

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Dissertação de Mestrado

Análise Comparativa de Correntes de Curto- Circuito Utilizando o Método das Componentes Simétricas e o Método das Componentes de Fase

Greta Almeida Fernandes Moreira

Campina Grande – Paraíba – Brasil

©Greta Moreira, Dezembro de 2011

Greta Almeida Fernandes Moreira

Análise Comparativa de Correntes de Curto-Circuito
Utilizando o Método das Componentes Simétricas e o
Método das Componentes de Fase

*Dissertação apresentada à Coordenação do Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande, em
cumprimento às exigências para obtenção do Grau de
Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia
Elétrica.*

Área de Concentração: Processamento da Energia

Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.

Orientador

Fernando Augusto Moreira, Ph.D.

Orientador

Campina Grande – Paraíba – Brasil

Dezembro de 2011

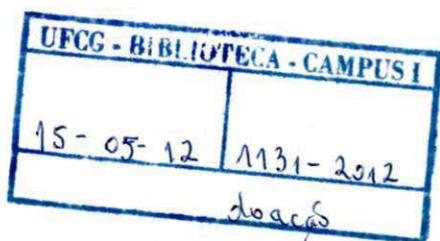
FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

M838a Moreira, Greta Almeida Fernandes
Análise comparativa de correntes de curto-circuito utilizando o método das componentes simétricas e o método das componentes de fase / Greta Almeida Fernandes Moreira. - Campina Grande, 2011.
55 f.: il. col.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.
Orientadores: Prof. Ph.D. Washington Luiz Araújo Neves e Prof. Ph.D. Fernando Augusto Moreira.
Referências.

1. Corrente de Curto-Circuito. 2. Componentes Simétricas. 3. Componentes de Fase. I. Título.

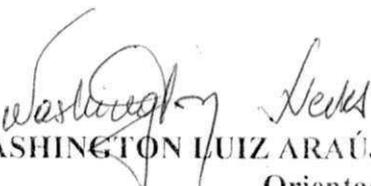
CDU 621.3 (043)



ANÁLISE COMPARATIVA DE CORRENTES DE CURTO-CIRCUITO
UTILIZANDO O MÉTODO DAS COMPONENTES SIMÉTRICAS E O
MÉTODO DAS COMPONENTES DE FASE

GRETA ALMEIDA FERNANDES MOREIRA

Dissertação Aprovada em 20.12.2011


WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG
Orientador


FERNANDO AUGUSTO MOREIRA, Ph.D., UFBA
Orientador


BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG
Componente da Banca


DAMÁSIO FERNANDES JÚNIOR, D.Sc., UFCG
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
DEZEMBRO - 2011

Dedico este trabalho aos meus pais, minhas excelentes referências, que com amor e renúncias me proporcionaram oportunidades de formação e crescimento, me inspirando à busca contínua do aperfeiçoamento.

Agradecimentos

A Deus, por me dar forças, me iluminando e me guiando em todos os momentos.

Aos professores Washington Neves e Fernando Moreira pela amizade, pela preciosa orientação, grande oportunidade de aprendizado, pela disponibilidade e paciência durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Damásio Fernandes e Wellington Mota pela atenção, pelas críticas e sugestões de melhoria.

Ao meu amado companheiro Rodrigo Tutu, pelo enorme auxílio e pela compreensão da minha ausência em casa para dedicação a este trabalho.

A Marco Reis, Frederico Cesário e Dennis Vianna, pelo constante incentivo.

Aos colegas do CIMATEC, pela assistência nas minhas atividades do SENAI, em especial a Alex Alisson, Daniel Motta, Marley Tavares e Luis Alberto Breda. Ao diretor regional do SENAI-BA, Leone Peter, pela compreensão, incentivo e apoio.

Aos colegas do Grupo de Sistemas Elétricos da UFCG, sempre dispostos a ajudar, sou grata sobretudo a Alana Xavier, Felipe Lopes e Wellinsílvia Costa.

Aos amigos e a família pela grande torcida.

Sumário

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	ix
Resumo	x
Abstract	xi
1. Introdução	1
1.1 Motivação da Dissertação.....	1
1.2 Objetivos e Procedimentos Utilizados.....	2
1.3 Organização da Dissertação.....	3
2. Revisão Bibliográfica e Fundamentação Teórica	4
2.1 Revisão Bibliográfica.....	4
2.2 Cálculo dos Parâmetros de uma Linha de Transmissão.....	6
2.2.1 Parâmetros Longitudinais de uma Linha de Transmissão.....	6
2.2.2 Parâmetros Transversais de uma Linha de Transmissão.....	8
2.3 Efeito do Solo na Impedância Longitudinal da Linha.....	9
2.4 Modelos de Linhas de Transmissão.....	10
2.4.1 Circuito PI Exato.....	11
2.4.2 Circuito PI Nominal.....	13
2.5 Transposição de Linhas de Transmissão.....	13
2.6 Teorema de Fortescue.....	16
2.6.1 Autovalores e Autovetores.....	19
2.6.2 Diagonalização de Matrizes.....	19
2.6.3 Componentes Simétricas.....	20
2.7 Limitações do Método das Componentes Simétricas.....	23

2.7.1	Linhas de Transmissão de Circuito Simples.....	23
2.7.2	Linhas de Transmissão de Circuito Duplo.....	24
2.7.2.1	Transposição de Três Seções no Mesmo Sentido.....	25
2.7.2.2	Transposição de Três Seções em Sentidos Opostos....	26
2.7.2.3	Transposição de Nove Seções.....	27
2.7.3	Máquinas Síncronas.....	29
3.	Metodologia e Resultados	31
3.1	Metodologia Utilizada.....	31
3.1.1	Linhas Analisadas.....	31
3.1.2	Cálculo dos Parâmetros das Linhas.....	34
3.1.3	Comparações Realizadas.....	34
3.1.4	Forma de Representação das Linhas Analisadas.....	35
3.2	Apresentação dos Resultados.....	36
3.2.1	Simulações para Linhas de Transmissão Trifásicas de Circuito Simples.....	36
3.2.1.1	Análise de Erros Relativos para Linhas de Circuito Simples.....	44
3.2.2	Simulações para Linhas de Transmissão Trifásicas de Circuito Duplo.....	47
3.2.2.1	Análise de Erros Relativos para Linhas de Circuito Duplo.....	50
4.	Conclusões	52
	Referências Bibliográficas	54

Lista de Figuras

2.1	Distância entre condutores, imagens e solo.....	7
2.2	Seção do circuito PI Exato de uma linha de transmissão monofásica.....	11
2.3	Circuito PI para uma linha de transmissão trifásica.....	11
2.4	Esquema de transposição de três seções para linha de circuito simples.....	14
2.5	Esquema de transposição de quatro seções para linha de circuito simples.....	14
2.6	Esquema de transposição de três seções para linha de circuito duplo.....	14
2.7	Esquema de transposição de nove seções para linha de circuito duplo.....	17
3.1	Configuração da linha de transmissão do tronco Norte-Sul I.....	32
3.2	Arranjo da linha de transmissão em circuito duplo Paulo Afonso - Fortaleza	32
3.3	Esquema de transposição da linha de transmissão em circuito duplo Paulo Afonso - Fortaleza.....	33
3.4	Configuração da linha de transmissão Paulo Afonso - Fortaleza.....	33
3.5	Linha de transmissão com transposição representada por Cascata de PI's.....	36
3.6	Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.....	37
3.7	Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	37
3.8	Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.....	38
3.9	Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	38
3.10	Conexão de circuitos de sequência positiva, negativa e zero para análise de falta monofásica para em uma linha idealmente transposta.....	39
3.11	Perfil de corrente na fase b do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.....	40
3.12	Perfil de corrente na fase c do gerador para diferentes tipos de transposição	41

	na linha L_1 , com solo considerado ideal.....	
3.13	Perfil de corrente na fase b do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	41
3.14	Perfil de corrente na fase c do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	42
3.15	Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_2 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	42
3.16	Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_2 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	43
3.17	Perfil de corrente na fase b do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_2 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	43
3.18	Perfil de corrente na fase c do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_2 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega.m$	44
3.19	Erros relativos para valores de corrente na fase a do gerador nas linhas L_1 e L_2 com transposição cíclica quando consideradas idealmente transpostas.....	45
3.20	Erros relativos para valores de corrente na fase a do gerador nas linhas L_1 e L_2 sem transposição quando consideradas idealmente transpostas.....	47
3.21	Pontos de falta considerados para análise da linha de circuito duplo, L_3	48

Lista de Tabelas

3.1	Erros para a Linha de Transmissão com Transposição a cada 60 km.....	46
3.2	Erros Máximos para a Linha de Transmissão com Transposição a cada 60 km.....	46
3.3	Erros Máximos para a Linha de Transmissão sem Transposição.....	47
3.4	Amplitude de Corrente em cada Fase para Falta na Fase a do Circuito 1 da Linha L3 com Transposição Ideal.....	48
3.5	Amplitude de Corrente em cada Fase para Falta na Fase a do Circuito 1 da Linha L3 com Transposição Real.....	49
3.6	Amplitude de Corrente em cada Fase para Falta na Fase a do Circuito 1 da Linha L3 sem Transposição.....	49
3.7	Erros Relativos para os Valores Obtidos para a Corrente na Linha de Circuito Duplo com Transposição Real Considerada como Idealmente Transposta.....	51
3.8	Erros Relativos para os Valores Obtidos para a Corrente na Linha de Circuito Duplo sem Transposição Considerada como Idealmente Transposta.....	51

Resumo

Em análise de curto-circuitos é usual assumir linhas de transmissão como sendo idealmente transpostas, sem que haja um estudo dos erros acarretados pelas simplificações adotadas. Este trabalho apresenta uma comparação dos valores obtidos para a corrente de falta fase-terra em linhas de transmissão pelo método das componentes simétricas e pelo método das componentes de fase. O estudo é realizado em regime permanente, em linhas de transmissão de circuito simples e de circuito duplo. O método das componentes de fase permite realizar o estudo considerando o esquema transposição real ou a ausência de transposição na linha. O cálculo dos parâmetros e as simulações de curto-circuito são realizados com o auxílio do programa ATP (*Alternative Transients Program*). Três situações são analisadas: linha perfeitamente transposta; linha com transposição real e linha não transposta. A matriz de transformação de Fortescue é aplicada para definição dos parâmetros da linha idealmente transposta, caracterizando a análise por componentes simétricas. Para a modelagem da linha em componentes de fase, cada trecho entre torres de transposição é representado por uma linha não transposta através de um circuito PI com parâmetros concentrados. A transposição é levada em consideração através da mudança de posição dos condutores de cada fase utilizando torres de transposição, de modo que, em média, ao longo da linha os condutores de cada fase tenham ocupado a posição dos demais condutores fase. Os valores de corrente de falta em diversos pontos ao longo da linha são obtidos para cada caso e comparados entre si.

Abstract

Usually, in short-circuit analysis, transmission lines are assumed to be ideally transposed without addressing the errors that this assumption may cause. This work presents a comparison of the values obtained for phase to ground fault current in transmission lines, using the symmetrical components method and the phase coordinates method. The study is carried out in steady-state for a single and a double circuit transmission lines. The calculation of parameters and short-circuit simulations are performed with the ATP (Alternative Transients Program). Three situations are addressed: ideally transposed line, actual scheme transposed line and untransposed line. The Fortescue transformation matrix is applied to define the ideally transposed line parameters, characterizing the analysis using symmetrical component method. For phase coordinates modeling, each line section between transposition towers is represented by a PI circuit with lumped components. The actual transposition scheme is taken into account by interchanging each phase conductor position at the transposition towers, in such way that, on the average, along the line each phase conductor occupies the position of the remaining phase conductors. The values of fault current at several points along the line are obtained for each case and compared against.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação da Dissertação

Os componentes mais vulneráveis de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) são as linhas de transmissão de energia, por serem extensas e atravessarem terrenos de características diversas, estando sujeitas a intempéries e diferentes condições climáticas. Conforme levantamento histórico de defeitos nas empresas de energia, mais de 80% das faltas no SEP são originadas nas linhas de transmissão ou provocadas por elas (KINDERMANN, 1997). A determinação de níveis de curto-circuito em linhas de transmissão, dentre outras análises como de fluxo de carga e modelagem de fenômenos eletromagnéticos, tem grande importância na especificação dos seus componentes e dimensionamento do sistema de proteção. Os estudos e as análises de curto-circuito em sistemas elétricos, realizados através de simulações de defeitos, são fundamentais para o seu planejamento, projeto, operação e controle. Através das simulações, é possível prever os valores das correntes de curto-circuito.

A análise de curto-circuito normalmente é realizada com o auxílio de transformações matriciais com o intuito de separar o sistema em subsistemas monofásicos independentes, reduzindo a complexidade do cálculo das grandezas de falta. As matrizes de transformação mais utilizadas em análise de curto-circuito são a matriz de

transformação de Fortescue e a matriz de transformação de Clarke. A maioria dos métodos de análises de curto-circuito em sistemas elétricos de potência utiliza a técnica de componentes simétricas para a avaliação da condição do sistema durante a falta. Isto se deve principalmente às limitações dos recursos computacionais da época em que foram desenvolvidos. Nos estudos de faltas, as linhas de transmissão são comumente consideradas como perfeitamente equilibradas e idealmente transpostas nas representações matemáticas em programas de simulação. Entretanto, a não transposição dos condutores, a própria geometria da torre de suporte, a existência de linhas com condutores múltiplos, dentre outros fatores, implicam em um desequilíbrio devido a distância entre os condutores ou dos condutores à terra não ser sempre idêntica ao longo do percurso da linha. Quanto maior o grau de desequilíbrio, maior o erro decorrente da utilização deste método.

Para considerar o desequilíbrio dos sistemas no estudo de faltas, outros métodos foram desenvolvidos permitindo uma representação mais fidedigna do sistema trifásico em componentes de fase, possibilitando a obtenção de resultados mais precisos ao considerar modelos que representam o desequilíbrio do sistema.

1.2 Objetivos e Procedimentos Utilizados

O objetivo deste trabalho é comparar os valores de corrente para estudos de curto-circuito franco monofásico em regime permanente e quantificar o erro ao se tratar uma linha aérea de transmissão de energia, sem transposição ou com transposição, como idealmente transposta. A análise do perfil da corrente em cada fase na saída do gerador durante a falta e no ponto de falta, na frequência fundamental de transmissão no Brasil, 60 Hz, em função do comprimento da linha, também é realizada.

Os parâmetros elétricos das linhas de transmissão são calculados para a frequência fundamental do sistema, a partir da rotina suporte *Line Constants* do programa ATP (*Alternative Transients Program*). Ainda utilizando o ATP, a linha de transmissão é representada em componentes de fase por uma cascata de circuitos PI, através das matrizes de admitâncias de transferência e derivação para cada circuito PI, considerando a maneira como o circuito foi transposto.

Em seguida, o mesmo programa é utilizado para simulações de faltas na linha, sendo monitorados os valores da corrente no ponto de falta e na saída do gerador. As linhas

de transmissão são consideradas idealmente transpostas para a análise dos valores obtidos para a corrente de falta. Em um segundo momento, as linhas são consideradas como não transpostas, ou com transposição em determinados pontos, e as mesmas simulações são realizadas.

Os valores obtidos das simulações em regime permanente para a corrente da fase em falta em cada caso são analisados e comparados. Os resultados obtidos possibilitam verificar a influência do efeito do desequilíbrio da linha, devido ao tipo ou ausência de transposição em contraponto à linha perfeitamente transposta, nos valores da corrente de curto-circuito, mostrando que as simplificações consideradas na análise convencional de curto-circuito podem provocar erros no valor da corrente de falta.

1.3 Organização da Dissertação

A presente dissertação está organizada de acordo com a estrutura abaixo.

No capítulo 2 são apresentadas a revisão bibliográfica e a fundamentação teórica do cálculo de parâmetros de linhas de transmissão, de representação das linhas, possíveis esquemas de transposição, o método das componentes simétricas e algumas de suas limitações.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia e os resultados são analisados para algumas configurações de linhas, considerando um esquema de transposição baseado em uma linha da interligação Norte-Sul e o de uma linha de transmissão da CHESF, entre as subestações de Paulo Afonso e Fortaleza.

No capítulo 4 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica e Fundamentação Teórica

2.1. Revisão Bibliográfica

O estudo da representação mais adequada de linhas de transmissão para análise de curto-circuito tem grande importância. Neste trabalho, os modelos de linha em componentes de fase são utilizados para representar a transposição real ou falta de transposição da linha na análise da corrente de falta. Foram encontrados alguns trabalhos na literatura relacionados ao tema, entretanto, não foram encontrados trabalhos que tratem da comparação da análise de curto-circuito em linhas de transmissão de acordo com a transposição considerada ou ausência de transposição. A seguir será apresentado um resumo das principais referências estudadas.

Em FORTESCUE (1918) são apresentados princípios gerais para representação de sistemas assimétricos de n fases por n sistemas monofásicos desacoplados. Essa representação é de grande importância possibilitando a redução do esforço computacional para análise de sistemas de energia polifásicos. Entretanto, com o avanço do poder da computação, a representação e solução de sistemas de energia em coordenadas de fase

tornam-se práticos. Em BERMAN & XU (1998) é apresentado um método eficiente para análise de faltas em sistemas de potência usando coordenadas de fase. O método permite o estudo de condições de faltas complexas e a inclusão de componentes polifásicos desequilibrados, como linhas sem transposição. As linhas de transmissão são consideradas perfeitamente equilibradas.

Em GAJBHIYE et.al (2004) é descrita uma abordagem para análise de faltas em coordenadas de fase usando o modelo equivalente trifásico de Thévenin. A abordagem permite lidar com redes desequilibradas e faltas complexas, como faltas série e faltas simultâneas. As faltas são representadas por matrizes de impedâncias. É apontado que em coordenadas de fase, fórmulas simples podem ser obtidas para os cálculos de corrente de falta. Como vantagens, são citadas a simplicidade conceitual e eficiência computacional, sem a necessidade de fatoração de matrizes. Não há comparação com valores de corrente de falta obtidos por componentes simétricas.

