



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Dissertação de Mestrado

Análise Comparativa de Métodos de Estimação Fasorial
em Linhas de Transmissão com Compensação Série
Capacitiva

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Campina Grande –PB
Março de 2018

Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo

Análise Comparativa de Métodos de Estimação Fasorial em
Linhas de Transmissão com Compensação Série Capacitiva

Dissertação apresentada à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Processamento da Energia

Prof. Washington Luiz Araújo Neves
Prof. Damásio Fernandes Júnior

Orientadores

Campina Grande – PB
Março de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

F475a Figueiredo, Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes.
Análise comparativa de métodos de estimação fasorial em linhas de transmissão baseada em com compensação série capacitiva / Arthur Cesar Claudino Queiroga de Abrantes Figueiredo. – Campina Grande, 2018.
78 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2018.

"Orientação: Prof. Dr. Washington Luiz Araújo Neves, Prof. Dr. Damásio Fernandes Júnior".

Referências.

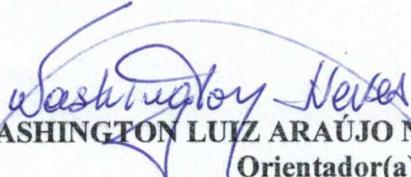
1. Linhas de Transmissão. 2. Estimação Fasorial. 3. Proteção de Distância. 4. Compensação Série Capacitiva. I. Neves, Washington Luiz Araújo. II. Fernandes Júnior, Damásio. III. Título.

CDU 621.372.2(043)

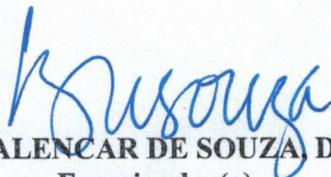
"ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO FASORIAL EM LINHAS DE TRANSMISSÃO COM COMPENSAÇÃO SÉRIE CAPACITIVA"

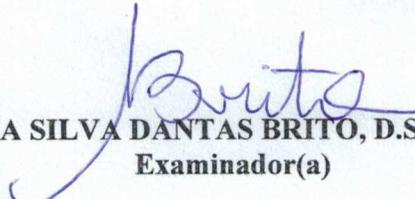
ARTHUR CESAR CLAUDINO QUEIROGA DE ABRANTES FIGUEIREDO

DISSERTAÇÃO APROVADA EM 13/03/2018


WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG
Orientador(a)


DAMÁSIO FERNANDES JUNIOR, D.Sc., UFCG
Orientador(a)


BENEMAR ALENCAR DE SOUZA, D.Sc., UFCG
Examinador(a)


NUBIA SILVA DANTAS BRITO, D.Sc., UFCG
Examinador(a)

CAMPINA GRANDE - PB

Resumo

Neste trabalho, cinco métodos de estimação fasorial aplicados à proteção de distância de linhas de transmissão com compensação série capacitiva são avaliados. Para tanto, foi utilizado um modelo simplificado de bancos de capacitores. Os métodos de estimação fasorial em questão são o método de Fourier de Ciclo Completo, o método de Fourier de Ciclo Completo com o uso do Filtro Mímico digital, o método do Cosseno Modificado e outros dois métodos encontrados mais recentemente na literatura. Foram aplicadas diferentes técnicas de polarização do relé de distância: autopolarização, polarização em quadratura e polarização por memória de sequência positiva. Para o desenvolvimento do trabalho, foram gerados dados de faltas no ATP –*Alternative Transients Program* que foram gravados e posteriormente aplicados a rotinas de análise utilizando o MATLAB. A estimação fasorial também foi aplicada a funções analíticas de teste. Como critérios de avaliação, foram utilizados índices de desempenho no domínio do tempo e quantidade de falhas na identificação de faltas como pertencentes à região protegida da linha. Os índices de desempenho no domínio do tempo foram o tempo de acomodação, o tempo de subida e *overshoot* para a amplitude de fasores de funções analíticas de teste e o tempo de identificação da falta como pertencente à zona protegida da linha para os sinais gerados por simulações de faltas. Os resultados obtidos apontam o método do Cosseno Modificado como o que apresenta um dos melhores desempenhos considerando os critérios adotados, não sendo grande sua superioridade perante outros métodos.

Palavras-chave –Compensação série capacitiva, estimação fasorial, linhas de transmissão, proteção de distância.

Abstract

In this work, five phasor estimation algorithms are evaluated for the usage in distance protection of transmission lines with capacitive series compensation. The capacitor bank's model considered was a simple one. The phasor estimation techniques analyzed are the Full Cycle Fourier algorithm, the Full Cycle Fourier algorithm with digital Mimic Filter, the Modified Cosine algorithm, and two other algorithms more recently found in the literature. Different types of polarization techniques were used for digital relaying: the self-polarization, the cross polarization, and the positive sequence memory polarization. The fault data considered were generated by ATP - Alternative Transients Program and evaluated with MATLAB. Analytics test functions for use in phasor estimation algorithms were also considered. The evaluation criteria were indexes of time domain performance and the quantity of errors in the determination if the fault is or not in the relay protected zone of the line. The time indexes were the settling time, the rise time and the overshoot of phasor amplitude signals of test functions and time of relay's protection zone belonging identification for simulated cases. After the analysis, it is possible to conclude that the Modified Cosine algorithm has one of the best performances according to the criteria considered, but without a great superiority compared to other methods.

Key-words –Capacitive series compensation, phasor estimation, transmission lines, distance protection.

Lista de Figuras

Figura 1. Algumas características de relé de impedância: (a) reatância, (b) lenticular, (c) mho, (d) quadrilateral e (e) impedância.....	15
Figura 2. Esquema de banco de capacitor.	21
Figura 3. Módulo da resposta em frequência do método de Fourier de Ciclo Completo (ampère para corrente ou volt para tensão).	24
Figura 4. Módulo da resposta em frequência para o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo com Filtro Mímico (ampère ou volt).	27
Figura 5. Módulo da resposta em frequência do algoritmo do Cosseno Modificado (ampère ou volt).....	28
Figura 6. Módulo da resposta em frequência para o método de Guo (ampère ou volt).	29
Figura 7. Diagrama de blocos para o método de CAMPOS (2016a).	29
Figura 8. Módulo da resposta em frequência do método de Campos (ampère ou volt).	31
Figura 9. Esquemas de topologias: sistema com (a) duas, (b) quatro e (c) seis barras.	35
Figura 10. Esquema para simulação de faltas.....	36
Figura 11. Fluxograma de procedimento adotado para estudo de funções geradas por simulação.....	41
Figura 12. Sinal definido por função analítica com gráficos de amplitude dos fasores.	42
Figura 13. Frequência relativa acumulada do tempo de acomodação.	43
Figura 14. Frequência relativa acumulada para o tempo de subida.....	43
Figura 15. Frequência relativa acumulada para o <i>overshoot</i>	44
Figura 16. Frequência relativa acumulada para o índice de oscilação.	44
Figura 17. Sinal definido por função analítica com gráficos de amplitude de fasores.	45
Figura 18. Frequência relativa acumulada de tempo de acomodação.	45
Figura 19. Frequência relativa acumulada do tempo de subida.	46
Figura 20. Frequência relativa acumulada para o <i>overshoot</i>	46
Figura 21. Frequência relativa acumulada do índice de oscilação da tensão.	47
Figura 22. Gráficos de barras dos tempos médios de acomodação.	47
Figura 23. Gráficos de barras dos tempos médios de subida.....	48
Figura 24. Gráficos de barras do <i>overshoot</i> médio.....	48
Figura 25. Gráficos de barras dos índices de oscilação médios.	48
Figura 26. Topologia de sistema com duas barras.....	49

Figura 27. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.	49
Figura 28. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.	50
Figura 29. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para polarização em quadratura.	50
Figura 30. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.	51
Figura 31. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a autopolarização.	51
Figura 32. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização em quadratura.	52
Figura 33. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização por memória de sequência positiva.	52
Figura 34. Topologia de sistema com quatro barras.	53
Figura 35. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.	53
Figura 36. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.	54
Figura 37. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização em quadratura.	54
Figura 38. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.	55
Figura 39. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a autopolarização.	55
Figura 40. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a polarização em quadratura.	56
Figura 41. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a polarização por memória de sequência positiva.	56
Figura 42. Topologia de sistema com seis barras.	57
Figura 43. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.	57
Figura 44. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.	58
Figura 45. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização em quadratura.	58

Figura 46. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.....	59
Figura 47. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a autopolarização.....	59
Figura 48. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização em quadratura.....	60
Figura 49. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização por memória de sequência positiva.	60
Figura 50. Região mho e caminhos de impedância para caso da segunda topologia com o primeiro conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, distância de 30 % e grau de compensação de 50 %.....	61
Figura 51. Região mho e caminhos de impedância para caso da segunda topologia, com o terceiro conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, distância de 90 % com grau de compensação de 70 %.....	62
Figura 52. Região mho e caminhos de impedância para caso com a segunda topologia, segundo conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, com 120 % de distância e com grau de compensação de 50 %.....	62
Figura 53. Esquema de ligação de circuitos de sequência para falta fase-terra.....	69
Figura 54. Esquema de ligação de circuitos de sequência para falta fase-fase.	70
Figura 55. Esquema de ligação de circuitos de sequência para falta fase-fase-terra.....	71
Figura 56. Esquema de falta trifásica.	72

Lista de Tabelas

Tabela 1. Tensões e correntes de entrada das unidades do relé.....	16
Tabela 2. Unidades do relé que podem ser utilizadas por tipo de falta.	17
Tabela 3. Tensão de autopolarização por unidade do relé.....	18
Tabela 4. Tensões de polarização em quadratura por unidade do relé.....	18
Tabela 5. Tensões de sequência positiva para cálculo da tensão de polarização.	19
Tabela 6. Valores das constantes para a função analítica.....	34
Tabela 7. Chaves fechadas por tipo de falta.	36
Tabela 8. Primeiro conjunto de parâmetros da linha de transmissão.	37
Tabela 9. Primeiro conjunto de parâmetros das fontes.....	37
Tabela 10. Segundo conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.	37
Tabela 11. Segundo conjunto de parâmetros das fontes.....	38
Tabela 12. Terceiro conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.....	38
Tabela 13. Terceiro conjunto de parâmetros das fontes.	38
Tabela 14. Quarto conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.	39
Tabela 15. Quarto conjunto de parâmetros das fontes.....	39
Tabela 16. Dados de tempo.	39
Tabela 17. Quantidade de operações por instante discreto de tempo por método.....	63

Lista de Símbolos

R	Resistência
X	Reatância; transformada de Laplace de função x
A	Designação de uma das fases do sistema trifásico
Z_{AT}	Impedância calculada pela unidade do relé para faltas com a fase A e a terra
\hat{V}_A	Fasor de tensão da fase A
\hat{I}_A	Fasor de corrente da fase A
K_0	Constante complexa cujo valor depende da impedância de sequência da linha
\hat{I}_0	Fasor de corrente de sequência zero
Z_{L0}	Impedância de sequência zero da linha de transmissão
Z_{L1}	Impedância de sequência positiva da linha de transmissão
B	Designação de uma das fases do sistema trifásico
C	Designação de uma das fases do sistema trifásico
Z_{BC}	Impedância calculada pela unidade do relé para faltas com as fases B e C
\hat{V}_B	Fasor de tensão da fase B
\hat{V}_C	Fasor de tensão da fase C
\hat{I}_B	Fasor de corrente da fase B
\hat{I}_C	Fasor de corrente da fase C
T	Terra; período de função periódica
Z_R	Razão entre o fasor de tensão e de corrente da unidade do relé
Z_A	Impedância de alcance
\hat{V}_0	Fasor tensão de operação
θ	Ângulo definido no projeto do relé
h	Fração da linha, de 0 a 1
ϕ_{L1}	Ângulo da impedância de sequência positiva da linha
j	Unidade imaginária dos números imaginários puros
\hat{V}_p	Fasor tensão de polarização
k	Índice de tempo discreto; índice de somatório
\hat{V}_1	Fasor de tensão de sequência positiva genérico
\hat{V}_{A1}	Componente de sequência positiva do fasor de tensão na fase A
\hat{V}_{B1}	Componente de sequência positiva do fasor de tensão na fase B
\hat{V}_{C1}	Componente de sequência positiva do fasor de tensão na fase C

P	Comparador definido no texto
Re	Operador parte real
$*$	Operador conjugado
f_o	Frequência de ressonância, em hertz
π	Constante real (3,14159...)
f	Frequência nominal do sistema, em hertz
X_C	Reatância capacitiva,
X_L	Reatância indutiva
x	Função no tempo; sinal de entrada de filtro digital
t	Tempo
m	Ordem do harmônico
a_m	Coefficiente do cosseno do m -ésimo harmônico da série de Fourier
ω	Frequência do sistema, em radianos por segundos
b_m	Coefficiente do seno do m -ésimo harmônico da série de Fourier
c_m	Amplitude do m -ésimo harmônico da série de Fourier
ϕ_m	Fase do m -ésimo harmônico da série de Fourier
t_0	Instante de tempo
N	Número de amostras por ciclo
n	Índice de somatório
n_0	Valor inicial para índice de somatório
X_r	Componente real de fasor
X_i	Componente imaginário de fasor
y	Sinal de saída de filtro digital
K	Constante real definida no texto para o Filtro Mímico digital
τ_d	Constante de tempo de decaimento em número de instantes discretos de tempo
PS_1	Variável auxiliar do método de estimação fasorial de Guo
PS_2	Variável auxiliar do método de estimação fasorial de Guo
H_{bp}	Filtro digital utilizado no método de Campos
z	Variável da transformada Z
H_{har}	Filtro digital utilizado no método de Campos
H_{re}	Filtro digital utilizado no método de Campos
H_{im}	Filtro digital utilizado no método de Campos
H_m	Filtro digital utilizado no método de Campos
Δt	Passo de tempo

z_1	Constante complexa definida no texto
e	Função exponencial
A_0	Constante que multiplica sinal oscilante
τ	Constante de tempo de decaimento
t_f	Instante de falta
ϕ	Fase de componente oscilatória com decaimento
u	Função degrau unitário
H_f	Função de transferência de filtro passa-baixa
ω_c	Frequência de corte de filtro passa-baixa
s	Variável de transformada de Laplace
I_{osc}	Índice de oscilação em torno do valor final
k_f	Índice de tempo discreto em que o sinal supera pela primeira vez o valor final
k_F	Índice de tempo discreto final
x_f	Valor final de sinal genérico
\hat{I}_1	Fasor decorrente de sequência positiva
\hat{V}_2	Fasor de tensão de sequência negativa
\hat{I}_2	Fasor de corrente de sequência negativa
\hat{V}_0	Fasor de tensão de sequência zero
a	Constante complexa da teoria de componentes simétricos
\hat{V}'_1	Outro fasor de tensão de sequência positiva
\hat{V}'_2	Outro fasor de tensão de sequência negativa
\hat{V}'_0	Outro fasor de tensão de sequência zero
H	Função de transferência utilizada na demonstração do Filtro Mímico
K'	Constante utilizada na demonstração do Filtro Mímico
Y	Transformada de Laplace de função y
δ	Função impulso
Φ	Ângulo utilizado na demonstração do Cosseno Modificado
R_f	Resistência do esquema para simulação de faltas
R_g	Resistência do esquema para simulação de faltas
B_0	Constante utilizada na demonstração do método de Guo
B_1	Constante utilizada na demonstração do método de Guo
X_{ig}	Componente imaginária do fasor na demonstração do método de Guo
X_{rg}	Componente real do fasor na demonstração do método de Guo

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	12
1.1. Motivação	13
1.2. Objetivos	13
1.3. Contribuição.....	13
1.4. Organização do Trabalho.....	14
Capítulo 2 – Fundamentação Teórica.....	15
2.1. Proteção de Distância.....	15
2.2. Condicionamento de Grandezas Elétricas para Relés Digitais	20
2.3. Compensação Série Capacitiva.....	20
2.4. Algoritmo de Fourier de Ciclo Completo	22
Capítulo 3 – Revisão Bibliográfica.....	25
3.1. Filtro Mímico	26
3.2. Cosseno Modificado	27
3.3. Algoritmo de Guo	28
3.4. Algoritmo de Campos.....	29
3.5. Comparações entre Métodos.....	31
Capítulo 4 – Metodologia	33
Capítulo 5 – Resultados e Análises.....	42
5.1. Estimção Fasorial Aplicada a Sinais de Funções Analíticas.....	42
5.2. Estimção Fasorial Aplicada a Simulação de Faltas em Sistemas	49
5.3. Considerações Gerais.....	63
Capítulo 6 – Conclusões	64
Referências	66
Apêndice A – Demonstrações para a Proteção de Distância	69
Apêndice B – Demonstração do Filtro Mímico Digital	73
Apêndice C – Demonstração do Cosseno Modificado	75
Apêndice D – Demonstração do Método de Guo	76

Capítulo 1

Introdução

Os relés são dispositivos responsáveis por avaliar a necessidade de atuação dos sistemas de proteção e enviar comandos de atuação para os disjuntores nos sistemas elétricos de potência. Os relés digitais são compostos basicamente por microprocessadores que executam algoritmos de processamento numérico para desempenhar suas funções, sendo uma delas a proteção de distância. Aqueles que possuem essa função, utilizam em seu processamento fasores de tensão e de corrente, que precisam ser corretamente estimados com o propósito de garantir o correto funcionamento dos relés, independentemente das características dos sistemas elétricos. Tal estimação é feita a partir de sinais de tensão e corrente obtidos indiretamente do sistema de potência, sendo necessário, para tanto, técnicas numéricas específicas para esse fim. Os métodos de estimação fasorial determinam os fasores realizando cálculos a partir de valores em instantes sequenciais do sinal discreto. Na literatura são propostos vários métodos de estimação fasorial.

No trabalho de CAMPOS (2016a), foi realizado um estudo comparativo de métodos de estimação fasorial para uso em relés digitais visando a proposição de um método com boa resposta no tempo e na frequência. De fato, a autora mostrou que o método formulado por ela possui uma resposta em frequência que supera a resposta de outros métodos encontrados na literatura e apresenta um desempenho no tempo compatível. Os métodos de estimação fasorial foram associados a três diferentes formas de definir a tensão de polarização, fasor de tensão auxiliar utilizado na proteção de distância.

O presente trabalho teve como ponto de partida o trabalho de CAMPOS (2016a). Foi considerado o efeito da inserção de compensação série capacitiva em linhas de transmissão, característica não presente nos estudos de CAMPOS (2016a). Foram utilizados índices de desempenho no domínio do tempo e verificada a quantidade de falhas do sistema de proteção para procurar definir qual ou quais técnicas de estimação fasorial apresentam melhor desempenho em linhas de transmissão com compensação capacitiva em série.

O estudo comparativo foi feito com cinco técnicas de estimação fasorial. As cinco técnicas são o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo clássico, o mesmo algoritmo associado ao Filtro Mímico digital, o Cosseno Modificado, um algoritmo proposto por GUO *et al.* (2003) e o próprio algoritmo proposto por CAMPOS (2016a). Também foram consideradas para a

proteção de distância três diferentes técnicas de polarização comumente encontradas em relés digitais: autopolarização, polarização em quadratura e polarização por memória de sequência positiva.

1.1. Motivação

O fato de os relés digitais serem dispositivos programados os torna versáteis, pois diversos algoritmos podem ser utilizados para realizar suas funções. Na literatura são propostos diferentes métodos de estimação fasorial que possuem vantagens e limitações, sendo eles apresentados pelos elaboradores como vantajosos para a finalidade a que se destinam. Muitos desses métodos possuem o mesmo propósito básico. Sendo assim, é importante serem feitos estudos comparativos desses métodos para identificar os que apresentam o desempenho mais desejável de acordo com critérios adotados.

Os relés que utilizam os algoritmos propostos na literatura para estimação fasorial podem ser aplicados em situações não previstas pelos autores que os elaboraram. Contudo, é desejável que os métodos funcionem adequadamente também para conjunturas como essas, a exemplo da inserção de bancos de capacitores em série com a linha de transmissão. Tais bancos têm efeito sobre as grandezas elétricas monitoradas pelo relé e o sistema de proteção deve funcionar de forma satisfatória, mesmo sob tal condição. Assim, é importante realizar estudos de métodos de estimação fasorial que podem ser utilizadas por relés que melhor se apliquem a linhas de transmissão com bancos de capacitores em série, estudo que é pouco abordado na literatura.

1.2. Objetivos

O trabalho tem como objetivo principal comparar métodos de estimação fasorial aplicados a linhas de transmissão com compensação série capacitiva visando encontrar aquele de melhor desempenho. Como objetivo específico, pretende-se comparar técnicas de polarização de relés de proteção de distância, procurando identificar a que melhor se aplica a linhas de transmissão com a compensação mencionada.

1.3. Contribuição

Acredita-se que o trabalho tenha como contribuição mostrar como os métodos de estimação fasorial funcionam quando utilizados em linhas de transmissão com compensação série capacitiva, sugerindo os mais vantajosos para linhas de transmissão com tal característica associados a técnicas de polarização.

1.4. Organização do Trabalho

Para atingir os objetivos propostos, além deste capítulo introdutório, a dissertação está organizada de acordo com a seguinte estrutura:

No Capítulo 2 é abordada uma fundamentação teórica em que são dadas informações básicas sobre a proteção de distância e o condicionamento de sinais para esse fim. São também apresentadas a compensação série capacitiva de linhas de transmissão e um método clássico de cálculo de fasores, o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica focada em explicar métodos de estimação fasorial que podem ser aplicados a relés de proteção de sistemas elétricos.

No Capítulo 4 é apresentada a metodologia adotada para a análise comparativa dos métodos de estimação fasorial em linhas de transmissão com compensação série capacitiva.

No Capítulo 5 são apresentados e comentados os resultados obtidos.

