



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Victor Hugo Castro Queiroz

Pulsar Timing: monitorando pulsares com o BINGO

Campina Grande, Paraíba, Brasil

22 de setembro de 2021

Victor Hugo Castro Queiroz

Pulsar Timing: monitorando pulsares com o BINGO

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Amílcar Queiroz, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Professor Dr. Amílcar Queiroz

Campina Grande, Paraíba, Brasil

22 de setembro de 2021

Q3p

Queiroz, Victor Hugo Castro.

Pulsar timing : monitorando pulsares com o BINGO / Victor Hugo Castro Queiroz. – Campina Grande, 2021.

105 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.

"Orientação: Prof. Dr. Amílcar Rabelo de Queiroz".

Referências.

1. Pulsares. 2. Pulsar Timing. 3. Estrelas de Nêutrons.
4. Radiotelescópio. I. Queiroz, Amílcar Rabelo de. II. Título.

CDU 524.354.4(043)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
POS-GRADUACAO EM FISICA

Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

FOLHA DE ASSINATURA PARA TESES E DISSERTAÇÕES

**VICTOR HUGO CASTRO
QUEIROZ**

Pulsar Timing: monitorando pulsares com o BINGO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 02/09/2021

Amílcar Rabelo de Queiroz
Presidente da Comissão e Orientador

Francisco de Assis de Brito
Examinador Interno

Ricardo Landim
Examinador Externo



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Cesar Giorgetti Landim, Usuário Externo**, em 02/09/2021, às 12:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **AMILCAR RABELO DE QUEIROZ, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 02/09/2021, às 18:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput,

da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018.](#)



Documento assinado eletronicamente por **FRANCISCO DE ASSIS DE BRITO, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/09/2021, às 03:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018.](#)



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **1739135** e o código CRC **6E18EEFC**.

Referência: Processo nº 23096.053976/2021-00

SEI nº 1739135



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
POS-GRADUACAO EM FISICA

Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM FÍSICA, REALIZADA EM 02 DE SETEMBRO DE 2021

Aos dois dias do mês de setembro do ano de dois mil e vinte e um, reuniram-se em caráter de solenidade pública, os membros da comissão designada para avaliar **VICTOR HUGO CASTRO QUEIROZ** ao grau de Mestre em Física, área de concentração Física. Foram componentes da Banca Examinadora os especialistas: o professor **Amílcar Rabelo de Queiroz** (Orientador) – Doutor em Física, o professor **Francisco de Assis de Brito** – Doutor em Física, o professor **Ricardo Landim** – Doutor em Física, sendo os dois primeiros, integrantes do corpo docente da Universidade Federal de Campina Grande, e o terceiro, pesquisador da Technische Universität München, Alemanha. HORA DE INÍCIO: **10h00min** – LOCAL: **Sala Virtual, em virtude da suspensão de atividades na UFCG decorrente do corona vírus**. Dando início aos trabalhos, o Presidente da Banca, professor **Amílcar Rabelo de Queiroz**, após declarar os objetivos da reunião, apresentou o(a) candidato(a) **VICTOR HUGO CASTRO QUEIROZ**, a quem concedeu a palavra para que dissertasse oral e sucintamente sobre o tema apresentado, intitulado **"Pulsar Timing: monitorando pulsares com o BINGO"**. Após discorrer o referido tema, o(a) candidato(a) foi arguido(a) pelos examinadores na forma regimental. Ato contínuo, passou a Comissão, em caráter secreto, a proceder a avaliação e julgamento do trabalho, concluindo por atribuir-lhe o conceito Aprovado. Face à aprovação, declarou o Presidente estar o(a) avaliado(a), legalmente habilitado(a) a receber o Grau de Mestre em Física, cabendo à Universidade Federal de Campina Grande, providências para a expedição do Diploma a que o(a) mesmo(a) faz jus. Nada mais havendo a tratar, foi lavrada a ata, que será submetida à aprovação da Comissão Examinadora. Campina Grande, 02 de setembro de 2021.

Amílcar Rabelo de Queiroz
Presidente da Comissão e Orientador

Francisco de Assis de Brito

Examinador Interno

Ricardo Landim
Examinador Externo

Victor Hugo Castro Queiroz
Candidato(a)

João Rafael Lúcio dos Santos
Coordenador do Programa

2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Tese de Mestrado do(a) candidato(a) **VICTOR HUGO CASTRO QUEIROZ**, assinada eletronicamente pela Comissão Examinadora acima identificada.

2.2. No caso de examinadores externos que não possuam credenciamento de usuário externo ativo no SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários certificam que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da tese e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Cesar Giorgetti Landim, Usuário Externo**, em 02/09/2021, às 12:46, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Victor Hugo Castro Queiroz, Aluno**, em 02/09/2021, às 15:47, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **JOAO RAFAEL LUCIO DOS SANTOS, COORDENADOR (A)**, em 02/09/2021, às 16:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **AMILCAR RABELO DE QUEIROZ, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 02/09/2021, às 18:02, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **FRANCISCO DE ASSIS DE BRITO, PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/09/2021, às 03:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **1739105** e o código CRC **5016A8D7**.

À minha mãe, Célia Castro

Agradecimentos

- Ao Prof. Amílcar Queiroz, pela orientação, sugestão, estímulo, competência e paciência com que conduziu este trabalho.
- Aos Profs. Luciano Barosi, João Rafael, Marcelo Vargas, pela colaboração que recebi durante a fase de preparação desta dissertação.
- Ao Prof. Alexandre Campos que desde a graduação sempre me motivou a seguir a área que eu queria.
- A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram com a minha formação.
- Ao Prof. Ivaldy José por me motivar no ensino médio a estudar Física.
- Aos meus amigos Ana Rafaely, Artur, Klecio, Edyvania, Stenio, Johnathon, Jefferson, Shayne que contribuíram com o meu progresso e compartilharam momentos de estudos.
- A minha mãe, em especial, e aos meus familiares pelo apoio, confiança e incentivo.
- Aos colegas de pós-graduação, a Maria responsável pela limpeza, a Dona Dalva e funcionários da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.
- À CAPES pelo suporte financeiro.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

*"Eu vos digo: é preciso ter um caos em si,
parar poder dar à luz uma estrela dançante.
Eu vos digo: ainda tendeis um caos dentro de vós."
(Nietzsche, Assim Falava Zaratustra)*

Resumo

Um dos possíveis estágios finais da vida de uma estrela é um objeto compacto chamado estrela de nêutron. Ela é originada a partir de uma Supernova, dando assim, mais um passo para a evolução estelar. Estrelas de nêutrons são laboratórios que permitem estudar condições extremas - densidades da ordem de 10^{17} kg/m^3 , campos magnéticos extremamente fortes da ordem de 10^{15} G (o campo magnético terrestre é 0.5 G), testes de Relatividade Geral e candidatos de detectores de ondas gravitacionais. Os Pulsares são um tipo específico de estrela de nêutron magnetizada que se assemelha a um farol, eles emitem feixes de radiação de forma contínua, e parecem piscar quando os feixes atravessam o campo de visão do observador devido ao seu movimento de rotação. Esse fenômeno de "piscar" na verdade são pulsos bastante estáveis devido à periodicidade rotativa do pulsar, atribuindo ao pulsar a característica de ser um relógio natural extremamente preciso, competindo com os relógios atômicos. Através desses pulsos podemos obter informações sobre características físicas de sua natureza e sua posição no céu com precisão. No decorrer desta dissertação, iremos abordar alguns conceitos fundamentais da Física tais como a natureza de uma onda eletromagnética e radiação de corpo negro. Abordaremos também um pouco sobre a estrutura e o funcionamento dos radiotelescópios, informações gerais sobre o projeto do radiotelescópio BINGO que fornecerá uma janela para o estudo dos pulsares. Apresentamos uma breve introdução sobre a natureza de uma estrela, buscando algumas das principais características. Por fim, abordamos sobre a descoberta dos pulsares, propriedades físicas importantes e sobre uma técnica para detecção dos pulsos chamada de *pulsar timing*.

Palavras-chave: Pulsares. Pulsar Timing. Estrelas de nêutrons. Radiotelescópio.

Abstract

One of the final possible stages of the life of star is a compact object called a neutron star. It originates from a Supernova, taking another step towards stellar evolution. Neutron stars are laboratories that allow one to study extreme conditions - densities on the order of 10^{17}kg/m^3 , extremely strong magnetic fields on the order of 10^{15} G (the Earth's magnetic field is 0.5 G), General Relativity tests and candidate detectors gravitational waves. Pulsars are a specific type of magnetized neutron star that resembles a lighthouse, they continuously emit beams of radiation, and appear to blink when the beams cross the observer's field of view due to their rotating motion. This phenomenon of "blinking" actually are quite stable pulses due to the rotating periodicity of the pulsar, giving the pulsar the characteristic of being an extremely accurate natural clock, competing with atomic clocks. Through these pulses we can accurately obtain information about physical characteristics of its nature and its position in the sky. In the course of this dissertation, we will approach some fundamental concepts of Physics such as the nature of an electromagnetic wave and blackbody radiation. We will also discuss a little about the structure and functioning of radio telescopes, general information about the design of the BINGO radio telescope that will provide a window for the study of pulsars. We present a brief introduction to the nature of a star, looking for some of the main characteristics. Finally, we cover the discovery of pulsars, important physical properties and a technique for detecting pulses called *pulsar timing*.

Keywords: Pulsars. Pulsar Timing. Neutron stars. Radio telescope.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação de uma onda eletromagnética.	19
Figura 2 – Ilustração de todo o espectro de frequências.	22
Figura 3 – Distribuição espectral da intensidade $I_\lambda(\lambda)$ em termos de λ e da temperatura T	25
Figura 4 – Catástrofe do ultravioleta	28
Figura 5 – Comparação do modelo de Planck com os dados experimentais.	30
Figura 6 – Representação de um refletor de foco principal ou primário.	33
Figura 7 – Representação de uma Cassegrain.	34
Figura 8 – Esquematização das partes <i>front – end</i> e <i>back – end</i> de um receptor.	35
Figura 9 – Esquematização de um receptor digital.	37
Figura 10 – Imagens do comprimento e do interior da corneta do radiotelescópio BINGO recém chegada na UFCG. Fonte do autor	46
Figura 11 – Ilustração do spin-flip do átomo de Hidrogênio.	47
Figura 12 – Processo da evolução estelar.	49
Figura 13 – Equilíbrio hidrostático de uma estrela.	50
Figura 14 – Esquema do critério de Schwarzschild para estabilidade contra convecção.	67
Figura 15 – Pulsos do pulsar PSR 1919 + 21, o primeiro pulsar com rotação, descoberto em 1967.	76
Figura 16 – Ilustração de um pulsar.	77
Figura 17 – Diagrama $P\dot{P}$ de pulsares acionados por rotação.	86
Figura 18 – Atraso dispersivo do sinal do pulsar PSR 1641-45.	88
Figura 19 – Espectrograma dos sinais detectados não corrigido.	90
Figura 20 – Espectrograma dos sinais detectados corrigidos pela "dedispersão".	90
Figura 21 – Sequência típica da detecção de pulsares.	91
Figura 22 – A mudança anual no tempo de chegada do pulso devido ao movimento orbital de translação da Terra ao redor do Sol.	92
Figura 23 – Amplitude da variação da latitude eclíptica do pulsar.	92

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
2	RADIAÇÃO ELETROMAGNÉTICA	19
2.1	Ondas Eletromagnéticas	19
2.2	Espectro eletromagnético	21
2.3	Radiação de corpo negro	23
2.4	A teoria de Rayleigh-Jeans	25
2.5	Lei de Planck	28
3	RADIOTELESCÓPIO	33
3.1	Estrutura de um Radiotelescópio	33
3.2	Receptores heteródinos	35
3.2.1	Front-end	35
3.2.2	Back-end	36
3.3	Receptores digitais	37
3.3.1	Ruído e temperaturas	38
3.3.2	RFI	41
3.4	Refletor único	42
3.4.1	Temperatura do sistema	43
3.4.2	Temperatura da antena	43
3.5	Informações gerais sobre o BINGO	44
3.6	Linha de 21 cm do Hidrogênio	46
4	DESCRIÇÃO DE UMA ESTRELA	49
4.1	Evolução estelar	49
4.2	Estado de Equilíbrio	50
4.3	Distribuição de Fermi-Dirac	53
4.3.1	Equação de Estado	56
4.4	Anãs Brancas e o limite de Chandrasekhar	58
4.4.1	Anãs Brancas	58
4.4.2	Limite de Chandrasekhar	60
4.5	Transporte de energia das estrelas	62
4.5.1	Difusão radiativa de energia	62
4.5.1.1	Rosseland	64
4.5.2	Condutividade	65
4.5.3	Convecção	66

4.6	Reações nucleares	69
4.6.1	Cadeia próton-próton pp ($M < M_{\odot}$)	70
4.6.2	Ciclo de CNO ($M > M_{\odot}$)	72
5	PULSARES	75
5.1	Descoberta	75
5.2	Propriedades físicas	76
5.2.1	Campos Magnéticos	79
5.2.2	Radiação de um dipolo magnético	80
5.2.3	Luminosidade Spin-Down	81
5.2.4	Força mínima do campo magnético	83
5.2.5	Idade característica	83
5.2.6	Pulsar e o meio interestelar	86
5.3	Pulsar Timing	89
5.3.1	Posição do Pulsar e a órbita da Terra	91
5.3.2	Correções do baricentro	94
5.3.3	Mudanças de períodos e relógios padrão	96
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS	99
	REFERÊNCIAS	101

1 Introdução

Objetos no Universo irradiam ondas eletromagnéticas. Essas ondas, viajam na velocidade da luz, onde nos proporcionam evidências que o Universo é preenchido com inúmeras estrelas, galáxias, planetas e outros objetos astronômicos. Astronomia observacional trabalha com a coleta e registro de informações sobre o universo observável, no estudo de objetos no espaço usando instrumentos chamados de telescópios. A astronomia tem um papel importante e desafiador na ciência moderna, como procurar planetas parecidos com a Terra, vida extraterrestre e aprender sobre a estrutura de planetas, estrelas, galáxias e sobre o Universo, tanto sua origem quanto o seu desenvolvimento. A astronomia também é usada como forma de investigação de forças fundamentais, como as teorias da relatividade e da física de partículas [1].

Um grande passo que proporcionou o avanço da Astronomia foi a aplicação de lentes para estudar o céu. No início do século XVII, os primeiros telescópios foram apontados para o céu, onde foram capazes de enxergar os objetos no céu noturno, que antes não eram visíveis. Desde então, um dos principais objetivos dos astrônomos tem sido construir telescópios cada vez maiores, na esperança de ver e entender melhor os objetos astronômicos [2]. Por melhores que sejam esses telescópios, eles não permitiam que os astrônomos se aprofundassem na natureza desses objetos, tudo o que eles podiam fazer era encontrar a posição e o brilho relativo desses objetos para níveis cada vez mais altos de precisão. Então, era preciso uma nova perspectiva.

Este novo passo na Astronomia foi a compreensão de que as frequências emitidas por esses objetos celestes poderiam nos ajudar a entender a sua natureza. Ao estudar as frequências emitidas por um objeto, pode-se deduzir a composição química, temperatura, densidade, massa, distância e movimento relativo desse objeto. O estudo da divisão da luz em suas frequências constituintes é chamado espectroscopia [2].

Outro avanço crucial para a Astronomia, foi o surgimento de um novo ramo chamada de Radioastronomia. A Radioastronomia é o estudo de objetos e fenômenos astronômicos no qual são observados através da parte de rádio do espectro eletromagnético. [1].

O berço da radioastronomia encontra-se no início dos anos 1930, quando um engenheiro chamado Karl Jansky, que trabalhava para os Laboratórios Bell Telephone, tentava determinar a origem de uma fonte de ruído desconhecida que aparecia nas transmissões de voz de rádio. Ele então, criou um sistema de antenas operando na região de 20,5 MHz do espectro de rádio. Jansky descobriu três tipos de ruídos, dois deles advindos de causas naturais formados por tempestades, enquanto o terceiro permanecia desconhecido.

Continuando as suas medições, ele descobriu que esse ruído era de fontes extraterrestres, percebendo que a radiação mais forte era vinda do centro da Via Láctea. Jansky, surpreso com sua descoberta, publicou seu trabalho em dezembro de 1932, entretanto, a maioria dos astrônomos da época ficaram desapontados com essa descoberta considerando-a como irrelevante ou apenas curiosa [3].

Grote Reber pensava diferente da maioria dos astrônomos da época, ele foi o primeiro a seguir os passos das descobertas de Jansky. No quintal de sua casa, na cidade de Wheaton no estado norte-americano de Illinois, Reber construiu um radiotelescópio parabólico de 9,5 metros usando seu próprio dinheiro. Na época não existia o termo radiotelescópio, então Groter foi reconhecido por desenvolver o primeiro radiotelescópio [3][4]. Reber construiu vários receptores para poder estudar uma gama de faixas de frequências, mas falharam em detectar a radiação descoberta por Jansky. Apenas um terceiro receptor que operava à 160 MHz foi o responsável por constatar os resultados propostos por Jansky. Reber continuou seus estudos por vários anos e publicou seu trabalho *CosmicStatic* no ano de 1944. Após a Segunda Guerra Mundial, houve uma expansão da construção de receptores e antenas incentivando grupos de pesquisas no mundo todo. No final dos anos de 1950, refletores com diâmetros enormes estavam sendo construídos com uma capacidade e eficácia muito melhor, embora as adversidades também apareciam como a própria construção, manutenção e o custo [4].

Voltando um pouco na escala temporal até os anos da década de 1930, ano da descoberta do nêutron por James Chadwick, que trouxe consigo a ideia da existência de estrelas de nêutrons. Em 1934, Walter Baade e Fritz Zwicky, propuseram uma radical proposta do surgimento desse novo tipo de estrelas a partir de uma explosão de supernova. Todos os avanços tecnológicos e expansivos, tanto dos telescópios quanto da radioastronomia, colaboraram com a descoberta de novos objetos celestes, como por exemplo as estrelas de nêutrons. Entre os meses de agosto e setembro de 1967, a doutoranda Jocelyn Bell da Universidade de Cambridge, com seu supervisor, Anthony Hewish, encontrou nos registros de seu gravador gráfico pulsos estranhos e precisamente periódicos com um período bem curto. No começo não sabiam ao certo o que poderiam ser esses pulsos, onde foram criando-se hipóteses, investigando-os e eliminando meticulosamente uma possibilidade após a outra. Até que no final do mesmo ano, outra fonte de rádio pulsante foi detectada comprovando que tal fenômeno era de fato uma emissão natural de rádio, e essa fonte é denominada de Pulsar.

Os Pulsares são estrelas de nêutrons magnetizadas que parecem emitir pulsos curtos periódicos de radiação de rádio, analogamente comparados a um farol pois ao emitir os feixes rotativos de radiação na direção do observador aparentam piscar, entretanto não são estrelas pulsantes. Esses objetos amostram condições físicas extremas como densidades altas, campos magnéticos elevados etc. Além do mais são excelentes em testes

de relatividade geral e possíveis candidatos na detecção de ondas gravitacionais.

Esta dissertação é um trabalho teórico preliminar para que a colaboração BINGO possa preparar as estratégias de monitoramento de pulsares. Diante deste contexto, o objetivo é trazer alguns princípios teóricos básicos para ajudar na compreensão dos pulsares. Portanto, para esta dissertação foi realizada uma revisão bibliográfica sobre tais conteúdos, definidos por quatro capítulos.

No primeiro capítulo, tratamos de conceitos fundamentais sobre a Radiação Eletromagnética, onde será abordado a definição conceitual e matemática das ondas eletromagnéticas a partir das equações de Maxwell, e um pouco sobre o espectro eletromagnético da luz. Ainda no mesmo capítulo, terá uma breve revisão de Radiação de Corpo Negro, abordando algumas das principais características da natureza quântica da radiação, como a intensidade proporcional à temperatura dada pela Lei de Stefan-Boltzmann; a relação da temperatura e o comprimento de onda com a Lei de Wien; o comportamento estranho da distribuição de Rayleigh-Jeans e por fim as decisivas contribuições da Lei de Plank.

No segundo capítulo, mostramos alguns aspectos a cerca de um radiotelescópio, tanto de conceitos quanto da estrutura física. A parte estrutural contemplamos com as descrições físicas das partes que compõem um radiotelescópio (antenas, refletores, receptores). Os conceitos estão relacionados ao funcionamento externo e interno, desde a captura das ondas eletromagnéticas proporcionada pelo conjunto antena e refletor, até o armazenamento dos dados logo após de passar pelo processo interno dos receptores. Também abordamos algumas adversidades intrínsecas que são características em um radiotelescópio, que são elas a temperatura e o ruído dos componentes internos, além de um agente externo que atrapalham as observações, as interferências de radiofrequência (RFI). E por fim, informações gerais sobre o radiotelescópio BINGO e a linha de 21 cm do Hidrogênio.

No capítulo três, contemplamos algumas características gerais sobre as estrelas com o foco nas quatro equações que descrevem-na, começando com a evolução estelar, onde exibindo um pouco da sua formação e possíveis finais (anãs-brancas, estrelas de nêutrons ou buracos negros). Depois partimos para a definição de estado de equilíbrio que nos fornecerá duas das quatro equações tais como a da conservação da massa e do equilíbrio hidrostático. Uma breve revisão da distribuição de Fermi-Dirac de forma introdutória que estabelece conceitos chaves para seguir nas seções: equação de estado e anãs-brancas e o limite de Chandrasekhar. As últimas duas partes abordam os processos mais internos de uma estrela, a questão do transporte de energia que pode ser dada pelas formas radiativa, condutiva e convectiva. E os processos termonucleares dadas pelas reações nucleares dentro do núcleo de onde teremos as outras duas equações.

No quarto e último capítulo, abordamos aspectos e particularidades dos pulsares, que são estrelas de nêutrons. Inicialmente discutimos um pouco sobre a história de

sua origem e descoberta. Posteriormente apresentamos uma série de definições de suas propriedades físicas com destaque no período de rotação, comportamento, meios de detecção etc. O período de rotação será de extrema importância, pois todas as outras quantidades físicas serão dadas em função desse período. Apresentamos a técnica de obtenção dos pulsos denominada do inglês de *Pulsar Timing*. Esta técnica depende de algo chamado de *time of arrival* (TOA), que são os tempos de chegada dos pulsos de rádio advindo dos pulsares. Mostramos também algumas correções que devem ser feitas para o cálculo preciso das TOAs em relação ao baricentro do sistema solar. Comentamos a importância dos pulsos incrivelmente periódicos, a utilidade dos pulsares como relógios de extrema precisão e que poderiam ser usados na detecção de ondas gravitacionais.

Por fim, temos as considerações finais da realização desta dissertação e as perspectivas de continuação do estudo de Pulsares de acordo com as informações contidas neste trabalho.

2 Radiação Eletromagnética

2.1 Ondas Eletromagnéticas

As leis da física nos dizem que um campo magnético deve acompanhar todas as mudanças no campo elétrico. Os campos magnéticos governam a influência de objetos magnetizados um sobre o outro, assim como os campos elétricos governam as interações entre as partículas carregadas. Os campos magnéticos também exercem forças sobre o movimento de cargas elétricas, por outro lado, cargas móveis criam campos magnéticos. Em resumo, os campos elétrico e magnético estão completamente ligados um ao outro: uma mudança em um deles cria necessariamente o outro [1].

A figura 1 mostra a perturbação produzida pelo movimento de vibração de um elétron, que na verdade consiste em campos elétricos e magnéticos vibrantes movendo-se juntos. Além disso, esses campos são perpendiculares um ao outro e à direção na qual a onda está viajando. Os campos não existem como entidades independentes, são aspectos diferentes que constituem o eletromagnetismo. Portanto, eles definem uma onda eletromagnética que transporta energia e informações de uma parte do Universo para outra.

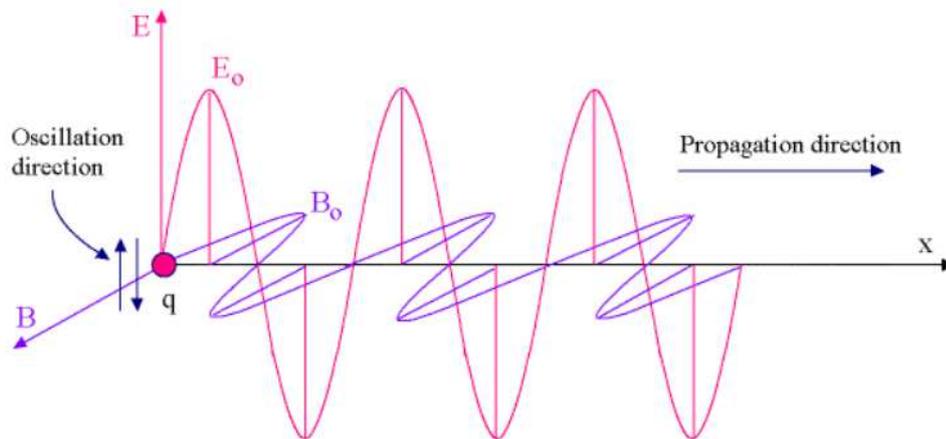


Figura 1 – Representação de uma onda eletromagnética. Disponível em: (<http://www.pstcc.edu/departments/natural-behavioral-sciences/Web20Physics/Chapter24.htm>)

Uma das principais consequências das equações de Maxwell é a previsão da existência de ondas eletromagnéticas relacionadas com as variações entre os campos elétrico e magnético. Praticamente tudo que sabemos sobre o Universo foi obtido a partir de uma análise cuidadosa da radiação eletromagnética recebida de longe. Nosso entendimento

depende completamente de nossa capacidade de decifrar esse fluxo constante de dados que nos chega do espaço [1].

As ondas eletromagnéticas possuem equações que as descrevem. Supondo que tais ondas propague-se no vácuo e que não haja interação com cargas livres nem correntes elétricas [5], podemos calcular a equação da onda utilizando as equações de Maxwell cujas formas são

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0; \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0; \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Vamos agora utilizar a equação (2.3) e aplicar o rotacional em ambos os lados ficando assim

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Usando a identidade do cálculo vetorial de derivadas segundas

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}. \quad (2.6)$$

Agora igualando os resultados das equações (2.5) e (2.6), teremos

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (2.7)$$

Podemos trocar de posição a derivada parcial temporal pois ela é independente da derivada espacial, e substituindo a equação (2.1) na equação (2.7) obtemos

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B}). \quad (2.8)$$

Por fim, usaremos a equação (2.4) fazendo a substituição

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad (2.9)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.10)$$

Podemos fazer o mesmo procedimento para a equação que contém o rotacional do campo magnético, que terá como resultado uma equação idêntica, porém, para o campo magnético. Observe que a estrutura desta equação é similar a equação de uma onda, cuja velocidade de propagação é dada por

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cong 2,99792 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (2.11)$$

tratando-se da velocidade da luz no vácuo. Note que μ_0 e ϵ_0 são valores puramente da natureza eletromagnética. Maxwell em 1862 escreveu em seu trabalho:

"A velocidade das ondas transversais em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos eletromagnéticos dos Srs. Kohlrausch e Weber, concorda tão exatamente com a velocidade da luz, calculada pelos experimentos óticos do Sr. Fizeau, que é difícil evitar a inferência de que a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos" [6]. Constatamos assim, que a luz é uma onda eletromagnética.

Mas nessa época não existia essa identificação da luz com ondas eletromagnéticas, só a partir de 1887 houve um experimento que comprovasse tal afirmação [5]. Essa experiência foi feita por Heinrich Hertz, que produziu as ondas de rádio. Hertz conseguiu realizar verificações de alguns fenômenos acerca das ondas de rádio que se assemelhavam com a luz, reforçando mais ainda as evidências da comprovação que ambas eram ondas eletromagnéticas.

Este foi um dos grandes marcos na Física, áreas que antes eram diferentes passando a ser unificadas pelo eletromagnetismo. A unificação realizada por Maxwell foi ainda mais longe e permitiu que a ótica se tornasse um ramo do eletromagnetismo [6].

2.2 Espectro eletromagnético

Antes de 1800, os cientistas estavam divididos em suas opiniões sobre a natureza da luz. Alguns pensavam que a luz era um fenômeno de onda (na época o eletromagnetismo era desconhecido), enquanto outros sustentavam que a luz era um fluxo de partículas que se moviam em linhas retas. Mas na virada do século XIX, houve uma série de descobertas sobre o comportamento da radiação e da matéria em escalas atômicas, que não podiam ser explicadas classicamente. Então, tiveram que mudar o paradigma. A teoria moderna

da radiação tem uma mistura da visão clássica e quântica, como, por exemplo, a natureza dupla da luz significa que seu comportamento pode ser descrito como uma onda e como uma partícula (chamada fóton) [1].

A figura 2 apresenta toda a faixa da radiação eletromagnética. Veja que as características que distinguem uma da outra é o comprimento de onda, ou a frequência. É importante observar que a energia cresce na medida que a frequência cresce, ou seja, a energia está diretamente ligada a frequência.

