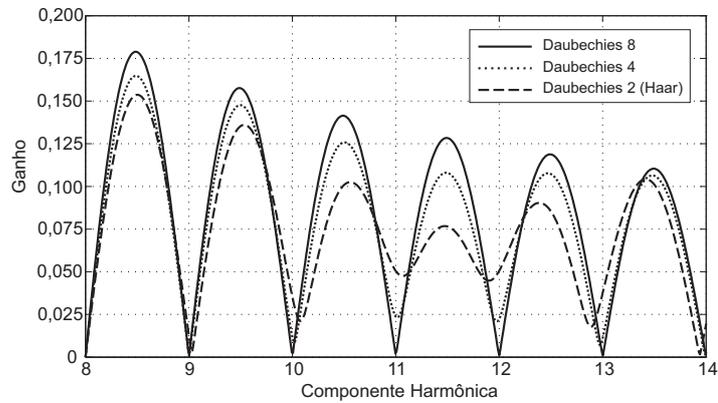
## 5.5 CARACTERÍSTICAS DE FILTRAGEM DAS DIFERENTES WAVELETS MÃE

Analisando-se vários tipos de wavelet, verifica-se que não há modificação significativa nas características de filtragem para diferentes famílias wavelet, tais como: Daubechies, Symlet e Coiflets. Isto pode ser observado na Figura 5.5, na qual são ilustradas as respostas em frequência da linha 60 da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 12, Symlet 12 e Coiflet 12 (DAUBECHIES, 1992). As respostas em frequência das linhas destas matrizes se sobrepõem nas frequências menores que a oitava harmônica e, por isto, foram omitidas na Figura 5.5, a fim de evidenciar apenas as diferenças entre elas.

O que influencia sobremaneira nas características de filtragem é o número de coeficientes dos filtros wavelet e escala relacionados à wavelet mãe escolhida. Por exemplo, não há uma



**Figura 5.5.** Resposta em frequência da linha 60 da matriz  $\tilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 12, Symlet 12 e Coiflet 12.



**Figura 5.6.** Resposta em frequência da linha 60 da matriz  $\tilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 8, 4 e 2.

diferença significativa entre as características de filtragem das wavelets mãe Daubechies 8 e Symlet 8, mas há entre as Daubechies 8 e 4. Isso pode ser verificado na Figura 5.6, que ilustra a resposta em frequência da linha 60 da matriz  $\tilde{\mathcal{M}}_3$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 64 amostras por ciclo e três diferentes wavelets: Daubechies 8, 4 e 2 (Apêndice E). Observa-se que, quanto maior a ordem da wavelet mãe, melhor será sua resposta em frequência, no que concerne à eliminação de harmônicas.

A escolha da wavelet mãe também influencia no número máximo de níveis de resolução  $j_{max}$  que podem ser avaliados. No caso da TWDR, este número é definido por (Apêndice D):

$$j_{max} = \text{int} \left[ \log_2 \left( \frac{N-1}{L-1} \right) + 1 \right], \quad (5.12)$$

onde  $N$  é o número de amostras do sinal,  $L$  é o número de coeficientes dos filtros wavelet e escalas e  $\text{int}[\cdot]$  é um operador matemático que tem como resultado a parte inteira de um número

real. Por outro lado, o valor de  $j_{max}$  é calculado para a TWD por (Apêndice C):

$$j_{max} = int \left[ \log_2 \left( \frac{N}{L} \right) + 1 \right] . \quad (5.13)$$

Em ambos os casos, observa-se que quanto maior for a ordem da wavelet mãe, menos níveis de resolução poderão ser avaliados.

## 5.6 RESUMO

Neste Capítulo, apresentou-se de forma sucinta a fundamentação teórica da TWD e da TWDR, a partir da discussão de suas características de filtragem e de reconstrução de sinais.

Observou-se que a TWDR proporciona menos distorções no processo de reconstrução de sinais do que a TWD. Além disso, a TWDR apresenta características de filtragem bastante adequadas ao processo de estimação de fasores: eliminação de harmônicas e não defasagem nos sinais filtrados. Desta forma, escolheu-se a TWDR como base da técnica de projeto de filtros ortogonais para a estimação de fasores proposta nesta tese.

# ALGORITMO PROPOSTO

Conforme apresentado no Capítulo 5, a TWDR possui características de filtragem bastante apropriadas para a estimação de fasores: a eliminação de harmônicas e a não defasagem dos sinais no processo de filtragem. Por outro lado, o algoritmo dos mínimos quadrados, apresentado no Capítulo 4, tem duas características de filtragem importantes: ele pode ser aplicado a qualquer número de amostras e elimina as harmônicas que sejam incluídas no seu modelo de estimação. Assim, propõe-se uma nova técnica de projetos de filtros para a estimação de fasores, mediante a qual obtém-se filtros ortogonais que combinam as características de filtragem da TWDR e do algoritmo dos mínimos quadrados.

O algoritmo de estimação de fasores proposto nesta tese utiliza um par de filtros ortogonais, projetados com a nova técnica de projeto, em conjunto com uma nova estratégia adaptativa de eliminação da componente DC de decaimento exponencial. Esta estratégia, por sua vez, consiste do ajuste adaptativo dos parâmetros do filtro mímico digital de Benmouyal (1995), a fim de eliminar o efeito da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores, de modo que ela é referenciada, nesta tese, como um filtro mímico adaptativo.

Neste Capítulo, apresenta-se a formulação matemática da técnica de projeto de filtros proposta e do filtro mímico adaptativo. Por fim, apresenta-se uma descrição do algoritmo proposto para a estimação de fasores.

### 6.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA TÉCNICA DE PROJETO DE FILTROS

Sejam  $N$  amostras em um ciclo de um sinal senoidal  $\mathbf{X}$ . A versão aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_j$  deste sinal em um nível de resolução  $j$  da TWDR pode ser calculada pela Equação 5.10:

$$\tilde{\mathcal{S}}_j = \tilde{\mathcal{M}}_j \mathbf{X} , \quad (6.1)$$

sendo  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  uma matriz de ordem  $N \times N$ , obtida conforme descrito no Apêndice D, de modo que o sinal  $\widetilde{\mathcal{S}}_j$  também possui  $N$  amostras, as quais podem ser escritas como:

$$\widetilde{s}_{j,k} = \sum_{h=1}^H (Y_{ch} \cos h\omega t_k + Y_{sh} \sin h\omega t_k) + \varepsilon_k \quad (6.2)$$

onde  $\widetilde{s}_{j,k}$  é a  $k$ -ésima amostra do sinal  $\widetilde{\mathcal{S}}_j$ ;  $H$  é o número total de harmônicas consideradas no modelo de estimação;  $Y_{ch}$  e  $Y_{sh}$  são, respectivamente, as partes real e imaginária da  $h$ -ésima componente harmônica e  $\varepsilon_k$  é o  $k$ -ésimo erro de aproximação.

Aplicando-se a Equação 6.2 a  $M$  amostras consecutivas do sinal  $\widetilde{\mathcal{S}}_j$ , sendo  $2H \leq M \leq N$ , obtém-se o sistema linear de equações:

$$\mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{E} = \mathbf{B} , \quad (6.3)$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz de ordem  $M \times 2H$  da forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \omega t_0 & \sin \omega t_0 & \cos 2\omega t_0 & \sin 2\omega t_0 & \cdots & \cos H\omega t_0 & \sin H\omega t_0 \\ \cos \omega t_1 & \sin \omega t_1 & \cos 2\omega t_1 & \sin 2\omega t_1 & \cdots & \cos H\omega t_1 & \sin H\omega t_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cos \omega t_{M-1} & \sin \omega t_{M-1} & \cos 2\omega t_{M-1} & \sin 2\omega t_{M-1} & \cdots & \cos H\omega t_{M-1} & \sin H\omega t_{M-1} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$\mathbf{Y}$  é um vetor com  $2H$  variáveis:

$$\mathbf{Y} = [ Y_{c1} \ Y_{s1} \ Y_{c2} \ Y_{s2} \ \cdots \ Y_{cH} \ Y_{sH} ]^T , \quad (6.5)$$

$\mathbf{B}$  é um vetor com  $M$  amostras consecutivas do sinal  $\widetilde{\mathcal{S}}_j$ :

$$\mathbf{B} = [ \widetilde{s}_{j,0} \ \widetilde{s}_{j,1} \ \widetilde{s}_{j,2} \ \cdots \ \widetilde{s}_{j,M-2} \ \widetilde{s}_{j,M-1} ]^T \quad (6.6)$$

e  $\mathbf{E}$  é um vetor com os  $M$  erros de aproximação:

$$\mathbf{E} = [ \varepsilon_0 \ \varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \cdots \ \varepsilon_{M-2} \ \varepsilon_{M-1} ]^T . \quad (6.7)$$

Conforme discutido na Seção 4.3, a solução da Equação 6.3 que minimiza o erro quadrático  $\mathbf{E}^T \mathbf{E}$  é obtida utilizando-se a matriz pseudo-inversa  $\mathbf{A}^+$ :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^+ \mathbf{B} . \quad (6.8)$$

A partir das Equações 6.1 e 6.8, obtém-se:

$$\mathbf{Y} = \underbrace{\mathbf{A}^+ \left[ \widetilde{\mathcal{M}}_j \right]_M}_{\mathbf{G}} \mathbf{X} = \mathbf{G}\mathbf{X} , \quad (6.9)$$

sendo  $\left[\widetilde{\mathcal{M}}_j\right]_M$  uma matriz formada por  $M$  linhas consecutivas da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$ , de modo que  $\mathbf{G}$  é uma matriz de ordem  $2H \times N$ .

A matriz  $\mathbf{G}$  consiste da parte fundamental da técnica de projeto de filtros proposta, sendo calculada off-line. Observa-se que ela é obtida mediante a multiplicação da matriz pseudo-inversa, que advém do algoritmo dos mínimos quadrados, pela submatriz formada pelas  $M$  linhas consecutivas da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$ , que advém da TWDR. Como resultado, a característica de não ortogonalidade da TWDR é compensada pelo algoritmo dos mínimos quadrados, de modo que a primeira e segunda linhas desta matriz sejam filtros ortogonais utilizados, respectivamente, para o cálculo das partes real e imaginária do fasor na frequência fundamental. Além disso, observa-se na Equação 6.9 que estes são filtros de um ciclo, já que são aplicados as  $N$  amostras em um ciclo do sinal  $\mathbf{X}$ . Esta escolha visa o projeto de filtros que possuam uma resposta em frequência capaz de eliminar todas as harmônicas.

A técnica proposta pode ser entendida como uma generalização do algoritmo de Liang & Jeyasurya (2004). Neste algoritmo, calcula-se o sinal aproximado  $\widetilde{\mathcal{S}}_3$  para um ciclo do sinal original  $\mathbf{X}$ , considerando-se uma taxa de amostragem de 32 amostras por ciclo e utilizando-se a wavelet mãe Daubechies 8, o que resulta na eliminação das harmônicas a partir da terceira, sendo a segunda harmônica considerada desprezível. Assim, o modelo de estimação só contém duas variáveis, a amplitude e a fase do fasor na frequência fundamental, de modo que são necessárias apenas duas amostras do sinal  $\widetilde{\mathcal{S}}_3$ , sendo escolhidas as amostras 23 e 24. Resolvendo analiticamente o sistema de duas equações e duas variáveis, os autores obtiveram expressões para o cálculo da amplitude e fase do fasor. De fato, pode-se verificar que este é um caso particular da Equação 6.9, para o qual foram fixados alguns parâmetros. No entanto, ao contrário do algoritmo de Liang & Jeyasurya (2004), a técnica de projeto de filtros proposta flexibiliza a escolha destes parâmetros, de modo que possam ser obtidos diferentes filtros ortogonais. A seguir, apresentam-se os critérios para a escolha dos parâmetros de projeto dos filtros.

### 6.1.1 Escolha dos Parâmetros de Projeto dos Filtros

Nesta Seção, são discutidas as escolhas dos parâmetros de projeto da técnica proposta, de modo que os filtros projetados apresentem boas respostas no tempo e na frequência.

### 6.1.1.1 Escolha da Taxa de Amostragem

Não há restrição alguma quanto a taxa de amostragem empregada aos sinais. De fato, a técnica proposta pode ser aplicada à qualquer taxa de amostragem, desde que seja atendido o critério de Nyquist.

### 6.1.1.2 Escolha da Wavelet Mãe

A técnica de projeto proposta pode ser empregada a qualquer wavelet mãe. Todavia, conforme discutido na Seção 5.5, quão maior for a ordem da wavelet, melhor será a resposta em frequência das linhas da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  e, por consequência, melhor será a resposta em frequência dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  projetados, no que diz respeito à eliminação das harmônicas.

### 6.1.1.3 Escolha da Matriz $\widetilde{\mathcal{M}}_j$

Uma vez que sejam escolhidas a taxa de amostragem e a wavelet mãe, utilizando-se a Equação 5.12, determina-se o número total de níveis de resolução da TWDR que podem ser calculados para as  $N$  amostras em um ciclo do sinal  $\mathbf{X}$ . A matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  escolhida para o projeto dos filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  é aquela relacionada ao último nível de resolução que pode ser calculado. Por exemplo, considerando-se uma taxa de amostragem de 16 amostras por ciclo e a wavelet mãe Daubechies 8, pode-se calcular apenas dois níveis de resolução da TWDR, de modo que a matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_2$  é a escolhida.

### 6.1.1.4 Escolha das Harmônicas para o Modelo de Estimação

Conforme apresentado na Seção 5.4, as linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  são filtros digitais capazes de eliminar algumas harmônicas. Estas harmônicas que já são eliminadas pela TWDR não precisam ser incluídas no modelo de estimação do sinal descrito pela Equação 6.2. Assim, analisando-se as respostas em frequência das linhas da matriz  $\widetilde{\mathcal{M}}_j$  escolhida, é possível selecionar quais harmônicas precisam ser consideradas no modelo de estimação do sinal.

### 6.1.1.5 Escolha das $M$ Linhas Consecutivas da Matriz $\tilde{\mathcal{M}}_j$

A fim de manter o sistema de Equações 6.3 compatível, deve-se ter  $2H \leq M \leq N$ . Em outras palavras, no projeto dos filtros não é preciso utilizar todas as amostras do sinal  $\tilde{\mathcal{S}}_j$ , ou seja, todas as linhas da matriz  $\tilde{\mathcal{M}}_j$ . Sendo assim,  $M$  está diretamente relacionado com o número de harmônicas incluídas no modelo de estimação. De fato, a escolha apropriada das  $M$  linhas permite que os filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  possuam boas respostas em frequência e no tempo.

### 6.1.1.6 Normalização do Ganho na Frequência Fundamental

A depender da wavelet mãe escolhida, as respostas em frequência das linhas da matriz  $\tilde{\mathcal{M}}_j$  não possuem ganho unitário na frequência fundamental. Dessa forma, deve-se normalizar este ganho, a fim de que os filtros  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  possuam ganho unitário nesta frequência.

### 6.1.1.7 Eliminação da Componente DC de Decaimento Exponencial

Conforme discutido na Seção 4.4, a componente DC de decaimento exponencial pode ser aproximada pelos primeiros termos da sua representação em série de Taylor, de modo que ela possa ser incluída diretamente no modelo de estimação do sinal descrito na Equação 6.2 (JOHNS; SALMAN, 1995). Contudo, conforme discutido na Seção 4.5, isto deteriora a resposta em frequência dos filtros dos mínimos quadrados. Assim, sugere-se a utilização de um algoritmo complementar para a eliminação desta componente.

## 6.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO FILTRO MÍMICO ADAPTATIVO

Conforme discutido na Seção 4.4.1, o filtro mímico proposto por Benmouyal (1995) é capaz de eliminar completamente o efeito da componente DC de decaimento exponencial, para o caso no qual a constante de tempo  $\tau_d$  do filtro é igual a constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC do sinal avaliado. Contudo, não é possível conhecer a priori o valor de  $\tau$ , por ser este dependente de parâmetros aleatórios, tais como a localização e a resistência da falta. De fato, quão maior a diferença entre os valores das constantes de tempo  $\tau$  e  $\tau_d$ , menos o filtro mímico elimina o efeito da componente DC. Neste sentido, propõe-se uma estratégia de ajuste

adaptativo dos parâmetros do filtro mímico, mediante o cálculo iterativo do valor da constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC presente no sinal avaliado. Para tanto, são utilizadas duas expressões para o cálculo da constante de tempo  $\tau$ , conforme descrito a seguir.

### *Cálculo da Constante de Tempo $\tau$ a Partir de $N/2 + 2$ Amostras do Sinal*

Seja um sinal discreto cujas amostras podem ser calculadas como:

$$x_k = A_0 \Gamma^k + \sum_{m=1}^{N/2-1} A_m \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi km}{N} + \varphi_m \right), \quad (6.10)$$

onde  $N$  é o número de amostras em um ciclo do sinal;  $A_m$  e  $\varphi_m$  são, respectivamente, a amplitude e a fase da  $m$ -ésima harmônica, com  $m = 1, 3, 5, \dots, N/2 - 1$ ;  $A_0$  é a amplitude da componente DC de decaimento exponencial e  $\Gamma = e^{-\Delta t/\tau}$ .

As amostras  $x_{k-1}$ ,  $x_{k-N/2}$  e  $x_{k-N/2-1}$  podem ser escritas da forma:

$$x_{k-1} = A_0 \Gamma^{k-1} + \sum_{m=1}^{N/2-1} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(k-1)m}{N} + \varphi_m \right] \quad (6.11a)$$

$$x_{k-N/2} = A_0 \Gamma^{k-N/2} + \sum_{m=1}^{N/2-1} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(k-N/2)m}{N} + \varphi_m \right] \quad (6.11b)$$

$$x_{k-N/2-1} = A_0 \Gamma^{k-N/2-1} + \sum_{m=1}^{N/2-1} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(k-N/2-1)m}{N} + \varphi_m \right] \quad (6.11c)$$

Com base na periodicidade da função seno, é sabido que o seu valor num instante de amostragem  $k - N/2$  é igual ao negativo do seu valor no instante  $k$ , para a frequência fundamental e as harmônicas ímpares, de modo que podem-se verificar as seguintes relações:

$$x_k + x_{k-N/2} = A_0 \Gamma^k + A_0 \Gamma^{k-N/2} \quad (6.12a)$$

$$x_{k-1} + x_{k-N/2-1} = A_0 \Gamma^{k-1} + A_0 \Gamma^{k-N/2-1} \quad (6.12b)$$

As Equações 6.12 podem ser reescritas na forma:

$$x_k + x_{k-N/2} = A_0 \Gamma^k (1 + A_0 \Gamma^{-N/2}) \quad (6.13a)$$

$$x_{k-1} + x_{k-N/2-1} = A_0 \Gamma^{k-1} (1 + A_0 \Gamma^{-N/2}) \quad (6.13b)$$

Dividindo-se a Equação 6.13a pela Equação 6.13b, obtém-se:

$$\frac{x_k + x_{k-N/2}}{x_{k-1} + x_{k-N/2-1}} = \Gamma = e^{-\Delta t/\tau} \quad (6.14)$$

A constante de tempo de decaimento  $\tau$  pode ser determinada diretamente a partir da Equação 6.14. Contudo, a fim de reduzir o esforço computacional requerido, a função exponencial pode ser aproximada pelos dois primeiros termos de sua representação em série de Taylor:

$$\lambda = 1 - \frac{\Delta t}{\tau}, \quad (6.15)$$

onde:

$$\lambda = \frac{x_k + x_{k-N/2}}{x_{k-1} + x_{k-N/2-1}}. \quad (6.16)$$

Assim, a constante de tempo  $\tau$  pode ser calculada como:

$$\tau = \frac{\Delta t}{1 - \lambda}. \quad (6.17)$$

### *Cálculo da Constante de Tempo $\tau$ a Partir de $N$ Amostras do Sinal*

Seja um sinal discreto cujas amostras podem ser calculadas como:

$$x_k = A_0 \Gamma^k + \sum_{m=1}^{N/2} A_m \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi km}{N} + \varphi_m \right), \quad m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, N/2. \quad (6.18)$$

De acordo com Guo *et al.* (2003), pode-se definir as seguintes somas parciais das  $N$  amostras em um ciclo do sinal original:

$$PS_1 = \sum_{k=1}^{N/2} x_{2k-1} \quad (6.19a)$$

$$PS_2 = \sum_{k=1}^{N/2} x_{2k}, \quad (6.19b)$$

que resultam em:

$$PS_1 = \sum_{k=1}^{N/2} A_0 \Gamma^{2k-1} + \sum_{k=1}^{N/2} \left\{ \sum_{m=1}^{N/2} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(2k-1)m}{N} + \varphi_m \right] \right\} \quad (6.20a)$$

$$PS_2 = \sum_{k=1}^{N/2} A_0 \Gamma^{2k} + \sum_{k=1}^{N/2} \left\{ \sum_{m=1}^{N/2} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(2k)m}{N} + \varphi_m \right] \right\}. \quad (6.20b)$$

A partir de relações trigonométricas, é possível mostrar que:

$$\sum_{k=1}^{N/2} \left\{ \sum_{m=1}^{N/2} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(2k-1)m}{N} + \varphi_m \right] \right\} = 0 \quad (6.21a)$$

$$\sum_{k=1}^{N/2} \left\{ \sum_{m=1}^{N/2} A_m \operatorname{sen} \left[ \frac{2\pi(2k)m}{N} + \varphi_m \right] \right\} = 0, \quad (6.21b)$$

de modo que as Equações 6.20 se resumem as seguintes sequências:

$$PS_1 = \sum_{k=1}^{N/2} A_0 \Gamma^{2k-1} \quad (6.22a)$$

$$PS_2 = \sum_{k=1}^{N/2} A_0 \Gamma^{2k} , \quad (6.22b)$$

que podem ser calculadas como:

$$PS_1 = A_0 \frac{\Gamma (\Gamma^N - 1)}{\Gamma^2 - 1} \quad (6.23a)$$

$$PS_2 = A_0 \frac{\Gamma^2 (\Gamma^N - 1)}{\Gamma^2 - 1} . \quad (6.23b)$$

Dividindo-se a Equação 6.23b pela Equação 6.23a, obtém-se:

$$\Gamma = \frac{PS_2}{PS_1} = e^{-\Delta t/\tau} . \quad (6.24)$$

A constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC pode ser determinada diretamente a partir da Equação 6.24. Contudo, a fim de reduzir o esforço computacional no cálculo desta constante, a função exponencial pode ser aproximada pelos dois primeiros termos de sua representação em série de Taylor:

$$\frac{PS_2}{PS_1} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} , \quad (6.25)$$

de modo que a constante de tempo  $\tau$  pode ser calculada como:

$$\tau = \frac{\Delta t}{1 - \frac{PS_2}{PS_1}} . \quad (6.26)$$

### *Estratégia de Cálculo da Constante de Tempo $\tau$ da componente DC*

A estratégia de cálculo da constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC pode ser resumida por:

1. Inicialmente, o valor de  $\tau$  é igual a um ciclo da frequência fundamental.
2. Entre as amostras  $N/2 + 2$  e  $N$  após a detecção do distúrbio, o valor de  $\tau$  é calculado como:

$$\tau_k = \frac{\tau_{k-1} + \tau'_k}{2} , \quad (6.27)$$

sendo  $\tau_k$  e  $\tau_{k-1}$  os valores da constante de tempo  $\tau$  utilizados nas amostras  $k$  e  $k - 1$ , respectivamente, e  $\tau'_k$  o valor estimado na amostra  $k$  usando a Equação 6.17.

3. Entre as amostras  $N + 1$  e  $2N$  após a detecção do distúrbio, o valor de  $\tau$  é calculado pela Equação 6.27, com o valor de  $\tau'_k$  obtido usando a Equação 6.26.
4. A partir da amostra  $2N + 1$  após a detecção do distúrbio, o valor de  $\tau$  é igual ao último calculado no passo 3.

Entende-se por distúrbio uma variação abrupta da amplitude do sinal avaliado, com relação ao seu valor na fase de regime permanente de normal de operação do sistema.

Na prática, o valor da constante de tempo  $\tau$  não muda durante uma falta. Contudo, as Equações 6.17 e 6.26 podem resultar num valor irreal nas primeiras amostras para as quais elas são aplicadas. Assim, a fim de manter a estabilidade na estimação, se faz necessário confinar o valor calculado de  $\tau'_k$ . Para tanto, utilizam-se os valores mínimo  $\tau'_{min} = 0,5$  ciclos e máximo  $\tau'_{max} = 5$  ciclos, por serem estes valores limítrofes típicos da constante de tempo de decaimento da componente DC (BENMOUYAL, 1995).

Uma vez que seja determinado um novo valor para a constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC, o ganho do filtro mímico é recalculado:

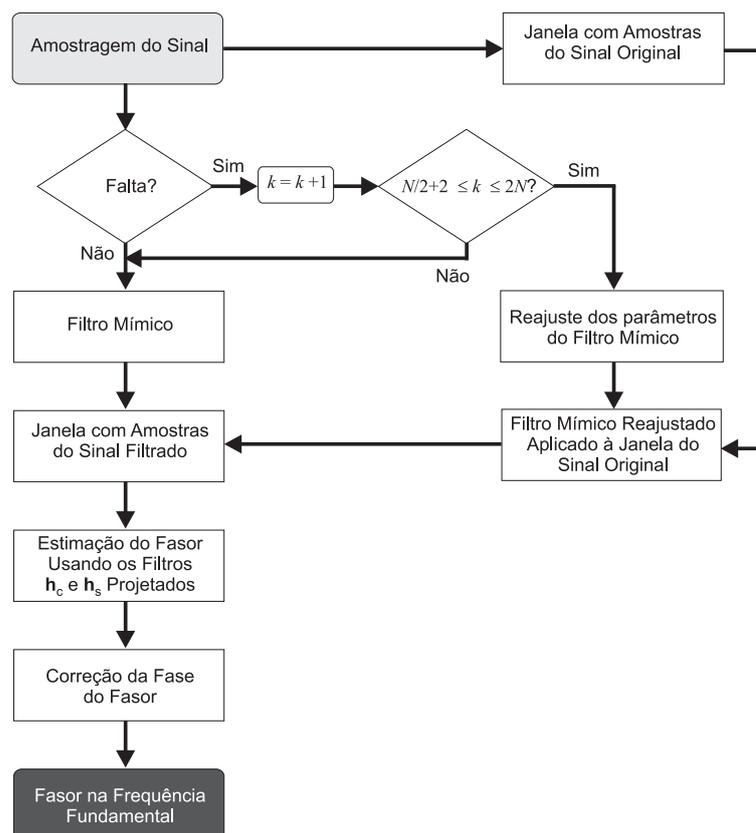
$$K = \sqrt{\frac{1}{\left[ (1 + \tau_d) - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2 + \left[ \tau_d \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2}}, \quad (6.28)$$

sendo  $\tau_d$  a constante de tempo do filtro, dada em número de amostras. Assim, as amostras do sinal original dentro da janela de dados avaliada podem ser filtradas utilizando o filtro mímico com os novos parâmetros:

$$x_k^* = K [(1 + \tau_d)x_k - \tau_d x_{k-1}] . \quad (6.29)$$

### 6.3 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO DE ESTIMAÇÃO DE FASORES PROPOSTO

O algoritmo de estimação de fasores proposto pode ser compreendido com auxílio do fluxograma ilustrado na Figura 6.1. A cada passo de amostragem, uma janela de dados de um ciclo mais uma amostra é atualizada com a nova amostra do sinal original e é verificada a incidência de uma falta. No caso de não ser um distúrbio, esta nova amostra é filtrada pelo filtro mímico utilizando-se a Equação 6.29 e então é inserida numa janela de dados de um ciclo com as amostras do sinal filtrado. Em seguida, os filtros ortogonais  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$ , projetados pela



**Figura 6.1.** Fluxograma do algoritmo proposto para a estimação de fasores.

técnica proposta, são aplicados à esta janela de dados, obtendo-se as partes real e imaginária do fasor. A fase do fasor é então corrigida, a fim de compensar a defasagem imposta pelo filtro mímico, obtendo-se o novo fasor na frequência fundamental. Por outro lado, no caso de um distúrbio, os parâmetros do filtro mímico são reajustados entre as amostras  $N/2 + 2$  e  $2N$  após a sua detecção, a partir da estratégia de ajuste descrita na Seção 6.2. Neste intervalo, a cada novo conjunto de parâmetros obtidos, a janela de dados com as amostras do sinal filtrado é corrigida, mediante a aplicação da Equação 6.29 à janela de dados com as amostras do sinal original. Com a nova janela de dados do sinal filtrado, as partes real e imaginária do fasor são calculadas e sua fase é corrigida, obtendo-se então o novo fasor na frequência fundamental. Dois ciclos após o distúrbio ter sido detectado, a execução do algoritmo volta a seu estágio inicial, no qual os parâmetros do filtro mímico não são mais reajustados. Neste caso, os valores utilizados para estes parâmetros a partir de então são os últimos calculados pela estratégia adaptativa.

Diversos algoritmos de detecção de distúrbios são propostos na literatura. Contudo, a fim de que a detecção seja feita rapidamente, utiliza-se um algoritmo de janelas curtas baseado na segunda derivada do sinal (SIDHU *et al.*, 2002 apud GILCREST *et al.*, 1972). Basicamente, o valor de pico  $A$  do sinal pode ser calculado para a amostra  $k$  como:

$$A_k = \sqrt{\left(\frac{x_k''}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{x_k'}{\omega}\right)^2}, \quad (6.30)$$

sendo  $x_k'$  e  $x_k''$  a primeira e segunda derivadas do sinal avaliado, calculadas para a amostra  $k$  pelo método das diferenças finitas (JOHNS; SALMAN, 1995):

$$x_k' = \frac{3x_k - 4x_{k-1} + x_{k-2}}{2\Delta t} \quad (6.31a)$$

$$x_k'' = \frac{x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}}{\Delta t^2}. \quad (6.31b)$$

O distúrbio é detectado quando a diferença em valor absoluto entre os valores de pico calculados nas amostras  $k$  e  $k - N$  é superior a 20%. Em um relé de distância, as três tensões e as três correntes são avaliadas, sendo a falta detectada pelo sinal que superar primeiro o limiar estabelecido.

O cálculo da constante de tempo  $\tau$ , a partir da estratégia de ajuste descrita na Seção 6.2, indica que o filtro mímico adaptativo é ajustado ao sinal avaliado, de modo que, para o caso de um relé de distância, poderão haver seis filtros diferentes. Cada um destes filtros resulta num atraso diferente nos sinais filtrados, o que justifica o ajuste da fase do fasor estimado. Para tanto, utiliza-se a transformação linear de rotação para correção das partes real e imaginária do fasor:

$$Y_{c1}^* = Y_{c1} \cos \theta_m - Y_{s1} \sin \theta_m \quad (6.32a)$$

$$Y_{s1}^* = Y_{c1} \sin \theta_m + Y_{s1} \cos \theta_m \quad (6.32b)$$

sendo  $Y_{c1}$  e  $Y_{s1}$  as partes real e imaginária do fasor original,  $Y_{c1}^*$  e  $Y_{s1}^*$  as partes real e imaginária do fasor corrigido e  $\theta_m$  a defasagem imposta pelo filtro mímico, calculada como:

$$\theta_m = \arctan \left( \frac{\tau_d \sin \left( \frac{2\pi}{N} \right)}{(1 + \tau_d) - \tau_d \cos \left( \frac{2\pi}{N} \right)} \right). \quad (6.33)$$

## 6.4 RESUMO

Neste capítulo, foi apresentado o algoritmo de estimação de fasores proposto, o qual usa filtros ortogonais, projetados por uma técnica inédita, em conjunto com um novo filtro mímico adaptativo.