Finalmente, no Capítulo 6 são feitas as conclusões e apresentadas as propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

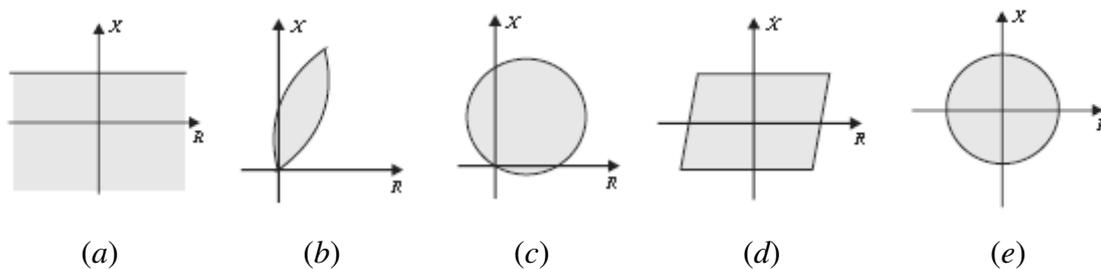
Fundamentação Teórica

2.1. Proteção de Distância

Dentre as funções de relé que os permitem funcionar está a proteção de distância. Essa função baseia-se no cálculo da impedância de sequência positiva “vista” pelos terminais do relé. Tal impedância é teoricamente proporcional à distância entre o local de ocorrência da falta e o relé. Verifica-se se a impedância calculada está dentro de uma região preestabelecida do plano de impedância, o plano R - X . São definidas diferentes regiões no plano, sendo elas a primeira zona, a segunda, a terceira e assim por diante. A primeira é tida como uma zona de envio do comando de proteção mais rápido do relé e as demais com tempos de retardo cada vez maiores para o envio do comando de proteção.

Dependendo da forma das regiões definidas no plano R - X , têm-se diferentes tipos de relé de distância. Na Figura 1 são exemplificadas as diferentes características de relé.

Figura 1. Algumas características de relé de impedância: (a) reatância, (b) lenticular, (c) mho, (d) quadrilateral e (e) impedância.



Fonte: SILVA (2009).

A característica mho é bastante utilizada na proteção de sistemas elétricos e é focada no presente trabalho. Um de seus atributos é que ela atua principalmente para faltas ocorridas a jusante do relé.

Quanto à determinação da impedância de sequência positiva para o caso de faltas envolvendo a fase A e a terra, o cálculo pode ser feito utilizando o seguinte:

$$Z_{AT} = \frac{\hat{V}_A}{\hat{I}_A + K_0 \hat{I}_0}, \quad (1)$$

sendo \hat{V}_A o fasor de tensão da fase A , \hat{I}_A o fasor de corrente da fase A , \hat{I}_0 o fasor de corrente de sequência zero e K_0 definido conforme

$$K_0 = \frac{Z_{L0} - Z_{L1}}{Z_{L1}}, \quad (2)$$

sendo Z_{L0} a impedância de sequência zero e Z_{L1} a impedância de sequência positiva.

As igualdades (1) e (2) constituem a unidade do relé da fase A para a terra. Para faltas envolvendo a fase B e a terra e faltas envolvendo a fase C e a terra podem ser utilizadas igualdades análogas. Para o cálculo no caso de faltas envolvendo a fase B e a fase C utiliza-se

$$Z_{BC} = \frac{\hat{V}_B - \hat{V}_C}{\hat{I}_B - \hat{I}_C}, \quad (3)$$

sendo \hat{V}_B o fasor de tensão da fase B , \hat{V}_C o fasor de tensão da fase C , \hat{I}_B o fasor de corrente da fase B e \hat{I}_C o fasor de corrente da fase C .

Para faltas envolvendo a fase C e a fase A e para faltas envolvendo a fase A e a fase B podem ser usadas expressões análogas a (3). As demonstrações para (1), (2) e (3) estão no Apêndice A. Para sintetizar, na Tabela 1 são indicadas as tensões e correntes de entrada de cada unidade do relé. Na Tabela 2 são indicadas pela letra x as unidades do relé que podem atuar por tipo de falta.

Tabela 1. Tensões e correntes de entrada das unidades do relé.

Unidade	Tensão	Corrente
AT	\hat{V}_A	$\hat{I}_A + K_0 \hat{I}_0$
BT	\hat{V}_B	$\hat{I}_B + K_0 \hat{I}_0$
CT	\hat{V}_C	$\hat{I}_C + K_0 \hat{I}_0$
AB	$\hat{V}_A - \hat{V}_B$	$\hat{I}_A - \hat{I}_B$
BC	$\hat{V}_B - \hat{V}_C$	$\hat{I}_B - \hat{I}_C$
CA	$\hat{V}_C - \hat{V}_A$	$\hat{I}_C - \hat{I}_A$

Fonte: LOPES *et al.* (2014).

Tabela 2. Unidades do relé que podem ser utilizadas por tipo de falta.

Tipo	Unidade AT	Unidade BT	Unidade CT	Unidade AB	Unidade BC	Unidade CA
AT	x					
BT		x				
CT			x			
AB				x		
BC					x	
CA						x
ABT	x	x		x		
BCT		x	x		x	
CAT	x		x			x
ABC	x	x	x	x	x	x

Fonte: LOPES *et al.* (2014).

Sendo Z_R a impedância de entrada da unidade do relé (razão entre o fasor da tensão de entrada e o fasor da corrente de entrada) e Z_A a impedância de alcance do relé (impedância definida no projeto do relé, que pode ser igual a impedância de sequência positiva da linha multiplicada pela fração correspondente à linha protegida), se a diferença entre os ângulos de Z_A - Z_R e Z_R for menor que noventa e maior que menos noventa graus, a impedância encontra-se dentro da região mho.

A diferença entre os ângulos é determinada por meio de duas grandezas calculadas, uma tensão de operação e uma tensão de polarização. A tensão de operação é dada por

$$\hat{V}_o = Z_A \hat{I}_R - \hat{V}_R, \quad (4)$$

sendo \hat{I}_R o fasor da corrente de entrada da unidade do relé e \hat{V}_R o fasor de tensão de entrada da unidade do relé.

melhorias práticas no funcionamento da proteção, a impedância de alcance pode ser empiricamente definida por um ângulo θ e uma amplitude dada por

$$|Z_A| = \frac{h|Z_{L1}|}{\cos(\phi_{L1} - \theta)}, \quad (5)$$

sendo h a fração da linha protegida, ϕ_{L1} o ângulo da impedância de sequência positiva da linha.

Se a diferença entre o ângulo da tensão de operação e da tensão de polarização estiver no intervalo entre -90° e 90° , entende-se que a falta ocorreu na região protegida.

Dependendo do valor escolhido para a tensão de polarização, têm-se diferentes técnicas de polarização: autopolarização, polarização cruzada e polarização com memória.

No caso da autopolarização, a tensão de polarização é a própria tensão de entrada do relé. Nesse tipo, a região de proteção permanece constantemente como na Figura 1 (c), uma região delimitada por uma circunferência que contém a origem. A autopolarização não é conveniente para faltas próximas ao terminal monitorado, pois nesse caso a tensão de entrada pode se aproximar de zero, o que dificulta o cálculo correto da diferença angular. Na Tabela 3 são apresentadas as tensões de polarização por unidade do relé para a autopolarização.

Tabela 3. Tensão de autopolarização por unidade do relé.

Unidade	Tensão de polarização
<i>AT</i>	\hat{V}_A
<i>BT</i>	\hat{V}_B
<i>CT</i>	\hat{V}_C
<i>AB</i>	$\hat{V}_A - \hat{V}_B$
<i>BC</i>	$\hat{V}_B - \hat{V}_C$
<i>CA</i>	$\hat{V}_C - \hat{V}_A$

Fonte: MACHADO (2013).

A polarização em quadratura, também chamada de polarização cruzada, utiliza para a obtenção da tensão de polarização as fases sãs da falta. Ela é inconveniente para faltas trifásicas porque nelas inexitem fases sãs. Na Tabela 4 são indicadas as tensões de polarização por unidade do relé para a polarização em quadratura.

Tabela 4. Tensões de polarização em quadratura por unidade do relé.

Unidade	Tensão de polarização
<i>AT</i>	$j(\hat{V}_B - \hat{V}_C)$
<i>BT</i>	$j(\hat{V}_C - \hat{V}_A)$
<i>CT</i>	$j(\hat{V}_A - \hat{V}_B)$
<i>AB</i>	$-j\hat{V}_C$
<i>BC</i>	$-j\hat{V}_A$
<i>CA</i>	$-j\hat{V}_B$

Fonte: MACHADO (2013).

A polarização por memória utiliza informações de valores de tensão em instantes de tempo anteriores. Foi proposta por SCHWEITZER III (1991) uma polarização por memória de sequência positiva cujo cálculo da tensão de polarização para dezesseis amostras por ciclo é feito conforme a seguinte expressão:

$$\hat{V}_p(k) = \frac{1}{16} \hat{V}_1(k) - \frac{15}{16} \hat{V}_p(k-8), \quad (6)$$

sendo \hat{V}_1 a impedância de sequência positiva da linha e k o instante de tempo discreto.

As tensões de sequência positiva consideradas por unidade do relé estão na Tabela 5.

Tabela 5. Tensões de sequência positiva para cálculo da tensão de polarização.

Unidade	Tensão de sequência positiva
<i>AT</i>	\hat{V}_{A1}
<i>BT</i>	\hat{V}_{B1}
<i>CT</i>	\hat{V}_{C1}
<i>AB</i>	$-j\hat{V}_{C1}$
<i>BC</i>	$-j\hat{V}_{A1}$
<i>CA</i>	$-j\hat{V}_{B1}$

Fonte: SCHWEITZER III (1991).

No caso da polarização em quadratura e da polarização por memória de sequência positiva, a zona protegida não permanece constante, ela se contrai ou se expande temporariamente.

Para identificar se a diferença angular entre a tensão de operação e a tensão de polarização está entre -90° e 90° , SCHWEITZER III e ROBERTS (1993) propuseram o uso da seguinte expressão:

$$P = \text{Re}(\hat{V}_o \hat{V}_p^*), \quad (7)$$

sendo o asterisco o operador de conjugado. Se o valor de P for positivo, a impedância calculada está contida na zona, se negativo não está contida na zona.

Nota-se que as grandezas envolvidas são fasoriais, calculadas a partir dos fasores de tensão e corrente do sistema elétrico. Esses fasores devem ser calculados mediante os sinais do sistema. Como na prática é inviável o acesso às grandezas elétricas diretamente do sistema, é preciso que as mesmas sejam adaptadas para serem entradas de relés digitais.

2.2. Condicionamento de Grandezas Elétricas para Relés Digitais

Por se tratar de um processador digital, é necessário que os sinais de entrada do relé sejam quantizados e amostrados, isto é, que assumam valores discretos para instantes de tempo discretos. Também é necessário que os níveis sejam seguros e compatíveis com o microprocessador, o que gera a necessidade de condicionamento dos sinais.

Primeiramente, as grandezas elétricas da rede, tensão e corrente, são convertidas em valores proporcionais mediante transformadores para instrumentos (os transformadores de potencial e de corrente). Essa transformação é necessária para que não haja conexão elétrica entre o sistema de potência e o sistema de proteção e também para reduzir as grandezas a valores compatíveis com os equipamentos dos sistemas de proteção. Os sinais são, em seguida, submetidos a filtros passa-baixas, que podem ser do tipo Butterworth, para a eliminação de componentes do sinal de frequência mais elevada. Em seguida, os sinais são aplicados a circuitos de amostragem (os circuitos do tipo *sample and hold*). A amostragem faz com que o espectro do sinal se torne um espectro proporcional replicado a cada múltiplo da frequência de amostragem. Assim, para evitar a sobreposição espectral é necessário que a maior frequência presente no sinal seja menor que a metade da frequência de amostragem, sendo isso no que consiste o teorema de Nyquist. Isso justifica o uso dos filtros passa-baixas.

O circuito *sample and hold* possui como saída a tensão de entrada de tempo em tempo mantida como constante, sendo o intervalo de tempo curto. Os circuitos são aplicados a um multiplexador de sinais e em seguida a um conversor analógico-digital. O multiplexador seleciona o sinal que é aplicado ao conversor para que seja necessário apenas um. O conversor analógico-digital discretiza o sinal em valores representáveis na quantidade de bits utilizadas pelo relé digital. Assim, os sinais tornam-se apropriados aos relés digitais.

O condicionamento dos sinais dificulta o sistema de proteção. Por exemplo, uma não idealização dos transformadores para instrumentos gera uma resposta transitória indesejável pelo fato de que as grandezas elétricas dos terminais secundários não correspondem proporcionalmente às dos terminais primários. Outro fator, não pertencente à unidade de condicionamento dos sinais, que dificulta os sistemas de proteção é o banco de capacitor em série com a linha de transmissão.

2.3. Compensação Série Capacitiva

A inserção de bancos de capacitores em série com a linha de transmissão traz alguns benefícios, sendo eles a redução da queda de tensão ao longo da linha, o aumento da potência ativa capaz de ser transferida pela linha e a diminuição da sujeição da linha a instabilidades,

conforme mencionado por MOURA *et al.* (2012). Assim, é vantajosa a inserção de bancos de capacitores em série.

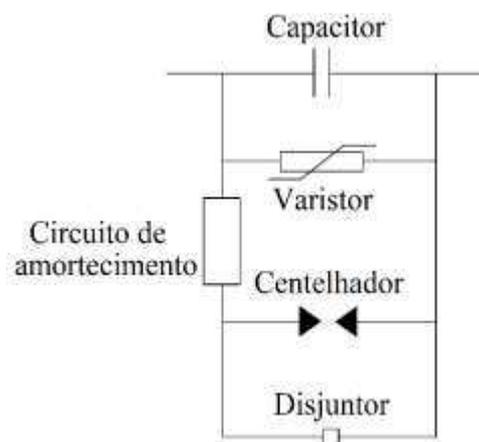
A inserção de bancos de capacitores pode ser em qualquer ponto da linha, contudo do ponto de vista econômico, é conveniente instalar nas extremidades das linhas para que fiquem nas subestações já existentes.

Os bancos de capacitores são constituídos além de capacitores propriamente ditos por varistores de óxido metálico em paralelo para evitar grandes elevações de tensão nos terminais do capacitor. São colocados centelhadores e disjuntores que podem ser curto-circuitados caso seja excedida a capacidade de absorção de energia dos varistores. São colocados também circuitos amortecedores para atenuar transitórios eletromagnéticos. Um esquema de banco de capacitor série é mostrado na Figura 2.

É comum que a capacitância do banco seja expressa de forma indireta pelo grau de compensação, definido como a razão percentual entre a reatância capacitiva do banco e a reatância indutiva da linha compensada.

A compensação série capacitiva é um fator complicador para a atuação do sistema de proteção. Os capacitores alteram a impedância de sequência positiva “vista” pelo relé de distância, o que pode fazer com que ocorra sobrealcançe ou subalcançe. Conforme explicado por SILVA (2009), entende-se que ocorre sobrealcançe quando a impedância calculada pelo relé é menor que a real e por subalcançe quando a impedância calculada é maior do que a real.

Figura 2. Esquema de banco de capacitor.



Fonte: BARROS *et al.* (2015), adaptado.

Os capacitores formam um circuito ressonante com a reatância indutiva do sistema, o que gera componentes oscilatórias amortecidas nos sinais elétricos. Tais componentes

geralmente possuem frequência abaixo da frequência nominal do sistema, sendo assim chamada de frequência sub-harmônica ou subsíncrona. A frequência de oscilação é dada por

$$f_o = 2\pi f \sqrt{\frac{X_C}{X_L}}. \quad (8)$$

sendo f a frequência nominal X_C a reatância capacitiva da linha e X_L a reatância indutiva em série.

Segundo LAMBERT *et al.* (1994), valores típicos para a frequência subsíncrona em linhas com compensação série estão situados na faixa de 25 Hz a 30 Hz.

Mesmo diante de tais implicações do banco de capacitores, os algoritmos precisam calcular os fasores da componente de frequência fundamental. Assim, é necessário a utilização de um algoritmo que faça o cálculo mesmo diante da presença de outras componentes de frequência, como o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo.

2.4. Algoritmo de Fourier de Ciclo Completo

O estudo de série de Fourier é importante para a análise de sinais periódicos no domínio do tempo. A teoria de Fourier indica que todo sinal periódico pode ser escrito como uma soma de senos e cossenos com frequências múltiplas de uma frequência fundamental. Assim sendo, tem-se para um sinal periódico o seguinte:

$$x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(m\omega t) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(m\omega t), \quad (9)$$

ou, de forma equivalente,

$$x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} c_m \cos(m\omega t + \phi_m), \quad (10)$$

sendo

$$a_m = c_m \cos(\phi_m) \quad (11)$$

e

$$b_m = -c_m \sin(\phi_m). \quad (12)$$

Em (9), m é a ordem do harmônico, ω é a frequência em radianos por segundo e t o tempo.

É expresso em (11) a parte real do fasor do m -ésimo componente harmônico e em (12) a parte imaginária com sinal negativo. Pela teoria de série de Fourier, os coeficientes de (9) são determinados por

$$a_m = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos(m\omega t) dt \quad (13)$$

e

$$b_m = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \text{sen}(m\omega t) dt, \quad (14)$$

sendo T o período e t_0 um instante de tempo contínuo.

Têm-se como correspondentes discretos de (13) e (14)

$$a_m = \frac{2}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} x(n) \cos\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \quad (15)$$

e

$$b_m = \frac{2}{N} \sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} x(n) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N} n\right). \quad (16)$$

sendo N o número de amostras por ciclo, n o índice do somatório e n_0 um valor específico para o índice do somatório.

Pode-se calcular as partes real e imaginária do fasor fundamental para cada instante de tempo k considerando uma janela de N dados recentes e m unitário, conforme

$$X_r(k) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(k-N+n) \cos\left(\frac{2\pi}{N} n\right) \quad (17)$$

e

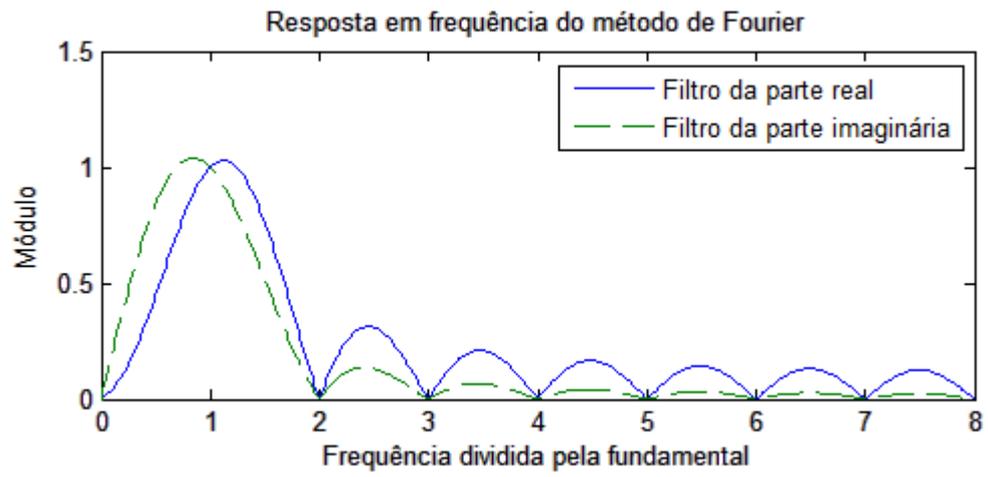
$$X_i(k) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(k-N+n) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N} n\right), \quad (18)$$

respectivamente.

O algoritmo de Fourier de Ciclo Completo para estimação fasorial consiste no uso de (17) e de (18) para o cálculo do fasor a cada instante de tempo. Destaca-se, como é possível perceber em (17) e (18), que o algoritmo em questão utiliza uma janela (termo utilizado na literatura) de dados, ou seja, um conjunto de amostras subsequentes do sinal no tempo, para o cálculo a cada instante de tempo.

Na Figura 3 é mostrada a resposta em frequência do algoritmo de Fourier de Ciclo Completo. O método elimina todas as componentes harmônicas do sinal, exceto a fundamental e não consegue eliminar completamente a componente contínua com decaimento exponencial do sinal, fato que motiva o desenvolvimento de métodos alternativos.

Figura 3. Módulo da resposta em frequência do método de Fourier de Ciclo Completo (ampère para corrente ou volt para tensão).



Fonte: própria autoria.

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Os métodos existentes possuem diferentes características de desempenho no domínio do tempo e da frequência, o que justifica um estudo comparativo de tais métodos. A necessidade de desenvolver algoritmos para determinação dos fasores de frequência fundamental para a aplicação em dispositivos digitais de operação e controle motiva os pesquisadores a estudarem técnicas de estimação fasorial.

CAMPOS (2016a) tratou da importância do estudo e o desenvolvimento de métodos de estimação fasorial. Segundo a autora, tais métodos precisam evitar a influência de componentes existentes do sinal que se sobrepõem ao sinal de frequência fundamental tendo, assim, uma boa resposta em frequência. Também é necessário que a estimação fasorial tenha um bom desempenho no domínio do tempo. A autora realizou uma revisão bibliográfica sobre os métodos de estimação fasorial existentes na literatura e propõe um novo método de estimação fasorial. Ela fez uma análise comparativa do desempenho dos métodos no domínio do tempo e da frequência. Primeiramente, ela comparou os gráficos de resposta em frequência dos cinco métodos e o método por ela desenvolvido é evidentemente o mais seletivo em frequência. Em seguida, ela comparou os métodos no domínio do tempo para sinais de funções analíticas e sinais elétricos simulados gerados no ATP – *Alternative Transients Program*, para isso utilizando vários índices de desempenho apresentados em formas de gráficos e tabelas. No caso das simulações, foram consideradas as três técnicas de polarização para a proteção de distância e considerados transformadores para instrumentos ideais e também não ideais.

Diante da existência de diversas proposições de algoritmos para aplicação em relés digitais e visando sistematizar análises comparativas de métodos, CAMPOS (2016b) propôs uma metodologia de avaliação de desempenho de relés de proteção digital. O trabalho apresentou uma revisão bibliográfica de métodos de estimação fasorial e também de metodologias de avaliação de algoritmos aplicáveis a relés digitais. O método proposto pelo autor consiste basicamente na contagem da quantidade relativa de acertos na identificação da falta como sendo na zona protegida por região do sistema e por unidade do relé de distância seguida de uma soma ponderada das quantidades. O autor fez análises comparativas utilizando o método desenvolvido a partir de dados de faltas simulados no ATP. Não apenas diferentes métodos de estimação fasorial foram considerados pelo autor como também diferentes

características do relé de distância (mho e quadrilateral) e uma lógica para seleção automática da unidade de impedância a atuar. O autor também fez variações aleatórias em torno dos valores médios dos pesos para mostrar que os resultados não variam significativamente.