Em MONTEIRO (2004) é apresentada uma metodologia para calcular os parâmetros de linhas de transmissão fisicamente próximas para estudos de fluxo de potência, levando em consideração o acoplamento eletromagnético entre as linhas de transmissão e a maneira como os circuitos foram transpostos. Os esquemas de transposição das linhas são representados por uma cascata polifásica de circuitos PI. Os parâmetros próprios e mútuos calculados para uma linha de transmissão de circuito duplo são utilizados para analisar o fluxo de potência reativa, considerando ou desprezando o acoplamento entre os circuitos. Para o sistema estudado, foi observado que a potência reativa diminui quando é levado em consideração o acoplamento da linha e é considerada a maneira como os circuitos são transpostos.

FLORES (2006) discorre sobre o erro ao se tratar uma linha como idealmente transposta para uma faixa de frequência até 10 kHz. Apresenta uma análise de transitório numa linha de transmissão com carga, em vazio ou em curto, sem transposição, com transposição cíclica e ideal. A dependência da frequência dos parâmetros elétricos da linha de transmissão é representada. É demonstrado que a geometria da linha tem influência importante no comportamento elétrico de uma linha de transmissão, sendo as matrizes de parâmetros longitudinais e transversais de uma linha idealmente transposta, diferentes das matrizes da linha não transposta. Uma única linha de circuito simples e comprimento

300 km é analisada. Os resultados são apresentados apenas graficamente, não é apresentada análise do erro.

2.2. Cálculo dos Parâmetros de uma Linha de Transmissão

Para a representação das linhas de transmissão por seus circuitos equivalentes ou modelos matemáticos, devem ser definidos os valores dos seus parâmetros próprios e mútuos de impedância longitudinal e admitância transversal. Os valores desses parâmetros (resistência, indutância, condutância e capacitância) são normalmente calculados pela utilização de técnicas de simulação que consideram as características elétricas, a resistividade do solo, a frequência do sinal alternado de tensão ou corrente, e as dimensões e configurações das estruturas, tais como: disposição dos condutores, distância entre condutores, flechas dos condutores, altura e número de circuitos.

2.2.1 Parâmetros Longitudinais de uma Linha de Transmissão

A impedância longitudinal da linha consiste na resistência dos condutores e na indutância resultante dos campos magnéticos ao redor dos condutores. A resistência representa as perdas devido ao efeito Joule nos condutores. A indutância própria deve-se ao fluxo magnético interno e externo gerado pelo próprio condutor quando percorrido por uma corrente elétrica. A indutância mútua deve-se ao fluxo magnético presente no ar devido à proximidade dos outros condutores.

Supondo o solo sob a linha com resistividade nula, as expressões (2.1) e (2.2) podem definir as reatâncias indutivas próprias e mútuas de linhas de transmissão, em Ω/m , pelo método das imagens (ZANETTA, 2006).

$$X_{ii} = \omega \cdot \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{2h_i}{r_{eqi}}\right) \quad (2.1)$$

$$X_{ij} = \omega \cdot \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (2.2)$$

Em que:

- $\omega = 2\pi f$; sendo f a frequência do sinal alternado, rad/s;
- μ – permeabilidade magnética do meio, H/m;
- r_{eqi} – raio médio geométrico do condutor (ou feixe de condutores) “ i ”, m;
- h_i – altura do condutor “ i ” em relação ao solo, m;

- D_{ij} – distância entre o condutor “ i ” e a imagem do condutor “ j ”, m;
- d_{ij} – distância entre o condutor “ i ” e o condutor “ j ”, m.

Na Figura 2.1 é ilustrado o exemplo de dois condutores e as distâncias utilizadas nas expressões (2.1) e (2.2).

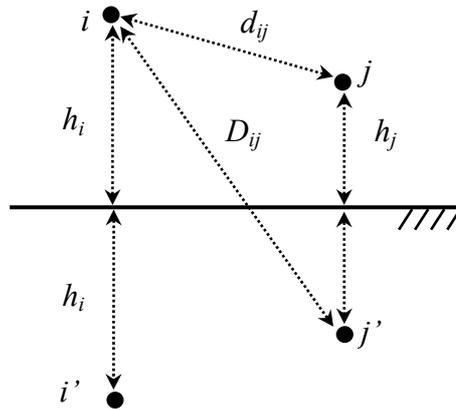


Figura 2.1 – Distância entre Condutores, Imagens e Solo.

Para uma linha trifásica, a impedância longitudinal pode ser escrita na forma matricial:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Na equação (2.3), os elementos da diagonal principal representam as impedâncias próprias das linhas e os elementos fora da diagonal principal representam as impedâncias mútuas entre as fases. Estes elementos são definidos da seguinte maneira:

$$Z_{ii} = R_{ii} + jX_{ii} \quad (2.4)$$

$$Z_{ij} = jX_{ij} \quad (2.5)$$

Em que:

- R_{ii} – resistência do condutor da fase “ i ”;
- X_{ii} – reatância própria da fase “ i ”, definida em (2.1);
- X_{ij} – reatância mútua entre fases “ i ” e “ j ”, definida em (2.2).

As distâncias entre fases, bem como as distâncias entre os condutores e a terra não são exatamente as mesmas para uma linha trifásica. Assim, a equação (2.3) sempre será

simétrica, mas os termos da diagonal principal podem não apresentar valores iguais, assim como os termos fora da diagonal.

Os valores das indutâncias e resistências, além de depender de características elétricas, dimensões e configurações da estrutura, são variáveis com a frequência. Quando um condutor é excitado por uma corrente alternada, esta corrente se distribui de maneira não uniforme na secção transversal do condutor. Quanto maior a frequência, maior a resistência do condutor e menor a indutância interna (STEVENSON, 1986).

2.2.2 Parâmetros Transversais de uma Linha de Transmissão

Os parâmetros transversais das linhas de transmissão são representados pelas admitâncias capacitivas e por condutâncias. As linhas energizadas apresentam uma diferença de potencial em relação ao solo e aos outros condutores, o que faz com que fiquem carregadas como capacitores. A condutância das linhas de transmissão representa as correntes de fuga para a terra através dos isoladores. Esta corrente é muito pequena e a condutância normalmente pode ser ignorada para linhas aéreas, excetuando-se em estudos de efeito corona (GLOVER & SARMA, 2008).

Quando o condutor i da Figura 2.1 é submetido a uma diferença de potencial um campo elétrico é induzido, cuja intensidade em um ponto afastado a uma distância “ r ” de seu eixo pode ser calculada pela expressão:

$$E_r = \frac{q_i}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

Sendo q_i a carga do condutor em Coulomb por metro e ϵ a permissividade do meio dielétrico em F/m. A tensão entre o condutor i e sua imagem i' pode ser calculada por:

$$V_{ii'} = \int_{r_i}^{2h_i} E_r dr = \int_{r_i}^{2h_i} \frac{q}{2\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} dr = \frac{q}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (2.6)$$

Em que:

- r_i – raio externo do condutor “ i ”;

Para uma linha com n fases, a relação das tensões nos condutores com as cargas é dada por:

$$[V] = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[\ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \right] \cdot [Q] \quad (2.7)$$

A capacitância C é definida pela relação entre a carga Q em Coulomb/metro e a tensão V em volts:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Sendo $[P]$ a matriz dos coeficientes de potenciais de Maxwell, cujos elementos em metro /Farad são dados por:

$$p_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \ln\left(\frac{2h_i}{r_{iext}}\right) \quad (2.8)$$

$$p_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (2.9)$$

Em que ϵ é a permissividade dielétrica do meio em F/m e r_{iext} é o raio externo equivalente do conjunto de condutores em metros. A matriz de capacitâncias $[C]$ do conjunto de condutores pode ser obtida através da inversão da matriz $[P]$:

$$[C] = [P]^{-1} \quad (2.10)$$

Considerando a condutância do ar como desprezível, a parte real da admitância de uma linha de transmissão é nula e a matriz de admitâncias transversais $[Y]$ é dada por:

$$[Y] = j\omega[C] \quad (2.11)$$

A matriz de capacitâncias $[C]$ de uma linha de transmissão é função das posições relativas entre condutores distintos, entre condutores e cabos para-raios, bem como, em relação ao solo.

2.3. Efeito do Solo na Impedância Longitudinal da Linha

O solo real não apresenta resistividade nula. As extensas linhas de transmissão podem atravessar áreas com solos de altíssima resistividade, como os solos rochosos. Em tais situações, a influência do campo magnético no solo gera contribuições para os valores de resistência e reatância longitudinais. A formulação matemática para os efeitos do solo sobre os parâmetros das linhas é relativamente complexa, sob forma de séries e integrais. Resultados satisfatórios podem ser obtidos através de um conjunto de fórmulas desenvolvidas por Carson (CARSON, 1926), muito utilizadas para calcular a impedância de uma linha, considerando o efeito do retorno de corrente pela terra. Em suas hipóteses, Carson considerou dois condutores cilíndricos i e j , de extensão infinita e paralelos ao solo

e entre si, de pequeno diâmetro em relação a distância entre os condutores e o solo, e supôs que a superfície sob a linha é infinita, plana, sólida, uniforme, com resistividade constante e não nula. Os parâmetros dos condutores, admitindo o solo com resistividade não nula, podem ser calculados da seguinte maneira:

$$Z_{ii} = (R_{ii} + \Delta R_{ii}) + j(X_{ii} + \Delta X_{ii}) \quad (2.12)$$

$$Z_{ij} = (\Delta R_{ij}) + j(X_{ij} + \Delta X_{ij}) \quad (2.13)$$

Em que:

- Z_{ii} é a impedância própria do condutor i , para resistividade do solo não nula;
- Z_{ij} é a impedância mútua entre os condutores i e j , para resistividade do solo não nula;
- R_{ii} é a resistência do condutor “ i ”, admitindo o solo com resistividade nula;
- X_{ii} é a reatância própria do condutor “ i ”, admitindo o solo com resistividade nula, calculada em (2.1);
- X_{ij} é a reatância mútua entre os condutores “ i ” e “ j ”, admitindo o solo com resistividade nula, calculada em (2.2);
- ΔR_{ii} , ΔR_{ij} , ΔX_{ii} e ΔX_{ij} são os termos de correção de Carson para a resistência própria, resistência mútua, reatância própria e reatância mútua entre condutores “ i ” e “ j ”, respectivamente.

A interação do campo magnético com o solo com perdas, resulta em impedâncias próprias e mútuas constituídas por componentes reais e imaginárias em seus valores, ou seja, a resistência mútua entre os condutores deixa de ser nula.

2.4. Modelos de Linhas de Transmissão

As matrizes primitivas dos parâmetros de linhas de transmissão são a base para o desenvolvimento de modelos matemáticos das linhas. Uma linha de transmissão pode ser representada por parâmetros concentrados ou por parâmetros distribuídos, de acordo com a análise a ser realizada. Para avaliação de fenômenos elétricos em regime permanente senoidal é apropriada a utilização de modelos na forma de circuitos PI, que representam a linha como o ilustrado na Figura 2.2.

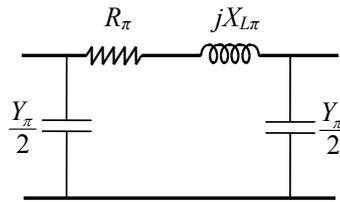


Figura 2.2 – Seção do circuito PI Exato de uma linha de transmissão monofásica.

No circuito da Figura 2.2:

- R_π é a resistência da linha;
- $X_{L\pi}$ é a reatância indutiva da linha;
- Y_π é a admitância em derivação total da linha no circuito PI.

A impedância série da linha é $Z_\pi = R_\pi + jX_{L\pi}$. Os parâmetros Z_π e Y_π do circuito que representa a linha são definidos de acordo com o modelo PI a ser adotado. Os modelos podem ser utilizados para linhas com qualquer número de fases. Na Figura 2.3 é ilustrado um circuito PI para representação de linha trifásica, com acoplamentos próprios e mútuos.

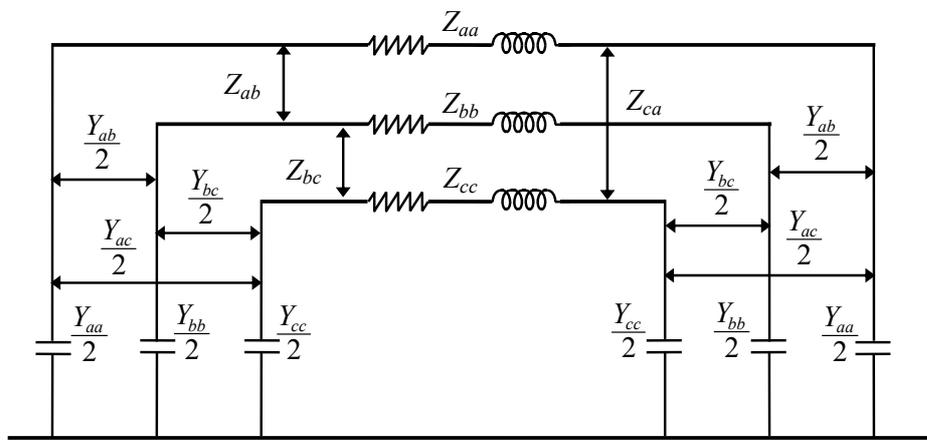


Figura 2.3 – Circuito PI para uma linha de transmissão trifásica.

2.4.1 Circuito PI Exato

Para estudos em regime permanente, as equações diferenciais parciais que definem as relações entre tensão e corrente em linhas de transmissão longas são ajustadas a um modelo denominado PI Exato. Neste modelo, os parâmetros elétricos distribuídos da linha são calculados para uma determinada frequência para que a linha seja representada por parâmetros concentrados. A impedância série e a admitância em derivação no PI exato são definidas através das seguintes equações hiperbólicas:

$$Z_{\pi} = zl \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \quad (2.14)$$

$$Y_{\pi} = yl \frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}} \quad (2.15)$$

Em que:

- z é a impedância série da linha por unidade de comprimento, em Ω/km ;
- y é a admitância em derivação da linha por unidade de comprimento, em S/km ;
- l é o comprimento total da linha de transmissão, em km ;
- $\gamma = \sqrt{zy}$ é a constante de propagação.

Se a linha modelada é composta por n condutores, z e y correspondem a matrizes primitivas dos parâmetros de linhas de transmissão $[Z]$ e $[Y]$ de ordem $n \times n$. Normalmente, os cabos para-raios, ou cabos-guarda, são contínuos e estão ligados a terra em cada torre de suporte, o que nos permite reduzir a matriz de impedâncias longitudinais $[Z]$ e a matriz de admitâncias transversais $[Y]$ a matrizes de ordem n para um sistema de n fases. A matriz $[Z]$ pode ser representada da seguinte maneira:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{cg} \\ Z_{gc} & Z_{gg} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Sendo,

- Z_{cc} a matriz de impedâncias série dos cabos condutores
- Z_{gg} a matriz de impedâncias série dos cabos-guarda
- Z_{cg} a matriz de impedâncias mútuas entre cabos condutores e cabos-guarda

Para as quedas de tensão longitudinais na linha:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_c \\ \Delta V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{cg} \\ Z_{gc} & Z_{gg} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_c \\ I_g \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Para cabos-guarda aterrados, $\Delta V_g = 0$.

$$[\Delta V_c] = [Z_{reduzida}] \cdot [I_c]$$

$$\text{Em que, } [Z_{reduzida}] = [Z_{cc}] - [Z_{cg}][Z_{gg}]^{-1}[Z_{gc}]$$

Da mesma maneira pode ser definida a matriz $[Y_{reduzida}]$.

2.4.2 Circuito PI Nominal

O modelo PI Nominal é uma representação aproximada válida para linhas que não são muito longas.

Os fatores $\frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}$ e $\frac{\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{\frac{\gamma l}{2}}$ nas equações (2.14) e (2.15) incluem o efeito da propagação de onda em longas distâncias no cálculo dos parâmetros do circuito PI da linha. Quando estes fatores são pequenos, tendendo a unidade, a linha pode então ser representada somente como um PI Nominal. Os parâmetros Z_π e Y_π são obtidos simplesmente pelo produto do comprimento l da linha e da impedância unitária z ou da admitância unitária y , respectivamente.

$$Z_\pi = zl \quad (2.18)$$

$$Y_\pi = yl \quad (2.19)$$

O modelo PI Nominal apresenta precisão suficiente na representação da linha de transmissão com comprimento de até 100 km para estudos de fenômenos em 60 Hz (DOMMEL, 1996). Para linhas longas, cada seção da linha pode também ser representada por um PI Nominal sendo a linha representada por uma cascata de PI's nominais.

Os parâmetros das linhas de transmissão podem ser supostos igualmente distribuídos ao longo da linha quando esta apresentar características homogêneas. As linhas não uniformes, nas quais a geometria da seção transversal ou as características elétricas e magnéticas não são mantidas ao longo do seu comprimento, também podem ser representadas por seções de circuitos PI que possuam características similares.

2.5. Transposição de Linhas de Transmissão

A matriz $[Z_{abc}]$, apesar de ser sempre simétrica para linhas de transmissão, dificilmente apresentará valores próprios e valores mútuos iguais entre si. Para minimizar o desequilíbrio das impedâncias, refletido nas tensões e correntes do sistema, é utilizado o artifício da transposição de linhas. A transposição consiste em fazer com que o feixe de condutores de cada fase ocupe cada uma das possíveis posições nas torres, por igual distância.

A Figura 2.4 ilustra o esquema de transposição para uma linha de transmissão trifásica dividida em três seções de igual comprimento.

