

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**TEORIA DAS WAVELETS:
ESTUDO E APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE
TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA**

NÚBIA SILVA DANTAS BRITO

CAMPINA GRANDE, 14 DE MAIO DE 2001.

**TEORIA DAS WAVELETS:
ESTUDO E APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE
TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA**

NÚBIA SILVA DANTAS BRITO

TESE SUBMETIDA AO
COLEGIADO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA,
EM CUMPRIMENTO PARCIAL DAS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE DOUTOR EM CIÊNCIA NO DOMÍNIO DA ENGENHARIA ELÉTRICA.

ORIENTADOR:
BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.SC.

CAMPINA GRANDE, 14 DE MAIO DE 2001.



B862t Brito, Nubia Silva Dantas
Teoria das wavelets : estudo e aplicacao na analise de transitorios em sistemas de potencia / Nubia Silva Dantas Brito. - Campina Grande, 2001.
115 f.

Tese (Doutorado em Engenharia Eletrica) - Universidade Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia.

1. Wavelets 2. Elementos Nao-Lineares 3. Transitorios Eletromagneticos 4. Tese - Engenharia Eletrica I. Souza, Benemar Alencar de II. Universidade Federal da Paraiba - Campina Grande (PB) III. Título

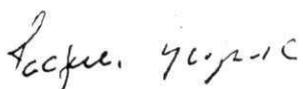
CDU 681.3.015.3(043)

TEORIA DAS WAVELETS: ESTUDO E APLICAÇÃO NA ANÁLISE DE
TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

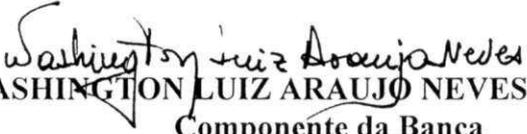
NÚBIA SILVA DANTAS BRITO

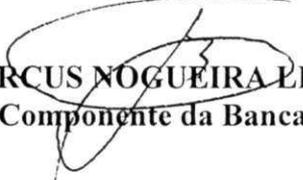
Tese Aprovada em 14.05.2001


PROF. BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, B.Sc., UFPB
Orientador


PROF. JACQUES SZCZUPAK, Ph.D., PUC-Rio
Componente da Banca


PROF. ALEXANDRE PINTO ALVES-DA SILVA, Ph.D., EFEI-Itajubá
Componente da Banca


WASHINGTON LUIZ ARAUJO NEVES, Ph.D., UFPB
Componente da Banca


ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFPB
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Maio - 2001

DEDICATÓRIA

A ROMILDO, MEU AMADO E COMPANHEIRO.

AGRADECIMENTOS

Aos meus filhos, Karoline e Romildo, pelo amor e paciência dedicados ao longo desta jornada.

Aos meus pais e irmãos, pelo amor e incentivo.

Ao professor Benemar, pela amizade e excelente orientação.

A professora Francisca Pires, pela valiosa amizade.

Aos professores Antônio Marcus e Washington Neves, por me cederem algumas horas de seu tempo.

Aos colegas Damásio e Hélivio, pela ajuda no uso do Microtran®.

A Ângela, Eleonôra e João Edgar, pela amizade e constante incentivo.

Aos colegas da pós-graduação, pelo companheirismo.

Aos funcionários da COPELE e do DEE, pelo apoio administrativo.

A Capes e ao CNPq, pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	i
AGRADECIMENTOS.....	ii
LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	x
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xi
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xv
RESUMO.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.....	1
1.2 UMA BREVE HISTÓRIA DAS WAVELETS.....	3
1.3 WAVELETS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.....	4
1.4 MOTIVAÇÃO E CONTRIBUIÇÕES DA TESE.....	12
2. TEORIA DAS WAVELETS.....	15
2.1 INTRODUÇÃO.....	15
2.2 TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA.....	16
2.2.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	18
2.3 DISCRETIZAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA.....	20
2.4 TEORIA DE <i>FRAMES</i>	20
2.4.1 ESTIMATIVAS DOS LIMITES DOS <i>FRAMES</i>	22
2.4.2 SISTEMA <i>MULTIVOICE</i>	24
2.4.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	25
2.5 ANÁLISE MULTIRESOLUCIONAL.....	25

2.6 EQUAÇÕES DILATAÇÃO E DA WAVELET.....	27
2.7 TRANSFORMADA WAVELET RÁPIDA.....	29
2.8 AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE ϕ E ψ	33
2.9 CONSTRUÇÃO DA BASE DE WAVELETS.....	34
3. ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS BASEADA NAS WAVELETS.....	36
3.1 INTRODUÇÃO.....	36
3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DE MELIPOULOS & LEE.....	37
3.2.1 PRIMITIVA E DERIVADA DA FUNÇÃO WAVELET.....	37
3.2.2 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DAS WAVELETS.....	39
3.2.2.1 RESISTOR.....	39
3.2.2.2 CAPACITOR.....	40
3.2.2.3 INDUTOR.....	40
3.2.3 REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DAS WAVELETS.....	40
3.2.4 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO.....	43
3.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DE CHEN & HSIAO.....	45
3.3.1 A BASE DE HAAR.....	46
3.3.2 REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÕES EM SÉRIE DE HAAR.....	46
3.3.3 SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DE ESTADO VIA SÉRIE DE HAAR.....	47
3.3.4 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO.....	49
3.4 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS WBTA E HWM.....	51
3.4.1 CIRCUITO A.....	52
3.4.2 CIRCUITO B.....	52
3.4.3 CIRCUITO C.....	54
3.4.4 CIRCUITO D.....	59
3.5 UMA ANÁLISE ALTERNATIVA DE TRANSITÓRIOS.....	63
3.5.1 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DE HAAR.....	64

3.5.1.1 RESISTOR.....	65
3.5.1.2 CAPACITOR.....	65
3.5.1.3 INDUTOR.....	65
3.5.2 REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DE HAAR.....	65
3.5.3 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO.....	66
3.5.3.1 EXEMPLO A.....	67
3.5.3.2 EXEMPLO B.....	70
3.5.4 COMPARAÇÃO DO MÉTODO HBTA COM OS MÉTODOS WBTA E HWM.....	71
3.6 AVALIAÇÃO GERAL DA APLICABILIDADE DOS MÉTODOS BASEADOS EM WAVELETS.....	72
4. EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ESTADO INICIAL NÃO-NULO E COM ELEMENTO NÃO-LINEARES.....	75
4.1 INTRODUÇÃO.....	75
4.2 EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ESTADO INICIAL NÃO-NULO.....	75
4.2.1 VALIDAÇÃO DAS CORREÇÕES.....	77
4.2.1.1 EXEMPLO A.....	77
4.2.1.2 EXEMPLO B.....	81
4.3 EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ELEMENTOS NÃO-LINEARES.....	85
4.3.1 O CIRCUITO DE BASE.....	86
4.3.2 MÉTODO DA LINEARIZAÇÃO POR PARTES.....	87
4.3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA LINEARIZAÇÃO POR PARTES AO CIRCUITO DE BASE.....	87
4.3.4 O ALGORITMO PROPOSTO.....	90
4.3.5 VALIDAÇÃO DO MÉTODO.....	92
4.3.5.1 ETAPA 1.....	92
4.3.5.2 ETAPA 2.....	95
4.3.5.3 ETAPA 3.....	95
5. CONCLUSÕES.....	102
REFERÊNCIAS.....	106

LISTA DE FIGURAS

- 1.1 Estado da arte das wavelets em sistemas de potência.
- 2.1 Representação da função chapéu mexicano nos domínios a) do tempo e b) da frequência.
- 2.2 Representação de um sinal com distorção transitória nos domínios a) do tempo, b) da frequência e c) das wavelets.
- 2.3 Etapa da transformada wavelet direta.
- 2.4 Etapa da transformada wavelet inversa.
- 2.5 Três estágios da TWD.
- 2.6 Decomposição de um (a) sinal de tensão através da TWD. (b) Coeficientes wavelet da escala 1. (c) Coeficientes wavelet da escala 4.
- 2.7 Funções escalonamento: a) daub4, b) daub10. Funções wavelet: c) daub4, d) daub10.
- 3.1 Circuito elétrico.
- 3.2 Tensão no nó 1 do circuito elétrico da figura 3.1 via método WBTA. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.3 Funções escalonamento e wavelet de Haar.
- 3.4 Tensão no nó 1 do circuito elétrico da figura 3.1 via método HWM. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.5 Fonte de corrente $i_s(t)$ para a) $0 \leq t \leq 12,8 \mu\text{s}$ e b) $0 \leq t \leq 25,6 \mu\text{s}$.
- 3.6 Tensão no nó 1 do circuito A via métodos MT, WBTA e HWM. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

- 3.7 Circuito B.
- 3.8 Tensão no nó 1 do circuito B via métodos MT, WBTA e HWM. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.9 Circuito C.
- 3.10 Tensão no nó 2 do circuito C via métodos MT, WBTA e HWM. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.11 Tensão no nó 3 do circuito C via métodos MT, WBTA e HWM. a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.12 Análise de erro entre o Microtran e os métodos WBTA e HWM para o circuito C (tensão no nó 2 com 8 níveis).
- 3.13 Circuito D.
- 3.14 Análise de erro entre o Microtran e os métodos WBTA e HWM para o circuito D (tensão no nó 2 com 8 níveis).
- 3.15 Tensão no nó 1 do circuito D via métodos MT, WBTA e HWM. a) 7 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.16 Tensão no nó 2 do circuito D via métodos MT, WBTA e HWM. a) 7 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.
- 3.17 Tensão no nó 1 do exemplo A via métodos MT e HBTA. a) 6 níveis de resolução; b) 7 níveis de resolução.
- 3.18 Tensão no nó 2 do exemplo A via métodos MT e HBTA. a) 6 níveis de resolução; b) 7 níveis de resolução.
- 3.19 Tensões nos nós do circuito do exemplo B via método HBTA com 8 níveis de resolução.
- 3.20 Análise de erro entre o Microtran e os métodos HBTA, WBTA e HWM para o circuito A (tensão com 8 níveis).

- 3.21 Sistema wavelet integrado.
- 4.1 Tensões nos nós do circuito D via métodos MT e HWM original. a) Tensão no nó 1; b) tensão no nó 2.
- 4.2 Tensões nos nós do circuito D via métodos MT e HWM corrigido. a) Tensão no nó 1; b) tensão no nó 2.
- 4.3 Tensões nos nós do circuito D com $v_{C_1}(0) = 50 \text{ kV}$, $v_{C_2}(0) = 50 \text{ kV}$, $i_{L_1}(0) = 0,1 \text{ kA}$ e $0 \leq t \leq 0,5 \mu\text{s}$ via método HWM corrigido.
- 4.4 Solução do exemplo B via método HWM corrigido.
- 4.5 Solução do exemplo B via rotina ode45 e método HWM original. a) Estado $\mathbf{x}_1(t)$; b) estado $\mathbf{x}_2(t)$.
- 4.6 Solução do exemplo B via rotina ode45 e método HWM corrigido. a) Estado $\mathbf{x}_1(t)$; b) estado $\mathbf{x}_2(t)$.
- 4.7 Extensão dos métodos baseados nas wavelets a sistemas não-lineares.
- 4.8 Circuito com indutor não-linear.
- 4.9 Linearização da curva característica do elemento não-linear do circuito de base.
- 4.10 Solução do circuito de base via NLHWM considerando: $\lambda(0) = 0$, $\theta = 0^\circ$ e $T = 200 \text{ ms}$. a) Fluxo; b) corrente.
- 4.11 Formas de onda de fluxo e corrente de regime permanente do circuito de base considerando: $\lambda(0) = 0$ e $\theta = 0^\circ$.
- 4.12 Formas de onda do caso 1 obtidas via métodos MT e NLHWM: a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.
- 4.13 Formas de onda do caso 2 obtidas via métodos MT e NLHWM: a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.

- 4.15 Formas de onda do caso 4 obtidas via métodos MT e NLHWM: a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.
- 4.16 Formas de onda obtidas via método NLHWM: a) tensão no indutor e b) fluxo e c) corrente no circuito. Considerando: $T = 80 \text{ ms}$, $\lambda(0) = 1 \text{ mVs}$ e $\theta = 0^\circ$.

LISTA DE TABELAS

- 1.1 Métodos de análise de transitórios.
- 2.1 Valores de A e B para a função chapéu mexicano. a) $n_v = 1$ b) $n_v = 4$.
- 2.2 Valores de $p(k)$ para as bases daub2 e daub4.
- 3.1 Tempo de execução do método WBTA.
- 3.2 Tempo de execução do método HWM.
- 3.3 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito A).
- 3.4 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito B).
- 3.5 Parâmetros do circuito C.
- 3.6 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito C).
- 3.7 Parâmetros do circuito D.
- 3.8 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito D).
- 3.9 Erros do método HBTA *versus* MT (exemplo A).
- 3.10 Erros do método HBTA *versus* MT (exemplo B).
- 3.11 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito A).
- 3.12 Tempo de execução dos métodos baseados nas wavelets (circuito A).
- 4.1 Erros do método HWM corrigido *versus* método MT (exemplo A – 8 níveis).
- 4.2 Fluxo e corrente no circuito de base calculados pelo método de linearização por partes e pelo método NLHWM.

LISTA DE SÍMBOLOS

a	fator escala.
a_j	coeficientes de uma decomposição linear.
a_0	passo da escala.
\mathbf{a}	vetor dos coeficientes de uma decomposição linear.
A	limite inferior de um <i>frame</i> .
b	fator translação.
b_0	passo da translação.
\mathbf{b}	vetor associado às fontes de corrente.
B	limite superior de um <i>frame</i> .
\mathbf{B}	matriz dos coeficientes wavelet de \mathbf{b} .
c_h	condição de admissibilidade de funções.
$c_m(n)$	coeficientes da função escalonamento (nível m , posição n).
C	capacitância.
\mathbf{C}	matriz associada aos elementos capacitivos de um circuito elétrico.
$d_m(n)$	coeficientes das funções wavelet (nível m , posição n).
\mathbf{D}^k	matriz incidência do dispositivo k .
e	tensão de excitação do circuito, função de t .
E	amplitude de e .
$F(\omega)$	transformada de Fourier da função f .
\tilde{f}	dual de f .

f^*	conjugado complexo de f .
\hat{f}	normalização de f .
\mathbf{X}	matriz dos coeficientes de Haar de \hat{x} .
G	<i>genus</i> .
$h(t)$	função wavelet; função wavelet de Haar.
\mathbf{h}_M	base de Haar.
H	espaço Hilbert.
i	constante inteira; corrente em um circuito elétrico.
$\mathbf{i}^k(t)$	vetor de correntes em cada nó terminal do dispositivo k .
\mathbf{I}	matriz associada aos elementos indutivos de um circuito elétrico.
j	constante inteira.
k	constante inteira; dispositivo de um circuito elétrico.
l	constante inteira.
L	indutância
L_0	indutância correspondente à região não-saturada da característica λ - i .
L_1	indutância correspondente à região saturada da característica λ - i .
$L^2(\mathfrak{R})$	espaço Hilbert das funções quadrado integráveis.
m	nível da análise multiresolucional.
M	número de elementos da base de wavelets.
n	posição da análise multiresolucional; nó genérico de um circuito elétrico.
n_v	número de <i>voices</i> .
N	numero de nós do circuito (exceto o de referência).
n_a	número de amostras de uma função.
p	coeficientes da equação dilatação; número de entradas em um sistema linear; elemento de \mathbf{P}_M .

q	coeficientes da equação wavelet; número de estados em um sistema linear.
r	número de terminais do dispositivo k .
R	resistência.
\mathbf{R}	matriz associada aos elementos resistivos de um circuito elétrico.
\mathfrak{R}	conjunto dos números reais (\mathfrak{R}^* números reais, exceto o zero).
S	suporte de uma função.
$\mathbf{S}_{int}, \mathbf{S}_{dif}$	matriz dos coeficientes α e β , respectivamente.
\mathbf{P}_M	matriz dos coeficientes da representação em série de Haar de $\int_0^t \mathbf{h}_M(\zeta) d\zeta$.
t	tempo.
T	período de análise.
u_i	coeficiente wavelet de \bar{v} .
\mathbf{U}	matriz dos coeficientes wavelet das tensões nodais do circuito.
v	elemento de V ou tensão em um nó de um circuito.
\mathbf{v}	vetor das tensões nodais em um circuito.
\mathbf{v}^k	vetor de tensões em cada nó terminal do dispositivo k .
V	subespaço de ϕ .
\mathbf{V}	matriz associada a um sistema linear.
x	vetor genérico; variável tempo normalizada.
\mathbf{x}	vetor de estado de um sistema linear.
\mathbf{x}_0	vetor de estado inicial.
\mathbf{X}_0	matriz de estado inicial.
\mathbf{X}	matriz dos coeficientes de Haar de $\dot{\mathbf{x}}$.
$\dot{\mathbf{x}}(t)$	operador $\frac{d\mathbf{x}}{dt}$.

$\mathbf{z}(t)$	vetor da entrada de um sistema linear.
\mathbf{Z}	matriz dos coeficientes de Haar de \mathbf{z} .
\mathbb{Z}	conjunto dos números inteiros.
y	vetor genérico.
\mathbf{Y}	matriz de admitância nodal no domínio das wavelets.
w	elemento de W .
W	subespaço das wavelets.
\mathbf{W}	matriz associada as entradas de um sistema linear.
Δ	intervalo de amostragem.
β	coeficientes da representação em série de wavelets de $\frac{d}{dt}\psi_j(t)$.
α	coeficientes da representação em série de wavelets de $\int_0^t \psi_j(\zeta) d\zeta$.
ω	freqüência angular.
θ	fase da tensão e .
ε	função erro.
λ	fluxo magnético concatenado, função de t .
$\phi(t)$	função escalonamento.
$\psi(t)$	função wavelet.
$\Psi(t)$	vetor da base de wavelets.
$\langle f_1, f_2 \rangle$	produto interno de duas funções f_1 e f_2 .
$\ f\ $	norma de uma função f .
\mathbf{M}^T	transposta de uma matriz \mathbf{M} .
\oplus	soma direta entre dois espaços vetoriais.
\perp	operador ortogonal.

LISTA DE ABREVIATURAS

AM	análise multiresolucional.
<i>Daub2</i>	wavelet de Daubechies2 (wavelet de Haar).
<i>daub4</i>	wavelet de Daubechies4.
<i>daub12</i>	wavelet de Daubechies12.
<i>daub20</i>	wavelet de Daubechies20.
EMTP	<i>electromagnetic transient program.</i>
HWM	<i>Haar wavelet method.</i>
HBTA	<i>Haar-based transient analysis.</i>
MT	Micrtotran.
NLHWM	<i>non-linear Haar wavelet method.</i>
TNA	<i>transient network analyzer.</i>
TWD	transformada wavelet direta.
TWI	transformada wavelet inversa.
WBTA	<i>wavelet-based transient analysis.</i>

RESUMO

Transitórios em sistemas de potência são fenômenos causados por operações de chaveamento, faltas, surtos atmosféricos, além de outros distúrbios. Estes fenômenos podem produzir sobretensões, sobrecorrentes, distorção harmônica e transitórios eletromecânicos. A simulação de tais fenômenos possibilita o estudo da coordenação, proteção e portanto, da continuidade de serviço, que é um dos principais indicadores da qualidade da energia. Com o advento do computador digital, muitos métodos têm sido propostos para análise de transitórios, os quais são geralmente classificados em dois grupos: métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência. Os métodos de ambas as classes têm vantagens e desvantagens conforme o caso a que se apliquem, mas todos têm em comum a dificuldade de analisar transitórios de curta duração superpostos em sinais de baixa frequência. Recentemente, métodos baseados na teoria das wavelets têm sido propostos como métodos alternativos para análise de transitórios e se propõem a serem mais vantajosos que os tradicionais em condições não-estacionárias. Dois desses métodos: o método de Chen & Hsiao e o método de Meliopoulos & Lee são estudados detalhadamente. O método de Chen & Hsiao é corrigido para suportar condições iniciais não-nulas e sistemas com elementos não-lineares. Como resultado, um método alternativo para análise de transitórios em sistemas de potência é desenvolvido. Estudo detalhado da teoria das wavelets, desde a sua forma contínua até a sua forma instrumentalizada é realizado e complementado com aplicações típicas de sistemas elétricos de potência.

ABSTRACT

Transient phenomena in power systems are caused by switching operations, faults, lightning surges and other disturbances. These phenomena can produce overvoltages, overcurrents, harmonic distortion and electromechanical transients. So, the simulation of transient phenomena is an important subject for system protection coordination and power quality studies.

With the advent of digital computer, many methods have been developed for transient analysis, which are generally classified in two main groups: transform-domain and time-domain methods. The methods of both classes have advantages and disadvantages depending on the application. However, they have some common drawbacks: they are not adequate for analysis of short duration transient superimposed with low frequency.

Recently, methods based on the wavelet theory have been proposed for transient analysis. Two of these methods are studied: Chen & Hsiao method and Meliopoulos & Lee method. Chen & Hsiao method is modified for support non-null initial conditions and non-linear elements. This study resulted on a alternative method for transient analysis. Detailed study of the wavelet theory and applications to typical problems of power systems are carried out.

1 INTRODUÇÃO

1.1 TRANSITÓRIOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Transitórios em sistemas de potência são fenômenos causados por operações de chaveamento, corrente de magnetização de transformadores, interrupção de correntes indutivas, descargas atmosféricas, falha na comutação de conversores eletrônicos de potência, etc. Estes fenômenos podem produzir sobretensões, sobrecorrentes, distorção harmônica e transitórios eletromecânicos. A simulação de transitórios é portanto, um tópico extremamente importante para a coordenação da proteção e por conseguinte, da continuidade de serviço, que é um dos principais indicadores da qualidade da energia.

Ao longo dos anos muitos métodos foram desenvolvidos para simulação de transitórios. No passado, modelos de sistemas de potência em escala reduzida, conhecidos como analisadores de transitórios ou TNA¹ foram usados (MARTINEZ-VELASCO, 1997). Com o advento do computador digital, esses modelos foram praticamente substituídos por métodos de simulação digital de transitórios, os quais são geralmente classificados conforme o domínio onde a solução é encontrada: métodos no domínio do tempo e métodos no domínio da frequência (veja tabela 1.1). Os métodos de ambas as classes têm vantagens e desvantagens conforme o caso a que se apliquem, mas todos têm em comum a dificuldade em analisar transitórios de curta duração superpostos em sinais de baixa frequência.

¹ Abreviatura de *transient network analyzer*.

Os métodos no domínio do tempo têm maior aceitação na área de sistemas de potência², sobretudo porque oferecem mais facilidade para analisar sistemas que contenham elementos não-lineares. Entretanto, mesmo aplicados a sistemas lineares, podem apresentar problemas de instabilidade numérica. De modo geral, são muito dependentes do passo de integração e para certos sistemas mal condicionados, requerem passos de tempo tão pequenos, que se tornam ineficientes.

Tabela 1.1 Métodos de análise de transitórios.

DOMÍNIO DO TEMPO	DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA
Solução de equações de estado	Transformada de Fourier
Equivalente de circuitos: EMTP-ATP-SPICE-PSPICE	Transformada de Laplace
	Transformada Z

Recentemente, métodos baseados na teoria das wavelets têm sido propostos para análise de transitórios em sistemas de potência (HEYDT & GALLI, 1997; CHEN & HSIAO, 1997; MELIOPOULOS & LEE, 1997; ZHENG et al, 1999). Devido ao fato das wavelets fornecerem informações relativas a ambos os domínios, os autores desses métodos acreditam que eles sejam mais vantajosos que os tradicionais nos casos que envolvam transitórios de curta duração superpostos em sinais de baixa frequência.

Para efeito de melhor situar esses métodos em termos do estado da arte, fez-se a revisão bibliográfica a seguir.

² Programas do tipo EMTP (*electromagnetic transient program*) empregam métodos no domínio do tempo.

1.2 UMA BREVE HISTÓRIA DAS WAVELETS

A teoria das wavelets é uma ferramenta matemática desenvolvida recentemente. Devido a sua grande versatilidade, é vista por alguns pesquisadores como sendo um método de representação de funções, enquanto que para outros, uma técnica de análise tempo *versus* frequência (DAUBECHIES, 1992). Nesta tese a teoria das wavelets é vista sob a óptica de representação de funções.

Os fundamentos matemáticos que conduziram a construção da teoria das wavelets procedem do século XIX, mais especificamente de 1807, quando a primeira representação de funções foi desenvolvida: a série de Fourier. Historicamente entretanto, essa teoria iniciou em 1910, quando Alfred Haar construiu um conjunto de funções ortogonais, conhecidas como base de Haar. Atualmente, a teoria das wavelets é considerada uma generalização de seu trabalho (BURRUS et al, 1998).

Entre as décadas de 30 e 70, vários estudos foram desenvolvidos independentemente, os quais só foram resgatados na década de 80, quando se descobriu que eles faziam parte de uma mesma teoria. Entretanto, o marco decisivo na história das wavelets foi a pesquisa de Jean Morlet e Alex Grossmann, em 1982, em análise de sinais sísmicos. O termo *wavelet* surgiu então, dessa aplicação inicial em sismologia (YOUNG, 1993). A partir desta pesquisa, a comunidade matemática iniciou o refinamento matemático da teoria das wavelets, destacando-se as contribuições de Ingrid Daubechies, construindo conjuntos de wavelets ortonormais de suporte compacto (DAUBECHIES, 1988) e de Yves Meyer e Stephan Mallat, introduzindo a noção de análise multiresolucional (MALLAT, 1989).

Atualmente, a teoria das wavelets constitui-se numa fonte de estudo para matemáticos, engenheiros e cientistas. O enorme potencial dessa teoria pode ser comprovado pelo crescimento vertiginoso das publicações envolvendo as wavelets nos

mais diversos campos da ciência, dentre os quais se destacam as aplicações em processamento de sinais e imagens, biomédica, radar, acústica, matemática pura e aplicada, geofísica, oceanografia, *fractais* e turbulência.

1.3 WAVELETS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Apesar da complexidade matemática relacionada com a teoria das wavelets, o sucesso de sua aplicação em áreas diversas do conhecimento, tem estimulado os especialistas de sistemas de potência a investirem na exploração de sua potencialidade. Na realidade, o uso das wavelets em sistemas de potência é relativamente recente. A primeira publicação é creditada a RIBEIRO (1994), que apresentou os conceitos básicos da teoria das wavelets, suas semelhanças e diferenças em relação à teoria de Fourier, exemplos ilustrando a reconstrução de sinais via wavelets e propostas de possíveis aplicações em sistemas de potência.

Ainda no ano 1994, outros artigos foram publicados. COLLINS et al (1994) descreveram como as wavelets poderiam ser usadas no estudo de problemas de qualidade da energia elétrica, destacando-se a superioridade das wavelets em relação à Fourier, na detecção de transitórios. RIBEIRO et al (1994) mostraram o grande potencial das wavelets na reconstrução de sinais transitórios. RIBEIRO & SAMOTYJ (1994) introduziram conceitos básicos de algumas ferramentas novas (teoria das wavelets, algoritmos genéticos, sistemas especialistas, lógica nebulosa e redes neurais), suas semelhanças e diferenças em relação às técnicas tradicionais e seus potenciais para aplicações em qualidade da energia. O *Electric Power Research Institute* (EPRI, 1994) discutiu possíveis aplicações dessa teoria em sistemas de energia elétrica, tais como: estudos de estabilidade transitória e poluição dinâmica. Todos esses trabalhos utilizaram a wavelet de Morlet e possuem um caráter meramente introdutório.

Em 1995, NIELSEN apresentou sua dissertação de Mestrado, em que aplicou a teoria das wavelets para detecção de transitórios em um sistema de distribuição de energia elétrica. Esse estudo evidenciou o grande potencial das wavelets nessa aplicação.

A partir de 1996, cresceu o número de publicações envolvendo aplicações das wavelets em sistemas de potência. Os maiores destaques daquele ano são os trabalhos de SANTOSO et al (1996) e de ROBERTSON et al (1996). SANTOSO et al (1996) iniciaram uma pesquisa consistente aplicando as wavelets de Daubechies para detectar e localizar no tempo, distúrbios de sinais resultantes de medições reais. ROBERTSON et al (1996) mostraram as semelhanças e diferenças entre as teorias das wavelets e de Fourier e introduziram o uso das wavelets no estudo de sinais de transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência, visando principalmente a detecção de suas características relevantes. CHAARI et al (1996) propuseram uma nova wavelet e desenvolveram uma transformada wavelet recursiva, visando a obtenção de informações instantâneas no plano tempo *versus* frequência de sinais provenientes de faltas. Segundo os autores a técnica proposta pode ser implementada em tempo real para proteção de dispositivos. GALLI et al (1996) elaboraram um tutorial, no qual são apresentadas as idéias básicas das wavelets, suas vantagens e desvantagens em relação à teoria de Fourier e aplicações em sistemas de potência, tais como: identificação e análise de transitórios.

Uma série de artigos foi publicada na 7th *International Conference on Harmonics and Quality of Power*, dentre os quais se destacam os seguintes: SANTOSO et al (1996), que apresentaram os fundamentos de uma nova metodologia para identificação de distúrbios de qualidade da energia baseada numa combinação de rede neural e transformada wavelet discreta, via wavelet de Daubechies. A metodologia aparenta ser

robusta, embora a quantidade de dados usadas no treinamento da rede tenham sido limitadas. ANGRISANI et al (1996), que desenvolveram um procedimento para estudos da qualidade da energia, o qual detecta, localiza, classifica e estima distúrbios relevantes em sistemas de potência. Através do uso de diversas wavelet mães, os autores constataram a importância da wavelet mãe escolhida na otimização do procedimento proposto. PILAY et al (1996), que continuaram o estudo do desempenho das wavelets na modelagem de distúrbios de sistemas de potência não-estacionários. Neste caso, foram utilizadas as wavelets de Daubechies. TUNABOYLU & COLLINS JR (1996), que aplicaram as wavelets na detecção de distúrbios de qualidade da energia, em particular, afundamentos de tensão. O estudo foi feito avaliando-se os sinais no plano tempo *versus* frequência.

Ainda em 1996, PILAY & BHATTACHARJEE (1996) apresentaram o excelente desempenho das wavelets na modelagem de eventos de curta duração, como por exemplo, transitórios de chaveamento de capacitores. O artigo é análogo à PILAY et al (1996). WILKINSON & COX (1996) apresentam um estudo bastante interessante sobre o processo de decomposição e reconstrução de sinais transitórios (correntes de fornos de arco e formas de onda de vibrações de turbinas) via wavelets.

No ano de 1997 as publicações tiveram continuidade. CHEN & HSIAO (1997) apresentaram uma matriz operacional de integração baseada na wavelet de Haar e desenvolveram um método para análise de sistemas a parâmetros concentrados e distribuídos. HEYDT & GALLI (1997) desenvolveram um método iterativo para análise da propagação de transitórios em sistemas de potência utilizando a transformada wavelet discreta e a wavelet de Morlet. Os autores mostraram que o método é vantajoso quando os sinais de excitação e de saída são semelhantes à wavelet mãe adotada. PIRES & BRITO (1997) mostraram o excelente desempenho da transformada wavelet discreta

implementada com a wavelet de Daubechies *daub4* no processo de detecção e localização de distúrbios. SANTOSO et al (1997) apresentaram um método baseado nas wavelets de Daubechies para compressão de dados de qualidade da energia. Segundo os autores, o método apresenta uma redução significativa no custo relacionado com armazenagem e transmissão dos dados. Essa técnica é executada através da decomposição do sinal, *thresholding* dos coeficientes wavelet e reconstrução do sinal. MELIOPOULOS & LEE (1997) desenvolveram um método alternativo para análise de transitórios em sistemas de potência usando as wavelets. O método é baseado na decomposição em série de wavelets e em reconstrução das tensões nodais via coeficientes wavelet.

Em 1998, novamente uma série de artigos foi apresentada na *8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, dentre os quais se destacam os seguintes: GAUDA & SALAMA (1998), que desenvolveram um método baseado nas wavelets para monitoramento de problemas de qualidade da energia. Os fenômenos (de regime permanente ou não) são detectados e localizados através da distribuição de energia do sinal, com posterior classificação e quantificação. MELIOPOULOS & LEE (1998), que apresentaram resultados novos da metodologia apresentada em MELIOPOULOS & LEE (1997). MEUNIER & BROUAYE (1998), que fizeram um estudo comparativo de wavelets e *prony analysis* em qualidade da energia, onde se constatou que os algoritmos baseados em wavelets são mais robustos e mais fáceis de serem usados. PERUNICIC et al (1998), que apresentaram um método baseado nas wavelets para detectar e classificar formas de onda de tensão distorcidas. O método usa uma combinação de filtragem digital, wavelets e redes neurais artificiais. POISSON et al (1998a), que realizaram um estudo de análise da qualidade da energia, comparando sinais reais e simulados no EMTP. A precisão das simulações é feita aplicando wavelets

para identificar o conteúdo de frequências dos sinais. Segundo os autores, o método mostrou-se bastante preciso e sua única restrição, é a necessidade de identificação de todas as componentes envolvidas em ressonâncias série e paralela. POISSON et al (1998b), que usaram a transformada wavelet contínua para detectar e analisar afundamentos de tensão e transitórios. Um algoritmo recursivo é usado para tornar mais eficiente a obtenção do plano tempo *versus* frequência dos distúrbios. Os resultados são comparados usando métodos clássicos. BRITO et al (1998), que deram continuidade ao estudo iniciado em PIRES & BRITO (1997). Neste caso, os autores avaliaram o desempenho da transformada wavelet discreta implementada com as wavelets de Daubechies *daub4*, *daub12* e *daub20* no processo de detecção e localização de distúrbios, onde se constatou o desempenho superior da wavelet *daub4*.