Mediante a utilização da técnica de projeto de filtros proposta, é possível obter filtros ortogonais de um ciclo que combinem as características de filtragem da TWDR e do algoritmo dos mínimos quadrados. Este projeto é feito off-line e é independente da taxa de amostragem e da wavelet mãe escolhida. Além disso, o algoritmo dos mínimos quadrados flexibiliza de tal forma o projeto dos filtros, de modo que para eliminar alguma harmônica que não seja eliminada pela TWDR, basta incluí-la no modelo de estimação do sinal.

A filtragem da componente DC de decaimento exponencial é feita utilizando o filtro mímico adaptativo proposto. Basicamente, esta estratégia consiste em ajustar adaptativamente os parâmetros do filtro mímico de Benmouyal (1995), a partir da estimação da constante de tempo de decaimento da componente DC do sinal avaliado. Inicialmente, utiliza-se uma equação que avalia  $N/2 + 2$  amostras do sinal e, em seguida, melhora-se a estimação da constante de tempo mediante a uso de uma equação que avalia as  $N$  amostras em um ciclo do sinal.

## APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentam-se os resultados obtidos na comparação do algoritmo proposto com os tradicionais algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados, no que concernem suas respostas em frequência e no tempo. Para tanto, os algoritmos de Fourier foram combinados com o filtro mímico de três ciclos e o modelo de estimação utilizado no algoritmo dos mínimos quadrados foi o da Equação 4.27 com  $H = 7$ , considerando-se todas as  $N$  amostras em um ciclo do sinal.

Os filtros ortogonais  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  utilizados no algoritmo de estimação de fasores proposto, cujos coeficientes são apresentados na Tabela 7.1, foram projetados usando a técnica de projeto de filtros, considerando-se os parâmetros de projeto descritos na Tabela 7.2.

**Tabela 7.1.** Coeficientes dos filtros ortogonais  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  projetados.

Coeficiente	Filtro $\mathbf{h}_c$	Filtro $\mathbf{h}_s$
1	0,0645	-0,0724
2	0,0915	-0,0319
3	0,1017	0,0156
4	0,0922	0,0635
5	0,0650	0,1041
6	0,0241	0,1315
7	-0,0241	0,1411
8	-0,0715	0,1313
9	-0,1117	0,1040
10	-0,1389	0,0634
11	-0,1487	0,0158
12	-0,1396	-0,0318
13	-0,1122	-0,0726
14	-0,0713	-0,0999
15	-0,0233	-0,1095
16	0,0245	-0,0999

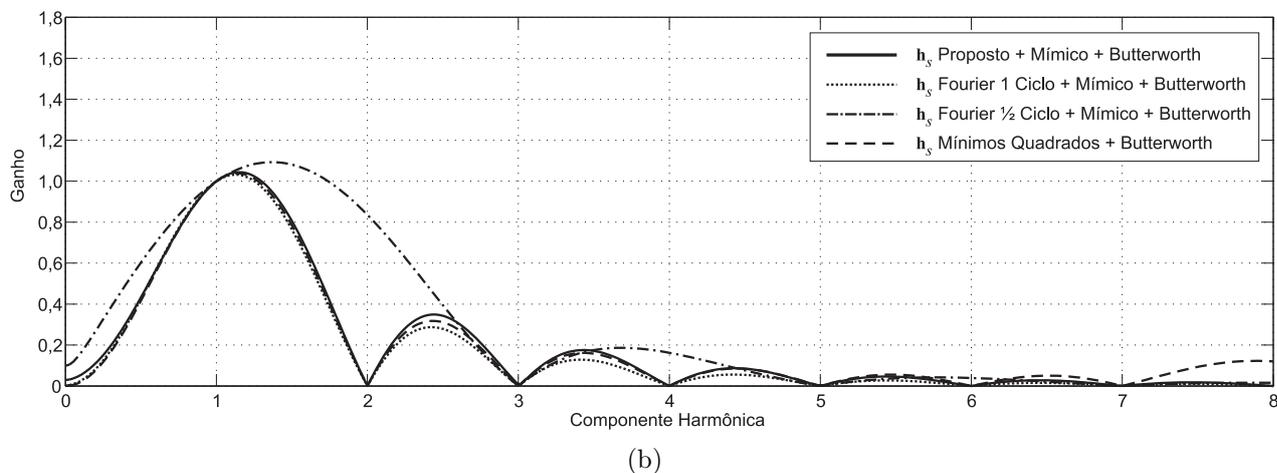
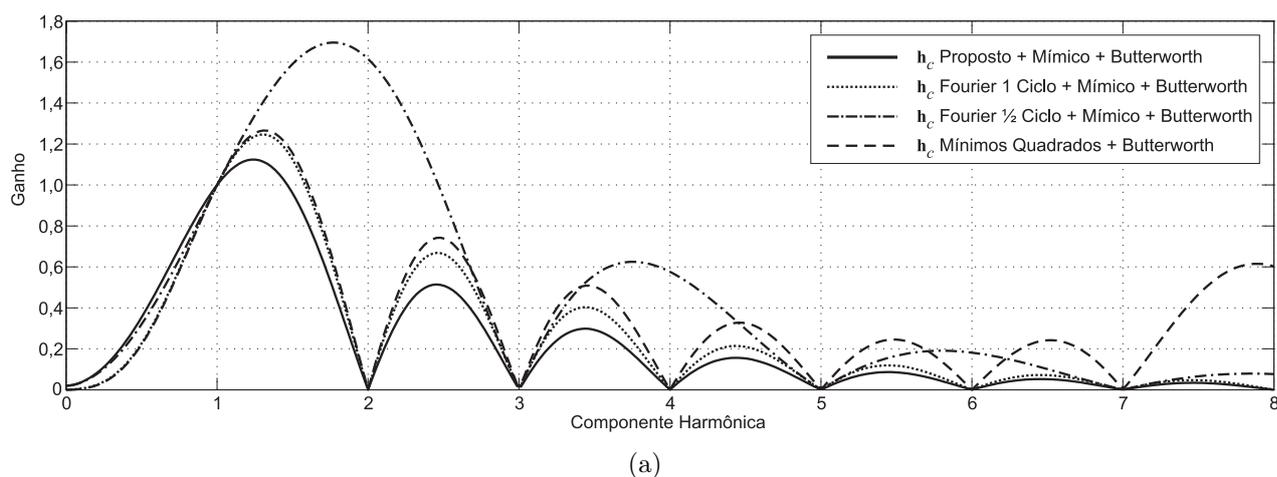
**Tabela 7.2.** Parâmetros utilizados no projeto dos filtros ortogonais  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$ .

Taxa de Amostragem	Wavelet mãe	Matriz $\tilde{\mathcal{M}}_j$ Analisada	Número $M$ de Linhas	$M$ Linhas Escolhidas	Harmônicas Incluídas na Equação 6.2
16 amostras/ciclo	Daubechies 8	2	14	3-16	1 e 2

## 7.1 ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

A análise da resposta em frequência dos filtros usados na estimação de fasores é importante para verificar o seu desempenho durante os regimes permanente de pré-falta e de falta, mostrando quais componentes de frequência serão eliminadas ou atenuadas. Além disso, conforme a Seção 4.5, a influência da componente DC de decaimento exponencial pode ser evidenciada analisando-se esta resposta nas baixas frequências (SCHWEITZER; HOU, 1993).

Nas Figuras 7.1, ilustram-se as respostas em frequência dos filtros  $h_c$  e  $h_s$  de cada algoritmo avaliado. Para plotar essas figuras, a resposta em frequência dos filtros foram combinadas com a de um filtro digital equivalente a um Butterworth passa-baixas analógico de terceira ordem com frequência de corte de 150,3 Hz. Além disso, os filtros propostos e os de Fourier também foram combinados com um filtro mímico de três ciclos.



**Figura 7.1.** Respostas em frequência da convolução do filtro de Butterworth de terceira ordem, mímico de três ciclos e os filtros: (a)  $h_c$  e (b)  $h_s$  dos algoritmos proposto, dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo.

A partir da análise das Figuras 7.1, notadamente, os filtros propostos eliminam todas as harmônicas, assim como os filtros de Fourier de um ciclo. Conforme discutido na Seção 4.5, os filtros de Fourier de meio ciclo não eliminam as harmônicas pares, devido ao tamanho reduzido de sua janela de dados. Os filtros dos mínimos quadrados, por sua vez, não eliminam a oitava harmônica, pelo fato da aproximação linear da componente DC de decaimento exponencial ser incluída no modelo de estimação do sinal.

Dentre os filtros  $\mathbf{h}_c$ , notadamente, o filtro proposto é o que tem menores lóbulos laterais na sua resposta em frequência, o que o torna menos afetado pelas componentes de frequência interharmônicas. O filtro  $\mathbf{h}_s$  proposto, por sua vez, tem uma resposta em frequência semelhante a do filtro  $\mathbf{h}_s$  de Fourier de um ciclo. Sendo assim, algoritmo proposto como um todo é menos afetado pelas interharmônicas.

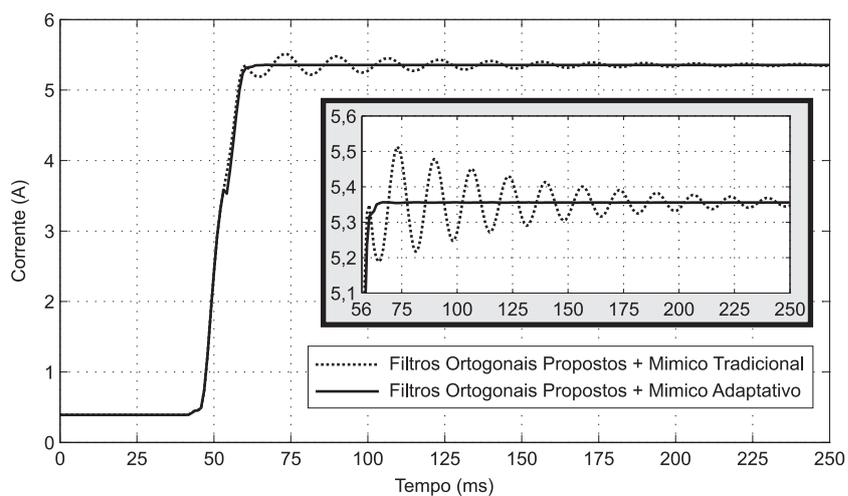
O fato de não eliminar a oitava harmônica implica que os filtros dos mínimos quadrados são muito afetados pelas componentes de mais alta frequência presentes nos sinais quando da ocorrência de faltas, sobretudo o filtro  $\mathbf{h}_c$ . Isto pode ser verificado pelo tamanho do lóbulo lateral em suas respostas para as frequências entre a sétima e a oitava harmônicas.

No que diz respeito à influência da componente DC de decaimento exponencial, observando-se as respostas dos filtros para as frequências abaixo da fundamental, conforme discutido na Seção 4.5, percebe-se que os filtros propostos são mais afetados por esta componente do que os filtros dos mínimos quadrados e de Fourier de um ciclo, mas são menos afetados do que os de Fourier de meio ciclo. Todavia, conforme se apresenta na próxima seção, utilizando-se o filtro mímico adaptativo em conjunto com os filtros ortogonais projetados, é possível obter uma estimação do fasor menos afetada pelo efeito da componente DC de decaimento exponencial.

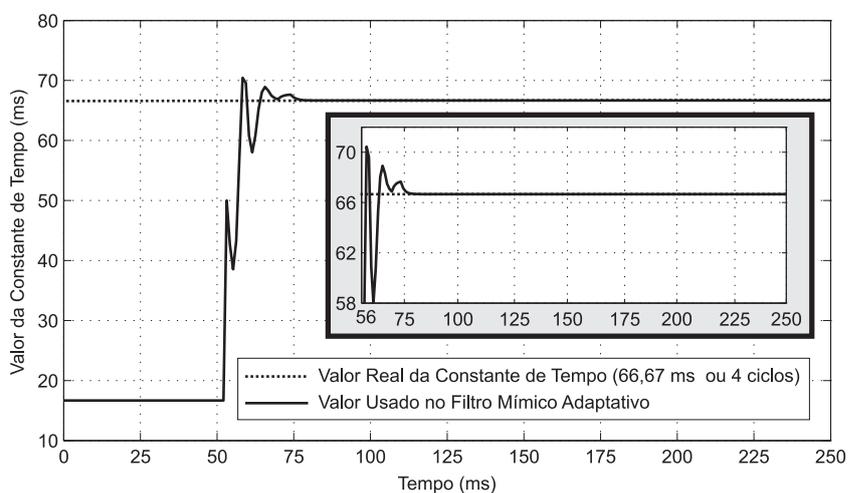
## 7.2 ANÁLISE DA RESPOSTA NO TEMPO

A resposta no tempo dos algoritmos de estimação de fasores é importante para verificar o seu desempenho durante a fase de transição entre os regimes permanente de pré-falta e de falta. A partir da análise dessa resposta transitória, pode-se verificar características como velocidade e exatidão do algoritmo.

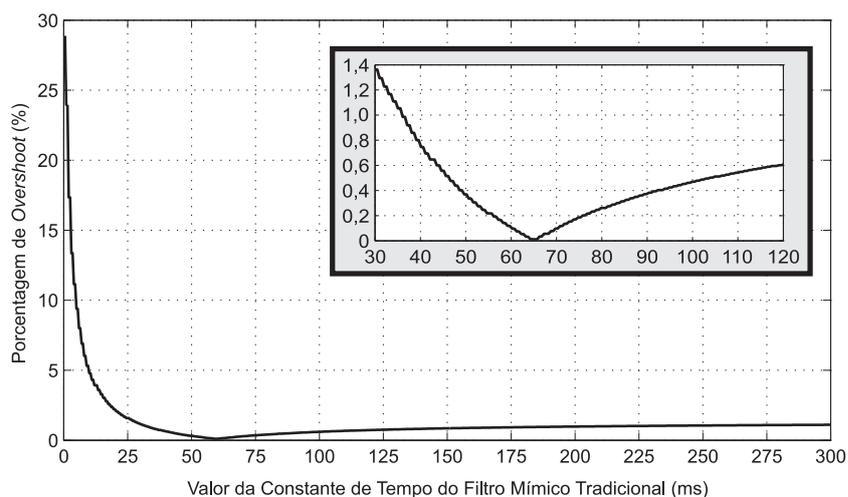
Na Figura 7.2(a), ilustra-se a eficácia do algoritmo de estimação de fasores proposto para a



(a)



(b)



(c)

**Figura 7.2.** eliminação da componente DC de decaimento exponencial. Nesta figura, são ilustradas as Comparação da estimação do fasor mediante a combinação dos filtros ortogonais  $\mathbf{h}_c$  e  $\mathbf{h}_s$  projetados com o filtro mímico tradicional de um ciclo e o filtro mímico adaptativo proposto: (a) estimação da amplitude do fasor; (b) valor estimado da constante de tempo de decaimento  $\tau$  da componente DC do sinal avaliado; (c) porcentagem de *overshoot* na estimação da amplitude do fasor utilizando os filtros propostos, considerando-se diferentes valores da constante  $\tau_d$  do filtro mímico tradicional.

estimações da amplitude do fasor considerando os filtros ortogonais projetados, combinados com o filtro mímico tradicional de um ciclo e com o filtro mímico adaptativo. Notadamente, observa-se que com o filtro mímico adaptativo as oscilações na estimação são praticamente eliminadas, reduzindo-se assim o *overshoot* e o tempo de amortecimento. A explicação para isto está no fato de que com a estratégia de ajuste adaptativo dos parâmetros do filtro mímico de Benmouyal (1995), descrita na Seção 6.2, a constante de tempo do filtro torna-se aproximadamente igual a constante de tempo de decaimento da componente DC do sinal avaliado, conforme ilustrado na Figura 7.2(b), filtrando completamente esta componente. De fato, conforme observa-se na Figura 7.2(c), quando o valor da constante de tempo  $\tau_d$  do filtro mímico tradicional é igual a constante de tempo real do sinal não há *overshoot* na estimação.

As respostas no tempo dos algoritmos de estimação de fasores foram avaliadas para sinais simulados e reais. Para tanto, faltas foram simuladas no software ATP (*Alternative Transients Program* (LEUVEN EMTP CENTER, 1987)) e no simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência do fabricante Real Time Digital Simulator (RTDS) Technologies Inc. (RTDS TECHNOLOGIES INC., 2008). Além de faltas, também foram simulados sinais referentes à corrente distorcida no secundário de TCs com núcleo saturado e às correntes de *inrush* na energização de transformadores de potência. Os sinais reais avaliados, por sua vez, são referentes a registros oscilográficos de faltas no sistema elétrico da CHESF, cedidos pela empresa no âmbito de projetos de pesquisa e desenvolvimento (P&D) em parceria com a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG).

No que diz respeito às simulações no ATP, dois sistemas elétricos foram modelados e simulados para gerar um conjunto de dados de faltas: um sistema elétrico simplificado de 230 kV, constituído apenas de uma linha de transmissão de circuito simples com equivalentes em seus dois terminais, e uma parte do sistema elétrico da CHESF, com configuração de carga pesada referente ao ano de 2004. Para tanto, utilizou-se um passo de cálculo de 10,416  $\mu\text{s}$ , que corresponde à uma taxa de amostragem de 1600 amostras por ciclo. Os sinais avaliados são referentes às tensões e correntes nos secundários dos modelos de TPC e TC propostos pelo IEEE Power System Relaying Committee (2004), referenciadas ao primário. Mediante um processo de descarte de amostras, os sinais são convertidos para uma taxa de amostragem de 16 amostras por ciclo. Contudo, antes desta reamostragem, os sinais são filtrados utilizando-se

um filtro digital equivalente a um filtro analógico passa-baixas do tipo Butterworth de terceira ordem com frequência de corte em 150,3 Hz, a fim de evitar o efeito de sobreposição de espectro. Assim, as amostras dos sinais filtrados foram utilizadas para a estimação dos fasores.

Nas simulações em tempo real, por sua vez, foi modelado e simulado no simulador RTDS™ o mesmo sistema elétrico simplificado utilizado nas simulações no ATP. Os sinais avaliados são referentes às tensões e correntes nos secundários dos modelos de TPC e TC disponibilizados pelo fabricante. Estes sinais foram filtrados com um filtro passa-baixas de segunda ordem do tipo Butterworth com frequência de corte em 180 Hz, para só então serem amostrados a uma taxa de 16 amostras por ciclo. As amostras dos sinais filtrados foram utilizadas para a estimação dos fasores. Neste caso, os algoritmos de estimação foram implementados no próprio software do simulador, de modo que eles também são executados na simulação em tempo em real.

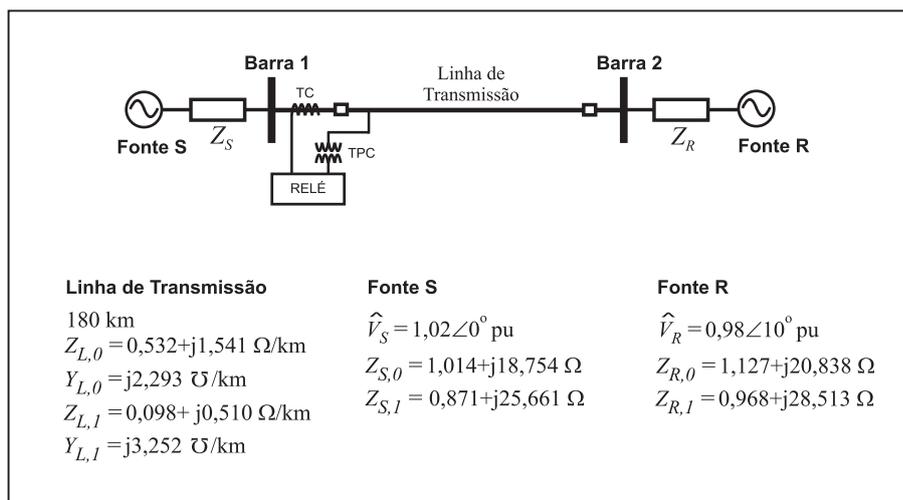
Tanto nas simulações no software ATP, quanto no simulador RTDS™, foi implementado um modelo básico de um relé de distância, a fim de comparar o desempenho dos algoritmos de estimação de fasores avaliados na proteção de distância de linhas de transmissão. A característica de operação implementada foi a mho autopolarizada usando o comparador de magnitude, conforme descrito na Seção 3.6.1.2. As equações das unidades de impedância do relé foram consideradas como sendo aquelas apresentadas na Tabela 3.1. Os alcances da primeira e segunda zonas de proteção foram ajustados para 85 % e 125 % do comprimento total da linha de transmissão protegida, respectivamente. Considerou-se também o ângulo de torque máximo da característica mho de  $60^\circ$ , para diminuir o efeito da resistência de falta (ZIEGLER, 2006).

Os resultados obtidos na avaliação dos algoritmos de estimação de fasores para os sinais simulados e reais são apresentados a seguir.

### 7.2.1 Simulação no Software ATP de Falhas no Sistema Elétrico Simplificado

O sistema elétrico simplificado de 230 kV utilizado é ilustrado na Figura 7.3. Os sinais de entrada para o modelo do relé de distância são as tensões e correntes referentes aos secundários dos modelos de TPC e TC instalados na barra 1 do sistema.

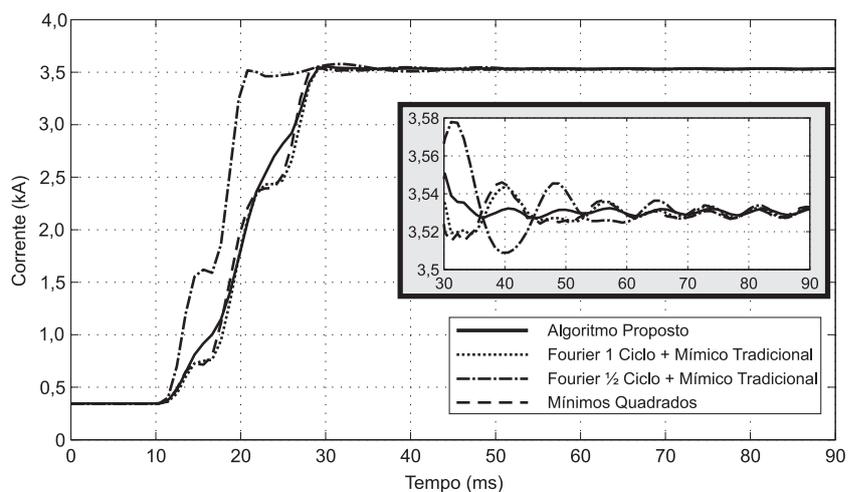
Nas Figuras 7.4, são ilustradas as estimções da amplitude do fasor corrente para uma falta trifásica localizada a 100 km da barra 1. Notadamente, o algoritmo de Fourier de meio



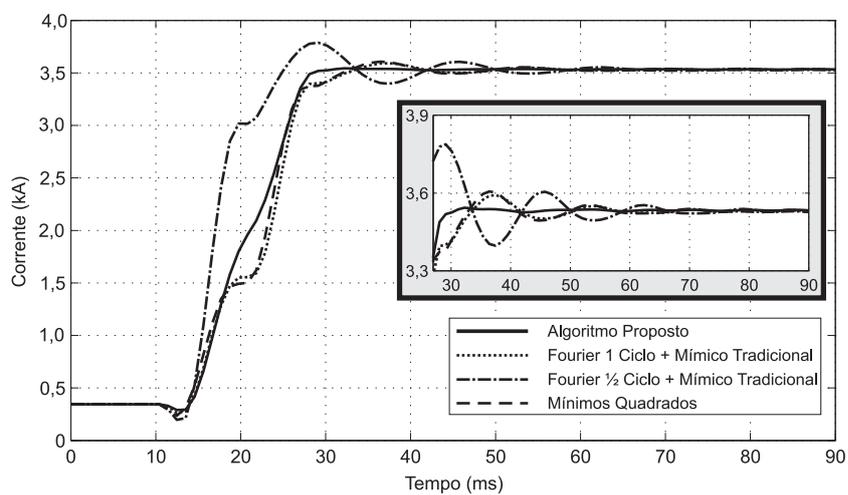
**Figura 7.3.** Modelo do sistema elétrico utilizado para a simulação das faltas.

ciclo é o mais afetado pela componente DC de decaimento exponencial presente no sinal, o que, de fato, já era esperado devido ao tamanho reduzido de sua janela de dados. Por outro lado, os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados apresentaram desempenho semelhante quanto à eliminação desta componente. O algoritmo proposto, por sua vez, neste caso, é o mais imune à componente DC de decaimento exponencial, já que praticamente não apresenta *overshoot*. Além disso, também pode-se observar que o algoritmo proposto tem tempo de subida semelhante aos dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, mas com uma resposta transitória com menos oscilações. Isto também é verificado para o caso do fasor tensão. Como resultado, obtém-se uma trajetória suave da impedância aparente vista pelo relé na transição entre os regimes permanentes de pré-falta e de falta, conforme ilustrado nas Figuras 7.5.

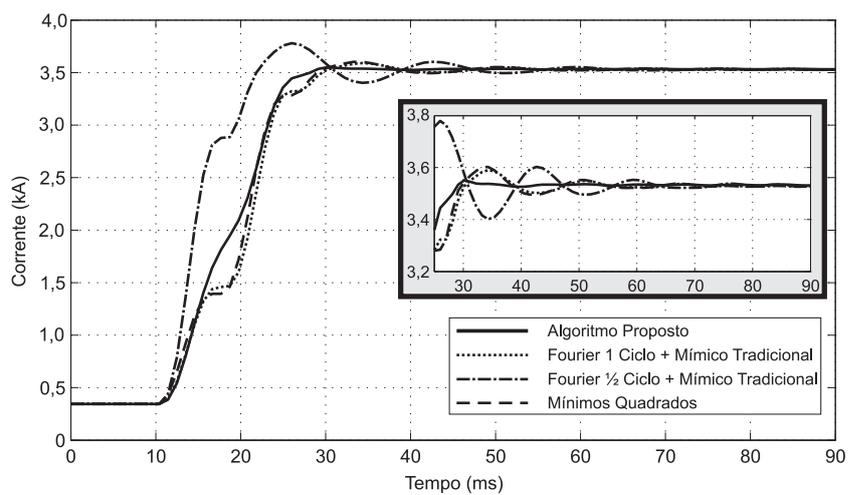
Na Figura 7.5(a), ilustra-se a trajetória no diagrama  $R$ - $X$  da impedância aparente vista pela unidade de impedância  $Z_{BC}$  do relé de distância, para o caso da falta trifásica a 100 km da barra 1. Notadamente, o lugar geométrico no diagrama  $R$ - $X$  da impedância aparente vista pelo relé fica oscilando em torno do seu valor de regime permanente de falta, quando os fasores são estimados com os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados. Por outro lado, a impedância aparente calculada com os fasores estimados usando o algoritmo proposto não apresentou essas oscilações, convergindo rapidamente para o seu valor de regime permanente de falta, já que este algoritmo é menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial. Conseqüentemente, o algoritmo proposto é o que resulta no menor sobrealcance da unidade de impedância  $Z_{BC}$  do relé de distância, conforme ilustrado na Figura 7.5(b).



(a)

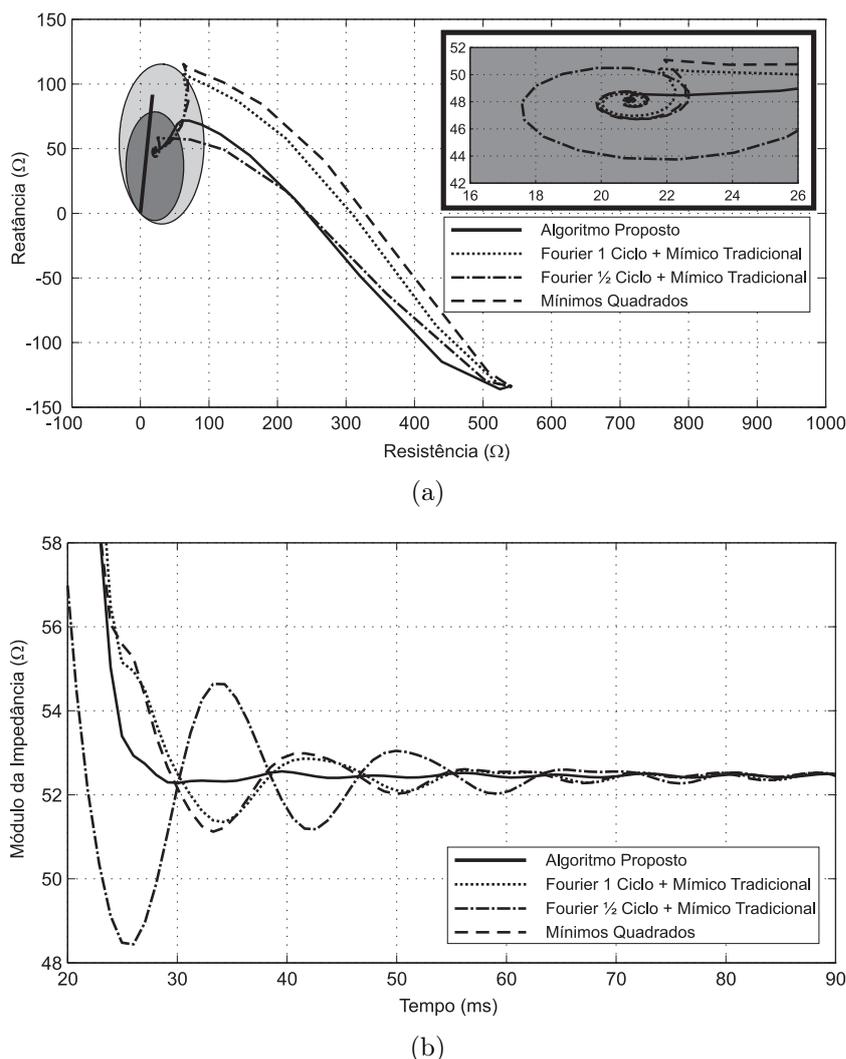


(b)



(c)

**Figura 7.4.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica localizada a 100 km da barra 1, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $60^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



**Figura 7.5.** Impedância aparente da unidade  $Z_{BC}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica a 100 km da barra 1: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé.

