

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE - UFCG

**SIMULAÇÃO E INVERSÃO TOMOGRÁFICA ACÚSTICA
EM TESTEMUNHOS DE POÇO**

Denise Ágatha Rodrigues Almeida

Campina Grande, Novembro de 2015.



Universidade Federal
de Campina Grande

SIMULAÇÃO E INVERSÃO TOMOGRÁFICA ACÚSTICA EM TESTEMUNHOS DE POÇO

Denise Ágatha Rodrigues Almeida

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Exploração Petrolífera e Mineral, Departamento de Engenharia de Minas, da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, como requisito necessário à obtenção do grau de Mestre em Exploração Petrolífera e Mineral.

Orientador:

Prof. Dr. José Agnelo Soares

Campina Grande, Novembro de 2015.

SIMULAÇÃO E INVERSÃO TOMOGRÁFICA ACÚSTICA EM TESTEMUNHO DE POÇO

Denise Ágatha Rodrigues Almeida

Orientador: José Agnelo Soares

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em
Exploração Petrolífera e Mineral,
Unidade Acadêmica de Engenharia de Minas, da Universidade Federal de
Campina Grande - UFCG, como
parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Exploração
Petrolífera e Mineral.

Aprovada por:

Adriana Lemos Porto, IFPB

Harrison Lima de Almeida, UFCG

José Agnelo Soares, UFCG

Campina Grande, Novembro de 2015.

DEDICATÓRIA

“Na pergunta “Quem sou?” ouve-se a pergunta “Quem são meus pais? Qual a minha genealogia?”” (BAKHTIN, 2003, p.164). Dedico esta conquista à minha mãe, Joselma, com todo meu amor e gratidão.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar os caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

Ao meu orientador José Agnelo Soares pela confiança, dedicação, ajuda e verdadeira amizade.

À minha família: minha mãe Joselma, meu irmão Joseph Bruno e ao meu filho Bernardo, por todo carinho, paciência e incentivo.

Aos meus amigos, que sempre compreenderam a importância do mestrado para mim.

Aos amigos que fiz nesta longa, árdua, porém gratificante caminhada que foi o curso de Mestrado, em especial ao amigo Hasan Shihadeh, pelo incentivo e apoio desde a realização dos programas às palavras de conforto e estímulo.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Exploração Petrolífera e Mineral da UFCG, pela contribuição de cada um na construção contínua do meu conhecimento.

Ao Laboratório de Petrofísica da UFCG e às pessoas que fizeram e fazem parte da equipe LABPETRO pela colaboração e suporte.

RESUMO

SIMULAÇÃO E INVERSÃO TOMOGRÁFICA EM TESTEMUNHOS DE POÇOS

Denise Ágatha Rodrigues Almeida

Orientador: José Agnelo Soares

Resumo da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Exploração Petrolífera e Mineral, Unidade Acadêmica de Engenharia de Minas, da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Exploração Petrolífera e Mineral.

A tomografia acústica de testemunhos é útil na identificação e quantificação de diversos atributos petrofísicos. A técnica tomográfica de tempo de trânsito envolve a inferência da velocidade acústica local a partir dos tempos de propagação da onda entre um grande número de pares fonte-receptor. Com o objetivo de analisar a distribuição espacial da velocidade acústica no interior de testemunhos de poços, foi simulado um sistema para executar tomografia elástica em testemunhos composto por um modelo de tomógrafo e um conjunto de programas computacionais desenvolvidos para detectar os tempos de primeira chegada da onda, inverter os dados adquiridos no tomógrafo e gerar os mapas de velocidade (tomogramas). Nesse modelo os transdutores realizam a aquisição de dados com posicionamento dinâmico em 36 diferentes posições regularmente distribuídas ao longo do perímetro do testemunho. Esse esquema de aquisição resulta no registro de 684 traços para cada tomograma. Os programas de inversão utilizados para gerar os tomogramas foram testados em modelos de testemunhos simulados sintética e numericamente, cujos tomogramas esperados são previamente conhecidos. Os programas de inversão se comprovam capazes de reproduzir, de forma aproximada, os modelos teóricos de testemunhos, embora haja uma limitação dada pela premissa parcial de que a trajetória dos raios se dá de forma linear.

Palavras-chave: tomografia, simulação, velocidades elásticas, testemunho de poço, inversão.

ABSTRACT

SIMULATION AND INVERSION TOMOGRAPHY IN WELL CORES

Denise Ágatha Rodrigues Almeida

Orientador: José Agnelo Soares

Abstract da Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Exploração Petrolífera e Mineral, Unidade Acadêmica de Engenharia de Minas, da Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Exploração Petrolífera e Mineral.

Acoustic tomography of cores can be rather useful on identification and quantification of several petrophysics attributes. Time-traveling tomography technique involves the inference of local acoustic velocity from the time of traveling of waves between a large number of pairs source-receiver. With aim of analyze the special distribution of acoustic velocities in well cores, it was simulated a system to execute elastic tomography in cores, comprising a model of CT scanner and a set of computational programs developed to detected the first wave arrival times, invert all data acquired from the CT scanner and generate the velocity maps (tomograms). In this model, the transducers perform data acquisition with a dynamic positioning in 36 different positions over the sample perimeter. This assembly of data acquisition result on the register of 684 traces for each tomogram. Inversion programs used to generate the tomograms have been tested in models of cores simulated synthetic and numerically whose expected tomograms are previously known. The Inversion programs are proving able to reproduce, approximately, the theoretical models of cores, although there is a limitation given by the partial assumption that the trajectory of the rays occurs linearly.

Key-words: tomography, simulation, elastic speeds, well cores, inversion.

Sumário

AGRADECIMENTOS.....	4
RESUMO	6
ABSTRACT	7
LISTA DE FIGURAS.....	10
Lista de símbolos	12
1. INTRODUÇÃO	13
2. VELOCIDADES ELÁSTICAS DAS ROCHAS	16
2.1. EFEITO DA COMPOSIÇÃO MINERAL	16
2.2. EFEITO DO ARRANJO MINERAL	19
2.3. EFEITO DAS TENSÕES	21
2.3.1. Pressão efetiva	21
2.3.2. Pressão confinante.....	22
2.3.3. Pressão de poros	24
2.4. EFEITO DA POROSIDADE	25
2.5. EFEITO DA SATURAÇÃO.....	27
2.6. EFEITO DA TEMPERATURA	28
2.7. EFEITO DA FREQUÊNCIA DE INVESTIGAÇÃO	29
3. TOMOGRAFIA ELÁSTICA DE TESTEMUNHOS.....	31
3.1 TOMOGRAFIA DE TEMPO DE TRÂNSITO	33
3.2. TEORIA DA INVERSÃO TOMOGRÁFICA.....	35
3.2.1. Solução por Mínimos Quadrados.....	36
3.2.2 Decomposição em valores singulares	37
3.3.3. Técnica de Reconstrução Algébrica – ART	38
3.3.4. Técnica dos gradientes conjugados	38
4. SIMULAÇÕES SINTÉTICAS DE TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA	43
4.1 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DE INVERSÃO	49
5. SIMULAÇÃO DE TOMOGRAFIA ELÁSTICA DE INCLUSÕES E INTERLAMINAÇÕES	50
5.1. MODELO COM INCLUSÃO CIRCULAR CENTRALIZADA.....	50
5.2. MODELO COM INCLUSÃO CIRCULAR DESCENTRALIZADA	51
5.3. MODELO INTERLAMINADO COM CAMADAS DE MESMA ESPESSURA.....	53
6. CONCLUSÕES.....	55
7. REFERENCIAS BILIOGRÁFICAS	57

APÊNDICE A - Listagem do programa de inversão pela técnica ART (<i>Algebraic Reconstruction Technique</i>).....	60
APÊNDICE B - Listagem de programa para identificação dos tempo de primeira chegada	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo esquemático de um levantamento sísmico interpoços. Extraído de Soares (2005).....	Erro! Indicador não definido.
Figura 2 - Tomograma resultante da inversão dos dados registrados pela sísmica interpoços da Figura 1.1. Extraído de Soares (2005).	14
Figura 3 - Modelo de Voigt e Reuss (Extraída de Mavko et al., 2005).....	17
Figura 4 - Modelo de Hashin-Strikmann (Extraída de Mavko et al., 2005)..	18
Figura 5 - Gráfico comparativo dos modelos de Voigt, Reuss e Hashin-Strikman (Extraída de Mavko et al., 2005).....	19
Figura 6 - Imagem de microscopia eletrônica de varredura em amostra de folhelho. O alto grau de alinhamento dos minerais de argila nessa amostra resultou numa razão de aspecto estimada em 20:1 (Extraída de Guimarães, 2004).....	20
Figura 7 - Imagem de microscopia eletrônica de varredura em amostra de folhelho. O grau de alinhamento mais baixo dos argilominerais resultou numa razão de aspecto estimada em 5:1 (Extraída de Guimarães, 2004).	21
Figura 8 - Perfil esquemático de variação das pressões litostática (ou de soterramento), hidrostática (ou de poros) e efetiva. (Extraída de Soares, 2006).	25
Figura 9 - Traçamento de raios retos (linhas azuis) e malha de discretização (malha preta) usados por Soares (2006 a, 2006 b).....	31
Figura 10 - Esquema geral dos processos de modelagem direta e inversa.	34
Figura 11 - Malha radial com 459 células, utilizada na inversão dos tempos registrados na tomografia ultrassônica de testemunhos.....	42
Figura 12 - Traçamento de raios para o arranjo de 36 posições em torno do testemunho totalizando 684 raios.....	43
Figura 13 - Conjunto de dezenove traços registrados para uma determinada posição da fonte.....	45
Figura 14 - Fluxo de trabalho do COMSOL para a simulação da propagação de ondas elásticas.....	47

Figura 15 - Esquema de identificação dos tempos de transito de primeira chegada com a fonte na posição 240°.....	48
Figura 16 - Modelos de testemunho utilizados para a realização da simulação de tomografia elástica: Modelo com inclusão centralizada; modelo com inclusão descentralizada, e modelo interlaminado.....	50
Figura 17 - Modelo Inicial de Velocidades com inclusão circular centralizada para a seção reta de um testemunho.....	51
Figura 18 - (a) Tomograma simulado sinteticamente, e (b) tomograma simulado numericamente pelo COMSOL MULTIPHYSICS®, ambos pela técnica de inversão ART (Algebraic Reconstruction Technique) e com $V_1=3000$ m/s, $V_2 = 2700$ m/s e $V_3 = 2500$ m/s.....	51
Figura 19 - Modelo Inicial de Velocidades com inclusão circular descentralizada para a seção reta de um testemunho.	52
Figura 20 - (a) Tomograma simulado sinteticamente, e (b) tomograma simulado numericamente pelo COMSOL MULTIPHYSICS®, ambos pela técnica de inversão ART (Algebraic Reconstruction Technique) e com $V_1=3000$ m/s, $V_2 = 2700$ m/s e $V_3 = 2500$ m/s.....	53
Figura 21 - Modelo de Velocidades interlaminado com camadas de mesma espessura.....	54
Figura 22 - Tomogramas simulados numericamente, usando o software COMSOL MULTIPHYSICS, por ART para $V_1 = 2500$ m/s e $V_2 = 3000$ m/s. Em (a) sem a reorganização do arquivo de tempos e (b) com reorganização o arquivo de tempos.	54

Lista de símbolos

\bar{A} : matriz de transformação (jacobiana);

\bar{d} : dados a inverter;

\hat{m} : modelo estimado na inversão;

Φ : porosidade;

Φ_C : porosidade crítica, ou ainda, porosidade de fratura;

K: incompressibilidade;

K_M : incompressibilidade da matriz mineral da rocha;

K: razão entre a tensão horizontal mínima e a tensão vertical;

λ : constante de Lamé;

λ_i : i-ésimo autovalor;

M: módulo de elasticidade da onda P;

\bar{m} : modelo inicial para o processo de inversão;

μ : módulo de cisalhamento;

ν : razão de Poisson;

ν_S : razão de Poisson do arcabouço sólido da rocha;

P: pressão;

p: pressão hidrostática;

PC: pressão de confinamento, ou pressão de inflexão da curva de velocidade;

PP: pressão de poros;

PE: pressão efetiva ($PE = PC - PP$);

ρ : densidade ou massa específica;

\bar{x} : matriz de autovetores

1. INTRODUÇÃO

Entre os métodos acústicos não destrutivos, a tomografia acústica é uma importante ferramenta para visualizar as estruturas internas de vários objetos diferentes, tendo sido muito usada na medicina e na avaliação de estruturas rochosas em subsuperfície.

A tomografia ultrassônica é feita com o uso de ondas mecânicas (do tipo P ou S) ou acústicas (do tipo P) colocadas no meio em inspeção, ao contrário da técnica radiográfica, que usa ondas eletromagnéticas. Qualquer onda mecânica é composta de oscilações de partículas discretas no meio em que se propaga. A passagem de energia acústica no meio faz com que as partículas que compõem o mesmo, executem o movimento de oscilação em torno da posição de equilíbrio, cuja amplitude do movimento será diminuída com o tempo e com a distância percorrida em decorrência do gasto de energia com as oscilações. Quando assumimos que o meio em estudo é elástico, queremos dizer que as partículas que o compõem estão rigidamente ligadas, mas que podem oscilar em qualquer direção.

A tomografia acústica oferece a vantagem de obter informações litológicas e propriedades físicas da rocha. Espera-se efetivamente revelar os defeitos de potenciais estruturas como zonas de fraqueza, zonas fraturadas, zonas de relaxação induzida por escavações, etc.

Para realizar o imageamento tomográfico da subsuperfície terrestre, medidas são feitas pelo menos, ao longo de dois lados do objeto a ser analisado. A principal técnica utilizada, para alvos relativamente profundos, é o imageamento sísmico, o qual pode ser entre poços, galerias ou parede de minas. O objetivo é determinar a variação de velocidade da área de interesse. No mapeamento das velocidades internas, são usados algoritmos de inversão a fim de se obter imagens resultantes da tomografia elástica, os chamados tomogramas elásticos.

A Figura 1, representa um esquema de aquisição sísmica interpoços (Soares, 2006) para fins de inversão tomográfica e a Figura 2 apresenta o tomograma resultante da inversão dos dados registrados. Na extremidade

esquerda da Figura 1 está representado um poço dentro do qual há uma série de fontes sísmicas regularmente espaçadas, enquanto que na extremidade direita há um outro poço com uma série de receptores (hidrofonos) também regularmente espaçados. Para fins de ilustração, na Figura 1 são ainda apresentados os raios oriundos de duas das fontes.

Segundo a lei de Snell para a refração, os raios são desviados nas interfaces entre zonas de diferentes impedâncias elásticas, fazendo com que esses raios tenham uma trajetória curva. Por razão de simplicidade, neste exemplo os raios são assumidos como retos, o que representa uma simplificação do problema.

