



Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

# Modelo híbrido no tempo contínuo para estimação da autonomia de baterias

Breno Henrique Medeiros Neves

Dissertação de Mestrado apresentada à Coordenadoria do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação

Angelo Perkusih, D. Sc.

Orientador

Saulo Oliveira Dornellas Luiz, D. Sc.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Breno Henrique Medeiros Neves, 04 de Setembro de 2018

N518m Neves, Breno Henrique Medeiros.  
Modelo híbrido no tempo contínuo para estimação da autonomia de baterias / Breno Henrique Medeiros Neves. – Campina Grande, 2018.  
72 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2018.

"Orientação: Prof. Dr. Angelo Perkusih, Prof. Dr. Saulo Oliveira Dornellas Luiz".

Referências.

1. Bateria – Armazenamento de Energia. 2. Bateria – Tempo de Descarga. 3. Bateria – Estado de Carga. 4. Bateria – Modelo Híbrido. I. Perkusih, Angelo. II. Luiz, Saulo Oliveira Dornellas. III. Título.

CDU 621.355(043)

**"MODELO HÍBRIDO NO TEMPO CONTÍNUO PARA ESTIMAÇÃO DA AUTONOMIA DE BATERIAS"**

**BRENO HENRIQUE MEDEIROS NEVES**

**DISSERTAÇÃO APROVADA EM 05/09/2018**



**ANGELO PERKUSICH, D.Sc., UFCG**  
Orientador(a)



**SAULO OLIVEIRA DORNELLAS LUIZ, D.Sc., UFCG**  
Orientador(a)



**ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG**  
Examinador(a)



**JAIDILSON JO DA SILVA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**

# Resumo

As baterias estão presentes tanto nas indústrias quanto no cotidiano das pessoas. Estes dispositivos armazenam energia elétrica e podem ser utilizados em aplicações tais como alimentar uma central telefônica durante uma falta de energia ou para mobilidade de equipamentos eletrônicos como os celulares. A quantidade de horas que a central telefônica vai poder ficar sem a energia vinda da rede elétrica ou o tempo de operação de um celular são limitados ao tempo de descargas das baterias que os alimentam, o que torna importante o desenvolvimento de métodos para estimação dos tempos de descarga da bateria.

Na literatura pode-se encontrar vários tipos de modelos que retratam diversos fenômenos das baterias e podem ser escolhidos de acordo com o que se deseja modelar, como os fenômenos físicos, químicos, elétricos e eletroquímicos por exemplo. Neste trabalho é desenvolvido um modelo híbrido composto por um modelo analítico e um modelo elétrico com o objetivo de estimar o tempo de descarga de uma bateria por meio do estado de carga e da tensão, possuindo como entrada a corrente de descarga.

Os parâmetros do modelo foram estimados para baterias de lítio ion de 1050 mAh e o modelo foi desenvolvido por meio de diagrama de blocos e implementado em um microcontrolador Arduíno Mega 2560. A validação do modelo desenvolvido foi feita por meio de testes com valores de correntes constantes de 150 mA a 1150 mA em baterias reais. Os erros obtidos pelo modelo foram superiores a 5,00 % para valores de corrente menores que 350 mA e igual ou inferiores a 3,00 % para correntes maiores que 450 mA.

**Palavras-chave:** bateria, tempo de descarga, estado de carga, modelo híbrido.

# Abstract

Batteries are applied in the industry and in the people's daily life. These devices store electrical energy and may be used in applications such as supplying electrical energy to a telephone exchange during a power outage or providing mobility to electronic devices such as mobile phones. The amount of time that the telephone exchange can run without the grid power or the operation time of a mobile phone is related to the discharge time of the batteries that power them. Thus, the development of estimation methods for batteries discharge time is an important task.

It is possible to find in the literature a wide range of models that represent several phenomena of the batteries, which can be chosen according to what must be modeled such as physical, quematical, electrical and electroquematical phenomena. In this work, a hybrid model composed of an analytic and an electric model was developed with the objective of estimating the discharge time of a battery by means of the state of charge and the voltage, with the discharge current as input.

The model parameters of a 1050 mAh lithium-ion battery were estimated and the model was developed by means of block diagram and implemented in an Arduino Mega 2560 microcontroller. The validation of the developed model was performed by means of tests with constant values of currents from 150 mA to 1150 mA in real batteries. The errors obtained by the model were higher than 5.00% for values of currents smaller than 350 mA, and smaller than or equal to 3.00% for currents greater than 450 mA.

**Keywords:** battery, discharge time, state of charge, hybrid model.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Revisão bibliográfica . . . . .	2
1.2	Problema de engenharia . . . . .	8
1.3	Objetivos . . . . .	8
1.4	Organização do texto . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>10</b>
2.1	Modelo de bateria Rakhmatov-Vrudhula . . . . .	13
2.2	Modelo de predição de <i>Runtime</i> e características V-I . . . . .	23
2.3	Resumo do Capítulo . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Modelo desenvolvido</b>	<b>26</b>
3.1	Representação do perfil de descarga no tempo contínuo . . . . .	26
3.2	Resultados e discussões . . . . .	30
3.3	Modelo híbrido desenvolvido . . . . .	33
3.4	Resumo do capítulo . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Metodologia Experimental e Estimação dos parâmetros</b>	<b>38</b>
4.1	Plataforma experimental . . . . .	38
4.2	Estimação de parâmetros do modelo analítico . . . . .	42
4.3	Estimação parâmetros elétricos . . . . .	45
4.4	Resumo do capítulo . . . . .	54
<b>5</b>	<b>Resultados do Modelo</b>	<b>56</b>
5.1	Procedimentos para os testes . . . . .	56

5.2	Resumo do capítulo . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>67</b>
6.1	Trabalhos futuros . . . . .	69
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>70</b>

# Lista de símbolos e abreviaturas

$\alpha$	Parâmetro do modelo de Rakhmatov-Vrudhula que representa a capacidade máxima da bateria
$\beta$	Parâmetro do modelo de Rakhmatov-Vrudhula que representa a velocidade de difusão das espécies eletroativas ao longo do eletrólito
$a_0, \dots, a_5$	Parâmetros da tensão $V_{oc}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$b_0, \dots, b_5$	Parâmetros da resistência $R_{series}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$c_0, \dots, c_3$	Parâmetros da resistência $R_{transS}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$C_{transL}$	Capacitância transiente de longa duração do modelo híbrido
$C_{transS}$	Capacitância transiente de curta duração do modelo híbrido
$d_0, \dots, d_3$	Parâmetros da capacitância $C_{transS}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$e_0, \dots, e_3$	Parâmetros da resistência $R_{transL}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$f_0, \dots, f_3$	Parâmetros da capacitância $C_{transL}$ a serem estimados para o modelo híbrido
$R_{series}$	Resistência em série do modelo híbrido
$R_{transL}$	Resistência transiente de longa duração do modelo híbrido
$R_{transS}$	Resistência transiente de curta duração do modelo híbrido
$SOC$	Estado de carga ( <i>state of charge</i> )
$V_{bat}$	Tensão de operação da bateria
$V_{cutoff}$	Tensão em que a bateria é considerada descarregada
$V_{oc}$	Tensão de circuito aberto
Ah	Ampère-hora



CA Corrente alternada

CC Corrente contínua

Li-íon Lítion íon

mA Miliampère

RV Rakhmatov e Vrudhula

# Lista de Tabelas

1.1	Comparação entre os modelos elétricos . . . . .	4
3.1	Resultados das Simulações para Correntes Constantes . . . . .	31
3.2	Perfis de corrente para simulações para Cargas Variáveis . . . . .	32
3.3	Resultados das Simulações para Cargas Variáveis . . . . .	33
4.1	Descargas das baterias para estimação dos parâmetros $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	43
4.2	Valores dos parâmetros $\alpha$ e $\beta$ . . . . .	44
4.3	Parâmetros das expressões dos parâmetros elétricos em função do <i>SOC</i> . . . . .	54
5.1	Descargas das baterias para validação do modelo híbrido. . . . .	57
5.2	Estimações do modelo desenvolvido. . . . .	58
5.3	Tempo de descarga baseado na estimação da tensão. . . . .	61

# Lista de Figuras

1.1	Exemplos de modelos elétricos. . . . .	3
1.2	Distribuição de cargas de baterias para o modelo KiBaM. . . . .	6
2.1	Esquema de uma célula eletroquímica [7]. . . . .	11
2.2	Efeito de recuperação na bateria [19]. . . . .	12
2.3	Distribuição ao longo do eletrólito. . . . .	13
2.4	Representação do perfil de descarga da bateria. . . . .	21
2.5	Modelo elétrico para prever tempo de vida e características V-I. . . . .	23
3.1	Perfil da carga para a corrente como uma variável de tempo contínuo. . . . .	26
3.2	Diagrama de blocos representando a função de transferência $H(s)$ entre a entrada $I(s)$ e a saída $\Sigma(s)$ . . . . .	29
3.3	Modelo híbrido desenvolvido. . . . .	34
3.4	Diagrama de blocos do modelo híbrido desenvolvido. . . . .	36
4.1	Circuito para medição de tensão. . . . .	39
4.2	Diagrama do sistema de monitoramento e medição de corrente. . . . .	40
4.3	Diagrama da montagem da plataforma experimental. . . . .	42
4.4	Tempo de descarga em função do corrente. . . . .	44
4.5	Capacidade em função da corrente. . . . .	45
4.6	Capacidade em função do tempo de descarga. . . . .	45
4.7	Carga e descarga em pulsos para determinação da $V_{oc}$ . . . . .	46
4.8	Comportamento da tensão durante o pulso. . . . .	47
4.9	Carga pulsada. . . . .	50

4.10	Capacidade carga pulsada. . . . .	50
4.11	Descarga pulsada. . . . .	51
4.12	Capacidade descarga pulsada. . . . .	51
4.13	Capacidade na descarga e na carga pulsada. . . . .	52
4.14	Curvas de $V_{oc}$ e $R_{series}$ estimadas. . . . .	53
4.15	Curvas de $R_{transS}$ e $R_{transL}$ estimadas. . . . .	53
4.16	Curvas de $C_{transS}$ e $C_{transL}$ estimadas. . . . .	54
5.1	Comparação entre os valores experimentais e estimados pelo modelo analítico. . . . .	58
5.2	Erros percentuais absoluto para o modelo de carga. . . . .	59
5.3	Comportamento do SOC para alguns valores de correntes de descargas. . . . .	60
5.4	Comparação entre os valores experimentais e o estimado pelo modelo híbrido. . . . .	62
5.5	Erros percentuais absoluto para o modelo híbrido. . . . .	63
5.6	Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para $I_d = 350$ mA. . . . .	63
5.7	Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para $I_d = 650$ mA. . . . .	64
5.8	Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para $I_d = 950$ mA. . . . .	64
5.9	Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para $I_d = 1150$ mA. . . . .	65

# Capítulo 1

## Introdução

A possibilidade do armazenamento de energia elétrica faz com que as baterias possuam um papel importante em vários setores da sociedade. Utilizadas como sistema secundário de alimentação nas industriais, subestações, aerogeradores, etc., os bancos de baterias garantem o fornecimento de energia por um tempo limitado caso haja uma falha na alimentação principal. O advento das baterias também permitiu o desenvolvimento de dispositivos móveis tais como os celulares e *notebooks*. A utilização tanto destes dispositivos quanto de sistemas secundários de alimentação é condicionada ao tempo de vida das baterias que os alimentam. Este tempo de vida é por definição o intervalo de tempo que a bateria demora para atingir um determinado nível de capacidade de carga, e com isso as reações eletroquímicas responsáveis pelo fornecimento de energia cessam, fazendo com que a bateria deixe de fornecer energia ao sistema, sendo a bateria considerada descarregada. Neste contexto, é de vital importância haver algum método para prever o tempo de descarga da bateria [1].

Para o desenvolvimento de um bom método para previsão do tempo de descarga da bateria, é necessário entender os fenômenos que ocorrem nas baterias, como a característica da taxa de capacidade (*Rate capacity*), e a relaxação ou efeito de recuperação (*Recovery effect*). A característica de taxa de capacidade origina-se do fato de que, quanto maior a corrente de descarga, menor será a capacidade disponível da bateria. O fenômeno de relaxação é ocasionado pelo gradiente da concentração de materiais ativos no eletrólito, formado durante a descarga da bateria. O material ativo na interface eletrólito-eletródo é consumido pelas reações eletroquímicas, e durante um período em que a bateria não é

utilizada, esse material é repostado por um novo material ativo por meio da difusão, fazendo com que a capacidade da bateria seja recuperada. Esses fenômenos contribuem para que uma política de baixo consumo de energia não implique necessariamente em um maior tempo de descarga da bateria, pois a capacidade da bateria pode não ser completamente utilizada no momento em que ela atinge a tensão de corte (*cut-off voltage*), ou seja, aquela em que a bateria é considerada descarregada [2] e [3]. Na seção 1.1 são apresentados modelos encontrados na literatura que descrevem de diversas formas o comportamento de baterias.

## 1.1 Revisão bibliográfica

Coelho [4] define modelos de baterias como sendo a representação dos seus aspectos essenciais de forma adequada para uma utilização particular. Hartmann [5] afirma que diversos modelos podem representar um mesmo fenômeno com variados níveis de complexidade, aproximação ou perspectiva.

Na literatura existem propostas de vários modelos que representam o comportamento das baterias. Os modelos eletroquímicos apresentam informações e resultados detalhados de acordo com as condições às quais as baterias são submetidas, tais como temperatura, corrente e potência. Porém, é necessário um conhecimento a respeito das interações físicas e químicas que ocorrem na bateria, o que pode tornar a modelagem complexa e exigindo um esforço computacional elevado [6].

Os modelos elétricos descrevem o comportamento da bateria utilizando circuitos elétricos compostos por fontes, resistores, capacitores e indutores [7]. A forma básica desses modelos para diferentes tipos de baterias é a mesma; um capacitor representa a capacidade da bateria, uma taxa de descarga normalizadora determina a perda de capacidade em altas correntes de descarga, um circuito representa a tensão em função do estado de carga, e um resistor representa a resistência interna da bateria [8]. Muitos modelos elétricos de bateria podem ser divididos em três categorias básicas: modelos baseado em Thevenin, em Impedância e em *Runtime* [9], conforme apresentados na Figura 1.1.

O modelo baseado em Thevenin, ilustrado na Figura 1.1(a), utiliza o resistor  $R_{auto-descarga}$  para representar o fenômeno de auto-descarga da bateria, o resistor  $R_{series}$  para representar a resistência interna da bateria, e a rede RC representa o comportamento transiente da

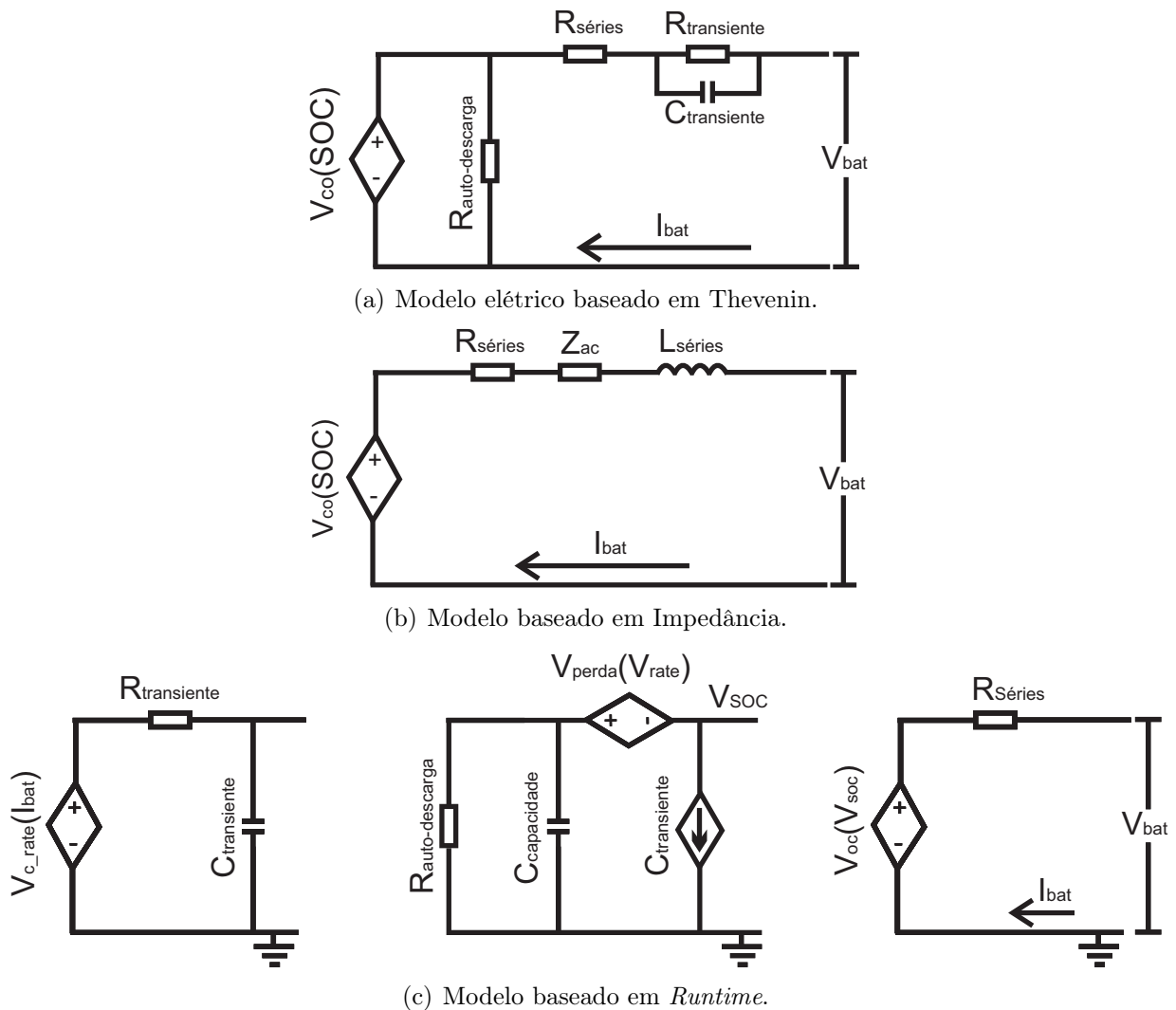


Figura 1.1: Exemplos de modelos elétricos.

bateria e a constante de tempo para condições transientes [8]. Este modelo prevê a resposta da bateria para cargas transientes em um estado particular de carga, considerando a tensão de circuito aberto  $V_{OC}(SOC)$  constante. Contudo, este modelo não estima as variações de tensão da bateria no estado estacionário (i.e., resposta DC), bem como a informação do tempo de vida [9].