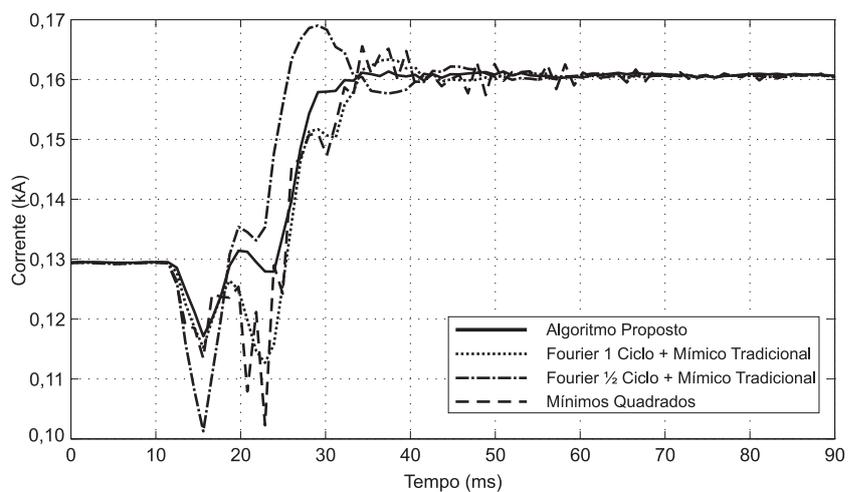
Para o caso da falta trifásica a 100 km da barra 1, o relé de distância usando a estimação de fasores pelo algoritmo proposto detectou a falta em sua primeira zona em 10,41 ms, enquanto que usando os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados esse tempo foi 11,45 ms. Observa-se que, mesmo sendo uma diferença de tempo da ordem de 1 ms, o algoritmo proposto resultou numa detecção mais rápida da falta do que os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados. Para outros casos, esta diferença nos tempos de atuação foi de até 3 ms. Isto se deve ao fato de que o algoritmo proposto resulta numa trajetória mais suave da impedância aparente entre os regimes permanentes de pré-falta e falta. Com o algoritmo de Fourier de meio ciclo, por sua vez, o relé detectou a falta rapidamente em 5,21 ms, a despeito dos erros na estimação devido à influência da componente DC de decaimento exponencial.

Nas Figuras 7.6, são ilustradas as estimações da amplitude do fasor corrente para uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C a 160 km da barra 1. Notadamente, observa-se que o algoritmo proposto mais uma vez foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial e apresentou uma resposta transitória mais suave. No caso da estimação da amplitude da corrente na fase A, ilustrada na Figura 7.6(a), percebe-se que o algoritmo dos mínimos quadrados apresenta oscilações numéricas, que também foram observadas em outros casos avaliados. Estas oscilações podem ser atribuídas ao fato de que o algoritmo dos mínimos quadrados é mais sensível às mais altas frequências presentes no sinal, conforme discutido na Seção 7.1.

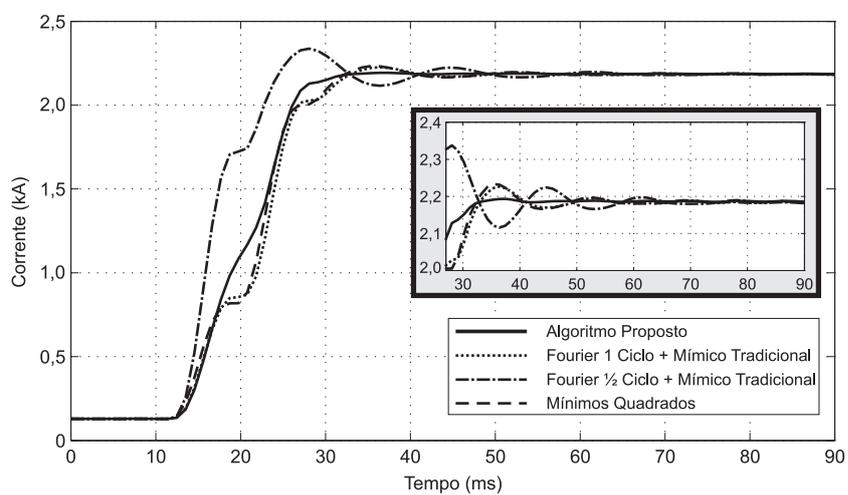
Nas Figuras 7.7, ilustra-se a impedância aparente vista pela unidade  $Z_{BC}$  do relé de distância, para o caso da falta bifásica para a terra entre as fases B e C a 160 km da barra 1. Observa-se que, neste caso, a falta deveria ser vista fora do alcance da primeira zona do relé. Contudo, devido à influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores mediante os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados, o relé detecta a falta dentro da sua primeira zona, podendo atuar indevidamente, resultando na perda de coordenação e seletividade do sistema de proteção. Por outro lado, para este caso, isto não acontece quando os fasores são estimados pelo algoritmo proposto, por ser este menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial.

A fim de melhor avaliar o desempenho dos algoritmos de estimação de fasores, no que concernem à influência da componente DC de decaimento exponencial e o tempo de detecção de falta, foi realizado um levantamento estatístico a partir da simulação de um grande número de faltas. Na Tabela 7.3, resume-se os valores para as variáveis que foram utilizadas para a geração desse conjunto de faltas: localização, resistência de falta, ângulo de incidência, tipo da falta e impedância das fontes equivalentes. A partir das combinações dessas variáveis, foram simuladas um total de 13770 faltas, sendo 810 a cada 10 km da linha de transmissão.

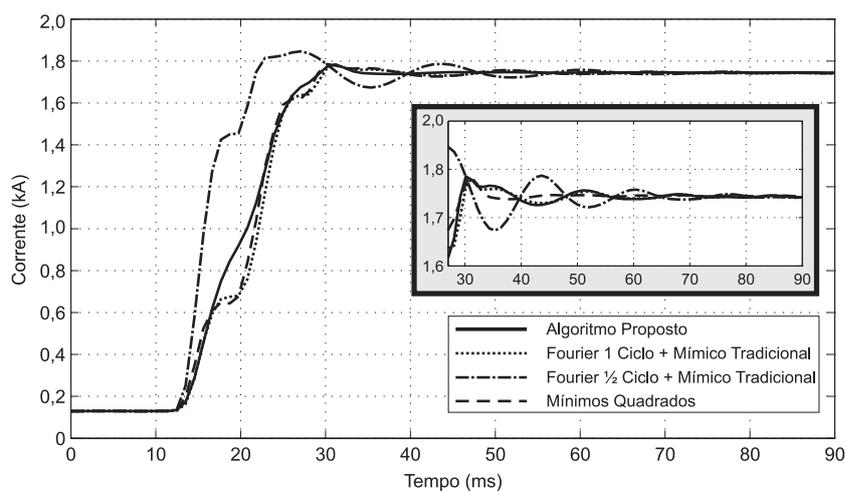
Na Figura 7.8, ilustram-se os máximos *overshoots* percentuais obtidos na estimação da amplitude dos fasores corrente dentre todas as faltas em cada localização, os quais foram calculados tomando por referência o valor da amplitude dos fasores corrente durante o regime permanente de falta. Notadamente, o algoritmo proposto é o mais imune à componente DC de decaimento



(a)

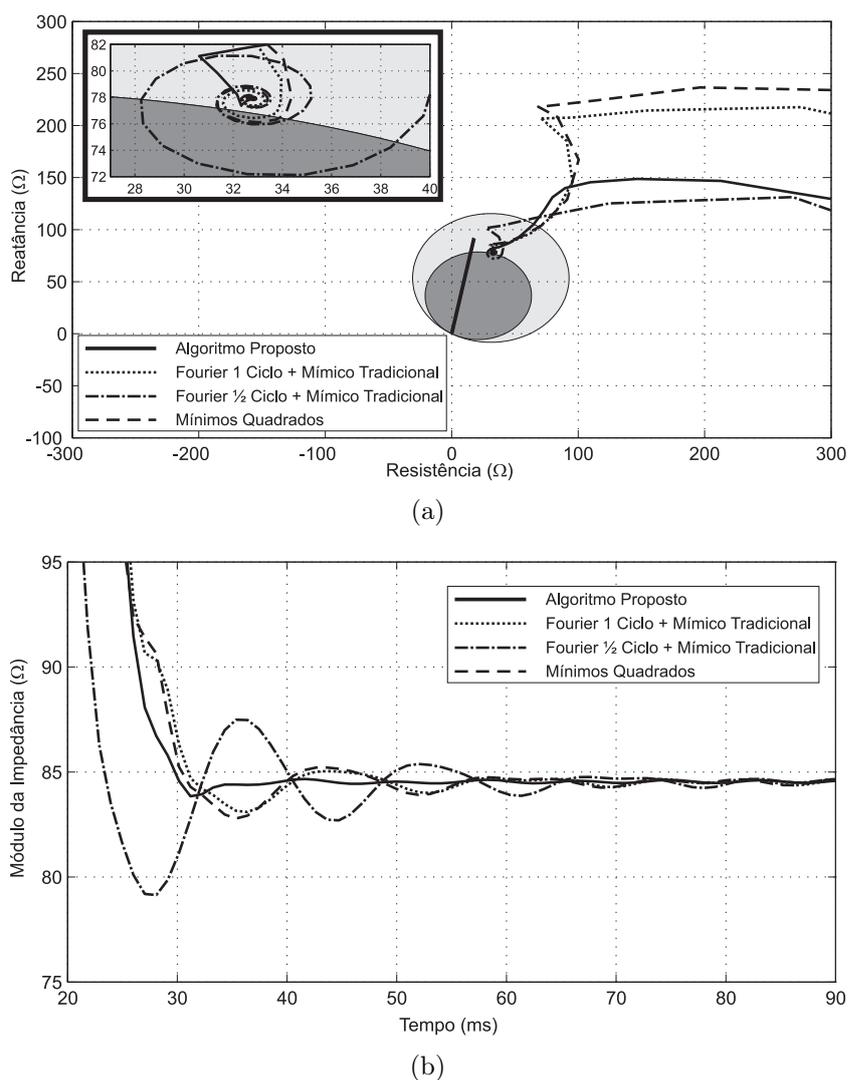


(b)



(c)

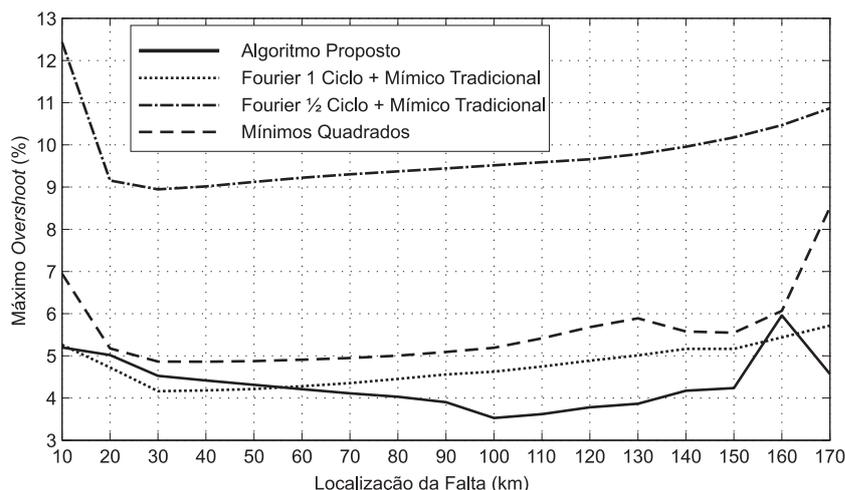
**Figura 7.6.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C, localizada a 160 km da barra 1, com resistência de falta de  $20 \Omega$  e ângulo de incidência de  $90^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



**Figura 7.7.** Impedância aparente da unidade  $Z_{BC}$  do relé de distância para o caso da falta bifásica para a terra entre as fases B e C a 160 km da barra 1: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé.

**Tabela 7.3.** Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha de transmissão avaliada.

Variáveis de Simulação	Valores Escolhidos
Localização (km)	10, 20, 30 ... , 160 e 170
Resistência de Falta ( $\Omega$ )	Fase-Fase: 1, 5 e 10 Fase-Terra: 10, 20 e 30
Ângulo de Incidência ( $^\circ$ )	30, 60 e 90
Tipo de Falta	AT-BT-CT-AB-AC-BC ABT-ACT-BCT-ABC
Impedância da Fonte (% dos valores nominais)	Fonte $S$ : 10, 100 e 1000 Fonte $R$ : 10, 100 e 1000

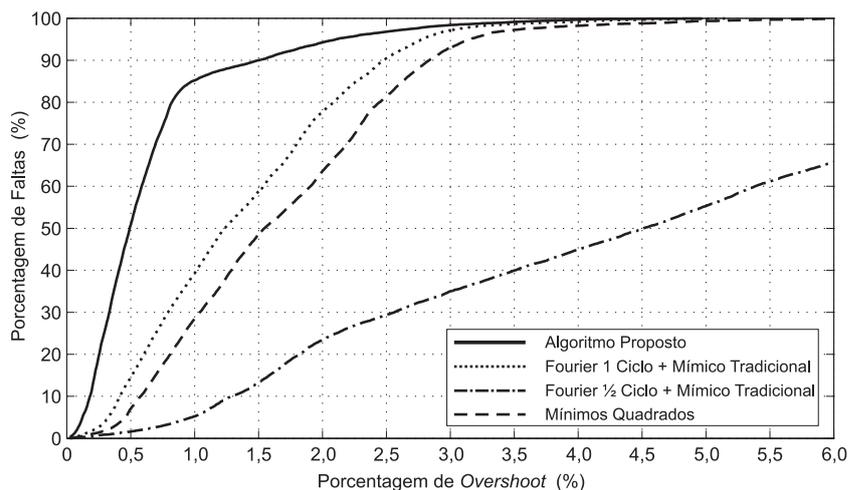


**Figura 7.8.** Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para as faltas simuladas no sistema simplificado.

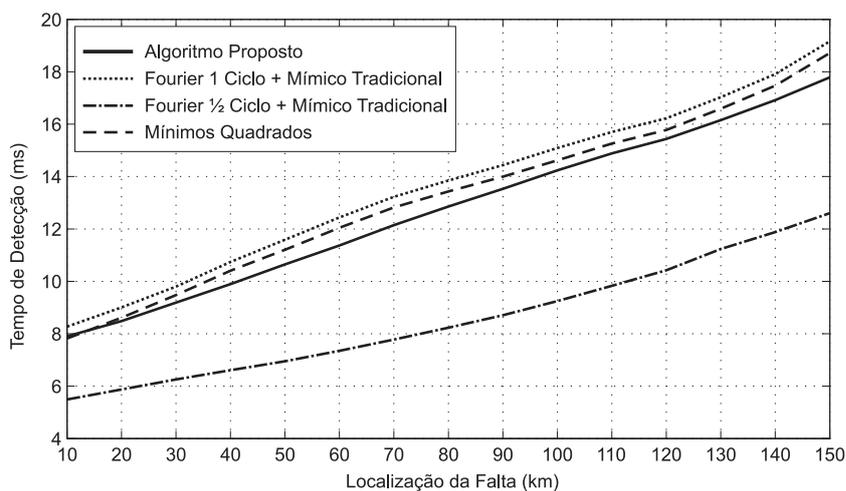
exponencial para a maioria dos casos. O máximo *overshoot* obtido com o algoritmo proposto foi 5,9 %, enquanto que este valor foi 5,7 % e 8,5 % para os de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 12,4 % para o de Fourier de meio ciclo.

A influência da componente DC de decaimento exponencial nos algoritmos avaliados pode ser melhor evidenciada, a partir da análise do gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos, conforme ilustrado na Figura 7.9. Observa-se que em 50,8 % das faltas, o algoritmo proposto resultou num *overshoot* máximo de 0,5 %, enquanto que esta porcentagem de faltas é de 14,4 % e 7,0 % para os de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 1,6 % para o de Fourier de meio ciclo. De forma análoga, em 85,2 % das faltas, o algoritmo proposto resultou num *overshoot* máximo de 1,0 %, enquanto que esta porcentagem de faltas é de 39,3 % e 28,4 % para os de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 5,2 % para o de Fourier de meio ciclo e assim por diante. Isto indica que, o algoritmo proposto teve desempenho superior aos algoritmos tradicionais, no que concerne à eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação do fasor, o que resulta na melhor operação do relé de distância.

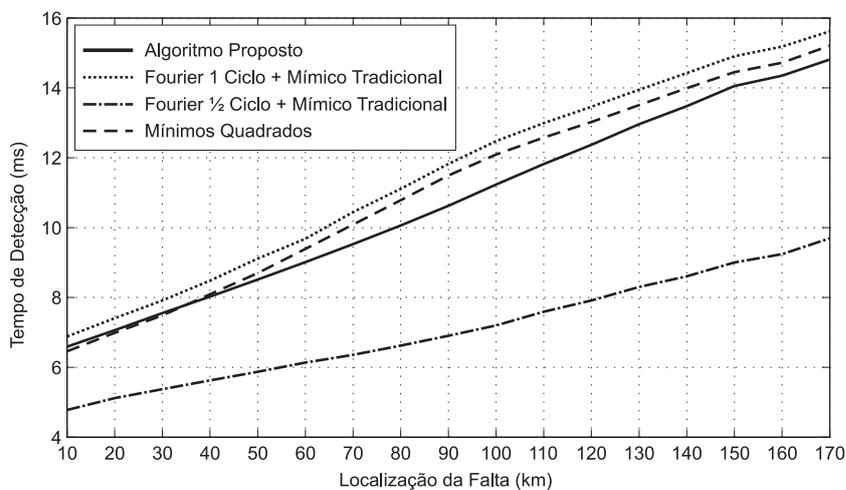
No que diz respeito ao tempo de detecção de falta, foram calculados os tempos médios de todas as faltas em cada localização para a primeira e segunda zonas de proteção do relé de distância, conforme ilustrado nas Figuras 7.10. Observa-se que, além de ser mais exato, o algoritmo proposto proporciona tempos de detecção semelhantes aos dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, podendo ser mais rápido que estes em algumas situações.



**Figura 7.9.** Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as faltas simuladas no sistema simplificado.



(a)



(b)

**Figura 7.10.** Tempo médio de detecção de falta por localização na linha avaliada do sistema simplificado: (a) primeira zona e (b) segunda zona.

### 7.2.2 Simulação no Software ATP de Falhas no Sistema Elétrico da CHESF

A fim de avaliar os algoritmos de estimação de fasores para um sistema elétrico de maior porte, simulou-se o sistema mostrado na Figura 7.11, que corresponde a uma parte do sistema elétrico da CHESF em uma configuração de carga pesada referente ao ano de 2004. Esse modelo foi disponibilizado pela empresa, no âmbito de projetos de P&D realizados em parceria com a UFCG, de modo que sua configuração e seus parâmetros correspondem àqueles utilizados em estudos de transitórios eletromagnéticos feitos pela própria empresa.

A linha analisada foi a 04L1 de 230 kV e 221 km, entre as subestações de Paulo Afonso IV (PAQ) e Angelim II (AGD), cujos valores de resistência, reatância e susceptância de sequências zero e positiva são apresentados na Tabela 7.4.

**Tabela 7.4.** Dados das linha 04L1.

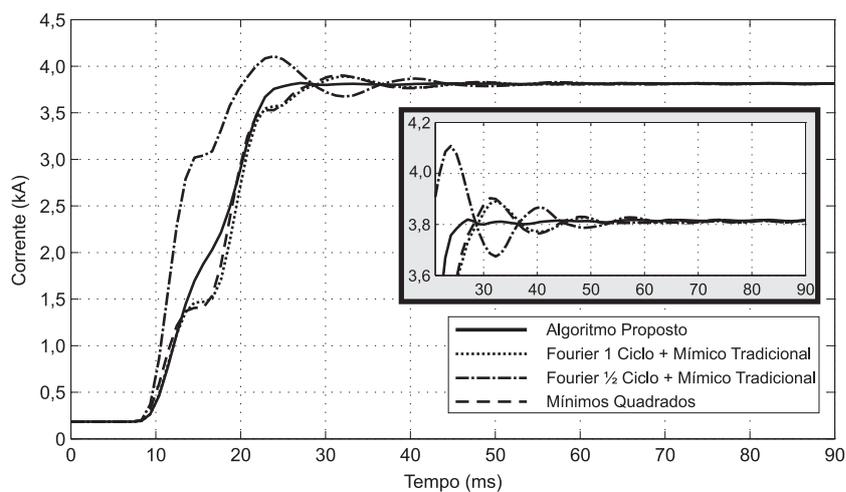
Sequência	$R_l$ ( $\Omega/\text{km}$ )	$X_l$ ( $\Omega/\text{km}$ )	$Y_c$ ( $\mu\text{S}/\text{km}$ )
Zero	0,4527	1,2265	2,2392
Positiva	0,0979	0,5300	3,1250

Os algoritmos avaliados foram empregados no cálculo dos fasores utilizados no modelo do relé de distância no terminal da linha 04L1 na subestação PAQ.

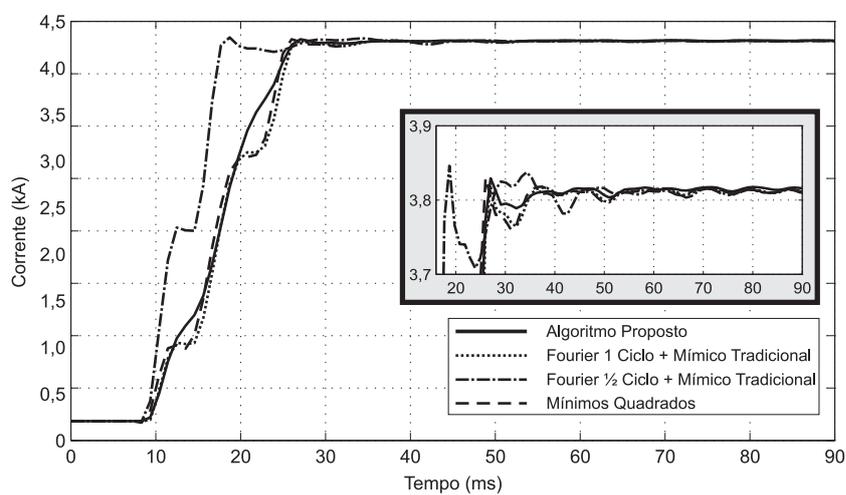
Nas Figuras 7.12, são ilustradas as estimações da amplitude do fasor corrente para uma falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ, considerando-se os algoritmos proposto, dos mínimos quadrados e os algoritmos de Fourier de um e de meio ciclo, que foram combinados com um filtro mímico tradicional de três ciclos. Novamente, observa-se que, assim como para o sistema elétrico simplificado analisado na Seção 7.2.1, o algoritmo proposto foi o mais imune à componente DC de decaimento exponencial e apresentou uma resposta transitória mais suave, o que também é verificado no caso das tensões.

Nas Figuras 7.13, ilustra-se a impedância aparente vista pela unidade de impedância  $Z_{CA}$  do relé de distância, para o caso da falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ. Observa-se na Figura 7.13(a), que o lugar geométrico no diagrama  $R$ - $X$  da impedância aparente vista pelo relé, calculada a partir dos fasores estimados com os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados, fica oscilando em torno do seu valor de regime permanente de falta. Por outro lado, a impedância aparente calculada com os fasores estimados com o algoritmo

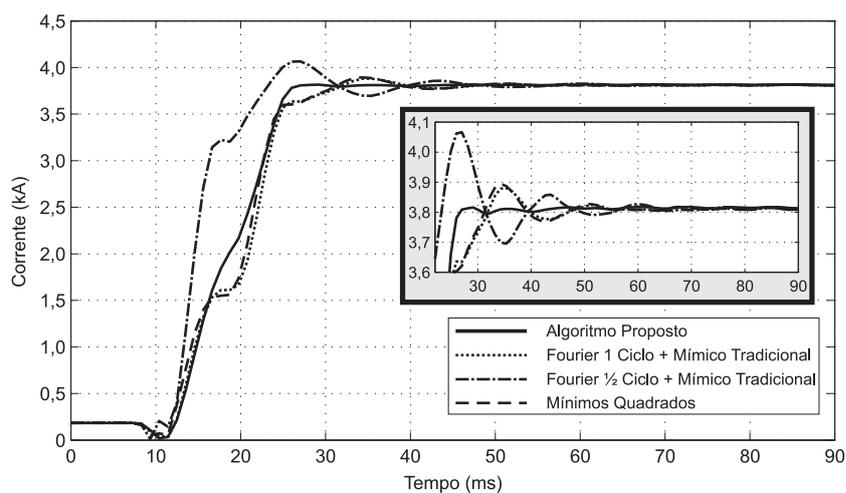




(a)

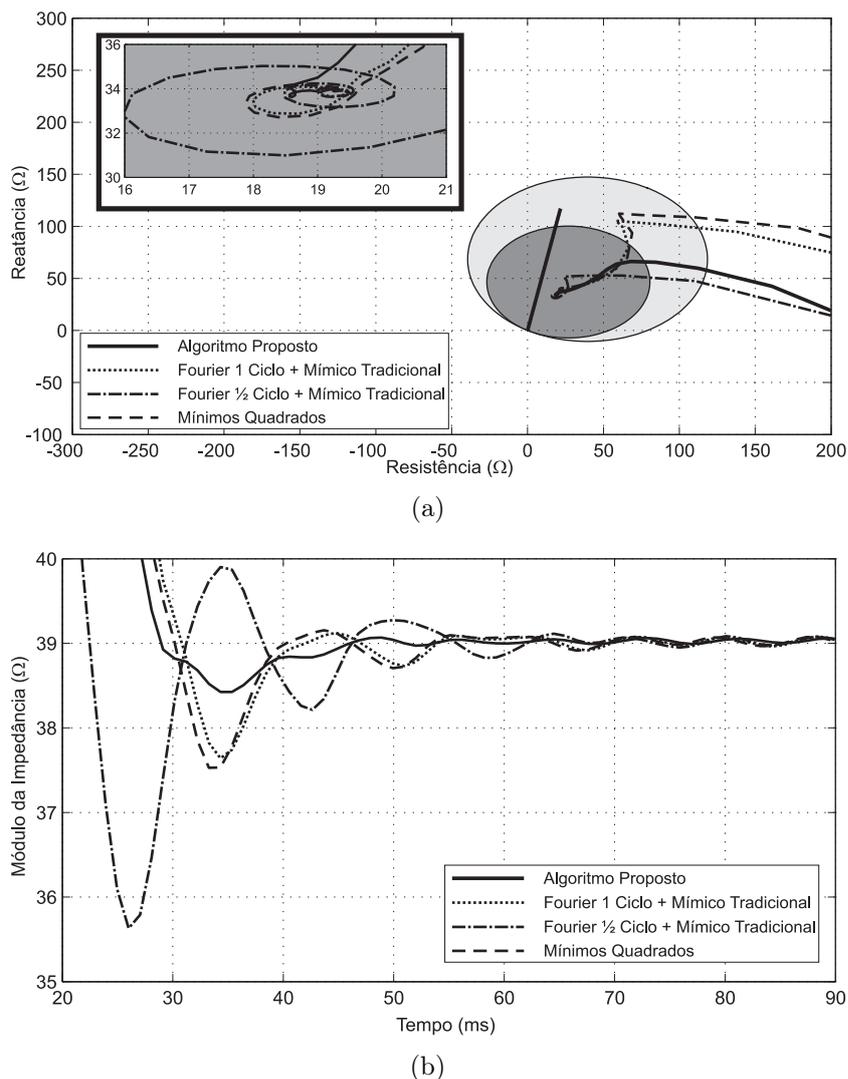


(b)



(c)

**Figura 7.12.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $30^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra da subestação PAQ): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



**Figura 7.13.** Impedância aparente da unidade  $Z_{CA}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica na linha 04L1 a 70 km da subestação PAQ: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé

proposto não apresenta essas oscilações, convergindo rapidamente para o seu valor de regime. Como resultado, o relé fica menos sobrealçado ao utilizar o algoritmo proposto, conforme pode ser verificado na Figura 7.13(b). Neste caso, o relé de distância usando a estimação de fasores pelo algoritmo proposto detectou a falta em sua primeira zona em 9,37 ms, enquanto que usando os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados esse tempo foi 10,41 ms. Com o algoritmo de Fourier de meio ciclo, por sua vez, o relé detectou a falta rapidamente em 4,17 ms, a despeito dos erros na estimação devido à influência da componente DC de decaimento exponencial.

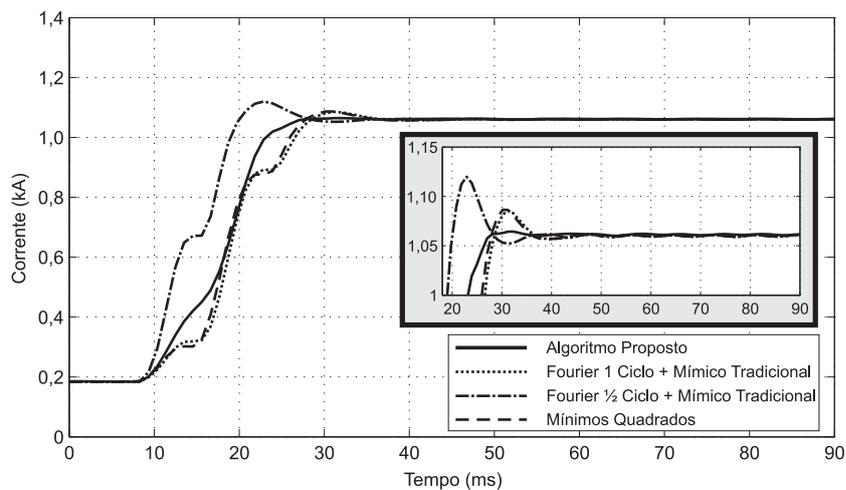
Outro exemplo de avaliação da resposta no tempo dos algoritmos de estimação de fasores é mostrado nas Figuras 7.14, na qual são ilustradas as estimativas da amplitude do fasor corrente

para uma falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ. Notadamente, o algoritmo proposto foi aquele que resultou no menor *overshoot* na estimação da amplitude do fasor e na resposta transitória mais suave, o que também foi verificado para o caso das tensões.

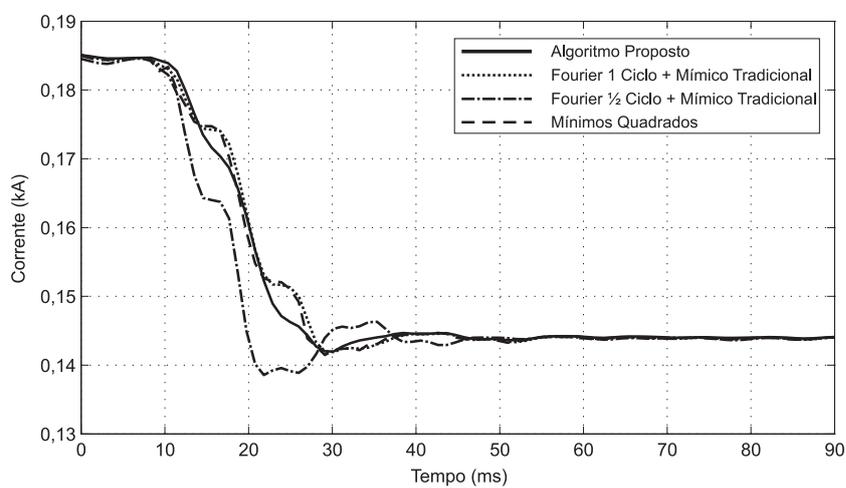
Nas Figuras 7.15, ilustra-se a impedância aparente vista pela unidade de impedância  $Z_{AT}$  do relé de distância, para o caso da falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ. Neste caso, a falta deveria ser vista fora do alcance da primeira zona do relé. Contudo, devido à influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores mediante os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados, o relé detecta a falta dentro da sua primeira zona, podendo atuar indevidamente, resultando na perda de coordenação e seletividade do sistema de proteção. Por outro lado, para mais este caso, isto não acontece quando os fasores são estimados pelo algoritmo proposto, por ser este menos afetado pela componente DC de decaimento exponencial.

Assim como para o sistema simplificado ilustrado na Figura 7.3, foi realizado um levantamento estatístico a partir da simulação de um grande número de faltas na linha 04L1 entre as subestações PAQ e AGD do sistema CHESF, a fim de melhor avaliar o desempenho dos algoritmos de estimação de fasores, no que concernem à influência da componente DC de decaimento exponencial e ao tempo de detecção de falta. Na Tabela 7.5, resume-se os valores para as variáveis que foram utilizados para a geração desse conjunto de faltas: localização, resistência de falta, ângulo de incidência e tipo da falta. A partir das combinações dessas variáveis, foram simuladas um total de 1890 faltas, sendo 90 a cada 10 km da linha 04L1.