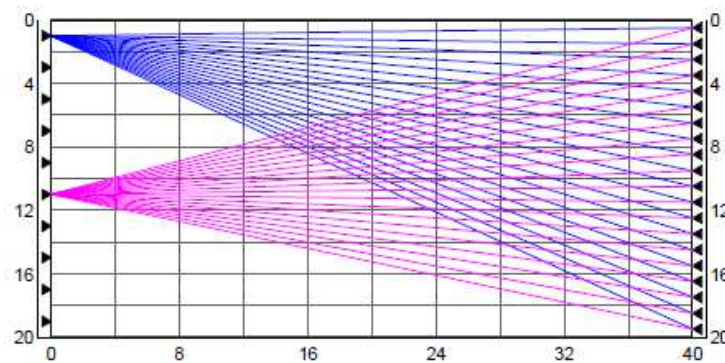


Figura 1 - Exemplo esquemático de um levantamento sísmico interpoços. Extraído de Soares (2006).

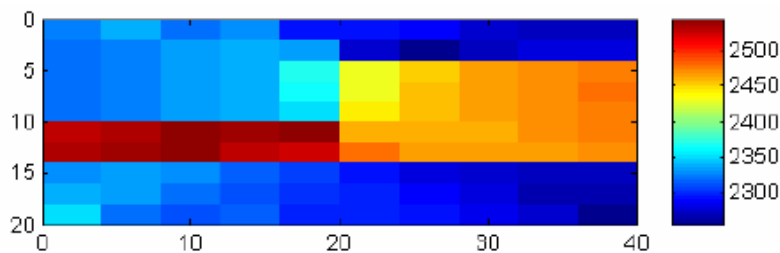


Figura 2 - Tomograma resultante da inversão dos dados registrados pela sísmica interpoços da Figura 1.1. Extraído de Soares (2006).

O tomograma da Figura 2 é resultante da inversão matemática dos tempos de trânsito registrados pelo conjunto de receptores posicionados em uma das extremidades da seção (neste caso, o poço do lado direito).

Este trabalho apresenta uma simulação da técnica de tomografia ultrassônica com o objetivo de melhorar a inversão dos dados de tomografia de tempo de trânsito em testemunhos através da aquisição de dados no modelo

de tomógrafo com 36 posições de registro e realizar a simulação numérica da propagação de onda para visualizar o padrão de propagação e o quanto ela desvia do padrão adotado de raios retos.

2. VELOCIDADES ELÁSTICAS DAS ROCHAS

Velocidades elásticas são as velocidades com as quais as ondas compressoriais (ondas P) e cisalhantes (ondas S) se propagam através dos materiais. As velocidades elásticas das rochas são controladas por um número razoável de variáveis: composição, orientação cristalográfica e arranjo mineral da rocha, porosidade, saturação de fluidos, tensão a que a rocha se encontra submetida, frequência, temperatura e amplitude das deformações. As velocidades elásticas de rochas podem ser medidas em amostras de rochas levadas ao laboratório, em poços ou mesmo estimadas através do processamento de dados sísmicos.

2.1. EFEITO DA COMPOSIÇÃO MINERAL

Rochas são agregados de minerais que, por intermédio de processos físicos e/ou químicos, se amalgamam formando estruturas com basicamente dois elementos: um arcabouço ou esqueleto mineral e um arranjo de espaços vazios (poros) entre os grãos minerais amalgamados. Uma característica dos minerais (sólidos) é que eles são, em geral, mais densos e possuem maiores velocidades elásticas em comparação com os fluidos contidos nos espaços porosos. Dessa forma, as velocidades elásticas de uma rocha são controladas primordialmente pela sua composição mineral. A teoria dos meios efetivos trata dessa questão, através de diversos modelos teóricos ou empíricos, como os modelos de Voigt (1928), Reuss (1929), Hill (1952), Hashin & Strikmann (1963) e Kuster & Toksöz (1974).

Conhecendo-se a composição mineral do arcabouço da rocha e as velocidades elásticas de cada um dos seus componentes individualmente, é possível fazer estimativas para as velocidades elásticas do arcabouço mineral como um todo através desses modelos para meios efetivos. Cada um desses modelos teóricos assume determinadas simplificações e, por isso, são indicados para situações específicas. O modelo de Voigt (1928) considera que o arranjo de minerais que compõem a rocha é formado por placas minerais justapostas com a direção de propagação das ondas coincidindo com o plano das placas. Assim, num modelo geológico formado por camadas planoparalelas horizontais, esse modelo é indicado quando se deseja estimar as velocidades elásticas que se propagam na direção horizontal. O modelo de

Reuss (1929), por sua vez, também considera um arranjo em forma de placas minerais planoparalelas justapostas, só que desta vez a propagação das ondas elásticas se dá na direção perpendicular aos planos das placas, sendo, pois indicado na estimativa das velocidades verticais do mesmo modelo geológico. O modelo de Voigt (1928) resulta em velocidades (ou constantes elásticas) mais elevadas, uma vez que a continuidade do modelo permite que as ondas se propaguem prioritariamente pelas placas minerais de maior velocidade. No modelo de Reuss as ondas precisam atravessar todas as placas minerais, de modo que as velocidades elásticas do arranjo dependem também das velocidades das placas de menor velocidade. Disso resulta que o modelo de Reuss produz velocidades (ou constantes elásticas) menores para o arcabouço mineral da rocha. Numa analogia com os circuitos elétricos, o modelo de Voigt corresponde a um circuito em paralelo e o de Reuss a um circuito em série. Esses modelos, Figura 3 (Reuss e Voigt), representam arranjos extremos. Na natureza os minerais das rochas quase sempre se arranjam de maneira intermediária, nem segundo o modelo de velocidades mínimas (Reuss), nem de acordo o modelo de velocidades máximas (Voigt). Observando isto, Hill (1952) propôs que as constantes elásticas de um arranjo real de minerais que compõem uma rocha seriam melhor estimadas se fossem consideradas as médias entre as constantes elásticas calculadas por Reuss e por Voigt. Surgiu então o chamado modelo ou média de Hill.

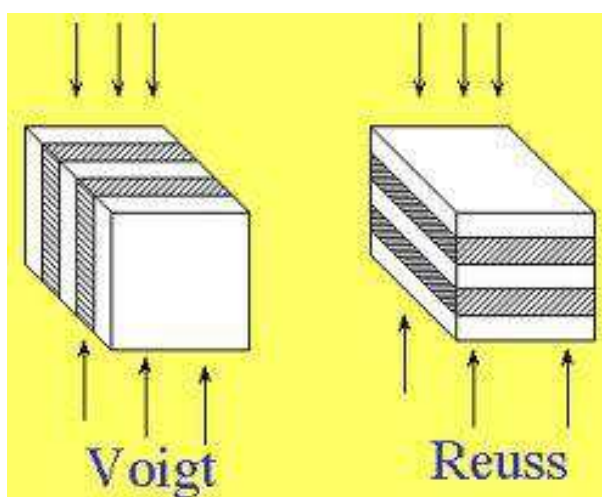


Figura 3 - Modelo de Voigt e Reuss (Mavko et al., 2005)

Hashin & Strikmann (1963) consideraram que os grãos minerais das rochas são formados por sucessivas cascas esféricas concêntricas. Duas

situações são possíveis de acordo com esse modelo. Na primeira situação há uma esfera interna composta de um mineral mais rígido (e constantes elásticas mais elevadas) envolta por uma casca esférica de um mineral de menor rigidez (e constantes elásticas menores). Na segunda situação possível há uma esfera interna menos rígida envolta por uma casca esférica mais rígida. Essas duas situações extremas fornecem também valores extremos possíveis para os módulos elásticos do arcabouço sólido da rocha (Figura 4). Esses limites máximo e mínimo de Hashin-Strikmann para os módulos elásticos estão sempre dentro dos limites máximo e mínimo estabelecidos por Reuss e Voigt; portanto, o intervalo de variação para os módulos elásticos segundo o modelo de Hashin & Strikmann (1963) é menor que o intervalo possível fornecido pelos limites de Voigt e Reuss, o que é uma característica desejável. A média entre os limites máximo e mínimo de Hashin-Strikmann corresponde também à média de Hill. Esses limites são observados na Figura 5.

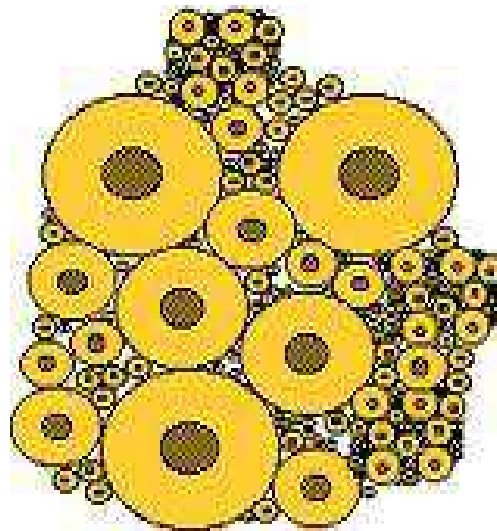


Figura 4 - Modelo de Hashin-Strikmann (Mavko et al., 2005)

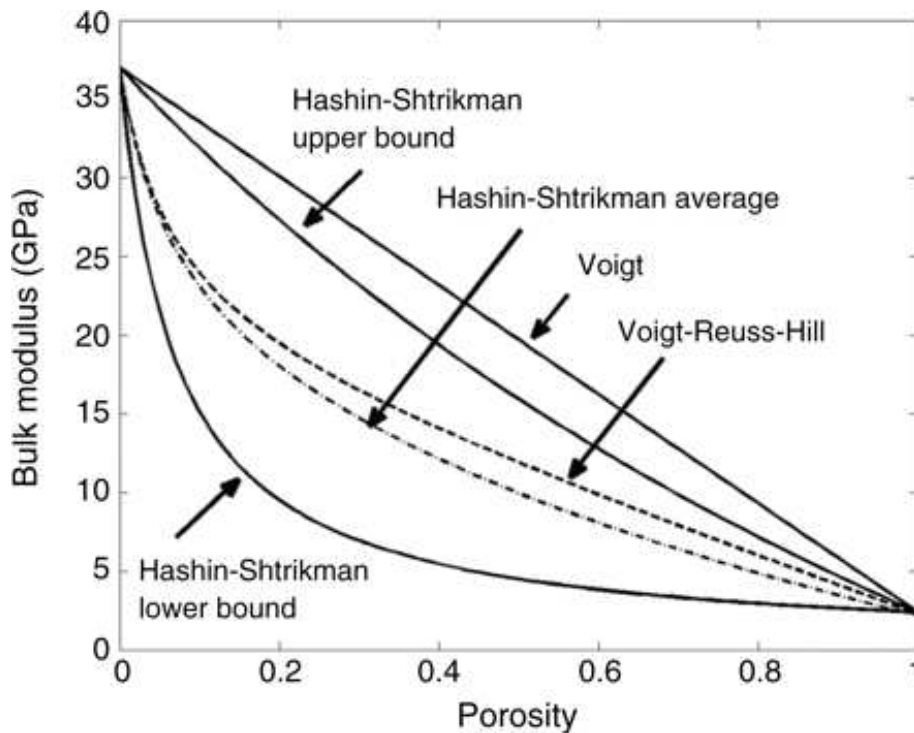


Figura 5 - Gráfico comparativo dos modelos de Voigt, Reuss e Hashin-Strikman (Mavko et al., 2005).

2.2. EFEITO DO ARRANJO MINERAL

As velocidades elásticas são afetadas pelo arranjo dos constituintes minerais, especialmente quando estes têm um caráter anisotrópico, com geometrias tabulares, lenticulares ou na forma de bastões. Como consequência do arranjo dos grãos minerais, os poros também podem apresentar razão de aspecto (razão entre a sua espessura e o seu diâmetro) muito baixa, o que denota poros alongados ou achatados. Um poro com razão de aspecto igual à unidade é um poro cilíndrico. Poros com razão de aspecto próxima da unidade são poros que, quando totalmente saturados por um fluido pouco compressível (como a água), apresentam pequena deformação durante a passagem de uma onda de pressão. Poros de baixa razão de aspecto tendem a um comportamento mais dúctil, deformando-se mais quando são comprimidos na direção perpendicular ao seu plano principal. Como consequência rochas que possuem poros com razão de aspecto próxima da unidade são, em geral, rochas isotrópicas e, quando saturadas, tendem a apresentar velocidades mais elevadas. Rochas com poros de razão de aspecto mais baixa são rochas, em geral, anisotrópicas e de velocidades elásticas mais baixas na direção perpendicular ao plano principal dos poros.

As Figuras 3 e 4 apresentam imagens obtidas através de microscopia eletrônica de varredura em duas amostras de folhelho. As imagens do lado esquerdo de cada figura possuem uma amplificação de 500 vezes e as do lado direito apresentam em detalhe (amplificação de 3.000 vezes) as áreas indicadas. Uma das principais razões da anisotropia elástica de folhelhos é a presença de argilominerais expansivos. Guimarães (2004) analisando a anisotropia elástica e a composição mineral de amostras de folhelho demonstrou que a amostra da Figura 6 apresenta uma anisotropia elástica mais elevada do que a amostra da Figura 7, embora seja mais pobre em argilominerais expansivos. A causa dessa “inversão” de anisotropia é que, embora mais rica em constituintes anisotrópicos, a amostra da Figura 4 possui um arranjo mineral menos alinhado, ou seja, com razões de aspecto mais baixas, o que resulta em valores mais baixos de anisotropia. Desse modo, não apenas a composição mineral de uma rocha determina o padrão de velocidades de uma rocha, mas também a disposição ou arranjo espacial desses constituintes.

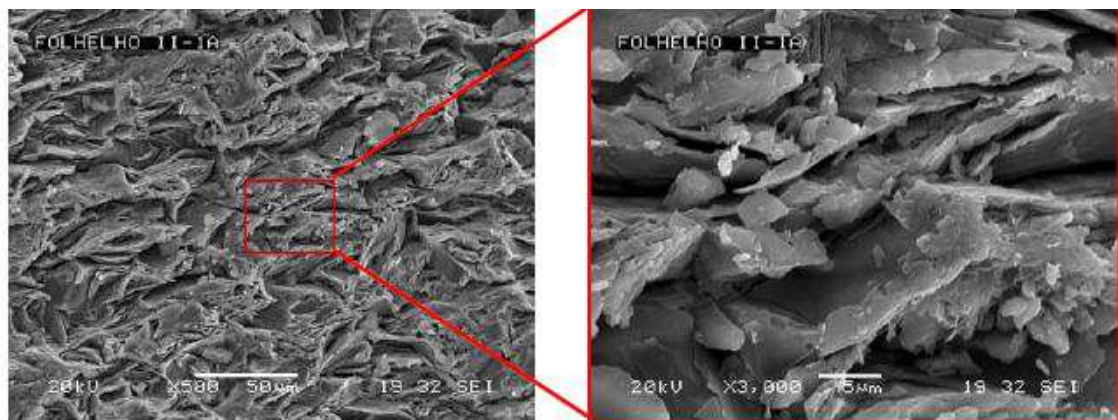


Figura 6 - Imagem de microscopia eletrônica de varredura em amostra de folhelho. O alto grau de alinhamento dos minerais de argila nessa amostra resultou numa razão de aspecto estimada em 20:1 (Extraída de Guimarães, 2004).