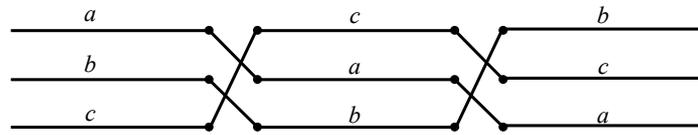


Figura 2.4 – Esquema de transposição de três seções para linha de circuito simples.

No esquema de transposição ilustrado na Figura 2.5, a linha de transmissão é dividida em quatro seções correspondentes a $1/6$, $1/3$, $1/3$ e $1/6$ do comprimento total da linha, respectivamente.

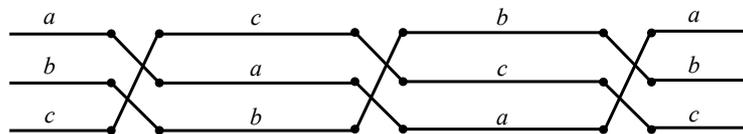


Figura 2.5 – Esquema de transposição de quatro seções para linha de circuito simples.

As linhas de transmissão de circuito duplo também podem ter a sua matriz de impedância aproximadamente equilibrada, com o esquema de três seções para os seus dois circuitos. A rotação de fases do circuito 1 pode ser realizada na mesma direção ou em direção oposta a do circuito 2. Na Figura 2.6 é ilustrado o esquema de transposição de uma linha de circuito duplo com rotação de fase no mesmo sentido.

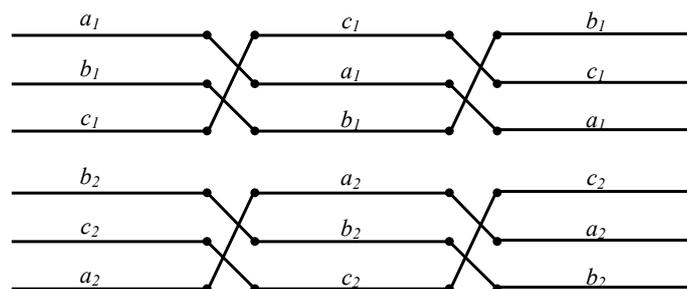


Figura 2.6 – Esquema de transposição de três seções para linha de circuito duplo.

O esquema de transposição de nove seções, também utilizado para linhas de circuito duplo, é ilustrado na Figura 2.7.

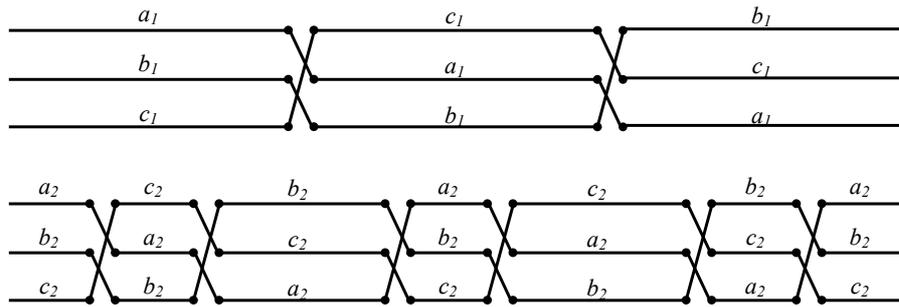


Figura 2.7 – Esquema de transposição de nove seções para linhas de circuito duplo.

Quando o comprimento de cada seção de transposição é muito menor que o comprimento de onda da frequência considerada no estudo, a linha pode ser considerada equilibrada (DOMMEL, 1996).

O procedimento usual para definir a matriz de impedâncias de linhas de transmissão transpostas é considerar valores aproximados para os elementos próprios e mútuos da matriz de impedâncias. As impedâncias próprias das fases são calculadas pela média dos valores de impedâncias próprias referentes a cada trecho de transposição e as impedâncias mútuas entre as fases apresentam um único valor, definido pela média dos valores de impedâncias mútuas de cada seção da linha.

Considerando-se a linha trifásica dividida em três trechos de transposição de mesmo comprimento, $[Z_{abc}]$ pode ser calculada da seguinte maneira [DOMMEL, 1996]:

$$[Z_{abc}] = \frac{1}{3} \left[\begin{matrix} [Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac}] \\ [Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc}] \\ [Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc}] \end{matrix} + \begin{matrix} [Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{cb}] \\ [Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ab}] \\ [Z_{bc} & Z_{ba} & Z_{bb}] \end{matrix} + \begin{matrix} [Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ba}] \\ [Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ca}] \\ [Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa}] \end{matrix} \right] \quad (2.20)$$

O sistema é então aproximadamente equilibrado, com a seguinte matriz de impedâncias:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Em que Z_s é a impedância própria e Z_m é a impedância mútua entre os condutores.

De maneira análoga, pode ser calculada a matriz de capacitâncias da linha de transmissão transposta.

2.6. Teorema de Fortescue

Em seu trabalho intitulado “*Method Of Symmetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks*”, Dr. Charles L. Fortescue (FORTESCUE, 1918) apresentou princípios gerais de uma ferramenta matemática para representação de sistemas assimétricos de n vetores coplanares por n sistemas simétricos equilibrados, denominados componentes simétricas dos fasores originais. De acordo com a teoria de componentes simétricas, um sistema polifásico desequilibrado constituído por n fases pode ser representado por n sistemas equilibrados, denominados componentes de sequência. As tensões de fase deste sistema podem ser expressas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{a(n-1)} \\
 V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} + \dots + V_{b(n-1)} \\
 V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} + \dots + V_{c(n-1)} \\
 &\dots \\
 V_n &= V_{n0} + V_{n1} + V_{n2} + \dots + V_{n(n-1)}
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

Sendo:

- V_a, V_b, \dots, V_n : Conjunto de n fasores não equilibrados que representam as tensões de fase do sistema;
- $V_{a0}, V_{b0}, \dots, V_{n0}$: fasores homopolares denominados componentes de sequência 0;
- $V_{a1}, V_{b1}, \dots, V_{n1}$: fasores defasados de θ_c , denominados de componentes de sequência 1;
- $V_{a2}, V_{b2}, \dots, V_{n2}$: fasores defasados de $2 \cdot \theta_c$, denominados de componentes de sequência 2;
- $V_{a(n-1)}, V_{b(n-1)}, \dots, V_{n(n-1)}$: fasores defasados de $(n-1) \cdot \theta_c$, denominados de componentes de sequência $(n-1)$.

Para facilitar as manipulações algébricas, foi definido o operador a ;

$$a = e^{j\theta_c} \tag{2.23}$$

Em que:

- e : número de Euler;
- $\theta_c = \frac{2\pi}{n}$; ângulo característico do sistema.

Sendo n o número de fases do sistema desequilibrado, a aplicação do operador “ a ” em um fasor provoca um giro de $2\pi/n$ radianos no sentido anti-horário sem alterar sua amplitude.

O conjunto de equações (2.22) pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{a(n-1)} \\
 V_b &= V_{a0} + a^{-1}V_{a1} + a^{-2}V_{a2} + \dots + a^{-(n-1)}V_{a(n-1)} \\
 V_c &= V_{a0} + a^{-2}V_{a1} + a^{-4}V_{a2} + \dots + a^{-2(n-1)}V_{a(n-1)} \\
 &\dots \\
 V_n &= V_{a0} + a^{-(n-1)}V_{a1} + a^{-2(n-1)}V_{a2} + \dots + a^{-(n-1)(n-1)}V_{a(n-1)}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Considerando a análise de uma rede trifásica, o sistema desequilibrado pode ser resolvido como três sistemas monofásicos equilibrados. Um dos sistemas é composto de fasores iguais e coplanares e denominado circuito de sequência zero. Os outros dois sistemas são simétricos e compostos por três fasores equilibrados de mesmo módulo, defasados de 120° entre si. O primeiro, denominado circuito de sequência positiva, apresenta a sequência de fase idêntica a do sistema trifásico original desequilibrado. O segundo é denominado de circuito de sequência negativa e apresenta a sequência de fase contrária a do sistema trifásico original desequilibrado. As tensões de fases do sistema podem ser representadas em função de suas componentes simétricas:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\
 V_b &= V_{a0} + a^2V_{a1} + aV_{a2} \\
 V_c &= V_{a0} + aV_{a1} + a^2V_{a2}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Em que, V_{a0} é a componente de sequência zero da tensão da fase a , V_{a1} e V_{a2} são as componentes de sequência positiva e negativa da tensão da fase a .

De maneira similar, a representação das correntes em componentes simétricas pode ser definida:

$$\begin{aligned}
 I_a &= I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} \\
 I_b &= I_{a0} + a^2I_{a1} + aI_{a2}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

$$I_c = I_{a0} + aI_{a1} + a^2I_{a2}$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Ou, na forma reduzida, $[V_{abc}] = [F][V_{012}]$ e $[I_{abc}] = [F][I_{012}]$ sendo a matriz $[F]$ definida como matriz de transformação de Fortescue.

Aplicando a Lei de kirchhoff a um sistema trifásico, é obtida a seguinte equação matricial:

$$[V_{abc}] = [Z_{abc}][I_{abc}] \quad (2.29)$$

Na equação acima, o sistema é representado em componentes de fase. Ela também pode ser escrita representando o sistema em componentes de sequência:

$$[V_{012}] = [Z_{012}][I_{012}] \quad (2.30)$$

A equação (2.30) pode ser obtida da equação (2.29) pela utilização da matriz de transformação de Fortescue:

$$[F][V_{012}] = [Z_{abc}][F][I_{012}]$$

$$[F]^{-1}[F][V_{012}] = [F]^{-1}[Z_{abc}][F][I_{012}]$$

$$[V_{012}] = [F]^{-1}[Z_{abc}][F][I_{012}]$$

A equação acima fornece a relação entre as matrizes de impedâncias em componentes de sequência e em componentes de fase:

$$[Z_{abc}] = [F][Z_{012}][F]^{-1} \quad (2.31)$$

$$[Z_{012}] = [F]^{-1}[Z_{abc}][F] \quad (2.32)$$

Será demonstrado a seguir que a matriz de impedâncias em componentes simétricas é obtida a partir da transformação de similaridade, sendo as colunas da matriz de Fortescue autovalores genéricos de uma matriz simétrica que apresente os elementos próprios iguais entre si e um único valor para os elementos mútuos.

2.6.1 Autovalores e Autovetores

A multiplicação de uma matriz genérica $[A]$ de ordem $n \times n$ por um vetor x gera um novo vetor b que pode ser definido como uma transformação linear do vetor original x (LANCZOS, 1956).

$$[A]x = b \quad (2.33)$$

Quando o vetor b tem mesma direção que o vetor x , sendo simplesmente proporcional a x , a equação (2.33) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} [A]x &= \lambda x \\ [A - \lambda I]x &= 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Sendo $[I]$ a matriz identidade de mesma ordem que a matriz $[A]$.

λ é denominado autovalor de $[A]$ e x denominado autovetor de $[A]$ associado ao autovalor λ . Como os autovetores são determinados apenas pela sua direção, que deve ser mantida pela transformação linear $[A]x$, qualquer vetor obtido pela multiplicação de um autovetor de $[A]$ por um escalar também é um autovetor de $[A]$. Entretanto, para ser considerado um autovetor associado a um autovalor da matriz $[A]$, x não deve ser um vetor nulo.

Os autovalores da matriz $[A]$ serão as raízes do polinômio característico da matriz $[A - \lambda I]$, obtido pelas raízes do polinômio definido pelo determinante $\det(A - \lambda I) = 0$. Como o polinômio pode apresentar raízes múltiplas, a matriz $[A]$ de ordem n pode ter autovalores repetidos, apresentando no máximo n autovalores distintos.

Para cada autovalor, podem ser associados inúmeros autovetores. Autovetores associados a um mesmo autovalor de multiplicidade maior que a unidade podem ser linearmente dependentes ou linearmente independentes. Os autovetores de $[A]$ associados a autovalores distintos são linearmente independentes (CHEN, 1984).

2.6.2 Diagonalização de Matrizes

Duas matrizes $[A]_{n \times n}$ e $[B]_{n \times n}$ são ditas similares se existe uma matriz não singular $[T]_{n \times n}$ tal que (MEYER, 2000):

$$[A] = [T][B][T]^{-1} \quad (2.35)$$

Pode ser demonstrado que se $[A]$ e $[B]$ forem matrizes similares, elas terão o mesmo polinômio característico, ou seja, os mesmos autovalores. Se $[B] = [T]^{-1}[A][T]$, então:

$$\begin{aligned} [B] - \lambda[I] &= [T]^{-1}[A][T] - \lambda[T]^{-1}[T] \\ \det([B] - \lambda[I]) &= \det([T]^{-1}([A] - \lambda[I])[T]) \\ \det([B] - \lambda[I]) &= \det([T]^{-1}) \cdot \det([A] - \lambda[I]) \cdot \det([T]) \\ \det([B] - \lambda[I]) &= \det([A] - \lambda[I]) \end{aligned}$$

Pela transformação de similaridade, é possível obter uma matriz diagonal $[D]_{n \times n}$ similar a $[A]_{n \times n}$ (MEYER, 2000). Para obtenção de uma matriz diagonal, é preciso que as colunas da matriz de transformação $[T]$ correspondam a n autovetores de $[A]$. Como $[T]$ deve ser matriz inversível, a matriz $[A]$ deve ter n autovetores linearmente independentes. $[A]$ e $[D]$ terão os mesmos autovalores, que serão os elementos não nulos da matriz diagonal $[D]$.

2.6.3 Componentes Simétricas

Na equação (2.32), pode ser observado que a matriz $[Z_{012}]$ é obtida de $[Z_{abc}]$ por uma transformação de similaridade com a utilização da matriz de transformação $[F]$. Caso $[Z_{012}]$ seja diagonal, o sistema de n fases com acoplamento entre as fases poderá ser representado por n sistemas monofásicos desacoplados e os cálculos na análise de redes elétricas poderão ser simplificados.

Uma matriz $[Z_{012}]$ diagonal poderá ser obtida, se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} = Z_0 \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

De maneira similar,

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{12} \\ F_{22} \\ F_{32} \end{bmatrix} = Z_1 \begin{bmatrix} F_{12} \\ F_{22} \\ F_{32} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{13} \\ F_{23} \\ F_{33} \end{bmatrix} = Z_2 \begin{bmatrix} F_{13} \\ F_{23} \\ F_{33} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

O que comprova que as colunas da matriz $[F]$ deverão ser os autovetores associados respectivamente aos autovalores Z_0 , Z_1 e Z_2 da matriz $[Z_{abc}]$.

Os autovetores de uma matriz equilibrada do tipo (2.21), que definem a matriz $[F]$, podem ser calculados da maneira a seguir:

$$\begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\begin{bmatrix} Z_s - \lambda & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s - \lambda & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (Z_s - \lambda)x_1 + Z_m(x_2 + x_3) \\ (Z_s - \lambda)x_2 + Z_m(x_1 + x_3) \\ (Z_s - \lambda)x_3 + Z_m(x_1 + x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Como,

$$(Z_s - \lambda)x_1 + Z_m(x_2 + x_3) = 0$$

Então, Z_m pode ser escrito como:

$$Z_m = \frac{-(Z_s - \lambda)x_1}{(x_2 + x_3)} \quad (2.41)$$

Substituindo nas linhas 2 e 3 da equação (2.40):

$$(Z_s - \lambda)x_2 - \frac{(Z_s - \lambda)x_1(x_1 + x_3)}{(x_2 + x_3)} = 0$$

$$(Z_s - \lambda)x_2(x_2 + x_3) - (Z_s - \lambda)x_1(x_1 + x_3) = 0$$

$$x_2(x_2 + x_3) - x_1(x_1 + x_3) = 0 \quad (2.42)$$

e,

$$(Z_s - \lambda)x_3 - \frac{(Z_s - \lambda)x_1(x_1 + x_2)}{(x_2 + x_3)} = 0$$

$$(Z_s - \lambda)x_3(x_2 + x_3) - (Z_s - \lambda)x_1(x_1 + x_2) = 0$$

$$x_3(x_2 + x_3) - x_1(x_1 + x_2) = 0 \quad (2.43)$$

Se as equações (2.42) e (2.43) forem somadas:

$$(x_2 + x_3)(x_2 + x_3) - x_1(2x_1 + x_2 + x_3) = 0$$

$$2x_1^2 + x_1(x_2 + x_3) - (x_2 + x_3)^2 = 0 \quad (2.44)$$

As raízes de x_1 que tornam a equação (2.44) verdadeira são:

$$x_1 = -(x_2 + x_3) \quad (2.45)$$

e,

$$x_1 = \frac{(x_2 + x_3)}{2} \quad (2.46)$$

Portanto, a matriz (2.21) tem infinitos autovetores na forma V_1 e V_2 associados aos seus autovalores:

$$v_1 = \begin{bmatrix} \frac{(x_2 + x_3)}{2} \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} -(x_2 + x_3) \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

As colunas da matriz de Fortescue de ordem 3x3 são possíveis autovetores de uma matriz do tipo (2.21). O vetor $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ atende a condição (2.47) e os vetores $\begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}$ atendem a condição (2.48).

