

REDES NEURAIAS ARTIFICIAIS RECORRENTES:
UMA APLICAÇÃO À OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO
DE SISTEMAS DE GERAÇÃO

RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO

Tese apresentada à coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica -COPELE da Universidade Federal da Paraíba – Campus II como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica

Área de Concentração: Processamento da Energia

Benemar Alencar de Souza, DSc
Prof. Orientador
Manoel Afonso de Carvalho Jr, PhD
Prof. Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil
©Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino, 19 de fevereiro de 2001



A757r Aquino, Ronaldo Ribeiro Barbosa de
Redes neurais artificiais recorrentes : uma aplicacao a
otimizacao da operacao de sistemas de geracao / Ronaldo
Ribeiro Barbosa de Aquino. - Campina Grande, 2001.
114 f.

Tese (Dotorado em Engenharia Eletrica) - Universidade
Federal da Paraiba, Centro de Ciencias e Tecnologia.

1. Processamento de Energia 2. Energia - Sistemas de
Geracao 3. Energia - Otimizacao 4. Redes Neurais
Artificiais - Energia 5. Tese - Engenharia Eletrica I.
Souza, Benemar Alencar de II. Carvalho Junior, Manoel
Afonso de III. Universidade Federal da Paraiba - Campina
Grande (PB) IV. Título

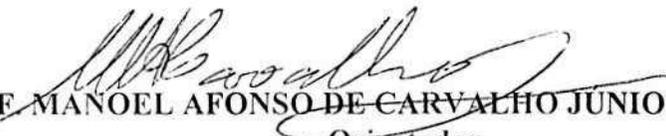
COU 681.311(043)

**REDES NEURAIS ARTIFICIAIS RECORRENTES: UMA APLICAÇÃO À
OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS DE GERAÇÃO**

RONALDO RIBEIRO BARBOSA DE AQUINO

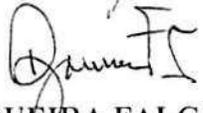
Tese Aprovada em 19.02.2001


PROF. BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFPB
Orientador


PROF. MANOEL AFONSO DE CARVALHO JUNIOR, Ph.D., UFPE
Orientador


WELLINGTON SANTOS MOTA, Ph.D., UFPB
Componente da Banca


FRANCISCO MARCOS DE ASSIS, Dr., UFPB
Componente da Banca


DJALMA MOSQUEIRA FALCÃO, Ph.D., UFRJ
Componente da Banca


ALBERT CORDEIRO GÊBER DE MELO, D.Sc., CEPEL
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB
Fevereiro - 2000

Este trabalho é dedicado à minha esposa Aida, filhas Amanda e Ana Clara, ao meu pai Mozart e minha mãe Maria Lúcia.

Agradecimentos

Aos professores orientadores Benemar Alencar de Souza e Manoel Afonso de Carvalho Jr., por toda atenção, apoio e dedicação demonstrado ao longo deste doutorado.

Aos professores componentes da banca examinadora pelo interesse em fazer contribuições estimulantes para a melhoria do trabalho.

Aos Professores e Colegas da COPELE/UEPB pela participação, sempre positiva, em todos os projetos que apresentei.

À Coordenação dos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – COPELE, da UFPB por todo apoio demonstrado ao longo do curso

Ao Departamento de Engenharia Elétrica e Sistemas de Potência - DEESP, da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, por ter autorizado a minha liberação das atividades de ensino, para dedicação exclusiva a esta pesquisa.

À Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES que através do Programa Institucional de Capacitação de Docentes e Técnicos – PICDT financiou em parte esta pesquisa.

Abstract

This work deals with the study of artificial neural networks(ANN) to solve optimization problems and their applications in the mid-term operation planning of hydrothermal generation systems. The operation planning problem deals with economic power dispatches, that is, with the scheduling of hydro and thermal power plants that minimizes the overall production cost while satisfies the load demand. The study of ANN as optimization tools for solving large scale problems was motivated by the necessity to being up to date with the state of the art of this new technology. This technique has a great potential for hardware VLSI implementation, in which could be more efficient then traditional optimization techniques. The operation planning of hydrothermal generation systems is a large scale problem, whose complexity increases as the planning horizon increases and the accuracy of the system modeling increases. Hence, to solve such a large problem an efficient optimization technique is always necessary. This work considers recurrent ANN to solve linear and quadratic programming problems. These networks are based on the solution of a set of differential equations that are obtained from a transformation of a Lagrangian energy function. This network also provides the corresponding Lagrange multiplier associated with each constraint, which is the marginal price.

The ANN was applied to solve the economic power dispatches of the CHESF/ELETRONORTE interconnected system to which was calculated the optimized solution, the marginal costs and the water values associated with each hydro plant

Resumo

Este trabalho tem como objetivo estudar as redes neurais artificiais (RNA) como ferramenta de otimização e aplicá-la ao planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração, no horizonte de médio prazo. O planejamento da operação é realizado através dos despachos econômicos de geração, os quais estabelecem quanto cada usina hidroelétrica e/ou termelétrica deve gerar para atender a um determinado mercado de energia de forma a minimizar o valor esperado do custo total de geração. A motivação para o estudo das RNA como meio de resolver problemas de otimização de grande porte vem da necessidade de pesquisar e acompanhar o desenvolvimento de novas tecnologias. Esta técnica tem um grande potencial para implementação em hardware do tipo VLSI, na qual seria mais eficiente do que as técnicas tradicionais de otimização. O planejamento da operação de sistemas de geração hidrotérmica envolve problemas de grande porte, cujo tamanho varia de acordo com o horizonte de estudo e o detalhamento do sistema gerador. Desta forma o problema em foco requer sempre uma ferramenta de otimização eficiente. Este trabalho é desenvolvido utilizando as RNA recorrentes para solucionar problemas de programação linear e quadrática. Estas redes são baseadas na solução de um conjunto de equações diferenciais que são obtidas da função energia do Lagrangiano. Esta rede também disponibiliza o multiplicador de Lagrange associado a cada restrição, o qual é o preço marginal.

A RNA implementada foi aplicada ao despacho econômico de geração do sistema interligado CHESF/ELETRONORTE, para o qual foi obtido a solução otimizada da operação hidrotérmica, os custos marginais de geração e o valor da água associado com cada hidrelétrica.

SUMÁRIO

	Pág
1. Introdução.....	1
2. Descrição do Trabalho.....	4
3. Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos.....	6
3.1. Características das Fontes Geradoras de Energia.....	8
3.1.1. Hidrelétricas.....	8
3.1.2. Termelétricas.....	12
4. Redes Neurais Recorrentes.....	13
4.1. Neurônio como uma Função.....	13
4.2. Sinal e Velocidade de Ativação.....	14
4.3. Ativações Biológicas e Sinais.....	14
4.4. Representação da Dinâmica Neuronal.....	16
4.4.1. Dinâmica Neuronal Aditiva.....	16
4.4.2. Decaimento Passivo da Membrana.....	16
4.4.3. Constante de Tempo da Membrana.....	17
4.4.4. Potencial Remanescente da Membrana.....	18
4.4.5. Entrada Aditiva Externa.....	18
4.4.6. Neurônio Aditivo Realimentado.....	19
4.4.7 Monotonicidade da Função Sinal.....	19
4.5. Campos de Neurônios.....	19
4.6. Espaços de Estados Neuronal.....	20
4.7. Espaços de Estados do Sinal como Hipercubo.....	21
4.8. Sistema Dinâmicos Neuroniais	22
4.8.1. Matrizes de Conexão Sináptica.....	23
4.8.2. Topologias de Conexão Bidirecional e Unidirecional.....	23
4.9. Modelos Aditivo de Ativação.....	25
4.10. BAM Aditiva e Contínua	26

4.11. Modelos Bivalentes e Aditivos.....	27
4.12. BAM Bivalente e Aditiva.....	27
4.13. Funções de Lyapunov	29
4.13.1. Função de Lyapunov da BAM.....	32
4.14. Matrizes de Conexão da BAM.....	33
4.14.1. Exemplo de Formação da Matriz BAM.....	33
5. Redes Neurais de Hopfield.....	36
5.1. Modelo Discreto de Hopfield.....	36
5.1.1 Função Energia para o Modelo Discreto.....	40
5.2. Modelo Contínuo de Hopfield.....	40
5.2.1 Função Energia para o Modelo Contínuo.....	43
5.2.2 Efeitos da Função de Saída Não-linear.....	44
6. Redes Neurais como Ferramenta de Otimização.....	46
6.1. Preliminares Programação Matemática.....	47
6.2. Rede Neural de Hopfield para Problemas de Programação Linear(PPL)....	49
6.3. Rede Neural de Hopfield para PPL – modificada por Kennedy e Chua....	51
6.3.1. Algoritmo Neural para Programação Linear(PL) e Quadrática(PQ).....	55
6.3.2. Algoritmo Neural para PQ (Caso dos Mínimos Quadrados).....	56
6.4. Rede Neural de Maa-Shanblatt (Otimização em Duas Fases).....	58
7. Simulação de Casos Exemplos	63
7.1 Exemplos de da Rede de Kennedy-Chua.....	63
7.1. 1. Problema de Programação Linear.....	63
7.1.2. Problema de Programação Quadrática(PQ).....	65
7.1.3. Problema de PQ(caso dos mínimos quadráticos).....	66
7.1.4. Problema de Despacho Econômico de Potência(DEP).....	67
7.1.5. DEP- Análise de Sensibilidade ao Custo de Geração.....	69
7.2. Exemplos da Rede de Maa-Shanblatt.....	69
7.2.1. Problema de Programação Linear Simulador da 1ª fase.....	70
7.2.2. Problema de Programação Linear Simulador da 2ª fase.....	71
7.2.3. Problema de Programação Linear Fluxo em Redes	72

8. Aplicação à Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração.....	78
8.1. Introdução.....	78
8.2. Despacho Hidrotérmico com Operação de Reservatórios.....	80
8.2.1. Formulação Matemática do Subproblema Hidráulico.....	81
8.2.2. Formulação Matemática do Subproblema de Balanço de Energia	83
8.2.3. Geração Hidráulica.....	84
8.2.4. Função Objetivo	84
8.2.5. Estudo de Casos.....	84
8.2.6. Dados Usados nas Simulações.....	85
8.2.7 Análise dos Resultados.....	87
8.2.8 Análise de Sensibilidade.....	89
8.2.9 Características da Implementação do Método das Duas Fases.....	90
9. Conclusões e Trabalhos Futuros.....	96
9.1 Histórico.....	97
9.2 Conclusões.....	98
9.3 Trabalhos Futuros.....	99
Referências Bibliográficas.....	100

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho estudam-se as redes neurais artificiais (RNA) como ferramenta de otimização utilizando-a no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de grande porte, mais especificamente o sistema interligado CHESF/ELETRONORTE, do qual descreve-se a seguir as principais características operativas. As empresas CHESF e ELETRONORTE são as geradoras de energia elétrica para as regiões Nordeste (excluindo o estado do Maranhão) e Norte (incluindo o estado do Maranhão) do Brasil respectivamente.

A operação de sistemas hidrotérmicos de geração com predominância hidráulica como é o caso do sistema CHESF, possui diversas restrições operativas que não dependem apenas do sistema de geração, dentre as quais pode-se citar: vazão mínima para navegação, volume máximo para controle de cheias, vertimentos devido a operação de eclusas (como é o caso da hidroelétrica de Sobradinho), manutenção de cotas mínimas de montante e/ou jusante para captação de água.

Essas restrições atuam no sistema gerador não apenas diminuindo sua flexibilidade operativa como também em alguns casos sua capacidade de geração de energia. Contudo grande parte dessas restrições hoje estão incorporadas às usinas construídas e não tendem a mudar, porém dois outros aspectos precisam ser analisados dentro do planejamento da operação, que são a irrigação e a transposição de bacias, que para o caso em foco, do rio São Francisco causam grandes impactos não só pela retirada de águas como também no mercado de energia elétrica.

As redes neurais artificiais têm sido largamente aplicadas a problemas de engenharia de uma maneira geral e especificamente em sistemas de potência, sendo mais utilizadas as redes neurais do tipo não realimentada ou estática. Uma vez estabelecida a arquitetura da rede estática, esta é treinada utilizando-se casos exemplos. Das aplicações de redes neurais estáticas podem-se citar as seguintes: previsão de carga [Khotanzad et al, 1997], controle da estabilidade de geradores em sistemas de potência [Djukanovic et al, 1992], determinação de contingências que podem causar instabilidade em sistemas de potência [Mansour et al, 1997], [Neto et al, 1998], proteção de sistemas de potência [Giovanini & Coury, 1999], [Jorge et al, 1999], operação de sistemas hidrotérmicos [Liang & Hsu, 1994] e [Aquino et al, 1999a]. Todas estas aplicações foram realizadas pelo mapeamento de entradas e saídas através do treinamento das redes e posterior apresentação da rede a um caso desconhecido para obter-se o resultado desejado. Problemas que possuem muitas entradas e saídas para serem mapeados apropriadamente necessitam de um número excessivo de casos de treinamento inviabilizando a modelagem [Aquino et al, 1999a], [Haykin, 1994]. Entretanto, se este problema for modelado matematicamente como um problema de programação linear ou quadrática então pode-se utilizar uma rede neural realimentada (recorrente) ou dinâmica, que não necessita conjunto de treinamento. Será neste último tipo de rede o enfoque deste trabalho.

O problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos tem sido solucionado tradicionalmente através de técnicas de otimização como programação linear e não linear como mostrado nas referências [Pereira & Pinto, 1982], [Aquino & Carvalho Jr., 1993], [Aquino & Carvalho Jr., 1997], [Aquino et al, 1998], [Yan et al, 1993], [Oliveira & Soares, 1995], [Heredia & Nabona, 1995] além da programação dinâmica [Maceira et al 1998], [Maceira et al 2000], [Cunha et al, 1998]. Recentemente tem sido utilizada também como ferramenta de otimização as redes neurais artificiais o que se verifica nas seguintes referências: [Sasaki et al, 1992], [Park et al, 1993], [Liang & Hsu, 1996], [Su & Chiou, 1997], [Walsh & O'Malley, 1997], [Lee et al, 1998], [Yalcinoz & Short, 1998], [Liang, 1999]. Estas referências foram estudadas com o objetivo de aplicá-las ao problema em foco.

É importante ressaltar que nenhuma das referências apresentadas tratam da aplicação das redes neurais recorrentes para solucionar o problema do despacho hidrotérmico com operação de reservatórios em sistemas interligados e o cálculo dos preços marginais, o que garante a originalidade do trabalho.

Por outro lado, de um modo geral as pesquisas das RNA estão sempre ligadas a possibilidade da sua implementação em hardware [Hasan & Siong, 1997] e [Montalvo et al, 1997] com o objetivo futuro de explorar-se toda sua potencialidade. Como que foi sugerido em [Wang & Xia, 1998] a implementação de redes desse tipo em VLSI(very large scale integration) *chips* e sua utilização como coprocessadores em computadores para resolver problemas de atribuição de grande porte.

Capítulo 2

Descrição do trabalho

Esta tese de doutorado compreende vários subprojetos [Aquino, 1997a, 1997b, 1998, 1999, 2000], já realizados e artigos divulgados [Aquino & Carvalho Jr., 1997], [Aquino et al, 1998, 1999a, 1999b].

O trabalho de doutoramento iniciou-se com um projeto de revisão bibliográfica sobre as RNA divulgado através de [Aquino, 1997a]. Posteriormente abordou-se as técnicas tradicionais de otimização em programação linear (PL), apresentado no projeto de pesquisa [Aquino, 1997b] e nos artigos [Aquino & Carvalho Jr., 1997] e [Aquino et al, 1998]. Também realizou-se estudos de aplicação de redes estáticas ou não realimentada do tipo MLP(perceptron em múltiplas camadas) como verifica-se em [Aquino, 1998] e [Aquino et al, 1999a].

Contudo, o trabalho finalizado como tese de doutorado, apresenta um estudo detalhado das RNA recorrentes mostrando as principais representantes deste tipo de rede e suas características. Este estudo, apresentado no projeto de pesquisa [Aquino, 1999] e na proposta de tese [Aquino, 2000], teve por intenção o embasamento necessário a compreensão da formulação das redes recorrentes para a solução de problemas de otimização, especificamente problemas de programação linear(PL) e quadrática(PQ).

As redes especializadas em resolver problemas de PL e PQ foram testadas em diversas formulações. Sendo aplicada ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração através da solução do problema de despacho econômico de geração [Aquino et al, 1999b].

O texto está organizado em seis partes básicas. Na primeira que corresponde ao capítulo 3, descreve o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração mostrando-se as principais características do sistema gerador. Em seguida, no capítulo 4, é detalhado os aspectos teóricos da redes neurais recorrentes.

A terceira parte, trata das redes neurais de Hopfield no capítulo 5, redes estas a partir das quais houve um novo impulso ao estudo das RNA na década de 80.

Na quarta parte, capítulo 6, mostra-se diversas técnicas de resolver problemas de programação matemática através das redes neurais artificiais, detalhando-se aspectos teóricos e práticos das diversas técnicas.

Na quinta parte têm-se as aplicações, capítulo 7, em que os algoritmos implementados são aplicados a casos testes gerais. O capítulo 8, trata da formulação matemática e da solução de problemas típicos ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração.

Finalmente na sexta parte, capítulo 9, apresenta-se um histórico relatando fatos e a sequência de desenvolvimento dos trabalhos suas conclusões e os trabalhos propostos para o futuros.

O trabalho também apresenta uma revisão bibliográfica detalhada sobre o assunto em estudo.

Capítulo 3

Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração é função das suas características físicas e das restrições operativas como descrito no capítulo 1. Para o caso de sistemas hidrotérmicos de grande porte o planejamento da operação é desenvolvido em etapas de acordo com o horizonte de estudo, o que está descrito na figura 3.1. No longo prazo são enfatizados os aspectos energéticos simulando-se o sistema de forma agregada e considerando-se reservatórios equivalentes (que seria um reservatório único representativo de um conjunto de outros, normalmente no mesmo sistema gerador). Já no médio prazo detalha-se o sistema hidráulico e considera-se a rede elétrica apenas nas interligações entre os sistemas. No curto prazo são realizados os estudos detalhados da rede elétrica.

Este trabalho está concentrado na etapa de médio prazo do planejamento energético cuja modelagem será detalhada no capítulo 8.

3.1. Características das Fontes Geradoras de Energia

Tendo em vista a necessidade de um conhecimento mínimo sobre as fontes geradoras utilizadas neste trabalho, hidrelétricas e termelétricas, em seguida serão detalhados os principais aspectos destas fontes geradoras de energia com o objetivo de tornar possível sua modelagem em problemas de operação de sistemas hidrotérmicos. Estes *problemas descreverão a operação desta fontes (usinas) para atender um determinado mercado de energia elétrica*. Esta modelagem será mostrada quando for tratado os casos exemplos aplicados ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos no capítulo 8.

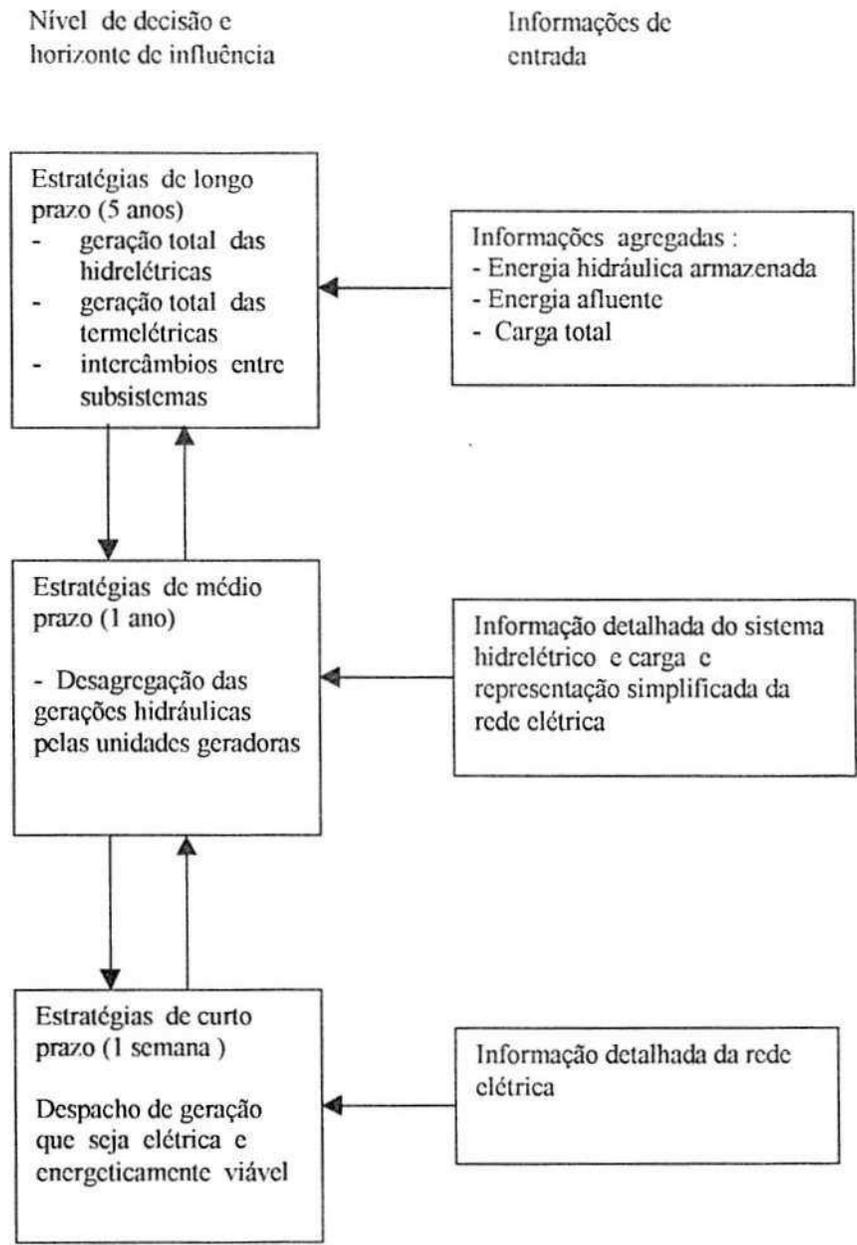


Figura 3.1 Processo de Decisão do Planejamento da Operação

3.1.1. Hidrelétricas

Um aproveitamento hidráulico é composto por: uma barragem formadora de um reservatório, uma casa de força, onde se encontram instalados os grupos turbina-gerador, uma subestação elevadora de tensão, de onde partem as linhas de transmissão para os centros consumidores e um vertedouro por onde são liberadas as vazões excedentes.

A água captada do reservatório penetra nos condutores forçados, transformando gradativamente a sua energia potencial em energia cinética e energia de pressão dinâmica. Ao atingir a turbina, estas duas parcelas são convertidas em energia mecânica, que é transmitida ao gerador, onde se processa a sua transformação em energia elétrica (figura.3.2).

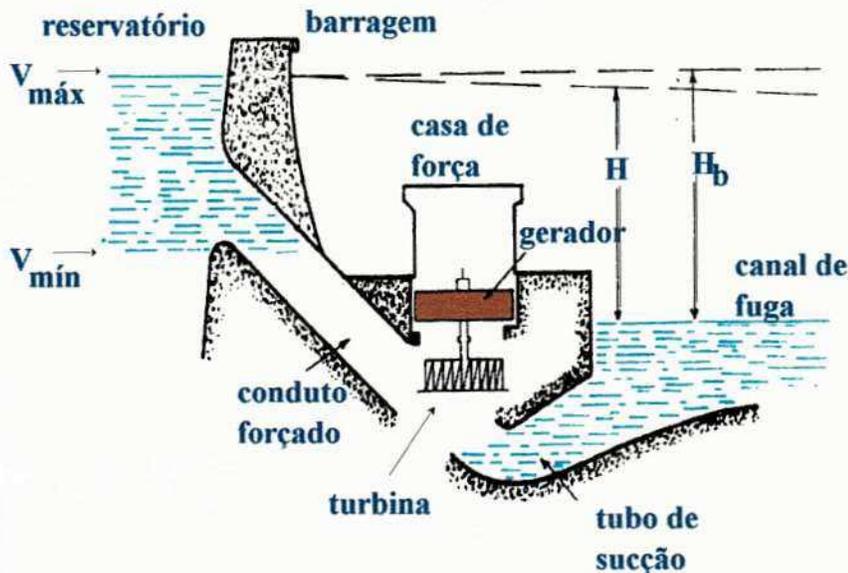


Figura . 3.2 . Perfil de uma Usina Hidrelétrica

Após ser utilizada, a água é liberada através do tubo de sucção, que a lança no canal de fuga da usina.

A energia potencial (E_{pa}) de uma massa de água m e altura H pode ser descrita como,

$$E_{pa} = m g H, \quad (3.1)$$

$$H = H^b - H^p \quad (3.2)$$

sendo:

H : queda líquida é o desnível efetivamente disponível para a produção de energia.

H^b : queda bruta em m, que é a diferença entre o nível do reservatório e do canal de fuga.

H^p : altura equivalente em m, correspondente às diversas perdas devidas ao atrito de escoamento e a energia cinética residual da água na saída do tubo de sucção.

m : massa de água em kg

g : aceleração da gravidade em m/s^2

E_{pa} : energia em joule.

Considerando-se agora a potência como a energia num intervalo de tempo(t) em segundos, pode-se escrever a potência disponível (P_a) como,

$$P_a = E_{pa}/t = m g H / t, \quad (3.3)$$

sendo:

P_a : potência em joule/segundo ou watt.

Sabendo-se que a massa m é calculada pelo produto do volume(V_{ol}) em m^3 pela massa específica(m_{esp}) em kg/m^3 e que o volume é obtido pelo produto da vazão(Q) pelo intervalo de tempo (t) de análise escreve-se,

$$m = V_{ol} \cdot m_{esp} = Q \cdot t \cdot m_{esp} \quad (3.4)$$

sendo:

m_{esp} massa específica da água igual a $10^3 kg/m^3$

Q : vazão turbinada em m^3/s .

Escreve-se então P_a como,

$$P_a = m g H / t = Q \cdot t \cdot m_{esp} \cdot g \cdot H / t$$

$$P_a = 10^3 \cdot g \cdot Q \cdot H. \quad (3.5)$$

Considerando-se os rendimentos da turbina(n_t) e gerador (n_g) e transformando-se de W para MW têm-se a potência instantânea produzida pelo gerador e disponível para a transmissão é igual a:

$$P = 10^{-3} \cdot g \cdot n_t \cdot n_g \cdot Q \cdot H \quad (3.6)$$

sendo:

P : potência produzida em MW

n_t : rendimento da turbina

n_g : rendimento do gerador

Define-se a produtividade da usina como sendo a potência que seria gerada pela turbinagem de $1 m^3/s$ de água. Então:

$$r = 10^{-3} \cdot g \cdot n_t \cdot n_g \cdot H \quad (3.7)$$

sendo:

A unidade de r compatível com as especificadas acima é $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$

É interessante notar que a produtividade assim definida varia com a altura de queda (H).

Para evitar esta dependência, define-se a produtividade específica da usina por metro de queda líquida:

$$\rho = 10^{-3} \cdot g \cdot n_t \cdot n_g \quad (3.8)$$

cuja unidade é $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$

Utilizando as definições de produtividade, a potência instantânea gerada por uma usina é definida como:

$$P = r \cdot Q \quad \text{ou} \quad P = \rho \cdot Q \cdot H \quad (3.9)$$

A vazão turbinada está limitada, principalmente, pelas restrições físicas da unidade geradora (grupo turbina-gerador). Logo

$$Q^{\min} \leq Q \leq Q^{\max} \quad (3.10)$$

sendo:

Q^{\min} : vazão mínima turbinável em m^3/s

Q^{\max} : vazão máxima turbinável em m^3/s

A barragem é a responsável pela manutenção do desnível entre montante e jusante. Ela forma um reservatório cuja água, é sempre renovada pela vazão afluyente ao mesmo, é captada para a produção de energia elétrica.

Os reservatórios, dependendo do tamanho, podem ser classificados em dois grupos, de compensação e de acumulação. Os do primeiro grupo têm volume suficiente somente para a regularização de descargas semanais ou diárias. Os do segundo grupo são maiores em tamanho e têm capacidade para regularizar as vazões de um mês, de um ano ou de alguns anos. Isto quer dizer que, estando completamente cheios, estes reservatórios demorariam um mês, um ano ou alguns anos para esvaziar. Os reservatórios classificados nos dois últimos casos (anuais ou plurianuais) atenuam bastante o efeito da aleatoriedade das afluências naturais pelo armazenamento em períodos chuvosos e deplecionamento em períodos secos.

As usinas de aproveitamento com reservatórios de compensação são chamados de "usinas a fio d'água". Como consideraremos sempre intervalos mensais, as vazões afluentes (médias mensais), sempre que superiores as vazões máximas turbinável, fluirão pelo vertedouro.

Nos reservatórios de acumulação, vazões afluentes superiores as vazões máximas turbinável poderão ser armazenadas até a capacidade máxima (V^{max}) do reservatório ser atingida. Existe também um volume mínimo (V^{min}) operativo que deve ser respeitado em épocas de deplecionamento (figura.3.2). Assim:

$$V^{min} \leq V \leq V^{max} \quad (3.11)$$

No sistema brasileiro, os reservatórios de acumulação são plurianuais. Doravante, sempre que mencionado reservatório, estará implícito reservatório de acumulação.

Mesmo com a existência de reservatórios, a produção média de energia de uma usina hidrelétrica, durante certo período, acha-se limitada pela vazão do rio. Esse não é o caso de potência máxima de uma usina, que só é limitada por características das máquinas e queda disponível. Mesmo nas usinas a fio d'água, sempre é possível manter uma regularização diária ($V = Q \times 86400$), onde 86400 é o número de segundos do mês, para atender à demanda de ponta.

3.1.2. Termelétricas

Para a produção de energia elétrica, as usinas térmicas podem utilizar combustíveis fósseis (carvão, óleo ou gás) ou físséis (natural ou enriquecido), definindo as térmicas convencionais e as nucleares. Em ambos os casos, os recursos naturais transformados são do tipo não renovável, de alto custo, mas não estão sujeitos às aleatoriedades dos recursos hidráulicos (a menos de interferência de ordem político-econômica). Mais recentemente, fontes alternativas, renováveis, têm surgido, embora em muitos casos com custo elevado.

Em qualquer tipo, o funcionamento é análogo. A queima do combustível produz calor, aquece a caldeira, formando vapor superaquecido e sob alta pressão. Este penetra na turbina, convertendo parte de sua energia térmica em mecânica, para acionar o gerador. Após ser utilizado, o vapor é resfriado no condensador, transformando-se novamente em água. Esta é bombeada para a caldeira, fechando assim o ciclo do vapor (figura.3.3).

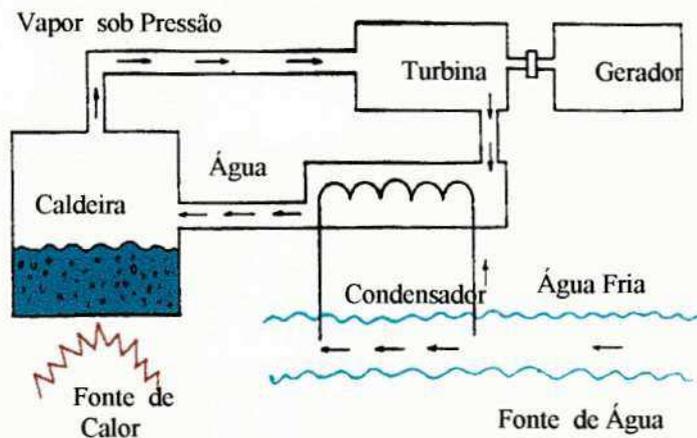


Figura. 3.3. Esquema de Funcionamento de uma Usina Térmica

Considerando o suprimento de combustível adequado, a produção de energia elétrica em uma unidade térmica só é limitada pela capacidade instalada e pelo tempo de parada para manutenção e imprevisto. Desta maneira:

$$0 \leq P^{min} \leq P \leq P^{max} \quad (3.12)$$

sendo;

P : potência gerada em MW

P^{min} : potência mínima operativa da unidade geradora em MW

P^{max} : potência máxima operativa da unidade geradora em MW

Normalmente, o suprimento de combustível não é problemático, de modo que uma central termelétrica pode ter sua capacidade energética definida, a menos de paradas por quebras, de forma determinística. Definida a capacidade instalada da usina para o atendimento de ponta (demanda máxima), a energia (demanda média) é automaticamente atendida, uma vez que unidades térmicas podem operar a fatores de capacidade superiores a qualquer mercado consumidor. É importante destacar que do ponto de vista operativo, no caso do sistema brasileiro, o despacho das térmicas depende fortemente do despacho das hidrelétricas.