O modelo baseado em Impedância, apresentado na Figura 1.1(b), é composto pela combinação do resistor  $R_{series}$  e do indutor  $L_{series}$  para representar respectivamente a resistência e a impedância internas da bateria, e pela impedância  $Z_{AC}$  para modelar o comportamento eletroquímico da bateria. A tensão  $V_{OC}(SOC)$  representa o estado de carga da bateria que é modelada como uma fonte de tensão [10]. Estes modelos funcionam somente para um es-

Tabela 1.1: Comparação entre os modelos elétricos

Capacidade de previsão	Modelo baseado em Thevenin	Modelo baseado em Impedância	Modelo baseado em <i>Runtime</i>
Corrente Contínua (CC)	Não	Não	Sim
Corrente Alternada (CA)	Limitado	Sim	Não
Comportamento transiente	Sim	Limitado	Limitado
Tempo de vida	Não	Não	Sim

tado de carga constante e uma temperatura definida, por isto não podem prever a resposta DC, ou o tempo de vida da bateria [9].

O modelo baseado em *Runtime*, conforme apresentado na Figura 1.1(c), utiliza uma rede de circuitos elétricos para simular o tempo de vida da bateria e a resposta DC para o caso de descargas contínuas. No entanto, estes modelos não podem simular com precisão o tempo de vida, e a resposta DC para descargas variáveis [9]. No modelo, o comportamento transiente da bateria é representado por um resistor  $R_{transiente}$  e um capacitor  $C_{transiente}$ . A capacidade total, resistência de auto-descarga e a queda de tensão para as perdas internas da bateria é representando na segunda parte da figura, onde há o resistor  $R_{auto-descarga}$ , um capacitor  $C_{capacidade}$  e a fonte de tensão  $V_{perda}$ , a corrente  $I_{bat}$  representa a corrente de descarga da bateria. Na parte direita da Figura 1.1(c) tem-se a representação da tensão da bateria  $V_{bat}$ , a resistência interna  $R_{series}$  e a tensão de circuito aberto em função do estado de carga  $V_{oc}(SOC)$  [8]. Na tabela 1.1 é apresentada uma comparação dos três modelos elétricos expostos.

O modelo proposto por Chen, conhecido como Modelo para Predizer *Runtime* e Características V-I de uma bateria, combina as capacidades transientes dos modelos baseado em Thevenin, as características CA dos modelos baseado em Impedância, e a informação do tempo de vida dos modelos baseados em *Runtime*, ou seja, possibilita a interação das três categorias básicas em que os modelos estão divididos [11]. Porém este modelo não retrata os fenômenos não-lineares das baterias.

Um outro modelo elétrico é o *Battery*, encontrado na ferramenta computacional *MatLab*. Este modelo foi comparado com o modelo para Predizer *Runtime* e Características V-I



por Porciuncula [8], e foi constatado, segundo tal autor, que é um modelo preciso, pois os resultados obtidos na comparação entre os dois modelos foram semelhantes, e apresenta uma implementação mais simples em relação ao segundo modelo, no primeiro modelo a resistência interna da bateria é considerada constante durante o processo de descarga, a capacidade efetiva da bateria não se altera de acordo com os valores das correntes de descarga e a auto-descarga da bateria não é representada.

Rao, Vrudhula e Rakhmatov [12] apresentaram outros quatro grandes grupos de modelos baseados na precisão, esforço computacional, complexidade da configuração e compreensão analítica: modelos físicos, empíricos, abstratos e mistos.

Os modelos físicos descrevem de forma detalhada os processos físicos que ocorrem na bateria, apresentando uma grande precisão, porém são de difícil configuração e exigem um grande esforço computacional [12]. Um exemplo de um modelo físico é o proposto por Newman [13] que representa a bateria pela média de equações diferenciais independentes. A solução destas equações torna o processo de estimação lento.

Modelos empíricos são baseados em expressões matemáticas que não representam diretamente os fenômenos que acontecem no interior da bateria, mas possuem uma rápida predição do seu tempo de vida. Por exemplo, a lei de Peukert modela a dependência da autonomia  $L$  com uma corrente constante  $I$  por meio da relação  $L = a/I^b$ , onde os parâmetros  $a$  e  $b$  são constantes obtidas por experimentos. Idealmente,  $a$  é igual a capacidade da bateria e  $b$  é um número igual a 1, porém, na prática  $a$  possui um valor próximo ao da capacidade da bateria e  $b$  é um número com o valor superior a 1 [7]. Os resultados obtidos por este modelo para descargas constante são satisfatórios, mas como não há a representação do efeito de recuperação neste modelo, em situações de descargas variáveis o modelo não apresenta bons resultados pois os perfis de descarga com mesma média de corrente resultam em tempos de vida iguais. Massoud Pedram e Qing Wu [14], baseados na variância e distribuição da corrente de descarga, desenvolveram um modelo de bateria eficiente, que relaciona as capacidades real e teórica da bateria. Este método realiza a modelagem considerando cargas variáveis e a taxa de dependência. O modelo *Weibull fit* desenvolvido por Syracuse e Clark [15] expressa a tensão da bateria em função da capacidade consumida a partir de valores de temperatura e carga constantes. Esses modelos possuem uma fácil configuração e realizam as predições de forma rápida, mas possuem uma baixa precisão [12].

Os modelos abstratos, em vez de modelar o comportamento de descarga descrevendo os processos eletroquímicos das células das bateria ou por meio de aproximações empíricas, são uma representação equivalente de uma bateria [12]. Panigrahi [16] desenvolveu um modelo estocástico de bateria que considera a dependência da corrente e o tempo de recuperação para a estimativa do tempo de vida da bateria. Os autores modelaram a bateria como um processo estocástico no tempo discreto, onde o estado do processo representa o estado de carga da bateria. Rong e Pedram [2] também propuseram um modelo estocástico, porém, utilizando cadeias de Markov no tempo contínuo. As simulações de modelos estocásticos podem ser mais rápidas que as simulações dos modelos baseados em equações diferenciais, e ambos modelos possuem precisão semelhantes.

Modelos mistos ou analíticos combinam uma representação de alto nível com expressões baseadas na lei da física que modelam o comportamento da bateria [12]. Manwell e McGowan [17] desenvolveram o modelo *kinect battey model* (KiBaM) para modelar baterias de chumbo-ácido, com base nos processos químicos que ocorrem no interior da bateria. Neste modelo, a carga da bateria é dividida em duas categorias: carga disponível e carga limitada, como apresentado na Figura 1.2. Uma fração  $c$  ( $0 < c < 1$ ) da capacidade total  $c$  é distribuída na fonte de carga disponível, e uma fração  $1 - c$  na fonte de carga limitada. No processo de descarga, a fonte de carga disponível fornece elétrons para a carga acoplada ao sistema, enquanto a fonte da carga limitada disponibiliza elétrons para a carga de fonte disponível. A taxa na qual a carga flui entre as duas fontes depende da diferença entre as alturas  $h_1$  e  $h_2$  e do valor do parâmetro  $k$  [11].

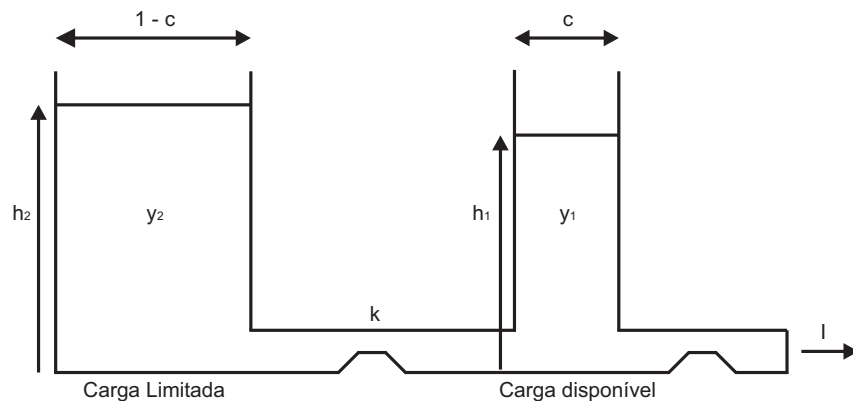


Figura 1.2: Distribuição de cargas de baterias para o modelo KiBaM.

Antes de uma descarga, as alturas  $h_1$  e  $h_2$  são iguais. No processo de descarga, a quantidade de carga disponível diminui, fazendo com que haja uma diferença de altura entre as duas fontes. Quando a corrente de descarga é interrompida, ocorre um fluxo de carga limitada para a fonte de carga disponível, até que  $h_1$  e  $h_2$  sejam iguais novamente. Este procedimento representa o efeito de recuperação da bateria. O efeito da taxa de capacidade também é considerado nesse modelo, pois para uma corrente de descarga alta, a carga disponível será drenada mais rápido, e existirá menos tempo disponível para a carga limitada fluir para a fonte de carga disponível. Por isso, mais carga permanecerá na fonte de carga limitada, e assim a capacidade efetiva da bateria será reduzida. A bateria é considerada descarregada quando não há mais carga na fonte de carga disponível [18].

O modelo analítico desenvolvido por Rakhmatov e Vrudhula (RV) [19] modela o comportamento da bateria com apenas dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\beta$  que representam respectivamente a capacidade máxima da carga da bateria e a velocidade de difusão das espécies eletroativas ao longo do eletrólito. Este modelo também separa a carga da bateria em duas categorias: carga disponível e carga indisponível. A primeira representa as espécies eletroativas próximas o suficiente do eletrodo para serem drenadas pela carga externa e a segunda as espécies eletroativas distantes do eletrodo, não podendo ser utilizadas na descarga.

Dado as semelhanças dos modelos KiBaM e RV, Jongerden e Haverkort [20] mostraram, por meio de transformação de coordenadas, que o Modelo KiBaM é uma aproximação de primeira ordem do modelo RV. A transformação de coordenadas é aplicada no sistema que descreve a variação de carga nas duas categorias fazendo com que as equações obtidas para a carga disponível e o limite de carga representem a carga total consumida e a capacidade indisponível, similarmente ao modelo RV [11]. Tanto o modelo RV, KiBaM clássico e o modelo desenvolvido por Jongerden e Haverkort não foram submetidos a testes em baterias reais como também não apresentaram nenhum tipo de desenvolvimento para aplicações de projetos baseados em modelos, que é uma das vantagens do modelo proposto neste trabalho.

Os modelos híbridos possibilitam o acoplamento de dois ou mais modelos existentes. Esta união de modelos com características diferentes pode trazer múltiplas vantagens [11]. O modelo proposto neste trabalho é baseado na representação do modelo de Rakhmatov e Vrudhula no tempo contínuo por meio da transformada de Laplace unido com o modelo elétrico para Predizer Runtime e característica V-I.

## 1.2 Problema de engenharia

O desenvolvimento deste trabalho é motivado pelo seguinte *problema de engenharia*: dado um sistema cuja entrada é a medição da corrente de uma bateria, como estimar tempo de descarga por meio do estado de carga e da tensão da bateria? Para a solução deste problema é proposto um modelo híbrido composto por uma parte analítica e outra elétrica para a descarga de baterias cuja a entrada é a corrente de descarga da bateria e os *parâmetros* são *adaptados* ao valor do estado de carga, permitindo uma modelagem do comportamento da tensão da bateria quanto aos efeitos não lineares apresentados no Capítulo 2.

## 1.3 Objetivos

São propostos os seguintes objetivos para a realização do trabalho:

- Desenvolvimento de um modelo analítico para estimação do estado de carga em baterias de Lítio-ion.
- Estimação de parâmetros do modelo elétrico para modelar o comportamento dinâmico da tensão da bateria.
- Desenvolvimento de um modelo híbrido que estime tanto o tempo de descarga das baterias quanto a tensão das mesmas.
- Implementação do modelo híbrido em um sistema embarcado por meio de geração automática de código.
- Validação do modelo híbrido com baterias reais.

## 1.4 Organização do texto

O restante desse texto está disposto em seis capítulos. No Capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica do trabalho abordando o desenvolvimento realizado por Rakhmatov e Vrudhula na criação do modelo proposto por eles. Em seguida é feita a descrição das características do modelo elétrico escolhido para o desenvolvimento do trabalho. No Capítulo 3

aborda-se a contribuição proposta neste trabalho, apresentando o embasamento matemático para a nova representação do modelo analítico proposto por Rakhmatov e Vrudhula, além do modelo híbrido desenvolvido. No Capítulo 4 apresenta-se a plataforma experimental utilizada, assim como a descrição dos materiais, a metodologia dos testes para implementação do modelo e os valores dos parâmetros estimados. No Capítulo 5 são demonstrados os resultados obtidos pelo modelo, como os tempos de descarga estimados, curvas do comportamento da tensão e os erros percentuais com relação aos dados experimentais. No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

Neste capítulo é apresentada a fundamentação para o desenvolvimento do trabalho. Inicialmente é feita uma introdução sobre o funcionamento de baterias de Lítio-íon, em seguida o modelo analítico no tempo discreto desenvolvido por Rakhmatov-Vrudhula [19] é apresentado. Por fim, há o detalhamento sobre o modelo elétrico utilizado no desenvolvimento do trabalho.

A bateria é um dispositivo que permite a conversão de energia química em energia elétrica [21]. Normalmente uma bateria é constituída por uma ou mais células eletroquímicas, ligadas em série, paralelo ou a combinação de ambas [1]. Cada célula é formada por um eletrodo positivo denominado *cátodo* e um eletrodo negativo denominado de *ânodo* separados por um *eletrólito*, como apresentado na Figura 2.1. Durante o processo de descarga, os elétrons são transferidos do ânodo para a carga conectada nos terminais da bateria, e então da carga para o cátodo. Estes elétrons são originados pelas reações químicas que ocorrem entres os eletrodos e os íons presentes no eletrólito, denominados de *espécies eletroativas* [19].

Numa bateria de Lítio-íon, o lítio pode ser extraído e depositado tanto no ânodo quanto no cátodo. Durante a descarga, o lítio é extraído do ânodo e inserido no cátodo. No processo de carga, ocorre o inverso. Logo, as perdas dos elétrons no ânodo (oxidação) se dão no mesmo instante do ganho de elétrons no cátodo (redução) [22]. Desconsiderando as reduções no ânodo e as oxidações no cátodo, as reações no processo de descarga podem ser

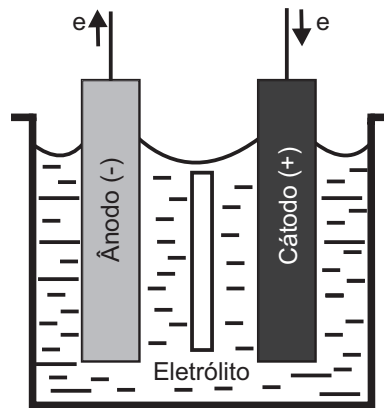
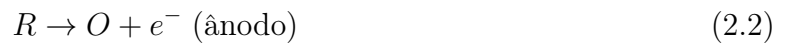


Figura 2.1: Esquema de uma célula eletroquímica [7].

representadas pelos elétrons ( $e$ ), espécies oxidáveis ( $O$ ) e as espécies reduzidas ( $R$ ).



No cátodo, as espécies  $O$  recebem os elétrons  $e$  para formarem as espécies  $R$ . No ânodo ocorre um processo similar, as espécies  $R$  liberam elétrons  $e$  para formarem as espécies  $O$ . Na ausência da carga, as espécies eletroativas se distribuem uniformemente ao longo do eletrólito [22].

Duas características importantes da bateria são a tensão (expressa em volts ( $V$ )) e a capacidade (normalmente expressa em Ampere-hora ( $Ah$ )). Para uma bateria ideal a tensão permanece constante em todo o processo de descarga, caindo a zero quando a bateria estiver descarregada. A capacidade em um caso ideal é a mesma para qualquer valor de corrente de descarga. Em uma bateria real, o comportamento apresentado é diferente: a tensão cai ao longo da descarga e a capacidade da bateria é menor para correntes altas [20]. Os principais efeitos que influenciam esse comportamento distinto do ideal são o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade introduzidos no Capítulo 1.

Para um melhor entendimento do efeito de recuperação na bateria, tem-se uma ilustração de um eletrodo na Figura 2.2. A Figura 2.2(a) representa as vizinhanças de um eletrodo de um bateria em estado carregado, situação em que as espécies eletroativas estão uniformemente distribuídas. Com a conexão da carga aos terminais da bateria, se inicia o

processo de descarga, estabelecendo um fluxo externo de elétrons entre os eletrodos. Reações eletroquímicas causam a redução do número de espécies eletroativas próximas ao eletrodo. Um gradiente de concentração de espécies ao longo do eletrólito (ver Figura 2.2(b)) se forma, e é iniciada a difusão de espécies ao longo do eletrólito em direção ao eletrodo para reequilibrar a concentração de espécies. Caso a carga seja desligada, a corrente é anulada, e, por causa da difusão das espécies, a concentração próxima à superfície do eletrodo aumenta até o gradiente de concentração se anular (ver Figura 2.2(c)). Este processo representa a recuperação da bateria. A concentração de espécies fica novamente uniformemente distribuída ao longo do eletrólito, mas com um valor menor. Quando a concentração de espécies eletroativas na superfície do eletrodo é inferior a um determinado limite, a bateria é considerada descarregada, pois as reações químicas não podem mais ser sustentadas (ver Figura 2.2(d)) [3].