Ainda em 1998, SATISH (1998) aplicou a *short-time Fourier transform* e a transformada wavelet na detecção de faltas durante testes impulsivos em transformadores de potência. Constatou-se que as faltas são facilmente detectadas via wavelets. ANGRISANI et al (1998a) apresentaram resultados inéditos da pesquisa iniciada em ANGRISANI et al (1996). PANDEY & SATISH (1998) desenvolveram uma técnica para diagnosticar faltas em transformadores de potência baseada na decomposição multiresolucional de sinais de correntes neutrais. Segundo os autores, a técnica proposta mostrou-se robusta e superior aos métodos existentes. MAGNAGO & ABUR (1998) apresentaram um método de localização de faltas usando wavelets e componentes modais. O método independe da impedância de falta e mostrou-se bem adaptado às geometrias de torres mutuamente acopladas bem como à linhas compensadas por capacitores em série. YU & SONG (1998) usaram a transformada wavelet e redes neurais para detectar e identificar faltas em sistemas de transmissão. Os

resultados obtidos indicam que a metodologia proposta pode ser usada em esquemas de auto-religamento adaptativo.

Continuando, LITTLER & MORROW (1998) estudaram as propriedades das transformadas wavelet discreta e *wavelet packet transforms* e avaliaram ambas as transformadas na análise e compressão de sinais. O estudo apresentado é uma parte de uma pesquisa que está sendo conduzida sobre métodos de compressão de dados de sistemas de potência. HSIEH et al (1998) usaram as wavelets para redução de dados de distúrbios de qualidade da energia. Essa técnica é executada através da subtração de sinais, decomposição multiresolucional do sinal, *thresholding* dos coeficientes wavelet e reconstrução do sinal. HUANG et al (1998) desenvolveram um método baseado nas wavelets para classificação de distúrbios de sistemas de potência (afundamento de tensão, interrupção momentânea, etc.). O método classifica os distúrbios em vários grupos, de modo que se pode decidir sobre sua supressão ou eliminação. Finalmente, ANGRISANI et al (1998b) propuseram um instrumento virtual para medição de distúrbios superpostos nos sinais de tensão de sistemas de potência. Fundamentos teóricos sobre a transformada wavelet e sobre o método proposto, além de soluções de software e hardware, são apresentados.

Em 1999 o crescimento das publicações teve continuidade. GALLI & NIELSEN (1999) elaboraram um tutorial sobre as wavelets, destacando-se o processo de decomposição de sinais de potência via wavelets. LEE (1999) introduziu uma técnica para monitoramento das condições dos equipamentos elétricos. Essa técnica usa as wavelets e redes neurais para identificar e classificar vibrações transitórias em circuitos de chaveamento com defeito. HUANG & HSIEH (1999) mostraram resultados novos da pesquisa iniciada em HUANG et al (1998). CHEN & HSIAO (1999) também mostraram os últimos avanços obtidos no método proposto em CHEN & HSIAO

(1997). Nesse trabalho, o objetivo foi a aplicação do método na otimização de sistemas dinâmicos. STYVAKTAKIS et al (1999) apresentaram um método de estimação da localização de faltas permanentes em linhas de transmissão. Nesse método duas aproximações distintas são usadas: a estimação do espectro e análise wavelet. Os métodos são testados e comparados com o EMTP. JIANG et al (1999a) desenvolveram um esquema de localização de faltas em sistemas de distribuição baseado na transformada wavelet e em Sistema de Posicionamento Global (GSP). Os resultados apresentados mostraram que, sob diferentes condições de falta, o localizador proposto apresenta excelente performance na detecção da falta. JIANG et al (1999b) apresentaram um esquema de proteção direcional para sistemas de distribuição baseado na transformada wavelet e nas wavelets de Daubechies. Devido ao fato do esquema proposto utilizar apenas sinais transitórios, sua operação é insensível por exemplo, ao tipo de falta. Em contrapartida, o relé não é afetado por exemplo, pela configuração do sistema.

Ainda em 1999, LIU & PILAY (1999) apresentaram um estudo comparativo entre as transformadas de Fourier e wavelet em aplicações de análise de qualidade da energia. A superioridade das wavelets é destacada, principalmente em aplicações de classificação de eventos. ZHENG et al (1999) aplicaram a transformada wavelet na análise harmônica e em transitórios de sistema de potência. Os elementos do sistema (resistores, capacitores e indutores) são modelados no domínio wavelet discreto, através do uso de operadores lineares, construindo-se assim, a impedância no domínio wavelet. O método é validado utilizando como exemplo um sistema de forno a arco. O fato relevante desta metodologia é a construção de modelos diferentes para análise transitória e de regime permanente. GOMEZ-MORANTE & NICOLETTI (1999) desenvolveram um método de identificação baseado nas wavelets, o qual se mostrou

eficiente na distinção entre faltas internas e correntes neutrais de transformadores. HUANG et al (1999), GAOUA et al (1999) ANGRISANI et al (1999a, 1999b) apresentaram a evolução de suas pesquisas. Dá-se destaque ao estágio atual alcançado no desenvolvimento do método de detecção e medição de transitórios de ANGRISANI et al (1999a, 1999b). Segundo os autores, devido à forma como foi concebido, sua implementação em processadores digitais é muito simples.

Numa série de artigos publicados em 2000, SANTOSO et al (2000a, 2000b, 2000c) apresentaram os últimos avanços obtidos no problema de reconhecimento das formas de onda com distúrbios de qualidade da energia, desenvolvendo uma metodologia de classificação baseada em redes neurais e na transformada wavelet. Os fundamentos teóricos, construção e testes do classificador sob várias condições são apresentados. Eventos de qualidade da energia também são caracterizados usando as transformadas wavelet e de Fourier. MELIOPOULOS & LEE (2000) também apresentaram resultados novos de sua pesquisa.

Ainda em 2000, POISSON et al (2000) publicaram novamente o mesmo trabalho apresentado em POISSON et al (1998b). KARIMI et al (2000) propuseram um método de detecção de distúrbios baseado na transformada wavelet discreta. De acordo com os autores, o método é significativamente mais rápido que o método tradicional e discrimina vários tipos de distúrbios com alto grau de confiabilidade. GU & BOLLEN (2000) discutiram a análise de distúrbios de tensão nos domínios tempo *versus* frequência e tempo *versus* escala, destacando-se as vantagens e desvantagens de ambas as análises.

De acordo com o levantamento bibliográfico feito aqui, observa-se que a maioria das aplicações das wavelets em sistemas de potência envolve a área de qualidade da energia, ou seja: detecção, localização, identificação e classificação de distúrbios (veja

figura 1.1). É visível também, a evolução técnica das pesquisas ao longo de poucos anos e a diversidade de metodologias propostas.

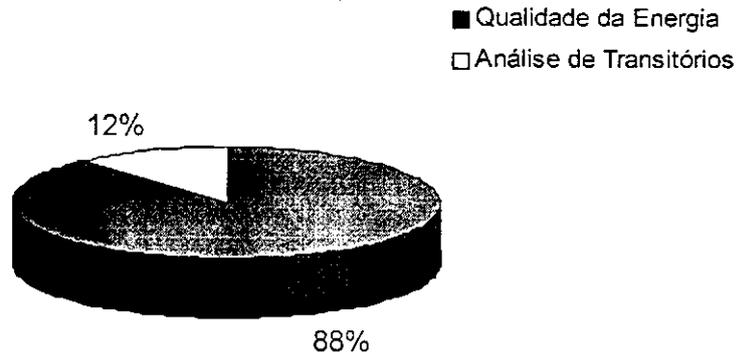


Figura 1.1 Estado da arte das wavelets em sistemas de potência.

Em relação à análise de transitórios, constata-se o número reduzido de publicações: apenas quatro metodologias têm sido propostas (HEYDT & GALLI, 1997; CHEN & HSIAO, 1997; MELIOPOULOS & LEE, 1997; ZHENG et al, 1999). Além disso, esses métodos ainda se encontram numa fase incipiente, na medida que ainda não foram estudados com maiores detalhes e pelo fato de serem aplicáveis apenas a sistemas lineares.

1.4 MOTIVAÇÃO E CONTRIBUIÇÕES DA TESE

A avaliação do estado da arte das wavelets em sistemas de potência gerou então, as motivações desta tese, que foram as seguintes:

- investigação incipiente dos métodos baseados nas wavelets para análise de transitórios em sistemas de potência;
- aplicação restrita desses métodos a sistemas lineares.

Tais motivações conduziram a um estudo comparativo cuidadoso de duas metodologias: o método proposto por MELIOPOULOS & LEE (1997) e o método

proposto por CHEN & HSIAO (1997), a partir do qual foram desenvolvidas as contribuições desta tese.

O desenvolvimento dessas contribuições partiu do princípio que para competir com os métodos consolidados no domínio do tempo, os métodos baseados nas wavelets devem ter formulação geral. Como os fenômenos transitórios que ocorrem em sistemas de potência são freqüentemente de natureza não-linear³, é fundamental que tais métodos sejam capazes de avaliar tais fenômenos.

Deste modo, a tese que se defende é a de que os métodos baseados nas wavelets podem ser empregados com proveito também no cálculo de transitórios com elementos não-lineares. É importante destacar o significado do termo *sistema com elementos não-lineares*, o qual não deve ser confundido com *sistema não-linear*. A rigor, um termo está contido no outro, mas aqui, sistema com elementos não-lineares significa que o sistema é predominantemente linear; que os elementos não-lineares são minoritários. Além do mais, a atenção é dada para não-linearidades típicas de sistemas de potência.

Não se encontrou na literatura indícios de que a metodologia aqui proposta tenha sido implementada anteriormente. Em adição, o estudo realizado possibilitou a modificação do método de Chen & Hsiao para suportar condições iniciais não-nulas e o desenvolvimento de uma metodologia alternativa para análise de transitórios em sistemas de potência.

Desta forma, as contribuições desta tese são as seguintes:

³ Pára-raios, reatores de núcleo saturável, transformadores, modelos de arcos nos disjuntores e centelhadores são elementos típicos cujas características são não-lineares e não-estacionárias.

- Modificação do método de Chen & Hsiao para suportar condições iniciais não-nulas.
- Extensão do método de Chen & Hsiao a sistemas com elementos não-lineares.
- Desenvolvimento de um método alternativo para análise de transitórios em sistemas de potência.

Devido ao fato desta tese envolver termos matemáticos oriundos da língua inglesa, para os quais não se encontrou tradução adequada na língua portuguesa, decidiu-se mantê-los na sua forma original.

2 TEORIA DAS WAVELETS

2.1 INTRODUÇÃO

Muitos problemas de engenharia são resolvidos por meio de *transformadas*, que são ferramentas matemáticas que mapeam funções de seu domínio original para outro mais adequado, visando a identificação de certos aspectos dos problemas. Dentre as diversas transformadas disponíveis, a transformada de Fourier é sem dúvida, a mais popular.

A transformada de Fourier $F(\omega)$ de uma função $f(t)$ ¹ é definida por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (2.1)$$

A função neste caso, é mapeada do domínio do tempo para o domínio de Fourier (ou como é mais conhecido, para o *domínio da frequência*), de modo que seu conteúdo espectral torna-se conhecido. Essa transformação entretanto, só é satisfatória se o espectro da função $f(t)$ for invariante com o tempo², visto que a transformada de Fourier não fornece nenhuma informação sobre a evolução no tempo das características espectrais da função (BRITO et al, 1997).

No caso de sinais com conteúdo espectral variante com o tempo (como é o caso dos sinais transitórios típicos de sistemas de potência), várias outras transformadas têm sido propostas³, mas nenhuma delas levou a resultados completamente satisfatórios até

¹ $f(t)$ é uma função absolutamente integrável em $(-\infty, \infty)$, ou seja: $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$.

² Sinais com essas características são denominados de sinais estacionários. Caso contrário, o sinal é denominado de não-estacionário. O conceito de estacionaridade é bem definido na teoria de processos estocásticos (POULARIKAS, 1996).

³ *Short-time Fourier transform*, transformada de Gabor, distribuição de Wigner, etc.

o surgimento das wavelets. Neste caso, diversas metodologias têm sido desenvolvidas, com resultados bastante satisfatórios (POULARIKAS, 1996).

2.2 TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA

A transformada wavelet contínua é definida como:

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) h_{a,b}^*(t) dt, \quad (2.2)$$

com $(a, b) \in (\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ e $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$; a é o fator escala (equivalente ao inverso da frequência), b é o fator translação; $h_{a,b}(t)$ são as funções wavelets filhas e $W_f(a,b)$ são os coeficientes wavelet contínuos da função f .

A equação (2.2) é a equação fundamental da teoria das wavelets e matematicamente corresponde a uma correlação⁴ entre as funções $f(t)$ e $h_{a,b}(t)$.

As wavelets filhas, $h_{a,b}(t)$, são funções obtidas através de operações simultâneas de escalonamento e translação na função wavelet mãe, $h(t)$:

$$h_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} h\left(\frac{t-b}{a}\right). \quad (2.3)$$

Na equação (2.3), o fator $\frac{1}{\sqrt{|a|}}$ garante a preservação da energia das wavelets em todas as escalas (DAUBECHIES, 1988).

Observa-se na definição da transformada wavelet contínua que as funções wavelets não são especificadas. Esta é a diferença fundamental entre a transformada wavelet e as outras transformadas. Na teoria das wavelets, as funções wavelets são construídas de modo a satisfazer algumas propriedades básicas, sendo a mais importante a condição de admissibilidade:

⁴ A correlação entre duas funções $f(t)$ e $h(t)$ é definida pela relação: $\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) h(\tau - t) d\tau$.

$$c_h = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|H(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty, \quad (2.4)$$

sendo $H(\omega)$ a transformada de Fourier da wavelet mãe, $h(t)$.

Como consequência, as wavelets no domínio da frequência possuem componente nula na frequência zero (são inerentemente filtros passa-faixa) e no domínio do tempo, são oscilatórias (como uma onda) e com valor médio nulo (DAUBECHIES, 1988).

As wavelets podem ser analíticas ou numéricas, ortonormais ou não-ortonormais, contínuas ou discretas. Portanto, não se deve falar sobre a transformada wavelet de uma função, mas da transformada wavelet de uma função em relação a uma determinada wavelet. Um exemplo clássico de uma wavelet é a função *chapéu mexicano*:

$$h(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1-t^2) e^{-t^2/2}, \quad (2.5)$$

cujas representações nos domínios do tempo e da frequência são mostradas na figura 2.1.

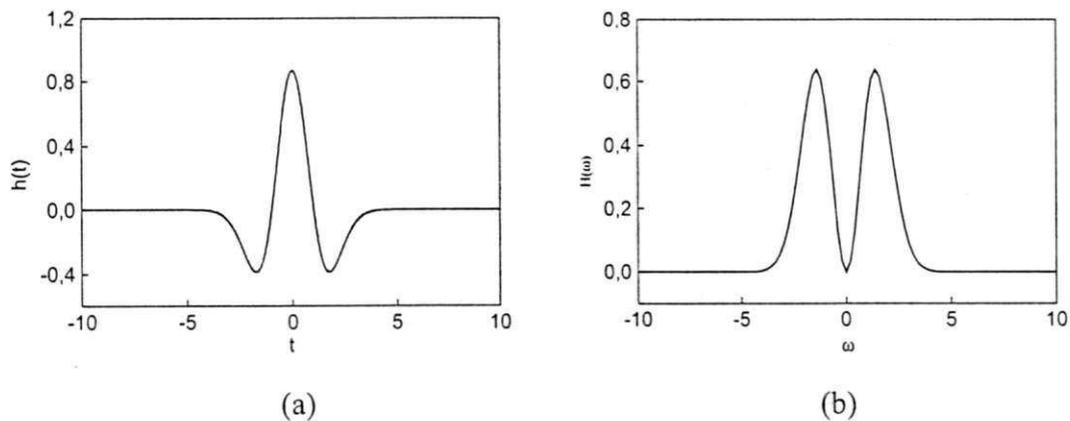


Figura 2.1 Representação da função chapéu mexicano nos domínios

a) do tempo e b) da frequência.

A representação no domínio das wavelets de uma função e a existência da operação inversa dependem da wavelet mãe utilizada (DAUBECHIES, 1992). Mais

precisamente, se a condição de admissibilidade for satisfeita, então a função f pode ser reconstruída através da transformada wavelet contínua inversa:

$$f(t) = \frac{1}{C_h} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(a, b) h_{a,b}(t) \frac{dad b}{a^2}. \quad (2.6)$$

2.2.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O estudo da transformada wavelet contínua foi complementado através do uso do aplicativo MATLAB® (linguagem de programação e *wavelet toolbox*), adotando-se o seguinte procedimento (BARBOSA et al, 1998; BEZERRA et al, 1999, BRITO et al, 1999):

- geração de sinais com distúrbios típicos de sistemas de potência através de rotinas desenvolvidas no MATLAB®;
- seleção de wavelet mães da biblioteca da *wavelet toolbox*);
- aplicação da transformada wavelet contínua da *wavelet toolbox* a cada sinal;
- avaliação da representação mais adequada no domínio das wavelets;
- aplicação da transformada de Fourier a cada sinal;
- análise do desempenho de cada transformada.

A título de ilustração, selecionou-se um sinal com distorção transitória, cujas representações nos domínios do tempo, da frequência e das wavelets estão apresentadas na figura 2.2.

A superioridade da transformada wavelet em sinais dessa natureza é evidente. Observa-se que a transformada de Fourier identifica apenas a frequência fundamental do sinal, ou seja, a componente de 60 Hz (figura 2.2b). Nenhuma informação acerca do distúrbio é fornecida. A transformada wavelet por sua vez, fornece uma representação

tempo *versus* escala do sinal, a qual é equivalente à representação tempo *versus* frequência (figura 2.2c).

Nesse tipo de análise, um sinal não pode ser representado como um ponto⁵, mas pela sua posição num retângulo de área $\Delta t \Delta \omega$ (POULARIKAS, 1996). Deste modo, a duração e a faixa de frequência do distúrbio são determinadas, que são as informações desejadas na análise de sinais dessa natureza.

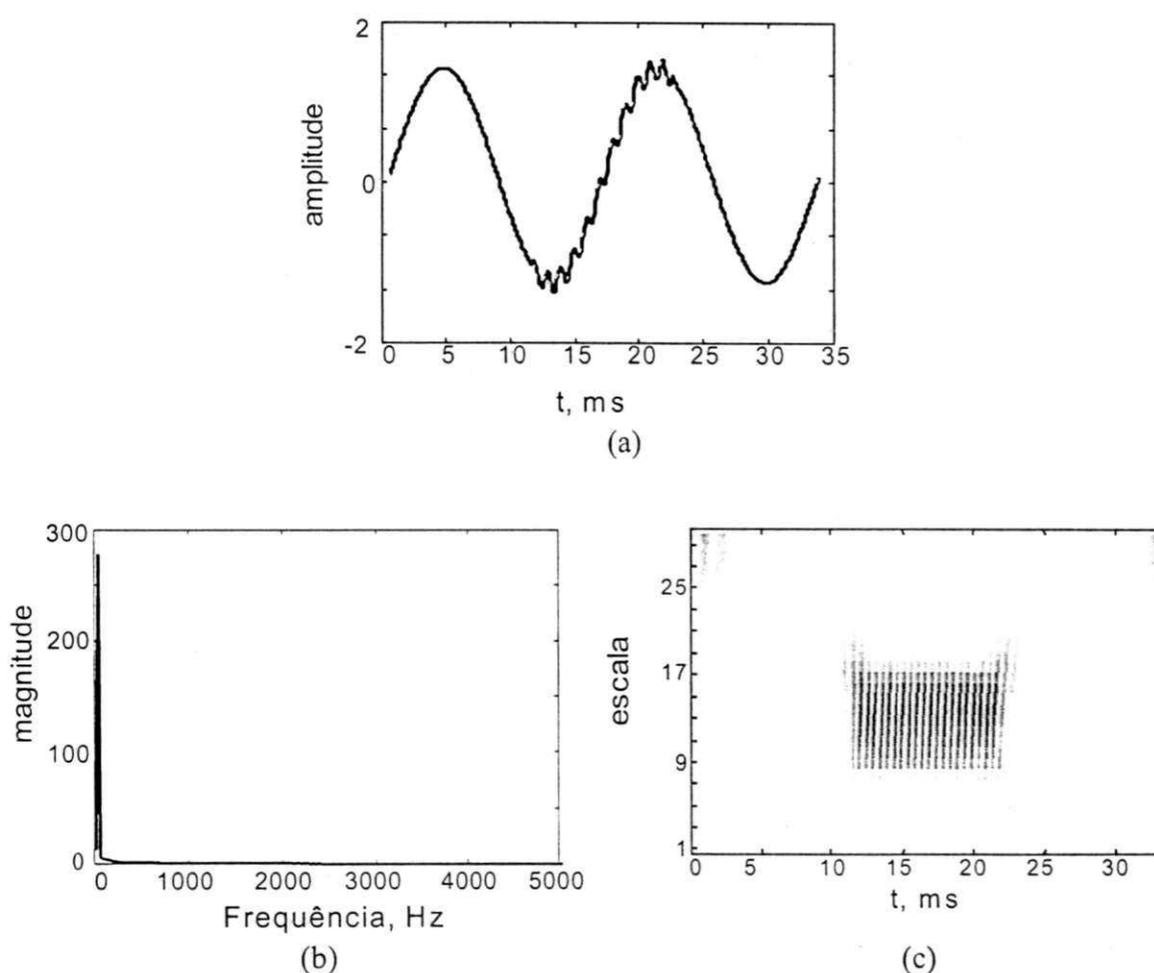


Figura 2.2 Representação de um sinal com distorção transitória nos domínios

a) do tempo, b) da frequência e c) das wavelets.

⁵ A representação tempo *versus* frequência de um sinal tem uma limitação intrínseca: o produto das resoluções no tempo e na frequência é limitado pelo princípio da incerteza: $\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$.

2.3 DISCRETIZAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET CONTÍNUA

A transformada wavelet contínua é de grande interesse teórico, principalmente para a derivação e compreensão das propriedades matemáticas da teoria das wavelets contudo, a sua discretização é necessária para aplicações práticas. A discretização típica é da forma:

$$a = a_0^{-m}, \quad b = na_0^{-m} b_0, \quad (2.7)$$

com $a_0 > 1$, $b_0 > 0$ e $m, n \in Z$ (RIOUL & VETTERLI, 1991).

No caso contínuo, uma função f sempre terá uma reconstrução convergente, desde que h seja admissível. No caso discreto, os coeficientes wavelet são avaliados apenas em pontos discretos, de modo que a reconstrução pode ser instável (não-convergente). A convergência depende da escolha da wavelet mãe e do processo de discretização realizado.

A reconstrução no caso discreto é obtida através da teoria de *frames*, onde as restrições na wavelet mãe e na amostragem são estabelecidas.

2.4 TEORIA DE FRAMES

O conceito de *frames* foi introduzido em 1952 no contexto de série de Fourier não-harmônica⁶ e no contexto das wavelets, em 1985 (DAUBECHIES, 1990).

A definição formal de *frame* é apresentada a seguir.

⁶ Série de Fourier não-harmônica é a representação de funções em exponenciais complexas: $e^{j\lambda_k t}$ com $\lambda_k \neq 2\pi k$.

Definição: Um conjunto de vetores $\{y_k\}$ em um espaço Hilbert H é um *frame* se existem constantes A e B , com $0 < A \leq B < \infty$ tais que, para qualquer vetor $x \in H$, tem-se:

$$A\|x\|^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} |\langle x, y_k \rangle|^2 \leq B\|x\|^2. \quad (2.8)$$

As constantes A e B são os parâmetros ou limites do *frame*.

Frames e bases estão intimamente ligados. Ao contrário de uma base, *frames* geralmente têm redundância, ou seja, possuem mais elementos que uma base. Portanto, *frames* não são *necessariamente* linearmente independentes. Uma situação bastante especial ocorre quando $A = B = 1$ e $\|y_k\| = 1$. Neste caso, o conjunto constitui-se numa base ortonormal (YOUNG, 1995).

A importância de *frames* para wavelets decorre da seguinte propriedade:

"Qualquer $x \in H$ pode ser expresso como uma combinação linear dos elementos do *frame*, ou seja:

$$x = \sum_{k=1}^{\infty} \langle x, y_k \rangle \tilde{y}_k, \quad (2.9)$$

sendo $\{\tilde{y}_k\}$ o *dual frame*⁷" (DAUBECHIES, 1992).

Segundo DAUBECHIES (1992), a obtenção de um algoritmo de reconstrução estável para f a partir de seus coeficientes wavelet discretos é possível desde que o conjunto $h_{m,n}(t)$ constitua um *frame*. Por conseguinte:

"Devem existir constantes A e B , com $0 < A \leq B < \infty$ tais que, para qualquer função $f \in H$, tem-se:

⁷ O *dual frame* é o conjunto $\{\tilde{y}_k\}$ definido como: $\tilde{y}_k = (T^* T)^{-1} y_k$, sendo T o operador *frame* (DAUBECHIES, 1992).

$$A\|f\|^2 \leq \sum_{m,n} |\langle f, h_{m,n} \rangle|^2 \leq B\|f\|^2. \quad (2.10)$$

Dado um *frame* de wavelets, a reconstrução de f a partir de $\langle f, h_{m,n} \rangle$ é possível através da seguinte equação:

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f(t), h_{m,n}(t) \rangle \tilde{h}_{m,n}(t), \quad (2.11)$$

sendo o conjunto $\tilde{h}_{m,n}(t)$ denominado de *dual frame* de $h_{m,n}(t)$. A reconstrução então, exige a definição de $\tilde{h}_{m,n}(t)$.

Na teoria de *frames*, se $A = B$, o conjunto $\tilde{h}_{m,n}(t)$ é da forma (DAUBECHIES, 1992):

$$\tilde{h}_{m,n}(t) = A^{-1} h_{m,n}(t) \quad (2.12)$$

e se, $A = B = 1$ e $\|h_{m,n}\| = 1$, a equação (2.11) torna-se:

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle f(t), h_{m,n}(t) \rangle h_{m,n}(t). \quad (2.13)$$

A equação (2.13) é denominada de decomposição em série de wavelets.

2.4.1 ESTIMATIVAS DOS LIMITES DOS FRAMES

Segundo a teoria de *frames*, uma reconstrução estável para f é possível desde que o conjunto $h_{m,n}$ constitua um *frame*. Entretanto, não são todas as escolhas de h , a_0 e b_0 que conduzem a um *frame*, mesmo que h seja admissível (DAUBECHIES, 1990).

Condições gerais para h , a_0 e b_0 sob as quais um *frame* é obtido foram estabelecidas por DAUBECHIES (1990), que também derivou as estimativas para A e B . Esses resultados são apresentados a seguir.

"Se h e a_0 são tais que DAUBECHIES (1990):

$$\inf_{1 \leq |\omega| \leq a_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)|^2 > 0, \quad (2.14a)$$

$$\sup_{1 \leq |\omega| \leq a_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)|^2 < \infty \quad (2.14b)$$

e se,

$$\rho(s) = \sup_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)| |H(a_0^{-m} \omega + s)| \quad (2.15)$$

decai tão rápido quanto $(1 + |s|)^{-(1+\varepsilon)}$, com $\varepsilon > 0$, então existe um $(b_0)_{thr} > 0$ tal que o conjunto $h_{m,n}(t)$ constitui um *frame* para todas as escolhas $b_0 < (b_0)_{thr}$. Para $b_0 < (b_0)_{thr}$, as seguintes expressões são os limites do *frame* para $h_{m,n}(t)$:

$$A = \frac{2\pi}{b_0} \left\{ \inf_{1 \leq |\omega| \leq a_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)|^2 - \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \left[\rho\left(\frac{2\pi}{b_0} k\right) \rho\left(-\frac{2\pi}{b_0} k\right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (2.16a)$$

$$B = \frac{2\pi}{b_0} \left\{ \sup_{1 \leq |\omega| \leq a_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)|^2 - \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \left[\rho\left(\frac{2\pi}{b_0} k\right) \rho\left(-\frac{2\pi}{b_0} k\right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (2.16b)$$

As condições em ρ e as desigualdades (2.14a) e (2.14b) são satisfeitas se,

$$|H(\omega)| \leq C |\omega|^\alpha (1 + |\omega|)^{-\gamma}, \quad (2.17)$$

com $\alpha > 0, \gamma > \alpha + 1$. Essas estimativas para A e B conduzem a:

$$A \leq \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H(a_0^{-m} \omega)|^2 \leq B, \quad (2.18)$$

para todo $\omega \neq 0$.

Então, se h decai razoavelmente em tempo e em frequência, existe uma faixa de valores de a_0 e b_0 na qual o conjunto $h_{m,n}(t)$ constitui um *frame*.

Os parâmetros a_0 e b_0 determinam as propriedades de resolução da transformada: a_0 define a resolução em escala e b_0 a resolução no tempo. Na prática, adota-se $a_0 = 2$ e

$b_0 = 1$. Com essa escolha o domínio da freqüência é particionado em oitavas e a computação numérica é facilitada. Além disso, é possível a construção das wavelets de modo que o conjunto $h_{m,n}(t)$ constitua uma base ortonormal (DAUBECHIES, 1990).

2.4.2 SISTEMA MULTIVOICE

Embora a escolha $a_0 = 2$ seja adequada para representar alguns sinais, ela pode se tornar inadequada em algumas situações (YOUNG, 1995). Nesses casos, uma técnica chamada *voices* é utilizada. Nesse método, várias wavelet mães diferentes (h^1, h^2, \dots, h^{n_v} ; sendo n_v o número de *voices*) são usadas.

Essa técnica fornece melhor resolução, enquanto mantém o fator escalonamento $a_0 = 2$ (YOUNG, 1995). Também neste caso, DAUBECHIES (1990) derivou expressões para os limites do *frame*:

$$A = \frac{2\pi}{b_0} \left\{ \inf_{1 \leq |\omega| \leq 2} \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H^v(2^{-m}\omega)|^2 - O\left(\frac{2\pi}{b_0}\right) \right\}, \quad (2.19a)$$

$$B = \frac{2\pi}{b_0} \left\{ \sup_{1 \leq |\omega| \leq 2} \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H^v(2^{-m}\omega)|^2 + O\left(\frac{2\pi}{b_0}\right) \right\}; \quad (2.19b)$$

com:

$$O(x) = \sum_{k \neq 0} \sum_{v=1}^{n_v} [\rho^v(kx)\rho^v(-kx)]^{1/2}, \quad (2.20)$$

$$\rho^v(s) = \sup_{1 \leq |\omega| \leq 2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |H^v(2^{-m}\omega)| |H^v(2^{-m}\omega + s)|. \quad (2.21)$$

A escolha tradicional para as *novas* wavelet mães é:

$$h^v(t) = 2^{(v-1)/n_v} h(2^{(v-1)/n_v} t). \quad (2.22)$$

2.4.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O estudo de *frames* foi complementado com a elaboração de um programa em linguagem FORTRAN para calcular os limites do *frame* representados pelas equações (2.19a) e (2.19b) (BRITO & SOUZA, 1998a; BRITO & SOUZA, 1998b). A título de ilustração, alguns valores de A e B obtidos para a função chapéu mexicano foram selecionados (tabela 2.1).

Observa-se que para $n_v = 1$ a razão B/A é muito grande, mesmo para valores pequenos de b_0 . Mostra-se também que a razão B/A (para n_v fixo) cresce rapidamente a partir de um determinado valor de b_0 . De acordo com DAUBECHIES (1990), o último valor de b_0 dessas tabelas corresponde ao valor de transição entre um *frame* e um *non-frame*.

Tabela 2.1 Valores de A e B para a função chapéu mexicano.

a) $n_v = 1$

b_0	A	B	B/A
0,25	13,091	14,183	1,083
0,50	6,545	7,092	1,083
0,75	4,363	4,728	1,084
1,00	3,223	3,596	1,116
1,25	2,001	3,454	1,726
1,50	0,325	4,220	12,967

b) $n_v = 4$

b_0	A	B	B/A
0,25	54,552	54,552	1,000
0,50	27,276	27,276	1,000
0,75	18,184	18,184	1,000
1,00	13,586	13,690	1,008
1,25	10,205	11,616	1,138
1,50	6,594	11,589	1,757
1,75	2,928	12,658	4,324

2.5 ANÁLISE MULTIRELACIONAL

Análise multiresolucional (AM) é uma técnica proveniente da área de processamento de sinais, onde é utilizada na análise de sinais em bandas de frequências múltiplas. No

contexto das wavelets, é uma forma padrão de construção de bases de wavelets ortonormais e de implementação das transformadas wavelet ortonormais (POULARIKAS, 1996).

Matematicamente, análise multiresolucional pode ser entendida como uma seqüência de subespaços V_m com as seguintes propriedades (BURRUS, 1998):

- i. $V_m \subset V_{m+1}$.
- ii. $V_\infty = L^2(\mathfrak{R})$.
- iii. $V_{-\infty} = \{0\}$.
- iv. $f(t) \in V_m \Leftrightarrow f(2t) \in V_{m+1}$.
- v. $f(t) \in V_0 \Rightarrow f(t-n) \in V_0$.
- vi. Existe uma função escalonamento $\phi \in V_0$ tal que o conjunto $\{\phi_{0,n} = \phi(t-n)\}$ é uma base ortonormal para V_0 e por conseguinte, $\{\phi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \phi(2^m t - n)\}$ constitui-se numa base ortonormal para V_m .

A construção da base de wavelets é feita a partir dos subespaços W_m (complementos ortogonais de V_m em V_{m+1}), os quais apresentam as seguintes características:

$$V_{m+1} = V_m \oplus W_m \text{ e } W_m \perp W_{m'}, \quad m \neq m'.$$

Essas características juntas com as propriedades da AM resultam nas seguintes propriedades para os espaços W_m :

- i. $L^2(\mathfrak{R}) = \bigoplus_m W_m$.
- ii. $W_m \cap W_{m'} = \{0\}$ (diferença fundamental entre os subespaços V_m e W_m).
- iii. $f(t) \in W_m \Leftrightarrow f(2t) \in W_{m+1}$.
- iv. Existe uma função $\psi \in W_0$ tal que o conjunto $\{\psi_{0,n} = \psi(t-n)\}$ é uma base ortonormal para W_0 e por conseguinte, $\{\psi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - n)\}$ constitui-se numa base ortonormal para $L^2(\mathfrak{R})$.