Capítulo 4

Redes Neurais Recorrentes

As redes neurais recorrentes tomaram força nos anos 80 quando John J. Hopfield publicou seu primeiro artigo sobre o assunto em 1982 e apresentou seu modelo discreto para as memórias associativas, o qual será apresentado no capítulo 5. O estudo teórico e aplicações das redes neurais recorrentes evoluiu nos artigos subsequentes [Hopfield, 1984, 1987, 1990] e [Hopfield et al, 1983] e [Hopfield & Tank, 1985, 1986] e [Tank & Hopfield, 1986, 1987]. Em 1988 Bart Kosko publicou em [Kosko, 1988] uma generalização do modelo discreto de Hopfield para memórias associativas conhecido como *memória associativa bidirecional* (BAM), teoria esta detalhada em [Kosko, 1992]. Neste capítulo apresentam-se as características das redes neurais recorrentes do ponto de vista teórico desenvolvido em [Kosko, 1988,1992] e [Freeman & Skapura, 1991].

4.1. Neurônios como Função

O neurônio comporta-se com uma função, uma vez que transformam uma entrada limitada de ativação $x(t)$ no tempo t num sinal de saída limitado $S(x(t))$. Usualmente uma curva na forma de S (ou sigmoidal) descreve a passagem de sinal. Um exemplo de curva em S é aquela que é expressa por:

$$S(x(t)) = \frac{1}{1 + e^{-cx}} \quad , c > 0. \quad (4.1)$$

Uma curva sigmoidal também descreve a característica entrada saída dos amplificadores operacionais, o que é importante para viabilizar-se implementações em hardware.

4.2. Sinal e Velocidade de Ativação

A velocidade do sinal dS/dt , mede a variação instantânea do sinal no tempo. Pela regra da cadeia mostra-se que dS/dt é o produto da variação do sinal causada pela ativação pela variação da ativação no tempo.

$$dS/dt = dS/dx \cdot dx/dt \quad (4.2)$$

sendo,

$$dS/dx = cS(1-S) > 0$$

4.3. Ativações Biológicas e Sinais

A figura. 4.1 mostra as principais unidades funcionais do neurônio biológico. A interpretação neurofisiológica da ativação $x(t)$ e do sinal $S(x(t))$ envolve pulsos elétricos de diferenças de potencial e seus somatórios no tempo. Ativações envolvem pequenos pulsos nas membranas. Sinais envolvem grandes pulsos *axoniais* ou potenciais de ação.

Uma diferença de potencial nas cargas elétricas ocorre entre as partes interna e externa da superfície da membrana do neurônio. Originando os sinais químicos neurotransmitidos, enviado de outros neurônios através das sinapses adjacentes, modulando o potencial da membrana do neurônio. As sinapses transformam os sinais dos pulsos neuroniais elétricos em sinais neurotransmitidos.

As diferenças de potencial ou pulsos são acumulados nas membranas do *axon hillock*, onde o neurônio conecta-se a um dos seus *axônios* ou longo dos ramos. A membrana do *axon hillock* gera um sinal de pulso ou potencial de ação se um pequeno pulso de diferença de potencial chegado ao *axon hillock* do neurônio exceder o *limiar* de ativação variável no tempo. O sinal de pulso se propaga ao longo do *axônio* e seus ramos, até chegar na junção sináptica. O processo sináptico traduz o sinal elétrico em sinal químico neurotransmitido, o qual afeta a diferença de potencial através da membrana do neurônio adjacente pós-sináptico. O potencial de limiar tem seu valor próximo a 40 mV.

Ao nível molecular, os íons traduzem as mudanças nas diferenças de potencial. O fluxo iônico muda o potencial da membrana do *axon hillock* através da modificação da sua condutância. A mudança de condutância envolve a abertura e fechamento seletivo dos canais moleculares. Os íons Sódio (Na^+) e Potássio (K^+) fluem através da membrana através desses canais moleculares. Os íons Sódio e Potássio mudam suas condutâncias,

sua habilidade para fluir, na medida em que fluem através da membrana pela alteração dos canais moleculares de maneira complexa. Sódio e Potássio são um par iônico antagônico. Os íons de sódio são excitadores (elevam o potencial da membrana). Os íons Potássio são inibidores. (diminuem o potencial da membrana). O *limiar* representa os canais moleculares através dos quais os íons fluem. Quanto mais canais moleculares abertos disponíveis para o fluxo de corrente, menor o *limiar* que o somatório dos pulsos de diferenças de potenciais deve exceder para emitir um sinal de ativação. Cálcio, Cloro e outros íons também afetam o sinal neuronal transmitido e recebido.

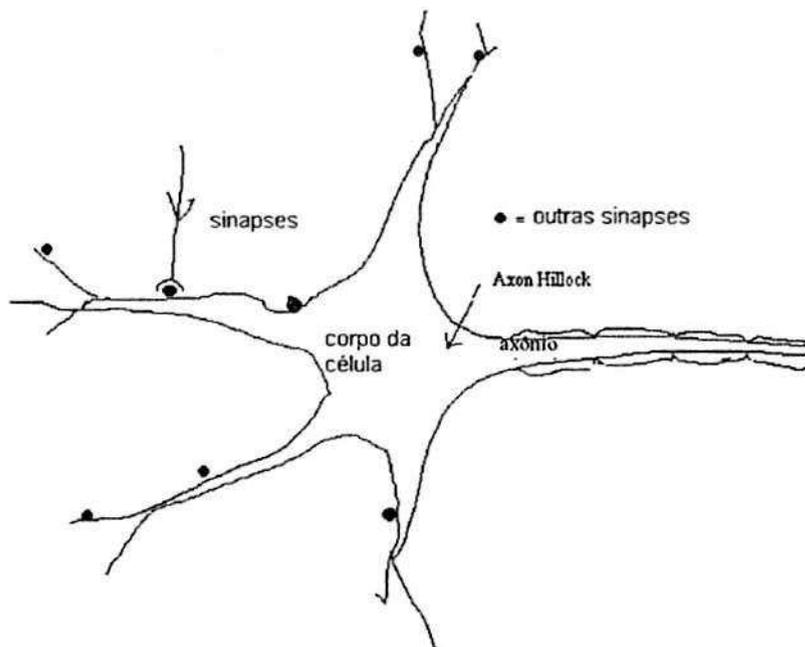


Figura 4.1 Anatomia do Neurônio

Matematicamente, o valor real da ativação $x(t)$ representa a tensão da membrana ou diferença de potencial através da superfície da membrana no tempo t , pelo menos sob aspecto do somatório temporal de pequenos pulsos. A ativação pode ser positiva ou negativa. Em teoria a ativação pode também ser infinita.

O sinal $S(x)$ induzido pela ativação $x(t)$ representa a frequência com que o neurônio dispara os potenciais de ação, ou pulsos, num intervalo de amostragem. Nos neurônios biológicos o intervalo de amostragem deve compor-se dos últimos 10 a 30 milissegundos. A frequência de disparo equivale a número médio dos pulsos emitidos no intervalo de amostragem.

4.4. Representação da Dinâmica Neuronal

Mostra-se neste item a representação dos elementos formadores das redes neurais, os neurônios, através da teoria de circuitos elétricos. O que possibilitará a modelagem dos sistemas neuronais nos itens subsequentes.

4.4.1. Dinâmica Neuronal Aditiva

Suponha o caso em que um neurônio não está sendo estimulado por entradas externas e/ou outros neurônios, neste caso então a ativação decai ao seu valor residual. Assim na ausência de estímulos externos, um decaimento passivo de primeira ordem descreve o mais simples modelo de ativação dinâmica.

$$\dot{x}_i = -x_i \quad (4.3)$$

Então o potencial da membrana x_i decai exponencialmente rápido para o próprio valor residual, desde que ;

$$x_i(t) = x_i(0) e^{-t} \quad (4.4)$$

para qualquer condição inicial $x_i(0)$. No caso mais simples adiciona-se a equação (4.3) as informações externas e de outros neurônios.

4.4.2. Decaimento Passivo da Membrana.

Pode-se adicionar ou multiplicar termos durante a construção de modelos para redes neurais artificiais. Na prática, por exemplo, uma taxa de decaimento passivo $A_i > 0$ multiplica o decaimento passivo do potencial remanescente da membrana:

$$\dot{x}_i = -A_i x_i \quad (4.5)$$

Com solução: $x_i(t) = x_i(0)e^{-A_i t}$. Sendo a taxa de decaimento passivo geralmente adotada, $A_i = 1$. Eletricamente A_i mede a resistência da membrana da célula, à corrente. Quanto maior a taxa de decaimento A_i , mais rápido o decaimento, menor a resistência à corrente. Assim A_i varia inversamente a resistência R_i da membrana da célula.

$$A_i = \frac{1}{R_i} \quad (4.6)$$

A lei de Ohm estabelece que a queda de tensão V_i em volts equivale a corrente I_i multiplicada pela resistência R_i em ohms.

$$V_i = I_i R_i \tag{4.7}$$

Interpretando-se a variável de ativação x_i como a tensão V_i , A equação (4.6) permite que seja interpretado o decaimento passivo $A_i x_i$ como a corrente I_i através da membrana resistiva. O inverso da resistência $1/R_i$ (taxa de decaimento passivo A_i) representa a condutância g_i da membrana da célula. Mede-se g_i em siemens. A condutância mede a permeabilidade da membrana axonal aos íons sinápticos. Os íons neuroniais mais comuns são Cálcio (Ca^{2+}), Cloreto (Cl^-), Potássio (K^+) e Sódio (Na^+). Cada tipo de íon tem sua própria condutância característica g_i . A notação g_i é padrão e usualmente indexada por tipo de íon.

4.4.3. Constante de Tempo da Membrana

A constante de Tempo $C_i > 0$ multiplica a variável de tempo do sistema dinâmico de ativação. A notação C_i sugere que a capacitância da membrana afeta a escala de tempo da flutuação da ativação. Quanto menor a capacitância, mais rápido ocorre a mudança. A medida que a capacitância da membrana aumenta na direção positiva infinito, a flutuação da membrana diminui e pára.

$$\dot{C}x_i = -A_i x_i \tag{4.8}$$

Com solução $x_i(t) = x_i(0)e^{-(A_i/C_i)t}$ com valor padrão para $C_i = 1$.

A queda de tensão V_i no i -ésimo capacitor com capacitância C_i em farads e a carga Q_i em coulombs equivale a razão:

$$V_i = \frac{Q_i}{C_i} \tag{4.9}$$

Desde que C_i é constante e a corrente é a derivada no tempo da carga, $I_i = dQ_i / dt_i$.

Diferenciando a equação (4.9) no tempo resulta na constante da membrana como o lado esquerdo da equação(4.8).

$$I_i = C_i \dot{V}_i = C_i \dot{x}_i \tag{4.10}$$

As leis da conservação de Kirchoff estabelece a interpretação elétrica da equação (4.8). A lei das tensões estabelece que: a soma das tensões num laço elétrico é zero. Lei das correntes estabelece que: a soma das correntes que entram numa função (nó) é igual

a soma das que saem. As equações (4.6), (4.7) e (4.10) mostram que a equação (4.8) obedece a lei das correntes.

4.4.4. Potencial Remanescente da Membrana

O Potencial Remanescente P_i é uma constante aditiva positiva ou negativa e seu valor padrão é zero. Define-se o potencial remanescente como o valor de ativação para o qual a potencial da membrana se equilibra na ausência de estímulos externos ou de outro neurônio:

$$C\dot{x}_i = -A_i x_i + P_i \tag{4.11}$$

com solução,

$$x_i(t) = x_i(0)e^{-(A_i/C_i)t} + \frac{P_i}{A_i}(1 - e^{-(A_i/C_i)t}) \tag{4.12}$$

A constante de tempo C_i aparece na solução transitória multiplicando a exponencial. A capacitância não afeta o valor assimétrico de solução do regime permanente P_i / A_i , a qual também não depende da escolha da condição inicial $x_i(0)$.

Regime permanente significa derivada no tempo zero para um modelo diferenciável. Assim pode-se encontrar diretamente a solução de regime permanente pelo ajuste da equação dinâmica, em particular equação(4.11), é zero e calcula-se para as variáveis em questão.

Em geral os parâmetros A_i , C_i , P_i variam lentamente com o tempo e são funções que resumem matematicamente os processos biológicos complexos.

4.4.5. Entrada Aditiva Externa

Suponha que seja aplicada uma entrada constante I_i ao neurônio. A maneira como I_i afeta o potencial da membrana ou ativação é:

$$\dot{x}_i(t) = x_i(t) + I_i \tag{4.13}$$

Admitindo-se valores padrões de $A_i = 1$, $C_i = 1$ e $P_i = 0$. O potencial da membrana se adapta exponencialmente rápido ao comportamento do estímulo externo aplicado

$$x_i(t) = x_i(0)e^{-t} + I_i(1 - e^{-t}) \rightarrow I_i \tag{4.14}$$

o qual é um caso especial da equação (4.12).

A entrada I_i pode representar a amplitude de uma informação de controle diretamente aplicada. Biologicamente, I representa a saída de regime permanente de um neurônio adjacente da rede neural. Matematicamente é requerido que a entrada seja numérica não negativa caso seja um sinal, e que varie lentamente no tempo comparando-se com as mudanças da ativação. O que permite assumir I_i constante.

4.4.6. Neurônio Aditivo Realimentado

Os Neurônios modificam seus estados de ativações devido as entradas externas e realimentações de outros neurônios.

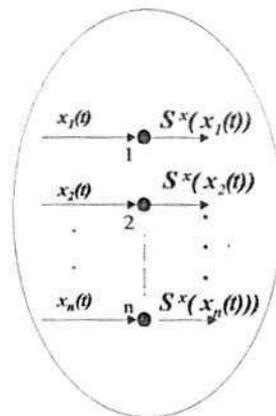
Esta realimentação é oriunda dos sinais ponderados pelos pesos do caminho dos neurônios conectados sinápticamente. As funções sinais traduzem imediatamente qualquer mudança das ativações em sinais. Os sinais propaga-se pelos axônios e através das sinapses, depois o sinal perturba a membrana do neurônio pós-sináptico e suas ativações. O processo é assíncrono, não linear, massivamente realimentado e descontínuo. O que será analisado a partir do item 4.5.

4.4.7. Monotonicidade da Função Sinal

Em geral, as funções sinais(ou funções de ativação) são monótonas e não decrescente, $S' \geq 0$. Valores crescentes de ativação podem apenas elevar o sinal de saída ou não alterá-lo. Estes nunca decrescem. Na prática isto significa que as funções sinais tem um limite superior ou valor de saturação.

4.5. Campos de Neurônios

Em redes neurais trata-se com campos (ou camadas) de neurônios. Um campo de neurônio é um grupo topológico (figura 4.2), ou grupo de neurônios de uma mesma região desenvolvendo tarefas semelhantes. Em geral redes neurais contém muitos campos de neurônios. Na modelagem que será adotada considera-se que os campos de neurônios não são topologicamente ordenados, apesar de saber-se que no cérebro a ordem é importante. Denota-se por F_x o campo *default* de neurônios e um segundo campo por F_y e assim por diante. Por exemplo denota-se uma rede neural de três camadas *feedforward* como $F_x \rightarrow F_y \rightarrow F_z$. Onde F_x e F_z são as camadas de entrada e saída respectivamente e F_y a camada oculta.



Fx

Figura 4.2 Campo de neurônios

4.6. Espaço de Estados Neuroniais

Define-se o estado do sistema dinâmico neuronal no tempo t através dos vetores de ativação instantâneos

$$X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t)) \tag{4.15}$$

$$Y(t) = (y_1(t), \dots, y_p(t))$$

Por conveniência, às vezes pode-se identificar os grupos topológicos ou campos F_x e F_y pelos seus respectivos vetores de estado X e Y .

O espaço de estado de campo F_x é o espaço vetorial R^n . Similarmente R^p é o espaço de estados de F_y . O espaço de estados do sistema dinâmico neuronal completo é o espaço do produto $R^n \times R^p$. Um ponto no espaço de estado especifica um instante de todo o comportamento neuronal. Uma curva suave e indexada no tempo definirá a trajetória no espaço de estados. Uma trajetória descreve a evolução no tempo das ativações da rede.

Os campos F_x e F_y podem ser concatenado(figura 4.3) em um campo maior $F_z = [F_x/F_y]$ chamado campo aumentado.

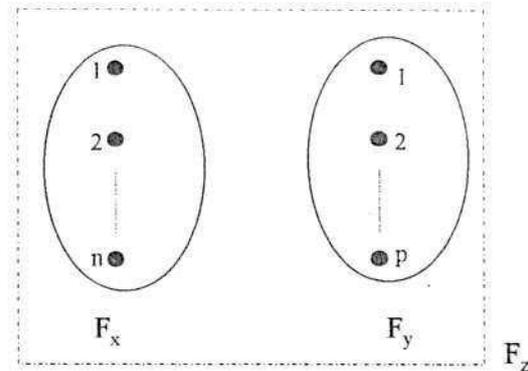


Figura 4.3 Campo de neurônios aumentado

4.7. Espaço de Estados do Sinal como Hiper-cubo.

O estado do sinal, $S(x(t))$, do campo Fx no tempo t representa os n vetores dos sinais emitidos pelos neurônios do campo Fx .

$$S(x(t)) = (S_1^x(x_1(t)), \dots, S_n^x(x_n(t))) \tag{4.16}$$

S_i^x denota a função sinal do i -ésimo neurônio no campo Fx . Neurônios diferentes podem ter diferentes características de sinais não lineares. Para simplicidade de notação omite-se o sobreíndice de indicação de campo. Assim $S_i(x_i)$ representa a função de ativação do i -ésimo neurônio no campo Fx e $S_j(y_j)$ representa a função de ativação do j -ésimo neurônio no campo Fy .

O espaço de estados do sinal Fx consiste de todos os possíveis sinais de estado. Os limites da função sinal implica que o espaço de estados de sinal está num hiper-cubo de dimensão n . Num caso especial porém comum onde a função de ativação assume valores no intervalo unitário $[0, 1]$, o espaço do estado do sinal equivale ao hiper-cubo unitário I^n ou $[0, 1]^n$. Em geral pode-se transformar as funções sinais de tal modo que espaço de estados do sinal da rede seja equivalente ao hiper-cubo unitário.

Então o cubo produto $I^n \times I^p$ define o espaço do estado de sinal de uma rede de dois campos $\{Fx, Fy\}$, e o cubo soma I^{n+p} define o espaço do estado de sinal da rede concatenada de um campo $[Fx / Fy]$ anteriormente definido como campo aumentado.

Em redes neurais realimentadas estáveis o ponto de equilíbrio tende a ocorrer nos vértices do cubo ou próximo a estes.

4.8. Sistemas Dinâmicos Neuroniais

O sistema dinâmico de neurônios é descrito por um sistema de equações diferenciais de 1ª ordem que governa a evolução no tempo das ativações neurais. Para campos F_x e F_y suas equações diferenciais de ativações são:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= g_1(F_x, F_y, \dots), \\ \dot{x}_n &= g_n(F_x, F_y, \dots),\end{aligned}\tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= h_1(F_x, F_y, \dots), \\ \dot{y}_p &= h_p(F_x, F_y, \dots).\end{aligned}\tag{4.18}$$

Sendo que x_i e y_j , $i=1,2,\dots,n$; $j=1,2,\dots,p$, são os respectivos valores de ativação do i -ésimo neurônio em F_x e o j -ésimo neurônio em F_y . Os argumentos de g_i e h_j também incluem as informações das sinapses e da entrada.

O tempo não foi incluído como uma variável independente. O que resulta do ponto de vista da teoria dos sistemas dinâmicos, que o modelo da rede neural se classifica como um sistema dinâmico autônomo. O qual é mais fácil de analisar que os não autônomos.

O tempo representa um tópico especial na dinâmica neuronal, as flutuações ocorrem rapidamente quando se trata de neurônios. Nos sistemas neurais dos mamíferos flutuações nas membranas são da ordem de milissegundo. Em hardware ou implementações computacionais das redes neurais, flutuações neuroniais podem em princípio ocorrer no patamar de nanosegundo. Em contraste, as flutuações ocorrem lentamente em se tratando das sinapses. Nos sistemas neurais dos mamíferos, flutuações sinápticas são da ordem de segundo ou minuto. Daí pode-se concluir que nós pensamos mais rápido que aprendemos.

As ativações neuroniais mostradas pelas equações (4.17) e (4.18). variam com o tempo. Estas equações especificam como as ativações x_i e y_j , os potenciais das membranas dos neurônios i e j dos campos F_x e F_y respectivamente, variam como função dos parâmetros da rede. A seguir apresenta-se um sistema dinâmico de ativações genérico, e estuda-se alguns de seus comportamentos em regime permanente, e mostra-se como se derivam um dos outros. O desenvolvimento de um modelo ativação está detalhado, no capítulo 3 da referência [Kosko,1992], desde modelo de decaimento passivo (mais

simples, um capacitor descarregando) até modelos mais complexos, que apresentaremos ao longo do trabalho.

Uma análise global pode incorporar a dinâmica das sinapses (aqui consideradas constantes). Logo o sistema aqui modelado não aprende quando ele opera. Ou seja, as sinapses não se alteram com o tempo, ou mudam tão lentamente que pode-se assumir constante.

4.8.1. Matrizes de Conexão Sináptica

Suponha os n neurônios no campo F_x sinápticamente conectados aos p neurônios do campo F_y . Imagine um *axônio* do i -ésimo neurônio em F_x que termine na sinapse m_{ij} que conecta o j -ésimo neurônio em F_y . Assume-se que números reais m_{ij} resume a sinapse, e que m_{ij} , varia lentamente comparada com a variação do potencial que pode ser considerado constante. Então considera-se que não há aprendizado logo $\frac{dm_{ij}}{dt} = 0$ para todo t . O valor sináptico m_{ij} deve representar a taxa média da liberação de neurotransmissores tal como *norepinephrine*. Assim, com uma taxa m_{ij} pode ser positiva, negativa ou zero.

A matriz sináptica ou matriz conexão M é uma matriz real $n \times p$ de valores reais cujos valores são as eficiências sinápticas m_{ij} . A ij -ésima sinapse é excitadora se $m_{ij} > 0$, e inibidora se $m_{ij} < 0$.

A matriz M descreve as projeções *forward* de um neurônio do campo F_x para o neurônio do campo F_y . Similarmente, uma matriz N , $p \times n$ descreve as projeções *backward* de F_y em F_x . Uma rede com duas camadas é heteroassociativa e com uma camada é autoassociativa.

4.8.2 Topologias de Conexão Bidirecional e Unidirecional

Um caso especial e importante ocorre quando as projeções M e N tem a mesma ou aproximadamente a mesma estrutura. Então $M = N^t$ e $N = M^t$. O que define a mínima rede neural de duas camadas, sob a ótica que todas outras projeções realimentadas N não usam mais informações do que é disponível nas projeções diretas M . Estas redes são ditas *bidirecionais* (figura 4.4). Quando as ativações dinâmicas de F_x e F_y conduzem a um comportamento estável estas redes são chamadas de memórias associativa bidirecional (BAM). Redes unidirecionais ocorrem quando um campo de neurônio está

intraconectado(figura 4.5). Assim as topologias de conexão unidirecional são casos especiais das topologias bidirecionais

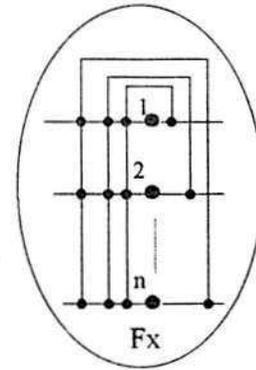
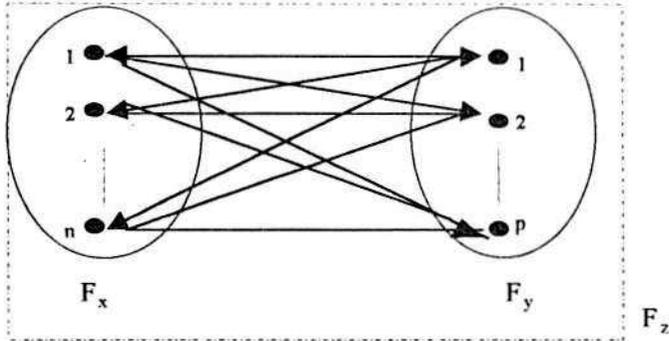


Figura 4.4. Memórias associativa bidirecional (BAM).

Figura 4.5. Redes unidirecionais

quando dois campos F_x e F_y coincide: $F_x = F_y$. Então a matriz M é quadrada $n \times n$. Caso M também seja simétrica $M = M^T$, então a rede unidirecional define uma BAM.

Na medida em que pode-se conectar dois campos F_x e F_y em um campo aumentado $F_z = [F_x / F_y]$, assim também pode-se estender as redes heteroassociativas para autoassociativas(figura4.5). Em particular pode-se estender redes bidirecionais para unidirecionais. Se M conecta F_x a F_y e N conecta F_y a F_x , então o campo aumentado F_z se intraconecta pela matriz quadrada B .

$$B = \begin{bmatrix} 0 & M \\ N & 0 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

No caso da BAM, quando $N = M^T$, então $B = B^T$, então uma BAM simetriza uma matriz retangular arbitrária M .

Em geral as matrizes M e N interconectam os campos F_x e F_y . Matrizes P e Q intraconectam os campos F_x e F_y , figura 4.6, P é uma matriz $n \times n$ enquanto Q é $p \times p$. Então a matriz C intraconecta o campo aumentado $Fz = [F_x / F_y]$,

$$C = \begin{bmatrix} P & M \\ N & Q \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Então os neurônios em Fz são simetricamente intraconectado, $C = C^T$ se e somente se $N = M^T$, como no caso da BAM e complementado neste caso por $P = P^T$ e $Q = Q^T$.

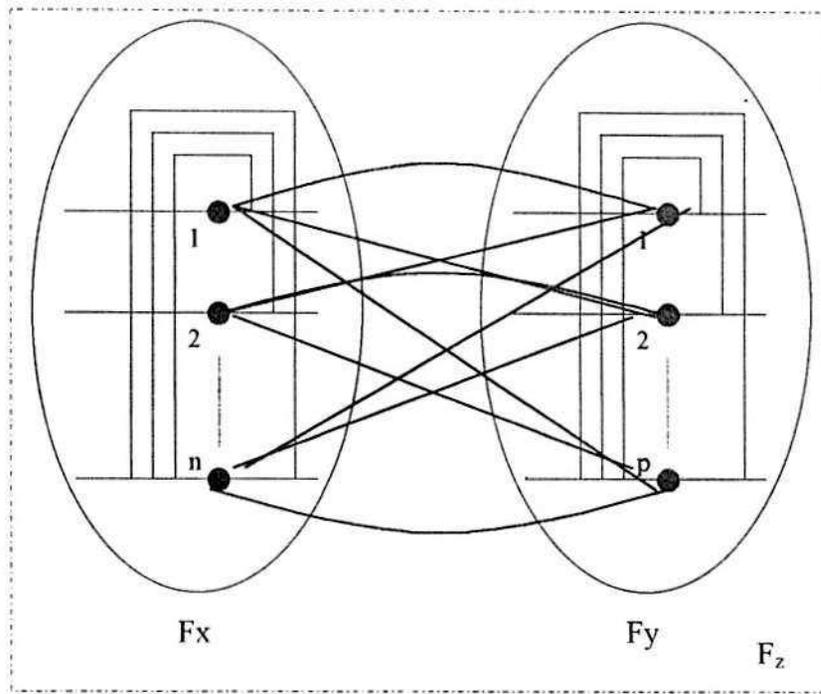


Figura 4.6 Redes bidirecionais e unidirecionais

Na figura 4.6 os arcos estão representados por linhas, sem setas para simplificar o desenho, contudo devem ser considerados arcos de sentido duplo como na figura 4.4.

Nas redes biológicas P e Q são frequentemente simétricas. A simetria reflete uma inibição lateral ou uma topologia competitiva. No caso mais simples isto significa que P e Q tem valores positivos na diagonal principal e zeros ou negativos nos outros elementos fora da diagonal principal. A força das conexões inibidoras é frequentemente dependente da distância, tipicamente decrescem com a separação física. E então a simetria com relação a distância garante a simetria das matrizes de interconexão P e Q .

4.9. Modelos Aditivos de Ativação.

Um sistema de $n + p$ equações diferenciais acoplado de primeira ordem define o modelo aditivo de ativação que interconecta os campos F_x e F_y , através de matrizes sinápticas constante M e N :

$$\dot{x}_i = -A_i x_i + \sum_{j=1}^p S_j(y_j) n_{ji} + I_i \tag{4.21}$$

$$\dot{y}_j = -A_j y_j + \sum_{i=1}^n S_i(x_i) m_{ij} + J_j \tag{4.22}$$

O modelo aditivo autoassociativo ($I'_x - I'_y$) corresponde a um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem.

$$\dot{x}_i = -A_i x_i + \sum_{j=1}^p S_j(x_j) m_{ji} + I_i \tag{4.23}$$

No caso heteroassociativo mais geral M e N^T diferem em (4.21) e (4.22). No caso autoassociativo mais geral M e M^T diferem em (4.23). Em todos os casos assume-se que pode-se adicionar e multiplicá-los por constantes.

No modelo clássico para o circuito neural, descreve-se um caso especial do modelo autoassociativo (4.23)

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_j \frac{x_j - x_i}{r_{ij}} + I_i \tag{4.24}$$

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R'_i} + \sum_j S_j(x_j) m_{ij} + I_i \tag{4.25}$$

Sendo r_{ij} mede a resistência citoplasmática entre os neurônios i e j . A equação (4.25) quando expande-se o somatório em (4.24) e define-se R'_i como

$$\frac{1}{R'_i} = \frac{1}{R_i} + \sum_j \frac{1}{r_{ij}} \tag{4.26}$$

Colocando-se $m_{ij} = 1/r_{ij}$, e assume-se que os neurônios usam uma função sinal linear (logo ilimitada): $S_j(x_j) = x_j$.

O circuito mostrado em [Hopfield, 1984] deriva-se da equação(4.25), caso cada neurônio tenha uma função sinal estritamente (monotonicamente) crescente e limitada ($S' > 0$) e se a matriz de conexão sináptica é simétrica ($M = M^T$):

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R'_i} + \sum_j S_j(x_j) m_{ij} + I_i \tag{4.27}$$

O circuito de Hopfield pertence à importante classe de modelos de redes neurais realimentadas que são globalmente estáveis. Esta converge rapidamente para pontos fixos para todos sinais de entrada, o que está provado em [Kosko, 1992].

4.10. BAM Aditiva e Contínua

As memórias bidirecionais associativa aditiva e contínua define o análogo heteroassociativo para o circuito de Hopfield.

$$\dot{x}_i = -A_i x_i + \sum_{j=1}^p S_j(y_j) m_{ij} + I_i \tag{4.28}$$

$$\dot{y}_j = -A_j y_j + \sum_{i=1}^n S_i(x_i) m_{ij} + J_j \tag{4.29}$$

Aqui novamente pode-se adicionar ou multiplicar constantes se desejado. Como discutido em [Kosko, 1988], as equações (4.28) e (4.29), descrevem redes globalmente estáveis.

4.11. Modelos Bivalentes Aditivos

Os modelos de ativação aditiva discreta são compostos por neurônios que tem funções sinais do tipo *limiar*. Neste caso os neurônios podem assumir apenas valores ativado(ligado) ou desativado(desligado). Sendo o sinal ativado representado pelo valor +1, e o sinal desativado por 0 ou -1.

4.12. BAM Bivalentes e Aditiva

Esta é a função mais simples de BAM, aditiva de dois valores (0(-1) ou 1) e não adaptativa) e com mais aplicações imediatas e muitas vezes é chamada puramente de (BAM). Define-se a BAM aditiva e discreta com: funções sinal *limiar*, arbitrários *limiar* e entradas, matriz de conexão sináptica *M*, arbitrária porém constante, e discretizada em *k* intervalos de tempo.

$$x_i^{k+1} = \sum_{j=1}^p S_j(y_j^k) m_{ij} + I_i \tag{4.30}$$

$$y_j^{k+1} = \sum_{i=1}^n S_i(x_i^k) m_{ij} + J_j \tag{4.31}$$

A função sinal *S_i* e *S_j* em (4.30) e (4.31) representam funções *limiar* binária (0, 1) ou bipolar (-1, 1). Por exemplo, as funções sinais binárias correspondem a,

$$S_i(x_i^k) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i^k > U_i \\ S_i(x_i^{k-1}) & \text{se } x_i^k = U_i \\ 0 & \text{se } x_i^k < U_i \end{cases} \tag{4.32}$$

$$S_j(y_j^k) = \begin{cases} 1 & \text{se } y_j^k > V_j \\ S_j(y_j^{k-1}) & \text{se } y_j^k = V_j \\ 0 & \text{se } y_j^k < V_j \end{cases} \quad (4.33)$$

por valores reais arbitrários de *limiar* $U = (U_1 \dots\dots U_n)$ para neurônios de F_x e $V = (V_1 \dots\dots V_p)$ para neurônios de F_y . Na versão bipolar das equações (4.32) e (4.33) aparece o sinal com valor -1 quando $x_i < U_i$, ou quando $y_j < V_j$.