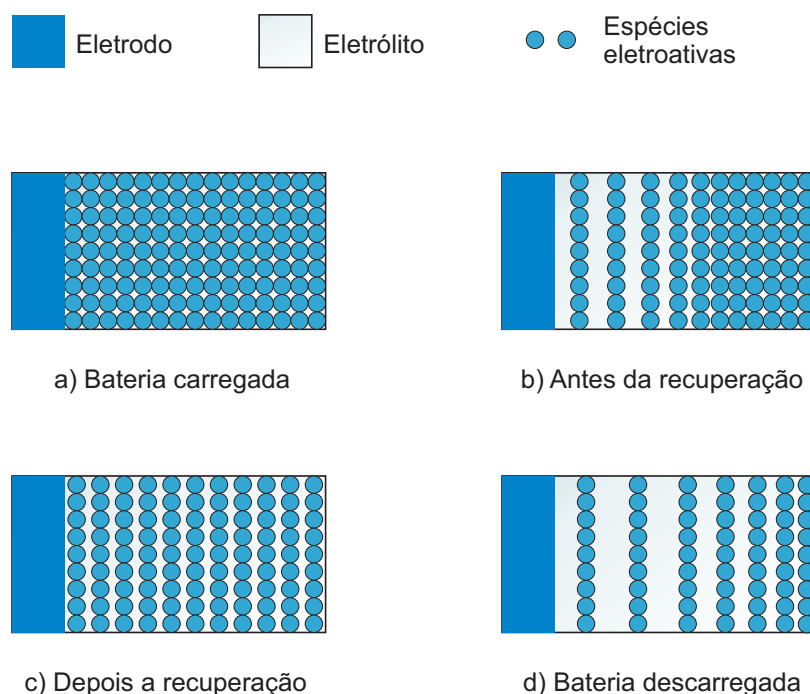


Figura 2.2: Efeito de recuperação na bateria [19].

O efeito da taxa de capacidade depende da capacidade atual da bateria e da intensidade da corrente de descarga. Este efeito sofre influência do efeito de recuperação. Para uma corrente de descarga elevada, a bateria apresenta uma capacidade efetiva baixa, pois não há tempo suficiente para a reorganização das espécies eletroativas no eletrólito. Em correntes



baixas ocorre o inverso, o efeito de recuperação age constantemente durante a descarga, disponibilizando uma quantidade próxima à totalidade de espécies eletroativas disponíveis ao dispositivo. Em correntes de descargas variáveis, encontramos os dois tipos de comportamento no eletrólito, nos momentos de correntes altas não há tempo para a recuperação, porém há a compensação quando a corrente assume valores baixos [11] e [18].

Com relação à tensão da bateria, temos três valores de tensões que merecem destaque [23]:

- (i) **Tensão de circuito aberto** ( $V_{oc}$ ): valor inicial da tensão nos terminais da bateria quando a bateria está completamente carregada sem nenhuma carga conectada.
- (ii) **Tensão de operação** ( $V_{bat}$ ): tensão da bateria com a presença de uma carga conectada em seus terminais.
- (iii) **Tensão de corte** ( $V_{cutoff}$ ): tensão em que a bateria é considerada descarregada, normalmente possui 80% do valor de  $V_{oc}$ .

## 2.1 Modelo de bateria Rakhmatov-Vrudhula

Para determinar o tempo de descarga da bateria, será considerado que inicialmente há uma distribuição uniforme ao longo do eletrólito de região finita  $w$ , conforme apresentado na Figura 2.3.

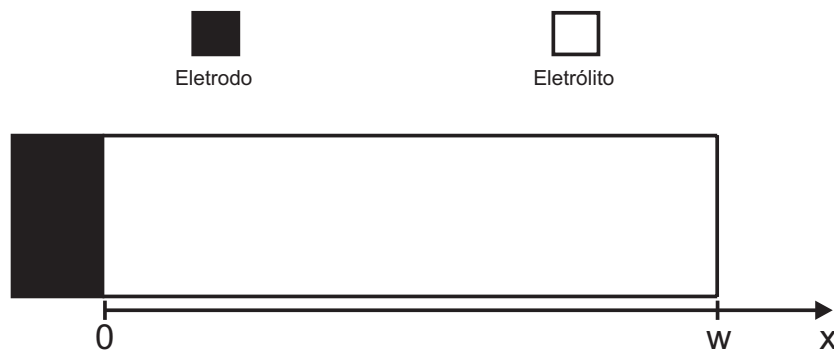


Figura 2.3: Distribuição ao longo do eletrólito.

Seja  $C(x, t)$  a concentração de espécies eletroativas em um determinado ponto do eletrólito no tempo  $t \in [0, L]$  a uma distância  $x \in [0, w]$  do eletrodo, onde  $L$  representa o tempo

de descarga da bateria. A concentração na superfície do eletrodo é dada em  $x = 0$ , ou seja,  $C(0, t)$ . Assim, considerando  $C^*$  como a concentração inicial no eletrólito, a profundidade de descarga  $\rho(t)$ , ou seja, a quantidade de espécies eletroativas retirada do eletrodo desde o início da descarga é apresentada em (2.3).

$$\rho(t) = 1 - \frac{C(0, t)}{C^*} \quad (2.3)$$

Para  $t = L$ , a concentração  $C(0, L)$  representa a condição de corte. Logo a profundidade  $\rho(L)$  é a profundidade de descarga quando a bateria atinge o tempo de descarga.

Na sua primeira lei, Fick [24] propôs que o fluxo  $J(x, t)$  das espécies é proporcional ao gradiente da concentração  $\frac{\partial C}{\partial x}$ , conforme é apresentado em (2.4).

$$-J(x, t) = D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \quad (2.4)$$

onde  $J(x, t)$  representa o fluxo das espécies em uma posição  $x$  para um determinado instante de tempo  $t$ , e  $D$  representa uma constante associada ao coeficiente de difusão das espécies eletroativas.

Na segunda lei proposta por Fick, é descrita a variação na concentração de espécies de acordo com o tempo, conforme é apresentado em (2.5).

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

De acordo com a lei de Faraday, o fluxo na superfície do eletrodo, para  $x = 0$ , é proporcional à corrente  $i(t)$  [24], como é apresentado em (2.6).

$$-J(0, t)\nu AF = i(t) \quad (2.6)$$

onde  $\nu$  é o número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica na superfície do eletrodo,  $F$  é a constante de Faraday e  $A$  a área do eletrodo [11]. Assim,

$$D \left. \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{i(t)}{\nu FA} \quad (2.7)$$

Com isso, pelas condições de contorno, o fluxo na borda da região de difusão em  $x = w$

é zero.

$$D \left. \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \right|_{x=w} = 0 \quad (2.8)$$

Rakhmatov e Vrudhula [19] resolveram o sistema de equações diferenciais formado a partir das Equações (2.4), (2.5), (2.7) e (2.8).

Para a solução do sistema em questão é proposta uma equação diferencial do tipo:

$$\frac{d^2 C(x)}{dx^2} - a^2 C(x) = -b \quad (2.9)$$

Aplicando a transformada de Laplace no domínio do espaço  $x$ :

$$s^2 \bar{C}(s) - sC(0) - C'(0) - a^2 \bar{C}(s) = -\frac{b}{s}$$

$$\bar{C}(s) = \frac{-b + s^2 C(0) + sC'(0)}{s(s-a)(s+a)} \quad (2.10)$$

Utilizando frações parciais em (2.10) temos que,

$$\bar{C}(s) = \frac{A'}{s+a} + \frac{B'}{s-a} + \frac{D'}{s} \quad (2.11)$$

Para o cálculo de  $D'$  tem-se:

$$\begin{aligned} D' &= \bar{C}(s) \cdot s \Big|_{s=0} \\ &= \frac{-b + s^2 C(0) + sC'(0)}{s(s-a)(s+a)} \cdot s \Big|_{s=0} \\ &= \frac{-b + 0^2 C(0) + C'(0)}{0(0-a)(0+a)} \\ &= \frac{-b}{-a^2} \\ D' &= \frac{b}{a^2} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Substituindo (2.12) em (2.11)

$$\bar{C}(s) = \frac{A'}{s+a} + \frac{B'}{s-a} + \frac{b}{a^2 s} \quad (2.13)$$

Realizando a transformada de Laplace inversa em (2.13)

$$C(x) = \frac{b}{a^2} + A'e^{-ax} + B'e^{ax} \quad (2.14)$$

Aplicando a transformada de Laplace em (2.5)

$$s\bar{C}(x, s) - \bar{C}(x, 0) = D \frac{d^2\bar{C}(x, s)}{dx^2} \quad (2.15)$$

sendo  $\bar{C}(x, 0)$  a condição inicial de uma bateria carregada, que apresenta o valor constante  $C^*$  e  $\bar{C}(x, s)$  uma condição de fronteira.

Comparando a Equação (2.15) com a Equação (2.9) temos que,

$$a^2 = \frac{s}{D} \quad (2.16)$$

$$b = \frac{C^*}{D} \quad (2.17)$$

Substituindo (2.16) e (2.17) na expressão (2.14) temos que

$$\begin{aligned} \bar{C}(x, s) &= \frac{C^*/D}{s/D} + A'(s)e^{-\sqrt{\frac{s}{D}}x} + B'(s)e^{\sqrt{\frac{s}{D}}x} \\ \bar{C}(x, s) &= \frac{C^*}{s} + A'(s)e^{-\sqrt{\frac{s}{D}}x} + B'(s)e^{\sqrt{\frac{s}{D}}x} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para o cálculo das condições de fronteira deriva-se (2.18).

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{C}(x, s)}{dx} &= 0 + \left( -\sqrt{\frac{s}{D}}A'(s)e^{-\sqrt{\frac{s}{D}}x} + \sqrt{\frac{s}{D}}B'(s)e^{\sqrt{\frac{s}{D}}x} \right) \\ \frac{d\bar{C}(x, s)}{dx} &= -\sqrt{\frac{s}{D}} \left( A'(s)e^{-\sqrt{\frac{s}{D}}x} - B'(s)e^{\sqrt{\frac{s}{D}}x} \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

A partir das Equações (2.7) e (2.8) é possível formar o sistema de equações, onde as variáveis que se deseja determinar são  $A'(s)$  e  $B'(s)$ :

$$-\sqrt{\frac{s}{D}}(A'(s) - B'(s)) = \frac{\bar{i}(s)}{\nu F A D} \quad (2.20)$$

$$-\sqrt{\frac{s}{D}} \left( A'(s)e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}} - B'(s)e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} \right) \quad (2.21)$$

isolando o termo  $B'(s)$  de (2.20) temos:

$$(A'(s) - B'(s)) = -\frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}}$$

$$B'(s) = A'(s) + \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \quad (2.22)$$

$$(2.23)$$

Substituindo (2.23) em (2.21)

$$\sqrt{\frac{s}{D}} \left[ -A'(s)e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}} + \left( A'(s) + \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \right) e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} \right] = 0$$

$$-A'(s)e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}} + A'(s)e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} + \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} = 0$$

$$A'(s) = \frac{\frac{-\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \quad (2.24)$$

Substituindo (2.24) em (2.23) e reorganizando as expressões tem-se:

$$A'(s) = -\frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right) \quad (2.25)$$

$$B'(s) = \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right) \quad (2.26)$$

Logo, a partir de (2.25) e (2.26), a expressão (2.18) pode ser reescrita conforme apresentado em (2.27).

$$C(x, s) = \frac{C^*}{s} + \left( -\frac{\bar{i}(s)\sqrt{s}}{\nu FAD\sqrt{s}} \cdot \frac{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right) e^{-\sqrt{\frac{s}{D}}x} +$$

$$+ \left( \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right) \right) e^{\sqrt{\frac{s}{D}}x} \quad (2.27)$$

A expressão (2.27) apresenta a concentração das espécies eletroativas para todo o ele-

trólito  $w$ . É necessário encontrar a concentração para  $x = 0$ .

$$\begin{aligned}
 \bar{C}(0, s) &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{2e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} - 1 \right) \\
 &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{2e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} + e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right) \\
 \bar{C}(0, s) &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \left( \frac{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} + e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}}{e^{w\sqrt{\frac{s}{D}}} - e^{-w\sqrt{\frac{s}{D}}}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

De acordo com Spiegel [25],

$$\coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \tag{2.29}$$

substituindo (2.29) em (2.28)

$$\begin{aligned}
 \bar{C}(0, s) &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{s}} \coth \left( w\sqrt{\frac{s}{D}} \right) \\
 &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)}{\frac{\nu FAD}{\sqrt{\frac{s}{D}}}} \coth \left( w\sqrt{\frac{s}{D}} \right) \\
 \bar{C}(0, s) &= \frac{C^*}{s} - \frac{\bar{i}(s)}{\nu FAD} \frac{\coth \left( w\sqrt{\frac{s}{D}} \right)}{\sqrt{\frac{s}{D}}}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Considerando que

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\coth \left( w\sqrt{\frac{s}{D}} \right)}{\sqrt{\frac{s}{D}}} \right\} = \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{Dt}} \tag{2.31}$$

e a propriedade de multiplicação da convolução temos que

$$\begin{aligned}
 C(0, t) &= C^* - \frac{i(t)}{\nu FAD} * \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{Dt}} \\
 &= C^* - \frac{\sqrt{D}}{\nu FAD\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} d\tau \\
 C(0, t) &= C^* - \frac{1}{\nu FA\sqrt{\pi D}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} d\tau
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

dividindo (2.32) por  $C^*$

$$\begin{aligned} \frac{C(0,t)}{C^*} &= 1 - \frac{1}{\nu F A \sqrt{\pi D C^*}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} d\tau \\ 1 - \frac{C(0,t)}{C^*} &= \frac{1}{\nu F A \sqrt{\pi D C^*}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} d\tau \end{aligned} \quad (2.33)$$

substituindo a Equação (2.3) em (2.33) temos que

$$\rho(t) = \frac{1}{\nu F A \sqrt{\pi D C^*}} \int_0^t \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} d\tau \quad (2.34)$$

Como

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-ym^2} = \sqrt{\frac{\pi}{y}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi m^2}{y}}, \quad \text{Re}(y) > 0 \quad (2.35)$$

para  $y = \frac{w^2}{D(t-\tau)} > 0$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{w^2 m^2}{D(t-\tau)}} = \sqrt{\frac{\pi D(t-\tau)}{w^2}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi D(t-\tau) m^2}{w^2}} \quad (2.36)$$

substituindo (2.36) na Equação (2.34)

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \frac{1}{\nu F A \sqrt{\pi D C^*}} \int_0^t \sqrt{\frac{\pi D(t-\tau)}{w^2}} \frac{i(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi D(t-\tau) m^2}{w^2}} d\tau \\ \rho(t) &= \frac{1}{\nu F A w C^*} \int_0^t i(\tau) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi D(t-\tau) m^2}{w^2}} d\tau \end{aligned} \quad (2.37)$$

como no somatório da Equação (2.37) temos no termo exponencial  $m^2$ , então  $m^2 = (-m)^2$ , logo

$$\begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau) m^2}{w^2}} &= \sum_{m=-\infty}^{-1} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau) m^2}{w^2}} + e^0 + \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau) m^2}{w^2}} \\ \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau) m^2}{w^2}} &= 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau) m^2}{w^2}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

assim,

$$\begin{aligned}\rho(t) &= \frac{1}{\nu F A w C^*} \int_0^t i(\tau) \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi^2 D (t-\tau) m^2}{w^2}} \right] d\tau \\ \rho(t) &= \frac{1}{\nu F A w C^*} \left[ \int_0^t i(\tau) d\tau + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t i(\tau) e^{-\frac{\pi^2 D (t-\tau) m^2}{w^2}} d\tau \right]\end{aligned}\quad (2.39)$$

Considerando  $\beta = \frac{\pi\sqrt{D}}{w}$  e  $\alpha = \nu F A w C^* \rho(L)$  é possível obter uma expressão geral que relaciona a carga, o tempo de falha, e os dois parâmetros da bateria  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$\alpha = \int_0^L i(\tau) d\tau + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^L i(\tau) e^{-\beta^2 m^2 (L-\tau)} d\tau \quad (2.40)$$

A Equação (2.40) relaciona o tempo de falha ou autonomia  $L$  da bateria com a corrente  $i(t)$  de descarga, em que os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são estimados com dados experimentais.

Conforme comentado no Seção 1.1 os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  representam respectivamente a capacidade máxima da carga da bateria e a velocidade de difusão das espécies eletroativas ao longo do eletrólito. Suas unidades são *coulombs* e *segundo*<sup>-1</sup>. O primeiro termo do lado direito da igualdade na Equação (2.40) representa a carga total entregue pela bateria para a carga externa. O segundo termo representa a carga que não pode ser entregue devido à indisponibilidade de espécies eletroativas na superfície do eletrodo ao atingir o tempo de descarga  $L$ .

Em uma bateria ideal, toda a sua capacidade é oferecida ao sistema. Assim quanto mais a bateria se aproxima de uma fonte ideal, maior o  $\beta$ , pois o segundo termo do lado direito da Equação (2.40) diminui. Isso ocorre porque quanto maior o  $\beta$ , mais rápida é a difusão, e as espécies eletroativas conseguem alcançar a superfície do eletrodo mais rapidamente [3].

Quanto menor o  $\beta$ , mais a bateria se distancia de uma bateria ideal. No tempo de falha só uma parte da capacidade da bateria é fornecida para o sistema. Se houver um período em que a corrente se anula, a concentração de espécies eletroativas na superfície do eletrodo pode aumentar por difusão. Assim, torna-se disponível para o sistema parte da carga que antes era indisponível.