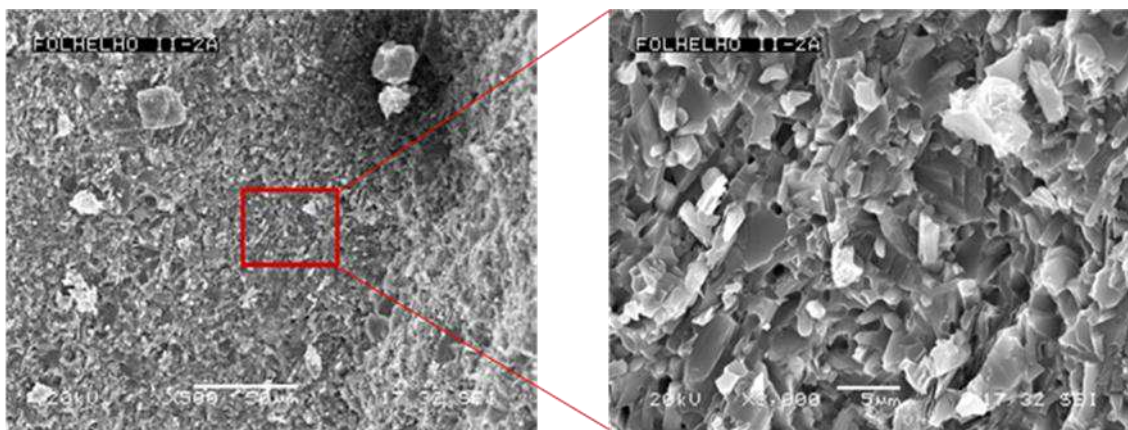


Figura 7 - Imagem de microscopia eletrônica de varredura em amostra de folhelho. O grau de alinhamento mais baixo dos argilominerais resultou numa razão de aspecto estimada em 5:1 (Extraída de Guimarães, 2004).

2.3. EFEITO DAS TENSÕES

Devido ao peso das camadas rochosas sobrejacentes, e a possíveis forças tectônicas, as rochas em subsuperfície podem estar sujeitas a altas tensões. Do ponto de vista das pressões geomecânicas, basicamente existem três tipos de pressão que podem agir sobre uma rocha: a pressão confinante PC, que é a pressão externa à qual a rocha se encontra submetida, a pressão de poros PP, que é a pressão do fluido contido nos poros da rocha, e a pressão efetiva PE, que corresponde à diferença entre a pressão confinante e a pressão de poros ($PE = PC - PP$).

2.3.1. Pressão efetiva

A variação das velocidades elásticas com a pressão efetiva em amostras de rocha seca e saturada, examinada através do método de propagação de pulsos ultra-sônicos, mostra que ocorre um aumento das velocidades elásticas com o aumento da pressão efetiva, mas esta dependência varia consideravelmente com o tipo de rocha. Por exemplo, quase nenhum aumento de velocidades é observado em calcários, enquanto que as velocidades aumentam consideravelmente no caso de arenito seco. Em amostras de rochas saturadas se observa uma menor sensibilidade das velocidades elásticas com a pressão, em comparação com amostras secas. Por outro lado, a velocidade da onda S quase não é afetada pela presença de água no meio. Também pode ser observado um máximo de pressão acima do qual a velocidade praticamente não se altera (Bourbié et al., 1987).

As velocidades de propagação das ondas compressoriais e cisalhantes em rochas variam com a pressão efetiva, em geral, de uma maneira bem conhecida. Diversos trabalhos experimentais como os de Wyllie et al. (1958), Nur & Simmons (1969), Sayers et al. (1990), entre outros, têm mostrado esse comportamento de forma consistente.

Devido ao crescente processo de acomodação do espaço poroso com o aumento de tensão, a influência das tensões sobre as velocidades cai continuamente, de forma não-linear, com o aumento do nível de tensão. Em níveis baixos de compressão, os volumes porosos são sensivelmente diminuídos pela pressão efetiva, enquanto que em níveis elevados de compressão esses volumes porosos já se encontram em níveis críticos e não podem mais sofrer reduções substanciais, a menos que haja a ruptura do arcabouço mineral da rocha.

2.3.2. Pressão confinante

Bourbié et al. (1987) mostraram que o efeito da pressão confinante está diretamente relacionado ao número de fissuras (poros bidimensionais que se fecham com relativa facilidade) existente na amostra de rocha. Em amostras secas, quanto maior o número de fissuras, mais a velocidade aumenta com a pressão.

Em folhelhos, o patamar de velocidade em função da pressão, o qual representa o fechamento de todas as fissuras de uma amostra, não foi observado em amostras desse material examinadas por Tosaya (1982) até a pressão de 400 MPa. Possivelmente, isso mostra, em adição ao contínuo fechamento de fissuras, o alinhamento dos cristais de argila no plano de resistência mínima ao cisalhamento.

No caso de amostras de rocha é comum a ocorrência de histerese na curva de velocidade versus pressão efetiva.

O fechamento das microfissuras da rocha, como efeito do aumento da pressão efetiva, resulta numa maior rigidez da rocha, ou seja, aumenta o correspondente módulo elástico da rocha. Uma dada velocidade V pode ser expressa na forma:

$$V = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad (2.1)$$

onde M é o módulo de elasticidade da onda P e ρ a densidade do material. Conseqüentemente, um aumento no módulo de elasticidade implica em um aumento também na velocidade.

O comportamento das fissuras e poros sob pressão confinante foi modelado por Walsh (1965, 1969) e Wu (1966) para um poro ou fissura contido na matriz. As equações para K (incompressibilidade) e μ (módulo de cisalhamento) são as seguintes:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} \left(1 + A \frac{\phi}{\epsilon} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} \left(1 + B \frac{\phi}{\epsilon} \right) \quad (2.3)$$

onde K_1 e μ_1 são os módulos da fase sólida, e é a razão de aspecto dos poros ou fissuras (é igual a 1 para esferas e é muito menor que 1 para fissuras), ϕ a porosidade, e A e B são constantes que dependem das características do meio e assumem valores próximos a 1.

No caso da amostra estar saturada:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} (1 + A' \phi) \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} (1 + B' \phi) \quad (2.5)$$

onde A' e B' são constantes que dependem de K_1 e μ_1 e assumem valores próximos a 1. Pode-se ver que, se $\epsilon = 1$, o efeito dos poros sobre os módulos é negligível para baixos valores de porosidade. No entanto, se $\epsilon = 10^{-2}$, o efeito sobre a incompressibilidade da amostra seca é considerável. Por outro lado, é negligível na amostra saturada. Para uma dada amostra, é necessário integrar os efeitos descritos pelas equações (2.2) a (2.5) para todos os poros e fissuras. De modo geral, quanto maior for a pressão aplicada, mais fissuras são fechadas e menor é a alteração dos módulos.

As equações (2.2) a (2.5) também ajudam a entender a diferença de comportamento entre amostras secas e saturadas. A uma dada pressão, uma amostra seca é menos rígida que uma saturada. No caso da amostra saturada,

a incompressibilidade da água resiste, em parte, à pressão aplicada, aumentando assim, os módulos elásticos da amostra de rocha. Para as ondas cisalhantes, as quais não se propagam em líquidos, a adição de água na amostra de rocha praticamente não altera as velocidades, exceto pelo efeito da variação na densidade. Por causa desse último efeito, amostras saturadas exibem velocidades cisalhantes levemente menores que amostras secas.

2.3.3. Pressão de poros

A uma dada pressão confinante, as velocidades são maiores sob pressões de poro menores, refletindo o aumento das velocidades com a pressão efetiva. Dessa forma, reservatórios de hidrocarbonetos com pressões de poros anormalmente altas exibem baixos valores de velocidade para as rochas-reservatório. Isto provoca um alto contraste de velocidade com as rochas encaixantes e é traduzido numa seção sísmica na forma de bright spots devido aos altos coeficientes de reflexão que ocorrem no topo e base do reservatório.

Em geral, o efeito do aumento da pressão de poros sobre as velocidades sísmicas é mais significativo no caso de rochas pouco permeáveis, como é o caso dos folhelhos. Nesse tipo de rocha a transmissibilidade de pressão é bastante limitada, facilitando o seu acúmulo. Por esta razão, a detecção de zonas de anomalia de pressão de poros através da sísmica acontece quase que exclusivamente em intervalos de rochas não-reservatório.

A Figura 8 apresenta um perfil esquemático de variação das pressões litostática e hidrostática. A pressão litostática é causada pelo peso das camadas sobrejacentes de rocha e é equivalente, no plano vertical, à pressão confinante. Já a pressão hidrostática é dada pelo peso da coluna de fluido também sobrejacente à profundidade analisada e corresponde à pressão de poros. A ocorrência de um repentino aumento do gradiente de pressão de poros, desviando-se do gradiente normal de pressão hidrostática, é muitas vezes um forte indicativo da ocorrência de geração ou acúmulo de hidrocarbonetos. Na seção sísmica este tipo de ocorrência é detectado como uma zona de baixa velocidade, causada pela diminuição na pressão efetiva esperada para o intervalo de profundidade em análise.

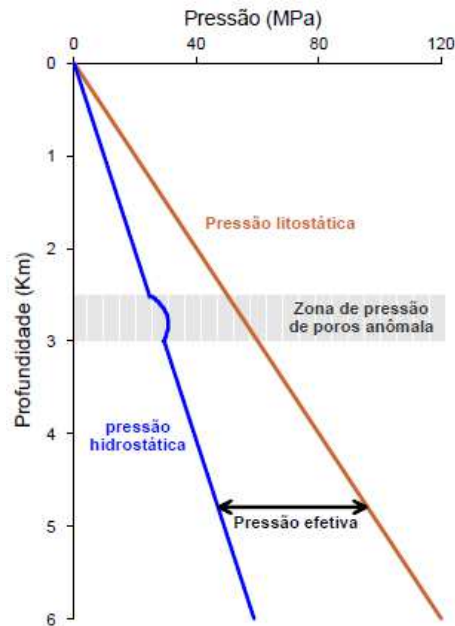


Figura 8 - Perfil esquemático de variação das pressões litostática (ou de soterramento), hidrostática (ou de poros) e efetiva (Extraída de Soares, 2006).

2.4. EFEITO DA POROSIDADE

A porosidade é uma variável largamente reconhecida como de forte influência sobre as velocidades elásticas. Wyllie et al. (1958), em um trabalho clássico, propôs um modelo simples onde as velocidades elásticas das rochas eram dadas pela soma em série de dois componentes: um relativo à velocidade do arcabouço mineral da rocha e outro relativo ao fluido contido no espaço poroso da rocha. Esse modelo ficou conhecido como o modelo do tempo médio de Wyllie:

$$\frac{1}{V} = \frac{\phi}{V_F} + \frac{(1-\phi)}{V_M} \quad (2.6)$$

onde V é a velocidade da rocha, V_F é a velocidade do fluido, V_M é a velocidade da matriz mineral e ϕ é a porosidade da rocha em unidades de porosidade. A unidade de porosidade (pu) corresponde a décimos de inteiro, ou seja, uma porosidade de 20% é o mesmo que $\phi = 0,2$ pu. A equação (2.6) sugere uma relação linear entre porosidade e velocidade elástica o que permitiria, na prática, a fácil obtenção da porosidade a partir de medidas de velocidade. Experimentalmente, no entanto, demonstrou-se que nem sempre há um bom ajuste entre as porosidades medidas por outros métodos e aquelas derivadas das medições de velocidade. Por esta razão, Raymer et al. (1980) propôs um

novo modelo, onde há uma dependência quadrática entre velocidade elástica e porosidade, cuja soma de componentes é dada por

$$V = (1 - \Phi)^2 V_M + \Phi V_F \quad (2.7)$$

Ambos os modelos, fornecem valores semelhantes de porosidade para arenitos, exceto no caso de arenitos mal consolidados (muito baixa velocidade), onde o modelo de Raymer é mais realista do que o modelo de Wyllie.

Nur et al. (1995) propuseram o modelo de porosidade crítica o qual, diferentemente dos modelos de Wyllie e Raymer, prevê a existência de dois domínios diferentes para a relação entre porosidade e velocidades elásticas. Para valores de porosidade maiores que um determinado valor crítico de porosidade ($\phi > \phi_C$), os grãos se encontram em suspensão na matriz (os grãos não se tocam) e os módulos elásticos da rocha podem ser calculados através da média de Reuss. Já se os valores de porosidade forem menores que a porosidade crítica ($\phi < \phi_C$), então os módulos elásticos (e as velocidades) decrescem rapidamente com a porosidade. Para rochas secas, os módulos elásticos podem ser expressos por

$$K = K_M \left(1 - \frac{\phi}{\phi_C}\right) \quad (2.8)$$

e

$$\mu = \mu_M \left(1 - \frac{\phi}{\phi_C}\right) \quad (2.9)$$

onde K e μ são a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento da rocha, e K_M e μ_M são a incompressibilidade e o módulo de cisalhamento do arcabouço mineral, respectivamente. A dependência linear entre os módulos de elasticidade (ou velocidades elásticas) da rocha com os módulos elásticos do arcabouço mineral e da suspensão ($\phi = \phi_C$) pode ser interpretada como o modelo de Voigt modificado. O valor de porosidade crítica ϕ_C depende da estrutura interna da rocha. Ela é mediana para rochas granulares ($\phi_C \approx 0,37$ em arenitos e $\phi_C \approx 0,40$ para carbonatos), muito baixa para rochas fraturadas ($\phi_C \approx 0,05$ em rochas ígneas fraturadas), e muito alta para rochas com textura esponjosa ($\phi_C \approx 0,80$ para pedra-pomes e $\phi_C \approx 0,65$ para giz), conforme Mavko

et al. (1996). Outros modelos empíricos levam também em consideração a influência simultânea da argilosidade e da porosidade sobre as velocidades elásticas, como os descritos por Han (1986), Tosaya e Nur (1982) e Castagna et al. (1985).