CAMPOS *et al.* (2014) propuseram outra metodologia de avaliação, sendo esta focada no desempenho no domínio do tempo e no esforço computacional dos métodos. A metodologia consiste em uma soma ponderada de índices de esforço computacional e da quantidade relativa de índices de desempenho no domínio do tempo classificados em faixas definidas pelo autor como excelente, bom ou ruim.

A seguir, serão apresentados quatro métodos estudados por CAMPOS (2016a). São eles o Filtro Mímico, o Cosseno Modificado, o método de GUO *et al.* (2003) e o próprio método desenvolvido pela autora.

3.1. Filtro Mímico

Foi proposto por BENMOYAL (1995) o uso de um filtro digital, o Filtro Mímico, juntamente com outro método de estimação, como o filtro de Fourier de Ciclo Completo, para a eliminação de componente contínua de decaimento exponencial presente no sinal. O Filtro Mímico possui ganho menor que 1 para frequências menores que a fundamental e ganho maior que 1 para frequências maiores. O sinal de saída do filtro pode ser calculado por

$$y(k) = K[(1 + \tau_d)x(k) - \tau_d x(k - 1)], \quad (19)$$

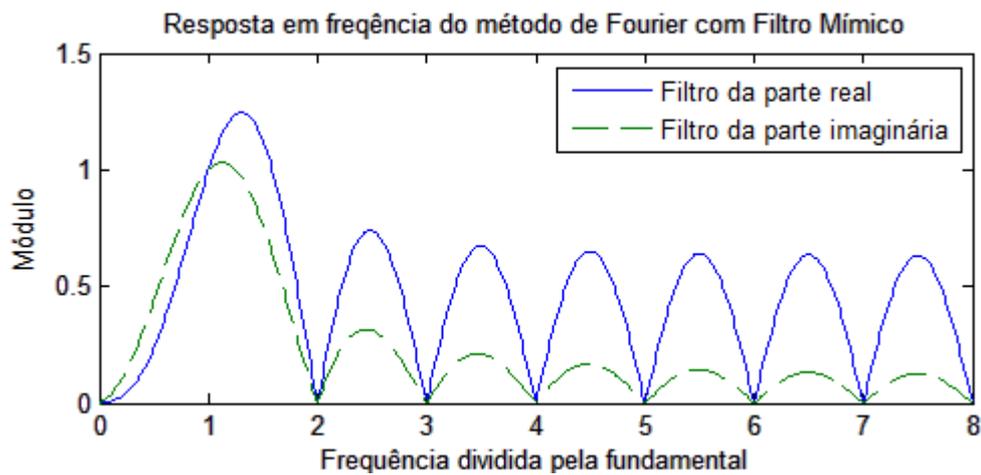
sendo y o sinal de saída do filtro, x o sinal de entrada do filtro e K definido por

$$K = \frac{1}{\sqrt{\left(\tau_d + 1 - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right)\right)^2 + \left(\tau_d \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right)\right)^2}}. \quad (20)$$

As demonstrações de (19) e (20) são mostradas no Apêndice B.

Uma desvantagem do método é o fato de ele depender da constante de tempo do decaimento exponencial, variável que não é conhecida a princípio. Na Figura 4 é ilustrado o gráfico da resposta em frequência para o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo combinado com o Filtro Mímico. As componentes de frequência sub-harmônica do sinal são atenuadas e as de frequência inter-harmônica são amplificadas pela ação do Filtro Mímico.

Figura 4. Módulo da resposta em frequência para o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo com Filtro Mímico (ampère ou volt).



Fonte: própria autoria.

3.2. Cosseno Modificado

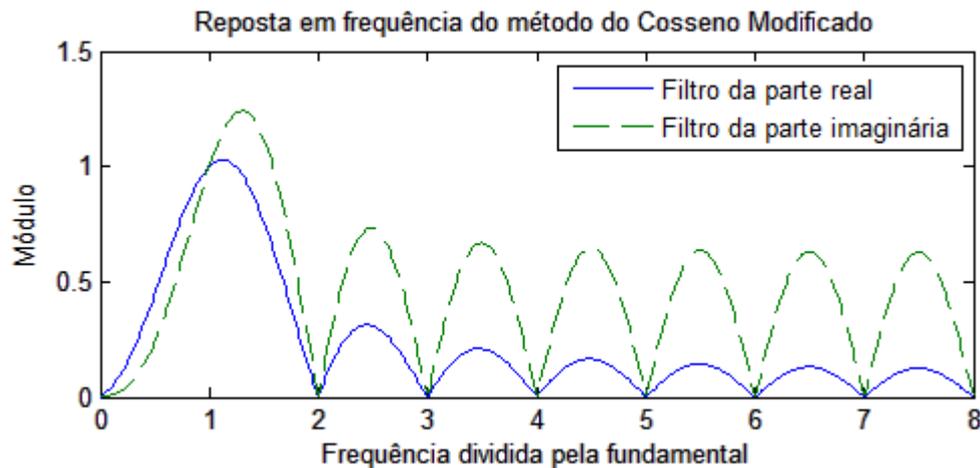
Foi descrito por HART *et al.* (2000) um filtro denominado de Cosseno Modificado. Em tal filtro, a parte real do fasor é calculada da mesma maneira que o método de Fourier de Ciclo Completo e a parte imaginária é calculada utilizando o resultado da parte real calculado com um passo de tempo de diferença. Utilizando a parte real do fasor calculada para um instante de tempo anterior, pode-se determinar a parte imaginária do fasor por

$$X_i(k) = \frac{X_r(k-1) - X_r(k)\cos\left(\frac{2\pi}{N}\right)}{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right)}, \quad (21)$$

cuja demonstração encontra-se no Apêndice C.

Na Figura 5 é representado o gráfico da resposta em frequência do Cosseno Modificado. Nota-se que, assim como o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo, os componentes harmônicos exceto o primeiro, para o qual possui ganho unitário, são eliminados.

Figura 5. Módulo da resposta em frequência do algoritmo do Cosseno Modificado (ampère ou volt).



Fonte: própria autoria.

3.3. Algoritmo de Guo

Foi apresentado por GUO *et al.* (2003) uma modificação no método de Fourier de Ciclo Completo de modo a eliminar a influência de componente contínua de decaimento exponencial. O autor apresenta uma versão mais completa e versões mais simples como intuito de reduzir o esforço computacional. Em uma das versões mais simples, a função exponencial é aproximada por um polinômio de Taylor de primeira ordem. A parte real é calculada do mesmo modo que o método de Fourier de Ciclo Completo. A parte imaginária é adicionada a um termo para compensar o erro proveniente da exponencial. O cálculo pode ser feito assim:

$$X_i(k) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(k-N+n) \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right) - \frac{2}{N} \operatorname{cotgh}\left(\frac{\pi}{N}\right) (PS_2(k) - PS_1(k)), \quad (22)$$

sendo

$$PS_1(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(k-N+2n) \quad (23)$$

e

$$PS_2(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(k-N+2n+1). \quad (24)$$

A demonstração é apresentada no Apêndice D.

Para reduzir a quantidade de operações envolvidas, os valores de (23) e (24) podem ser calculados das seguintes formas:

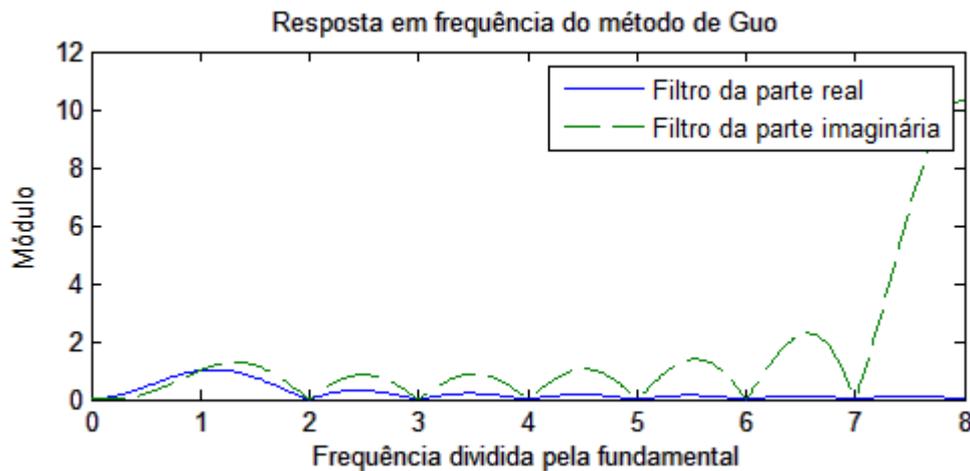
$$PS_1(k) = PS_2(k - 1) \quad (25)$$

e

$$PS_2(k) = PS_1(k - 1) - x(k - N - 1) + x(k - 1). \quad (26)$$

O gráfico da resposta em frequência do método para 16 amostras por ciclo é mostrado na Figura 6. Existe um ganho elevado para frequências próximas à oitava harmônica. As harmônicas da segunda à sétima ordem são eliminadas e a primeira tem ganho unitário.

Figura 6. Módulo da resposta em frequência para o método de Guo (ampère ou volt).

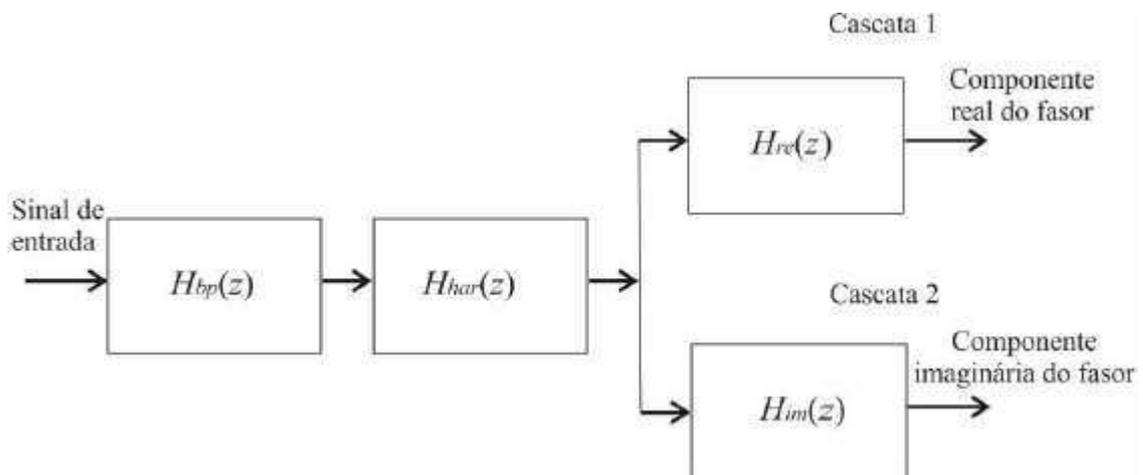


Fonte: própria autoria.

3.4. Algoritmo de Campos

O algoritmo apresentado por CAMPOS (2016a), doravante denominado de algoritmo ou método de Campos, consiste em cascatas de filtros digitais, conforme Figura 7.

Figura 7. Diagrama de blocos para o método de CAMPOS (2016a).



Fonte: CAMPOS (2016a).

O filtro H_{bp} é um filtro passa-faixa projetado por CAMPOS (2016a) que permite a passagem da frequência fundamental do sinal. O filtro é originalmente projetado no domínio de Laplace e convertido para o domínio Z mediante aproximação trapezoidal para 16 amostras por ciclo. Sendo z a variável do domínio Z , a função de transferência é dada por

$$H_{bp}(z) = \frac{0,222 - 0,222z^{-2}}{1 - 1,44z^{-1} + 0,555z^{-2}}. \quad (27)$$

No domínio do tempo, o sinal de saída do filtro apresentado em (27) pode ser calculado por

$$y(k) = 0,222(x(k) - x(k - 2)) + 1,44y(k - 1) - 0,555y(k - 2), \quad (28)$$

sendo y a função de saída do filtro e x a função de entrada do filtro (para os demais filtros do método podem ser entendidos da mesma forma).

O filtro H_{har} é uma cascata de filtros rejeita-faixas, definidos por KUŠLEVIĆ (2008), e utilizados para eliminar da segunda à sétima harmônicas. Eles possuem ganho unitário para a frequência fundamental. A função de transferência da m -ésima harmônica é dada por

$$H_m(z) = \frac{1 - 2\cos(m\omega\Delta t)z^{-1} + z^{-2}}{|1 - 2\cos(m\omega\Delta t)z_1^{-1} + z_1^{-2}|} \quad (29)$$

sendo Δt o passo de tempo e z_1 uma constante complexa definida da seguinte forma

$$z_1 = e^{j\frac{2\pi}{N}}. \quad (30)$$

No domínio do tempo, o sinal de saída do filtro (29) pode ser calculado por

$$y(k) = \frac{x(k) - 2\cos(m\omega\Delta t)x(k - 1) + x(k - 2)}{|1 - 2\cos(m\omega\Delta t)z_1^{-1} + z_1^{-2}|}. \quad (31)$$

Os filtros H_{re} e H_{im} são filtros ortogonais com ganho unitário na frequência fundamental usados para obter, respectivamente, a parte real e imaginária do fasor. O primeiro foi apresentado por CAMPOS (2016a) e o segundo por KUŠLEVIĆ (2008). As funções de transferências são dadas, respectivamente, por

$$H_{re}(z) = \frac{1 - 2\text{tg}(2\omega\Delta t)z^{-1} + z^{-2}}{|1 - 2\text{tg}(2\omega\Delta t)z_1^{-1} + z_1^{-2}|} \quad (32)$$

e

$$H_{im}(z) = \frac{1 - z^{-2}}{|1 - z_1^{-2}|}. \quad (33)$$

No domínio do tempo, a saída dos filtros (32) e (33) podem ser calculadas, respectivamente, por

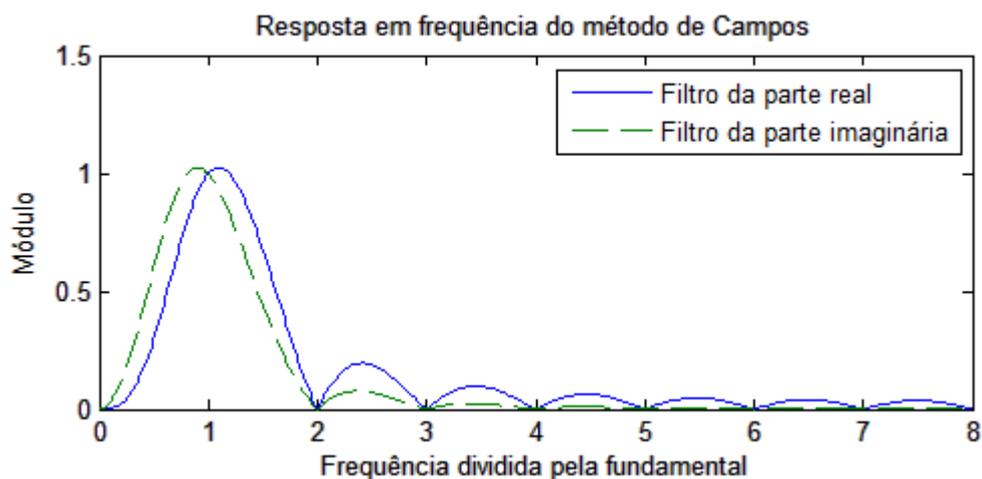
$$y(k) = \frac{x(k) - 2\text{tg}(2\omega\Delta t)x(k - 1) + x(k - 2)}{|1 - 2\text{tg}(2\omega\Delta t)z_1^{-1} + z_1^{-2}|} \quad (34)$$

e

$$y(k) = \frac{x(k) - x(k-2)}{|1 - z_1^{-2}|}. \quad (35)$$

O gráfico da resposta em frequência do método pode ser encontrado na Figura 8. As componentes harmônicas são eliminadas, exceto a fundamental para a qual o ganho é unitário. CAMPOS (2016a) notou que dentre todos os métodos considerados por ela este é o que apresenta um maior amortecimento dos inter-harmônicos e uma faixa de passagem mais estreita.

Figura 8. Módulo da resposta em frequência do método de Campos (ampère ou volt).



Fonte: própria autoria.

3.5. Comparações entre Métodos

Além dos métodos comparados por CAMPOS (2016a), existem outros métodos presentes na literatura. Diante da diversidade convêm escolher alguns para realização de estudos.

É realizado por OLIVEIRA e SOUZA (2012) uma comparação de métodos de estimação fasorial. Os métodos considerados pelos autores são o método de Fourier de Ciclo Completo, o método de Guo, o método do Cosseno Modificado, o seu antecessor (método do Cosseno), o método do Filtro Mímico e uma variação dele denominado de Filtro Mímico Adaptativo, proposto por SILVA (2009). Para a comparação, os autores utilizaram índices de desempenho no domínio do tempo aplicados a sinais de funções analíticas e sinais gerados por simulação no ATP de faltas em um sistema sem compensação série. Dois tipos de funções analíticas foram considerados: um sinal senoidal somado a um decaimento exponencial e um sinal senoidal somado a componentes harmônicas com decaimento exponencial. Os autores

concluem que o Filtro Mímico Adaptativo apresentou melhor desempenho para o primeiro tipo de função analítica e para os sinais de sistemas simulados. Para o segundo tipo de funções analíticas, o método de Fourier de Ciclo Completo apresentou melhor desempenho seguido pelo Filtro Mímico Adaptativo e o método de Guo não apresentou convergência.

No trabalho de MOURA *et al.* (2012) foram feitas simulações de falta em um sistema de duas barras com compensação série capacitiva com sinais obtidos aplicados a rotinas de diferentes métodos de estimação fasorial. Os autores apresentam um caso em que a impedância final calculada se estabiliza fora da região mho e um caso em que o caminho de impedância passa temporariamente na região mho realizando uma espiral em torno do valor final, casos em que ocorreria atuação errônea do relé de distância. Os autores também apresentam o espectro de um caso em que o capacitor se localiza entre a falta e o relé e de um caso em que o capacitor não se localiza entre a falta e o relé para mostrar que, além da elevação na frequência nominal do sistema, existe uma elevação na frequência sub-harmônica para o primeiro caso e uma elevação próxima da frequência zero para o segundo. Isso é um indício de que para casos com influência da compensação série capacitiva, a componente contínua com decaimento exponencial é menos pronunciada, sendo mais relevante a componente oscilatória em frequência sub-harmônica.

Os métodos escolhidos por MOURA *et al.* (2012) foram o algoritmo de Fourier de Ciclo Completo e de Meio Ciclo, um método baseado na transformada Wavelet e um baseado na teoria dos mínimos quadrados.

No artigo de CAMPOS *et al.* (2014), os autores aplicam a metodologia de avaliação proposta ao método de Fourier de Ciclo Completo, o mesmo com Filtro Mímico simples e Filtro Mímico Adaptativo, o método de Fourier de Meio Ciclo, o mesmo com Filtro Mímico, o método de Guo, o método do Cosseno Modificado, e um método baseado na transformada Wavelet com Filtro Mímico Adaptativo. Os autores concluem que para os sinais de tensão, o algoritmo de Fourier de Meio Ciclo apresenta maior índice global seguido do Cosseno Modificado, e para os sinais de corrente o algoritmo de Fourier de Meio Ciclo com Filtro Mímico apresenta melhor índice seguido do Cosseno Modificado. Assim, os autores concluem que o algoritmo do Cosseno Modificado é o melhor conjuntamente para tensão e corrente.

Poucos são os trabalhos de pesquisa que fazem análise comparativa de métodos de estimação fasorial em linhas de transmissão com compensação série capacitiva. Neste trabalho foi feita análise em linhas com tal característica considerando cinco métodos de estimação fasorial e três técnicas de polarização.

Capítulo 4

Metodologia

Com o propósito de avaliar diferentes metodologias de estimação de fasores, foram criadas rotinas para análise no MATLAB aplicadas à amplitude de fasores de sinais de funções analíticas e sinais gerados por simulação. O uso de funções analíticas é vantajoso porque permite simular sinais teoricamente próximos dos casos estudados com poder de escolha sobre os parâmetros que definem os sinais. As funções analíticas utilizadas são definidas genericamente como

$$x(t) = \cos(\omega t) + \left(\cos(\omega t) + A_0 e^{-\frac{t-t_f}{\tau}} \cos(2\pi f_o(t - t_f) + \phi) \right) u(t - t_f), \quad (36)$$

sendo A_0 uma constante, f_o a frequência de oscilação, ϕ o ângulo de fase, t_f um instante de tempo e u a função degrau unitário.

O propósito do uso da função degrau atrasada foi escolher um instante de tempo de início do transitório diferente do instante inicial. A função também foi definida de forma que a amplitude do regime final fosse maior que a do regime pré-falta.

É considerado por RUBEENA *et al.* (2014) que exponenciais multiplicando cossenos podem ser usados para descrever o comportamento de sinais de oscilação em frequência subsíncrona com amortecimento exponencial ou simplesmente sinais contínuos com decaimento exponencial, sendo nesse caso a frequência igual a zero. Os autores propuseram no trabalho um método de estimação fasorial para localização de faltas para sinais com componente fundamental, componentes harmônicos, componentes contínuos com decaimento exponencial e componentes oscilatórios com decaimento exponencial.

A aplicação de métodos de estimação fasorial à função descrita por (36) tem o propósito de avaliar a influência de componente oscilatória com decaimento exponencial nos métodos estudados. Vários casos foram considerados variando-se os valores das constantes, mostrados na Tabela 6. O valor de ω considerado foi de 120π rad/s e o valor de t_f foi de 0,1 s.

Tabela 6. Valores das constantes para a função analítica.