A condição de permanecer no mesmo valor que ocorre quando $x_i = U_i$ ou $y_j = V_j$ ocorre com pouca frequência em grandes redes. As ativações podem tomar mais valores na medida em que adiciona-se mais neurônios a rede.

As funções sinal bivalente equações (4.33) e (4.32) permitem a modelagem de trocas assíncronas e complexas dos padrões dos estados. A qualquer momento neurônios diferentes podem "decidir" quando comparar sua ativação com seus *limiares*. Todos neurônios não precisam fazer assim. A cada momento qualquer dos 2^n subconjuntos dos neurônios de F_x , ou os 2^p substitutos de neurônios de F_y podem decidir mudar de estado. A escolha do subconjunto pode ser probabilística. Cada neurônio pode randomicamente decidir como checar as condições dos *limiares* em (4.32) ou (4.33). Pode-se descrever a aleatoriedade da frequência de troca dos estados através da variação lenta das médias e variâncias. Então a rede comporta-se como um processo estocástico vetorial. Cada neurônio então comporta-se como um processo estocástico escalar.

A cada momento define uma variável aleatória que pode assumir o valor ligado (+1) ou desligado (0 ou -1). O tempo de observação do neurônio representa apenas uma das muitas funções exemplo possível do processo estocástico. Se os neurônios estão espacialmente ordenados, por exemplo, uma rede neural de duas dimensões de elementos de uma fotografia (*pixels*) ou uma rede neural tridimensional de elementos volume(*voxels*), então a rede comporta-se com um campo aleatório.

Na prática assume-se frequentemente que a rede é determinística, e os estados variam sincronicamente: atualiza-se o vetor campo de neurônios completamente num instante de tempo. O outro extremo é simplesmente assíncrono; atualiza-se apenas um neurônio do campo é atualizado por vez. Este caso de processamento serial corresponde ao

modelo discreto de Hopfield mostrado em [Hopfield, 1982]. Em geral as decisões de mudanças de estados são subconjuntos assíncronos: um subconjunto de neurônios por campo realizam decisões de mudanças de estado a cada intervalo de tempo. Quando um subconjunto representa o campo completo F_x e F_y , resulta uma mudança síncrona de estado. Quando o subconjunto representa conjuntos singelos, resulta numa troca assíncrona de estado.

4.13. Funções de Lyapunov (ou Energia)

Define-se uma função L como uma função Lyapunov se esta é estritamente decrescente, ou seja, possui derivada no tempo $\dot{L} \leq 0$, e também é limitada inferiormente, de modo que, quando este limite é alcançado o sistema está em equilíbrio.

As funções de Lyapunov oferecem uma maneira simplificada de avaliar e provar a estabilidade global de um sistema dinâmico. Quando não encontrar-se uma função Lyapunov para um sistema nada se pode afirmar quanto a sua estabilidade. Porém quando pode-se encontrá-la o sistema é dito estável.

Uma função Lyapunov L representa as variáveis de estado como números reais e diminui com o tempo. No caso da BAM, L , representa o produto espacial bivalente para números reais. Assim $L : B^n \times B^p \rightarrow R$, onde B^n representa o cubo binário de ordem n $\{0, 1\}^n$ ou o bipolar $\{-1, 1\}^n$.

Normalmente uma função Lyapunov envolve formas quadráticas. Para ver porque, suponha que L é diferenciável para que seja aplicada a regra da cadeia:

$$\dot{L} = \sum_i^n \frac{\partial L}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = \sum_i^n \frac{\partial L}{\partial x_i} \dot{x}_i \quad (4.34)$$

Se I é a matriz identidade $n \times n$ e $x = (x_1, \dots, x_n)$ define o vetor das variáveis de estado, considere então a seguinte escolha para L :

$$L = \frac{1}{2} x I x^T = \frac{1}{2} \sum_i x_i^2 \quad (4.35)$$

Agora suponha que o sistema dinâmico em análise descreve um sistema de decaimento passivo como mostrado pela equação (4.3), que é dado por;

$$\dot{x}_i = -x_i \quad (4.36)$$

Logo sua solução é,

$$x_i(t) = x_i(0)e^{-t} \quad (4.37)$$

A solução decai exponencialmente para a origem. Assim já conhece-se o comportamento global do sistema. Para comparação, tome a derivada parcial de L em (4.35).

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = x_i \quad (4.38)$$

substituindo equações (4.38) e (4.36) na equação (4.34):

$$\dot{L} = -\sum x_i^2 \quad (4.39)$$

ou equivalentemente,

$$\dot{L} = -\sum (\dot{x}_i)^2 \quad (4.40)$$

em qualquer caso,

$$\dot{L} < 0 \quad (4.41)$$

Ao longo da trajetória do sistema enquanto pelo menos uma variável de estado estiver mudando ou for diferente de zero. No equilíbrio:

$$\dot{L} = 0. \quad (4.42)$$

E isso ocorre se e somente se todas as velocidades são iguais a zero.

$$\dot{x}_i = 0 \quad (4.43)$$

Uma função Lyapunov quadrática L equação(4.35) define uma forma quadrática "positiva definida", desde que, trivialmente a matriz identidade é simétrica com todos autovalores iguais a 1.

Definição: *Uma matriz real simétrica A é "definida positiva" se e somente se, para todos vetores de estados não nulos x , $xAx^T > 0$. Isso ocorre se e somente se todos os autovalores de A são reais e positivos [Luenberg,1984] e [Kosko, 1992].*

Assim $\dot{L} < 0$ exceto na origem, onde $\dot{L} = 0$. Pela equação (4.41) L é estritamente decrescente com o tempo ao longo de sua trajetória. L pára de variar se e somente se o vetor de estado parar de variar, parando o movimento no espaço estado.

Um sistema dinâmico é estável se alguma função Lyapunov L diminui ao longo das trajetórias: $\dot{L} \leq 0$. Estritamente a igualdade não precisa acontecer na equação (4.41).

Um sistema dinâmico pode ser assintoticamente estável se decresce estritamente ao longo de uma trajetória com $\dot{L} < 0$. Em equilíbrio estável a trajetória deve aproximar-se do ponto de equilíbrio sem contudo alcançá-lo.

A monotonicidade da função Lyapunov é uma condição suficiente e não necessária para a estabilidade assintótica. Inabilidade para produzir uma função Lyapunov não prova nada. O sistema pode ser estável ou não. A demonstração da existência de uma função Lyapunov prova a estabilidade. Infelizmente a não ser com uma função quadrática, em geral não têm-se um procedimento construtivo para obter-se funções de Lyapunov.

O sistema linear equação(4.36) é assintoticamente estável dado que a equação(4.41) ocorre. Seja, A uma matriz simétrica e B uma matriz quadrática, então a equação quadrática:

$$L = x A x^T \quad (4.44)$$

comporta-se como uma função Lyapunov decrescente para qualquer sistema linear dinâmico,

$$\dot{x} = xB \quad (4.45)$$

se e somente se a matriz $AB^T + BA$ é definida negativa[Kosko, 1992], desde que

$$\begin{aligned} \dot{L} &= xA\dot{x}^T + \dot{x}Ax^T = xAB^T x^T + xBAx^T \\ \dot{L} &= x[AB^T + BA]x^T \end{aligned} \quad (4.46)$$

Na equação (4.35) A representa a matriz identidade multiplicada por um meio. No sistema de decaimento, equação(4.36), B representa o negativo da matriz identidade. Assim o lado direito da equação(4.46) equivale ao lado direito de equação (4.39).

A estabilidade assintótica frequentemente corresponde a condição de autovalores nos ajustes de engenharia, uma prática que deve ser seguida. Em particular um sistema dinâmico é assintoticamente estável se e somente se a matriz jacobiana do sistema dinâmico tem todos autovalores com partes reais negativa. O sistema de decaimento (4.36) satisfaz esta condição desde que seu jacobiano equivale a matriz identidade negativa. A matriz identidade negativa também contribui para a convergência exponencial do sistema linear equação(4.36).

A função Lyapunov foi popularizada por Hopfield em [Hopfield, 1982] interpretando-a sob o ponto de vista das redes neurais.

Para os propósitos das RNA a função de Lyapunov precisa apenas decrescer e ser limitada.

Já que funções Lyapunov decrescente e limitada fornecem um caminho iterativo para descrever computações globais em redes neurais e outros sistemas dinâmicos. O sistema dinâmico passa pelos estados transitórios na medida em que a função Lyapunov diminui. Dado que esta não pode diminuir para sempre, já que existe o limite inferior, e neste deverá parar.

O ponto de parada corresponde ao sistema em equilíbrio. O ponto de parada representa o ponto de programabilidade dos sistemas dinâmicos das redes neurais. O que pode corresponder ao aprendrendizado ou acessar os padrões de informações, ou solução de problemas de otimização combinatória ou não.

4.13.1. Função de Lyapunov da BAM

Seguindo-se as características descritas anteriormente escolhe-se a seguinte função decrescente:

$$L = -S(X).M.S(Y)^T = -\sum_i^n \sum_j^p S_i(x_i)S_j(y_j)m_{ij} \quad (4.47)$$

Assim a função Lyapunov ou de energia do sinal é a soma dos produtos dos sinais e dos pesos (forças) das conexões sinápticas para todos os pares conectados.

A função Lyapunov de sinal-energia é limitada inferiormente por:

$$L \geq -\sum_i \sum_j |m_{ij}| \quad (4.48)$$

Para o caso de sistema BAM $[F_x, F_y, M, I, J, U, V]$ mais geral obtém-se a seguinte função Lyapunov:

$$L = -S(X).M.S(Y)^T - S(X).[I - U]^T - S(Y).[J - V]^T \quad (4.49)$$

para os vetores constantes de entrada $I = [I_1, \dots, I_n]$ e $J = [J_1, \dots, J_p]$ e vetores de *limiar* constantes $V = [V_1, \dots, V_p]$ e $U = [U_1, \dots, U_n]$.

O limite inferior dessa função Lyapunov do sinal é:

$$L \geq -\sum_i \sum_j |m_{ij}| - \sum_i |I_i - U_i| - \sum_j |J_j - V_j| \quad (4.50)$$

4.14. Matrizes de Conexão das BAM

A maneira mais difundida de cálculo da matriz M de conexão da BAM é o produto externo o qual pode ser realizado utilizando-se os vetores na forma binária ou bipolar e ainda ponderada por um determinado peso. A matriz M calculada será utilizada no cálculo do comportamento dinâmico da função Lyapunov ou Energia.

O produto externo bipolar soma as matrizes individuais $n \times p$ de correlação bipolar $A_k^T B_k$:

$$M = \sum_k^m X_k^T Y_k \tag{4.51}$$

O produto externo binário soma as m matrizes individuais de correlação binária $A_k^T B_k$

$$M = \sum_k^m A_k^T B_k \tag{4.52}$$

onde A_i e B_i são idênticas a X_i e Y_i trocando -1 por 0.

O produto interno ponderado bipolar

$$M = \sum_k^m w_k X_k^T Y_k \tag{4.53}$$

ou em notação matricial,

$$M = X^T W Y \tag{4.54}$$

$X^T =$ matriz $m \times n = [X_1^T | \dots | X_m^T]$

$Y^T =$ matriz $m \times p = [Y_1^T | \dots | Y_p^T]$

$W =$ matriz $m \times m =$ Diagonal $[w_1, \dots, w_m]$

$X_k \rightarrow$ define a k -ésima linha da matriz $m \times n$ X

$Y_k \rightarrow$ define a k -ésima linha da matriz $m \times p$ Y

4.14.1 Exemplo de Formação da Matriz BAM

O exemplo ilustra uma rede neural não linear, realimentada e completa em ação com seus dados deliberadamente codificados em um sistema dinâmico. Suponha que os dados consistam de duas associações não ponderadas ($w_1 = w_2 = 1$) binárias ($A_1 B_1$) e ($A_2 B_2$) definidos pelos vetores de sinal binários não ortogonais :

$$\begin{aligned} A_1 &= (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0) \ , & B_1 &= (1 \ 1 \ 0 \ 0) \\ A_2 &= (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \ , & B_2 &= (1 \ 0 \ 1 \ 0) \end{aligned}$$

Essa associação binária corresponde a associação bipolar dos vetores $(X_1 Y_1)$ e $(X_2 Y_2)$

$$X_1 = (1 -1 1 -1 -1) \quad , \quad Y_1 = (1 1 -1 -1)$$

$$X_2 = (1 1 1 -1 -1 -1) \quad , \quad Y_2 = (1 -1 1 -1)$$

$$M = X_1^T Y_1 + X_2^T Y_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Suponha, inicialmente, utiliza-se vetores de estado binário e que todos *limiares* e entradas sejam iguais a zero. A regra de atualização seja síncrona. Suponha seja apresentado o vetor binário A_1 como entrada para o sistema e como sinal de corrente do vetor de estado em F_x . Então aplicando a equação(4.32), sincronizadamente tem-se:

$$A_1 M = (4 \ 2 \ -2 \ -4) \rightarrow (1 \ 1 \ 0 \ 0) = B_1$$

Onde a seta \rightarrow indica aplicação não linear da função sinal. Passando B_1 através do filtro o reverso M^T , e aplicando a matriz bipolar da equação (4.33) retorna-se a A_1 .

$$B_1 M^T = (2 \ -2 \ 2 \ -2) \rightarrow (1 \ 0 \ 1 \ 0) = A_1$$

Assim (A_1, B_1) é um ponto fixo do sistema dinâmico BAM. O qual tem energia (medida pela função Lyapunov) $L(A_1, B_1) = -A_1 M B_1^T = -6$, que é igual ao sentido inverso $L(A_1, B_1) = -B_1 M^T A_1^T = -6$.

Similarmente passando A_2 através de M e B_2 através de M^T obtém-se:

$$A_2 M = (4 \ -2 \ 2 \ -4) \rightarrow (1 \ 0 \ 1 \ 0) = B_2$$

$$B_2 M^T = (2 \ 2 \ 2 \ -2) \rightarrow (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0) = A_2$$

Estabelece um ponto fixo (A_2, B_2) com "energia" $-A_2 M B_2^T = -6$. Assim os dois pontos fixos codificados reside em atrativos e igualmente profundos. Isto não implica que os atratores tem a mesma largura no espaço binário $\{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^p$. Para reconhecimento de padrões, aprende-se mais com a distância da base de atração do que com a profundidade da energia de Lyapunov. Em geral busca-se exaustivamente o cálculo da distância da base de atração.

Definindo-se a distância Hamming H igual a $H(A_i, A_j)$, a qual representa o número de elementos no qual o vetor binário A_i difere do A_j .

$$H(A_i, A_j) = \sum_k^n |a_i^k - a_j^k| \quad (4.55)$$

Considere por exemplo que a entrada $A = (0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0)$, a qual difere de A_2 de um bit, ou equivalentemente, tem uma unidade de distância Hamming de A_2 : $H(A_0, A_2) = 1$

$$AM = (2\ -2\ 2\ -2) \rightarrow (1\ 0\ 1\ 0) = B_2$$

então o sistema dinâmico BAM chama o par (A_2, B_2) . A energia de Lyapunov inicial igual a $-AMB_2^T = -4$.

Considere agora a próxima entrada $A = (0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)$. Este ponto está mais próximo de A_1 que de A_2 : $H(A_1, A_1) = 3 < 5 = H(A_1, A_2)$. Sendo esperado que A seja atraído por A_1 . Porém isso pode não ocorrer.

$$AM = (-2\ 2\ -2\ 2) \rightarrow (0\ 1\ 0\ 1) = B_2^c$$

B_2^c significa o vetor complementar de B_2 , com energia $-AM(B_2^c)^T = -4$. Em termo B_2^c conduz a

$$B_2^c M^T = (-2\ -2\ -2\ 2\ 2\ 2) \rightarrow (0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1) = A_2^c$$

o que leva a

$$A_2^c M = (-4\ 2\ -2\ 4) \rightarrow (0\ 1\ 0\ 1) = B_2^c$$

estabelecendo o par complemento (A_2^c, B_2^c) como outro ponto de atração com energia $-A_2^c M (B_2^c)^T = -6$. Refere-se a este pontos fixos indesejados como atratores espúrios.

Capítulo 5

Redes Neurais de Hopfield

5.1. Modelo Discreto de Hopfield

Muitos pesquisadores creditam ao modelo de Hopfield em [Hopfield,1982], a reinvenção ou retomada das pesquisas ligadas as redes neurais artificiais ocorrida nos anos 80. Estas pesquisas nos anos 70 teve em [Amari, 1977] (artigo citado na referência [Hopfield,1982]) grande estudioso das redes recorrentes .

Cientificamente o modelo de Hopfield, figura 5.1., ilustra uma BAM autoassociativa aditiva e bivalente operando serialmente com trocas de estado assíncrona simples. Uma BAM autoassociativa tem uma matriz de conexão simétrica, desde que o fluxo direto de informação é via M , e o reverso via M^T simetriza qualquer matriz M .

Autoassociatividade significa que a rede reduz-se topologicamente a um campo F_x de neurônios: $F_x = F_y$. A matriz sináptica M simetricamente intraconecta os n neurônios no campo F_x : $M = M^T$ ou $m_{ij} = m_{ji}$. Hopfield também considera que não existe a auto-realimentação o que leva a diagonal de M ao vetor nulo, ou $m_{ii} = 0$. Isto aumenta a precisão na recuperação de informação (para armazenamento ou codificação através da auto-correlação bipolar) e reflete a observada ausência de auto-realimentação nos neurônios biológicos.

A versão auto-associativa da equação(4.18) descreve a dinâmica da ativação neuronal aditiva.

$$x_i^{k+1} = \sum_{j=1}^P S_j(x_j^k) m_{ji} + I_i \quad (5.1)$$

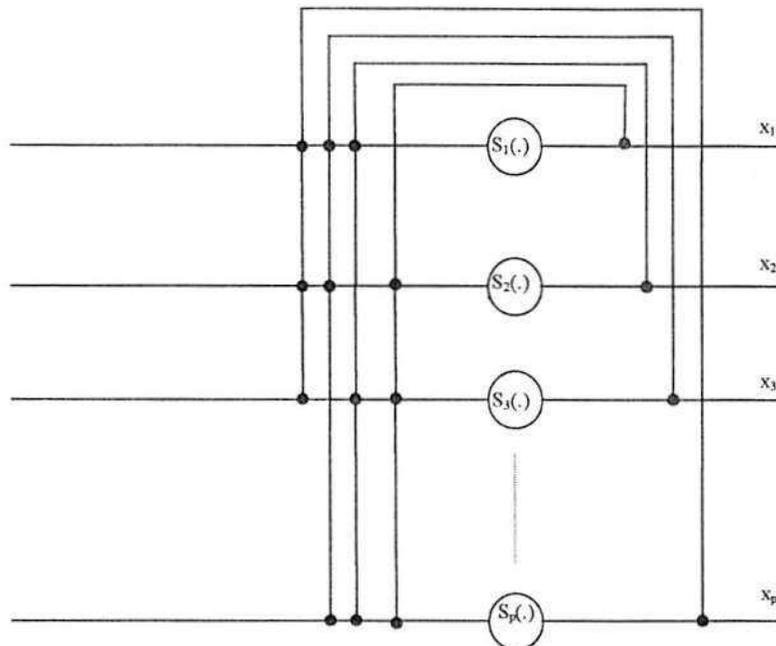


Figura 5.1. Grafo da rede neural de Hopfield

Para a entrada constante I_i , com a função de *limiar*,

$$S_i(x_i^{k+1}) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i^{k+1} > U_i \\ S_i(x_i^k) & \text{se } x_i^{k+1} = U_i \\ 0 & \text{se } x_i^{k+1} < U_i \end{cases} \quad (5.2)$$

Para um *limiar* constante U_i .

Neste caso a matriz sináptica de conexão, $n \times n$, M é obtida calculando-se o somatório das matrizes dos produtos externos (auto-correlações) e zerando-se a diagonal principal

$$M = \sum_{k=1}^m X_k^T X_k - mI \quad (5.3)$$

Onde I denota a matriz $n \times n$ identidade. Por exemplo codifica-se o padrão bipolar (1 -1) como a seguinte matriz da diagonal zero.

$$\sum_{k=1}^m X_k^T X_k = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

A diagonal principal nula aumenta a precisão de recuperação dos dados, ajudando a função de transferência do sistema $S(XM)$ a comportar-se de forma diferente do operador identidade. Considerando-se que os vetores de estados são vetores aleatórios bipolar ou binários. Então devido as distribuições de probabilidades simétricas, os termos fora da diagonal em cada coluna de $X_k^T X_k$ tendem a conter tantos 1's quanto -1's. O termo diagonal m_{ii} sempre é igual a 1. Adicionando-se m matrizes de auto correlação produz-se $m_{ii} = m$. Quanto maior o m , mais a soma das M matrizes de auto correlação M tende a comportar-se como uma matriz identidade I , desde que na equação(5.2) os limiares de ativações sejam: $U_i = 0$. Todo padrão aleatório de entrada X tende a *limiar* de si mesmo: $S(XM) = X$. Assim todo par tende a ser um ponto fixo. Zerando-se a diagonal principal resolve-se esta tolerância de codificação.

O modelo de Hopfield atualiza apenas um neurônio a cada intervalo de tempo. O assincronismo simples transforma a operação paralela vetor-matriz da rede numa operação serial.

O assincronismo simples permite a interpretação estocástica da rede de Hopfield. Interpreta-se cada neurônio como um processo escalar aleatório. Assim a rede inteira define um processo aleatório vetorial. Cada neurônio aleatoriamente decide quando ultrapassar sua corrente de ativação. [Hopfield, 1982] sugeriu que o valor da atualização média e uma variância atualizada caracterizam cada neurônio aleatório. Presumivelmente se for discretizado o tempo tanto quanto necessário no máximo um neurônio muda de estado por ciclo. Em geral, subconjuntos arbitrários de neurônios mudam de estado por ciclo.

A interpretação estocástica do assincronismo simples ocorre por questão de necessidade. Em geral, se mais do que um neurônio muda de estado a cada tempo a rede de Hopfield é instável. Ela é bidirecionalmente estável, porém não unidirecionalmente estável.

Considere outra vez a matriz 2×2 com zero na diagonal principal que armazena o vetor de estado bipolar (1 - 1):

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Agora passando o vetor unitário $X(1, 1)$ através de M obtém-se $XM = (-1 -1)$. Aplicando sincronamente a função sinal *limiar* bipolar obtém-se de volta o mesmo vetor $S(X$

$M) = -X = (-1, -1)$. Passando $-X$ através de M , e sincronamente atualizando obtém-se S
 $(-X M) = X$.

Assim a rede de Hopfield é unidirecionalmente instável, oscilando em um ciclo limitado de dois passos, $\{X, -X\}$. Note que isto define um ponto fixo bidirecional. A estrutura BAM governa desde que $M^T = M$ no passo reverso do vetor de estado de sinal.

Agora suponha passe-se o vetor unitário $(1, 1)$ através de M porém atualiza-se apenas o 1º neurônio. Então o novo vetor de estado de sinal é $(-1, 1)$. Passando este vetor através de M obtém-se o mesmo vetor atualizando-se qualquer neurônio. Conclusão: o assincronismo simples produziu a estabilidade.

Para ilustrar o comportamento do modelo de Hopfield, considere a rede de Hopfield para $n=3$ neurônios com o seguinte grafo arquitetural

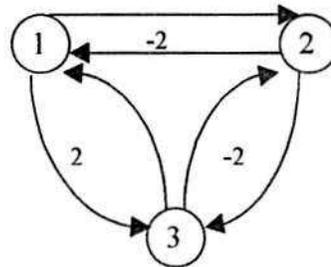


Figura 5.2 Grafo Arquitetural

Sabendo-se que a matriz dos pesos da rede é:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

O *limiar* aplicado a cada neurônio é considerado zero. Com três neurônios na rede, existem $2^3 = 8$ possíveis estados para serem considerados. Desses 8 estados, apenas dois estados são estáveis $(1, -1, 1)$ e $(-1, 1, -1)$, os restantes seis estados são instáveis. Diz-se que esses dois estados são estáveis porque quando aplicados a matriz M conduzem a si mesmos. Para o vetor de estado $(1, -1, 1)$ tem-se ;

$$\begin{aligned} XM &= [1 \ -1 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= [4 \ -4 \ 4]^T \end{aligned}$$

A função de ativação aplicada resulta em:

$$S(XM) = [+1 \quad -1 \quad +1]$$

Da mesma forma para o vetor (-1, 1, -1) tem-se:

$$\begin{aligned} XM &= [-1 \quad 1 \quad -1] \cdot \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= [-4 \quad 4 \quad -4]^T \end{aligned}$$

A função de ativação aplicada resulta em:

$$S(XM) = [-1 \quad +1 \quad -1]$$

Então, a aplicação da equação (5.3) conduz a matriz dos pesos sinápticos:

$$W = [1 \quad -1 \quad 1]^T \cdot [1 \quad -1 \quad 1] + [-1 \quad 1 \quad -1]^T \cdot [-1 \quad 1 \quad -1]$$

$$- 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

5.1.1 Função Energia para Modelo Discreto

Partindo-se da equação genérica de uma BAM (equação 4.49) chega-se a:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i w_{ij} x_j - \sum_i I_i x_i + \sum_i U_i x_i \quad (5.4)$$

onde o termo multiplicativo 1/2 pode ser explicado pela redução de 2 campos de neurônios para 1.

5.2 Modelo Contínuo de Hopfield

A intenção de Hopfield era estender o modelo de memória discreta incorporando novos resultados da neurobiologia que tornassem o neurônio mais próximo da realidade. Por exemplo, é do conhecimento científico que os neurônios reais possuem resposta contínua escalonada como função das suas entradas, ao invés de uma saída binária em dois estados (ativados ou desativado). Utilizando-se dessas modificações e de outras Hopfield construiu um novo modelo para memórias contínuas que possui as mesmas propriedades da memória associativa mostrada no modelo discreto. Além do mais, existe um circuito eletrônico análogo usando amplificadores não lineares e resistores o

qual sugere a possibilidade da construção desses circuitos de memória associativa utilizando-se a tecnologia VLSI. O desenvolvimento do modelo contínuo começa definindo-se x_i como a entrada resultante no neurônio i . Uma analogia biológica possível é o somatório potenciais de ações no *axon hillock* do neurônio. No caso do neurônio, a saída da célula seria uma sequência de potenciais cuja frequência média versus o potencial total de ação estaria representada pela curva sigmoideal (figura 5.3). No modelo de Hopfield a função saída do neurônio seria:

$$v_i = f_i(\lambda x_i) = \frac{1}{2} (1 + \tanh(\lambda x_i)) \quad (5.5)$$

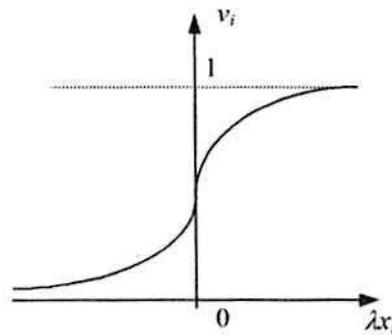


Figura 5.3. Função saída do neurônio

onde λ é uma constante chamada parâmetro de ganho, a qual quanto maior mais se aproxima da função *limiar*. Partindo-se da equação (4.25) que define

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_j S_j(x_j) m_{ij} + I_i$$

Chamando-se,

$$m_{ij} = T_{ij} = I/r_{ij}, \quad (5.6)$$

$$S_i(x_i) = f(\lambda x_i) = v_i \quad (5.7)$$

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_j T_{ij} v_j + I_i \quad (5.8)$$

Nos neurônios reais, existirá um tempo de retardo entre o surgimento das saídas v_j , das outras células, e a entrada resultante, x_i para uma célula. Este tempo de retardo é causado pela resistência (ρ), e capacitância (C) da membrana da célula e a condutância (r_{ij}) finita da sinapse entre as células j e i , estas idéias estão incorporadas na figura 5.4.

Cada amplificador tem uma resistência de entrada, ρ , e uma capacitância de entrada, C , como mostrado na figura. 5.4, também mostra-se os sinais externos I_i . No caso do circuito atual, os sinais externos irão suprir uma corrente constante para cada amplificador.

A corrente líquida de entrada a cada amplificador é a soma das correntes vindas dos outros neurônios, menos a dispersão da corrente através do resistor de entrada, ρ . A contribuição de cada unidade conectada é o valor da tensão no resistor da conexão. Para a conexão da j -ésima unidade com a i -ésima, essa contribuição será $(v_j - x_i) / r_{ij} = (v_j - x_i) T_{ij}$.

A corrente de dispersão é x_i / ρ . Então, a contribuição total de todas as unidades conectadas e da entrada externa é:

$$I_{Ti} = \sum_j (v_j - x_i) T_{ij} - \frac{x_i}{\rho} + I_i \tag{5.9}$$

$$I_{Ti} = \sum_j T_{ij} v_j - \frac{x_i}{R_i} + I_i \tag{5.10}$$

Em que,
$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{\rho} + \sum_j \frac{1}{r_{ij}} \tag{5.11}$$

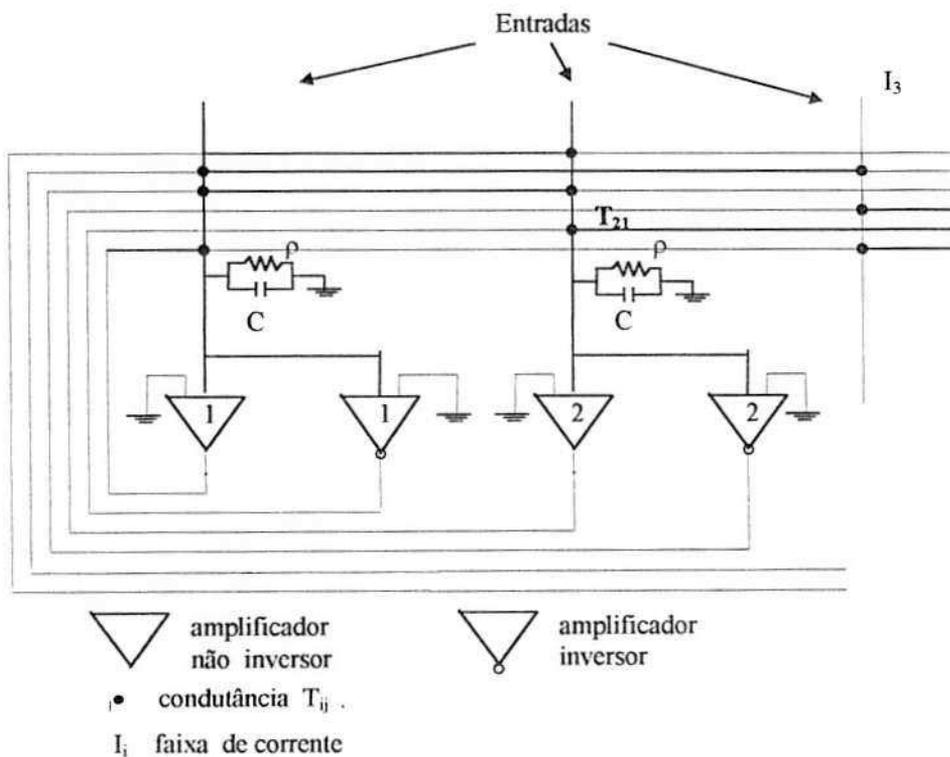


Figura 5.4 Rede Neural de Hopfield para dois neurônios

é a combinação paralela da resistência de entrada e dos resistores da matriz de conexão. Pode-se tratar este circuito como um circuito transitório RC e encontrar o valor de x_i da equação que descreve o carregamento do capacitor como um resultado da entrada total da corrente. Cujas equações são a (5.8) repetida agora em seguida.

$$C_i \dot{x}_i = -\frac{x_i}{R_i} + \sum_j T_{ij} v_j + I_i$$

Essas equações, uma para cada unidade no circuito de memória descreve completamente a evolução do sistema no tempo. A cada neurônio é dado um valor inicial, $x_i(0)$, estas equações podem ser resolvidas em um computador digital usando-se técnicas numéricas para solução de equações diferenciais, para vários valores iniciais. Não esqueça de aplicar a função saída, equação (5.7) para x_i para obter o correspondente valor de saída amplificado, v_i .