A matriz de Fortescue de ordem 3x3 pode então ser utilizada como matriz de transformação que diagonaliza a matriz de impedâncias de um sistema trifásico equilibrado com elementos próprios e mútuos iguais entre si. Neste caso, os autovalores da matriz $[Z_{abc}]$ correspondem às impedâncias de sequência zero, positiva e negativa e podem ser definidos da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m \\ Z_s + 2Z_m \\ Z_s + 2Z_m \end{bmatrix} = (Z_s + 2Z_m) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + (a + a^2)Z_m \\ a^2 Z_s + (1 + a)Z_m \\ aZ_s + (1 + a^2)Z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s - Z_m \\ a^2(Z_s - Z_m) \\ a(Z_s - Z_m) \end{bmatrix} = (Z_s - Z_m) \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + (1 + a^2)Z_m \\ aZ_s + (1 + a^2)Z_m \\ a^2 Z_s + (1 + a)Z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s - Z_m \\ a(Z_s - Z_m) \\ a^2(Z_s - Z_m) \end{bmatrix} = (Z_s - Z_m) \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}$$

Os autovalores da matriz $[Z_{abc}]$ são $(Z_s + 2Z_m)$, $(Z_s - Z_m)$ e $(Z_s - Z_m)$ e estes compõem a diagonal da matriz $[Z_{012}]$:

$$\begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s - Z_m \end{bmatrix}$$

Uma linha de transmissão de n fases representada pela matriz de impedância do tipo (2.21) é dita no domínio dos modos quando representada por n sistemas monofásicos desacoplados. Neste caso, as correntes e tensões podem ser obtidas por meio das equações para linhas monofásicas. Uma vez calculadas as correntes e tensões no domínio dos modos, estas podem ser transformadas para o domínio das fases a partir das relações dadas em (2.27) e (2.28).

2.7. Limitações do Método das Componentes Simétricas

O Método das Componentes Simétricas apresenta restrições, sendo necessário considerar aproximações na matriz de impedâncias em determinadas situações para que a sua utilização seja vantajosa. Algumas destas limitações são apresentadas nos tópicos a seguir.

2.7.1 Linhas de Transmissão de Circuito Simples

A matriz de impedâncias que representa uma linha de transmissão trifásica é da forma (2.3). Na matriz de impedâncias (2.3), seja qual for o sistema representado, $Z_{ab} = Z_{ba}$, $Z_{ac} = Z_{ca}$, $Z_{bc} = Z_{cb}$. Considerando a linha equilibrada, $Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_s$, mas os elementos mútuos da matriz de impedâncias de uma linha de transmissão não serão

necessariamente todos iguais entre si. Quando a transformação de Fortescue é aplicada, a matriz $[Z_{012}]$ obtida não é diagonal:

$$\begin{aligned}
 [Z_{012}] &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_s & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_s & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \\
 [Z_{012}] &= \begin{bmatrix} Z_s + \frac{2(Z_{ab}+Z_{ac}+Z_{bc})}{3} & -\frac{(a^2Z_{ab}+aZ_{ac}+Z_{bc})}{3} & -\frac{(aZ_{ab}+a^2Z_{ac}+Z_{bc})}{3} \\ -\frac{(aZ_{ab}+a^2Z_{ac}+Z_{bc})}{3} & Z_s - \frac{(Z_{ab}+Z_{ac}+Z_{bc})}{3} & \frac{2(a^2Z_{ab}+aZ_{ac}+Z_{bc})}{3} \\ -\frac{(a^2Z_{ab}+aZ_{ac}+Z_{bc})}{3} & \frac{2(aZ_{ab}+a^2Z_{ac}+Z_{bc})}{3} & Z_s - \frac{(Z_{ab}+Z_{ac}+Z_{bc})}{3} \end{bmatrix} \quad (2.49)
 \end{aligned}$$

A matriz de impedâncias de uma linha de transmissão só é diagonalizável pela matriz transformação de Fortescue se todos os elementos próprios e mútuos forem iguais entre si. As linhas com transposição são consideradas aproximadamente equilibradas, como apresentado na equação (2.20). Estas aproximações podem incrementar erros nos resultados finais. Caso a linha de transmissão não seja perfeitamente transposta, a matriz de impedância não será do tipo (2.21) e não haverá nenhuma vantagem em utilizar a matriz de Fortescue. Nestes casos, é preciso calcular os autovetores da matriz de impedâncias para definir uma matriz de transformação que a diagonalize.

2.7.2 Linhas de Transmissão de Circuito Duplo

Nas linhas de transmissão de circuito duplo, assim como em linhas trifásicas muito próximas, surgem acoplamentos mútuos entre os circuitos de sequência da linha. Estes acoplamentos dependem do esquema de transposição adotado para cada circuito. A matriz de impedâncias que representa linhas de circuito duplo é simétrica e de dimensão 6x6, como apresentado a seguir:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_{aa}^{11} & Z_{ab}^{11} & Z_{ac}^{11} & Z_{aa}^{12} & Z_{ab}^{12} & Z_{ac}^{12} \\ Z_{ba}^{11} & Z_{bb}^{11} & Z_{bc}^{11} & Z_{ba}^{12} & Z_{bb}^{12} & Z_{bc}^{12} \\ Z_{ca}^{11} & Z_{cb}^{11} & Z_{cc}^{11} & Z_{ca}^{12} & Z_{cb}^{12} & Z_{cc}^{12} \\ Z_{aa}^{12} & Z_{ab}^{12} & Z_{ac}^{12} & Z_{aa}^{22} & Z_{ab}^{22} & Z_{ac}^{22} \\ Z_{ba}^{12} & Z_{bb}^{12} & Z_{bc}^{12} & Z_{ba}^{22} & Z_{bb}^{22} & Z_{bc}^{22} \\ Z_{ca}^{12} & Z_{cb}^{12} & Z_{cc}^{12} & Z_{ca}^{22} & Z_{cb}^{22} & Z_{cc}^{22} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Na matriz (2.49) os índices sobrescritos indicam os circuitos e os índices subscritos indicam as fases das referidas impedâncias. Por exemplo, Z_{aa}^{11} representa a impedância própria da fase a do circuito 1, já Z_{aa}^{12} representa a impedância mútua entre fase a do circuito 1 e a fase a do circuito 2.

Para linhas de circuito duplo com transposição, a matriz de impedâncias aproximadamente equilibrada pode ser obtida pelo mesmo método usado para linhas transpostas de circuito simples, como descrito na seção 2.3. No caso de linhas trifásicas de circuito duplo, geralmente uma transposição baseada em uma fundamentação prática considera a transposição independente de cada circuito trifásico. A matriz de impedâncias de ordem 6x6 em componentes simétricas pode ser obtida a partir da equação matricial:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} [F] & [0] \\ [0] & [F] \end{bmatrix} [Z_{abc}] \begin{bmatrix} [F]^{-1} & [0] \\ [0] & [F]^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Em que $[F]$ é a matriz de transformação de Fortescue e $[0]$ é uma matriz nula, ambas de ordem 3. A depender do esquema de transposição, diferentes configurações são encontradas para a matriz de impedâncias em componentes de sequência. Conforme a transposição adotada, correntes de sequência positiva de um circuito podem, por exemplo, induzir tensões de sequência positiva ou negativa no outro circuito (DOMMEL, 1996).

2.7.2.1 Transposição de Três Seções no Mesmo Sentido

Caso seja adotado o esquema de transposição de três seções de igual comprimento da linha conforme ilustrado na Figura 2.6, as rotações das fases dos circuitos 1 e 2 podem ter mesmo sentido ou sentidos opostos. Se a rotação de fase apresentar o mesmo sentido nos dois circuitos, a matriz da média das impedâncias nas três seções será:

$$[Z_{abc}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_s^1 & Z_m^1 & Z_m^1 & Z_k & Z_n & Z_l \\ Z_m^1 & Z_s^1 & Z_m^1 & Z_n & Z_l & Z_k \\ Z_m^1 & Z_m^1 & Z_s^1 & Z_l & Z_k & Z_n \\ Z_k & Z_n & Z_l & Z_s^2 & Z_m^2 & Z_m^2 \\ Z_n & Z_l & Z_k & Z_m^2 & Z_s^2 & Z_m^2 \\ Z_l & Z_k & Z_n & Z_m^2 & Z_m^2 & Z_s^2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Em que,

- $Z_s^i = \frac{1}{3} (Z_{aa}^{ii} + Z_{bb}^{ii} + Z_{cc}^{ii})$
- $Z_m^i = \frac{1}{3} (Z_{ab}^{ii} + Z_{bc}^{ii} + Z_{ca}^{ii})$
- $Z_k = \frac{1}{3} (Z_{aa}^{12} + Z_{bb}^{12} + Z_{cc}^{12})$
- $Z_l = \frac{1}{3} (Z_{ab}^{12} + Z_{bc}^{12} + Z_{ca}^{12})$

Aplicando a equação de transformação (2.51) na matriz da equação (2.52), a matriz de impedâncias da linha de circuito duplo em componentes simétricas será:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} \frac{Z_s^1 + 2Z_m^1}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_k + 2Z_l}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_s^1 - Z_m^1}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_k - Z_l}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_s^1 - Z_m^1}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_k - Z_l}{3} \\ \frac{Z_k + 2Z_l}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 + 2Z_m^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_k - Z_l}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 - Z_m^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_k - Z_l}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 - Z_m^2}{3} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

A matriz (2.53) pode também ser escrita na forma:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00}^{11} & 0 & 0 & Z_{00}^{12} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{++}^{11} & 0 & 0 & Z_{++}^{12} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{--}^{11} & 0 & 0 & Z_{--}^{12} \\ Z_{00}^{21} & 0 & 0 & Z_{00}^{22} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{++}^{21} & 0 & 0 & Z_{++}^{22} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{--}^{21} & 0 & 0 & Z_{--}^{22} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Em que,

- Z_{00}^{ii} é a impedância própria de sequência zero do circuito i.
- Z_{++}^{ii} é a impedância própria de sequência positiva do circuito i.
- Z_{--}^{ii} é a impedância própria de sequência negativa do circuito i.
- Z_{00}^{ij} é a impedância mútua entre a sequência zero do circuito i e a sequência zero do circuito j.
- Z_{++}^{ij} é a impedância mútua entre a sequência positiva do circuito i e a sequência positiva do circuito j.
- Z_{--}^{ij} é a impedância mútua entre a sequência negativa do circuito i e a sequência negativa do circuito j.

Na equação (2.54) pode ser identificado que, para esta configuração de transposição de linhas, existe acoplamento de mesma sequência entre os dois circuitos.

2.7.2.2 Transposição de Três Seções em Sentidos Opostos

Caso a rotação de fase na transposição de três seções seja realizada em sentidos opostos nos circuitos 1 e 2, a média das impedâncias das três seções é dada por:

$$[Z_{abc}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_s^1 & Z_m^1 & Z_m^1 & Z_k & Z_n & Z_l \\ Z_m^1 & Z_s^1 & Z_m^1 & Z_n & Z_l & Z_k \\ Z_m^1 & Z_m^1 & Z_s^1 & Z_l & Z_k & Z_n \\ Z_k & Z_n & Z_l & Z_s^2 & Z_m^2 & Z_m^2 \\ Z_n & Z_l & Z_k & Z_m^2 & Z_s^2 & Z_m^2 \\ Z_l & Z_k & Z_n & Z_m^2 & Z_m^2 & Z_s^2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Transformando a matriz (2.55) para componentes simétricas:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} \frac{Z_s^1+2Z_m^1}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_k+Z_l+Z_n}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_s^1-Z_m^1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{Z_k+aZ_l+a^2Z_n}{3} \\ 0 & 0 & \frac{Z_s^1-Z_m^1}{3} & 0 & \frac{Z_k+a^2Z_l+aZ_n}{3} & 0 \\ \frac{Z_k+Z_l+Z_n}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_s^2+2Z_m^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_k+aZ_l+a^2Z_n}{3} & 0 & \frac{Z_s^2-Z_m^2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{Z_k+a^2Z_l+aZ_n}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{Z_s^2-Z_m^2}{3} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} Z_{00}^{11} & 0 & 0 & Z_{00}^{12} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{++}^{11} & 0 & 0 & 0 & Z_{+-}^{12} \\ 0 & 0 & Z_{--}^{11} & 0 & Z_{-+}^{12} & 0 \\ Z_{00}^{21} & 0 & 0 & Z_{00}^{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{+-}^{21} & 0 & Z_{++}^{22} & 0 \\ 0 & Z_{-+}^{21} & 0 & 0 & 0 & Z_{--}^{22} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

A matriz (2.57) indica que a corrente de sequência zero do circuito 1 influencia na queda de tensão de sequência zero do circuito 2. A corrente de sequência negativa em um circuito induz queda de tensão de sequência positiva no outro circuito, assim como a corrente de sequência positiva em um circuito induz queda de tensão de sequência negativa no outro, uma vez que são observadas impedâncias mútuas não nulas entre os circuitos de sequência positiva e negativa na equação (2.57).

2.7.2.3 Transposição de Nove Seções

A adoção do esquema de transposição representado na Figura 2.7 reduz o acoplamento entre sequências para linhas de circuito duplo. Para esta configuração, a matriz de impedâncias tem a seguinte forma:

$$[Z_{abc}] = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 3Z_s^1 & 3Z_m^1 & 3Z_m^1 & Z_q & Z_q & Z_q \\ 3Z_m^1 & 3Z_s^1 & 3Z_m^1 & Z_q & Z_q & Z_q \\ 3Z_m^1 & 3Z_m^1 & 3Z_s^1 & Z_q & Z_q & Z_q \\ Z_q & Z_q & Z_q & 3Z_s^2 & 3Z_m^2 & 3Z_m^2 \\ Z_q & Z_q & Z_q & 3Z_m^2 & 3Z_s^2 & 3Z_m^2 \\ Z_q & Z_q & Z_q & 3Z_m^2 & 3Z_m^2 & 3Z_s^2 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Em que:

$$Z_q = (Z_{aa}^{12} + Z_{ab}^{12} + Z_{ac}^{12} + Z_{ba}^{12} + Z_{bb}^{12} + Z_{bc}^{12} + Z_{ca}^{12} + Z_{cb}^{12} + Z_{cc}^{12})$$

A matriz (2.58) transformada em componentes simétricas:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} \frac{Z_s^1 + 2Z_m^1}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_q}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Z_s^1 - Z_m^1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Z_s^1 - Z_m^1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{Z_q}{3} & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 + 2Z_m^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 - Z_m^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Z_s^2 - Z_m^2}{3} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Ou:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{00}^{11} & 0 & 0 & Z_{00}^{12} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{++}^{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{--}^{11} & 0 & 0 & 0 \\ Z_{00}^{21} & 0 & 0 & Z_{00}^{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{++}^{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{--}^{22} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

O acoplamento entre a sequência zero do circuito 1 e a sequência zero do circuito 2 permanece. O acoplamento entre a sequência zero dos dois circuitos existirá, mesmo que $Z_p^1 = Z_p^2$ e $Z_m^1 = Z_m^2$, ou seja, a matriz $[Z_{abc}]$ tenha todos os elementos próprios e todos os elementos mútuos iguais entre si.

Portanto, não é possível obter uma matriz diagonal pela transformação de Fortescue, para representação de matrizes de impedâncias de linhas de transmissão de circuito duplo. A transposição dos condutores de fase possibilita a redução das induções mútuas nas sequências positiva e negativa, que são reduzidas a valores desprezíveis. Entretanto, a transposição não tem influência na indução mútua entre as sequências zero

dos circuitos. Caso a impedância mútua de sequência zero entre os circuitos seja desconsiderada na matriz $[Z_{012}]$, os valores obtidos para as correntes de falta que envolva a terra podem apresentar erros consideráveis.

2.7.3 Máquinas Síncronas

Nas máquinas síncronas de pólos salientes, geralmente as impedâncias de sequência positiva e negativa não são iguais (GLOVER & SARMA, 2008). Mesmo que as máquinas sejam eletricamente equilibradas, o sentido de giro determina comportamentos distintos para as componentes de sequência positiva e negativa.

Na máquina síncrona, o fluxo magnético produzido pela corrente de armadura de sequência positiva permanece em sincronismo com o giro do rotor. Sob esta condição, o fluxo magnético que penetra no rotor é elevado e a impedância de sequência positiva tem um elevado valor. Segundo a natureza do problema, pode ser considerado o valor síncrono, transitório ou subtransitário para a impedância de sequência positiva do gerador. Para a análise de curto circuito, é considerado o valor subtransitário.

Ao contrário do fluxo gerado pela corrente de sequência positiva, o fluxo magnético produzido pela corrente de armadura de sequência negativa gira no sentido oposto ao do rotor. Sob esta condição, a corrente induzida nos enrolamentos do rotor dificulta a penetração do fluxo magnético no mesmo e a impedância de sequência negativa é menor que a impedância síncrona.

Quando a máquina síncrona tem apenas correntes de sequência zero, a força magnetomotriz (fmm) produzida por essas correntes teoricamente seria zero, correspondendo a soma de três curvas senoidais idênticas, deslocadas de 120° entre si. Entretanto, devido ao fluxo de dispersão e fluxo de harmônicos, os enrolamentos não produzem uma fmm perfeitamente senoidal e a impedância de sequência zero do gerador não é nula, apresentando uma reatância bem pequena.

A matriz de impedâncias de sequência das máquinas elétricas rotativas é do tipo:

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Sendo Z_1 diferente de Z_2 . Se a equação (2.31) é utilizada para recuperar a matriz de impedâncias de sequência a partir da matriz (2.61):

$$[Z_{abc}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} (Z_0 + Z_1 + Z_2) & (Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2) & (Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2) \\ (Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2) & (Z_0 + Z_1 + Z_2) & (Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2) \\ (Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2) & (Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2) & (Z_0 + Z_1 + Z_2) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

A matriz (2.62) apresenta diferentes valores para indutâncias mútuas entre mesmas fases, $Z_{ab} \neq Z_{ba}$, $Z_{ac} \neq Z_{ca}$ e $Z_{bc} \neq Z_{cb}$, denotando uma inconsistência na utilização do método das componentes simétricas para máquinas elétricas rotativas.

Capítulo 3

Metodologia e Resultados

2.8. Metodologia Utilizada

Para a obtenção do valor da corrente de falta na linha de transmissão, foi analisado um sistema representado apenas pela linha conectada diretamente a uma fonte de tensão senoidal perfeitamente equilibrada. O equivalente do sistema de distribuição, as cargas, os disjuntores, ou quaisquer outros elementos da rede foram desconsiderados. Esta forma de representação foi adotada para que fossem observadas as diferenças, devido apenas ao desequilíbrio nas linhas, para os valores de corrente de curto-circuito em linhas de transmissão com transposição ideal, com transposição cíclica e sem transposição.