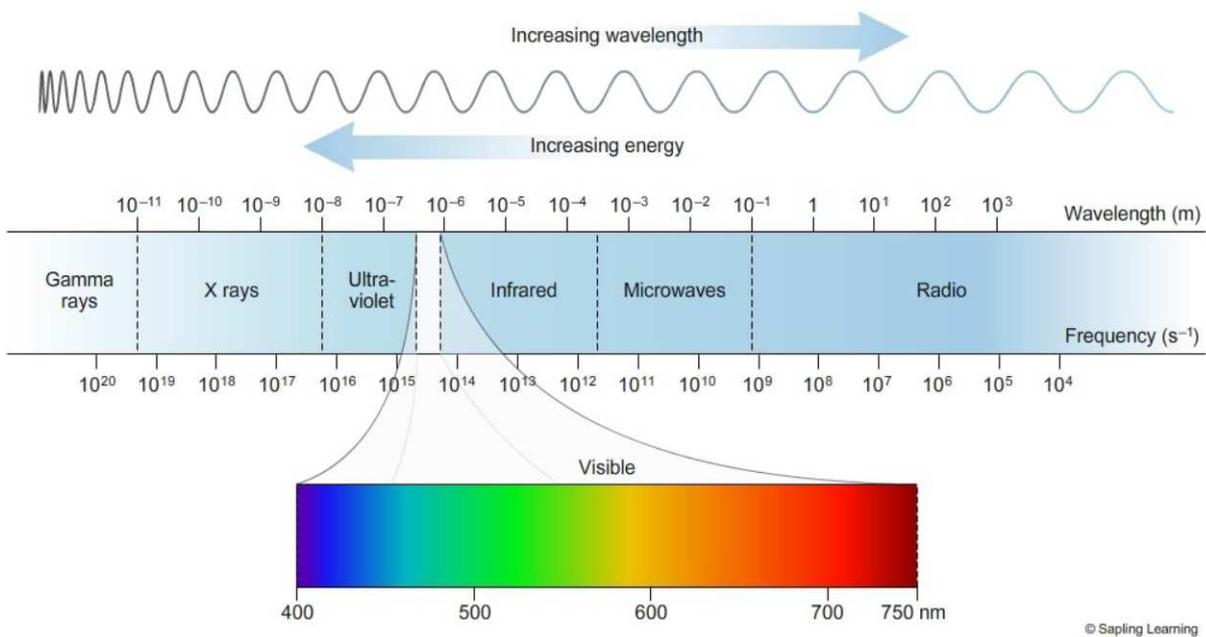


Figura 2 – Ilustração das baixas frequências, passando pelo espectro visível até as altas frequências. Disponível em: <<https://sites.google.com/site/chempendix/em-spectrum>>

No lado direito do espectro visível encontram-se as radiações de baixa frequência: o rádio, micro-ondas e a radiação infravermelha. As frequências de rádio incluem radar e as conhecidas bandas AM, FM e TV. Ao lado esquerdo do espectro visível estão as frequências mais altas (comprimentos de onda mais curtos) são elas: radiação ultravioleta, raios-X e raios gama. Essas frequências muito altas são prejudiciais ao ser humano se houver exposição de forma imprudente. A radiação ultravioleta, está logo após a fronteira do espectro visível podendo ocasionar queimaduras. Os raios de menor comprimento de onda, são capazes de penetrar no tecido humano e revelar o estado de nosso interior sem recorrer à cirurgia. Os raios gama são a radiação de menor comprimento de onda. Eles são frequentemente associados à radioatividade e são invariavelmente prejudiciais às células vivas [1].

2.3 Radiação de corpo negro

A primeira pista da natureza quântica da radiação veio do estudo da radiação térmica emitida por corpos opacos. Quando a radiação cai sobre um corpo opaco, parte dela é refletida e o restante é absorvido. Corpos claros refletem a maior parte da radiação visível incidente sobre eles, enquanto corpos escuros absorvem a maior parte [7]. Todos os objetos macroscópicos emitem radiação o tempo todo, independentemente do tamanho, forma ou composição química [1].

A radiação absorvida pelo corpo aumenta a energia cinética dos átomos constituintes, que oscilam sobre suas posições de equilíbrio. Como a energia cinética translacional média dos átomos determina a temperatura do corpo, a energia absorvida faz com que a temperatura suba, ou seja, quanto maior for a temperatura, mais rapidamente suas partículas componentes se movem e mais energia elas irradiam. No entanto, os átomos contêm cargas (os elétrons) e são acelerados pelas oscilações. Consequentemente, conforme exigido pela teoria eletromagnética, os átomos emitem radiação eletromagnética, o que reduz a energia cinética das oscilações e tende a reduzir a temperatura. Quando a taxa de absorção é igual à taxa de emissão, a temperatura é constante e dizemos que o corpo está em equilíbrio térmico com o ambiente. Um bom absorvedor de radiação também é, portanto, um bom emissor [7]. A radiação eletromagnética emitida nessas circunstâncias é chamada radiação térmica.

Em baixas temperaturas, um sólido é visto por refração da luz, entretanto, para temperaturas altas eles podem emitir luz visível. Estrelas, carvão em brasa, metal superaquecido, são alguns objetos que irradiam no visível [8]. A energia irradiada por um objeto aquecido a uma temperatura T , em termos da frequência, é descrita em termos de uma distribuição espectral I_ν . É possível determinar a intensidade luminosa emitida entre os intervalos ν e $\nu + d\nu$ através da relação

$$I = \int_0^\infty I_\nu(\nu) d\nu. \quad (2.12)$$

A distribuição também pode ser descrita em função do comprimento de onda λ tal que

$$I = \int_0^\infty I_\nu(\nu) d\nu = \int_0^\infty I_\lambda(\lambda) d\lambda. \quad (2.13)$$

Podemos transformar a integração de ν para λ da seguinte forma

$$I = \int_0^\infty I_\nu(\nu) d\nu = \int_\infty^0 I_\nu(\nu) \frac{d\nu}{d\lambda} d\lambda = - \int_0^\infty I_\nu(\nu) \frac{d\nu}{d\lambda} d\lambda. \quad (2.14)$$

Os limites de integração foram invertidos pela dependência inversa entre ν e λ . Comparando a equação (2.13) com a equação (2.14) temos

$$I_\lambda(\lambda) = -I_\nu(\nu) \frac{d\nu}{d\lambda} = I_\nu(\nu) \frac{c}{\lambda^2}, \quad (2.15)$$

$$F_\lambda(\lambda) = F_\nu(\nu) \frac{c}{\lambda^2}. \quad (2.16)$$

Sendo a função F a forma geral para qualquer função que represente uma relação de dependência entre ν e λ .

Em 1879, Josef Stefan, usando argumentos empíricos, que mais tarde foram demonstrados teoricamente por Ludwig Edward Boltzmann [8], concluiu que a intensidade total I_c emitida por uma cavidade aquecida, a uma temperatura T , é dada por

$$I_c = \sigma T^4, \quad (2.17)$$

onde $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ é uma constante universal chamada de constante de Stefan-Boltzmann, e a equação (2.17) é a Lei de Stefan-Boltzmann. Objetos que não são corpos negros ideais irradiam energia por unidade de área a uma taxa menor que a de um corpo negro na mesma temperatura. Para esses objetos, a taxa depende de propriedades além da temperatura, como cor e composição da superfície. Os efeitos dessas dependências são combinados em um fator chamado emissividade, então, a equação (38) é reescrita como

$$I = eI_c = e\sigma T^4, \quad (2.18)$$

onde e é a emissividade do sólido, que dependendo do material e da temperatura pode variar entre 0 e 1.

A figura 3 mostra as distribuições espectrais da intensidade de corpo negro para diferentes temperaturas. Dois físicos alemães, Otto Richard Lummer e Ernest Pringsheim, foram os primeiros a fazer medidas precisas experimentalmente [9].

Em 1893, Wilhelm Jan Wien, tinha mostrado que o valor máximo do comprimento de onda, λ_{max} é inversamente proporcional a T de forma que [8]

$$\lambda_{max} \propto \frac{1}{T}, \quad (2.19)$$

$$\lambda_{max} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m K} \quad (2.20)$$

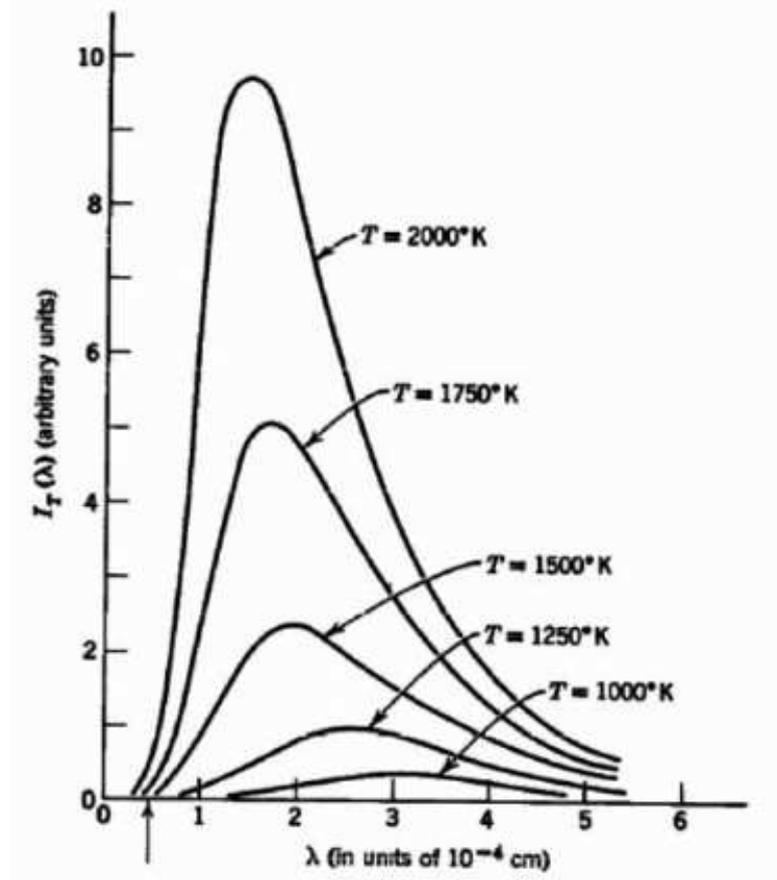


Figura 3 – Distribuição espectral da intensidade $I_\lambda(\lambda)$ em termos de λ e da temperatura T . Os máximos dessas distribuições, são os comprimentos de onda máximos ou frequências máximas se visto pela relação $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Fonte: [9]

De forma mais direta, a lei de Wien nos diz que quanto maior a temperatura do objeto, menor será seu comprimento de onda. Como exemplo ilustrativo, destacamos um objeto com temperatura de 600 K, a emissão deste objeto atingiria o pico em um comprimento de onda de 4800 nm, na parte infravermelha do espectro. A uma temperatura de 60.000 K, o pico passaria por todo o espectro visível até um comprimento de onda de 48 nm, onde estaria bem na faixa do ultravioleta [1]. Essa relação ficou conhecida como a lei de deslocamento de Wien, onde esse valor é a constante de deslocamento de Wien.

2.4 A teoria de Rayleigh-Jeans

As descobertas de Wien desempenharam o papel importante permitindo que todos os espectros de corpos negros medidos em diferentes temperaturas fossem discutidos teoricamente em termos de uma função, mas não fornece uma teoria completa do comportamento do sistema [9]. A razão é que esse argumento baseia-se em princípios gerais que se aplicam a todos os sistemas físicos, mas não envolvem os detalhes da composição do sistema específico, onde a função deveria considerar algumas das propriedades detalhadas

de um corpo negro.

Nos anos iniciais do século XX, John Strutt Rayleigh e James Hopwood Jeans, basearam-se na teoria clássica a fim de estudarem a densidade de energia da radiação de corpo negro, porém, a teoria teve algumas divergências experimentais. O comportamento espectral da radiação de corpo negro pode ser representado por $I_\lambda(\lambda)$, porém, neste caso é melhor representá-lo como densidade de energia $u_\lambda(\lambda)$, de tal forma que a expressão fique

$$I_\lambda(\lambda) = \frac{c}{4}u_\lambda(\lambda) \quad (2.21)$$

ou

$$I_\nu(\nu) = \frac{c}{4}u_\nu(\nu) \quad (2.22)$$

esta que agora se encontra em termos da frequência ν .

A função de distribuição da densidade de energia pode ser calculada a partir da física clássica de maneira direta. Para Rayleigh a intensidade da radiação térmica era proporcional aos tons normais de vibração dos osciladores moleculares [10], ou modos de vibração.

Considere uma cavidade de corpo negro à temperatura T na forma de um cubo de lado L , onde as paredes emitem radiação eletromagnética térmica. No equilíbrio térmico, essa radiação possui um espectro característico dessa temperatura T . Além disso, no equilíbrio, a radiação eletromagnética no interior da cavidade está na forma de ondas estacionárias com nós nas superfícies. Rayleigh e Jeans calcularam o número de ondas estacionárias nas superfícies da cavidade no intervalo de comprimento de onda λ e $\lambda + d\lambda$ e a energia média dessas ondas (a energia é avaliada a partir da teoria da mecânica estatística) [9]. A densidade de energia pode ser calculada como sendo o número de ondas estacionárias no intervalo, multiplicado pela energia média das ondas, divididas pelo volume da cavidade V , ficando da seguinte forma

$$u_\nu(\nu)d\nu = \frac{n_\nu d\nu}{V} \langle E \rangle. \quad (2.23)$$

A função $n_\nu(\nu)$ é a densidade de estados eletromagnéticos e depende apenas do volume da cavidade e não da forma. Para calcular os modos eletromagnéticos retidos no interior da cavidade, pode-se basear no eletromagnetismo clássico, pois as ondas

estacionárias satisfazem as equações de Maxwell. A forma calculada de $n_\nu(\nu)$ é dada por

$$n_\nu(\nu)d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu, \quad (2.24)$$

juntando este resultado com a equação (2.23) temos

$$u_\nu(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \langle E \rangle \nu^2 d\nu. \quad (2.25)$$

Precisamos agora, calcular o termo $\langle E \rangle$, que é a energia média dos modos no interior da cavidade. Para um sistema de partículas de gás em equilíbrio térmico a energia média por grau de liberdade é $\frac{1}{2}k_B T$ [9] (no caso em questão, tem-se apenas um grau de liberdade), onde k_B é a constante de Boltzmann. Esse é o princípio da equipartição de energia, válido para qualquer sistema clássico. Para qualquer entidade na qual a única "coordenada" efetue oscilações harmônicas simples, a energia total média é duas vezes a energia cinética média, portanto, resultando em

$$\langle E \rangle = k_B T. \quad (2.26)$$

Então, substituindo essa relação na equação (2.25) temos

$$u_\nu(\nu)d\nu = \frac{8\pi k_B T}{c^3} \nu^2 d\nu, \quad (2.27)$$

em termos do comprimento de onda λ , a equação se torna

$$u_\lambda(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4} d\lambda, \quad (2.28)$$

integrando para todo os comprimentos de onda, obtemos

$$\int_0^\infty u_\lambda(\lambda)d\lambda = 8\pi k_B T \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \frac{8\pi k_B T}{3} \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\lambda^3} \right). \quad (2.29)$$

Essa é distribuição espectral de Rayleigh-Jeans para a radiação de corpo negro. No entanto, o espectro de Rayleigh-Jeans está em total desacordo com os dados experimentais. No limite de comprimentos de onda longos (baixos valores de frequência), o espectro Rayleigh-Jeans se aproxima dos resultados experimentais, entretanto, na medida que $\lambda \rightarrow 0$, a teoria deles dizem que $u_\lambda(\lambda) \rightarrow \infty$, enquanto o experimento mostra que $u_\lambda(\lambda)$ sempre mantém um valor finito e igual a zero para $\lambda = 0$. A figura 4 mostra este comportamento estranho da distribuição Rayleigh-Jeans, conhecido na física como catástrofe do ultravioleta [9].

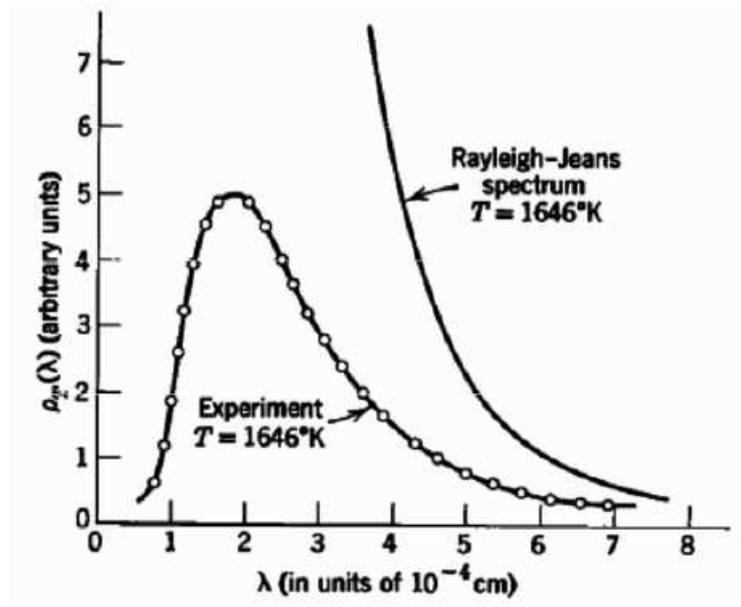


Figura 4 – Comparativo entre experimento e teoria. Fonte: [9]

2.5 Lei de Planck

A discrepância entre experimento e teoria levou Max Karl Ernest Ludwig Planck, em 1901 a tentar solucionar as inconsistências presentes até aquele momento no espectro de radiação de corpo negro [9][8]. Planck não encontrou nenhum erro em relação aos cálculos de Rayleigh, então, ele utilizou a proposta probabilística de Boltzmann para o cálculo da entropia dos osciladores com frequência ν [10]. Planck teve que introduzir um postulado na sua lei da radiação do corpo negro que permitiu a derivação de uma equação para todo o espectro de radiação. O postulado diz que:

Qualquer entidade física cuja única "coordenada" execute oscilações harmônicas simples (isto é, uma função sinusoidal do tempo) pode possuir apenas energias totais E que satisfazem a relação [9]

$$E = nh\nu. \quad (2.30)$$

onde ν é a frequência da oscilação, h é uma constante universal e $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

A energia que obedece ao postulado de Planck é quantizada, os estados de energia permitidos são chamados de estados quânticos e n é chamado de número quântico.

Planck assumiu valores discretos para a média de energia E , em que $n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$. Então, a distribuição de probabilidade de Boltzmann ainda se aplica e é descrita da

seguinte forma

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} EP(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)}. \quad (2.31)$$

onde $P(E)$ é a distribuição de Maxwell-Boltzmann e é dada por $P(E) = Ae^{-E/k_B T}$

Reescrevendo a equação em função da distribuição de Maxwell-Boltzmann (2.31)

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu Ae^{-nh\nu/k_B T}}{\sum_{n=0}^{\infty} Ae^{-nh\nu/k_B T}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\alpha nh\nu}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nh\nu}}, \quad (2.32)$$

onde $\alpha = \frac{1}{k_B T}$. Também podemos escrever a equação anterior na forma

$$\langle E \rangle = -\frac{d}{d\alpha} \ln \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nh\nu}. \quad (2.33)$$

desenvolvendo o somatório temos

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nh\nu} = 1 + e^{-\alpha h\nu} + e^{-2\alpha h\nu} + e^{-3\alpha h\nu} + \dots \quad (2.34)$$

Observe que se expandirmos a função $(1-x)^{-1}$ vamos obter o seguinte

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots \quad (2.35)$$

Então, comparando as duas situações e fizermos $x = e^{-\alpha h\nu}$ vamos ter

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\alpha nh\nu} = (1-x)^{-1}. \quad (2.36)$$

Podemos substituir o resultado obtido anteriormente na equação (2.33), assim, a energia média se torna

$$\langle E \rangle = \frac{d}{d\alpha} \ln(1 - e^{-\alpha h\nu})^{-1} = \frac{h\nu e^{-\alpha h\nu}}{1 - e^{-\alpha h\nu}} = \frac{h\nu}{e^{\alpha h\nu} - 1} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}. \quad (2.37)$$

Substituindo o resultado da equação (2.37) na equação (2.23), obtém-se

$$u_\nu(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \langle E \rangle \nu^2 d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu, \quad (2.38)$$

ou em termos de λ

$$u_{\lambda}(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} d\lambda. \quad (2.39)$$

Essa é a distribuição espectral de corpo negro derivada por Planck. A função envolve a constante h , seu valor pode ser determinado ajustando a função com os dados experimentais

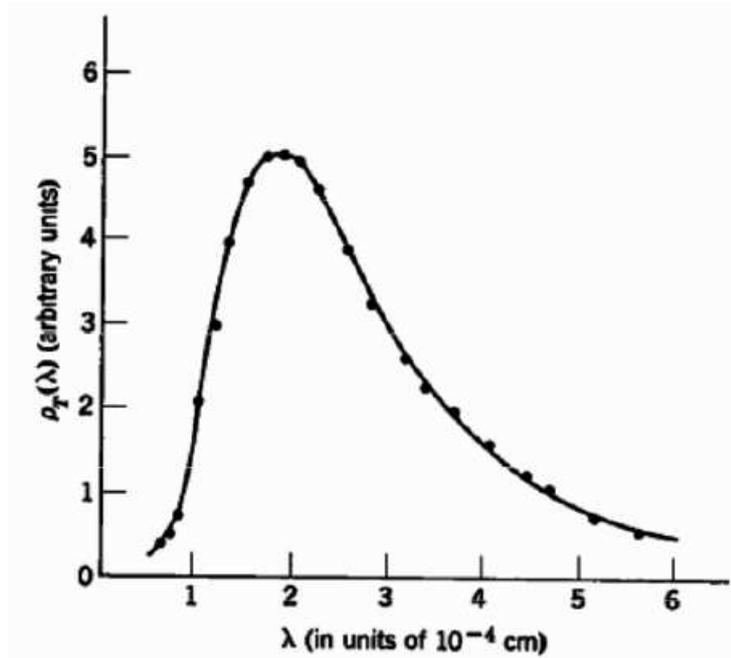


Figura 5 – Comparação do modelo de Planck com os dados experimentais. Fonte: [9]

No dia 14 de dezembro de 1900, Planck mostrou a derivação de sua lei para a radiação do corpo negro em uma reunião da Sociedade Física Alemã, considerado o aniversário da teoria quântica [11]. A constante h o que parecia ser apenas um artifício matemático, tem um valor finito [10] de $h = 6.63 \times 10^{-34} J.s$ no Sistema Internacional de unidades.

A relação de deslocamento de Wien e a lei de Stefan-Boltzmann podem ser obtidas da lei de radiação de Planck. Para obter a lei de Stefan-Boltzmann basta integrarmos a lei da radiação de Planck para todas as frequências, ou seja,

$$I_{\nu}(\nu) = \frac{c}{4} u_{\nu}(\nu) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1}, \quad (2.40)$$

$$I_c = \int_0^{\infty} I_{\nu}(\nu) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu. \quad (2.41)$$

Fazendo uma mudança da variável ν para uma variável arbitrária α

$$\alpha = \frac{h\nu}{k_B T} \Rightarrow \nu = \frac{k_B T \alpha}{h}; \quad (2.42)$$

$$d\nu = \frac{k_B T}{h} d\alpha, \quad (2.43)$$

e substituindo na equação (2.41)

$$I_c = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{\alpha^3}{e^\alpha - 1} d\alpha. \quad (2.44)$$

Essa integral é tabelada e tem como resultado

$$\int_0^\infty \frac{\alpha^3}{e^\alpha - 1} d\alpha = \frac{\pi^4}{15}, \quad (2.45)$$

portanto

$$I_c = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \frac{\pi^4}{15}; \quad (2.46)$$

$$I_c = \sigma T^4; \quad (2.47)$$

onde $\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}$ é a constante de Stefan-Boltzmann[8].

A relação de deslocamento de Wien, é obtida derivando a lei de radiação de Planck e igualando a zero encontrando o máximo da função, ou seja,

$$\frac{\partial I_c}{\partial \lambda} = 2\pi h c^2 \left[-\frac{5}{\lambda^6} \left(\frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \right) + \frac{hc}{\lambda^7 k_B T} \left(\frac{e^{hc/\lambda k_B T}}{(e^{hc/\lambda k_B T} - 1)^2} \right) \right], \quad (2.48)$$

igualando o resultado a zero

$$\frac{2\pi h c^2}{\lambda^6 e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \left[\frac{hc}{\lambda k_B T} \left(\frac{e^{hc/\lambda k_B T}}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \right) - 5 \right] = 0. \quad (2.49)$$

A quantidade fora dos colchetes é uma quantidade maior que zero, portanto, para que seja válido a igualdade o termo dentro dos colchetes tem que ser zero. Fazendo $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$ temos

$$x \frac{e^x}{e^x - 1} - 5 = 0. \quad (2.50)$$

Esta é uma equação do tipo transcendental, que apenas pode ser resolvida numericamente. A solução desta equação nos traz como resultado $x \cong 4,9651$ [12], então, o comprimento de onda λ_{max}

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{xk_B T} = \frac{2.897 \times 10^{-3} \text{ m K}}{T}. \quad (2.51)$$

De forma análoga, pode-se fazer para a expressão da lei de radiação de Planck em termos da frequência ν_{max} , tendo o resultado

$$\nu_{max} = 5.879 \times 10^{10} \text{ T s}^{-1}/K. \quad (2.52)$$

É importante salientar que a função $\nu = \frac{c}{\lambda}$ não funciona para esse caso, isto é, não se pode fazer a relação $\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}}$, pois $I_\lambda(\lambda)$ é diferente de $I_\nu(\nu)$ [13].

3 Radiotelescópio

3.1 Estrutura de um Radiotelescópio

O componente de um radiotelescópio responsável por coletar os sinais de rádio é frequentemente referido como antena ou refletor. Uma antena é um dispositivo que acopla ondas eletromagnéticas no espaço livre e confina essas ondas em uma linha de transmissão, enquanto refletores são responsáveis por coletar e concentrar a radiação. A maioria dos radiotelescópios grandes usa um refletor como o primeiro elemento, mas eles ainda precisam de uma antena para acoplar as ondas eletromagnéticas em uma linha de transmissão, que as carregam para o receptor. As palavras *prato* e *feed*, podem ser usadas para se referir ao refletor e à antena, respectivamente [14].

Os pratos da maioria dos radiotelescópios têm formatos parabólicos, esta forma faz com que todas as ondas eletromagnéticas emitidas pela fonte astronômica, se aproximem do prato na direção perpendicular ao plano de entrada e cheguem a um único ponto, conhecido como o foco do telescópio [14]. O refletor parabólico tem um plano focal e não apenas um único foco. No plano focal de um radiotelescópio estão as cornetas de alimentação, que convertem as ondas eletromagnéticas do espaço livre em linhas de transmissão, através das quais o sinal é enviado para os receptores.

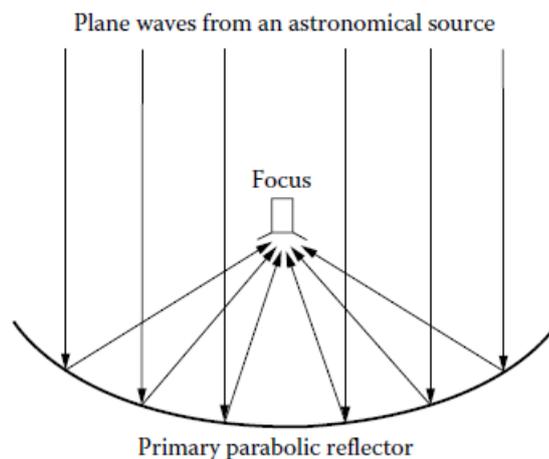


Figura 6 – Representação das ondas eletromagnéticas chegando de forma paralela, refletindo no prato e direcionando ao ponto focal. Fonte: [14]

O telescópio representado abaixo é chamado de telescópio de foco principal pois os receptores são colocados no foco do refletor primário. Essa configuração pode apresentar alguns problemas na acessibilidade dos receptores no momento em que o radiotelescópio

estiver apontado para o céu. Então, a maioria dos telescópios são do tipo Cassegrain¹. Para este tipo de telescópio, existe um segundo refletor que está localizado antes do plano focal do refletor primário que irá redirecionar as ondas eletromagnéticas para outro ponto focal, que pode encontrar-se atrás ou no vértice do refletor primário [14]. A figura 7 representa o processo que ocorre numa Cassegrain

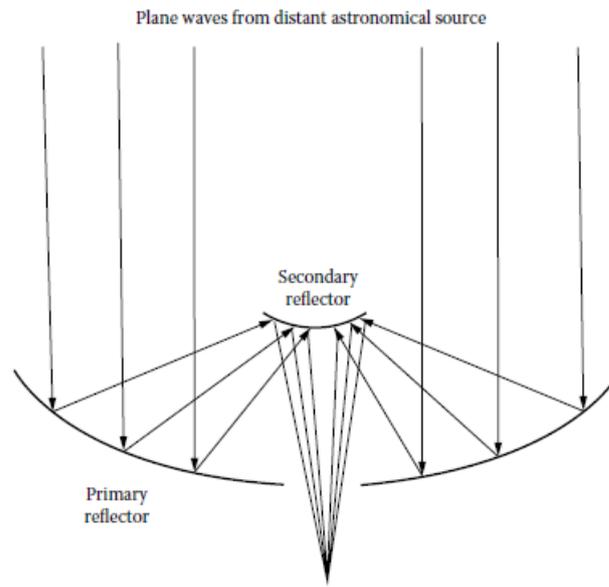


Figura 7 – Representação de uma Cassegrain. O refletor secundário com formato hiperbólico refletindo as ondas eletromagnéticas para o ponto focal contido por atrás do refletor primário. Fonte: [14]

O refletor primário tem a função de coletar e focalizar a radiação de fontes astronômicas, tornando as fontes fracas mais detectáveis. A quantidade de radiação coletada depende da área efetiva do telescópio A_{eff} , que está relacionada com a área do refletor primário. Quanto maior a área física do refletor, mais energia é coletada de uma fonte astronômica e fontes mais fracas podem ser detectadas. Vários fatores afetam a quantidade de radiação que entra no receptor e, portanto, a área efetiva de um radiotelescópio é sempre menor que sua área geométrica [14]. A potência P da radiação coletada de uma fonte astronômica de densidade de fluxo F_ν é dada por

$$P = F_\nu A_{eff} \Delta\nu. \quad (3.1)$$

onde $\Delta\nu$ é o intervalo de frequências detectado.