Portanto, qualquer função $f \in L^2(\mathfrak{R})$ pode ser expressa como:

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{m,n} \psi_{m,n}(t), \quad (2.23)$$

com $d_{m,n} = \langle f, \psi_{m,n} \rangle$.

2.6 EQUAÇÕES DILATAÇÃO E DA WAVELET

A análise multiresolucional resulta numa equação fundamental para a representação de funções com as wavelets (DAUBECHIES, 1992):

$$\phi(t) = \sum_k p(k) \phi(2t - k) \quad (2.24)$$

com $k \in Z$ e $\sum_k p(k) = 2$.

A equação (2.24) é geralmente denominada de equação dilatação e a partir dela toda a base é formada, inclusive a equação da wavelet:

$$\psi(t) = \sum_k q(k) \phi(2t - k), \quad (2.25)$$

com $q(k) = (-1)^k p(1 - k)$. (2.26)

As seqüências $p(k)$ e $q(k)$ são denominadas de coeficientes das equações dilatação e wavelet, respectivamente.

Na construção das bases de wavelets, o *design* de ϕ é função da aplicação entretanto, algumas condições são sempre requeridas:

$$\text{Norma unitária: } \|\phi\| = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |\phi(x)|^2 dx \right)^{1/2} = 1. \quad (2.27)$$

$$\text{Área unitária: } \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1. \quad (2.28)$$

Atualmente, as wavelets mais utilizadas são sem dúvida, as wavelets de Daubechies. Elas são uma família de funções ortonormais de suporte compacto⁸ e indexadas por um número inteiro positivo G , denominado de *genus*, o qual determina o comprimento da seqüência $p(k)$ e portanto, o *suporte* S da base de wavelets:

$$S = G - 1. \quad (2.29)$$

Para as wavelets de Daubechies as eqs. (2.24) e (2.25) tornam-se (NIELSEN, 1998):

$$\phi(t) = \sum_{k=0}^S p(k)\phi(2t - k) \quad (2.30)$$

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^S q(k)\phi(2t - k) \quad (2.31)$$

com:

$$q(k) = (-1)^k p(S - k). \quad (2.32)$$

A função escalonamento, e conseqüentemente os outros elementos da base, é definida apenas no intervalo $[0, S]$, sendo nula nos limites, ou seja: $\phi(0) = 0$ e $\phi(S) = 0$.

Para cada valor de G , uma nova base é formada. A tabela 2.2 apresenta os valores de $p(k)$ para $G = 2$ (base de Haar ou *daub2*) e $G = 4$ (base *daub4*). A base de Haar é considerada o primeiro membro da família das wavelets de Daubechies.

Como os métodos de análise de transitórios a serem estudados neste trabalho baseiam-se nas wavelets de Daubechies, o restante do texto tratará apenas dessa família de wavelets.

⁸ Uma função tem suporte compacto se é nula fora de um intervalo finito fechado.

Tabela 2.2 Valores de $p(k)$ para as bases daub2 e daub4.

	k	$p(k)$
$G = 2$	0	1
	1	1
$G = 4$	0	$(1 + \sqrt{3})/4$
	1	$(3 + \sqrt{3})/4$
	2	$(3 - \sqrt{3})/4$
	3	$(1 - \sqrt{3})/4$

2.7 TRANSFORMADA WAVELET RÁPIDA

A estrutura da análise multiresolucional quando aplicada na implementação das transformadas wavelet ortonormais, resulta em algoritmos rápidos e precisos denominados de transformadas wavelet rápidas (MALLAT, 1989). A construção desses algoritmos segue a seqüência básica apresentada a seguir.

Desde que $V_{m+1} = V_m \oplus W_m$, uma função $v_{m+1} \in V_{m+1}$ pode ser expressa como:

$$v_{m+1}(t) = \sum_n c_{m+1,n} \phi_{m+1,n}(t) \quad (2.33a)$$

$$= v_m(t) + w_m(t) \quad (2.33b)$$

$$= \sum_n c_{m,n} \phi_{m,n}(t) + \sum_n d_{m,n} \psi_{m,n}(t), \quad (2.33c)$$

com $v_m \in V_m$ e $w_m \in W_m$.

No desenvolvimento desses algoritmos, o objetivo é a construção de um mapeamento entre as seqüências $\{c_{m+1,n}\}$ e as seqüências $\{c_{m,n}\}$ e $\{d_{m,n}\}$ da forma (BURRUS, 1998):

$$c_m(n) = \sum_l p(l-2n)c_{m+1}(l) \quad (2.34a)$$

$$d_m(n) = \sum_l q(l-2n)c_{m+1}(l) \quad (2.34b)$$

$$c_{m+1}(n) = \sum_l p(l-2n)c_m(l) + \sum_l q(l-2n)d_m(l) \quad (2.35)$$

sendo $l = 2n + k$.

Quando aplicadas recursivamente, essas equações definem a transformada wavelet rápida. As eqs. (2.34) representam a transformada wavelet direta (TWD), enquanto que a equação (2.35), a transformada wavelet inversa (TWI).

No contexto de processamento de sinal, as seqüências $p(k)$ e $q(k)$ atuam como filtros passa-baixa e passa-alta, respectivamente.

A etapa de decomposição (TWD) consiste na aplicação dos filtros $p(k)$ e $q(k)$, seguida de subamostragem ($\downarrow 2$) (figura 2.3). A etapa de reconstrução (TWI) consiste de sobreamostragem ($\uparrow 2$), seguida de filtragem e adição (figura 2.4).

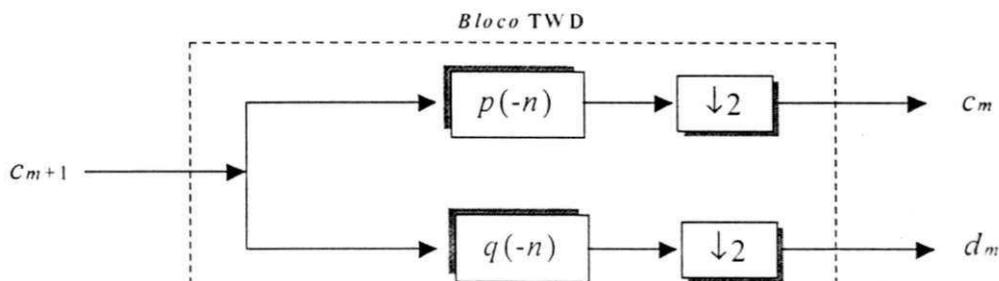


Figura 2.3 Etapa da transformada wavelet direta.

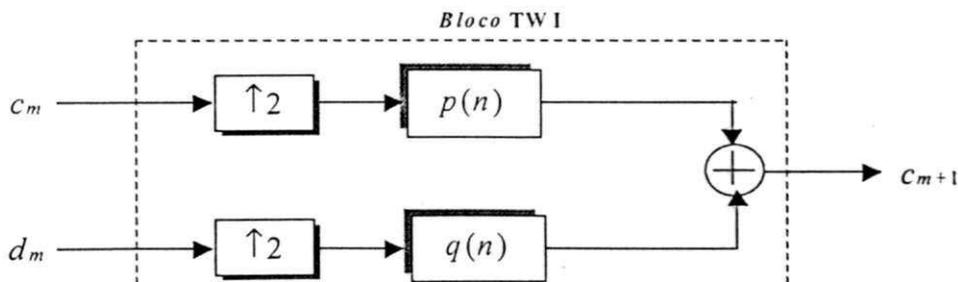


Figura 2.4 Etapa da transformada wavelet inversa.

A aplicação repetida desses estágios produzem a TWD e a TWI, onde cada estágio é denominado de escala ou nível. A figura 2.5 apresenta o diagrama esquemático da TWD para três estágios.

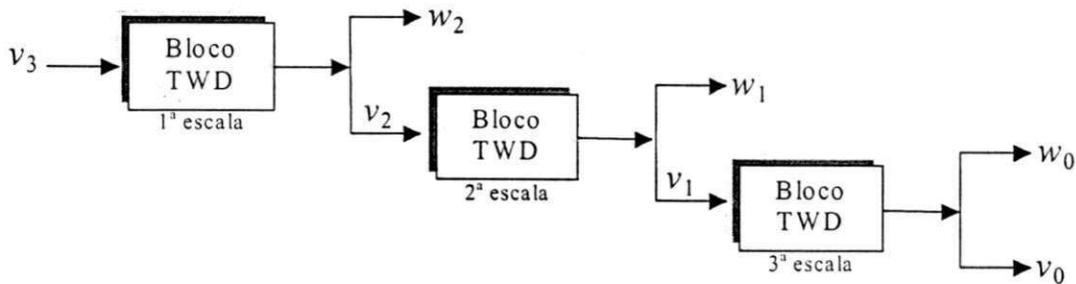


Figura 2.5 Três estágios da TWD.

O estudo da transformada wavelet rápida foi complementado utilizando as rotinas e a metodologia adotada por BRITO (1996). A título de ilustração, selecionou-se um sinal proveniente de medições reais fornecidos pela Companhia Energética de São Paulo (figura 2.6a), no qual se aplicou a TWD executada com a wavelet daub4 (BRITO & SOUZA, 1997; BRITO et al, 1998).

O procedimento consiste em aplicar a TWD ao sinal, representado por suas amostras n_a em número igual a uma potência de 2 (neste caso, $n_a=1024$). No primeiro estágio do método são gerados dois vetores, ambos de comprimento $n_a/2$. Esse procedimento é repetido nos vetores v_m (versão suavizada do sinal original) de acordo com a seqüência apresentada na figura 2.5, até restar apenas dois vetores de comprimento igual a 2.

Durante o processo de decomposição, os coeficientes wavelet correspondem aos vetores w_m , os quais são gerados e propagados através dos estágios. Ao final do processo, obtém-se um vetor de coeficientes wavelet de comprimento igual ao número de amostras n_a do sinal. Para o sinal em questão, são apresentadas a decomposição wavelet das escalas 1 e 4 (figuras 2.6b e 2.6c, respectivamente).

Como os sinais reais apresentam ruído elétrico, o qual não é considerado um distúrbio nesse estudo, os coeficientes wavelet referentes ao ruído são elevados ao quadrado (SANTOSO, 1995). Esse procedimento torna relevante apenas os coeficientes wavelet referentes aos distúrbios de interesse.

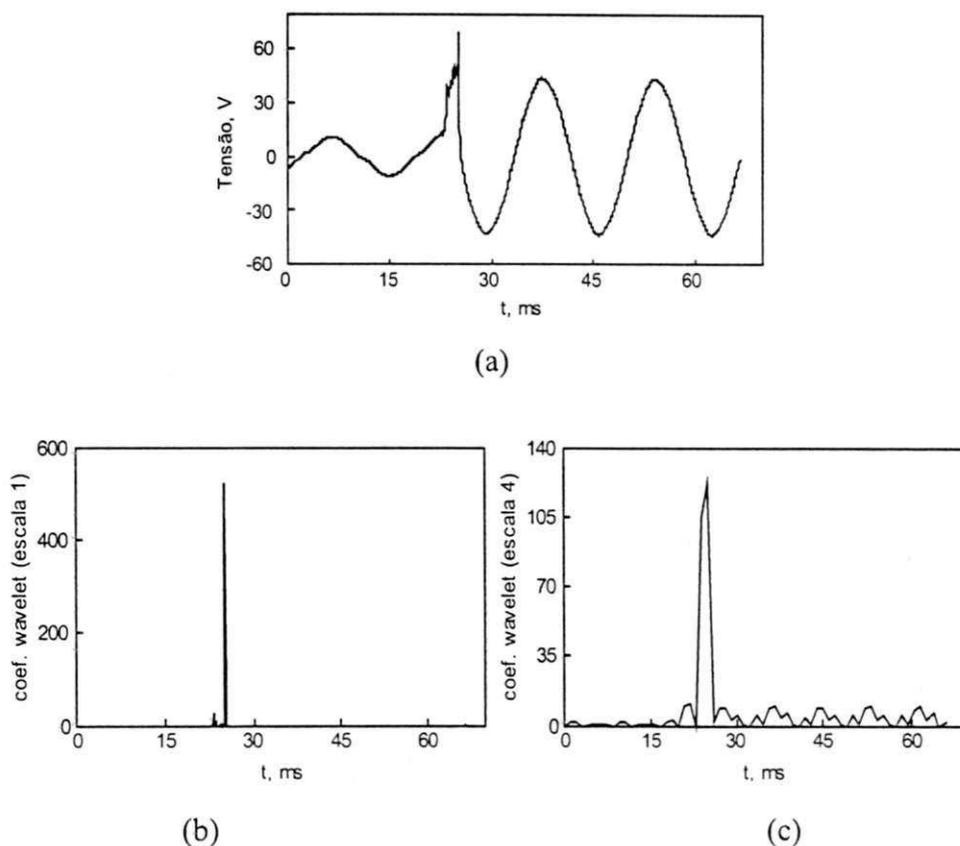


Figura 2.6 Decomposição de um (a) sinal de tensão através da TWD.

(b) Coeficientes wavelet da escala 1. (c) Coeficientes wavelet da escala 4.

À medida que as escalas crescem, as wavelets vão se dilatando e consequentemente, se tornando menos localizadas no tempo. É de se esperar portanto, que os distúrbios rápidos e curtos sejam detectados nas primeiras escalas (PIRES & BRITO, 1997; BRITO & PIRES, 1997). Como o final do distúrbio ocorreu de maneira extremamente brusca, quase de forma impulsiva ele é detectado em todas as escalas, sendo que a melhor resolução é obtida na primeira escala. As distorções de baixa

freqüência presentes no sinal em regime normal de operação do sistema (distorções harmônicas, por exemplo) são detectadas a partir da quarta escala.

2.8 AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE ϕ E ψ

Existem diversas formas de calcular a função escalonamento, a mais simples é através de método iterativo (BURRUS, 1998):

$$\phi^j(t) = \sum_{k=0}^S p(k) \phi^{j-1}(2t - k) \quad (2.36)$$

com $\phi^0(t) = 1$, para $0 \leq t < 1$. O expoente j é o contador de iteração. Efetua-se o processo iterativo até que $\phi^j(t) \approx \phi^{j-1}(t)$.

No processo de amostragem da função escalonamento, são calculados dois parâmetros:

- o número de amostras (n_a): $n_a = 2^m S$, (2.37)

- o intervalo de amostragem (Δ): $\Delta = \frac{S}{n_a}$. (2.38)

Qualquer valor real de t pode ser expresso em unidades do intervalo de amostragem. Isso é especialmente vantajoso no caso de t corresponder a um ponto de amostra, pois assim ele pode ser múltiplo (inteiro) do intervalo de amostragem:

$$t = k\Delta. \quad (2.39)$$

É essencial que k seja inteiro pois só assim se recorrerá aos valores disponíveis de ϕ durante o processo de construção. Se T for o intervalo de tempo da análise, ele pode ser normalizado de modo que qualquer tempo t ($0 \leq t < T$) corresponda a:

$$x = t/T, \quad (0 \leq x < 1). \quad (2.40)$$

Após a obtenção de ϕ , o cálculo de ψ é direto (equação 2.31).

As funções escalonamento e wavelet correspondentes as bases daub4 e daub10 estão apresentadas nas figura 2.7.

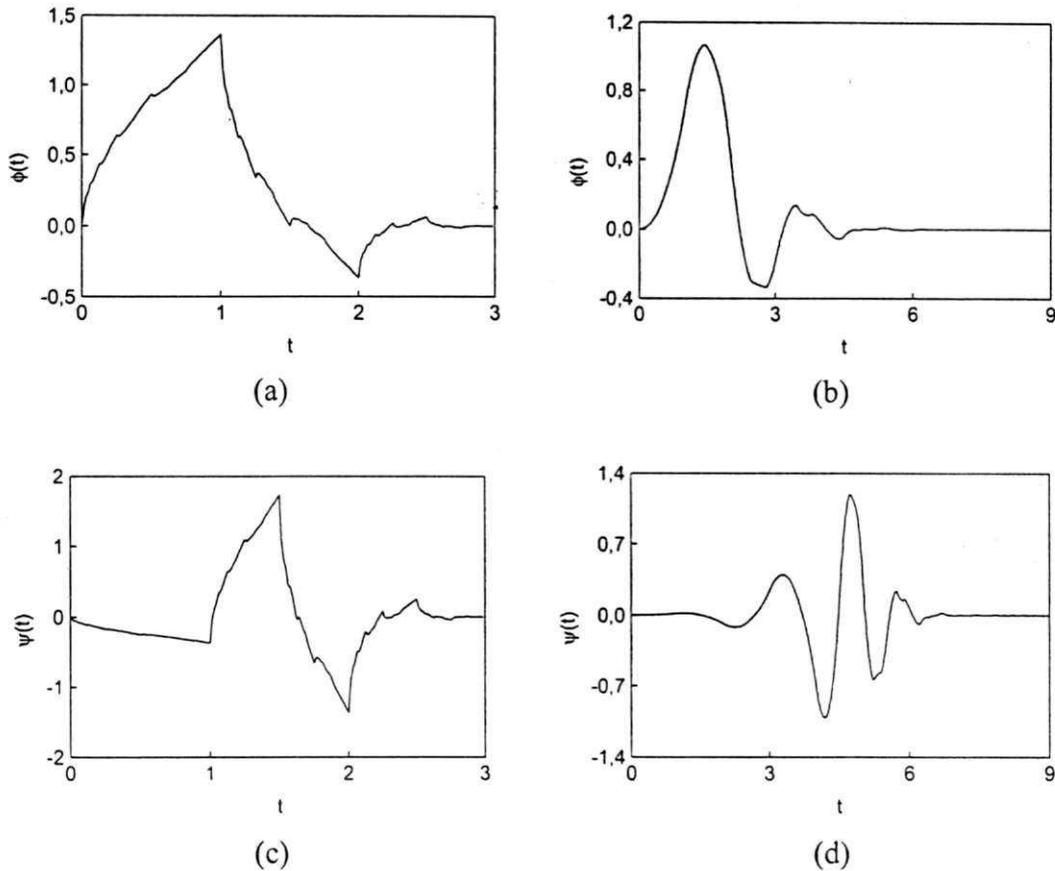


Figura 2.7 Funções escalonamento: a) daub4, b) daub10.

Funções wavelet: c) daub4, d) daub10.

2.9 CONSTRUÇÃO DA BASE DE WAVELETS

De uma forma geral, um sinal ou uma função $f(t)$ pode ser melhor analisado, descrito ou processado se expresso como uma decomposição linear da forma (BURRUS, 1998):

$$f(t) = \sum_j a_j f_j(t), \quad (2.41)$$

sendo j um inteiro finito ou eventualmente infinito; $f_j(t)$ são as funções da decomposição e a_j , os respectivos coeficientes.

No caso da teoria de Fourier, o conjunto de funções $f_j(t)$ forma uma base ortogonal e a equação (2.41) é única.

Na teoria das wavelets essa decomposição não é única, pois as funções $f_j(t)$ podem formar bases ortogonais, biortogonais e até mesmo não-ortogonais (BURRUS, 1998). Se o conjunto $f_j(t)$ constitui-se numa base de wavelets ortonormais, a equação (2.41) é da forma:

$$f(t) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_M] \begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \vdots \\ \psi_M(t) \end{bmatrix} = \mathbf{a}\psi(t) \quad (2.42)$$

sendo $M = 2^{m-1}$, $m \geq 1$; M , o número de elementos da base e m , o número de níveis.

A função escalonamento corresponde ao primeiro elemento da base (ψ_1) e a função wavelet mãe, ao segundo elemento da base (ψ_2). Os demais elementos da base (wavelets filhas) são construídos a partir de operações de escalonamento e de translação na wavelet mãe (MELIPOULOS & LEE, 1997):

$$\psi(t) = \{\phi(t), \psi(t), \psi(2t), \psi(2t-1), \dots, \psi(2^m t - l + 1)\}, \quad l = 1, 2, \dots, 2^{m-1}. \quad (2.43)$$

A precisão da representação de f é função do número de wavelets usadas. Quanto maior o número de níveis usados, maior o número de wavelets e portanto, melhor a representação.

3 ANÁLISE DE TRANSITÓRIOS BASEADA NAS WAVELETS

3.1 INTRODUÇÃO

Conforme apresentado no capítulo 1, o estudo dos métodos de MELIOPOULOS & LEE (1997) e de CHEN & HSIAO (1997) constituiu-se na base desta pesquisa, a partir do qual foram desenvolvidas as contribuições originais desta tese. Esse estudo foi realizado de acordo com as seguintes etapas:

1. Estudo da formulação matemática dos métodos.
2. Implementação computacional dos métodos utilizando linguagem de programação Fortran90.
3. Validação das rotinas utilizando o método da integração implícita como método de referência. Neste caso, se utilizou o software Microtran® (MICROTRAN POWER SYSTEM ANALYSIS CORPORATION, 1992), o qual será designado de MT.
4. Aplicação dos métodos às mesmas configurações de circuitos utilizadas por MELIOPOULOS & LEE (1997).

Antes da apresentação dessas etapas, é importante se fazer a seguinte observação: a escolha do método da integração implícita como método de referência se deve meramente ao fato de ser o método tradicional de análise de transitórios, desde que essa é a metodologia usada pelos programas do tipo EMTP. Essa escolha portanto, não implica em dizer que esse método seja o mais correto mas apenas, o mais consolidado.

3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DE MELIPOULOS & LEE

MELIPOULOS & LEE (1997) desenvolveram um método para análise de transitórios baseado na construção de um equivalente wavelet para cada elemento do circuito. A partir desses equivalentes e da topologia do circuito se constrói o equivalente wavelet do circuito por completo. Associado a esse modelo há um conjunto de equações algébricas lineares cuja solução fornece os coeficientes wavelet das tensões nodais, com os quais as respectivas tensões são obtidas através de reconstrução. Esse método tem sido referenciado como WBTA¹.

3.2.1 PRIMITIVA E DERIVADA DA FUNÇÃO WAVELET

De acordo com a seção 2.9, uma função $f(t) \in L^2(\mathfrak{R})$ pode ser representada na base de wavelets pela expressão: $f(t) = \mathbf{a}\boldsymbol{\psi}(t) = \sum_{j=1}^M a_j \psi_j(t)$. No caso da função f ser a primitiva ou a derivada de outra, essa representação permanece absolutamente válida, ou seja:

$$\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^M a_j \psi_j(t) = \sum_{j=1}^M a_j \frac{d}{dt} \psi_j(t) \quad (3.1a)$$

$$\int_0^t \sum_{j=1}^M a_j \psi_j(\zeta) d\zeta = \sum_{j=1}^M a_j \int_0^t \psi_j(\zeta) d\zeta. \quad (3.1b)$$

Tanto $\frac{d}{dt} \psi_j(t)$ quanto $\int_0^t \psi_j(\zeta) d\zeta$ podem ser representadas na base de wavelets,

isto é:

$$\frac{d}{dt} \psi_j(t) = \sum_{i=1}^M \beta_{j,i} \psi_i(t) = [\beta_{j,1} \quad \beta_{j,2} \quad \dots \quad \beta_{j,M}] \begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \vdots \\ \psi_M(t) \end{bmatrix} \quad (3.2a)$$

$$\int_0^t \Psi_j(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^M \alpha_{j,i} \Psi_i(t) = [\alpha_{j,1} \quad \alpha_{j,2} \quad \dots \quad \alpha_{j,M}] \begin{bmatrix} \Psi_1(t) \\ \Psi_2(t) \\ \vdots \\ \Psi_M(t) \end{bmatrix}. \quad (3.2b)$$

Essas mesmas operações, quando aplicadas à base de wavelets, resultam nas seguintes equações:

$$\frac{d}{dt} \Psi(t) = S_{dif} \Psi(t) \quad (3.3a)$$

$$\int_0^t \Psi(\zeta) d\zeta = S_{int} \Psi(t), \quad (3.3b)$$

sendo,

$$S_{dif} = \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \dots & \beta_{1,M} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \dots & \beta_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{M,1} & \beta_{M,2} & \dots & \beta_{M,M} \end{bmatrix} \quad (3.4a)$$

$$S_{int} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \dots & \alpha_{1,M} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & \dots & \alpha_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{M,1} & \alpha_{M,2} & \dots & \alpha_{M,M} \end{bmatrix}. \quad (3.4b)$$

Essas matrizes são constantes para cada base escolhida e podem ser determinadas empregando-se o método de diferença finita e a regra do trapézio para os cálculos da derivada e integral, respectivamente.

Em sua formulação original, o método foi implementado com as wavelets de Daubechies, embora de acordo com os autores, possa ser feito com qualquer outro conjunto de wavelets ortogonais. Essa afirmação não é de todo verdadeira pois, a operação $\frac{d}{dt} \Psi(t)$ só é válida se a base for *diferenciável*.

3.2.2 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DAS WAVELETS

Na formulação do método WBTA, o intervalo de tempo de análise $[0, T]$ é normalizado para o intervalo $[0, 1]$. Deste modo, qualquer tempo t corresponderá a variável tempo normalizada x e as formas de ondas das tensões e correntes serão expressas como:

$$\widehat{v}(x) = v(xT) \quad (3.5a)$$

$$\widehat{i}(x) = i(xT), \quad (3.5b)$$

sendo $0 \leq x < 1$. O mesmo procedimento de normalização é adotado para a base de wavelets.

O método WBTA é derivado a partir da representação em série de wavelets das tensões $\widehat{v}(x)$ em cada nó n do circuito elétrico (exceto o de referência):

$$\widehat{v}_n(x) = \sum_{j=1}^M u_{n,j} \widehat{\Psi}_j(x), \quad (3.6)$$

sendo $u_{n,j}$, os coeficientes wavelet de $\widehat{v}_n(x)$.

Com essa representação, as relações corrente *versus* tensão dos elementos do circuito são transformadas para o domínio das wavelets. A seguir, são apresentadas essas transformações para resistores, capacitores e indutores.

3.2.2.1 RESISTOR

A relação corrente/tensão para o resistor é expressa por:

$$i(t) = \frac{1}{R} v(t), \quad 0 \leq t < T. \quad (3.7)$$

Após normalização de t e substituição da equação (3.6) na equação (3.7), obtém-se a representação no domínio das wavelets para o resistor:

$$\widehat{i}(x) = \frac{1}{R} \sum_{j=1}^M u_j \widehat{\Psi}_j(x). \quad (3.8)$$

3.2.2.2 CAPACITOR

A relação corrente/tensão para o capacitor é expressa por:

$$i(t) = C \frac{d}{dt} v(t), \quad 0 \leq t < T, \quad (3.9)$$

com $v(0) = 0$.

Após normalização de t e substituição das eqs. (3.6) e (3.2a) na equação (3.9), obtém-se a representação no domínio das wavelets para o capacitor:

$$\hat{i}(x) = \frac{C}{T} \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^M u_i \beta_{i,j} \right] \hat{\Psi}_j(x). \quad (3.10)$$

3.2.2.3 INDUTOR

A relação corrente/tensão para o indutor é expressa por:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t < T, \quad (3.11)$$

com $i(0) = 0$.

Após normalização de t e substituição das eqs. (3.6) e (3.2b) na equação (3.11), obtém-se a representação no domínio das wavelets para o indutor:

$$\hat{i}(x) = \frac{T}{L} \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^M u_i \alpha_{i,j} \right] \hat{\Psi}_j(x). \quad (3.12)$$

3.2.3 REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DAS WAVELETS

A idéia central na construção do equivalente wavelet do circuito elétrico é a representação do vetor das tensões nodais normalizadas:

$$\hat{\mathbf{v}}(x) = \begin{bmatrix} \hat{v}_1(x) \\ \hat{v}_2(x) \\ \vdots \\ \hat{v}_N(x) \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

em série de wavelets:

$$\hat{\mathbf{v}}(x) = \mathbf{U}\hat{\boldsymbol{\psi}}(x). \quad (3.14)$$

Na equação (3.14), \mathbf{U} é a matriz dos coeficientes wavelet das tensões nodais,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,M} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & \cdots & u_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{N,1} & u_{N,2} & \cdots & u_{N,M} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

e N , o número de nós do sistema (exceto o de referência).

De forma geral, a relação corrente/tensão para um dispositivo k do circuito é expressa como:

$$\hat{\mathbf{i}}^k(x) = \hat{\mathbf{b}}^k(x) + \mathbf{R}^k \hat{\mathbf{v}}^k(x) + \mathbf{C}^k \frac{d}{dx} \hat{\mathbf{v}}^k(x) + \mathbf{I}^k \int_0^x \hat{\mathbf{v}}^k(\tau) d\tau, \quad (3.16)$$

sendo,

\mathbf{R}^k , \mathbf{C}^k e \mathbf{I}^k : matrizes r -quadradas associadas aos elementos resistivos,

capacitivos e indutivos, respectivamente;

$\hat{\mathbf{i}}^k(x)$ e $\hat{\mathbf{v}}^k(x)$: vetores $r \times 1$ de correntes e tensões nodais dos terminais do

dispositivo, respectivamente;

r : o número de terminais do dispositivo.

O termo $\hat{\mathbf{b}}^k(x)$ é um vetor $r \times 1$ associado às fontes de corrente e a exemplo do que foi feito com a tensão, também pode ser representado em série de wavelets:

$$\hat{\mathbf{b}}^k(x) = \mathbf{B}^k \hat{\boldsymbol{\psi}}(x), \quad (3.17)$$

sendo \mathbf{B}^k uma matriz de dimensão $r \times M$.

Diferentemente da equação (3.14), onde a matriz dos coeficientes \mathbf{U} é uma incógnita, na equação (3.17) a matriz dos coeficientes \mathbf{B}^k é conhecida, porque o termo $\hat{\mathbf{b}}^k(x)$ é conhecido.

O vetor $\hat{\mathbf{v}}^k(x)$ pode ser expresso em termos do vetor $\hat{\mathbf{v}}(x)$ como:

$$\hat{\mathbf{v}}^k(x) = \mathbf{D}^k \hat{\mathbf{v}}(x), \quad (3.18)$$

sendo \mathbf{D}^k uma matriz de dimensão rxr , denominada de matriz de incidência do dispositivo.

Substituindo as eqs. (3.17) e (3.18) na equação (3.16):

$$\hat{\mathbf{i}}^k(x) = \mathbf{B}^k \hat{\boldsymbol{\psi}}(x) + \mathbf{R}^k \mathbf{D}^k \hat{\mathbf{v}}(x) + \mathbf{C}^k \mathbf{D}^k \frac{d}{dx} \hat{\mathbf{v}}(x) + \mathbf{I}^k \mathbf{D}^k \int_0^x \hat{\mathbf{v}}(\zeta) d\zeta \quad (3.19)$$

e em seguida, substituindo as eqs. (3.14) e (3.3) na equação (3.19), obtém-se:

$$\hat{\mathbf{i}}^k(x) = \mathbf{B}^k \hat{\boldsymbol{\psi}}(x) + \mathbf{R}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \hat{\boldsymbol{\psi}}(x) + \mathbf{C}^k \mathbf{D}^k \mathbf{US}_{dif} \hat{\boldsymbol{\psi}}(x) + \mathbf{I}^k \mathbf{D}^k \mathbf{US}_{int} \hat{\boldsymbol{\psi}}(x). \quad (3.20)$$

O vetor de correntes em todos os nós do circuito para o dispositivo k , $\hat{\mathbf{i}}^{kF}(x)$, pode ser expresso em termos de $\hat{\mathbf{i}}^k(x)$ como:

$$\hat{\mathbf{i}}^{kF}(x) = \mathbf{D}^{kT} \hat{\mathbf{i}}^k(x), \quad (3.21)$$

sendo \mathbf{D}^{kT} a matriz transposta de \mathbf{D}^k .

Finalmente, substituindo a equação (3.20) em (3.21) e aplicando a Lei de Kirchoff das Correntes ($\sum_k i^{kF} = 0$), obtém-se a representação no domínio das wavelets do circuito elétrico:

$$\sum_k \mathbf{D}^{kT} (\mathbf{B}^k + \mathbf{R}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} + \mathbf{C}^k \mathbf{D}^k \mathbf{US}_{dif} + \mathbf{I}^k \mathbf{D}^k \mathbf{US}_{int}) = 0. \quad (3.22)$$

A expressão (3.22) é uma equação matricial linear a ser resolvida na incógnita \mathbf{U} .

Como não está na forma padrão, ela deve ser reestruturada na forma:

$$\mathbf{Y}\mathbf{u} = \mathbf{e}, \quad (3.23)$$

para ser resolvida por um método direto sendo,

\mathbf{Y} : uma matriz de dimensão $(rxM) \times (rxM)$, denominada de matriz de admitância nodal no domínio das wavelets;

\mathbf{u}/\mathbf{e} : forma vetorial das matrizes \mathbf{U} e \mathbf{B} , respectivamente (ambos de dimensões $(r \times M) \times 1$).

O algoritmo de reestruturação da equação (3.22) na equação (3.23), inclusive com exemplo, está muito bem apresentado em LEE (1998).

Não se deve esquecer que as matrizes \mathbf{R}^k , \mathbf{C}^k , \mathbf{I}^k , \mathbf{D}^k e \mathbf{D}^{k^T} são características do circuito. Por outro lado, as matrizes \mathbf{S}_{int} e \mathbf{S}_{dif} dependem exclusivamente da base de wavelets empregada.

Conclui-se então, que existe uma semelhança muito forte do método WBTA, quanto à formulação matemática, com o método tradicional da integração implícita: ambos são formulados em termos das tensões nodais. Como nos métodos tradicionais, uma desvantagem óbvia é a operação de inversão representada pela equação (3.23).