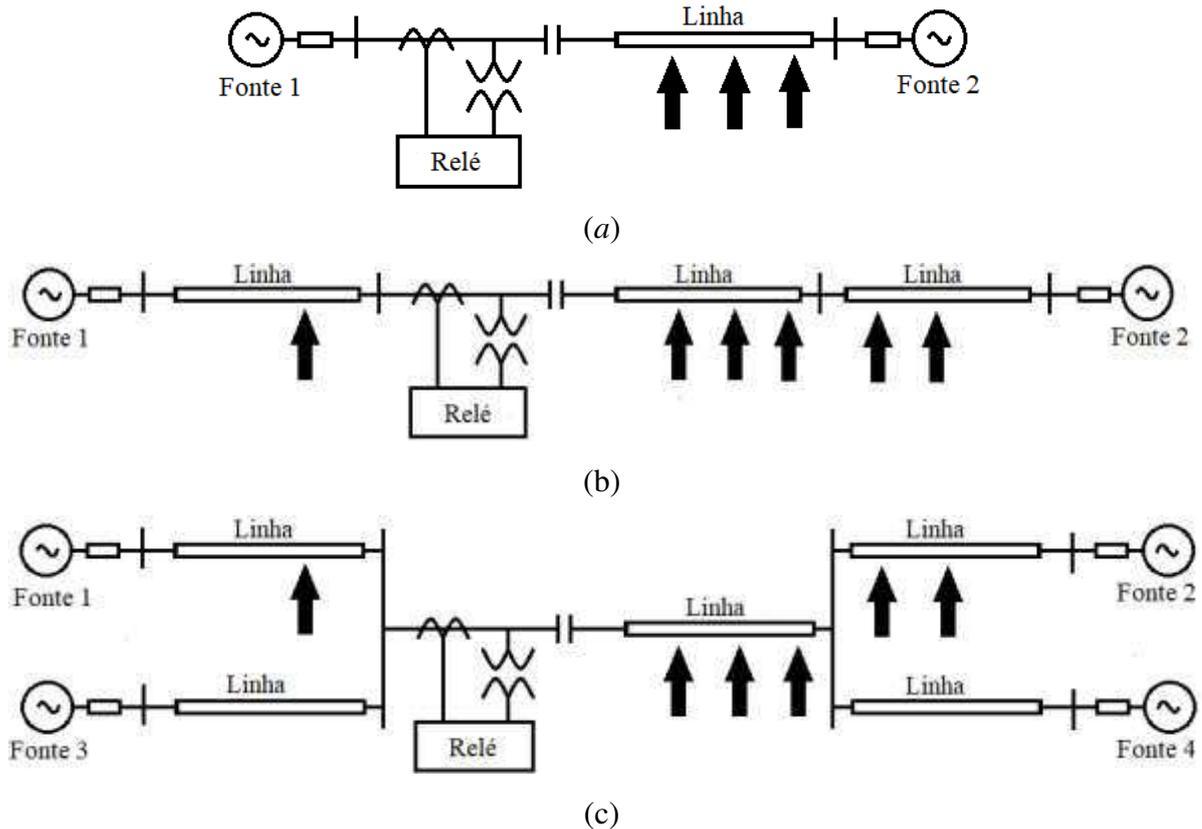
Constante	Valor				
A_0	1 p.u.	2 p.u.	3 p.u.		
τ	1 ciclo	2 ciclos	3 ciclos		
f_0	25 Hz	30 Hz			
ϕ	0°	72°	144°	216°	288°

Fonte: própria autoria.

Todas as combinações possíveis dos valores da Tabela 6 foram consideradas, totalizando noventa combinações. A abreviação p.u. representa valores por unidade.

Os dados de simulação de faltas de sistemas fictícios com compensação série capacitiva foram gerados utilizando o ATP. As topologias consideradas nas simulações estão representadas na Figura 9. A topologia da Figura 9 (a) foi utilizada por ser uma topologia mais simples de fácil implementação, a da Figura 9 (b) foi utilizada por ser uma topologia também simples, mas que permite a ocorrência de faltas em linhas externas a montante e a jusante e, finalmente, a da Figura 9 (c) por ser uma topologia que permite faltas em linhas externas a montante e a jusante, mas que a corrente de faltas em linhas externas recebe contribuição da corrente de outras linhas sãs além da linha monitorada.

Figura 9. Esquemas de topologias: sistema com (a) duas, (b) quatro e (c) seis barras.



Fonte: própria autoria.

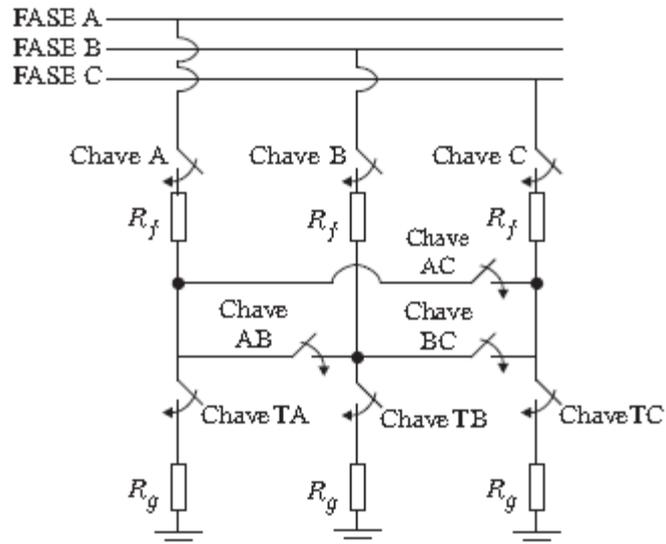
Foram considerados quatro tipos de falta (*AT*, *BC*, *BCT* e *ABC*), três graus de compensação (50%, 60% e 70%) e diferentes localizações de falta. As distâncias do terminal monitorado às faltas consideradas foram de 30%, 60% e 90% da extensão total da linha na própria linha protegida. Para as topologias das Figuras 9 (b) e (c), também foram consideradas distâncias de 30% em linha a montante e de 20% e 50% em linha a jusante, sendo essas distâncias medidas do terminal mais próximo ao mais distante do relé. Na Figura 9 estão indicadas as localidades aproximadas de ocorrência de faltas.

A impedância de alcance foi definida como a impedância de sequência positiva da linha multiplicada por um fator de 0,8, correspondendo à proteção em primeira zona. As distâncias foram, portanto, escolhidas envolvendo faltas dentro da zona, fora da zona, mas ainda dentro da linha, e, para as topologias das Figuras 9 (b) e (c), fora da linha. No caso das faltas do tipo *AT*, a unidade do relé de distância ativada foi a unidade *AT* e para as demais foi a unidade *BC*.

Para a primeira topologia, foram considerados 144 casos no total e para as demais foram 288 casos, cada.

Para tornar a simulação mais versátil, as faltas foram modeladas como na Figura 10, com resistências iguais a 10 Ω cada.

Figura 10. Esquema para simulação de faltas.



Fonte: LOPES *et al.* (2014), adaptado.

Dependendo do tipo de falta, chaves específicas do esquema da Figura 10 são fechadas conforme mostrado na Tabela 7.

Tabela 7. Chaves fechadas por tipo de falta.

Tipo	Chaves
<i>AT</i>	<i>A e TA</i>
<i>BC</i>	<i>B, C e BC</i>
<i>BCT</i>	<i>B, C, BC e TB</i>
<i>ABC</i>	<i>A, B, C, AB e BC</i>

Fonte: própria autoria.

A fim de que os resultados obtidos não fossem característicos de um conjunto de parâmetros específico, foram utilizados quatro conjuntos de parâmetros distintos. O primeiro foi baseado no trabalho de MOURA *et al.* (2013). Os parâmetros das linhas estão expressos na Tabela 8 e os das fontes na Tabela 9.

Tabela 8. Primeiro conjunto de parâmetros da linha de transmissão.

	Resistência (Ω/km)	Reatância indutiva (Ω/km)	Susceptância capacitiva ($\mu\text{S}/\text{km}$)	Comprimento (km)
Sequência zero	0,532	1,541	2,293	300
Sequência positiva	0,098	0,51	3,252	

Fonte: MOURA *et al.* (2013), adaptado.

Tabela 9. Primeiro conjunto de parâmetros das fontes.

	Tensão (p.u.), base: 230 kV	Fase ($^{\circ}$)	Impedância de sequência zero (Ω)	Impedância de sequência positiva (Ω)
Fonte 1	1,02	0	0,871+j25,661	1,014+j18,754
Fonte 2	0,98	-10	0,968+j28,513	1,127+j20,838

Fonte: MOURA *et al.* (2013).

O segundo conjunto de parâmetros de linha está presente na Tabela 10 e os respectivos parâmetros de fonte na Tabela 11.

Tabela 10. Segundo conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.

	Resistência (Ω/km)	Reatância indutiva (Ω/km)	Susceptância capacitiva ($\mu\text{S}/\text{km}$)	Comprimento (km)
Sequência zero	0,3966	0,9921	3,0839	400
Sequência positiva	0,0333	0,317	5,2033	

Fonte: BARROS *et al.* (2015).

Tabela 11. Segundo conjunto de parâmetros das fontes.

	Tensão (p.u.), base 550 kV	Fase (°)	Resistência de sequência zero (Ω)	Resistência de sequência positiva (Ω)
Fonte 1	1	0	1,1268+j20,838	0,9681+j28,513
Fonte 2	0,99	-10	1,1268+j20,838	0,9681+j28,513

Fonte: BARROS *et al.* (2015).

Na Tabela 12 e na Tabela 13 estão, respectivamente, os parâmetros das linhas de transmissão e das fontes para o terceiro conjunto.

Tabela 12. Terceiro conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.

	Resistência (Ω /km)	Reatância indutiva (Ω /km)	Reatância capacitiva (μS /km)	Comprimento (km)
Sequência zero	0,4309	1,5659	2,3301	200
Sequência positiva	0,0888	0,5249	3,121	

Fonte: LOPES *et al.* (2012).

Tabela 13. Terceiro conjunto de parâmetros das fontes.

	Tensão de fase (kV)	Fase (°)	Impedância de sequência zero (Ω)	Impedância de sequência positiva (Ω)
Fonte 1	187,8	0	0,2856+j5,561	2,0205+j7,272
Fonte 2	187,8	-10	0,8644+j12,2484	12,8150+j31,7268

Fonte: LOPES *et al.* (2012).

Está indicado na Tabela 14 o conjunto de parâmetros do sistema para o quarto conjunto e na Tabela 15 os parâmetros das fontes.

Tabela 14. Quarto conjunto de parâmetros das linhas de transmissão.

	Resistência (Ω/km)	Reatância indutiva (Ω/km)	Susceptância capacitiva, aproximada ($\mu\text{S}/\text{km}$)	Comprimento (km)
Sequência zero	0,3618	1,2277	2,8975	200
Sequência positiva	0,0185	0,3766	4,3881	

Fonte: TAQUIRE *et al.* (2016), adaptado.

Tabela 15. Quarto conjunto de parâmetros das fontes.

	Tensão de fase, aproximado (V)	Fase ($^{\circ}$)	Impedância de sequência zero (Ω)	Impedância de sequência positiva (Ω)
Fonte 1	408248,29	0	3,068+j28,746	1,41+j16,21
Fonte 2	408248,29	-15	3,068+j28,746	1,41+j16,21

Fonte: TAQUIRE *et al.* (2016).

As frequências de todas as fontes foram de 60 Hz. No sistema com seis barras, a fonte 3 possui os mesmos parâmetros da fonte 1 e a fonte 4 os da fonte 2. Os dados de tempo da simulação estão presentes na Tabela 16.

Tabela 16. Dados de tempo.

Informação	Valor
Instante de ocorrência da falta	0,1 s
Tempo total de simulação	0,4 s
Passo de tempo	50 μs

Fonte: própria autoria.

Vários casos foram gerados para simulação. Foram elaborados três arquivos de extensão *atp*, um para cada topologia. Com o intuito de automatizar o processo, os arquivos dos demais casos considerados foram gerados automaticamente por rotinas de MATLAB.

Primeiramente os dados das faltas foram submetidos a uma função de transferência de filtro Butterworth de segunda ordem com frequência de corte de 180 Hz, valor utilizado no

trabalho de CAMPOS (2016a). A função de transferência é dada por OPPENHEIN *et al.* (1997).

$$H_f(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2}. \quad (37)$$

Após a filtragem inicial, os dados foram amostrados novamente a uma taxa de 16 amostras por ciclo. Os sinais foram em seguida aplicados a funções de estimação fasorial. Os métodos utilizados foram o método de Campos, Fourier de Ciclo Completo, Cosseno Modificado, método de Guo e Fourier de Ciclo Completo com Filtro Mímico (abreviado neste trabalho por FCFM) com constante de tempo equivalente a um ciclo. Os fasores estimados foram aplicados a técnicas de identificação de falta em primeira zona. As três técnicas de polarização explicadas foram utilizadas, sendo elas a autopolarização, a polarização em quadratura e a polarização com memória de sequência positiva. Foram registradas as quantidades de insucesso de identificação da falta e foram feitas rotinas para a determinação de indicadores de desempenho no domínio do tempo, sendo eles o tempo de acomodação, o tempo de subida, o *overshoot* e um índice de oscilações em torno do valor final. Para os dois primeiros índices, é necessário o conhecimento prévio do valor final, calculado nos casos de simulação como uma média dos dezesseis últimos valores, assumindo que os valores das amplitudes dos fasores tenham, então, se estabilizado. Os três primeiros índices foram utilizados de forma semelhante na metodologia proposta por CAMPOS *et al.* (2014) e último foi utilizado por CAMPOS (2016a). Os índices de desempenho foram aplicados a sinais que consistem na amplitude dos fasores calculados a cada instante de tempo.

O *overshoot* é o desvio máximo atingido por um sinal transitório. No presente trabalho é calculado o *overshoot* relativo, sendo ele a diferença entre o valor máximo e o valor final dividido pelo valor final. O *overshoot* é aplicável a sinais em que o valor final é maior que o valor inicial do transitório.

O tempo de acomodação foi calculado como sendo o intervalo de tempo entre o instante de ocorrência da falta e o instante a partir do qual o sinal não sai de uma faixa de 2 por cento a mais e a menos do valor final. O valor de 2% é um valor típico encontrado na literatura.

O tempo de subida foi calculado como o intervalo de tempo entre o instante de ocorrência da falta e o instante em que pela primeira vez o sinal supera o valor final.

O índice de oscilação considerado foi definido conforme

$$I_{osc} = \sum_{k=k_f}^{k_F} \frac{|x(k) - x_f|}{x_f}, \quad (38)$$

sendo k_F o instante de tempo final, k_f o instante de tempo a partir do qual o sinal é pela primeira vez maior que o valor final e x_f o valor final.

A divisão pelo valor final foi feita para normalizar o índice. Ele é tanto maior quanto maior forem os desvios dos valores a cada instante de tempo do instante em que o valor do sinal atinge pela primeira vez o valor final ao instante final.

Outros índices utilizados, esses apenas para os casos de faltas simuladas, foram o tempo para identificação de faltas como sendo internas à região protegida e a quantidade de acertos ou falhas. Entendeu-se como acerto, a identificação para o caso de o defeito ser de fato interno à região protegida e a não identificação para o caso de o defeito não ser interno à região protegida. A identificação ocorre se o caminho da impedância calculada permanecer pelo menos três instantes de tempo consecutivos na região mho.

Na Figura 11 é apresentado o procedimento adotado para o estudo de funções geradas por simulação.

Figura 11. Fluxograma de procedimento adotado para estudo de funções geradas por simulação.



Fonte: própria autoria.

Capítulo 5

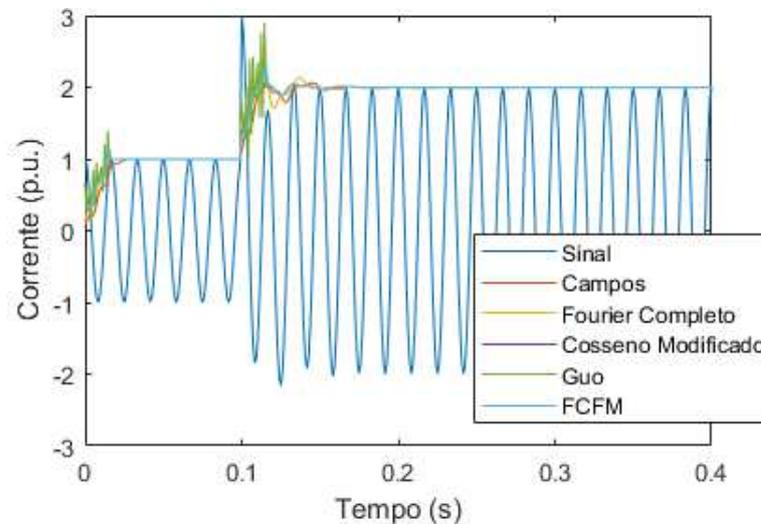
Resultados e Análises

3.6. Estimação Fasorial Aplicada a Sinais de Funções Analíticas

Inicialmente, consideram-se os sinais gerados por função analítica conforme (36). A função degrau foi inicialmente definida com valor unitário para t maior ou igual a zero e valor nulo para valores negativos de t para os resultados das Figuras 12 a 16.

Para os primeiros valores das constantes da Tabela 6, têm-se os gráficos da Figura 12.

Figura 12. Sinal definido por função analítica com gráficos de amplitude dos fasores.



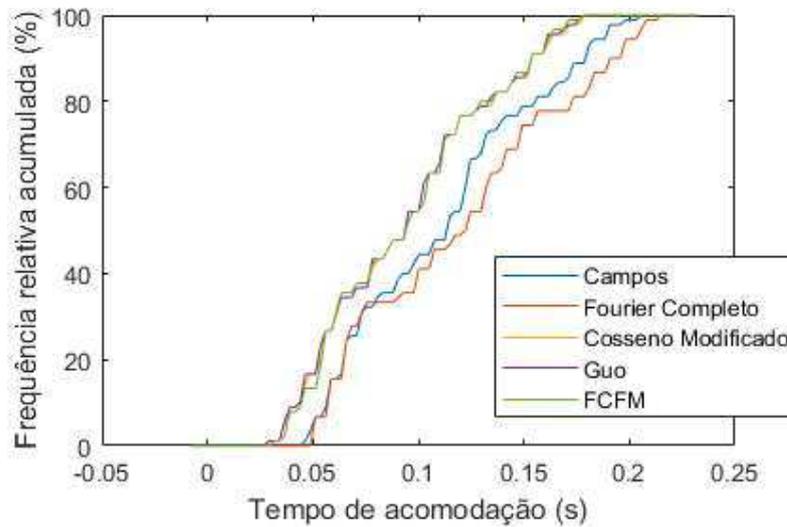
Fonte: própria autoria.

Nota-se que todos os métodos de estimação fasorial parecem funcionar satisfatoriamente, convergindo para o valor final em amplitude. O método de Guo mostrou-se sensível à presença de descontinuidade, apresentando oscilações bruscas (picos e frequência elevados) após o início do transitório em 0,1 s. O gráfico do algoritmo FCFM ficou quase que sobreposto ao do Cosseno Modificado. Fato semelhante aconteceu com o algoritmo de Guo após um ciclo da descontinuidade.

Nas Figuras 13 a 16 são apresentados os gráficos de frequência acumulada dos índices de desempenho no domínio do tempo. Tais gráficos representam no eixo vertical a quantidade relativa de casos em que o valor do índice de desempenho não supera o valor respectivo do eixo horizontal. Por exemplo, para o tempo de acomodação, em 47,78% dos casos o tempo de acomodação para o método de Campos foi inferior a 0,11 s, em 45,56% dos casos o mesmo

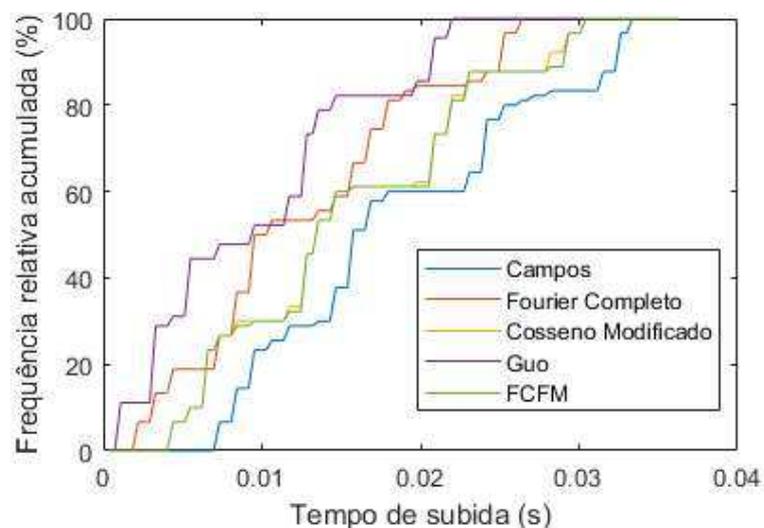
índice para o método de Fourier de Ciclo Completo foi inferior a 0,11 s. Para os algoritmos de Cosseno Modificado, Guo e FCFM, a quantidade relativa acumulada foi de 63,33%, 65,66% e 63,33%, respectivamente. Quanto mais à esquerda for o gráfico, mais vantajoso tende a ser o método, pois isso significa que valores mais baixos do índice são mais frequentes. Gráficos desse tipo estão presentes no trabalho de SILVA (2009) apenas para o *overshoot*.

Figura 13. Frequência relativa acumulada do tempo de acomodação.



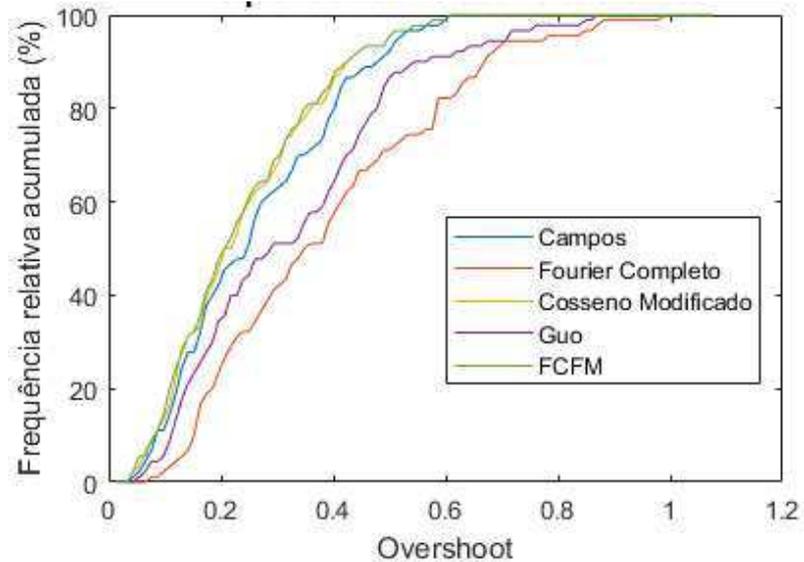
Fonte: própria autoria.

Figura 14. Frequência relativa acumulada para o tempo de subida.