2.5. EFEITO DA SATURAÇÃO

As velocidades compressoriais de amostras secas e saturadas de rocha são muito diferentes. A velocidade da onda compressional em uma amostra parcialmente saturada é menor que a velocidade correspondente em uma amostra seca, que por sua vez é menor que a velocidade em uma amostra totalmente saturada. A explicação qualitativa é simples: para a onda P e poros esféricos, o único efeito causado pela introdução parcial de água na amostra é o aumento de densidade que resulta em decréscimo na velocidade. Por outro lado, quando a saturação for total, os poros tornam-se mais incompressíveis, aumentando a velocidade. Para ondas cisalhantes, pode-se assumir que o líquido não exerce qualquer efeito sobre a velocidade e que o efeito observado é exclusivamente devido ao aumento na densidade.

Quando se trata de uma saturação total por um fluido de propriedades elásticas conhecidas, torna-se relativamente fácil estimar os efeitos da saturação sobre as velocidades elásticas da rocha. No entanto, sempre que a rocha se encontra saturada, haverá um efeito dispersivo sobre as ondas elásticas que se propagam no seu interior; ou seja, as velocidades serão afetadas diferentemente a depender do intervalo de freqüências da onda elástica que se propaga. Os modelos teóricos de Gassmann (1951) e Biot (1956) tratam desse problema. Para rochas saturadas, as velocidades são muito mais elevadas quando medidas sob alta freqüência (como no ultra-som, por exemplo). Isso se dá pelo enrijecimento da rocha durante a compressão dos poros devido à passagem da onda. Se a freqüência for alta e o fluido saturante relativamente incompressível, não haverá tempo suficiente para o fluido escoar para outros poros e o resultado será uma rocha relativa rija, ou com elevadas velocidades. Numa freqüência mais baixa, haverá tempo para o fluido escoar para poros vizinhos, resultando numa rocha mais dúctil e, portanto, de velocidades mais baixas. Este mecanismo é conhecido por squirt

flow e um modelo teórico para tratar desse efeito foi proposto inicialmente por Mavko e Jizba (1991).

2.6. EFEITO DA TEMPERATURA

O soterramento das rochas em bacias sedimentares implica que elas ficam submetidas não somente aos efeitos da pressão, mas também aos efeitos da temperatura. O gradiente médio de temperatura da crosta terrestre é de 1°C para cada 30m de profundidade nos sedimentos.

As velocidades elásticas variam suavemente com a temperatura. Por exemplo, a velocidade em água destilada aumenta em 7% quando a sua temperatura vai de 10 para 100°C e a velocidade no quartzo diminui de 0,4% quando a temperatura varia 100°C (Bourbié et al., 1987). Isso mostra que a temperatura exerce um efeito suave na velocidade. Um conjunto de fatores explica a variação da velocidade com a temperatura. Estes fatores incluem diferenças de compressibilidade entre os diferentes elementos da matriz rochosa, o que causa diferenças na pressão, mudanças na viscosidade do fluido saturante, e mudanças de fase.

Para rochas de baixa porosidade, o decréscimo da velocidade com a temperatura é quase sempre menor que 5% para um aumento de temperatura de cerca de 100°C. Para arenitos secos e saturados com água, as velocidades diminuem com o aumento da temperatura. O decréscimo de velocidade é geralmente muito suave. Para um aumento na temperatura de 100°C, a velocidade varia de poucos percentuais.

Variações na velocidade dos componentes minerais de uma rocha como função da temperatura são desprezíveis. Já a variação na velocidade do fluido como função da temperatura é pequena em comparação com a sua variação de viscosidade. Logo, as variações de velocidade da rocha com a temperatura são principalmente devidas à mudança de viscosidade do fluido. No caso do fluido saturante ser água, a velocidade é quase independente da temperatura, e a viscosidade da água é virtualmente invariável, em comparação com o óleo. Quanto mais alta a saturação de um meio com líquido viscoso, mais importante é o efeito da viscosidade sobre a velocidade. Qualitativamente, aumentar a

temperatura é equivalente a diminuir a viscosidade do fluido, e assim, reduzir a rigidez do material e sua velocidade.

O efeito final da variação de viscosidade é a mudança de estado, por vaporização ou por solidificação. Timur (1968) observou um aumento na velocidade de rochas saturadas com água quando a água congelava. O efeito da mudança de estado sobre as velocidades elásticas é mais forte em materiais menos porosos (e menos permeáveis) do que em materiais porosos (e permeáveis). É possível que o comportamento específico de materiais compactos resulta de uma distribuição não-uniforme de pressão de poro no momento da mudança de estado. Em meios de baixa permeabilidade, e para ondas de freqüências relativamente altas, a premissa que a pressão de poros é não uniforme é razoável. Finalmente, a velocidade da onda P mostra virtualmente nenhuma variação no momento da transição de fase água-vapor em amostras que estão apenas saturadas parcialmente (Bourbié et al., 1987).

2.7. EFEITO DA FREQUÊNCIA DE INVESTIGAÇÃO

Em meios atenuadores a velocidade é dependente da freqüência: neste caso os meios são ditos dispersivos. Em amostras de rochas pouco ou moderadamente atenuadoras, como arenitos e folhelhos bem consolidados, são observadas diferenças de 10% a 20% entre a velocidade da onda P a altas e baixas freqüências (Murphy, 1982). Já em rochas fortemente atenuadoras, como o sal taquidrita, a diferença observada é muito maior.

Quando são usadas freqüências altas para a medição de velocidades, podem ser observados efeitos de espalhamento da onda. Por causa desse efeito, a velocidade pode diminuir com o aumento da freqüência, pois o raio espalhado percorre uma trajetória mais longa e a velocidade, calculada com base na trajetória reta, é artificialmente reduzida. As velocidades medidas a baixas freqüências sofrem pouco ou nenhum efeito de espalhamento, de modo que as velocidades aparentes medidas são mais representativas. Por outro lado, se as rochas se encontram totalmente saturadas por fluidos pouco compressíveis, como é o caso da água, ocorre o efeito de dispersão que tem como resultado o aumento das velocidades medidas, devido ao enrijecimento do poro durante a passagem da onda. Quando a freqüência de medição é

suficientemente baixa e a rocha suficientemente permeável, não se observa este aumento de velocidade com a frequência.

3. TOMOGRAFIA ELÁSTICA DE TESTEMUNHOS

A tomografia acústica pode ser entendida como uma técnica de imageamento do interior dos materiais através da propagação de ondas compressoriais sob um número muito grande de caminhos de propagação, de modo que cada unidade de área ou volume do corpo analisado é amostrada por certa quantidade de raios que se propagam em diferentes direções. O que de fato se mede é o tempo de trânsito total da onda entre o ponto em que se localiza a fonte e o ponto em que se localiza o receptor. No entanto, em um meio heterogêneo, a onda ao percorrer essa distância fonte-receptor passa por zonas com diferentes velocidades e o tempo de trânsito total registrado é a soma dos tempos de trânsito da onda ao passar por essas diferentes zonas. Mas o que se deseja conhecer é a distribuição espacial dessas zonas com diferentes velocidades. Para isso, usa-se a redundância dos dados contida no fato de que diferentes raios passam através de cada unidade de área ou volume em diferentes direções. Ou seja, para realizar a inversão tomográfica é preciso discretizar o espaço a ser imageado e dispor de uma cobertura espacial de raios bastante ampla (vários raios passando através de cada unidade de discretização em diferentes direções).

Para a realização da tomografia elástica de transmissão em testemunhos, que é o tipo de dado utilizado neste trabalho, distribui-se um conjunto de transdutores em volta da seção reta do testemunho. A Figura 6 apresenta um diagrama esquemático do conjunto de raios (caminhos percorridos pela onda) registrados em uma seção reta do testemunho, considerando a propagação da onda através de raios retos no modelo de tomógrafo com 32 transdutores. Observa-se nesta Figura 9 que, através de cada célula da malha de discretização (malha traçada em linhas pretas, com 408 células radialmente distribuídas), passam vários raios em diferentes direções, conferindo uma razoável cobertura de raios.

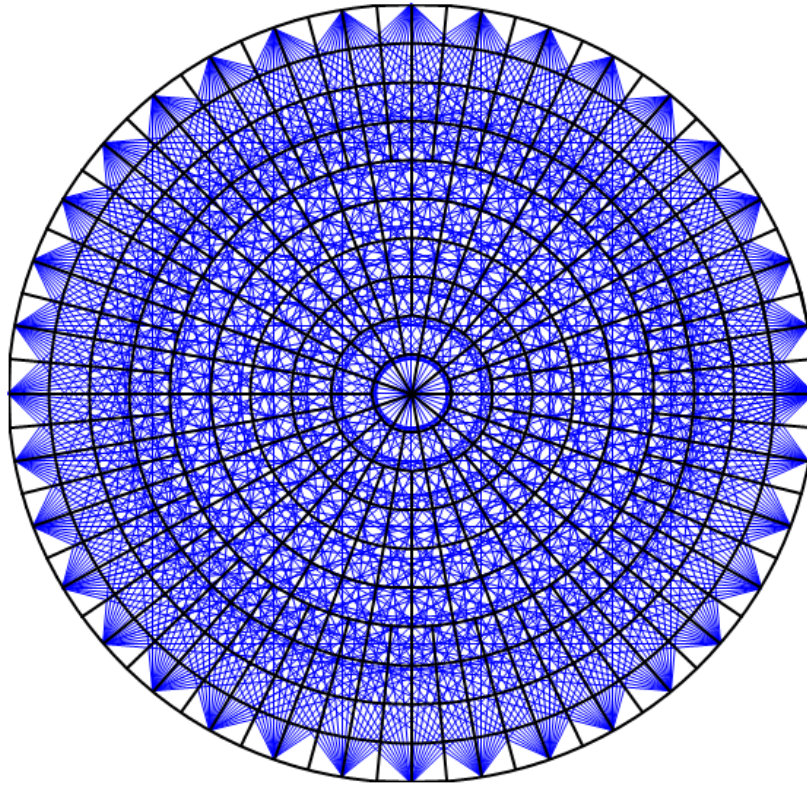


Figura 9 - Traçamento de raios retos (linhas azuis) e malha de discretização (malha preta) usados por Soares (2006 a, 2006 b).

Durante a aquisição dos dados, um grande conjunto de formas de onda é registrado. A seguir são reconhecidos, em cada forma de onda registrada, os tempos de trânsito da onda.

Para inversão dos dados, o percurso de todos os raios através da malha de discretização é representado por uma matriz, chamada de matriz jacobiana. Os elementos dessa matriz são os comprimentos de cada segmento de raio dentro de cada uma das células da malha de discretização. O processo de inversão de dados busca identificar valores constantes de velocidade para cada uma das células que, em conjunto, explicam os tempos de propagação medidos em todos os pares fonte-receptor. Eventualmente a solução encontrada no processo de inversão não é a única, mas um dos possíveis cenários (de velocidade) que explicam os tempos registrados.

Em um processo de inversão acústica, os dados são organizados da seguinte forma:

$$\begin{array}{c} \text{Número do raio} \downarrow \\ \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/v_1 \\ 1/v_2 \\ \vdots \\ 1/v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_m \end{bmatrix} \end{array} \quad (3.1)$$

onde o primeiro elemento do lado esquerdo é a matriz jacobiana e os outros dois elementos são os vetores de vagarosidade e de tempo. Os índices m e n correspondem aos números do raio e da célula, respectivamente. A vagarosidade corresponde ao inverso da velocidade, sendo o vetor de vagarosidades (um valor para cada célula) o resultado direto da inversão dos dados, sendo posteriormente convertido para um vetor de velocidades.

A inversão dos dados tomográficos fornece um valor de velocidade para cada célula da malha de discretização. O produto final da tomografia são os mapas de velocidade para cada uma das seções retas analisadas no testemunho (tomogramas), os quais são obtidos pela suavização da imagem gerada pelo conjunto de velocidades fornecidas pelo processo de inversão.

3.1 TOMOGRAFIA DE TEMPO DE TRÂNSITO

A tomografia de tempo de trânsito utiliza os tempos de percurso entre as fontes e os receptores como vetor dos dados observados na inversão. Esta encontra aplicação em geofísica de reservatório, uma vez que se trata de uma técnica utilizada no monitoramento e caracterização de reservatórios.

A partir da equação (3.1) que relata o tempo de trânsito podemos escrever:

$$t = \int_r s(x,z) dl, \quad (3.2)$$

onde t é o vetor do tempo de trânsito, r é o caminho do raio, s(x; z) é o vetor da vagarosidade e dl é um elemento do caminho do raio.

Temos que a equação para o tempo de trânsito é não linear, ou seja, o raio ao percorrer meios homogêneos comporta-se como sendo reto, porém ao percorrer meios em que existem contrastes de velocidades o novo caminho descrito será curvo. Para que fosse possível saber onde e quanto o raio se

encurvaria seria necessário conhecer a distribuição do campo de velocidades em subsuperfície que neste caso é o parâmetro que deseja-se estimar. Logo, há uma não-linearidade do problema e para contorna-la deve-se realizar uma linearização. Partindo da equação (3.2) e utilizando uma notação vetorial, tem-se:

$$t = g[s(x, z)] \quad (3.3)$$

onde,

$$g[s(x, z)] = \int_r s(x, z) dl, \quad (3.4)$$

Utilizando a expansão em série de Taylor e ignorando os termos de ordem maior ou igual a dois, obtém-se:

$$t = t_0 + \frac{\partial g}{\partial s}(s_1 - s_0) \quad (3.5)$$

ou

$$t - t_0 = \frac{\partial g}{\partial s}(s_1 - s_0) \quad (3.6)$$

Generalizando, temos:

$$t - t_i = \frac{\partial g}{\partial s}(s_{i+1} - s_i) \quad (3.7)$$

ou ainda

$$\Delta t_i = G \Delta s_i \quad (3.8)$$

onde o vetor Δt_i é o resíduo temporal que corresponde as diferenças entre os tempos de trânsito calculados e os tempos de trânsito observados em uma determinada iteração i ; o vetor Δs_i corresponde as diferenças entre a vagarosidade do i -ésimo modelo e $(i+1)$ -ésimo modelo; a matriz G é uma aproximação da matriz das derivadas $\partial g = \partial s$ e contém os elementos g_{ij} que correspondem às distâncias que o j -ésimo raio percorre na i -ésima célula.

Logo, partindo-se de um modelo inicial, s_0 , podemos calcular uma atualização para a nova vagarosidade, através de procedimento iterativos, como:

$$\Delta s_i = G^+ \Delta t_i \quad (3.9)$$

onde G^+ é uma aproximação da matriz inversa de G . Então, a nova vagarosidade estimada será definida por:

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s_i \quad (3.10)$$

Logo, a partir do modelo inicial realiza-se o traçado de raios (problema direto) em seguida é feita uma inversão. Com o novo vetor vagarosidade repete-se o traçado de raios e novamente a inversão, este procedimento continua até se chegar a um modelo aceitável de subsuperfície.