¹ O nome Cassegrain está associado à configuração óptica do chamado telescópio Cassegrain, o tipo mais utilizado no mundo, criado pelo francês Laurent Cassegrain [15]

3.2 Receptores heteródinos

A função dos receptores do radiotelescópio são de definir a faixa de frequência, ou banda passante, sobre a qual a energia recebida será coletada e produzir um sinal proporcional à energia coletada. Os componentes que compõem um receptor geralmente são divididos entre duas seções separadas: receptor *front – end* e receptor *back – end* [14]. A figura 8 mostra o esquema da composição dos termos citados

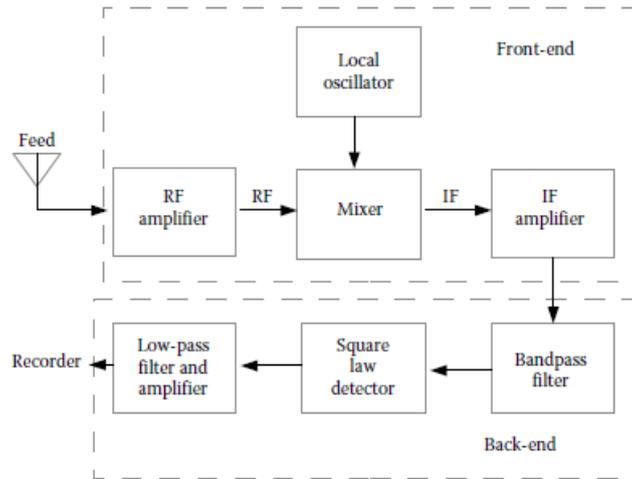


Figura 8 – Esquematização das partes *front – end* e *back – end* de um receptor. Fonte: [14]

3.2.1 Front-end

Os componentes do receptor *front – end* executam várias funções importantes de processamento de sinal. O primeiro elemento no receptor é geralmente um amplificador, cuja função é aumentar a amplitude das ondas de rádio. Idealmente, um amplificador apenas aumenta a amplitude da onda eletromagnética, entretanto, também apresenta ruído [14]. Um amplificador é caracterizado por seu ganho de potência, G , definido por

$$G \equiv \frac{P_{out}}{P_{in}}. \quad (3.2)$$

O ganho de potência de um amplificador é geralmente expresso em unidades logarítmicas chamadas decibéis (dB), que estão relacionadas ao ganho real por

$$G(dB) = 10 \log_{10} G. \quad (3.3)$$

Essa maneira é conveniente de expressar o ganho total quando há vários amplificadores envolvidos. Por exemplo, se temos dois amplificadores em sucessão, a saída do primeiro é amplificada pelo segundo. Se o ganho no primeiro amplificador for G_1 e o do

segundo for G_2 , a amplificação total do sinal inicial será o produto G_1G_2 . Em termos de decibéis, a amplificação total se dá pela soma de $G_1(dB) + G_2(dB)$ [14].

Após a amplificação inicial, é essencial converter o sinal para uma frequência muito mais baixa, pois ondas eletromagnéticas de frequência mais alta têm maior perda de energia na linha de transmissão, além de que componentes para frequências altas são caras e complicadas de construir. A conversão para outra frequência é realizada pelo mixer, onde outro sinal de frequência ligeiramente diferente, criado pelo oscilador local (LO), que é usado para mudar o sinal de entrada.

Antes de sair do mixer, o sinal é enviado através de um filtro passa-baixo que bloqueia todas as altas frequências, permitindo que apenas baixas frequências continuem para processamento de sinal adicional. Assim, o mixer combina os sinais RF e LO e produz um sinal de IF (*Intermediate Frequency*), que carrega todas as informações espectrais que estavam no sinal de RF, apenas transformadas para uma faixa de frequência mais baixa dada por [14]

$$\nu_{IF} = \nu_{RF} \pm \nu_{LO}. \quad (3.4)$$

O mixer é seguido por um outro amplificador que é projetado para amplificar as ondas eletromagnéticas de frequência mais baixa, no caso as IFs. É importante declarar que caso um radiotelescópio seja usado para diferentes faixas de frequências ele terá que conter vários receptores e alimentação diferentes, pois quando se altera uma frequência de observação altera todo o conjunto de alimentação e receptores [14].

3.2.2 Back-end

A saída do *front – end* ainda é uma onda eletromagnética, apenas amplificada e traduzida para uma frequência mais baixa. Para detectar essas ondas, é medida a quantidade de energia que elas contêm. Antes da detecção, as ondas eletromagnéticas passam pelo filtro passa-banda, onde sua função é permitir a passagem de apenas uma faixa de frequência definida, enquanto as outras ondas são rejeitadas. A detecção da potência normalmente é realizada com um dispositivo chamado detector de lei quadrada, composto por um diodo de cristal ou um diodo semiconductor. Esses diodos produzem uma corrente proporcional ao quadrado do campo elétrico da onda eletromagnética de entrada e, portanto, proporcional à potência nas ondas de entrada [14]. Essa corrente passa através de uma determinada resistência e, pela lei de Ohm, a tensão resultante do detector também é proporcional à energia

$$V \propto E^2 \propto E_0^2 \cos^2(wt). \quad (3.5)$$

A saída do detector é então enviada para um filtro passa-baixo, que remove as variações de alta frequência enquanto preserva o sinal de corrente contínua, deixando apenas o fator proporcional a E_0^2 e, portanto, à potência [14]. Para um detector de lei quadrada, a tensão de saída é dada por

$$V = \alpha P. \quad (3.6)$$

onde P é a potência de entrada e α é a responsividade do detector, que é uma medida da função de transferência entre a potência ou fluxo do fóton do sinal de entrada e a saída do sinal elétrico do detector, geralmente expressas por volts/watts [16].

3.3 Receptores digitais

Uma alternativa aos receptores heteródinos de conversão direta é a amostragem direta do sinal de rádio de baixa frequência. Os conversores analógico-digitais modernos podem facilmente amostrar sinais na faixa de 10 a 300 MHz não havendo a necessidade de convertê-los para um IF . A correlação automática desse sinal digitalizado fornece seu espectro de potência, para que possamos medir a potência na banda observada diretamente a partir dos valores de tensão amostrados. Em comparação ao receptor heteródino, o receptor digital é mais simples, devido à ausência da parte analógica necessária para a conversão de frequência. Uma diferença é a presença de um filtro de RF entre a antena e o amplificador de RF . Sinais interferentes podem alcançar o amplificador de RF podendo não ter um sinal confiável da fonte astronômica. Esse tipo de receptor pode ser usado tanto para observações contínuas quanto para linhas espectrais [14]. A figura 9 mostra um diagrama desse tipo de receptor.

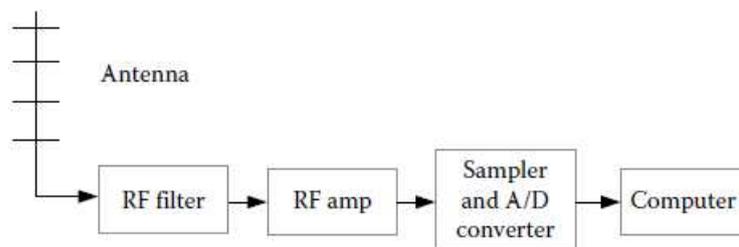


Figura 9 – Esquematização de um receptor digital. Fonte: [14]

Outro ponto importante a ser mencionado é que seus amplificadores de RF não precisam ser resfriados a temperaturas criogênicas, como os amplificadores de alta frequência. Isso reduz bastante a complexidade e o custo do receptor [14].

3.3.1 Ruído e temperaturas

Todos os componentes do receptor, principalmente os amplificadores, geram alguns sinais elétricos que não podem ser evitados chamados de ruído. O ruído atrapalha na medição da potência de radiação da fonte astronômica, pois a potência medida que sai do detector inclui este ruído que se propaga pelo receptor.

Esse tipo de ruído foi descoberto e medido pela primeira vez por John B. Johnson, em 1926[17]. O responsável por explicar essa descoberta foi Harry Nyquist, em 1928, onde derivou uma expressão por meio da termodinâmica e da mecânica estatística que se ajusta às medidas de Johnson[18]. Nyquist descobriu que um resistor no circuito adiciona ruído elétrico, ou seja, se comporta como um gerador de ruído e que depende apenas da temperatura do resistor [14]. Os radioastrônomos descrevem a potência que viaja nas linhas de transmissão e no receptor em termos da temperatura dada por

$$T = \frac{P}{k_B \Delta\nu}. \quad (3.7)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann e $\Delta\nu$ é a largura da banda da radiação com potência P .

A temperatura equivalente da potência que a antena entrega à linha de transmissão é chamada de temperatura da antena, representada por T_A . Da mesma forma, descrevemos a potência total do ruído pela temperatura do ruído, T_N , e cada componente do receptor é caracterizado por sua própria temperatura de ruído. Então, a potência final medida na saída do receptor depende da temperatura da antena e a temperatura do ruído de cada um dos componentes, entretanto, a temperatura equivalente da potência final não é a soma das temperaturas equivalentes de todas as fontes do processo. Em cada estágio, o sinal da fonte é amplificado ou reduzido por uma perda. Podemos usar o ganho, G , para cada etapa atribuindo $G > 1$ ao passar por um amplificador e $G < 1$ quando houver uma perda [14]. Ao chegar no detector a potência da radiação apresenta ganho líquido G é dado por

$$P = Gk_B \Delta\nu T_A. \quad (3.8)$$

Em particular, a temperatura do ruído de um amplificador é definida pela temperatura equivalente da potência do ruído amplificada junto com o sinal astronômico. Para exemplificar, digamos que o receptor tenha um amplificador com ganho G_1 e temperatura de ruído T_{N1} , a equação da potência seria

$$P = G_1 k_B \Delta\nu T_A + G_1 k_B \Delta\nu T_{N1} = G_1 k_B \Delta\nu (T_A + T_{N1}). \quad (3.9)$$

Caso haja dois amplificadores em sucessão, o primeiro já mencionado com G_1 e T_{N1} e o segundo por G_2 e T_{N2} . A potência total do ruído que sai do segundo amplificador é

$$P_N = G_1 G_2 k_B \Delta \nu T_{N1} + G_2 k_B \Delta \nu T_{N2}. \quad (3.10)$$

definindo em termos da temperatura total

$$P_N = G k_B \Delta \nu T_N, \quad (3.11)$$

onde $G = G_1 G_2$ que é o ganho total da sucessão dos amplificadores. A temperatura total é dada por

$$T_N = T_{N1} + \frac{T_{N2}}{G_1}. \quad (3.12)$$

De um caso mais geral, ou seja, para vários dispositivos em sequências o ganho e a temperatura total do ruído, são dados por

$$G = G_1 G_2 G_3 \dots G_n, \quad (3.13)$$

e

$$T_N = T_{N1} + \frac{T_{N2}}{G_1} + \frac{T_{N3}}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_{Nn}}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}. \quad (3.14)$$

O ruído total produzido por todos os componentes do receptor é chamado de temperatura do ruído do receptor, T_N [14].

É extremamente importante que o amplificador de RF tenha o máximo de ganho e o mínimo de ruído possível. O ruído do amplificador é amplamente térmico, então reduzir a temperatura do amplificador significa na possível redução do ruído. Portanto, a maioria dos receptores em telescópios é resfriada com geladeiras criogênicas para reduzir ainda mais o ruído [14].

A potência total que entra no detector é

$$P = G k_B \Delta \nu (T_A + T_N). \quad (3.15)$$

A temperatura da antena é definida antes da amplificação. Podemos também ter a relação da tensão que é dada por

$$V = \alpha G k_B \Delta \nu (T_A + T_N). \quad (3.16)$$

O que acontece na maioria dos casos, tanto das fontes astronômicas quanto para os receptores, é um $T_N \gg T_A$. Mesmo que o radiotelescópio aponte para um céu fora da fonte astronômica a potência do detector será diferente de zero por conta do ruído. Existem flutuações que limitam a sensibilidade de um radiotelescópio detectar fracas fontes astronômicas. E o estudo da variação da potência de ruído tem que ser levada em consideração. A variação é o desvio quadrado médio da média, σ indica o desvio padrão e σ^2 é a variação, a incerteza é igual à raiz quadrada da variação desse tipo de medição. A variação na medida da energia na radiação depende de dois efeitos: flutuações na taxa de chegada dos fótons e flutuações nas ondas. Então, depende de um efeito quântico e outro clássico [14]. Quando juntos incluídos nas estatísticas a variação vai depender de dois termos

$$\sigma^2 \propto n + n^2. \quad (3.17)$$

onde $n = \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}$ representando o número de fótons por modo.

Para mais frequências altas o primeiro termo é dominante e a incerteza se torna proporcional a raiz de n

$$\sigma \propto \sqrt{n}. \quad (3.18)$$

e para frequências mais baixas o termo quadrático domina

$$\sigma \propto n. \quad (3.19)$$

Nas frequências de rádio as energias dos fótons são tão baixas que as estatísticas caem no regime de ondas, a incerteza no número de fótons N é diretamente proporcional a N . Da mesma forma acontece com a potência medida

$$\sigma_P \propto P_N. \quad (3.20)$$

Em medidas envolvendo erros aleatórios, a incerteza na medida diminui por um fator igual à raiz quadrada do número de medidas. Da mesma forma, fazendo as medições por mais segundos ou aumentando a largura de banda, o número de medições realizadas durante um período de Δt e a largura de banda $\Delta\nu$ é dado por $\Delta t \Delta\nu$. Portanto, a incerteza na potência medida é

$$\sigma_P = \frac{P_N}{\sqrt{\Delta t \Delta\nu}}. \quad (3.21)$$

A potência medida é a do sinal da fonte astronômica e da potência total do ruído do receptor. Como a potência do ruído do receptor é geralmente muito maior que a da fonte astronômica, são as flutuações da potência do ruído que limitam a capacidade dos radiotelescópios para detectar uma fonte astronômica fraca [14]. Por esse motivo, é um parâmetro que deve ser levado em consideração e de muita importância.

3.3.2 RFI

Interferência de radiofrequência, representada pela sigla RFI (do inglês *Radio Frequency Interference*), é qualquer sinal capturado por um radiotelescópio que interfere nas ondas de rádio que desejamos detectar dos objetos astronômicos [2]. À medida que os radiotelescópios se tornam mais sensíveis, a RFI se torna um problema maior, então, vários métodos estão disponíveis para diminuir os efeitos dessa interferência. Os métodos mais óbvios são localizar o telescópio o mais longe possível da atividade humana e instalar filtros para manter os sinais interferentes fora do caminho do receptor.

O RFI pode ser interno e externo. O RFI interno é devido a todo o conjunto de dispositivos eletrônicos do radiotelescópio, pois alguns desses equipamentos emitem ondas de rádio [2]. O RFI externo é composto por todas as interferências geradas por fontes que estejam na Terra ou na órbita do planeta. Como o crescimento do uso do espectro de rádio nos meios de comunicação, então, as fontes de RFI podem estar desde um celular até aviões e satélites [2][19].

Com todo esse cenário, está cada vez mais difícil evitar interferências construindo telescópios em áreas silenciosas por rádio, pois locais que antes eram livres de RFI estão ficando inapropriados por causa da expansão das fontes nos arredores [2]. Os próprios observatórios de rádio já são, uma fonte significativa de RFI [3]. Existem técnicas para tentar impedir que o RFI afete as observações são chamadas de mitigação de RFI. Cada instalação de radiotelescópio possui um planejamento específico de mitigação de RFI, não há apenas um único conjunto de técnicas para a mitigação de RFI, pois cada radiotelescópio tem uma situação própria[20].

Uma mitigação eficaz dos sinais de RFI precisa ser de várias camadas usando diferentes métodos técnicos em diferentes locais no caminho do sistema. A necessidade de impedir que sinais de RFI entrem nos dados científicos começa desde antes que cheguem ao receptor, que implica, conhecer bem o ambiente físico do local e da região em relação as fontes e sinais de RFI. Também é importante agir no receptor como um tipo de método de pré-deteção, pois existe a presença de RFI interno e precisam ser reduzidos. Excisão digital e métodos de remoção de RFI, podem ser úteis antes e durante a correlação, assim como, novas aplicações digitais são usadas após a correlação e a integração dos dados [20]. E por fim, uma extração e sinalização dos dados astronômicos coletados com objetivo de eliminar os efeitos de RFI, entretanto, esta última opção pode afetar diretamente os dados

e conseqüentemente nos resultados [20].

Medidas legislativas garantem que os radioastrônomos terão proteção contra o avanço de sistemas de telecomunicações, sobre a área ao redor onde os radiotelescópios estão postos, com exceção apenas dos satélites que, infelizmente, são fontes de RFI [2].

Depois de coletar os dados, o próximo passo será detectar a RFI nesses dados. Os dados podem ser observados visualmente para encontrar a RFI, no entanto, é utilizado o processamento de sinais, pois é uma maneira automática de detecção. Um bom e eficaz algoritmo é essencial para evitar que os dados estejam sujeitos a RFI que não foram detectados ou descartar dados limpos de forma equivocada, isso implicaria em desperdício [2].

3.4 Refletor único

Ao apontar o radiotelescópio para uma fonte astronômica você terá uma quantidade de potência medida pelo detector, entretanto, essa potência é dominada pelo ruído dos receptores e externos. Resumindo não medidas são confiáveis.

Para determinar o que os astrônomos querem, é preciso subtrair a energia com ruído indesejada. Esse é um princípio fundamental das observações de rádio de prato único e todas essas observações necessitam da subtração do sinal de ruído. Isso é realizado pelo processo de comutação, no qual observa um pedaço de céu próximo que não contém a fonte astronômica e mede a potência. A medição de potência para a fonte é geralmente chamada de observação e a tensão medida é V_{on} , e a medição fora da fonte é chamada de observação desligada, com tensão igual a V_{off} [14].

Os radioastrônomos geralmente expressam a potência medida de uma fonte astronômica por sua temperatura equivalente denominada temperatura da antena T_A , a potência do ruído produzida pelos componentes do receptor do telescópio é referida como temperatura do ruído T_N . Juntando toda a energia indesejada é chamada de temperatura do sistema T_{sys} [14]. A tensão medida pelo detector em observação é dada por

$$V_{on} = \alpha G k_B \Delta \nu (T_A + T_{sys}), \quad (3.22)$$

e a tensão para uma observação desligada

$$V_{off} = \alpha G k_B \Delta \nu T_{sys}, \quad (3.23)$$

subtraindo as duas equações anteriores temos

$$V_{on} - V_{off} = \alpha G k_B \Delta \nu (T_A + T_{sys}) - \alpha G k_B \Delta \nu T_{sys} = \alpha G k_B \Delta \nu T_A. \quad (3.24)$$

O G é o ganho total do receptor de rádio, que varia ao longo do tempo e pode causar erros significativos se não for contabilizado. Para impedir que variações de ganho produzam erros muito grandes, a observação e a observação desligada, devem ser feitas de forma regular durante toda a observação. Essa técnica foi desenvolvida em meados do século XX e é conhecida como comutação Dicke, devido ao inventor Robert Dicke [14].

3.4.1 Temperatura do sistema

As fontes adicionais de energia indesejada incluem radiação do fundo cósmico de micro-ondas, radiação de fundo da Galáxia, radiação emitida pela atmosfera da Terra, RFI, radiação emitida pelo refletor primário do telescópio e até radiação emitida pelo solo.

A maioria dos observatórios de rádio usa um dispositivo chamado diodo de ruído para a calibração T_{sys} , pois a determinação do T_{sys} é parte da calibração. Esse dispositivo produz uma quantidade conhecida de energia de radiofrequência por unidade de largura de banda e têm uma temperatura equivalente conhecida, chamada temperatura de calibração, T_{cal} . O diodo de ruído vai injetar sua energia no receptor do telescópio. Ao observar o céu em branco e medir as tensões com o diodo ligado e desligado, outro tipo de medição comutada é possível ser realizada. No momento em que o diodo está ligado, a tensão medida é V_{cal} e quando desligada é medido o V_{off} [14]. É possível fazer relações entre essas tensões e temperaturas da seguinte forma

$$\frac{V_{cal}}{V_{off}} = \frac{T_{cal} + T_{sys}}{T_{sys}}, \quad (3.25)$$

ou

$$T_{sys} = \frac{V_{off}}{V_{cal} - V_{off}} T_{cal}. \quad (3.26)$$

Observe que esse procedimento de calibração também fornece a conversão de tensão em temperatura.

3.4.2 Temperatura da antena

A conversão entre T_{sys} e V_{off} permite o cálculo da temperatura da antena. Podemos definir uma proporção das temperaturas das equações (22) e (23)

$$\frac{V_{on}}{V_{off}} = \frac{T_A + T_{sys}}{T_{sys}}, \quad (3.27)$$

ou

$$T_A = \frac{V_{on} - V_{off}}{V_{off}} T_{sys}; \quad (3.28)$$

A quantidade que antecede o T_{sys} é adimensional e uma medida da temperatura da antena como uma fração da temperatura do sistema.

A incerteza na temperatura da antena será dominada pelas flutuações inerentes à potência do ruído. Uma medida estatística quantitativa da quantidade de variação devido a flutuações aleatórias é calculada a partir da raiz do valor quadrático médio (do inglês *Root Mean Square* representada pela sigla RMS) das medidas individuais. A definição matemática de RMS é

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (3.29)$$

as RMS das flutuações no ruído são dadas pela equação do radiômetro

$$\sigma(T_A) = \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta t \Delta \nu}}. \quad (3.30)$$

Como precisamos alternar entre as medições na fonte e fora da fonte, o tempo de observação deve incluir também o tempo fora da fonte. Suponha que observamos na fonte por um tempo Δt e fora da fonte pelo mesmo período de tempo, de modo que cada medição ligada e desligada tenha a mesma incerteza. Nesse caso, isso significa que as RMS na diferença serão a raiz quadrada de duas vezes maior. Além disso o tempo total da observação é $\Delta t_{obs} = 2\Delta t$ [14]. Portanto, a equação se torna

$$\sigma(T_A) = 2 \frac{T_{sys}}{\sqrt{\Delta t_{obs} \Delta \nu}}. \quad (3.31)$$

A principal desvantagem da comutação Dicke é que as flutuações na saída do receptor, em relação ao sinal da fonte, são dobradas.

3.5 Informações gerais sobre o BINGO

A construção do radiotelescópio BINGO (*BAO from Integrated Neutral Gas Observations*) tem dois objetivos de estudos, cosmologia e astrofísica, sendo a cosmologia o principal objetivo [21]. Na cosmologia tem como objetivo estudar as oscilações acústicas bariônicas ou de bárions, representadas pela sigla BAO (*Baryonic Acoustic Oscillation*), na parte de rádio entre as frequências entre 980 MHz e 1260 MHz do espectro eletromagnético. O telescópio BINGO tem uma ideia inovadora, será o primeiro do mundo operando em baixas frequências na realização de uma técnica do mapeamento de intensidade da linha de 21 cm de uma grande área do céu em um redshift $0.127 < z < 0.449$ [21] [22] para detectar as BAOS, com isso contribuir na delimitação de parâmetros cosmológicos e informações para um melhor entendimento sobre a energia escura [21] [23] [24]. Na astrofísica, o

BINGO pode ajudar a descobrir e estudar Fast Radio Bursts (FRB), Pulsares, ciência galáctica e extragaláctica [21].

O telescópio BINGO é um consórcio de colaboração internacional formados por instituições de vários países. No Brasil temos a participação do Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), Universidade de São Paulo (USP), Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) e a Universidade Federal do Cariri (UFCA). Na Suíça a Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETH Zürich). No Reino Unido com as University of Manchester e University College London. Na França com o Institut d'astrophysique de Paris. E na África do Sul com a University of KwaZulu-Natal. Na China com a YangZhou University e Shanghai Jiao Tong. Na Coreia do Sul com o Institute for Basic Science. Na Alemanha com Instituto Max Planck. Na Itália com a Universidade de Roma. Na Espanha com o Instituto de Astrofísica de Canarias (IAC) [25].

Alguns locais foram opções de instalação do BINGO. O primeiro foi o Observatório Espacial do Sul localizado no Rio Grande do Sul com uma boa infraestrutura, entretanto, foi descartado por níveis altos de sinais de RFI. Outro local analisado foi em uma instalação do INPE no estado de São Paulo, mas novamente os altos níveis de RFI excluíram o local. Na Paraíba, um total de onze locais foram analisados. Dois locais foram considerados ideais chamados de Vão do Gato e Serra do Urubu, ambos os locais eram limpos em RFI, mas a Serra do Urubu foi escolhido sendo diferenciada pela topografia e apoio do local [19]. Portanto, a construção do radiotelescópio será na Serra do Urubu com coordenadas (07°02'57"S, 38°15'46"W) no município de Aguiar na Paraíba.

A estrutura do radiotelescópio é do tipo Crossed-Dragone [22] [26]. Seu design óptico consiste em dois espelhos parabólicos estáticos com aproximadamente 40 metros de diâmetro, um espelho fixo um pouco inclinado em relação ao solo e o outro sustentado por uma estrutura vertical. Serão utilizados 28 cornetas [22] que a cada 24 horas cobrirão uma faixa de 15° do céu. O projeto preza pela simplicidade, tanto da parte da estrutura quanto do seu funcionamento, pois diferentemente de alguns telescópios o BINGO não será móvel, diminuindo custos e tempo de construção [23].

Cada corneta possui aproximadamente 1,7 metros de diâmetro e 4,9 metros de comprimento [22], são cônicas e corrugadas para atender objetivos de minimização de lóbulos laterais e um bom desempenho de polarização. A estrutura da corneta é formada por 127 seções circulares com diâmetros diferentes, uma camada de alodine para evitar a corrosão e um revestimento externo de espuma para uma melhor estabilidade térmica [23]. A parte mecânica foi realizado no Brasil pelo INPE, enquanto a parte eletromagnética foi

feita na Universidade de Manchester [27].



Figura 10 – Imagens do comprimento e do interior da corneta do radiotelescópio BINGO recém chegada na UFCG. Fonte do autor

3.6 Linha de 21 cm do Hidrogênio

O hidrogênio é o elemento de maior quantidade no universo, além de ser útil para detectar as propriedades presentes no meio interestelar [28][29][30]. Existe uma região no meio interestelar que os astrônomos denominam de região de HI, nela contém uma grande quantidade de hidrogênio, que se encontra em seu estado fundamental, conhecido como hidrogênio neutro. Um átomo de hidrogênio é composto por um próton e um elétron, onde ambas as partículas possuem um spin total (S) de $1/2$ e um spin (m) definido na direção de z de $-1/2$ ou $1/2$, resultando no acoplamento spin-spin [31], chamado assim pois envolve interação entre dois spins [32]. Existe então, a divisão do estado fundamental $1^2S_{\frac{1}{2}}$ do hidrogênio, devido à interação dos momentos magnéticos do próton e do elétron [28], que são classificadas como estruturas hiperfinas[33]. Este é um nível muito mais fino dividido entre um estado de rotação paralelo (mais energético) e um estado antiparalelo (menos energético) [31]. Na transição entre os níveis de energia dessas estruturas (quando o átomo de hidrogênio se encontra no seu estado fundamental) é emitido um fóton com uma energia associada a diferença entre os níveis. E este fóton possui um comprimento de onda $\lambda = 21$ cm e por isso ficou conhecido como a linha de hidrogênio de 21 cm, ou spin-flip [33].