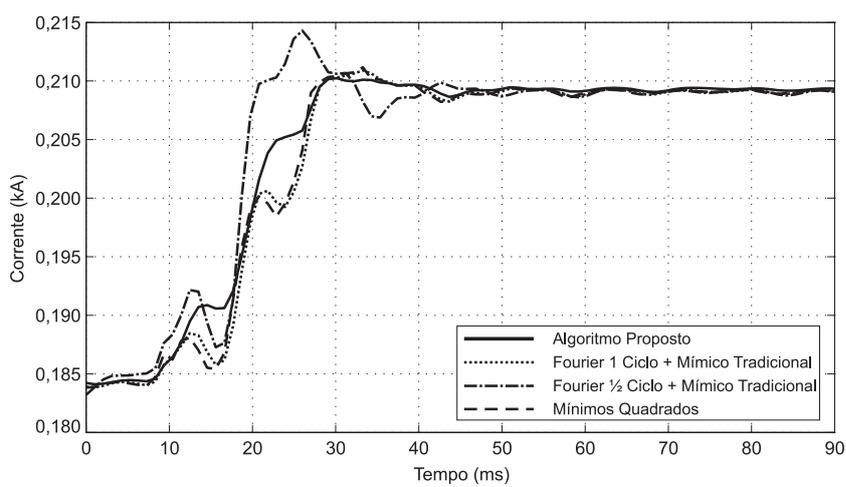
Na Figura 7.16, ilustram-se os máximos *overshoots* percentuais obtidos na estimação da amplitude dos fasores corrente dentre todas as faltas em cada localização da linha 04L1, os quais foram calculados tomando por referência o valor da amplitude do fasor corrente para o regime permanente de falta em cada caso. Notadamente, o algoritmo proposto teve melhor desempenho na eliminação da componente DC de decaimento exponencial para a maioria dos casos. O máximo *overshoot* obtido com o algoritmo proposto foi 8,2%, enquanto que para os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados foi 7,1% e 8,0%, respectivamente, e 13,0% para o algoritmo de Fourier de meio ciclo.



(a)

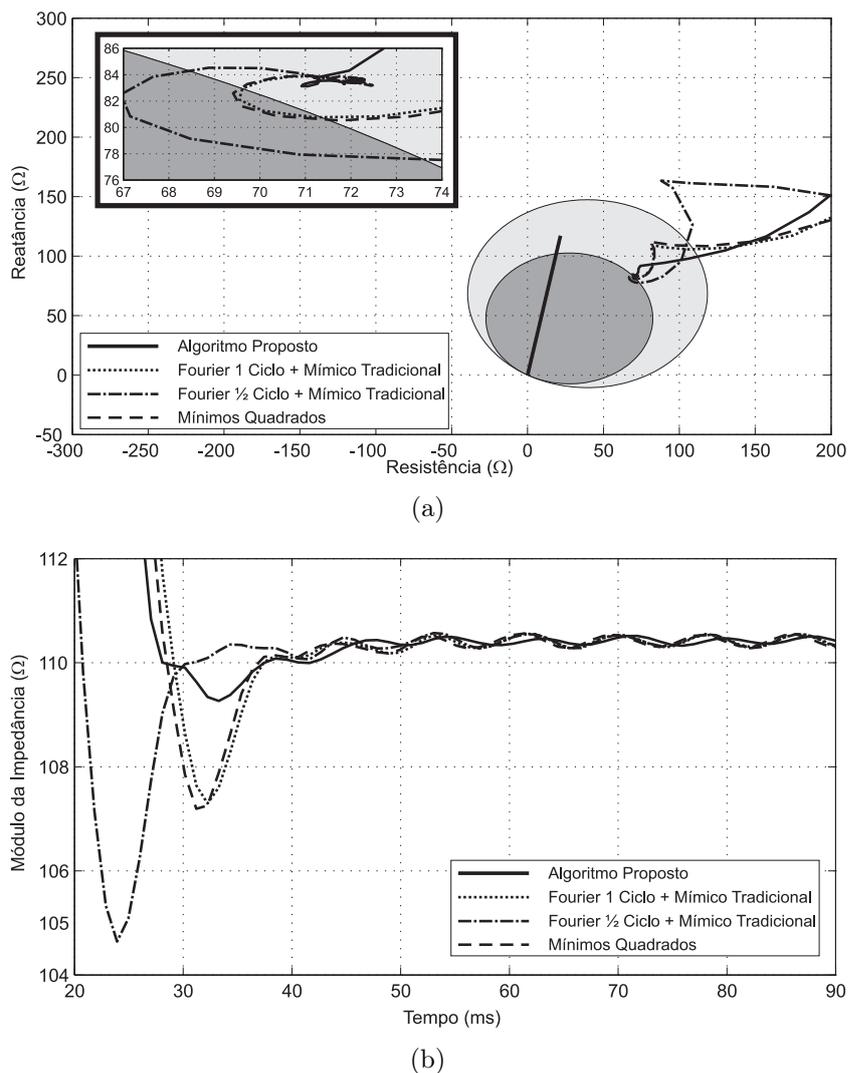


(b)



(c)

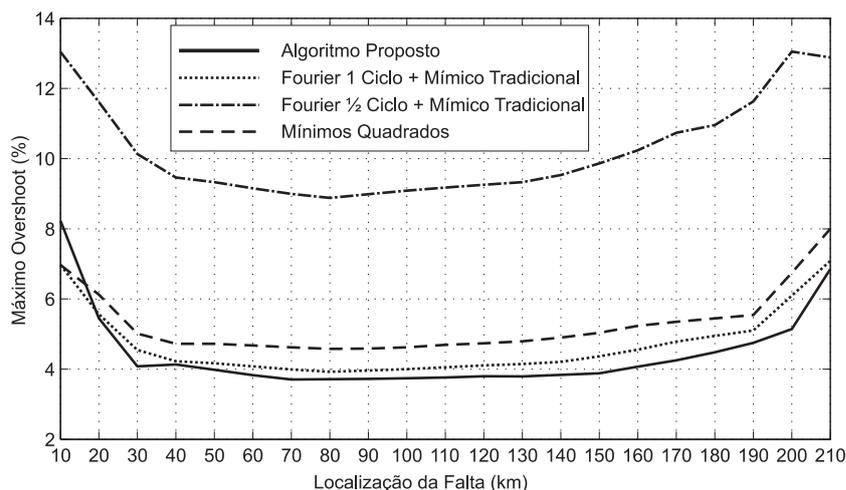
**Figura 7.14.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ, com resistência de falta de  $10 \Omega$  e ângulo de incidência de  $30^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra da subestação PAQ): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



**Figura 7.15.** Impedância aparente da unidade  $Z_{AT}$  do relé de distância para o caso da falta monofásica na fase A na linha 04L1 a 190 km da subestação PAQ: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé

**Tabela 7.5.** Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha 04L1 do sistema CHESF.

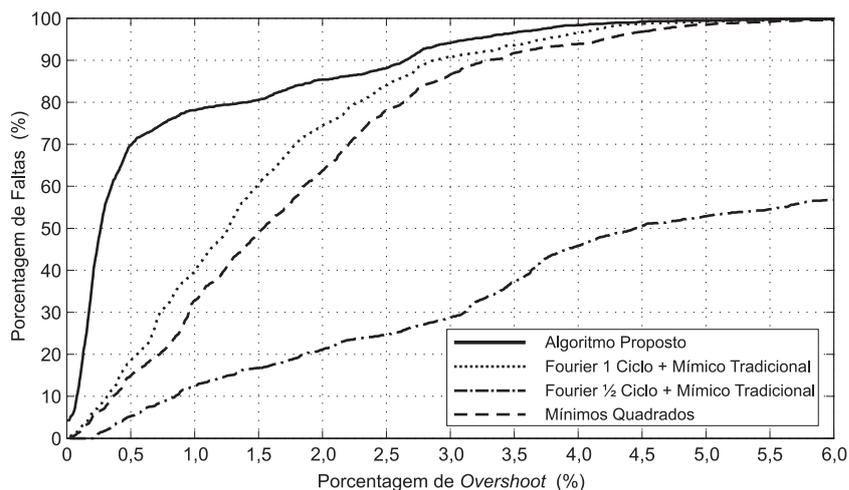
Variáveis de Simulação	Valores Escolhidos
Localização (km)	10, 20, 30, ..., 190, 200 e 210
Resistência de Falta ( $\Omega$ )	Fase-Fase: 1, 5 e 10 Fase-Terra: 10, 20 e 30
Ângulo de Incidência ( $^\circ$ )	30, 60 e 90
Tipo de Falta	AT-BT-CT-AB-AC-BC ABT-ACT-BCT-ABC



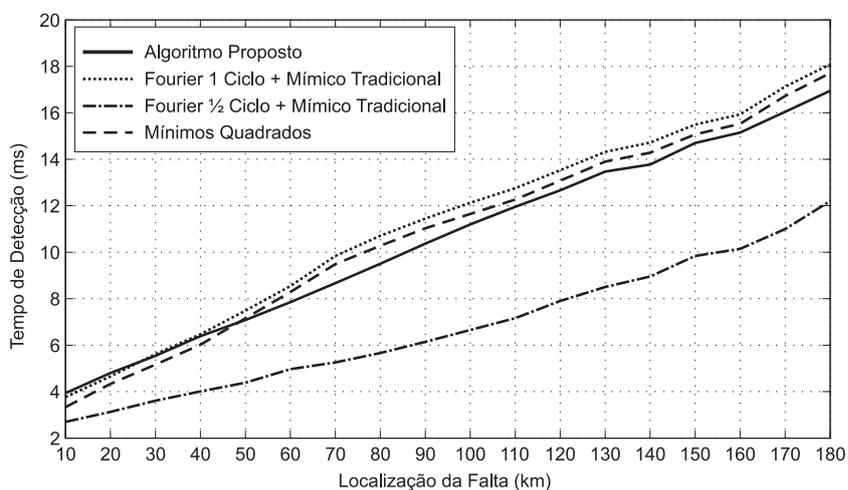
**Figura 7.16.** Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para a linha 04L1.

Os gráficos dos polígonos de frequência acumulada que relacionam as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos com cada um dos algoritmos avaliados, para o caso da linha 04L1 entre as subestações PAQ e AGD do sistema CHESF, são ilustrados na Figura 7.17. Analisando-se esta figura, observa-se que em 70,0% das faltas, o algoritmo proposto resultou num *overshoot* máximo de 0,5%, enquanto que o valor dessa porcentagem de faltas é de 18,5% e de 14,9% para os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 5,2% para o de Fourier de meio ciclo. De forma análoga, também observa-se que em 78,1% das faltas, o algoritmo proposto resultou num *overshoot* máximo de 1,0%, enquanto que o valor dessa porcentagem de faltas é de 39,7% e 32,8% para os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 12,5% para o de Fourier de meio ciclo. Isto indica que, na maioria dos casos, o algoritmo proposto foi superior aos algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo, no que concerne à eliminação da influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação do fasor, resultando na melhor operação do relé de distância.

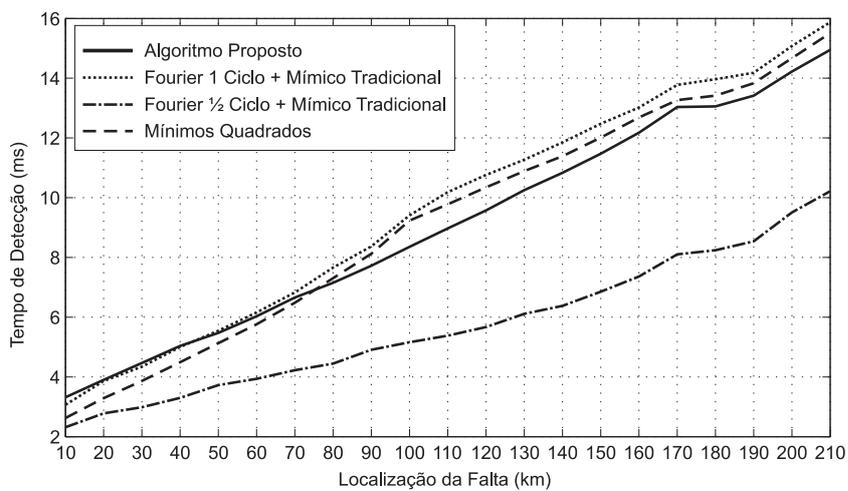
Nas Figuras 7.17, ilustram-se os tempos médios de detecção de falta por localização para a primeira e segunda zonas de proteção do relé de distância na subestação PAQ. Notadamente, o algoritmo proposto também proporciona para o modelo do sistema elétrico da CHESF tempos de detecção semelhantes aos dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, podendo ser mais rápido que estes em algumas situações.



**Figura 7.17.** Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as faltas simuladas na linha 04L1.



(a)



(b)

**Figura 7.18.** Tempo médio de detecção de falta na linha 04L1: (a) primeira zona e (b) segunda zona.

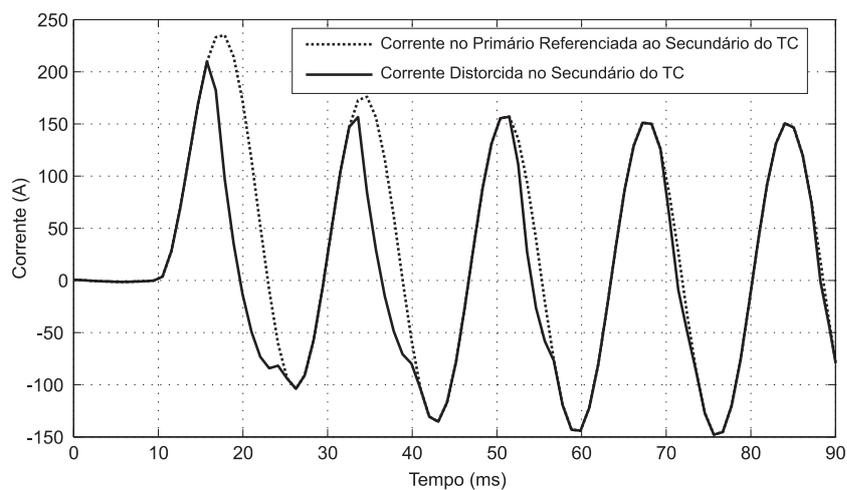
### 7.2.3 Simulação no Software ATP da Saturação do Núcleo de TCs

Conforme apresentado na Seção 4.4.3, há situações nas quais a corrente no primário de um TC pode exceder o seu valor de projeto, levando o equipamento à operar na região de não-linearidade da curva característica de magnetização de seu núcleo. Nestas situações, diz-se que o núcleo do TC encontra-se saturado, de modo que a corrente no seu enrolamento secundário não mais reproduz a forma de onda da corrente do primário.

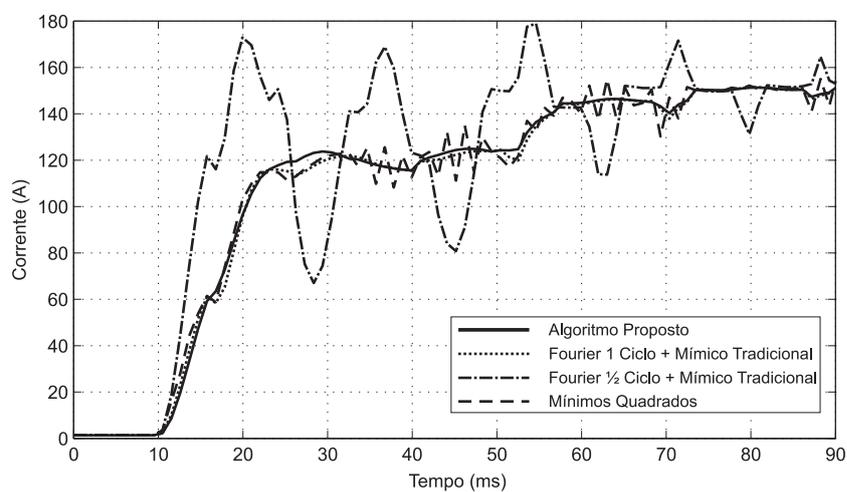
A forma de onda distorcida no enrolamento secundário de um TC com núcleo saturado possui, além da componente fundamental, forte incidência de harmônicas, sobretudo a segunda e terceira harmônicas (GANGADHARAN *et al.*, 2007). Assim, quando os fasores são estimados utilizando-se esta corrente distorcida, o algoritmo deve ser capaz de eliminar o efeito das harmônicas. Mesmo assim, devido à distorção na forma de onda, a amplitude do fasor estimado na frequência fundamental é menor do que o seu valor real, enquanto o núcleo do TC estiver operando na região de não-linearidade da sua curva característica de magnetização.

Nas Figuras 7.19 e 7.20, ilustram-se dois exemplos de correntes nos enrolamentos primário e secundário do TC com núcleo saturado. A estimação do fasor a partir da corrente distorcida no secundário é ilustrada nas Figuras 7.19(b) e 7.20(b), nas quais se observa que o algoritmo proposto tem um desempenho semelhante ao de Fourier de um ciclo. Por outro lado, o algoritmo de Fourier de meio ciclo apresenta erros na estimação devido à presença de harmônicas pares no sinal distorcido. Além disso, observou-se que o algoritmo dos mínimos quadrados apresentou algumas oscilações numéricas na estimação do fasor, conforme mencionado na Seção 7.2.1.

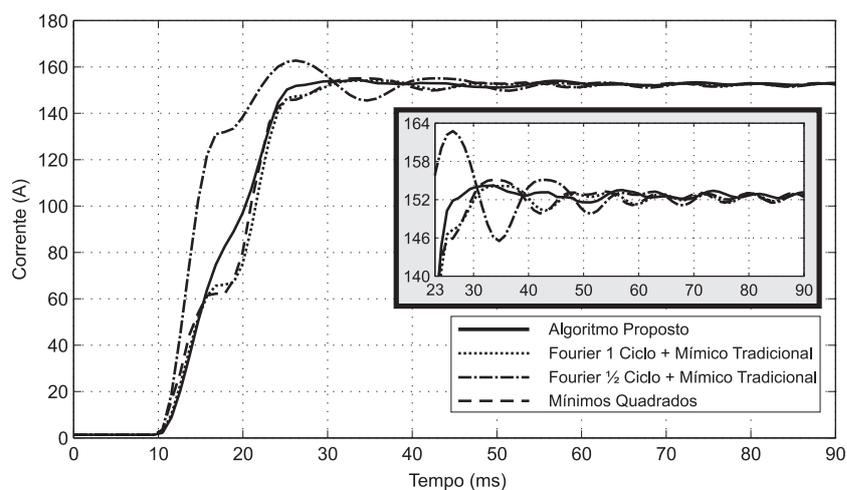
A amplitude reduzida do fasor corrente na frequência fundamental, devido às distorções ocasionadas pela saturação do núcleo do TC, pode tornar o relé de distância subalcançado. Nestas situações, não raro se utilizam algoritmos para corrigir a distorção na corrente do enrolamento secundário do TC (WISZNIEWSKI *et al.*, 2008; GUERRA; MOTA, 2007; SEGATTO; COURY, 2006). Caso isto seja feito, a estimação do fasor é corrigida, como mostrado na Figuras 7.19(c) e 7.20(c), nas quais são ilustradas as estimativas do fasor a partir da corrente no enrolamento primário referenciada ao secundário do TC. Notadamente, novamente para estes casos avaliados, o algoritmo proposto foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial e também apresentou uma resposta transitória mais suave.



(a)

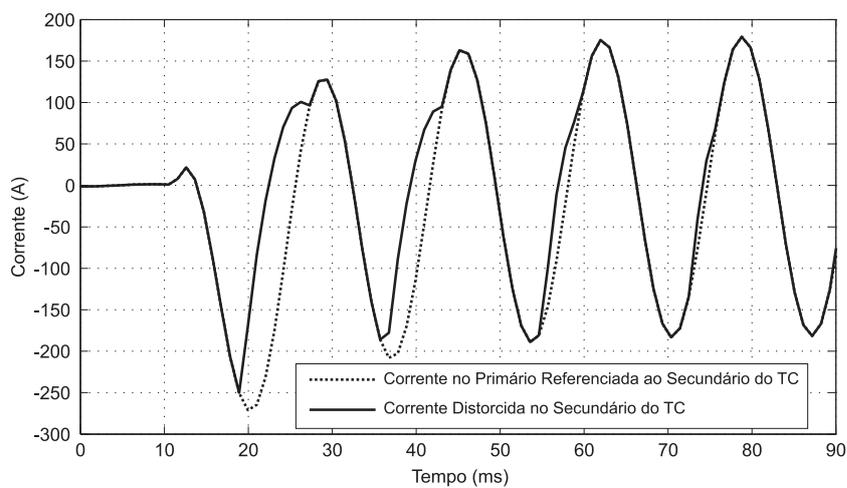


(b)

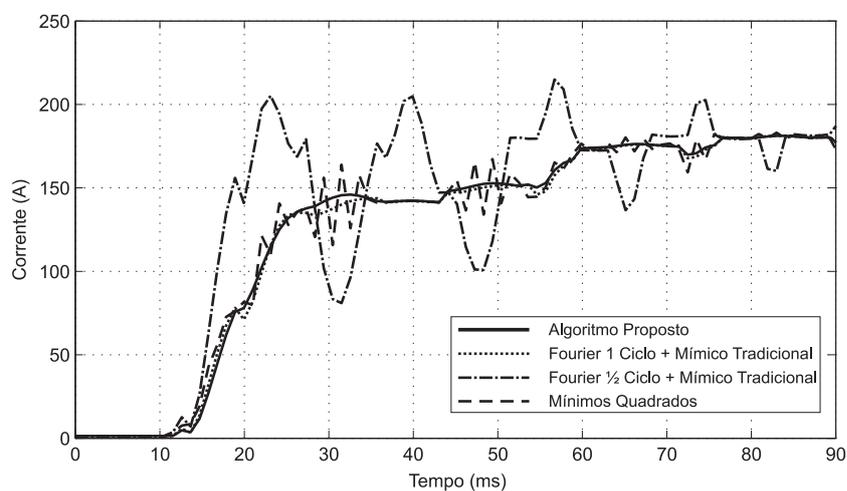


(c)

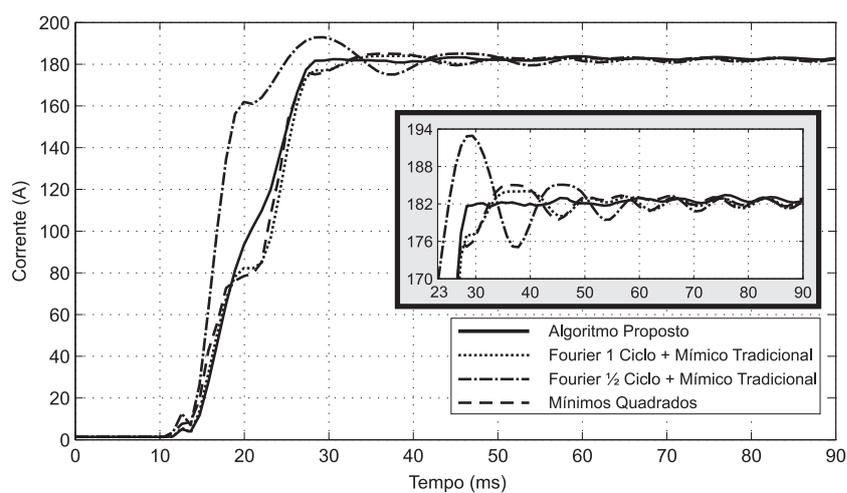
**Figura 7.19.** Exemplo de saturação do núcleo do TC: (a) Formas de onda das correntes no secundário e no primário do TC, referenciadas ao secundário; (b) estimativa do fasor utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimativa do fasor utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário.



(a)



(b)



(c)

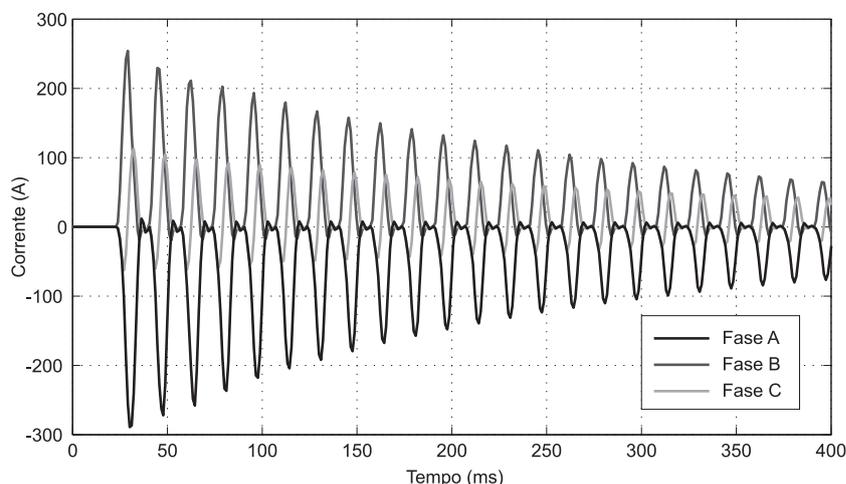
**Figura 7.20.** Exemplo de saturação do núcleo do TC: (a) Formas de onda das correntes no secundário e no primário do TC, referenciadas ao secundário; (b) estimativa do fasor utilizando a corrente distorcida do secundário; (c) estimativa do fasor utilizando a corrente do primário, referenciada ao secundário.

### 7.2.4 Simulação no Software ATP da Energização de Transformadores de Potência

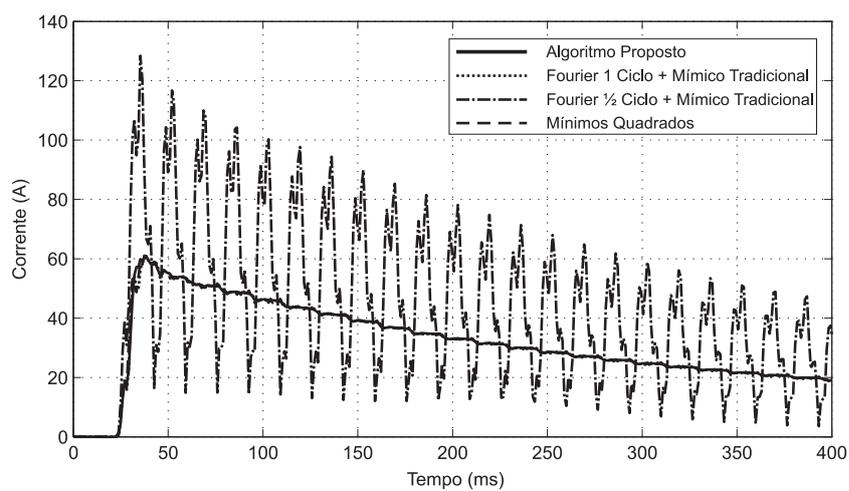
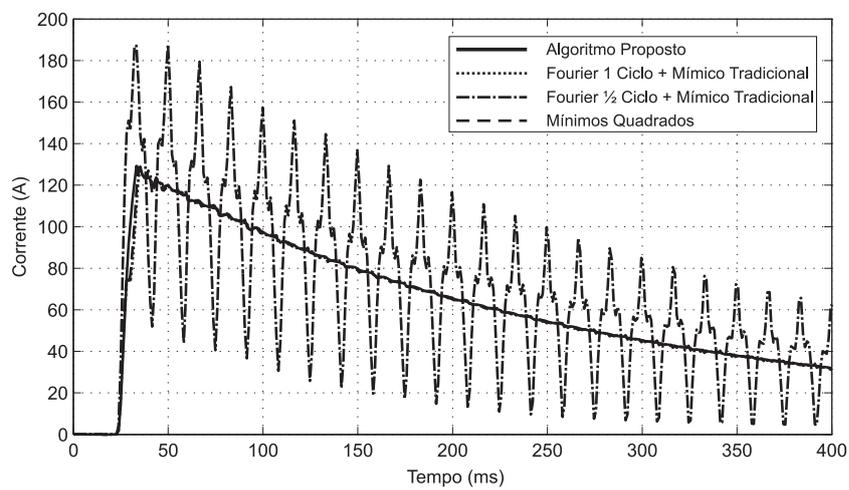
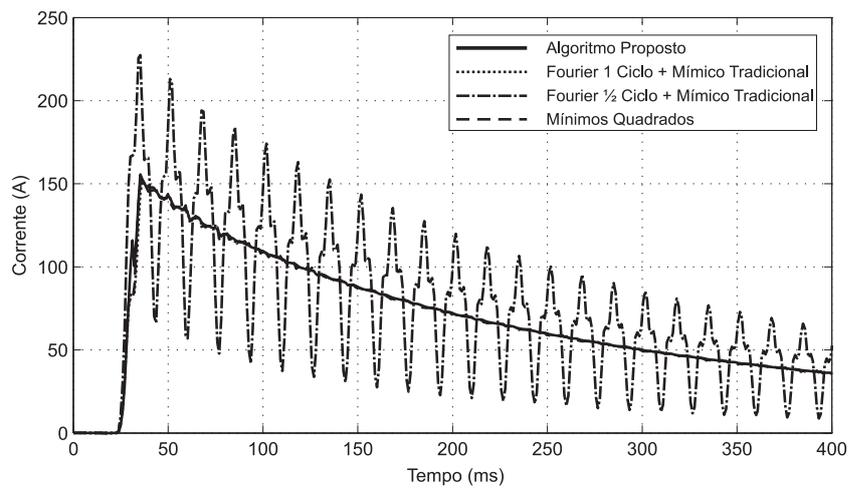
As manobras de energização de transformadores de potência podem provocar sobretensões e correntes de excitação transitória, mais conhecidas como correntes de *inrush*. Contudo, estas são mais críticas para a operação dos relés de proteção do que aquelas.

As correntes de *inrush* apresentam uma forte incidência de harmônicas, sobretudo a segunda e a terceira harmônicas, que, de acordo com Horowitz & Phadke (2008), não raro podem chegar a 70 % e 35 % da componente fundamental, respectivamente. Assim, a fim de evitar uma operação indevida dos relés, os algoritmos de estimação de fasores devem eliminar o efeito das harmônicas na estimação do fasor da frequência fundamental (MOONEY; SAMINENI, 2007; ZOCHOLL; BENMOUYAL, 1998).

Na Figura 7.21, ilustra-se um exemplo típico de correntes de *inrush* durante a energização de um transformador de 230 kV. Não raro nos primeiros ciclos após a energização, as correntes de *inrush* apresentam picos muito superiores à corrente nominal do transformador, os quais vão diminuindo até atingirem seus valores de regime permanente. Este transitório tem duração bastante longa e, dependendo da potência nominal do transformador, pode perdurar por vários segundos (D'AJUZ *et al.*, 1987). Nas Figuras 7.22, são ilustradas as estimativas dos fasores correntes nas três fases do sistema. Notadamente, o algoritmo de Fourier de meio ciclo é o que apresenta maior erro na estimação, devido ao fato de que ele não elimina as harmônicas pares. Por outro lado, o algoritmo proposto teve uma resposta muito semelhante a dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, não sendo afetado pela existência das harmônicas.