3.1.1 Linhas Analisadas

Inicialmente foi analisada uma linha de transmissão de circuito simples, com quatro condutores por fase, cuja distribuição de condutores é ilustrada na Figura 3.1. Os dados de características dos condutores foram baseados nas informações das linhas do tronco Norte-Sul I do sistema estudado em VIDIGAL (2010), com tensão nominal de 500 kV. No decorrer deste trabalho, essa linha será denominada L_1 .

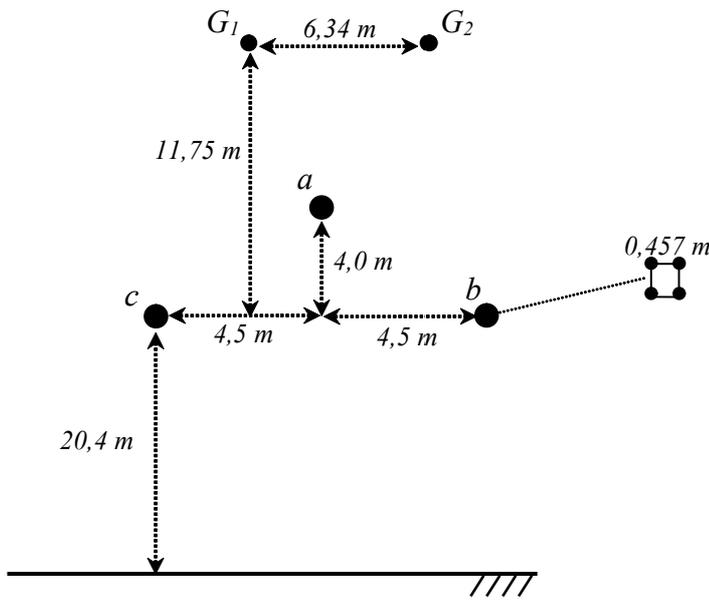


Figura 3.1 – Configuração da linha de transmissão do tronco Norte-Sul I.

Em seguida, foi realizado o estudo de uma linha de transmissão com uma disposição de condutores com maior assimetria. Como referência, foi considerada a configuração de uma linha de transmissão de 230 kV, pertencente a CHESF, em circuito duplo de feixe expandido, utilizada no trecho entre Paulo Afonso e Fortaleza analisada em MONTEIRO (2004), com dois condutores por fase e um cabo-guarda por circuito. A configuração da torre da linha da CHESF é ilustrada na Figura 3.2

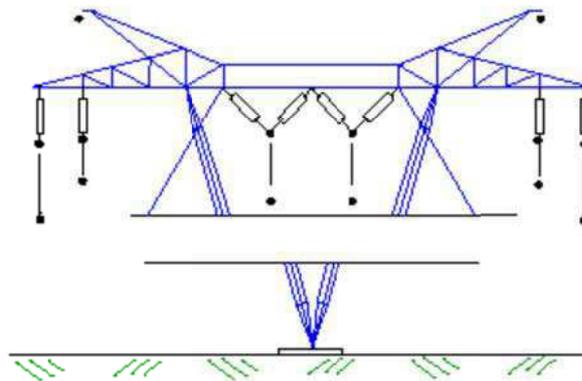


Figura 3.2 - Arranjo da linha de transmissão em circuito duplo Paulo Afonso – Fortaleza.

A linha apresenta três trechos compreendidos entre as barras de Paulo Afonso (PA), Milagres (MLG), Banabuiu (BNB) e Fortaleza (FTZ). O comprimento de cada trecho e o esquema de transposição da linha de circuito duplo é apresentado na Figura 3.3.

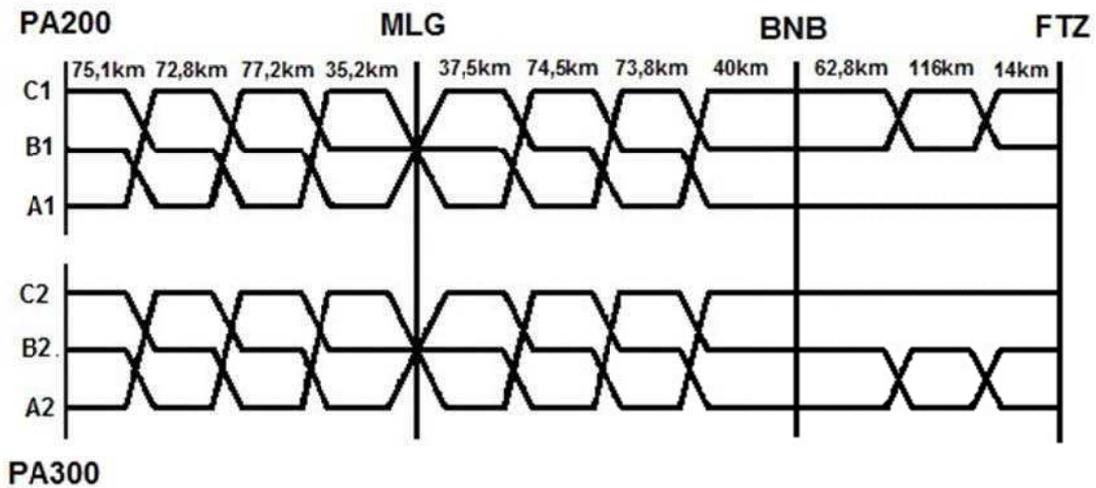


Figura 3.3 – Esquema de transposição da linha de transmissão em circuito duplo Paulo Afonso – Fortaleza.

A distribuição geométrica dos condutores de um dos lados da torre é ilustrada na Figura 3.4.

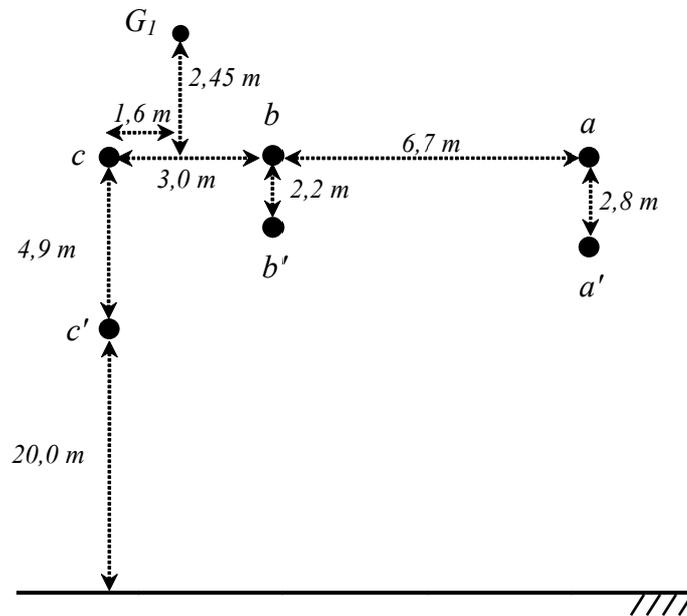


Figura 3.4 – Configuração da linha de transmissão Paulo Afonso - Fortaleza.

Em um primeiro momento, foi realizada a análise dos valores de corrente de falta nesta linha considerando apenas um dos circuitos. Posteriormente, os dois circuitos com os acoplamentos mútuos correspondentes foram representados. No decorrer deste trabalho, a linha da Figura 3.3 representada por um circuito simples será denominada L_2 e a linha representada pelo circuito duplo será denominada L_3 .

3.1.2 Cálculo dos Parâmetros das Linhas

As matrizes de parâmetros elétricos unitários, longitudinais e transversais, próprios e mútuos, no domínio de fase, foram calculadas com o auxílio da rotina *Line Constants* do ATP. Para o cálculo dos parâmetros elétricos da linha trifásica, as seguintes simplificações foram consideradas:

- Operação do sistema em regime permanente na frequência de 60 Hz;
- Distribuição geométrica dos cabos condutores de fase da linha e cabos para-raios conforme ilustrado nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.4;
- Solo plano e homogêneo na vizinhança da linha, com resistividade constante e conhecida, sendo a resistividade nula para o solo considerado ideal e igual a $1000 \Omega \cdot m$ para o solo real;
- Condutores paralelos entre si e em relação ao solo;
- Cabos para-raios representados como condutores sólidos;
- Condutores de fase compostos de fios encordoados com alma de aço representados por um condutor tubular;
- Condutância da linha desprezada, parte real da admitância em derivação considerada nula;
- Influência do solo na impedância determinada com a aplicação da correção de Carson.

Os trechos das linhas de circuito simples foram representados por matrizes $[Z]$ e $[Y]$ de dimensão 3×3 e os trechos das linhas de circuito duplo foram representados por matrizes $[Z]$ e $[Y]$ de dimensão 6×6 , com os cabos-guarda considerados implícitos de acordo com o processo de redução de matrizes.

3.1.3 Comparações Realizadas

Neste trabalho, foram simuladas faltas monofásicas, localizadas no extremo final das linhas de transmissão com diversos comprimentos. Para o estudo, as linhas foram representadas com os terminais remotos em aberto e alimentadas por uma fonte senoidal trifásica equilibrada, operando em regime permanente antes da falta. Para a simulação do curto-circuito, foram inseridas chaves nos terminais das linhas para conexão do terminal de uma das fases para a terra. De forma a comparar os resultados dos valores de corrente de falta em regime permanente na frequência fundamental, tal como é expresso nos objetivos

propostos deste trabalho, as faltas foram simuladas para linhas de circuito simples e de circuito duplo considerando cada linha analisada como idealmente transposta, como no método das componentes simétricas, e considerando a transposição em determinados pontos ou a ausência de transposição na linha, para o método das componentes de fase.

As linhas de circuito simples analisadas foram modeladas com comprimento entre 60 km e 720 km. Com o auxílio da rotina *Models* (LEUVEN EMTP CENTER, 1987), os valores da amplitude da corrente de curto-circuito em regime permanente nas três fases do gerador, bem como no ponto de falta, foram monitorados. Para a linha com transposição em componentes de fase, foi considerada uma transposição cíclica fictícia de condutores a cada 60 km.

Para análise da linha de circuito duplo, a geração foi considerada na barra de Paulo Afonso. Foi simulada falta do tipo monofásica para a terra ocorrendo na fase a do circuito 1. As correntes nas fases a, b e c de cada circuito foram monitoradas nas barras de Paulo Afonso, Banabuiu e Milagres com o emprego da rotina *Models*.

3.1.4 Forma de Representação das Linhas Analisadas

Para estudos em regime permanente, uma linha longa pode ser bem representada no ATP por um circuito PI equivalente derivado de parâmetros distribuídos ou por parâmetros concentrados como uma conexão em cascata de pequenos circuitos PI nominal. Nestes casos, uma precisão razoável é obtida com a representação por um circuito PI nominal de linhas com comprimento máximo de 100 km (DOMMEL, 1996).

No estudo realizado, cada segmento de 30 km das linhas de circuito simples, L_1 e L_2 , foi modelado por um circuito PI nominal, como uma pequena linha não transposta. Os segmentos foram conectados em cascata com a sequência de transposição adotada, ou a ausência de transposição, representada entre um trecho e outro. A linha de transmissão de circuito duplo, L_3 , foi modelada por um circuito PI nominal para cada segmento de linha entre duas torres, apresentados na Figura 3.3.

O método utilizado é igual em tudo para cada tipo de transposição na linha, com a diferença apenas nas matrizes de impedâncias longitudinais e admitâncias transversais para cada caso. Para representação das linhas sem transposição, nenhuma transposição de condutores foi representada entre os circuitos conectados em cascata. Para a modelagem de

linhas com transposição em determinados pontos a transposição entre os trechos foi representada entre um circuito PI e o seguinte, como ilustrado na Figura 3.5.

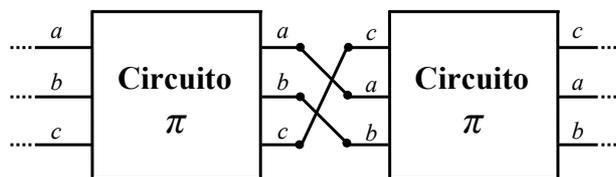


Figura 3.5 – Linha de transmissão com transposição representada por Cascata de PI's.

Para as linhas L_1 e L_2 , foi adotada a transposição cíclica, apresentada na Figura 2.4, a cada 60 km de comprimento da linha. Para o estudo da linha L_3 foi considerada a sua transposição real, apresentada na Figura 3.4.

Para a modelagem das linhas idealmente transpostas, nenhuma transposição de condutores entre os circuitos foi considerada. Entretanto, neste caso, os valores dos parâmetros próprios e mútuos para cada circuito PI foram definidos conforme a equação 2.20 para a linha de circuito simples e conforme a equação 2.57 para a linha de circuito duplo, a partir dos parâmetros de sequência obtidos com o uso do ATP, supondo a linha perfeitamente equilibrada como no método das componentes simétricas. Neste caso, a linha trifásica de circuito simples é diagonalizável por matrizes de transformação padrão, como a de Fortescue ou a de Clarke. Para as linhas de circuito duplo, apenas o acoplamento de sequência zero entre os circuitos foi considerado para a linha idealmente transposta.

2.9. Apresentação de Resultados

3.2.1 Simulações para Linhas de Transmissão Trifásicas de Circuito Simples

Inicialmente foi considerada a linha fictícia denominada L_1 , descrita na seção 3.1.1. No cálculo dos parâmetros elétricos foram consideradas duas situações, solo ideal e solo com resistividade igual a $1000 \Omega \cdot m$.

As Figuras 3.6 e 3.7 apresentam o perfil da corrente em regime permanente em função do comprimento da linha, com um curto-circuito franco na fase a , monitorada no ponto de falta e em cada fase na saída do gerador. Pode ser observado que, para os três

casos de transposição de condutores analisados, independente do tipo de solo considerado, a corrente no ponto de falta decresce a medida que este é afastado do gerador.

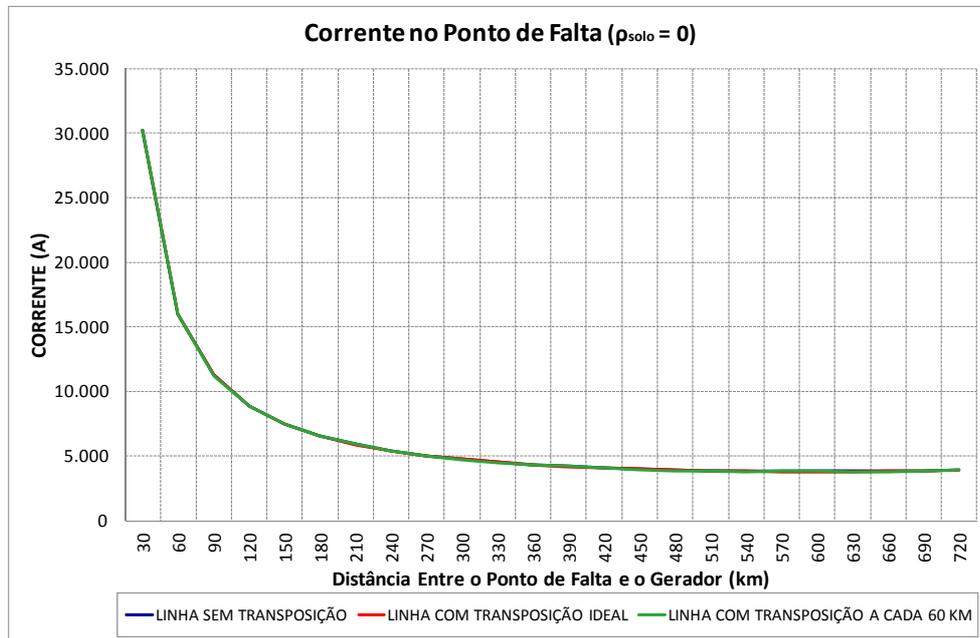


Figura 3.6 – Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.

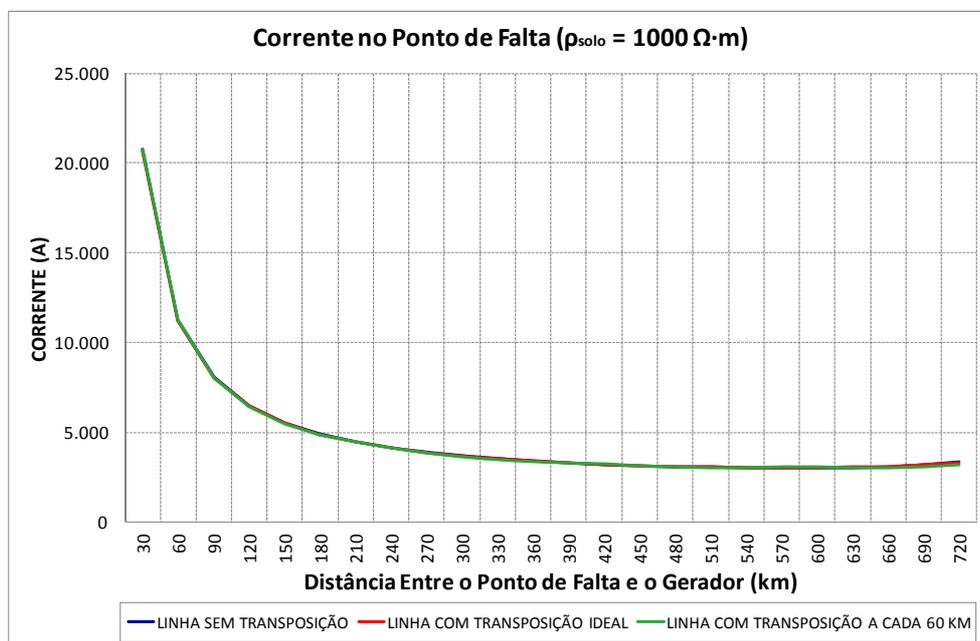


Figura 3.7 – Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega \cdot m$.