3.2. TEORIA DA INVERSÃO TOMOGRÁFICA

Conforme Silva (2001), o objetivo da inversão tomográfica é obter um modelo de distribuição da propriedade física estudada, no interior do corpo em análise, a partir de dados registrados na parte exterior do corpo. Devido a possíveis problemas relacionados à amostragem e à presença de ruídos, nem sempre o modelo estimado (tomograma) é completamente fiel à realidade. Dessa forma, podemos representar as atividades pertinentes à tomografia segundo o modelo da Figura 10.

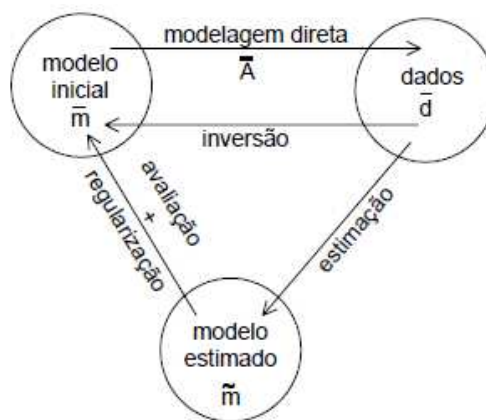


Figura 10 - Esquema geral dos processos de modelagem direta e inversa.

Nesta figura \bar{A} é a matriz de transformação do modelo real no vetor de dados \bar{d} . A implementação desse processo corresponde à modelagem direta, ou seja, parte-se de um modelo inicial e chega-se a um conjunto de dados que teoricamente seriam registrados caso a tomografia fosse fisicamente realizada. Encontrar a matriz \bar{A}^{-1} (inversa de \bar{A}) permite executar a tarefa contrária, ou seja, a partir dos dados de fato registrados, chegar a um modelo \tilde{m} que se aproxima do modelo inicial \bar{m} . As razões para que \tilde{m} seja diferente de \bar{m} são:

1) ambigüidade causada por amostragem inadequada, e 2) contaminação de dados reais por ruídos.

A determinação do modelo estimado \tilde{m} corresponde à solução do problema de estimação. A otimização do processo, de modo que \tilde{m} seja o mais próximo possível de \bar{m} , é chamada de problema de avaliação mais regularização.

Se \bar{A} é a matriz de transformação, o produto dela pelo modelo inicial \bar{m} corresponde ao vetor de dados \bar{d} .

$$\bar{d} = \bar{A} \cdot \bar{m} \quad (3.11)$$

Um problema bem-posto é aquele que cumpre as seguintes condições:

- I. Existe solução;
- II. A solução é única;
- III. A solução apresenta uma dependência contínua e suave com os dados de entrada.

Em geral, os problemas de inversão não obedecem estas três condições, por isso são classificados como problemas mal-postos. Problemas são ditos malcondicionados se a condição III não é cumprida.

O problema da inversão de dados do sistema de aquisição tomográfica tratado neste trabalho corresponde à solução de um sistema sobredeterminado de equações lineares, uma vez que se dispõe de 684 raios (ou 684 tempos de trânsito) para 459 células (ou 459 valores de velocidade a se determinar).

3.2.1. Solução por Mínimos Quadrados

Se o problema é sobredeterminado e se a matriz \bar{A} é singular ou quase singular, uma abordagem natural (mas não única e nem sempre a mais correta) é determinar a solução do sistema $\bar{d} = \bar{A} \cdot \bar{m}$ pelo método dos mínimos quadrados:

$$\tilde{m} \Rightarrow \min_m \left\| \bar{d} - \bar{A} \bar{m} \right\|_2^2 \quad (3.12)$$

que equivale a:

$$\tilde{m} = (\bar{A}^T \bar{A})^{-1} \bar{A}^T \bar{d}, \quad (3.13)$$

que é o operador de mínimos quadrados para a inversão de sistemas lineares sobredeterminados.

Três métodos aplicáveis à solução de problemas inversos sobredeterminados são tratados aqui:

- Decomposição em valores singulares;
- ART (*Algebraic Reconstruction Technique*);
- Solução por gradientes conjugados.

3.2.2 Decomposição em valores singulares

Considerando o modelo linear discreto expresso por $d=Am$, onde $d=[d_1 \ d_2 \dots \ d_D]^T$ é o vetor de dados ou observações, $m = [m_1 \ m_2 \ \dots \ m_M]^T$ é o vetor de

parâmetros a ser determinado e $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1M} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{D1} & \dots & a_{DM} \end{bmatrix}$ que é Matriz $D \times M$.

Se $D=M$ a solução formal é dada pela inversão direta: $m=A^{-1}d$. Na prática, porém, a matriz A é frequentemente quase-singular ou mesmo singular e o procedimento é inaplicável. Para avaliar como uma matriz mal condicionada por degenerar a solução do problema, usa-se a decomposição de A em valores singulares (singular value decomposition - SVD).

$$\bar{A} = \bar{U} \bar{S} \bar{V}^T \quad (3.14)$$

Onde \bar{U} e \bar{V} são matrizes quadradas ortogonais, isto é: $\bar{U}^T \bar{U} = \bar{I}_{N \times N}$ e $\bar{V}^T \bar{V} = \bar{I}_{M \times M}$. As colunas de \bar{U} são autovetores de $\bar{A} \bar{A}^T$ e as colunas de \bar{V} são autovetores de $A^T \bar{A}$. A matriz quadrada \bar{S} contém os autovalores ordenados da matriz $\bar{A}^T \bar{A}$. A inversa da matriz \bar{A} é dada por

$$\bar{A}^{-1} = \bar{V} \bar{S}^{-1} \bar{U}^T \quad (3.15)$$

ou

$$\tilde{m} = \bar{V} \bar{S}^{-1} \bar{U}^T \bar{d} \quad (3.16)$$

se \bar{A} for uma matriz não singular. Se \bar{A} for uma matriz quase-singular ($\lambda_i \approx 0$), erros experimentais em \bar{d} (erros de arredondamento, por exemplo) serão enormemente amplificados e contaminarão a solução inversa, podendo até mesmo inviabilizar a existência da solução inversa.

3.3.3. Técnica de Reconstrução Algébrica – ART

O método ART baseia-se no algoritmo de Kaczmarz para a solução de um sistema de equações lineares. Uma característica importante é que pode ser implementado considerando isoladamente cada traço, evitando a manipulação de matrizes gigantescas. No caso específico da configuração das tomografias realizadas neste trabalho, são gerados 684 traços por tomograma.

Dados os tempos totais de propagação da onda, relativos aos 684 traços, $\bar{d} = (t_1, t_2, \dots, t_{684})$ e supondo o modelo com 459 células representadas por sua vagarosidade $g = (g_1, g_2, \dots, g_{459})$, temos

$$d_i = \sum_{j=1}^J a_{ij} g_j \quad (3.17)$$

onde a_{ij} representa o elemento da matriz jacobiana que contém o comprimento do segmento de raio i passando na célula j .

O algoritmo ART estima a vagarosidade de cada célula ($j = 1, \dots, J$) a cada iteração k por

$$\tilde{m}_j^{k+1} = \tilde{m}_j^k + \lambda \frac{d_i - \tilde{d}_i}{\sum_{m=1}^J a_{im}^2} a_{ij}, \quad (3.18)$$

Onde

$$\tilde{d}_i = \sum a_{ij} \tilde{m}_j^k \quad (3.19)$$

sendo λ o fator de relaxação, que neste caso, foi considerado igual a 1.

3.3.4. Técnica dos gradientes conjugados

A técnica dos gradientes conjugados foi inicialmente desenvolvida para resolver, iterativamente, sistemas de equações lineares do tipo

$$\bar{A}\bar{x} = \bar{t} \quad (3.20)$$

onde, neste caso, \bar{A} representa a matriz jacobiana (conhecida), \bar{x} o vetor de vagarosidades (desconhecido) e \bar{t} o vetor de tempos registrados.

Resolver tal sistema de equações é equivalente a encontrar os pontos de mínimo da correspondente forma quadrática. Uma forma quadrática para o vetor \bar{x} tem a seguinte forma

$$f(x) = (1/2)\bar{x}^T \bar{A} \bar{x} - \bar{t}^T \bar{x} + c \quad (3.21)$$

onde c é uma constante. A matriz \bar{A} é dita positivo-definida se

$$\bar{x}^T \bar{A} \bar{x} > 0 \quad (3.22)$$

O gradiente da forma quadrática f(x) é dado por

$$f'(x) = \bar{A} \bar{x} - \bar{t} \quad (3.23)$$

ou seja, pontos críticos de formas quadráticas estão diretamente relacionados a soluções de sistemas lineares. Supondo que \bar{x}^* seja uma solução para a equação (3.20), \bar{A} seja positiva e simétrica e f(x) a forma quadrática associada a \bar{A} , então

$$f(x) = f(x^*) + (1/2) [(\bar{x} - \bar{x}^*)^T \bar{A} (\bar{x} - \bar{x}^*)] \quad (3.24)$$

onde \bar{x}^* é um vetor de pontos de mínimo da forma quadrática e as curvas de nível da forma quadrática positivo-definida (pontos com f(x) constante) são elipsóides centrados no ponto de mínimo global, estando os semi-eixos dos elipsóides relacionados aos autovalores da matriz \bar{A} .

O máximo gradiente negativo da função f(x) em um ponto qualquer está na direção \bar{r} definida por

$$\bar{r} = -f'(x) = \bar{t} - \bar{A} \bar{x} = \bar{A} (\bar{x}^* - \bar{x}) \quad (3.25)$$

pois $\bar{A} \bar{x}^* = \bar{t}$. A idéia do método do gradiente de maior declive é minimizar repetidamente a função f(x) ao longo de linhas definidas pelo vetor de resíduos \bar{r} .

Este conceito pode ser formalizado da seguinte maneira:

$$f(\mathbf{x}) = f(\bar{\mathbf{x}} + 2\alpha\bar{\mathbf{r}}) \quad (3.26)$$

e

$$f(\mathbf{x} + \alpha\bar{\mathbf{r}}) - f(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (3.27)$$

onde $\bar{\mathbf{r}}$ é vetor de resíduos e $\bar{\mathbf{x}}$ é um vetor arbitrário.

A interpretação para as equações (3.26) e (3.27) é que existe uma constante α tal que acrescentando-se a $\bar{\mathbf{x}}$ uma quantidade 2α ao longo da direção de resíduos $\bar{\mathbf{r}}$, passa-se para o lado oposto do elipsóide. Ou seja, no ponto médio entre esses dois pontos, ou muito próximo do ponto médio, assegura-se que está o ponto de mínimo global da função $f(x)$.

Para estudar a técnica dos gradientes conjugados, vamos inicialmente introduzir dois métodos mais simples, dos quais a técnica dos gradientes conjugados importa ferramentas importantes. Esses métodos são o método do gradiente de maior declive e o método das direções conjugadas.

No método do gradiente de maior declive adota-se um vetor \mathbf{x}_0 inicial, o que resulta em um vetor de resíduos $\bar{\mathbf{r}}_0 = \bar{\mathbf{b}} - \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}_0$. Para $k = 1, 2, 3, \dots$

$$\alpha_k = \frac{[(\bar{\mathbf{r}}_{k-1})^T (\bar{\mathbf{r}}_{k-1})]}{[(\bar{\mathbf{r}}_{k-1})^T (\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{r}}_{k-1})]} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \alpha_k \bar{\mathbf{r}}_{k-1} \quad (3.29)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_k = \bar{\mathbf{b}} - \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}_k \quad (3.30)$$

A cada interação k a solução se aproxima do ponto de mínimo global.

Esse método de inversão não é adequado quando há uma razão muito elevada entre o maior e o menor autovalor de $\bar{\mathbf{A}}$, ou seja, o número de condição é muito alto. Se todos os autovalores de $\bar{\mathbf{A}}$ são iguais, a superfície formada pela função $f(x)$ é uma esfera. Já se existe uma grande diferença entre o maior e o menor autovalor, isso significa que as superfícies associadas são elipsóides longos, e o método do gradiente de maior declive não leva ao mínimo quadrático global. Dependendo da distribuição de autovalores, esse método

tende a vaguear entre os vales da função $f(x)$ com pequena variação da função residual a cada passo de interação.

O método das direções conjugadas foi proposto para melhorar a inversão sob número de condição elevado (Fox et al., 1949 apud Scales & Smith, 1997). Ao invés de buscar a minimização na direção do vetor de resíduos, como no método do gradiente de maior declive, o método das direções conjugadas busca uma minimização na direção de vetores de pesquisa \bar{p}_k , os quais são ortogonais com relação à matriz \bar{A} . Essa ortogonalidade garante que convergência para o mínimo será alcançada em n interações, onde n é a ordem da matriz.

Neste método a equação (3.29) é substituída por

$$x_k = x_{k-1} + \alpha_k p_{k-1} \quad (3.31)$$

onde o fator de escala α é dado por

$$\alpha \equiv \alpha_{k+1} = \frac{[(r_k)^T (r_k)]}{[(p_k)^T (A p_k)]} \quad (3.32)$$

O método dos gradientes conjugados utiliza ferramentas do método do gradiente de maior declive e do método das direções conjugadas. O primeiro busca a minimização na direção da função de resíduos enquanto que o segundo procura a minimização na direção de vetores de pesquisa. O método dos gradientes conjugados define a direção dos vetores de pesquisa a partir das funções de resíduo.

Supondo que $\bar{p}_0 = \bar{r}_0$ e que

$$p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_{k+1} p_k \quad (3.33)$$

o coeficiente β deve ser definido de modo a garantir a ortogonalidade do vetor \bar{p} em

relação à matriz \bar{A} :

$$\beta_{k+1} = \frac{|(r_{k+1})^T (r_{k+1})|}{|(r_k)^T (r_k)|} \quad (3.34)$$

onde os resíduos podem ser calculados por

$$r_{k+1} = r_k - \alpha_{k+1} A p_k \quad (3.35)$$

enquanto α_{k+1} pode ser calculado pela equação (3.32) e

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_{k+1} p_k \quad (3.36)$$

Os cálculos do método dos gradientes conjugados envolvem produtos de matriz por vetor, portanto, ele é ideal para o caso de matrizes esparsas. Neste tipo de matriz o número de operações pode ser reduzido para o número de elementos não-nulos da matriz, reduzindo o tempo computacional exigido para a inversão dos dados.

4. SIMULAÇÕES SINTÉTICAS DE TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA

Simulações de experimentos de tomografia ultrassônica em testemunhos foram realizadas com o objetivo de definir parâmetros construtivos do tomógrafo e testar algoritmos alternativos de inversão. Testaram-se os algoritmos de inversão quanto ao efeito de contrastes de velocidade e sua resolução frente a inclusões e interlaminações.