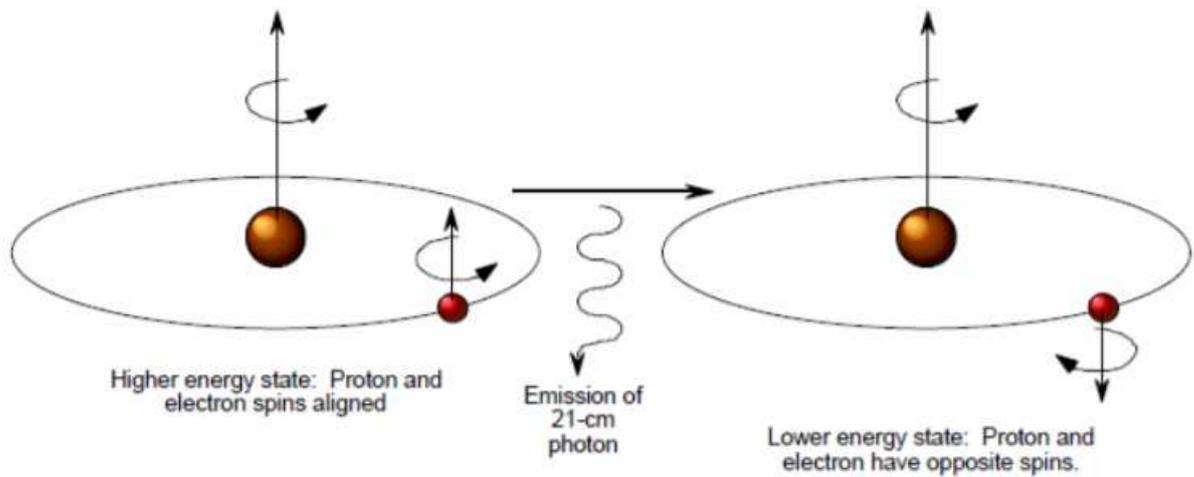


Figura 11 – Ilustração do spin-flip do átomo de Hidrogênio. Disponível em: (<http://astronomyonline.org/Science/RadioAstronomy.asp>)

O valor da energia liberada é $\Delta E = 5,88 \times 10^{-6} \text{ eV}$ [32]. Aplicando na equação de Plank temos

$$\Delta E = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{5,88 \times 10^{-6} \text{ eV}}{4,14 \times 10^{-15} \text{ eV s}} = 1,42 \times 10^9 \text{ s}^{-1}. \quad (3.32)$$

Portanto, a frequência é de 1420 MHz . Usando a relação entre ν e λ , obtemos o comprimento de onda

$$c = \frac{\lambda}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{2,99 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,42 \times 10^9 \text{ s}^{-1}} = 0,21 \text{ m}. \quad (3.33)$$

Por conveniência o valor é dado em centímetros, logo, o valor do comprimento de onda é $\lambda = 21 \text{ cm}$.

Em 1945, van de Hulst, foi o primeiro a propôr que a linha de 21 cm do hidrogênio poderia ser detectada no meio interestelar, na Holanda no período da Segunda Guerra Mundial. Em 1951, a linha foi detectada pela primeira vez por Harold Ewen e Edward M. Purcell em Harvard e imediatamente informaram aos colegas que estavam na Holanda e Austrália, afim de confirmarem a descoberta [28][33].

4 Descrição de uma estrela

4.1 Evolução estelar

Hoje em dia, sabemos que as estrelas são formadas em uma nuvem de poeira e gás e no seu final, transformam-se em um objeto compacto. Uma estrela é produzida pela contração de uma nuvem de hidrogênio devido à auto gravitação [34]. Conforme a densidade e a pressão aumentam, a temperatura e a luminosidade também aumentam. A protoestrela assim formada transforma-se em estrela se a temperatura de seu núcleo se tornar suficientemente alta para iniciar reações nucleares de fusão. Através do processo de fusão nuclear, uma estrela passa maior parte de sua vida fundindo hidrogênio em hélio no seu núcleo, na chamada sequência principal, também a responsável pela emissão de luz das estrelas [35]. Esse processo é responsável pela produção de uma pressão expansiva no seu interior, que equilibra a contração gravitacional causada pela própria massa da estrela [34]. Porém, quando o combustível nuclear se esgota, a produção de calor no núcleo cessa, a pressão interna não pode ser sustentada e a contração gravitacional é retomada, a estrela começa a fundir elementos mais pesados [35]. A partir deste ponto, o futuro da estrela é determinado por sua massa original, tornando-se, no final, um buraco negro ou uma estrela compacta, na forma de uma anã branca ou uma estrela de nêutrons, os quais são os objetos mais densos encontrados no Universo [34][36].

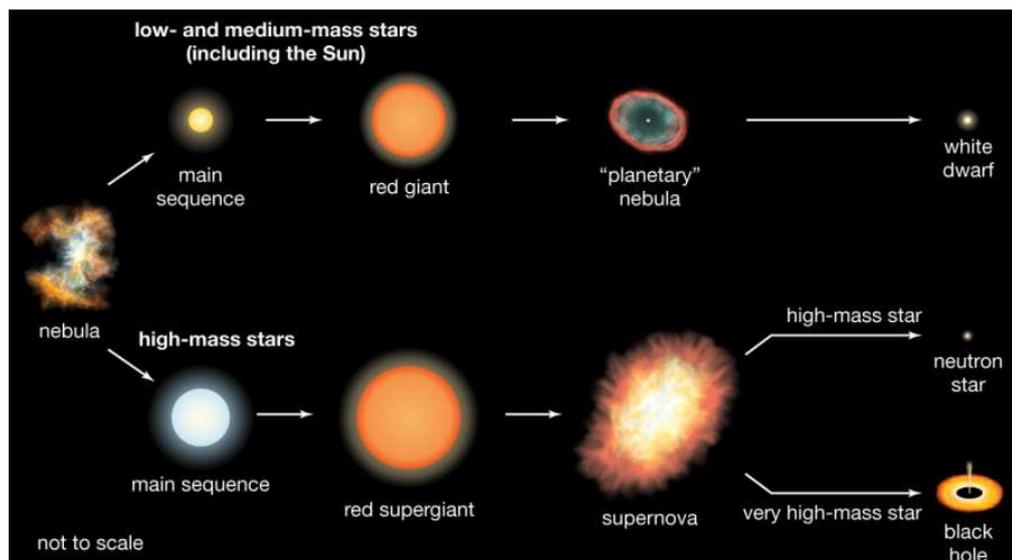


Figura 12 – Processo da evolução estelar. Disponível em: <https://www.britannica.com/science/planetary-nebula-phase>

A descrição da evolução e das propriedades das estrelas se dá através das leis da gravitação, isto é, pelas equações do campo gravitacional de Einstein presentes na teoria

da relatividade geral. Nesta teoria, o espaço-tempo é curvado pela presença de matéria e energia, resultando na ação do campo gravitacional. Entretanto, a Lei da Gravitação Universal proposta por Newton é uma excelente aproximação, que fornece resultados precisos quando os campos gravitacionais são de baixa intensidade. Um dos maiores feitos da teoria da relatividade geral é a previsão da existência de buracos negros, além de descrever precisamente as propriedades das estrelas mais densas, como as estrelas de nêutrons. Essa descrição é realizada através da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), que é a solução das equações de Einstein do campo gravitacional para uma estrela com simetria esférica, estática e composta por um fluido ideal isotrópico. Ela relaciona a variação da pressão no interior da estrela com a variação do seu raio, sendo importante na aplicação de diferentes equações de estado [34].

4.2 Estado de Equilíbrio

Uma estrela é definida como sendo uma esfera auto gravitante em equilíbrio hidrostático que consiste em um "duelo" em sua superfície, entre a força da pressão interna que tende a expandir a estrela e força gravitacional que tende a colapsá-la como mostra a figura 13.

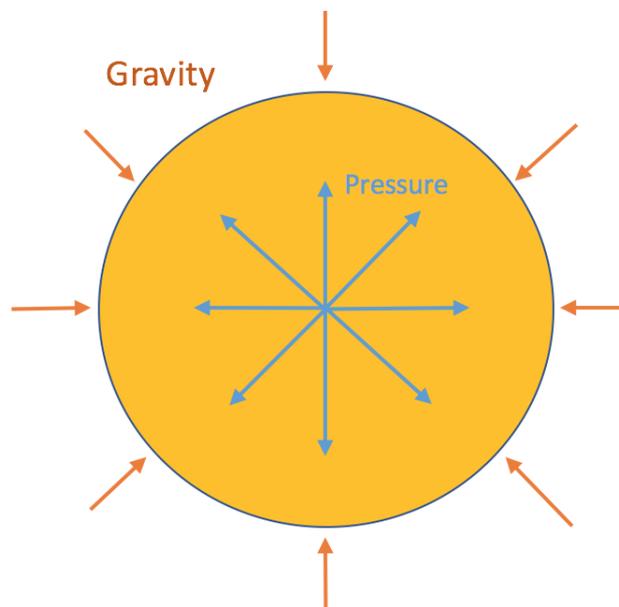


Figura 13 – Equilíbrio hidrostático de uma estrela. As setas em azul representam a força exercida pela pressão interna, enquanto as setas em vermelho representam a força gravitacional com direção ao centro.

A energia térmica da estrela é gerada por reações nucleares que ocorrem nas profundezas de seu núcleo. Eventualmente, a estrela ficará sem combustível para queimar

e, portanto, começará a entrar em colapso, pois irradiará sua energia térmica restante [37]. A descrição gravitacional do ponto de vista newtoniano pode ser obtida da seguinte forma

$$dF = -\frac{Gm(r) dm}{r^2}, \quad (4.1)$$

onde G é a constante gravitacional, $m(r)$ é a massa no interior de uma esfera de raio r e dm é o elemento infinitesimal de massa. O termo dm é descrito como uma porção da massa total da estrela dado por

$$dm = \rho dV = \rho r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi, \quad (4.2)$$

sendo ρ a densidade de massa da estrela. O fator $m(r)$ pode ser pensado como a massa total concentrada em um único ponto no centro da estrela

$$m(r) = \int_0^r \rho dV = \int_0^r \rho 4\pi r^2 dr, \quad (4.3)$$

ou na forma diferencial

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi\rho r^2, \quad (4.4)$$

tendo assim a equação de conservação de massa. Substituindo o resultado da equação (4.2) na equação da força gravitacional, temos que

$$dF = \frac{Gm(r)\rho r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi}{r^2}, \quad (4.5)$$

a força realizada pela pressão do gás nas camadas mais internas da estrela é dada por

$$dP = \frac{dF_P}{dA} \implies dF_P = dP r^2 \sin \theta d\theta d\phi, \quad (4.6)$$

onde P é a pressão interior. Igualando a força gravitacional e a força da pressão interna, temos que

$$dF = dF_P \implies -\frac{Gm(r)\rho r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi}{r^2} = dP r^2 \sin \theta d\theta d\phi, \quad (4.7)$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho}{r^2}. \quad (4.8)$$

sendo esta a equação de equilíbrio hidrostático da estrela [38]. Com base na teoria da relatividade restrita implica que a densidade de massa pode ser expressa em termos da

densidade de energia ϵ por $\epsilon = \rho c^2$ (com $c = 1$) [34], logo, podemos reescrever, ainda, a equação de equilíbrio estático da seguinte forma

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)\epsilon(r)}{r^2}. \quad (4.9)$$

Ao considerarmos o caso relativístico geral a equação da conservação da massa continua a mesma. Mas a curvatura do espaço-tempo tem que ser levado em conta, pois existe uma alteração entre a pressão e o raio para as estrelas mais densas, que geram um campo gravitacional mais intenso. Assim, para a estrela estática e simetricamente esférica, utiliza-se da métrica de Schwarzschild [39] que é uma solução das equações de Einstein, dada por

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2. \quad (4.10)$$

A solução das equações de Einstein que descreve o comportamento da pressão no interior dessa estrela composta por um fluido ideal é dada pela equação de TOV [38], cuja derivação veio da equação anterior. Esta solução é dada por

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{m(r)\epsilon(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\epsilon(r)}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)}\right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right)^{-1}. \quad (4.11)$$

onde $P(r)$ é a pressão em função do raio r , $\epsilon(r)$ é a densidade de energia dentro da esfera e $m(r)$ é a massa no raio r .

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r) \quad (4.12)$$

sendo a equação da conservação da massa.

Observe que o primeiro termo é idêntico ao que está presente na equação (4.9), enquanto os outros termos podem ser interpretados como correções relativísticas. O último termo indica que se $R = 2GM$, o chamado raio de Schwarzschild [38], chega-se a singularidade. Para resolver estas duas equações diferenciais acopladas, tanto para o caso newtoniano ou o caso relativístico, é necessário uma terceira equação, a chamada equação de estado, que descreve a pressão em termos da densidade de energia e que depende da composição da estrela [34]. Algumas condições de contorno são necessárias para nos ajudar a resolver este problema como: no ponto central da estrela $m(r = 0) = 0$; uma estipulação na pressão no ponto central $P(r = 0) = P_0$; na superfície da estrela, teremos envolvido toda sua massa $m(r = R) = M$; devido ao equilíbrio hidrostático $P(r = R) = 0$ [34][40].

Apenas com o equilíbrio hidrostático não garante a estabilidade estelar, a condição necessária para que uma estrela seja estável é que a derivada de sua massa total em relação

à pressão central seja positiva, já que um aumento na massa, conseqüentemente, um aumento na pressão gravitacional, estará implicando em um aumento da pressão central, representando uma situação de equilíbrio. Caso o sinal da derivada seja negativo, então implicará que um aumento da massa vem com uma diminuição da pressão central, logo, a pressão gravitacional será maior que resultará no colapso da estrela [34].

4.3 Distribuição de Fermi-Dirac

As propriedades de equilíbrio de um gás de partículas não interagentes estão inseridas no grande potencial termodinâmico $\Phi(T, \mu, V)$, uma função da temperatura T , do potencial químico μ e do volume V [35]. No limite termodinâmico ($V \rightarrow \infty$), temos que

$$\Phi(T, \mu, V) = -\frac{1}{\beta} \ln \Omega(T, V, \mu), \quad (4.13)$$

onde,

$$\ln \Omega(T, V, \mu) = \sum_j \ln(1 + e^{-\beta(\epsilon_j - \mu)}). \quad (4.14)$$

é a grande função de partição para férmions livres. Sabendo que $\Phi = -PV$, podemos fazer a seguinte relação

$$-PV = -\frac{1}{\beta} \ln \Omega(T, V, \mu), \quad (4.15)$$

$$P(T, \mu) = k_B T \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \ln \Omega(T, V, \mu). \quad (4.16)$$

A energia interna pode ser obtida no limite termodinâmico da expressão de Ω (expresso em termos de β , da fugacidade z e V) [41], assim como número total de partículas. A energia interna é dada por

$$U = \langle E_j \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \Omega(z, \beta, V) = \sum_j \frac{\epsilon_j}{z^{-1} e^{\beta \epsilon_j} + 1}, \quad (4.17)$$

analogamente para o número total de partículas, temos

$$N = \langle N_j \rangle = z \frac{\partial}{\partial z} \ln \Omega(z, \beta, V) = \sum_j \frac{1}{z^{-1} e^{\beta \epsilon_j} + 1}, \quad (4.18)$$

onde $\ln \Omega(z, \beta, V)$ é dado por

$$\ln \Omega(z, \beta, V) = \sum_j \frac{1}{z^{-1}e^{\beta\epsilon_j} + 1}. \quad (4.19)$$

Aplicando o limite termodinâmico a grande função de partição, a energia interna e o número total de partículas, respectivamente, são dados por

$$\ln \Omega = \frac{1}{(2\pi)^3} \gamma V \int \sum_{\sigma=1}^{\gamma} \ln(1 + ze^{-\beta\epsilon_k}) d^3 \vec{k}; \quad (4.20)$$

$$U = \frac{1}{(2\pi)^3} \gamma V \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon_k}{z^{-1}e^{\beta\epsilon_k} + 1} d^3 \vec{k}; \quad (4.21)$$

$$N = \frac{1}{(2\pi)^3} \gamma V \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{z^{-1}e^{\beta\epsilon_k} + 1} d^3 \vec{k}. \quad (4.22)$$

com $\gamma = 2s + 1$ sendo a multiplicidade do spin. Para férmions livres na ausência do campo eletromagnético [41] é usado

$$\epsilon_j = \epsilon_{\vec{k},\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (4.23)$$

Podemos reescrever as equações (4.20), (4.21) e (4.22) em termos da energia ϵ como variável de integração, resultando

$$\ln \Omega = \gamma V \int_0^{\infty} D(\epsilon) \ln(1 + ze^{-\beta\epsilon}) d\epsilon; \quad (4.24)$$

$$U = \gamma V \int_0^{\infty} D(\epsilon) \epsilon f(\epsilon) d\epsilon; \quad (4.25)$$

$$N = \gamma V \int_0^{\infty} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon. \quad (4.26)$$

onde $D(\epsilon) = C\epsilon^{\frac{1}{2}}$, a constante C depende da massa do férmion e $D(\epsilon)$ é a densidade de estados de partícula única disponíveis para as partícula do sistema [41]. E a função $f(\epsilon)$ é a distribuição de Fermi que é dada por

$$f(\epsilon) = \frac{1}{z^{-1}e^{\beta\epsilon} + 1}. \quad (4.27)$$

Substituindo o valor de $D(\epsilon)$ na função $\ln \Omega$ teremos uma expressão válida tanto para bósons quanto para férmions livres que é dada por

$$\ln \Omega = \gamma V C \int_0^{\infty} \epsilon^{\frac{1}{2}} \ln(1 + ze^{-\beta\epsilon}) d\epsilon, \quad (4.28)$$

resolvendo esta integral por partes teremos o resultado

$$\ln \Omega = \frac{2}{3} \frac{\gamma V}{k_B T} \int_0^\infty D(\epsilon) \epsilon f(\epsilon) d\epsilon = \frac{2}{3} \frac{U}{k_B T}, \quad (4.29)$$

lembrando que $\Phi = -\frac{1}{\beta} \ln \Omega = -PV$, portanto

$$P = \frac{2U}{3V}. \quad (4.30)$$

produz uma relação entre a pressão e a energia interna por unidade de volume [35] que é o resultado para o gás ideal monoatômico clássico [41].

Para um gás quântico que encontra-se no seu estado fundamental, com $T = 0K$ é conhecido como completamente degenerado. Para o caso de férmions a temperatura nula ($\beta \rightarrow \infty$) cada partícula ocupa o estado de menor energia ϵ , até o estado de maior energia chamada de energia de Fermi ϵ_F , de forma que essa função se comporte como uma função degrau [42]. O cálculo da energia de Fermi pode ser realizada através do número total de partículas e do volume da forma

$$N = \gamma V \int_0^{\epsilon_F} D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon = \gamma V C \int_0^{\epsilon_F} \epsilon^{\frac{1}{2}} d\epsilon = \frac{2}{3} \gamma V C \epsilon_F^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \gamma V D_{\epsilon_F, \epsilon_F} \quad (4.31)$$

obtendo-se o resultado da energia de Fermi

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (4.32)$$

sabendo-se que $\epsilon = \frac{p^2}{2m}$, aplicando na equação da energia de Fermi temos que

$$p_F = (2m\epsilon_F)^{\frac{1}{2}} = \hbar \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.33)$$

onde p_F é chamado de momento de Fermi. Usando a relação $p = \hbar k$, podemos encontrar uma expressão para o número de ondas de Fermi [43] que é dado por

$$k_F = \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.34)$$

Podemos calcular a energia interna de forma análoga ao cálculo desenvolvido na equação (4.31) nos dando o resultado

$$U = \frac{2}{5} \gamma V C \epsilon_F^{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \gamma V D_{\epsilon_F, \epsilon_F} \epsilon_F^2, \quad (4.35)$$

substituindo as equações (4.31), (4.32) e (4.35) na equação (4.30) podemos obter uma nova expressão para a pressão,

$$P = \frac{2U}{3V} = \frac{2N}{5V} \epsilon_F = \frac{\hbar^2}{5m} \left(\frac{6\pi^2}{\gamma} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{5}{3}}. \quad (4.36)$$

Observe que mesmo com $T = 0$ K, o gás de Fermi ainda exerce uma pressão, diferentemente do esperado classicamente [42]. Por fim, podemos estabelecer a temperatura de Fermi a partir da energia de Fermi, da seguinte forma

$$T_F = \frac{1}{k_B} \epsilon_F. \quad (4.37)$$

onde a temperatura de Fermi pode ser usada como uma escala de medida do grau de degenerescência do sistema [41].

4.3.1 Equação de Estado

A equação de estado é uma equação que proporciona uma relação de duas ou mais funções de estado relacionados a matéria, mais especificamente, é uma equação termodinâmica que descreve o estado da matéria sob um dado conjunto de condições físicas. No caso em questão, uma relação entre energia e a pressão. Partindo da equação da energia-momento para uma partícula de massa m [44]

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}. \quad (4.38)$$

A expressão que relaciona a densidade de energia, com a energia-momento de uma partícula e a densidade de modos disponíveis [45] é dada por

$$d\epsilon = E dn, \quad dn = \frac{\gamma p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3}, \quad (4.39)$$

substituindo a equação (4.38) em (4.39) temos que

$$d\epsilon = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} \frac{\gamma p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3}, \quad (4.40)$$

integrando a equação (4.40) obtemos uma expressão para a densidade de energia

$$\epsilon(p) = \frac{\gamma}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F} (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} p^2 dp, \quad (4.41)$$

fazendo uma mudança de variável, temos que

$$\epsilon(u) = \frac{\gamma c^5 m^4}{2\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F/mc} (u^2 + 1)^{\frac{1}{2}} u^2 du, \quad (4.42)$$

$$\epsilon(p_F) = \frac{\gamma c}{16\pi^2 \hbar} \left[p_F (p_F^2 + m^2 c^2)^{1/2} (2p_F^2 + m^2 c^2) - m^4 c^4 \ln \left| \frac{p_F + (p_F^2 + m^2 c^2)^{1/2}}{mc} \right| \right]. \quad (4.43)$$

Tendo em mãos a expressão para a densidade de energia ϵ em função do momento de Fermi p_F , é necessário utilizar uma equação termodinâmica para relacionar a pressão com a equação (4.43). Portanto, a equação é dada por

$$dU = T dS - p dV. \quad (4.44)$$

Lembrando que a temperatura T é fixa em $T = 0$ [40], conseqüentemente, o termo envolvendo a entropia não será considerado. Então, nos resta

$$dU = -p dV \rightarrow P = - \left. \frac{dU}{dV} \right|_{T=0} = n^2 \frac{d}{dn} \left(\frac{\epsilon}{n} \right) = n \frac{d\epsilon}{dn} - \epsilon = \epsilon \mu - \epsilon, \quad (4.45)$$

onde μ é o potencial químico dos elétrons [40]. Sabendo-se que $d\epsilon/dn = E$, a pressão P fica em função do momento como um $P(p)$. Aplicando a diferenciação na pressão P em relação ao momento p temos que

$$\frac{dP}{dp} = \frac{dn}{dp} E + n \frac{dE}{dp} - \frac{d\epsilon}{dp}, \quad (4.46)$$

o primeiro e o terceiro termo da expressão se anulam, sobrando apenas o segundo [45]. Derivando a energia E em relação ao momento p e substituindo o valor de n temos que

$$\frac{dP}{dp} = \frac{\gamma p^3}{6\pi^2 \hbar^3} \frac{c^2 p}{(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.47)$$

integrando (4.47)

$$P(p) = \frac{\gamma c^2}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F} \frac{p^4 dp}{(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.48)$$

novamente fazendo uma mudança de variável

$$P(u) = \frac{\gamma c^5 m^4}{6\pi^2 \hbar^3} \int_0^{p_F/mc} \frac{u^4 du}{(u^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.49)$$

$$P(p_F) = \frac{\gamma c}{48\pi^2 \hbar^3} \left[\frac{2p_F^5 - m^2 c^2 p_F^3 - 3m^4 c^4 p_F}{(m^2 c^2 + p_F^2)^{\frac{1}{2}}} + 3m^4 c^4 \ln \left| \frac{p_F + (m^2 c^2 + p_F^2)^{\frac{1}{2}}}{mc} \right| \right]. \quad (4.50)$$

Com as equações da densidade de energia e da pressão, pode-se encontrar a equação de estado $P(\epsilon)$ que relaciona as quantidades em questão. Tendo a equação de estado, fornece a possibilidade de resolver a equação de TOV.

4.4 Anãs Brancas e o limite de Chandrasekhar

4.4.1 Anãs Brancas

Como já dito anteriormente, uma estrela que queima hidrogênio é mantida em equilíbrio por meio do equilíbrio da atração gravitacional que tende a fazê-la colapsar e da pressão térmica que tende a fazê-la se expandir. A energia térmica da estrela é gerada por reações nucleares que ocorrem no núcleo. Conforme a estrela entra em colapso, sua densidade aumenta, portanto, a separação média entre suas partículas constituintes diminui [37]. Em 1926, usando a estatística de Fermi-Dirac, Ralph Fowler explicou a sustentação de uma anã branca, descrevendo que a constituição de uma anã branca como um gás de elétrons degenerados, que exercem a chamada pressão de degenerescência, contrapondo a pressão gravitacional [34]. Tal pressão é consequência do princípio da exclusão de Pauli, afirmando que dois férmions não podem ocupar o mesmo estado quântico [46][47][34][48]. Então, um gás degenerado tem pelo menos dois elétrons em cada nível de energia, com a mesma energia possuindo o spin oposto o do outro. Portanto, em um gás de elétrons a pressão de degenerescência leva os elétrons a ocuparem níveis de energia cada vez mais altos [34]. A energia total de uma estrela anã branca pode ser escrita por

$$E = K + U. \quad (4.51)$$

onde K é a energia cinética total dos elétrons degenerados e U é a energia potencial gravitacional. A energia potencial é dada pela expressão

$$U = -G \int_0^R \frac{m(r)}{r} \rho(r) 4\pi r^2 dr, \quad (4.52)$$

usando a equação (4.3), fazendo $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ e substituindo na equação (4.52) temos que

$$U = -G \int_0^R \frac{1}{r} \left(\frac{4\pi r^3}{3} \right) \left(\frac{3M}{4\pi R^3} \right)^2 4\pi r^2 dr = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad (4.53)$$

portanto

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}. \quad (4.54)$$

onde G é a constante gravitacional, M a massa estelar e R o raio estelar. Vamos supor que o gás do elétron é altamente degenerado, o que equivale a tomar o limite $T \rightarrow 0$. O momento de Fermi pode ser escrito

$$p_F = \Lambda \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.55)$$

onde,

$$\Lambda = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \hbar, \quad (4.56)$$

e $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ é o volume da estrela e N o número total de elétrons contidos na estrela. O número de estados de elétrons contidos em um raio anular do espaço p situado entre os raios p e $p + dp$ [37] é

$$dN = \frac{3V}{\Lambda^3} p^2 dp, \quad (4.57)$$

a energia cinética total de um gás de elétron pode ser escrita da forma

$$K = \frac{3V}{\Lambda^3} \int_0^{p_f} \frac{p^2}{2m} p^2 dp = \frac{3}{5} \frac{V}{\Lambda^3} \frac{p_f^5}{2m} = \frac{3}{5} N \frac{\Lambda^2}{2m} \left(\frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (4.58)$$

com m sendo a massa do elétron. O interior de uma estrela anã branca é composto de átomos como carbono e oxigênio que contêm números de prótons, nêutrons e elétrons, iguais[47] [37]. Portanto,

$$M = 2Nm_p. \quad (4.59)$$

sendo m_p a massa do próton. Combinando as equações anteriores e substituindo na equação (4.51), temos que

$$E = \frac{3}{20} \frac{\hbar^2}{m} \frac{1}{R^2} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{M}{m_p} \right)^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad (4.60)$$

para facilitar a observação da equação podemos agrupar as constantes de modo que

$$E = \frac{A}{R^2} - \frac{B}{R}, \quad (4.61)$$

com

$$A = \frac{3}{20} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{M}{m_p} \right)^{\frac{5}{3}}, \quad B = \frac{3}{5} GM^2, \quad (4.62)$$

o raio de equilíbrio da estrela é aquele no qual minimiza a energia total da estrela, ou seja, fazendo uma derivada da equação (4.61) e igualando a zero temos

$$\frac{dE}{dR} = -\frac{2A}{R^3} + \frac{B}{R^2} = 0 \implies R = \frac{2A}{B}, \quad (4.63)$$

aplicando os valores de A e B

$$R = \frac{(9\pi^2)^{\frac{2}{3}} \hbar^2}{8} \frac{1}{m G m_p^{\frac{5}{3}} M^{\frac{1}{3}}}. \quad (4.64)$$

podemos estabelecer uma relação entre o raio e a massa de uma anã-branca

$$\frac{R}{R_\odot} = 0.010 \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (4.65)$$

onde $R_\odot = 7 \times 10^5 \text{ km}$ e $M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ são o raio e massa solar, respectivamente. Para anãs brancas típicas de $M = 0.8 M_\odot$ seu raio é de cerca de $R = 7000 \text{ km}$ [37].