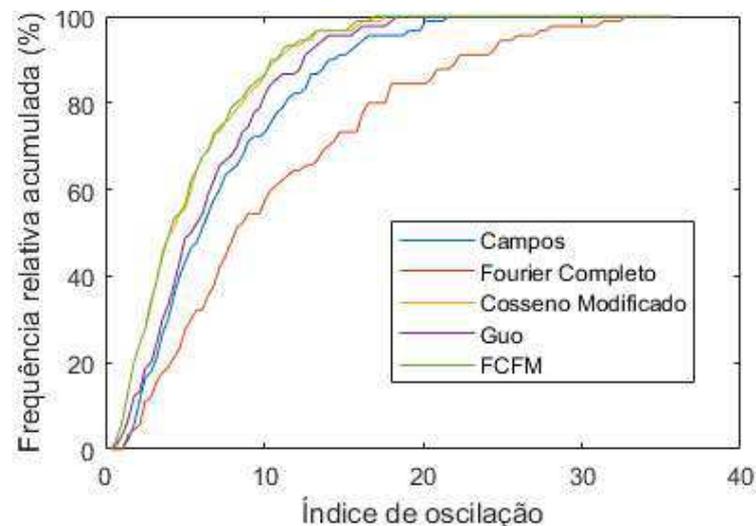
Fonte: própria autoria.

Figura 15. Frequência relativa acumulada para o *overshoot*.



Fonte: própria autoria.

Figura 16. Frequência relativa acumulada para o índice de oscilação.



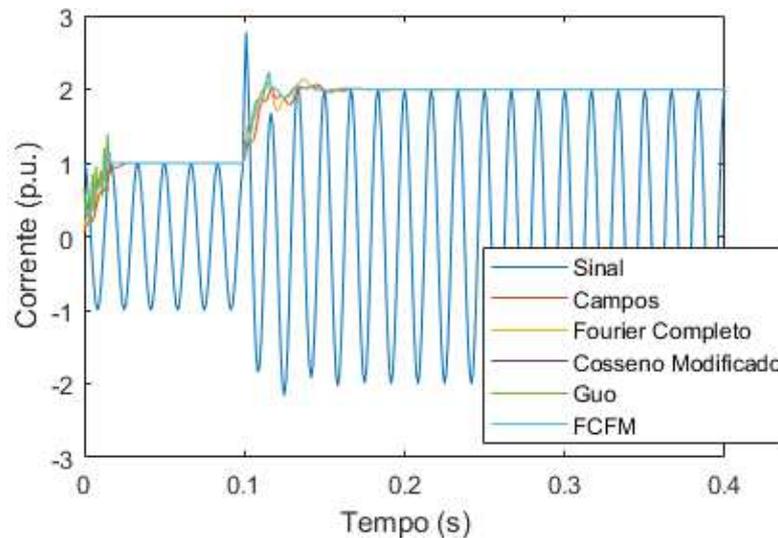
Fonte: própria autoria.

Nota-se que, com relação ao tempo de acomodação, os métodos do Cosseno Modificado, de Guo e de FCFM apresentam desempenho semelhante, sendo os melhores com relação aos demais métodos. O método de Guo apresenta valores mais baixos de tempo de subida mais frequentes. Os métodos do Cosseno Modificado e FCFM apresentam o melhor desempenho para o *overshoot* e também para o índice de oscilação em torno do valor final.

Foi considerada também uma versão do degrau com descontinuidade menos acentuada para o degrau unitário, definido como zero para valores negativos de entrada, 0,5 para valores de entrada nulos e 1 para valores positivos. Tal versão é uma suavização da função degrau como

definida anteriormente. Na Figura 17 são apresentados os novos gráficos para o sinal da Figura 12. Notou-se que o método de Guo apresentou gráfico de amplitude com oscilações menos bruscas, o que reitera a ideia de que o método é sensível à descontinuidade.

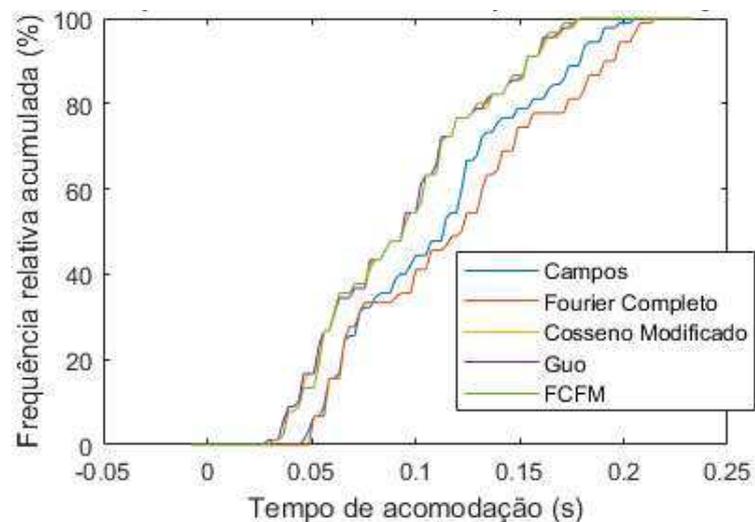
Figura 17. Sinal definido por função analítica com gráficos de amplitude de fasores.



Fonte: própria autoria.

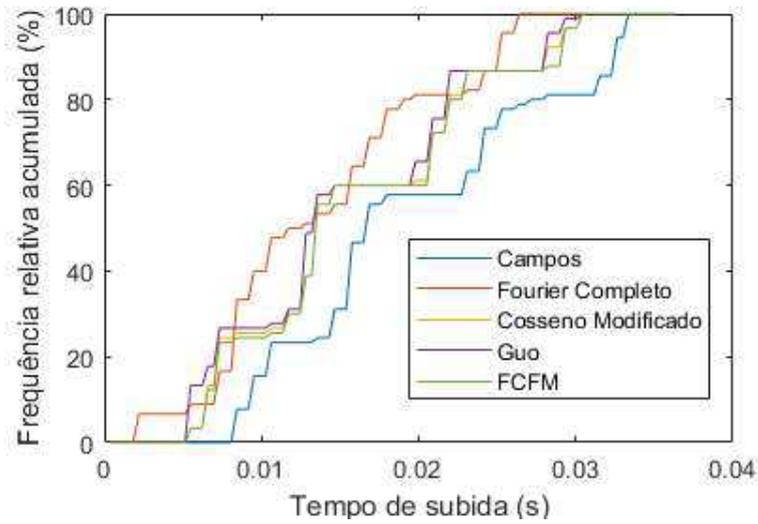
Nas Figuras 18 a 21 estão presentes os gráficos de frequência relativa acumulada dos índices de desempenho no domínio do tempo para os casos com a função degrau unitário redefinida.

Figura 18. Frequência relativa acumulada de tempo de acomodação.



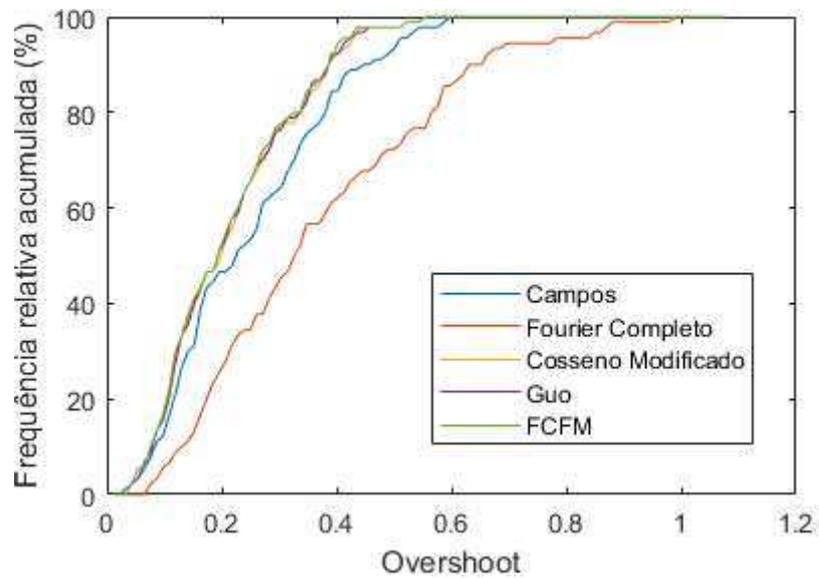
Fonte: própria autoria.

Figura 19. Frequência relativa acumulada do tempo de subida.



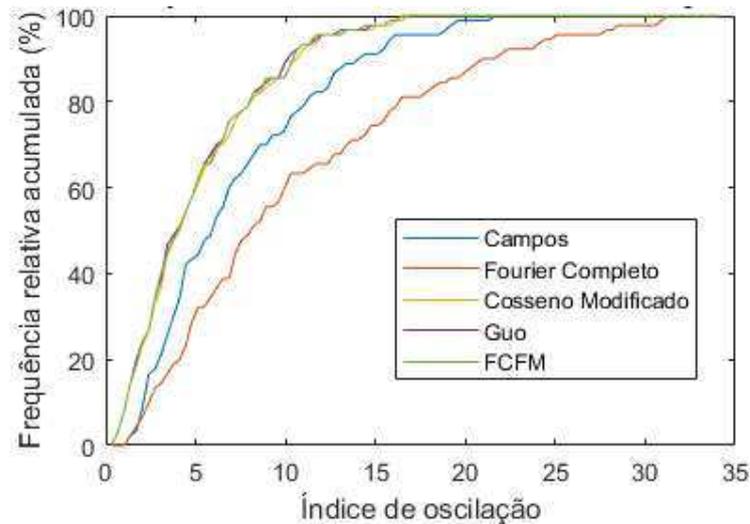
Fonte: própria autoria.

Figura 20. Frequência relativa acumulada para o overshoot.



Fonte: própria autoria.

Figura 21. Frequência relativa acumulada do índice de oscilação da tensão.

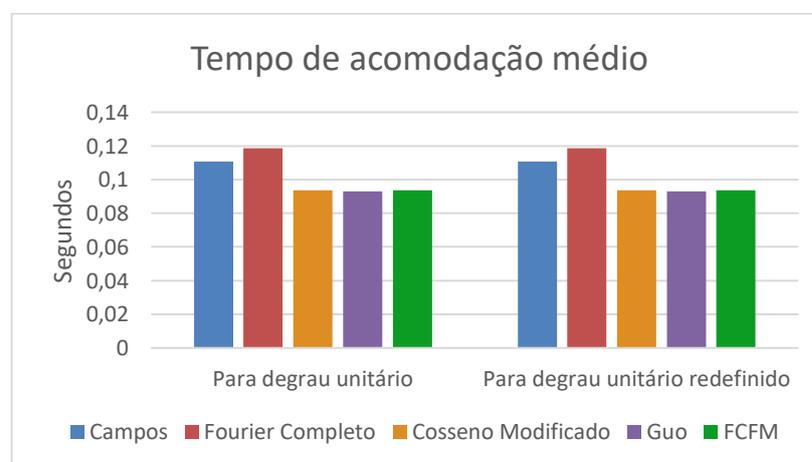


Fonte: própria autoria.

. Os gráficos para o tempo de acomodação não sofreram variações significativas e para os demais índices o gráfico do método de Guo se aproximou dos métodos do Cosseno Modificado e de FCFM. Para o *overshoot* e o índice de oscilação em torno do valor final, os três métodos apresentaram o melhor desempenho.

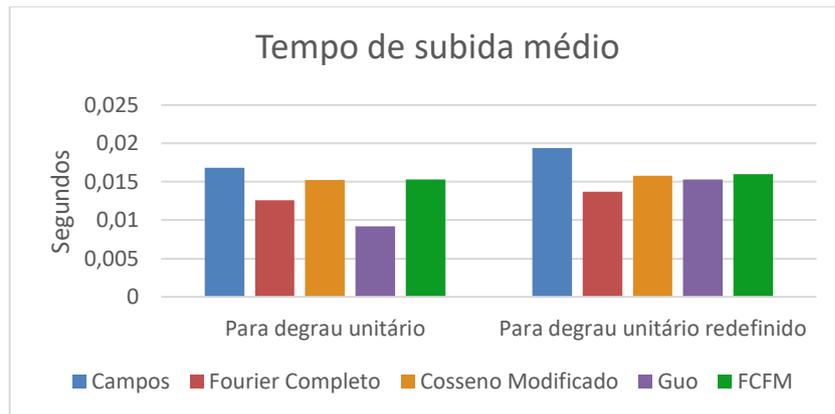
Nas Figuras 22 a 25 são apresentados em gráficos de barras os valores médios de cada índice por método de estimação fasorial para o degrau unitário conforme definido inicialmente e para o degrau unitário redefinido.

Figura 22. Gráficos de barras dos tempos médios de acomodação.



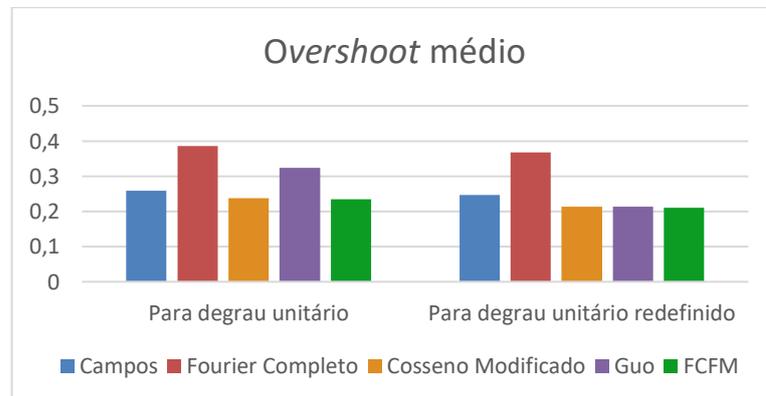
Fonte: própria autoria.

Figura 23. Gráficos de barras dos tempos médios de subida.



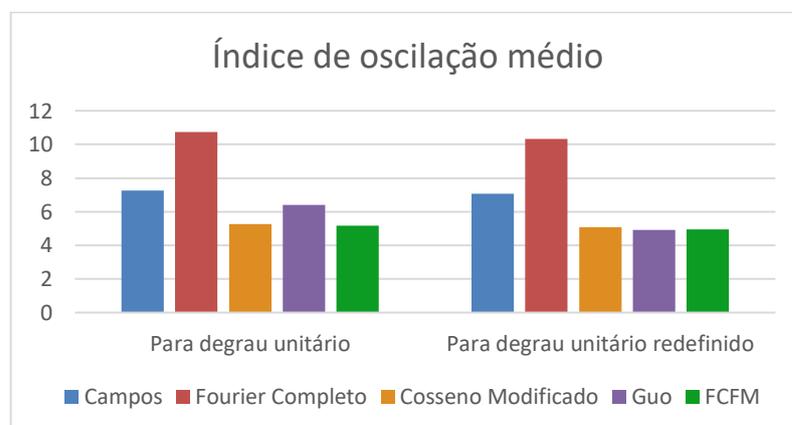
Fonte: própria autoria.

Figura 24. Gráficos de barras do *overshoot* médio.



Fonte: própria autoria.

Figura 25. Gráficos de barras dos índices de oscilação médios.



Fonte: própria autoria.

Pode-se perceber que a forma como foi definida a função degrau unitária não fez diferença para o tempo médio de acomodação. Para as médias dos demais índices, a diferença

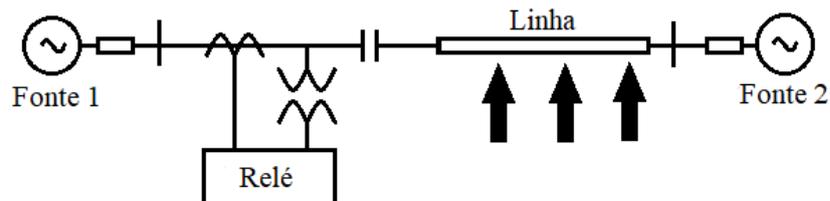
foi mais pronunciada para o método de Guo, que se aproximou dos métodos do Cosseno Modificado e FCFM para a função redefinida. Acredita-se que os resultados para a função degrau redefinida são mais relevantes, pois um degrau mais próximo do ideal é menos comum em aplicações práticas.

Para o degrau redefinido, os três últimos algoritmos, que apresentam desempenho semelhante, possuem melhor desempenho para os índices exceto para o tempo de subida, para o qual eles são superados apenas pelo algoritmo de Fourier de Ciclo Completo. O algoritmo de Campos possui o segundo melhor desempenho, exceto para o tempo de subida.

3.7. Estimação Fasorial Aplicada a Simulação de Falhas em Sistemas

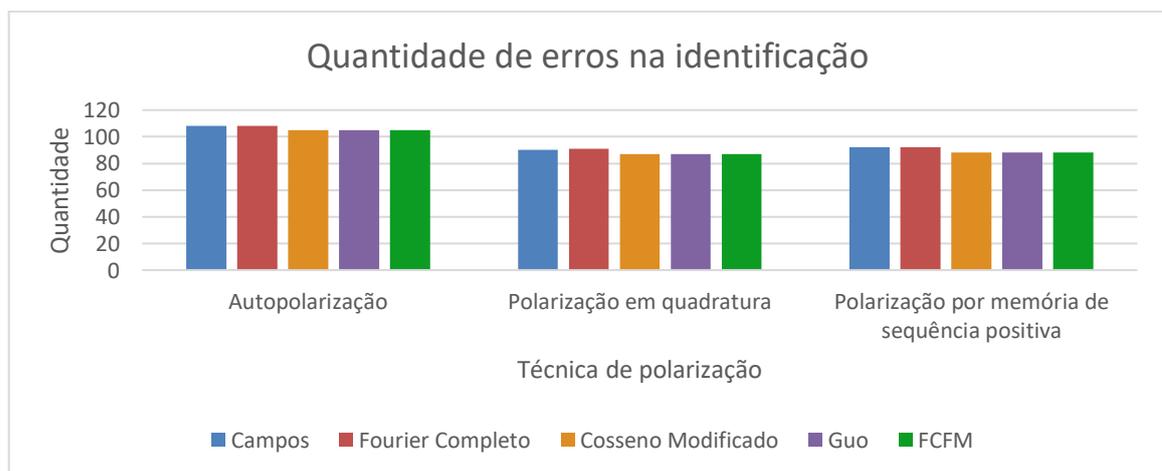
Na Figura 26 repete-se, por conveniência, o esquema do sistema da figura 9 (a). Na Figura 27 são mostradas as quantidades de falhas na identificação da falta para os casos da topologia da Figura 26 por técnica de polarização, sendo 144 casos no total. Pode-se notar que a quantidade de erros foi um pouco menor para os três últimos métodos de estimação fasorial com relação aos demais e significativamente menor para a polarização em quadratura e por memória de sequência positiva com relação à autopolarização.

Figura 26. Topologia de sistema com duas barras.



Fonte: própria autoria.

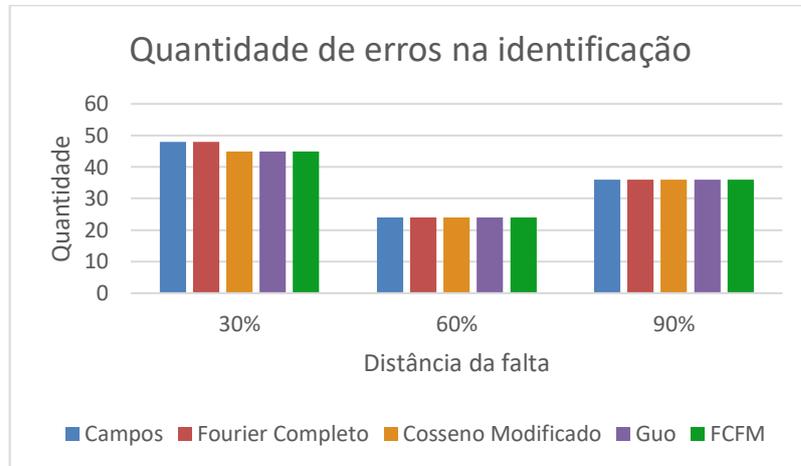
Figura 27. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.



Fonte: própria autoria.

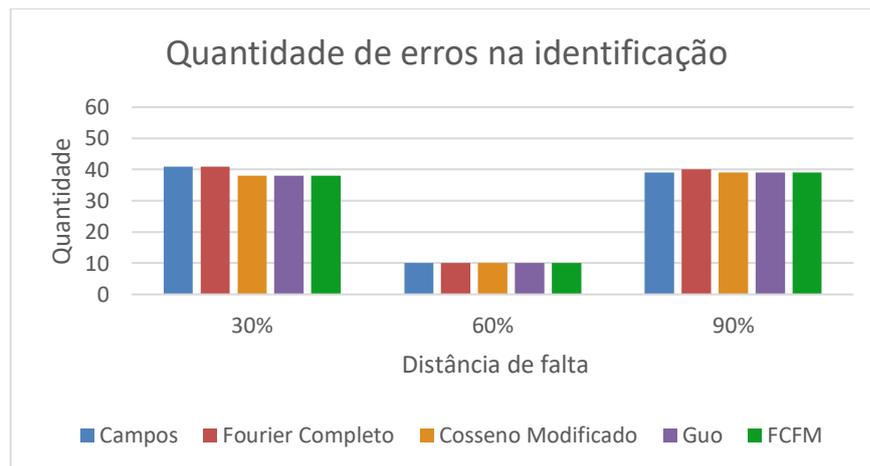
Com as informações reportadas nas Figuras 28 a 30, pode-se perceber que os erros na identificação das faltas foram maiores para faltas mais próximas aos extremos da linha. Para localização tem-se um total de 48 casos.

Figura 28. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.



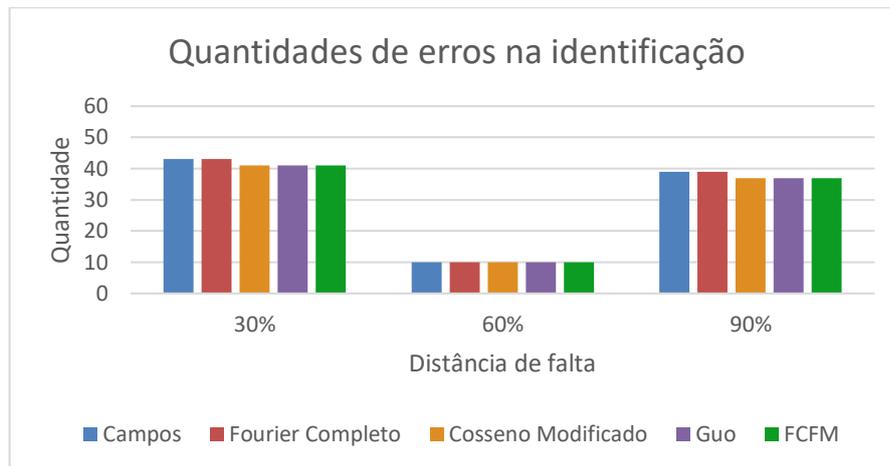
Fonte: própria autoria.