Na execução de uma simulação tomográfica é preciso assumir inicialmente um modelo de velocidades o qual, ao final da simulação, deseja-se reproduzir. Adota-se ainda uma malha de células dividindo a seção reta do testemunho em pequenas células com velocidades constantes (Figura 11), bem como a distribuição dos transdutores em torno do testemunho (número de transdutores e espaçamento entre eles).

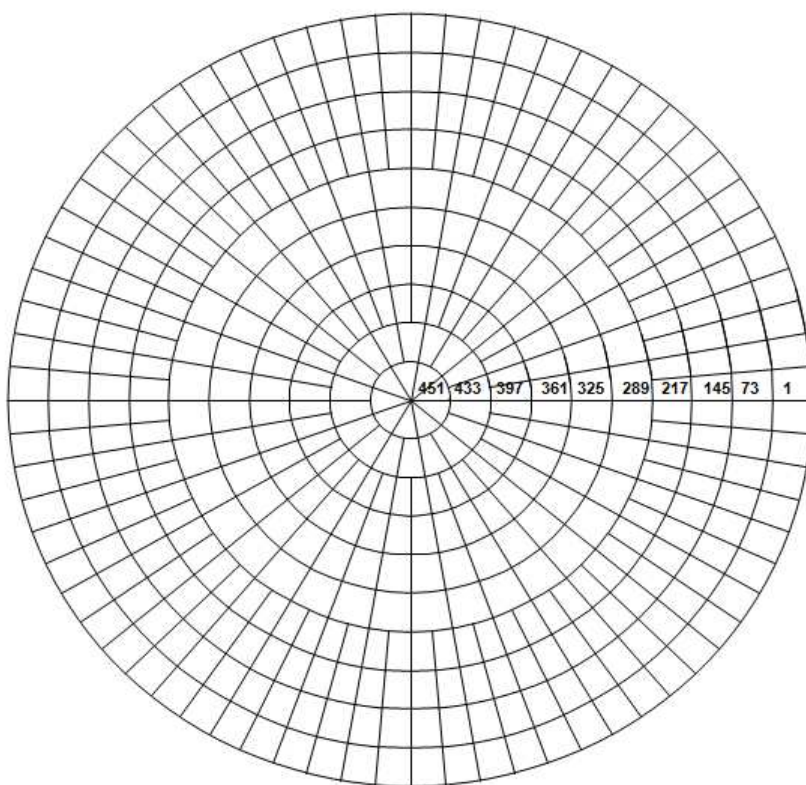


Figura 11 - Malha radial, com 459 células, utilizada na inversão dos tempos registrados na tomografia ultrassônica de testemunhos.

A partir daí é feito o traçamento de raios. Neste trabalho foi adotada a simplificação dos raios retos. A Figura 12 mostra o traçamento de raios para o arranjo tomográfico de 36 posições. Sabe-se que esta simplificação é tão mais irreal quanto maiores forem os contrastes de velocidade presentes no interior

do testemunho. No entanto, considerando a alta densidade de informação fornecida pelos 684 raios que são registrados em cada tomograma, supõe-se que o erro final será pequeno, principalmente na presença de baixos contrastes de velocidade. De qualquer forma, o modelo de velocidades fornecido pela inversão de raios retos se constitui no modelo ideal para a inicialização de uma inversão mais realista, considerando os desvios de raio nas interfaces.

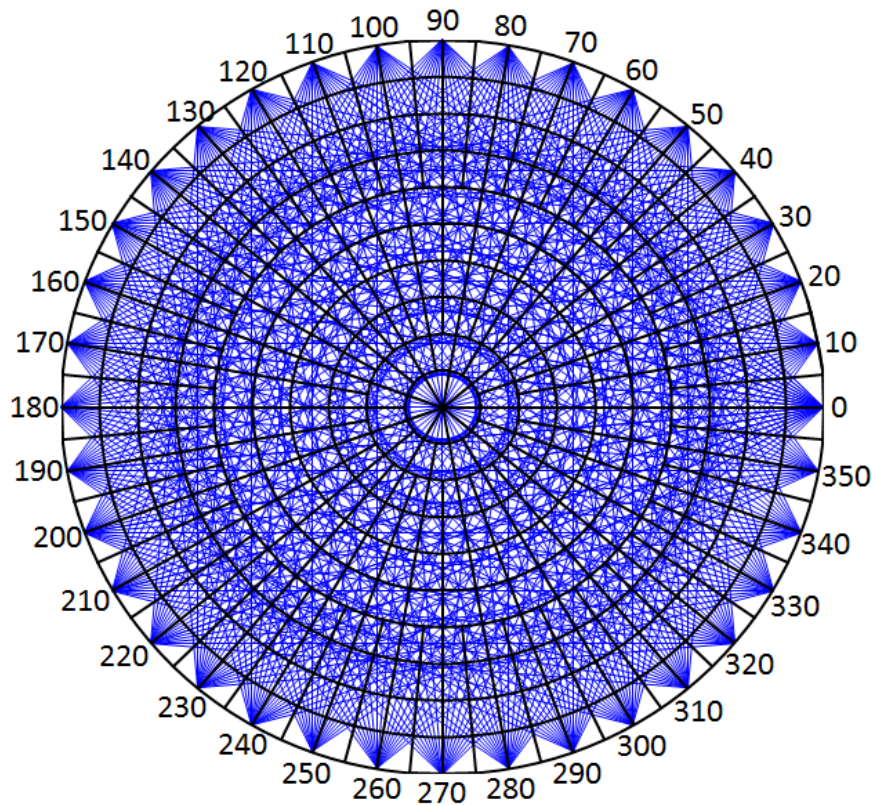


Figura 12 - Traçamento de raios para o arranjo de 36 posições em torno do testemunho, totalizando 684 raios.

No processo de simulação de uma tomografia elástica foram gerados três tipos de arquivo:

- Um arquivo com os comprimentos não-nulos dos segmentos de cada raio dentro de cada uma das células da malha de discretização (elementos não-nulos da matriz jacobiana).
- Um arquivo com os tempos totais de propagação entre todos os pares fonte-receptor. Devido a dificuldade em avaliar o nível de ruído esperado, nesta fase não foi adicionado qualquer ruído aos dados usados na simulação, a qual representa, portanto, a situação ideal de ruído nulo.

- Um arquivo com as coordenadas cartesianas dos centros de cada uma das células da malha de discretização, utilizado na geração do mapa de velocidades (tomograma).

A informação essencial para a geração da matriz jacobiana é conhecer o posicionamento de todos as posições dos transdutores em volta do testemunho. Para isto basta saber o número de transdutores a usar e a separação entre eles. Uma vez que os testemunhos sejam sempre objetos cilíndricos e o número de transdutores seja fixo, a mesma matriz jacobiana poderá ser usada para todos os experimentos de tomografia realizados. Caso o diâmetro do testemunho seja diferente daquele usado no cálculo da matriz jacobiana, basta escalonar os elementos da matriz jacobiana de modo que os comprimentos de raio se tornem compatíveis com o novo diâmetro do testemunho.

Para o cálculo do vetor de tempos totais de propagação da onda entre cada par fonte-receptor, é preciso adotar um modelo inicial de velocidades. Este passo somente é necessário no caso de simulação de um experimento, pois no experimento real de tomografia esse vetor de tempos é composto pelo conjunto dos 684 tempos medidos. Com o modelo inicial de velocidades, cada célula da malha (ou porção dela) tem um valor conhecido para a velocidade de propagação da onda. Além disso, já se conhece também os comprimentos dos segmentos de raio que passam através de cada célula, através da matriz jacobiana. Calcula-se então para cada segmento de raio, a sua contribuição de tempo para o tempo total de propagação do raio. O tempo total de cada raio é obtido pela soma de todos os tempos relativos a todos os seus segmentos de raio. Assim se obtém o arquivo com os tempos de propagação entre todos os pares fonte-receptor.

Para a geração do tomograma admite-se que o valor de velocidade fornecido pela inversão para cada uma das células é representativo da velocidade no centro de cada célula. Essa premissa permite aplicar uma função de suavização na imagem, evitando a formação de uma imagem “pixelada”, ou seja, com contrastes abruptos nas bordas de cada célula. Uma vez definida a geometria da malha de discretização, gera-se um arquivo com as coordenadas dos centros de cada uma das células. Obviamente, esse arquivo é utilizado

apenas na fase final do processo de tomografia, após a inversão dos dados, na geração da imagem final, o tomograma.

Neste trabalho, o termo “simulação sintética” refere-se à simulação realizada sem uso da técnica numérica de elementos finitos, ao passo que o termo “simulação numérica” denota o uso do método de elementos finitos para a simulação da propagação de ondas elásticas.

Na simulação numérica, foi usado o software COMSOL MULTIPHYSICS[®], onde se adota um modelo representativo do campo de velocidades interno do modelo artificial de testemunho, na aplicação de uma malha de elementos finitos e na simulação da propagação de onda sobre esta malha. O resultado obtido é um padrão de propagação da onda no modelo. Os traços são registrados em 36 posições em torno do testemunho, os tempos de chegada da onda são identificados e em seguida é realizada a inversão. A Figura 10 mostra graficamente o conjunto de dezenove traços registrados para uma determinada posição da fonte.

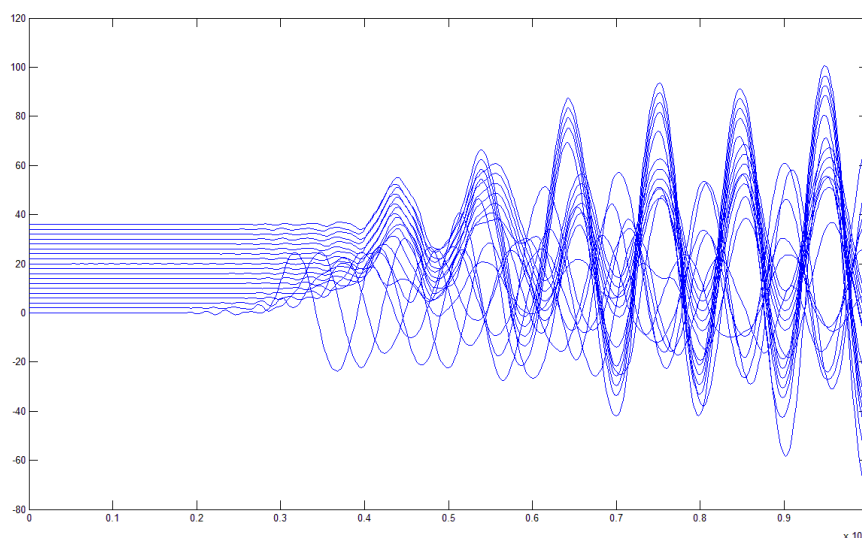


Figura 13 - Conjunto de dezenove traços registrados para uma determinada posição da fonte.

O software COMSOL MULTIPHYSICS[®] é uma plataforma de software com base em métodos numéricos avançados para modelar e simular problemas físicos. Sendo possível levar em conta fenômenos acoplados ou multifísicos. Pode-se também incluir equações próprias que podem descrever uma propriedade de material, contorno, ou até mesmo um conjunto de equações

diferenciais parciais (PDEs). Além de criar novas interfaces físicas a partir de equações inseridas pelo usuário.

A Figura 14 apresenta o fluxo de trabalho para a simulação da propagação de ondas elásticas no COMSOL. O processo de simulação numérica obedece as seguintes etapas:

- 1) Definição do modelo:
 - Geometria;
 - Parâmetros;
 - Fonte;
 - Sensores (detectores);
 - Condições de Contorno.
- 2) Para cada geometria, define-se os materiais e as propriedades: velocidade e densidade;
- 3) Define-se o modelo teórico: neste caso, foi utilizado o modelo de acústica transiente com a pressão variando de forma senoidal;
- 4) Definição da malha de discretização: usou-se uma malha do tipo triangular livre com o tamanho dos elementos finos;
- 5) Execução do modelo;
- 6) Resultados.

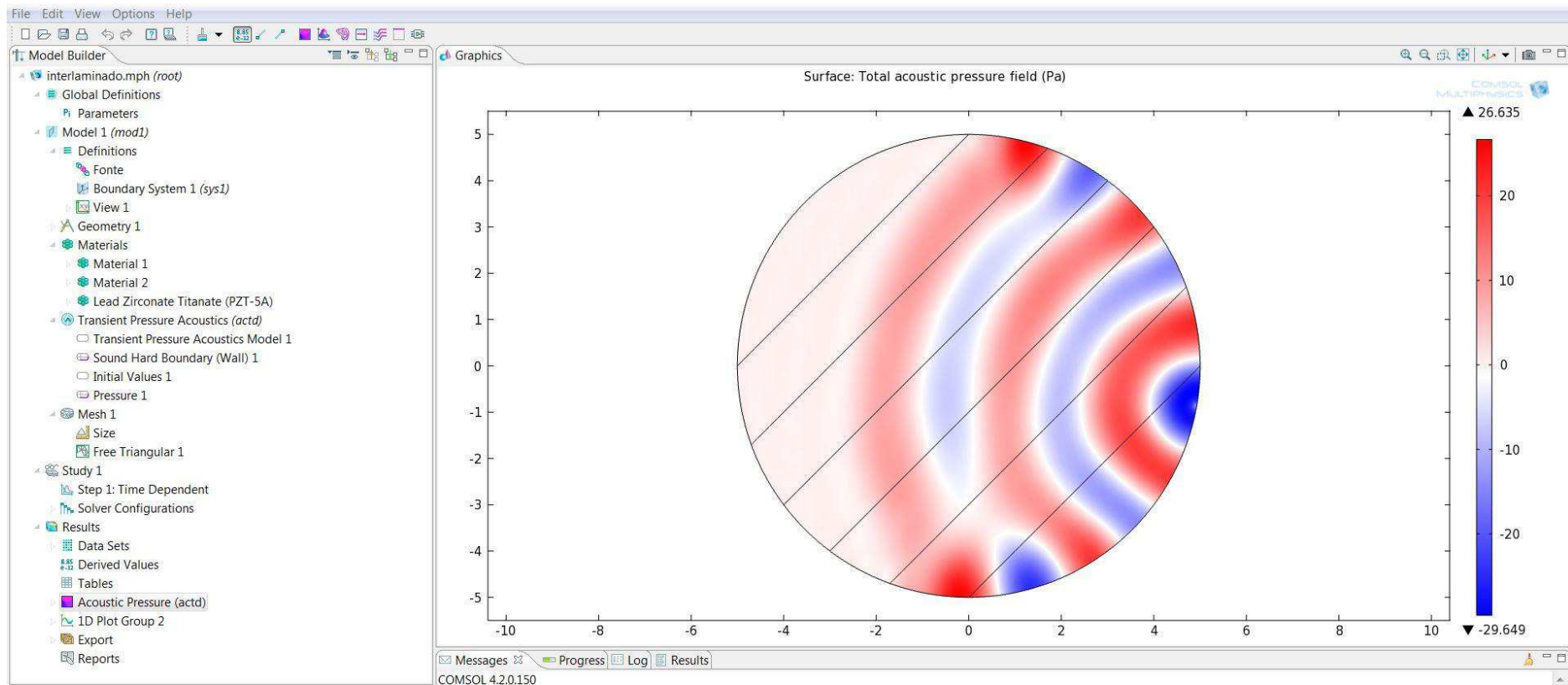


Figura 14 – Fluxo de trabalho do COMSOL para a simulação da propagação de ondas elásticas.