3.2.4 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO

O método WBTA foi implementado de acordo com o seguinte algoritmo:

1. Ler dados do problema: número de níveis, número de nós, número de dispositivos, intervalo de análise, parâmetros do sistema.
2. Calcular número de amostras, intervalo de amostragem, normalização do tempo, número de elementos da base.
3. Construir a base de wavelets $\psi(t)$.
4. Calcular os coeficientes wavelet da excitação (formação da matriz \mathbf{B}).
5. Construir \mathbf{S}_{dif} e \mathbf{S}_{int} .
6. Formar a matriz \mathbf{Y} , o vetor \mathbf{e} e determinar \mathbf{u} , resolvendo a equação (3.23).
7. Calcular as tensões nodais no domínio do tempo (resolver equação (3.14)).

Para efeito de validação da rotina desenvolvida, utilizou-se o circuito apresentado na figura 3.1, cujos parâmetros são: $R = 50 \Omega$, $C = 0,001 \mu\text{F}$ e $L = 100 \mu\text{H}$.

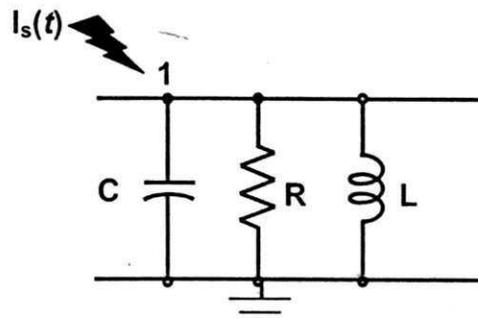


Figura 3.1 Circuito elétrico.

Considerou-se o circuito inicialmente desenergizado ($t=0$), quando ocorreu uma injeção de corrente no nó 1. Essa excitação pode ser interpretada como uma descarga atmosférica $i_s(t)$ modelada como:

$$i_s(t) = i_0(e^{-\sigma t} - e^{-\nu t}), \quad (3.24)$$

sendo, $i_0 = 1 \text{ kA}$; $\sigma = 0,06 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$; $\nu = 1,2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$; $0 \leq t < 12,8 \mu\text{s}$.

A tensão no nó 1 resultante dessa excitação, computada para 6 e 8 níveis de resolução, é mostrada na figura 3.2.

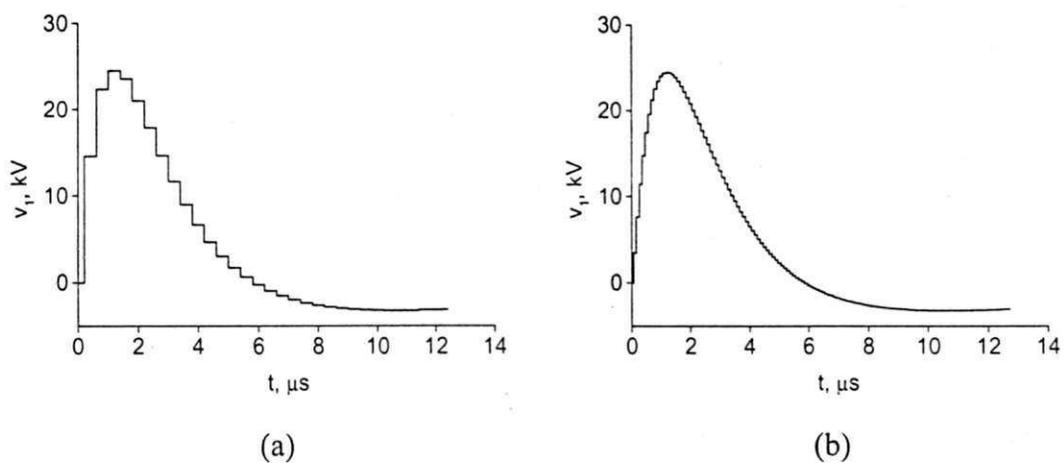


Figura 3.2 Tensão no nó 1 do circuito elétrico da figura 3.1 via método WBTA.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

Nota-se que a precisão do método varia diretamente com o número de níveis usados, ou seja: quanto maior o número de níveis, melhor é a precisão. Em contrapartida, à medida que o número de níveis cresce, o esforço computacional aumenta (veja tabela 3.1). Portanto, método WBTA apresenta um compromisso entre o número de elementos da base e a resolução da resposta .

Tabela 3.1 Tempo de execução do método WBTA².

NÚMERO DE NÍVEIS	TEMPO DE PROCESSAMENTO, S
6	0,17
7	0,77
8	6,15

3.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DE CHEN & HSIAO

CHEN & HSIAO (1997) propuseram um método de solução das equações de estado de sistemas lineares a parâmetros concentrados ou distribuídos utilizando a wavelet de Haar. As equações de estado do sistema são convertidas num sistema linear de equações algébricas, cuja solução fornece os coeficientes de Haar das variáveis de estado do sistema, as quais são obtidas em seguida através de uma operação algébrica simples. Assumiu-se denominá-lo de HWM³.

² Todas as implementações desta tese foram feitas num microcomputador Pentium 100, com 30 MB de RAM.

³ Abreviatura de *Haar wavelet method*.

3.3.1 A BASE DE HAAR

A wavelet de Haar é a mais antiga, a mais simples e o único membro da família de Daubechies a possuir expressão matematicamente fechada para ϕ e ψ :

$$\phi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq t < 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.26)$$

A representação gráfica de ϕ e ψ é mostrada na figura 3.3.

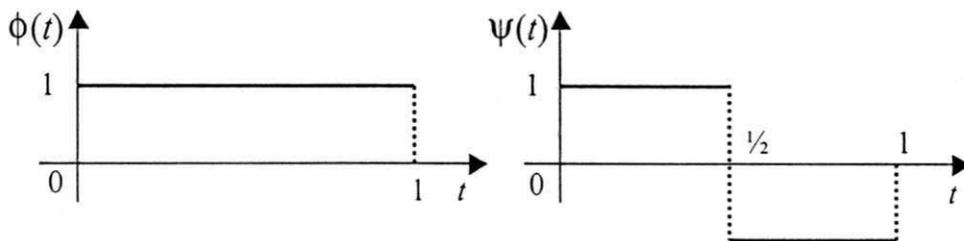


Figura 3.3 Funções escalonamento e wavelet de Haar .

A construção da base de Haar segue o mesmo procedimento apresentado nas seções 2.8 e 2.9, a qual será representada por $\mathbf{h}_M(t)$.

3.3.2 REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÕES EM SÉRIE DE HAAR

Adotando também o mesmo procedimento da seção 3.2.1, assume-se que uma função $f \in L^2(\mathfrak{R})$ pode ser representada na base de Haar pela seguinte expressão:

$$f(t) = \mathbf{a} \mathbf{h}_M(t) = \sum_{j=1}^M a_j h_j(t). \quad (3.27)$$

No caso da função f ser a integral de uma wavelet de Haar, tem-se:

$$\int_0^t h_j(\zeta) d\zeta = [\alpha_{j,1} \quad \alpha_{j,2} \quad \dots \quad \alpha_{j,M}] \begin{bmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \\ \vdots \\ h_M(t) \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

que pode ser generalizada, aplicando a integração a toda a base de Haar:

$$\int_0^t \mathbf{h}_M(\zeta) d\zeta = \mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(t). \quad (3.29)$$

A matriz \mathbf{P}_M é uma matriz M -quadrada, denominada de matriz operacional de Haar. Ela é construída de forma eficiente por CHEN & HSIAO (1997):

$$\mathbf{P}_M = \frac{1}{2M} \begin{bmatrix} 2M\mathbf{P}_{M/2} & -\mathbf{h}_{M/2} \\ \mathbf{h}_{M/2}^{-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

sendo $\mathbf{h}_{M/2}$ a base de Haar de dimensão $M/2$ e $\mathbf{h}_{M/2}^{-1}$, a sua inversa.

3.3.3 SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DE ESTADO VIA SÉRIE DE HAAR

Como mostrado na tabela 1.1, a solução das equações de estado do sistema constitui-se num dos métodos de análise de transitórios. Esta forma de análise entretanto, não é a usual.

Na sua forma mais geral possível, a representação do sistema via equações de estado é da forma:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}(\mathbf{z}, t) \quad (3.31a)$$

sendo,

$\mathbf{x}(t)$ o vetor de estado, de dimensão $q \times 1$;

$\mathbf{z}(t)$ o vetor de entrada, de dimensão $p \times 1$;

q o número de estados do sistema;

p o número de entradas;

Se o sistema em análise é linear⁴, a equação (3.31a) torna-se:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{V}\mathbf{x}(t) + \mathbf{W}\mathbf{z}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (3.31b)$$

com \mathbf{V} e \mathbf{W} matrizes de dimensões $q \times q$ e $q \times p$, respectivamente.

A construção do método inicia assumindo que os termos $\mathbf{z}(t)$ e $\frac{d\mathbf{x}}{dt}$ pertencem ao espaço $L^2(\mathcal{R})$. Neste caso, eles também podem ser representados em série de Haar:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{Z}\mathbf{h}_M(t) \quad (3.32)$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{X}\mathbf{h}_M(t), \quad (3.33)$$

sendo \mathbf{Z} e \mathbf{X} , matrizes de dimensões $p \times M$ e $q \times M$, respectivamente.

Os vetores de estado relacionam-se com suas derivadas e o estado inicial \mathbf{x}_0 através da seguinte equação integral:

$$\mathbf{x}(t) = \int_0^t \dot{\mathbf{x}}(\zeta) d\zeta + \mathbf{x}_0. \quad (3.34)$$

Substituindo a equação (3.33) na equação (3.34) e levando em conta que

$$\int_0^t \mathbf{h}_M(\zeta) d\zeta = \mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(t), \text{ obtém-se:}$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}\mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(t) + \mathbf{x}_0. \quad (3.35)$$

De acordo com CHEN & HSIAO (1997), a substituição das equações (3.32), (3.33) e (3.35) na equação de estado (3.31b) resulta na expressão:

$$\mathbf{X} - \mathbf{V}\mathbf{X}\mathbf{P}_M = [\mathbf{V}\mathbf{x}_0 \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{0}] + \mathbf{W}\mathbf{Z}. \quad (3.36)$$

O estudo detalhado deste método conduziu ao descobrimento de alguns erros na sua formulação matemática e conseqüentemente, ao desenvolvimento de modificações, as quais são apresentadas no próximo capítulo. Entretanto, a influência de tais erros no

⁴ Em sua formulação original, o método HWM foi formulado para sistemas lineares.

desempenho do método só são observadas ao se considerar sistemas com *estado inicial não-nulo*.

A expressão (3.36) corresponde a um sistema de equações lineares a ser resolvido na variável \mathbf{X} , sendo denominada de equação característica do sistema no domínio de Haar. Uma vez determinada a variável \mathbf{X} , calculam-se os estados através da equação (3.35).

O sistema (3.36) pode ser solucionado de diversas formas, uma delas é usando o produto de Kronecker. CHEN & HSIAO (1997) entretanto, desenvolveram um método eficiente de resolvê-lo, aproveitando-se de propriedades da matriz \mathbf{P}_M . Esse método é baseado num algoritmo de construção recursiva de modo a reduzir o esforço computacional para o cálculo de \mathbf{X} . Esse algoritmo é referenciado como SRHW e sua construção está bem apresentada em CHEN & HSIAO (1997).

A comprovação da eficiência desse algoritmo é apresentada a seguir.

3.3.4 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO

O método HWM foi implementado de acordo com o seguinte algoritmo:

1. Ler dados do problema: número de estados do sistema, número de níveis, intervalo de análise, parâmetros do sistema.
2. Calcular número de amostras, intervalo de amostragem, normalização do tempo, número de elementos da base.;
3. Construir as matrizes \mathbf{V} e \mathbf{W} .
4. Construir a base de Haar $\mathbf{h}_M(t)$.
5. Calcular os coeficientes de Haar de $\mathbf{z}(t)$.
6. Construir \mathbf{P}_M .
7. Construir e resolver a equação (3.36).
8. Resolver a equação (3.35).

A solução da equação (3.36) foi feita usando a rotina SRHW e o produto de Kronecker. Para efeito de validação da rotina, utilizou-se a mesma configuração de circuito apresentada na figura 3.1. A tensão no nó 1 resultante da excitação $i_s(t)$, computada para 6 e 8 níveis de resolução, é mostrada na figura 3.4.

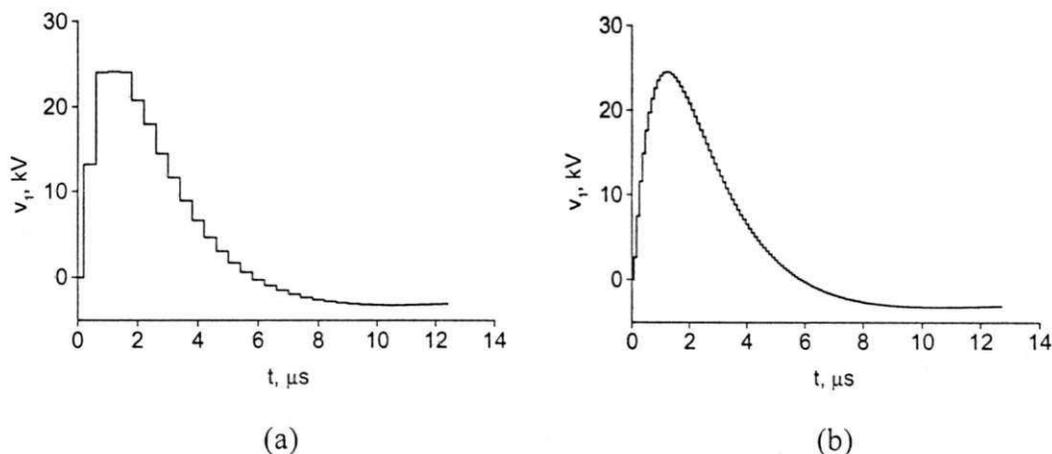


Figura 3.4 Tensão no nó 1 do circuito elétrico da figura 3.1 via método HWM.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

A solução via rotina SRHW apresentou desempenho computacional superior em relação à solução via produto de Kronecker ou seja, tempos de execução consideravelmente inferiores (veja tabela 3.2). Analogamente ao método WBTA, a precisão e o esforço computacional do método HWM variam diretamente com o número de níveis usados.

Tabela 3.2 Tempo de execução do método HWM.

NÚMERO DE NÍVEIS	TEMPO DE PROCESSAMENTO, S	
	KRONECKER	SRHW
6	0,09	0,03
7	0,50	0,11
8	4,09	0,45

3.4 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS WBTA E HWM

Para efeito de comparação, os métodos WBTA, HWM e MT foram aplicados a quatro configurações básicas de circuitos. O estudo consistiu em comparar tensões com *mesmo número de amostras*. Por exemplo: as tensões obtidas via MT, com $n_a = 128$, foram comparadas com as tensões via WBTA e HWM, com 8 níveis de resolução (o que corresponde a $n_a = 128$). Adotou-se o mesmo critério de comparação de LEE (1998): avaliação dos erros máximo e médio quadrático, normalizados em relação ao Microtran®.

Em todos os casos os circuitos estavam inicialmente desenergizados ($t=0$), quando ocorreu uma injeção de corrente em um dos nós. A excitação foi a mesma usada anteriormente (equação 3.24), sendo que:

- $0 \leq t < 12,8 \mu\text{s}$ para os circuitos A, B e C;
- $0 \leq t < 25,6 \mu\text{s}$ para o circuito D.

As formas de onda da fonte de corrente, para esses intervalos de tempo, são mostradas na figura 3.5.

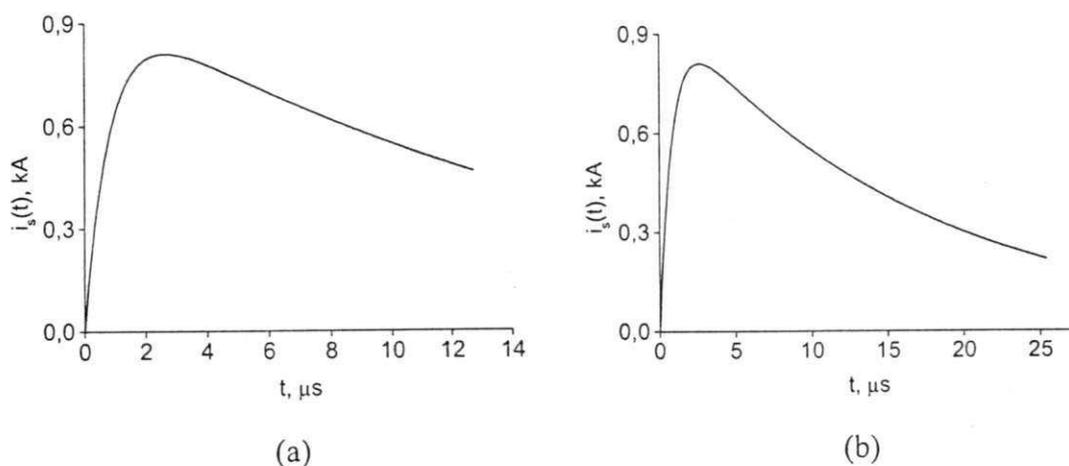


Figura 3.5 Fonte de corrente $i_s(t)$ para: a) $0 \leq t < 12,8 \mu\text{s}$ e b) $0 \leq t < 25,6 \mu\text{s}$.

3.4.1 CIRCUITO A

O circuito denominado de *circuito A* foi o mesmo utilizado anteriormente (figura 3.1). $i_s(t)$. As tensões via MT, com 32 e 128 amostras, foram comparadas com as tensões via WBTA e HWM, com 6 e 8 níveis de resolução, respectivamente (veja figura 3.6).

A resolução da resposta dos métodos WBTA e HWM foi avaliada comparando-se os índices de erro máximo e médio quadráticos, os quais são apresentados na tabela 3.3.

Tabela 3.3 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito A).

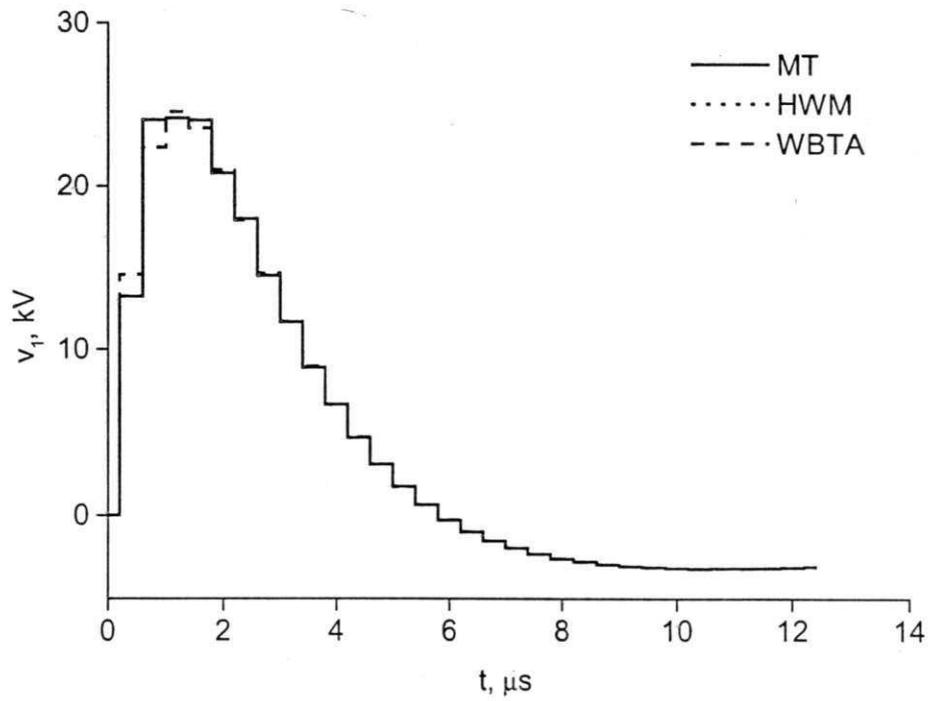
NÍVEIS	WBTA		HWM	
	MÉDIO	MÁXIMO	MÉDIO	MÁXIMO
6	0,0395	0,1645	0,0013	0,0029
8	0,0084	0,0862	0,0002	0,0009

A figura 3.6 e tabela 3.3 indicam que a resolução da resposta via método HWM é praticamente a mesma do método MT. Além disso, quanto maior o número de níveis, menores os erros dos métodos baseados em wavelets em relação ao método de referência.

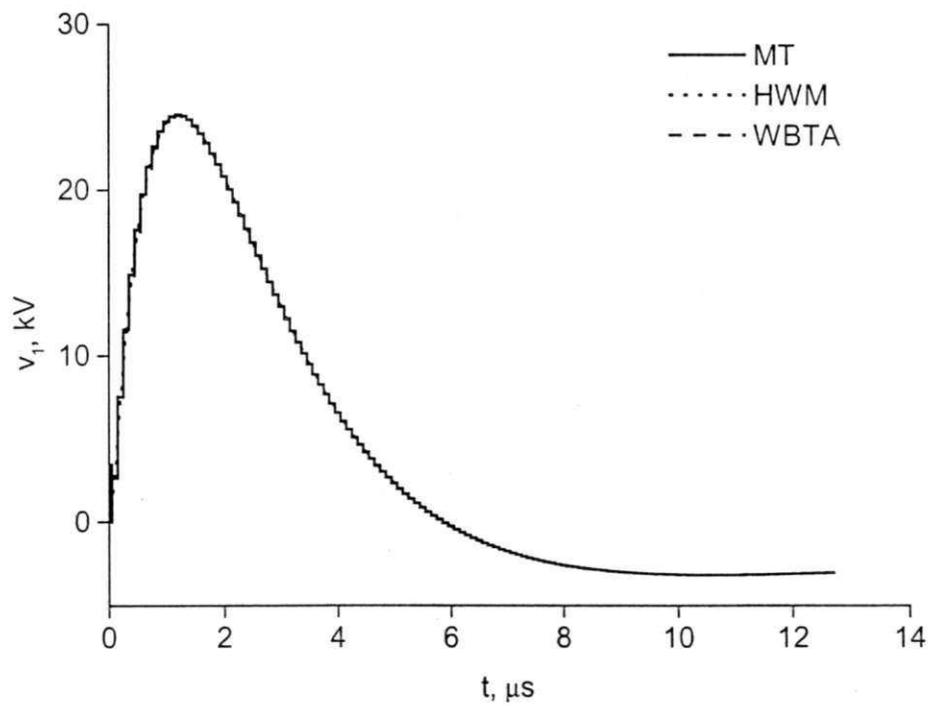
3.4.2 CIRCUITO B

Considere o circuito da figura 3.7, cujos parâmetros são $R = 50\Omega$ e $C = 0,001\mu\text{F}$. A tensão no nó 1, resultante da excitação nesse nó pela fonte de corrente $i_s(t)$, é mostrada na figura 3.8.

As tensões via MT, com 32 e 128 amostras, foram comparadas com as tensões via WBTA e HWM, com 6 e 8 níveis de resolução, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 3.6 Tensão no nó 1 do circuito A via métodos MT, WBTA e HWM.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

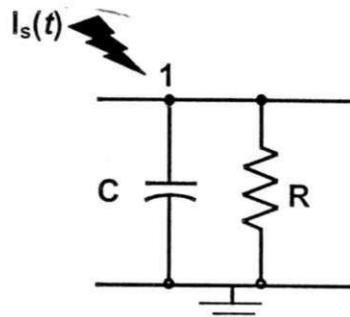


Figura 3.7 Circuito B.

A resolução da resposta dos métodos WBTA e HWM foi avaliada comparando-se os índices de erro máximo e médio quadráticos, os quais são apresentados na tabela 3.4.

Tabela 3.4 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito B).

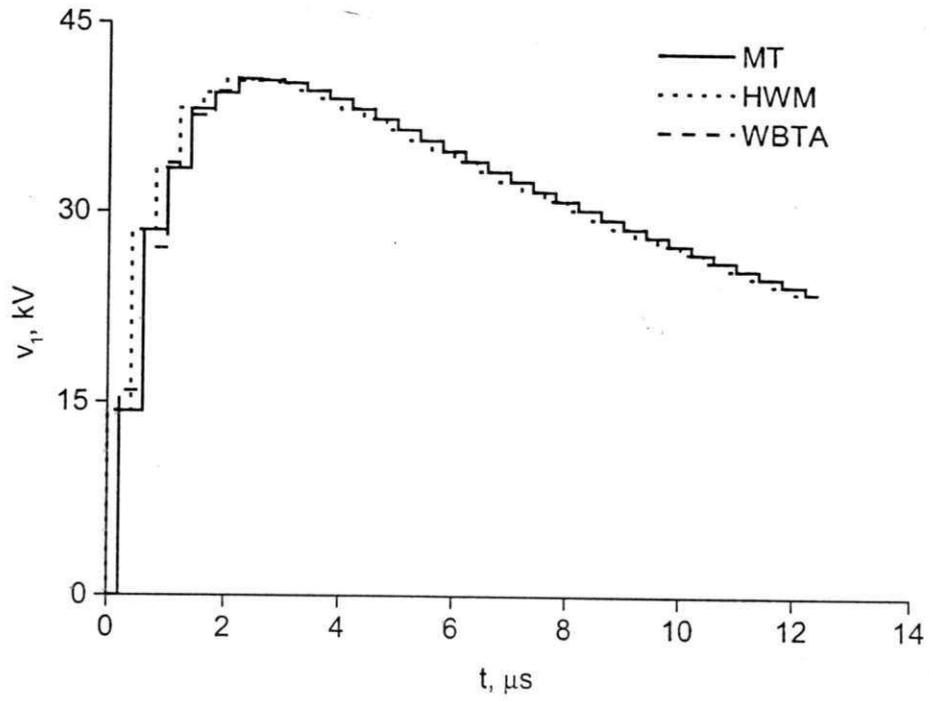
NÍVEIS	WBTA		HWM	
	ERRO MÉDIO	ERRO MÁXIMO	ERRO MÉDIO	ERRO MÁXIMO
6	0,0124	0,0500	0,0009	0,0015
8	0,0026	0,0277	0,0001	0,0003

Verifica-se também neste caso, a semelhança de resolução das respostas via métodos HWM e MT. Observa-se que para 8 níveis de resolução, os erros do método HWM são praticamente desprezíveis.

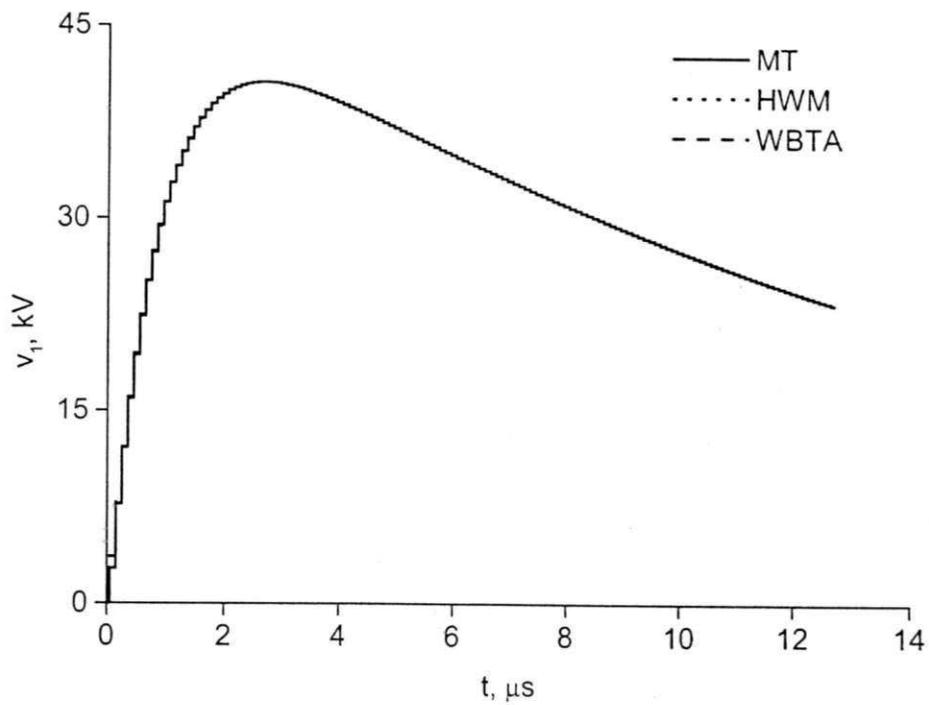
3.4.3 CIRCUITO C

Considere o circuito da figura 3.9, cujos parâmetros estão apresentados na tabela 3.5. As tensões nos nós 2 e 3, resultantes da excitação no nó 1 pela fonte de corrente $i_s(t)$, são mostradas nas figuras 3.10 e 3.11, respectivamente.

As tensões via MT, com 32 e 128 amostras, foram comparadas com as tensões via WBTA e HWM, com 6 e 8 níveis, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 3.8 Tensão no nó 1 do circuito B via métodos MT, WBTA e HWM.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

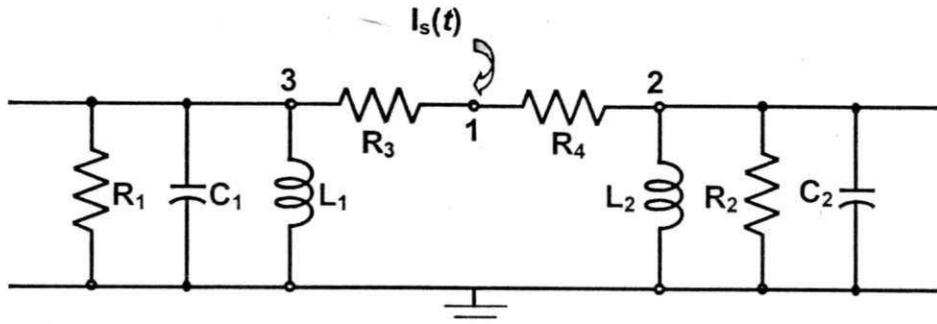


Figura 3.9 Circuito C.

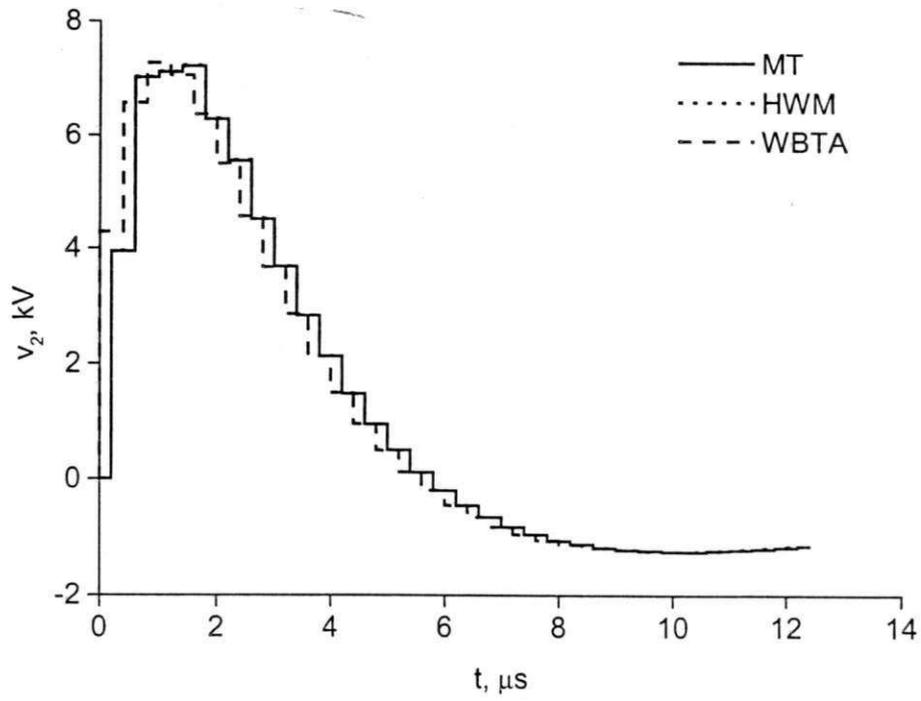
Tabela 3.5 Parâmetros do circuito C.

RESISTORES, Ω	CAPACITORES, μF	INDUTORES, μH
$R_1 = 30$ $R_2 = 40$	$C_1 = C_2 = 0,001$	$L_1 = 100$
$R_3 = 20$ $R_4 = 50$		$L_2 = 90$

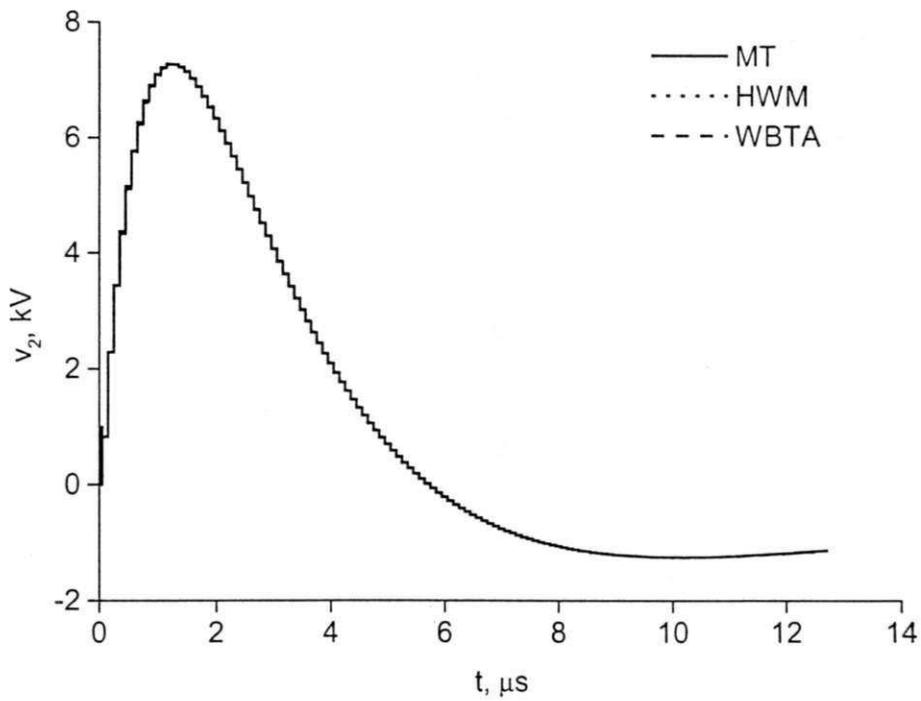
A resolução da resposta dos métodos WBTA e HWM foi avaliada comparando-se os índices de erro máximo e médio quadráticos, os quais são apresentados na tabela 3.6. Como esses índices são muito pequenos, eles são melhor visualizados através do gráfico apresentado na figura 3.12. Neste caso, apresenta-se análise de erro apenas para a tensão no nó 2 com 8 níveis.