Rakhmatov e Vrudhula [19] consideram o perfil de descarga para a corrente como uma função composta por  $n$  degraus, como apresentando na Figura 2.4. O passo  $k$ , sendo  $k =$



$0, 1, \dots, n-1$ , é representado pela média  $I_k$  da corrente, a durante o intervalo  $\Delta_k$ , e o tempo de início  $t_k$ . Neste caso, a corrente  $i(t)$  é expressada em (2.41), onde  $\chi(t)$  é uma função degrau unitária.

$$i(t) = \sum_{k=0}^{n-1} I_k [\chi(t - t_k) - \chi(t - t_{k+1})] \quad (2.41)$$

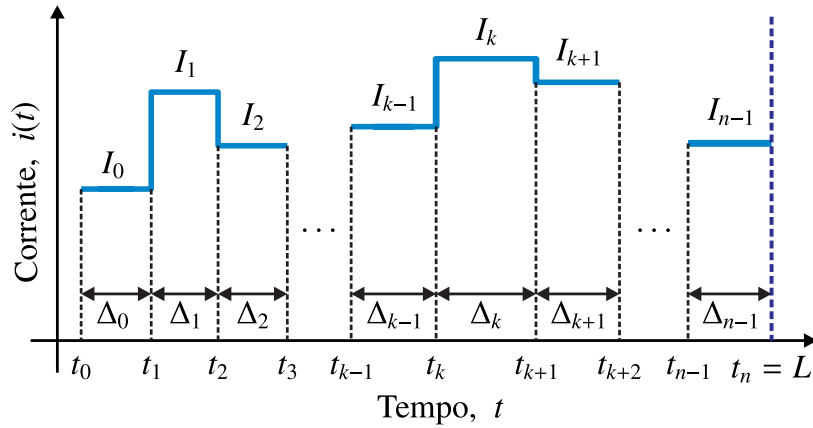


Figura 2.4: Perfil de descarga da bateria.

Aplicando (2.41) em (2.40), tem-se que o tempo de falha  $L$  da bateria é relacionado com a corrente  $i(t)$  como é mostrado na Equação (2.42), onde a função  $F(L, t_k, t_{k+1}, \beta)$  é definida em (2.43) [22].

$$\alpha = \sum_{k=0}^{n-1} I_k F(L, t_k, t_{k+1}, \beta) \quad (2.42)$$

$$F(L, t_k, t_{k+1}, \beta) = t_{k+1} - t_k + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2 m^2 (L - t_{k+1})} - e^{-\beta^2 m^2 (L - t_k)}}{\beta^2 m^2} \quad (2.43)$$

Rakhmatov, Vruthula e Wallach [22] demonstraram que, em casos especiais de uma corrente constante  $I$ , a Equação (2.40) pode ser escrita como a Equação (2.44), onde a magnitude dos termos do somatório diminui rapidamente. Então os autores verificaram que os 10 primeiros termos já são suficientes para se obter uma boa aproximação para o somatório se  $\beta^2 L \geq 1$ .

$$\alpha = IL \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 m^2 L}}{\beta^2 m^2 L} \right] \quad (2.44)$$

Rao, Vrudhula e Rakhmatov [26] definiram que a perda de carga aparente pela bateria  $\sigma(t)$  é representada pelas Equações (2.45) e (2.46), onde  $0 \leq L$ .

$$\sigma(t) = \sum_{k=0}^{n-1} I_k F(t, t_k, t_{k+1}, \beta) \quad (2.45)$$

$$\sigma(t) = \underbrace{\sum_{k=0}^{n-1} I_k \Delta_k}_{l(t)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{n-1} 2I_k \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2 m^2 (t-t_{k+1})} - e^{-\beta^2 m^2 (t-t_k)}}{\beta^2 m^2}}_{u(t)} \quad (2.46)$$

O primeiro termo  $l(t)$  em (2.46) é a carga liberada pela bateria para o circuito externo no tempo  $t$ , e o segundo termo  $u(t)$  é a carga indisponível, não podendo ser liberada para o circuito externo. A carga disponível no tempo  $t$  é dada por  $a(t) = \alpha - \sigma(t)$ . Em  $t = 0$ , quando a bateria está completamente carregada, temos  $a(0) = \alpha$  e  $\sigma(0) = u(0) = 0$ . No tempo de descarga  $t = L$ , temos  $a(L) = 0$  e  $\sigma(L) = \alpha$ .

Rao, Vrudhula e Rakhmatov [26] definiram a perda de carga aparente considerando a corrente  $i(t)$  como uma função com  $n$  degraus. Essa limitação da corrente  $i(t)$  é útil para a solução de problemas de otimização da autonomia de baterias em dispositivos móveis, como computadores portáteis e *smartphones*. Normalmente esses sistemas são representados no tempo discreto, e as políticas de gerenciamento selecionam os estados de energia para os dispositivos a cada período de amostragem.

Neste trabalho iremos introduzir uma representação da perda de carga aparente  $\sigma(t)$  por meio da transformada da Laplace [27] que apresenta as seguintes vantagens com relação ao modelo do Rakhmatov-Vrudhula:

- (i) É útil para a implementação do modelo no Simulink;
- (ii) Não necessita armazenar todos os valores de correntes  $I_k$ ,  $k = 0, \dots, n - 1$ ;
- (iii) Não necessita realizar todas as operações matemáticas da Expressão (2.46).

Uma representação semelhante do modelo RV foi proposta no domínio da frequência por Rao, Vrudhula e Chang [28], porém foi apresentada apenas uma aplicação para analisar a viabilidade de técnicas de otimização do consumo das baterias. Neste trabalho o mo-

delo proposto será aplicado diretamente no desenvolvimento do *software* de um sistema embarcado para determinação do tempo da autonomia da bateria.

## 2.2 Modelo de predição de *Runtime* e características V-I

O problema de engenharia deste trabalho consiste no desenvolvimento de um modelo que a partir da corrente de entrada, estime o tempo de descarga da bateria por meio do estado de carga e da tensão estimada. Para a solução deste problema foi desenvolvido um modelo híbrido, composto por uma parte analítica, que teve a fundamentação apresentada na Seção 2.1, e um modelo elétrico.

O modelo elétrico escolhido, foi o modelo para prever tempo de vida (*Runtime*) e características V-I mencionado no Capítulo 1. Este modelo é composto por dois circuitos elétricos separados, que são relacionados por uma fonte de tensão e outra de corrente, como é apresentado na Figura 2.5.

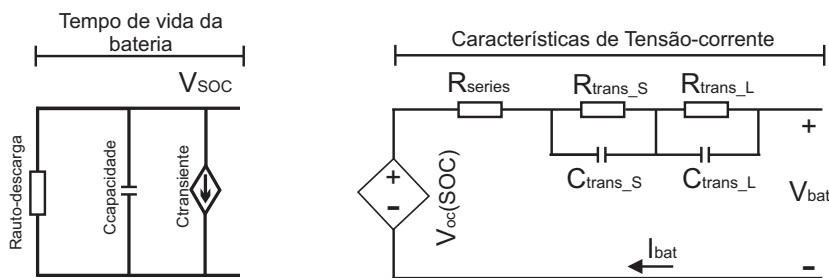


Figura 2.5: Modelo elétrico para prever tempo de vida e características V-I.

O primeiro circuito representado na Figura 2.5 modela o tempo de vida da bateria, o SOC e a capacidade da bateria utilizando o capacitor  $C_{capacidade}$  e a fonte de corrente. O segundo circuito modelo as características dinâmicas da tensão e corrente fazendo uso da rede de resistores e capacitores. Este modelo além prever o tempo de vida, o estado estacionário e a resposta transitória da bateria, também representa suas características elétricas e dinâmicas como: capacidade utilizável, tensão em circuito aberto e resposta transiente [8].

A capacidade utilizável é a energia que pode ser extraída da bateria durante o processo

completo de descarga. Os principais fatores que influenciam essa característica é o número de ciclos, o valor da corrente de descarga, o tempo de armazenamento e a temperatura. No modelo, a capacidade utilizável é representada por um capacitor, um resistor de auto-descarga  $R_{auto-descarga}$  e um resistor equivalente, composto pela soma da resistência em série  $R_{series}$ , resistência transiente de curta e longa duração,  $R_{transS}$  e  $R_{transL}$  respectivamente [11].

O capacitor  $C_{capacidade}$  representa a carga total armazenada na bateria, o seu valor é calculado por meio da expressão (2.47)

$$C_{capacidade} = 3600 \cdot C_{capacidade} \cdot f_1(ciclo) \cdot f_2(temp) \quad (2.47)$$

onde  $C_{capacidade}$  é a capacidade nominal em  $Ah$ ,  $f_1(ciclo)$  e  $f_2(temp)$  são os fatores de correção dependentes do número de ciclos e da temperatura da bateria. Ao definir a tensão inicial  $V_{SOC}$  em  $C_{capacidade}$  igual a  $1 V$  ou  $0 V$ , a bateria é inicializada em seu estado totalmente carregada ou totalmente descarregada ( $SOC$  de  $100\%$  ou  $0\%$  respectivamente) [8]. Assim, a fonte de tensão  $V_{oc}(V_{SOC})$  representa a dependência entre o estado de carga  $SOC$  e a tensão de circuito aberto  $V_{oc}$ . O resistor de auto-descarga  $R_{auto-descarga}$  é utilizado para caracterizar a perda de energia de auto-descarga quando as baterias são armazenadas por um longo período de tempo e pode ser simplificado por um resistor com um alto valor ou ignorado [9].

A rede resistiva capacitiva é formada pelo resistor  $R_{series}$  e duas redes paralelas compostas pelo resistor  $R_{transS}$  e o capacitor  $C_{transS}$ , e pelo resistor  $R_{transL}$  e o capacitor  $C_{transL}$ . O resistor  $R_{series}$  é o responsável pela queda instantânea de tensão. As resistências  $R_{transS}$  e  $R_{transL}$  e as capacitâncias  $C_{transS}$  e  $C_{transL}$  são utilizadas para descrever a resposta transiente de curta e longa duração, respectivamente. Os valores dos parâmetros elétricos mencionados são apresentados nas expressões (2.48) a (2.53) [11].

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0 e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (2.48)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (2.49)$$

$$R_{transS}[SOC(t)] = c_0 e^{c_1[SOC(t)]} + c_2 \quad (2.50)$$

$$C_{transS}[SOC(t)] = d_0 e^{d_1[SOC(t)]} + d_2 \quad (2.51)$$

$$R_{transL}[SOC(t)] = e_0 e^{e_1[SOC(t)]} + e_2 \quad (2.52)$$

$$C_{transL}[SOC(t)] = f_0 e^{f_1[SOC(t)]} + f_2 \quad (2.53)$$

A tensão  $V_{bat}$  é determinada pela tensão de circuito aberto  $V_{oc}$ , pela queda de tensão devido à impedância interna (resistência interna)  $Z_{eq}$  formada pelo  $R_{series}$  e a rede  $RC$ , e pela corrente de descarga  $i_{bat}$  dada pela Equação (2.54)

$$V_{bat} = V_{oc}(V_{SOC}) - i_{bat}Z_{eq} \quad (2.54)$$

## 2.3 Resumo do Capítulo

Neste Capítulo foi abordado a fundamentação teórica utilizada para o desenvolvimento do trabalho. Na Seção 2.1 foi apresentada o modelo de bateria desenvolvido por Rakhmatov-Vrudhula, o qual estima o estado de carga da bateria utilizando apenas as constantes  $\alpha$  e  $\beta$ . Na Seção 2.2 foi apresentado o modelo elétrico, que será utilizado para a estimação do comportamento dinâmico da tensão dos terminais da bateria. No próximo capítulo será apresentado o modelo híbrido desenvolvido neste trabalho.

# Capítulo 3

## Modelo desenvolvido

Neste capítulo aborda-se a nossa contribuição da pesquisa, a apresentação da representação da perda aparente da bateria por meio da transformada de Laplace e a comparação do modelo desenvolvido com o apresentado por Rakhmatov e Vrudhula [19].

### 3.1 Representação do perfil de descarga no tempo contínuo

Primeiramente, considerando a corrente  $i(t)$  como uma função contínua no tempo com  $i(t) = 0$  para  $t < 0$  como apresentado na Figura 3.1, e substituindo  $L$  por  $t$  na Equação (2.40), então a perda da carga aparente  $\sigma$  é apresentada na Equação (3.1)

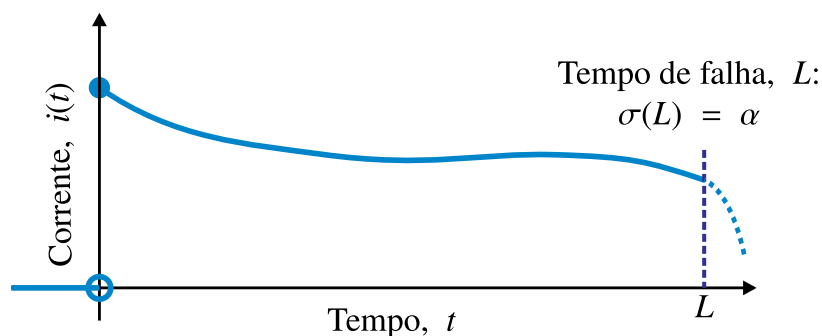


Figura 3.1: Perfil da carga para a corrente como uma variável de tempo contínuo.

$$\sigma(t) = \underbrace{\int_0^t i(\tau) d\tau}_{l(t)} + 2 \underbrace{\sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t i(\tau) e^{-\beta^2 m^2 (t-\tau)} d\tau}_{u(t)} \quad (3.1)$$

Considerando o primeiro termo de (3.1), a transformada de Laplace  $L(s) = \mathcal{L}[l(t)]$  da carga entregue pela bateria é apresentado em (3.2), onde  $I(s) = \mathcal{L}[i(t)]$ .

$$L(s) = \mathcal{L} \left[ \int_0^t i(\tau) d\tau \right] = \frac{1}{s} I(s) \quad (3.2)$$

Considerando o segundo termo de (3.1), a função  $g(t)$  é definida em (3.3). Um dos termos do somatório do segundo termo de (3.1) é mostrado em (3.4). Considerando que a corrente  $i(t)$  é zero para  $t < 0$ , e que o sistema é causal, cada termo  $\phi_m(t)$  pode ser representado pela convolução entre a corrente e a função  $g(t)$ .

$$g(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ e^{-\beta^2 m^2 t} & \text{se } t \geq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\phi_m(t) = \int_0^t i(\tau) e^{-\beta^2 m^2 (t-\tau)} d\tau = \int_0^t i(\tau) g(t-\tau) d\tau = i(t) * g(t) \quad (3.4)$$

A transformada de Laplace  $\Phi_m(s) = \mathcal{L}[\phi_m(t)]$  dos termos  $\phi_m(t)$  é apresentado em (3.5).

$$\Phi_m(s) = \mathcal{L}[i(t) * g(t)] = G(s)I(s) = \frac{1}{s + \beta^2 m^2} I(s) \quad (3.5)$$

A transformada de Laplace  $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$  da carga indisponível é apresentada em (3.6).

$$U(s) = \mathcal{L} \left[ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(t) \right] = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(s) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{s + \beta^2 m^2} I(s) \quad (3.6)$$

Portanto a transformada de Laplace  $\Sigma(s) = \mathcal{L}[\sigma(t)]$  da perda de carga aparente é dada pela soma das transformadas  $L(s)$  e  $U(s)$ , conforme apresentado em (3.7).

$$\Sigma(s) = \mathcal{L}[l(t) + u(t)] = L(s) + U(s) = \frac{1}{s} I(s) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{s + \beta^2 m^2} I(s) \quad (3.7)$$

A função de transferência  $H(s)$  entre a entrada  $I(s)$  e a saída  $\Sigma(s)$  é apresentado em (3.8).

$$H(s) = \frac{\Sigma(s)}{I(s)} = \frac{1}{s} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{s + \beta^2 m^2} \quad (3.8)$$

Como dito no Capítulo 2, Rakhmatov, Vrudhula e Wallach [22] verificaram que os 10 primeiros termos do somatório presente na Equação (2.44) já são suficientes para se obter uma boa aproximação. Analisando (3.8), nota-se que a função de transferência  $H(s)$  é formada pela soma da função de transferência de um integrador com as de sistemas de primeira ordem. Em cada sistema de primeira ordem a constante de tempo é  $\frac{1}{\beta^2 m^2}$ . No regime transitório, os termos para  $m \geq 11$  decaem antes dos termos para  $1 \leq m \leq 10$ . Para o regime permanente, é aplicado o teorema do valor final para  $\phi_m(t)$  considerando como entrada uma corrente constante  $I$ , conforme apresentado em (3.9).

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \phi_m(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_m(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s + \beta^2 m^2} \cdot \frac{I}{s} \\ &= \frac{I}{\beta^2 m^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

A partir de (3.9), o somatório do segundo termo de (3.8) no regime permanente com infinitos termos é mostrado em (3.10).

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{I}{\beta^2 m^2} = \frac{I}{\beta^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \quad (3.10)$$

Spiegel [25], apresenta a solução de uma série de constantes como a exemplificada em (3.11).

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} \quad (3.11)$$

Assim, substituindo o resultado de (3.11) em (3.10), tem-se que:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I}{\beta^2 m^2} &\approx \frac{I}{\beta^2} \cdot \frac{\pi^2}{6} \\ &\approx 1,6449 \cdot \frac{I}{\beta^2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

O resultado dos 10 primeiros termos de (3.10) é apresentado em (3.13) em função da



corrente  $I$  e do parâmetro  $\beta$ .

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{10} \frac{I}{\beta^2 m^2} &= \frac{I}{\beta^2} \left( \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 1,5498 \cdot \frac{I}{\beta^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

O erro percentual  $\Delta\%$  entre (3.12) e (3.13) é apresentado em (3.14).

$$\begin{aligned} \Delta\% &= \left( \frac{\frac{I}{\beta^2} \left( \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} - \sum_{m=1}^{10} \frac{1}{m^2} \right)}{\frac{I}{\beta^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2}} \right) \cdot 100 \\ &= \left( \frac{1,6449 - 1,5498}{1,6449} \right) \cdot 100 \\ \Delta\% &= 5,78\% \end{aligned} \quad (3.14)$$

Logo o erro obtido considerando os 10 primeiros termos de (3.10) é inferior a 6%. Este erro é aceitável pois permite uma simplificação do sistema tornando-o de fácil implementação. Assim, a representação da função de transferência como um diagrama de blocos para os 10 primeiros termos do somatório de (3.8) é mostrada na Figura 3.2.