4.1 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DE INVERSÃO

Foi desenvolvido e testado um programa de inversão dos dados de tomografia ultrassônica em testemunhos usando o software MATLAB®, pela aplicação da Técnica de Reconstrução Algébrica (ART), a listagem deste programa se encontra no Apêndice A deste trabalho.

A figura 15 apresenta o conjunto de dezenove traços registrados com a fonte na posição 240°. Os tempos de primeira chegada foram identificados através de um programa MATLAB® para ser utilizado no processo de inversão e geração dos tomogramas e estão indicados pela cruz vermelha. Este programa encontra-se no Apêndice B.

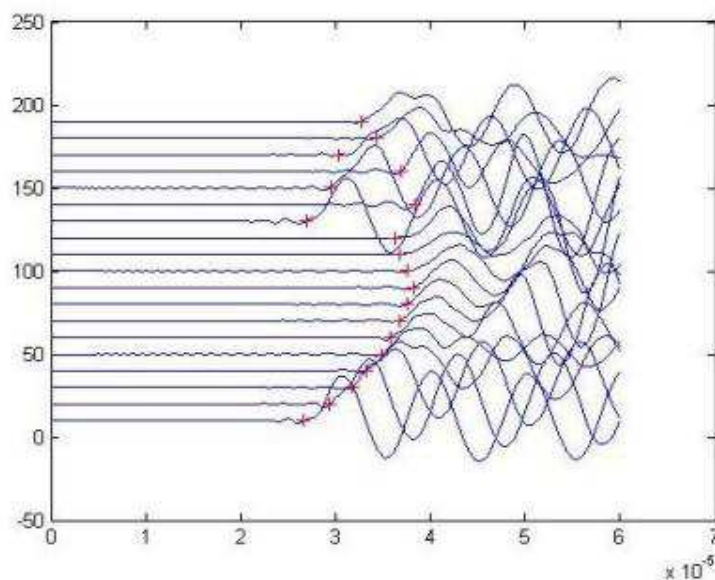


Figura 15 - Esquema de identificação dos tempos de transito de primeira chegada com a fonte na posição 240°.

Para a geração dos tomogramas, após a inversão dos dados, foi desenvolvido um algoritmo MATLAB® cuja listagem, por ser de pequena extensão, segue abaixo:

```
clear;
load centros.dat;
load vcomsol_desloc2;
x=centros(:,1);
y=centros(:,2);
v= vcomsol_desloc2;
[xi,yi]=meshgrid(-5:0.1:5,-5:0.1:5);
vi=griddata(x,y,v,xi,yi,'linear');
contourf(xi,yi,vi);
colorbar;
```

5. SIMULAÇÃO DE TOMOGRAFIA ELÁSTICA DE INCLUSÕES E INTERLAMINAÇÕES

Com o objetivo de testar a performance dos algoritmos de inversão em modelos simétricos e assimétricos, procedeu-se simulações de tomografia elástica em um modelo contendo inclusões cilíndricas centralizadas, e em outro modelo contendo inclusões cilíndricas descentralizadas. Foram simuladas ainda tomografias elásticas em um modelo interlaminado, com camadas alternadas de mesma espessura.

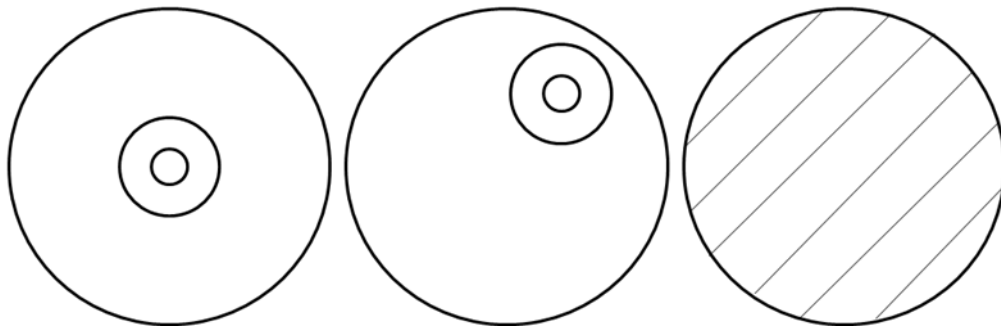


Figura 16 - Modelos de testemunho utilizados para a realização da simulação de tomografia elástica: Modelo com inclusão centralizada; modelo com inclusão descentralizada, e modelo interlaminado.

5.1. MODELO COM INCLUSÃO CIRCULAR CENTRALIZADA

Este modelo representa um testemunho contendo uma inclusão circular e concêntrica posicionada no seu centro, constituído assim por três zonas com velocidades distintas. Este modelo é apresentado na Figura 17, e os tomogramas obtidos através da técnica de inversão ART, para um dado contraste de velocidade, na Figura 18. Esses tomogramas, como todos os demais apresentados adiante, foram simulados no software COMSOL MULTIPHYSICS® utilizando a matriz jacobiana construída considerando a trajetória dos raios retos. Além disso, foi realizada a simulação que envolve o cálculo do tempo de trânsito entre cada posição fonte-receptor, considerando a propagação em raios retos, a qual chamaremos de simulação sintética.

É importante notar que neste modelo, com alto grau de simetria e isotropia, os tomogramas obtidos reproduzem razoavelmente o modelo inicial de velocidades, apesar da deficiência dos raios retos da matriz jacobiana. No modelo sintético os tempos de trânsito também consideram a propagação a

onda na forma de raios retos, enquanto que na simulação numérica, os tempos consideram as trajetórias curvilíneas dos raios. Verifica-se que o tomograma da Figura 18 (a) representa mais fielmente o modelo inicial (Figura 17), isso se deve ao fato de que tanto a matriz jacobiana quanto o vetor de tempos de trânsito foram obtidos considerando os raios retos.

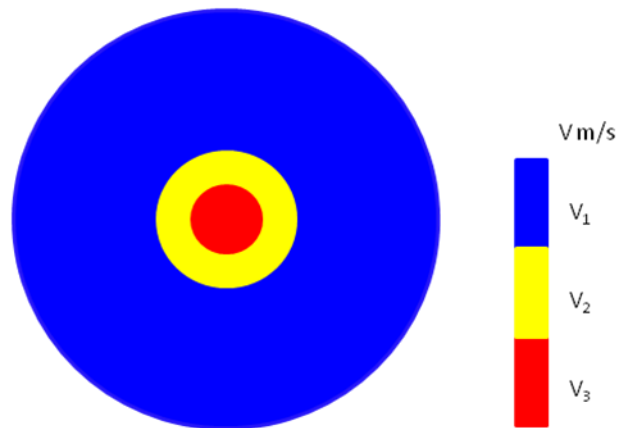


Figura 17 - Modelo Inicial de Velocidades com inclusão circular centralizada para a seção reta de um testemunho.

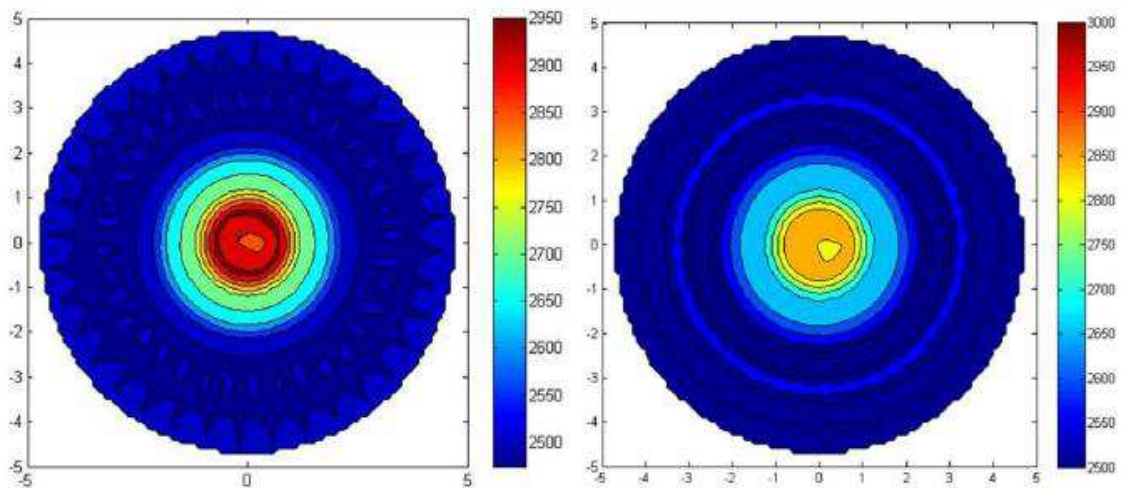


Figura 18 - (a) Tomograma simulado sinteticamente, e (b) tomograma simulado numericamente pelo COMSOL MULTIPHYSICS®, ambos pela técnica de inversão ART (Algebraic Reconstruction Technique) e com $V_1=3000$ m/s, $V_2 = 2700$ m/s e $V_3 = 2500$ m/s.

5.2. MODELO COM INCLUSÃO CIRCULAR DESCENTRALIZADA

Este modelo se diferencia do anterior pelo fato da inclusão estar fortemente deslocada do centro do modelo. Este modelo é apresentado na

Figura 19 e os tomogramas obtidos, através do programa de inversão ART, na Figura 20, com os contrastes de velocidade indicados na legenda da figura. Neste caso, o processo de inversão pela técnica ART produziu tomogramas razoáveis. No entanto, a assimetria e a anisotropia do modelo parecem ter sido determinantes para a obtenção de tomogramas de qualidade inferior aos seus correspondentes simétricos da Figura 18. Isso se deve ao fato de envolver uma maior complexidade do modelo com relação ao modelo simétrico. No tomograma resultante da simulação sintética, Figura 20 (a), as velocidades destoam razoavelmente do modelo inicial devido ao fato de ter sido usada a matriz jacobiana que considera a trajetória retilínea dos raios. O tomograma proveniente da simulação numérica Figura 20 (b) apresenta um mapa de distribuição de velocidades muito diferente do modelo inicial. Isto ocorre porque esse modelo é o de mais alta complexidade, pois vem a ser assimétrico, anisotrópico e descentralizado. Para tal nível de complexidade é fundamental gerar uma matriz jacobiana que reproduza as trajetórias curvilíneas reais dos traços.

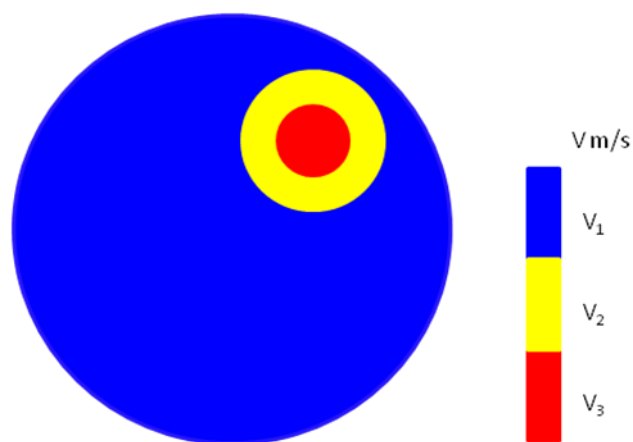


Figura 19 - Modelo Inicial de Velocidades com inclusão circular descentralizada para a seção reta de um testemunho.

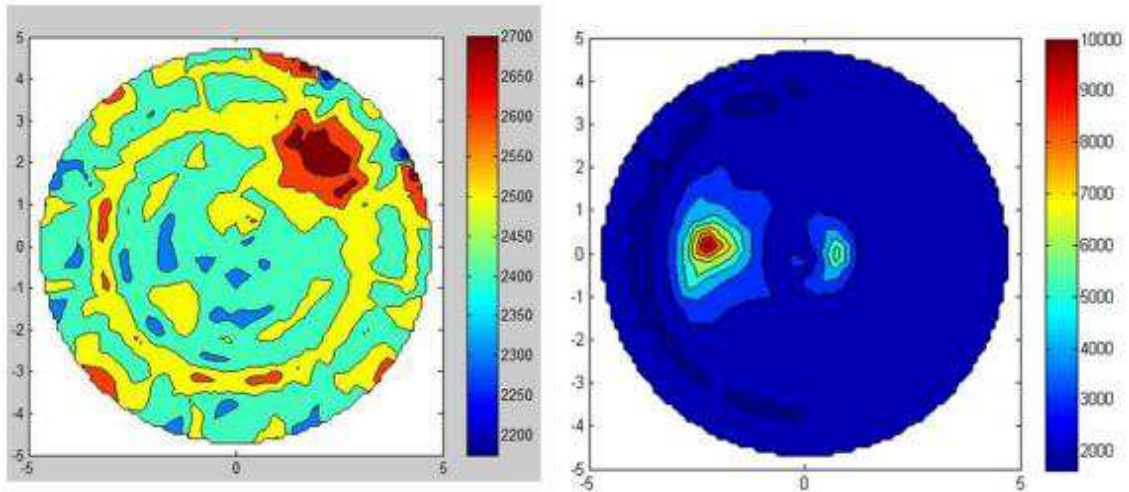


Figura 20 - (a) Tomograma simulado sinteticamente, e (b) tomograma simulado numericamente pelo COMSOL MULTIPHYSICS®, ambos pela técnica de inversão ART (Algebraic Reconstruction Technique) e com $V_1=3000$ m/s, $V_2 = 2700$ m/s e $V_3 = 2500$ m/s.

5.3. MODELO INTERLAMINADO COM CAMADAS DE MESMA ESPESSURA

Este modelo representa uma rocha interestratificada a qual foi testemunhada na direção paralela ao plano de estratificação. Neste caso há a ocorrência de apenas dois tipos litológicos na forma de camadas de mesma espessura que se alternam continuamente. Este modelo é apresentado na Figura 21. Na Figura 22 é mostrado o tomograma, simulado por inversão ART, para o contraste de velocidade indicado na legenda da figura. Vê-se que as bandas de velocidades altas e baixas são reconhecidas no tomograma, com valores de velocidade próximos dos reais. No entanto, ocorre uma perda de fidelidade do tomograma em relação ao modelo inicial também devido ao fato de o arquivo de tempos, resultado da simulação numérica, considerar a propagação da onda na forma de raios curvos, enquanto que a matriz jacobiana considera trajetórias retas para os raios.