Nos gráficos da corrente na fase a na saída do gerador, apresentados nas Figuras 3.8 e 3.9, é observado um ponto de mínimo.

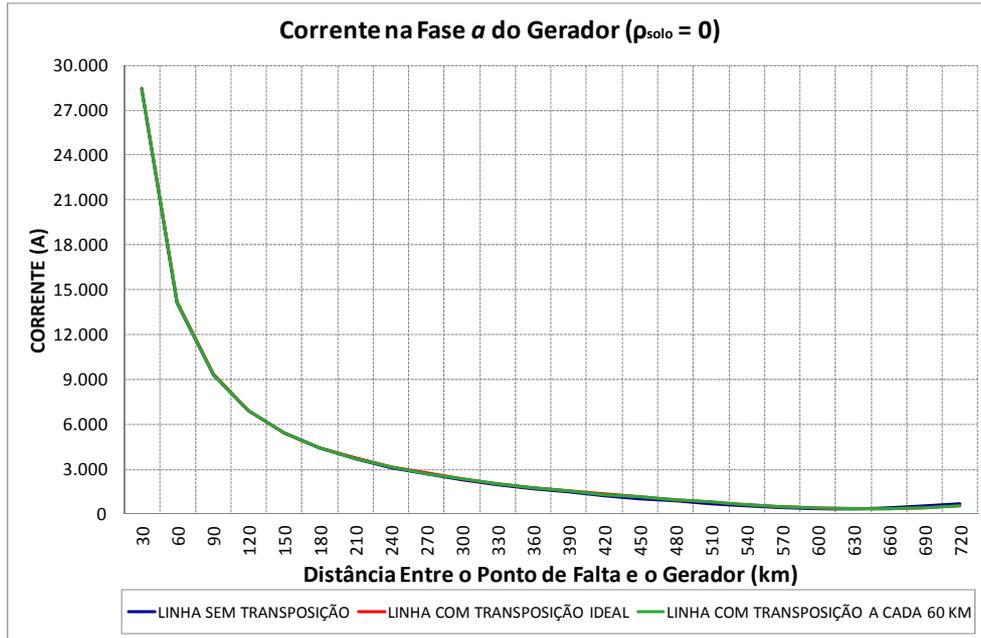


Figura 3.8 – Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.

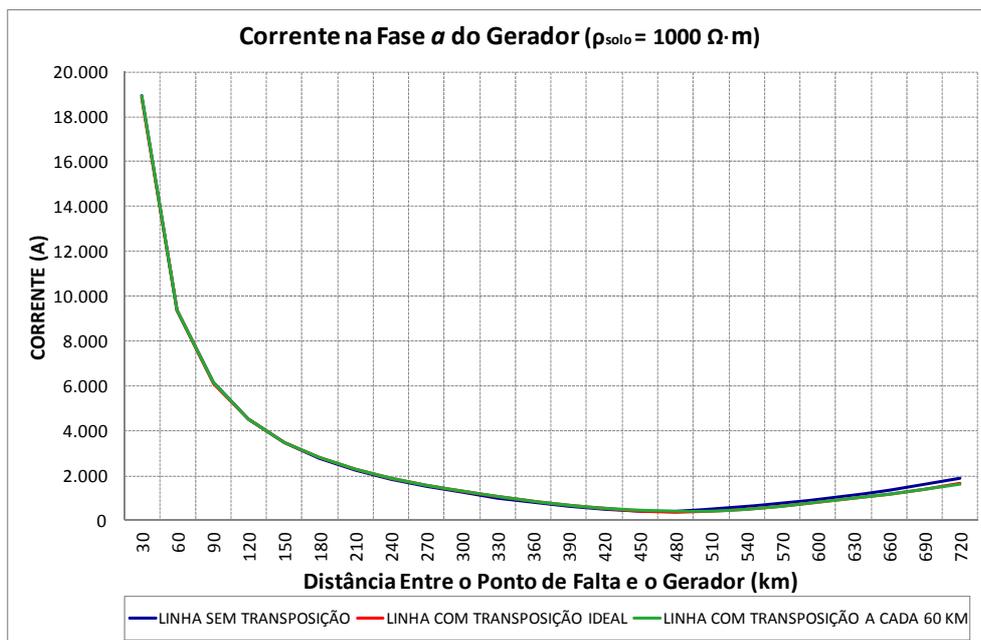


Figura 3.9 – Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega \cdot \text{m}$.

A corrente na fase a inicialmente apresenta comportamento decrescente à medida que o comprimento da linha, e consequentemente, a distância entre o ponto de falta e o gerador aumenta. Entretanto, o valor da corrente de falta passa a crescer quando a distância entre o gerador e o ponto de falta é maior que 630 km, para a linha cujos parâmetros foram calculados considerando o solo com resistividade nula. O mesmo comportamento pode ser

observado para a linha cujos parâmetros foram calculados considerando o solo com resistividade constante e igual a $1000 \Omega \cdot m$. Neste caso, o ponto de mínimo é observado a uma distância entre gerador e ponto de falta de aproximadamente 480 km.

O comportamento observado para a corrente de falta pode ser explicado com a análise da equação que define o valor desta corrente. Para demonstrar tal análise de maneira simplificada, será considerada uma linha com transposição ideal que pode ser representada por três circuitos monofásicos desacoplados. Na ocorrência de uma falta monofásica, estes circuitos devem ser conectados em série, conforme ilustrado na Figura 3.10, para obtenção dos valores de corrente no ponto de falta e no gerador.

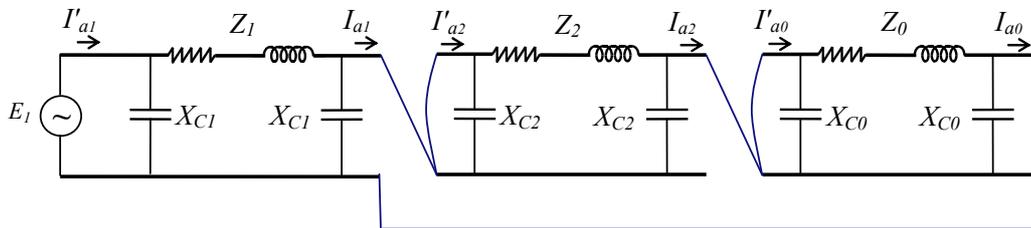


Figura 3.10 – Conexão de circuitos de sequência positiva, negativa e zero para análise de falta monofásica para em uma linha idealmente transposta.

Na Figura 3.10, Z_1 , Z_2 e Z_0 , representam as impedâncias dos circuitos de sequência positiva, negativa e zero, respectivamente. Os parâmetros X_{C1} , X_{C2} e X_{C0} , representam as reatâncias capacitivas de cada circuito de sequência. I_{a0} , I_{a1} e I_{a2} indicam as correntes dos circuitos de sequência positiva, negativa e zero no ponto de falta e I'_{a0} , I'_{a1} e I'_{a2} indicam as correntes de sequência na saída do gerador. A fonte de tensão senoidal do circuito de sequência positiva é representada por E_1 .

Para facilitar a análise, será considerada uma linha sem perdas, sendo Z_0 , Z_1 e Z_2 representadas apenas pelas reatâncias indutivas. As equações que definem cada uma dessas variáveis, obtidas da análise do circuito da Figura 3.10, são apresentadas a seguir.

$$\dot{I}_{a1} = \dot{I}_{a2} = \dot{I}_{a0} = \frac{E_1 \cdot \dot{X}_{C1} \cdot (\dot{X}_{L0} + \dot{X}_{C0})}{2\dot{X}_{L1} \cdot \dot{X}_{C1} \cdot (\dot{X}_{L0} + \dot{X}_{C0}) + \dot{X}_{L0} \cdot \dot{X}_{C0} \cdot (\dot{X}_{L1} + \dot{X}_{C1})} \quad (3.1)$$

$$\dot{I}'_{a1} = \frac{E_1 \cdot (\dot{X}_{L1} + 2\dot{X}_{C1})}{\dot{X}_{C1} \cdot (\dot{X}_{L1} + \dot{X}_{C1})} + \frac{\dot{I}_{a1} \cdot \dot{X}_{C1}}{(\dot{X}_{L1} + \dot{X}_{C1})} \quad (3.2)$$

$$\dot{I}'_{a2} = \dot{I}_{a1} \quad (3.3)$$

$$\dot{I}'_{a0} = \dot{I}_{a1} \quad (3.4)$$

A corrente na fase *a* do gerador, I_{ag} , em componentes de fase, pode ser obtida a partir da equação 3.5:

$$I_{ag} = I'_{a1} + I'_{a2} + I'_{a0} \quad (3.5)$$

O desenvolvimento da equação acima resulta em um polinômio com numerador de grau 6 e denominador de grau 5. A derivada deste polinômio em relação ao comprimento da linha apresenta dez raízes, das quais apenas uma é real e positiva. Para a linha sem perdas, o valor encontrado para a raiz real e positiva da primeira derivada foi de aproximadamente 610 km. Se substituirmos esta raiz na segunda derivada do polinômio que representa a corrente I_{ag} , encontramos um valor positivo, o que indica que este é um ponto de mínimo da função I_{ag} .

Nas Figuras 3.11 a 3.14, são apresentados os gráficos com os valores de corrente registrados para as fases *b* e *c* do gerador. Pode ser observado que, independente do tipo de transposição e de solo considerados, na ocorrência de uma falta na fase *a* para a terra, o comportamento da corrente na saída do gerador nas fases *b* e *c* é crescente com o aumento da distância entre o gerador e ponto de falta. Quando o solo é considerado ideal, as correntes nas fases *b* e *c* passam a apresentar valores maiores que os obtidos para a corrente na fase *a*, a partir de um comprimento de linha igual a 450 km (ver Figura 3.8).

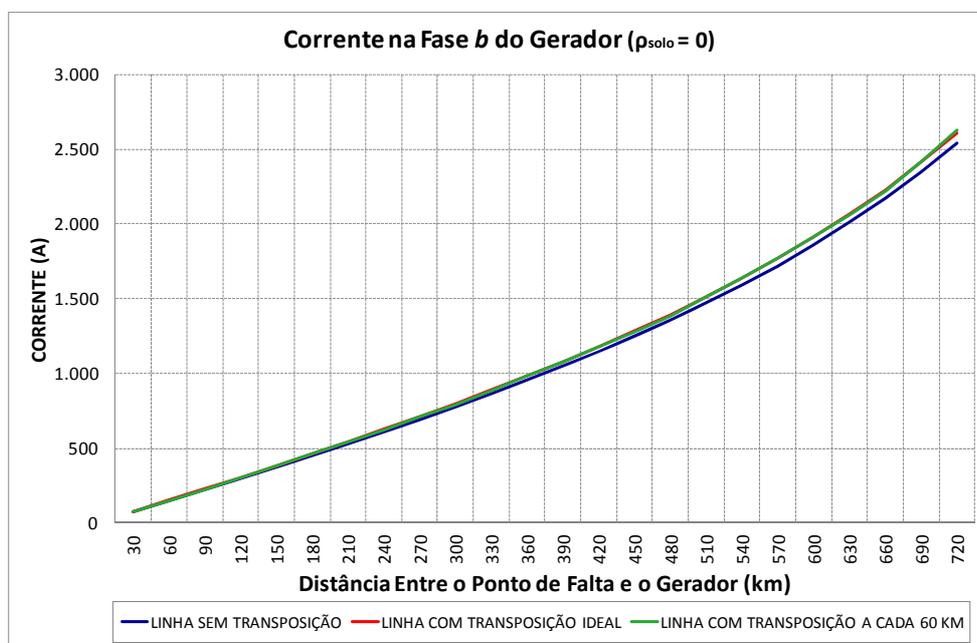


Figura 3.11 – Perfil de corrente na fase *b* do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com solo considerado ideal.

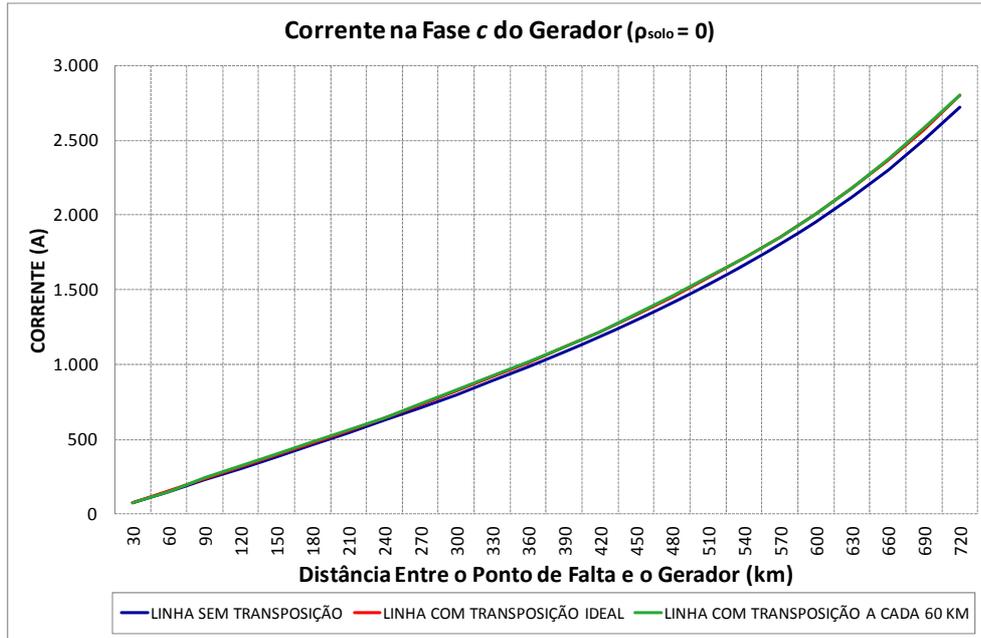


Figura 3.12 – Perfil de corrente na fase c do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L₁, com solo considerado ideal.

Quando a resistividade do solo é considerada igual a 1000 Ω·m, esta característica é observada a partir de 360 km (ver Figura 3.9).

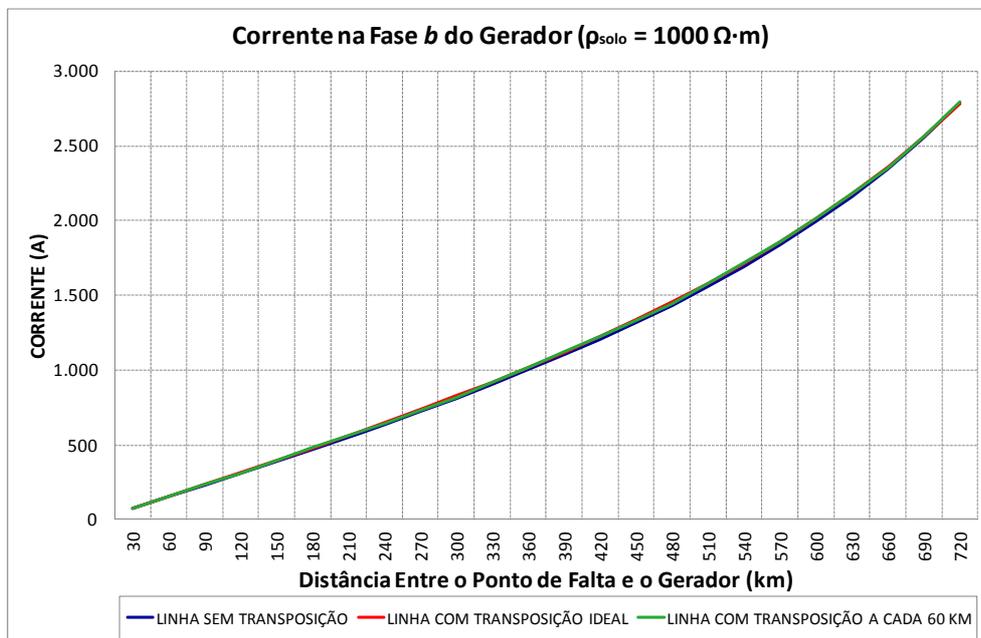


Figura 3.13 – Perfil de corrente na fase b do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L₁, com resistividade do solo considerada constante e igual a 1000 Ω·m.

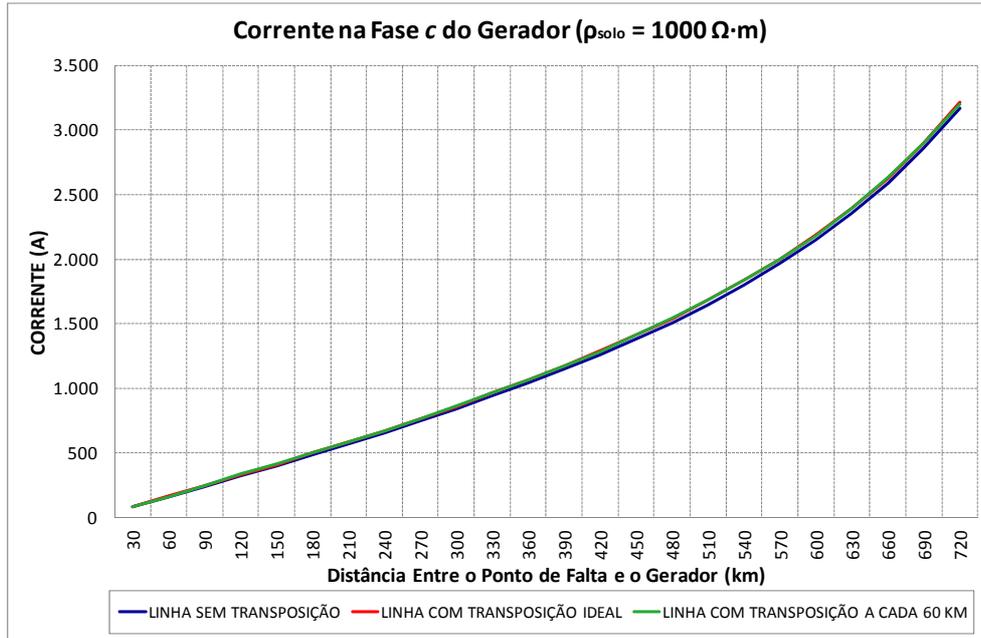


Figura 3.14 – Perfil de corrente na fase *c* do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L_1 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega \cdot m$.