5.2.1. Função Energia para o Modelo Contínuo.

Como a BAM, a memória discreta de Hopfield sempre converge para um ponto estável no espaço de Hamming : um dos 2^n vértices do hipercubo de Hamming. A função de energia que permite analisar o modelo contínuo é:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} T_{ij} v_i v_j - \sum_i I_i v_i + \frac{1}{\lambda} \sum_i \frac{1}{R_i} \int_0^{v_i} f_i^{-1}(v) dv \quad (5.12)$$

Na equação (5.12), $f^{-1}(v) = x$ é a inversa da função $v = f(x)$, que é mostrada na figura.5.3., ao longo com a integral de $f^{-1}(v)$, como uma função de v .

Para mostrar-se que a equação (5.12) é uma função Lyapunov apropriada para este sistema: deve-se tomar a derivada no tempo da equação (5.13) assumindo que T_{ij} é simétrico:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_i \frac{dv_i}{dt} \left(\sum_j T_{ij} v_j - \frac{x_i}{R_i} + I_i \right) \quad (5.13)$$

Observe que a quantidade entre parênteses na equação (5.13) é idêntica ao lado direito da equação (5.8). Então:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_i C \frac{dv_i}{dt} \frac{dx_i}{dt} \quad (5.14)$$

Dado que $x_i = f_i^{-1}(v_i)$ pode-se usar a regra de cadeia para escrever:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{df_i^{-1}(v_i)}{dv_i} \frac{dv_i}{dt} \quad (5.15)$$

e a equação (5.13) torna-se:

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_i C \frac{df_i^{-1}(v_i)}{dv_i} \left(\frac{dv_i}{dt}\right)^2 \quad (5.16)$$

A figura. 5.5 mostra que $f_i^{-1}(v_i)$ é uma função monotonicamente crescente de v_i e então sua derivada é positiva sempre.

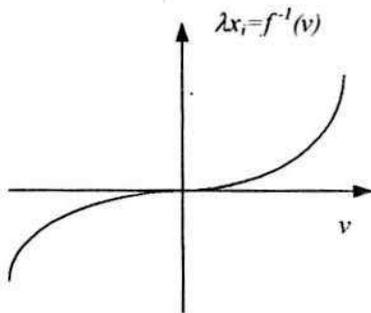


Figura 5.5

Todos os fatores na soma da equação (5.16) são positivos, assim dE/dt deve decrescer à medida que o sistema evolua. O sistema eventualmente alcança a configuração estável, em $dE/dt = 0$ logo, $dv_i/dt = 0$. Foi assumido E como uma função limitada. O que é necessário para garantir que E irá convergir.

5.2.2. Efeitos da Função de Saída Não-linear.

Admitindo-se que todas as entradas externas e *limiares* são zero, então a equação de energia [Hopfield, 1984] para o modelo contínuo equação (5.12) é idêntica aquela do modelo discreto, equação (5.4), exceto pela contribuição.

$$\frac{1}{\lambda} \sum_i \frac{1}{R_i} \int_0^{v_i} f_i^{-1}(v) dv \quad (5.17)$$

Este termo altera a superfície da função energia de tal forma que os pontos estáveis do sistema, agora não situa-se exatamente nos vértices do hiper-cubo de Hamming. O valor do parâmetro ganho determina o quanto próximo do vértice são os pontos estáveis. No limite, um ganho muito elevado, $\lambda \rightarrow \infty$, equação(5.17), é levada para zero, e o modelo contínuo transforma-se no modelo discreto. Para ganhos finitos, os pontos estáveis

movem-se para o interior do hipercubo. Na medida em que o ganho torna-se menor esses pontos estáveis podem fundir-se.

Finalmente, quando $\lambda \rightarrow 0$, apenas um ponto estável existe para o sistema. Então uma escolha prudente do parâmetro ganho é necessária para uma operação da modelagem com sucesso, o que na prática é realizado de forma empírica em cada problema analisado.

Capítulo 6

Redes Neurais como Ferramenta de Otimização

A utilização das redes neurais artificiais como ferramenta de otimização surgiu em 1985, como mostrado na referência [Hopfield & Tank, 1985], quando Hopfield utilizando o modelo contínuo [Hopfield, 1985], solucionou o problema do caixeiro viajante que é um problema de otimização combinatória. Conforme apresentado na referência [Tank & Hopfield, 1986], está proposta uma rede especializada em resolver problemas específicos de programação linear, baseada em circuitos analógicos, estudados desde 1956 por Insley B. Pyne e apresentados na referência [Pyne, 1956].

Posteriormente foram desenvolvidos redes neurais especializadas em solucionar problemas de programação linear (PL) ou não linear quadrática (PQ), apresentadas nas referências [Kennedy & Chua, 1987], [Kennedy & Chua, 1988], [Maa & Shanblatt, 1992b].

Para solução dos problemas de PL e PQ usaremos o modelo de Kennedy-Chua que foi originalmente apresentado em [Kennedy & Chua, 1987] e [Kennedy & Chua, 1988], o qual é um aprimoramento do modelo de Hopfield-Tank mostrado em [Tank & Hopfield, 1985]. As características do modelo de Hopfield-Tank e Kennedy-Chua são discutidos também nos artigos [Cichocki & Unbehauen, 1992], [Maa & Shanblatt, 1992a], [Lillo et al, 1993], [Zak et al, 1995], os quais foram utilizados como embasamento teórico e de caso teste para a construção do algoritmo dinâmico para a solução dos problemas de PL e PQ. Já o artigo [Maa & Shanblatt, 1992b] propõe o método das duas fases, sendo utilizado na sua implementação. A referência [Myung & Kim, 1997] também discute o método das duas fases no qual estamos interessados.

É conveniente neste momento ressaltar a importância da função energia ou Lyapunov (detalhada no capítulo 4), a qual foi utilizada nos capítulos 4 e 5 e será neste também. Já que ao tratar-se de redes dinâmicas, na medida em que se demonstra que a rede em estudo é descrita por uma função Lyapunov, demonstra-se também que esta rede é estável e que o ponto de estabilidade é a solução do problema que a rede representa. As redes neurais dedicadas a problemas de PL e PQ tratam os problemas com restrições como problemas sem restrições, através do estabelecimento de uma função penalização, conforme descrita no item 6.1, que representam a função energia do Lagrangiano. Então, estas redes são baseadas na solução de um conjunto de equações diferenciais obtidas da minimização da função energia.

6.1. Preliminares em Programação Matemática

Esta seção tem por objetivo padronizar a convenção e notação matemática adotada no curso deste trabalho e está de acordo com as referências [Maa & Shanbaltt, 1992a], [Maa & Shanbaltt, 1992a], [Myung & Kim, 1997] e [Luenberger, 1984], dando assim o conhecimento mínimo para o assunto tratado neste capítulo.

O conjunto $X \subset R^n$ é dito convexo, se qualquer $x_l, x_r \in X$ implica $[x_l, x_r] \subset X$, sendo $[x_l, x_r] = \{x \in R^n \mid x = \lambda x_l + (1-\lambda)x_r, 0 \leq \lambda \leq 1\}$. Seja $X \subset R^n$ um conjunto convexo não vazio; então $f: X \rightarrow R$ é convexa se $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$ para qualquer $x, y \in X$ e para $0 \leq \lambda \leq 1$. A função $f: X \rightarrow R$ é côncava se $-f$ é convexa. Uma função afim $f: X \rightarrow R$ é uma função côncava e convexa.

Seja o Problema (P) na seguinte forma,

$$\text{minimize } f(x)$$

$$\text{sujeito às restrições } g_1(x) \leq 0, \dots, g_r(x) \leq 0, \quad h_1(x) = 0, \dots, h_m(x) = 0 \quad (6.1)$$

sendo $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ é um vetor $(nx1)$, f uma função $R^n \rightarrow R$, g_i 's são funções do $R^n \rightarrow R^r$ e h_i 's são funções do $R^n \rightarrow R^m$, para $m \leq n$. (P) é dito um problema convexo se f e g_i 's são funções convexas no R^n , e h_j 's são funções afins no R^n . Um vetor x é uma solução viável de P se e somente se satisfaz as $r+m$ restrições de (P). Uma coleção de vetores x é chamado de um conjunto viável. Quando o conjunto viável é vazio, (P) é considerado inviável. Se (P) é um problema convexo, seu conjunto viável é necessariamente convexo. Para uma solução viável x , o conjunto das restrições ativas

("binding", vide [Fletcher, 1996] e [Gill et al, 1981]) em x é o conjunto $I = \{ i \mid g_i(x) = 0 \}$. Uma solução viável x é dita ponto regular se os gradientes $\nabla g_i(x)$, $\nabla h_j(x)$ $i \in I$, $1 \leq j \leq m$ são linearmente independentes.

O teorema enunciado a seguir é conhecido como o teorema da otimalidade de *Kuhn-Tucker (KT)*, cuja prova é dada em [Luenberger, 1984].

Teorema KT: Seja (P) um problema convexo e seja \bar{x} uma solução viável de (P) .

Suponha que cada g_i e h_j sejam diferenciáveis em \bar{x} . Assume-se além disso que \bar{x} é um ponto regular. Então \bar{x} é uma solução ótima de (P) se existe $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_r]^T$ e $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_m]^T$ que juntamente em \bar{x} satisfazem as condições seguintes;

$$i) \lambda_i \geq 0, \quad g_i(\bar{x}) \leq 0, \quad e \quad \lambda_i g_i(\bar{x}) = 0, \quad i = 0, \dots, r; \quad (6.2)$$

$$ii) \nabla f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^r \lambda_i \nabla g_i(\bar{x}) + \sum_{j=1}^m \mu_j \nabla h_j(\bar{x}) = 0. \quad (6.3)$$

As variáveis λ e μ são chamados de multiplicadores de Lagrange associados as restrições g_i e h_j respectivamente.

Outro teorema muito importante para a otimização utilizando-se as redes neurais é o teorema da Função Penalidade, o qual garante condições para que se transforme problemas com restrições em problemas sem restrições, será enunciado em seguida de acordo com a referência [Luenberger, 1984].

Teorema da Função Penalidade: Seja $\{s_i\}_{i=1}^{\infty}$ uma sequência não negativa e estritamente crescente tendendo ao infinito.

Definindo-se a função

$$L(s, x) = f(x) + \frac{s}{2} \left[\sum_{i=1}^r (g_i^+(x))^2 + \sum_{j=1}^m (h_j(x))^2 \right] \quad (6.4)$$

sendo: $g_i^+(x) = \max \{0, g_i(x)\}$. Em outras palavras, $g_i^+(x)$ é a magnitude da violação da i -ésima restrição $g_i(x)$ em (P) , para $1 < i < r$.

Seja x_i o mínimo de $L(s_i, x)$. Então qualquer ponto limite da sequência $\{x_i\}_{i=1}^{\infty}$ é uma solução ótima para (P) . Além disso se $x_i \rightarrow \bar{x}$ e \bar{x} é um ponto regular, então $s_i g_i^+(x_i) \rightarrow \lambda_i$ e $s_i h_j(x_i) \rightarrow \mu_j$, os quais são os multiplicadores de Lagrange associados com g_i e h_j respectivamente.

Outra maneira de se representar a função penalidade é modificando-se o problema P original para outro P' onde as igualdades representadas pelas funções $h_j(x)$ são transformadas em duas desigualdades e incorporadas a função $g_i(x)$ que passaria de r equações para $r+2m$. Este tipo de função penalidade (equação 6.29) será usada no item 6.3.1.

6.2. Rede Neural de Hopfield para Problemas de Programação Linear (PL)

Seja o problema de programação linear na forma

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(v) = a^T v \\ & \text{s.a } g(v) = Dv - b \geq 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

sendo, D é uma matriz $m \times n$, $b \in R^m$, $a \in R^n$, e $v \in R^n$.

A rede neural proposta em [Tank & Hopfield, 1986] para resolver o PPL da equação (6.5) é mostrada na figura. 6.1. As saídas dos n amplificadores no lado esquerdo correspondem ao vetor variável v do PPL (amplificadores variáveis), cuja entrada resultante é chamada de x_i , as correntes correspondem aos elementos a_i que alimentam tais amplificadores. Os m amplificadores no lado direito representam as restrições de inequações (amplificadores restrições). A entrada resultante x_j para cada amplificador é a soma de uma corrente constante proporcional ao limite b_j e uma corrente igual ao produto da saída v_i do amplificador variável multiplicada pelo coeficiente d_{ji} . A saída do j -ésimo amplificador restrição é multiplicada por d_{ji} e alimenta o i -ésimo "amplificador variável". As relações entre os amplificadores são expressas por :

$$\text{Amplificador Variável : } v_i = h(x_i) ; \text{ (função linear)} \quad (6.6)$$

$$h(x_i) = \gamma \cdot x_i ; \text{ sendo, } \gamma = \text{cte} \quad (6.7)$$

$$\text{Amplificador Restrição : } y_j = g^-(x_j) ; x_j = g_j(v) = d_{ji} \cdot v_i - b_j , \quad (6.8)$$

$$\text{sendo, } g_j^-(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{se } x_j \geq 0 \\ -k \cdot x_j & \text{se } x_j < 0 \end{cases} \quad (6.9)$$

onde, k é uma constante positiva e a função g^- é tal que dá uma saída elevada quando a restrição correspondente não é satisfeita. Deve-se notar que os amplificadores restrição devem ter um tempo de resposta menor (ser mais rápido) que os "amplificadores variáveis". Embora esta rede neural tenha conexões assimétricas ele converge para um dos seus mínimos dado que a função inversa da função característica

entrada-saída de cada amplificador variável é monotonamente crescente [Tank&Hopfield, 1986], o que será mostrado no decorrer desta análise.

Assumindo desprezível o tempo de resposta de y_j comparado com a dos amplificadores variáveis, então a equação do circuito dos amplificadores variáveis escreve-se como;

$$C_i \frac{dx_i}{dt} = -a_i - \frac{x_i}{R_i} - \sum_j d_{ji} g_j^-(x_j) \tag{6.10}$$

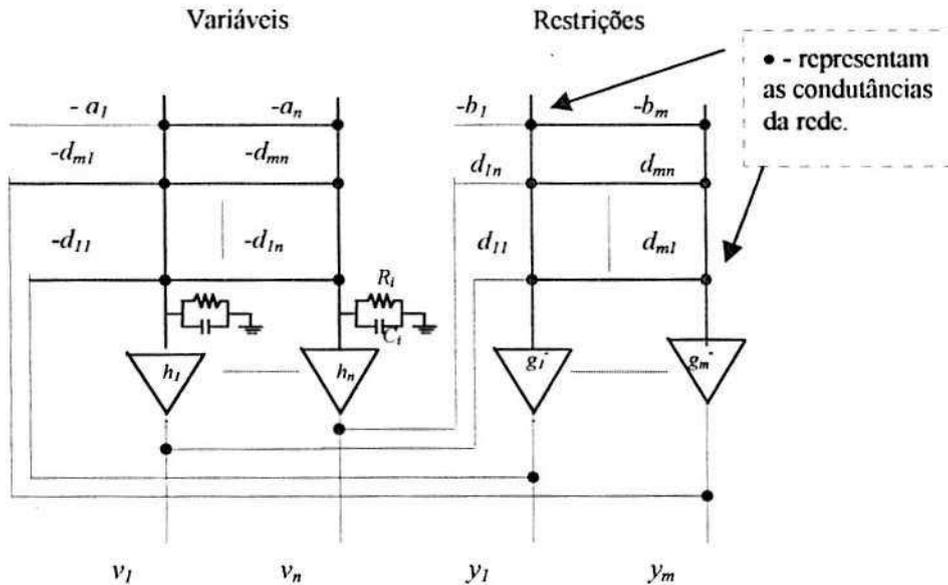


Figura . 6.1 Rede Neural “Hopfield e Tank” para Resolver PPL

$$C_i \frac{dx_i}{dt} = -a_i - \frac{x_i}{R_i} - \sum_j d_{ji} g_j^-(d_{ji} v_i - b_j) \tag{6.11}$$

Considere agora a seguinte função de energia

$$E = a^T v + \sum_j G_j^-(d_j v - b_j) + \sum_i \frac{1}{R_i} \int_0^v h^{-1}(v) dv \tag{6.12}$$

onde ; $g_j^-(x) = \frac{dG_j^-(x)}{dx}$ (6.13)

Então derivando no tempo,

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{dv_i}{dt} \left[\frac{x_i}{R_i} + a_i + \sum_j d_{ji} g_j^-(d_j v - b_j) \right] \tag{6.14}$$

Porém substituindo o termo entre colchetes pela equação(6.10) obtém-se

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{dv_i}{dt} (-C_i) \frac{dx_i}{dt} = - \sum_i C_i h^{-1}(v_i) \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^2 \tag{6.15}$$

Como C_i é positivo e $h^{-1}(v_i)$ é monotonicamente crescente esta soma é não negativa e

$$\frac{dE}{dt} \leq 0; \quad \text{quando} \quad \frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dv_i}{dt} = 0; \quad \forall i \tag{6.16}$$

Então como também foi mostrado para a rede da figura 5.4 a evolução no tempo do sistema é um movimento no espaço de estados em busca do mínimo de E e então pára.

Um comentário importante deve ser feito quanto à função $g(x)$, é que no artigo original [Tank & Hopfield, 1986] o valor da constante k foi 1 o que leva a problemas de convergência do ponto de vista de circuito, como mostrado em [Kennedy & Chua, 1987] e de otimalidade como mostrado em [Maa & Shanblatt, 1992a]. Contudo artigos aplicados à área energética [Sasaki et al, 1992], [Liang & Hsu, 1996] e [Liang, 1999] utilizam um valor de k elevado como forma de corrigir o problema aqui citado e conduzir a uma solução dinâmica do problema através de um sistema de equações diferenciais ordinárias idêntico ao do modelo de Kennedy-Chua, mostrado em seguida, quando feitas considerações similares e aproximações como R_i infinito.

6.3. Rede Neural de Hopfield para PPL – modificada por Kennedy e Chua

Em [Kennedy & Chua, 1987] e posteriormente em [Kennedy & Chua, 1988] foi demonstrado que a função energia proposta anteriormente apesar de buscar o mínimo não é limitada inferiormente, logo na modelagem com AOP (amplificador operacional) ideal o valor obtido seria infinito e no caso do AOP real seria o valor de saturação do AOP. Já em [Kennedy & Chua, 1988] mostram um novo circuito para resolver problemas de programação linear e quadrática.

Os circuitos propostos em [Kennedy & Chua, 1987] para programação linear e em [Kennedy & Chua, 1988] para programação quadrática e também para programação não linear genérica foram baseados na teoria de circuitos desenvolvida em [Chua & Green, 1976], [Chua & Wang, 1978], [Chua & Lin, 1984], e [Chua & Lin, 1985] Denominada “canonical nonlinear programming circuit”, a qual baseada condições de “Kuhn--Tucker” da teoria de programação matemática, simula a solução de problemas de programação não linear quadrática através de circuitos analógicos mostrado em [Wilson, 1986].

Considere agora o caso da programação quadrática. Seja a seguinte programação quadrática na forma,

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f(v) = \frac{1}{2} v^T G v + a^T v \\ \text{s.a} \quad & g(v) = Dv - b \geq 0 \end{aligned} \quad (6.17)$$

onde, G é uma matriz $n \times n$ simétrica, e definida positiva, D é uma matriz $m \times n$, $b \in R^m$, $a \in R^n$, e $v \in R^n$.

O circuito apresentado em [Kennedy & Chua, 1988] aplica-se tanto a PL como a PQ, já que PL é um caso especial de PQ quando a matriz G é nula.

Como na rede neural proposta por [Tank & Hopfield, 1986] para resolver o PPL equação(6.5) e mostrada na figura 6.1, a rede neural de Hopfield modificada por Kennedy e Chua aplicada a problemas de PL e PQ mostrada na figura 6.2 possui circuitos amplificadores variáveis e restrições.

As saídas dos n amplificadores inferiores corresponde ao vetor variável v do PPL e PQ (amplificadores variáveis ou integradores), cuja entrada resultante é chamada de x_i ; as correntes correspondem aos elementos a que alimentam tais amplificadores. Os m amplificadores superiores representam as restrições de inequações (amplificadores restrições). A entrada resultante x_j para cada amplificador é a soma de uma corrente constante proporcional ao limite b_j e uma corrente igual ao produto da saída v_i do amplificador variável multiplicada pelo coeficiente d_{ji} . A saída do j -ésimo amplificador restrição é multiplicada pelo d_{ji} e alimenta o i -ésimo amplificador variável, juntamente com sua própria saída v_i multiplicada elemento g_{ij} da matriz G . As relações entre os amplificadores são expressas por :

$$\text{Amplificador Variável:} \quad C_i \frac{dv_i}{dt} = -x_i \quad (6.18)$$

$$\text{Amplificador Restrição:} \quad y_j = g_j(x_j); \quad x_j = -d_{ji} \cdot v_i + b_j = -g_j(v) \quad (6.19)$$

sendo;

$$g_j(x_j) = \begin{cases} 0 & \text{se } g_j(v) \geq 0 \\ \frac{1}{R} x_j & \text{se } g_j(v) < 0 \end{cases} \quad (6.20)$$

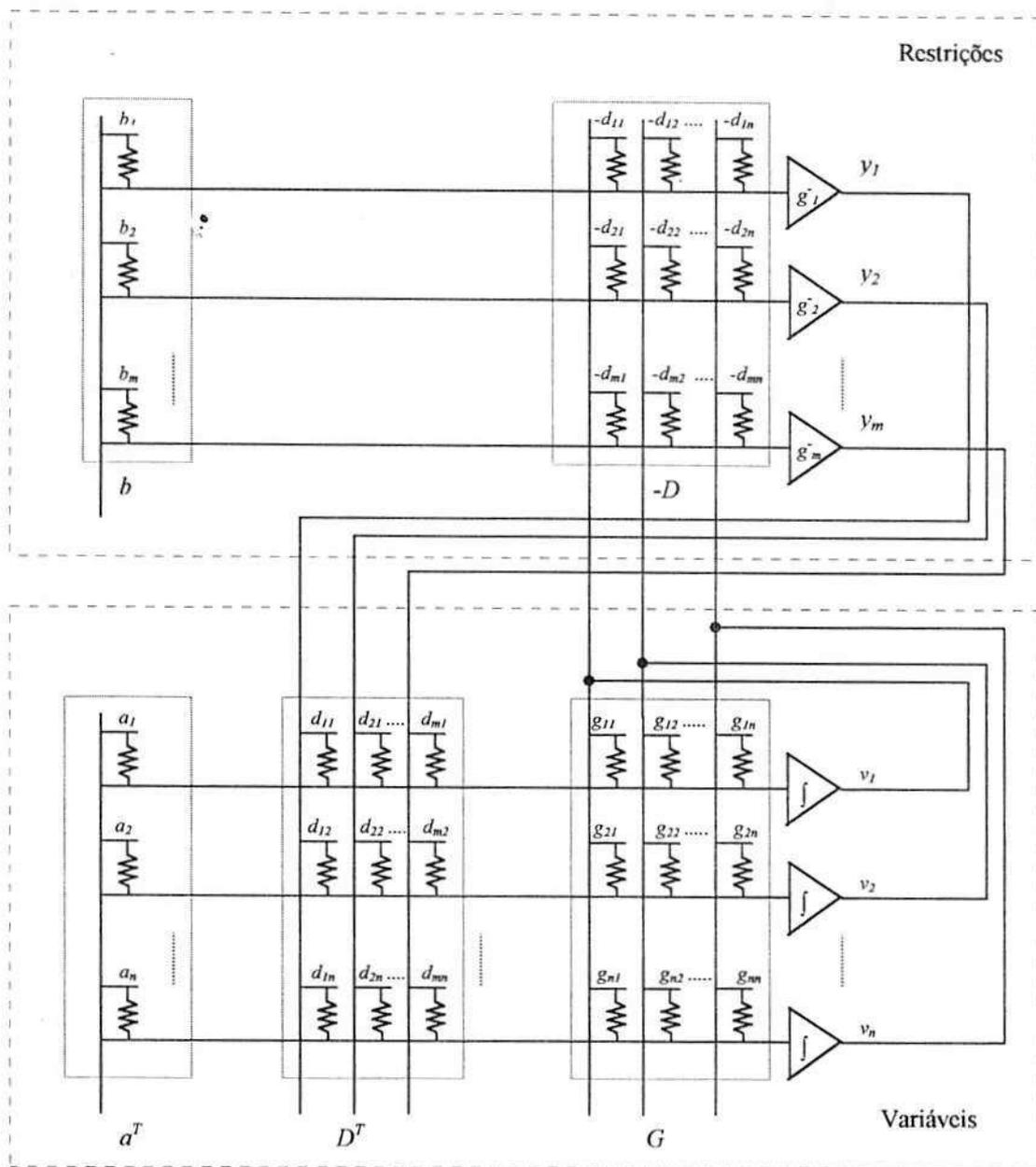


Figura 6.2. Rede Neural de Hopfield – Modificada por “Kennedy e Chua” aplicada a PL e PQ

onde, R é uma constante positiva e a função g^- é tal que dá uma saída elevada quando a restrição correspondente não é satisfeita. Deve-se notar que os amplificadores restrição devem ter um tempo de resposta menor (ser mais rápido) que os amplificadores variáveis

Assumindo desprezível o tempo de resposta de y_j comparado com a dos amplificadores variáveis, então a equação do circuito dos amplificadores variáveis escreve-se como;

$$C_i \frac{dv_i}{dt} = -\frac{df(v)}{dv_i} - \sum_j y_j \frac{dg_j(v)}{dv} \quad (6.21)$$

$$\text{sendo, } y_j = g_j^-(g(v))$$

$$C_i \frac{dv_i}{dt} = -a - Gv_i - \sum_j g_j^-(d_j v - b_j) \lambda_{ji} \quad (6.22)$$

Considere agora a seguinte função de energia

$$E(v) = f(v) + \sum_{j=1}^m \int_0^{g_j(v)} g_j^-(v) dv \quad (6.23)$$

Tomando a derivada de $E(v)$ no tempo, e usando o fato de que $y_j = g_j^-(g(v))$, obtém-se,

$$\frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{df(v)}{dv_i} \frac{dv_i}{dt} + \sum_j \sum_i g_j^-(g(v)) \frac{dg_j(v_i)}{dv_i} \frac{dv_i}{dt} \quad (6.24)$$

$$\text{ou, } \frac{dE}{dt} = \sum_i \frac{dv_i}{dt} \left[\frac{df(v)}{dv_i} + \sum_j g_j^-(g(v)) \frac{dg_j(v_i)}{dv_i} \right] \quad (6.25)$$

Porém substituindo-se o termo entre parênteses pela equação(6.21) obtém-se

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_i C_i \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^2 \quad (6.26)$$

Como C_i é positivo esta soma é não negativa então,

$$\frac{dE}{dt} \leq 0;$$

Então a evolução no tempo do sistema descrito na figura 6.2, é um movimento no espaço de estados em busca do mínimo de E e então pára. Logo E é uma função Lyapunov para o sistema, sendo o sistema estável em \tilde{v} quando

$$\frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dv_i}{dt} = 0, \quad \forall i.$$

6.3.1. Algoritmo Neural para Programação Linear(PL) e Quadrática(PQ)

Seja o problema de programação quadrática(PQ) na forma

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f_q(v) = \frac{1}{2} v^T G v + a^T v \\ \text{s.a} \quad & g(v) = Dv - b \leq 0 \end{aligned} \quad (6.27)$$

onde, G é uma matriz $n \times n$ simétrica, e “definida positiva”, D é uma matriz $m \times n$, $b \in R^m$, $a \in R^n$, e $v \in R^n$, e caso existam igualdades serão tratados como duas inequações e a formulação aqui mostrada permanece. Observe que $\nabla f(v) = a + Gv$ e $\nabla g(v) = D^T$.

Observe que no caso do problema de PL ter-se-ia a matriz G com valor nulo.

Define-se: $g^+(v) = \max \{0, g_i(v)\}$, cuja notação foi simplificada para $g^+ = [g_1^+ \dots g_m^+]^T$, de acordo com [Maa & Shanblatt, 1992a].

Para o caso em que, $g(v) = Dv - b \geq 0$, tem-se $g^-(v) = -\min \{0, g_i(v)\}$, como mostrado em [Zak, et al, 1995]. Usaremos neste trabalho, $g^+(v)$, no algoritmo de solução.

O modelo desenvolvido em [Kennedy & Chua, 1987] e [Kennedy & Chua, 1988] usa integradores como componentes básicos. Esta modificação requer um hardware adicional para tornar o integrador nas implementações analógicas. O modelo é descrito pela equação:

$$\dot{v} = C^{-1} \{-\nabla f(v) - s \nabla g(v) \cdot g^+(v)\} \quad (6.28)$$

onde C é uma matriz diagonal $n \times n$ oriunda da capacitância própria do neurônio, a qual normalmente é tomada como a matriz identidade, e s é o fator de penalização das restrições não respeitadas e que se tornará também o fator de precisão da rede, melhorando-se o resultado da rede à medida que o s aumenta. A função correspondente de energia é :

$$E(v) = f(v) + \frac{s}{2} \sum_{j=1}^m (g_j^+(v))^2 \quad (6.29)$$

a qual foi provado em [Kennedy & Chua, 1987] e [Kennedy & Chua, 1988] ser uma função “Lyapunov” para o sistema de equações dado por (6.28). O que garante a convergência do sistema para um ponto estável de equilíbrio sem oscilações.

Tomando C como a matriz identidade em (6.28) obtém-se:

$$\dot{v} = -\nabla f(v) - s \left[\sum_{j=1}^m g_j^+(v) \nabla g_j(v) \right] \quad (6.30)$$

Cujo diagrama de bloco do processo iterativo de solução de (6.30) é:

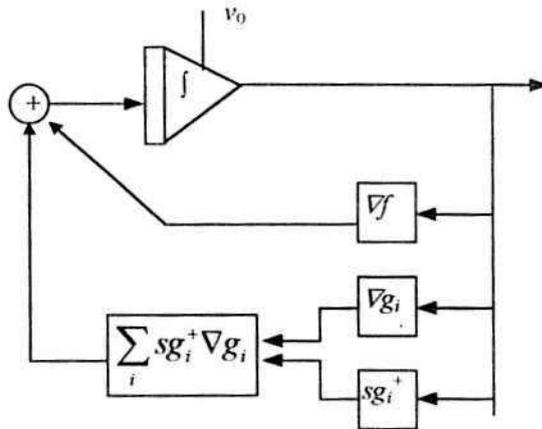


Figura 6.3 Diagrama de Bloco do Sistema Dinâmico equação(6.30)

Para um PPL $f(v)$ e $(g^+(v))^2$ são convexas e continuamente diferenciável, como é $E(v)$, então

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{dE}{dv_j} \frac{dv_j}{dt} = \dot{v}^T \left[\nabla f(v) + s \sum_{j=1}^m g_j^+(v) \nabla g_j(v) \right] = -\dot{v}^T \cdot \dot{v} \leq 0 \tag{6.31}$$

Onde a igualdade ocorrerá apenas no equilíbrio \tilde{v} da equação (6.30). Então se o PPL tem um valor ótimo $E(v)$ é uma função de Lyapunov para (6.30) o mínimo será atingido em \tilde{v} .

6.3.2. Algoritmo Neural para PQ (Caso dos Mínimos Quadrados)

Seja a seguinte problema programação quadrática na forma

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & f_q(v) = \frac{1}{2} v^T G v + a^T v \\ \text{s.a} \quad & g(v) = Dv - b \leq 0 \end{aligned} \tag{6.32}$$

onde, G é uma matriz $n \times n$ simétrica, e “definida positiva”, D é uma matriz $m \times n$, $b \in R^m$, $a \in R^n$, e $v \in R^n$.

Em [Maa & Shanblatt, 1992a] está demonstrado que em duas situações a rede de Kennedy-Chua resolve o problemas de PQ sem restrições sendo um deles o dos mínimos quadrados, na forma da equação 6.30, o que será mostrado a seguir.

A primeira chamada de, caso A, solucionando $B_{n \times n} v = b$, sendo B assumido de posto= n ou *posto completo*. Este problema pode ser convertido em minimizar

$$f(v) = \frac{1}{2} \|Bv - b\|^2 \text{ no } R^n. \text{ Então,}$$

$$f(v) = \frac{1}{2} v^T B^T B v - b^T B v + \frac{1}{2} b^T b \quad (6.33)$$

e

$$\nabla f(v) = B^T (Bv - b) \quad (6.34)$$

Desde que $B^T B$ é simétrica e definida positiva pela condição assumida para B , a rede de otimização descrita em (6.30) para este caso de programação quadrática apresenta-se como:

$$\dot{v} = -\nabla f(v) \quad (6.35)$$

Logo segue que, $\frac{df(v)}{dt} = -[\|\nabla f(v)\|^2] \leq 0$ com a igualdade ocorrendo apenas em $Bv = b$. O que é o ponto de mínimo desejado, obtido como ponto de equilíbrio de (6.35), $v = B^{-1}b$, é assintoticamente e globalmente estável. Sendo o problema resolvido sem a inversão de matrizes.