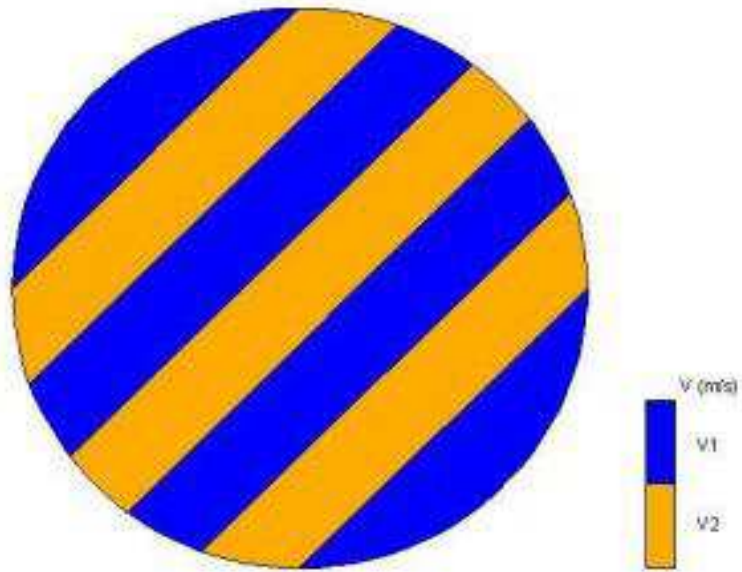


Figura 21 - Modelo de Velocidades interlaminado com camadas de mesma espessura.

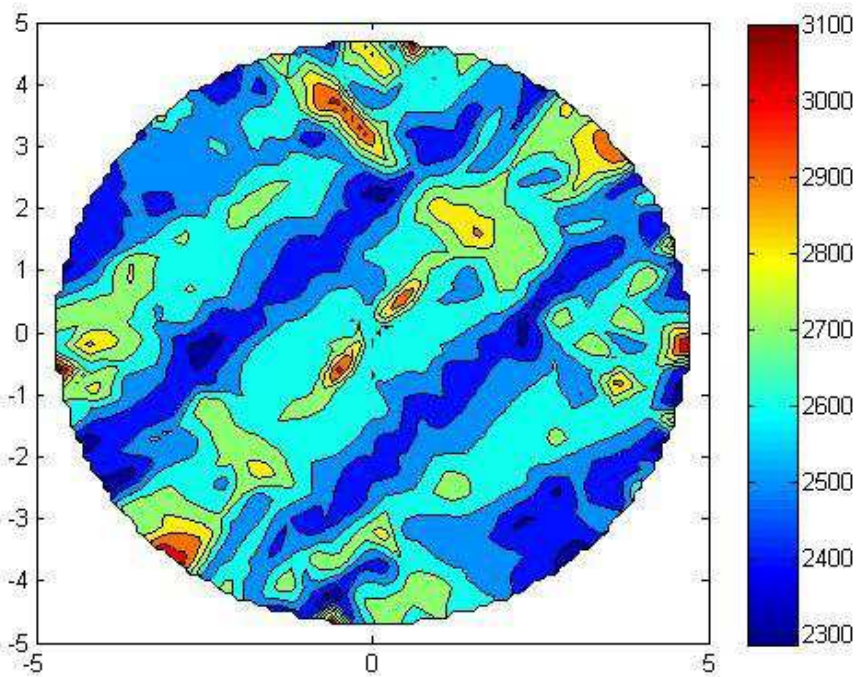


Figura 22 - Tomograma simulado numericamente, usando o software COMSOL MULTIPHYSICS, por ART para $V1 = 2500$ m/s e $V2 = 3000$ m/s.

6. CONCLUSÕES

Nesta dissertação foi desenvolvida uma metodologia para a simulação numérica de uma tomografia ultrassônica de onda P em objetos cilíndricos como um testemunho de poço, através do software COMSOL MULTIPHYSICS®. Essa simulação tem como objetivo dar suporte à construção de um aparato físico para imageamento tomográfico de testemunhos utilizando dois transdutores piezoelétricos, um que age como fonte e outro como receptor, e que ocupam 36 posições regularmente distribuídas ao longo do perímetro da seção reta do testemunho. Para cada posição da fonte, dezenove posições de detecção ficam ativas no hemisfério oposto à fonte. Dessa forma, para cada posição da fonte, dezenove traços são registrados, totalizando 684 traços, o que resulta em vetor com 684 valores de tempo de trânsito.

Para a inversão dos dados, é preciso discretizar a área da seção reta do testemunho, a fim de mapear a distribuição de velocidades interna ao corpo de prova. Nesta pesquisa a malha de discretização foi composta por 459 células. A técnica de inversão utilizada foi o ART (*Algebraic Reconstruction Technique*). Para a inversão é preciso determinar a matriz jacobiana, a qual nesta dissertação foi assumida como sendo composta por segmentos de raios retos. No entanto, devido às variações internas de velocidade, as quais representam as heterogeneidades contidas nos testemunhos, os raios apresentam trajetórias curvilíneas. Adicionalmente, os tempos de trânsito decorrentes da simulação da propagação da onda no COMSOL MULTIPHYSICS® obedecem às trajetórias curvilíneas reais.

Neste trabalho foram testados três modelos sintéticos: 1) um modelo com uma inclusão circular centralizada; 2) um modelo com uma inclusão circular descentralizada e, 3) um modelo interlaminado. Para os dois primeiros modelos foi realizada a inversão considerando: a) vetor de tempo de trânsito e matriz jacobiana, ambos para raios retos, e b) vetor de tempo de trânsito da simulação numérica para raios curvilíneos e jacobiana para raios retos. Para o caso do modelo interlaminado foi feita a inversão apenas considerando o vetor de tempo de trânsito da simulação numérica para raios curvilíneos e jacobiana para raios retos.

Os resultados alcançados indicam a necessidade de construção de uma nova matriz jacobiana que leve em consideração a real trajetória curvilínea dos raios quando uma onda elástica se propaga em um meio heterogêneo. A assimetria do campo interno de velocidades parece influenciar na qualidade dos tomogramas obtidos, isto é, quanto mais simétrico for o campo interno de velocidades, melhor será a qualidade do tomograma obtido, mesmo sob altos contrastes de velocidade e ainda sob a premissa de raios retos. Por outro lado, a assimetria do campo interno de velocidades tende a deteriorar a qualidade dos tomogramas. A tomografia elástica apresenta também uma resolução limitada, especialmente sob altos contrastes de velocidade. O modelo circular centralizado apresenta alta simetria e é isotrópico, que resultou em um tomograma de qualidade relativamente boa apesar da deficiência dos raios retos considerados na matriz jacobiana. O modelo interlaminado, por sua vez, é simétrico, mas relativamente anisotrópico. O tomograma obtido neste modelo apresentou uma qualidade intermediária. Já o modelo de inclusão circular descentralizada, apresenta o maior nível de complexidade, por ser assimétrico e anisotrópico. Os tomogramas obtidos para este modelo se mostraram os menos eficientes na reprodução dos modelos iniciais de distribuição de velocidades.

Em amostras fortemente anisotrópicas é preciso considerar o sistema de anisotropia no próprio processo de inversão dos dados de tomografia elástica. Assim, sugere-se que sejam adotados novos tipos de tomogramas, pois para cada ponto da imagem existiriam vários valores de velocidade de acordo com a direção considerada.

Portanto, conclui-se pela necessidade de extração da matriz jacobiana do próprio padrão de propagação da onda simulada numericamente afim de se obter tomogramas que respeitem a real trajetória curvíliena dos raios. Esta é uma sugestão para trabalhos futuros.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bloch, M.; Freitas, S.M.S.; Souza, M.S.; Soares, J.A.; Bacelar, C.J.R.; (2005). In-situ stress determination based upon borehole imaging and rock-sample analyses: a comparison among anelastic strain recovery (ASR), acoustic velocity, and acoustic tomography. Proceedings of the 2005 SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. Rio de Janeiro.

Biot, M.A. (1956). Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid. I. Low frequency range and II. Higher-frequency range. J. Acoust. Soc. Am., 28, 168-191.

Bourbié, T.; Coussy, O. ; Zinszner (1987). Acoustics of porous media. Editions Technip, Paris.

Castagna, J.P.; Batzle, M.L.; Eastwood, R.L. (1985). Relationships between compressional-wave e shear-wave velocities in clastic silicate rocks. Geophysics, 50, pp. 571-581.

Gassmann, F. (1951). Über die Elastizität poröser Medien. Vier. der Natur. Gesellschaft in Zürich, 96, 1-23.

Guimarães, M.S.B. (2004). Análise integrada de propriedades petrofísicas, petrográficas e geoquímicas de folhelhos. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Geologia. UFRJ.

Han, D.-H. (1986). Effects of porosity and clay content on wave velocities in sandstones. Geophysics, 51, pp. 2093-2107.

Hashin, Z. & Shtrikman, S. (1963). A variational approach to the elastic behavior of multiphase materials. J. Mech. Phys. Solids, 11, 127-140.

Hill, R. (1952). The elastic behavior of crystalline aggregate. Proc. Phys. Soc. London, A65, p349-354.

Kuster, G.T. & Toksöz, M.N. (1974). Velocity and attenuation of seismic waves in two-phase media. Geophysics, 39, 587-618.

Mavko, G.; Mukerji, T.; Dvorkin, J. (1996). Rock Physics Handbook. Rock Physics Laboratory. Stanford University.

Mavko G., Avseth, P., T. Mukerji, (2005), Quantitative Seismic Interpretation: Applying Rock Physics Tools to Reduce Interpretation Risk, Cambridge Univ. Press, New York.

Murphy, W.F. (1982). Effects of partial water saturation on attenuation in sandstones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 71, 1458-1468.

Nur, A. & Simmons, G. (1969). Stress-induced velocity anisotropy in rock: an experimental study. *J. Geophys. Res.*, 74, pp. 6,667-6,674.

Nur, A.; Mavko, G.; Dvorkin, J.; Gal, D. (1995). Critical porosity: the key to relating physical properties to porosity in rocks. Proceedings the of 65th Annual Meeting of the Society of Exploration Geophysicists.

Raymer, L.L.; Hunt, E.R.; Gardner, J.S. (1980). An improved sonic transit time-porosity transform. *SPWLA Trans. 21st Ann. Log. Symp.*, Paper P.

Reuss, A. (1929). Berechnung der Fließgrenzen von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9, 49-58.

Sayers, C.M.; Van Munster, J.G.; King, MS. (1990). Stress-induced ultrasonic anisotropy in Berea sandstone. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27, No. 5, pp 429-436.

Scales, J. & Smith, M.L. (1997). *Introductory geophysical inverse theory*. Samizdat Press. Colorado School of Mines. 202 pp.

Silva, J.C. (2001). *Notas de aula do curso Teoria da Inversão*. Programa de PósGraduação em Geologia. UFRJ.

Soares, J.A.; 2006a. Anisotropia elástica induzida por tensões e heterogeneidades: Análise por tomografia ultra-sônica de testemunhos. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Geologia. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Soares, J.A.; 2006 b. Construção e aplicações de um tomógrafo ultra-sônico para testemunhos de poços. II Simpósio Brasileiro de Geofísica. Paper SBGF 073. Natal.

Timur, A. (1968). Velocity of compressional waves in porous media at permafrost temperatures. *Geophysics*, 33, 584-595.

Tosaya, C. (1982). Acoustical properties of clay-bearing rocks. PhD Thesis. Stanford University. USA.

Tosaya, C. & Nur, A. (1982). Effects of diagenesis and clays on compressional velocities in rocks. *Geoph. Res. Lett.*, 9, 5-8.

Voigt, W. (1928). *Lehrbuch der Kristallphysik*. Teubner, Leipzig.

Walsh, J. B. (1969). New analysis of attenuation of partially melted rock. *J. Geoph. Res.*, 14, 4333-4337.

Wu, T.T. (1966). The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two phase material. *Intern. J. Solid Structures*, 2, 1-10.

Wyllie, M.R.J.; Gregory, A.R.; Gardner, G.H.F. (1958). An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics*, Vol. XXIII, No. 3, pp. 459-493.

APÊNDICE A - Listagem do programa de inversão pela técnica ART (Algebraic Reconstruction Technique)

```
%Inversão tomográfica ART
clear;
iter=500;
nray=684;
ncel=459;
%carrega os dados
load -ascii novasjac.txt;
[x]=novasjac;
load tempos_desloc_total.txt;
[t]=tempos_desloc_total;
%
%   Initial Guess
for i=1:nray
    ss(i)=0.0;
    for j=1:ncel
        ss(i)=ss(i)+x(i,j);
    end
end
somt=0.0;
soms=0.0;
for i=1:nray
    somt=somt+t(i);
    soms=soms+ss(i);
end
for j=1:ncel
    e(1,j)=somt/soms;
end
%
% ART - Algebraic Reconstruction Technique
%
for i=1:nray
    a2(i)=0.0;
    for j=1:ncel
        a2(i)=a2(i)+x(i,j)*x(i,j);
    end
end
for kk=1:iter
    for i=1:nray
        tkk(i)=0.0;
        for j=1:ncel
            tkk(i)=tkk(i)+x(i,j)*e(kk,j);
        end
    end
    for j=1:ncel
        som=0.0;
        som1=0.0;
        for i=1:nray
            som=som+x(i,j)*(t(i)-tkk(i));
            som1=som1+a2(i);
        end
        e(kk+1,j)=e(kk,j)+som/som1;
    end
end
%
for j=1:ncel
    p(j)=e(iter+1,j);
end
for j=1:ncel
```

```
        veloc(j)=0.01/p(j);  
end  
veloc_2=transp(veloc);  
save vcomsol_desloc2 veloc_2 -ascii;
```

APÊNDICE B - Listagem de programa para identificação dos tempo de primeira chegada

```
clear;
na=1501;
pat=2.5;
% carrega 19 traços
load -ascii circ_desloc_350.txt;
[x]=circ_desloc_350;
% calcula os tempos de primeira quebra
nt=1;
ini=1;
fim=na;
for m=1:19
    for k=nt
        for i=ini:fim
            t(i)=x(i,1);
            A(i)=x(i,2);
        end
        i=ini;
        while A(i)<pat
            tfb(k)=0;
            i=i+1;
        end
        j=1;
        while (A(i)-A(i-j))<A(i)
            tfb(k)=0;
            j=j+1;
        end
        tfb(k)=t(i-j);
    end
    tfb=tfb';
    % gera o arquivo de tempos de primeira quebra
    save tempos_350 tfb -ascii;
    %plot(x(ini:fim,1),x(ini:fim,2)+10*m,'b-');
    %hold on;
    %plot(tfb(nt),10*m,'r+');
    nt=nt+1;
    ini=fim+1;
    fim=ini+na-1;
end
```