A mesma análise foi realizada para a linha trifásica L_2 . No cálculo dos parâmetros elétricos, foi considerada resistividade do solo constante e igual a $1000 \Omega \cdot m$. Após simulações nesta linha, os valores registrados para corrente em regime permanente durante a ocorrência da falta na fase *a*, no ponto de falta e em cada fase na saída do gerador são apresentados nas Figuras 3.15 a 3.18.

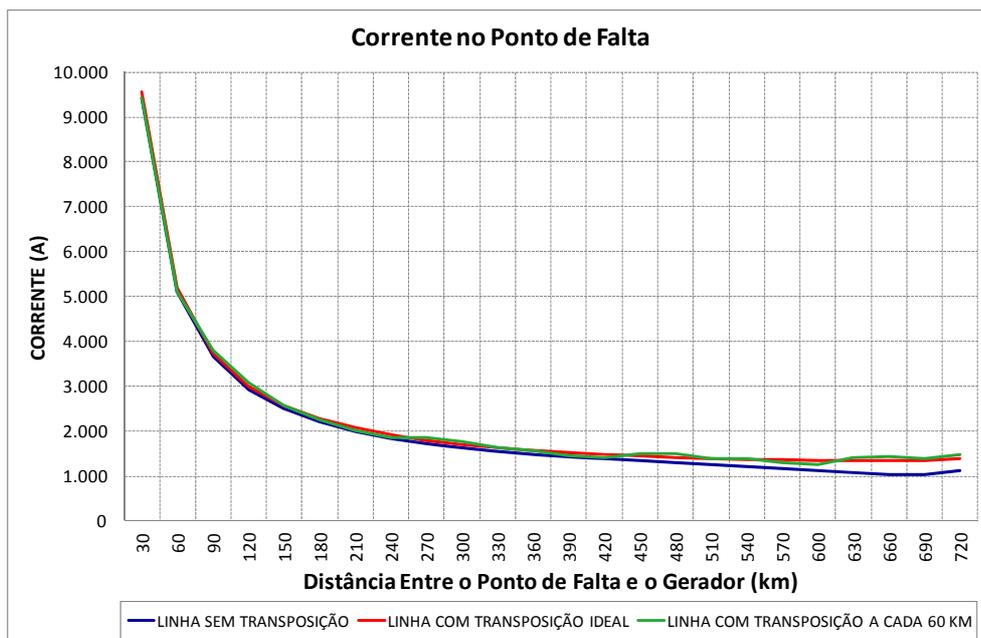


Figura 3.15 – Perfil de corrente no ponto de falta para diferentes tipos de transposição na linha L_2 , com resistividade do solo considerada constante e igual a $1000 \Omega \cdot m$.

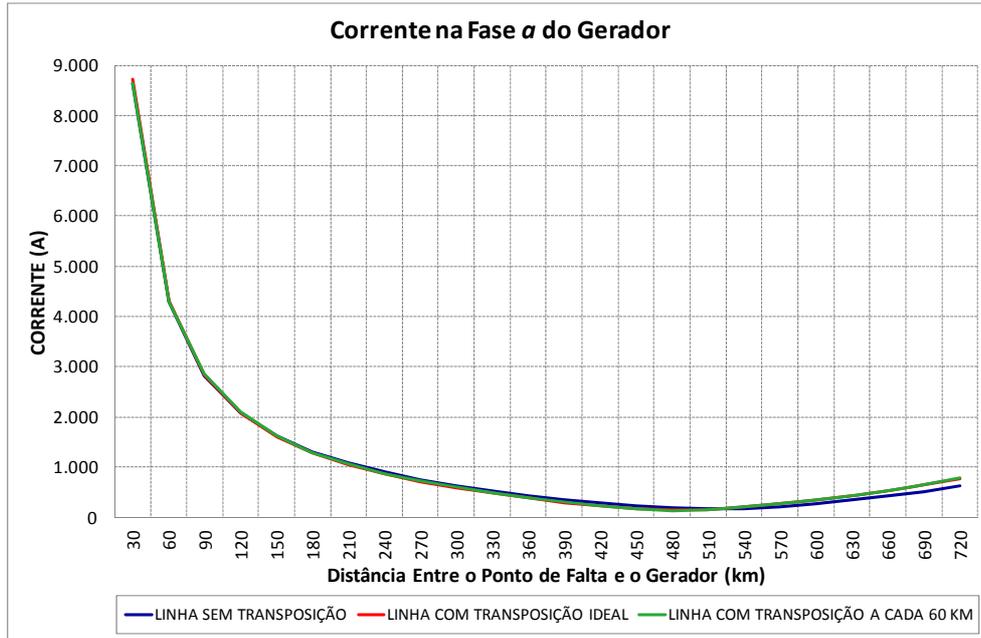


Figura 3.16 – Perfil de corrente na fase a (em falta) do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L₂, com resistividade do solo considerada constante e igual a 1000 Ω.m.

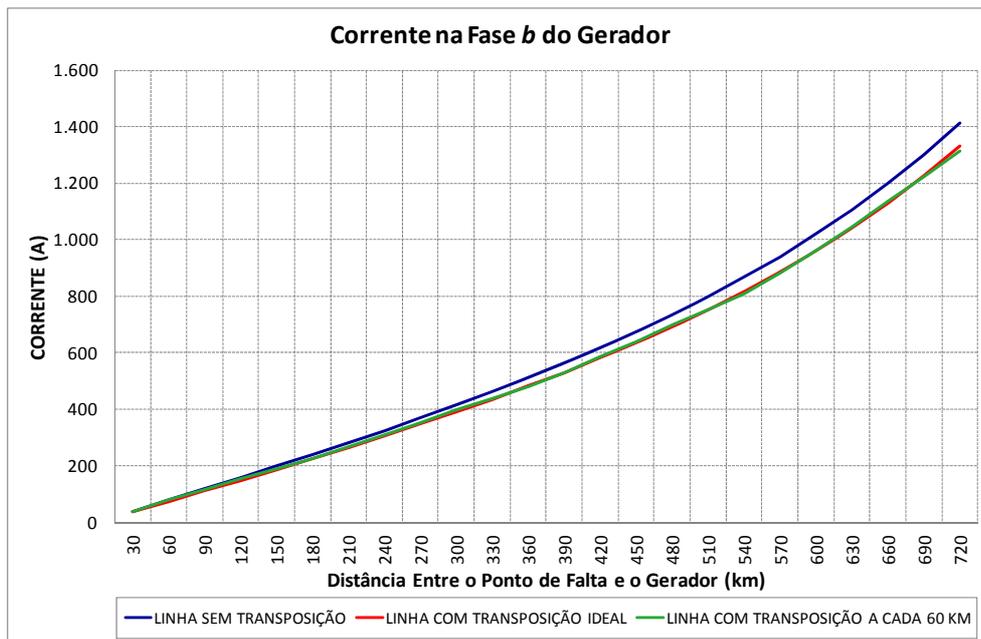


Figura 3.17 – Perfil de corrente na fase b do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L₂, com resistividade do solo considerada constante e igual a 1000 Ω.m.

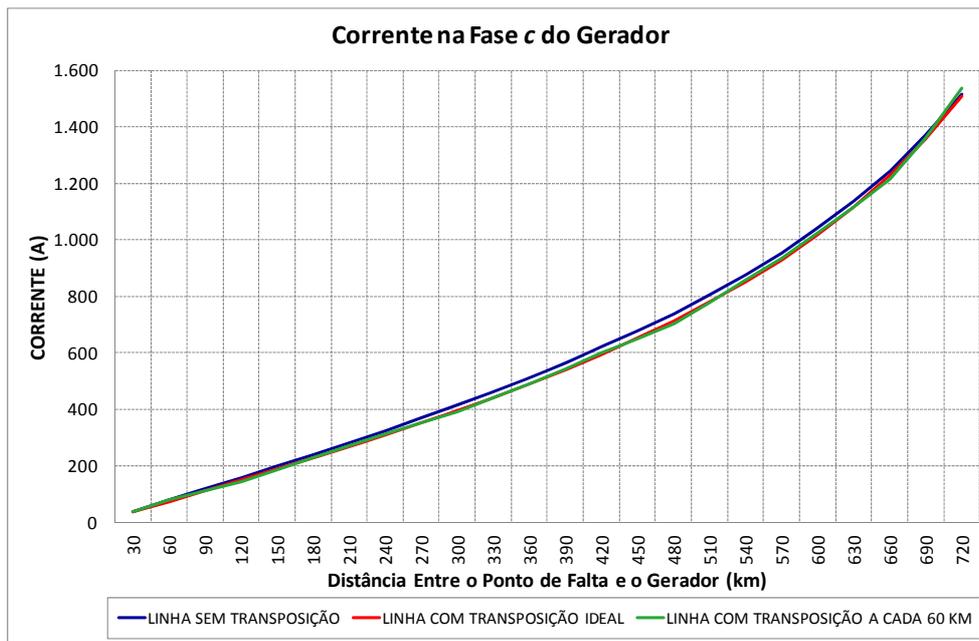


Figura 3.18 – Perfil de corrente na fase c do gerador para diferentes tipos de transposição na linha L₂, com resistividade do solo considerada constante e igual a 1000 Ωm.

Pode ser observado nas Figuras 3.6 a 3.9 e nas Figuras 3.11 a 3.14 que os valores de corrente no ponto de falta ou na saída do gerador apresentam pequenas diferenças para os três casos de transposição analisados para a linha L₁. As diferenças são ligeiramente maiores, para a linha L₂, conforme apresentado nas Figuras 3.15 a 3.18, quando uma disposição de condutores com maior assimetria é considerada.

3.2.1.1 Análise de Erros Relativos para Linhas de Circuito Simples

Foram verificadas diferenças entre os valores da corrente de falta para uma linha de circuito simples sem transposição, ou com transposição em determinados pontos, e os valores obtidos para a linha considerada idealmente transposta como na análise de curto-circuito pelo método das componentes simétricas. As comparações apresentadas foram baseadas em erros relativos que, neste trabalho, são determinados para valores de corrente na frequência fundamental, 60 Hz, da seguinte forma:

$$\varepsilon_{\%} = \frac{I_g(\text{transposição adotada}) - I_g(\text{transposição ideal})}{I_g(\text{transposição adotada})} \quad (3.6)$$

Em que,

- $\varepsilon_{\%}$ o erro relativo entre as grandezas;

- $I_{g(\text{transposição adotada})}$ valor obtido para a corrente na barra de geração quando o tipo de transposição adotado para a linha (sem transposição ou transposição de condutores em determinados pontos) é considerado na sua representação, como no método das componentes de fase.
- $I_{g(\text{transposição ideal})}$ valor obtido para a corrente na barra de geração quando a linha é considerada com transposição ideal na sua representação, como no método das componentes simétricas.

As curvas de corrente na fase a do gerador, apresentadas nas Figuras 3.8, 3.9 e na Figura 3.15 estão praticamente sobrepostas, pois a diferença entre os valores é pequena em relação a escala utilizada para apresentar devidamente todos os valores obtidos. Para verificar tal diferença com maior precisão, os erros relativos foram calculados conforme a equação 3.6.

A) Linhas de Transmissão de Circuito Simples com Transposição

A Figura 3.19 apresenta os erros para os valores de corrente de falta, quando as linhas L_1 e L_2 com transposição cíclica são consideradas idealmente transpostas.

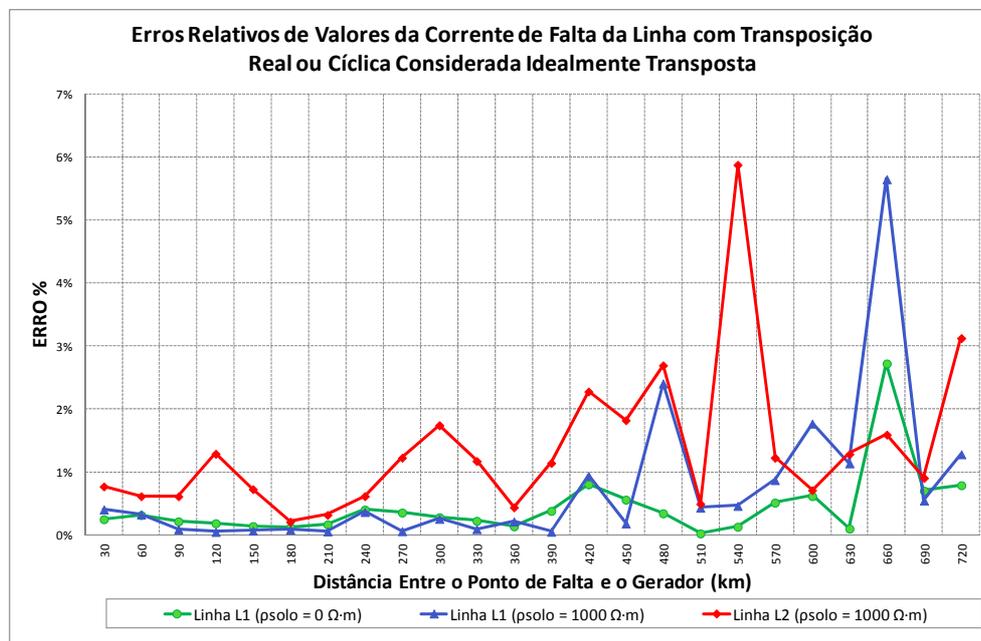


Figura 3.19 – Erros relativos para valores de corrente na fase a do gerador nas linhas L_1 e L_2 com transposição cíclica quando consideradas idealmente transpostas.

Para uma linha com transposição cíclica a cada 60 km, o valor do erro oscila, variando de acordo com o número de trechos de transposição entre o gerador e o ponto de

falta. Após cada ciclo de transposição completo, compreendendo três trechos consecutivos, o erro relativo diminui. Quando são consideradas apenas as faltas ocorrendo nos pontos situados no meio de cada ciclo de transposição, ou apenas no início ou ao final dos mesmos, o erro apresenta comportamento geralmente crescente com o distanciamento do ponto de falta ao gerador, como pode ser observado na Tabela 3.1. Nessa tabela, são apresentados os valores dos erros em percentagem, para valores de corrente obtidos para faltas ocorrendo no fim do segundo trecho de cada ciclo de transposição.

Tabela 3.1 – Erros para a linha de transmissão com transposição a cada 60 km.

Linha de Transmissão com Transposição	Distância entre o Ponto de Falta e a Barra de Geração			
	120 km	300 km	480 km	660 km
L_1 (solo ideal)	$\varepsilon = 0,2\%$	$\varepsilon = 0,3\%$	$\varepsilon = 0,3\%$	$\varepsilon = 2,7\%$
L_1 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega \cdot \text{m}$)	$\varepsilon = 0,1\%$	$\varepsilon = 0,3\%$	$\varepsilon = 2,4\%$	$\varepsilon = 5,7\%$
L_2 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega \cdot \text{m}$)	$\varepsilon = 1,3\%$	$\varepsilon = 1,7\%$	$\varepsilon = 2,7\%$	$\varepsilon = 1,6\%$

Os erros máximos encontrados em cada linha são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Erros máximos para a linha de transmissão com transposição a cada 60 km.

Linha de Transmissão com Transposição	Erro Máximo	Local de Ocorrência
L_1 (solo ideal)	$\varepsilon = 2,7\%$	660 km
L_1 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega \cdot \text{m}$)	$\varepsilon = 5,7\%$	660 km
L_2 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega \cdot \text{m}$)	$\varepsilon = 5,9\%$	540 km

B) Linhas de Transmissão de Circuito Simples sem Transposição

A Figura 3.20 apresenta os erros para os valores de corrente de falta, quando a linha L_1 ou a linha L_2 sem transposição é considerada idealmente transposta. Pode ser observado que os valores dos erros relativos nas linhas sem transposição aumentam com o distanciamento do ponto de falta ao gerador. Entretanto há um decréscimo acentuado para o erro próximo ao ponto de inflexão das curvas de corrente na fase a do gerador. Este comportamento do erro é observado porque o ponto crítico das curvas não ocorre a uma mesma distância para a linha com transposição ideal e para a linha sem transposição. Portanto, as curvas dos valores de corrente considerando os diferentes tipos de transposição adotados para uma mesma linha, passam de decrescentes para crescentes a diferentes distâncias, havendo um ponto de intersecção entre elas. Quando as curvas se cruzam, a diferença nos valores de corrente é nula. Imediatamente após, as diferenças entre

os valores de corrente passam a aumentar, pois as curvas passam a ter comportamento opostos. Quando as duas curvas passam a apresentar um comportamento crescente, as diferenças voltam a diminuir. Logo, é observado uma acentuada redução no valor do erro próximo a distância equivalente ao ponto de intersecção. O maior erro nas linhas de transmissão é observado logo após este ponto.