**Figura 7.21.** Exemplo típico de correntes de *inrush* durante a energização de um transformador de potência.



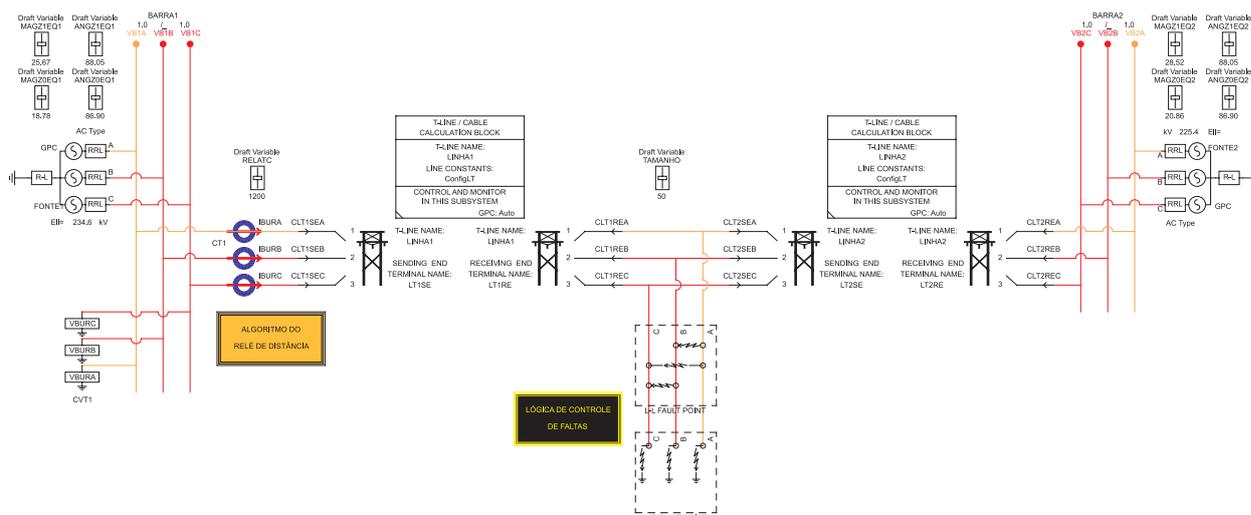
**Figura 7.22.** Exemplo da estimação da amplitude dos fasores das correntes de *inrush* durante a energização de um transformador de potência: (a) fase A, (b) fase B e (c) Fase C.

### 7.2.5 Simulação em Tempo Real de Faltas no Sistema Elétrico Simplificado

Um simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência é um equipamento que simula o sistema mediante o uso de modelos de seus componentes semelhantes aos encontrados em programas do tipo EMTP. A simulação é tida como em tempo real pelo fato de que as equações destes modelos são calculadas num intervalo de tempo muito menor que as constantes de tempo do sistema. Além disso, este tipo de equipamento permite a inclusão de dispositivos externos na simulação, mediante sua interface para entradas e saídas analógicas e digitais e para a troca de mensagens de rede padronizadas pela norma IEC 61850. Como resultado, ele permite a simulação do sistema em tempo real e em malha fechada, de modo que a operação dos dispositivos externos pode influenciar nos estados do sistema elétrico de potência durante a simulação. Assim, atualmente, este tipo de equipamento é tido como a ferramenta mais moderna para concepção, certificação e comissionamento de dispositivos de proteção, automação e controle de sistemas elétricos de potência.

A fim de avaliar a viabilidade de implementação em tempo real do algoritmo proposto, o mesmo foi implementado em simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência do fabricante RTDS Technologies, que disponibiliza um software denominado *Component Builder*<sup>®</sup>, o qual permite que o usuário crie novos componentes de controle e modelos de elementos do sistema elétrico de potência utilizando a linguagem de programação C, de modo que eles também possam ser usados na simulação em tempo real. Assim, este software foi utilizado para criar componentes que implementam as equações básicas do relé de distância utilizando os fasores estimados por cada um dos algoritmos avaliados.

O passo de cálculo do simulador RTDS<sup>™</sup> é fixo em  $50 \mu s$ , o que equivale a taxa de 333,333 amostras por ciclo da frequência fundamental de 60 Hz. O fato de que esta taxa não é inteira implica que o número de amostras em um ciclo pode variar a cada passo de cálculo, o que provoca um erro no processo de conversão da taxa de amostragem e, por consequência, na estimação do fasor. Assim, para converter os sinais para a taxa de 16 amostras por ciclo adotada nesta tese, além da filtragem *anti-aliasing*, utilizou-se um componente de controle disponibilizado pelo próprio fabricante RTDS Technologies que implementa um esquema de interpolação das amostras, a fim de corrigir os erros na conversão da taxa de amostragem.

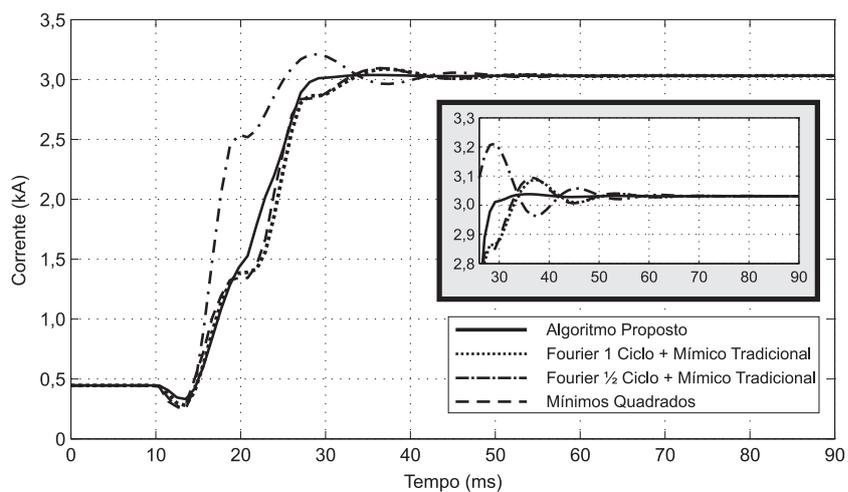


**Figura 7.23.** Diagrama do sistema elétrico simplificado de 230 kV criado na interface *Draft*<sup>®</sup> do RTDS<sup>™</sup>.

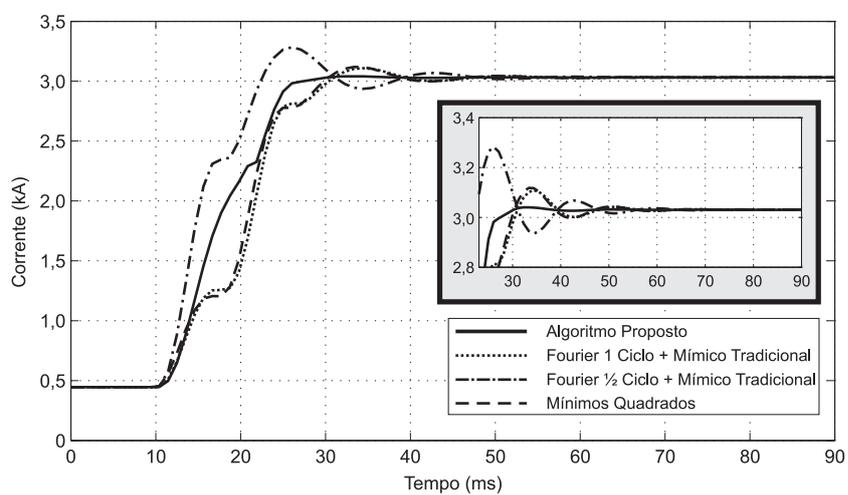
Na Figura 7.23, ilustra-se o diagrama do sistema elétrico simplificado de 230 kV criado na interface *Draft*<sup>®</sup>, que compõe o conjunto de softwares que dão suporte ao uso do RTDS<sup>™</sup>. Nela, definem-se as configurações dos elementos do sistema elétrico de potência e os componentes de controle que serão utilizados na simulação em tempo real. O modelo do relé de distância, considerado instalado na barra 1, avalia as tensões e correntes nos secundários dos modelos de TPC e TC disponibilizados pelo fabricante RTDS Technologies.

Na Figura 7.24, ilustram-se as amplitudes dos fasores corrente em cada fase do sistema, para o caso de uma falta trifásica a 70 km da barra 1. Notadamente, o algoritmo proposto foi o mais imune à componente DC de decaimento exponencial. Por outro lado, os algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um ciclo tiveram desempenho semelhante na eliminação dessa componente. O algoritmo de Fourier de meio ciclo, por sua vez, foi o mais afetado por essa componente. Além disso, assim como nos casos simulados no ATP, o algoritmo proposto apresentou uma resposta transitória mais suave, resultando na detecção da falta pelo relé num tempo de 10,20 ms. Por outro lado, este tempo foi de 11,95 ms e 12,05 ms para os algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um ciclo e de 6,75 ms para o de Fourier de meio ciclo.

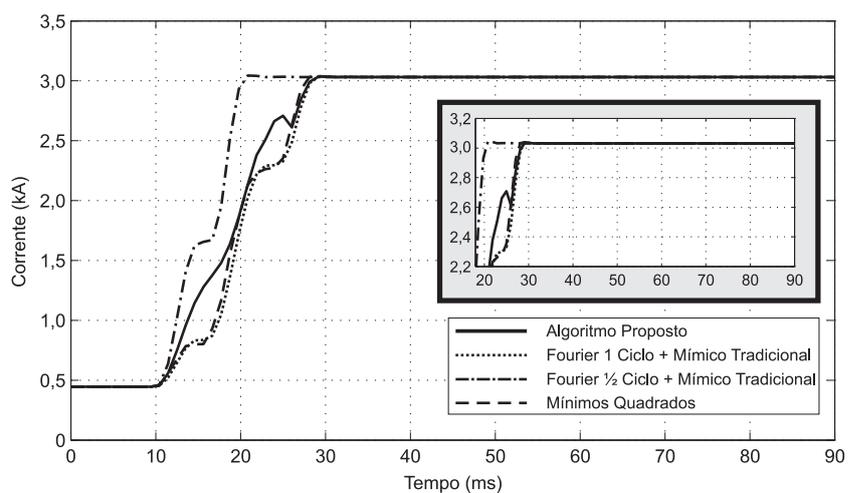
A impedância aparente vista pela unidade  $Z_{BT}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica a 70 km da barra 1 é ilustrada na Figura 7.27. Observa-se que o algoritmo proposto apresentou a trajetória da impedância mais suave na fase de transição entre os períodos de pré-falta e de falta. Além disso, a impedância calculada utilizando os fasores estimados com este algoritmo converge rapidamente para o valor de regime permanente de falta, enquanto que os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados provocam oscilações em torno desse valor.



(a)

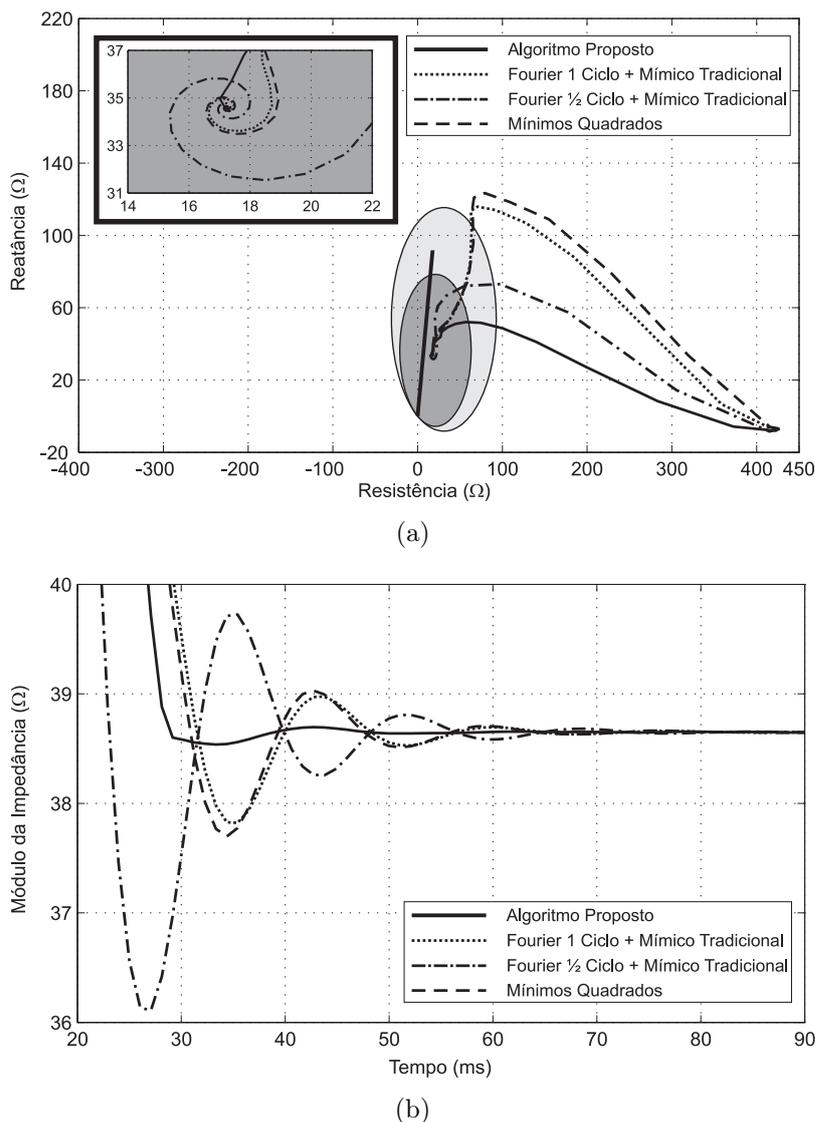


(b)



(c)

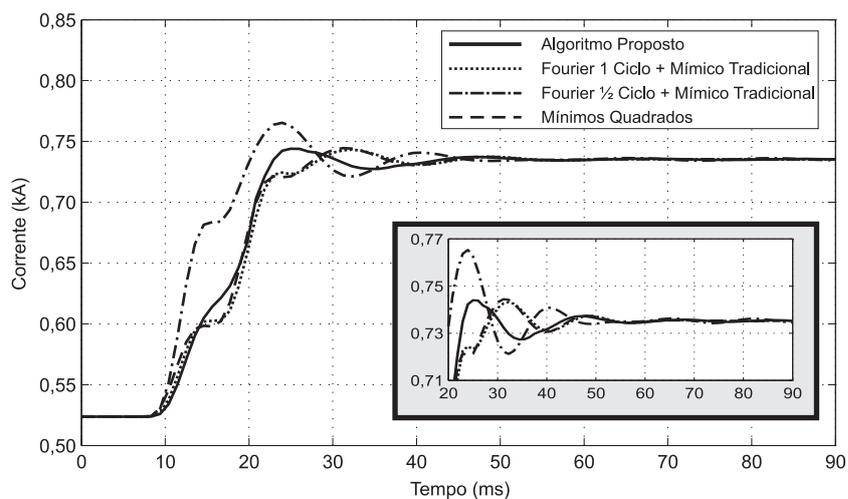
**Figura 7.24.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta trifásica a 70 km da barra 1, com resistência de falta de  $20 \Omega$  e ângulo de incidência de  $135^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



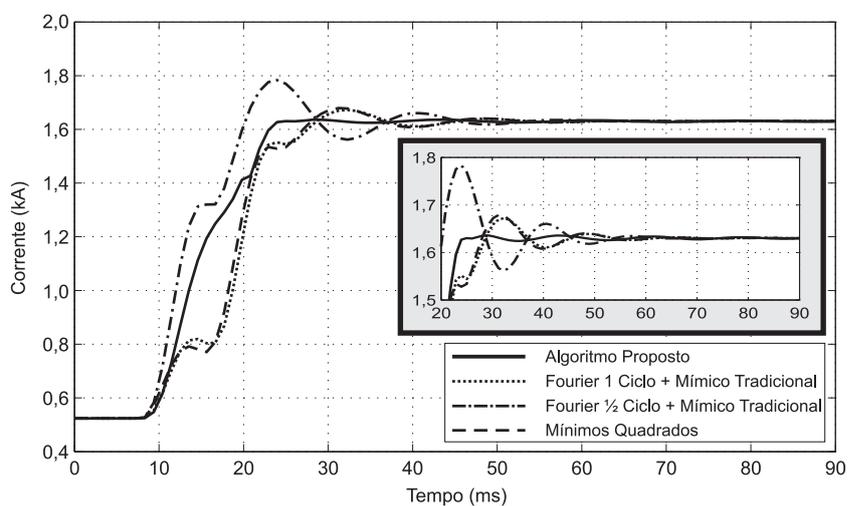
**Figura 7.25.** Impedância aparente da unidade  $Z_{BT}$  do relé de distância para o caso da falta trifásica simulada no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado: (a) trajetória no diagrama  $R-X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé

Outro exemplo de avaliação da resposta no tempo dos algoritmos de estimação de fasores é apresentado na Figura 7.26, na qual são ilustradas as amplitudes dos fasores corrente em cada fase do sistema, para o caso de uma falta monofásica na fase B a 154 km da barra 1. Novamente, o algoritmo proposto foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial, o que pode ser observado na Figura 7.26(b) referente a fase envolvida na falta. Além disso, a sua resposta transitória foi mais suave e mais rápida do que a dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados.

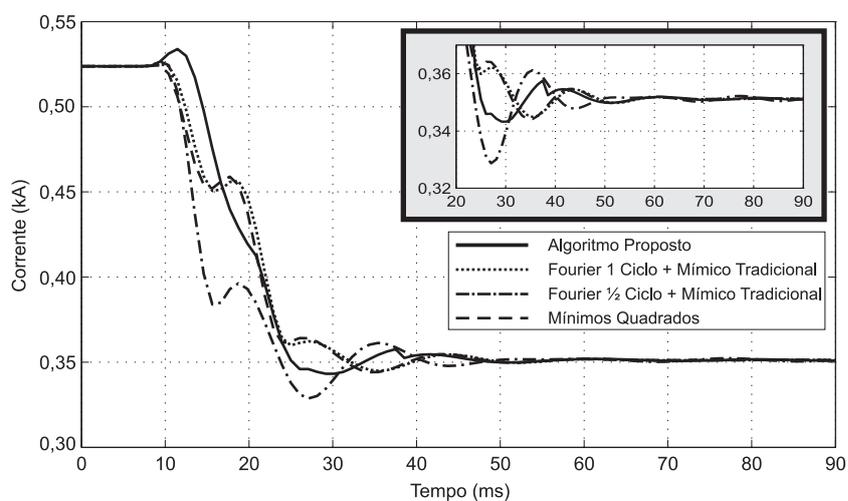
A impedância aparente vista pela unidade  $Z_{BT}$  do relé para o caso da falta monofásica na fase B a 154 km é apresentada na Figura 7.27. Este é mais um caso no qual o relé não deveria operar em sua primeira zona, pois a falta está fora do alcance dessa zona, que é de 85% do



(a)

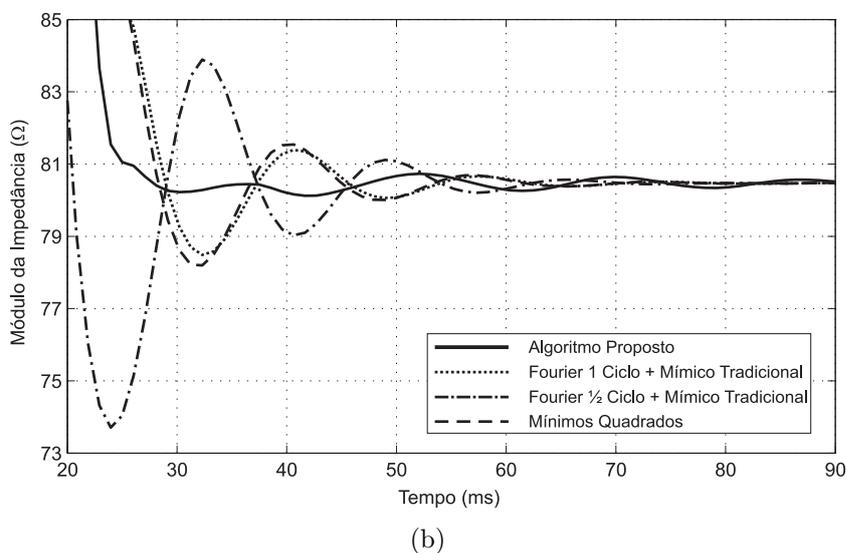
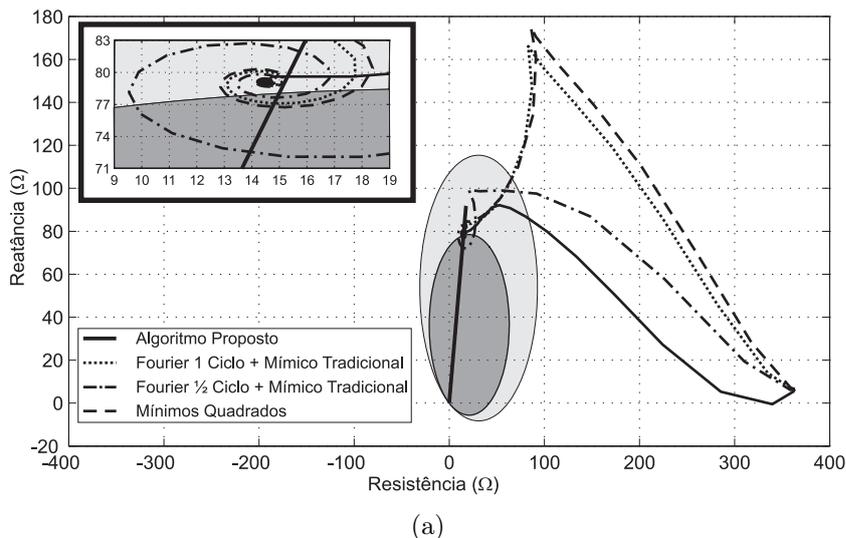


(b)



(c)

**Figura 7.26.** Amplitude do fasor corrente estimado para uma falta monofásica na fase B à 154 km da barra 1, com resistência de falta de  $0,1 \Omega$  e ângulo de incidência de  $135^\circ$  (com referência na tensão da fase A da barra 1): (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



**Figura 7.27.** Impedância aparente da unidade  $Z_{BT}$  do relé de distância para o caso da falta monofásica na fase B simulada no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado: (a) trajetória no diagrama  $R$ - $X$  e (b) Módulo da impedância aparente vista pelo relé

comprimento total da linha. Contudo, devido à influência da componente DC de decaimento exponencial, a impedância aparente calculada a partir dos fasores estimados com os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados fica oscilado em torno de seu valor de regime permanente de falta. Como resultado, a impedância aparente é vista dentro da primeira zona do relé, o que pode causar uma operação indevida do relé e, por consequência, a perda de seletividade e coordenação do sistema de proteção. Por outro lado, isto não acontece com a impedância calculada a partir dos fasores estimados com o algoritmo proposto, já que ela converge rapidamente para seu valor de regime. Além disso, observa-se que o algoritmo proposto apresentou uma trajetória da impedância na transição dos períodos de pré-falta e de falta mais suave do que os outros algoritmos avaliados.

Assim como para os casos simulados no ATP, foi realizado um levantamento estatístico do desempenho dos algoritmos de estimação de fasores avaliados para um grande número de faltas simuladas no RTDS<sup>TM</sup>. Na Tabela 7.6, são apresentados os valores para as variáveis que foram usadas para a geração do conjunto de faltas. A partir da combinação dessas variáveis, foram simuladas um total 1530 faltas, sendo 90 a cada 10 km da linha avaliada.

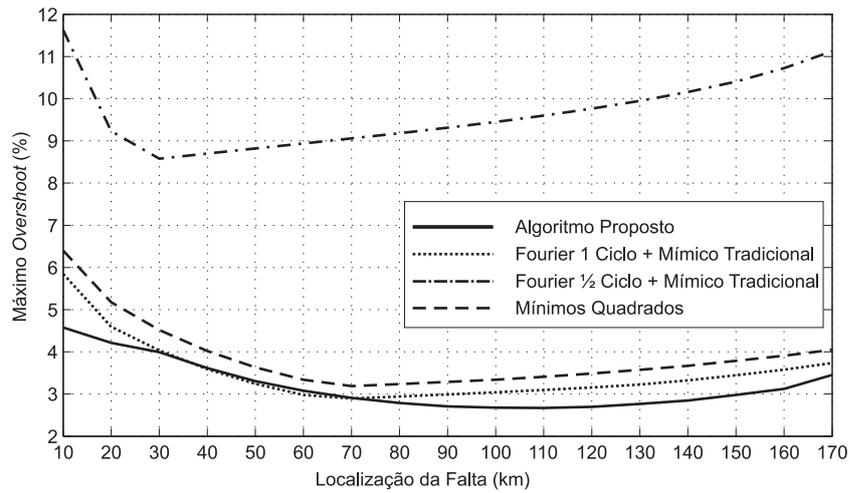
Os máximos *overshoots* percentuais obtidos na estimação dos fasores corrente para cada localização são ilustrados na Figura 7.28. Notadamente, o algoritmo proposto apresentou melhor desempenho do que os algoritmos tradicionais. O máximo *overshoot* obtido com o algoritmo proposto foi de 4,6 %, enquanto que para os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados foi 5,8 % e 6,4 %, respectivamente, e 11,6 % para o de Fourier de meio ciclo.

Na Figura 7.29, ilustram-se os gráficos dos polígonos de frequência acumulada que relacionam as faltas e os *overshoots* percentuais obtidos para cada um dos algoritmos avaliados. Observa-se, por exemplo, que em 68,0 % das faltas, o algoritmo proposto resultou num *overshoot* máximo de 0,5 %, enquanto que o valor dessa porcentagem de faltas é de 24,5 % e de 20,3 % para os algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, respectivamente, e 12,5 % para o algoritmo de Fourier de meio ciclo. Isto indica que, também para a maioria dos casos simulados no RTDS<sup>TM</sup>, o algoritmo proposto foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial, confirmando os resultados obtidos para os casos simulados no ATP.

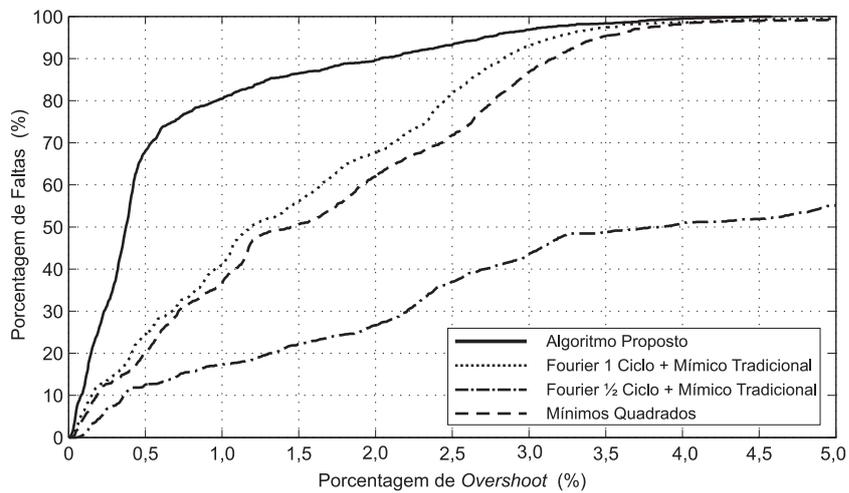
Na Figura 7.30, ilustram-se os tempos médios de detecção de falta por localização para a primeira zona de proteção do relé de distância. Notadamente, o algoritmo proposto também proporciona para o modelo do sistema elétrico simplificado simulado no RTDS<sup>TM</sup> tempos de detecção semelhantes aos dos algoritmos de Fourier de um ciclo e dos mínimos quadrados, podendo ser mais rápido que estes em algumas situações.

**Tabela 7.6.** Variáveis de simulação usadas para gerar as faltas na linha de transmissão avaliada.

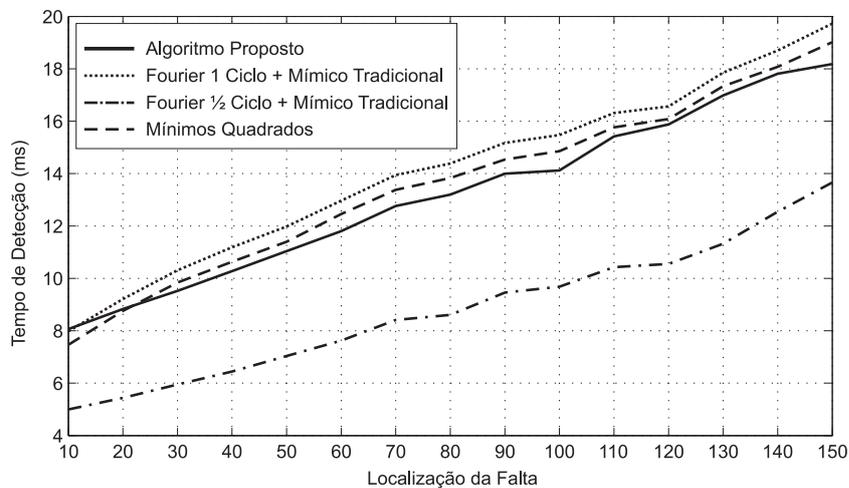
Variáveis de Simulação	Valores Escolhidos
Localização (km)	10, 20, 30 . . . , 160 e 170
Resistência de Falta ( $\Omega$ )	Fase-Fase: 1, 10 e 20 Fase-Terra: 25, 35 e 45
Ângulo de Incidência ( $^\circ$ )	15, 75 e 135
Tipo de Falta	AT-BT-CT-AB-AC-BC ABT-ACT-BCT-ABC



**Figura 7.28.** Máximo *overshoot* percentual na estimação da amplitude do fasor corrente para o sistema simplificado simulado no RTDS<sup>TM</sup>.



**Figura 7.29.** Gráfico do polígono de frequência acumulada que relaciona as falhas e os *overshoots* percentuais obtidos para todas as falhas simuladas no RTDS<sup>TM</sup> para o sistema elétrico simplificado.



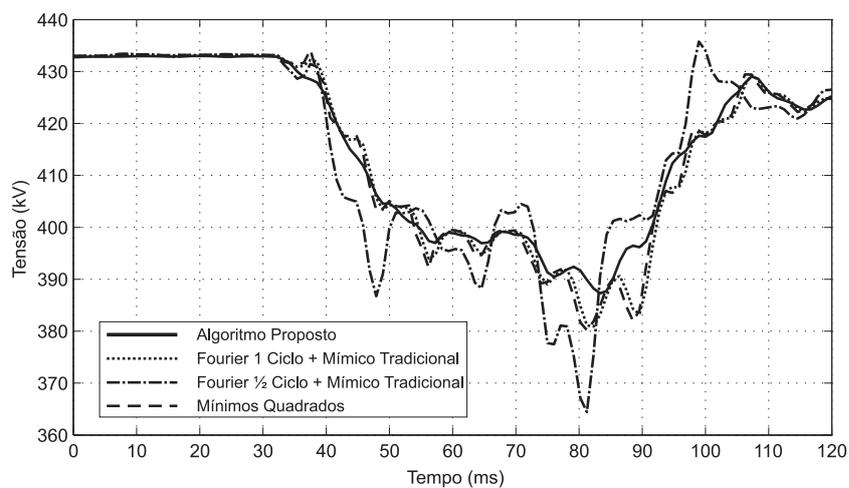
**Figura 7.30.** Tempo médio de detecção de falta para o sistema elétrico simplificado simulado no RTDS<sup>TM</sup>.