A segunda situação referida como, Caso B, resolvendo $B_{m \times n} v = b$; Neste caso, assume-se $\text{rank}(B) = n < m$, logo B é de *posto completo*. Este é o problema dos mínimos quadrados. Podendo este problema ser transformado de maneira similar em minimize $f(v) = \frac{1}{2} \|Bv - b\|^2$ sobre R^n , o qual define um sistema dinâmico como em (6.35). E que convergirá assintoticamente para o equilíbrio \tilde{v} que satisfaz.

$$0 = B^T (B\tilde{v} - b) \quad (6.36)$$

O que implica que

$$\tilde{v} = (B^T B)^{-1} B^T b \quad (6.37)$$

Porém, isto é a solução dos mínimos quadrados para $Bv = b$. E novamente o problema é resolvido sem a inversão de matrizes.

6.4. Rede Neural de Maa-Shanblatt (Otimização em duas fases)

As redes neurais artificiais tem sido aplicadas a várias classes de problemas de otimização com restrição e tem mostrado potencial para resolvê-los eficientemente. A primeira rede a resolver problemas de programação matemática baseada em uma rede recorrente específica foi proposta por [Tank & Hopfield, 1986], onde foi mapeado um problema de programação linear. Quando uma violação da restrição ocorre a magnitude e a direção da violação são realimentadas para ajustar os estados dos neurônios da rede de tal forma que a energia total da rede é sempre decrescente até atingir o mínimo. Quando a energia atinge seu mínimo, os estados dos neurônios são os minimizadores do problema original.

A rede de Tank e Hopfield tem uma deficiência que faz com que o ponto de equilíbrio encontrado por esta rede pode não ser uma solução do problema original, tendo em vista que esta rede falha em satisfazer as condições de otimalidade de Kuhn-Tucker para um minimizador [Maa & Shanblatt, 1992a]. Um avanço foi obtido posteriormente em [Kennedy & Chua, 1988], modificando a rede anterior de modo a tornar sua função energia uma função Lyapunov para a rede. O que garante que a rede converge para um ponto de equilíbrio estável.

Em [Maa & Shanblatt, 1992a, 1992b] demonstra-se que a rede de Kennedy e Chua para problemas de programação não-linear satisfaz totalmente as condições de otimalidade de Kuhn-Tucker e o método da função penalidade. Também mostra que sobre condições apropriadas esta rede é completamente estável. Ainda mais é mostrado que o ponto equilíbrio ocorre na vizinhança do ponto ótimo do problema original e que a distância entre eles pode ser feita arbitrariamente pequena selecionando-se um parâmetro de penalidade(s) suficientemente grande.

A rede de Kennedy-Chua é capaz de resolver uma grande classe de problemas de otimização com restrição e sem restrição. De fato ficou demonstrado que problemas tais como o dos mínimos quadrados com e sem restrição, solução de sistemas de equações não lineares e o problema de encontrar as raízes do polinômio podem ser resolvidos através desta rede[Cichocki & Unbehauen,1992]. Porém a deficiência desta rede ocorre quando as soluções dos problemas com restrições estão na borda da região viável, como definido pelas restrições, então a rede converge apenas para uma solução aproximada que está fora da região viável. Isto é explicado pela aplicação do teorema da função penalidade. Para aplicações em que uma solução inviável não pode ser tolerada a utilidade dessa técnica(rede de Kennedy-Chua) está comprometida. Com

intuito de superar esta dificuldade foi proposto em [Maa & Shanbaltt, 1992b] o método das duas fases .

Uma característica interessante do método das duas fases é que mesmo na primeira fase as restrições de igualdade não são transformadas em duas desigualdades como ocorre no método de Kennedy-Chua.

A rede proposta em [Maa & Shanbaltt, 1992b] consiste da busca da solução para um problema como em (6.1), repetido a seguir para clareza do texto,

Seja o Problema (P) da seguinte forma:

minimize $f(x)$ sujeito às restrições

$$g_1(v) \leq 0, \dots, g_r(v) \leq 0, \quad h_1(v) = 0, \dots, h_m(v) = 0$$

onde $v = [v_1, \dots, v_n]^T$ é um vetor $(nx1)$, f uma função $R^n \rightarrow R$, g_i 's são funções do $R^n \rightarrow R^r$ e h_i 's são funções do $R^n \rightarrow R^m$, para $m \leq n$. (P) é dito um problema convexo se f e g_i 's são funções convexas, e h_j 's são funções afins no R^n .

A solução de (P) é realizada em duas etapas sendo a primeira baseada na função penalidade (6.4) dada por:

$$L(s, v) = f(v) + \frac{s}{2} \left[\sum_{i=1}^r (g_i^+(v))^2 + \sum_{j=1}^m (h_j(v))^2 \right],$$

sendo: $g_i^+(x) = \max \{0, g_i(x)\}$. A medida que, $v_k \rightarrow \tilde{v}$, o sistema converge e $sg_i^+(v) \rightarrow \lambda_i$, $sh_j(v) \rightarrow \mu_j$, que são os multiplicadores de Lagrange associados com as respectivas restrições. Logo já na primeira fase tem-se uma aproximação dos multiplicadores de Lagrange.

O diagrama de bloco da rede de otimização em duas fases é apresentada na figura 6.4. A rede opera em duas dinâmicas diferentes dependendo da fase de operação, para o intervalo $0 \leq t \leq t_1$ (primeira fase) seguindo a seguinte dinâmica:

$$\dot{v} = -\nabla f(v) - s \left[\sum_{i=1}^r \nabla g_i(v) g_i^+(v) + \sum_{j=1}^m \nabla h_j(v) h_j(v) \right] \quad (6.38)$$

onde t_1 é um tempo de chaveamento predeterminado e s é um número real positivo suficientemente grande. Por outro lado \dot{v} representa a derivada de v em relação ao tempo.

Este caso é basicamente o mesmo descrito por (6.30) e mostrado na figura (6.3) exceto que aqui considera-se as restrições $h_j(v)$ como igualdades. No diagrama de bloco

mostrado na figura 6.4 a primeira fase caracteriza-se através do não funcionamento dos sistemas dinâmicos dentro dos retângulos quando $t \leq t_f$.

A Segunda fase (para $t \geq t_f$) a dinâmica da rede se torna,

$$\dot{v} = -\nabla f - \left[\sum_{i=1}^r \nabla g_i (sg_i^+ + \lambda_i) + \sum_{j=1}^m \nabla h_j (sh_j + \mu_j) \right]. \tag{6.39}$$

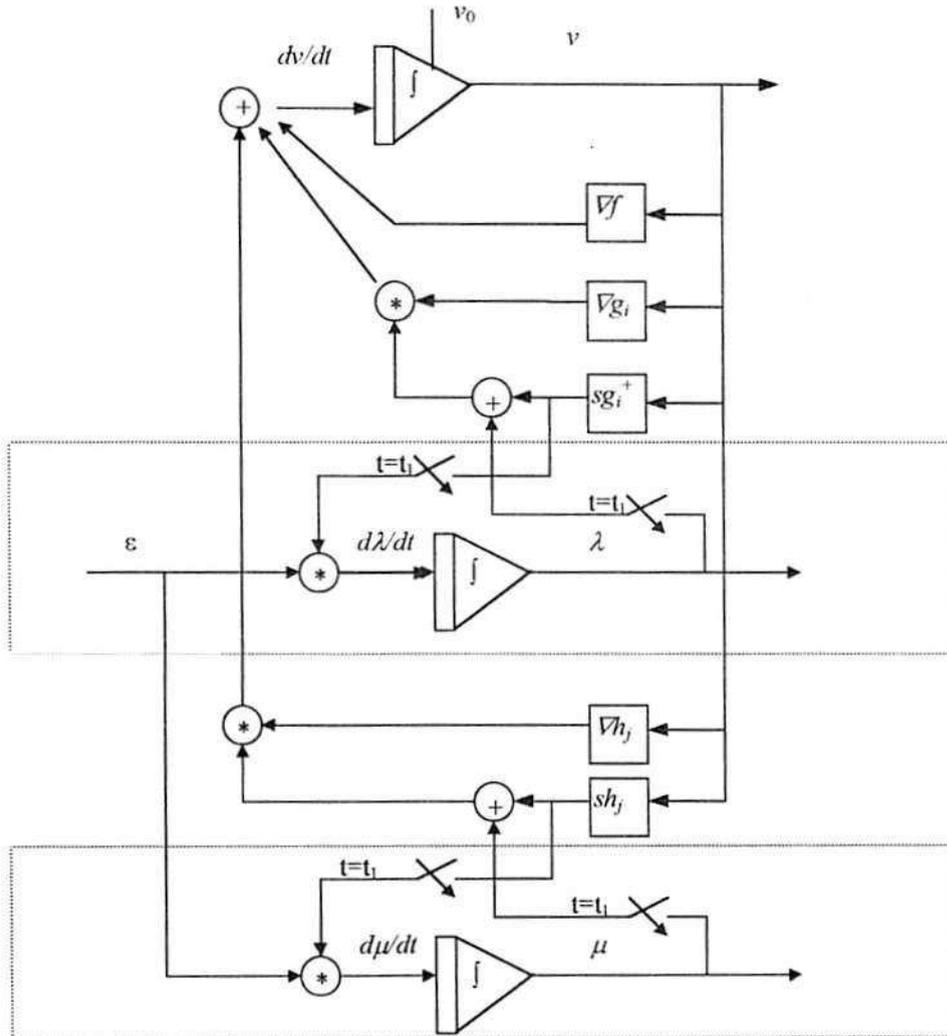


Figura 6.4 Diagrama de blocos do sistema dinâmico para rede de Maa - Shanballt

Os multiplicadores de Lagrange são atualizados como,

$$\dot{\lambda}_i = \varepsilon sg_i^+ \quad e \tag{6.40}$$

$$\dot{\mu}_i = \varepsilon sh_j, \tag{6.41}$$

onde o argumento v foi omitido para facilitar a notação e ε é um valor real positivo e pequeno. Para esta rede não existe restrição quanto à condição inicial de v , contudo os vetores μ e λ são inicializados como zero.

De acordo com o teorema da função penalidade a solução alcançada na primeira fase não é equivalente ao mínimo da função $f(v)$ a menos que o parâmetro de penalidade s seja infinito.

Dessa forma o uso da segunda fase de otimização é necessária para qualquer valor finito de s . O sistema atinge o equilíbrio quando $g_i^+ = 0$, $h_j = 0$, e $\nabla f + \sum_i \nabla g_i \lambda_i + \sum_j \nabla h_j \mu_j = 0$, o que é idêntica a condição de otimalidade do teorema KT. Então o ponto de equilíbrio da rede das duas fases é exatamente o ponto mínimo global do problema convexo (P).

Para problemas que não pode tolerar soluções na região de inviabilidade devido ao limite físico dos amplificadores operacionais, a rede neural em duas fases é a mais apropriada, já que obtém o valor exato da solução e os correspondentes multiplicadores de Lagrange associados com cada restrição.

Na segunda fase ($t \geq t_1$) a rede começa a aproximar gradualmente o vetor direcional $sg^+(v)$ de λ_i , e o $sh_j(v)$ de μ_j . Pela imposição de um ε pequeno a taxa de atualização de λ_i e μ_j , mostradas nas equações (6.40) e (6.41), é menor que a obtida em v (equação 6.39). A aproximação de tal dinâmica é possível considerando-se λ e μ sendo fixados.

Para a Segunda fase do método em estudo, a dinâmica mostrada na equação (6.39) é a busca do mínimo ponto da função do Lagrangiano aumentado;

$$L_a(s, v) = f(v) + \lambda^T g(v) + \mu^T h(v) + \frac{s}{2} \left(\|g^+(v)\|^2 + \|h(v)\|^2 \right) \quad (6.42)$$

com ε suficientemente pequeno a estabilidade da equação (6.39) é qualitativamente preservada e o sistema é conduzido na direção do ponto de equilíbrio, o qual minimiza (P).

Na referência [Maa & Shanblatt,1992b] é sugerido como valor prático $\varepsilon = 1/s$, o que deixa a rede apenas com um parâmetro de ajuste. Porém usando um ε independente de s permite-se mais liberdade no controle da dinâmica da rede. Também se a condição inicial está na região viável, resultados de simulação mostraram que a segunda fase sozinha foi suficiente para a convergência do problema convexo(P). Para um problema não linear mais geral apenas convergência local é garantida.

O método das duas fases é similar ao método dos multiplicadores ou método do Lagrangiano aumentado [Luenberger, 1984], como será mostrado a seguir. Seja um problema com restrições de igualdade apenas,

$$\min f(v) \quad \text{s.a. } h(v) = 0$$

o método do multiplicador transforma o problema em um processo sucessivo. Onde a cada iteração, v_k é dito minimizar

$$L_s(v, \mu_k) = f(v) + \mu_k^T h(v) + \frac{s}{2} (\|h(v)\|^2). \quad (6.43)$$

Se v_k é encontrado, então μ_k é atualizado de acordo com,

$$\mu_{k+1} = \mu_k + sh(v_k). \quad (6.44)$$

Logo, um v_k é dito minimizar $L_s(v, \mu_{k+1})$, e assim por diante. A equação $\mu_i = \varepsilon sh_j$ é a mesma em essência, que a equação (6.44), sendo então uma aproximação contínua desta.

Na prática o método do multiplicador converte as restrições de desigualdades $g_i(v) \leq 0$ em uma igualdade equivalente, $g_i(v) + z_i = 0$, pela adição da variável de folga positiva, z_i .

Então o problema é resolvido sucessivamente pelo cálculo de v_k e $z_k \geq 0$ que minimize

$$f(v) + \lambda_k^T (g(v) + z) + \frac{s}{2} (\|g^+(v) + z\|^2) \quad (6.45)$$

e atualizando λ_k similarmente à equação (6.44). Finalmente um esquema de mapeamento similar ao utilizado no método das duas fases pode ser realizado para lidar apenas com restrições de igualdades. As variáveis de estados de tal rede inclui v , z , λ e μ .

Capítulo 7

Simulação de Casos Exemplos

7.1 Exemplos da Rede de Kennedy-Chua

Serão apresentados aqui cinco casos exemplos com as seguintes características:

Caso 1: Problema de Programação Linear

Caso 2: Problema de Programação Quadrática

Caso 3: Problema de Programação Quadrática(caso dos mínimos quadráticos)

Caso 4: Problema de Despacho Econômico de Potência(DEP).

Caso 5: DEP Sensibilidade ao Custo de Geração

Os problemas aqui mostrados serão resolvidos utilizando-se MATLAB. Onde os problemas de PL e PQ são solucionados pela metodologia anteriormente mostrada através de um algoritmo dinâmico para solução de PL e PQ utilizando-se uma rotina do MATLAB para solução de equações diferenciais, pelo método de Runge-Kutta-Fehlberg de quarta e quinta ordens.

Estes exemplos foram obtidos das referências [Maa & Shanblatt, 1992a], [Zak et al, 1995], e seus resultados conferem com os de tais artigos.

7.1.1. Problema de Programação Linear

Minimize $f(v) = -8v_1 - 8v_2 - 5v_3 - 5v_4$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & g_1(v) = -5v_1 + 5v_2 \leq 0 \\ & g_2(v) = 2v_1 - 3v_2 \leq 0 \\ & g_3(v) = -v_1 - v_3 + 40 \leq 0 \\ & g_4(v) = +v_1 + v_3 - 40 \leq 0 \\ & g_5(v) = -v_2 - v_4 + 60 \leq 0 \\ & g_6(v) = +v_2 + v_4 + 60 \leq 0 \\ & g_7(v) = -v_1 \leq 0 \\ & g_8(v) = -v_2 \leq 0 \\ & g_9(v) = -v_3 \leq 0 \\ & g_{10}(v) = -v_4 \leq 0 \end{aligned}$$

O Problema de P.L é da forma:

$$\begin{aligned} \text{min } f(v) &= a^T v \\ \text{s.a } g(v) &= Dv - b \leq 0 \end{aligned}$$

sendo; $\nabla f(v) = a$

$$\nabla g(v) = D^T$$

De acordo com a equação(6.30), temos o seguinte problema de PL Dinâmico,

$$\dot{v} = \nabla f(v) - s \left[\sum_{j=1}^m g_j^+(v) \nabla g_j(v) \right];$$

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} - s \begin{bmatrix} -5 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \bullet \begin{bmatrix} g_1^+(v) \\ g_2^+(v) \\ g_3^+(v) \\ g_4^+(v) \\ g_5^+(v) \\ g_6^+(v) \\ g_7^+(v) \\ g_8^+(v) \\ g_9^+(v) \\ g_{10}^+(v) \end{bmatrix}$$

sendo;

$$g_i^+(v) = \max\{g_i(v), 0\}$$

$$\nabla f(v) = a$$

$$\nabla g(v) = D^T.$$

Cujos resultados são apresentados a seguir:

Para $s = 10$

$$v_1 = 41,7 \quad v_2 = 41,712 \quad v_3 = -0,60 \quad v_4 = 18,788$$

Para $s = 100$

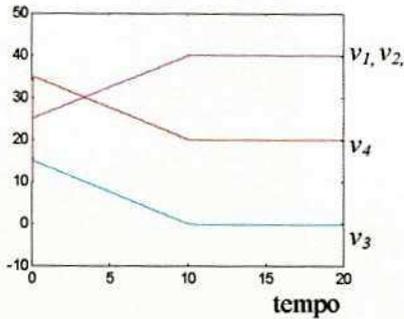
$$v_1 = 40,170 \quad v_2 = 40,1712 \quad v_3 = -0,06 \quad v_4 = 19,8788$$

como os valores exatos para este problema são:

$$v_1 = 40; \quad v_2 = 40; \quad v_3 = 0 \quad v_4 = 20$$

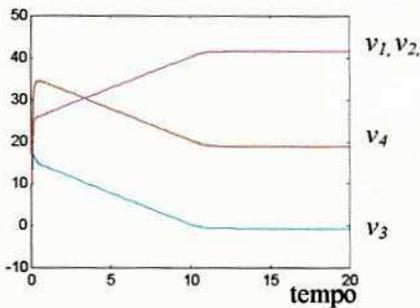
verifica-se que o simulador dinâmico alcançou p/ $s= 100$ valores bem próximos do valor exato .

$s=100$



(a)

$s=10$



(b)

Figura 7.1 (a) e (b) Comportamento dinâmico do caso 1 para $s=100$ e $s=10$, respectivamente

É importante comentar que nos gráficos mostrados na figura 7.1 e nas demais que representem o comportamento dinâmico das variáveis a unidade de tempo não é explicitada. Já que trata-se do tempo de integração do sistema de EDO, o qual está normalizado em função da constante de tempo (RC), que depende da implementação do circuito.

7.1.2. Problema de Programação Quadrática(PQ)

$$\text{Minimize } f(v) = -v_1^2 - v_2^2 + v_1v_2 - 30v_1 - 30v_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.a } g_1(v) &= 5/12v_1 - v_2 - 35/12 \leq 0 \\ g_2(v) &= -5/2v_1 + v_2 - 35/2 \leq 0 \\ g_3(v) &= -v_1 - 5 \leq 0 \\ g_4(v) &= +v_2 - 5 \leq 0 \end{aligned}$$

O Problema de PQ é da forma:

$$\text{mim } f_q(v) = 1/2 v^T G v + a^T v$$

$$\text{s.a } g(v) = Dv - b \leq 0$$

onde $\nabla f_q(v) = Gv + a$

$$\nabla g(v) = D^T$$

aplicando a equação (6.30)

Para, $G = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $a = [-30 \ -30]^T$

$$D = \begin{bmatrix} 5/12 & -1 \\ 1/2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} +35/12 \\ +35/2 \\ 5 \\ +5 \end{bmatrix}$$

A equação dinâmica de PQ advinda de (6.30) fica:

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -30 \\ -30 \end{bmatrix} - s \begin{bmatrix} 5/12 & -1 \\ 1/2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_1^+(v) \\ g_2^+(v) \\ g_3^+(v) \\ g_4^+(v) \end{bmatrix}$$

onde; $g_i^+(v) = \max\{g_i(v), 0\}$

Cujo resultado para $s = 50$ é:

$$v_1 = 4,9778 \text{ e } v_2 = 5,1745$$

valor exato é:

$$v_1 = 5,0 \text{ e } v_2 = 5,0$$

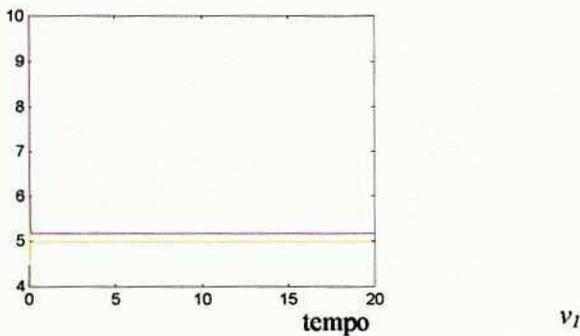


Figura 7.2 Comportamento dinâmico caso 2

7.1.3. Problema de PQ(caso dos mínimos quadrados)

Como mostrado anteriormente pode-se modelar o problema dos mínimos quadrados como um problema de P.Q sem restrições para resolver o problema dos números quadrados:

$$Bv = b \quad \therefore \quad Bv - b = 0$$

$$f(v) = \min \frac{1}{2} |Bv - b|^2$$

$$f(v) = \frac{1}{2} v^T B^T Bv - b^T Bv - \frac{1}{2} b^T b$$

$$\nabla f(v) = B^T (Bv - b)$$

$$\nabla g(v) = 0$$

$$\text{logo } \dot{v} = -\nabla f(v)$$

Cuja solução é:

$$\tilde{v} = [-1 \quad 10 \quad -3]$$

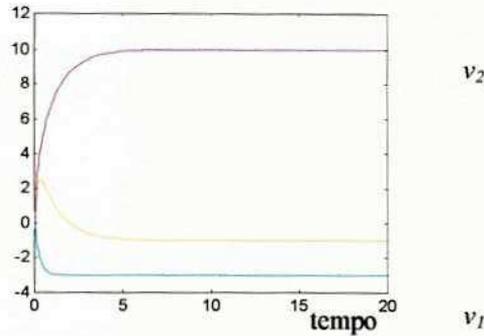


Figura 7.3 Comportamento dinâmico caso 3

Como o PQ não tem restrições, $E_2(v) = f(v) = \frac{1}{2} \|Bv - b\|^2$. Também, desde que B é de posto completo $E_2(v)$ é, estritamente convexa o único equilíbrio de (6.23) ocorreu em \tilde{v} .

7.1.4. Problema de Despacho Econômico de Potência(DEP).

No problema do despacho econômico busca-se simultaneamente minimizar o custo total e atender a demanda do Sistema de Potência. O problema aqui modelado é um sistema n geradores térmicos conectados a uma única de carga L . Seja f_i o custo da unidade i . Cada f_i é normalmente aproximado por uma função polinomial quadrática. Seja v_i a potência gerada pela i -ésima unidade. Cada v_i é limitada entre $[v_{i, min}, v_{i, max}]$ valores determinados pela limitação física das unidades. O despacho de econômico de potência pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} \min f(v) &= \sum_{i=1}^n f_i(v_i) \\ \text{s.a } v_{i, min} &\leq v_i \leq v_{i, max} \\ \sum_{i=1}^n v_i - L &= 0 \end{aligned}$$

Considere o exemplo seguinte com três unidades geradoras. Os valores máximos e mínimos de suas gerações são $[150 \text{ MW}, 600 \text{ MW}]$, $[100 \text{ MW}, 400 \text{ MW}]$, e $[50 \text{ MW}, 200 \text{ MW}]$,

respectivamente para unidades 1, 2 e 3. Uma demanda total de 850 MW deve ser atendida a custo mínimo.

I - Suponha os seguintes custos para as unidades.

$$f_1(v_1) = 561 + 7,92v_1 + 0,001562v_1^2$$

$$f_2(v_2) = 310 + 7,85v_2 + 0,00194v_2^2$$

$$f_3(v_3) = 78 + 7,95v_3 + 0,00482v_3^2$$

Escrevendo na forma de um PPQ na forma da equação (6.32) temos:

$$G = \begin{bmatrix} 0,003124 & 0 & 0 \\ 0 & 0,00388 & 0 \\ 0 & 0 & 0,00964 \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} 7,92 \\ 7,85 \\ 7,95 \end{bmatrix} \quad c = \begin{bmatrix} 561 \\ 310 \\ 78 \end{bmatrix}$$

G é nitidamente positiva definida. Então o conjunto factível do exemplo é convexo e compacto. Logo existe solução para o problema. A simulação da rede é realizada com $s = 50$ e condição inicial $v = [400, 300, 150]$.

Os valores obtidos da simulação são:

$$v_1 = 393,10 \quad v_2 = 334,52 \quad v_3 = 122,20$$

Os valores exatos de acordo com [Maa & Shanblatt, 1992a],

$$v_1 = 393,17 \quad v_2 = 334,60 \quad v_3 = 122,23$$

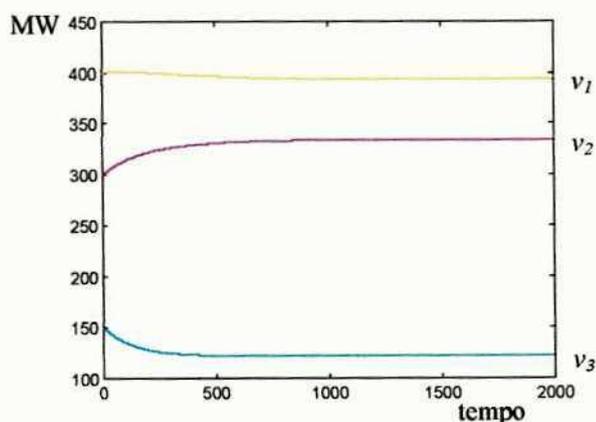


Figura 7.4 Comportamento dinâmico caso 4

7.1.5. DEP Sensibilidade ao Custo de Geração

Suponha agora que $f_1(v_1) = 469 + 6.48v_1 + 0.00128v_1^2$

Os valores obtidos da simulação são:

$$v_1 = 600,01 \quad v_2 = 187,0 \quad v_3 = 62,82$$

Os valores exatos de acordo com [Maa & Shanblatt, 1992a],

$$v_1 = 600 \quad v_2 = 187,13 \quad v_3 = 62,87$$

Onde observa-se que a unidade 1 passou a ser operada com a sua geração máxima.

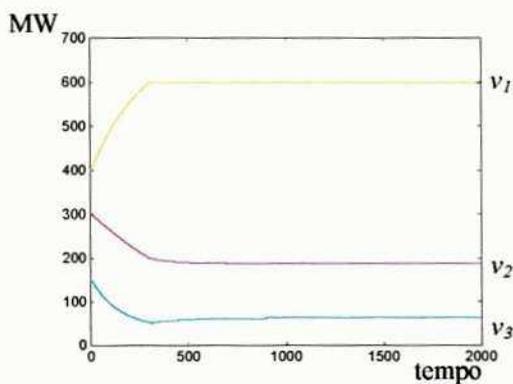


Figura 7.5 Comportamento dinâmico caso 5

7.2. Exemplos da Rede de Maa-Shanblatt

Com intuito de avaliar-se a rede neural em duas fases de Maa-Shanblatt este foi implementado utilizando-se o MATLAB onde a implementação da metodologia foi realizada por etapas para primeira e segunda fase do algoritmo. Posteriormente foi realizada a implementação da primeira e Segunda fase em Pascal (Borland Pascal 7.0.), onde foi utilizado um programa para resolver sistema de equações diferenciais ordinárias pelo método de Runge-Kutta-Fehlberg de 4ª e 5ª ordens e pelo método preditor-corretor (preditor Adams-Bashforth e corretor Adams-Moulton) mostrados em [Lastman & Sinha, 1988].

Para esta rede os resultados são validados através do Toolbox de otimização do Matlab.

7.2.1. Problema de Programação Linear Simulador da 1ª fase

Como primeiro teste foi escolhido o mesmo do item 7.1.1. para fazer-se uma avaliação comparativas entre os métodos.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } f(v) = -8v_1 - 8v_2 - 5v_3 - 5v_4 \\
 \text{s.a} \quad & g_1(v) = -5v_1 + 5v_2 \leq 0 \\
 & g_2(v) = 2v_1 - 3v_2 \leq 0 \\
 & g_3(v) = -v_1 \leq 0 \\
 & g_4(v) = -v_2 \leq 0 \\
 & g_5(v) = -v_3 \leq 0 \\
 & g_6(v) = -v_4 \leq 0 \\
 & h_1(v) = +v_1 + v_3 - 40 = 0 \\
 & h_2(v) = +v_2 + v_4 - 60 = 0
 \end{aligned}$$

O Problema de PL é da forma:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(v) = a^T v \\
 \text{s.a} \quad & g(v) = Dv - b \leq 0 \\
 & h(v) = Hv - w = 0
 \end{aligned}$$

De acordo com a equação(6.38), repetida a seguir, temos o seguinte problema de PL dinâmico,

$$\dot{v} = -\nabla f(v) - s \left[\sum_{i=1}^r \nabla g_i(v) g_i^+(v) + \sum_{j=1}^m \nabla h_j(v) h_j(v) \right]$$

sendo;

$$g_i^+(v) = \max\{g_i(v), 0\}$$

$$\nabla f(v) = a$$

$$\nabla g(v) = D^T$$

$$\nabla h(v) = H^T$$

Cujos resultados são apresentados a seguir:

Para $s = 100$

$$v_1 = 40,1700; \quad v_2 = 40,1712; \quad v_3 = -0,0600; \quad v_4 = 19,8788;$$

multiplicadores de Lagrange;

$$\lambda_1 = 0.59460; \quad \lambda_2 = 0; \quad \lambda_3 = 0; \quad \lambda_4 = 0; \quad \lambda_5 = 5.9400; \quad \lambda_6 = 0;$$

$$\mu_1 = 10.8899; \quad \mu_2 = 4.9501;$$

A seguir mostra-se os valores exatos, obtidos com o MATLAB através do *Toolbox* de otimização;

$$v_1 = 40; \quad v_2 = 40; \quad v_3 = 0 \quad v_4 = 20$$

multiplicadores de Lagrange;

$$\lambda_1 = 0.6; \quad \lambda_2 = 0; \quad \lambda_3 = 0; \quad \lambda_4 = 0; \quad \lambda_5 = 6; \quad \lambda_6 = 0;$$

$$\mu_1 = 11; \quad \mu_2 = 5;$$

verifica-se que o simulador dinâmico alcançou para $s = 100$ valores bem próximos do ótimo e iguais ao obtido com o método de Kennedy-Chua para o mesmo s . Observa-se também que foram alcançados valores aproximados dos multiplicadores de Lagrange.