Tabela 3.6 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito C).

NÍVEIS	WBTA				HWM			
	v_2		v_3		v_2		v_3	
	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.
6	0,0353	0,1422	0,0246	0,0931	0,0022	0,0055	0,0014	0,0040
8	0,0076	0,0800	0,0053	0,0561	0,0013	0,0030	0,0006	0,0020



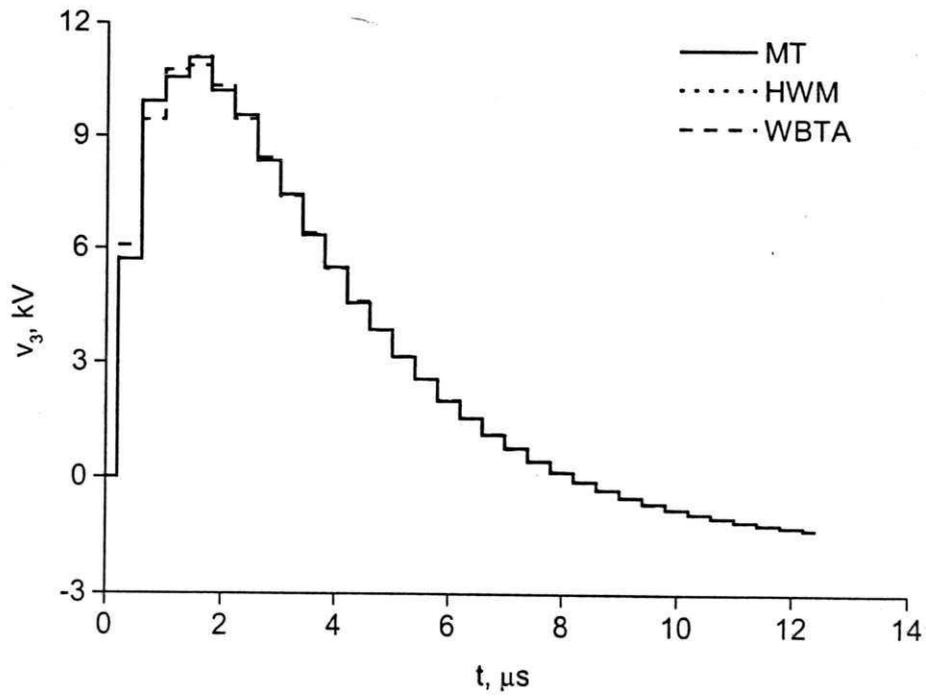
(a)



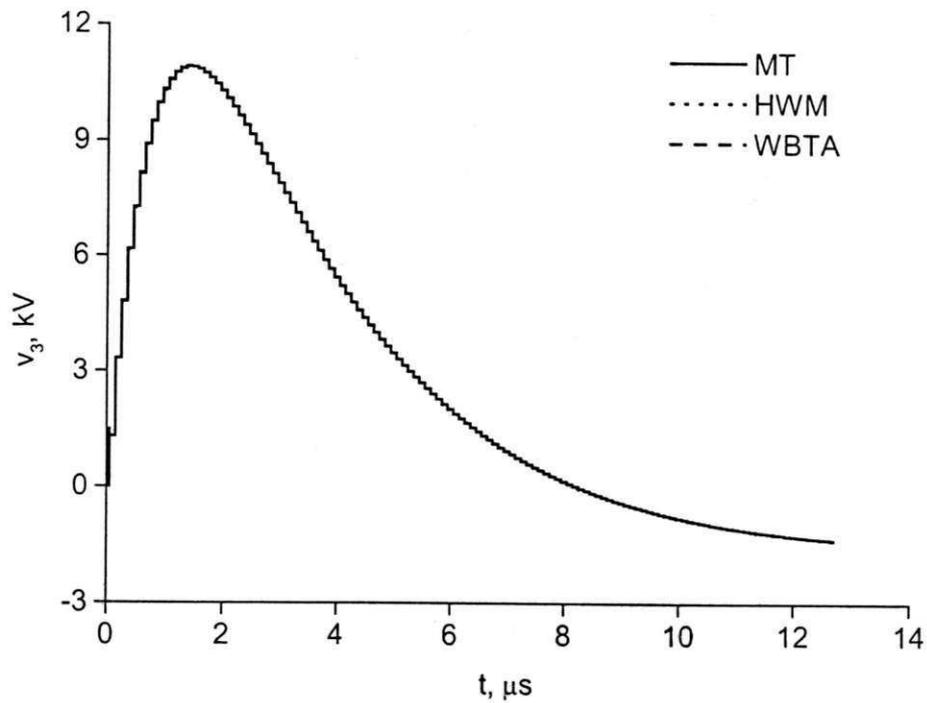
(b)

Figura 3.10 Tensão no nó 2 do circuito C via métodos MT, WBTA e HWM.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.



(a)



(b)

Figura 3.11 Tensão no nó 3 do circuito C via métodos MT, WBTA e HWM.

a) 6 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

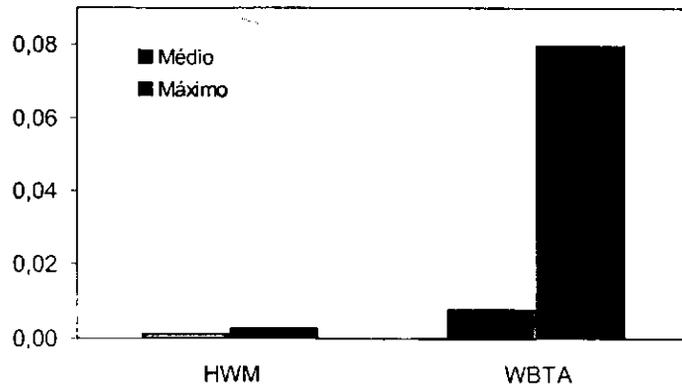


Figura 3.12 Análise de erro entre o Microtran® e os métodos WBTA e HWM para o circuito C (tensão no nó 2 com 8 níveis).

Constata-se também neste caso, a semelhança de resolução dos métodos HWM e MT. É importante se destacar um fato comum observado em todos os métodos baseados nas wavelets: o erro máximo em relação ao método MT sempre ocorre nos instantes de variações abruptas (nos casos estudados nesta tese, tais erros correspondem aos instantes iniciais do distúrbio). A explicação deste fato será feita no próximo capítulo.

3.4.4 CIRCUITO D

Considere o circuito da figura 3.13, cujos parâmetros estão apresentados na tabela 3.7. As tensões nos nós 1 e 2, resultantes da excitação no nó 1 pela fonte de corrente $i_s(t)$, são mostradas nas figuras 3.15 e 3.16, respectivamente.

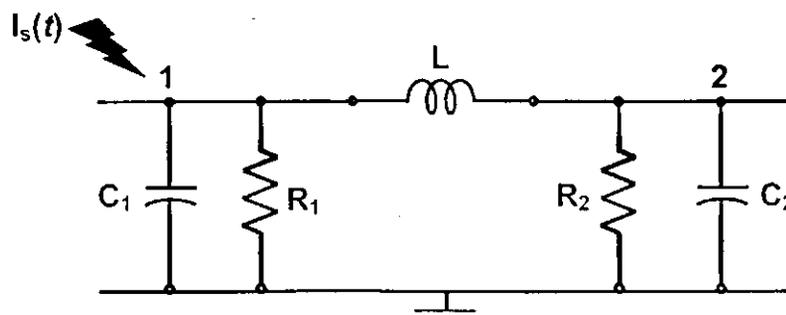


Figura 3.13 Circuito D

Tabela 3.7 Parâmetros do circuito D.

RESISTORES, Ω	CAPACITORES, μF	INDUTORES, μH
$R_1 = 1000$ $R_2 = 150$	$C_1 = C_2 = 0,001$	$L = 200$

As tensões via MT, com 64 e 128 amostras, foram comparadas com as tensões via WBTA e HWM, com 7 e 8 níveis de resolução, respectivamente. A resolução da resposta dos métodos WBTA e HWM foi avaliada comparando-se os índices de erro médio e máximo, os quais são apresentados na tabela 3.8. Como esses índices são muito pequenos, eles são melhor visualizados através do gráfico apresentado na figura 3.14. Neste caso apresenta-se análise de erro apenas para a tensão no nó 2 com 8 níveis.

Tabela 3.8 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito D).

NÍVEIS	WBTA				HWM			
	V_1		V_2		V_1		V_2	
	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.	MÉDIO	MÁX.
7	0,0944	0,4135	0,0352	0,1530	0,0010	0,0028	0,0008	0,0015
8	0,0512	0,2230	0,0200	0,0890	0,0004	0,0014	0,0004	0,0015

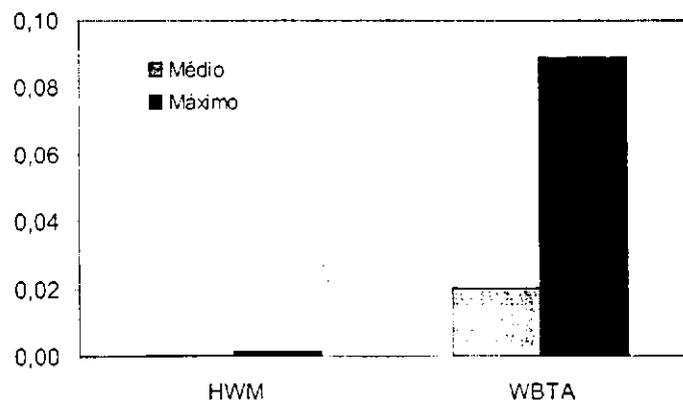
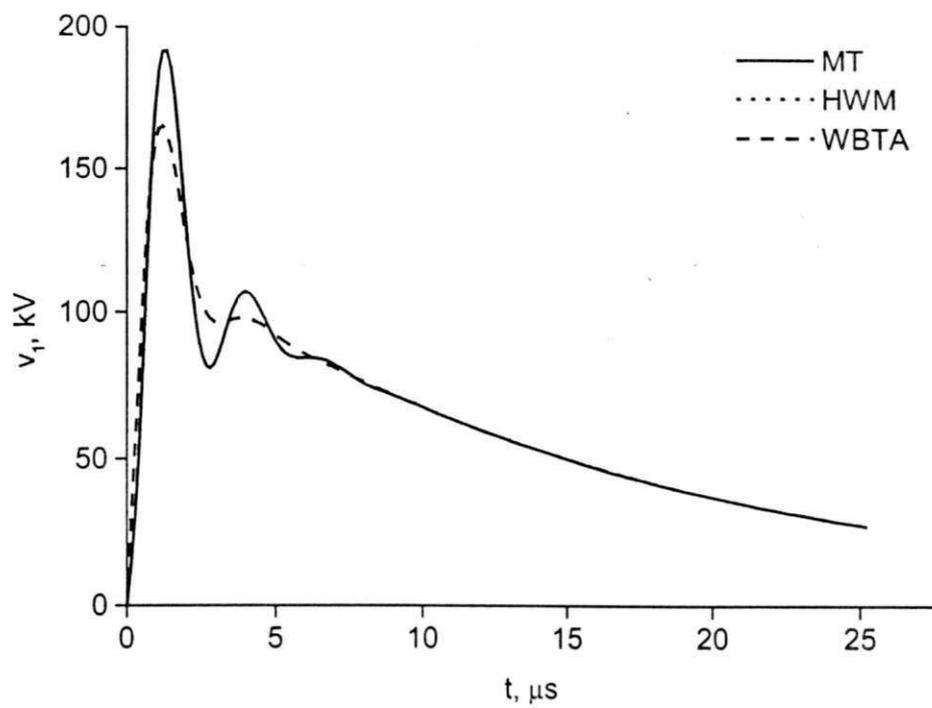
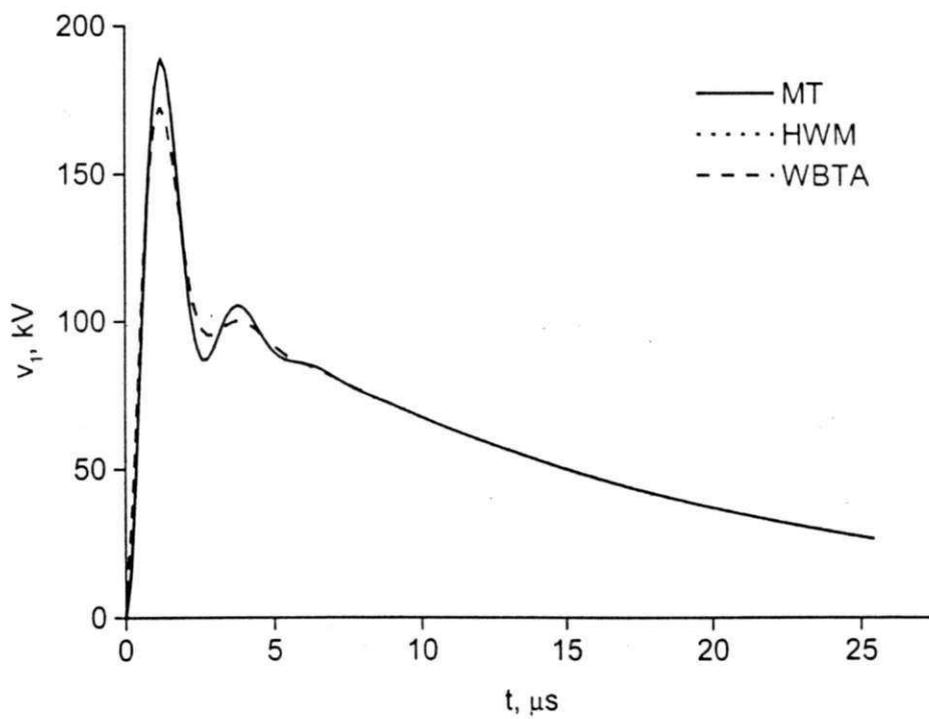


Figura 3.14 Análise de erro entre o Microtran® e os métodos WBTA e HWM para o circuito D (tensão no nó 2 com 8 níveis).



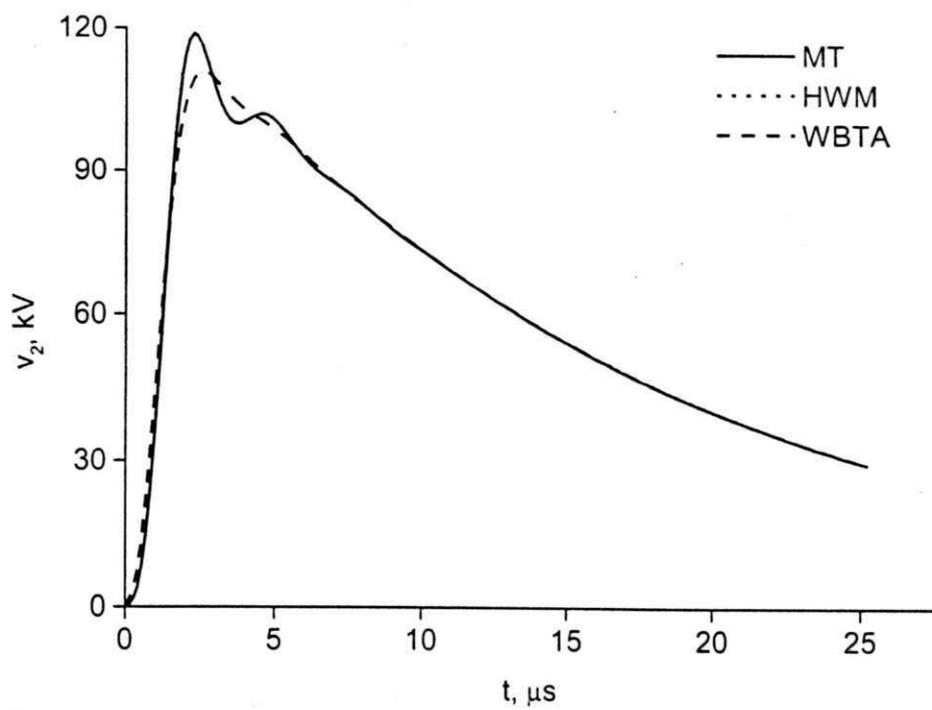
(a)



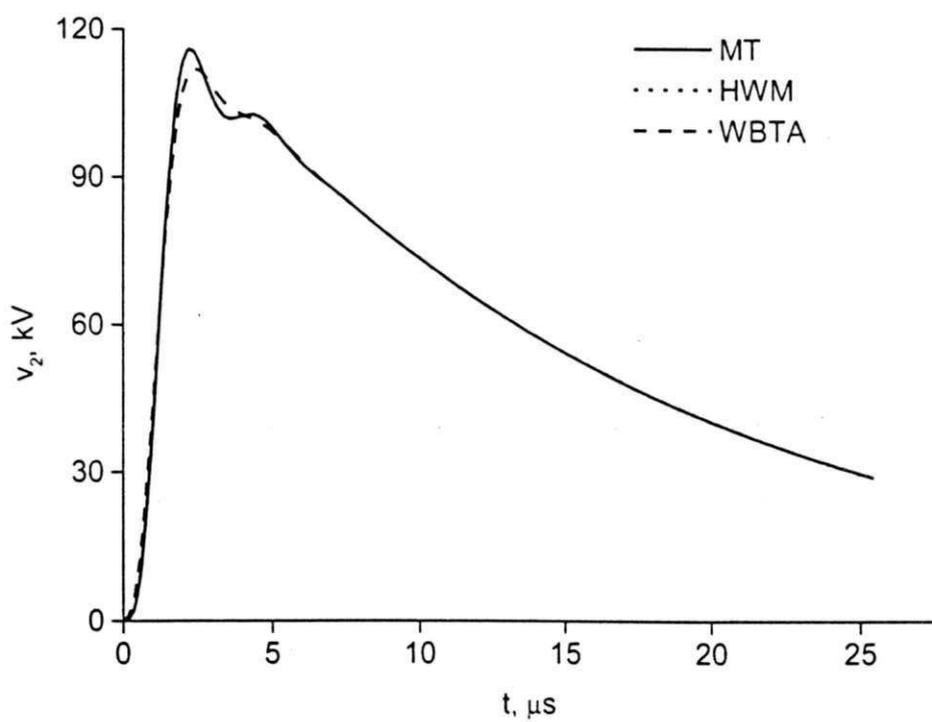
(b)

Figura 3.15 Tensão no nó 1 do circuito D via métodos MT, WBTA e HWM

a) 7 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.



(a)



(b)

Figura 3.16 Tensão no nó 2 do circuito D via métodos MT, WBTA e HWM

a) 7 níveis de resolução; b) 8 níveis de resolução.

As informações fornecidas pelas tabelas e figuras deste exemplo, apenas constatam os seguintes fatos:

- a precisão dos métodos baseados nas wavelets dependem *decisivamente* do número de wavelets usadas;
- os erros máximos sempre ocorrem nos instantes iniciais do distúrbio;
- resolução praticamente igual das respostas dos métodos HWM e MT.

Em relação ao esforço computacional, o método HWM implementado com a rotina SRHW, apresentou esforço consideravelmente menor que o método WBTA, o que pode ser comprovado através da comparação das tabelas 3.1 e 3.2.

A eficiência computacional do método HWM é função dos seguintes fatos:

- formulação matemática simples e compacta para a wavelet;
- dispensa a operação de diferenciação da base;
- a matriz \mathbf{P}_M é obtida de maneira simples e rápida;
- o algoritmo de solução apresenta alto desempenho computacional.

3.5 UMA ANÁLISE ALTERNATIVA DE TRANSITÓRIOS

O estudo dos métodos descritos anteriormente conduziu ao desenvolvimento, pela autora desta tese, de um método alternativo para o cálculo de transitórios⁵, o qual será denominado de HBTA⁶. Esse método combina as vantagens daqueles métodos:

- base wavelet e matriz \mathbf{P}_M do método HWM;
- formulação matemática do método WBTA.

⁵ Essa nova metodologia foi aprovada para apresentação na *International Conference on Power System Transients* (BRITO & SOUZA, 2001a).

⁶ Abreviatura de *Haar-based transient analysis*.

Portanto, embora o método proposto use matriz de admitância nodal ao invés de formar equações de estado, a representação no domínio das wavelets é a mesma do método HWM pois, a escolha da base é quem define as características e propriedades da representação das funções no domínio das wavelets (YOUNG, 1995).

3.5.1 REPRESENTAÇÃO DOS COMPONENTES DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DE HAAR

A formulação do método HBTA segue a mesma metodologia adotada para o método WBTA entretanto, o procedimento de normalização deve ser adotado apenas para as variáveis do circuito elétrico, visto que a base de Haar já é normalizada por definição⁷.

O método é derivado a partir da representação em série de Haar das *derivadas* das tensões $v(x)$ em cada nó n do circuito elétrico (exceto o de referência):

$$\frac{d}{dx} \hat{v}_n(x) = \sum_{j=1}^M u_{n,j} h_j(x), \quad (3.37)$$

sendo $0 \leq x < 1$ e $u_{n,j}$, os coeficientes de Haar de $\frac{d}{dx} \hat{v}_n(x)$.

A integração da equação (3.37) resulta em:

$$\hat{v}_n(x) = \sum_{j=1}^M u_{n,j} \int_0^x h_j(\zeta) d\zeta. \quad (3.38)$$

O termo $\int_0^x h_j(\zeta) d\zeta$ também pode ser representado em série de Haar, ou seja:

$$\int_0^x h_j(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^M p_{i,j} h_i(x). \quad (3.39)$$

A substituição da equação (3.39) na equação (3.38) conduz finalmente, a representação em série de Haar de $v(x)$:

⁷ A base de Haar é definida apenas no intervalo $[0, 1)$.

$$\hat{v}_n(x) = \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^M u_{n,i} p_{i,j} \right] h_j(x). \quad (3.40)$$

Com essas representações, as relações corrente *versus* tensão dos elementos do circuito são transformadas para o domínio de Haar. A seguir, são apresentadas essas transformações para resistores, capacitores e indutores.

3.5.1.1 RESISTOR

Após normalização de t e substituição da equação (3.40) na equação (3.7), obtém-se a representação no domínio de Haar para o resistor:

$$\hat{i}(x) = \frac{I}{R} \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^M u_i p_{i,j} \right] h_j(x). \quad (3.41)$$

3.5.1.2 CAPACITOR

Após normalização de t e substituição da equação (3.37) na equação (3.9), obtém-se a representação no domínio de Haar para o capacitor:

$$\hat{i}(x) = \frac{C}{T} \sum_{j=1}^M u_j h_j(x). \quad (3.42)$$

3.5.1.3 INDUTOR

Após normalização de t e substituição das equação (3.40) na equação (3.11), obtém-se a representação no domínio de Haar para o indutor:

$$\hat{i}(x) = \frac{T}{L} \sum_{j=1}^M \left[\sum_{i=1}^M u_i p_{i,j}^2 \right] h_j(x). \quad (3.43)$$

3.5.2 REPRESENTAÇÃO DO CIRCUITO NO DOMÍNIO DE HAAR

A idéia central na construção do equivalente de Haar do circuito elétrico é a representação do vetor das *derivadas* das tensões nodais normalizadas em série de Haar:

$$\frac{d}{dx} \hat{\mathbf{v}}(x) = \mathbf{U} \mathbf{h}_M(x), \quad (3.44)$$

em que $\hat{\mathbf{v}}(x)$ e \mathbf{U} têm estruturas iguais às das apresentadas no item 3.2.3. Neste caso entretanto, \mathbf{U} é a matriz dos coeficientes wavelet das derivadas das tensões nodais.

O vetor $\hat{\mathbf{v}}(x)$ é obtido integrando a equação (3.44):

$$\hat{\mathbf{v}}(x) = \mathbf{U} \mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(x). \quad (3.45)$$

Procedimento análogo ao adotado no item 3.2.3 para a relação corrente/tensão para um dispositivo k do circuito, resulta em:

$$\hat{\mathbf{i}}^k(x) = \mathbf{B}^k \mathbf{h}_M(x) + \mathbf{R}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(x) + \mathbf{C}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \mathbf{h}_M(x) + \mathbf{I}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \mathbf{P}_M^2 \mathbf{h}_M(x), \quad (3.46)$$

sendo,

$$\mathbf{P}_M^2 = \mathbf{P}_M \mathbf{P}_M \quad (3.47)$$

$$\hat{\mathbf{b}}^k(x) = \mathbf{B}^k \mathbf{h}_M(x). \quad (3.48)$$

Seguindo os mesmos passos aplicados no item 3.2.3, obtém-se a representação no domínio de Haar do circuito elétrico:

$$\sum_k \mathbf{D}^{k^T} (\mathbf{B}^k + \mathbf{R}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \mathbf{P}_M + \mathbf{C}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} + \mathbf{I}^k \mathbf{D}^k \mathbf{U} \mathbf{P}_M^2) = 0. \quad (3.49)$$

Portanto, esta nova proposta também resulta em um conjunto de equações algébricas semelhantes às obtidas pelo método WBTA, de modo que o mesmo procedimento de solução é adotado.

3.5.3 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MÉTODO

O método HBTA foi implementado de acordo com o seguinte algoritmo:

1. Ler dados do problema: número de níveis, número de nós, número de dispositivos, intervalo de análise, parâmetros do sistema.

2. Calcular número de amostras, intervalo de amostragem, normalização do tempo, número de elementos da base.
3. Construir a base de Haar $\mathbf{h}_M(t)$.
4. Calcular os coeficientes de Haar da excitação (formação da matriz \mathbf{B}).
5. Construir \mathbf{P}_M e \mathbf{P}_M^2 .
6. Construir e resolver a equação (3.49).
7. Calcular as tensões nodais no domínio do tempo (resolver equação (3.45)).

Para efeito de validação, aplicou-se o método HBTA a duas configurações básicas de circuitos. Seguindo o mesmo procedimento adotado no item 3.4, os resultados do Microtran® foram tomados como valores de referência.

Neste caso entretanto, o estudo consistiu em comparar as tensões obtidas via HBTA, com diferentes níveis de resolução, com as tensões obtidas via MT, *todas com 128 amostras*.

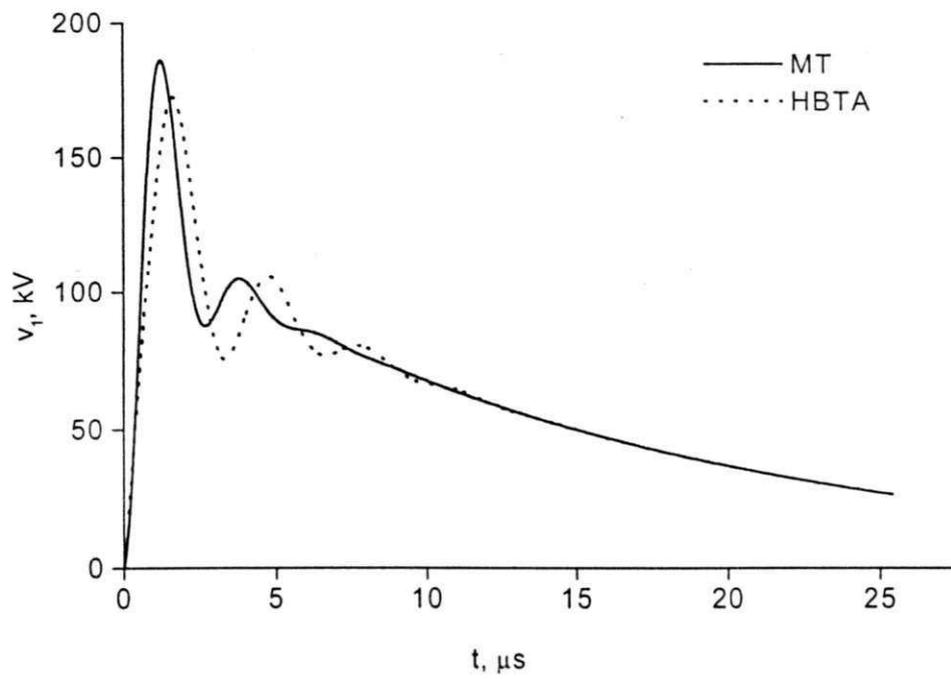
3.5.3.1 EXEMPLO A

Como primeiro exemplo, utilizou-se a configuração de circuito da figura 3.13. As tensões nos nós 1 e 2 via HBTA (com 6 e 7 níveis de resolução), foram comparadas com as tensões via MT com 128 amostras (veja figuras 3.17 e 3.18).

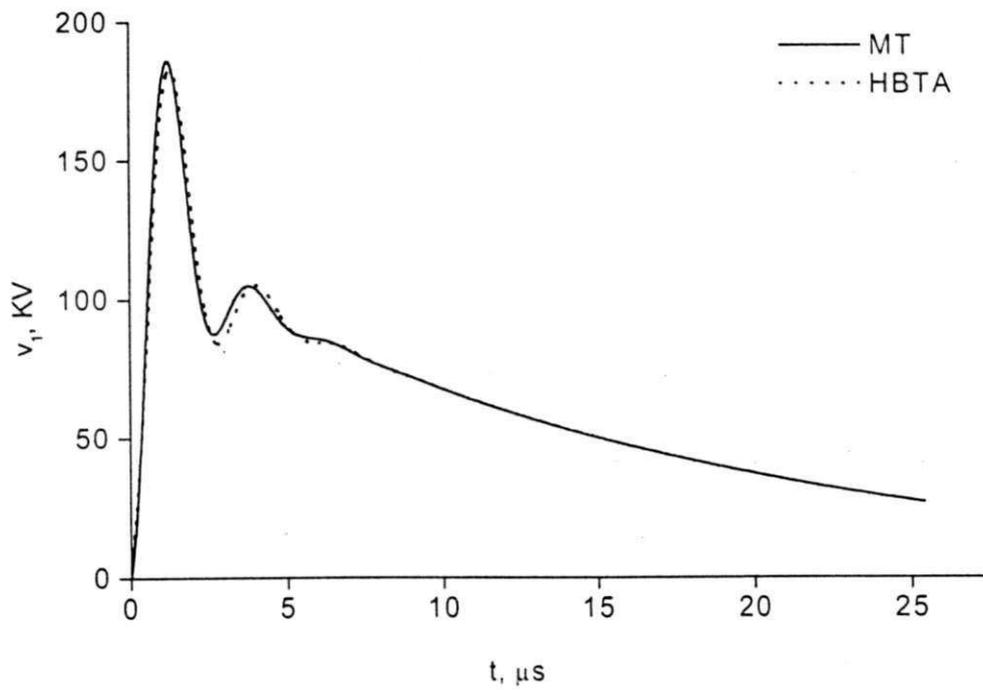
A resolução do método HBTA foi avaliada comparando-se os índices de erro máximo e médio quadráticos, os quais são apresentados na tabela 3.9.

Tabela 3.9 Erros do método HBTA *versus* MT (exemplo A).

NÍVEIS	V ₁		V ₂	
	MÉDIO	MÁXIMO	MÉDIO	MÁXIMO
6	0,1874	0,5793	0,0688	0,2638
7	0,0378	0,1526	0,0146	0,0657
8	0,0002	0,0006	0,0002	0,0008



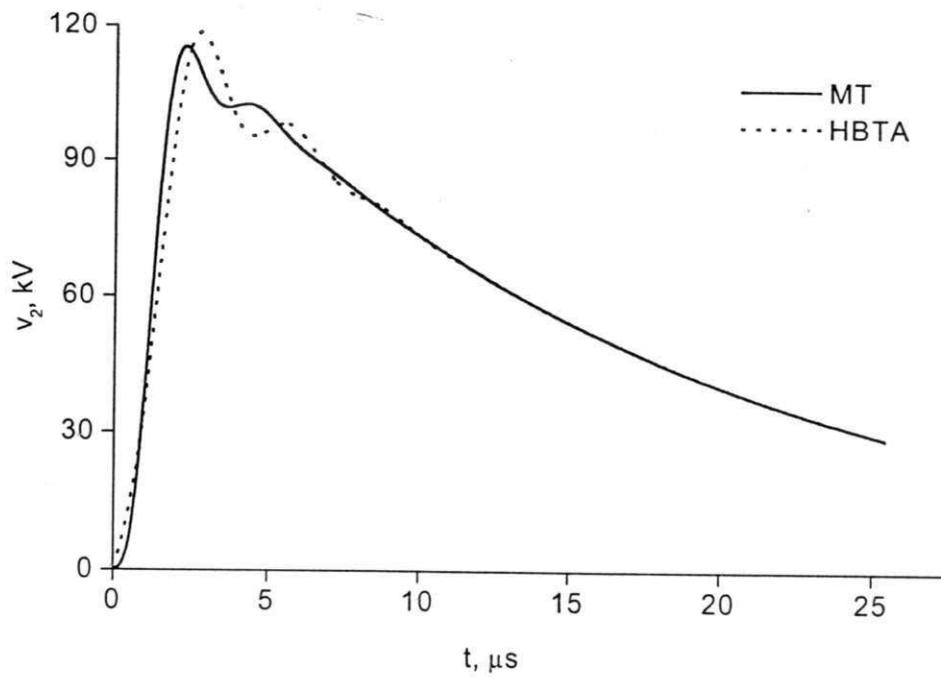
(a)



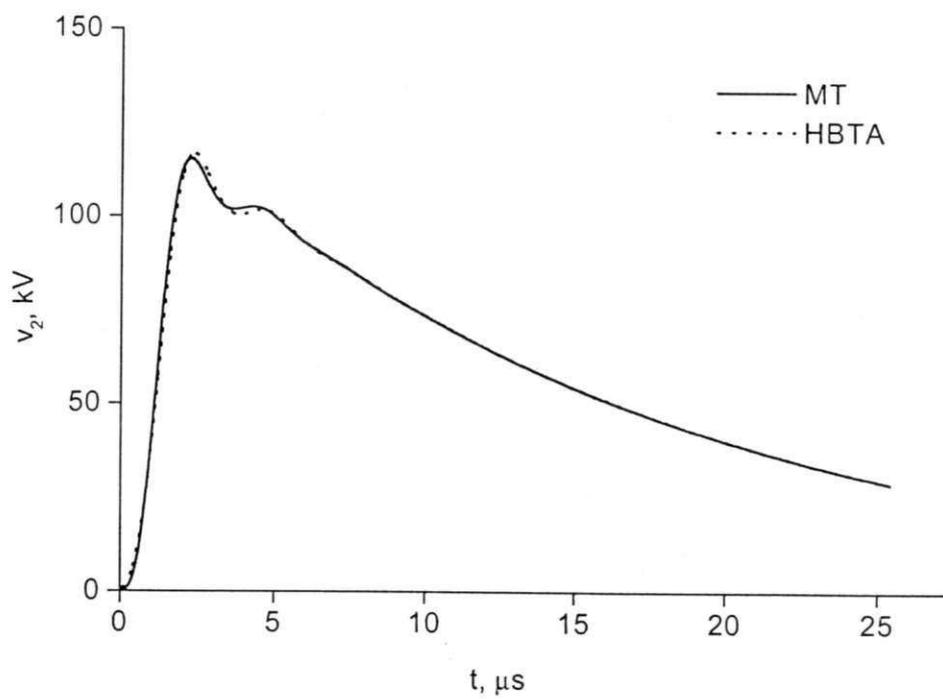
(b)

Figura 3.17 Tensão no nó 1 do exemplo A via métodos MT e HBTA.

a) 6 níveis de resolução; b) 7 níveis de resolução.