4.4.2 Limite de Chandrasekhar

Uma característica das anãs brancas é que seu raio diminui à medida que sua massa aumenta, assim, como a energia média dos elétrons degenerados dentro da estrela aumenta fortemente à medida que a massa estelar aumenta. Se M se tornar suficientemente grande, os elétrons se tornarão relativísticos e a análise anterior precisará ser modificada. A análise não relativística anteriormente só é válida no limite de massa baixa $M \ll M_\odot$. Considere o limite ultra-relativístico em que $p \gg mc$ [37]. A energia total dos elétrons pode ser escrita

$$K = \frac{3V}{\Lambda^3} \int_0^{p_f} (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} p^2 dp, \quad (4.66)$$

fazendo uma aproximação em Taylor do integrando, onde $x = \frac{m^2 c^2}{p^2}$

$$pc\sqrt{1+x} \approx pc \left(1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}x^2 + \dots \right) \quad (4.67)$$

substituindo na equação (4.66) e integrando, obtemos

$$K = \frac{3V}{\Lambda^3} c \int_0^{p_f} \left(p^3 + \frac{m^2 c^2}{2} p + \dots \right) dp \simeq \frac{3Vc}{4\Lambda^3} (p_F^4 + m^2 c^2 p_F^2 + \dots), \quad (4.68)$$

da mesma forma realizada anteriormente, substituindo na equação da energia total e reagrupando as constantes podemos reescrever da forma

$$E \simeq \frac{A - B}{R} + CR, \quad (4.69)$$

onde,

$$A = \frac{3}{8} \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{\frac{1}{3}} \hbar c \left(\frac{M}{m_p} \right)^{\frac{4}{3}}, \quad B = \frac{3}{5} GM^2, \quad C = \frac{3}{4} \frac{1}{(9\pi)^{\frac{1}{3}}} \frac{m^2 c^3}{\hbar} \left(\frac{M}{m_p} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (4.70)$$

Da mesma forma o raio de equilíbrio é aquele que minimiza a energia total. Entretanto, para o caso ultra-relativístico, um valor diferente de zero para o raio de equilíbrio só existe para $A - B > 0$, então, para uma estrela anã branca relativística ser mantida contra a gravidade

$$A - B > 0 \implies \frac{A}{B} > 1, \quad (4.71)$$

colocando os valores de A e B , temos

$$M < \frac{15}{64} \frac{(5\pi)^{\frac{1}{2}}}{m_p^2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.72)$$

denominando,

$$M_{Ch} = \frac{15}{64} \frac{(5\pi)^{\frac{1}{2}}}{m_p^2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{1}{2}} = 1.72 M_{\odot}. \quad (4.73)$$

onde M_{Ch} é conhecido como massa ou limite de Chandrasekhar, em homenagem ao físico indiano, Subrahmanyan Chandrasekhar, que o derivou pela primeira vez em 1931 [37]. O valor mais realista, que não assume densidade constante é dado por

$$M_{Ch} = 1.4 M_{\odot}. \quad (4.74)$$

Estrelas massivas em seu estágio final de evoluções, com massas superiores a oito massas solares, liberam grandes quantidades de energia ao espaço interestelar, como uma supernova. Antes de se tornar uma supernova, o núcleo de ferro da estrela original continua a contrair, os elétrons tornam-se relativísticos. Neste ponto, a estrela assemelha-se à uma anã branca, porém, a massa do núcleo de ferro será maior que a massa de Chandrasekhar, implicando que os elétrons não são capazes de suportar o colapso gravitacional. As altas energias cinéticas dos elétrons fazem com que prótons e elétrons combinem-se, formando nêutrons e neutrinos. Os neutrinos escapam da estrela, levando parte da energia gravitacional, por fim, resultando em um objeto super denso denominado de estrela de nêutrons [34]. Estrelas de nêutrons podem ser analisadas de maneira muito semelhante às estrelas anãs brancas, modificando a análise anterior, trocando $m_p \rightarrow \frac{m_p}{2}$ e $m \rightarrow m_p$. O raio de uma estrela de nêutrons de massa solar típica é $R = 12 \text{ km}$. Quando os efeitos

relativísticos são levados em conta, existe uma massa crítica acima da qual uma estrela de nêutrons não pode ser mantida contra a gravidade e essa massa crítica é conhecida como limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [37]

$$M_{TOV} = 4M_{Ch} = 6.9M_{\odot}. \quad (4.75)$$

Um cálculo mais realista, que não assume densidade constante levando a relatividade geral em consideração

$$M_{TOV} = 1.5 - 2.5M_{\odot}. \quad (4.76)$$

Uma estrela cuja massa ultrapasse o limite de TOV não pode ser mantida contra a gravidade pela pressão de degeneração, assim, colapsando e formando um buraco negro [37].

4.5 Transporte de energia das estrelas

4.5.1 Difusão radiativa de energia

A maioria das estrelas estão em um estado estacionário (equilíbrio térmico) por um longo tempo de sua vida, onde a produção de energia no centro da estrela equilibra exatamente a perda radiativa da superfície [46]. Os fótons que carregam a energia são continuamente espalhados, absorvidos e reemitidos em direções aleatórias [49]. A matéria estelar é muito opaca à radiação, o caminho livre médio do fóton é muito pequeno ($l_{ph} \approx 2 \text{ cm}$) [50][51]. Como resultado a radiação é capturada dentro do interior estelar e os fótons se difundem para fora de forma muito lenta por um processo chamado de *random walk*, durando aproximadamente 10^7 anos para essa radiação escapar do centro do Sol até a superfície, por exemplo. E mudanças na sua luminosidade apenas ocorreriam depois de alguns milhões de anos, na escala de tempo para o transporte de energia radiativa, conhecida como a escala de tempo Kelvin-Helmholtz para o reajuste térmico. A diferença de temperatura em uma distância l_{ph} é apenas $\Delta T \sim 10^{-4} \text{ K}$, significando que o campo de radiação é extremamente próximo à radiação de corpo negro [50]. A radiação do corpo negro é isotrópica, porém, uma pequena anisotropia está presente devido à pequena diferença de temperatura relativa da ordem de $\Delta T/T \sim 10^{-11}$, sendo suficiente para transportar todo o fluxo de energia no Sol [50]. Essas estimativas mostram que o transporte de energia radiativa em interiores estelares pode ser descrito como um processo de difusão, resultando em uma grande simplificação da descrição física.

A equação da difusão para as partículas é dada pela lei de difusão de Fick, que relaciona o gradiente de densidade de partículas ∇n com o fluxo de difusão J

$$J = -D\nabla n, \quad D = \frac{\bar{v}l}{3}. \quad (4.77)$$

onde D é chamado de coeficiente de difusão [52], \bar{v} é a velocidade média da partícula e l é o caminho livre médio.

Para obter o fluxo difusivo correspondente de energia radiativa F , substituímos n pela densidade de energia da radiação U [50], ou seja, um gradiente na densidade de energia ∇U dá origem a um fluxo de energia F

$$F = -D\nabla U. \quad (4.78)$$

o gradiente de densidade energia está associada ao gradiente de temperatura da forma

$$\nabla U = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \nabla T = C_V \nabla T, \quad (4.79)$$

substituindo na equação (4.78), temos

$$F = -DC_V \nabla T = -K \nabla T, \quad K = \frac{\bar{v}lC_V}{3}. \quad (4.80)$$

sendo K a condutividade. Esta descrição é válida para todas as partículas e também partículas de gás.

Para os fótons, toma-se o valor da velocidade média $\bar{v} = c$ e $U = aT^4$. O calor específico C_V é dado pela derivada de U em relação á temperatura $C_V = dU/dT = 4aT^3$. O caminho livre médio do fóton pode ser obtido a partir da equação da transferência radiativa, afirmando que a intensidade I de um feixe de radiação é diminuída ao longo de um comprimento s dada por

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -k_\nu \rho I_\nu. \quad (4.81)$$

onde k_ν é o coeficiente de opacidade na frequência ν [48] dado em unidades de $cm^2 g^{-1}$. O caminho livre médio é a distância na qual a intensidade diminui por um fator exponencial dependente da frequência. Para fótons, o caminho livre médio entre as colisões [35][50] é

$$l_{ph} = \frac{1}{\kappa \rho}. \quad (4.82)$$

onde κ é simplesmente chamado de opacidade. Podemos escrever a condutividade de radiação como

$$K_{rad} = \frac{4}{3} \frac{acT^3}{\kappa\rho}, \quad (4.83)$$

conseqüentemente, o fluxo de energia radiativa é

$$F_{rad} = -K_{rad}\nabla T = -\frac{4}{3} \frac{acT^3}{\kappa\rho} \nabla T \quad (4.84)$$

podemos ainda relacionar o fluxo com a luminosidade da estrela, $F_{rad} = L/4\pi r^2$ e reorganizar a equação para obter o gradiente de temperatura

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{16\pi acT^3} \frac{L}{r^2}. \quad (4.85)$$

Finalmente obtemos a equação da difusão radiativa [50][48], sendo mais uma equação da estrutura estelar. Uma estrela, ou região dentro de uma estrela, na qual isso se mantém, é considerada em equilíbrio radiativo.

4.5.1.1 Rosseland

As equações de difusão radiativa derivadas anteriormente são independentes da frequência, uma vez que o fluxo F é integrado em todas as frequências. Mas geralmente, o coeficiente de opacidade k depende da frequência ν , de forma que o κ que aparece na equação (4.85) deve representar uma média adequada sobre a frequência e deve ser tomada de uma maneira particular. Seja $F_\nu d\nu$ representando o fluxo radiativo em um intervalo de frequência $[\nu, \nu + d\nu]$ [50], então

$$F = -D_\nu \nabla U_\nu, \quad D = \frac{c}{3k_\nu\rho}. \quad (4.86)$$

A densidade de energia U_ν no mesmo intervalo de frequência é proporcional à função de Planck para a intensidade da radiação do corpo negro e é dada por

$$U_\nu = \frac{4\pi}{c} B(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (4.87)$$

podemos reescrever a equação (4.87) como

$$\nabla U_\nu = \frac{4\pi}{3} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \nabla T, \quad (4.88)$$

substituindo na equação (4.86) e fazendo a integração para todas as frequências, obtemos o fluxo total

$$F = -\frac{4\pi}{3\rho} \left[\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu \right] \nabla T, \quad (4.89)$$

da equação (4.80) podemos definir a condutividade radiativa

$$K_{rad} = \frac{4\pi}{3\rho} \int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu, \quad (4.90)$$

a média adequada para a opacidade é dada pelo que é chamado de opacidade média de Rosseland [52]

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu} = \frac{\pi}{aT^3} \int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu. \quad (4.91)$$

A equação (4.89) mostra que, para um dado ponto na estrela com densidade ρ e gradiente de temperatura ∇T , o integrando na equação (4.91) é integrada em todas as frequências proporcionais ao fluxo líquido F_ν de energia. A média de Rosseland, portanto, favorece as faixas de frequência de fluxo máximo de energia. Pode-se dizer que uma transparência média é avaliada em vez de uma opacidade, usada em uma equação que descreve a transferência de energia [50], representando a transparência média do gás estelar.

4.5.2 Condutividade

As colisões entre as partículas de gás, referente aos íons e elétrons, também transportam calor sob condições normais de um gás ideal, entretanto, a condutividade por colisões é muito menor do que a condutividade radiativa. As seções transversais são da ordem 10^{-20} cm^2 [50] nas temperaturas no interior das estrelas, proporcionando um caminho livre médio para colisões de magnitude muito menor que l_{ph} . Outro ponto, é que a velocidade média da partícula $\bar{v} \ll c$. Portanto, normalmente podemos desconsiderar a condução de calor em comparação com a difusão radiativa de energia.

No caso dos elétrons degenerados, as velocidades aumentam e seus caminhos livres médios aumentam. Em altas densidades, o caminho livre médio dos elétrons é muito maior que os dos fótons ($l_e \gg l_{ph}$), a condução de elétrons torna-se muito mais eficiente de transportar energia em relação à difusão radiativa [50]. Isso demonstra ser importante para estrelas em estágios finais de evolução com núcleos degenerados densos e para anãs brancas.

O fluxo de energia para este processo é escrito de forma análoga ao de difusão radiativa

$$F_{con} = -K_{con} \nabla T, \quad K_{con} = \frac{4acT^3}{3k_{con}\rho}. \quad (4.92)$$

onde, k_{con} é a opacidade condutiva. A soma dos fluxos pode ser escrita como

$$F = F_{rad} + F_{con} = -(K_{rad} + K_{con}) \nabla T, \quad (4.93)$$

$$F = -\frac{4}{3} \frac{acT^3}{(k_{rad} + k_{con})\rho} \nabla T = -\frac{4}{3} \frac{acT^3}{\kappa\rho} \nabla T, \quad \frac{1}{\kappa} = \frac{1}{k_{rad}} + \frac{1}{k_{con}}. \quad (4.94)$$

Esse resultado expressa que o mecanismo de transporte com o maior fluxo vai dominar, para o qual a matéria estelar tem a maior transparência.

4.5.3 Convecção

A terceira forma de transporte de energia eficiente nas estrelas é a convecção. Os movimentos dos elementos gasosos são pequenas perturbações aleatórias em torno de suas posições de equilíbrio, sob certas condições, essas pequenas perturbações aleatórias desencadeiam movimentos em grande escala que envolvem frações consideráveis da massa total da estrela [48].

Transporte convectivo de energia significa uma troca de energia entre camadas mais quentes e mais frias em uma região dinamicamente instável por meio da troca de elementos de massa macroscópica, onde as mais quentes movem-se para cima, enquanto as mais frias descem. As bolhas ou elementos de massa em movimento finalmente se dissolverão em seu novo ambiente, fornecendo excesso ou falta de calor [50]. Devido à alta densidade em interiores estelares, o transporte convectivo pode ser muito eficiente. No entanto, essa transferência de energia pode operar apenas se encontrar um mecanismo de acionamento suficiente na forma de forças de flutuabilidade. Um tratamento teórico completo dos movimentos convectivos e do transporte de energia é extremamente difícil. O tratamento da convecção no interior estelar é extremamente complicado e necessita de várias aproximações, pelo fato de que o fluxo de gás em uma região convectiva estelar é turbulento, no sentido de que a velocidade e todas as outras propriedades do fluxo variam de forma aleatória e caótica [50]. Portanto, é necessário adotar um modelo para o transporte convectivo que seja simples.

Considere um elemento de massa ou uma bolha de gás na posição r com densidade ρ_1 e pressão P_1 que, ao sofrer uma leve perturbação, seja ligeiramente deslocado para cima na posição $(r + \Delta r)$ com densidade ρ_2 e pressão P_2 . Na nova posição haverá uma

diferença de pressão e o elemento de gás sofrerá uma expansão para restaurar o equilíbrio da pressão com seus arredores, definindo assim, a pressão de equilíbrio como $P_e = P_2$ [53]. Entretanto, sua nova densidade ρ_e após a expansão não é necessariamente igual a ρ_2 . Conforme mostra a figura 14

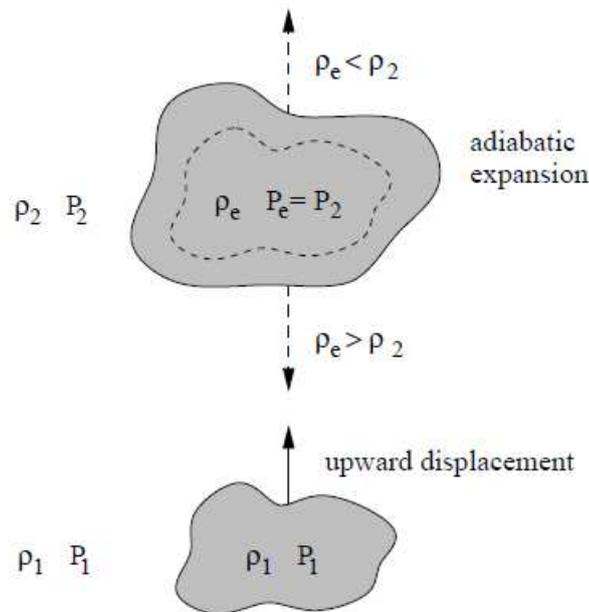


Figura 14 – Esquema do critério de Schwarzschild para estabilidade contra convecção. Uma bolha é perturbada e deslocado da posição 1 para a posição 2, onde se expande adiabaticamente para manter o equilíbrio da pressão com seus arredores. Se sua densidade for maior do que a densidade ambiente, ele voltará à posição original [53]. Fonte: [46]

- Se $\rho_e > \rho_2$, a bolha de gás sofrerá uma força para baixo empurrando de volta para sua posição original, promovendo estabilidade.
- Se $\rho_e < \rho_2$, a bolha de gás sofrerá uma força de flutuabilidade para cima, promovendo uma instabilidade, conseqüentemente, ao movimento de convecção.

O processo de expansão da bolha de gás no movimento de subida ocorre na escala do tempo de dinâmica local, onde esse tempo é menor que a escala de tempo local para a transferência de calor, ou seja, a bolha sempre tem a mesma pressão que seu entorno e nenhuma transferência de calor ocorre da bolha para os arredores, logo, o movimento é muito próximo do adiabático.

Podemos determinar expressões para ρ_e e ρ_2 em termos de densidade atmosférica, pressão e temperatura, para compreender as condições onde o critério de convecção é satisfeito. A bolha de gás ideal adiabática PV^γ é constante conforme ela se move ao longo

da distância δr . Escrevendo o volume V em termos da densidade ρ , $PV^\gamma \propto P(1/\rho)^\gamma$ [54], a relação entre duas posições é dada por

$$\frac{P_1}{\rho_1^\gamma} = \frac{P_e}{\rho_e^\gamma} \implies \rho_e = \left(\frac{P_e}{P_1}\right)^{1/\gamma} \rho_1^\gamma. \quad (4.95)$$

Podemos relacionar P_1 e P_e de forma aproximada, usando o gradiente de pressão dP/dr dentro da estrela:

$$P_e = P_1 + \frac{dP}{dr} \Delta r, \quad (4.96)$$

substituindo na equação (4.95)

$$\rho_e = \left(1 + \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} \Delta r\right)^{1/\gamma} \rho_1^\gamma, \quad (4.97)$$

fazendo uma expansão binomial em (4.97) e utilizando apenas os termos lineares, obtemos

$$\left(1 + \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} \Delta r\right)^{1/\gamma} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} \Delta r, \quad (4.98)$$

substituindo de volta na equação (4.97), teremos ρ_e em termos de dP/dr

$$\rho_e = \rho_1 + \frac{\rho_1}{\gamma} \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} \Delta r, \quad (4.99)$$

De forma análoga, ρ_2 pode ser escrita em termos do gradiente de densidade, usando a relação da densidade para um gás ideal $\rho = P/RT$

$$\rho_2 = \rho_1 + \frac{d\rho}{dr} \Delta r = \rho_1 + \frac{d}{dr} \left(\frac{P}{RT}\right) \Delta r, \quad (4.100)$$

derivando a pressão P e a temperatura T em relação a r

$$\rho_2 = \rho_1 + \frac{\rho_1}{P} \frac{dP}{dr} \Delta r + \frac{\rho_1}{T} \frac{dT}{dr} \Delta r, \quad (4.101)$$

subtraindo as expressões ρ_e e ρ_2

$$\rho_e - \rho_2 = \left[\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dr} \right] \rho_1 \Delta r, \quad (4.102)$$

lembrando que a proposição para estabilidade é quando $\rho_e > \rho_2$, então

$$\left[\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \frac{1}{P_1} \frac{dP}{dr} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dr} \right] \rho_1 \Delta r > 0 \implies \frac{1}{T} \frac{dT}{dr} > \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{1}{P} \frac{dP}{dr}. \quad (4.103)$$

O interior mais aprofundado da estrela tem temperatura e pressão mais alta em relação as camadas mais externas, ou seja, dP/dr e dT/dr são negativos, então para uma estabilidade na atmosfera estelar é necessário tomar o módulo em ambas as partes [53]

$$\left| \frac{dT}{dr} \right| < \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \left| \frac{dP}{dr} \right|. \quad (4.104)$$

A equação (4.104) é conhecida como a condição de estabilidade de Schwarzschild. Se essa condição for mantida, a atmosfera estará estável à convecção e a energia será transportada por radiação. Caso seja violada, então movimentos convectivos irão se desenvolver [54]. As bolhas de gás são ligeiramente mais quentes do que seus arredores e se moverão para cima, transportando seu calor até que se dissolvam absorvendo o calor do ambiente. Portanto, as bolhas convectivas que se movem para cima e para baixo transportam efetivamente o calor na direção ascendente. Este é o princípio a cerca do transporte de calor por convecção, que na prática, o gradiente de temperatura para convecção pode ser simplesmente dado como

$$\frac{dT}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}. \quad (4.105)$$

4.6 Reações nucleares

Para uma estrela em equilíbrio térmico, uma fonte de energia interna é necessária para equilibrar a perda de energia irradiada pela superfície. Tal fonte de energia é fornecida por reações nucleares que ocorrem no interior das estrelas, onde a temperatura e a densidade são suficientemente altas. Em estrelas comuns esse reator nuclear estelar é extremamente estável, as reações nucleares produzem exatamente a quantidade necessária de energia que a estrela libera de sua superfície. As reações nucleares não determinam a luminosidade da estrela, o que determina a luminosidade é velocidade do transporte de energia definido pela opacidade do gás estelar [46]. Mas as reações nucleares determinam a quantidade de tempo que a estrela é capaz de sustentar sua luminosidade. Em estrelas compostas por gás degenerado, as reações nucleares são instáveis e podem dar origem a flashes ou mesmo explosões. Além da produção de energia, as reações nucleares mudam a composição por transmutações de elementos químicos em outros elementos mais pesados que o hélio em um processo chamado nucleossíntese estelar.

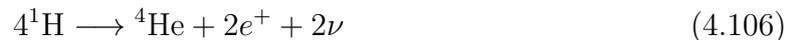
Em princípio, diversas reações nucleares diferentes ocorrem ao mesmo tempo no interior estelar [50]. Para o cálculo da estrutura e evolução de uma estrela geralmente um procedimento muito mais simples é suficiente, pelas seguintes razões:

- A forte dependência das taxas de reação nuclear na temperatura, combinada com

a sensibilidade à barreira Coulomb, implica que as fusões nucleares de diferentes combustíveis (hidrogênio, hélio, carbono, etc) são bem separadas por diferenças de temperatura. Implicando que a evolução de uma estrela possui vários ciclos distintos de queima nuclear.

- Para cada ciclo, apenas algumas reações contribuem significativamente para a produção de energia e em mudanças importantes na composição geral.
- Em uma cadeia de reações subsequentes, geralmente uma reação é a mais lenta e determina a velocidade de toda a cadeia. Então, apenas a taxa dessa reação precisa ser levada em consideração.

O hidrogênio é o isótopo mais abundante do universo. A fusão de quatro núcleos ${}^1\text{H}$ em um núcleo ${}^4\text{He}$ fortemente ligado é chamada de queima de hidrogênio [55]. A reação nuclear é dada por

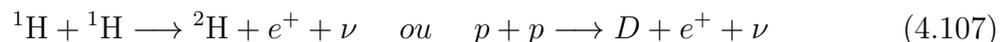


a liberação de energia total é de $26,731 \text{ MeV}$ [48][55]. Para criar um ${}^4\text{He}$, dois prótons devem ser convertidos em nêutrons e dois neutrinos são liberados por interações fracas escapando sem interagir com a matéria estelar. É comum não incluir as energias dos neutrinos na liberação geral de energia Q , portanto a liberação de energia total é um pouco menor e depende da reação na qual os neutrinos são emitidos [50].

A queima do hidrogênio pode ocorrer de duas maneiras distintas: a primeira é a fusão direta de prótons através da cadeia pp , e a segunda é chamado de ciclo CNO.

4.6.1 Cadeia próton-próton pp ($M < M_{\odot}$)

A primeira reação é a chamada reação próton-próton pp e é dada pela equação:



O processo envolve o decaimento β simultâneo de um dos prótons durante a interação nuclear forte. Depois que um pouco de deutério é produzido, ele reage rapidamente com outro próton formando o ${}^3\text{He}$ mais um fóton. Posteriormente, três ramos diferentes são possíveis para completar a cadeia até formar o ${}^4\text{He}$



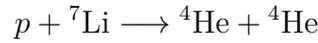
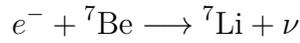


Existem então três continuações possíveis para o ${}^3\text{He}$, são elas:

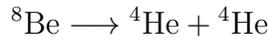
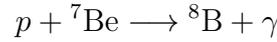
- Possibilidade 1 (pp1):



- Possibilidade 2 (pp2):



- Possibilidade 3 (pp3):



O pp1 requer dois núcleos ${}^3\text{He}$, então as duas primeiras reações na cadeia devem ocorrer duas vezes. Os ramos pp2 e pp3 requerem apenas um núcleo ${}^3\text{He}$ e um núcleo ${}^4\text{He}$ já existente ou produzidos pela queima de hidrogênio. O núcleo ${}^7\text{Be}$ resultante pode capturar um elétron ou reagir com outro próton, dando origem à segunda ramificação em pp2 e pp3. Três das reações nas cadeias são acompanhadas pela emissão de neutrino ν , onde sua energia média tem valores diferentes em cada caso: $\langle E \rangle_\nu = 0,265 \text{ MeV}$ para a reação pp ; $0,814 \text{ MeV}$ para a captura de elétrons de ${}^7\text{Be}$ e $6,71 \text{ MeV}$ para o decaimento beta de ${}^8\text{B}$ [46]. Consequentemente, a liberação de energia total Q_H para a produção de um núcleo ${}^4\text{He}$ também será diferente para cada cadeia [50]: $26,50 \text{ MeV}$ para o pp1; $25,97 \text{ MeV}$ pp2 e para o pp3 $19,59 \text{ MeV}$.

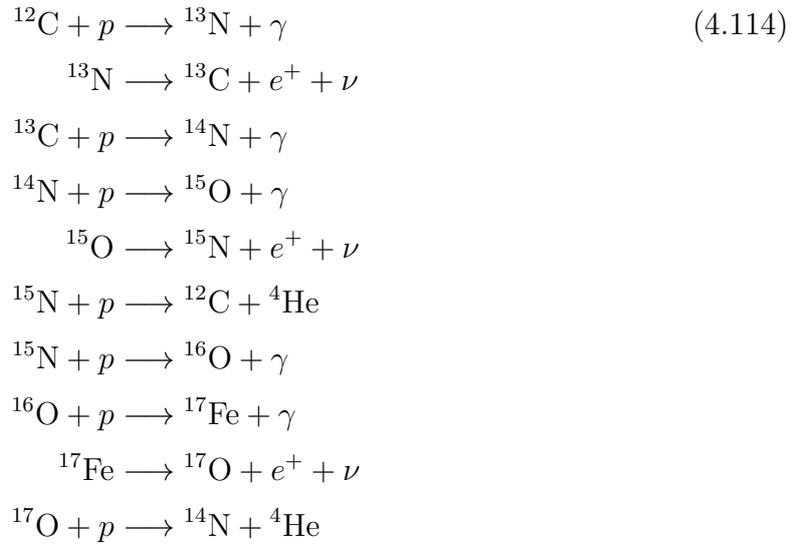
Para temperaturas próximas a 10^7 K , a taxa de geração de energia por unidade de massa é dada aproximadamente por [56]

$$\epsilon_{pp} \simeq 1.07 \times 10^{-8} \rho X^2 T_7^4 \text{ W Kg}^{-1}. \quad (4.113)$$

onde, X é a concentração de hidrogênio [57], ρ a densidade e $T_7 \equiv \frac{T}{10^7 \text{ K}}$.

4.6.2 Ciclo de CNO ($M > M_{\odot}$)

Para este ciclo é necessário a presença pré-estabelecida dos elementos de Carbono, Nitrogênio e Oxigênio no gás na formação de uma estrela, com uma temperatura suficientemente alta, a fusão do hidrogênio pode ocorrer por meio do chamado ciclo CNO [50]. Esta é uma sequência cíclica de reações que normalmente começa com uma captura de prótons por um núcleo ^{12}C



O núcleo ^{12}C é produzido após as seis primeiras reações atuando como um catalisador para a reação de queima de hidrogênio. As seis reações iniciais formam o ciclo principal chamado de ciclo CN. A sétima reação da cadeia tem uma probabilidade 10^{-3} de produzir ^{16}O , criando uma possibilidade para outro ciclo das três últimas reações. Esse segundo ciclo tem o efeito de transformar ^{16}O em ^{14}N onde voltará para o ciclo principal do CN. As três reações de decaimentos beta têm energias de neutrino entre 0,71 e 1,00 MeV. Em temperaturas altas $T > 1,5 \times 10^7 \text{ K}$ [50], todas as reações no ciclo entram em um estado estacionário, onde a taxa de produção de cada núcleo é igual a sua taxa de consumo.

Para temperaturas próximas a 10^7 K , a taxa de geração de energia é dada aproximadamente por

$$\epsilon_{CNO} \simeq 6.54 \times 10^{-11} \rho X X_{CNO} T_7^{20} \text{ W Kg}^{-1}. \quad (4.115)$$

onde X_{CNO} é a concentração em massa de Carbono, Nitrogênio e Oxigênio. A cadeia pp é o mecanismo de geração de energia dominante em estrelas de massas mais baixas (mais frias), enquanto o ciclo CNO domina em estrelas mais massivas (mais quentes) [48].

A quantidade de energia liberada pela superfície da estrela por unidade de tempo é caracterizada como luminosidade total, levando em conta seu fluxo de energia pelo

interior da estrela, do ponto de origem até a superfície [54]. Sabendo que ϵ fornece a taxa de geração de energia por unidade de massa, podemos encontrar uma relação entre a luminosidade L e a produção de energia ϵ .