7.2.2. Problema de Programação Linear Simulador da 2ª fase

A Segunda fase (para $t \geq t_1$)

$$\dot{v} = -\nabla f - \left[\sum_{i=1}^r \nabla g_i (g_i^+ + \lambda_i) + \sum_{j=1}^m \nabla h_j (h_j + \mu_j) \right]$$

Cujos resultados são apresentados a seguir:

Para $s = 100$

$$v_1 = 40,0000 \quad v_2 = 40,0000 \quad v_3 = 0,0000 \quad v_4 = 20,0000$$

$$\lambda_1 = 0.6000 \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = 0 \quad \lambda_4 = 0 \quad \lambda_5 = 5.9998 \quad \lambda_6 = 0$$

$$\mu_1 = 10.9996 \quad \mu_2 = 4.9997$$

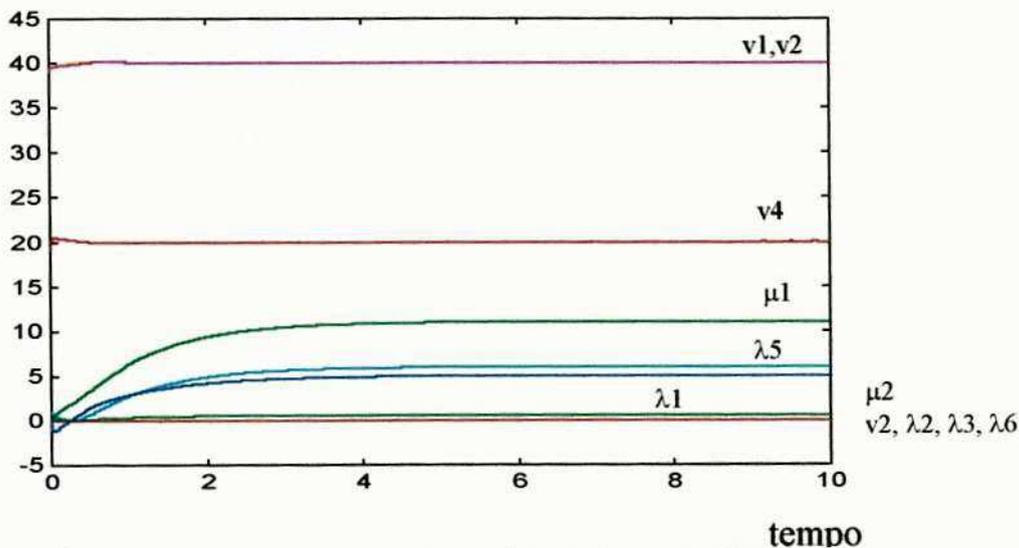


Figura 7.6 Comportamento dinâmico 2ª fase Método Maa-Shanblatt

Analisando-se os resultados verifica-se que o simulador dinâmico alcançou para $s=100$, $t_f=10$, $\varepsilon=1$, $t_f=20$, valores iguais ao ótimo com 4 casas decimais para o ponto v de solução do problema. Quanto aos multiplicadores de Lagrange estão precisos considerando-se três casas decimais. Na figura 7.6 apresenta-se o comportamento dinâmico da 2ª fase, destacando-se os multiplicadores de Lagrange.

7.2.3. Problema de Programação Linear Fluxo em redes

Desta etapa em diante foram implementadas a 1ª e 2ª fase do método das duas fases para testes com problemas de maior porte, mostrado no capítulo 8, desta feita utilizando-se para solução do sistema de equações diferenciais ordinárias o método preditor-corretor (preditor Adams-Bashforth e corretor Adams-Moulton). O método preditor-corretor, segundo [Lastman & Sinha, 1988] necessita menor esforço computacional e ainda considera os resultados da iteração anterior no passo seguinte.

O problema que será tratado a seguir é um problema de fluxo de custo mínimo, onde existe vários pontos(nós) interligados, sendo uns consumidores e outros fornecedores, através de caminhos entre os pontos(arcos). O objetivo do problema é calcular o fluxo em todos os caminhos de modo a minimizar o custo total, que é calculado pela soma dos produtos do custo de cada arco pelo seu fluxo. O problema pode ser representado como um grafo, como será mostrado a seguir, lembrando-se que também é considerada uma capacidade máxima de fluxo em cada arco.

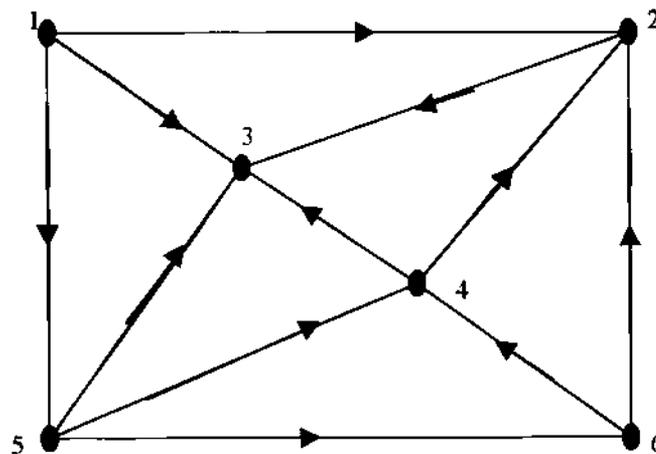


Figura 7.7 Grafo do problema de fluxo em redes

A rede (grafo) é um conjunto de elementos chamados nós e outro conjunto chamado arcos, cada arco "e"

é um par ordenado ij de nós distintos i, j . Sendo i, j as extremidades do arco e, chamando-se i de cauda e j cabeça do arco. O grafo da figura 7.6 é formado pelos nós 1, 2, 3, 4, 5, 6, e pelos arcos 12, 13, 15, 23, 42, 62, 53, 43, 54, 64, 56.

O problema a ser resolvido é da forma,

$$\begin{aligned} \min \quad & a^T v \\ \text{s.a.} \quad & H v = \underline{w}, \quad 0 \leq v \leq u. \end{aligned}$$

O custo de cada arco está representado pelo vetor a^T , e a sua capacidade máxima pelo vetor u . As demandas (consumidores, $w_i > 0$) pelo vetor \underline{w} , sendo os elementos $w_i \leq 0$ os nós fornecedores. A matriz H da rede é chamada matriz incidência, esta é uma matriz de n linhas (correspondentes aos nós do grafo) e m colunas (que são os arcos da rede).

Cada coluna representa um arco ij de tal forma que;

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \text{ é definida por, } h_k = \begin{cases} -1 & \text{se } k = i \\ 1 & \text{se } k = j \\ 0 & \text{se } k \neq i, k \neq j \end{cases}$$

O somatório de todos os elementos w_i do grafo é zero, ou seja tudo que é produzido é consumido. Esta condição torna a matriz H linearmente dependente, ou seja qualquer quantidade é a soma das outras restantes, para solucionar esta problema retira-se uma linha da matriz H e um elemento do vetor coluna \underline{w} , neste caso será retirada a última, tornando-se a matriz H e vetor w , chamada matriz de incidência truncada e vetor demanda truncado. Para maiores detalhes recomenda-se a referência [Chvátal, 1983]

Para o caso mostrado na figura 7.7 tem-se os seguintes dados;

Matriz incidência,

$$H = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de incidência truncada,

$$H = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Vetor custo,

$$a^T = [3 \ 5 \ 11 \ 4 \ 1 \ 6 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1];$$

Vetor demanda,

$$w = [-9 \ 4 \ 17 \ 1 \ -5 \ -8]^T;$$

Vetor demanda truncado,

$$w = [-9 \ 4 \ 17 \ 1 \ -5]^T;$$

Vetor capacidade dos arcos,

$$u = [2 \ 10 \ 10 \ 6 \ 8 \ 7 \ 9 \ 9 \ 10 \ 8 \ 6]^T;$$

Resultando no problema,

$$\min a^T v$$

$$s.a \quad Hv = w, \quad 0 \leq v \leq u.$$

que foi resolvido no Matlab, Toolbox de otimização, e os resultados obtidos foram

$v = [2.00 \ 3.00 \ 4.00 \ 5.00 \ 0.00 \ 7.00 \ 0.00 \ 9.00 \ 9.00 \ 1.00 \ 0.00]$, sendo os elementos do vetor v o fluxo ótimo nos arcos 12, 13, 15, 23, 42, 62, 53, 43, 54, 64, e 56 respectivamente.

Os multiplicadores de Lagrange associados às restrições ($Hv = w$) foram,

μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
1	-3	-4	-1	0

Para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições $v \leq u$ foram os seguintes;

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}	λ_{11}
1	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0

Para os multiplicadores de Lagrange associados as restrições $v \geq 0$ foram os seguintes;

λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}	λ_{16}	λ_{17}	λ_{18}	λ_{19}	λ_{20}	λ_{21}	λ_{22}
0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	1

Para avaliar-se a rede neural de Maa-Shanblatt nas duas fases, montou-se o problema na forma apropriada.

$$\text{mim } f(v) = 3v_1 + 5v_2 + 1v_3 + 1v_4 + 4v_5 + 1v_6 + 6v_7 + 1v_8 + 1v_9 + 1v_{10} + 1v_{11}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & -1v_1 + -1v_2 - 1v_3 = -9 \\ & -1v_4 + 1v_5 + 1v_6 = 4 \\ & 1v_2 + 1v_4 + 1v_7 + 1v_8 = 17 \\ & -1v_5 - 1v_8 + 1v_9 + 1v_{10} = 1 \\ & 1v_3 - 1v_7 - 1v_9 - 1v_{11} = -5 \\ & 0 \leq v_1 \leq 2 \\ & 0 \leq v_2 \leq 10 \\ & 0 \leq v_3 \leq 10 \\ & 0 \leq v_4 \leq 6 \\ & 0 \leq v_5 \leq 8 \\ & 0 \leq v_6 \leq 7 \\ & 0 \leq v_7 \leq 9 \\ & 0 \leq v_8 \leq 9 \\ & 0 \leq v_9 \leq 10 \\ & 0 \leq v_{10} \leq 8 \\ & 0 \leq v_{11} \leq 6 \end{aligned}$$

Escrevendo-se o PPL da forma:

$$\begin{aligned} \text{mim} \quad & f(v) = a^T v \\ \text{s.a} \quad & g(v) = Dv - b \leq 0 \\ & h(v) = Hv - w = 0 \end{aligned}$$

Os resultados obtidos na 1ª fase, para $s=500$, $t_f=20$, foram,

$$v = [2.00 \quad 2.98 \quad 4.01 \quad 5.01 \quad 0.00 \quad 7.00 \quad 0.00 \quad 9.00 \quad 9.02 \quad 0.98 \quad 0.00],$$

resultado, cujo comportamento dinâmico está mostrado na figura 7.8.

Como já foi estudado, os multiplicadores de Lagrange são calculados pelo método das duas fases de forma aproximada desde a 1ª fase. Sendo que neste caso os associados às restrições ($Hv = w$) foram;

μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
1.0000008115	-3.0000014631	-3.9999997534	-9.9999873828	-1.1605152395E-06

Os demais multiplicadores podem ser considerados exatos para esta configuração da rede mesmo estando-se ainda na 1ª fase.

Na segunda fase foram alcançados os valores exatos, tanto para as variáveis quanto para os multiplicadores de Lagrange, como os apresentados para o caso utilizando o *toolbox* do MATLAB de otimização. Nesta simulação da 2ª fase os parâmetros considerados na rede neural foram; $s=500$, $t_1=20$, $\varepsilon=1000/s$, e $t_2=10$.

Os multiplicadores de Lagrange associados as restrições ($Hv = w$) para a 2ª fase têm suas dinâmicas apresentadas na figura 7.9.

Os resultados obtidos neste item mostram que para esse tipo de caso $s=500$, é um valor bastante elevado já que os resultados obtidos desde a 1ª fase são bastante próximos dos valores exatos, o que leva a crer que o uso da 2ª poderá ser dispensado quando trabalhar-se com um s elevado.

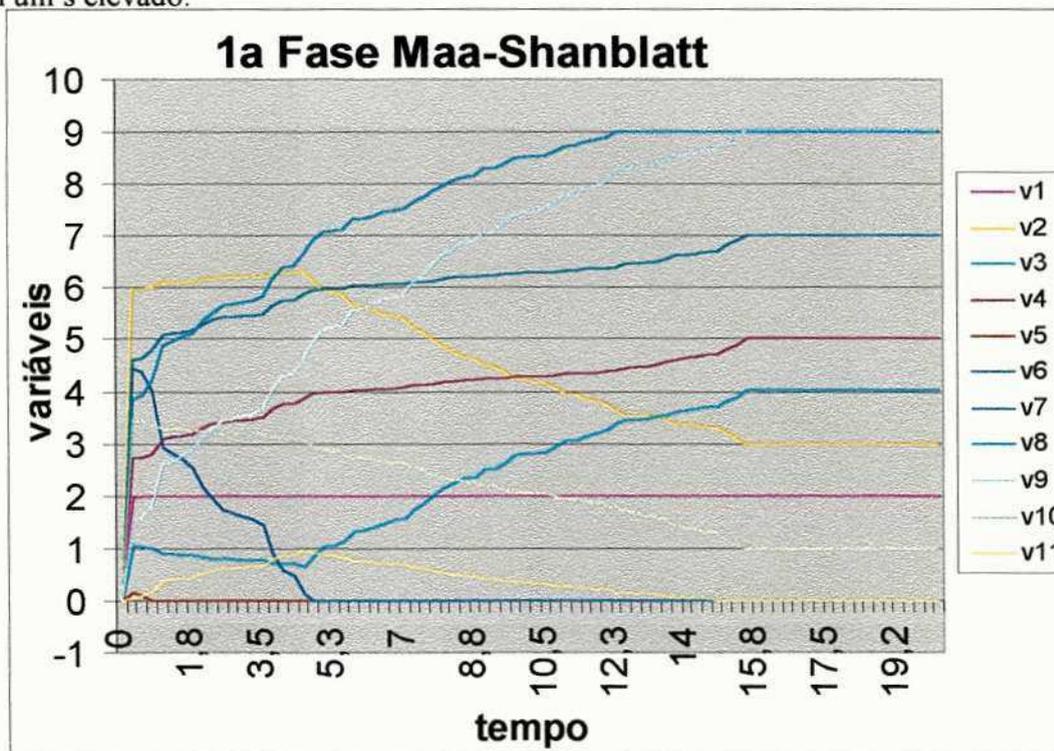


Figura 7.8 Comportamento dinâmico 1ª fase Método Maa-Shanblatt para caso de Fluxo em redes

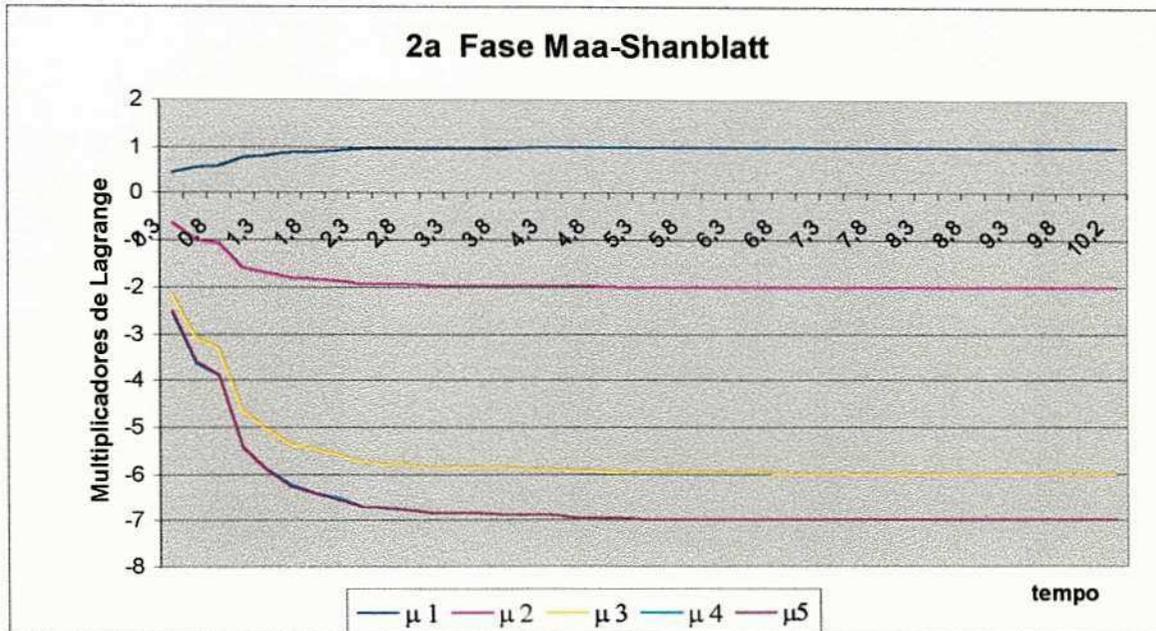


Figura 7.9 Comportamento dinâmico 2ª fase Método Maa-Shanblatt para caso de Fluxo em redes

Capítulo 8

Aplicação à Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração

8.1 Introdução

Sistemas de geração com predominância hidráulica como o brasileiro, possuem acoplamento temporal e espacial, o que torna o planejamento da operação hidrotérmica um problema de grande porte. Sendo o planejamento dividido em horizontes de análise, como já mencionado no capítulo 3, que vão desde o horizonte de cinco anos com discretização mensal até a operação diária discretizada em 1 ou $\frac{1}{2}$ hora [Maceira et al, 1998, 2000].

A principal característica de um sistema com predominância hidráulica é a aleatoriedade das vazões. Essa incerteza é tratada de diferentes formas dependendo do detalhamento dado na modelagem do esta sistema gerador. Por exemplo, num horizonte de longo prazo (cinco anos) as vazões são completamente imprevisíveis sendo necessário o tratamento através da geração das séries sintéticas de vazões obtendo-se assim valores probabilísticos de geração, déficit e demais variáveis de estudo. Nos horizontes de curto e médio prazos pode-se trabalhar com previsões de vazões, sendo no médio prazo necessário associar-se vários cenários hidrológicos para os estudos do planejamento energético.

A consideração desta aleatoriedade também é importante na análise financeira de investimentos em projetos de geração [Melo et al, 2000].

O planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração, trata do problema do atendimento ao mercado de energia em um determinado horizonte de planejamento. Tem por objetivo estabelecer quanto cada usina deverá gerar para atender ao

mercado de energia, se houver interligação qual o valor do fluxo de energia e se o mercado não for atendido qual o déficit ocorrido. Além disso deve fornecer a operação dos reservatórios (volumes inicial e final e vazões defluentes turbinadas e/ou vertidas) de modo a satisfazer todas suas restrições operativas.

A recente reestruturação do setor elétrico aumentou a necessidade de utilização de técnicas de otimização no planejamento da operação elétrica e energética [Viera F^o et al, 1998a, 1998b] buscando-se com isso o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis e o fornecimento de energia elétrica de melhor qualidade. Por outro lado a utilização dessas ferramentas matemáticas disponibilizam, para a solução otimizada, os multiplicadores de Lagrange associado a cada restrição, os quais têm interpretação do ponto de vista econômico como os custos marginais. No sistema gerador otimizado, os custos marginais são insumos na formação das tarifas.

Dentro deste contexto é que surgiu a motivação para se aplicar as Redes Neurais Artificiais (RNA) do tipo recorrentes, [Maa & Shanblatt, 1992b], para solucionar um problema de despacho hidrotérmico em base mensal e com operação dos reservatórios. A RNA aqui utilizada é especializada na solução de problemas de programação linear e possui grande potencial para implementação em hardware.

As aplicações das redes neurais artificiais recorrentes, como ferramenta de otimização, aplicadas ao despacho econômico de geração podem ser realizadas de duas formas. A primeira utiliza o modelo contínuo de Hopfield [Park et al, 1993], [Kasangaki et al, 1995], [King et al, 1995], [Su & Chiou, 1997], [Lee et al, 1998], [Yalcinoz & Short, 1998]. A segunda utiliza a rede especializada em resolver problemas específicos de programação linear, [Tank & Hopfield, 1986], a qual tendo sido a mesma aplicada ao problema do despacho econômico, [Sasaki et al, 1992], [Liang & Hsu, 1996], [Ghosh & Chowdhury, 1996] e [Liang, 1999].

Ao longo deste doutoramento já realizamos aplicações das redes de Kennedy-Chua [Aquino, 1999] e [Aquino et al, 1999b], contudo em problemas de despacho hidrotérmico sem a operação. Nesta tese a aplicação realizada utilizou a rede de Maa-Shanblatt, tendo em vista que esta trata as restrições de igualdades de forma explícita, sem a necessidade de transformá-las em desigualdades. Além disso, na segunda fase se pode obter um resultado exato, se for necessário.

8.2 Despacho Hidrotérmico com Operação de Reservatórios

O despacho hidrotérmico é aqui modelado como um problema de programação linear para ser solucionado através do algoritmo mostrado no Capítulo 6. O despacho ótimo fornece a política de operação das usinas hidroelétricas, térmicas e intercâmbios para atendimento ao mercado de energia elétrica e eventualmente, o déficit. O custo de operação do sistema, composto pelo custo do déficit e da geração térmica é minimizado. Também é fornecido o custo marginal associado a cada restrição. O problema de operação hidrotérmica está mostrado de forma esquemática na figura 8.1, na qual um conjunto de usinas hidroelétricas e outro de termelétricas está suprindo um barramento de mercado, através do qual também fornece ou recebe energia.

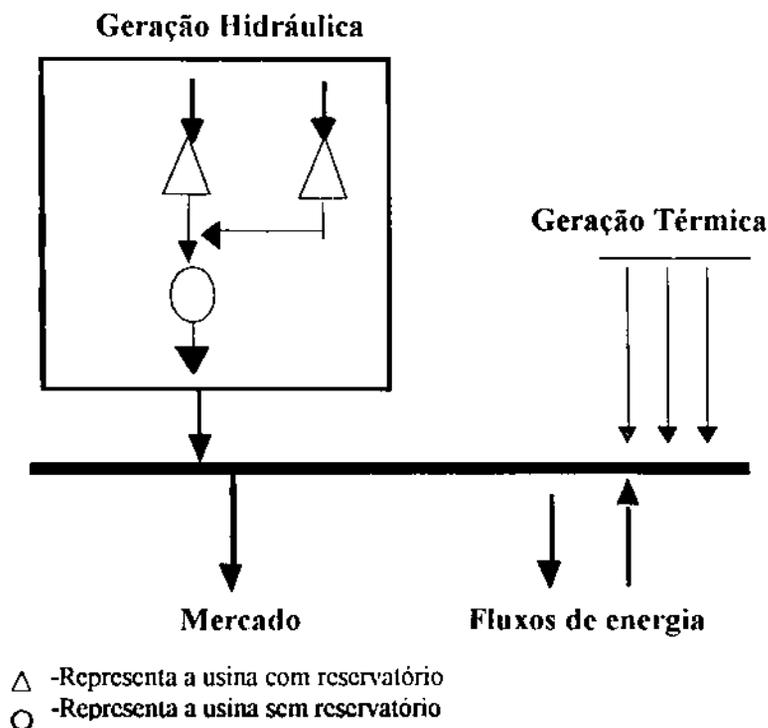


Figura 8.1. Representação do Problema de Operação Hidrotérmica

8.2.1. Formulação Matemática do Subproblema Hidráulico

O balanço hídrico é a parte principal do subproblema hidráulico. Este mostra a maneira como as usinas hidroelétricas devem ser operadas, de tal forma que cada bacia hidrográfica tem sua equação de balanço hídrico.

Matematicamente é expresso como,

$$V(i,t) = V(i,t-1) + A(i,t) - (Q(i,t) + S(i,t)) - (I(i,t) + T(i,t) + E(i,t)) + \sum_{j \in M(i)} (Q(j,t) + S(j,t)) \quad (8.3)$$

sendo:

$V(i,t)$: volume do reservatório i no período t .

$A(i,t)$: vazão afluyente natural ao reservatório i no período t .

$Q(i,t)$: vazão turbinada do reservatório i no período t .

$S(i,t)$: vazão vertida do reservatório i no período t .

$M(i)$: conjunto usinas hidroelétricas a montante da usina i .

$I(i,t)$: vazão retirada para irrigação do reservatório i no período t .

$T(i,t)$: vazão retirada para transposição do reservatório i no período t .

$E(i,t)$: vazão evaporada do reservatório i no período t .

Além da equação de balanço hídrico mostrada acima também são considerados os limites de armazenagem dos reservatórios e os limites de vazões turbinadas, além dos volumes inicial e final. Os volumes finais ou metas dos reservatórios têm como função realizar o acoplamento entre as diversas etapas do planejamento da operação já que esses volumes são fornecidos por modelos de nível hierárquico superior, ou seja, de horizonte de planejamento maior. É interessante lembrar que outra maneira de se fazer este acoplamento entre as etapas de planejamento é o fornecimento de uma função custo futuro como mostrado em [Cunha et al, 1998].

A figura 8.2, representa a equação (8.3) de balanço hídrico. Nela observa-se o comportamento das vazões em uma cascata de duas usinas hidrelétrica i e j .

A figura 8.3 apresenta o grafo do subproblema hidráulico para duas usinas e horizonte de análise T . Neste grafo, mostra-se o acoplamento temporal (representado pelo estados dos volume dos reservatórios, onde seu estado no final de um intervalo de tempo é o estado inicial do intervalo seguinte) e espacial (representado pelas vazões defluentes dos usinas que atingem as respectivas usinas de jusante).

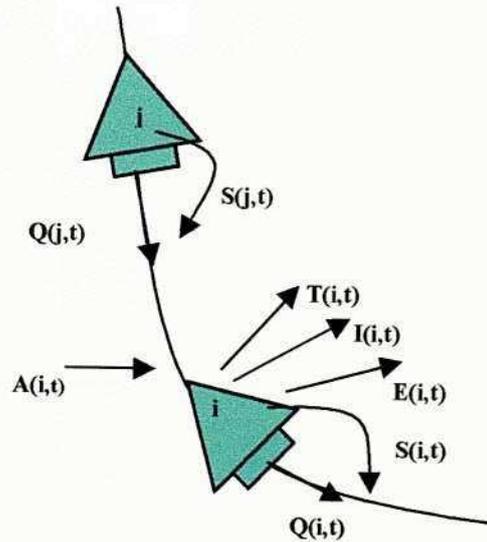


Figura 8.2. A equação(8.3) de balanço hídrico

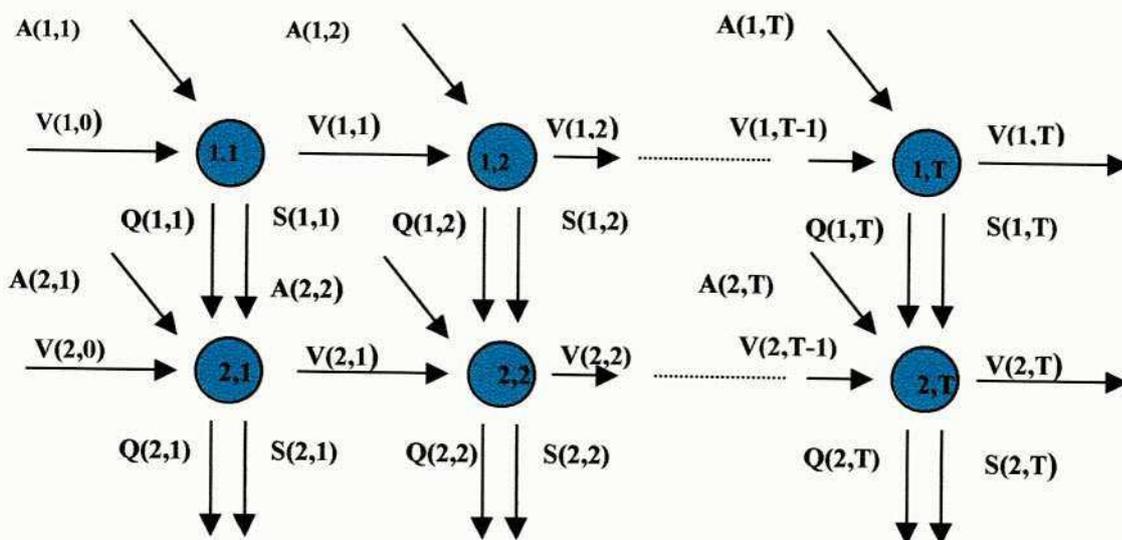


Figura 8.3. Grafo do Subproblema Hidráulico

8.2.2 Formulação Matemática do Subproblema de Balanço de Energia

As equações(8.4) e (8.5) de balanço de energia estabelecem como a carga está sendo atendida: Utilizando-se geração hidráulica, geração térmica e energia importada de outro subsistema ou se a carga não é totalmente suprida ocorre o déficit. Observe-se que cada subsistema tem uma equação de balanço de energia, que tem em comum o fluxo de energia entre os subsistemas.

Para o subsistema 1

$$\sum_{i=1}^{NH1} GH_1(i,t) + \sum_{j=1}^{NT1} GT_1(j,t) + DEF_1(t) - EXP_{12}(t) + EXP_{21}(t) = L_1(t) \quad (8.4)$$

Para o subsistema 2

$$\sum_{i=1}^{NH2} GH_2(i,t) + \sum_{j=1}^{NT2} GT_2(j,t) + DEF_2(t) + EXP_{12}(t) - EXP_{21}(t) = L_2(t) \quad (8.5)$$

sendo:

$GT_k(j,t)$: a produção da $j^{ésima}$ usina térmica do subsistema k no período t .

$GH_k(j,t)$: a produção da $j^{ésima}$ usina hidroelétrica do subsistema k no período t .

$EXP_{12}(t)$: o fluxo de energia do subsistema 1 para o 2 durante o período t .

$EXP_{21}(t)$: o fluxo de energia do subsistema 2 para o 1 durante o período t .

$DEF_k(t)$: o déficit de energia do subsistema k durante o período t .

$L_k(t)$: a carga do subsistema k durante o período t .

NH_k : o número de usinas hidroelétricas do subsistema k .

NT_k : o número de usinas térmicas do subsistema k .

Na equação de balanço energético mostrada anteriormente também são considerados os limites de geração térmica e os limites de fluxo de energia.

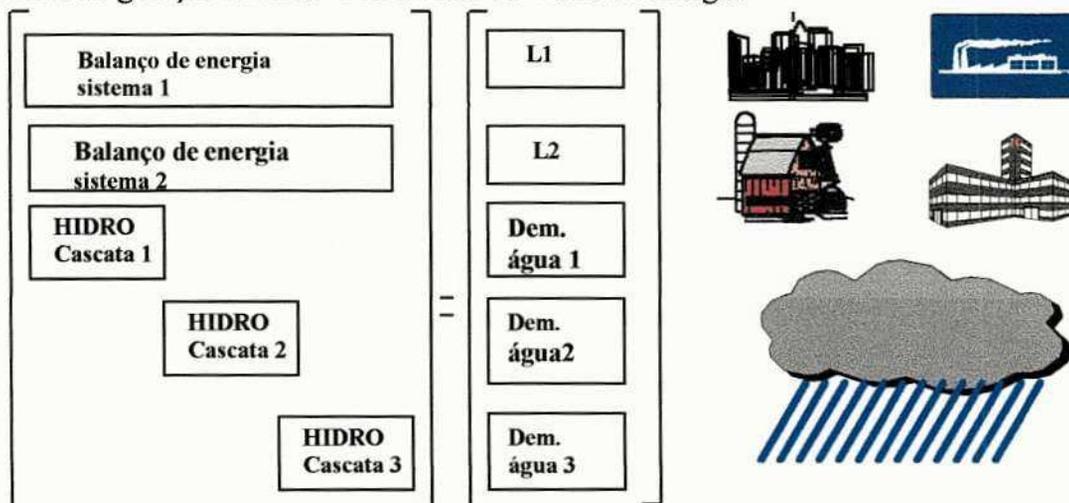


Figura 8.4 Matriz de Restrição do Problema de Despacho

A Matriz de restrição do problema de despacho hidrotérmico está mostrada na Figura 8.4, onde verifica-se sua estrutura diagonal em blocos, representando o subproblema hidráulico (atendimento a demanda hídrica) e sua parte não diagonal representando o subproblema de balanço de energia (atendimento a demanda de energia).

8.2.3 Geração Hidráulica

A geração hidráulica é calculada para cada usina hidroelétrica multiplicando-se a vazão turbinada $Q(i,t)$ pela produtividade da usina $r(i)$ durante o período t . Aqui a produtividade característica da usina hidroelétrica é um valor constante para cada usina hidroelétrica.

$$GH(i,t) = r(i) * Q(i,t) \quad (8.6)$$

8.2.4 Função Objetivo

A função que se quer minimizar expressa o custo de operação:

$$\min \sum_{t=1}^T ((\sum_{j=1}^{NT_1} CT_1(j) \times GT_1(j,t)) + (\sum_{j=1}^{NT_2} CT_2(j) \times GT_2(j,t)) + CDEF \times (DEF_1(t) + DEF_2(t))) \quad (8.7)$$

sendo :

CT : o custo do combustível para a geração térmica .

$CDEF$: o custo do déficit de energia.

8.2.5 Estudo de Casos

A metodologia apresentada foi aplicada à operação do sistema de geração CHESF / ELETRONORTE, utilizando-se a rede neural de Maa-Shanblatt em ambas as fases. A implementação foi realizada em Pascal (DELPHI), utilizando para solução do sistema de equações diferenciais ordinárias o método preditor-corretor (preditor Adams-Bashforth e corretor Adams-Moulton).

Para a análise comparativa de resultados realizaram-se as simulações de dois casos testes de despacho hidrotérmico. Na primeira utilizou-se a metodologia proposta no Item 2 (referenciada como método da RNA). A outra é baseada na decomposição de Dantzig-Wolfe utilizando-se o SIMPLEX e o SIMPLEX para fluxo em redes, como é feito na aplicação mostrada em [Aquino & Carvalho Jr, 1997] (chamado aqui método do SIMPLEX). Foram comparadas as variáveis geração térmica e déficit de energia valorizadas pelos respectivos custos dentro do período de análise para cada um dos casos.