Figura 29. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

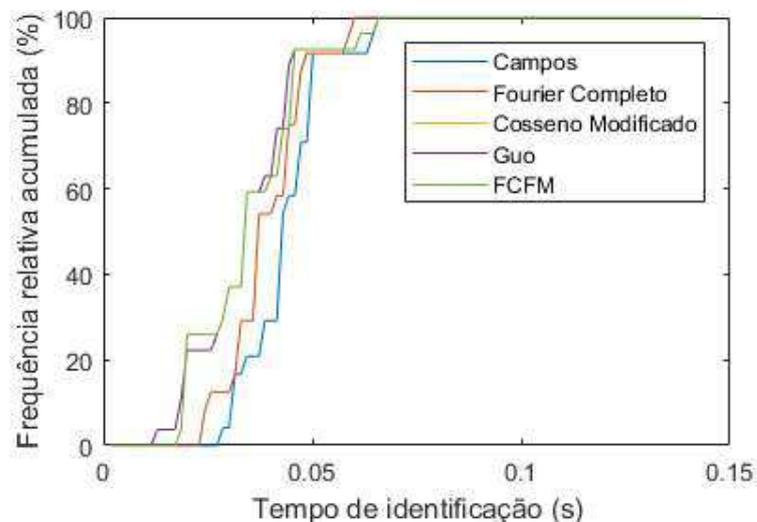
Figura 30. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.



Fonte: própria autoria.

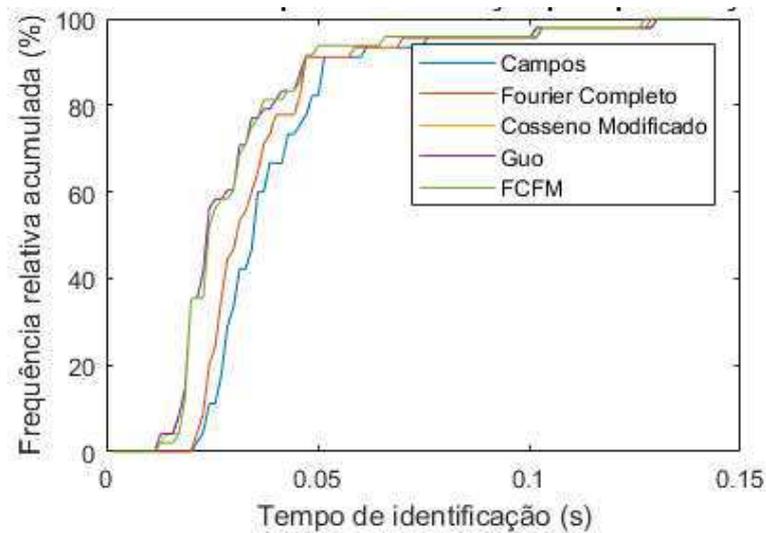
Nas Figuras 31 a 33 são apresentados os gráficos de frequência relativa acumulada para o tempo de identificação de falta como sendo interna à zona protegida exclusivamente para as faltas internas apenas para os casos em que as identificações são positivas. Nota-se que de uma forma geral, o algoritmo do Cosseno Modificado, de Guo e de FCFM são os que apresentam melhor desempenho.

Figura 31. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a autopolarização.



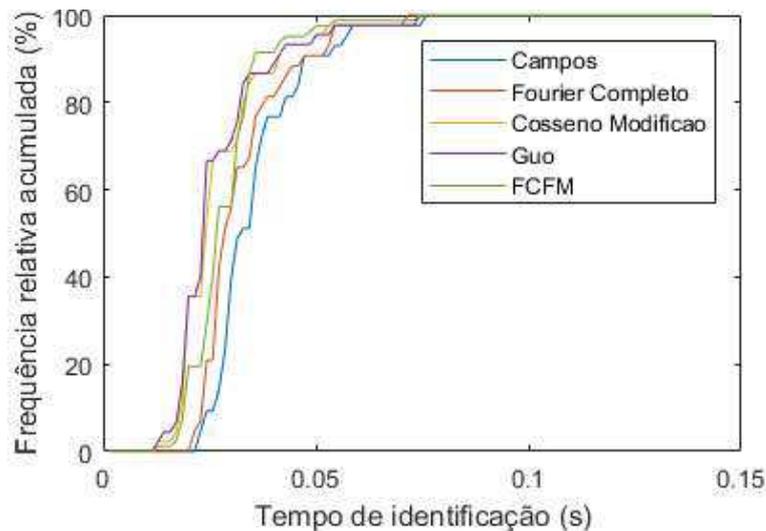
Fonte: própria autoria.

Figura 32. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

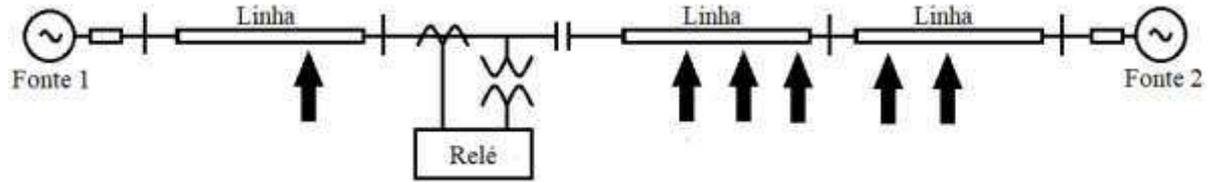
Figura 33. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização por memória de sequência positiva.



Fonte: própria autoria.

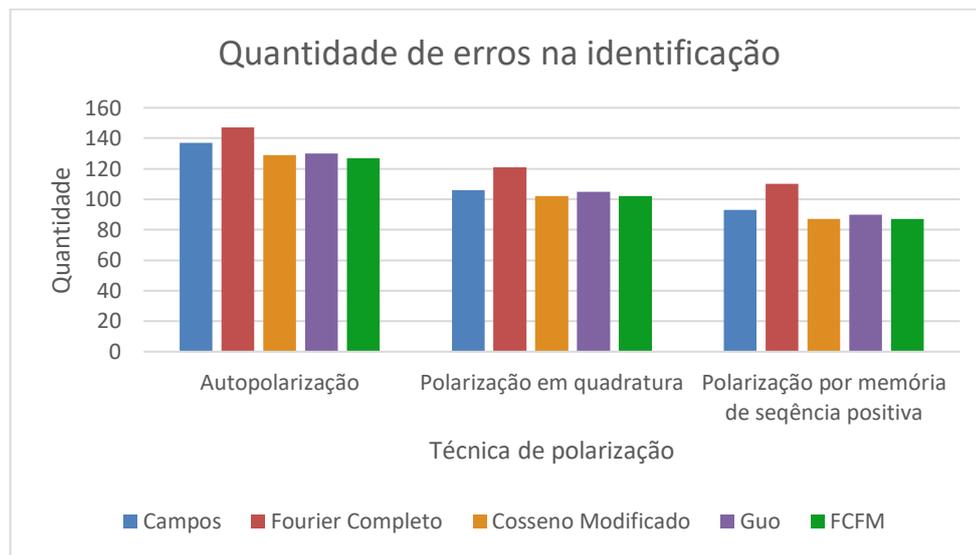
Na Figura 34 repete-se, convenientemente, a Figura 9 (b). Na Figura 35 são apresentados gráficos de barra que indicam a quantidade de falhas na identificação de faltas por técnica de polarização e por método de estimação fasorial para a topologia da Figura 34. Tem-se no total 288 casos. Nota-se que a polarização por memória de sequência positiva apresentou mais acertos que a polarização em quadratura, que por sua vez apresentou mais acertos que a autopolarização. Os três últimos métodos de estimação apresentaram mais acertos do que os demais.

Figura 34. Topologia de sistema com quatro barras.



Fonte: própria autoria.

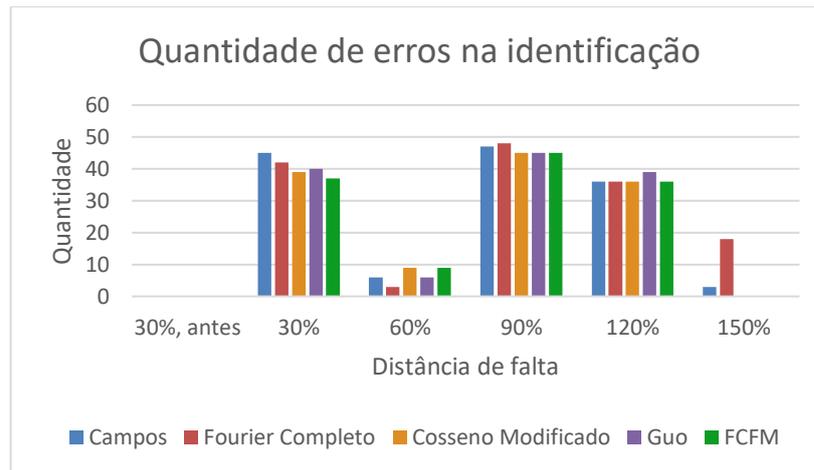
Figura 35. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.



Fonte: própria autoria.

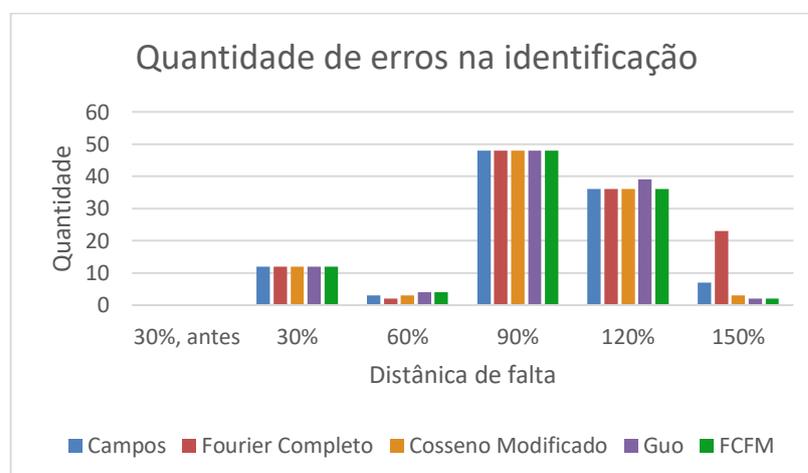
Nas Figuras 36 a 38 são apresentadas as quantidades de erros na identificação da falta por distância para cada técnica de polarização, sendo 48 o total de casos para cada local de falta. Nota-se que não houve erros para faltas a montante, o que confirma a boa característica do relé. No geral, a quantidade de falhas para faltas a 60 % e a 150 % foram relativamente pequenas. Para a polarização por memória de seqüência positiva, a quantidade de falhas para faltas internas foi nula, mas para faltas externas continuou elevada. Verificou-se que todas as falhas para faltas internas à região protegida para a polarização em quadratura foram para faltas trifásicas, fato condizente com a inadequação dessa técnica para tais faltas.

Figura 36. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.



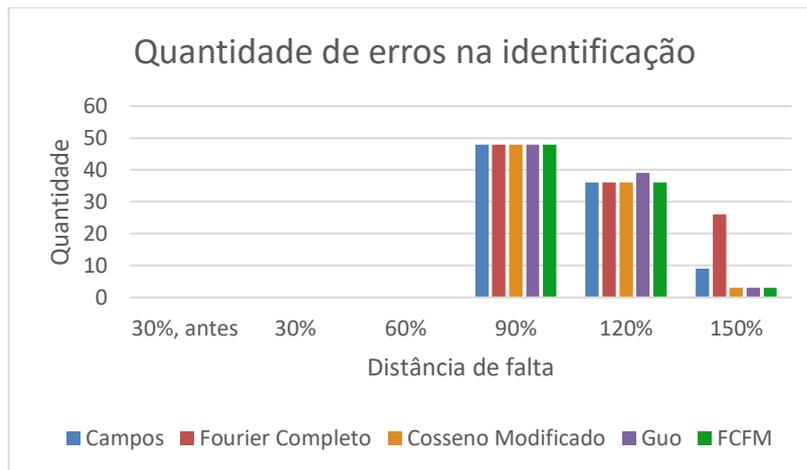
Fonte: própria autoria.

Figura 37. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

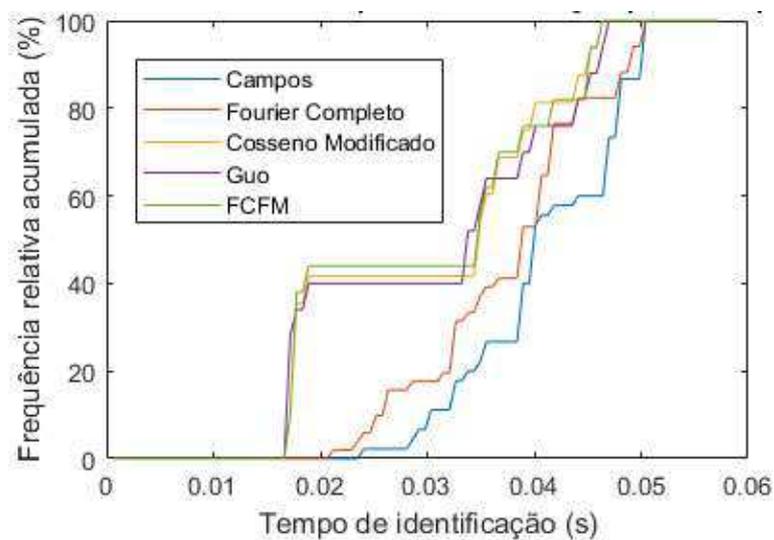
Figura 38. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.



Fonte: própria autoria.

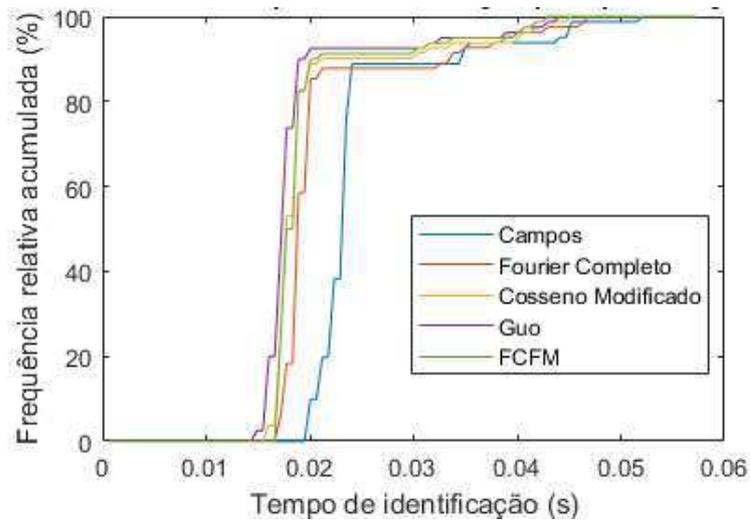
Nas Figuras 39 a 41 são mostrados os gráficos de frequência acumulada para o tempo de identificação da falta apenas para faltas internas em que a identificação foi positiva. Para a autopolarização e para a polarização em quadratura, os três últimos métodos foram os que apresentaram melhor desempenho, pois possuem menores tempos de identificação mais frequentes.

Figura 39. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a autopolarização.



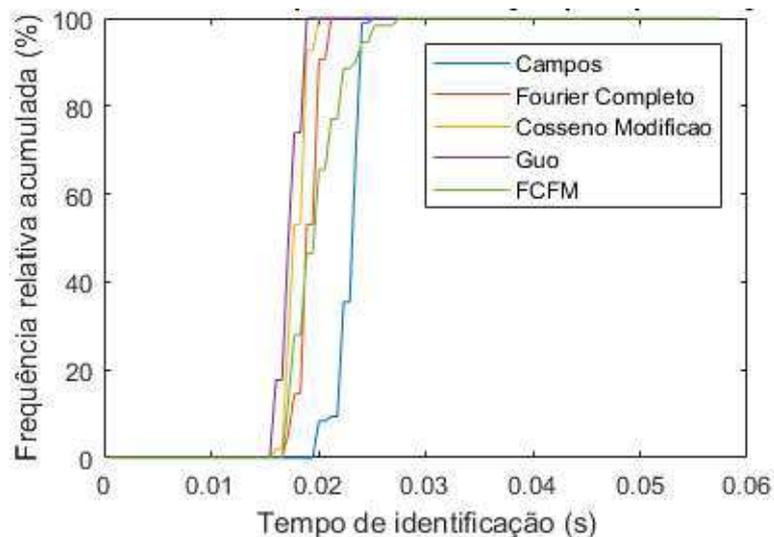
Fonte: própria autoria.

Figura 40. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

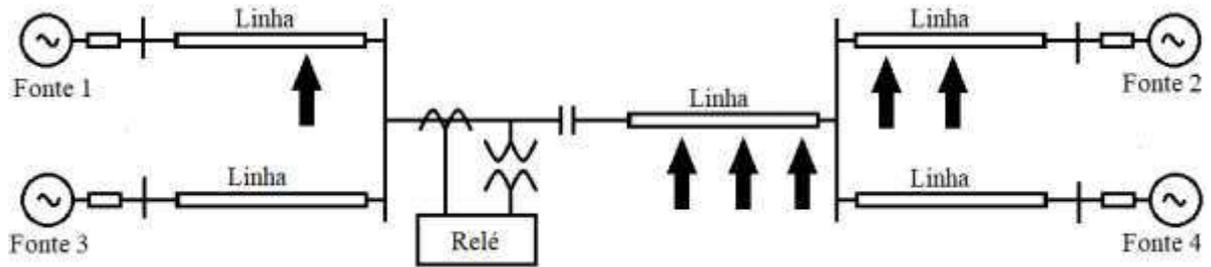
Figura 41. Frequência relativa acumulada para o tempo de identificação para a polarização por memória de sequência positiva.



Fonte: própria autoria.

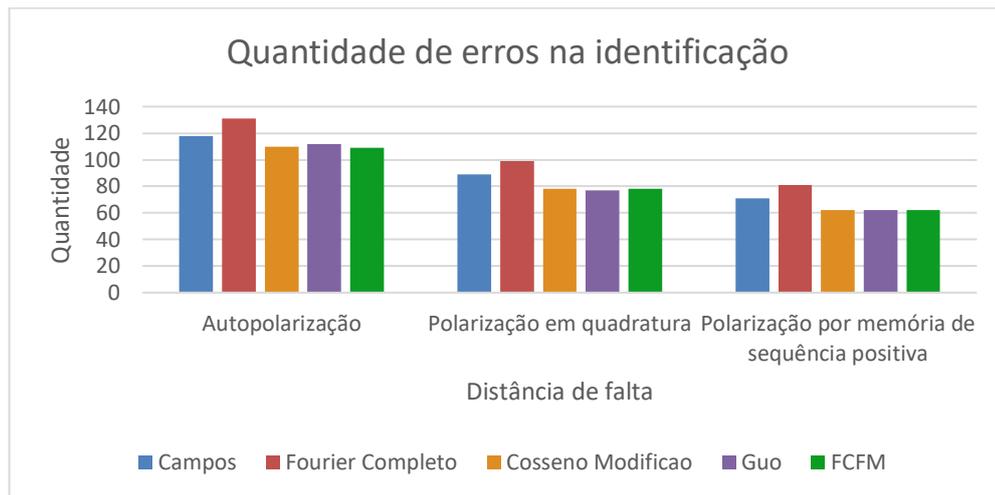
Na Figura 42 é mostrado o esquema da Figura 9 (c). Na Figura 43 estão registradas as quantidades de falhas na identificação por técnica de polarização para a topologia da Figura 42. O total de casos foi 288 para essa topologia. A polarização por memória apresentou menos erros que a polarização em quadratura, que por sua vez apresentou menos erros que a autopolarização. Os três últimos métodos de estimação fasorial apresentaram menos erros que os demais.

Figura 42. Topologia de sistema com seis barras.



Fonte: própria autoria.

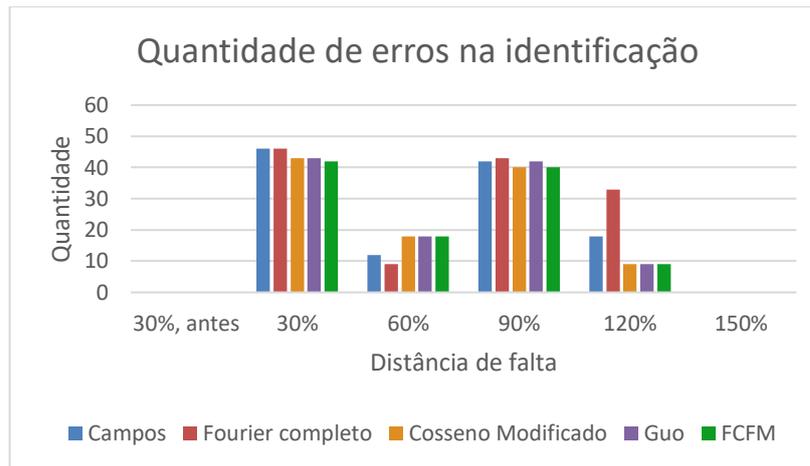
Figura 43. Quantidade de erros na identificação da falta por técnica de polarização.



Fonte: própria autoria.