### 7.2.6 Faltas Reais no Sistema Elétrico da CHESF

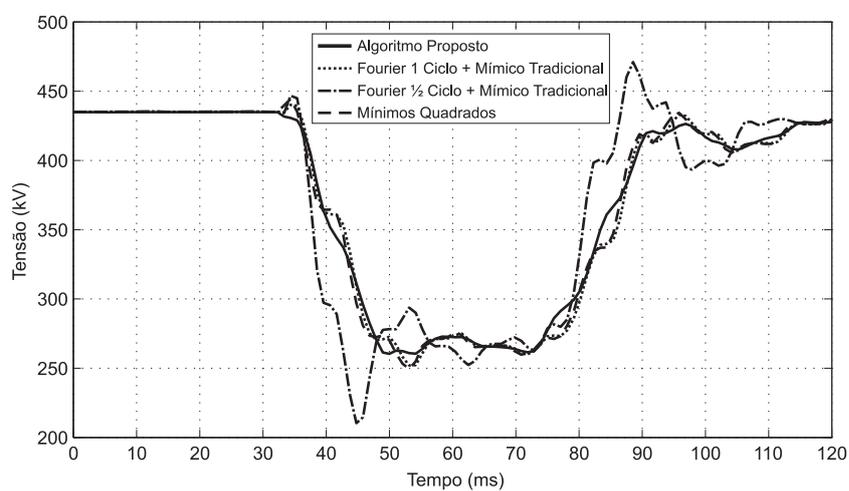
Os algoritmos de estimação de fasores foram avaliados para sinais de tensão e corrente referentes a registros oscilográficos de faltas reais ocorridas no sistema elétrico da CHESF, os quais foram capturados por registradores digitais de perturbação (RDPs). Dentre os registros avaliados, foram escolhidos três para ilustrar o desempenho dos algoritmos, a saber:

- Uma falta bifásica para a terra entre as fases B e C ocorrida em fevereiro de 2005 na linha 05V9 de 500 kV e 334 km, entre as subestações de Teresina II (TSD) e Sobral III (SBT). A causa do defeito foi apontada como uma descarga atmosférica ocorrida a 154 km da subestação TSD. Houve atuação correta das proteções primárias dos relés de distância nas subestações TSD e SBT, sendo a falta completamente extinta em 2,8 ciclos.
- Uma falta trifásica ocorrida em fevereiro de 2005 na linha 04F1 de 230 kV e 190 km, entre as subestações de Teresina (TSA) e Peritório Coelho Neto (PER). A falta foi identificada a 38 km da subestação TSA, havendo atuação correta da proteção de primeira zona do relé de distância na subestação TSA, abrindo o disjuntor em 3,5 ciclos.
- Uma falta monofásica na fase B ocorrida em julho de 2005 na linha 03L1 de 138 kV e 117,5 km, entre as subestações de Campina Grande II (CGD) e Santa Cruz II (STD). A falta foi provocada por isoladores danificados por vandalismo nas estruturas localizadas a 29 km da subestação CGD. Houve atuação correta da proteção primária do relé de distância da subestação CGD, abrindo os disjuntores em 3,9 ciclos.

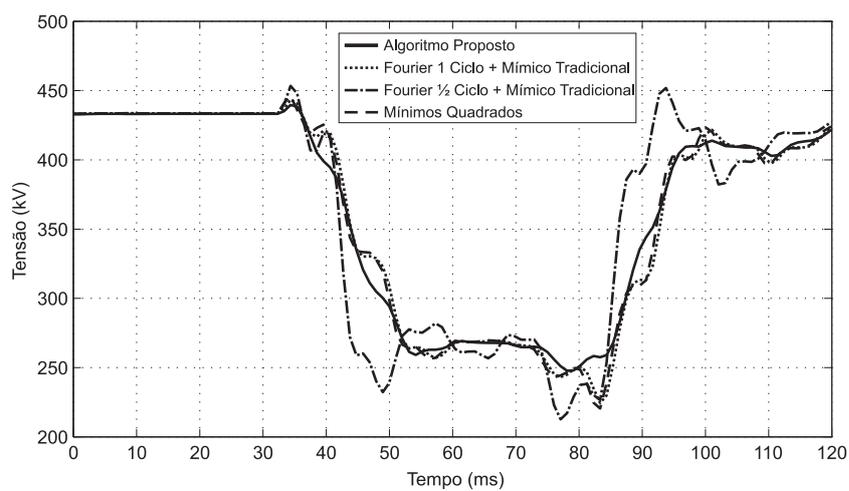
As Figuras de 7.31 a 7.36 são referentes aos sinais de tensão e corrente no sistema para as três faltas analisadas, os quais foram capturados por RDPs a uma taxa de 256 amostras por ciclo. Assim, para avaliar os algoritmo de estimação de fasores, foi necessário converter esses sinais para a taxa de 16 amostras por ciclo. Contudo, para evitar o efeito de sobreposição de espectro, os sinais foram filtrados com um filtro digital equivalente a um passa-baixas analógico do tipo Butterworth de terceira ordem com frequência de corte em 150,3 Hz. Observa-se que, assim como para às faltas simuladas, de um modo geral, o algoritmo proposto se mostrou mais imune à componente DC de decaimento exponencial do que os algoritmos tradicionais, além de apresentar uma resposta transitória mais suave que estes.



(a)

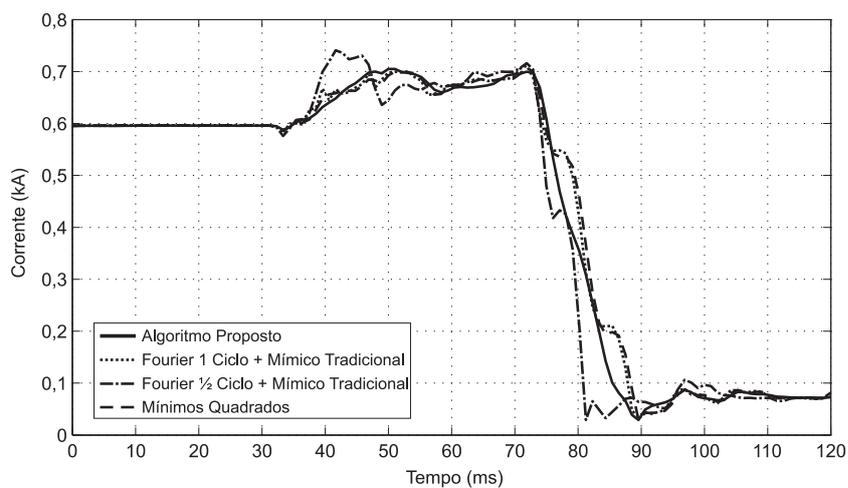


(b)

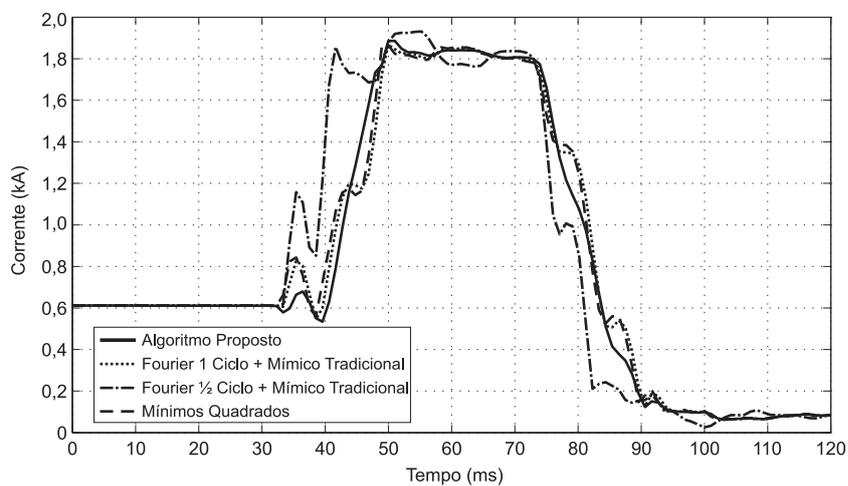


(c)

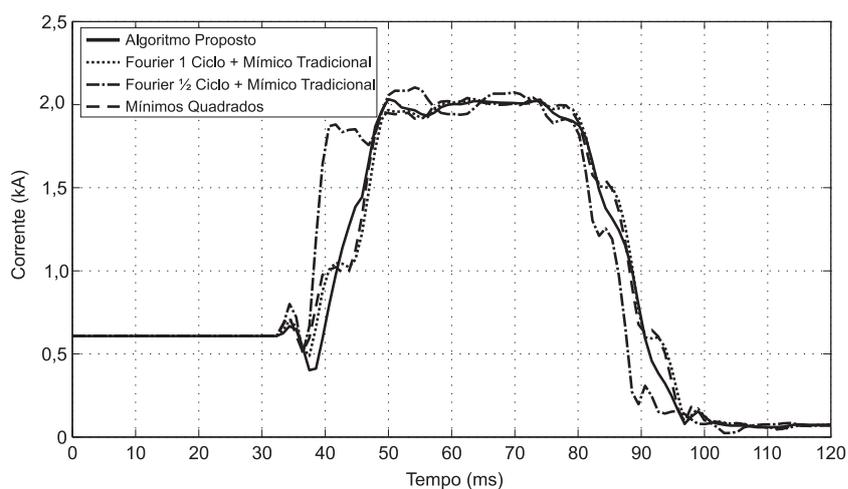
**Figura 7.31.** Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação FZD instalado na linha 05V7 de 500 kV, para a falta bifásica para a terra entre as fase B e C ocorrida na linha 05V9 de 500 kV entre as subestações FZD e SBT: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



(a)

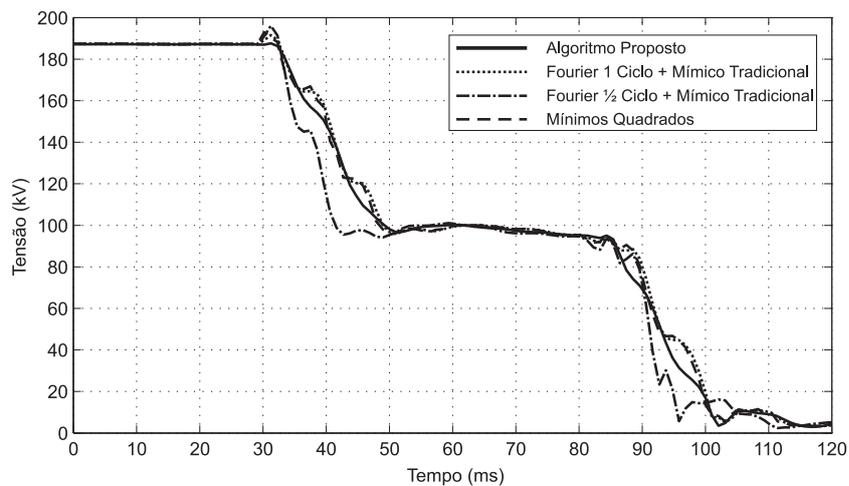


(b)

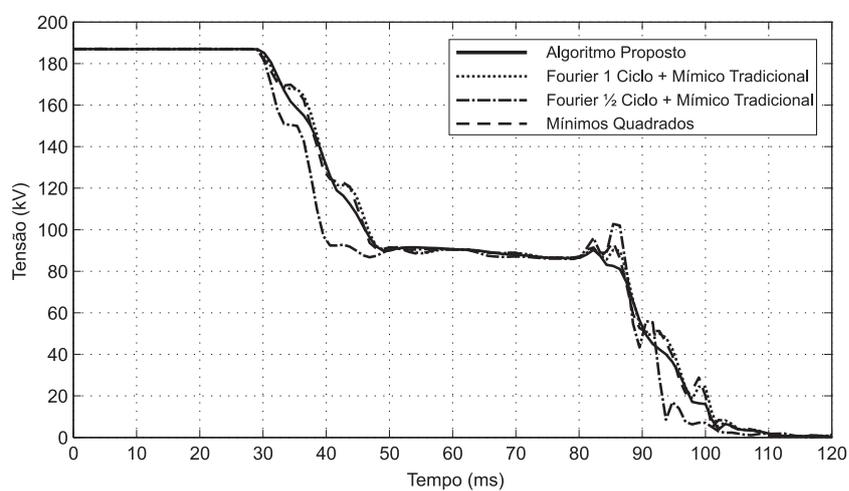


(c)

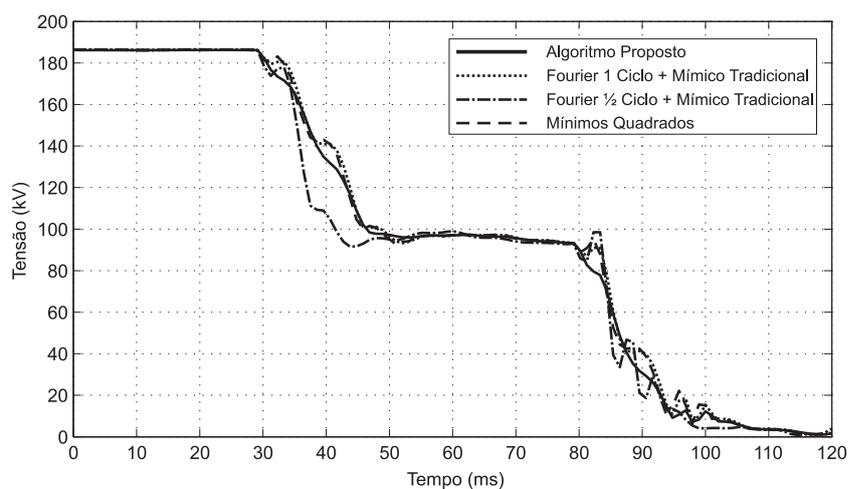
**Figura 7.32.** Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação FZD instalado na linha 05V7 de 500 kV, para a falta bifásica para a terra entre as fase B e C ocorrida na linha 05V9 de 500 kV entre as subestações FZD e SBT: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



(a)

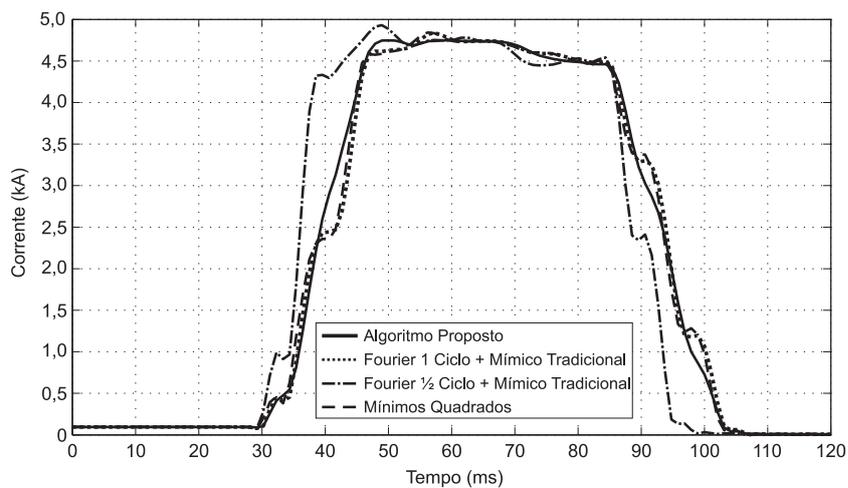


(b)

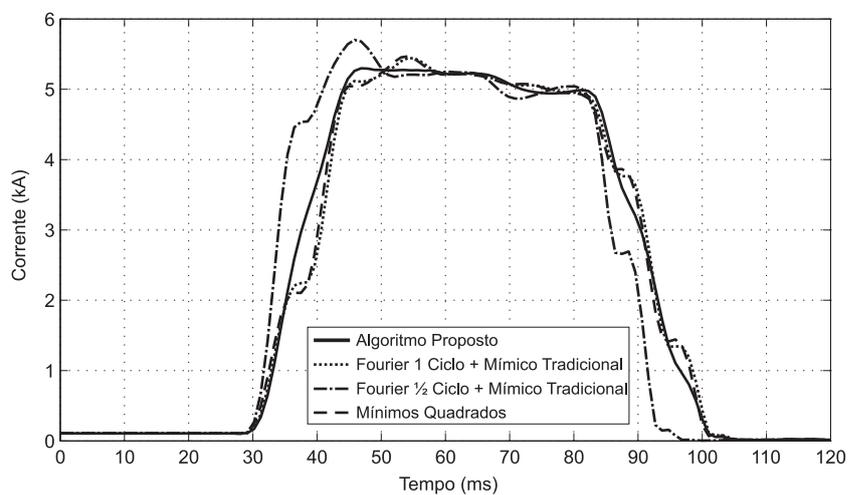


(c)

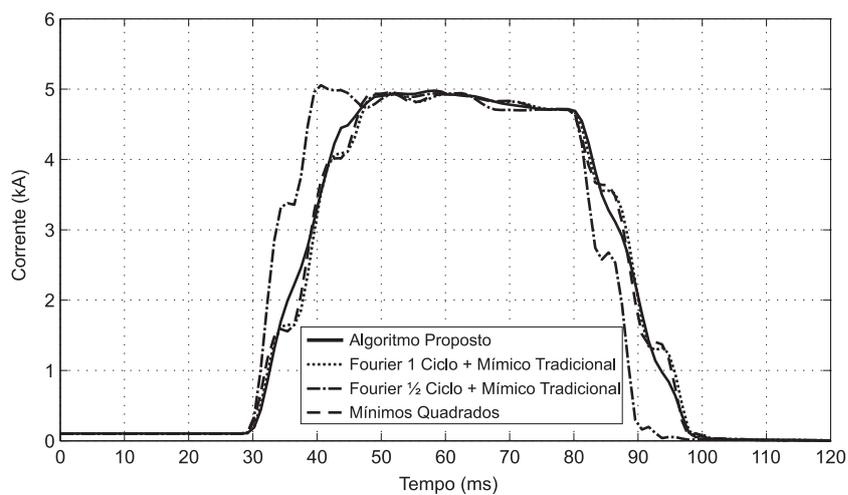
**Figura 7.33.** Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação TSA, para a falta trifásica ocorrida na linha 04F1 de 230 kV entre as subestações TSA e PER: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



(a)

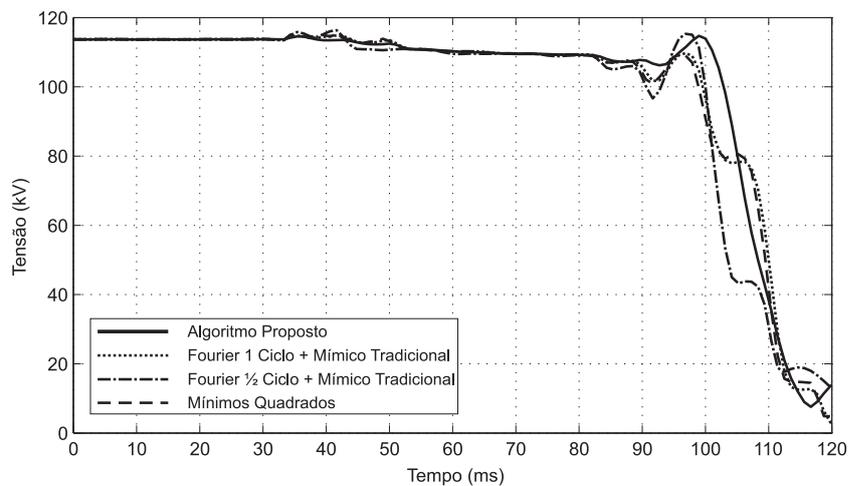


(b)

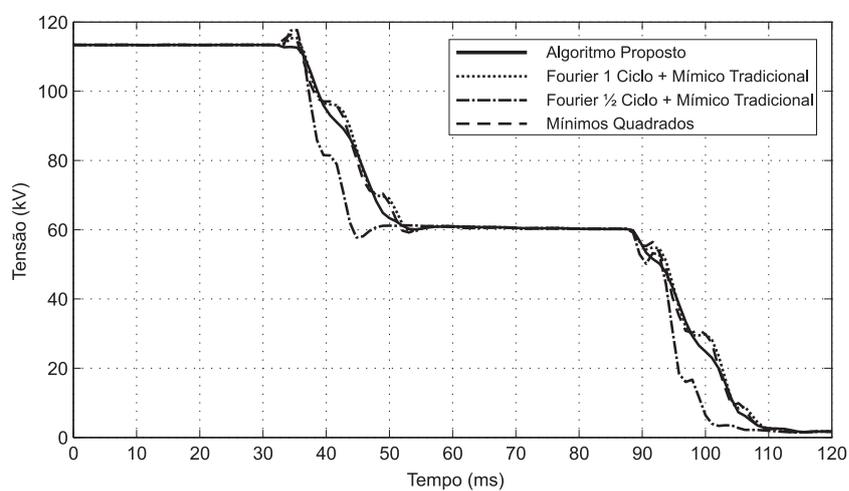


(c)

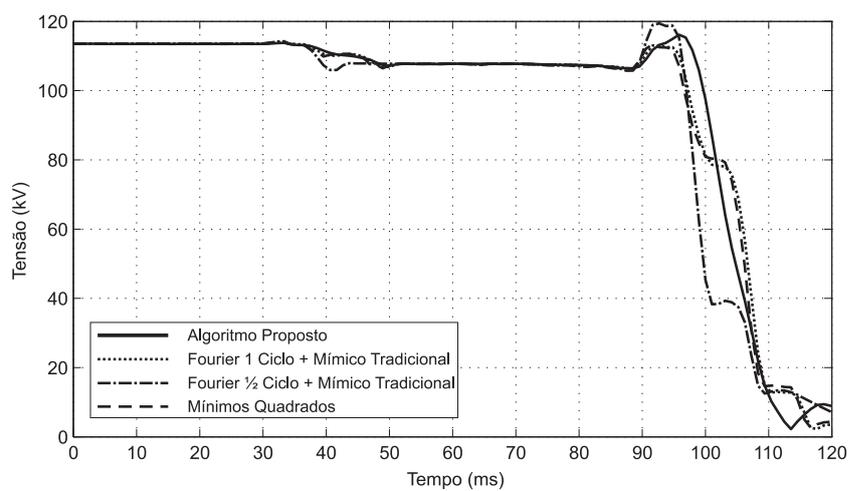
**Figura 7.34.** Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação TSA, para a falta trifásica ocorrida na linha 04F1 de 230 kV entre as subestações TSA e PER: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



(a)

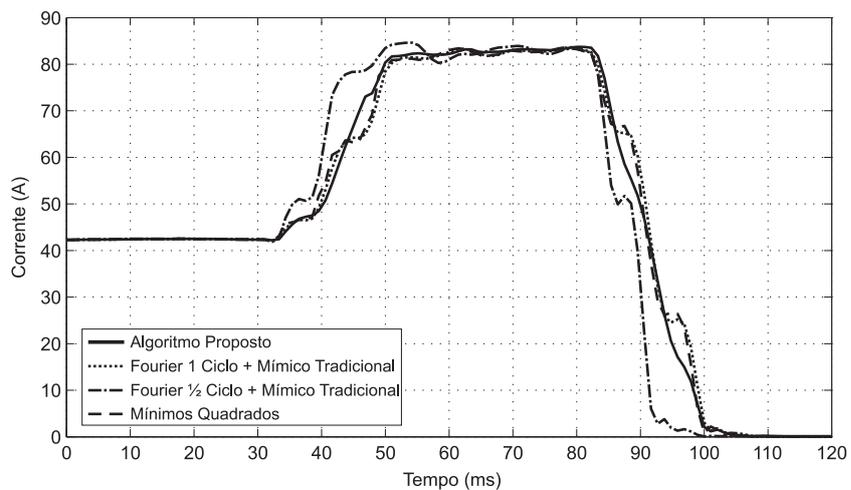


(b)

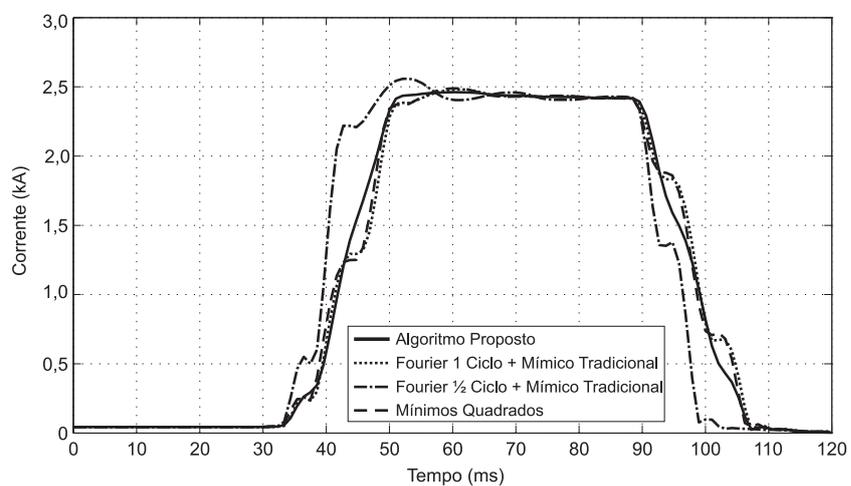


(c)

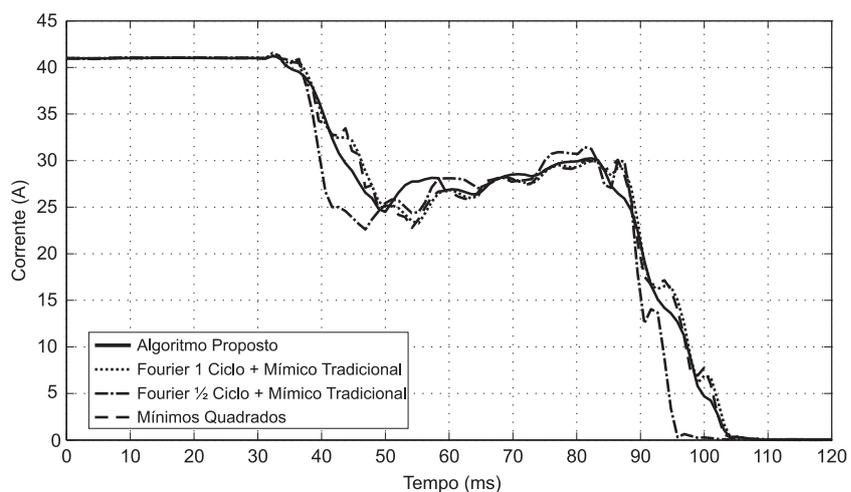
**Figura 7.35.** Amplitude dos fasores das tensões vistas pelo RDP na subestação CGD, para a falta monofásica na fase B ocorrida na linha 03L1 de 138 kV entre as subestações CGD e STD: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.



(a)



(b)



(c)

**Figura 7.36.** Amplitude dos fasores das correntes vistas pelo RDP na subestação CGD, para a falta monofásica na fase B ocorrida na linha 03L1 de 138 kV entre as subestações CGD e STD: (a) fase A; (b) fase B; (c) fase C.

### 7.3 RESUMO

Neste capítulo, foram apresentados e analisados os resultados obtidos da comparação das respostas em frequência e no tempo do algoritmo de estimação de fasores proposto com as dos tradicionais algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo, combinados com o filtro mímico de Benmouyal (1995). Para tanto, foram utilizados sinais de tensão e corrente referentes à faltas simuladas em um programa do tipo EMTP e em um simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência, bem como faltas reais ocorridas no sistema elétrico da CHESF.

A partir da análise dos resultados obtidos, verifica-se que o algoritmo proposto foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial, apresentando menores *overshoots* na estimação do fasor e uma resposta transitória mais suave entre as fases de pré-falta e de falta. Além disso, ele não é afetado pelas harmônicas presentes nos sinais, é menos afetado pelas interharmônicas do que os algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados e, em algumas situações, pode ser mais rápido do que os algoritmos tradicionais de um ciclo.

Outra característica importante do algoritmo proposto está no fato de que, como a componente DC de decaimento exponencial pode ser diferente para cada sinal de tensão e corrente, o uso particularizado do filtro mímico adaptativo para cada sinal melhora significativamente a eliminação desta componente nos sinais. Como resultado, na maioria dos casos, as impedâncias aparentes vistas pelas unidades de impedância do relé de distância, calculadas a partir dos fasores estimados com o algoritmo proposto, apresentam menos oscilações e convergem mais rapidamente para o seu valor de regime permanente de falta, o que melhora sobremaneira a operação do relé de distância.

# CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Um algoritmo de estimação de fasores foi proposto nesta tese, o qual utiliza filtros ortogonais, projetados com uma técnica inédita, em conjunto com um novo filtro mímico adaptativo.

Mediante a utilização da técnica de projeto de filtros proposta, é possível obter filtros ortogonais de um ciclo que combinem as características de filtragem da TWDR e do algoritmo dos mínimos quadrados. Este projeto é feito off-line e é independente da taxa de amostragem e da wavelet mãe escolhida, resultando em diferentes filtros, a depender da escolha dos parâmetros de projeto.

O filtro mímico adaptativo proposto é obtido basicamente de uma estratégia de ajuste adaptativo dos parâmetros do tradicional filtro mímico digital de Benmouyal (1995), a fim de eliminar a influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação dos fasores. Para tanto, calcula-se a constante de tempo de decaimento da componente DC a partir das amostras do sinal avaliado.

As respostas em frequência e no tempo do algoritmo de estimação de fasores proposto foram comparadas com as dos tradicionais algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um e de meio ciclo. Para tanto, os filtros de Fourier foram combinados com o filtro mímico tradicional, enquanto que os filtros dos mínimos quadrados, por sua vez, foram obtidos mediante a inclusão da aproximação linear da componente DC de decaimento exponencial no modelo de estimação do sinal e pela consideração de todas as amostras em um ciclo do sinal.

Um grande número de faltas em linhas de transmissão foram simuladas em um programa do tipo EMTP e em um simulador digital em tempo real de sistemas elétricos de potência, a fim de se levantar parâmetros estatísticos de comparação entre os algoritmos de estimação de fasores avaliados. Os resultados obtidos indicam que o algoritmo proposto é, na maioria dos casos, mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial do que os

tradicionais algoritmos de Fourier e dos mínimos quadrados. Além disso, ele não é afetado pelas harmônicas presentes nos sinais, é menos afetado pelas interharmônicas e, em algumas situações, pode ser mais rápido do que os algoritmos tradicionais de um ciclo.

Outra característica importante do algoritmo proposto está no fato de que ele possui resposta transitória mais suave e com menos oscilações do que os algoritmos tradicionais. Como resultado, as impedâncias aparentes vistas pelas unidades de impedância do relé de distância, calculadas a partir dos fasores estimados com o algoritmo proposto, convergem mais rápida e suavemente para o seu valor de regime permanente de falta. Isto melhora sobremaneira a operação do relé de distância, evitando sua operação indevida em algumas situações.

Os algoritmos de estimação de fasores também foram avaliados para o caso das correntes distorcidas no enrolamento secundário de TCs com núcleo saturado e para as correntes de *inrush* na energização de transformadores de potência. Os resultados evidenciam que o algoritmo proposto possui, nestas situações, respostas transitórias semelhantes às dos algoritmos dos mínimos quadrados e de Fourier de um ciclo em conjunto com o filtro mímico tradicional, não sendo afetado pelas harmônicas presentes nas correntes nessas situações.

Sinais de tensão e corrente referentes a registros oscilográficos de faltas reais ocorridas no sistema elétrico da CHESF também foram avaliados. Assim como para os casos simulados, o algoritmo proposto foi o mais imune à influência da componente DC de decaimento exponencial e apresentou resposta transitória com menos oscilações do que os algoritmos tradicionais.