Seja L a energia por unidade de tempo que passa pela casca esférica no raio r . A energia por unidade de tempo que passa pelo raio $r + dr$ é $L + dL$, então dL será a energia produzida no volume da casca esférica [54]. Podemos então escrever a quarta equação da estrutura estelar, chamada de equação de geração de energia ou equilíbrio térmico

$$dL = 4\pi r^2 dr \epsilon \rho \implies \frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon \rho. \quad (4.116)$$

onde, $\epsilon = \epsilon_{nuc} + \epsilon_\nu$ energia do núcleo [56], que é dada pela soma das taxas de energias das cadeias pp e do ciclo CNO ($\epsilon_{nuc} = \epsilon_{pp} + \epsilon_{CNO}$), somado com a taxa de energia liberada pelos neutrinos ϵ_ν produto de sub-reações nucleares.

5 Pulsares

5.1 Descoberta

Os pulsares são estrelas de nêutrons magnetizadas que parecem emitir pulsos curtos periódicos de radiação de rádio, o nome pulsar combina “pulso” e “estrela”, entretanto os pulsares não são estrelas pulsantes. Tal objeto é analogamente comparado a um farol, eles emitem feixes rotativos de radiação continuamente e parecem piscar cada vez que o feixe passa pela linha de visão do observador [58].

A ideia de estrelas de nêutrons foi concebida na década de 1930 após a descoberta do nêutron por James Chadwick. Em 1934, Walter Baade e Fritz Zwicky, colaboraram com talvez sendo a mais importante predição na história da astronomia, com a proposta radical da possibilidade de um tipo de estrela nascer a partir de supernovas [59][60]: *"Com todas as reservas, avançamos a visão de que uma supernova representa a transição de uma estrela comum para uma nova forma de estrela, a estrela de nêutrons, que seria o ponto final da evolução estelar. Essa estrela pode ter um raio muito pequeno e uma densidade extremamente alta ..."* [59]. E em 1939 foi realizado o primeiro cálculo de suas massas e seus raios por J. Robert Oppenheimer e George M. Volkoff onde publicaram no *Physical Review* alguns desses detalhes estruturais sobre as estrelas de nêutrons.

Entre os meses de agosto e setembro de 1967, uma estudante de doutorado chamada Jocelyn Bell da Universidade de Cambridge, estudando a cintilação interplanetária de fontes de rádio compactas [61] com seu supervisor, Anthony Hewish, encontrou “um pouco de ‘sujeira’ nos registros” de seu gravador gráfico [58][62][63]. Os radiotelescópios são extremamente sensíveis à interferência eletromagnética produzida pelo ser humano, mas isso não parecia interferência terrestre, vinha repetidamente da mesma parte do céu [63]. Os pulsos estranhos e precisamente periódicos com um período de 1,337 segundos [62], foram investigados e eliminando meticulosamente uma possibilidade após a outra. Os pulsos não eram de feixes de radar refletidos na lua, não eram de satélites feitos pelo ser humano em órbitas incomuns, ou sondas espaciais profundas. Uma possibilidade imediata e interessante era a de sinais de comunicação enviados por uma civilização extraterrestre “Little Green Man” da ficção científica [63]. Mas esta alternativa tornou-se improvável quando a análise cuidadosa do efeito Doppler do período dos pulsos revelou apenas o movimento da Terra em torno do Sol, e nenhum deslocamento Doppler adicional esperado do movimento do planeta habitado pelos LGM distantes ao redor de seu sol [63]. No final de dezembro de 1967, outra fonte de rádio pulsante foi descoberta em uma parte diferente

do céu, deixando claro que o fenômeno observado era de fato uma emissão natural de rádio. Estudos de dispersão dos sinais de rádio estabeleceram que os pulsos vinham de dentro de nossa galáxia, mas de fora do sistema solar.

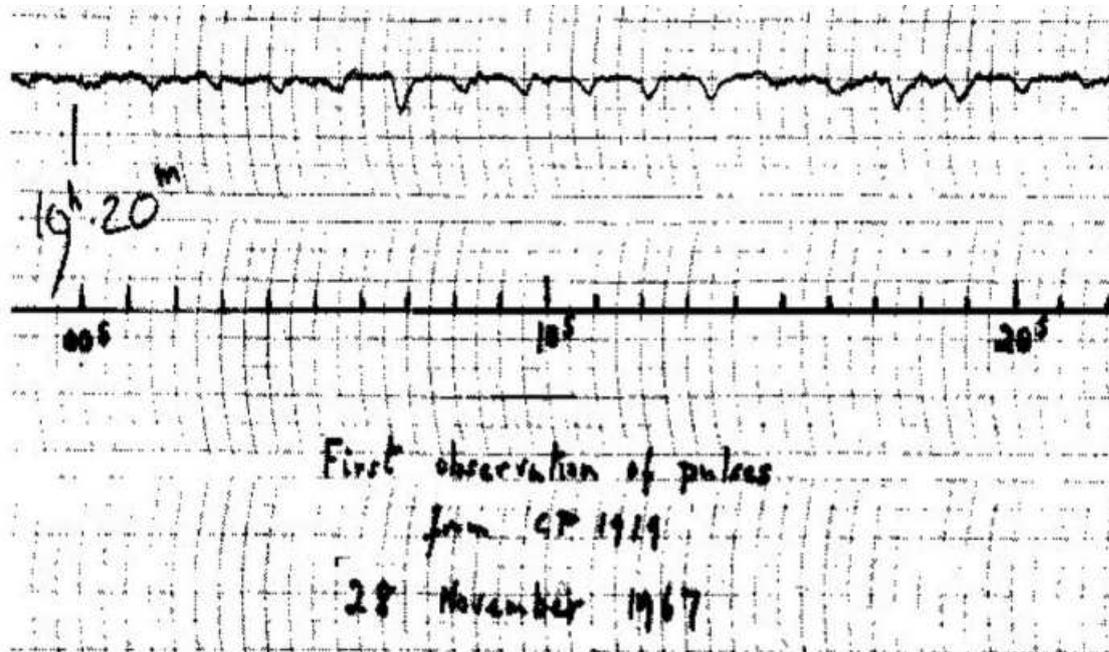


Figura 15 – Pulsos do pulsar PSR 1919 + 21, o primeiro pulsar com rotação, descoberto em 1967. O pulsar é referido como CP (Pulsar de Cambridge) 1919, de acordo com as normas da época. Fonte: [58]

Cada pulsar é identificado por sua posição no céu em termos de dois ângulos, ascensão reta e declinação que são as coordenadas equatoriais. A sequência de números que especifica os ângulos é precedida pelas letras PSR. Assim, o primeiro pulsar descoberto é PSR 1919 + 21, o pulsar do Caranguejo é PSR 0531 + 21, o primeiro pulsar de milissegundo descoberto é PSR 1937 + 21 [62]. Nos últimos anos, houve uma modificação por causa da transição das coordenadas originais de 1950 para as coordenadas atuais de 2000, adicionando a letra J ao prefixo PSR para as coordenadas de 2000, e a letra B para os antigos 1950 [62].

5.2 Propriedades físicas

Estrelas de nêutrons são laboratórios de física que amostram condições extremas [58][64], como potenciais gravitacionais profundos, densidades $\rho \sim 10^{17} \text{ kg/m}^3$ e intensidades de campo magnético elevados quanto $B \sim 10^{14} - 10^{15} \text{ G}$ que não é reproduzível na Terra. Os pulsares de rádio são relógios extremamente precisos, seus períodos de pulso podem ser cronometrados com erros fracionários da ordem de 10^{-16} , tal precisão permite

medições de quantidades, como a potência da radiação gravitacional emitida por um pulsar em um sistema binário, massas de estrelas de nêutrons, efeitos relativísticos gerais em campos gravitacionais fortes, perturbações orbitais de companheiros binários como luz como planetas e distorções do espaço interestelar produzidas pela radiação gravitacional de longo comprimento de onda da fusão de buracos negros supermassivos em todo o universo [58].

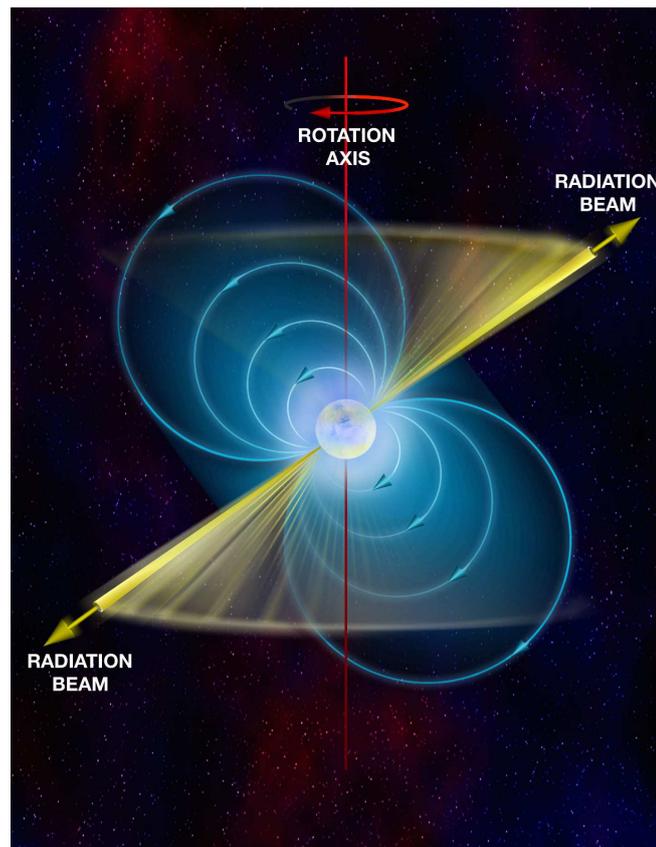


Figura 16 – Ilustração de um pulsar. Em branco a estrela de nêutron, em azul temos as linhas de campo magnético e em amarelo os feixes de radiação formando o chamado cone de luz. Disponível em: (<https://public.nrao.edu/gallery/parts-of-a-pulsar/>)

Seus curtos períodos implicam em fontes muito compactas, como estrelas anãs brancas e estrelas de nêutrons. Os astrônomos estavam familiarizados com a variação lenta ou emissão pulsante de estrelas, mas o período natural de uma estrela pulsante radialmente depende de sua densidade média ρ e é tipicamente de dias, não segundos [58]. Existe um limite inferior comparável para o período de rotação P de uma estrela gravitacionalmente ligada, estabelecido pela exigência de que a aceleração centrífuga em seu equador não exceda a aceleração gravitacional [62]. O menor período P , ou a maior velocidade angular Ω , no qual uma estrela de massa M e raio R pode girar sem ser dilacerada por forças centrífugas é dado por

$$\Omega^2 R = \frac{GM}{R^2} \implies \frac{4\pi^2 R}{P^2} = \frac{GM}{R^2}, \quad (5.1)$$

$$P^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}, \quad (5.2)$$

multiplicando e dividindo por 3, podemos rearranjar da seguinte forma

$$P^2 = \left(\frac{4\pi R^3}{3} \right) \frac{3\pi}{GM}, \quad (5.3)$$

sabendo que densidade é massa sobre volume, obtemos

$$P^2 = \left(\frac{3\pi}{G\rho} \right), \quad (5.4)$$

ou em termos da densidade

$$\rho = \frac{3\pi}{GP^2}. \quad (5.5)$$

A equação fornece um limite inferior para a densidade média pois uma estrela que gira rapidamente se torna um esferoide achatado, o que aumenta a aceleração centrífuga e diminui a aceleração gravitacional em seu equador [58]. O resultado é bastante útil para uma variedade de escalas dinâmicas de tempo associadas a uma estrela.

A termos de comparação, anãs brancas típicas apresentam uma densidade média $\rho \sim 10^9 - 10^{10} \text{ kg/m}^3$, com períodos de rotação de ruptura $P \sim 1 - 10s$, enquanto as estrelas de nêutron possuem uma densidade de $\rho \sim 10^{17} \text{ kg/m}^3$ com um período da ordem de $P = 10^{-3}s$ [62]. A estrela de nêutron mais rápida tem seu período de 1.4 milissegundos e com uma relação simples podemos estimar sua velocidade de rotação da seguinte forma

$$v = \frac{2\pi R}{P} = 4.5 \times 10^7 \text{ m/s}. \quad (5.6)$$

onde, R e P são o raio da estrela de nêutrons e o período, respectivamente. Esse resultado, então, nos apresenta uma velocidade de rotação incrível que é da ordem de $0.15c$ [65], sendo c a velocidade da luz.

Uma estrela cuja massa é maior que a massa de Chandrasekhar, não pode ser suportada pela pressão de degeneração de elétrons e entrará em colapso para se tornar uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. A massa de Chandrasekhar é dada por

$$M_{Ch} \approx 1.4M_{\odot}. \quad (5.7)$$

a partir da equação (5.2) podemos estipular um valor máximo para o raio

$$R = \left(\frac{GMP^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.8)$$

usando o período $P = 1.4 \times 10^{-3}$ e a massa de Chandrasekhar, temos um raio $R \approx 20 \text{ km}$.

Esses números motivam a definição da estrela de nêutrons canônica como sendo uma esfera de densidade uniforme com massa $M \approx 1.4 M_{\odot}$ [58][62], raio $R \approx 10 \text{ km}$ [64] e momento de inércia $I = 2MR^2/5 \approx 10^{39} \text{ kg/m}^2$. A extrema densidade e pressão transformam a maior parte da estrela em um superfluido de nêutrons que é um supercondutor em temperaturas da ordem de $T \approx 10^9 \text{ K}$. As massas de pulsares individuais foram medidas com vários graus de precisão, e estão muito próximas das canônicas $1.4 M_{\odot}$. As mais altas massas de pulsar medidas com precisão são da ordem de $M \approx 2.0 M_{\odot}$ [58] qualquer estrela de nêutrons de massa significativamente superior a $M \sim 3 M_{\odot}$ deve entrar em colapso e se tornar um buraco negro [58][64].

5.2.1 Campos Magnéticos

O Sol e muitas outras estrelas possuem campos magnéticos aproximadamente dipolares. Interiores estelares são totalmente ionizados e bons condutores elétricos. Partículas carregadas são restringidas a se mover ao longo das linhas do campo magnético, e as linhas do campo magnético são ligadas às partículas carregadas [58]. A ideia dos enormes campos magnéticos de estrelas de nêutrons, ocorreu na década de 1960 [62], era a mais direta e óbvia, que os campos magnéticos dos progenitores de estrelas de nêutrons são amplificados pelo processo de conservação de fluxo à medida que a enorme matéria é comprimida durante o colapso do núcleo que produz a estrela de nêutron. Considere que uma estrela com um raio de $\sim 10^6 \text{ km}$ entra em colapso e fica com um raio de $\sim 10 \text{ km}$, sua área de seção transversal a é dividida por $\sim 10^{10}$, seu fluxo magnético é representado pela equação $\Phi \equiv \oint \vec{B} \cdot \hat{n} da$ para ser conservado, a intensidade do campo magnético deve ser multiplicada por fator $\sim 10^{10}$. Uma intensidade de campo magnético inicial $B \sim 10^2 \text{ G}$ torna-se então $B \sim 10^{12} \text{ G}$ após o colapso [58], então estrelas de nêutrons jovens devem ter campos dipolares muito fortes.

Acredita-se que tais campos magnéticos em estrelas semelhantes ao Sol e normais mais massivas sejam produzidos por dínamos operando em regiões apropriadas dessas estrelas. Os melhores modelos do processo de colapso do núcleo mostram que um efeito dínamo pode gerar campos magnéticos ainda mais fortes. Esses dínamos podem ser capazes de produzir os campos de $B \sim 10^{14} - 10^{15} \text{ G}$ observados em magnetares, que são estrelas de nêutrons com campos magnéticos tão fortes que sua radiação é alimentada por decaimento do campo magnético. A conservação do momento angular durante o colapso aumenta a taxa de rotação em aproximadamente o mesmo fator, 10^{10} , produzindo períodos de rotação

inicial na faixa de milissegundos. Assim, estrelas de nêutrons jovens devem conter dipolos magnéticos em rotação rápida [58].

5.2.2 Radiação de um dipolo magnético

A fórmula de Larmor é usada para calcular a potência total irradiada por uma carga pontual não relativística conforme ela acelera [66], qualquer partícula carregada q quando acelerada emite radiação eletromagnética na frequência de rotação com potência proporcional ao quadrado de sua aceleração [67].

$$P_{rad} = \frac{2q^2 a^2}{3c^3} = \frac{2q\dot{v}^2}{3c^3}, \quad (5.9)$$

onde q é a carga da partícula, a é a aceleração e c a velocidade da luz. Em termos de coordenadas polares podemos reescrever a aceleração da seguinte forma

$$P_{rad} = \frac{2(q\ddot{r} \sin \alpha)^2}{3c^3}, \quad (5.10)$$

sabendo-se que o momento de dipolo elétrico é dado por $p = qr$, então

$$P_{rad} = \frac{2(\ddot{p} \sin \alpha)^2}{3c^3}, \quad (5.11)$$

onde m é o momento de dipolo magnético. Esta equação no qual foi desenvolvida em termos de linhas do campo elétrico, tem um análogo e também é válida para as linhas de campo magnético [58]. Portanto, a potência de radiação de dipolo magnético é dada por

$$P_{rad} = \frac{2(\ddot{m} \sin \alpha)^2}{3c^3}, \quad (5.12)$$

para uma esfera uniformemente magnetizada com raio R e campo magnético B , a magnitude do momento dipolar magnético é representada por [68]

$$m = BR^3, \quad (5.13)$$

se o dipolo magnético inclinado estiver girando, ele apresentará uma velocidade angular $\Omega = 2\pi/P$, então

$$P_{rad} = \frac{2}{3} \frac{m^2 \Omega^4}{c^3} = \frac{2}{3c^3} (BR^3 \sin \alpha)^2 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^4. \quad (5.14)$$

Esta radiação eletromagnética aparecerá na frequência de rádio muito baixa $\nu = P^{-1} < 1 \text{ kHz}$, tão baixa que não pode se propagar através da nebulosa ionizada circundante ou no meio interestelar. A radiação dipolo magnética extrai energia cinética rotacional da estrela de nêutrons e faz com que o período do pulsar aumente com o tempo [58].

5.2.3 Luminosidade Spin-Down

A energia cinética rotacional E de um objeto giratório está relacionada ao seu momento de inércia I por

$$E = \frac{I\Omega^2}{2} = \frac{2\pi^2 I}{P^2}. \quad (5.15)$$

O momento de inércia de um pequeno elemento de massa em torno de qualquer eixo de rotação é o produto da sua massa com o quadrado de sua distância radial R do eixo de rotação. O momento de inércia de uma esfera com raio R , massa M e densidade uniforme $\rho = 3M/(4\pi R^3)$ girando em torno de seu eixo z é obtido da forma

$$I = \int_{-R}^R \left(\int_0^{(R^2-z^2)^{\frac{1}{2}}} \rho r^2 2\pi r dr \right) dz, \quad (5.16)$$

onde r é a distância do eixo de rotação e z é a altura em coordenadas cilíndricas centrada na origem da esfera. Então o momento de inércia para a esfera é

$$I = \pi\rho \int_0^R (R^2 - z^2)^2 dz = \frac{8\pi\rho R^5}{15}, \quad (5.17)$$

substituindo a densidade da esfera definida anteriormente, temos

$$I = \frac{8\pi R^5}{15} \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{2MR^2}{5}, \quad (5.18)$$

considerando que esse objeto seja uma estrela de nêutrons canônica, seu momento de inércia I é dada por

$$I = \frac{2MR^2}{5} \approx 10^{38} \text{ kg m}^2. \quad (5.19)$$

onde $M = 1.4M_{\odot}$ e $R = 10 \text{ km}$. Tendo o momento de inércia podemos calcular a energia cinética de rotação

$$E = \frac{2\pi^2 I}{P^2} \approx 2 \times 10^{39} P^{-2} \text{ J}. \quad (5.20)$$

A energia cinética rotacional de uma estrela de nêutrons canônica com o período de rotação $P = 0.033 \text{ s}$ do pulsar do Caranguejo é

$$E = \frac{2\pi^2 I}{P^2} \approx 1.8 \times 10^{42} \text{ J}. \quad (5.21)$$

Se o giro da estrela mudar com o tempo, ou seja, a sua velocidade angular variar com o tempo numa taxa $\dot{\Omega}$, sua energia rotacional também estará mudando a uma taxa de

$$-\dot{E} \equiv -\frac{d E_{rot}}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \Omega^2 \right) = -I \Omega \dot{\Omega} - \frac{1}{2} \dot{I} \Omega^2 \approx -I \Omega \dot{\Omega}. \quad (5.22)$$

É chamada de luminosidade spin-down, sendo a taxa de perda medida de energia rotacional $\dot{\Omega} < 0$, ou, equivalentemente, $\dot{P} > 0$, como é o caso dos pulsares acionados por rotação, que se presume ser igual à luminosidade da radiação dipolo magnético [62]. Neste resultado, \dot{I} é a taxa de variação, se houver, do momento de inércia da estrela durante o processo de mudança de spin, e a aproximação é obtida desprezando o termo de mudança de inércia [62]. A luminosidade do spin-down é geralmente expressa em termos do período, então

$$\Omega = \frac{2\pi}{P}, \quad (5.23)$$

derivando em relação ao tempo

$$\dot{\Omega} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2\pi}{P} \right) = 2\pi(-P^{-2}\dot{P}), \quad (5.24)$$

portanto a equação de spin-down se torna

$$-\dot{E} = \frac{4\pi^2 I \dot{P}}{P^3}. \quad (5.25)$$

Observe que \dot{P} é segundos por segundos, logo, é uma quantidade adimensional. O pulsar de Caranguejo tem um período de $P = 33 \text{ ms}$ e $\dot{P} = 10^{-14}$. Se seu momento de inércia for de $I = 10^{38} \text{ kg m}^2$, o spin-down será de

$$-\dot{E} = \frac{4\pi^2 I \dot{P}}{P^3} \approx 4 \times 10^{31} \text{ J s}^{-1} \approx 10^5 L_{\odot} \quad (5.26)$$

Se $P_{rad} \approx -\dot{E} \approx 10^5 L_{\odot}$, a luminosidade da radiação de dipolo magnético de baixa frequência $\nu = P^{-1} \approx 30 \text{ Hz}$ do pulsar de Caranguejo é comparável com toda a saída de rádio de nossa Galáxia [58]. Ainda assim, apenas uma pequena fração dela aparece nos pulsos de rádio. A fração da potência de spin-down para o pulsar do Caranguejo que vai para pulsos de rádio é $\sim 10^{-7}$, mas o valor típico característico da população conhecida de pulsares movidos a rotação é de $\sim 10^{-5}$ [62]. A maior parte da energia acelera as partículas carregadas, que então depositam sua energia na nebulosa circundante, no caso de jovens pulsares como o pulsar do Caranguejo, para fazer da nebulosa um forte emissor de radiação eletromagnética. A luminosidade bolométrica observada da Nebulosa do Caranguejo é

comparável com a luminosidade spin-down, reforçando o modelo de que a energia cinética rotacional é convertida em radiação dipolo magnética que é absorvida pela nebulosa [58].

5.2.4 Força mínima do campo magnético

Como uma primeira aproximação, podemos representar esse campo por um dipolo magnético, uma vez que qualquer configuração de campo magnético na estrela pode ser representada por uma combinação de multipolos magnéticos [68], como visto por um observador externo, e o componente dipolo é dominante quando o observador está muito distante da estrela. Então considerando uma estrela de nêutrons de momento de dipolo magnético m orientada em um ângulo α em relação ao seu eixo de rotação e fazendo $-\dot{E} \approx P_{rad}$, pode ser feito um limite inferior para a intensidade do campo magnético na superfície da estrela de nêutrons:

$$P_{rad} = -\dot{E} \implies \frac{2}{3c^3} (BR^3 \sin \alpha)^2 \left(\frac{4\pi^2}{P^2} \right)^2 = \frac{4\pi^2 I \dot{P}}{P^3}, \quad (5.27)$$

$$B^2 = \frac{3c^3 I P \dot{P}}{8\pi^2 R^6 \sin^2 \alpha}, \quad (5.28)$$

$$B = \left(\frac{3c^3 I}{8\pi^2 R^6 \sin^2 \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} (P \dot{P})^{\frac{1}{2}}. \quad (5.29)$$

Inserindo os valores das constantes e de um pulsar canônico na primeira parte da equação, teremos um valor numérico aproximadamente de 3.2×10^{19} . Portanto, teremos que o valor do campo magnético na superfície do pulsar [69][70][71] é de

$$B = 3.2 \times 10^{19} (P \dot{P})^{\frac{1}{2}} G. \quad (5.30)$$

Sendo esse o valor da força mínima do campo magnético, ou campo magnético característico, na superfície de um pulsar. Tomando o exemplo do pulsar de Caranguejo temos um valor de $B \sim 10^{12} G$, sendo este um campo incrivelmente forte [58].

5.2.5 Idade característica

As mudanças seculares, ou de longo prazo, no período de um pulsar energizado por rotação são medidas pelas derivadas de frequência $\dot{\nu}$, $\ddot{\nu}$. De forma equivalente, as derivadas do período P ou da velocidade angular de rotação da estrela de nêutrons podem ser usadas [62], sendo relacionadas por:

$$\frac{\dot{P}}{P} = -\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = -\frac{\dot{\nu}}{\nu}. \quad (5.31)$$

A emissão de radiação dipolo magnética por um pulsar acionado por rotação em termos da velocidade angular leva a uma taxa de spin-down:

$$\dot{\Omega} = -K\Omega^3, \quad K \equiv \frac{2m^2 \sin^2 \alpha}{3Ic^3}. \quad (5.32)$$

onde, m é o momento magnético, I é o momento de inércia da estrela de nêutrons e α é o ângulo de inclinação entre a rotação e os eixos magnéticos [62]. Pode-se ser realizada uma generalização muito útil da seguinte forma [72]

$$\dot{\Omega} = -K\Omega^n. \quad (5.33)$$

onde o expoente geral n é chamado de índice de frenagem ou *braking index* [69][62][72]. Diferentes valores de n implicariam a diferentes processos de perda de energia rotacional, ou frenagem, e o valor da constante K , também seria diferente para outros processos.

Integrando a equação (5.33) levando em consideração que K é uma constante, com velocidade angular inicial Ω_0 com tempo $t = 0$ e a velocidade angular nos dias de hoje como Ω com o tempo t , temos que:

$$t = -\frac{\Omega}{(n-1)\dot{\Omega}} \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{n-1} \right], \quad (5.34)$$

com $n \neq 1$. Podemos reescrever a equação (5.34) em função de P e \dot{P} :

$$t = \frac{P}{(n-1)\dot{P}} \left[1 - \left(\frac{P_0}{P} \right)^{n-1} \right], \quad (5.35)$$

no limite $\Omega_0 \gg \Omega$ para a equação (5.34), ou $P_0 \ll P$ para a equação (5.35), obtemos τ como a idade característica ou idade de spin-down.

$$\tau = -\frac{\Omega}{(n-1)\dot{\Omega}} = \frac{P}{(n-1)\dot{P}}, \quad (5.36)$$

para $n = 3$ (modelo de spin-down de dipolo magnético de frenagem[72]) temos a idade característica [69]

$$\tau = \frac{P}{2\dot{P}}. \quad (5.37)$$

Deve ser próximo à idade real do pulsar. A idade característica depende apenas de P e \dot{P} . O tempo τ é um limite superior da idade real do pulsar, uma vez que uma velocidade angular inicial é muito maior que a atual, o que levará a uma idade menor que τ [62], como mostra a equação (5.34).

Para o pulsar do Caranguejo, PSR B0531 + 21, $\tau \approx 1250$ anos a partir de medições de spin-down, enquanto sua idade real (obtida a partir da hora conhecida de nascimento da estrela de nêutrons no evento supernova bem registrado de 1054 DC) é de $t \approx 950$ anos [62].

A segunda derivada do período ou frequência do pulsar torna possível uma medição direta do índice de frenagem n :

$$\ddot{\Omega} = -Kn\Omega^{n-1}\dot{\Omega} = n \left(\frac{C\Omega^n}{\Omega} \right) \dot{\Omega} = \frac{n\dot{\Omega}^2}{\Omega}, \quad (5.38)$$

então

$$n = \frac{\Omega\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2}, \quad (5.39)$$

em termos do período P , temos

$$n = 2 - \frac{P\ddot{P}}{\dot{P}^2}. \quad (5.40)$$

O índice de frenagem depende apenas dos termos P , \dot{P} e \ddot{P} . Índices de frenagem na faixa de $1.4 \leq n < 2.8$ [73] foram observados e usados para investigar mecanismos alternativos de spin-down e para fazer estimativas mais sofisticadas de idades de pulsar e períodos iniciais de spin [58].

Mas acredita-se que esses índices sejam espúrios valores, causados por ruído de tempo. Isso ocorre porque esses valores geralmente não são estáveis, mas variam amplamente entre as diferentes observações do mesmo pulsar. Esta é uma característica particular dos pulsares mais antigos, de modo que uma medição significativa de n é considerada possível apenas para pulsares jovens [62].