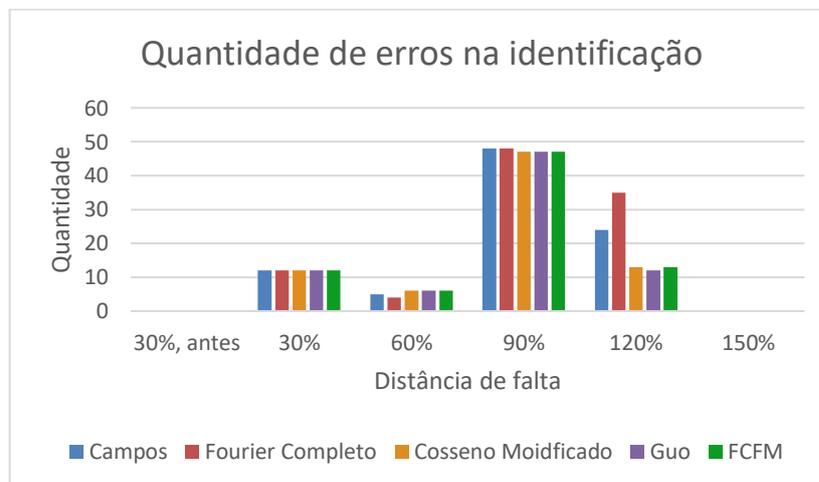
Nas Figuras 44 a 46 estão expressas as quantidades de erros por técnica de polarização e por distância em que a falta ocorreu. Para cada distância o total de casos foi 48. Como a topologia anterior, não ocorreram erros na identificação das faltas a montante, fato em conformidade com a boa característica direcional do relé mho. Também não houve erros para as faltas na posição mais distante. Para a linha protegida, houve uma quantidade relativamente reduzida de erros para as faltas mais centrais. Como na topologia anterior, a polarização por memória não falhou para faltas internas à linha protegida. Verificou-se que para os casos de faltas internas à região protegida com polarização em quadratura, as falhas foram todas para faltas internas, o que condiz com a inadequação do tipo de polarização para esse tipo de falta.

Figura 44. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a autopolarização.



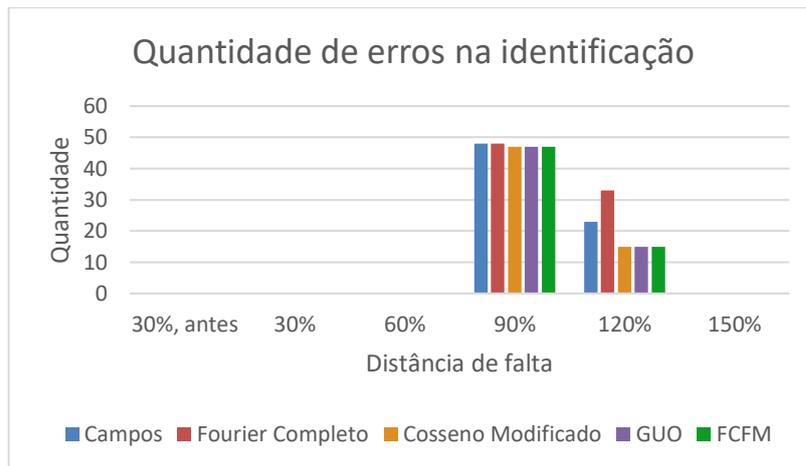
Fonte: própria autoria.

Figura 45. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

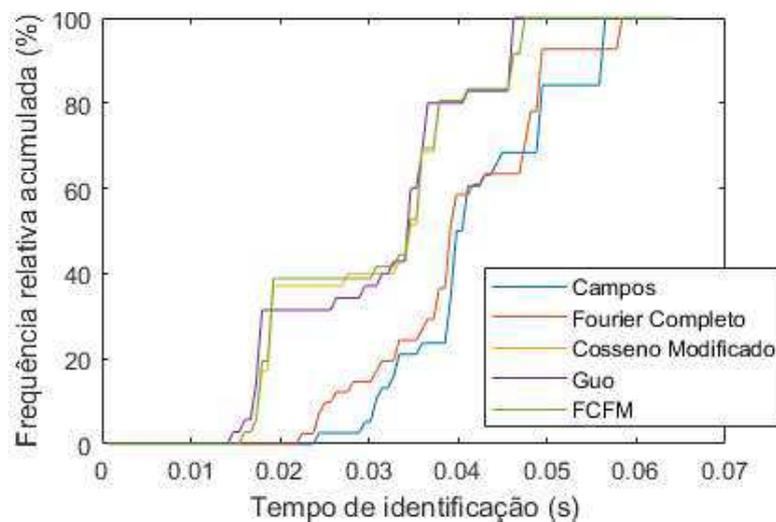
Figura 46. Quantidade de erros na identificação da falta por distância para a polarização por memória de sequência positiva.



Fonte: própria autoria.

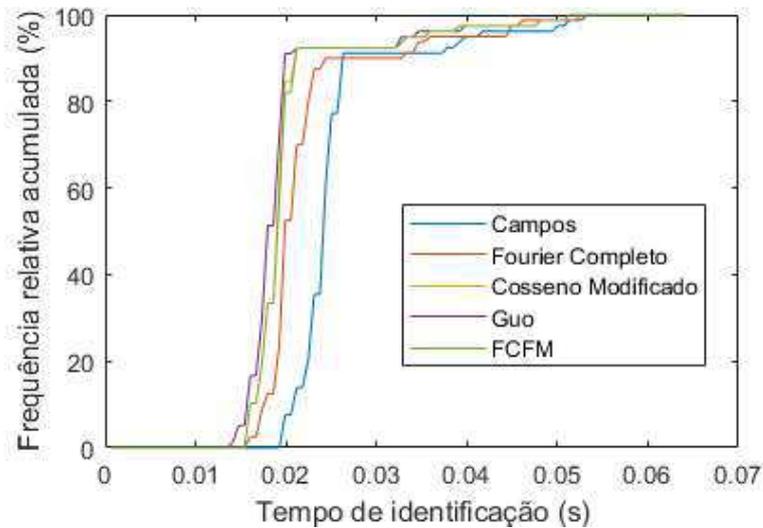
Nas Figuras 47 a 49 são apresentados os gráficos de frequência relativa acumulada para o tempo de identificação de falta. De uma forma geral, tempos menores são mais comuns para os algoritmos do Cosseno Modificado, de Guo e de FCFM.

Figura 47. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a autopolarização.



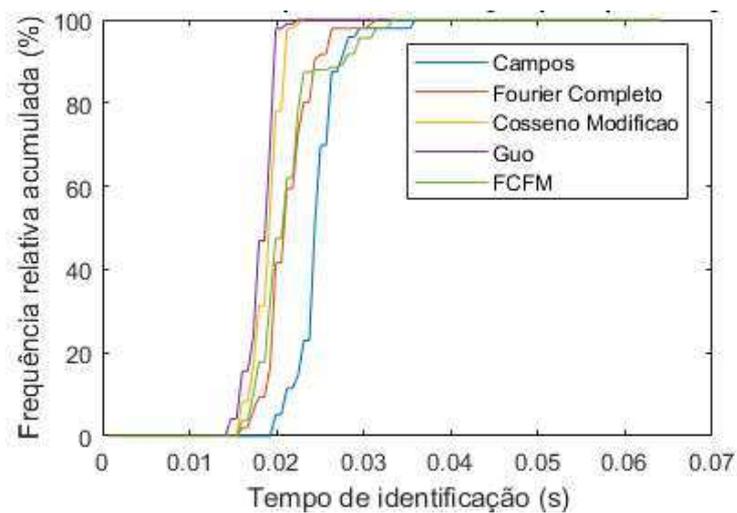
Fonte: própria autoria.

Figura 48. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização em quadratura.



Fonte: própria autoria.

Figura 49. Frequência relativa acumulada do tempo de identificação da falta para a polarização por memória de sequência positiva.



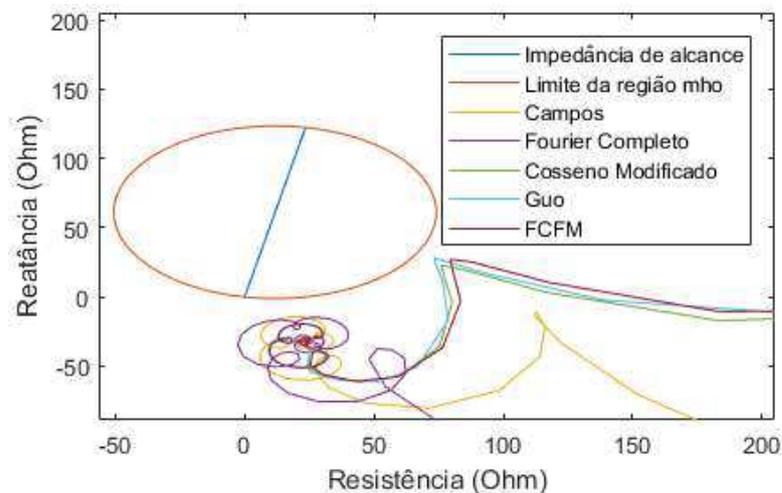
Fonte: própria autoria.

Para todas as topologias, as quantidades de falhas foram, de uma forma geral, elevadas. Atribui-se isso ao fato da capacitância em série com a linha alterar a reatância de sequência positiva da linha. Outra causa é o fato de que mesmo que o valor final da impedância calculada se estabilize fora da região protegida, valores intermediários calculados podem estar dentro da região mho tempo suficiente (três instantes de tempo consecutivos) para fazer o relé atuar erroneamente informando que a falta foi interna. Os diferentes caminhos de impedância dos métodos de estimação fasorial distinguem os métodos quanto ao êxito na identificação das faltas

como pertencente à região protegida, pois as impedâncias calculadas convergem para aproximadamente o mesmo valor. Como os caminhos da impedância para os métodos do Cosseno Modificado, Guo e Fourier Completo com Filtro Mímico apresentam um raio de espiral menor, tais métodos têm um desempenho superior aos outros dois comparados neste trabalho no que se refere à identificação das faltas como pertencente à região protegida da linha.

Na Figura 50 tem-se um exemplo de um caso em que a falta ocorre na zona protegida, mas a impedância final calculada está fora da região mho. Trata-se do caso da segunda topologia, primeiro conjunto de parâmetros, falta do tipo *BC*, distância de 30% e grau de compensação de 50%.

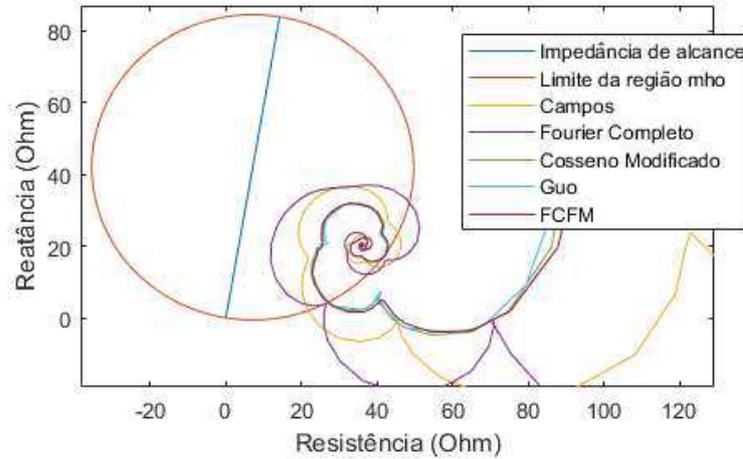
Figura 50. Região mho e caminhos de impedância para caso da segunda topologia com o primeiro conjunto de parâmetros, falta do tipo *BC*, distância de 30 % e grau de compensação de 50 %.



Fonte: própria autoria.

Na Figura 51 estão os caminhos de impedância de um caso em que a falta ocorre na região externa (mas próxima) à zona protegida, contudo o valor final da impedância calculada está dentro da região mho. Trata-se do caso com a segunda topologia, terceiro conjunto de parâmetros, falta do tipo *BC*, distância de 90% com grau de compensação de 70%.

Figura 51. Região mho e caminhos de impedância para caso da segunda topologia, com o terceiro conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, distância de 90 % com grau de compensação de 70 %.

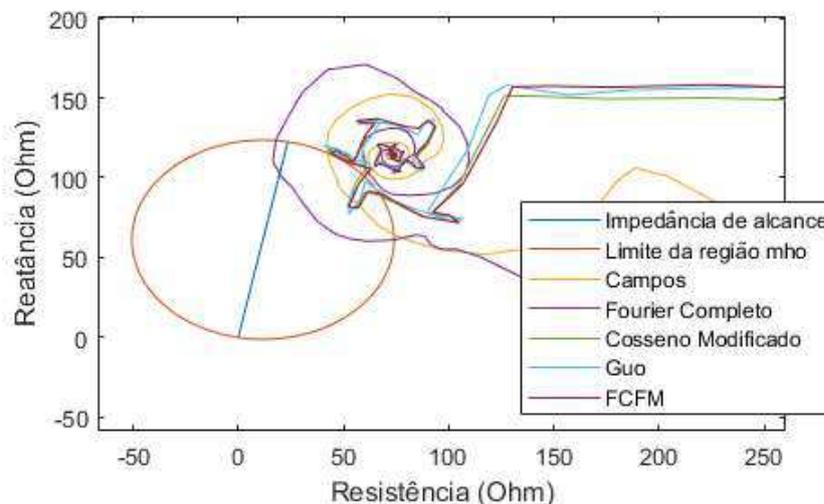


Fonte: própria autoria.

Na Figura 52 é ilustrado um caso em que a impedância calculada se estabiliza em um valor fora da região mho, contudo os caminhos de impedância passam por dentro dela.

Nesse caso, observa-se uma trajetória em espiral do caminho de impedância em torno do valor final, fenômeno que, segundo ZIEGLER (2011), ocorre em linhas com compensação série capacitiva. Esse é o caso com a segunda topologia, primeiro conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, com 120% de distância e com grau de compensação de 50%.

Figura 52. Região mho e caminhos de impedância para caso com a segunda topologia, segundo conjunto de parâmetros, falta do tipo BC, com 120 % de distância e com grau de compensação de 50 %.



Fonte: própria autoria.

3.8. Considerações Gerais

O método do Cosseno Modificado, de Guo e de FCFM apresentam um desempenho semelhante entre si e superam os demais métodos. Eles apresentaram majoritariamente índices menores (melhores) de desempenho no domínio do tempo mais frequentes, tanto para sinais analíticos (degrau redefinido) como para sinais simulados. Também apresentaram quantidades menores de erros para as faltas simuladas, apresentando também quantidades semelhantes.

Os métodos de estimação fasorial envolvem quantidades diferentes de operações matemáticas para cada instante de tempo. Na Tabela 17 são apresentadas as quantidades mínimas de operações para cada instante de tempo, para os métodos de estimação fasorial, considerando dezesseis amostras por ciclo. Percebe-se que o método do Cosseno Modificado é o que envolve uma menor quantidade de operações. Isso ocorre porque o cálculo da parte imaginária do fasor é numericamente mais simples, tendo apenas uma operação de multiplicação, uma divisão e uma subtração.

Tabela 17. Quantidade de operações por instante discreto de tempo por método.

Método	Quantidade mínima de multiplicações e divisões	Quantidade mínima de somas e subtrações	Total
Campos	18	18	36
Fourier Completo	32	30	62
Cosseno Modificado	18	16	34
Guo	33	34	67
FCFM	34	31	65

Fonte: CAMPOS *et al.* (2014), adaptado.

Assim sendo, como os três últimos métodos apresentam desempenho semelhante e o método do Cosseno Modificado apresenta uma quantidade menor de operações por passo de tempo, pode-se apontar esse método como recomendável para as situações que foram testadas neste trabalho.

Capítulo 6

Conclusões

Alguns métodos de estimação fasorial foram estudados comparativamente para uso em linhas de transmissão com compensação série capacitiva. Sinais gerados por função analítica e por simulação de sistemas elétricos com esse tipo de compensação foram aplicados a rotinas de estimação fasorial cujos resultados foram aplicados a rotinas de análise para determinar índices de desempenho no domínio do tempo e contabilizar a quantidade de falhas na identificação da falta como pertencente à região de primeira zona da característica mho.

Para os casos de simulação de sistemas elétricos, entendeu-se como causas dos erros na identificação da falta a redução da reatância de sequência positiva calculada e a passagem provisória do caminho da impedância pela região mho. Percebeu-se que o que distinguiu o êxito para a identificação da falta para um mesmo caso foi o caminho da impedância. Houve notável diferença na quantidade de erro por método de estimação fasorial para localizações de faltas mais distantes.

A técnica de polarização por memória de sequência positiva foi a que apresentou, de uma forma geral, desempenho menos inapropriado dentre as testadas. Ela conseguiu eliminar completamente os erros para faltas internas a região protegida. Contudo, a quantidade de erros sofreu uma pequena elevação para faltas externas a jusante (para faltas a montante não houve falha). Essa quantidade de falhas para faltas externas fez com que nenhuma das técnicas fosse considerada satisfatória. Portanto, convém buscar técnicas que funcionem bem também para faltas externas.

Houve valores menores do tempo de para identificação de falta mais frequentes para os algoritmos do Cosseno Modificado, de Guo e de Fourier Completo com Filtro Mímico, o que permitiu considerar que tais métodos apresentaram melhor desempenho. Apenas para a polarização por memória, o método de Fourier Completo com Filtro Mímico se distinguiu dos outros dois.

Quanto às análises de função analítica, percebeu-se que o algoritmo de Guo é susceptível à descontinuidade, pois o seu comportamento ao longo do tempo foi mais afetado para o degrau mais acentuado. Para uma função degrau suavizada, o método de Guo apresentou um comportamento semelhante ao Cosseno Modificado e ao Fourier de Ciclo Completo com Filtro Mímico. No geral, para o degrau suavizado, notou-se que esses três métodos apresentaram

melhor desempenho no domínio do tempo, baseando-se nos índices de tempo de acomodação, *overshoot* e oscilação em torno do valor final. O tempo de subida foi um índice atípico, pois estritamente segundo esse critério, o método de Fourier de Ciclo Completo foi o melhor.

Conforme resultados obtidos no trabalho, para linhas de transmissão com compensação série capacitiva pode-se sugerir a utilização do algoritmo do Cosseno Modificado por possuir bom desempenho no domínio do tempo, relativamente poucos erros de atuação do relé para os casos avaliados e esforço computacional reduzido. Os métodos de Guo e de Fourier Completo com Filtro Mímico também podem ser utilizados sem distinção significativa de comportamento, sendo que o método do Cosseno Modificado se distingue por possuir uma complexidade numérica menor comparada à dos outros dois métodos.

A partir deste trabalho, sugerem-se as seguintes propostas para trabalhos futuros:

- Avaliação de métodos de estimação fasorial em linhas de transmissão com compensação série considerando transformadores de corrente e de potencial não ideais;
- Avaliação de métodos de estimação fasorial que não estão presentes neste trabalho, como métodos baseados na teoria dos mínimos quadrados, métodos baseados na transformada Wavelet e métodos associados ao Filtro Mímico Adaptativo;
- Avaliação de métodos de estimação fasorial aplicados a linhas de transmissão com compensação série capacitiva utilizando um modelo mais complexo para o banco de capacitores, podendo incluir o varistor, o disjuntor, o centelhador e o circuito de amortecimento;
- Avaliação de métodos de estimação fasorial aplicado a sinais elétricos com componentes harmônicas não amortecidas, ou seja, com distorções harmônicas permanentes;
- Avaliação da influência da variação da constante de tempo do Filtro Mímico digital em linhas de transmissão com compensação série capacitiva;
- Proposição de método de estimação fasorial para linhas de transmissão com compensação série capacitiva.

Referências

- BARROS, D. D. L. T.; NEVES, W. L. A.; DANTAS, K. M. C.; FERNANDES Jr., D.; FONSECA, L. “Controlled Switching of Transmission Line with Series Compensation”. *International Conference on Power System Transients*, Cavtat, Croácia, junho de 2015.
- BENMOYAL, G. “Removal of DC-offset in Current Waveforms Using Digital Mimic Filter”. *IEEE Transaction on Power Delivery*. Varennes, Canadá, vol. 10, no. 2, abril de 1995.
- CAMPOS, A. K. X. S. *Um Novo Método de Estimção Fasorial para Uso em Relés Digitais de Proteção*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, outubro de 2016.
- CAMPOS, J. T. L. S. *Metodologia para Avaliação de Algoritmos Utilizados na Proteção de Distância*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, setembro de 2016.
- CAMPOS, J. T. L. S.; NEVES, W. L. A.; FERNANDES Jr. D.; COSTA, F. B.; “Methodology for Evaluation of Relay Digital Filters During a Fault”. *IEEE, National Harbor*, EUA, 2014.
- GUO, Y.; KEZUNOVIC, M.; CHEN, D.; “Simplified Algorithm for Removal of the Effect of Exponentially Decaying DC-offset on the Fourier Algorithm”. *IEEE Transaction on Power Delivery*, julho de 2003.
- HART, D. G.; NOVOSEL, D.; SMITH, R. A. “Modified Cosine Filters”. *ABB Power T&D Company Inc. US615487 A*. Publicado em 28 de novembro de 2000.
- KUŠLJEVIĆ, M.; “A Simple Method for Design of Adaptive Filter for Sinusoidal Signals”. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, vol. 57, no. 10, outubro de 2008.
- LAMBERT, J.; PHADKE, A. G.; McNABB, D. “Accurate Voltage Phasor Measurement in a Series-Compensated Network”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, janeiro de 1994.
- LOPES, F. V.; SILVA, C. A.; FERNANDES Jr. D.; NEVES, W. L. A.; CARDOSO, L. F.; PESENTE, J.; OTTO, R. B. “Redução de Erros na Estimção Fasorial de Tensão via Correção dos Terminais Secundários de Transformadores de Potencial Capacitivos”. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Goiânia, maio de 2012.

LOPES, F. V.; SOUZA Jr. F. C.; SANTOS, W. C.; NASCIMENTO, J. P.; COSTA, C. A. B.; COSTA, F. B.; NEVES, W. L. A.; SOUZA, B. A.; BRITO, N. S. D.; FERNANDES Jr., D.; MORAES, S. R. D. “Uma Metodologia Baseada nos Programas ATP e CAPE para Estudo e Validação de Funções de Proteção”. *XX Congresso Brasileiro de Automática*, Belo Horizonte, setembro de 2014.

MACHADO, E. P. *Compensação Dinâmica dos Transitórios de Baixa Frequência de Transformadores de Potencial Capacitivos para Otimização da Proteção de Linhas de Transmissão*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, dezembro de 2013.

MOURA, D. S.; MOREIRA, F. A.; SILVA, K. M. “Avaliação do Impacto da Compensação Série na Proteção de Distância de Linhas de Transmissão Usando Estimação de Fasores”. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Campina Grande, maio de 2012.

MOURA, D. S.; MOREIRA, F. A.; SILVA, K. M. “Effect of Subharmonic Frequencies in Phasor Estimation Algorithms for Distance Protection of Series Compensated Transmission Lines”. *International Conference in Power Systems Transients*, Vancouver, Canadá, julho de 2013.