Os resultados obtidos na avaliação do algoritmo de estimação de fasores proposto, bem como a sua implementação em tempo real, indicam a viabilidade da sua utilização em relés de distância em escala comercial.

Como contribuição adicional, ressalta-se que, não obstante o novo filtro mímico adaptativo tenha sido avaliado em conjunto com os filtros ortogonais projetados com a técnica proposta, ele pode ser empregado em conjunto com outros filtros ortogonais, a exemplo dos filtros de Fourier de um ciclo, a fim de eliminar a influência da componente DC de decaimento exponencial na estimação de fasores com estes filtros.

Como continuação dos estudos realizados nesta tese, são sugeridas as seguintes propostas de trabalhos futuros:

- 
- Desenvolver um protótipo em hardware de um relé de distância que utilize o algoritmo de estimação de fasores proposto nesta tese, a fim de comparar seu desempenho com o de relés comerciais, mediante a utilização de simuladores digitais em tempo real de sistemas elétricos de potência.
  - Avaliar a utilização do algoritmo proposto em outras funções de proteção, a exemplo da proteção de sobrecorrente e a diferencial, a fim de obter uma operação mais correta dos relés que as implementem.
  - Avaliar o impacto da compensação série na proteção de distância de linhas de transmissão, mitigando alternativas para o aprimoramento do algoritmo proposto que proporcionem uma estimação do fasor ainda mais correta.
  - Investigar a combinação da TWDR com outras técnicas, a exemplo dos mínimos quadrados recursivos, a fim de obter uma formulação recursiva do cálculo dos fasores.
  - Avaliar alternativas para o cálculo da constante de tempo de decaimento da componente DC logo após a detecção da falta, no intuito de aprimorar a estratégia de ajuste proposta dos parâmetros do filtro mímico digital, reduzindo-se, por consequência, ainda mais a influência desta componente na estimação dos fasores.
  - Avaliar a combinação do algoritmo proposto com técnicas de correção dos erros ocasionados pela saturação do núcleo de TCs e pela resposta transitória de TPCs, para obter uma estimação mais correta do fasor nestas situações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, G. E.; ANDRICHAK, J. G. *Application of Phase and Ground Distance Relays to Three-Terminal Lines*. GE Protection and Control. Markham, Ontario, Canada, 1996.
- ALTUVE, H. J.; DÍAZ, I.; VASQUEZ, E. Fourier and walsh digital filtering algorithms for distance protection. *IEEE Transactions on Power System*, v. 11, n. 1, p. 457–462, Feb. 1996.
- ANDERSON, P. M. *Power System Protection*. Piscataway, New Jersey, USA: IEEE Press Series on Power Engineering, 1999.
- ARAÚJO, A. E. A.; NEVES, W. L. A. *Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia*. 1. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2006. ISBN 857041448X.
- AREVA T&D. *Network Protection and Automation Guide*. 1. ed. Paris, France, 2002.
- ARGÜELLES, J. F. M.; ARRIETA, M. A. Z.; DOMÍNGUEZ, J. L.; JAURRIETA, B. L.; BENITO, M. S. A new method for decaying dc offset removal for digital protective relays. *Electric Power System Research*, n. 76, p. 194–199, Aug. 2005.
- BENMOUYAL, G. Removal of dc-offset in current waveforms using digital mimic filtering. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 10, n. 2, p. 621–630, Apr 1995.
- CHEN, C.-S.; LIU, C.-W.; JIANG, J.-A. Application of combined adaptive fourier filtering technique and fault detector to fast distance protection. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 21, n. 2, p. 619–626, Apr. 2006.
- CHO, Y.-S.; LEE, C.-K.; JANG, G.; LEE, H. J. An innovative decaying dc component estimation algorithm for digital relaying. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 24, n. 1, p. 73–78, Jan. 2009.

- COOK, V. *Analysis of Distance Protection*, Research Studies Press. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1985.
- COURY, D. V.; OLESKOVICZ, M.; GIOVANINI, R. *Proteção Digital de Sistemas Elétricos de Potência: dos Relés Eletromecânicos aos Microprocessados Inteligentes*. São Carlos: Edgard USP, 2007.
- D'AJUZ, A.; FONSECA, C. S.; CARVALHO, F. M. S.; AMON FILHO, J.; DIAS, L. E. N.; PEREIRA, M. P.; ESMERALDO, P. C. V.; VAISMAN, R.; FRONTIN, S. O. *Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento: Aplicação em Sistemas de Potência de Alta Tensão*. Rio de Janeiro: Furnas, Centrais Elétricas S.A., 1987.
- DAUBECHIES, I. *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia, USA: CBMS-NSF Regional Conference Series, SIAM, 1992.
- FUNK, A. T.; MALIK, O. P. Distance protection based on a variable window length filtering algorithm. *Electrical Power and Energy Systems*, v. 26, p. 669–679, 2004.
- GANGADHARAN, P. K.; SIDHU, T. S.; FINLAYSON, G. J. Current transformer dimensioning for numerical protection relays. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, p. 108–115, Jan. 2007.
- GILCREST, G.; ROCKEFELLER, G. D.; UDREN, E. A. High-speed distance relaying using a digital computer, part i - system description. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 91, n. 3, p. 1235–1243, May 1972.
- GIRGIS, A. A. A new kalman filtering based digital distance relay. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-101, n. 9, p. 3471–3480, Sept. 1982.
- GIRGIS, A. A.; MAKRAM, E. B. Application of adaptive kalman filtering in fault classification, distance protection and fault location using microprocessors. *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 3, n. 1, p. 301–307, Feb. 1988.
- GROSSMAN, A.; MORLET, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Mathematical Analysis*, p. 155–166, 1984.

- GU, J.-C.; YU, S.-L. Removal of dc offset in current and voltages signals using a novel fourier filter algorithm. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 15, n. 1, p. 73–79, Jan 2000.
- GUERRA, F. C. F.; MOTA, W. S. Current transformer model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 22, n. 1, p. 187–194, Jan. 2007.
- GUO, Y.; KEZUNOVIC, M.; CHEN, D. Simplified algorithms for removal of teh effect of exponentially decaying dc-offset on the fourier algorithm. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 18, n. 3, p. 711–717, Jul 2003.
- HOROWITZ, S. H.; PHADKE, A. G. *Power System Relaying*. 3rd. ed. West Sussex, England: John Wiley & Sons Inc, 2008.
- HORTON, J. W. The use of walsh functions for high-speed digital relaying. *IEEE PES Summer Meeting*, July 1975.
- IEE. *Power System Protection - Volume 4: Digital Protection and Signalling*. London, England: The Institution of Electrical Engineers, 1995.
- IEEE POWER SYSTEM RELAYING COMMITTEE. *EMTP Reference Models for Transmission Line Relay Testing*. [S.l.], 2004. Disponível em: <<http://www.pes-psrc.org>>.
- JOHNS, A. T.; SALMAN, S. K. *Digital Protection for Power Systems*. Herts, United Kingdom: IEE Power Series 15, Peter Peregrinus Ltd., 1995.
- LEUVEN EMTP CENTER. *ATP - Alternative Transient Program: Rule book*. Herverlee, Belgium, 1987.
- LIANG, F.; JEYASURYA, B. Transmission line distance protection using wavelet transform algorithm. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 19, n. 2, p. 545–553, Apr. 2004.
- LIN, Y.-H.; LIU, C.-W. A new dft-based phasor computation algorithm for transmission line digital protection. *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition 2002: Asia Pacific*, v. 3, p. 1733–1737, Yokohama, Japan, Oct 2002.
- MAKINO, J.; MIKI, Y. Study of operating principles and digital filters for protective relays with digital computers. *IEEE PES Winter Power Meeting*, New York, May 1975.

- MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 11, n. 7, Jul 1989.
- MANN, B. J.; MORRISON, I. F. Digital calculation of impedance for transmission line protection. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 90, p. 270–278, Jan. 1971.
- MASON, C. R. *The Art and Science of Protective Relaying*. John Wiley & Sons, New York, USA: [s.n.], 1956.
- MCLAREN, P.; MCCONNACH, J. Sampling techniques applied to the derivation of impedance characteristics for use in power-system protection. *Electronics Letters*, v. 1, n. 1, p. 10–11, Mar. 1965.
- MCLAREN, P. G.; REDFERN, M. A. Fourier series techniques applied to distance protection. *Proceedings on IEE*, v. 122, p. 1301–1305, 1975.
- MOONEY, J.; SAMINENI, S. *Distance Relay Response to Transformer Energization: Problems and Solutions*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 2007.
- ONS. *Submódulo 2.6: Requisitos Mínimos dos Sistemas de Proteção e de Telecomunicações*. Brasília, Jul 2008.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1989.
- OSMAN, A.; MALIK, O. Transmission line distance protection based on wavelet transform. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2, p. 513–523, Apr. 2004.
- PAITHANKAR, Y. G.; BHIDE, S. R. *Fundamentals of Power System Protection*. New Delhi, India: Prentice-Hall, 2007.
- PERCIVAL, D. B.; WALDEN, A. T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. New York: Cambridge University Press., 2000.

- PHADKE, A. G.; HLIBKA, T.; IBRAHIM, M. A digital computer system for ehv substation: Analysis and field tests. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 95, n. 1, p. 635–645, Jan 1976.
- PHADKE, A. G.; HLIBKA, T.; IBRAHIM, M. Fundamental basis for distance relaying with symmetrical components. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 96, n. 2, p. 635–645, May 1977.
- PHADKE, A. G.; THORP, J. S. *Computer Relaying for Power Systems*. New York, USA: John Wiley & Sons Inc, 1990.
- PHADKE, A. G.; THORP, J. S.; ADAMIAK, M. G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102, n. 5, p. 1025–1038, May 1983.
- RAMAMOORTY, M. Application of digital computers to power system protection. *J. Inst. Eng. India*, v. 52, p. 235–238, 1972.
- ROBERTS, J.; GUZMAN, A.; SCHWEITZER, E. O. *Z=V/I Does Not Make A Distance Relay*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 1993.
- ROCKEFELLER, G. D. Fault protection with digital computer. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 88, n. 4, p. 438–461, Apr. 1969.
- ROCKEFELLER, G. D.; UDREN, E. A. High-speed distance relaying using a digital computer, part ii - test results. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS 91, n. 3, p. 1244–1252, May 1972.
- ROSOLOWSKI, E.; IZYKOWSKI, J.; KASZTENNY, B. A new half-cycle adaptive phasor estimator immune to the decaying dc component for digital protective relaying. *Annual North American Power Symposium*, Waterloo, Canada, Oct. 2000.
- ROSOLOWSKI, E.; IZYKOWSKI, J.; KASZTENNY, B. Adaptive measurement algorithm suppressing a decaying dc component for digital protective relays. *Electric Power System Research*, n. 60, p. 99–105, Sept. 2001.

- RTDS TECHNOLOGIES INC. *Real Time Digital Simulator Tutorial Manual: RSCAD* Version. Winnipeg, Manitoba, Canada, 2008.
- SACHDEV, M. S.; BARIBEU, M. A. A new algorithm for digital impedance relays. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 6, p. 2232–2240, Nov. 1979.
- SACHDEV, M. S.; NAGPAL, M. A recursive least error squares algorithm for power system relaying and measurement applications. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 6, n. 3, p. 1008–1014, Jul. 1992.
- SACHDEV, M. S.; WOOD, H. C.; JOHNS, N. G. Kalman filtering applied to power system measurements for relaying. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, PAS-104, n. 12, p. 3565–3573, Dec. 1985.
- SCHWEITZER, E. G. An efficient directional distance algorithm for digital computer relaying. *IEEE PES Summer Power Meeting*, July 1977.
- SCHWEITZER, E. O.; HOU, D. Filtering for protective relays. *19th Annual Western Protective Relay Conference*, Spokane, WA, Oct. 1993.
- SCHWEITZER, E. O.; KUMM, J. J. *Statistical Comparison and Evaluation of Pilot Protection Schemes*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 1998.
- SCHWEITZER, E. O.; ROBERTS, J. *Distance Relay Element Design*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 1993.
- SEGATTO, . C.; COURRY, D. V. Redes neurais artificiais recorrentes aplicadas na correção de sinais distorcidos pela saturação de transformadores de corrente. *Revista Controle & Automação*, v. 17, n. 4, p. 108–115, Out./Nov. 2006.
- SERNA, J. A. de la. Phasor estimation from phasorlets. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, v. 54, n. 1, p. 134–143, Feb. 2005.
- SERNA, J. A. de la. Reducing error in phasor estimates from phasorlets in fault voltage and current signals. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, v. 56, n. 3, p. 856–866, June 2007.

- SIDHU, T. S.; GHOTRA, D. S.; SACHDEV, M. S. An adaptive distance relay and its performance comparison with a fixed data window distance relay. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 17, n. 3, p. 691–697, Jul. 2002.
- SIDHU, T. S.; ZHANG, X.; ALBASRI, F.; SACHDEV, M. S. Discrete-fourier-transform-based technique for removal of decaying dc from phasor estimates. *IEE Proceedings in Generation, Transmission and Distribution*, v. 150, n. 6, p. 745–752, Nov 2003.
- SIDHU, T. S.; ZHANG, X.; BALAMOUGAN, V. A new half-cycle phasor estimation algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 20, n. 2, p. 1299–1305, Apr. 2005.
- SILVA, K. M.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A. Distance protection using a novel phasor estimation algorithm based on wavelet transform. *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Pittsburgh, USA, Jul. 2008.
- THEDE, L. *Practical Analog and Digital Filter Design*. Norwood, UK: Artech House, Inc., 2004.
- TLEIS, N. *Power Systems Modelling and Fault Analysis: Theory and Practice*. London, United Kingdom: Newnes, Elsevier Ltd., 2008.
- WISZNIEWSKI, A.; REBIZANT, W.; SCHIEL, L. Correction of current transformer transient performance. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 23, n. 2, p. 624–632, Apr. 2008.
- WONG, C.-K.; LEONG, I. tak; LEI, C. san; WU, J. tao; HAN, Y. duo. A novel algorithm for phasor calculation based on wavelet analysis. *Power Engineering Society Summer Meeting*, Vancouver, BC, Canada 2001.
- YANG, J.-Z.; LIU, C. wen. Complete elimination of dc offset in current signals for relaying applications. *IEEE/PES Winter Meeting*, Singapore 2000.
- YONGLI, L.; BIN, L. A fast algorithm to remove decaying dc and harmonics for protective relaying. *IEEE Region 10 Conference, TENCN*, v. 3, p. 283–286, Nov 2004.
- YU, C.-S. A discrete fourier transform-based adaptive mimic phasor estimator for distance relaying applications. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 21, n. 4, p. 1836–1846, Oct 2006.

- YU, C.-S. A reiterative dft to damp decaying dc and subsynchronous frequency components in fault current. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 21, n. 4, p. 1862– 1863, Oct 2006.
- YU, C.-S. Removal of the decaying dc effects in distance protection by simultaneously considering the voltage and current waveforms. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, v. 30, 2007.
- YU, S.-L.; GU, J.-C. Removal of decaying dc in current and voltages signals using a modified fourier filter algorithm. *IEEE Transaction on Power Delivery*, v. 16, n. 3, p. 372–379, July 2001.
- ZANETA JÚNIOR, L. C. *Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência*. 1. ed. São Paulo: EDUSP, 2003. ISBN 8531407559.
- ZIEGLER, G. *Numerical Distance Protection: Principles and Applications*. 2. ed. Berlin, Germany: Siemens, AG, 2006.
- ZOCHOLL, S. E. *Three-phase Circuit Analysis and the Mysterious  $K_0$  Factor*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 1995.
- ZOCHOLL, S. E.; BENMOUYAL, G. *How Microprocessor Relays Respond to Harmonics, Saturation, and Other Wave Distorsions*. Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, Washington USA, 1998.

## APÊNDICE A

# PUBLICAÇÕES ASSOCIADAS AO PROJETO DE DOUTORADO

### A.1 TRABALHOS PUBLICADOS EM PERIÓDICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS

SILVA, K. M.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D., Fault Detection and Classification in Transmission Lines Based on Wavelet Transform and ANN. *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol.21, no. 4, pp. 2058-2063, Oct. 2006.

SILVA, K. M.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; COSTA, F. B.; DANTAS, K. M. C.; SILVA, S. S. B., Detecção e Classificação de Faltas a Partir da Análise de Registros Oscilográficos Via Redes Neurais Artificiais e Transformada Wavelet. *Revista Controle & Automação*, vol. 18, no. 2, jul. 2007.

### A.2 TRABALHOS PUBLICADOS EM ANAIS DE EVENTOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS

SILVA, K. M.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A., Distance Protection Using a Novel Phasor Estimation Algorithm Based on Wavelet Transform, *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Pittsburg, USA, 2008.

SILVA, K. M.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A., High-Speed Distance Protection Using A Wavelet-Based Filtering Algorithm, *16th Power Systems Computation Conference*, Glasgow, Scotland, 2008.

SILVA, K. M.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A., Estimacão de Fasores Baseada na Transformada Wavelet para Uso na Proteo de Distância, *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Belo Horizonte, Brasil, 2008.

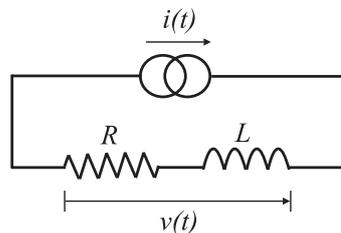
- SILVA, J. J.; SILVA, K. M.; LIMA, A. M. N.; ROCHA NETO, J. S., Fouling Detection Based on Analysis of Ultrasonic Guided Waves Using Wavelet Transform, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Cambridge, United Kingdom, 2008.
- SILVA, K. M.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A., EMTF Applied to Evaluate Three-Terminal Line Distance Protection Schemes, *International Conference on Power Systems Transients*, Lyon, France, 2007.
- COSTA, F. B.; SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D., A Wavelet-Based Algorithm for Disturbances Detection Using Oscillographic Data, *International Conference on Power Systems Transients*, Lyon, France, 2007.
- SILVA, J. J.; SILVA, K. M.; LIMA, A. M. N.; ROCHA NETO, J. S., Wavelet-Based Method for Fouling Detection Using Ultrasonic Guided Waves, *IEEE International Ultrasonics Symposium*, Vancouver, Canada, 2006.
- COSTA, F. B.; SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D., A Method for Fault Classification in Transmission Lines Based on ANN and Wavelet Coefficients Energy, *IEEE World Congress on Computational Intelligence / International Joint Conference on Neural Networks*, Vancouver, 2006.
- COSTA, F. B. ; SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D., A Wavelet Based Method for Fault Clearing Time Delimitation. *XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador, 2006.
- COSTA, F. B. ; DANTAS, K. M. C. ; SILVA, K. M.; BRITO, N. S. D. ; SOUZA, B. A., Discrete Wavelet Transform Applied for Analysis of Power System Transients. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Campina Grande, 2006.
- COSTA, F. B.; SILVA, K. M.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; DANTAS, K. M. C., Discrete Wavelet Transform Based Algorithm for Transmission Line Fault Classification, *VII International Conference on Industrial Applications*, Recife. 2006.
- SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; COSTA, F. B.; SILVA, J. A. C. B., Haar Wavelet-Based Method for Fast Fault Classification in Transmission Lines. *IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America*, Caracas, Venezuela, 2006

- COSTA, F. B. ; SOUZA, B. A. ; BRITO, N. S. D. ; SILVA, K. M. ; DANTAS, K. M. C., A Wavelet-Based Algorithm For Fault Classification Using Oscillographic Data. *International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Cascais, Portugal, 2006.
- COSTA, F. B.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C., Determinação da Duração de Faltas em Linhas de Transmissão Baseada na Transformada Wavelet, *Seminário Brasileiro Sobre Qualidade da energia elétrica*, Belém, 2005.
- SILVA, K. M.; COSTA, F. B.; DANTAS, K. M. C.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; SILVA, S. S. B., Diagnóstico de Faltas em Linhas de Transmissão Baseado em Redes Neurais Artificiais e Transformada Wavelet. *Simpósio Brasileiro De Automação Inteligente*, São Luis, 2005.
- SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; SILVA, K. M.; DANTAS, K. M. C.; COSTA, F. B.; LEITÃO, J. J. A. L.; LIRA, M. M. S., Aplicação de Técnicas de Inteligência Artificial na Análise de Ocorrências no Sistema: Neuranálise. *Congresso de Inovação Tecnológica em Energia Elétrica*, Florianópolis, 2005.
- SOUZA, B. A.; SILVA, K. M.; MACEDO, H. D.; SILVA, J. A. C. B.; FONTES, A. V., Fault Location for Distribution Systems Based on Decisions Rules and Wavelet Transform. *18th International Conference on Electricity Distribution*, Turin, Itália, 2005.
- SILVA, K. M.; SILVA, J. A. C. B.; FONTES, A. V.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D., Influência da Frequência de Amostragem dos Registradores Digitais de Perturbação na Localização de Faltas. *Seminário Brasileiro Sobre Qualidade da Energia Elétrica*, Belém, 2005.
- SILVA, K. M.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; COSTA, F. B.; DANTAS, K. M. C., Um Algoritmo para Detecção e Classificação de Faltas em Linhas de Transmissão Baseado em Transformada Wavelet e RNA. *Congresso Brasileiro de Redes Neurais*, Natal, 2005.

## APÊNDICE B

### PRINCÍPIO DO CIRCUITO MÍMICO

Considere o circuito mostrado na Figura B.1, constituído de uma fonte de corrente em série com uma resistência e uma indutância.



**Figura B.1.** Princípio do filtro mímico.

No domínio de Laplace, a tensão sobre a impedância  $Z = R + sL$  pode ser calculada como:

$$V(s) = (R + sL) I(s) \quad (\text{B.1})$$

Se a fonte de corrente for apenas uma componente DC de decaimento exponencial, ou seja:

$$i(t) = e^{-t/\tau}, \quad (\text{B.2})$$

então a tensão sobre a impedância resulta em:

$$V(s) = \frac{R + sL}{1/\tau + s}. \quad (\text{B.3})$$

No caso de  $\tau = L/R$ , a tensão  $V(s)$  é calculada como:

$$V(s) = L, \quad (\text{B.4})$$

o que resulta em:

$$v(t) = Lu(t), \quad (\text{B.5})$$

onde  $u(t)$  representa a função degrau.

Em termos práticos, o fato de que a corrente  $i(t)$ , representada por uma componente DC de decaimento exponencial com constante de tempo igual à relação  $L/R$  da impedância do circuito, foi transformada em uma tensão de saída  $v(t)$  em forma de degrau implica que a componente DC foi completamente eliminada (BENMOUYAL, 1995).

## APÊNDICE C

# FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA DA TWD

### C.1 FILTROS WAVELET E ESCALA DA TWD

Os coeficientes  $h_l$  dos filtros wavelet e  $g_l$  dos filtros escala da TWD satisfazem as seguintes propriedades (PERCIVAL; WALDEN, 2000):

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{L-1} h_l &= 0, & \sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 &= 1, & \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_l h_{l+2n} &= 0, \\ \sum_{l=0}^{L-1} g_l &= \sqrt{2}, & \sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 &= 1 & \text{ e } & \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g_l g_{l+2n} = 0. \end{aligned} \tag{C.1}$$

com  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$  e  $l = 0, 1, 2, \dots, L-1$ , onde  $L$  é número de coeficientes dos filtros wavelet e escala. Além disso, esses filtros também são filtros em quadratura espelhados:

$$g_l = (-1)^{l+1} h_{L-1-l} \tag{C.2a}$$

$$h_l = (-1)^l g_{L-1-l}. \tag{C.2b}$$

Por exemplo, os coeficientes  $g_l$  da wavelet Daubechies 4 são (Apêndice E):

$$g_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad g_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}},$$

de modo que, de acordo com a Equação C.2b, os coeficientes  $h_l$  são iguais a:

$$h_0 = g_3, \quad h_1 = -g_2, \quad h_2 = g_1 \quad \text{e} \quad h_3 = -g_0.$$

### C.2 PRIMEIRO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWD

Seja um sinal discreto  $\mathbf{X}$  constituído de  $N$  amostras, sendo  $N$  uma potência de dois. Os vetores de coeficientes wavelet  $\mathbf{W}_1$  e de coeficientes escala  $\mathbf{V}_1$  do primeiro nível de resolução

do algoritmo piramidal da TWDR para o sinal  $\mathbf{X}$  podem ser calculados como:

$$\mathbf{W}_1 = \mathcal{B}_1 \mathbf{X} \quad (\text{C.3a})$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathcal{A}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{C.3b})$$

onde  $\mathcal{B}_1$  e  $\mathcal{A}_1$  são matrizes de ordem  $(N/2) \times N$ , da forma:

$$\mathcal{B}_1 = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4a})$$

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & g_0 & g_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4b})$$

Observa-se nas Equações C.3 que os vetores de coeficientes wavelet  $\mathbf{W}_1$  e de coeficientes escala  $\mathbf{V}_1$  tem  $N/2$  elementos cada. Além disso, a partir das Equações C.4, observa-se que as matrizes  $\mathcal{B}_1$  e  $\mathcal{A}_1$  são formadas a partir de deslocamentos circulares das suas primeiras linhas. De fato, aplica-se dois deslocamentos de uma linha para outra, o que representa o processo de decimação das amostras do sinal  $\mathbf{X}$ . Em outras palavras, as linhas das matrizes  $\mathcal{B}_1$  e  $\mathcal{A}_1$  são interpretadas como sendo deslocamentos circulares dos coeficientes dos filtros wavelet e escala do primeiro nível de resolução da TWD, respectivamente.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído no primeiro nível de resolução da TWD a partir de sua versão aproximada  $\mathcal{S}_1$  e sua versão detalhada  $\mathcal{D}_1$ , de modo que:

$$\mathbf{X} = \mathcal{S}_1 + \mathcal{D}_1 = \mathcal{A}_1^T \mathbf{V}_1 + \mathcal{B}_1^T \mathbf{W}_1. \quad (\text{C.5})$$

onde  $\mathcal{S}_1 = \mathcal{A}_1^T \mathbf{V}_1$  e  $\mathcal{D}_1 = \mathcal{B}_1^T \mathbf{W}_1$ .

Substituindo as Equações C.3 na Equação C.5, obtém-se:

$$\mathbf{X} = \mathcal{A}_1^T \mathcal{A}_1 \mathbf{X} + \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{C.6})$$

ou de forma simplificada como:

$$\mathbf{X} = \mathcal{M}_1 \mathbf{X} + \mathcal{N}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{C.7})$$

onde  $\mathcal{M}_1 = \mathcal{A}_1^T \mathcal{A}_1$  e  $\mathcal{N}_1 = \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

### C.3 SEGUNDO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWD

No segundo nível de resolução do algoritmo piramidal da TWD, o vetor de coeficientes escala  $\mathbf{V}_1$  é tratado da mesma forma que  $\mathbf{X}$  no primeiro nível de resolução, de modo que:

$$\mathbf{W}_2 = \mathcal{B}_2 \mathbf{V}_1 = \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad (\text{C.8a})$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathcal{A}_2 \mathbf{V}_1 = \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{C.8b})$$

onde  $\mathcal{B}_2$  e  $\mathcal{A}_2$  são matrizes de ordem  $(N/4) \times (N/2)$ , da forma:

$$\mathcal{B}_2 = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.9a})$$

$$\mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & g_0 & g_1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.9b})$$

As linhas das matrizes  $\mathcal{B}_2$  e  $\mathcal{A}_2$  representam, respectivamente, os filtros wavelet e escala do segundo nível de resolução da TWD. Observa-se nas Equações C.8 que os vetores de coeficientes wavelet  $\mathbf{W}_2$  e de coeficientes escala  $\mathbf{V}_2$  tem  $N/4$  elementos cada. Além disso, a partir das Equações C.9, observa-se que as linhas das matrizes  $\mathcal{B}_2$  e  $\mathcal{A}_2$  são semelhantes às linhas das matrizes  $\mathcal{B}_1$  e  $\mathcal{A}_1$ , respectivamente, com a diferença apenas no número de colunas.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído a partir de sua versão aproximada  $\mathcal{S}_2$  e de suas versões detalhadas  $\mathcal{D}_2$  do segundo nível de resolução e  $\mathcal{D}_1$  do primeiro nível de resolução, de modo que:

$$\mathbf{X} = \mathcal{S}_2 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_1 = \underbrace{(\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathbf{V}_2}_{\mathcal{S}_2} + \underbrace{(\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathbf{W}_2}_{\mathcal{D}_2} + \underbrace{\mathcal{B}_1^T \mathbf{W}_1}_{\mathcal{D}_1}. \quad (\text{C.10})$$

A partir da Equações C.3 e C.8, a Equação C.10 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \underbrace{(\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)^T (\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)}_{\mathcal{M}_2} \mathbf{X} + \underbrace{(\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)^T (\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)}_{\mathcal{N}_2} \mathbf{X} + \underbrace{\mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1}_{\mathcal{N}_1} \mathbf{X} \\ &= \underbrace{\mathcal{M}_2 \mathbf{X}}_{\mathcal{S}_2} + \underbrace{\mathcal{N}_2 \mathbf{X}}_{\mathcal{D}_2} + \underbrace{\mathcal{N}_1 \mathbf{X}}_{\mathcal{D}_1}, \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

onde  $\mathcal{M}_2$  e  $\mathcal{N}_2$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

### C.4 $j$ -ÉSIMO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWD

Analisando-se a formulação do primeiro e segundo níveis de resolução da TWD, pode-se generalizar o cálculo do vetor de coeficientes wavelet  $\mathbf{W}_j$  e do vetor de coeficientes escala  $\mathbf{V}_j$  para o  $j$ -ésimo nível de resolução do algoritmo piramidal:

$$\mathbf{W}_j = \underbrace{\mathcal{B}_j \mathcal{A}_{j-1} \cdots \mathcal{A}_1}_{\mathcal{W}_j} \mathbf{X} = \mathcal{W}_j \mathbf{X} \quad (\text{C.12a})$$

$$\mathbf{V}_j = \underbrace{\mathcal{A}_j \mathcal{A}_{j-1} \cdots \mathcal{A}_1}_{\mathcal{V}_j} \mathbf{X} = \mathcal{V}_j \mathbf{X}, \quad (\text{C.12b})$$

onde  $\mathcal{W}_j$  e  $\mathcal{V}_j$  são matrizes de ordem  $(N/2^j) \times N$ . Já as matrizes  $\mathcal{B}_j$  e  $\mathcal{A}_j$  são matrizes de ordem  $(N/2^j) \times (N/2^{j-1})$ , cujas linhas são obtidas a partir de deslocamentos circulares dos coeficientes dos filtros wavelet e escala do  $j$ -ésimo nível de resolução, aplicado-se dois deslocamentos de uma linha para outra. Por exemplo, as duas primeiras linhas da matriz  $\mathcal{B}_j$  são escritas como:

$$\begin{array}{cccccccc} h_0 & h_1 & h_2 & \cdots & h_{L-2} & h_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N/2^{j-1} - L} \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & \cdots & h_{L-2} & h_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N/2^{j-1} - L - 2} \end{array} \quad (\text{C.13})$$

e, de forma análoga, as duas primeiras linhas da matriz  $\mathcal{A}_j$  são escritas como:

$$\begin{array}{cccccccc} g_0 & g_1 & g_2 & \cdots & g_{L-2} & g_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N/2^{j-1} - L} \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & \cdots & g_{L-2} & g_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N/2^{j-1} - L - 2} \end{array} \quad (\text{C.14})$$

A partir das Equações C.12, observa-se que os vetores de coeficientes wavelet  $\mathbf{W}_j$  e de coeficientes escala  $\mathbf{V}_j$  para o nível de resolução  $j$  tem  $N/2^j$  elementos cada.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal original  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído a partir da sua versão aproximada  $\mathcal{S}_j$  e da sua versão detalhada  $\mathcal{D}_j$  no nível de resolução  $j$  da TWD, mais todas as versões detalhadas referentes aos níveis de resolução anteriores a  $j$ , ou seja:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X} &= \mathcal{S}_j + \sum_{k=1}^j \mathcal{D}_k = \underbrace{\mathcal{V}_j^T \mathcal{V}_j}_{\mathcal{M}_j} \mathbf{X} + \sum_{k=1}^j \underbrace{\mathcal{W}_k^T \mathcal{W}_k}_{\mathcal{N}_k} \mathbf{X} \\
&= \underbrace{\mathcal{M}_j}_{\mathcal{S}_j} \mathbf{X} + \sum_{k=1}^j \underbrace{\mathcal{N}_k}_{\mathcal{D}_k} \mathbf{X},
\end{aligned} \tag{C.15}$$

onde  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

## C.5 NÚMEROS DE NÍVEIS DE RESOLUÇÃO DA TWD

De acordo com as Equações C.13 e C.14, o número máximo de níveis de resolução  $j_{max}$  da TWD que pode ser calculado para um conjunto de  $N$  amostras, sendo  $N$  uma potência de dois, é tal que  $L \leq N/2^{j-1}$ . Dessa forma, pode-se determinar  $j_{max}$  como:

$$j_{max} = \text{int} \left[ \log_2 \left( \frac{N}{L} \right) + 1 \right], \tag{C.16}$$

onde o operador  $\text{int}[\cdot]$  tem como resultado a parte inteira de um número real.