A figura 17 mostra o amplamente utilizado diagrama $P\dot{P}$ para pulsares acionados por rotação. O gráfico mostra que existe uma ampla dispersão de pontos, aproximadamente divisíveis em dois grupos unidos por uma “ponte” chamada de *death line* [74][62]. O primeiro aglomerado, em taxas de rotação relativamente lentas, ou seja, longos períodos com $P \sim 0.1 - 1s$ e derivados de alto período $\dot{P} \sim 10^{-13} - 10^{-16}s/s$, correspondentes a estrelas de nêutrons em estágios iniciais de suas vidas, funcionando como pulsares movidos a rotação. O segundo aglomerado, em taxas de rotação rápidas, ou seja, períodos curtos de “milissegundos”, $P \sim 1 - 10ms$ e derivadas de período baixo $\dot{P} \sim 10^{-19} - 10^{-20}s/s$, correspondem a estrelas de nêutrons antigas que foram “recicladas” por fases de acréscimo de massa em sistemas binários, para funcionar mais uma vez como pulsares acionados por rotação depois que o acréscimo parou [62].

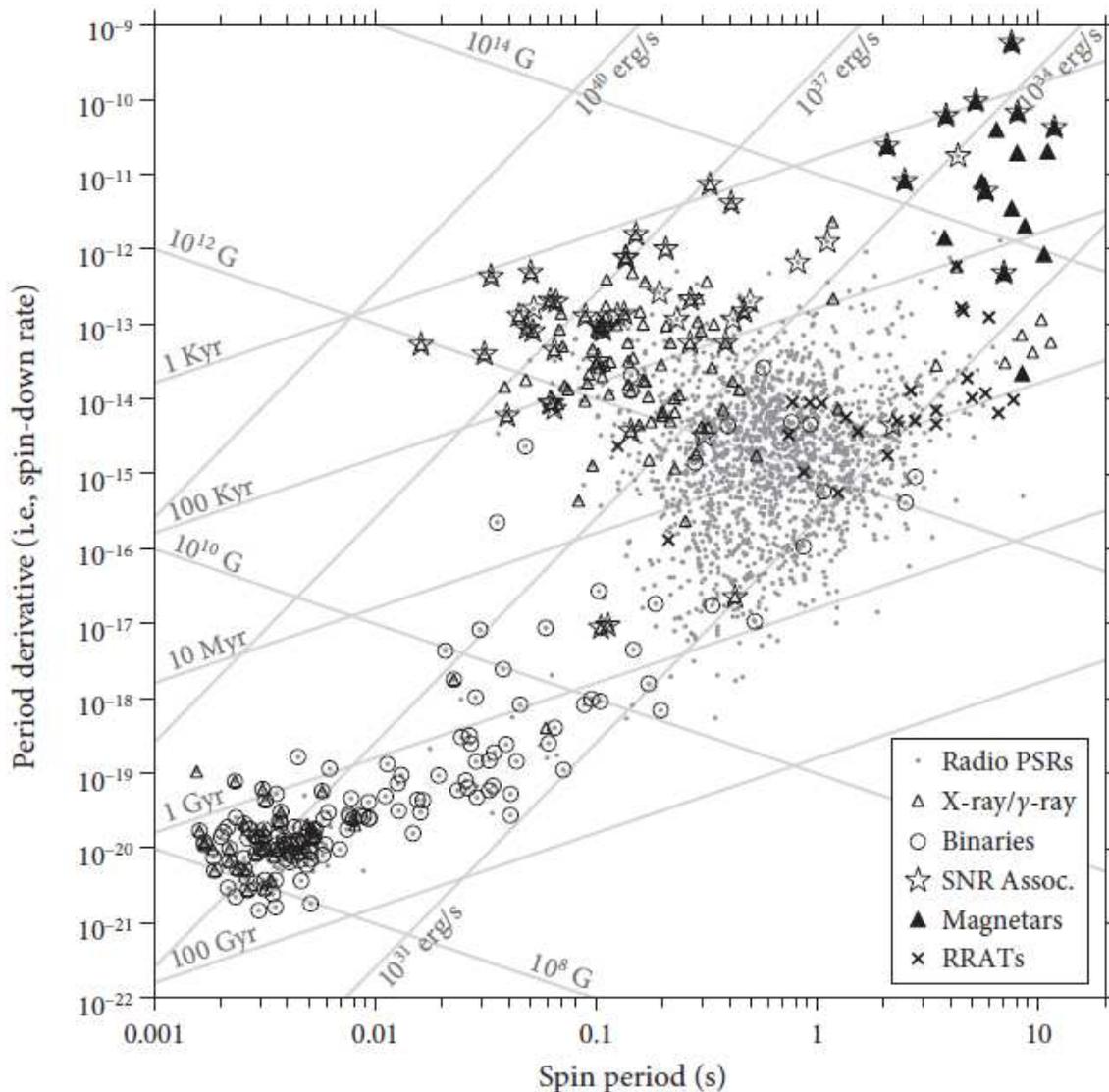


Figura 17 – Diagrama $P\dot{P}$ de pulsares acionados por rotação, desempenhando um papel semelhante ao diagrama Hertzsprung-Russell para estrelas comuns. Ele codifica uma enorme quantidade de informações sobre a população do pulsar e suas propriedades em termos dos observáveis: P , \dot{P} , τ , B , $-\dot{E}$. Fonte: [58]

5.2.6 Pulsar e o meio interestelar

Durante o percurso da propagação das ondas eletromagnéticas pelo meio interestelar, de uma fonte até o radiotelescópio, existe um certo atraso. As ondas de rádio são uma forma de radiação eletromagnética (fótons com um campo elétrico e magnético oscilante) com uma frequência muito baixa. Na presença de partículas carregadas, como prótons e elétrons livres que estão presentes no meio interestelar, a interação eletrostática entre os fótons e essas partículas causa um atraso em sua propagação. Fótons mais energéticos, ou seja, ondas eletromagnéticas com maior frequência, tendem a empurrar os elétrons livres com mais facilidade, assim, sofrendo pouca alteração em sua velocidade. Enquanto os fótons de frequência mais baixa são mais afetados pelos efeitos, conseqüentemente, tendem

a ter um maior atraso [75]. Este efeito pode ser calculado pelo que é chamado de medida de dispersão, que em suma, faz uso da dispersão dos pulsos de rádio durante a propagação através do meio interestelar ionizado, por causa dos pulsos de um determinado pulsar chegam um pouco mais tarde em frequências mais baixas do que em frequências mais altas. Então, podemos calcular sabendo que a velocidade de grupo v_g de propagação de ondas eletromagnéticas de frequência ν através de um plasma [62] é dada por:

$$v_g = c \left(1 - \frac{\nu_p^2}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5.41)$$

onde ν_p é a frequência do plasma dado por

$$\nu_p = \left(\frac{e^2 n_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5.42)$$

com e e m_e sendo a carga e a massa do elétron, respectivamente. Para a maioria das observações de rádio há uma correção na velocidade de grupo para primeira ordem [58], ou seja, com $\nu_p \ll \nu$, portanto

$$v_g \approx c \left(1 - \frac{\nu_p^2}{2\nu^2} \right). \quad (5.43)$$

Um pulso de banda larga se move mais lentamente em frequências mais baixas, através de um plasma, do que em frequências mais altas. Se a distância até a fonte for d , o atraso de dispersão t na frequência ν é

$$t = \int_0^d \frac{dl}{v_g} - \frac{d}{c}, \quad (5.44)$$

substituindo o valor de v_g , temos

$$t = \frac{1}{c} \int_0^d \left(1 + \frac{\nu_p^2}{2\nu^2} \right) dl - \frac{d}{c} = \left(\frac{e^2}{2\pi m_e c} \right) \frac{1}{\nu^2} \int_0^d n_e dl, \quad (5.45)$$

$$t = \left(\frac{e^2}{2\pi m_e c} \right) \frac{1}{\nu^2} DM, \quad (5.46)$$

onde

$$DM = \int_0^d n_e dl. \quad (5.47)$$

O termo DM é chamado de medida de dispersão do pulsar, que é a densidade integrada ou densidade da coluna de elétrons ao longo da linha de visão do pulsar,

convencionalmente expressa em unidades de $pc\ cm^{-3}$ [62]. Em termos da densidade média do elétron n_e na direção do pulsar, podemos encontrar d se conhecermos n_e , ou seja, dado um modelo para a distribuição de elétrons livres no meio interestelar, essa dispersão pode ser usada para estimar as distâncias aos pulsares [76].

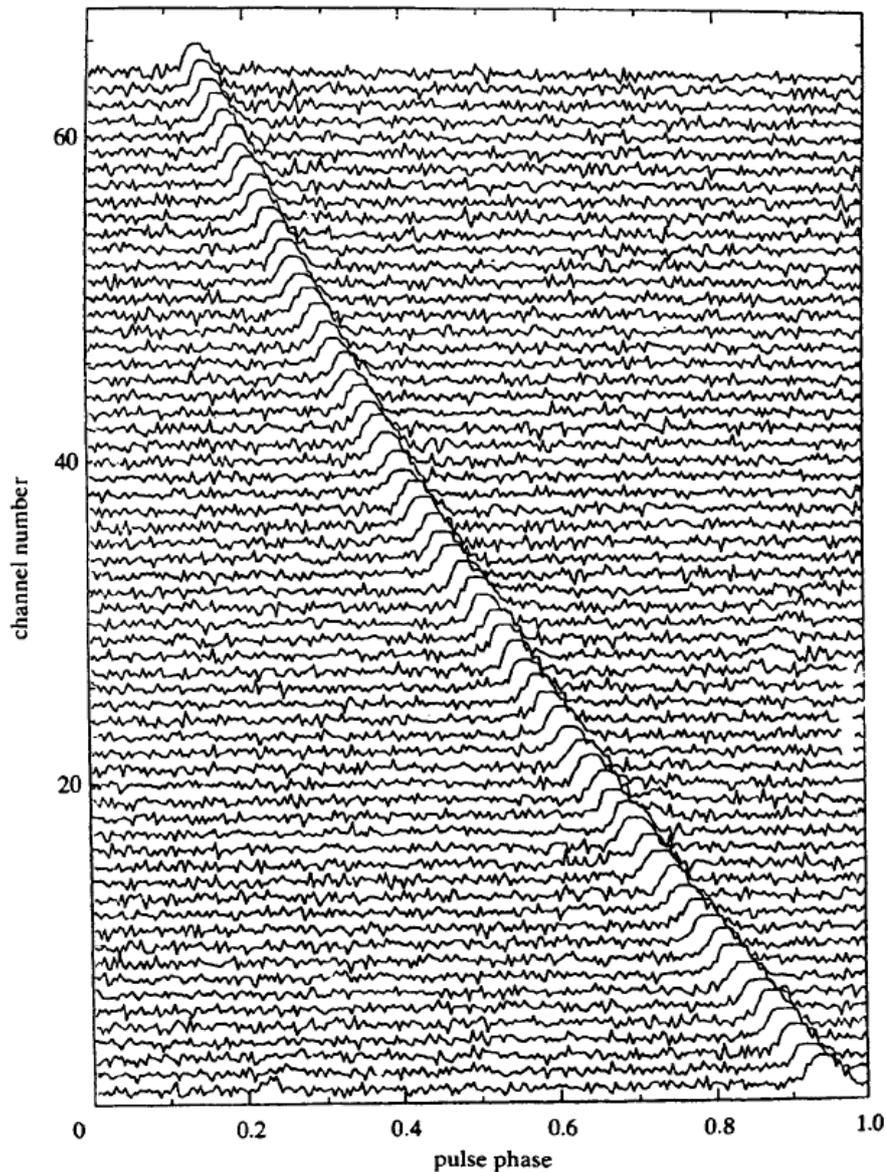


Figura 18 – Este gráfico representa o atraso dispersivo do sinal do pulsar PSR 1641-45. O eixo vertical é dado pela frequência dividida em 64 canais, onde o primeiro canal corresponde a 1400 MHz e o último a 1720 MHz. E o eixo horizontal dado pelo período de fase do pulso. Fonte [76]

Para pulsares muito próximos cerca de 1 kpc do Sol, é possível medir distâncias a partir de observações da paralaxe anual, como é feito para estrelas próximas. Para pulsares, isso é obtido por meio de rádio interferometria de linha de base muito longa VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*). No entanto, o número de pulsares extremamente próximos

é muito pequeno [62].

Pulsares em baixas latitudes galácticas são observados através dos braços espirais da galáxia, seus espectros mostram absorção marcada na linha de 21 cm de hidrogênio neutro. A velocidade da nuvem HI pode ser determinada a partir do deslocamento Doppler na linha de absorção, que cita sua distância com o auxílio do nosso conhecimento da velocidade de rotação da matéria em função da distância do centro da galáxia, que é chamada de curva de rotação da galáxia [62].

Existe uma técnica usada na radioastronomia e amplamente usada para a observação de pulsares denominada de "dedispersão" (ver as figuras 19 e 20), que consiste em compensar o efeito de espalhamento da dispersão interestelar. A banda de rádio detectada pelo radiotelescópio será dividida em muitos canais estreitos, onde cada um dos canais serão medidos separadamente. Desde que a medida de dispersão da fonte seja conhecida, atrasos de tempo apropriados podem ser introduzidos entre os canais para remover o atraso dispersivo através da banda. Os sinais dos canais são então recombinaados para formar um sinal não disperso [77].

5.3 Pulsar Timing

A astrofísica fornece muitos exemplos de corpos em rotação, cujos períodos de rotação podem ser determinados com grande precisão. A rotação da Terra é usada como um relógio que é confiável para cerca de uma parte em 10^8 por dia, entretanto, nenhum outro relógio consegue ter uma precisão próxima à da rotação do pulsar [79]. Os tempos de chegada (do inglês *time of arrival* TOA) dos pulsos de rádio dos pulsares são fáceis de estudar e uma quantidade de informação surpreendente pode ser tiradas deles [79]. A determinação do tempo de chegada dos pulsos com grande precisão é talvez o aspecto mais crucial da pesquisa observacional em pulsares, isso estabeleceu que tais pulsares são relógios excelentes, a precisão dos pulsares de milissegundo, por exemplo, rivalizam com os melhores relógios atômicos conhecidos [62]. Os pulsares não apenas fornecem informações sobre a natureza da fonte de rádio pulsada, mas também fornecem uma posição precisa para a fonte.

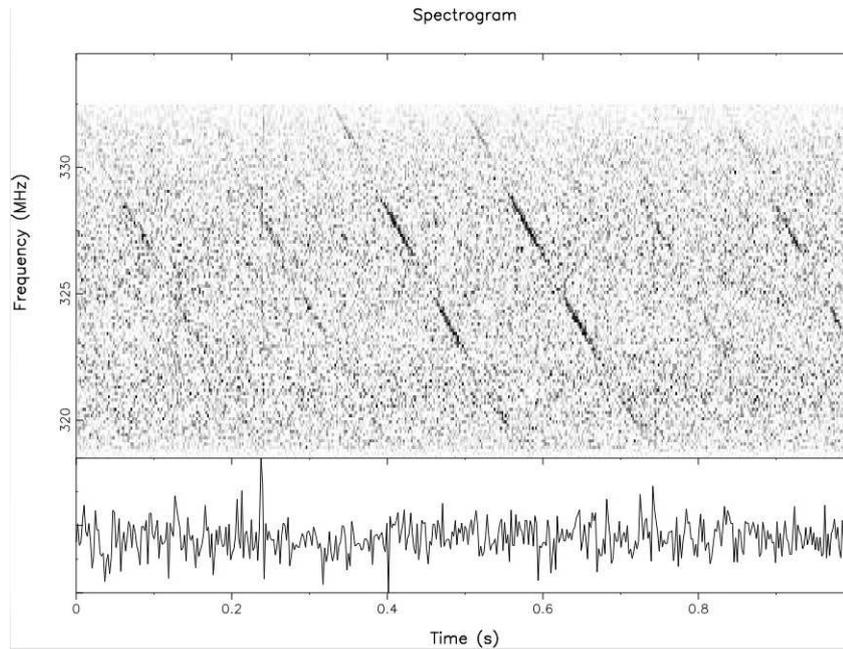


Figura 19 – A parte de cima mostra um espectrograma dos sinais detectados não corrigido e abaixo o sua respectiva série temporal sem um perfil de pulso determinado. Fonte [78]

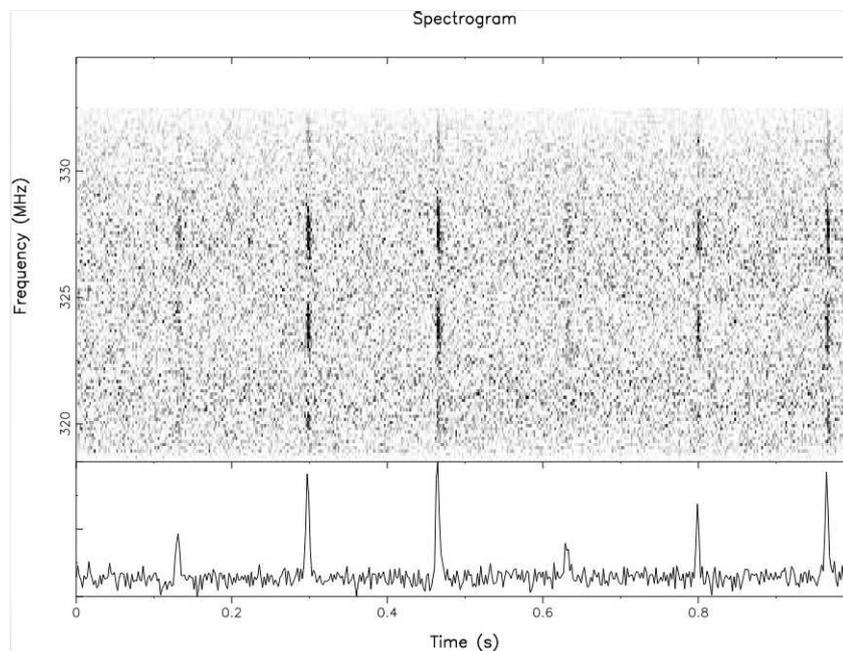


Figura 20 – No top apresenta um espectrograma dos sinais detectados corrigidos pela "dedispersão" e abaixo o sua respectiva série temporal com perfis de pulsos definidos. Fonte [78]

Para obter esse tempo através de um radiotelescópio é feito um perfil de pulso padrão muito estável com alta relação sinal-ruído, que é obtido pela soma de um número muito grande de pulsos. Em seguida, o perfil de pulso integrado é obtido a partir do trecho de dados por uma duração de tempo, para o qual precisamos determinar os TOAs

correlacionado com o perfil padrão, a fim de determinar a fase de pulso com precisão [80].

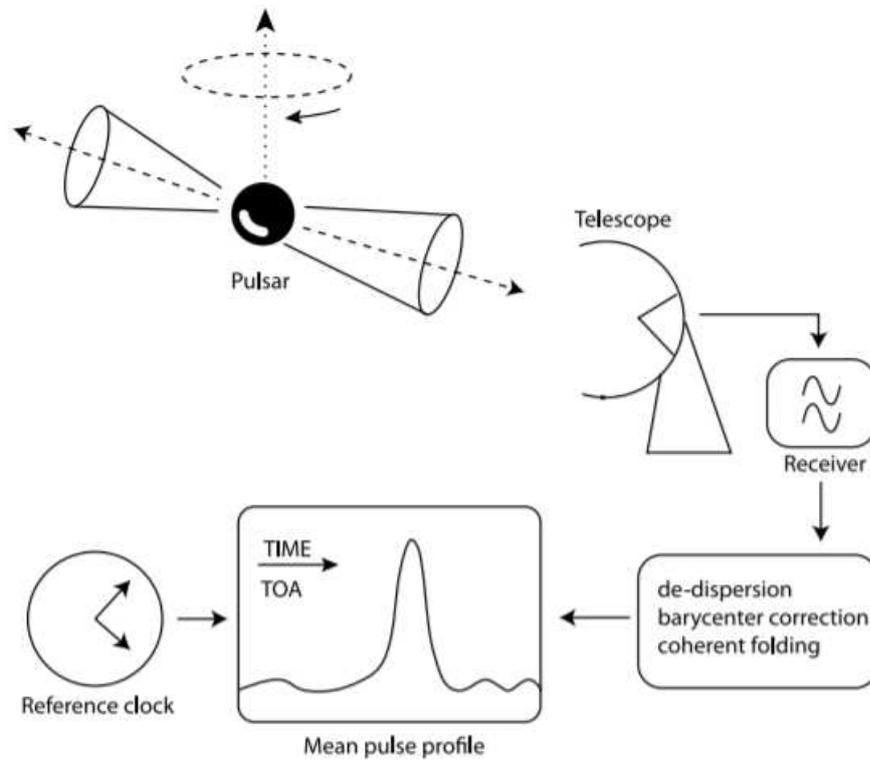


Figura 21 – Sequência típica da detecção de pulsares. Fonte: [80]

Os feixes do pulsar são capturados pela antena do radiotelescópio. Os sinais de rádio são gravados e analisados para produzir um perfil de pulso médio. O processamento de dados compreende os seguintes pontos: a remoção dos efeitos de dispersão causados pelo meio interestelar usando a técnica de “desdispersão”; a correção da posição e movimento próprio do observatório determinada na correção do baricentro; e o dobramento coerente de muitos pulsos. E por fim, o tempo de chegada (TOA) do pico do pulso é medido em relação a um relógio de referência [80].

5.3.1 Posição do Pulsar e a órbita da Terra

Desde a época de Römer, que fez observações do movimento das luas de Júpiter quando a Terra estava em diferentes posições em sua órbita, sabe-se que a luz leva cerca de 8 minutos para viajar do Sol até chegar na Terra. De forma semelhante os pulsos de um pulsar situado no plano da eclíptica chegarão, mais cedo à Terra do que ao Sol, isso para o cenário em que a Terra está mais próxima do pulsar, ou seja, quando está na mesma longitude heliocêntrica [79]. Seis meses depois, os pulsos chegarão atrasados à Terra na mesma proporção. O atraso de Roemer ΔR_{\odot} de um pulsar nas coordenadas da eclíptica é

dado por

$$\Delta R_{\odot} = A \cos(\omega t - \lambda) \cos \beta. \quad (5.48)$$

onde A é o tempo de viagem do sinal do Sol à Terra, ω é a velocidade angular da Terra em sua órbita, λ e β são, respectivamente, a longitude e latitude eclíptica do pulsar como pode ser vista na figura 23. Salientando que a equação (5.48) é apenas uma aproximação pois a órbita da Terra não é totalmente circular.

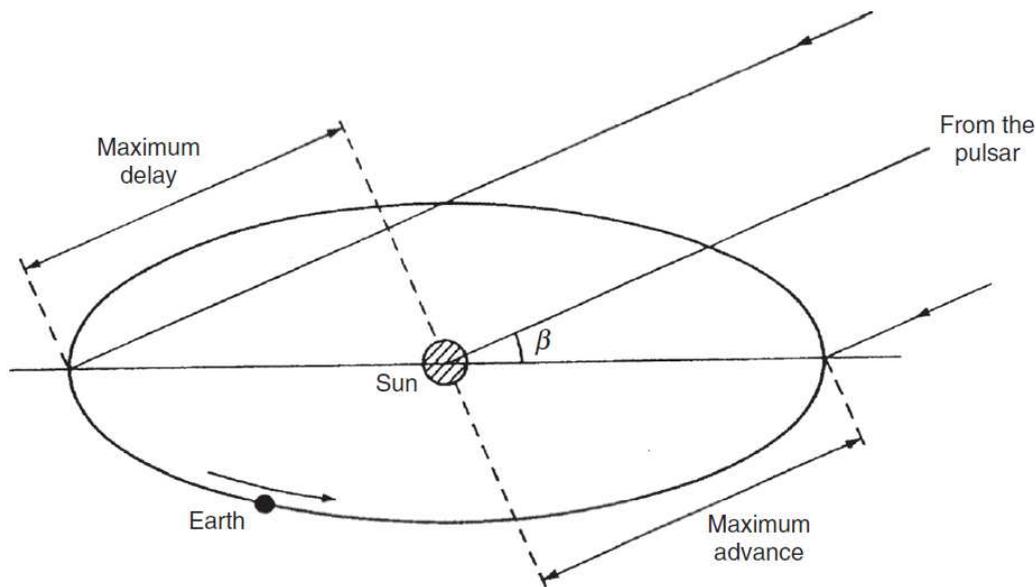


Figura 22 – A mudança anual no tempo de chegada do pulso devido ao movimento orbital de translação da Terra ao redor do Sol. Fonte: [79]

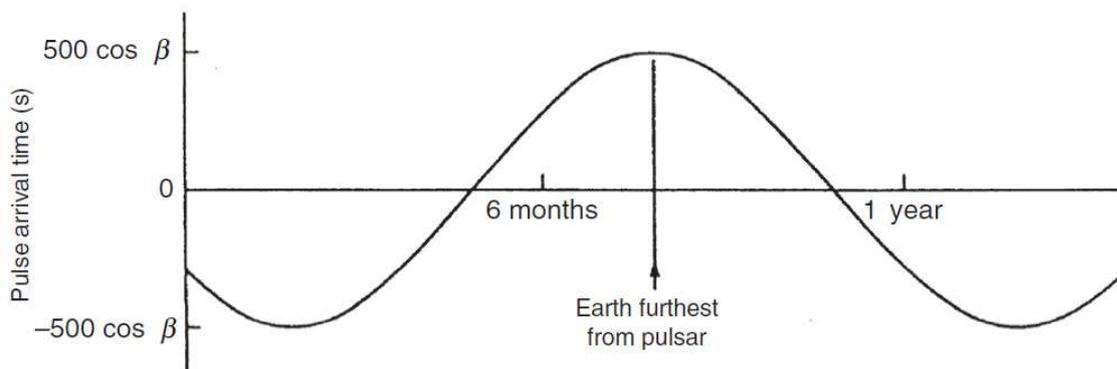


Figura 23 – No eixo vertical é apresentado a amplitude da variação que é de $500 \cos \beta$ s, sendo β a latitude eclíptica do pulsar. Fonte: [79]

Os tempos de chegada observados de pulsos emitidos por um pulsar em intervalos de tempo iguais ao longo do ano irão, mostrar uma variação sinusoidal como na figura 23,

onde a fase da onda senoidal é determinada pela longitude heliocêntrica e a amplitude pela latitude heliocêntrica do pulsar [79].

A equação (5.48) nos mostra que a modulação desaparece para os pulsares na direção dos polos da eclíptica ($\beta = 90^\circ$) e tem sua amplitude máxima quando o pulsar está no plano da eclíptica. Se houver um erro na estimativa de posição, os componentes de erro de posição individuais λ e β fazem com que um atraso de tempo diferencial $\delta\Delta R_\odot$ esteja presente nos resíduos de tempo com relação ao atraso de Römer correto

$$\delta\Delta R_\odot = A \cos \beta \delta\lambda \sin(\omega t - \lambda) - A \sin \beta \delta\beta \cos(\omega t - \lambda). \quad (5.49)$$

Ajustar tal modelo à variação dos tempos de chegada de pulso ao longo de um ano fornece posições que são notavelmente precisas. Por exemplo, um pulsar com um período de cerca de 1 s pode fornecer um ponto na curva de tempo com uma precisão de cerca de 1 ms. São necessárias pelo menos quatro observações ao longo de um ano para encontrar a posição da fonte, mas o resultado é uma posição com precisão superior a 1 segundo de arco. Isso é bastante preciso para qualquer tentativa de identificação de um objeto, portanto, as posições foram obtidas a partir de observações temporais para a maioria dos pulsares conhecidos. Algumas considerações devem ser tomadas para a aplicação desse método [79]:

- A órbita da Terra é elíptica, não circular. A rotação da Terra introduz um atraso de tempo variável de cerca de 21 ms.
- O Sol se move em relação ao centro de inércia do sistema solar, conhecido como baricentro, que se move essencialmente de maneira uniforme pelo espaço, sendo um bom referencial inercial. O movimento do Sol em torno do baricentro depende do movimento orbital dos planetas, principalmente de Júpiter devido à sua grande massa, é o suficientemente grande para colocar o baricentro fora da superfície do Sol.
- O potencial gravitacional na Terra é diferente do potencial a uma grande distância do Sol, além de variar anualmente através da elipticidade da órbita da Terra. A relatividade geral prever uma pequena variação anual das taxas dos relógios ligados à Terra, em comparação aos relógios de referência em uma órbita circular ou fora do sistema solar.
- O efeito Doppler de segunda ordem, previsto pela relatividade especial, varia como o quadrado da velocidade da Terra, este efeito na prática indistinguível do efeito relativístico dado na proposição acima.
- Há um atraso variável, previsto pela relatividade geral, causado quando os pulsos passam pelo poço de potencial gravitacional do Sol, este é o atraso de Shapiro, cujo corresponde ao efeito da curvatura do espaço-tempo devido a um objeto massivo.

- A frequência efetiva do receptor de rádio conforme observada em um referencial inercial varia ao longo do ano devido ao efeito Doppler do movimento da Terra. Uma vez que o tempo de chegada depende da frequência, devido à dispersão no meio interestelar, uma correção pode ser necessária para observações temporais de pulsares com medida de alta dispersão.