(a)



(b)

Figura 3.18 Tensão no nó 2 do exemplo A via métodos MT e HBTA.

a) 6 níveis de resolução; b) 7 níveis de resolução.

3.5.3.2 EXEMPLO B

Para finalizar a validação, utilizou-se a configuração de circuito da figura 3.9. Neste caso, ilustra-se o desempenho do método HBTA para 8 níveis de resolução. Como as tensões em todos os nós via métodos HBTA e MT estão superpostas, apenas as tensões via HBTA são apresentadas (veja figura 3.19).

A resolução do método HBTA foi avaliada comparando-se os índices de erro máximo e médio quadráticos, os quais são apresentados na tabela 3.10.

Tabela 3.10 Erros do método HBTA *versus* MT (exemplo B).

NÍVEIS	V ₁		V ₂		V ₃	
	MÉDIO	MÁXIMO	MÉDIO	MÁXIMO	MÉDIO	MÁXIMO
6	0,0101	0,0357	0,0372	0,1372	0,0259	0,0906
7	0,0043	0,0298	0,0145	0,1025	0,0114	0,0785
8	0,0002	0,0005	0,0001	0,0004	0,0002	0,0010

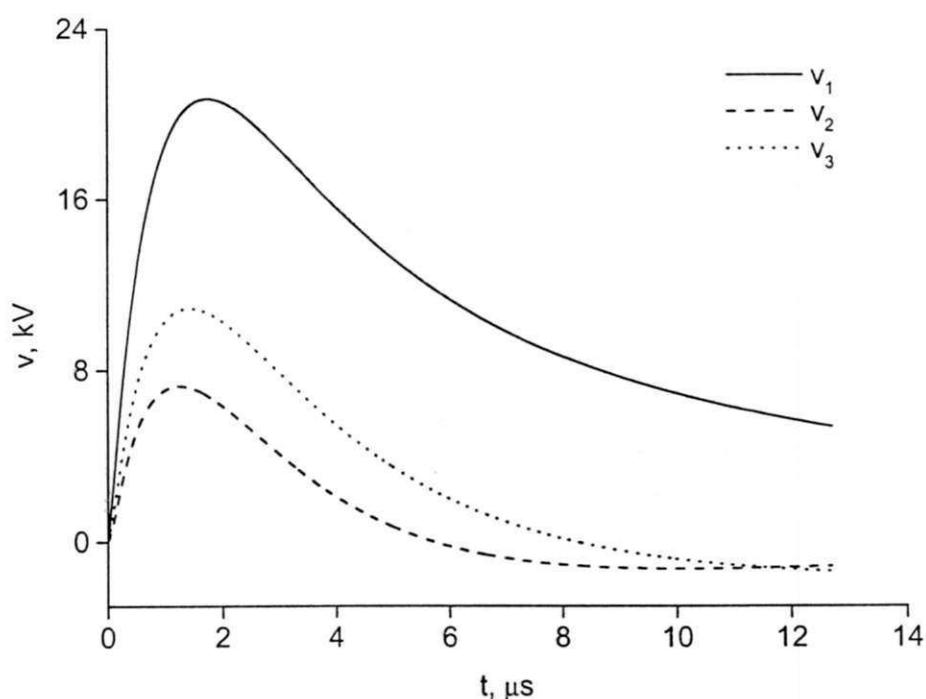


Figura 3.19 Tensões nos nós do circuito do exemplo B via método HBTA com 8 níveis de resolução.

Os índices de erro apresentados nas tabelas 3.9 e 3.10, juntos com as figuras 3.17, 3.18 e 3.19, validam a metodologia proposta visto que para número de amostras iguais, os dois métodos apresentaram curvas praticamente coincidentes (por exemplo, $m = 8$). Esse resultado repetiu-se para todos os casos estudados. Como já mencionado, a escolha de um método no domínio do tempo como referência se deve apenas ao fato dele ser um método consolidado.

Como era de se esperar, a resolução da resposta e o esforço computacional variam diretamente com o número de níveis usado. Portanto, o método HBTA também apresenta um compromisso entre velocidade e precisão da solução.

3.5.4 COMPARAÇÃO DO MÉTODO HBTA COM OS MÉTODOS WBTA E HWM

Para avaliar o desempenho do método HBTA em relação aos métodos WBTA e HWM, utilizou-se a mesma configuração de circuito da figura 3.1.

Os índices de erro para as tensões obtidas com 8 níveis de resolução são apresentadas na tabela 3.11. Neste caso, os valores da tabela 3.3 são repetidos, adicionando-se os índices de erro referentes ao método HBTA. Esses índices são apresentados graficamente na figura 3.20.

Tabela 3.11 Erros dos métodos baseados nas wavelets *versus* Microtran® (circuito A).

	HWM	HBTA	WBTA
ERRO MÉDIO	0,00020	0,00020	0,00846
ERRO MÁXIMO	0,00099	0,00078	0,08623

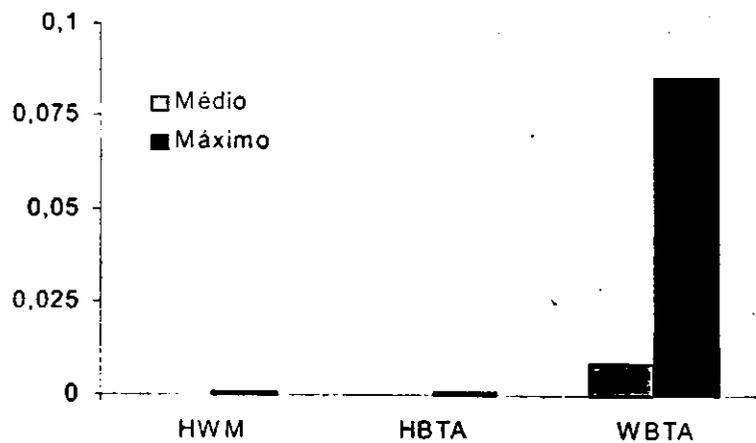


Figura 3.20 Análise de erro entre o Microtran® e os métodos HBTA, WBTA e HWM para o circuito A (tensões com 8 níveis).

Como esperado, os métodos HBTA e HWM apresentam resoluções praticamente iguais entre si.

Em relação ao esforço computacional, o método HBTA é mais veloz que o método WBTA porém, é mais lento que o método HWM (veja tabela 3.12).

Tabela 3.12 Tempo de execução dos métodos baseados nas wavelets (circuito A).

NÍVEIS	WBTA	HWM	HBTA
6	0,17s	0,05s	0,05s
7	0,77s	0,11s	0,39s
8	6,15s	0,60s	2,53s

3.6 AVALIAÇÃO GERAL DA APLICABILIDADE DOS MÉTODOS BASEADOS EM WAVELETS

Conforme apresentado no capítulo 1, estudos de análise de transitórios configuram-se como essenciais na busca pela qualidade da energia do sistema elétrico. Desde que o

sistema elétrico atual está cheio de fenômenos transitórios complexos, é praticamente impossível para o engenheiro monitorar, analisar e mitigar estes fenômenos com os métodos tradicionais. O advento de técnicas e ferramentas modernas constitui-se portanto, em alternativas indispensáveis e não em métodos acadêmicos sofisticados (RIBEIRO & SAMOTYJ, 1994).

A avaliação do estado da arte das wavelets em sistemas de potência, o estudo da fundamentação matemática da teoria das wavelets e o estudo comparativo dos métodos baseados nas wavelets para análise de transitórios levam-nos a supor que num futuro próximo, a flexibilidade e adaptabilidade das wavelets possam ser utilizadas num *sistema wavelet integrado*, conforme esquematizado na figura 3.21.



Figura 3.21 Sistema wavelet integrado.

A grande vantagem de um Sistema dessa natureza seria o uso de um *método único* (neste caso, as wavelets) para execução de diversas tarefas relacionadas com qualidade da energia⁸. Deste modo, os métodos baseados nas wavelets assumiriam um papel importante dentro do cenário elétrico.

⁸ Neste caso, as tarefas de identificação e classificação seriam executadas com o uso de wavelets e de uma outra ferramenta (por exemplo, as redes neurais).

Como as pesquisas na área de diagnóstico (detecção, localização, identificação e classificação) já estão bastante avançadas, é imprescindível investir-se em pesquisas direcionadas para análise de transitórios.

No caso do Sistema Wavelet Integrado, a análise de transitórios teria um caráter de análise geral, que dependendo da natureza do problema exigiria um estudo mais detalhado através de outros métodos mais adequados. Finalmente, o estudo comparativo realizado indica os métodos baseados na wavelet de Haar como os mais promissores para serem utilizados em tal Sistema, onde dois tipos de análise poderiam ser realizadas:

- análise nodal via método HBTA,
- análise de estado via método HWM.

4 EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ESTADO INICIAL NÃO-NULO E COM ELEMENTOS NÃO-LINEARES

4.1 INTRODUÇÃO

O estudo feito no capítulo anterior evidenciou a eficiência computacional do método HWM. Por se eximirem de desenvolver um novo método semelhante a outro já consolidado, CHEN & HSIAO (1997) acabaram por explorar melhor as propriedades da nova ferramenta e desenvolveram um algoritmo especializado de alto desempenho. Entretanto, para que esse método possa vir a competir com os métodos consolidados é necessário que ele seja não apenas rápido e eficiente, mas que tenha formulação geral. Neste sentido, o método HWM passou a ser o objeto de estudo para o desenvolvimento das demais contribuições desta tese, que foram: extensão de sua aplicabilidade a sistemas com estado inicial não-nulo e com elementos não-lineares.

4.2 EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ESTADO INICIAL NÃO-NULO

A aplicação do método HWM a sistemas com estado inicial não-nulo se deve ao fato da solução dos fenômenos transitórios ser um problema dependente das condições iniciais.

Embora algumas análises possam ser executadas com condições iniciais nulas, há muitas situações em que a simulação deve iniciar de condições de regime permanente (MARTINEZ-VELASCO, 1997).

A aplicação do método HWM a tais sistemas resultou entretanto, em respostas erradas. Esse fato conduziu a um estudo mais detalhado da formulação matemática do método, onde alguns erros foram descobertos.

O primeiro erro detectado refere-se à representação do estado inicial na equação (3.35). Neste caso, propõe-se uma representação matricial da forma: $\mathbf{X}_0 = [\mathbf{x}_0 \ \mathbf{x}_0 \ \dots \ \mathbf{x}_0]$, em que cada coluna é o vetor proposto originalmente, isto é:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}\mathbf{P}_M \mathbf{h}_M(t) + \mathbf{X}_0. \quad (4.1)$$

Essa modificação é imprescindível para validar a soma matricial na equação (4.1), após a discretização da variável tempo. Ao se fazer isso, o estado inicial passa a ser considerado uma função do tempo.

O segundo erro detectado foi a ausência do fator $\mathbf{h}_M^{-1}(t)$ na equação (3.36). Este erro pode ser constatado reescrevendo a equação (4.1) como:

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{X}\mathbf{P}_M + \mathbf{X}_0 \mathbf{h}_M^{-1}(t)) \mathbf{h}_M(t). \quad (4.2)$$

Substituindo as equações (3.32), (3.33) e (4.2) na equação (3.31b), tem-se (BRITO & SOUZA, 2001b):

$$\mathbf{X} - \mathbf{V}\mathbf{X}\mathbf{P}_M = \mathbf{V}\mathbf{X}_0 \mathbf{h}_M^{-1}(t) + \mathbf{W}\mathbf{Z}. \quad (4.3)$$

Portanto, quando comparada à equação (3.36), a equação (4.3) difere apenas no termo $\mathbf{V}\mathbf{X}_0 \mathbf{h}_M^{-1}(t)$. Esta diferença não comprometeu os resultados apresentados no capítulo

anterior porque *todos os casos estudados tinham estado inicial nulo*. Naqueles casos, $\mathbf{X}_0=[0]$ e conseqüentemente, o termo $\mathbf{V}\mathbf{X}_0\mathbf{h}_M^{-1}(t)$ também era nulo.

4.2.1 VALIDAÇÃO DAS CORREÇÕES

Para efeito de validação das modificações implementadas, aplicou-se o método HWM com as equações (3.36) e (4.3) a dois exemplos. Como esse método foi formulado em termos de equações de estado, esta será a forma de representação dos sistemas utilizada a seguir.

4.2.1.1 EXEMPLO A

Seja considerado o circuito D (figura 3.13), o qual é representado pela equação de estado:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} \\ 0 & -\frac{1}{R_2 C_2} & \frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1/C_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}(t), \quad (4.4)$$

$$\text{sendo } \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{C_1}(t) \\ v_{C_2}(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

A validade da equação (3.36), ao se considerar estado inicial *nulo*, pôde ser constatada através da análise feita no item 3.4.4.

$$\text{Fazendo: } \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} v_{C_1}(0) = 50 \text{ kV} \\ v_{C_2}(0) = 50 \text{ kV} \\ i_L(0) = 0,1 \text{ kA} \end{bmatrix}, \quad m=8 \text{ e o Microtran}^\circledast \text{ como referência (usando}$$

$n_a = 128$), as formas de onda para $\mathbf{x}_1(t)$ e $\mathbf{x}_2(t)$ são as das curvas apresentadas na figura

4.1. Esses vetores correspondem respectivamente, às tensões sobre os capacitores C_1 e C_2 , ou então respectivamente, às tensões nos nós 1 e 2.

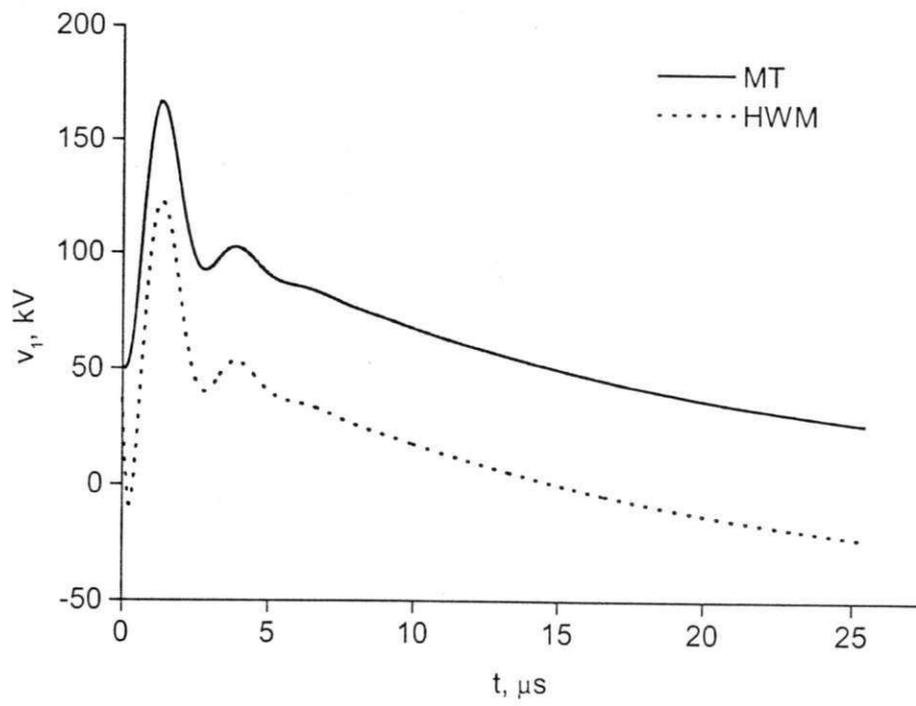
Ao se implementar a formulação proposta pela expressão (4.3), as formas de onda para $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são as das curvas apresentadas na figura 4.2. Observa-se que os resultados obtidos com as correções implementadas são idênticos aos resultados obtidos pelo Microtran®.

A validação é completada seguindo o mesmo procedimento adotado no item 3.4. O critério de avaliação consistiu na comparação de tensões com *mesmo número de amostras*.

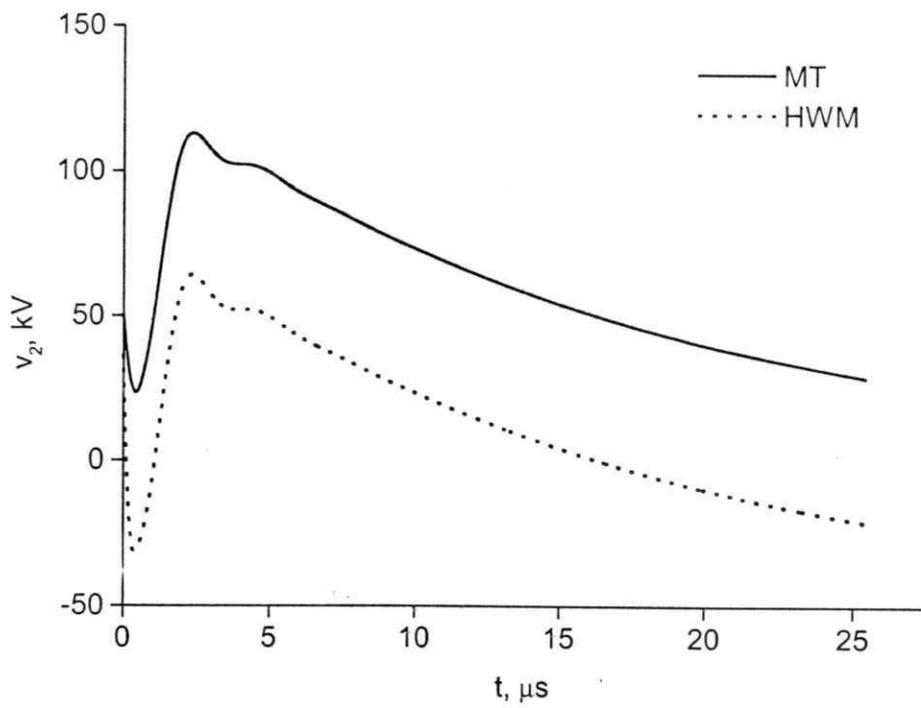
Tabela 4.1 Erros do método HWM corrigido *versus* método MT
(exemplo A – 8 níveis).

NÓ	ERRO MÉDIO	ERRO MÁXIMO
1	0,0395	0,2843
2	0,0245	0,2072

Nota-se que as tensões obtidas via método HWM corrigido não iniciam de seus valores iniciais. Como já observado no capítulo anterior, os maiores erros ocorrem nos instantes iniciais do distúrbio. Este fato é característico dos métodos baseados em transformadas, visto que eles executam *processamento em blocos*. No caso dos métodos baseados nas wavelets, tais problemas podem ser facilmente contornados fazendo-se uso de suas propriedades multiresolucionais, ou seja: aumentando o número de níveis ou reduzindo o intervalo de tempo de análise. Esta última alternativa é apresentada na figura 4.3.

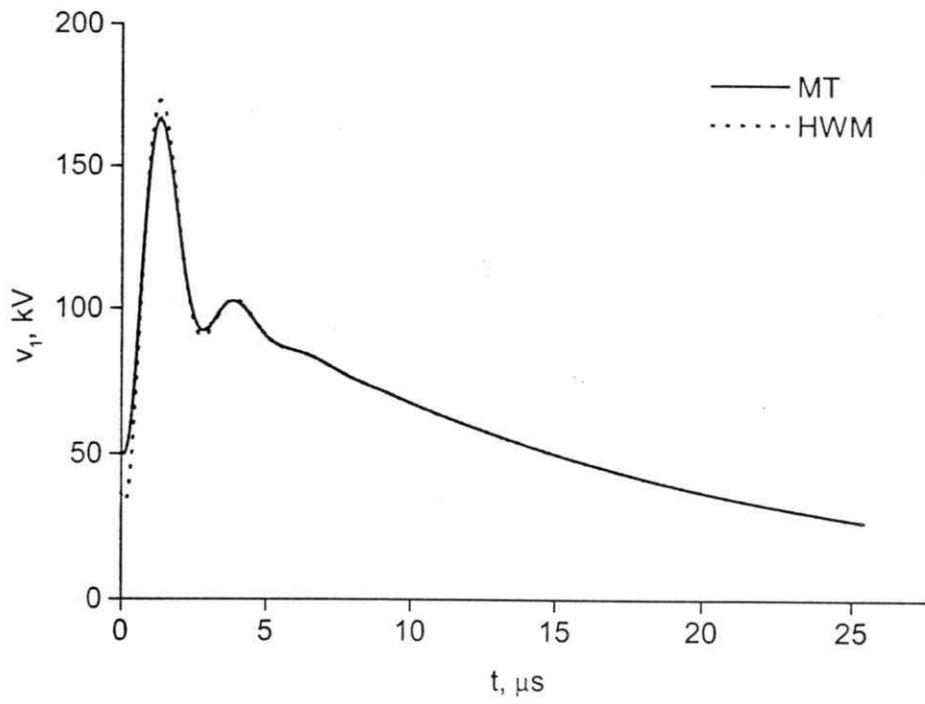


(a)

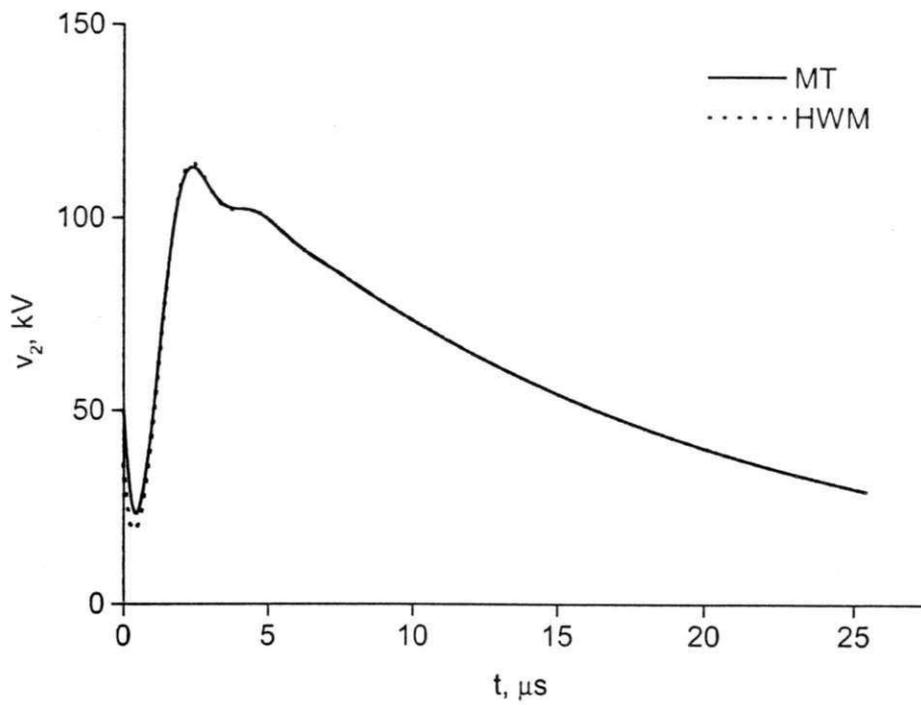


(b)

Figura 4.1 Tensões nos nós do circuito D via métodos MT e HWM original. a) Tensão no nó 1; b) tensão no nó 2.



(a)



(b)

Figura 4.2 Tensões nos nós do circuito D via métodos MT e HWM corrigido. a) Tensão no nó 1; b) tensão no nó 2.

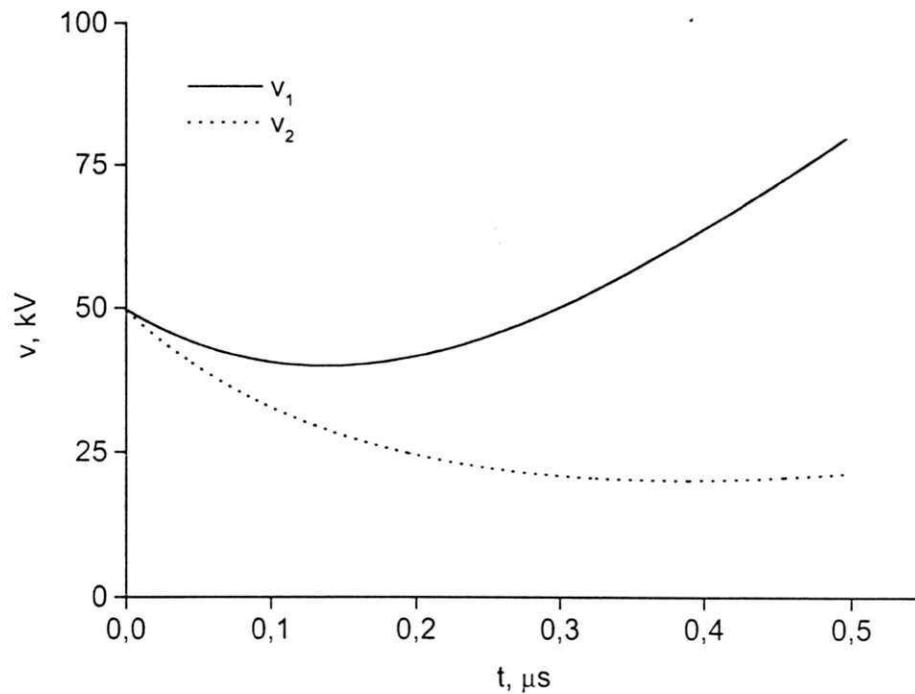


Figura 4.3 Tensões nos nós do circuito D com $v_{C_1}(0) = 50 \text{ kV}$, $v_{C_2}(0) = 50 \text{ kV}$,

$i_L(0) = 0,1 \text{ kA}$ e $0 \leq t \leq 0,5 \mu\text{s}$ via método HWM corrigido.

Como se vê, ao se reduzir o intervalo de análise, a resolução melhora consideravelmente. A validação da equação (4.3) é finalizada com o próximo exemplo.

4.2.1.2 EXEMPLO B

Seja considerado o sistema¹ representado pela equação de estado:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 250 \\ 0 & 0 & 0 & 250 \\ -390 & -92,25 & 0 & -250 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 390 \end{bmatrix} \mathbf{z}(t), \quad (4.6)$$

¹ O diagrama elétrico deste circuito é apresentado em HSIAO (1994).

sendo a entrada o degrau unitário, $0 \leq t < 0,1 \text{ s}$ e $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$.

A solução, considerando estado inicial *nulo*, via método HWM corrigido (com 8 níveis de resolução) é apresentada na figura 4.4.

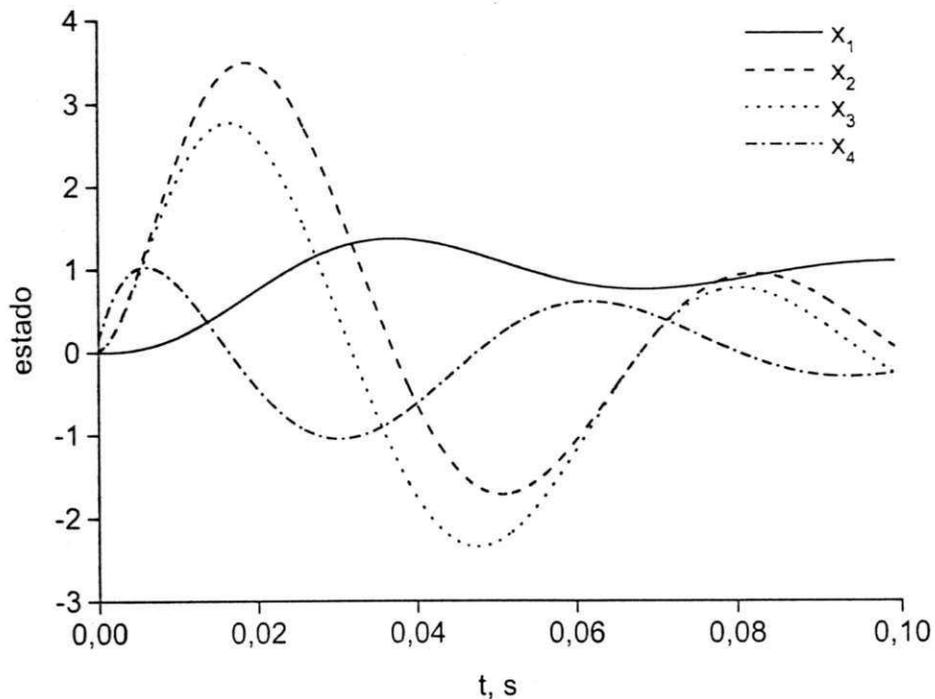


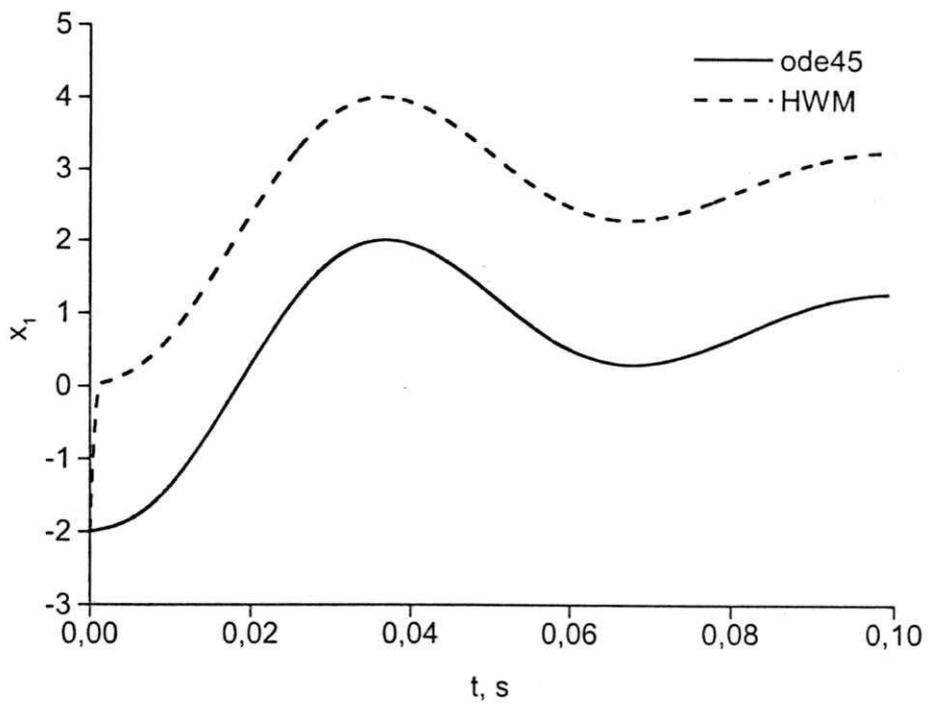
Figura 4.4 Solução do exemplo B via método HWM corrigido.

Entretanto, ao se considerar o seguinte estado inicial:

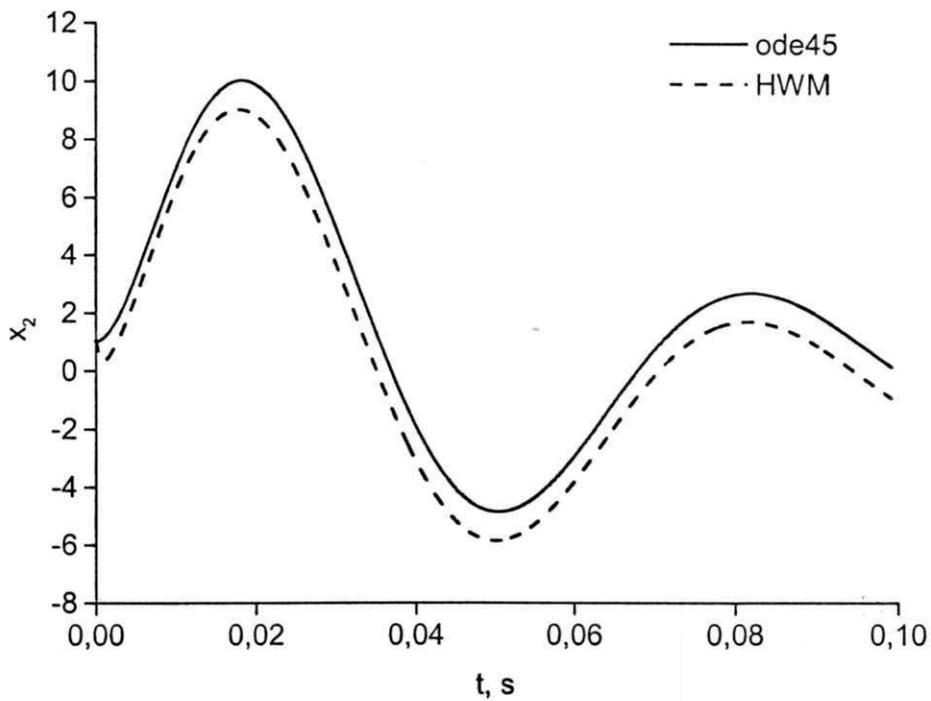
$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) = -2 \\ x_2(0) = 1 \\ x_3(0) = 0 \\ x_4(0) = 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

e a rotina *ode45* do Matlab® como referência (usando $n_a = 128$), as formas de onda para

$x_1(t)$ e $x_2(t)$ são as das curvas apresentadas nas figuras 4.5 e 4.6.