Na verdade, segundo Percival & Walden (2000), é possível decompor um sinal discreto até um nível de resolução  $j$  da TWD, para o qual  $L > N/2^{j-1}$ . No entanto, isso provoca distorções no processo de filtragem, já que nesses casos é necessário descartar alguns coeficientes dos filtros durante a decomposição e síntese do sinal utilizando a TWD.

## C.6 EXEMPLO DE USO DA TWD

Para exemplificar o uso da TWD, considere um sinal discreto  $\mathbf{X}$ , definido por oito valores:

$$\mathbf{X} = [4 \ 6 \ 10 \ 12 \ 8 \ 6 \ 5 \ 5]^T. \tag{C.17}$$

Considere a wavelet Haar, cujos filtros escala e wavelet possuem dois coeficientes:

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \tag{C.18}$$

Como  $N = 8$ , a partir da Equação C.16,  $j_{max} = 3$ . Dessa forma, a partir das Equações C.13 e C.14, as matrizes  $\mathcal{A}_j$  e  $\mathcal{B}_j$  dos três níveis de resolução são iguais a:

$$\mathcal{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \mathcal{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \mathcal{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A}_3 = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \quad \mathcal{B}_3 = \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

De acordo com as Equações C.12, os vetores de coeficientes escala  $\mathbf{V}_j$  e wavelet  $\mathbf{W}_j$  dos três níveis de resolução podem ser calculados como:

$$\mathbf{V}_1 = \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_1 = \mathcal{B}_1 \mathbf{X} \quad (\text{C.19a})$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_2 = \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad (\text{C.19b})$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathcal{A}_3 \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_3 = \mathcal{B}_3 \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \mathbf{X} \quad (\text{C.19c})$$

Dessa forma, obtêm-se:

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} \frac{10}{\sqrt{2}} & \frac{22}{\sqrt{2}} & \frac{14}{\sqrt{2}} & \frac{10}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}^T \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{2}{\sqrt{2}} & -\frac{2}{\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{V}_2 = [16 \quad 12]^T \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_2 = [-6 \quad 2]^T$$

$$\mathbf{V}_3 = \left[ \frac{28}{\sqrt{2}} \right] \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_3 = \left[ \frac{4}{\sqrt{2}} \right]$$

Ainda de acordo com as Equações C.12, as matrizes  $\mathcal{V}_j$  e  $\mathcal{W}_j$  dos três níveis de resolução podem são calculadas como:

$$\mathcal{V}_1 = \mathcal{A}_1 \quad \text{e} \quad \mathcal{W}_1 = \mathcal{B}_1 \quad (\text{C.20a})$$

$$\mathcal{V}_2 = \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \quad \text{e} \quad \mathcal{W}_2 = \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1 \quad (\text{C.20b})$$

$$\mathcal{V}_3 = \mathcal{A}_3 \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \quad \text{e} \quad \mathcal{W}_3 = \mathcal{B}_3 \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 \quad (\text{C.20c})$$

e as matrizes  $\mathcal{M}_j$  e  $\mathcal{N}_j$  dos três níveis de resolução são calculados como (Equação C.15):

$$\mathcal{M}_1 = \mathcal{V}_1^T \mathcal{V}_1 \quad \text{e} \quad \mathcal{N}_1 = \mathcal{W}_1^T \mathcal{W}_1 \quad (\text{C.21a})$$

$$\mathcal{M}_2 = \mathcal{V}_2^T \mathcal{V}_2 \quad \text{e} \quad \mathcal{N}_2 = \mathcal{W}_2^T \mathcal{W}_2 \quad (\text{C.21b})$$

$$\mathcal{M}_3 = \mathcal{V}_3^T \mathcal{V}_3 \quad \text{e} \quad \mathcal{N}_3 = \mathcal{W}_3^T \mathcal{W}_3 \quad (\text{C.21c})$$



$$\mathcal{S}_3 = [7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7 \ 7]^T$$

$$\mathcal{D}_3 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]^T ,$$

de onde se verifica as seguintes relações:

$$\mathbf{X} = \mathcal{S}_1 + \mathcal{D}_1 \tag{C.22a}$$

$$\mathbf{X} = \underbrace{\mathcal{S}_2 + \mathcal{D}_2}_{\mathcal{S}_1} + \mathcal{D}_1 \tag{C.22b}$$

$$\mathbf{X} = \underbrace{\mathcal{S}_3 + \mathcal{D}_3}_{\mathcal{S}_2} + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_1 \tag{C.22c}$$

## APÊNDICE D

# FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA DA TWDR

### D.1 FILTROS WAVELET E ESCALA DA TWDR

Os coeficientes  $\tilde{h}_l$  dos filtros wavelet e  $\tilde{g}_l$  dos filtros escala da TWDR são obtidos a partir dos correspondentes filtros da TWD como (PERCIVAL; WALDEN, 2000):

$$\tilde{h}_l = \frac{h_l}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \tilde{g}_l = \frac{g_l}{\sqrt{2}}, \quad (\text{D.1})$$

onde  $h_l$  e  $g_l$  são, respectivamente, os coeficientes dos filtros wavelet e escala da TWD, de modo que os coeficientes  $\tilde{h}_l$  e  $\tilde{g}_l$  satisfazem as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l &= 0, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \quad \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0, \\ \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l &= 1, \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

com  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$  e  $l = 0, 1, 2, \dots, L-1$ , onde  $L$  é número de coeficientes dos filtros wavelet e escala. Além disso, da mesma forma que na TWD, esses filtros também são filtros em quadratura espelhados:

$$\tilde{g}_l = (-1)^{l+1} \tilde{h}_{L-1-l} \quad (\text{D.3a})$$

$$\tilde{h}_l = (-1)^l \tilde{g}_{L-1-l}. \quad (\text{D.3b})$$

Por exemplo, os coeficientes  $g_l$  da wavelet Daubechies 4 são (vide Apêndice E):

$$g_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad g_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad g_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}},$$

de modo que, de acordo com a Equação D.1, os coeficientes  $\tilde{g}_l$  são iguais a:

$$\tilde{g}_0 = \frac{1 + \sqrt{3}}{8}, \quad \tilde{g}_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{8}, \quad \tilde{g}_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{8} \quad \text{e} \quad \tilde{g}_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{8}$$

e os coeficientes  $\tilde{h}_l$  são obtidos pela Equação D.3b como:

$$\tilde{h}_0 = \tilde{g}_3, \quad \tilde{h}_1 = -\tilde{g}_2, \quad \tilde{h}_2 = \tilde{g}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{h}_3 = -\tilde{g}_0.$$

## D.2 PRIMEIRO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWDR

Seja um sinal discreto  $\mathbf{X}$  constituído de  $N$  amostras. Os vetores de coeficientes wavelet  $\widetilde{\mathbf{W}}_1$  e de coeficientes escala  $\widetilde{\mathbf{V}}_1$  do primeiro nível de resolução do algoritmo piramidal da TWDR para o sinal  $\mathbf{X}$  podem ser calculados como:

$$\widetilde{\mathbf{W}}_1 = \widetilde{\mathcal{B}}_1 \mathbf{X} \quad (\text{D.4a})$$

$$\widetilde{\mathbf{V}}_1 = \widetilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{D.4b})$$

onde  $\widetilde{\mathcal{B}}_1$  e  $\widetilde{\mathcal{A}}_1$  são matrizes de ordem  $N \times N$ , da forma:

$$\widetilde{\mathcal{B}}_1 = \begin{bmatrix} \widetilde{h}_0 & \widetilde{h}_1 & \widetilde{h}_2 & \widetilde{h}_3 & \cdots & \widetilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \widetilde{h}_0 & \widetilde{h}_1 & \widetilde{h}_2 & \widetilde{h}_3 & \cdots & \widetilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{h}_0 & \widetilde{h}_1 & \widetilde{h}_2 & \widetilde{h}_3 & \cdots & \widetilde{h}_{L-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \widetilde{h}_2 & \widetilde{h}_3 & \cdots & \widetilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \widetilde{h}_0 & \widetilde{h}_1 \\ \widetilde{h}_1 & \widetilde{h}_2 & \widetilde{h}_3 & \cdots & \widetilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \widetilde{h}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.5a})$$

$$\widetilde{\mathcal{A}}_1 = \begin{bmatrix} \widetilde{g}_0 & \widetilde{g}_1 & \widetilde{g}_2 & \widetilde{g}_3 & \cdots & \widetilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \widetilde{g}_0 & \widetilde{g}_1 & \widetilde{g}_2 & \widetilde{g}_3 & \cdots & \widetilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{g}_0 & \widetilde{g}_1 & \widetilde{g}_2 & \widetilde{g}_3 & \cdots & \widetilde{g}_{L-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \widetilde{g}_2 & \widetilde{g}_3 & \cdots & \widetilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \widetilde{g}_0 & \widetilde{g}_1 \\ \widetilde{g}_1 & \widetilde{g}_2 & \widetilde{g}_3 & \cdots & \widetilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \widetilde{g}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.5b})$$

Observa-se nas Equações D.4 que os vetores de coeficientes wavelet  $\widetilde{\mathbf{W}}_1$  e de coeficientes escala  $\widetilde{\mathbf{V}}_1$  tem  $N$  elementos cada. Além disso, observa-se das Equações D.5 que as matrizes  $\widetilde{\mathcal{B}}_1$  e  $\widetilde{\mathcal{A}}_1$  são formadas a partir de deslocamentos circulares das suas primeiras linhas. De fato, aplica-se um deslocamento de uma linha para outra. Em outras palavras, as linhas das matrizes  $\widetilde{\mathcal{B}}_1$  e  $\widetilde{\mathcal{A}}_1$  são interpretadas como sendo deslocamentos circulares dos coeficientes dos filtros wavelet e escala do primeiro nível de resolução da TWDR, respectivamente.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído no primeiro nível de resolução da TWDR a partir de sua versão aproximada  $\widetilde{\mathcal{S}}_1$  e sua versão detalhada  $\widetilde{\mathcal{D}}_1$ , de modo que:

$$\mathbf{X} = \widetilde{\mathcal{S}}_1 + \widetilde{\mathcal{D}}_1 = \widetilde{\mathcal{A}}_1^T \widetilde{\mathbf{V}}_1 + \widetilde{\mathcal{B}}_1^T \widetilde{\mathbf{W}}_1. \quad (\text{D.6})$$

onde  $\widetilde{\mathcal{S}}_1 = \widetilde{\mathcal{A}}_1^T \widetilde{\mathbf{V}}_1$  e  $\widetilde{\mathcal{D}}_1 = \widetilde{\mathcal{B}}_1^T \widetilde{\mathbf{W}}_1$ .

A partir das Equações D.4, pode-se reescrever a Equação D.6 como:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{A}}_1^T \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} + \tilde{\mathcal{B}}_1^T \tilde{\mathcal{B}}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{D.7})$$

ou de forma simplificada como:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{M}}_1 \mathbf{X} + \tilde{\mathcal{N}}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{D.8})$$

onde  $\tilde{\mathcal{M}}_1 = \tilde{\mathcal{A}}_1^T \tilde{\mathcal{A}}_1$  e  $\tilde{\mathcal{N}}_1 = \tilde{\mathcal{B}}_1^T \tilde{\mathcal{B}}_1$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

### D.3 SEGUNDO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWDR

No segundo nível de resolução do algoritmo piramidal da TWDR, o vetor de coeficientes escala  $\tilde{\mathbf{V}}_1$  é tratado da mesma forma que  $\mathbf{X}$  no primeiro nível de resolução, de modo que:

$$\tilde{\mathbf{W}}_2 = \tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathbf{V}}_1 = \tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad (\text{D.9a})$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_2 = \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathbf{V}}_1 = \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X}, \quad (\text{D.9b})$$

onde  $\tilde{\mathcal{B}}_2$  e  $\tilde{\mathcal{A}}_2$  são matrizes de ordem  $N \times N$ , da forma:

$$\tilde{\mathcal{B}}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{h}_0 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_3 & \cdots & 0 & \tilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{h}_0 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_3 & \cdots & 0 & \tilde{h}_{L-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{h}_0 & 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_3 & \cdots & 0 & \tilde{h}_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_3 & \cdots & 0 & \tilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \tilde{h}_0 & 0 \\ 0 & \tilde{h}_1 & 0 & \tilde{h}_2 & 0 & \tilde{h}_3 & \cdots & 0 & \tilde{h}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \tilde{h}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.10a})$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{g}_0 & 0 & \tilde{g}_1 & 0 & \tilde{g}_2 & 0 & \tilde{g}_3 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{g}_0 & 0 & \tilde{g}_1 & 0 & \tilde{g}_2 & 0 & \tilde{g}_3 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{L-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{g}_0 & 0 & \tilde{g}_1 & 0 & \tilde{g}_2 & 0 & \tilde{g}_3 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \tilde{g}_1 & 0 & \tilde{g}_2 & 0 & \tilde{g}_3 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \tilde{g}_0 & 0 \\ 0 & \tilde{g}_1 & 0 & \tilde{g}_2 & 0 & \tilde{g}_3 & \cdots & 0 & \tilde{g}_{L-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \tilde{g}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.10b})$$

Observa-se nas Equações D.9 que os vetores de coeficientes wavelet  $\tilde{\mathbf{W}}_2$  e de coeficientes escala  $\tilde{\mathbf{V}}_2$  tem  $N$  elementos cada. Além disso, a partir das Equações D.10, observa-se que as linhas das matrizes  $\tilde{\mathcal{B}}_2$  e  $\tilde{\mathcal{A}}_2$  são obtidas, respectivamente, a partir das linhas das matrizes  $\tilde{\mathcal{B}}_1$  e  $\tilde{\mathcal{A}}_1$ , colocando-se um zero entre dois coeficientes  $\tilde{h}_l$  e  $\tilde{g}_l$  consecutivos. Dessa forma, as linhas das matrizes  $\tilde{\mathcal{B}}_2$  e  $\tilde{\mathcal{A}}_2$  representam, respectivamente, os filtros wavelet e escala do segundo nível de resolução da TWDR, os quais possuem  $2L - 1$  coeficientes.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído a partir de sua versão aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_2$  e de suas versões detalhadas  $\tilde{\mathcal{D}}_2$  do segundo nível de resolução e  $\tilde{\mathcal{D}}_1$  do primeiro nível de resolução, de modo que:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{S}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_1 = \underbrace{\left(\tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)^T \tilde{\mathbf{V}}_2}_{\tilde{\mathcal{S}}_2} + \underbrace{\left(\tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)^T \tilde{\mathbf{W}}_2}_{\tilde{\mathcal{D}}_2} + \underbrace{\tilde{\mathcal{B}}_1^T \tilde{\mathbf{W}}_1}_{\tilde{\mathcal{D}}_1}. \quad (\text{D.11})$$

A partir das Equações D.4 e D.9, a Equação D.11 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \underbrace{\left(\tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)^T \left(\tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)}_{\tilde{\mathcal{M}}_2} \mathbf{X} + \underbrace{\left(\tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)^T \left(\tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1\right)}_{\tilde{\mathcal{N}}_2} \mathbf{X} + \underbrace{\tilde{\mathcal{B}}_1^T \tilde{\mathcal{B}}_1}_{\tilde{\mathcal{N}}_1} \mathbf{X} \\ &= \underbrace{\tilde{\mathcal{M}}_2 \mathbf{X}}_{\tilde{\mathcal{S}}_2} + \underbrace{\tilde{\mathcal{N}}_2 \mathbf{X}}_{\tilde{\mathcal{D}}_2} + \underbrace{\tilde{\mathcal{N}}_1 \mathbf{X}}_{\tilde{\mathcal{D}}_1}, \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

onde  $\tilde{\mathcal{M}}_2$  e  $\tilde{\mathcal{N}}_2$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

#### D.4 $j$ -ÉSIMO NÍVEL DE RESOLUÇÃO DO ALGORITMO PIRAMIDAL DA TWDR

Analisando-se a formulação do primeiro e segundo níveis de resolução da TWDR, pode-se generalizar o cálculo do vetor de coeficientes wavelet  $\tilde{\mathbf{W}}_j$  e do vetor de coeficientes escala  $\tilde{\mathbf{V}}_j$  para o  $j$ -ésimo nível de resolução do algoritmo piramidal:

$$\tilde{\mathbf{W}}_j = \underbrace{\tilde{\mathcal{B}}_j \tilde{\mathcal{A}}_{j-1} \cdots \tilde{\mathcal{A}}_1}_{\tilde{\mathcal{W}}_j} \mathbf{X} = \tilde{\mathcal{W}}_j \mathbf{X} \quad (\text{D.13a})$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_j = \underbrace{\tilde{\mathcal{A}}_j \tilde{\mathcal{A}}_{j-1} \cdots \tilde{\mathcal{A}}_1}_{\tilde{\mathcal{V}}_j} \mathbf{X} = \tilde{\mathcal{V}}_j \mathbf{X}, \quad (\text{D.13b})$$

onde  $\tilde{\mathcal{W}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{V}}_j$  são matrizes de ordem  $N \times N$ . As matrizes  $\tilde{\mathcal{B}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{A}}_j$  são obtidas a partir de deslocamentos circulares dos coeficientes dos filtros wavelet e escala do  $j$ -ésimo nível de resolução, que, por sua vez, são obtidos a partir dos filtros wavelet e escala do primeiro nível de resolução, colocando-se  $2^{j-1} - 1$  zeros entre dois coeficientes  $\tilde{h}_l$  e  $\tilde{g}_l$  consecutivos. Por exemplo,

as duas primeiras linhas da matriz  $\tilde{\mathcal{B}}_j$  são da forma:

$$\begin{array}{cccccccc} \tilde{h}_0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_1 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_2 & \cdots & \tilde{h}_{L-2} & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N-\tilde{L}_j} \\ 0 & \tilde{h}_0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_1 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_2 & \cdots & \tilde{h}_{L-2} & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{h}_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N-\tilde{L}_j-1} \end{array} \quad (\text{D.14})$$

e, de forma análoga, as duas primeiras linhas da matriz  $\tilde{\mathcal{A}}_j$  são escritas como:

$$\begin{array}{cccccccc} \tilde{g}_0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_1 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_2 & \cdots & \tilde{g}_{L-2} & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N-\tilde{L}_j} \\ 0 & \tilde{g}_0 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_1 & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_2 & \cdots & \tilde{g}_{L-2} & \underbrace{0 \cdots 0}_{2^{j-1}-1} & \tilde{g}_{L-1} & \underbrace{0 \cdots 0}_{N-\tilde{L}_j-1} \end{array} \quad (\text{D.15})$$

onde  $\tilde{L}_j = 2^{j-1}(L-1) + 1$  é o número de coeficientes dos filtros wavelet e escala no  $j$ -ésimo nível de resolução da TWDR.

A partir das Equações D.13, observa-se que os vetores de coeficientes wavelet  $\tilde{\mathbf{W}}_j$  e de coeficientes escala  $\tilde{\mathbf{V}}_j$  para todos os níveis de resolução tem  $N$  elementos cada.

De acordo com a teoria da análise multiresolucional, o sinal original  $\mathbf{X}$  pode ser reconstruído a partir da sua versão aproximada  $\tilde{\mathcal{S}}_j$  e da sua versão detalhada  $\tilde{\mathcal{D}}_j$  no nível de resolução  $j$  da TWDR, mais todas as versões detalhadas referentes aos níveis de resolução anteriores a  $j$ , ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \tilde{\mathcal{S}}_j + \sum_{k=1}^j \tilde{\mathcal{D}}_k = \underbrace{\tilde{\mathbf{V}}_j^T \tilde{\mathbf{V}}_j}_{\tilde{\mathcal{M}}_j} \mathbf{X} + \sum_{k=1}^j \underbrace{\tilde{\mathbf{W}}_k^T \tilde{\mathbf{W}}_k}_{\tilde{\mathcal{N}}_k} \mathbf{X} \\ &= \underbrace{\tilde{\mathcal{M}}_j}_{\tilde{\mathcal{S}}_j} \mathbf{X} + \sum_{k=1}^j \underbrace{\tilde{\mathcal{N}}_k}_{\tilde{\mathcal{D}}_k} \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

onde  $\tilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{N}}_j$  são matrizes de ordem  $N \times N$ .

## D.5 NÚMEROS DE NÍVEIS DE RESOLUÇÃO DA TWDR

De acordo com as Equações D.14 e D.15, o número máximo de níveis de resolução  $j_{max}$  da TWDR que pode ser calculado para um conjunto de  $N$  amostras é tal que  $\tilde{L}_{j_{max}} \leq N$ . Como  $\tilde{L}_j = 2^{j-1}(L-1) + 1$ , sendo  $L$  o número de coeficientes dos filtros wavelet e escala da wavelet

mãe escolhida, pode-se determinar  $j_{max}$  como:

$$j_{max} = \text{int} \left[ \log_2 \left( \frac{N-1}{L-1} \right) + 1 \right], \quad (\text{D.17})$$

onde o operador  $\text{int}[\cdot]$  tem como resultado a parte inteira de um número real.

Na verdade, segundo Percival & Walden (2000), é possível decompor um sinal discreto até um nível de resolução  $j$  da TWDR, para o qual  $\tilde{L}_j > N$ . No entanto, isso provoca distorções no processo de filtragem, já que nesses casos é necessário descartar alguns coeficientes dos filtros durante a decomposição e síntese do sinal utilizando a TWDR.

## D.6 EXEMPLO DE USO DA TWDR

Para exemplificar o uso da TWDR, considere um sinal discreto  $\mathbf{X}$ , definido por oito valores:

$$\mathbf{X} = [4 \ 6 \ 10 \ 12 \ 8 \ 6 \ 5 \ 5]^T. \quad (\text{D.18})$$

Considere a wavelet Haar, cujos filtros escala e wavelet possuem dois coeficientes:

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad h_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (\text{D.19})$$

de modo que os respectivos coeficientes da TWDR são obtidos iguais a (vide Equação D.1):

$$\tilde{g}_0 = \frac{1}{2}, \quad \tilde{g}_1 = \frac{1}{2}, \quad \tilde{h}_0 = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \tilde{h}_1 = -\frac{1}{2}, \quad (\text{D.20})$$

Como  $N = 8$ , a partir da Equação D.17,  $j_{max} = 3$ . Dessa forma, a partir das Equações D.14 e D.15, as matrizes  $\tilde{\mathcal{A}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{B}}_j$  dos três níveis de resolução são iguais a:

$$\tilde{\mathcal{A}}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathcal{B}}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathcal{B}}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathcal{A}}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathcal{B}}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

De acordo com as Equações D.13, os vetores de coeficientes escala  $\tilde{\mathbf{V}}_j$  e wavelet  $\tilde{\mathbf{W}}_j$  dos três níveis de resolução podem ser calculados como:

$$\tilde{\mathbf{V}}_1 = \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_1 = \tilde{\mathcal{B}}_1 \mathbf{X} \quad (\text{D.21a})$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_2 = \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_2 = \tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad (\text{D.21b})$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_3 = \tilde{\mathcal{A}}_3 \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_3 = \tilde{\mathcal{B}}_3 \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \mathbf{X} \quad (\text{D.21c})$$

Dessa forma, obtêm-se:

$$\tilde{\mathbf{V}}_1 = \left[ 5 \quad 8 \quad 11 \quad 10 \quad 7 \quad \frac{11}{2} \quad 5 \quad \frac{9}{2} \right]^T \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_1 = \left[ -1 \quad -2 \quad -1 \quad 2 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \right]^T$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_2 = \left[ 8 \quad 9 \quad 9 \quad \frac{31}{4} \quad 6 \quad 5 \quad 5 \quad \frac{25}{4} \right]^T \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_2 = \left[ -3 \quad -1 \quad 2 \quad \frac{9}{4} \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{7}{4} \right]^T$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_3 = [7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7]^T \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{W}}_3 = \left[ 1 \quad 2 \quad 2 \quad \frac{3}{4} \quad -1 \quad -2 \quad -2 \quad -\frac{3}{4} \right]^T$$

Ainda de acordo com as Equações D.13, as matrizes  $\tilde{\mathcal{V}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{W}}_j$  dos três níveis de resolução podem ser calculadas como:

$$\tilde{\mathcal{V}}_1 = \tilde{\mathcal{A}}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{W}}_1 = \tilde{\mathcal{B}}_1 \quad (\text{D.22a})$$

$$\tilde{\mathcal{V}}_2 = \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{W}}_2 = \tilde{\mathcal{B}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \quad (\text{D.22b})$$

$$\tilde{\mathcal{V}}_3 = \tilde{\mathcal{A}}_3 \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{W}}_3 = \tilde{\mathcal{B}}_3 \tilde{\mathcal{A}}_2 \tilde{\mathcal{A}}_1 \quad (\text{D.22c})$$



Utilizando as matrizes  $\tilde{\mathcal{M}}_j$  e  $\tilde{\mathcal{N}}_j$ , os sinais aproximados  $\tilde{\mathcal{S}}_j$  e detalhados  $\tilde{\mathcal{D}}_j$  dos três níveis de resolução são calculados como:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{S}}_1 &= \left[ \frac{19}{4} \quad \frac{13}{2} \quad \frac{19}{2} \quad \frac{21}{2} \quad \frac{17}{2} \quad \frac{25}{4} \quad \frac{21}{4} \quad \frac{19}{4} \right]^T \\ \tilde{\mathcal{D}}_1 &= \left[ -\frac{3}{4} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \right]^T \\ \tilde{\mathcal{S}}_2 &= \left[ \frac{97}{16} \quad \frac{113}{16} \quad \frac{129}{16} \quad \frac{135}{16} \quad \frac{127}{16} \quad \frac{111}{16} \quad \frac{95}{16} \quad \frac{89}{16} \right]^T \\ \tilde{\mathcal{D}}_2 &= \left[ -\frac{21}{16} \quad -\frac{9}{16} \quad \frac{23}{16} \quad \frac{33}{16} \quad \frac{9}{16} \quad -\frac{11}{16} \quad -\frac{11}{16} \quad -\frac{13}{16} \right]^T \\ \tilde{\mathcal{S}}_3 &= [7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7]^T \\ \tilde{\mathcal{D}}_3 &= \left[ -\frac{15}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{17}{16} \quad \frac{23}{16} \quad \frac{15}{16} \quad -\frac{1}{16} \quad -\frac{17}{16} \quad -\frac{23}{16} \right]^T,\end{aligned}$$

de onde se verifica as seguintes relações:

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathcal{S}}_1 + \tilde{\mathcal{D}}_1 \quad (\text{D.24a})$$

$$\mathbf{X} = \underbrace{\tilde{\mathcal{S}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_2}_{\tilde{\mathcal{S}}_1} + \tilde{\mathcal{D}}_1 \quad (\text{D.24b})$$

$$\mathbf{X} = \underbrace{\tilde{\mathcal{S}}_3 + \tilde{\mathcal{D}}_3}_{\tilde{\mathcal{S}}_2} + \tilde{\mathcal{D}}_2 + \tilde{\mathcal{D}}_1 \quad (\text{D.24c})$$

## APÊNDICE E

# COEFICIENTES DAS WAVELETS DAUBECHIES

A seguir são listados os coeficientes  $g_l$  dos filtros escala da wavelets Daubechies de diferentes ordens. Os correspondentes coeficientes  $h_l$  dos filtros wavelet podem ser determinados pelas relações das Equações C.2b (DAUBECHIES, 1992).

$l$	Coeficientes $g_l$ dos Filtros Escala				
	Daubechies 2	Daubechies 4	Daubechies 6	Daubechies 8	Daubechies 10
0	0,707106781186	0,482962913144	0,332670552950	0,230377813309	0,160102397974
1	0,707106781186	0,836516303737	0,806891509313	0,714846570552	0,603829269797
2		0,224143868041	0,459877502119	0,630880767910	0,724308528439
3		-0,129409522550	-0,135011020010	-0,027983769417	0,138428145901
4			-0,085441273882	-0,187034811719	-0,242294887066
5			0,035226291882	0,030841381836	-0,032244869585
6				0,032883011667	0,077571493840
7				-0,010597401785	-0,006241490213
8					-0,012580751999
9					0,003335725285

$l$	Coeficientes $g_l$ dos Filtros Escala				
	Daubechies 12	Daubechies 14	Daubechies 16	Daubechies 18	Daubechies 20
0	0,111540743350	0,077852054085	0,054415842243	0,038077947363	0,026670057900
1	0,494623890398	0,396539319482	0,312871590914	0,243834674638	0,188176800077
2	0,751133908021	0,729132090846	0,675630736298	0,604823123676	0,527201188930
3	0,315250351709	0,469782287405	0,585354683654	0,657288078036	0,688459039452
4	-0,226264693965	-0,143906003929	-0,015829105256	0,133197385823	0,281172343660
5	-0,129766867567	-0,224036184994	-0,284015542962	-0,293273783273	-0,249846424326
6	0,097501605587	0,071309219267	0,000472484574	-0,096840783221	-0,195946274376
7	0,027522865530	0,080612609151	0,128747426620	0,148540749334	0,127369340335
8	-0,031582039318	-0,038029936935	-0,017369301002	0,030725681478	0,093057364603
9	0,000553842201	-0,016574541631	-0,044088253931	-0,067632829059	-0,071394147165
10	0,004777257511	0,012550998556	0,013981027917	0,000250947114	-0,029457536821
11	-0,001077301085	0,000429577973	0,008746094047	0,022361662124	0,033212674058
12		-0,001801640704	-0,004870352993	-0,004723204757	0,003606553566
13		0,000353713800	-0,000391740373	-0,004281503682	-0,010733175482
14			0,000675449406	0,001847646883	0,001395351746
15			-0,000117476784	0,000230385764	0,001992405294
16				-0,000251963189	-0,000685856694
17				0,000039347320	-0,000116466855
18					0,000093588670
19					-0,000013264203