Figura 8.5. Configuração hidrotérmica do sistema interligado CHESF /ELETRONORTE

Os casos testes foram simulados tendo como base a configuração hidrotérmica do sistema interligado CHESF /ELETRONORTE(Figura 8.5) nos meses de setembro a dezembro coincidindo com a hidrologia de 1951. A configuração hidráulica utilizada para esta análise é composta pelas seguintes usinas; Sobradinho, Itaparica, Complexo Paulo Afonso e Xingó, no rio São Francisco, Boa Esperança, no rio Parnaíba e Tucuruí, no rio Tocantins. Duas usinas térmicas foram consideradas uma em cada subsistema.

8.2.6 Dados Usados nas Simulações

Considerou-se 430 US\$/MWh como o custo do déficit comum ao sistema interligado. Os valores de 50 e 88 US\$/MWh foram tomados como custo de geração térmica no sistema CHESF e ELETRONORTE respectivamente. O limite de transmissão de energia entre os subsistemas adotado foi de 1037 MW-médios no sentido ELETRONORTE/CHESF e 860 MW-médios no sentido inverso. Embora esses dados não estejam atualizados, não há comprometimento algum dos resultados, já que o

objetivo, neste momento, é testar a ferramenta de RNA e não fazer uma avaliação energética do sistema.

Tabela 8.1
Vazões Incrementais menos a Evaporada(m³/s)

Usinas	Set	Out	Nov	Dez
Tucuruí	1370	1400	1493	3254
Sobradinho	1071	1306	1348	1625
Itaparica	-54	-56	-46	-42
P. Afonso	0	0	0	0
Xingó	0	0	0	0
Boa Esp.	222	216	235	388

Tabela 8.2
Vazões Irrigadas e Transpostas (m³/s)

USINAS	Irrig.	Trans.
Sobradinho	29	0
Itaparica	23	115

Tabela 8.3
Dados dos Aproveitamentos Hidroelétricos

USINAS	VOLUME MIN. (Hm ³)	VOLUME Máx. (Hm ³)	VZ. TUR. MAX (m ³ /s)	PROD. (MW/m ³ /s)
Sobradinho	5447	34116	4234	0,26
Itaparica	7238	10782	3263	0,45
P. Afonso	1275	1275	4186	1,00
Xingó	3944	3944	2772	1,07
Tucuruí	13487	45500	6818	0,60
Boa Esp.	3173	5059	634	0,39

Tabela 8.4
Volumes dos Reservatórios (Hm³)

USINAS	VOLUME INICIAL	VOLUME FINAL
Tucuruí	44575	34679
Sobradinho	31249	22648
Itaparica	10428	9364
Boa Esperança	4870	4305

Tabela 8.5
Limites de Geração Térmica MW

	GER.MIN.	GER.MÁX
CHESF	6	253
ELETRONORTE	0	73

Tabela 8.6
Mercados de Energia Elétrica- MW-médios

Mês	CHESF	ELETRONORTE
SET	5415	2507
OUT	5608	2539
NOV	5603	2527
DEZ	5597	2532

8.2.7 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos (Tabelas 8.7 a 8.16) mostram que as RNA's como ferramenta de otimização têm desempenho satisfatórios. Em ambos os casos não ocorreu vertimentos e as gerações térmicas são as máximas. Em relação ao déficit observa-se que o caso SIMPLEX concentrou o valor total do déficit (499.91 MW) no sistema ELETRONORTE, enquanto que o caso RNA procurou distribuir este valor ao longo dos meses e dos sistemas como mostra a Tabela 8.7 perfazendo a um déficit total de 497,47 MW. Do ponto de vista prático esse valor é o mesmo do caso SIMPLEX e a diferença deve-se ao fato do método de Maa-Shanblatt na sua primeira fase ser aproximado. A Tabela 8.8 mostra que a segunda fase do método converge para valores exatos, o que também é comprovado analisando a Tabela 8.11 quanto aos custos de operação dos casos SIMPLEX e RNA-2ª Fase são idênticos. A análise das Tabelas 8.9 e 8.10 mostra uma redução considerável nas vazões turbinadas do sistema CHESF em novembro no caso SIMPLEX, o que resultou no déficit mostrado na Tabela 8.8. Esta redução foi decorrente da operação dos reservatórios (Tabelas 8.11 e 8.12), e intercâmbios (Tabela 8.14). Vazões vertidas não são mostradas porque não ocorreram, já que o sistema está em déficit. Para os casos apresentados nesta análise foram atribuídos os seguintes parâmetros a rede neural $s=5000$, $\varepsilon=2$.

Tabela 8.7
Gerações Térmicas e Déficit -MW-médios

MÊS	RNA 1ª Fase				SIMPLEX			
	G.TÉR.		DEF.		G.TÉR.		DEF.	
	CH.	EL.	CH.	EL.	CH.	EL.	CH.	EL.
SET	253.08	73.07	2.99	2.49	253	73	0	0
OUT	253.08	73.07	3.00	246.96	253	73	0	0
NOV	253.08	73.07	2.99	233.55	253	73	0	499.91
DEZ	253.08	73.07	3.00	2.49	253	73	0	0

Tabela 8.8
Gerações Térmicas e Déficit -MW-médios

Mês	RNA 2ª Fase			
	G.TÉR.		DEF.	
	CH.	EL.	CH.	EL.
SET	253.00	73.00	3.32	2.77
OUT	253.00	73.00	3.33	247.24
NOV	253.00	73.00	3.33	233.83
DEZ	253.00	73.00	3.33	2.76

Tabela 8.9
Casos RNA 1ª e 2ª fases - Vazões Turbinadas (m³/s)

Usinas	Set	Out	Nov	Dez
TUCURUI	3997	2642	2255	2441
SOBRADINHO	1964	1940	2083	2624
ITAPARICA	1811	2128	2209	2207
COMPLEXO P.A.	1811	2128	2209	2207
XINGÓ	1811	2128	2209	2207
BOA ESPERANÇA	343	347	314	274

Tabela 8.10
Caso SIMPLEX - Vazões Turbinadas (m³/s)

Usinas	Set	Out	Nov	Dez
TUCURUI	2417	2470	3990	2458
SOBRADINHO	2343	1993	1490	2784
ITAPARICA	2173	2292	1709	2181
COMPLEXO P.A.	2173	2292	1709	2181
XINGÓ	2173	2292	1709	2181
B. ESPERANÇA	204	160	597	317

Tabela 8.11
Casos RNA 1^a e 2^a fases - Volumes (Hm³)

Usinas	Inicial	Set	Out	Nov	Final
TUCURUI	44575	37764	34544	32570	34679
SOBRADINHO	31249	28860	27142	25162	22648
ITAPARICA	10428	10325	9333	8532	9364
BOA ESPERANÇA	4870	4556	4216	4010	4305

Tabela 8.12
Caso SIMPLEX - Volumes (Hm³)

Usinas	Inicial	Set	Out	Nov	Final
TUCURUI	44575	41861	39087	32616	34679
SOBRADINHO	31249	27877	26023	25578	22648
ITAPARICA	10428	10371	9092	8051	9364
BOA ESPERANÇA	4870	4916	5059	4121	4305

Tabela 8.13
Custo de Operação 10⁶ US\$

Simplex	RNA 1 ^a fase.	RNA 2 ^a Fase
208.02	207.30	208.02

Tabela 8.14
Intercâmbio de Energia Sentido CHESF-ELETRONORTE
(MW-médios)

CASO	Set	Out	Nov	Dez
RNA	38	637	870	995
SIMPLEX	987	987	-435	987

Os custos marginais referentes às restrições de balanço hídrico e de balanço de energia são idênticos para o caso RNA e SIMPLEX. Estes são apresentados a seguir, nas Tabelas 8.15 e 8.16.

Tabela 8.15
Custos Marginais do Balanço Hídrico
(US\$/MWh)

Usinas	Set	Out	Nov	Dez
SOBRADINHO	-460.1	-460.1	-460.1	-460.1
ITAPARICA	-417.1	-417.1	-417.1	-417.1
COMPLEXO P.A.	-343.9	-343.9	-343.9	-343.9
XINGÓ	-176.3	-176.3	-176.3	-176.3
B. ESPERANÇA	-64.5	-64.5	-64.5	-64.5
TUCURUI	-99.3	-99.3	-99.3	-99.3

O custo marginal associado à demanda de energia representa qual seria o aumento no custo de operação decorrente do aumento de uma unidade da carga (conhecido no setor

elétrico como custo marginal de curto prazo). Já o custo marginal referentes as equações de balanço hídrico mostram qual seria a redução no custo de operação causado pelo aumento de uma unidade de volume de água (conhecido no setor elétrico como valor marginal da água). Observe que na tabela 8.15 os valores absolutos são decrescentes de montante para jusante da cascata (Sobradinho ,Itaparica ,Complexo e Xingó), o que se explica devido ao fato da água no começo da cascata poder gerar energia em todo sua extensão, ou seja ser aproveitada em mais usinas.

Tabela 8.16
Custos Marginais da Demanda de Energia
(US\$/MWh)

Sistema	Set	Out	Nov	Dez
CHESF	430	430	430	430
ELETRONORTE	430	430	430	430

É interessante notar que apesar da 1ª fase fornecer um resultado aproximado, no caso dos custos marginais foram praticamente idênticos.

8.2.8 Análise de Sensibilidade

Com intuito de avaliar-se a RNA implementada simulou-se a 1ª fase do método Maa-Shanblatt com um mercado de energia menor, mostrado na Tabela 8.17.

Tabela 8.17
Mercados de Energia -Análise de Sensibilidade- MW-médios

MÊS	CHESF	ELETRONORTE
SET	5315.0	2457.0
OUT	5508.0	2489.0
NOV	5503.0	2477.0
DEZ	5497.0	2432.0

Tabela 8.18
Gerações Térmicas e Déficits -MW-médios

Mês	RNA- Análise de Sensibilidade-			
	G.TER.		DEF.	
	CH.	EL.	CH.	EL.
SET	253.01	0	0	0
OUT	253.01	41.12	0	0
NOV	253.01	70.69	0	0
DEZ	253.01	30.15	0	0

Tabela 8.19
Custos Marginais da Demanda de Energia
(US\$/MWh)

Sistema	Set	Out	Nov	Dez
CHESF	88	88	88	88
ELETRONORTE	88	88	88	88

Tabela 8.20
Custos Marginais do Balanço Hídrico
(US\$/MWh)

Usinas	Set	Out	Nov	Dez
SOBRADINHO	-94.16	-94.16	-94.16	-94.16
ITAPARICA	-85.36	-85.36	-85.36	-85.36
COMPLEXO P.A.	-70.40	-70.40	-70.40	-70.40
XINGÓ	-36.08	-36.08	-36.08	-36.08
B. ESPERANÇA	-13.20	-13.20	-13.20	-13.20
TUCURUÍ	-20.33	-20.33	-20.33	-20.33

Dos resultados apresentados na Tabela 8.18 verifica-se que neste caso o sistema não apresentou déficit e que a geração térmica da CHESF, a mais barata, é utilizada plenamente e a da ELETRONORTE ainda tem folga nos meses de setembro e outubro. As Tabelas 8.19 e 8.20 de custos marginais apresentam resultados que refletem a situação de melhoria do sistema, quando o custo marginal de demanda diminui para 88 US\$/MWh, ou seja o custo da térmica mais barata disponível.

8.2.9 Características da Implementação do Método das Duas Fases

Neste item serão analisados os aspectos práticos da implementação do método das duas fases iniciando-se pela definição dos valores iniciais das variáveis e do valor para o fator de penalização s . Através deste fator controla-se a precisão dos resultados obtidos através das RNA's, de modo que quanto maior o valor de s mais precisa a RNA.

Na simulação da 1ª fase foi feita uma análise quanto ao valor apropriado do fator de penalização s com os valores ,500, 5000, 15000. Na 2ª fase foi utilizado apenas o $s=5000$ e o $\epsilon=2$. Em todos casos foi utilizado um microcomputador com processador AMD K6-2 500MHz

Na simulação da 1ª fase o caso com $s=500$, os valores iniciais das variáveis foram estabelecidos da seguinte forma: para as variáveis representativas dos volumes foi escolhido um valor intermediário entre os valores dados como inicial e final, para as demais variáveis foi atribuído seu respectivo valor mínimo. Os casos com $s=5000$ partem dos resultados do $s=500$ e os com $s=15000$ partem dos resultados do $s=5000$. Na simulação da 2ª fase os valores iniciais são os resultados obtidos com $s=5000$.

Quanto às características do método de solução das equações diferenciais ordinárias o método preditor-corretor (preditor Adams-Bashforth e corretor Adams-Moulton) destaca-se o intervalo de integração $\Delta t=1$, nos casos do capítulo 7 foi adotado $\Delta t=0.25$, e os valores do erro relativo (errel) 10^{-2} , 10^{-4} e 10^{-8} .

Tabela 8.21
Descrição dos Casos Analisados

CASO	Erro rel.	s	t_f	ϵ	Tempo de CPU
Fase1A	10^{-2}	500	75	-	≅ 60min
Fase1B	10^{-2}	5000	10	-	≅ 10min
Fase1C	10^{-4}	5000	20	-	≅ 15min
Fase1D	10^{-8}	5000	10	-	≅ 25min
Fase1E	10^{-4}	15000	10	-	≅ 20min
Fase1F3	10^{-8}	15000	10	-	≅ 30min
Fase2A	10^{-4}	5000	800	2	≅ 6horas

Tabela 8.22
Casos RNA 1ª e 2ª fases - Volumes (Hm³)

Casos	Volume Sobradinho			Volume Itaparica		
	Set	Out	Nov	Set	Out	Nov
Fase1A	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39
Fase1B	28859,84	27142,39	25162,02	10325,19	9333,48	8532,4
Fase1C	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39
Fase1D	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39
Fase1E	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39
Fase1F3	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39
Fase2A	28859,84	27142,38	25162,02	10325,18	9333,49	8532,39

Tabela 8.23
Casos RNA 1ª e 2ª fases - Vazões Turbinadas- m³/s

Casos	Sobradinho				Xingó			
	Set	Out	Nov	Dez	Set	Out	Nov	Dez
Fase1A	5091,17	5028,46	5400,37	6802,03	4698,13	5519,29	5729,61	5723,56
Fase1B	5090,26	5027,56	5399,46	6801,12	4695,30	5516,46	5726,78	5720,73
Fase1C	5090,26	5027,56	5399,46	6801,12	4695,30	5516,46	5726,78	5720,73
Fase1D	5090,26	5027,56	5399,46	6801,12	4695,30	5516,46	5726,78	5720,73
Fase1E	5090,19	5027,49	5399,39	6801,05	4695,09	5516,25	5726,57	5720,52
Fase1F3	5090,19	5027,49	5399,39	6801,05	4695,09	5516,25	5726,57	5720,52
Fase2A	5090,16	5027,46	5399,36	6801,02	4694,98	5516,15	5726,46	5720,41

Tabela 8.24
Casos RNA 1ª e 2ª fases - Gerações Térmicas- MW-médios

Casos	CHESF				ELETRONORTE			
	Set	Out	Nov	Dez	Set	Out	Nov	Dez
Fase1A	253,76	253,76	253,76	253,76	73,68	73,68	73,68	73,68
Fase1B	253,08	253,08	253,08	253,08	73,07	73,07	73,07	73,07
Fase1C	253,08	253,08	253,08	253,08	73,07	73,07	73,07	73,07
Fase1D	253,08	253,08	253,08	253,08	73,07	73,07	73,07	73,07
Fase1E	253,03	253,03	253,03	253,03	73,02	73,02	73,02	73,02
Fase1F3	253,03	253,03	253,03	253,03	73,02	73,02	73,02	73,02
Fase2A	253	253	253	253	73	73	73	73

Tabla 8.25
Casos RNA 1ª e 2ª fases - Deficits- MW-médios

Casos	CHESF				ELETRONORTE				Total
	Set	Out	Nov	Dez	Set	Out	Nov	Dez	
Fase1A	0	0	0	0	0	244,47	231,07	0	475,54
Fase1B	2,99	3	2,99	3	2,49	246,96	233,55	2,49	497,47
Fase1C	2,99	3	2,99	3	2,49	246,96	233,55	2,49	497,47
Fase1D	2,99	3	2,99	3	2,49	246,96	233,55	2,49	497,47
Fase1E	3,21	3,22	3,22	3,22	2,68	247,14	233,74	2,67	499,10
Fase1F3	3,21	3,22	3,22	3,22	2,68	247,14	233,74	2,67	499,10
Fase2A	3,32	3,33	3,33	3,33	2,77	247,24	233,83	2,76	499,91

Tabla 8.26
Caso RNA - Custos Marginais (US\$/MWh)

	Mês	Caso RNA - Custos Marginais (US\$/MWh)					
		Fase1A	Fase1B	Fase1C	Fase1D	FaseE	FaseF
Sobradinho	Set	-461	-424	-460	-460	-460	-460
	Out	-459	-547	-460	-460	-460	-460
	Nov	-461	-374	-460	-460	-460	-460
	Dez	-460	-496	-460	-460	-460	-460
Itaparica	Set	-416	-489	-417	-417	-417	-417
	Out	-419	-245	-417	-417	-417	-417
	Nov	-415	-587	-417	-417	-417	-417
	Dez	-418	-346	-417	-417	-417	-417
Complexo Paulo Afonso	Set	-344	-311	-344	-344	-344	-344
	Out	-343	-423	-344	-344	-344	-344
	Nov	-345	-266	-344	-344	-344	-344
	Dez	-344	-377	-344	-344	-344	-344
Xingó	Set	-176	-189	-176	-176	-176	-176
	Out	-177	-146	-176	-176	-176	-176
	Nov	-176	-207	-176	-176	-176	-176
	Dez	-176	-164	-176	-176	-176	-176
Boa Esperança	Set	-65	-64	-65	-65	-65	-65
	Out	-64	-65	-64	-65	-65	-65
	Nov	-65	-64	-65	-65	-65	-65
	Dez	-64	-65	-64	-65	-65	-65
Tucuruí	Set	-99	-99	-99	-99	-99	-99
	Out	-99	-99	-99	-99	-99	-99
	Nov	-99	-99	-99	-99	-99	-99
	Dez	-99	-99	-99	-99	-99	-99
Déficit CHESF	Set	430	431	430	430	430	430
	Out	430	427	430	430	430	430
	Nov	430	433	430	430	430	430
	Dez	430	429	430	430	430	430
Déficit ELETRONORTE	Set	430	430	430	430	430	430
	Out	430	431	430	430	430	430
	Nov	430	429	430	430	430	430
	Dez	430	430	430	430	430	430

Para esta análise foram formulados os casos mostrados na Tabela 8.21, os seis primeiros da 1ª fase do método Maa-Shanblatt, e comparados com o último caso desta tabela que é da 2ª fase deste método. O caso prático analisado é aquele cujo resultado já foi mostrado no item 8.2.7.

Os resultados obtidos e apresentados nas tabelas 8.22 e 8.23, as variáveis representativas da operação dos reservatórios chegaram a valores praticamente idênticos. Nas tabelas 8.24 e 8.25 vê-se que as diferenças na precisão do método, função do valor do s , está evidenciada.

A tabela 8.26 mostra que a única grande diferença entre os custos marginais ocorre no caso FASE1B ($s=5000$, $errel=10^{-2}$) e que para todos os demais casos os valores são praticamente idênticos aos obtidos pela 2ª fase do método, que é o valor exato. De uma maneira geral observa-se que com aumento do s (que reflete a precisão no método das duas fases) e a diminuição do $errel$ (que reflete um aumento na precisão do método preditor-corretor para cálculo do sistema de equações diferenciais ordinárias) o tempo de processamento dos casos analisados aumenta.

Diante da análise desses fatos, escolheu-se para obter-se os resultados da 1ª fase do método Maa-Shanblatt, a simulação dos casos “Fase1A e Fase1C”, ou seja a simulação com $s=500$ e $errel=10^{-2}$ e posteriormente uma simulação complementar com $s=5000$ e $errel=10^{-4}$. Estes valores também foram mantidos na 2ª fase.

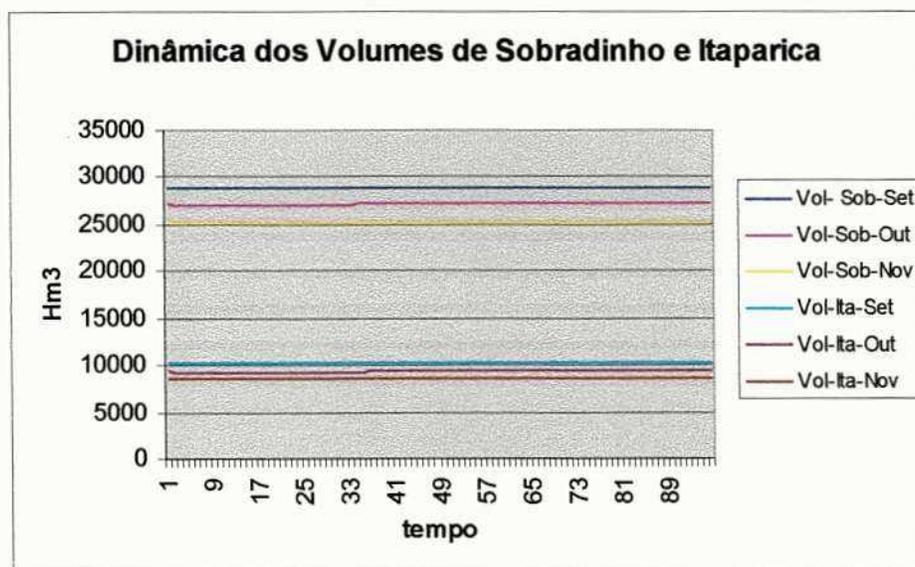


Figura 8.6. Comportamento dinâmico dos Volumes de Sobradinho e Itaparica 1ª fase Método Maa-Shanblatt

Os gráficos das figuras 8.6 a 8.8 apresentam o comportamento dinâmico da 1ª fase (simulação com $s=500$ e $errel=10^{-2}$ e posteriormente uma simulação complementar com $s=5000$ e $errel=10^{-4}$) para diversas variáveis. A figura 8.6 mostra os volumes de Sobradinho e Itaparica onde vê-se que a estabilidade para estas variáveis é obtida rapidamente. A figura 8.7 mostra as vazões de Sobradinho e Xingó com estabilidade um pouco mais lenta que os volumes. Já na figura 8.8 observa-se que a dinâmica para os déficits e gerações térmicas, para alcançarem a estabilidade, necessitam de quase todo tempo de observação.

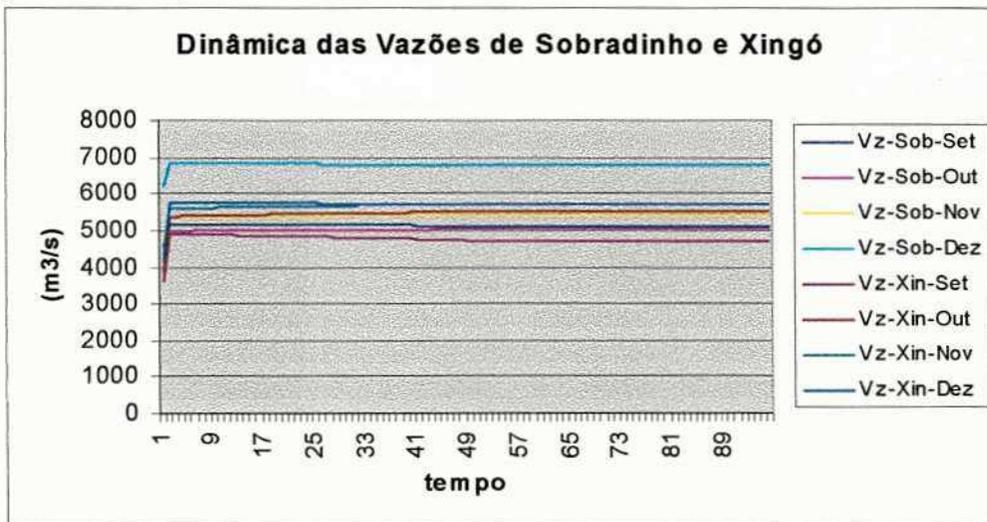


Figura 8.7. Comportamento dinâmico das Vazões de Sobradinho e Xingó
1ª fase Método Maa-Shanblatt

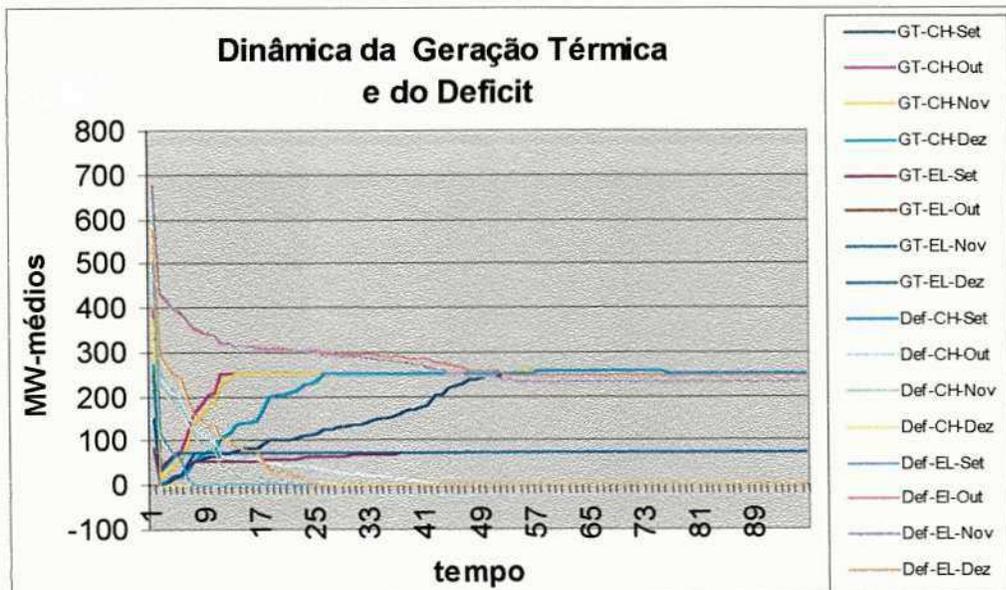


Figura 8.8. Comportamento dinâmico da Geração Térmica e do Deficit
1ª fase Método Maa-Shanblatt

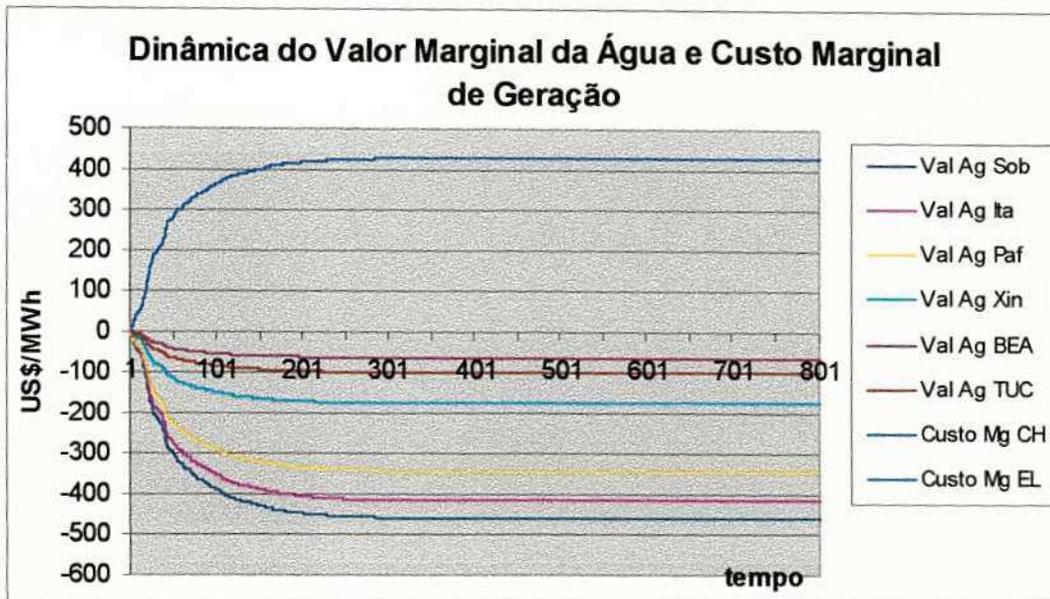


Figura 8.9 Comportamento dinâmico 2ª fase Método Maa-Shanblatt

A Figura 8.9 mostra o comportamento dinâmico dos custos marginais obtidos da 2ª fase do método das duas fases tanto para o custo marginal da geração como para o valor marginal da água em cada aproveitamento hidrelétrico.

Um comentário importante deve ser feito quanto à utilização do caso SIMPLEX, sua função no trabalho é de validação dos resultados obtidos pelo método implementado. Quanto ao tempo de processamento o caso SIMPLEX é da ordem de 1min o que é bem inferior ao da 1ª fase do método de Maa-Shanblatt, Tabela 8.21, que é de 60min. Contudo deve-se ressaltar que trata-se de simulação em software e que a RNA terá toda sua potencialidade disponibilizada quando for implementada em hardware.

Capítulo 9

Conclusões e Trabalhos Futuros

9.1. Histórico

O trabalho inicialmente passou por uma grande revisão bibliográfica sobre as redes neurais artificiais de uma maneira geral [Aquino, 1997a] e também uma certa continuação no trabalho elaborado no mestrado modificando o programa ali desenvolvido para ser utilizado ao longo do doutorado [Aquino,1997b], [Aquino et al, 1998]. Como havia possibilidade de novamente atacarmos a área de otimização tradicional foi realizada uma pequena pesquisa nesta área, [Bianco et al, 1993], [Magnanti & Mirchandani, 1993], [Sandbothe, 1993]. Ao mesmo tempo fazíamos um levantamento bibliográfico dos principais artigos voltados para a utilização das redes neurais artificiais principalmente como ferramenta de otimização onde destacamos os artigos de Hopfield, Tank, Kennedy, Chua, Maa, Shanbaltt, Zak, Pyne, entre outros. Neste momento também procurávamos suas diversas aplicações na engenharia elétrica e controle, principalmente ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

Todo levantamento bibliográfico e o acompanhamento do estado da arte da utilização das RNA's como ferramenta de otimização e sua aplicação para solução do problema de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos foi realizada.

Começamos a desenvolver [Aquino,1999] aplicações das redes recorrentes de Hopfield aprimoradas por Kennedy & Chua, [1987] e [1988] para solucionar problemas de programação matemática implementadas no Matlab. Sendo os exemplos testes os mesmos de Maa & Shanblatt, [1992] e Zak, et al, [1995] cujos resultados foram idênticos. Já em Aquino et al, [1999a] o exemplo utilizado foi o despacho hidrotérmico.

Implementamos a rede de Hopfield modificada por Kennedy e Chua também em linguagem de programação Pascal, com objetivo de ter-se maior velocidade no processamento.

Em seguida implementamos, inicialmente em MATLAB, o método das duas fases de Maa-Shanblatt para obtermos resultados mais precisos, já que este dá resultados precisos e trata desde a 1ª fase as restrições de igualdade na sua forma original, o que não acontecia com a rede de Hopfield modificada por Kennedy e Chua que as tratava como duas desigualdades.

O estudo da RNA de Maa-Shanblatt despertou para o cálculo dos multiplicadores de Lagrange (ou preços marginais associados as restrições) a qual na primeira fase fornece valores aproximados destes preços e na segunda valores exatos.

Implementamos em Pascal (DELPHI) o método das duas fases de Maa & Shanblatt e aplicamos ao despacho hidrotérmico com operação de reservatórios, com resultados idênticos ao caso utilizado para comparação. Neste instante do trabalho foi feita a substituição do método de Runge-Kutta-Fehlberg de 4ª e 5ª ordens para resolver sistema de equações diferenciais ordinárias(EDO) pelo método preditor-corretor (preditor Adams-Bashforth e corretor Adams-Moulton) apresentados em Lastman & Sinha, [1988].

9.2 Conclusões

O trabalho alcançou com êxito os seus objetivos essenciais de acompanhamento e estudos das redes neurais como ferramenta de otimização no seu estado da arte, aplicando-as ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de geração, para o qual realizamos estudos específicos.

Dos resultados apresentados nos capítulos 7 e 8 verificamos que a implementação da modelagem das RNA aqui analisadas foi validada destacando-se os seguintes aspectos conclusivos das análises.

À medida que o exemplo analisado foi aumentando sua dimensão foi necessária a mudança de plataforma de simulação do MATLAB para programas compilados em Pascal (DELPHI) e a troca do método para solução das equações diferenciais.

Nos estudos realizados no capítulo 8 estabelecemos como parâmetros da rede de Maa-Shanblatt para a 1ª fase e do método de solução das EDO, $s=500$ e $errel=10^{-2}$ respectivamente numa simulação inicial e posteriormente $s=5000$ e $errel=10^{-4}$ numa

simulação complementar. Para a 2ª fase desta rede foi definido $s=5000$, $\varepsilon=2$. e $\text{errel}=10^{-4}$.