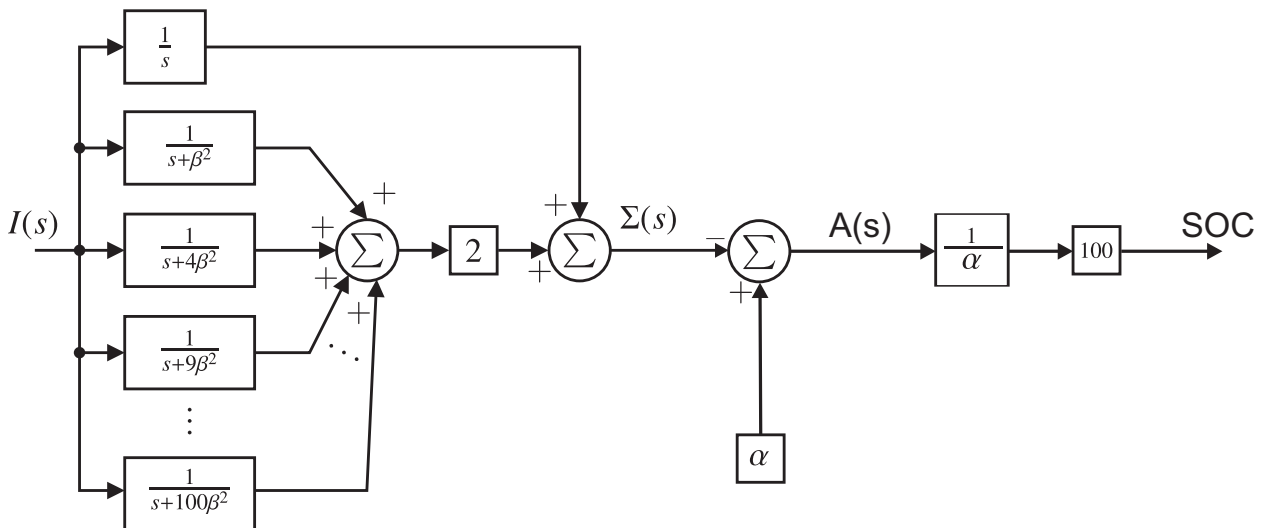


Figura 3.2: Diagrama de blocos representando a função de transferência  $H(s)$  entre a entrada  $I(s)$  e a saída  $\Sigma(s)$ .

## 3.2 Resultados e discussões

Para verificar a precisão do nosso modelo para a estimação da autonomia de uma bateria, realizamos as simulações apresentadas por Rakhmatov, Vrudhula e Wallach [22] para cargas constantes ou variáveis considerando os mesmos valores de  $\alpha = 40375$  e  $\beta = 0,273$  utilizados por eles. Os valores das correntes constantes e as estimações dos tempo de descarga para o modelo RV apresentado no Capítulo 2 e para o modelo apresentado neste trabalho, são mostrados na Tabela 3.1. Considerando os erros absolutos ( $\Delta_{min}$ ) e relativos ( $\Delta\%$ ), as estimativas para ambos os modelos são aproximadamente as mesmas, pois o maior erro relativo é de 0,56%.

Para a análise do comportamento do modelo com cargas variáveis, foram realizadas simulações baseadas no artigo de Rakhmatov, Vrudhula e Wallach [22]. Os perfis de corrente são apresentadas na Tabela 3.2. Por exemplo, para o caso C1, a corrente é 628 mA de 0 minutos a 19,5 minutos, 0 A de 19,5 minutos a 26 minutos e novamente 628 mA de 26 minutos até atingir o tempo de descarga.

As simulações com carga variável também foram úteis para verificarmos se o modelo apresentado neste trabalho representa a dinâmica da bateria com correntes variáveis e tempos de descanso, onde a influência do parâmetro  $\beta$  é considerável. Os nove primeiros casos focaram no tempo de descanso, o caso C10 apresenta um perfil com correntes elevadas no início e correntes baixas ao final da descarga. O caso C11 apresenta um perfil contrário ao C10, com correntes baixas no início que são aumentadas ao longo da descarga. C12 é similar a C11, mas possui um tempo de descanso. A dinâmica de cada caso possui um melhor detalhamento no trabalho de Rakhmatov, Vrudhula e Wallach [22].

Tabela 3.1: Resultados das Simulações para Correntes Constantes

Testes	Corrente (mA)	Tempo de descarga para o Modelo RV (min)	Tempo de descarga para o Nosso Modelo (min)	$\Delta min$	$\Delta\%$ (%)
T1	222,7	139,90	139,70	0,20	0,14
T2	204,5	156,00	155,80	0,20	0,13
T3	108,3	331,40	331,20	0,20	0,06
T4	107,5	334,10	334,00	0,10	0,03
T5	94,9	384,00	383,90	0,10	0,03
T6	84,3	437,50	437,40	0,10	0,02
T7	75,5	493,30	493,20	0,10	0,02
T8	28,0	1400,00	1400,00	0,00	0,00
T9	19,5	2029,00	2029,00	0,00	0,00
T10	3,0	13417,00	13410,00	7,00	0,05
T11	628,0	26,60	26,45	0,15	0,56
T12	494,7	41,40	41,27	0,13	0,31
T13	425,6	53,90	53,77	0,13	0,24
T14	292,3	96,70	96,56	0,14	0,15
T15	265,6	110,60	110,40	0,20	0,18
T16	252,3	118,60	118,40	0,20	0,17
T17	234,1	131,00	130,90	0,10	0,08
T18	137,0	251,30	251,20	0,10	0,04
T19	113,9	313,00	312,90	0,10	0,03
T20	57,6	659,50	659,40	0,10	0,01
T21	32,5	1201,00	1201,00	0,00	0,00
T22	300,0	93,20	93,02	0,18	0,19

Tabela 3.2: Perfis de corrente para simulações para Cargas Variáveis

Caso	Carga Variável ( $mA$ )	Tempo ( $min$ )
C1	(628,0; 0; 628,0)	(0; 19,5; 26,0)
C2	(494,7; 0; 494,7)	(0; 31,0; 41,3)
C3	(425,6; 0; 425,6)	(0; 41,0; 54,6)
C4	(292,3; 0; 292,3)	(0; 74,6 99,5)
C5	(222,7; 0; 222,7)	(0; 105,7; 140,9)
C6	(628,0; 0; 628,0)	(0; 19,5; 29,9)
C7	(628,0; 0; 628,0)	(0; 19,5; 22,1)
C8	(628,0; 0; 628,0)	(0; 23,4; 29,9)
C9	(628,0; 0; 628,0)	(0; 15,6; 22,1)
C10	(300,0; 628,0; 494,7; 252,3; 234,1; 137,9; 113,9; 265,6)	(0; 0,5; 5,5; 10,5; 35,5; 60,5; 85,5; 110,5)
C11	(300,0; 113,9; 137,9; 234,1; 252,3; 494,7; 628,0; 265,6)	(0; 0,5; 25,5; 50,5; 75,5; 100,5; 105,5; 110,5)
C12	(300,0; 113,9; 137,9; 234,1 252,3; 494,7; 0; 300,0; 628,0; 265,6)	(0; 0,5; 25,5; 50,5; 75,5; 100,5; 105,5; 130,5; 131,0; 136,0)

Os resultados das predições do nosso modelo e do modelo RV são apresentados na Tabela 3.3. O maior erro percentual foi de 0,17%. Assim, considerando os resultados das simulações para ambas as situações de correntes constantes e variáveis, nosso modelo é equivalente ao modelo original proposto por Rakhmatov e Vrudhula.

Tabela 3.3: Resultados das Simulações para Cargas Variáveis

Caso	Tempo de descarga para o Modelo RV ( <i>min</i> )	Tempo de descarga para o Modelo desenvolvido ( <i>min</i> )	$\Delta_{min}$	$\Delta\%$ (%)
C1	36,20	36,14	0,06	0,17
C2	55,80	55,74	0,06	0,11
C3	71,90	71,79	0,11	0,15
C4	124,90	124,90	0,00	0,00
C5	176,70	176,60	0,10	0,06
C6	41,00	40,96	0,04	0,10
C7	30,80	30,77	0,03	0,10
C8	37,40	37,39	0,01	0,03
C9	35,20	35,17	0,03	0,09
C10	132,60	132,50	0,10	0,08
C11	107,40	107,40	0,00	0,00
C12	155,40	155,30	0,10	0,07

### 3.3 Modelo híbrido desenvolvido

O modelo apresentado na seção 3.1 possui estima o estado de carga da bateria e também modela os fenômenos não lineares como o da taxa de capacidade e o efeito de recuperação da bateria. Porém, assim como outros modelos analíticos ele não descreve as características dinâmicas da tensão da bateria, como o efeito de polarização, que é o fato da tensão não ser alterada tão rapidamente quanto a corrente [29]. Para complementar o modelo analítico desenvolvido, este foi acrescido com um modelo elétrico para prever *Runtime* e características V-I, que descreve as características dinâmicas do circuito da bateria. Porém, o uso de um capacitor constante para modelar sua capacidade impossibilita a detecção dos efeitos não lineares [30]. Na Figura 3.3 é apresentado o modelo híbrido desenvolvido, em que são utilizados os modelos analíticos apresentando neste trabalho e o modelo elétrico para

prever *Runtime* e característica V-I.

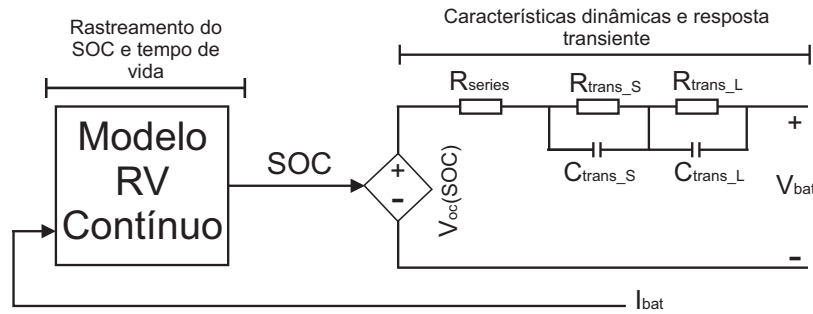


Figura 3.3: Modelo híbrido desenvolvido.

Os componentes responsáveis pelo estado de carga e o tempo de vida da bateria do modelo de Ricón-Mora foram substituídos pelo modelo analítico apresentado na Seção 3.1. Com isso, o modelo híbrido formado é capaz de estimar o estado de carga *SOC* e a tensão  $V_{bat}$ , pois modela os efeitos não lineares da bateria, assim como o efeito de polarização e o comportamento dinâmico da tensão.

Como ilustrado na Figura 3.3, o *SOC* estimado no modelo analítico é "entrada" da parte elétrica do modelo. A fonte de tensão  $V_{oc}(V_{SOC})$  representa a dependência entre o *SOC* e a tensão de circuito aberto. O resistor  $R_{series}$  representa a resistência interna da bateria, e portanto, é o responsável pela queda de tensão instantânea da bateria quando ocorre um degrau de corrente. Os resistores  $R_{trans_S}$  e  $R_{trans_L}$ , e os capacitores  $C_{trans_S}$  e  $C_{trans_L}$  são responsáveis, respectivamente, pelas constantes de tempos de curta e longa duração. A tensão  $V_{bat}$  do modelo é apresentada na expressão (3.16):

$$V_{bat}[SOC(t)] = V_{oc}[SOC(t)] - i_{bat} \cdot R_{series} - V_{trans} \quad (3.15)$$

onde  $V_{bat}$  é a tensão nos polos da bateria,  $V_{oc}[SOC(t)]$  é a tensão de circuito aberto,  $R_{series}[SOC(t)]$  é a resistência em série e  $V_{trans}$  é a tensão transiente. Os elementos da Expressão (3.16) são determinados pelas expressões (3.17) a (3.19) [31].

$$V_{bat}[SOC(t)] = V_{oc}[SOC(t)] - i_{bat} \cdot R_{series} - V_{trans} \quad (3.16)$$

onde  $V_{bat}$  é a tensão nos polos da bateria,  $V_{oc}[SOC(t)]$  é a tensão de circuito aberto,  $R_{series}[SOC(t)]$  é a resistência em série e  $V_{trans}$  é a tensão transiente. Os elementos da

Expressão (3.16) são determinados pelas expressões (3.17) a (3.19) [31].

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0 e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (3.17)$$

$$R_{series}[SOC(t)] = b_0 e^{b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (3.18)$$

$$V_{trans}(t) = V_{transS} + V_{transL} \quad (3.19)$$

onde  $V_{transS}$  é a tensão transiente de curta duração e  $V_{transL}$  é a tensão transiente de longa duração, para o caso específico de uma corrente constante, estas tensões são expressas respectivamente pelas expressões (3.20) e (3.21).

$$V_{transS} = \begin{cases} R_{transS} \cdot i_{bat}(t)[1 - e^{-(t-t_0)/\tau_S}], & t_0 < t < t_d \\ V_{transS}(t_d) \cdot e^{-(t-t_d)/\tau_S}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (3.20)$$

$$V_{transL} = \begin{cases} R_{transL} \cdot i_{bat}(t)[1 - e^{-(t-t_0)/\tau_L}], & t_0 < t < t_d \\ V_{transL}(t_d) \cdot e^{-(t-t_d)/\tau_L}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (3.21)$$

onde  $t_0$  e  $t_d$  são respectivamente o início e o final do período de descarga, e  $t_r$  o final do período de repouso. As constantes de tempo  $\tau_S$  e  $\tau_L$  são dadas por

$$\tau_S = R_{transS} \cdot C_{transS} \quad (3.22)$$

$$\tau_L = R_{transL} \cdot C_{transL} \quad (3.23)$$

Como apresentado na Equação (3.16), a tensão entre terminais da bateria é estimada pela tensão de circuito aberto ( $V_{oc}$ ), a queda de tensão presente no resistor  $R_{series}$ , e a tensão  $V_{trans}$  medida nos terminais da rede resistiva e capacitiva ( $RC$ ). Os parâmetros da resistência em série e a rede RC são calculados em função do  $SOC$  [31], como apresentado de (3.24) a (3.27).

$$R_{transS}[SOC(t)] = c_0 e^{c_1[SOC(t)]} + c_2 \quad (3.24)$$

$$C_{transS}[SOC(t)] = d_0 e^{d_1[SOC(t)]} + d_2 \quad (3.25)$$

$$R_{transL}[SOC(t)] = e_0 e^{e_1 [SOC(t)]} + e_2 \quad (3.26)$$

$$C_{transL}[SOC(t)] = f_0 e^{f_1 [SOC(t)]} + f_2 \quad (3.27)$$

Estes parâmetros são praticamente constantes para os valores de  $SOC$  entre 100% e 20% e mudam exponencialmente quando o  $SOC$  atinge os valores entre 20% e 0% devido às reações eletroquímicas no interior da bateria [9]. Na Figura 3.3 é apresentado um diagrama de blocos do modelo híbrido desenvolvido.

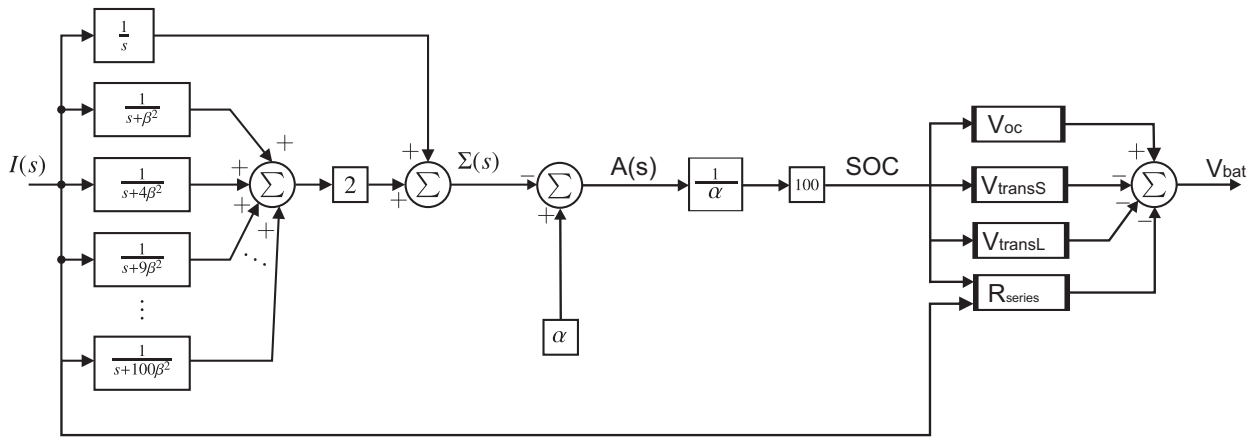


Figura 3.4: Diagrama de blocos do modelo híbrido desenvolvido.

### 3.4 Resumo do capítulo

Neste Capítulo foi apresentado o modelo híbrido desenvolvido para a solução do problema de engenharia proposto. Inicialmente foi feita a apresentação do modelo analítico, o qual consiste na representação do modelo de Rakhmatov-Vrudhula no tempo contínuo, obtido pela utilização da transformada de Laplace. A partir dos resultados obtidos nas simulações, verificamos que o modelo desenvolvido no tempo contínuo apresenta o mesmo comportamento que o desenvolvido por Rakhmatov e Vrudhula no tempo discreto, apresentando erros inferiores a 1,00%. Conseguimos representar o efeito de recuperação da bateria conforme visto nas Tabelas 3.2 e 3.3. Foi verificado que variando o tempo de descanso, a autonomia também é influenciada. A principal vantagem do nosso modelo com relação ao modelo RV é a possibilidade da representação em diagramas de blocos por meio do Simulink, possibilitando a geração automática de códigos que permite a implementação do modelo em sistemas



embarcados.

O modelo híbrido desenvolvido, composto pelo modelo apresentado na Seção 3.1 e o modelo elétrico, foi apresentado na Seção 3.3. A comunicação entre os dois modelos distintos ocorre devido a dependência dos parâmetros do estado de carga estimado pelo modelo analítico. No próximo capítulo serão apresentados a plataforma experimental e a metodologia utilizados para determinar os parâmetros de cada modelo.