O objetivo então é aplicar as correções nos tempos de chegada (TOA) dos pulsos, a fim de dar tempos que teriam sido observados no baricentro do sistema solar, de modo que não tenham os efeitos moduladores decorrentes do movimento da Terra. Podemos então estudar a rotação intrínseca do pulsar e quaisquer efeitos de seu movimento orbital com um companheiro binário. Antes que as correções para esses efeitos sejam consideradas, o padrão local de tempo, geralmente por um maser de hidrogênio [80][79], deve ser calibrado por referência a um conjunto padrão de relógios de césio. Isso é feito usando a transferência de tempo do satélite GPS com uma precisão de cerca de 10 ns. O tempo fica então disponível na escala uniforme TAI (International Atomic Time). Então, são agrupados os componentes de correção dos tempos de chegada de pulso t_t para tempos baricêntricos t_b em termos da equação [80] [58]

$$t_b = t_t - t_0 + \Delta_{clock} - \frac{D}{\nu^2} + \Delta R_{\odot} + \Delta E_{\odot} + \Delta S_{\odot}. \quad (5.50)$$

onde t_t seria o tempo topocêntrico fixo na Terra; t_0 é o tempo de referência do pulsar; Δ_{clock} representa uma correção que leva em conta as diferenças entre os relógios do observatório e os padrões de tempo terrestre; D/ν^2 é o atraso de propagação dispersiva na radiofrequência ν causada pelo meio interestelar; ΔR_{\odot} é o termo que incorpora a geometria clássica do sistema solar denominado como atraso de Römer e também inclui o efeito da curvatura da frente de onda, que pode ser usado para determinar a paralaxe; o termo ΔE_{\odot} é o atraso de Einstein devido ao redshift gravitacional e dilatação do tempo; e por último o termo ΔS_{\odot} é o atraso de Shapiro que expressa o efeito da curvatura do espaço-tempo no sistema solar [58][80][62][79]. O subscrito \odot refere-se ao Sistema Solar.

5.3.2 Correções do baricentro

Para uma melhor precisão do tempo do pulsar, precisamos refinar nossas aproximações. Primeiro, temos que assumir a órbita elíptica para a Terra, também temos que levar em consideração a rotação da Terra em torno de seu eixo. Ainda considerar o movimento do Sol em torno do baricentro do sistema solar [79]. Para levar tais consideração, podemos simplesmente referir a TOA ao Baricentro do Sistema Solar, do inglês *solar system barycenter* (SSB). Então, é necessário definir alguns termos. Tais quantidades são dadas pela soma de dois vetores [80]: o vetor r_{ssb} que conecta o baricentro do sistema

solar ao centro da Terra; e o vetor r_{eo} que conecta o centro da Terra ao centro de fase do radiotelescópio (observador)

$$\vec{r} = \vec{r}_{ssb} + \vec{r}_{eo}. \quad (5.51)$$

O tempo ΔR_{\odot} a ser adicionado ao tempo observado para dar um tempo de chegada baricêntrico é

$$\Delta R_{\odot} = -\frac{1}{c} \vec{r} \cdot \hat{s} = -\frac{1}{c} (\vec{r}_{ssb} + \vec{r}_{eo}) \cdot \hat{s}. \quad (5.52)$$

onde \hat{s} é o vetor unitário que aponta do baricentro do sistema solar (SSB) para a posição da fonte (pulsar) e c é a velocidade da luz. A computação de \vec{r}_{ssb} é necessário saber com precisão a localização de todos os principais corpos do sistema solar com auxílio de efemérides do sistema solar. Já para calcular o vetor \vec{r}_{eo} com precisão, a rotação não uniforme da Terra deve ser levada em consideração, de modo que a posição relativa correta do observatório seja derivada [80].

As efemérides dos movimentos planetários foram aprimoradas durante a era da astrometria do pulsar e continuam a melhorar, principalmente a partir de observações de espaçonaves em Marte e na Lua e da astrometria angular dos planetas externos. As medições de radar originais melhoraram a precisão da unidade astronômica em duas ordens de magnitude, fornecendo as efemérides MIT, que tinha precisão de cerca de $10 \mu s$ em distâncias planetárias e $5 \mu s$ na distância Terra-Sol [79].

A relatividade geral dá origem a dois componentes: a dilatação do tempo, que afeta a taxa do relógio na Terra dado por ΔE_{\odot} , e o atraso Shapiro ΔS_{\odot} devido à passagem da radiação através do espaço-tempo curvo no sistema solar. O efeito do espaço-tempo curvo próximo ao Sol foi apontado pela primeira vez por Shapiro [79]. Esse efeito é causado pela propagação de ondas eletromagnéticas do pulsar como um desvio angular de um raio de luz perto de um objeto massivo [62], ou seja, expressa o excesso de atraso para o sinal do pulsar à medida que se desloca através do poço gravitacional do Sol, que por sua vez, também introduz um atraso de tempo, dado a uma boa aproximação por

$$\Delta S_{\odot} = -\frac{2GM_{\odot}}{c^3} \ln(1 + \cos \theta). \quad (5.53)$$

onde θ é o ângulo formado pelo pulsar, Sol e Terra. Este atraso, conhecido como atraso de Shapiro, atinge um máximo de 120 microssegundos quando a linha de visão está perto do limbo do Sol, enquanto Júpiter pode contribuir com até 200 nanossegundos [80][79]. Em princípio, é necessário somar todos os corpos do sistema solar, mas na prática apenas o Sol é normalmente levado em consideração. Outra vez que esse efeito também é importante para o estudo de pulsares binários. O tamanho do atraso de Shapiro é definido pelo

impacto do fator logarítmico do parâmetro angular [62], seu valor máximo é quando θ está próximo de 180° .

O atraso de Einstein Δ_{E_\odot} , representa os efeitos combinados do desvio para o vermelho gravitacional e dilatação do tempo devido aos movimentos da Terra e de outros corpos no sistema solar, levando em consideração a variação de um relógio atômico na Terra no potencial gravitacional variável conforme segue sua órbita elíptica em torno do Sol [80], e que é obtido pela integração da equação

$$\frac{d}{dt}(\Delta_{E_\odot}) = \sum_i \frac{Gm_i}{c^2 r_i} + \frac{v_\oplus^2}{2c^2} - C = \frac{2GM_\odot}{c^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{4a} \right). \quad (5.54)$$

onde, m_i são as massas de todos os corpos de massa significativa no sistema solar, excluindo a Terra, r_i é a distância de m_i da Terra, v_\oplus é a velocidade da Terra em relação ao baricentro do sistema solar. Podendo, também ser escrita da forma obtida na última expressão da equação, onde r é a distância da Terra ao Sol, o termo a é o semi-eixo maior da órbita da Terra, G a constante gravitacional e M_\odot é a massa do Sol [62].

5.3.3 Mudanças de períodos e relógios padrão

Os pulsares de rádio são geralmente muito fracos para serem detectados em seus pulsos únicos, de modo que seja necessário formar um pulso médio, pois os pulsos únicos geralmente diferem na forma, intensidade e fase exata do pulso real, mas dentro de um formato de pulso médio, essa janela é bem mais definida e estável, assim, o uso de um pulso médio também melhora a precisão do tempo [80].

O TOA, então, é definido como o tempo de chegada do pulso mais próximo em relação à média dos pulsos. Para pulsares de milissegundos, alguns milhares de pulsos podem ser adicionados facilmente em alguns minutos de tempo de observação. Isso geralmente resulta em perfis extremamente estáveis. Além de sua maior estabilidade rotacional e pulsos de curta duração, isso representa um fator importante para explicar a estabilidade de tempo superior desses pulsares quando comparados aos pulsares normais [80]. Medindo o tempo de chegada dos sinais do pulsar com muita precisão, podemos estudar os efeitos que determinam a propagação dos pulsos.

A análise do atraso de Römer e os efeitos da relatividade geral permitem que os tempos de chegada observados (TOAs) sejam reduzidos a um tempo de chegada ao baricentro do sistema solar. Para modelar os tempos de chegada, o período P e sua taxa de mudança \dot{P} são agora necessários obtidos em termos da frequência de pulsação $\nu = P^{-1}$ [79], lembrando que P aumenta devido à perda de energia rotacional pela emissão de radiação eletromagnética e partículas carregadas, conseqüentemente, ν diminui. Então, o objetivo é determinar o número de rotações de um pulso observado, contando a partir

de algum tempo de referência [80], t_0 o número N de pulsos esperados em um tempo de chegada observado t é expresso como uma série de Taylor:

$$N = \nu_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\dot{\nu}_0(t - t_0)^2 + \frac{1}{6}\ddot{\nu}_0(t - t_0)^3 + \dots \quad (5.55)$$

onde ν_0 é a frequência de giro do pulsar no tempo de referência. As diferenças entre os valores observados e calculados de N são geralmente expressos como diferenças nos tempos de chegada, que são conhecidos como resíduos de temporização. Todos os pulsares conhecidos, exceto os pulsares de acreção de raios-X, têm as características básicas de um período intrinsecamente preciso, modulado apenas por um lento aumento monotônico no período devido a uma perda gradual de energia rotacional. A mudança de período do Pulsar do Caranguejo pode ser detectada em poucas horas, e a mudança no Vela Pulsar em alguns dias, mas geralmente a taxa de mudança é tão pequena que só pode ser determinada a partir de observações no período de um ano [79]. Além disso, as posições precisas dos pulsares geralmente estão disponíveis apenas nas próprias observações de temporização, de modo que uma aparente mudança de período em um curto período de observação pode ser devido apenas a um erro na posição assumida do pulsar. Pode, alternativamente, para uma minoria de pulsares ser uma indicação de que o pulsar está em um sistema binário.

O resultado notável de medições de tempo estendidas em muitos pulsares é que os tempos de chegada dos pulsos são surpreendentemente regulares. Descontinuidades na frequência ν ou em $\dot{\nu}$ são observadas em pulsares jovens, por exemplo, no Pulsar Vela e no Pulsar Caranguejo. Muitos outros mostram um baixo nível de irregularidade de tempo, conhecido como ruído de tempo. Em contraste, o nível de irregularidades de tempo em muitos pulsares de milissegundos é tão baixo que eles se aproximam do desempenho dos melhores padrões de tempo terrestre disponíveis [79].

A descoberta dos pulsares de milissegundos, todos com valores muito baixos de \dot{P} e ruído de temporização muito baixo, abriu uma nova possibilidade para um padrão de tempo. A definição atual de Tempo Universal (UTC) é em termos de um relógio de césio ideal, mas na prática ele é realizado como a média de um conjunto selecionado de relógios de césio [79]. Um padrão de tempo baseado em pulsares não teria ligação com um fenômeno físico reproduzível, como a oscilação de um átomo de césio, mas poderia, no entanto, fornecer um relógio que funcionasse suavemente com uma estabilidade comparável ao UTC atual, a precisão de tempo melhor do que 100 nanossegundos é atingível por vários pulsares de milissegundos, em observações que se estendem por vários anos.

O bom funcionamento de um relógio é caracterizado pelo desvio de frequência de Allan ou variância de Allan, $\sigma(\tau)$ de seus erros, que é uma medida de seu desvio fracionário ao longo de um período de tempo τ . A estabilidade dos relógios atômicos é medida por uma sequência de determinações de frequência. Um relógio pulsar mede o tempo de

chegada de um pulso e se os erros após todas as correções forem devidos apenas ao ruído branco, então $\sigma_z(\tau)$ deve variar como τ^{-1} [79]. A convergência do pulsar e dos relógios de césio padrão levou à especulação de que os pulsares podem fornecer os relógios com funcionamento mais suave do Universo, ultrapassando os relógios de césio e hidrogênio. A variação de Allan normalmente diminui ao longo de um período de tempo durante o qual o comportamento do relógio é previsível; para um relógio de césio padrão é cerca de um mês, enquanto para relógios de césio aprimorados é cerca de um ano. Alguns pulsares de milissegundos foram observados por vários anos e atingiram uma estabilidade de cerca de 10^{-15} [79]. Uma escala de tempo de pulsar útil pode, no entanto, ser criada por meio de uma extensa série de observações de vários dos pulsares mais suaves, combinando-os para dar um "relógio de pulsar médio". A aplicação prática de tal relógio seria inicialmente a busca de ondas gravitacionais que seriam vistas como diferenças entre relógios locais e distantes [79].

6 Considerações Finais e Perspectivas

É graças ao desenvolvimento tecnológico, que proporciona o avanço científico, que existe a possibilidade do surgimento de condições para novas descobertas. A Astronomia sempre esteve em processos evolutivos ao longo da história, e continua evoluindo. A Radioastronomia, por exemplo, é um ramo da Astronomia que estuda objetos e fenômenos astronômicos usando um radiotelescópio. E essa nova área possibilitou novas descobertas, dentre elas, o pulsar. Desde a sua descoberta em 1967, por Jocelyn Bell, os pulsares são objetos de propriedades únicas no Universo, verdadeiros laboratórios de Física que nos permite estudar condições extremas.

Os Pulsares são estrelas de nêutrons magnetizadas que parecem emitir pulsos curtos periódicos de radiação de rádio, analogamente comparados a um farol pois ao emitir os feixes rotativos de radiação na direção do observador aparentam piscar, entretanto não são estrelas pulsantes. Esses objetos amostram condições físicas extremas como densidades altas, campos magnéticos elevados etc. Além do mais são excelentes em testes de relatividade geral e possíveis candidatos na detecção de ondas gravitacionais.

O nosso objetivo nesta dissertação foi de apresentar fundamentos teóricos básicos para auxiliar no entendimento acerca dos pulsares, em que a partir deste trabalho preliminar, a colaboração BINGO prepare estratégias para a realização de um monitoramento de pulsares. Portanto, iniciamos com os conceitos de radiação eletromagnética de forma geral, contemplando o espectro eletromagnético, equações de Maxwell e uma breve revisão da natureza quântica da radiação. Posteriormente, separamos um capítulo para caracterizar um radiotelescópio, pois é o instrumento utilizado na detecção dos pulsares, então, descrevemos a parte estrutural e estética, assim como, a parte funcional do radiotelescópio como um todo e também de seus componentes constituintes. Seguimos adiante apresentando as características gerais sobre as estrelas, onde destacamos: uma contextualização de sua evolução; as definições do seu estado de equilíbrio hidrostático; um tópico da mecânica estatística focado na distribuição de Fermi-Dirac que serve de suporte para o entendimento dos conceitos da equação de estado. Ainda sobre as estrelas, abordamos sobre alguns processos que ocorrem no interior estelar, como as formas executadas do transporte de energia, finalizando com os processos termonucleares devido às reações nucleares.

O último capítulo foi destinado para a descrição dos conceitos e propriedades físicas dos pulsares, onde destacamos o período de rotação do pulsar como protagonista, no intuito, de ser a variável norteadora para as demais quantidades físicas encontradas. Mostramos como o meio interestelar interfere no percurso das ondas de rádio da fonte ao radiotelescópio, que é indicado pela medida de dispersão. Essa quantidade é usada em um procedimento

chamada de "dedispersão" que é útil na correção dos pulsos. Por fim, mostramos a técnica do *Pulsar Timing*, usada na obtenção dos pulsos de rádio. Comentamos sobre as correções de baricentro do sistema solar, que devem ser realizadas sobre os tempos de chegada dos pulsos (TOA) para ter a precisão nos dados que serão estudados. E discutimos a utilidade dos pulsares e como seus pulsos extremamente periódicos, podem ser usados como relógios de alta precisão e candidatos nos estudos de detecção de ondas gravitacionais.

Portanto, concluímos que o nosso objetivo foi desenvolvido com êxito. Optamos por trazer uma variedade de conteúdos introdutórios afim de estabelecer mais coesão nas transições dos capítulos caminhando até os pulsares. Temos a esperança de que realizamos um trabalho de forma didática, coerente e de fácil entendimento. Temos em vista de dar continuidade aos estudos dos pulsares, com a parte da coleta e tratamento de dados e equipamentos necessários para o monitoramento com o radiotelescópio BINGO instalado no município de Aguiar na Paraíba.

Referências

- 1 CHAISSON, E.; MCMILLAN, S. *Astronomy today*. [S.l.]: Pearson/Addison Wesley San Francisco, CA, 2008. Citado 6 vezes nas páginas 15, 19, 20, 22, 23 e 25.
- 2 SCHOLLAR, C. *RFI monitoring for the MeerKAT radio telescope*. Tese (Doutorado) — University of Cape Town, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 15, 41 e 42.
- 3 PORKO, J.-P. G. et al. Radio frequency interference in radio astronomy. Aalto University, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 41.
- 4 FREDSTI, S. J. *A brief history of Radio Astronomy*. 2020. Astronomy Today. Disponível em: <<http://www.astronomytoday.com/astronomy/radioastro2.html>>. Citado na página 16.
- 5 MACHADO, K. D. *Teoria do eletromagnetismo: volume 3*. [S.l.]: UEPG, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- 6 NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Eletromagnetismo (vol. 3)*. [S.l.]: Editora Blucher, 2015. v. 3. Citado na página 21.
- 7 TIPLER, P. A.; LLEWELLYN, R. A. *Modern physics*. [S.l.]: Freeman, 2008. Citado na página 23.
- 8 LIMA, C. R. *Notas de aulas de Física Moderna*. 2014. 66 p. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 28 e 31.
- 9 EISBERG, R. M. *Fundamentals of modern physics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1961. Citado 6 vezes nas páginas 24, 25, 26, 27, 28 e 30.
- 10 BASSALO, J. M. F. Sobre a lei de rayleigh-jeans. *Revista brasileira de ensino de Física*, v. 18, n. 1, p. 30–32, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 26, 28 e 30.
- 11 PASSON, O.; GREBE-ELLIS, J. Planck's radiation law, the light quantum, and the prehistory of indistinguishability in the teaching of quantum mechanics. *European Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 38, n. 3, p. 035404, 2017. Citado na página 30.
- 12 KRAMM, G.; MÖLDERS, N. Planck's blackbody radiation law: Presentation in different domains and determination of the related dimensional constants. *arXiv preprint arXiv:0901.1863*, 2009. Citado na página 32.
- 13 FILHO, K. d. S. O.; SARAIVA, M. d. F. O. *Astronomia e astrofísica*. São Paulo: Editora Livraria da Física, v. 780, 2004. Citado na página 32.
- 14 MARR, J. M.; SNELL, R. L.; KURTZ, S. E. *Fundamentals of Radio Astronomy: Observational Methods*. [S.l.]: CRC Press, 2015. v. 13. Citado 12 vezes nas páginas 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43 e 44.
- 15 LAUNAY, F. Cassegrain, laurent. *Biographical Encyclopedia of Astronomers*, p. 375–377, 2014. Citado na página 34.

- 16 BASS, M. et al. *Handbook of Optics: Fundamentals, techniques, and design*. [S.l.]: McGraw-Hill Professional Publishing, 1995. Citado na página 37.
- 17 SAEZ, Y. L. *Error Elimination in the KLJN Secure Key Exchange and Vehicular Applications*. Tese (Doutorado), 2015. Citado na página 38.
- 18 BISWAS, D. Noise: Useless or useful. 2018. Citado na página 38.
- 19 PEEL, M. et al. Baryon acoustic oscillations from integrated neutral gas observations: Radio frequency interference measurements and telescope site selection. *Journal of Astronomical Instrumentation*, World Scientific, v. 8, n. 01, p. 1940005, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 45.
- 20 FRIDMAN, P.; BAAN, W. Rfi mitigation methods in radio astronomy. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 378, n. 1, p. 327–344, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- 21 ABDALLA, E. et al. The bingo project i: Baryon acoustic oscillations from integrated neutral gas observations. *arXiv preprint arXiv:2107.01633*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- 22 WUENSCHÉ, C. A. et al. The bingo project ii: Instrument description. *arXiv preprint arXiv:2107.01634*, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- 23 WUENSCHÉ, C.; COLLABORATION, B. et al. The bingo telescope: a new instrument exploring the new 21 cm cosmology window. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series*. [S.l.], 2019. v. 1269, n. 1, p. 012002. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- 24 BATTYE, R. et al. H i intensity mapping: a single dish approach. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 434, n. 2, p. 1239–1256, 2013. Citado na página 44.
- 25 BINGO, P. *Portal BINGO - Radiotelescópio BINGO*. 2021. Disponível em: <<https://www.bingotelescope.org/pt/>>. Acesso em: 16 setembro 2021. Citado na página 45.
- 26 DICKINSON, C. Bingo—a novel method to detect baos using a total-power radio telescope. *arXiv preprint arXiv:1405.7936*, 2014. Citado na página 45.
- 27 VIERA, F. A. S. *Protótipo de radiômetro simples para pesquisa em Fast Radio Burst com o radiotelescópio BINGO*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2020. Citado na página 46.
- 28 PRITCHARD, J. R.; LOEB, A. 21 cm cosmology in the 21st century. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 75, n. 8, p. 086901, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- 29 CARRUTHERS, G. R. Atomic and molecular hydrogen in interstellar space. *Space Science Reviews*, Springer, v. 10, n. 4, p. 459–482, 1970. Citado na página 46.
- 30 PADMANABHAN, H. Neutral hydrogen in the post-reionization universe. *Proceedings of the International Astronomical Union*, Cambridge University Press, v. 12, n. S333, p. 216–221, 2017. Citado na página 46.

- 31 LIU, L. *The Hydrogen 21 cm Line and Its Applications to Radio Astrophysics*. 2008. Citado na página 46.
- 32 GRIFFITHS, D. J.; SCHROETER, D. F. *Introduction to quantum mechanics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- 33 STOREY, J. et al. 21 cm line of atomic hydrogen. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 62, n. 12, p. 1077–1081, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- 34 GONCALVES, V. P.; LAZZARI, L. d. S. Uma introdução às estrelas estranhas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 42, 2020. Citado 6 vezes nas páginas 49, 50, 52, 53, 58 e 61.
- 35 BALIAN, R.; BLAIZOT, J.-P. Stars and statistical physics: a teaching experience. *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 67, n. 12, p. 1189–1206, 1999. Citado 4 vezes nas páginas 49, 53, 55 e 63.
- 36 MACIEL, W. J. *Introdução à Estrutura e Evolução Estelar Vol. 24*. [S.l.]: Edusp, 1999. Citado na página 49.
- 37 FITZPATRICK, R. *Thermodynamics & statistical mechanics: An intermediate level course*. 2002. Citado 6 vezes nas páginas 51, 58, 59, 60, 61 e 62.
- 38 SAGERT, I. et al. Compact stars for undergraduates. *European journal of physics*, IOP Publishing, v. 27, n. 3, p. 577, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- 39 D'INVERNO, R. A. Introducing einstein's relativity. *Introducing Einstein's relativity by RA D'Inverno*. New York: Oxford University Press, 1992. Citado na página 52.
- 40 SILBAR, R. R.; REDDY, S. Neutron stars for undergraduates. *American journal of physics*, American Association of Physics Teachers, v. 72, n. 7, p. 892–905, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 57.
- 41 SALINAS, S. R. *Introdução a física estatística vol. 09*. [S.l.]: Edusp, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 53, 54, 55 e 56.
- 42 MALAVAZI, A. H. A. Estatística quântica gás de fermi. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.
- 43 HUANG, K. *Introduction to statistical physics*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2009. Citado na página 55.
- 44 KOGUT, J. B. *Introduction to Relativity: For Physicists and Astronomers*. [S.l.]: Academic Press, 2012. Citado na página 56.
- 45 LOPES, L. L. et al. Estrelas de nêutrons: do gás de nêutrons livres à inclusão de híperons e campo magnético. Florianópolis, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 57.
- 46 POLS, O. *Stellar Structure and Evolution*. 2011. Citado 5 vezes nas páginas 58, 62, 67, 69 e 71.
- 47 SUZUKI, M. S. *Degenerate Fermi gas systems: white dwarf and neutron star (pulsar)*. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.

- 48 SALARIS, M.; CASSISI, S. *Evolution of stars and stellar populations*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. Citado 6 vezes nas páginas 58, 63, 64, 66, 70 e 72.
- 49 NAUENBERG, M.; WEISSKOPF, V. F. Why does the sun shine? *American Journal of Physics*, American Association of Physics Teachers, v. 46, n. 1, p. 23–31, 1978. Citado na página 62.
- 50 KIPPENHAHN, R.; WEIGERT, A.; WEISS, A. *Stellar structure and evolution*. [S.l.]: Springer, 1990. v. 192. Citado 9 vezes nas páginas 62, 63, 64, 65, 66, 69, 70, 71 e 72.
- 51 MITALAS, R.; SILLS, K. On the photon diffusion time scale for the sun. *The Astrophysical Journal*, v. 401, p. 759, 1992. Citado na página 62.
- 52 HANSEN, C. J.; KAWALER, S. D.; TRIMBLE, V. *Stellar interiors: physical principles, structure, and evolution*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.
- 53 PRIALNIK, D. *An introduction to the theory of stellar structure and evolution*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 69.
- 54 BOEHLE, A. *Stellar Structure: Theory and Observation*. Citado 3 vezes nas páginas 68, 69 e 73.
- 55 ILIADIS, C. *Nuclear physics of stars*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. Citado na página 70.
- 56 BEST, P. *Physics of Stars (1): Stellar Structure*. Citado 2 vezes nas páginas 71 e 73.
- 57 SALPETER, E. E. Energy production in stars. *Annual review of nuclear science*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 2, n. 1, p. 41–62, 1953. Citado na página 71.
- 58 CONDON, J. J.; RANSOM, S. M. *Essential radio astronomy*. [S.l.]: Princeton University Press, 2016. v. 2. Citado 12 vezes nas páginas 75, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 85, 86, 87 e 94.
- 59 BAADE, W.; ZWICKY, F. Cosmic rays from super-novae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 20, n. 5, p. 259–263, 1934. Citado na página 75.
- 60 BAADE, W.; ZWICKY, F. On super-novae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 20, n. 5, p. 254–259, 1934. Citado na página 75.
- 61 BURNELL, S. J. B. Petit four. *Annals of the New York Academy of Sciences*, Wiley Online Library, v. 302, n. 1, p. 685–689, 1977. Citado na página 75.
- 62 GHOSH, P. *Rotation and accretion powered pulsars*. [S.l.]: World Scientific, 2007. v. 7. Citado 15 vezes nas páginas 75, 76, 77, 78, 79, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 89, 94, 95 e 96.
- 63 BURNELL, J.; BELL, J. Little green men, white dwarfs or pulsars? *Annals of the New York Academy of Science*, v. 302, p. 685–689, 1977. Citado na página 75.
- 64 POTEKHIN, A. Y. The physics of neutron stars. *Physics-Uspekhi*, IOP Publishing, v. 53, n. 12, p. 1235, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 79.

- 65 KASPI, V. M. *Physics of Stars (1): Stellar Structure*. Citado na página 78.
- 66 LARMOR, J. Lxiii. on the theory of the magnetic influence on spectra; and on the radiation from moving ions. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Taylor & Francis, v. 44, n. 271, p. 503–512, 1897. Citado na página 80.
- 67 MARIWALLA, K.; DASS, N. A hundred years of larmor formula. *arXiv preprint physics/0205046*, 2002. Citado na página 80.
- 68 JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 80 e 83.
- 69 KASPI, V. M.; KRAMER, M. Radio pulsars: the neutron star population & fundamental physics. *arXiv preprint arXiv:1602.07738*, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 83 e 84.
- 70 MANCHESTER, R. Pulsar timing and its applications. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series*. [S.l.], 2017. v. 932, n. 1, p. 012002. Citado na página 83.
- 71 MANCHESTER, R. N. Pulsars and gravity. *International Journal of Modern Physics D*, World Scientific, v. 24, n. 06, p. 1530018, 2015. Citado na página 83.
- 72 JIANG, L. et al. Characteristic age and true age of pulsars. In: WORLD SCIENTIFIC. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*. [S.l.], 2013. v. 23, p. 95–98. Citado na página 84.
- 73 HAMIL, O. et al. Braking index of isolated pulsars. *Physical Review D*, APS, v. 91, n. 6, p. 063007, 2015. Citado na página 85.
- 74 GLENDENNING, N. K.; WEBER, F. Evolution from canonical to millisecond pulsar through the x-ray accretion stage. *arXiv preprint astro-ph/0010336*, 2000. Citado na página 85.
- 75 TECHNOLOGY, S. U. of. *COSMOS - The SAO Encyclopedia of Astronomy*. 2021. Disponível em: <<https://astronomy.swin.edu.au/cosmos/P/Pulsar+Dispersion+Measure>>. Acesso em: 24 dezembro 2020. Citado na página 87.
- 76 SRINIVASAN, G. Neutron stars. In: *Stellar Remnants*. [S.l.]: Springer, 1997. p. 97–235. Citado na página 88.
- 77 PRESS, O. U. *Oxford Reference*. 2021. Disponível em: <<https://www.oxfordreference.com/view/10.1093/oi/authority.20110803095706269?rskey=IRnAq7&result=14>>. Acesso em: 26 dezembro 2020. Citado na página 89.
- 78 MAAN, Y. *Pulsar Data Analysis, Radio Astronomy School 2015*. 2015. Citado na página 90.
- 79 LYNE, A.; GRAHAM-SMITH, F. *Pulsar astronomy*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. Citado 9 vezes nas páginas 89, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97 e 98.
- 80 BECKER, W.; KRAMER, M.; SESANA, A. Pulsar timing and its application for navigation and gravitational wave detection. *Space Science Reviews*, Springer, v. 214, n. 1, p. 1–25, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 91, 94, 95, 96 e 97.