Para os estudos de despacho conclui-se que a 1ª fase com simulações consecutivas para dois valores de s (500 e 5000), fornece valores bastantes precisos não sendo necessário o uso da 2ª fase, já que esta possui um maior número de EDO's para serem solucionadas e conseqüentemente maior tempo para alcançar a solução do problema. Ou seja, os resultados satisfatórios obtidos o método de Maa-Shanblatt, já na primeira fase tanto da solução ótima como dos multiplicadores de Lagrange, torna o método mais atrativo, pois a dinâmica desta fase é mais simples.

Quanto ao tempo de processamento todos casos simulados utilizando-se RNA's apresentaram um tempo simulação elevado, o que percebemos desde o trabalho mostrado na referência [Aquino,1999] e [Aquino et al, 1999b], tanto que mudamos de plataforma de processamento passando do MATLAB para programas compilados em Pascal(DELPHI) e também trocamos o método de solução das EDO's. Contudo, vantagens teóricas em relação aos métodos convencionais como aceitar qualquer tipo de solução inicial e não necessitar de inversão de matrizes; e principalmente a perspectiva de implementação destas redes em hardware através da tecnologia VLSI(very large system integration) nos mantiveram nesta linha de pesquisa.

Deve-se neste momento analisar-se que o caso RNA foi validado pelo caso SIMPLEX através dos resultados obtidos. Quanto ao tempo de processamento dos casos simulados o caso RNA ainda elevado, cerca de 60min (em micro com processador AMD K6-2 500MHz) enquanto o caso SIMPLEX é da ordem de 1min. Contudo lembramos tratar-se de simulação em software e que a RNA terá toda sua potencialidade disponibilizada quando for implementada em hardware.

O trabalho tem sua originalidade garantida pela maneira de calcular o despacho hidrotérmico com operação de reservatório e cálculo dos preços marginais, através das redes neurais artificiais recorrentes de Maa-Shanblatt, como mostrado no capítulo 8. Como esta RNA tem sua formulação baseada em circuitos analógicos possui um grande potencial para implementação em hardware através de coprocessadores dedicados a solução de problemas de programação linear e quadrática, o que lhe garantiria vantagens sobre os métodos tradicionais e a possibilidade de aplicação a problemas de maior porte.

Outro aspecto importante e decorrente da implementação em hardware, seria a aplicação desta rede ao problema de despacho econômico de sistemas hidrotérmicos em tempo real, o qual tem formulação similar a foi apresentada no capítulo 8.

9.3 Trabalhos Futuros

A implementação de redes neurais em VLSI *chips* é apresentada em Eberhardt et al, [1992] inclusive com exemplos de problemas de otimização. Já em Gowda et al, [1993] é apresentado o projeto e implementação de diversos tipos de RNA utilizando circuitos analógicos implementados em VLSI, mostrando as características de diversos chips protótipos. Em Chou et al, [1997] é apresentado um *chip* baseado em RNA para processamento de imagens e solução de problemas de otimização.

Como já dissemos no capítulo 1, de um modo geral as pesquisas das RNA estão sempre ligadas a possibilidade da sua implementação em hardware [Hasan & Siong, 1997] [Montalvo et al, 1997] com o objetivo futuro de explorar-se toda sua potencialidade.

Como que foi sugerido por Wang & Xia, [1998] a implementação de redes desse tipo em VLSI *chips* e sua utilização como coprocessadores em computadores para resolver problemas de atribuição de grande porte.

Dentro deste contexto nossa primeira proposta de trabalho futuro é implementar-se a 1ª fase do método de Maa-Shanblatt, em circuitos protótipos e testá-los em simuladores de circuitos para que posteriormente possamos propor sua implementação em chips VLSI.

Por outro lado, diversas pesquisas vêm sendo realizadas no intuito de buscar-se redes especializadas [Chicocki et al, 1996], [Urahama, 1996], [Chong, 1999], [Lin, 2000] e [Tan & Deng, 2000]. Diante deste fato nossa segunda proposta de trabalho futuro é buscar-se o desenvolvimento de uma RNA para o problema de PL com matriz de restrição diagonal em blocos, sendo os blocos um problema de fluxo em redes.

Ainda dentro desta perspectiva de trabalho futuro pretendo dar a continuidade a sua aplicação a problemas de planejamento da operação hidrotérmica de médio prazo, como o mostrado no capítulo 8, considerando-se no futuro problemas de maior porte (caso do sistema brasileiro). Além de realizar aplicações desta RNA a problemas no horizonte de curto e longo prazo. Como esta RNA calcula os custos marginais poderá também ser utilizada na geração de preços dentro da nova estrutura do setor elétrico brasileiro.

Referências Bibliográficas

[Abe et al, 1992] Abe, S., Kawakami, J., Hirasawa K., "Solving Inequality Constrained Combinatorial Optimizing Problems by the Hopfield Neural Networks", Neural Networks, Vol 5, 1992, pp 663-670.

[Abeles et al, 1990] Abeles, M., Vaadia, E., Bergman, H., 1990, "Firing patterns of single units in prefrontal cortex and neural network models", Network: Computation in Neural Systems, Vol. 1, No 1, 1990 pp. 1-11, jan /1990.

[Aguilar, 1998] Aguilar J., "Definition of an energy function for the random neural to solve optimization problems ", Neural Networks, Vol 11, No 4, pp 731-737, jun/1998.

[Ali & Kamoun, 1993] Ali, M. K. M., Kamoun, F., "Neural Networks for Shortest Path Computation and Routing in Computer Networks", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 4, No 6, nov/ 1993, pp 941-954.

[Amari, 1977] Amari, S.-I., "Neural theory of association and concept-formation ", Biological Cybernetics, 26, pp. 175-185, 1977.

[Aquino & Carvalho Jr., 1993] Aquino, R.R.B., Carvalho Jr., M.A., Modelo de Otimização da Operação Hidrotérmica do Sistema Interligado Chesf/Eletronorte, XIV CILAMCE- Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia pp.533-542, IPT, São Paulo- SP, Brasil, dez/1993.

[Aquino, 1995] Aquino, R.R.B., Modelo de Otimização da Operação Hidrotérmica do Sistema Interligado Chesf/Eletronorte, Dissertação de Mestrado -Engenharia Elétrica- UFPE, jan/1995.

[Aquino, 1997a] Aquino, R.R.B., Projeto de Pesquisa : Revisão Bibliográfica, "Redes Neurais Artificiais: Teoria e o Estado da Arte", UFPB - COPELE, set/1997.

[Aquino, 1997b] Aquino, R.R.B., Projeto de Pesquisa : I, "Modelo de Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração com Restrições de Uso Múltiplo da Água", UFPB - COPELE, dez/1997.

[Aquino & Carvalho Jr., 1997] Aquino, R.R.B., Carvalho Jr., M.A., Modelo de Otimização da Operação Hidrotérmica com Restrições de Uso Múltiplo da Água. XVIII CILAMCE-Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia pp 1531-1536, UnB, Brasília-DF, Brasil out/1997.

[Aquino, 1998] Aquino, R.R.B., Projeto de Pesquisa : II, “Redes Neurais Artificiais: Uma Aplicação no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração”UFPB - COPELE, set/1998.

[Aquino et al, 1998] Aquino, R.R.B., Carvalho Jr., M., Souza, B. A., “The Water Resources Multiple Use Impact in the Operation Planning of Hydrothermal Generation Systems”, VI SEPOPE, mai/1998 - Salvador - BA- Brasil.

[Aquino, 1999] Aquino, R.R.B., Projeto de Pesquisa : III, “Redes Neurais de Hopfield como Ferramenta de Otimização Aplicado ao Despacho Hidrotérmico”UFPB - COPELE, mar/1999.

[Aquino et al, 1999a] Aquino, R.R.B., Carvalho Jr., M., Souza, B. A., “Redes Neurais Artificiais: Uma Aplicação ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmico de Geração”, IV CBRN, S.J.Campos, SP- Brasil, pp 164-169, jul/1999.

[Aquino et al, 1999b] Aquino, R.R.B., Carvalho Jr., M., Souza, B. A., “Redes Neurais de Hopfield como Ferramenta de Otimização Aplicado ao Despacho Hidrotérmico”, IV CBRN, S.J.Campos, SP- Brasil, pp 170-175, jul/1999.

[Aquino, 2000] Aquino, R.R.B., Proposta de Tese “Redes Neurais Artificiais como Ferramenta de Otimização: Uma Aplicação ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração ”UFPB - COPELE, jun/2000.

[Bianco, 1993] Bianco, L., Mingozi, A., Ricciardelli, S., “The Travelling Salesman Problem with Cumulative costs”, Networks:An International Journal, Vol. 23, No 2, 1993 pp. 81-91, mar/1993.

[Braitenberg,1990] Braitenberg, V., "Reading the structure of brains", Network : Computation in Neural Systems, Vol. 1, No 1, 1990 pp. 1-11, jan 1990.

[Cichocki & Unbehauen, 1992] Cichocki, A, Unbehauen, R., "Neural Networks for Solving Systems of Linear Equations and Related Problems", IEEE Trans. on Circuits and Systems- I,Vol -39, No 2, fev/ 1992, pp 124-138.

[Cichocki et al, 1996] Cichocki, A, Unbehauen, R., Weinzierl, K., Hölzel, R., "A new neural network for solving linear programming problems", European Journal of Operational Research 93 , 1996, pp 244-256.

[Chen & Fang, 1998] Chen,Y.-H., Fang, S.-C., "Solving convex programming problems with equality by neural networks ", Computers & Mathematics with Applications, 36:(7) 41-68, out/ 1998.

[Chong et al , 1999] Chong, E.K.P., Hui, S., Zak, S.H. "An Analysis of a Class of Neural Networks for Solving Linear Programming Problems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol 44, No 11,, nov 1999, pp 1995-2006.

[Chua & Green, 1976] Chua, L.O., Green, D. N., "A Qualitative Analysis of the Behaviour of Dynamic Nonlinear : Stability of Autonomous Networks ", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-23, No 7, jul 1985, pp 355-379.

[Chua & Wang, 1978] Chua, L.O., Wang, N. N., "Complete Stability of Autonomous Reciprocal Nonlinear Networks ", Circuit Theory and Applications, Vol -6, 1978, pp 211-241.

[Chua & Lin, 1984] Chua, L. O., Lin, G.-N., "Nonlinear Programming without Computation ", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-31, No 2, fev/1984, pp182-188.

[Chua & Lin, 1985] Chua, L. O., Lin, G.-N., Errata to "Nonlinear Programming without Computation ", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-32, No 7, jul/1985, pp 736.

[Chua & Yang, 1988a] Chua, L.O., Yang, L., “Cellular Neural Networks : Theory ”, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-35, No 10, out/1988, pp 1257-1272.

[Chua & Yang, 1988a] Chua, L.O., Yang, L., “Cellular Neural Networks :Applications ”, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-35, No 10, out/1988, pp 1273-1290.

[Chvátal, 1984] Chvátal, V., Linear Programming W. H. Freeman and Company, New York, 1983.

[Chou et al, 1997] Chou, E.Y., Sheu, B.J., Chang, R.C., “VLSI Design of Optimization and Image Processing Cellular Neural Networks”, IEEE Trans. on Circuits and Systems –I, Vol -44, No 1, jan/1997, pp 12-20.

[Crick & Mitchison, 1983] Crick, F., Mitchison, G., “The function of the dream sleep”, Nature, Vol. 304, pp. 111-114, jul/ 1983.

[Cunha et al, 1998] S.H.F. Cunha, J.P. Costa, S.Prado, C.L.C. de Sá Jr., “Medium-term Hydro-Thermal System Optimization under a Wholesale Energy Market ”, *VI SEPOPE* ”, Salvador, Brazil, May 24th to 29th, 1998.

[Das & Olurotimi, 1998] Das, S., Olurotimi,O., “Noisy Recurrent Neural Networks: The Continuous -Time Case”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 9, No 5, set/1998, pp913-933.

[Das & Olurotimi, 1998] Das, S., Olurotimi,O., “Noisy Recurrent Neural Networks: The Discrete -Time Case”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 9, No 5, set/1998, pp937-946.

[Djukanovic et al, 1992] Djukanovic, M., Sobajic,D.J., Pao, Y.-H., “Neural-net based determination of generator-shedding requirements in electric power systems.”IEE Proceedings-C, Vol. 139, No. 5, pp 427-436 .

[Eberhardt et al, 1992] Eberhardt, S.H., Tawel, R., Brown, T.X., Daud,T.,Thakoor, A. T., “Analog VLSI Neural Networks: Implementation Issues and Exemples in Optimization and Supervised Learning ” IEEE Trans. on Industrial Eletronics , Vol 39, No 6, dec/ 1992, pp 552-564.

[Fortunato et al, 1990] L.A. M. Fortunato, T.A. A. Neto, J.C.R. de Albuquerque, M.V.F. Pereira, “Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica” Eletrobras, Universidade Federal Flunminense,1990.

[Freeman & Skapura, 1991] Freeman, J. A., Skapura, D. M., Neural Networks : algorithms, applications, and programming techniques, Addison-Wesley Publishing Co.,1991.

[Fletcher, 1996] Fletcher, R., Practical Methods of Optimization, John Wileys & Sons.,1996.

[Funabiki & Nishikawa, 1997] Funabiki, N., Nishikawa, S., “A Binary Hopfield Neural-Network Approach for Satellite Broadcast Scheduling Problems ”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 2, mar/ 1997, pp 441-445.

[Garzon & Botelho,1999] Garzon M., Botelho F., “Dynamical approximation by recurrent neural networks ”, Neurocomputing, Vol 29, Iss 1-3, pp 25-46, nov/1999.

[Gee et al, 1993] Gee, A. H., Aiyer, S.V.B., Pager, R.W., “An Analitical Framework for Optimizing Neural Networks”, Neural Networks, Vol 6, No 1,1993, pp 79-98.

[Ghosh & Chowdhury, 1996] Ghosh, S., Chowdhury, B.H., “Security-Constrained Optimal Rescheduling of Real Power Using Hopfield Neural Network”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 11, No 4, nov/1996, pp 1743-1748.

[Gill et al, 1981] Gill, P.,E., Murray, W., Wright, M. H., Practical Optimization, Academic Press, 1981

[Giovanini & Coury,1999] Giovanini, R., Coury, D., V., “Classificação rápida de faltas em sistemas de potência utilizando redes neurais ”, IV CBRN, S.J.Campos, SP- Brasil, pp 281-286, jul/1999.

[Gowda et al, 1993] Chou, E.Y., Sheu, B.J., Chang, R.C., “Design and Characterization of Analog VLSI Neural Networks”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol -28, No 3, mar/1993, pp 301-313.

[Jorge et al, 1999] Jorge, D.,C., Coury, D., V., Carvalho A., C., P., L., F., “Redes neurais artificiais aplicadas a localização de faltas em linhas de transmissão de energia elétrica ”, IV CBRN, S.J.Campos, SP- Brasil, pp 061-066, jul/1999.

[Halici & Tunali, 1999] Halici, U., Tunali, O., “A neural optimizer for hypercube embedding ”, Nonlinear Analysis-Theory Methods &Applications, Vol 36, Iss 6, pp 785-797, jun/1999.

[Hasan & Siong 1997] Hasan, S. M. R., Siong, N. K., “A Parallel Processing VLSI BAM Engine ”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 2, mar/1997, pp 424-436.

[Haykin, 1994] Haykin, S., Neural Networks : A Comprehensive Foundation
MacMillan College Publishing Co. New York, 1994.

[Heredia & Nabona, 1995] Heredia, F., J., Nabona, N., “Optimum Short-Term Hydrothermal Scheduling with Spining Reserve through Network Flows”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 10, No3, ago 1995, pp 1642-1651.

[Hopfield, 1982] Hopfield, J.J., “Neural networks and phisycal systems with emergente collective computational abilites”, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 79, pp. 2552-2558, abr/ 1982.

[Hopfield, 1984] Hopfield, J.J., “Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons”, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 81, pp. 3088-3092, mai/1984.

[Hopfield, 1987] Hopfield, J.J., "Learning algorithms and probability distributions in feed-forward and feed-back networks", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 84, pp. 8429-8433, dez/1987.

[Hopfield, 1990] Hopfield, J.J., "The effectiveness of analogue 'neural network' hardware", Network:Computation in Neural Systems, Vol. 1, No 1, 1990 pp. 27-40, jan/1990.

[Hopfield et al, 1983] Hopfield, J.J., Feinstein, D.I., Palmer, R.G., "Unlearning has a stabilizing effect in collective memories", Nature, Vol. 304, pp. 158-159, jul/1983.

[Hopfield & Tank, 1985] Hopfield, J.J., Tank, D.W., "Neural Computation of Decisions in Optimization Problem", Biological Cybernetics, 52, pp. 141-152, 1985.

[Hopfield & Tank, 1986] Hopfield, J.J., Tank, D.W., "Computing with Neural Circuits :A Model", Science Vol. 233, No 8, pp. 625-633, ago/1986.

[Jiang & Wang, 1999] Jiang, D., Wang, J., "A Recurrent Neural Network for Real-Time Semidefinite Programming", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 10, No 1, jan/1999, pp 81-93.

[Joya et al,1997] Joya G, Atencia MA, Sandoval F, "Hopfield neural network applied to optimization problems: Some Theoretical and simulation results", Biological and Artificial Computation : From Neuroscience to technology, Vol 1240, pp 556-565, 1997.

[Kasangaki et al, 1995] Kasangaki, V.B.A., Senaula, H.M., Biswas, S.K., "Stochastic Hopfield Artificial Neural Network for Electirc Power Production Costing", IEEE Transc. on Power Systems, Vol 10, No 3, ago/1993, pp 1525-1533.

[Kennedy & Chua, 1987] Kennedy, M. P., Chua, L.O, "Unifying Tank and Hopfield Linear Programming Circuit and the Canonical Nonlinear Programming Circuit of Chua and Lin", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-34, No 2, fev/1987, pp 210-214.

[Kennedy & Chua, 1988] Kennedy, M. P., Chua, L.O, “Neural Networks for Nonlinear Programming”, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-35, No 5, fev/1988, pp 210-214.

[Khotanzad et al, 1996] Khotanzad, A, Davis M.H., Abaye, A., Maratukulam, D.J. “An Artificial Neural Network Hourly Temperature Forecaster with Applications in Load Forecasting”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 11, No2, mai/ 1996, pp 870-876.

[Khotanzad et al,1997] Khotanzad, A., Afkhami-Rohani, R., Lu, T.L., Abaye, A., Davis, M., Maratukulam, D.J. “ANNSTLF -A Neural-Network-Based Electric Load Forecasting System”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 4, jul/1997, pp 835- 846.

[King et al, 1995] T. Denise King, M.E. El-Hawary, Ferial El-Hawary, 1995, “Optimal Environmental Dispatching of Electric Power Systems via an Improved Hopfield Neural Network Model ”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 10, No 3, ago/1993, pp 1559-1565.

[Kosko, 1988] Kosko, B., “Bidirecional Associative Memories ”, IEEE Transc. Systems, Man, and Cybernetics,Vol 18, No 1, jan/fev 1998, pp 49-60.

[Kosko, 1992] Kosko, B., Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992

[Lastman & Sinha, 1988] Gary J. Lastman, Naresh K. Sinha, Microcomputer-Based Numerical Methods for Science and Engineering, Saunders College Publishing, New York, 1988.

[Lee et al, 1998] Lee, K.Y., Sode-Yome, A., Park, J.H., “Adaptive Hopfield Network for Economic Load Dispatch ”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 13, No 2, mai/1998, pp 519-526

[Lendaris et al, 1999] Lendaris, G. G., Mathia, K., Saeks, R., “Linear Hopfield Networks and Constrained Optimization ”, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics –Part B: Cybernetics, Vol 29, No 1, fev/1999, pp 114-118.

[Li et al, 1989] Li, J. H., Michel, A.N., Porod, W., "Analysis and Synthesis of a Class of Neural Networks :Linear Systems Operating on a Closed Hypercube ", IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol -cas-36, No 11, nov/1989, pp 1405-1422.

[Liang & Hsu, 1994] Liang, R.H., Hsu,Y.Y., "Scheduling hydroelectric generations using artificial neural networks ."IEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib., Vol. 141, No. 5, sept/1994, pp 452-458.

[Liang & Hsu, 1996] Liang, R.H., Hsu,Y.Y., "Short-term Hydro-Scheduling Using Hopfield Neural Network ."IEE Proceedings-Gener. Transm. Distrib., Vol. 143, No. 3, mai/1996, pp 269-275 .

[Liang, 1999] Liang, R.H, "A Neural-Based Redispatch Approach to Dynamic Generation Allocation ."IEEE Transc. on Power Systems, Vol 14, No 4, nov/1999, pp 1388-1393.

[Lillo et al, 1993] Lillo, W.E., Loh, M. H., Hui, S., Zak, S.H., "On Solving Constrained Optimization Problems with Neural Networks: A Penalty Method Approach", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 4, No 6, nov/1993, pp 931-940.

[Lin et al, 2000] Lin, C.-L., Lai,C.-C., Huang, T-H "A Neural Network for Linear Matrix Inequality Problems."IEEE Transc. on Neural Networks, Vol 11, No 5, sep/2000, pp 1078-1092.

[Luenberger, 1984] Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming
Addison-Wesley Publishing Company, 1984

[MATLAB, 1994] "MATLAB, Neural Network Toolbox", 1994

[Maa & Shanblatt, 1992a] Maa, C.Y., Shanblatt, M.A., "Linear and Quadratic Programming Neural Network Analysis", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 3, No 4, jul/1992, pp 580- 594.

[Maa & Shanblatt, 1992b] Maa, C.Y., Shanblatt, M.A., "A Two-Phase Optimization Neural Network", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 3, No 6, nov/1992, pp 1003-1009.

[Maceira et al, 1998] M.E.P. Maceira, C.B. Mercio, B.G. Gorenstin, S.H.F. Cunha, C. Suanno, M.C. Sacramento, A. Kligerman, "Application of the NEWAVE Model in the Energy Evaluation of the Brazilian North/Northeast and South/Southeast Interconnected Systems", *VI Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, Brazil, May 24th to 29th, 1998.

[Maceira et al, 2000] M.E.P. Maceira, L.A.Terry, A.S.L. Diniz, L.C.F. de Souza, F.S.Costa, S.P.Romero, S. Binato, S.M. Amado, C.E. Vilasboas, R.Vilanova "Despacho de Geração Horário com Representação Detalhada de Restrições Hidráulicas", *VII SEPOPE*, Curitiba-Paraná-Brasil. May 21th to 26th, 2000.

[Magnanti & Mirchandani,1994] Magnanti, T. L., Mirchandani, P., "Shortest Paths, Single Origin-Destination Network Design, and Associated Polyhedra", *Networks: An International Journal*, Vol. 23, No 2, 1993 pp.103-121, mar/1993

[Mansour et al, 1997] Mansour, Y., Vaahedi,E., El-Sharkawi, M.,A., "Dynamic Security Contingency Screening and Ranking Using Neural Networks", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 4, jul/1997, pp 942-950.

[Melo et al, 2000] A.C.G. Melo, M.E.P.Maceira, L.L.Gomes, D.L.Jardim, A.Pinhel, R.P.Caldas, A.M.Oliveira., "FINANCIAL EVALUATION OF GENERATION PROJECTS CONSIDERING HYDROLOGIC RISKS", *VII SEPOPE*, Curitiba-Paraná-Brasil. May 21th to 26th, 2000.

[Montalvo et al,1997] Montalvo, A.J.,Gyurcsik, R.S., Paulos, J.J., "Toward a General-Purpose Analog VLSI Neural Network with On-Chip Learning", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 2, mar/1997, pp 413-423.

[Myung & Kim, 1997] Myung, H., Kim J.H., "Time-Varing Two-Phase Optimization and Its Application to Neural Network", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 8, No 6, nov/1997, pp 1293-1300.

[Neto et al, 1998] Neto, J., F., Sodré, E., Carvalho Jr., M., A., Utilização de Redes Neurais para Determinação da Segurança de Sistemas de Potencia em Relação à Instabilidade, de Tensão de Longo Termo, VI SEPOPE, 1998 - Salvador - BA-Brasil.

[Oliveira & Soares, 1995] Oliveira, G, G., Soares, S., "A Second-Order Network Flow Algorithm for Hydrothermal Scheduling", IEEE Transc. on Power Systems, Vol 10, No3, ago/1995, pp 1635-1641.

[Orponen, 1996] Orponen, P., "The Computational Power of Discrete Hopfield Nets with Hidden Units", Neural Computation, Vol 8, 1996, pp 403-415.

[Park et al, 1993] Park, J.H., Kim, Y.S., Eom, I.K., Lee, K.Y., 1993, "Economic Load Dispatch for Piecewise Quadratic Cost Function Using Hopfield Neural Network", IEEE Transc. on Power Systems, Vol 8, No 3, ago/1993, pp 1030-1038.

[Pereira & Pinto, 1982] Pereira, M.V.F., Pinto,L.M.V.G., A Decompositiom Approach to Economic Dispatch of Hidrothermal Systems, IEEE Transc. on Power Systems, Vol. Pas -101 No 10, out/1982.

[Pérez-Ilzarbe, 1998] Pérez-Ilzarbe, M.J., "Convergence Analysis of a Discrete-Time Recurrent Neural Network to Perform Quadratic Real Optimization with Bound Constraints", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 9, No 6, nov/1998, pp 1344-1351.

[Perfetti, 1995] Perfetti, R., "Optimization Neural Networks for Solving Flow", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 6, No 5, set/1995, pp 1287-1291.

[Pyne, 1956] Pyne, I. B., "Linear Programming on an electronic analougue computer ", Trans. AIEE., Part I (Comm. & Elect.), vol 75, 1956 .pp 139-143.

[Rangarajan et al, 1996] Rangarajan, A., Gold, S., Mjolsness, E., "A Novel Optimizing Network Architecture with Applications", *Neural Computation*, Vol 8, 1996, pp 1041-1060.

[Ramanujam & Sadayappan, 1995] Ramanujam, J., Sadayappan, P., "Mapping Combinatorial Optimization Problems onto Neural Networks", *Information Sciences* 82, 1995, pp 239-255.

[Rodriguez-Vázquez et al, 1990] Rodriguez-Vázquez, A., Domínguez-Castro, R., Rueda, A., Huertas, J.L., Sanches-Sinencio, E., "Nonlinear Switched-Capacitor Neural Networks for Optimization Problems", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol -cas-37, No 3, mar/1990, pp384-398.

[Sandbothe, 1993] Sandbothe R. A, "Backordering in a Multiperiod Transshipment Network", *Networks: An International Journal*, Vol. 23, No7, 1993 pp. 623-630, out/1993.

[Sasaki et al, 1992] Sasaki, H., Watanabe, M., Kubokawa, J., Yorino, N., Yokoyama, R., "A Solution Method of Unit Commitment by Artificial Neural Networks", *IEEE Transc. on Power Systems*, Vol 7, No 3, ago/1992, pp 974-981.

[Su & Chiou, 1997] Su, C.-T., Chiou, G.-J., "A Fast-Computation Hopfield Method to Economic Dispatch of Power Systems", *IEEE Transc. on Power Systems*, Vol 12, No 4, nov/1997, pp 1759-1764.

[Takahashi, 1996] Takahashi, Y., "Solving Optimization Problems with Variable-Constraint by Extended Cohen-Grossberg Model", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, Vol 26, No 5, nov/1996, pp771-800.

[Takahashi, 1999] Takahashi Y, "A neural network theory for constrained optimization", *Neurocomputing*, Vol 24, Iss 1-3, pp 117-161, fev/1999.

[Tan & Deng, 2000] Tan, Y., Deng, C. "Solving for a quadratic programming with a quadratic constraint based on a neural network frame", *Neurocomputing*, Vol 30, Iss 1-4, pp 117-128, jan/2000.

[Tank & Hopfield, 1986] Tank, D.W., Hopfield, J.J., "Simple 'Neural' Optimization Networks: An A/D Converter, Signal Decision Circuit, and a Linear Programming Circuit ", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol-CAS-33, No 5, mai/1986, pp 533- 541.

[Tank & Hopfield, 1987] Tank, D.W., Hopfield, J.J., "Neural computation by concentrating information in time ", *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 84, pp. 1896-1900, abr/1987.

[Teixeira & Zak, 1998] Teixeira, M.C.M., Zak, S.H., "Analog Neural Nonderivative Optimizers", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol 9, No 1, jul/1998, pp 629-638.

[Tsirukis et al, 1989] Tsirukis, A. G., Reklaitis, G. V., Tenorio, M. F., "Nonlinear Optimizing Using Generalized Hopfield Neural Networks", *Neural Computation*, Vol 1, 1989, pp 511-521.

[Urahama, 1996] Urahama, K., "Gradient Projection Network : Analog Solver for Linearly Constrained Nonlinear Programming ", *Neural Computation*, Vol 8, 1996, pp 1061-1073.

[Vermaak & Botha, 1998] Vermaak, J., Botha, E. C., "Recurrent Neural Networks for Short-Term Load Forecasting", *IEEE Transc. on Power Systems*, Vol 13, No 1, fev/1998, pp 126-132.

[Viera F° et al, 1998a] X. Viera F°, S.Granville, B.G.Gorenstin, D.S. Carvalho Jr., E.S.Sobrinho, L.A.S. Piloto, J.C.O.Mello, "Optimization Methods in Power Systems *Application and Perspectives*" *VI SEPOPE, Salvador, Brazil, May 24th to 29th, 1998.*

[Viera F^o et al, 1998b] X. Viera F^o, E. N. Mesquita, B. G. Gorenstin, E.S.Sobrinho, A. Bianco, "Long Run Marginal Costs Calculation Applied to Power Techno-Economic Analysis" *VI SEPOPE*, Salvador, Brazil, May 24th to 29th, 1998.

[Walsh & O'Malley, 1997], Walsh, M.P., O'Malley, M.J., "Augmented Hopfield Network for Unit Commitment and Economic Dispatch ", *IEEE Transc. on Power Systems*, Vol 12, No 4, nov/1997, pp 1765-1774.

[Wang, 1995] Wang, J., "Analysis and Design of an Analog Sorting Network", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol 6, No 4, jul/1995, pp 962-971.

[Wang, 1996] Wang, J., "A Recurrent Neural Networks for Solving the Shortest Path Problem", *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I*, Vol -43, No 6, jun/996, pp 482-486.

[Wang, 1997] Wang, J., "Primal and Dual Assignment Networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol 8, No 3, mai/1997, pp 784-790.

[Wang, L.,1997] Wang, L., "Discrete-Time Convergence Theory and Updating Rules for Neural Networks with Energy Functions ", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol 8, No 2, mar/1997, pp 445-447.

[Wang & Xia, 1998] Wang, J., Xia, J., "Analysis and Design of Primal-Dual Assignment Networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol 9, No 1, jan/1998, pp 183-194.

[Wennmyr 1989] Wennmyr, E., "A Convex Hull Algorithm for Neural Networks ", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol -cas-36, No 11, nov/1989, pp 1478-1484.

[Wilson, 1986] Wilson, G., "Quadratic Programming Analogs ", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol -cas-33, No 9, set/1986, pp 907-911.

[Wu et al, 1996] Wu, X.Y., Xia, Y.S, Li, J., Chen, W.K., “A High-Performace Neural Network for Solving Linear and Quadratic Programming Problems”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 7, No 3, mai/1996, pp 643-651.

[Xia & Wang, 1998] Xia, Y., Wang, J., “A General Methodology for Designing Globally Convergent Optimization Neural Network”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 9, No 6, Nov 1998, pp 1331-1343.

[Xia & Wang, 2000] Xia, Y., Wang, J., “A Global Exponential Stability of Recurrent Neural Networks for Solving Optimization and Related Problems”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 11, No 4, jul 2000, pp 1017-1022.

[Yalcinoz & Short, 1998] Yalcinoz, T., Short, M.J., “Neural Network Approach for Solving Economic Dispatch Problem with Transmission Capacity Constrains ”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 13, No 2, mai/1998, pp 307-313.

[Yan et al, 1993] Yan, H., Luh, P., B., Guan, X., Rogan, P., M., “Scheduling of Hydrothermal Power Systems ”, IEEE Transc. on Power Systems, Vol 10, No3, August 1995, pp 1635-1641..

[Zak et al, 1995] Zak, S.H., Upatising,V., Hui, S., “Solving Linear Programming Problems with Neural Networks: A Comparative Study”, IEEE Trans. on Neural Networks, Vol 6, No 1, jan/1995, pp 94-104.