# Capítulo 4

## Metodologia Experimental e Estimação dos parâmetros

Neste Capítulo, serão apresentados a plataforma e metodologia adotada para a estimação dos parâmetros do modelo apresentado no Capítulo 3, bem como os valores estimados.

### 4.1 Plataforma experimental

A plataforma experimental proposta é constituída por:

- Carga eletrônica DC;
- Circuito de medição de tensão, corrente e temperatura;
- Microcontrolador Arduino Mega 2560;
- Computador ou *notebook*;
- Cabos e fios;
- Baterias de lítio-íon de 3,7 V, recarregável.

A carga eletrônica DC utilizada é o modelo N3300A da empresa norte-americana Keysight Technologies. A potência máxima suportada pela carga DC é de 300 W, possibilitando aplicar uma corrente de descarga de pouco menos de 30 A na bateria. Para o trabalho, como

serão utilizadas baterias com baixa capacidade, as correntes de descarga aplicadas serão inferiores a 2 A. Logo a carga em questão supre a necessidade dos testes.

O circuito de medição mede tensão e corrente. O circuito de medição de tensão é apresentado na Figura 4.1. Como o conversor A/D do Arduino não suporta valores de tensão superiores a 5 V, é utilizado um divisor de tensão. As duas resistências que compõem o divisor de tensão possuem respectivamente valores de  $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$  e  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ . A tensão  $V_{out}$  nos terminais de  $R_2$  é a lida pelo conversor A/D do Arduino. Assim, a tensão  $V_{bat}$  é calculada a partir da Expressão (4.1).

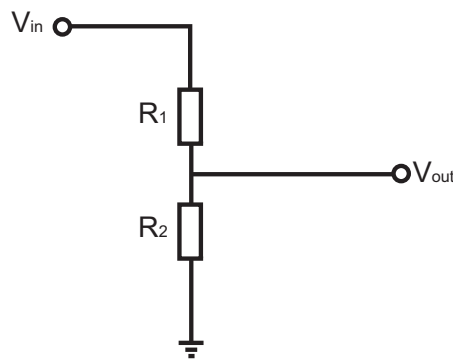


Figura 4.1: Circuito para medição de tensão.

$$V_{bat} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_{out} = \frac{(16 + 10)10^3}{10 \cdot 10^3} V_{out}$$

$$V_{bat} = 2,6 \cdot V_{out} \quad (4.1)$$

O circuito do monitoramento da corrente foi projetado com base na diferença de tensão presente no resistor *shunt* quando a corrente passa por este resistor. Para a realização da medição, um amplificador de instrumentação INA101hp foi acrescentado ao circuito, com intuito de aumentar o ganho do sinal advindo do *shunt*. Outro componente importante no circuito é o relé utilizado para a interrupção dos processos de carga e descarga durante os testes de estimação dos parâmetros elétricos. Na Figura 4.2 tem-se o diagrama do circuito de monitoramento e medição de tensão e corrente. Os resistores  $R_B$ ,  $R_{shunt}$  e  $R_G$  são respectivamente um resistor de 10 k $\Omega$  utilizado na base do transistor  $Q_1$  como parte do circuito de acionamento do relé, o resistor *shunt* e o resistor para determinar o ganho do amplificador  $U_1$ , INA101hp. O transistor  $Q_1$  e o diodo  $D_1$  escolhidos foram o BD547 e

1n4007, respectivamente.

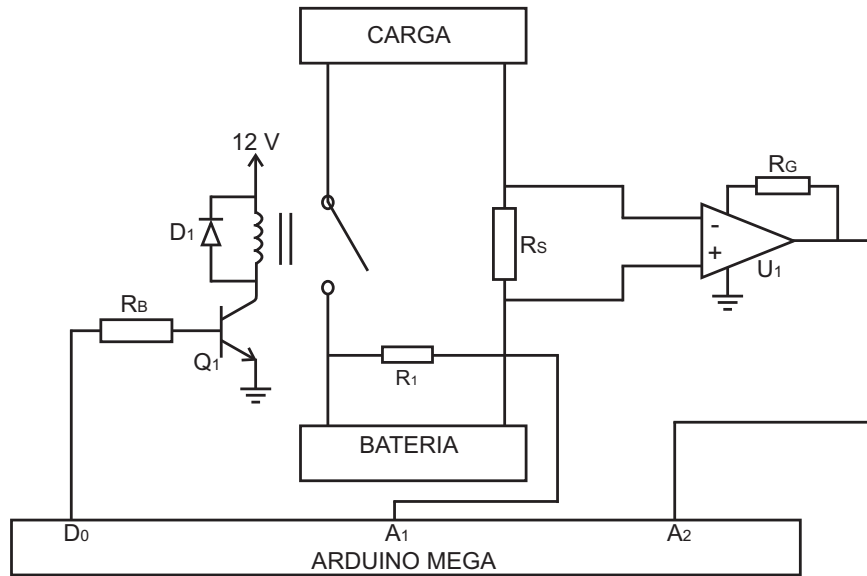


Figura 4.2: Diagrama do sistema de monitoramento e medição de corrente.

A alimentação entre a fonte ou carga e bateria é controlada por um relé que recebe o comando da saída digital do Arduino. O amplificador de instrumentação INA101hp é alimentado por uma fonte simétrica de  $\pm 12V$ .

O resistor  $R_{shunt}$  é um resistor *shunt* com  $100m\Omega$ . A corrente é medida pela relação da queda de tensão que ocorre no *shunt* multiplicada pelo ganho do amplificador de instrumentação. Para o cálculo do ganho do INA101hp, inicialmente é necessário determinar a tensão de saída do amplificador, apresentada em (4.2)

$$\begin{aligned}
 V_{max} &= R_{shunt} \cdot I_{max} \\
 &= 0,1 \cdot 1,5 \\
 V_{max} &= 0,15V
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

A corrente máxima de descarga  $I_{max}$  aplicada nos testes é de 1,2 A, contudo para se ter uma margem de segurança foi escolhida uma  $I_{max}$  de 1,5 A. O valor de  $R_{shunt}$  é o valor do resistor *shunt*. Como a alimentação do  $V_{ard}$  Arduino Mega 2560 é de 5 V, o ganho do

amplificador é dado por

$$\begin{aligned} G &= \frac{V_{ard}}{V_{max}} \\ &= \frac{5}{0,15} \\ G &= 33,33 \end{aligned} \quad (4.3)$$

sendo  $V_{ard}$  a tensão de entrada do arduino e  $V_{max}$  a tensão de saída do INA101.

Para se obter o ganho desejado de 33,33 necessita-se determinar o valor de  $R_G$ , que é obtido a partir da expressão(4.4).

$$\begin{aligned} G &= 1 + \frac{40000}{R_G} \\ R_G &= \frac{40000}{G - 1}, \text{ tendo que } G = 33,33 \\ R_G &= \frac{40000}{33,33 - 1} \\ R_G &= \frac{40000}{32,33} \\ R_G &= 1,23\text{k}\Omega \end{aligned} \quad (4.4)$$

Com um intuito de possibilitar um ajuste fino e aumentar a precisão na medição de corrente foi escolhido para o  $R_G$ , um trimpot de 5k $\Omega$  na plataforma experimental.

O Arduíno Mega 2560 realiza a aquisição de dados do sistema de medição por meio do seu conversor A/D de 10 bits. A escolha do Arduíno foi baseada no fato do modelo poder ser implementado de forma simples neste microcontrolador.

Foram utilizadas baterias de Lítio-íon BL-5C de 1050 mAh e 3,7 V da Nokia. Foi escolhido um modelo de bateria com baixa capacidade para facilitar os testes, pois o seu tempo de carga e descarga é menor com relação a modelos com capacidades mais elevadas. Na Figura 4.3 é apresentado o diagrama da montagem da plataforma experimental.

A carga eletrônica DC é conectada ao circuito de medição que também se conecta com a bateria. As saídas do circuito se conectam aos conversores A/D do Arduíno, que processa as informações recebidas do circuito de medição e as envia para o computador por meio do cabo USB. O computador é utilizado para armazenar todos os valores adquiridos e

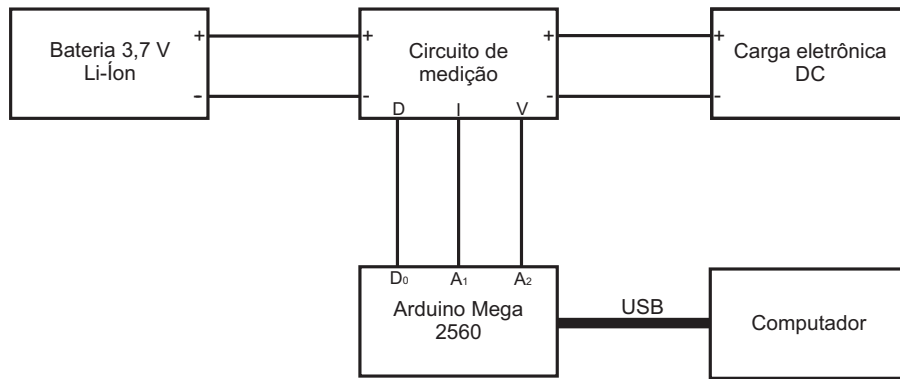


Figura 4.3: Diagrama da montagem da plataforma experimental.

apresentar as medições realizadas.

## 4.2 Estimação de parâmetros do modelo analítico

A parte analítica do modelo é responsável por estimar o estado de saúde da bateria e tem como principais vantagens retratar os efeitos não lineares da bateria como o fenômeno da recuperação e a taxa de capacidade. O modelo escolhido foi o desenvolvido neste trabalho e apresentado na seção 3.1, que possui além das vantagens citadas anteriormente, a possibilidade da representação em diagramas de blocos por meio do Simulink.

O modelo proposto, assim como o modelo RV, estima o estado de carga da bateria fazendo o uso de dois parâmetros denominados de  $\alpha$  e  $\beta$ . O primeiro representa a capacidade da bateria e o segundo a velocidade de difusão das espécies eletroativas ao longo do eletrólito. Conforme introduzido na Seção 2.1 para descargas com corrente constantes, a Equação (2.44), pode ser escrita da seguinte maneira:

$$I = \frac{\alpha}{L + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 m^2 L}}{\beta^2 m^2 L}} \quad (4.5)$$

A Equação (4.5) pode ser interpretada como o cálculo da corrente  $I$  em função do tempo de descarga  $L$ . Logo para a estimação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  foram feitos experimentos com correntes de descarga constante para que os tempos de descarga sejam medidos. O valor máximo considerado para  $m$  foi de 10, como foi explicado na Seção 3.1. A partir dos resultados obtidos nos experimentos, os dados foram tratados por meio do *software*

matemático Matlab, e os parâmetros foram estimados.

Segundo as informações cedidas no *datasheet* da empresa *ANSMANN energy* [32], as características básicas da bateria BL-5C são:

- Tensão nominal: 3,7 V.
- Tensão do fim de carga: 4,2 V.
- Máxima corrente de carga: 600 mA.
- Máxima corrente de descarga 1200 mA.
- Tensão do fim de descarga: 2,75 V.

Ao todo foram utilizadas 6 baterias para a determinação dos parâmetros. O processo de carga foi feito por um período de quatro horas utilizando uma fonte de tensão configurada para uma tensão de 4,2 V e corrente inicialmente limitada em 300 mA. Na tabela 4.1 são apresentados os perfis de descargas e os tempos medidos, assim como a média do tempo de descarga para cada perfil.

Tabela 4.1: Descargas das baterias para estimação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

Descarga (mA)	BAT1 (min)	BAT2 (min)	BAT3 (min)	BAT4 (min)	BAT5 (min)	BAT6 (min)	Média (min)
100	284,9	285,65	283,08	262,15	273,10	278,57	277,91
200	139,25	149,75	154,33	124,40	138,50	142,65	141,48
300	86,5	92,80	98,55	98,30	91,82	95,03	93,83
400	71,35	75,28	65,93	67,97	70,60	71,38	70,42
500	52,03	55,82	57,92	55,53	55,70	56,28	55,55
600	46,60	46,18	44,05	43,33	46,53	46,62	45,85
700	39,00	39,08	40,00	35,77	39,05	39,27	38,69
800	32,68	34,42	32,57	32,72	32,83	33,03	33,04
900	28,27	30,53	27,70	28,77	28,83	28,52	29,04
1000	25,05	24,87	24,83	25,37	24,75	25,60	25,13
1100	22,10	22,75	20,78	21,45	21,85	22,75	21,95
1200	19,95	18,32	18,82	20,50	19,72	20,17	19,58

A carga indisponível aumenta a medida que a corrente é aumentada, e com isso tem-se uma redução na capacidade, conforme apresentado nas Figuras 4.4 a 4.6. Esse comporta-

mento é devido ao efeito da taxa de capacidade, já que com o aumento da corrente de descarga, o tempo para a difusão das espécies eletroativas diminui.

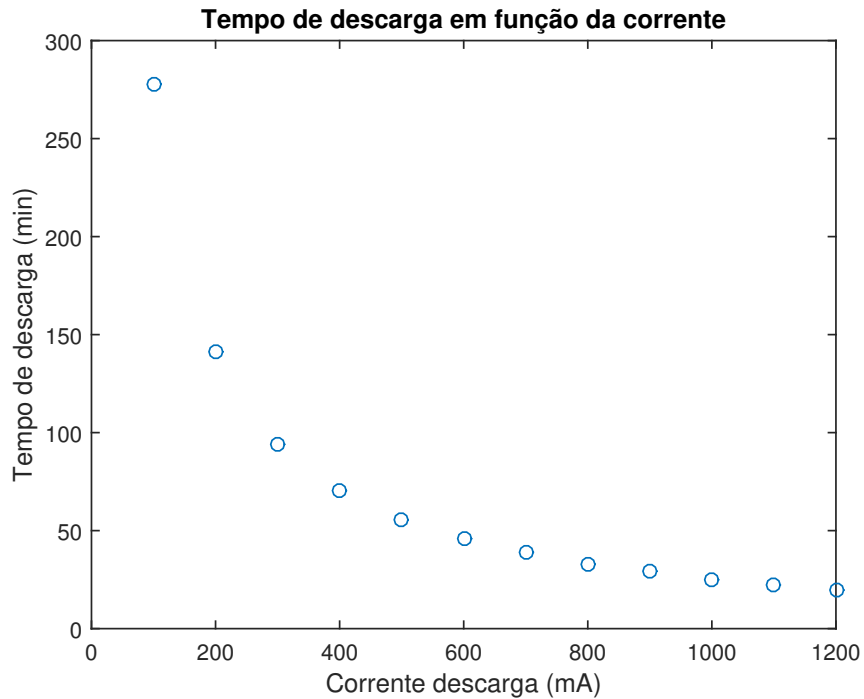


Figura 4.4: Tempo de descarga em função do corrente.

A partir dos dados obtidos das correntes de descarga e os respectivos tempos da Tabela 4.1, os parâmetros foram estimados por meio de ajustes de curvas, utilizando como critério de parada o menor valor do erro absoluto entre as durações de descarga medidas e as descargas estimadas. Assim, utilizando os 12 valores de descarga, os parâmetros da parte analítica do modelo são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$

$\alpha$	1790,8
$\beta$	0,1029



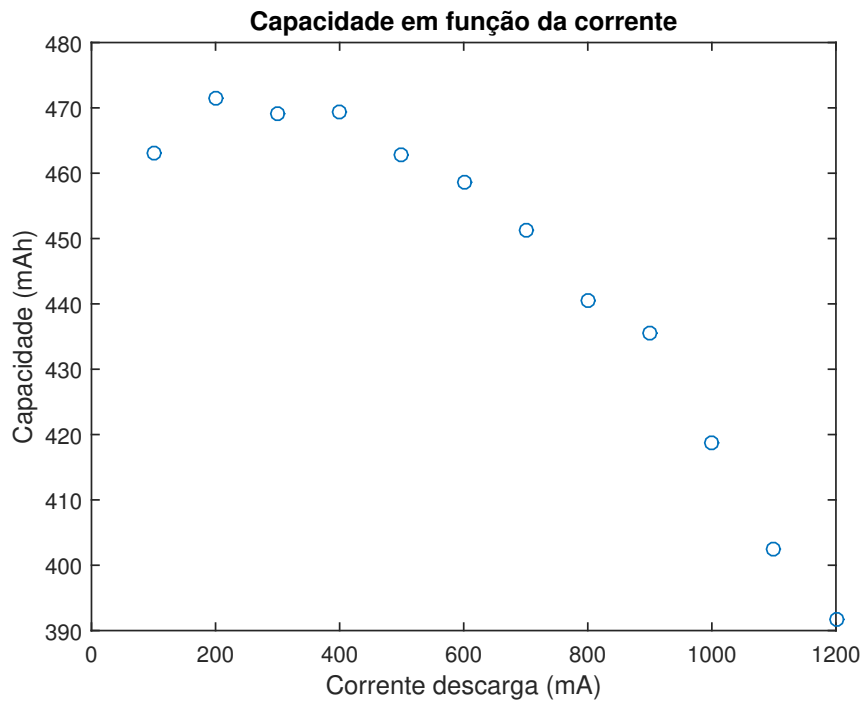


Figura 4.5: Capacidade em função da corrente.