OLIVEIRA, N. L. S.; SOUZA, B. A. “Análise da Resposta no Tempo de Algoritmos para Estimação de Fasores Utilizados em Relés Digitais”. *Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos*, Goiânia, maio de 2012.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; NAWAB, S. H. *Signals & Systems*. Segunda edição. Prentice Hall, 1997.

PEREIRA, C. “Proteção de Distância”. *Apostila da Disciplina Proteção de Sistemas Elétricos de Potência do Curso de Especialização em Sistemas Elétricos de Potência*, Universidade Federal de Minas Gerais, março de 2005.

RUBEENA, R.; ZADEH, M. R. D.; BAINS, T. P. S. ‘An Accurate Offline Phasor Estimation for Fault Location in Series Compensated Line’. *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 29, No. 2, abril de 2014.

SCHWITZER III, E. O. “New Developments in Distance Relay Polarization and fault Type Selection”. *Schweitzer Engineering Laboratories Inc.*, março de 1991.

SCHWEITZER III, E. O.; ROBERTS, J. “Distance Relay Element Design”. Schweitzer Engineering Laboratories Inc., março de 1993.

SILVA, K. M. *Estimação de Fasores Baseada na Transformada da Wavelet para Uso na Proteção de Distância de Linhas de Transmissão*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, abril de 2009.

TAQUIRE, N. G. R.; LEITE, J. V.; MANTOVANI, J. R. S. “Localização de Faltas em Linhas de Transmissão com Compensação Série”. *XXI Congresso Brasileiro de Automática*, Vitória, outubro de 2016.

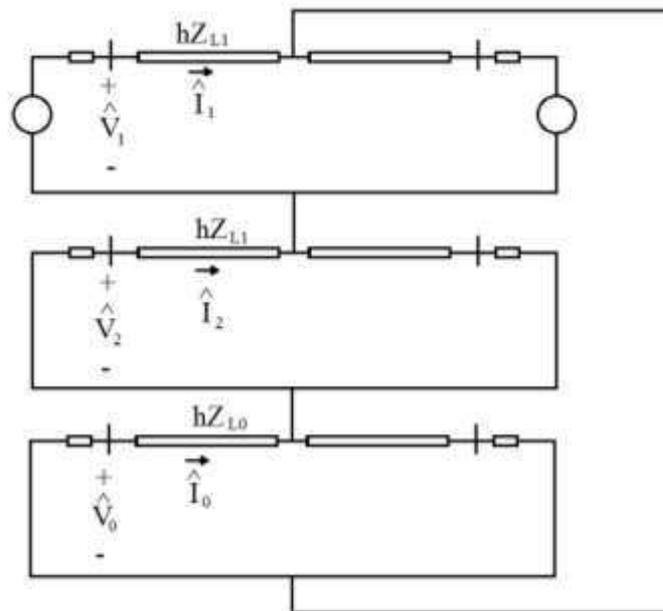
ZIEGLER, G. *Numerical Distance Protection*. Quarta edição. Siemens, 2011.

Apêndice A

Demonstrações para a Proteção de Distância

Na Figura 53 está presente uma representação esquemática da ligação dos circuitos de sequência para uma falta fase-terra de acordo com a teoria de componentes simétricas.

Figura 53. Esquema de ligação de circuitos de sequência para falta fase-terra.



Fonte: própria autoria.

Aplicando a lei de Kirchhoff das tensões, tem-se:

$$-\hat{V}_0 - \hat{V}_1 - \hat{V}_2 + hZ_{L0}\hat{I}_0 + hZ_{L1}\hat{I}_1 + hZ_{L1}\hat{I}_2 = 0. \quad (39)$$

Adicionando-se e subtraindo-se um termo, tem-se:

$$-\hat{V}_0 - \hat{V}_1 - \hat{V}_2 + hZ_{L0}\hat{I}_0 + hZ_{L1}\hat{I}_1 + hZ_{L1}\hat{I}_2 + hZ_{L1}\hat{I}_0 - hZ_{L1}\hat{I}_0 = 0. \quad (40)$$

Colocando alguns termos em evidência:

$$-\hat{V}_0 - \hat{V}_1 - \hat{V}_2 + hZ_{L1}(\hat{I}_0 + \hat{I}_1 + \hat{I}_2) + hZ_{L1}\left(\frac{Z_{L0} - Z_{L1}}{Z_{L1}}\right)\hat{I}_0 = 0. \quad (41)$$

Fazendo uso de igualdades da teoria de componentes simétricos:

$$-\hat{V}_A + hZ_{L1}\hat{I}_A + hZ_{L1}K_0\hat{I}_0 = 0, \quad (42)$$

sendo

$$K_0 = \frac{Z_{L0} - Z_{L1}}{Z_{L1}}. \quad (43)$$

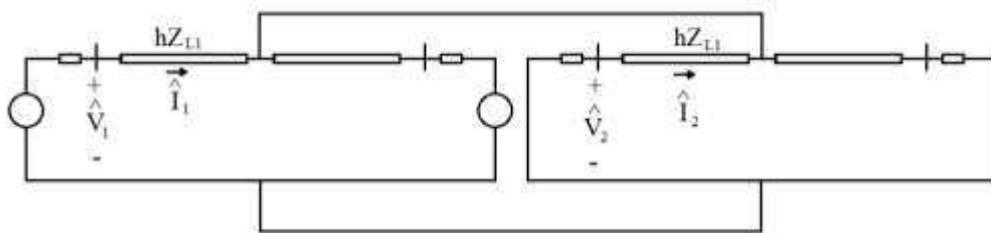
Isolando-se a impedância de sequência positiva escrita como uma fração da impedância de sequência positiva total da linha:

$$hZ_{L1} = \frac{\hat{V}_A}{\hat{I}_A + K_0 \hat{I}_0}. \quad (44)$$

Pode-se, portanto utilizar (44) para o cálculo da impedância de sequência positiva “vista” pelo relé. Demonstrações análogas podem ser feitas para falta entre a fase *B* e a terra e para falta entre a fase *C* e a terra.

Na Figura 54 é apresentado o esquema de ligação dos circuitos de sequência para uma falta fase-fase de acordo com a teoria de componentes simétricas.

Figura 54. Esquema de ligação de circuitos de sequência para falta fase-fase.



Fonte: própria autoria.

Aplicando a lei de Kirchhoff das tensões ao circuito da figura 54, tem-se:

$$-\hat{V}_1 + hZ_{L1} \hat{I}_1 - hZ_{L1} \hat{I}_2 + \hat{V}_2 = 0. \quad (45)$$

Isolando a impedância:

$$hZ_{L1} = \frac{\hat{V}_1 - \hat{V}_2}{\hat{I}_1 - \hat{I}_2}. \quad (46)$$

Utilizando igualdades da teoria de componentes simétricas:

$$hZ_{L1} = \frac{(\hat{V}_A + a\hat{V}_B + a^2\hat{V}_C) - (\hat{V}_A + a^2\hat{V}_B + a\hat{V}_C)}{(\hat{I}_A + a\hat{I}_B + a^2\hat{I}_C) - (\hat{I}_A + a^2\hat{I}_B + a\hat{I}_C)}. \quad (47)$$

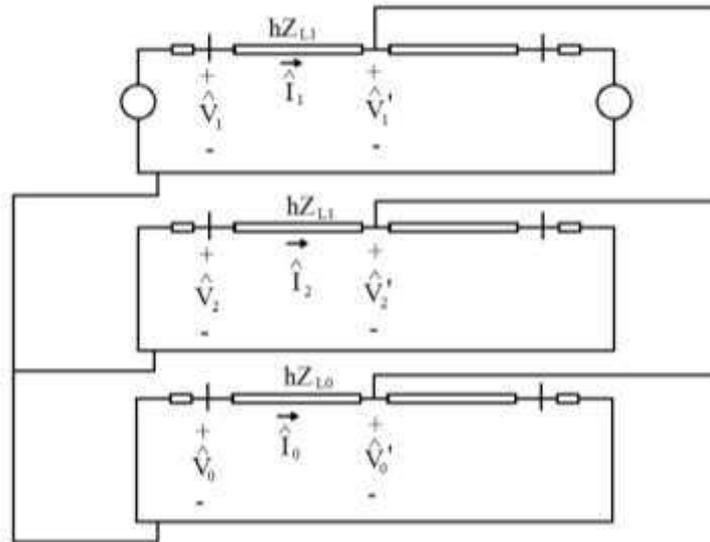
Simplificando:

$$hZ_{L1} = \frac{\hat{V}_B - \hat{V}_C}{\hat{I}_B - \hat{I}_C}. \quad (48)$$

Pode-se utilizar (48) para calcular a impedância de sequência positiva para o caso de faltas envolvendo a fase *B* e a fase *C*. Para faltas envolvendo a fase *A* e a fase *B* e para faltas envolvendo a fase *A* e a fase *C* podem ser utilizadas igualdades análogas a (48).

Na Figura 55 é mostrado o esquema de ligação de uma falta fase-fase-terra envolvendo as fases *B* e *C*.

Figura 55. Esquema de ligação de circuitos de seqüência para falta fase-fase-terra.



Fonte: própria autoria.

Pela lei de Kirchhoff das tensões pode-se escrever o seguinte:

$$-\hat{V}_1 + hZ_{L1}\hat{I}_1 - hZ_{L1}\hat{I}_2 + \hat{V}_2 = 0. \quad (49)$$

Como (49) é idêntica a (45) também se pode recorrer a (48) para cálculo da impedância de seqüência positiva.

Aplicando a lei de Kirchhoff para cada circuito de seqüência tem-se:

$$\hat{V}_1 - hZ_{L1}\hat{I}_1 - \hat{V}_1' = 0, \quad (50)$$

$$\hat{V}_2 - hZ_{L1}\hat{I}_2 - \hat{V}_2' = 0 \quad (51)$$

e

$$\hat{V}_0 - hZ_{L0}\hat{I}_0 - \hat{V}_0' = 0. \quad (52)$$

Soma-se (50) multiplicado por a^2 com (51) multiplicado por a e com (52). Em seguida, soma-se e subtrai-se a corrente de seqüência zero multiplicada pela impedância de seqüência positiva.

$$\begin{aligned} \hat{V}_0 + a^2\hat{V}_1 + a\hat{V}_2 - hZ_{L0}\hat{I}_0 - hZ_{L1}a^2\hat{I}_1 - hZ_{L1}a\hat{I}_2 - hZ_{L1}\hat{I}_0 + hZ_{L1}\hat{I}_0 \\ - \hat{V}_0 - a^2\hat{V}_1 - a\hat{V}_2 = 0. \end{aligned} \quad (53)$$

Utilizando-se igualdades da teoria de componentes simétricos:

$$\hat{V}_B - hZ_{L1}\hat{I}_B - (hZ_{L0} - hZ_{L1})\hat{I}_0 = 0. \quad (54)$$

Colocando a impedância de seqüência positiva em evidência:

$$\hat{V}_B - hZ_{L1}(\hat{I}_B + K_0\hat{I}_0) = 0. \quad (55)$$

sendo K_0 definido por (43).

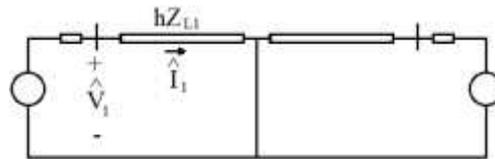
Isolando a impedância de seqüência positiva:

$$hZ_{L1} = \frac{\hat{V}_B}{\hat{I}_B + K_0 \hat{I}_0}. \quad (56)$$

Uma demonstração análoga pode ser feita para as grandezas da fase *C*. Assim, os análogos de (44) para as fases *B* e *C* podem ser utilizados para a falta fase-fase-terra envolvendo *B* e *C*. Para faltas envolvendo a fase *A*, a fase *C* e a terra e faltas envolvendo a fase *A*, a fase *B* e a terra podem ser feitas demonstrações análogas.

Na Figura 56 está contido um desenho que representa uma falta trifásica.

Figura 56. Esquema de falta trifásica.



Fonte: própria autoria.

A impedância de sequência positiva pode ser dada por:

$$hZ_{L1} = \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_1}. \quad (57)$$

Como as grandezas de sequência negativa e zero são nulas, todos os análogos de (44) e (48) podem ser usados para cálculo da impedância de sequência positiva.

Demonstrações semelhantes a essas foram feitas por MACHADO (2013) e PEREIRA (2005).

Apêndice B

Demonstração do Filtro Mímico Digital

Considera-se um sinal de decaimento exponencial correspondente a seguinte função:

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (58)$$

No domínio de Laplace a função é a seguinte:

$$X(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}. \quad (59)$$

Considera-se também a seguinte função:

$$H(s) = \left(s + \frac{1}{\tau}\right) K. \quad (60)$$

Multiplica-se (59) por (60):

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad (61)$$

ou ainda

$$Y(s) = K. \quad (62)$$

Aplicando a transformada inversa de (62):

$$y(t) = K\delta(t). \quad (63)$$

A função (63) é uma função nula exceto para tempo igual a zero. Assim a multiplicação do sinal de (59) pela função de transferência (60) extingue o sinal exceto para o instante inicial. A eliminação do sinal de decaimento exponencial é desejável para sinais que tenham essa componente.

Tem-se a seguinte aproximação de s pelo método de Euler Regressivo:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t}. \quad (64)$$

Substituindo (64) em (60), tem-se:

$$H(z) = \left(\frac{1 - z^{-1}}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}\right) K. \quad (65)$$

Define-se τ_d por

$$\tau_d = \frac{\tau}{\Delta t}, \quad (66)$$

consequentemente, tem-se

$$\tau = \tau_d \Delta t. \quad (67)$$

Substituindo (67) em (65):

$$H(z) = \left(\frac{1 - z^{-1}}{\Delta t} + \frac{1}{\tau_d \Delta t} \right) K. \quad (68)$$

Colocando um termo em evidência:

$$H(z) = (\tau_d - \tau_d z^{-1} + 1) \frac{K}{\tau_d \Delta t}. \quad (69)$$

A função (69) pode ser escrita da seguinte forma:

$$H(z) = K[(\tau_d + 1) - \tau_d z^{-1}], \quad (70)$$

sendo K o termo em evidência em (69).

Escrevendo (69) no domínio do tempo discreto:

$$y(k) = K[(\tau_d + 1)x(k) - \tau_d x(k - 1)]. \quad (71)$$

A igualdade (71) é utilizada para cálculo da grandeza de saída do Filtro Mímico para cada instante de tempo.

Substituindo z por $e^{j\omega\Delta t}$ em (70):

$$H(e^{j\omega\Delta t}) = K[(\tau_d + 1) - \tau_d e^{-j\omega\Delta t}] \quad (72)$$

Utilizando a identidade de Euler:

$$H(e^{j\omega\Delta t}) = K[(\tau_d + 1) - \tau_d \cos(\omega\Delta t) + j\tau_d \text{sen}(\omega\Delta t)] \quad (73)$$

A igualdade (73) pode ser expressa da seguinte maneira:

$$H(e^{j\omega\Delta t}) = K \left[(\tau_d + 1) - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) + j\tau_d \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right] \quad (74)$$

Aplicando o módulo de (74):

$$|H(e^{j\omega\Delta t})| = K \sqrt{\left[\tau_d + 1 - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2 + \left[\tau_d \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2} \quad (75)$$

Finalmente, isolando K :

$$K = \frac{1}{\sqrt{\left[\tau_d + 1 - \tau_d \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2 + \left[\tau_d \text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right) \right]^2}} \quad (76)$$

O valor da constante K é calculado mediante (76).

A demonstração da formulação do Filtro Mímico digital foi feita por BENMOYAL (1995).

Apêndice C

Demonstração do Cosseno Modificado

Os fasores são calculados utilizando janelas de dados. O instante inicial de tempo da janela é incrementado a cada instante de tempo. Assim, mesmo que o sinal seja perfeitamente senoidal, a fase do fasor calculado é diferente para cada instante de tempo. Para igualar os fasores calculados em instantes diferentes é necessário fazer uma rotação angular do fasor. Assim sendo, tem-se

$$X_r(k-1) + jX_i(k-1) = [X_r(k) + jX_i(k)]e^{-j\Phi}. \quad (77)$$

Utilizando a identidade de Euler:

$$X_r(k-1) + jX_i(k-1) = [X_r(k) + jX_i(k)][\cos(\Phi) - j\text{sen}(\Phi)]. \quad (78)$$

Multiplicando o segundo termo:

$$\begin{aligned} X_r(k-1) + jX_i(k-1) &= [X_r(k)\cos(\Phi) + X_i(k)\text{sen}(\Phi)] \\ &\quad + j[X_i(k)\cos(\Phi) - X_r(k)\text{sen}(\Phi)]. \end{aligned} \quad (79)$$

Considerando apenas a parte real:

$$X_r(k-1) = X_r(k)\cos(\Phi) + X_i(k)\text{sen}(\Phi). \quad (80)$$

Isolando a componente imaginária do fasor:

$$X_i(k) = \frac{X_r(k-1) - X_r(k)\cos(\Phi)}{\text{sen}(\Phi)}. \quad (81)$$

Para um passo de tempo, a rotação angular deve ser conforme o seguinte:

$$\Phi = \frac{2\pi}{N}. \quad (82)$$

Assim, tem-se a seguinte igualdade:

$$X_i(k) = \frac{X_r(k-1) - X_r(k)\cos\left(\frac{2\pi}{N}\right)}{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{N}\right)}. \quad (83)$$

Apêndice D

Demonstração do Método de Guo

Considera-se um sinal senoidal discreto descrito por

$$x(k) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{N}k + \phi\right). \quad (84)$$

Define-se PS_1 da seguinte forma:

$$PS_1 = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n). \quad (85)$$

Aplicando-se (84) a (85), tem-se um resultado do somatório nulo.

Define-se PS_2 da seguinte maneira:

$$PS_2 = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2n + 1) \quad (86)$$

Aplicando-se (84) a (86), também se tem um resultado do somatório nulo.

Considerando o sinal x não mais como uma senoide, mas como um decaimento exponencial e aproximando-o por um polinômio de Taylor de primeira ordem:

$$x(t) = B_0 + B_1 t, \quad (87)$$

ou, no domínio do tempo discreto,

$$x(k) = B_0 + B_1 \Delta t k. \quad (88)$$

Aplicando (88) em (85):

$$PS_1 = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} (B_0 + B_1 \Delta t 2n). \quad (89)$$

Separando em dois somatórios:

$$PS_1 = B_0 \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} 1 + 2B_1 \Delta t \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} n. \quad (90)$$

Simplificando a expressão:

$$PS_1 = \frac{N}{2} B_0 + B_1 \Delta t \left(\frac{N^2}{4} - \frac{N}{2} \right). \quad (91)$$

Aplicando (88) a (86):

$$PS_2 = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} [B_0 + B_1 \Delta t (2n + 1)]. \quad (92)$$

Separando os somatórios:

$$PS_2 = B_0 \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} 1 + 2B_1 \Delta t \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} n + B_1 \Delta t \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} 1. \quad (93)$$

Simplificando:

$$PS_2 = \frac{N}{2} B_0 + \left(\frac{N^2}{4} - \frac{N}{2} \right) B_1 \Delta t + B_1 \Delta t \frac{N}{2}. \quad (94)$$

Subtraindo (94) por (91):

$$PS_2 - PS_1 = B_1 \Delta t \frac{N}{2}. \quad (95)$$

Isolando uma constante:

$$B_1 \Delta t = \frac{2}{N} (PS_2 - PS_1). \quad (96)$$

Utilizando trigonometria e números complexos, podem ser deduzidas as seguintes igualdades:

$$\sum_{k=1}^{N-1} k \operatorname{sen} \left(k \frac{2\pi}{N} \right) = -\frac{N}{2} \operatorname{cotg} \left(\frac{\pi}{N} \right). \quad (97)$$

e

$$\sum_{k=1}^{N-1} k \operatorname{cos} \left(k \frac{2\pi}{N} \right) = -\frac{N}{2}. \quad (98)$$

A expressão original (não proposta por Guo) para cálculo da componente imaginária do fasor está escrita no artigo de GUO *et al.* (2003) assim:

$$X_i = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} x(k) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N} k \right). \quad (99)$$

Subtraindo o termo não constante de (88) para a eliminação da componente de decaimento exponencial (o termo constante é naturalmente eliminado pela filtragem):

$$X_{ig} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} [x(k) - B_1 \Delta t k] \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N} k \right). \quad (100)$$

Separando os somatórios:

$$X_{ig} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} x(k) \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N} k \right) - \frac{2}{N} B_1 \Delta t \sum_{k=1}^{N-1} k \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{N} k \right). \quad (101)$$

Substituindo Simplificando:

$$X_{ig} = X_i + \frac{2}{N} (PS_1 - PS_2) \operatorname{cotg} \left(\frac{\pi}{N} \right). \quad (102)$$

Para valores pequenos a cotangente é aproximadamente igual à cotangente hiperbólica. Assim pode-se escrever a seguinte igualdade proposta por GUO *et al.* (2003) para o cálculo da componente imaginária do fasor:

$$X_{ig} = X_i + \frac{2}{N} (PS_2 - PS_1) \operatorname{cotgh} \left(\frac{\pi}{N} \right). \quad (103)$$

A igualdade original considerada por GUO *et al.* (2003) para cálculo da parte real do fasor é

$$X_r = \frac{1}{N} \left[x(0) + x(N) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} x(k) \cos \left(\frac{2\pi}{N} k \right) \right]. \quad (104)$$

Subtraindo o termo não constante de (88):

$$X_{rg} = \frac{1}{N} \left[x(0) + x(N) - B_1 \Delta t N + 2 \sum_{k=1}^{N-1} [x(k) - B_1 \Delta t k] \cos \left(\frac{2\pi}{N} k \right) \right]. \quad (105)$$

Separando os somatórios:

$$X_{rg} = \frac{1}{N} \left[x(0) + x(N) - B_1 \Delta t N + 2 \sum_{k=1}^{N-1} x(k) \cos \left(\frac{2\pi}{N} k \right) - 2B_1 \Delta t \sum_{k=1}^{N-1} k \cos \left(\frac{2\pi}{N} k \right) \right]. \quad (106)$$

Substituindo (98) em (106) e simplificando

$$X_{rg} = X_C \quad (107)$$

Logo, a parte real do fasor deve ser calculada da forma original.

As demonstrações do método foram feitas por GUO *et al.* (2003).