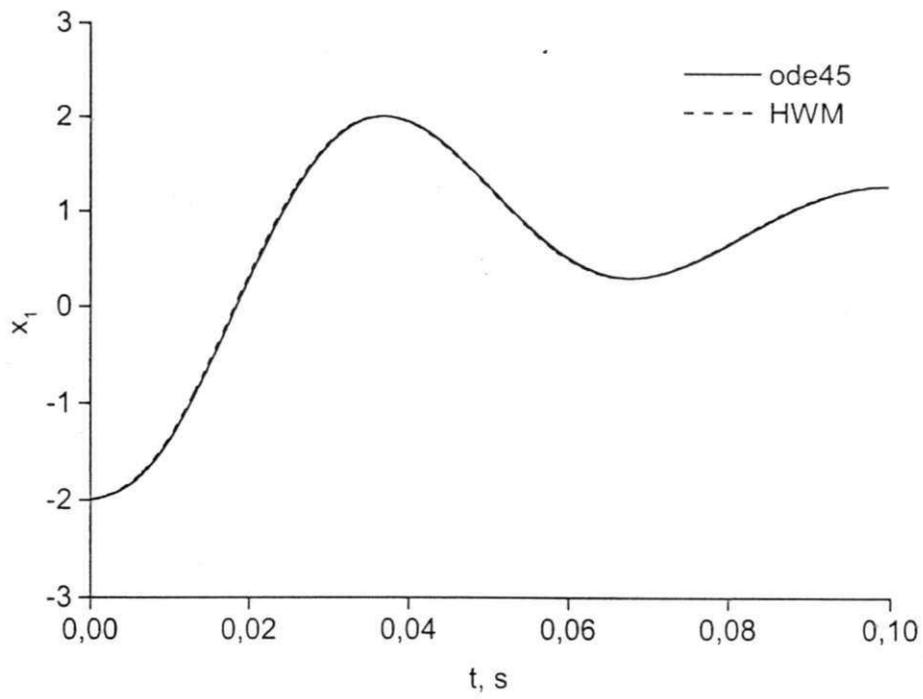


(a)

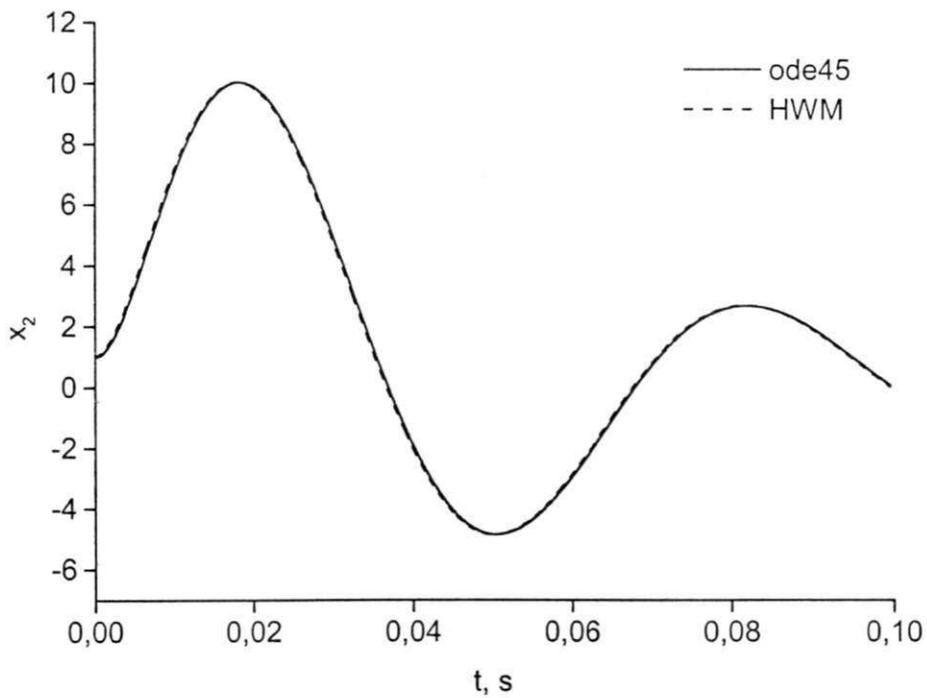


(b)

Figura 4.5 Solução do exemplo B via rotina ode45 e método HWM original. a) Estado $x_1(t)$; b) estado $x_2(t)$.



(a)



(b)

Figura 4.6 Solução do exemplo B via rotina ode45 e método HWM corrigido. a) Estado $x_1(t)$; b) estado $x_2(t)$.

As curvas apresentadas nas figuras 4.2, 4.3 e 4.6 validam então, as correções implementadas no método HWM, visto que elas são praticamente coincidentes. Com a nova formulação, o método passa a suportar sistemas com qualquer estado inicial. É importante ressaltar a forte dependência da resolução da solução com a quantidade de níveis utilizados: quanto maior o número de níveis, mais preciso é o método.

4.3 EXTENSÃO DO MÉTODO HWM A SISTEMAS COM ELEMENTOS NÃO-LINEARES

Conforme mencionado na seção 1.4, para competir com os métodos consolidados no domínio do tempo, os métodos baseados nas wavelets precisam continuar a se mostrar vantajosos quando estendidos a sistemas não-lineares. Isto é, quando se coligarem a técnicas complementares que permitam a análise de sistemas com elementos não-lineares (figura 4.7).

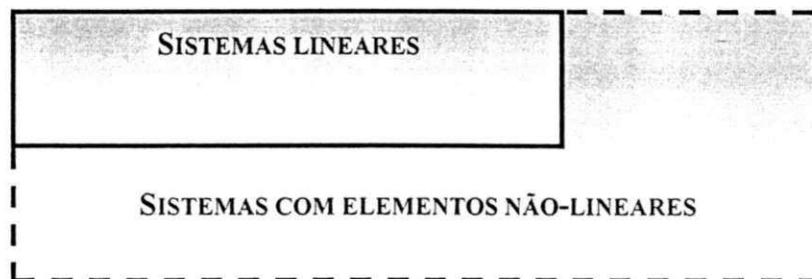


Figura 4.7 Extensão dos métodos baseados nas wavelets a sistemas não-lineares.

Com esse enfoque, a metodologia implementada consistiu em modificar o algoritmo do método HWM para comportar elementos não-lineares, empregando-se a técnica da linearização por partes das características não-lineares desses elementos, preservando-se ao

máximo o desempenho do algoritmo. A implementação dessa metodologia é apresentada nas seções a seguir.

4.3.1 O CIRCUITO DE BASE

Adotando o mesmo procedimento de SOUZA (1995), a pesquisa conduzida nesta tese se concentrou em circuitos não-lineares alimentados por sinais senoidais, em que o elemento não-linear é um indutor. Para isso, se empregou o circuito da figura 4.8 como circuito de base, cujos parâmetros são $R = 4,8 \Omega$, $E = 1,5 \text{ V}$ e $\omega = 120 \pi \text{ rd/s}$.

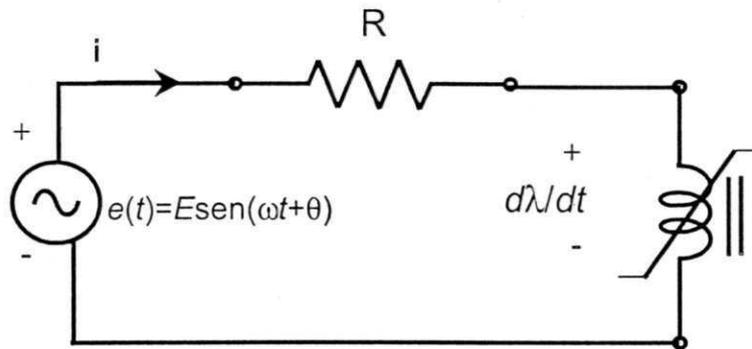


Figura 4.8 Circuito com indutor não-linear.

A característica do elemento não-linear se expressa por (SOUZA, 1995):

$$i = i(\lambda) = 3,12\lambda + 2,15 \times 10^{21} \lambda^9, \quad (4.9)$$

sendo o circuito regido pela seguinte equação diferencial não-linear:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = -Ri(\lambda(t)) + E \text{ sen}(\omega t + \theta). \quad (4.10)$$

4.3.2 MÉTODO DA LINEARIZAÇÃO POR PARTES

Dentre os vários métodos de solução de sistemas não-lineares, o estudo conduzido nesta Tese se concentrou no método da linearização por partes. A escolha desse método se deve ao fato da transformada de Haar ser uma operação linear e por conseguinte, aplicável apenas a sistemas lineares. Sendo assim, para que o método HWM suporte sistemas com elementos não-lineares, as partes não-lineares devem ser linearizadas.

Os passos básicos do método da linearização por partes são os seguintes (SOUZA, 1995):

1. Aproximação da curva característica do elemento não-linear por segmentos de reta.
2. Representação de cada segmento de reta por uma equação linear.
3. Substituição das equações lineares nas equações diferenciais não-lineares.
4. Resolução das equações diferenciais lineares.

Esse método fornece fórmulas analíticas exatas, válidas em cada região linear. A precisão da solução depende somente de erros de arredondamento que ocorrem nos instantes correspondentes às fronteiras de região linear (CHUA et al, 1992).

4.3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA LINEARIZAÇÃO POR PARTES AO CIRCUITO DE BASE

Conforme o algoritmo apresentado na seção anterior, a característica do elemento não-linear do circuito de base (equação 4.10) deve ser aproximada por segmentos de reta. Uma linearização típica é da forma mostrada na figura 4.9 (SOUZA, 1995):

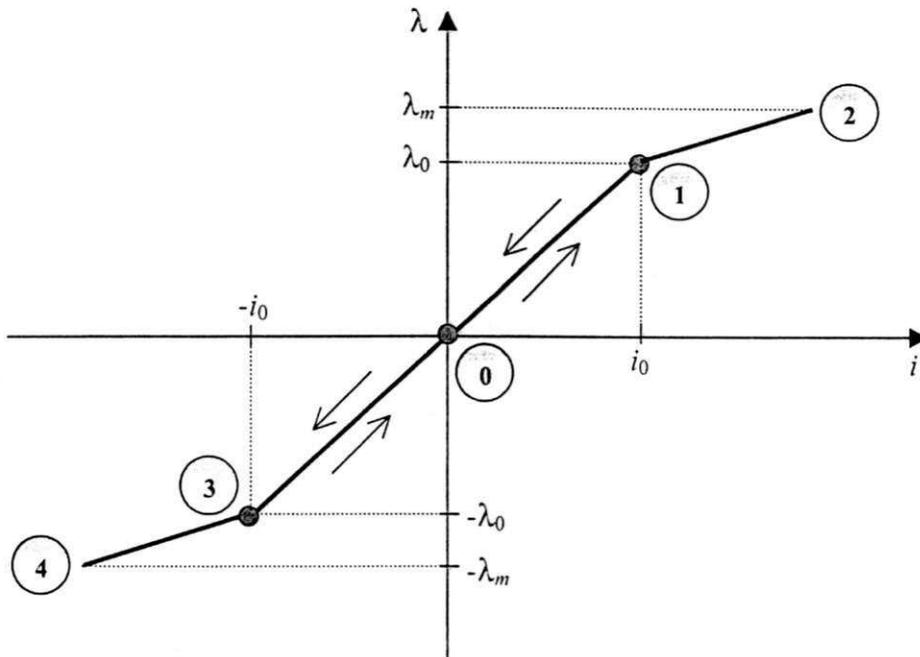


Figura 4.9 Linearização da curva característica do elemento não-linear do circuito de base.

Com essa aproximação, a corrente no circuito passa a se expressar analiticamente em função do fluxo, do seguinte modo:

$$i(\lambda) = \begin{cases} (\lambda - \lambda_1) / L_1, & \text{para } \lambda > \lambda_0 \\ \lambda / L_0, & \text{para } -\lambda_0 \leq \lambda \leq \lambda_0 \\ (\lambda + \lambda_1) / L_1, & \text{para } \lambda < -\lambda_0 \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\text{sendo, } \lambda_1 = \lambda_0 \left(1 - \frac{L_1}{L_0} \right). \quad (4.12)$$

Os parâmetros λ_0 e $-\lambda_0$ são os valores de fluxo no joelho da *curva linearizada*, escolhidos como ponto de fronteira das regiões saturada e não-saturada. Para efeito de implementação foram tomados os seguintes valores de parâmetros: $L_0 = 320 \text{ mH}$, $L_1 = 1,6 \text{ mH}$, $\lambda_0 = 3,2 \text{ mVs}$ e $\lambda_1 = 3,184 \text{ mVs}$.

A substituição da equação (4.11) na equação (4.10), resulta em três equações diferenciais lineares:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{R}{L_1}\lambda + E \operatorname{sen}(\omega t + \theta) + \frac{R}{L_1}\lambda_1, \quad \lambda > \lambda_0 \quad (4.13a)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{R}{L_0}\lambda + E \operatorname{sen}(\omega t + \theta), \quad -\lambda_0 \leq \lambda \leq \lambda_0 \quad (4.13b)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{R}{L_1}\lambda + E \operatorname{sen}(\omega t + \theta) - \frac{R}{L_1}\lambda_1, \quad \lambda < -\lambda_0. \quad (4.13c)$$

Estas equações devem ser resolvidas e a solução completa é obtida juntando-se as soluções parciais.

As três regiões distintas para as quais vale cada uma das equações (4.13) correspondem na figura 4.9 a 1-3 (não-saturada), 3-4 (saturada de baixo) e 1-2 (saturada de cima). A trajetória apresentada na figura 4.9 depende do *fluxo inicial* e da *fase da fonte*.

Os instantes em que se atravessam as fronteiras entre as regiões é de importância capital no processo. Esses instantes correspondem às raízes de uma *função erro descontínua em zero*, da forma:

$$\varepsilon = \begin{cases} \lambda(t) - \lambda_0 & (4.14a) \\ \lambda(t) + \lambda_0. & (4.14b) \end{cases}$$

Neste ponto, é fundamental se destacar a importância das correções propostas no item 4.2 para o desenvolvimento dessa metodologia: o método da linearização por partes requer implicitamente, que o método escolhido para resolver as equações diferenciais suporte sistemas com condições iniciais não nulas.

4.3.4 O ALGORITMO PROPOSTO

Para que não houvesse perda de generalidade, o algoritmo que se concebeu para estender a aplicabilidade do método HWM a sistemas linearizados por partes deve começar identificando *em que região se está e para onde se vai*.

A identificação do início do processo é feita avaliando-se o valor de $\lambda(0)$ de acordo com o seguinte algoritmo:

1. Se $\lambda(0) > \lambda_0$, use a equação (4.13a) e encontre a raiz com a função erro definida pela equação (4.14a).
2. Se $\lambda(0) < -\lambda_0$, use a equação (4.13c) e encontre a raiz com a função erro definida pela equação (4.14b).
3. Se $-\lambda_0 \leq \lambda(0) \leq \lambda_0$, use a equação (4.13b). Se $0 \leq \lambda(0) < \lambda_0$, encontre a raiz com a função erro definida pela equação (4.14a). Caso contrário, utilize a equação (4.14b).

O algoritmo da metodologia desenvolvida visando a extensão do método HWM a sistemas com elementos não-lineares é o seguinte:

1. Ler dados do problema: número de níveis, número de regiões linearizadas, intervalo de análise, $\lambda(0)$, λ_0 , parâmetros do circuito, parâmetros das equações linearizadas.
2. Identificar a região inicial através do parâmetro $\lambda(0)$.

3. Iniciar a trajetória apresentada na figura 4.9 a partir da região inicial, o que é feito calculando o vetor de estado λ , a cada passo de tempo, até que a fronteira seja ultrapassada. Obviamente o vetor λ é computado via rotina SRHW.
4. Após detecção da fronteira, refinar o intervalo fronteiro. O refinamento é feito reduzindo o intervalo, calculando o vetor λ e computando a função erro ε . Esse processo é repetido até que ε seja menor que uma tolerância especificada.
5. Depois da obtenção do par (t, λ) da fronteira, calcular o vetor de estado final referente a região em questão.
6. Estabelecer as condições iniciais para a próxima região.
7. Repetir os passos 3, 4 e 5 até completar o período de análise.

É importante destacar a diferença de processamento entre os métodos no domínio do tempo e os métodos baseados em transformadas:

- os métodos no domínio do tempo executam processamento a passos sucessivos ou seja, cada incremento de tempo resulta num *único* valor de λ ;
- os métodos baseados em transformadas executam processamento em blocos (ou a passos simultâneos) ou seja, cada incremento de tempo resulta num *conjunto* de valores de λ .

Devido a esse tipo de processamento, a característica multiresolucional das wavelets pôde ser explorada na obtenção do vetor de estado λ , adotando-se baixa resolução para os pontos distantes da fronteira e alta resolução, para os pontos próximos da fronteira. Com esse procedimento, o instante de transição entre as regiões linearizadas é obtido de modo bastante preciso.

4.3.5 VALIDAÇÃO DO MÉTODO

Para efeito de validação do método proposto, o qual será denominado de NLHWM², utilizou-se o circuito de base do item 4.3.1 e a linearização da curva característica do elemento não-linear apresentada no item 4.3.3.

4.3.5.1 ETAPA 1

Nesta etapa, os valores de fluxo e corrente de regime permanente do circuito, obtidos através do algoritmo proposto e através do método de linearização por partes tradicional, são comparados.

Adotou-se um período de análise grande de modo que o regime permanente fosse alcançado. Neste caso assumiu-se: $T = 200$ ms, $\lambda(0) = 0$ e $\theta = 0^\circ$, cujas formas de onda de fluxo e corrente via método NLHWM são apresentadas na figura 4.10.

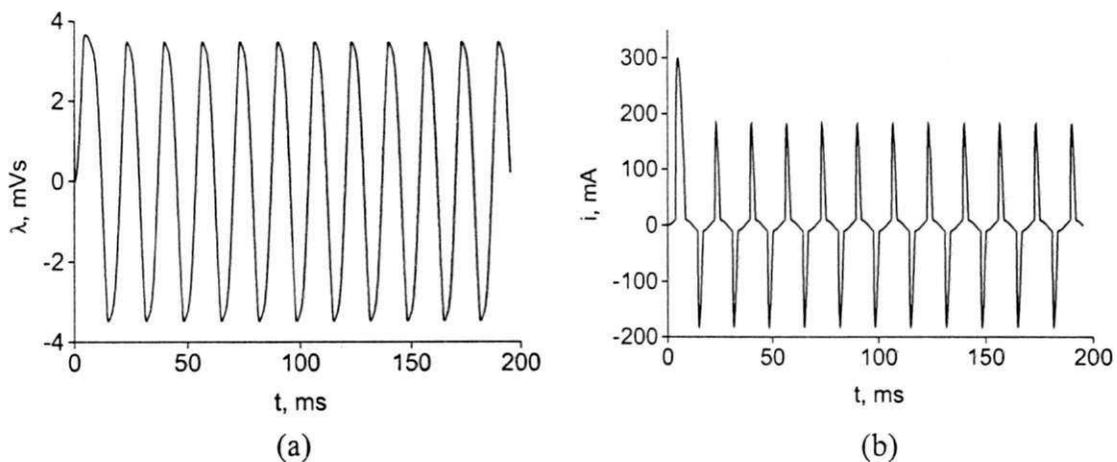


Figura 4.10 Solução do circuito de base via NLHWM considerando:

$\lambda(0) = 0$, $\theta = 0^\circ$ e $T = 200$ ms. a) Fluxo; b) corrente.

² Abreviatura de *non-linear Haar wavelet method*.

Considerando precisão de seis casas decimais, constatou-se que o regime permanente foi alcançado a partir do oitavo período. Seleccionando-se esse período e expressando-se o tempo em por-unidade (tomando como base o período da senóide, que é de 16,67 ms), as formas de ondas de fluxo e corrente de regime permanente são as das mostradas na figura 4.11.

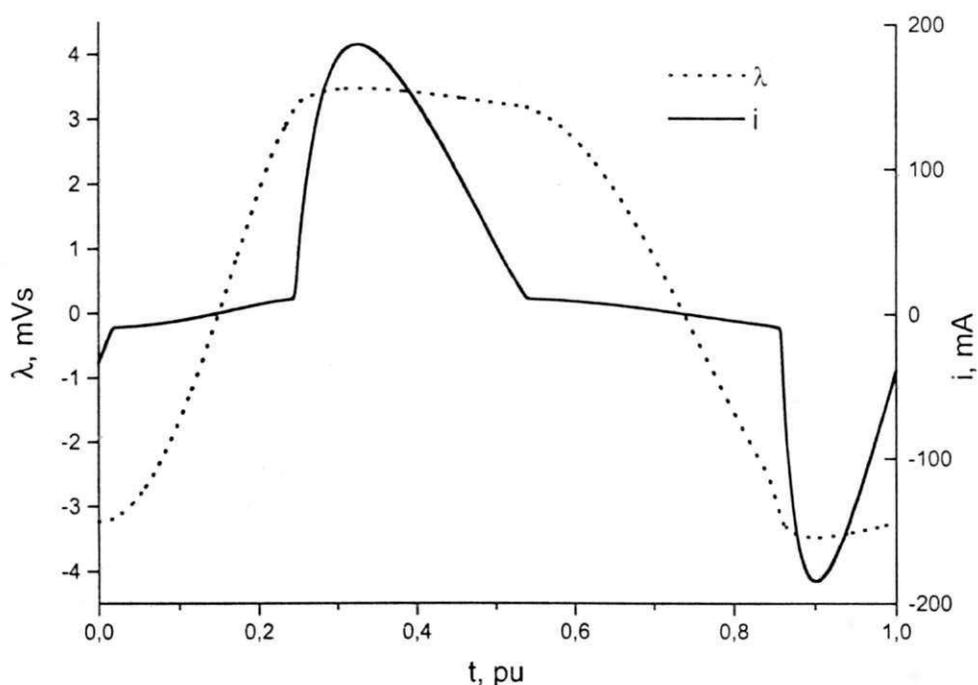


Figura 4.11 Formas de onda de fluxo e corrente de regime permanente do circuito de base considerando: $\lambda(0) = 0$ e $\theta = 0^\circ$.

Valores de fluxo e corrente (valores extremos e valores de pico) apresentados na tabela 4.2 foram extraídos das curvas da figura 4.11. Os valores correspondentes ao método de linearização por partes foram obtidos de SOUZA (1995).

Tabela 4.2 Fluxo e corrente no circuito de base calculados pelo método de linearização por partes e pelo método NLHWM.

	MÉTODO	LINEARIZAÇÃO POR PARTES	NLHWM
INICIAL	tempo, pu	0,0	0,0
	fluxo, mVs	-3,246	-3,239
	corrente, mA	-38,522	-34,303
MÁXIMO	tempo, pu	0,398	0,327
	fluxo, mVs	3,485	3,480
	corrente, mA	188,335	184,842
MÍNIMO	tempo, pu	0,898	0,902
	fluxo, mVs	-3,485	-3,480
	corrente, mA	-188,335	-184,838
FINAL	tempo, pu	1.	1.
	fluxo, mVs	-3,246	-3,247
	corrente, mA	-38,523	-39,088

Os valores da tabela 4.2 e as curvas da figura 4.11 validam a metodologia proposta, visto que ambos são *compatíveis* com os obtidos via método de linearização por partes. Essa semelhança torna-se ainda maior, ao se comparar tais resultados com os outros métodos estudados por SOUZA (1995).

4.3.5.2 ETAPA 2

Nesta etapa, a validação da metodologia proposta é feita avaliando-se a generalidade do algoritmo em função da fase da excitação. Para isso são comparadas as curvas de tensão no indutor e corrente no circuito obtidas via métodos NLHWM e Microtran® para quatro casos:

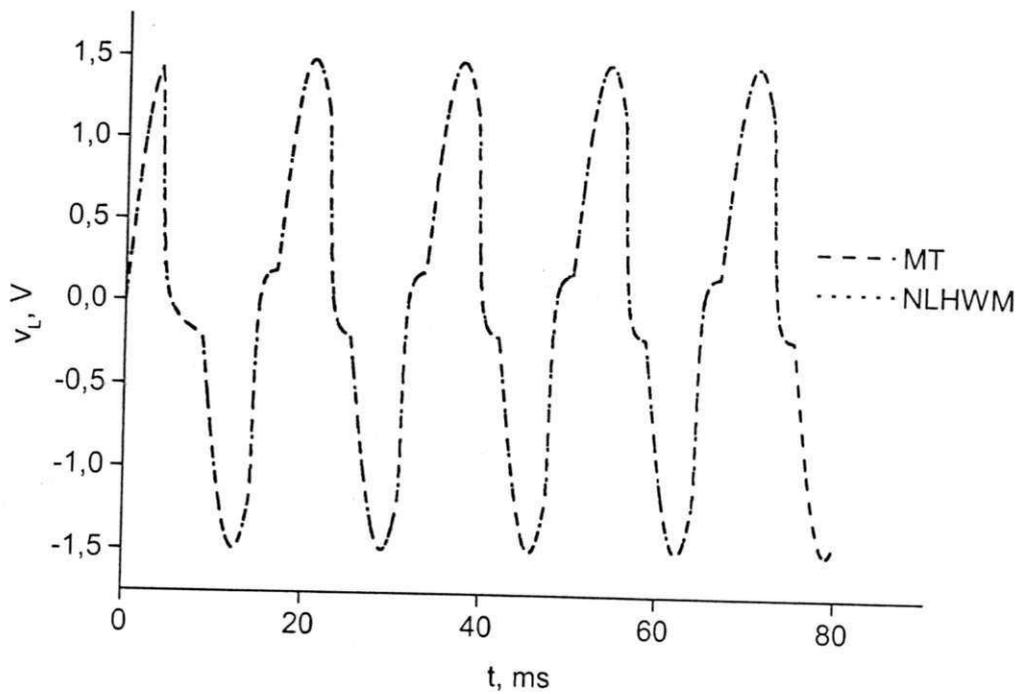
- caso 1: $\lambda(0) = 0$, $T = 80$ ms e $\theta = 0^\circ$;
- caso 2: $\lambda(0) = 0$, $T = 80$ ms e $\theta = 90^\circ$;
- caso 3: $\lambda(0) = 0$, $T = 80$ ms e $\theta = 180^\circ$;
- caso 4: $\lambda(0) = 0$, $T = 80$ ms e $\theta = 270^\circ$;

cujas formas de onda estão apresentadas nas figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15, respectivamente.

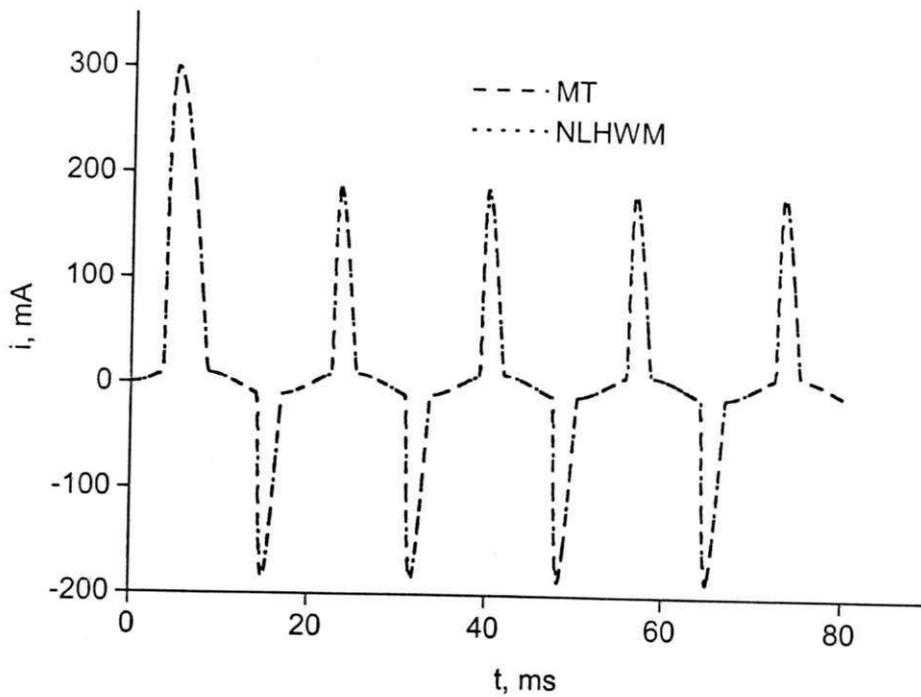
Um exame detalhado dessas figuras mostra que a metodologia proposta tem precisão satisfatória, visto que *todas* as formas de onda apresentaram *curvas coincidentes*. Outros valores de θ foram avaliados, e em todos os casos os métodos apresentaram resultados semelhantes.

4.3.5.3 ETAPA 3

A validação da metodologia proposta é completada, mostrando sua performance quando o estado inicial é diferente de zero. Neste caso são apresentadas as formas de onda de tensão no indutor, fluxo e corrente (veja figura 4.16). Considera-se: $\lambda(0) = 1$ mVs, $T = 80$ ms e $\theta = 0^\circ$.



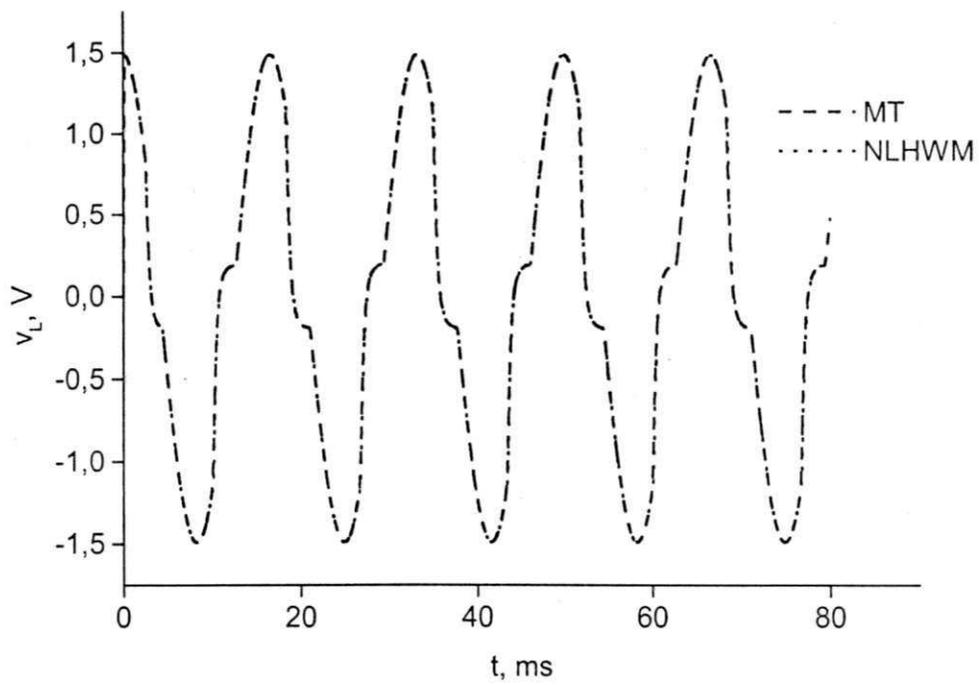
(a)



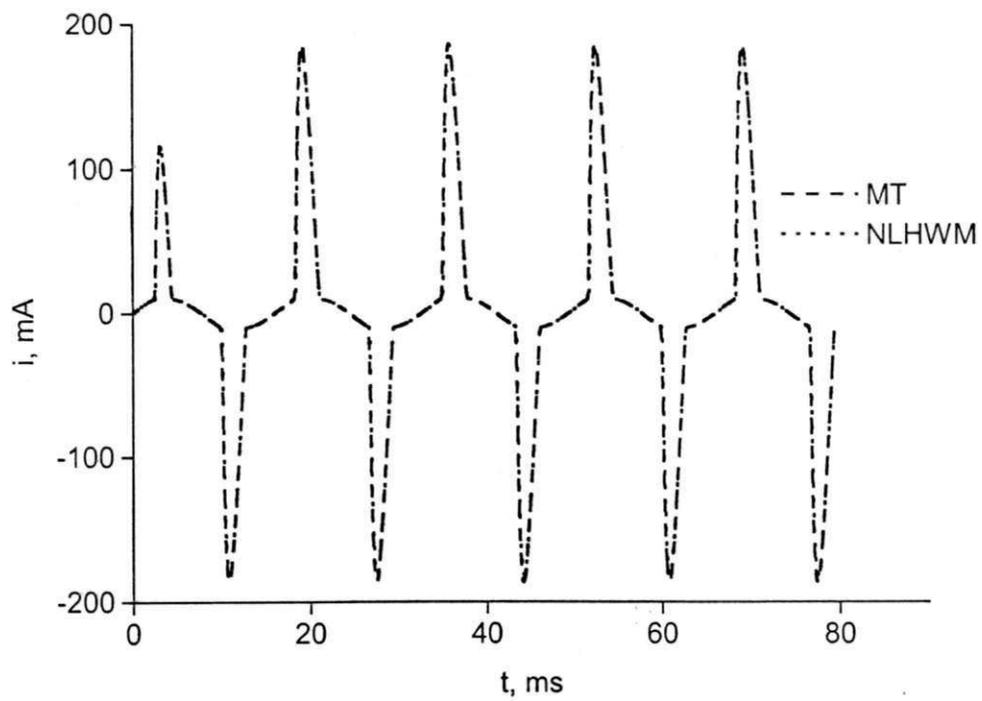
(b)

Figura 4.12 Formas de onda do caso 1 obtidas via métodos MT e NLHWM:

a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.