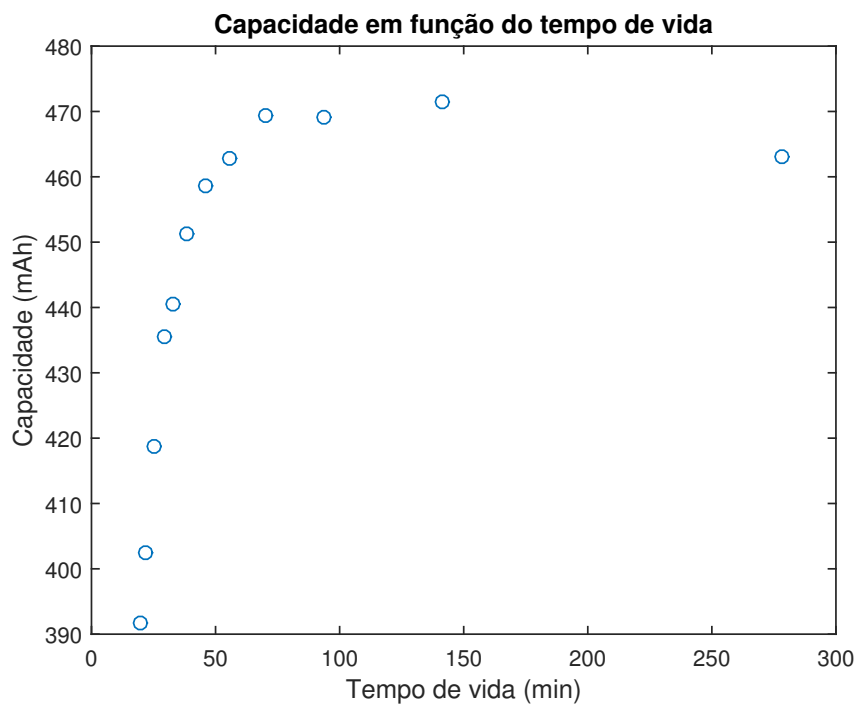


Figura 4.6: Capacidade em função do tempo de descarga.

### 4.3 Estimação parâmetros elétricos

Para a obtenção da tensão nos terminais da bateria, calculada na Equação (3.16), é necessária a estimação da tensão de circuito aberto ( $V_{oc}$ ), a resistência em série ( $R_{series}$ ) e os

componentes da rede resistiva capacitiva ( $R_{transS}$ ,  $C_{transS}$ ,  $R_{transL}$ ,  $C_{transL}$ ).

Uma metodologia para a estimação da tensão de circuito aberto e da resistência em série é apresentada por Abu-Sharkh [33], a qual consiste na realização de uma carga e uma descarga com pulsos de corrente, como apresentado na Figura 4.7. O comportamento mais detalhado da tensão em função da capacidade da bateria durante um intervalo de  $t_0 < t < t_r$  é ilustrado na Figura 4.8.

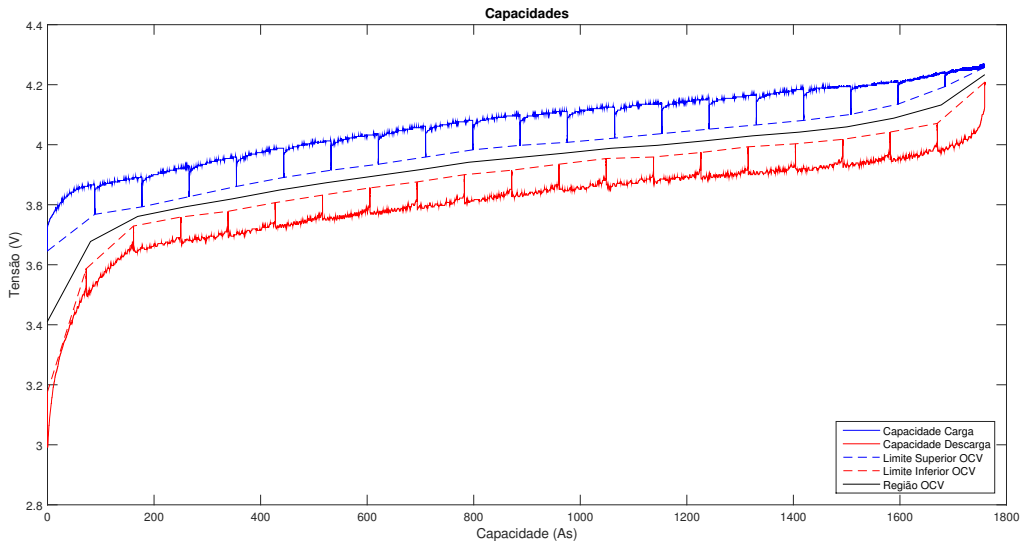


Figura 4.7: Carga e descarga em pulsos para determinação da  $V_{oc}$ .

Conforme apresentado na Figura 4.8, durante a descarga ( $t_0 < t < t_d$ ), a tensão da bateria cai até  $V_0$  devido à diminuição do  $SOC$ . O processo de descarga é interrompido em  $t_d$  e a tensão aumenta imediatamente até o valor  $V_1$ , devido ao desaparecimento da queda de tensão na resistência interna. Durante a pausa entre  $t_d$  e  $t_r$ , a tensão indica um crescimento exponencial. O nível de tensão  $V_2$  é a extrapolação do valor do ajuste de curva exponencial no regime permanente, considerando a Figura 4.8 ele corresponde ao limite superior da região de circuito aberto durante o processo de carga e o limite inferior durante a descarga. O valor médio de  $V_2$  obtido durante os processos de carga e descarga é a tensão de circuito aberto proposta pela método de Abu-Sharkh[33].

O método proposto por Abu-Sharkh apresenta bons resultados para valores de  $SOC$  entre 100% e 20%. Isto é justificado devido à baixa concentração do gradiente no eletrólito fazendo com que a bateria descarregue mais rápido (não há tempo para a recuperação) [33].

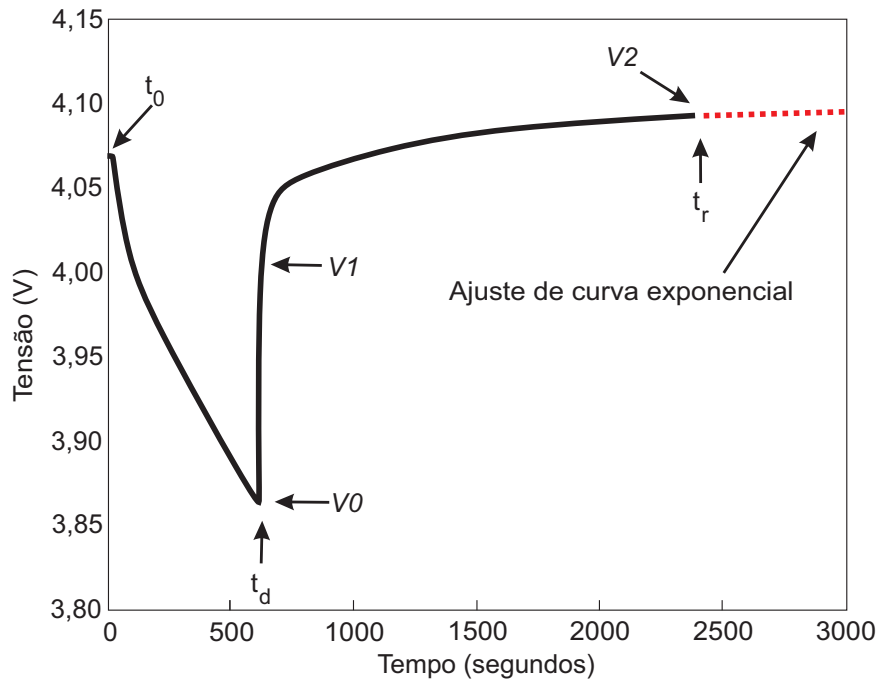


Figura 4.8: Comportamento da tensão durante o pulso.

Para determinar os valores de  $R_{series}$ , é considerado o aumento instantâneo da tensão que ocorre no momento da interrupção da descarga no instante  $t_d$ , dado por

$$\Delta V_{01} = |V_1 - V_0| \quad (4.6)$$

Pode-se assumir que a diferença de tensão apresentada na expressão (4.6) está relacionada à resistência em série ( $R_{series}$ ) do modelo. Com isso, a resistência pode ser calculada, tanto na carga quanto na descarga, como

$$R_{series} = \frac{\Delta V_{01}}{|I|} \quad (4.7)$$

onde  $\Delta V_{01}$  é a diferença de tensão entre  $V_1$  e  $V_0$ , e  $I$  é a corrente de descarga utilizada antes do momento de repouso. Normalmente os valores de  $R_{series}$  são mais baixos para correntes altas. O valor da resistência da carga é normalmente menor que o valor da resistência de descarga [33].

A tensão  $V_2$  se aproxima da tensão de circuito aberto quando é considerado um tempo de repouso suficiente. Pelos testes realizados por Abu-Sharkh, o nível de tensão  $V_2$  e o  $V_{oc}$  para valores de  $SOC$  entre 90% e 10% apresentaram uma diferença de 68 mV. O valor de  $V_2$

não depende da corrente, e não possui relação com a temperatura tanto para os processos de carga quanto de descarga [33].

Os componentes elétricos da rede resistiva e capacitiva também podem ser estimados a partir dos intervalos de descarga  $t_0 < t < t_d$ . Considerando que no intervalo  $t_0 < t < t_d$  a tensão nos terminais da bateria é dada por

$$V_{bat}[SOC(t)] = V_{oc}[SOC(t)] - i_{bat} \cdot R_{series} - V_{trans}(t) \quad (4.8)$$

sendo  $V_{trans}$  calculada por

$$V_{trans}(t) = V_{transS}(t) + V_{transL}(t) \quad (4.9)$$

e

$$V_{transS} = R_{transS} \cdot i_{bat}(t)[1 - e^{-(t-t_0)/\tau_S}] \quad (4.10)$$

$$V_{transL} = R_{transL} \cdot i_{bat}(t)[1 - e^{-(t-t_0)/\tau_L}] \quad (4.11)$$

Logo,

$$\begin{aligned} V_{bat} = & V_{oc}[SOC(t)] - i_{bat}(t) \cdot R_{series} - [R_{transS} \cdot i_{bat}(t)(1 - e^{-(t-t_0)/\tau_S} + \\ & + R_{transL} \cdot i_{bat}(t)(1 - e^{-(t-t_0)/\tau_L})] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Com isso a tensão  $V_{bat}$  é dada por

$$\begin{aligned} V_{bat} = & -R_{transS} \cdot i_{bat}(t)(1 - e^{-(t-t_0)/\tau_S}) - R_{transL} \cdot i_{bat}(t)(1 - e^{-(t-t_0)/\tau_L}) + \\ & + V_{oc}[SOC(t)] - i_{bat}(t) \cdot R_{series} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Substituindo os elementos da expressão (4.13) por incógnitas, temos que

$$\begin{aligned}
 a &= R_{transS} \cdot i_{cell}(t) \\
 b &= \frac{1}{\tau_S} = \frac{1}{R_{transS} \cdot C_{transS}} \\
 c &= R_{transL} \cdot i_{cell}(t) \\
 d &= \frac{1}{\tau_L} = \frac{1}{R_{transL} \cdot C_{transL}} \\
 e &= V_{oc}[SOC(t)] - i_{cell}(t)R_{series}
 \end{aligned}$$

podemos reescrever a expressão (4.13) da seguinte forma

$$V_{bat}(t) = -a \cdot (1 - e^{-b(t-t_0)}) - c \cdot (1 - e^{-d(t-t_0)}) + e \quad (4.14)$$

A partir da expressão (4.14) podemos determinar os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  e  $e$  por meio de ajustes de curvas utilizando o método dos mínimos quadrados, e com isso determinar os valores dos parâmetros elétricos por meio das expressões (4.15) a (4.18)

$$R_{transS} = \frac{a}{i_{bat}} \quad (4.15)$$

$$C_{transS} = \frac{1}{R_{transS} \cdot b} \quad (4.16)$$

$$R_{transL} = \frac{c}{i_{bat}} \quad (4.17)$$

$$C_{transL} = \frac{1}{R_{transL} \cdot d} \quad (4.18)$$

Nas Figuras 4.9 a 4.12 são apresentados os comportamentos das tensões e capacidades durante as cargas e descargas pulsadas, e na Figura 4.13 é apresentada a junção do comportamento das tensões em função da capacidade. Esses comportamentos auxiliam na a estimação da tensão de circuito aberto.

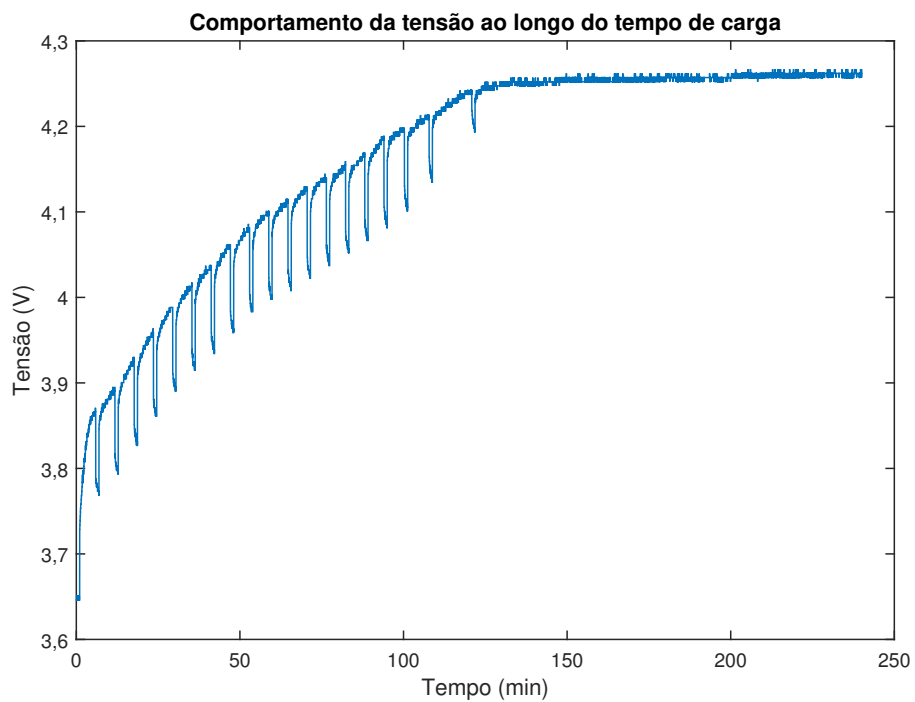


Figura 4.9: Carga pulsada.

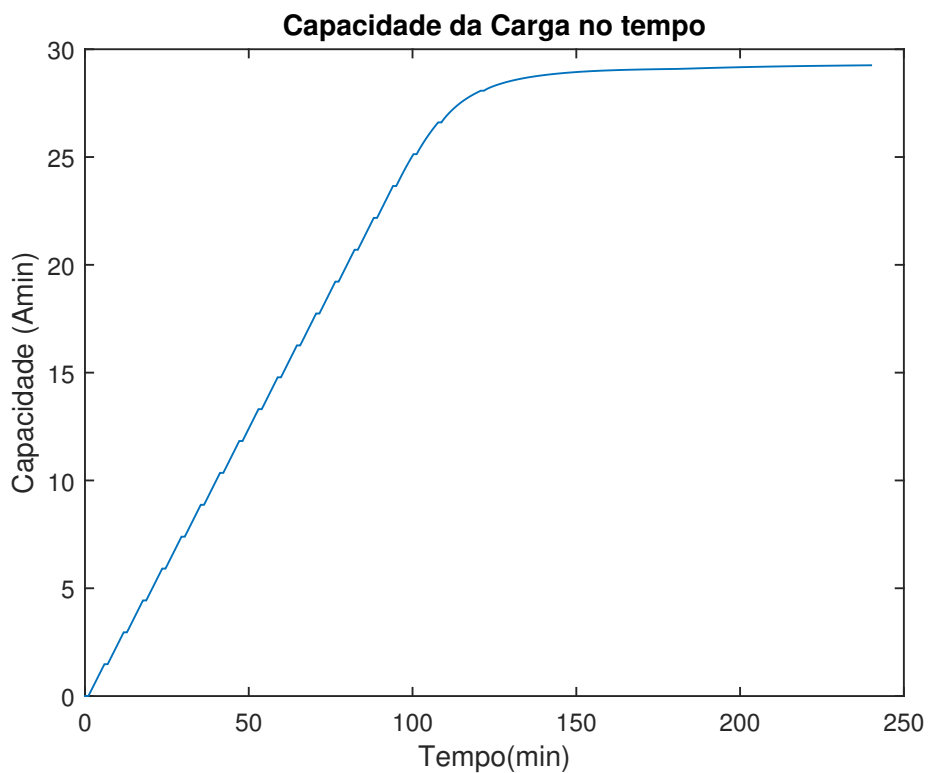


Figura 4.10: Capacidade carga pulsada.

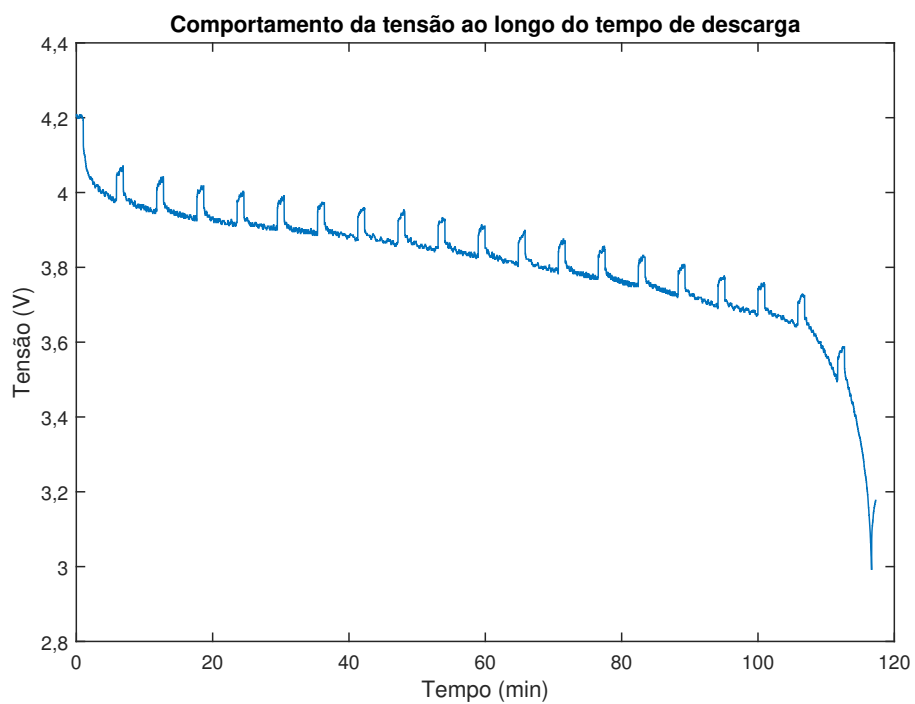


Figura 4.11: Descarga pulsada.