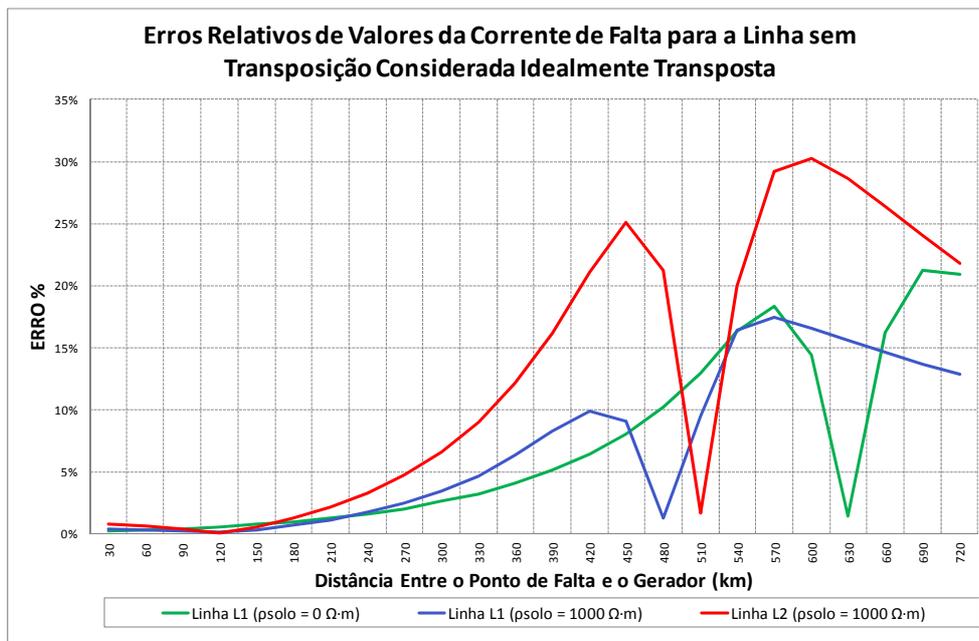


Figura 3.20 – Erros relativos para valores de corrente na fase α do gerador nas linhas L_1 e L_2 sem transposição quando consideradas idealmente transpostas.

Os erros máximos encontrados para as linhas sem transposição são apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Erros máximos para a linha de transmissão sem transposição.

Linha de Transmissão sem Transposição	Erro Máximo	Local de Ocorrência
L_1 (solo ideal)	$\varepsilon = 21,3\%$	690 km
L_1 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega\cdot\text{m}$)	$\varepsilon = 17,4\%$	570 km
L_2 ($\rho_{\text{solo}} = 1000\Omega\cdot\text{m}$)	$\varepsilon = 30,3\%$	600 km

3.2.2 Simulações para Linhas de Transmissão Trifásicas de Circuito Duplo

Para o cálculo dos parâmetros elétricos da linha de circuito duplo, denominada L_3 , a resistividade do solo foi considerada constante e igual a $1000 \Omega\cdot\text{m}$.

Com o auxílio do programa ATP foram simuladas faltas na fase α do circuito 1 para a terra, em seis pontos equidistantes situados entre os dois últimos trechos de transposição

entre as barras Banabuiu (BNB) e Fortaleza (FTZ). Como o último trecho de transposição tem 14 km de extensão, esta foi a distância adotada entre cada dois pontos, conforme apresentado na Figura 3.21 que corresponde ao trecho entre as barras de Banabuiu (BNB) e Fortaleza (FTZ) da Figura 3.3.

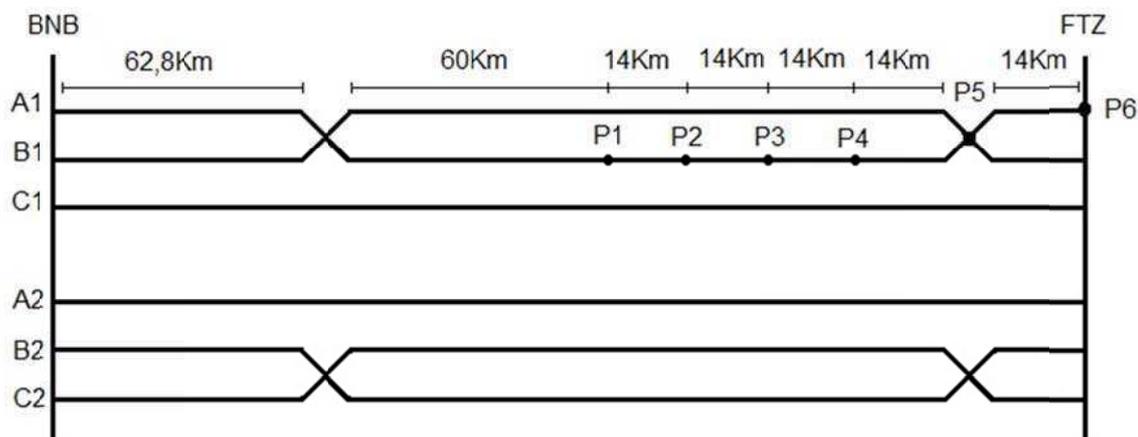


Figura 3.21 – Pontos de falta considerados para análise da linha de circuito duplo, L₃.

Como as barras de Paulo Afonso, Milagres e Banabuiu correspondem respectivamente à terceira, segunda e primeira zona de proteção para uma falta ocorrida entre Banabuiu e Fortaleza, foram monitorados os valores de corrente em cada fase nas três barras. Os valores observados para cada tipo de transposição foram apresentados nas Tabelas 3.4 a 3.6, sendo A1, B1 e C1 as fases a, b e c do circuito 1 e A2, B2 e C2 as fases a, b e c do circuito 2 da linha L₃.

Tabela 3.4 – Amplitude de corrente em cada fase para falta na fase a do circuito 1 da linha L3 com transposição ideal.

Barra de Leitura: Paulo Afonso							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	646	712	784	861	945	1.035
	B1	1.000	1.034	1.069	1.103	1.135	1.167
	C1	1.128	1.184	1.244	1.310	1.381	1.459
	A2	924	958	994	1.031	1.069	1.109
	B2	924	958	994	1.031	1.070	1.110
	C2	923	957	993	1.030	1.068	1.108
Barra de Leitura: Milagres							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	416	474	540	613	695	786
	B1	632	666	700	734	768	801
	C1	723	774	829	889	954	1.024
	A2	558	590	624	659	695	733
	B2	558	591	624	659	696	734
	C2	557	589	623	658	694	732

Barra de Leitura: Banabuiu							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	320	351	394	450	518	598
	B1	234	265	296	328	360	392
	C1	267	307	350	396	446	500
	A2	186	214	243	273	304	336
	B2	187	215	243	273	305	337
	C2	186	214	243	272	303	336

Tabela 3.5 – Amplitude de corrente em cada fase para falta na fase *a* do circuito 1 da linha L3 com transposição real.

Barra de Leitura: Paulo Afonso							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	620	696	778	868	966	1.068
	B1	1.044	1.079	1.113	1.146	1.176	1.201
	C1	1.160	1.220	1.286	1.359	1.440	1.534
	A2	935	967	1.000	1.037	1.078	1.122
	B2	949	981	1.013	1.044	1.076	1.108
	C2	964	1.007	1.052	1.100	1.149	1.200

Barra de Leitura: Milagres							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	421	491	571	661	763	874
	B1	649	683	717	750	781	807
	C1	750	805	866	933	1.008	1.094
	A2	563	593	626	661	699	741
	B2	572	604	637	669	701	734
	C2	586	625	667	711	757	805

Barra de Leitura: Banabuiu							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	323	361	416	487	575	677
	B1	245	277	309	341	372	400
	C1	268	309	354	403	457	521
	A2	186	213	241	271	303	337
	B2	194	222	252	281	311	342
	C2	194	225	259	294	331	370

Tabela 3.6 – Amplitude de corrente em cada fase para falta na fase *a* do circuito 1 da linha L3 sem transposição.

Barra de Leitura: Paulo Afonso							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	699	776	860	951	1.051	1.154
	B1	1.035	1.071	1.107	1.141	1.173	1.199
	C1	1.158	1.215	1.277	1.344	1.419	1.504
	A2	942	973	1.007	1.044	1.084	1.128
	B2	960	994	1.029	1.063	1.097	1.131
	C2	968	1.010	1.055	1.102	1.150	1.199

Barra de Leitura: Milagres							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	474	542	619	707	806	913
	B1	654	690	725	760	794	822
	C1	741	793	849	911	979	1.056
	A2	568	598	630	665	704	745
	B2	582	616	649	683	716	750
	C2	588	627	668	711	755	801

Barra de Leitura: Banabuiu							
Local da Falta		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Corrente, em Amperes, Obtida nas Fases	A1	349	389	444	514	598	696
	B1	243	275	307	340	372	401
	C1	274	314	358	405	457	516
	A2	189	216	244	274	306	340
	B2	201	231	262	293	324	356
	C2	197	228	261	296	332	370

Para os três casos de transposição de condutores analisados, quanto mais próxima do ponto de falta é a barra monitorada (Paulo Afonso, Milagres ou Banabuiu), menor é o valor de corrente observado. Entretanto, quanto mais distante o ponto de falta está da geração, maior é o valor da corrente verificada em cada fase. Este comportamento foi observado inclusive na fase *a* do circuito 1, em curto-circuito franco para a terra. Foi também verificado que a corrente na fase *a* do circuito 1 é menor que a corrente nas demais fases, exceto para os valores obtidos na barra de Banabuiu que está mais próxima do ponto de falta. De acordo com o comportamento observado para os gráficos das correntes nas linhas de circuito simples, provavelmente os pontos de falta na linha de circuito duplo estão localizados a uma distância do gerador maior que a coordenada correspondente ao ponto crítico do gráfico da corrente em função do comprimento da linha.

3.2.2.1 Análise de Erros Relativos entre Valores de Correntes para Linhas de Circuito Duplo com Diferentes Transposições

A) Linhas de Transmissão de Circuito Duplo com Transposição

Os erros relativos para os valores de corrente de falta na fase *a* do circuito 1 obtidos para a linha de transmissão de circuito duplo com o esquema de transposição real representado na Figura 3.3, quando considerada como idealmente transposta, são apresentados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Erros relativos para os valores obtidos para a corrente na linha de circuito duplo com transposição real considerada como idealmente transposta.

Barra de Leitura: Paulo Afonso						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	4,1%	2,4%	0,7%	0,8%	2,2%	3,0%
Barra de Leitura: Milagres						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	1,2%	3,5%	5,5%	7,3%	8,9%	10,0%
Barra de Leitura: Banabuiu						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	0,9%	3,0%	5,4%	7,7%	9,9%	11,7%

O erro observado para a corrente nas barras de Banabuiu (1ª zona de proteção) e Milagres (2ª zona de proteção) é crescente com o aumento da distância do ponto de falta à barra. Já na barra de Paulo Afonso (3ª zona de proteção), nos três primeiros pontos considerados é verificada uma redução do erro à medida que o ponto de falta se distancia da barra. Nos três últimos pontos, quando o comprimento do trecho sem transposição da fase *a* é maior, o erro cresce com o aumento da distância do ponto de falta a barra.

B) Linhas de Transmissão de Circuito Duplo sem Transposição

Os erros relativos para a corrente de falta na fase *a* do circuito 1 obtidos para a linha de circuito duplo sem transposição, considerada como idealmente transposta, são apresentados na Tabela 3.8. Conforme esperado, o erro apresentado para os valores de corrente na fase em falta apresenta um comportamento crescente com o aumento da distância entre o ponto de falta e a barra de monitoramento, para as três zonas de proteção.

Tabela 3.8 – Erros relativos para os valores obtidos para a corrente na linha de circuito duplo sem transposição considerada como idealmente transposta.

Barra de Leitura: Paulo Afonso						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	7,6%	8,2%	8,8%	9,4%	10,1%	10,3%
Barra de Leitura: Milagres						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	12,2%	12,5%	12,9%	13,3%	13,7%	13,9%
Barra de Leitura: Banabuiu						
Local da Falta	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
Erro Relativo (%) para a Corrente de Falta	8,4%	9,9%	11,3%	12,5%	13,5%	14,2%

Capítulo 4

Conclusões

Na graduação de engenharia elétrica, é ensinada a análise convencional de curto-circuito pelo método das componentes simétricas, mas não é abordada a consideração que erros nos valores da corrente de falta podem decorrer das simplificações necessárias para a utilização deste método. Neste trabalho foi demonstrado que, ao se considerar uma linha de transmissão como idealmente transposta para estudos de curto-circuito, erros podem ser observados nos valores obtidos para a corrente de falta.

De acordo com as simulações realizadas em linhas de circuito simples e de circuito duplo e a análise apresentada no Capítulo 3, é mostrado que podem ser encontrados resultados diferentes para os valores de corrente de curto-circuito obtidos no domínio das fases e os valores obtidos pelo método das componentes simétricas. A depender da assimetria do sistema e do comprimento da linha, o erro na corrente de falta pode apresentar valores significativos. Quanto maior for a distância entre o gerador e o ponto de falta, maiores são os erros observados.

A comparação dos valores obtidos para a corrente de curto-circuito na frequência fundamental mostra a influência da transposição da linha de transmissão nos resultados. Para as linhas analisadas com transposição em determinados pontos, foi observado que o valor do erro oscila, variando de acordo com o número de trechos de transposição entre o

gerador e o ponto de falta. Após cada ciclo de transposição completo, compreendendo três trechos consecutivos, o erro relativo diminui. O erro é maior no início ou no meio de cada ciclo de transposição. Também pode ser percebido que quanto maior é o cada trecho de transposição na linha de transmissão, maior é o erro observado, pois maiores são as diferenças nos valores dos parâmetros em relação a linha considerada no método das componentes simétricas, com transposição ideal.

Para as linhas de circuito simples ou circuito duplo sem transposição foram encontradas diferenças maiores nos valores da corrente de falta obtidos pelo método das componentes de fase e pelo método das componentes simétricas. Os erros relativos mais significativos são observados nas linhas sem transposição, sendo maiores para as linhas mais longas. A assimetria da disposição dos condutores também influencia no aumento do erro apresentado.

As simplificações utilizadas no método convencional de análise de curto-circuito são vantajosas, desde que seja enfatizado que as facilidades do método das componentes simétricas podem causar erros nos valores obtidos para a corrente de falta. Para os casos onde estes erros são elevados, como em linhas longas ou sem transposição, a correta representação da transposição das linhas é importante. O método das componentes de fase permite a modelagem da linha com o tipo real de transposição consentindo análises mais precisas em estudos de curto-circuito.

Os resultados desta dissertação foram obtidos em regime permanente pela análise de um sistema representado apenas pela linha trifásica ligada a uma fonte de tensão ideal. Como sugestões para trabalhos futuros, as seguintes atividades podem ser desenvolvidas:

1. Análise do erro no valor da corrente em estudos de transitórios eletromagnéticos através de simulações na linha de transmissão modelada no domínio das fases e considerada idealmente transposta, uma vez que erros maiores podem ser observados, sendo verificada a importância da representação correta da transposição neste tipo de análise, para diversas faixas de frequência.
2. Simulação de curto-circuito envolvendo máquinas elétricas de pólos salientes, permitindo verificar o impacto nos valores das correntes de falta no sistema quando a geração é devidamente representada por um sistema dinâmico no lugar de uma fonte senoidal com impedâncias de sequência positiva, negativa e zero pré-definidas.

Referências Bibliográficas

- BERMAN, A., XU, W. "Analysis of Faulted Power Systems By Phase Coordinates", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 13, April 1998.
- CARSON, J. R. Wave Propagation in Overhead Wires With Ground Return, *Bell System Technical Journal*, Vol. 5, New York, 1926.
- CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design*, 1 ed. New York: Holt, Rnehart and Winston, 1984.
- DOMMEL, H. W. "Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multi-Phase Networks", *IEEE Transactions Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-88, pp. 388-399, April 1969.
- DOMMEL, H. W. *EMTP Theory Book*, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver B. C., Canada, May 1996.
- FLORES, A. V. E. *Análise da Correta Modelagem da Transmissão em Linhas de Transmissão no Domínio da Frequência*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, novembro 2006.
- FORTESCUE C. L. "Method of Simmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks", *Trans A.I.E.E.*, Vol. 37, p 1027, 1918.
- GAJBHIYE, R. K., KULKARNI, P., SOMAN, S. A. "Generic Fault Analysis in Phase Coordinates", In: *International Conference on Power Systems*, Kathmandu, Nepal, Vol. 2, N° 114, p 593, November 2004.

- GLOVER, J. D. and SARMA, M. S. *Power Systems Analysis and Design*, Third Edition, Brooks/Cole, 2002.
- KINDERMANN, G., *Curto-Circuito*, 2 ed., Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1997.
- LANCZOS, C. *Applied Analysis*, Prentice-Hall, New Jersey, 1956.
- LEUVEN EMTP CENTER. *ATP – Alternative Transients Program – Rule Book*, Heverlee, Belgium, July 1987.
- MEYER, C. D. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, SIAM, Philadelphia, 2000.
- MONTEIRO, J. S. *Cálculo dos Parâmetros de Linhas de Transmissão para Estudos de Fluxo de Potência Considerando o Efeito de Outras Linhas Fisicamente Próximas*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, julho 2004.
- MONTEIRO, J. S., NEVES, W. L. A, SOUZA, B. A, FERNANDES Jr., D. e FERNANDES, A. B. “Representação de Linhas de Transmissão Mutuamente Acopladas em Estudos de Fluxo de Potência”, *Anais do IEEE/PES T&D 2004 Latin America*, São Paulo, novembro 2004.
- STEVENSON Jr., W. D. *Elementos de Análise de Sistemas de Potência* 2ª. Edição, McGraw-Hill, São Paulo, 1986.
- VIDIGAL, R. F. *Análise do Comportamento de uma Linha de um Pouco Mais de Meio Comprimento de Onda sob Diferentes Condições de Operação em Regime Permanente e Durante a Manobra de Energização*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, julho 2010.
- ZANETTA JR., L. C., *Fundamentos de Sistemas Elétricos de Potência*, Editora Livraria da Física, São Paulo, 2006.