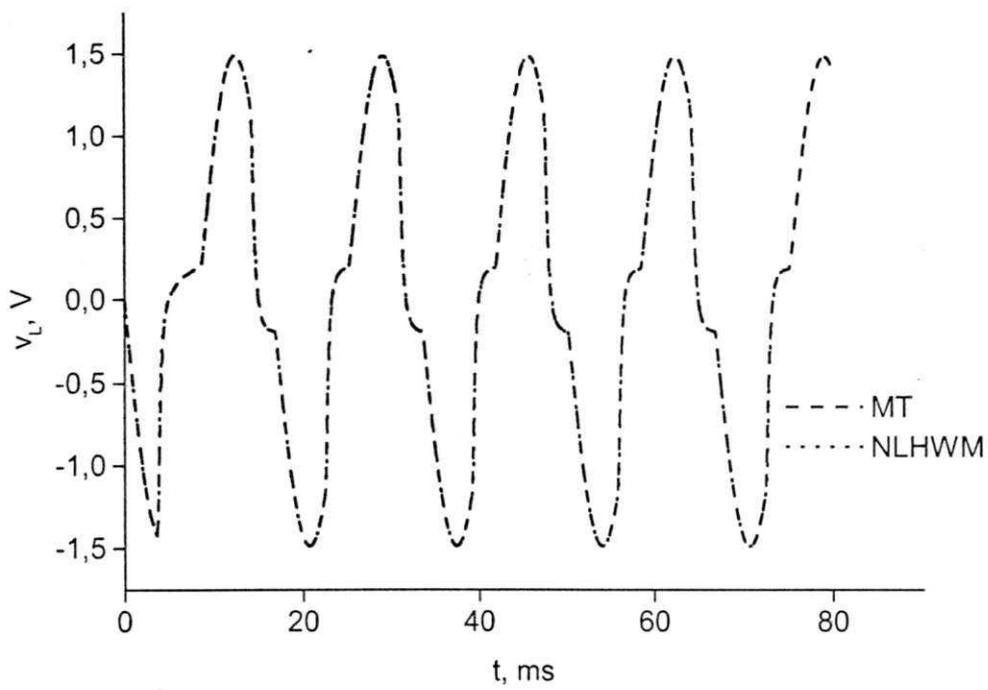
(a)



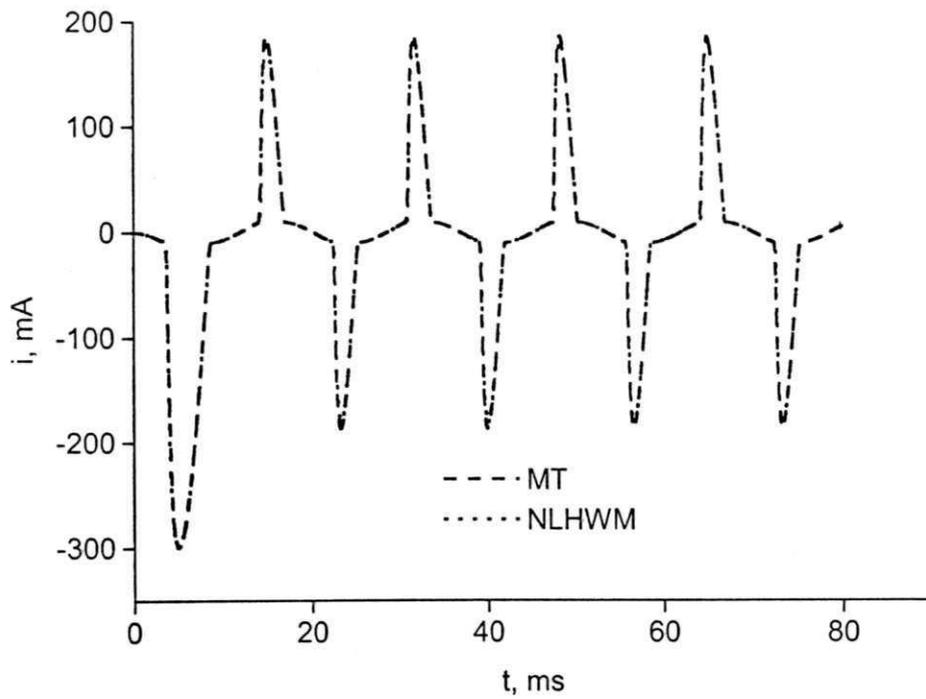
(b)

Figura 4.13 Formas de onda do caso 2 obtidas via métodos MT e NLHWM:

a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.



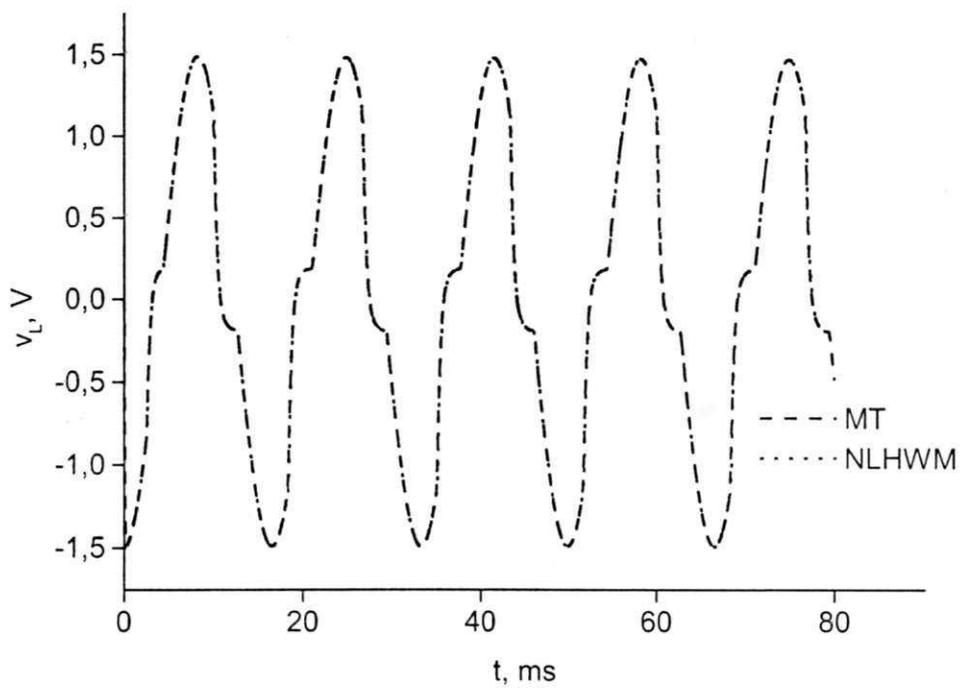
(a)



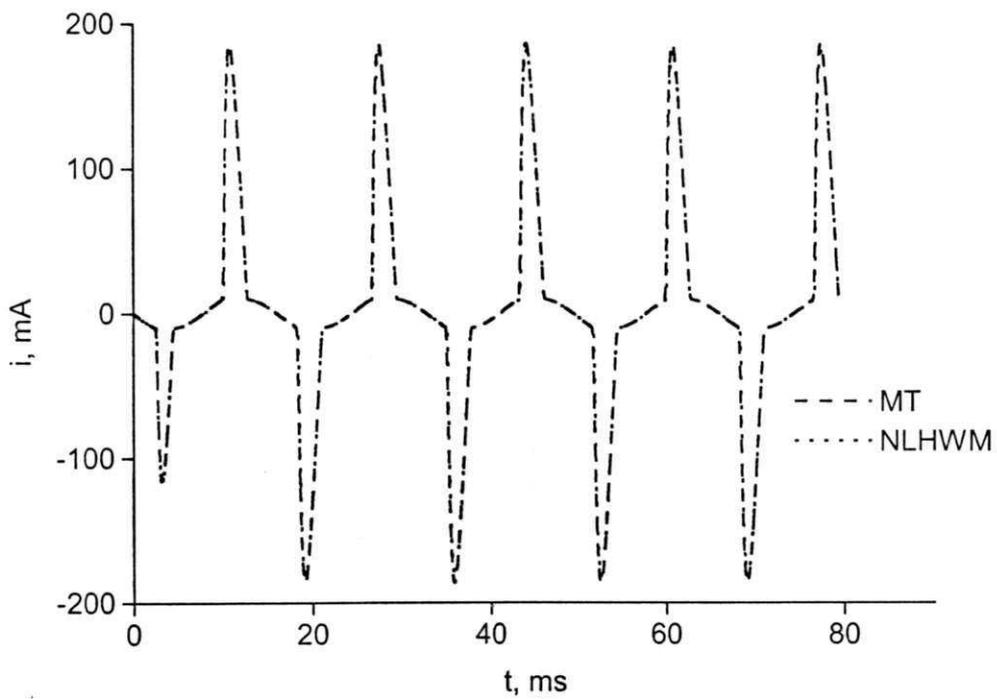
(b)

Figura 4.14 Formas de onda do caso 3 obtidas via métodos MT e NLHWM:

a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.



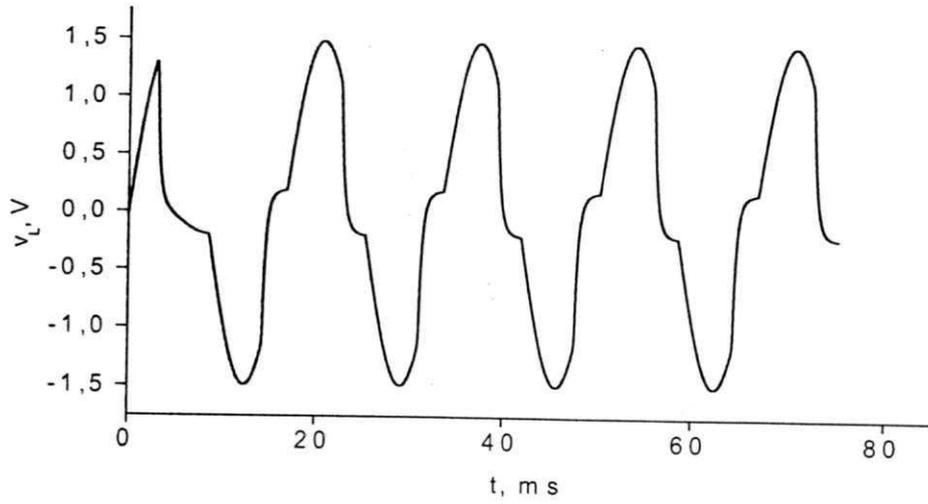
(a)



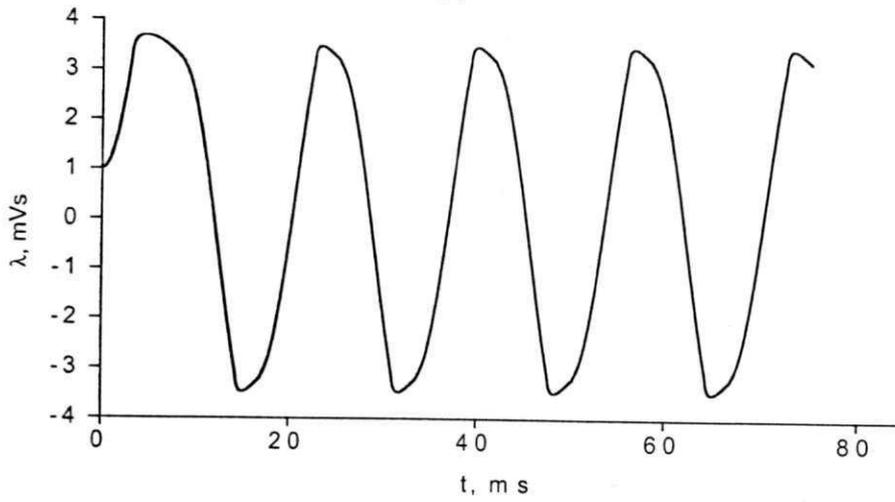
(b)

Figura 4.15 Formas de onda do caso 4 obtidas via métodos MT e NLHWM:

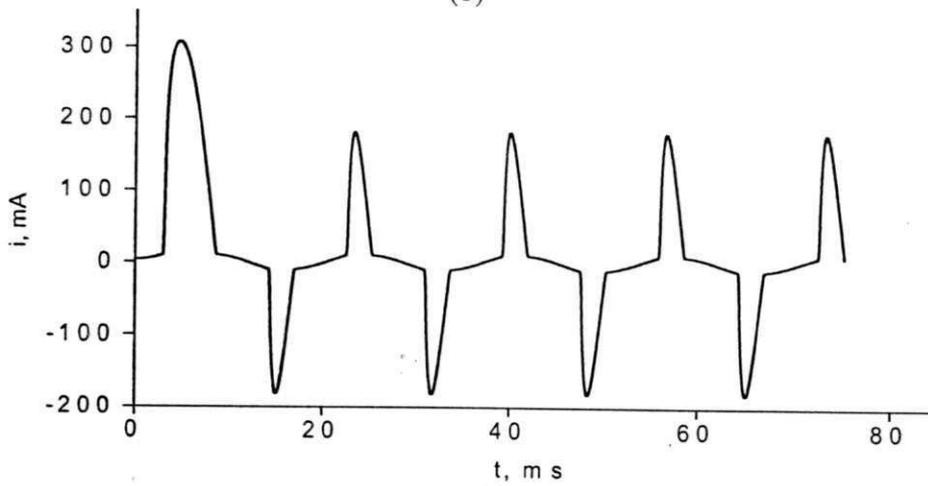
a) tensão no indutor; b) corrente no circuito.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.16 Formas de onda obtidas via método NLHWM: a) tensão no indutor; b) fluxo e c) corrente no circuito. Considerando: $T = 80$ ms, $\lambda(0) = 1$ mVs e $\theta = 0^\circ$.

As curvas apresentadas na figura 4.16 validam portanto, a metodologia proposta para solução de sistemas com elementos não-lineares.

Evidentemente, não se pode concluir sobre a superioridade de um método em relação a outro, devido principalmente a simplicidade do circuito utilizado. Conforme SOUZA (1995): “É difícil fechar questão de maneira definitiva a respeito da qualidade de um método computacional em relação a outros”.

Para finalizar, são apresentadas a seguir algumas características do método NLHWM.

- O par ordenado (t, λ) das fronteiras é obtido com excelente precisão, haja visto o processo de refinamento que o método executa na região fronteira.
- A precisão do método é função do número de níveis: quanto maior o número de níveis, maior a precisão dos valores da fronteira e das respectivas regiões.
- Como no caso linear, a resolução da resposta e o esforço computacional variam diretamente com o número de níveis usado. O método portanto, apresenta compromisso entre velocidade e precisão da solução.

5 CONCLUSÃO

Nos estudos realizados, as principais características da teoria das wavelets foram destacadas através da aplicação da transformada wavelet contínua a sinais com distorções típicas de sistemas de energia elétrica. Os resultados obtidos demonstram o grande potencial da teoria das wavelets na área de qualidade da energia.

Na prática, a transformada wavelet contínua não é a mais adequada. Sua grande utilidade é demonstrar as propriedades gerais da teoria das wavelets. Com as transformadas discretas é possível obterem-se os mesmos bons resultados porém, com tempos de processamento significativamente menores. O excelente desempenho da transformada wavelet rápida foi comprovado através de sua aplicação no processo de detecção e localização de distúrbios.

Dentre os métodos baseados nas wavelets propostos para análise de transitórios, dois foram estudados detalhadamente: o método de Meliopoulos & Lee e o método de Chen & Hsiao. O estudo comparativo entre esses dois métodos resultou nas seguintes conclusões:

- O método de Meliopoulos & Lee apresenta como vantagem sua formulação matemática, a qual é semelhante a dos métodos tradicionais. Entretanto, possui métodos rudimentares de derivação e integração da base, a solução exige inversão matricial e como resultado, o esforço computacional do método é elevado.
- O método de Chen & Hsiao tem como desvantagem sua formulação matemática, em termos de equação de estado, que não é a usual na análise de

transitórios. Entretanto, as vantagens são várias: a base tem expressão fechada e simples; o método dispensa a derivação da base; a matriz operacional integral é obtida de forma simples e eficiente e possui algoritmo de solução de alto desempenho. Por tudo isso, o esforço computacional é muito baixo.

Ambos os métodos têm em comum o fato da precisão da resposta ser proporcional ao número de níveis usados. Em contrapartida, à medida que o número de níveis cresce, o esforço computacional aumenta. Portanto, os métodos baseados em wavelets apresentam um compromisso entre o número de elementos da base e a resolução da resposta. Constatou-se também que o método de Chen & Hsiao apresenta resolução praticamente igual à do Microtran®.

O estudo desses métodos possibilitou o desenvolvimento de uma metodologia alternativa, a qual apresenta vantagens de ambos os métodos: formulação matemática do método de Meliopoulos & Lee, base wavelet e matriz operacional do método de Chen & Hsiao. Embora essa nova metodologia use matriz de admitância nodal ao invés de formar equações de estado, a representação no domínio das wavelets é a mesma do método HWM. Naturalmente, o esforço computacional situa-se entre os dos métodos originais.

Como se constatou, análise de sistemas não-lineares exige esforço computacional redobrado, pois requer procedimento de maior complexidade, que em geral, envolve a resolução de um sistema linear. A escolha do método de cálculo *relativo ao sistema linear* então, é da maior importância, pois dela depende o sucesso do procedimento de análise do sistema não-linear. A opção pelo método de Chen & Hsiao configurou-se então, como a mais adequada visto que, dentre os métodos avaliados, ele é o mais eficiente do ponto de vista computacional.

As modificações implementadas visando estender a aplicabilidade do método de Chen & Hsiao a sistemas com estado inicial não-nulo e com elementos não-lineares foram validadas através da comparação com métodos tradicionais no domínio do tempo. Com a correção proposta, o método HWM passou a suportar sistemas com qualquer estado inicial.

Constatou-se também que as propriedades multiresolucionais das wavelets desempenham um papel fundamental, tanto na resolução do método HWM corrigido, quanto na obtenção do vetor de estado da variável não-linear. No caso não linear, o método mostrou-se vantajoso, devido principalmente ao processo de refinamento executado na região fronteira.

Como conclusão geral, pode-se afirmar que os métodos baseados nas wavelets (lineares ou não-lineares) apresentam as seguintes características:

- a precisão da resposta e o esforço computacional são diretamente proporcionais ao número de níveis utilizados;
- há um compromisso entre velocidade de processamento e precisão da solução.

Para finalizar, pode-se concluir que o estudo desenvolvido nesta tese configurou-se como uma continuação dos estudos iniciados por Chen & Hsiao e Meliopoulos & Lee. Os bons resultados obtidos estimulam a continuação de estudos em busca de sua aplicação efetiva. Neste sentido, muitas são as sugestões de continuidade desta pesquisa, dentre as quais se selecionaram:

- Aplicação dos métodos HWM, HBTA e WBTA:
 - a circuitos em maior escala, visando avaliação do esforço computacional;
 - a circuitos trifásicos;
 - a circuitos a parâmetros distribuídos;
 - a sistemas variantes no tempo;

- a circuitos excitados por transitórios de curta duração superpostos em sinais de baixa frequência.
- Aplicação dos métodos HBTA e WBTA a sistemas não-lineares.
- Estudo do uso de bases de wavelets diferenciáveis *versus* base não-diferenciável para aplicações a circuitos com elementos não-lineares.
- Aplicação da rotina não-linear desenvolvida a circuitos não-lineares mais complexos.
- Avaliação da estabilidade numérica dos métodos HWM, HBTA e WBTA.

REFERÊNCIAS

ANGRISANI, L., DAPONTE, P., D'APUZZO, M., TESTA, A. A new wavelet transform bases procedure for electrical power quality analysis. Proceeding of the 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Las Vegas, October 1996.

A measurement method based on the wavelet transform for power quality analysis. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, n. 4, pp. 990-998, October 1998.

A virtual digital-processing instrument for measuring superimposed power line disturbances. Electric Power Research, v. 24, pp. 9-19, 1998.

A method for the automatic detection and measurement of transients. Part I: the measurement method. Electric Power Research, v. 25, pp. 19-30, 1999.

A method for the automatic detection and measurement of transients. Part II: applications. Electric Power Research, v. 25, pp. 31-40, 1999.

BARBOSA, O.O., SOUZA, B.A., BRITO, N.S.D. A transformada wavelet contínua e sua aplicação na análise de transitórios em sistemas de potência. Relatório de iniciação científica, parte I – PIBIC, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, dezembro, 1998.

BEZERRA, J.M.M., SOUZA, B.A., BRITO, N.S.D. A transformada wavelet contínua e sua aplicação na análise de transitórios em sistemas de potência. Relatório de iniciação científica, parte II – PIBIC, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, agosto, 1999.

BRITO, N.S.D. Teoria wavelet e sua aplicação em sistemas de energia elétrica. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, novembro, 1996.

_____ PIRES, F.A.C. Aplicação da teoria wavelet na detecção e localização de distúrbios. II Seminário Brasileiro sobre Qualidade da Energia Elétrica, São Lourenço, novembro, 1997.

_____ SOUZA, B.A. Wavelets – uma nova ferramenta matemática para sistemas de energia elétrica. Revista Ciência e Engenharia, Universidade Federal de Uberlândia, n. 2, ano 6, 1997, ISSN 0103-944X.

BRITO, N.S.D. Wavelets Daubechies em sistemas de energia elétrica. Relatório de projeto e pesquisa, COPELE/UFPB, Campina Grande, junho, 1997.

_____ Aplicação da wavelet Morlet na análise de transitórios em sistemas de potência. Relatório de projeto e pesquisa, COPELE/UFPB, Campina Grande, março, 1998.

_____ Aplicação da teoria de frames na reconstrução de sinais. Relatório de projeto e pesquisa, COPELE/UFPB, Campina Grande, outubro, 1998.

_____ SOUZA, B.A. A non-differentiable wavelet algorithm for transient analysis. Aprovado para apresentação na International Conference on Power System Transients, Rio de Janeiro, June 2001.

BARBOSA, O.O., BEZERRA, J.M.M., PIRES, F.A.C.

Aplicação da transformada wavelet contínua em qualidade da energia elétrica. III Seminário Brasileiro sobre Qualidade da Energia Elétrica, Brasília, agosto, 1999.

PIRES, F.A.C. Daubechies wavelets in quality of electrical power. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.

BURRUS, C.S., RAMESH, A.G., GUO, H. Introduction to wavelets and wavelet transforms. Prentice Hall, 1998.

CHAARI, O., MEUNIER, M., BROUAYE, F. Wavelets: a new tool for the resonant grounded power distribution systems relaying. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 3, pp. 1301-1308, July 1996.

CHEN, C.F., HSIAO, C.H. Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems. IEE Proceeding of the Control Theory Appl., v. 144, n. 1, pp. 87-94, January 1997.

Wavelet approach to optimising dynamic systems. IEE Proceeding of the Control Theory Appl., v. 146, n. 2, pp. 213-219, March 1999.

CHUA, L.O., HASLER, M., NEIRYNCK, J., VERBURGH, P. Dynamics of a piecewise-linear resonant circuit. IEEE Transactions on Circuits and Systems, v. CAS-29, n. 8, pp. 535-546, August 1992.

COLLINS, M.P., HURLEY, W.G., JONES, E. The application of wavelet theory to power quality diagnostics. Proceeding of the UPEC 94, England, 1994.

DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics, v. 41, pp. 909-996, 1988.

The wavelet transform, time/frequency location and signal analysis. IEEE Transactions on Information Theory, v. 36, pp. 961-1005, 1990.

-
- _____ Ten lectures on wavelets. CBMS-NSF Regional Conference Series, SIAM, 1992.
- EPRI – Electric Power Research Institute. Wavelets: a tool for enhanced information processing – technical brief, September 1994.
- GALLI, A.W., HEYDT, G.T., RIBEIRO, P.F. Exploring the power of wavelet analysis. IEEE Computer Applications in Power, pp. 37-41, October 1996.
-
- _____ NIELSEN, O.M. Wavelet analysis for power system transients. IEEE Computer Applications in Power, pp. 16-25, January 1999.
- GAOUDA, A.M., SALAMA, M.M.A., SULTAN, M.R. Automated recognition system for classifying and quantifying the electric power quality. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.
-
- _____ CHIKHANI, A.Y. Power quality detection and classification using wavelet-multiresolution signal decomposition. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, pp. 1469-1476, October 1999.
- GOMEZ-MORANTE, M., NICOLETTI, D.W. A wavelet-based differential transformer protection. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, pp. 1351-1358, October 1999.
- GU, Y., BOLLEN, M.H.J. Time-frequency and time-scale domain analysis of voltage disturbances. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 4, pp. 1279-1284, October 2000.
- HEYDT, G.T., GALLI, A.W. Transient power quality problems analyzed using wavelets. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 12, n. 2, pp. 908-915, April 1997.

HSIAO, C.H. The design and manufacturing of a secant corrector for some tracking equipments. 3th Conference on Science and Technology of National Defense, Taiwan, 1994: *Apud* CHEN, C.F., HSIAO, C.H. Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems. IEE Proceeding of the Control Theory Appl., v. 144, n. 1, pp. 87-94, January 1997.

HSIEH, C.H., HUANG, S.J., HUANG, C.L. Data reduction of power quality disturbances- a wavelet transform approach. Electric Power Research, v 47, pp. 79-86, 1998.

HUANG, S.J., HSIEH, C.T., HUANG, C.L. Applications of wavelets to classify power system disturbances. Electric Power System Research, v. 47, pp. 87-93, 1998.

_____ Application of Morlet wavelets to supervise power system disturbances. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 1, pp. 235-243, January 1999.

_____ High-impedance fault detection utilizing a Morlet wavelet transform approach. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, pp. 1401-1410, October 1999.

JIANG, F., Bo, Z.Q., WELLER, G., CHIN, P.S.M., REDFERN, M.A. A GSP based fault location scheme for distribution line using wavelet transform technique. Proceeding of the International Conference on Power System Transients, Budapest, June 1999.

_____ CHIN, P.S.M., WELLER, G., REDFERN, M.A. A wavelet transform based new direction relay using transient current signals. Proceeding of the International Conference on Power System Transients, Budapest, June 1999.

- KARIMI, M., MOKHTARI, H., IRAVANI, M.R. Wavelet based on-line disturbance detection for power quality applications. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 4, pp. 1212-1220, October 2000.
- LEE, C.H. Wavelet-based transient analysis. Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, June 1998.
- LEE, D. An application of wavelet networks in condition monitoring. IEEE Power Engineering Review, pp. 6970, January 1999.
- LITTLER, T.B., MORROW, D.J. Wavelets for the analysis and compression of power system disturbances. IEEE Transactions on Power Delivery, 1998.
- LIU, J., PILAY, P. An insight into power quality disturbances using wavelet multiresolution analysis. IEEE Power Engineering Review, September 1999.
- MAGNAGO, F.H., ABUR, A. Fault location using wavelets. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, n. 4, pp. 1475-1480, October 1998.
- MALLAT, S.G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, v. 11, n. 7, July 1989.
- MARTINEZ-VELASCO, J.A. Computed analysis of electric power systems transients – Selected readings, IEEE, 1997.
- MATHWORK INC., Matlab: High-Performance Numeric Computations and Visualization Software. Matlab User's guide, 1997.
- MELIOPOULOS, A.P.S., LEE, C.H. Wavelet based transient analysis. 29th NAPS, Laramie, October 1997.
-
- Power disturbance analysis via wavelet domain equivalents. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.

-
- _____ An alternative method for transient analysis via wavelets. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 1, January 2000.
- MEUNIER, M., BROUAYE, F. Fourier transform, wavelets, prony analysis: tools for harmonics and quality of power. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.
- MICROTRAN POWER SYSTEM ANALYSIS CORPORATION. Transient Analysis Program Reference Manual, Vancouver, 1992.
- NIELSEN, J.T. Analysis of transients in power distribution networks using wavelet analysis. Master's thesis, Technical University of Denmark, August 1995.
- NIELSEN, O.M. Wavelets in scientific computing. Ph.D. Dissertation, Technical University of Denmark, March 1998.
- PANDEY, S.K., SATISH, L. Multiresolution signal decomposition: a new tool for fault detection in power transformers during impulse tests. IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, n. 4, pp. 1194-1207, October 1998.
- PERUNICIC, B., MALLINI, M., WANG, Z., LIU, Y. Power quality disturbance detection and classification using wavelets and artificial neural networks. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.
- PILAY, P., BHATTACHARJEE, A. Application of wavelets to model short-term power system disturbances. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 4, pp. 2031-2037, November 1996.
-
- _____ RIBEIRO, P.F., PAN, Q.. Power quality modeling using wavelets. Proceeding of the 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Las Vegas, October 1996.

- PIRES, F.A.C., BRITO, N.S.D. The analysis of transient phenomena using the wavelet theory. Proceeding of the International Conference on Power System Transients, Seattle, June 1997.
- POISSON, O., RIOUAL, P., ASSEF, Y., BASTARD, P. Advanced techniques for power quality analysis: a real case study. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, Greece, October 1998.
- _____ MEUNIER, M. Detection and measurement of power quality disturbances using wavelet transform. Proceeding of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Athens, October 1998.
- _____ MEUNIER, M. Detection and measurement of power quality disturbances using wavelet transform. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 3, pp. 1039-1044, July 2000.
- POULARIKAS, A.D. The transforms and applications – Handbook. CRC Press – IEEE Press, 1996.
- RIBEIRO, P.F. Wavelet transform: an advanced tool for analyzing non-stationary harmonic distortions in power systems. Proceeding of the IEEE ICHPS VI, Bologna, September 1994.
- _____ HAQUE, T., PILAY, P., BHATTACHARJEE, A. Application of wavelets to determine motor drive performance during power systems switching transients. Proceeding of the EPRI PQA '94, Amsterdam, October 1994.
- _____ SAMOTYJ, M. Advanced techniques for voltage quality analysis: unnecessary sophistication or indispensable tools? Proceeding of the EPRI PQA '94, Amsterdam, October 1994.
- RIOUL, O., VETTERLI, M. Wavelets and signal processing. IEEE SP Magazine, October 1991.

ROBERTSON, D.C., CAMPS, O.I., MAYER, J.S., GISH, W.B. Wavelets and electromagnetic power system transients. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 2, pp. 1050-1056, April 1996.

SANTOSO, S., POWERS, E.J., GRADY, W.M., HOFMANN, P. Power quality assessment via wavelet transform analysis. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 11, n. 2, pp. 924-930, April 1996.

Power quality disturbance identification using wavelet transformers and artificial neural network. Proceeding of the 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Las Vegas, October 1996.

Power quality disturbance data compression using wavelet transform methods. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 12, n. 2, pp. 908-915, April 1997.

PARSONS, A.C. Power quality disturbance waveform recognition using wavelet-based neural classifier – Part 1: Theoretical foundation. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 1, January 2000.

Power quality disturbance waveform recognition using wavelet-based neural classifier – Part 2: Application. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 1, January 2000.

GRADY, W.M., POWERS, E.J., LAMOREE, J., BHATT, S.C. Characterization of distribution power quality events with Fourier and wavelet transforms. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 15, n. 1, January 2000.

-
- SATISH, L. Short-time Fourier and wavelet transforms for fault detection in power transformers during impulse tests. IEE Proceeding of the Sci. Meas. Technology, v. 145, n. 2, March 1998.
- SOUZA, B.A. Métodos computacionais da resposta de circuitos não-lineares com excitação periódica: um estudo voltados para análise de ferroressonância. Tese de doutorado, COPELE, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1995.
- STYVAKTAKIS, E., BOLLEN, M.H.J., GU, I.Y.H. A fault location technique using high frequency fault clearing transients. IEEE Power Engineering Review, May 1999.
- TUNABOYLU, N.S., COLLINS JR., E.R. The wavelet transform approach to detect and quantify voltage sags. Proceeding of the 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Las Vegas, October 1996.
- ZHENG, T., MAKRAM, E.B., GIRGIS, A.A. Power system transient and harmonic studies using wavelet transform. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, October 1999.
- WILKINSON, W.A., COX, M.D. Discrete wavelet analysis of power system transients. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 4, pp. 2038-2044, November 1996.
- YOUNG, R.G. Wavelet theory and its applications. Kluwer Academics Publishers, 1995.
- YU, I.K., SONG, Y.H. Wavelet transform and neural network approach to developing adaptive single-pole auto-reclosing schemes for EHV transmission systems. IEEE Power Engineering Review – Letters, December 1998.

- SATISH, L. Short-time Fourier and wavelet transforms for fault detection in power transformers during impulse tests. IEE Proceeding of the Sci. Meas. Technology, v. 145, n. 2, March 1998.
- SOUZA, B.A. Métodos computacionais da resposta de circuitos não-lineares com excitação periódica: um estudo voltados para análise de ferroressonância. Tese de doutorado, COPELE, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 1995.
- STYVAKTAKIS, E., BOLLEN, M.H.J., GU, I.Y.H. A fault location technique using high frequency fault clearing transients. IEEE Power Engineering Review, May 1999.
- TUNABOYLU, N.S., COLLINS JR., E.R. The wavelet transform approach to detect and quantify voltage sags. Proceeding of the 7th International Conference on Harmonics and Quality of Power, Las Vegas, October 1996.
- ZHENG, T., MAKRAM, E.B., GIRGIS, A.A. Power system transient and harmonic studies using wavelet transform. IEEE Transactions on Power Delivery, v. 14, n. 4, October 1999.
- WILKINSON, W.A., COX, M.D. Discrete wavelet analysis of power system transients. IEEE Transactions on Power Systems, v. 11, n. 4, pp. 2038-2044, November 1996.
- YOUNG, R.G. Wavelet theory and its applications. Kluwer Academics Publishers, 1995.
- YU, I.K., SONG, Y.H. Wavelet transform and neural network approach to developing adaptive single-pole auto-reclosing schemes for EHV transmission systems. IEEE Power Engineering Review – Letters, December 1998.