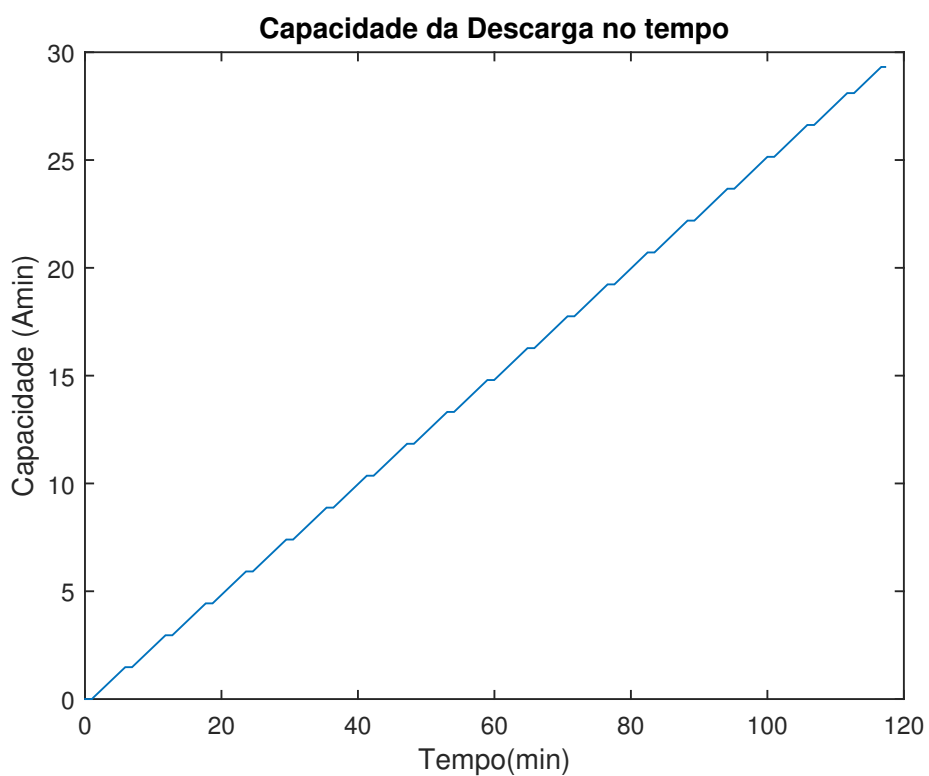


Figura 4.12: Capacidade descarga pulsada.

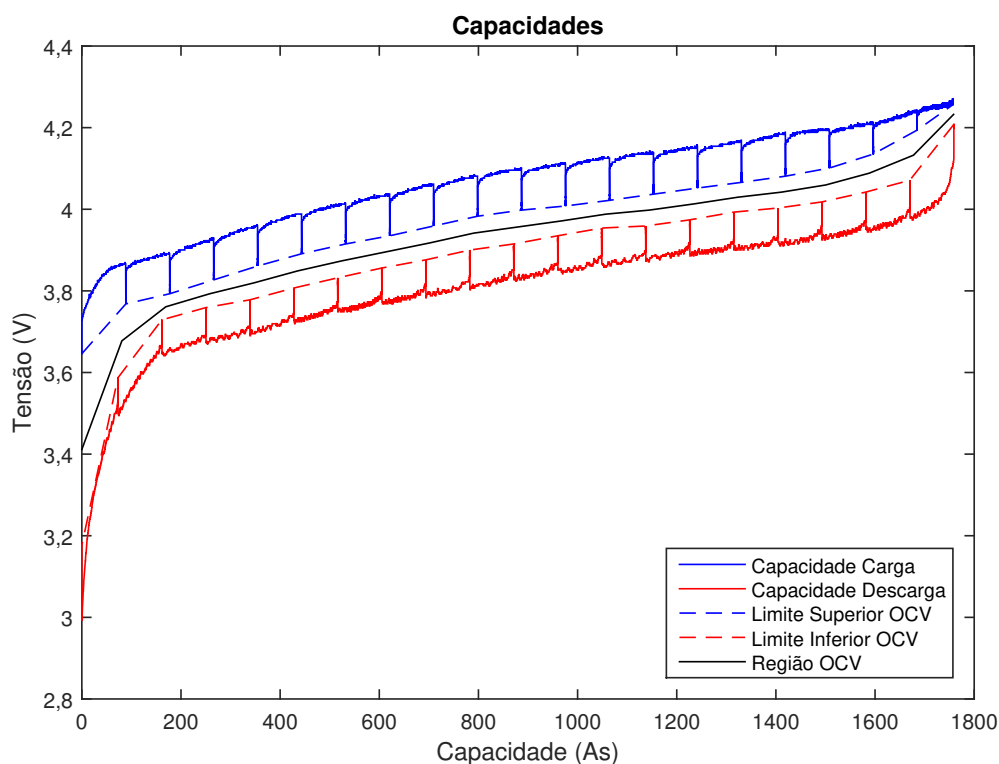


Figura 4.13: Capacidade na descarga e na carga pulsada.

Para a realização de todos os testes, o procedimento para a carga das baterias, foi o mesmo utilizado anteriormente, com a tensão de 4,2 V, com a corrente limitada em 300 mA durante o tempo de 4 horas de carga. A interrupção do processo de carga era realizada a cada 5% (aproximadamente 88 As) de capacidade, e o repouso possuía uma duração de 1 minuto. O processo de descarga pulsada foi realizado logo após a carga. O procedimento da descarga teve a mesma lógica da carga. O valor da corrente de descarga foi de 300 mA, a interrupção do processo ocorria também com os 5% da capacidade, e a duração do repouso foi de 1 minuto. Como pode ser observado na Figura 4.13, ao todo foram 20 pausas em cada processo, o que representa 20 pontos para serem utilizados nas estimativas dos parâmetros elétricos e a tensão de circuito aberto ( $V_{oc}$ ).

Para a estimativa dos parâmetros foi utilizado o ajuste de curva por meio da técnica dos mínimos quadrados não linear, por se tratar de ajustes em curvas exponenciais.

Com a estimativa dos parâmetros da expressão (4.14) finalizada e utilizando as expressões (4.15) a (4.18), as curvas dos componentes elétricos do modelo foram construídas e



são apresentadas nas Figuras 4.14 a 4.16. Novamente, utilizando o método dos mínimos quadrados não linear, os parâmetros das expressões (3.17), (3.18) e das expressões (3.24) a (3.27) foram determinados. Os valores de cada parâmetro são apresentados na Tabela 4.3.

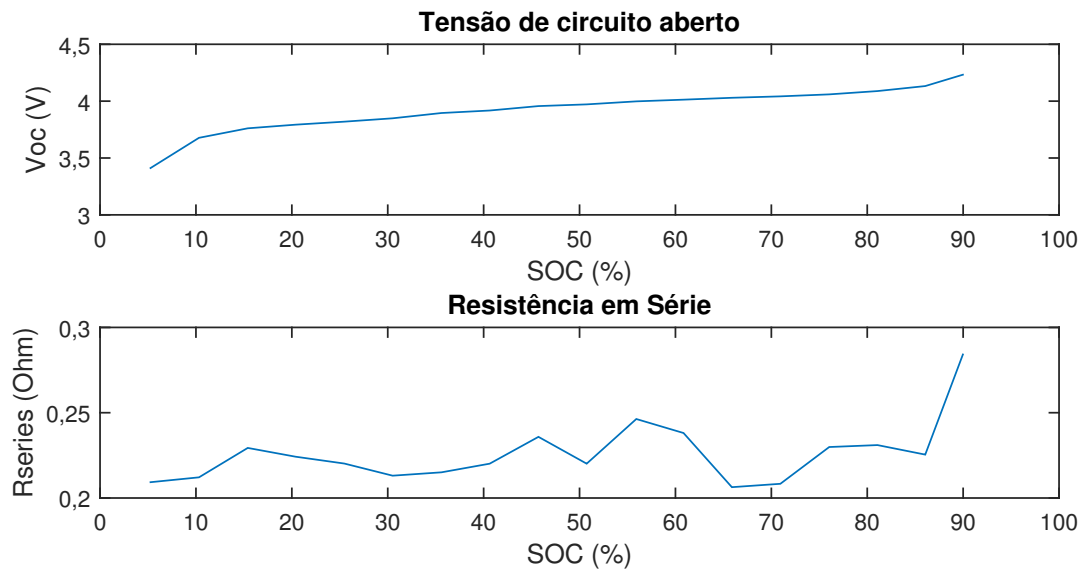


Figura 4.14: Curvas de  $V_{oc}$  e  $R_{series}$  estimadas.

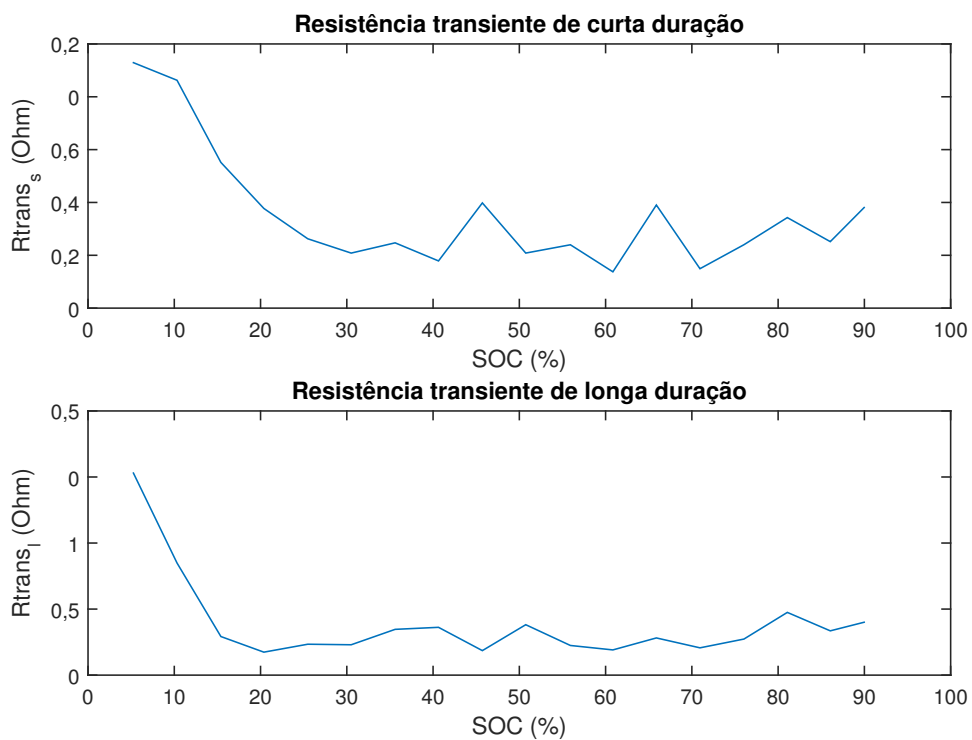


Figura 4.15: Curvas de  $R_{trans_s}$  e  $R_{trans_l}$  estimadas.

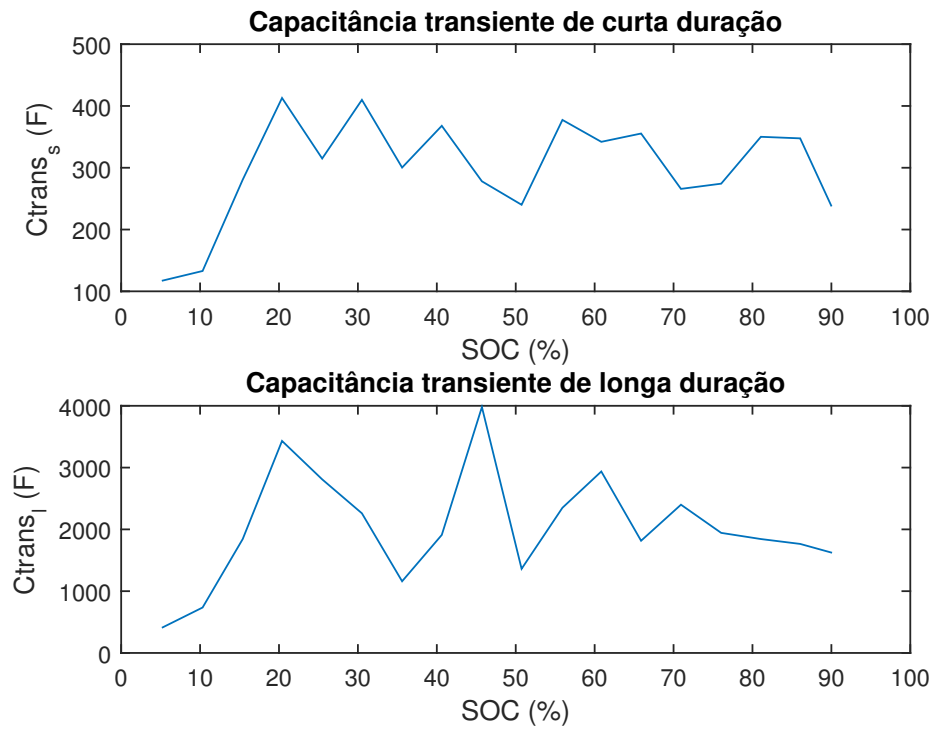


Figura 4.16: Curvas de  $C_{trans,S}$  e  $C_{trans,L}$  estimadas.

Tabela 4.3: Parâmetros das expressões dos parâmetros elétricos em função do  $SOC$ .

$a_0$	-0,2713	$b_0$	0,33	$c_0$	0,1636	$e_0$	0,3436
$a_1$	1,15	$b_1$	0,04256	$c_1$	0,0964	$e_1$	0,1972
$a_2$	3,36	$b_2$	-0,1611	$c_2$	0,04228	$e_2$	0,05776
$a_3$	0,01196	$b_3$	0,0103	$d_0$	-644,6	$f_0$	-97,02
$a_4$	0,0001679	$b_4$	0,0001214	$d_1$	20,71	$f_1$	35,06
$a_5$	$1,045 \times 10^{-6}$	$b_5$	$4,79 \times 10^{-6}$	$d_2$	837,5	$f_2$	5620

## 4.4 Resumo do capítulo

Neste Capítulo foram apresentados a plataforma experimental e a metodologia adotada para a estimação dos parâmetros do modelo híbrido. A plataforma experimental consiste em um sistema de medição e comando da tensão e corrente, cujo os dados são adquiridos via Arduino. Para a estimação dos parâmetros do modelo analítico foram utilizadas 6 baterias BL-5C da Nokia, e a estimação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  se deu através de testes com

corrente constante. Os parâmetros do modelo elétrico foram estimados utilizando descargas com corrente pulsada, os quais foram estimados por meio do uso de ajustes de curvas. No próximo capítulo será abordado a validação do modelo híbrido desenvolvido.

# Capítulo 5

## Resultados do Modelo

Neste capítulo serão apresentados os testes realizados para a validação do modelo, bem como a discussão dos seus resultados.

### 5.1 Procedimentos para os testes

A estimativa do tempo de descarga da bateria do modelo híbrido é dada pelo decaimento da tensão ao longo do processo de descarga. Como apresentado nos capítulos anteriores, o modelo desenvolvido é composto por dois modelos: o modelo analítico desenvolvido também neste trabalho, que possui a finalidade da estimação do estado de carga da bateria, e o modelo elétrico baseado no desenvolvido por Ricon-Mora, utilizado para modelar o comportamento da dinâmica elétrica da bateria. A junção desses modelos é possível pois os parâmetros elétricos do segundo dependem da estimação do SOC do primeiro.

Devido ao aspecto construtivo do modelo, no qual o modelo elétrico depende da estimação do modelo analítico, a metodologia adotada para a realização dos testes de validação foi baseado em duas análises. A primeira é a comparação do tempo de descarga obtido nas descargas experimentais das baterias e o tempo estimado pelo modelo analítico a partir do estado de carga modelado. Em seguida tem-se a validação do comportamento da tensão das baterias ao longo das descargas e o comportamento estimado pelo modelo híbrido completo.

O procedimento para a realização dos testes foi o mesmo adotado no Capítulo 4. O processo de carga possui uma duração de 4 horas, sendo os valores de tensão e corrente

Tabela 5.1: Descargas das baterias para validação do modelo híbrido.

$I_d$ (mA)	$T_{Bat1}$ (min)	$T_{Bat2}$ (min)	$T_{Bat3}$ (min)	$T_{Bat4}$ (min)	$T_{Bat5}$ (min)	$T_{Bat6}$ (min)	$T_{Med}$ (min)
150	171,30	178,80	177,37	172,35	182,05	189,92	178,63
250	101,08	108,03	105,45	105,30	111,00	108,82	106,61
350	73,35	77,55	74,67	73,32	79,57	81,50	76,66
450	55,53	61,22	59,17	57,10	63,17	62,15	59,72
550	48,12	49,70	47,45	44,92	50,57	51,37	48,69
650	43,67	40,97	40,15	37,07	42,33	42,25	41,07
750	35,17	36,18	33,75	33,45	35,80	35,53	34,98
850	28,88	31,12	29,28	30,15	29,98	30,53	29,96
950	25,62	27,37	26,37	27,93	26,15	27,12	26,76
1050	22,60	24,22	23,20	22,13	23,08	24,10	23,22
1150	21,08	21,72	22,05	21,02	19,60	21,58	21,18

configurados em 4,2 V e 300 mA. As descargas foram realizadas com corrente constante de 150 mA a 1150 mA com o passo de 100 mA a cada descarga. Na Tabela 5.1 são apresentados o tempo de descarga para cada bateria testada e também a média de cada tempo para cada perfil de corrente. Os resultados das estimações do modelo desenvolvido são apresentados na Tabela 5.2. Na Figura 5.1 são apresentados uma comparação dos valores experimentais e estimados e na Figura 5.1 são apresentados os erros percentuais obtidos. As correntes  $I_d$  são os valores das correntes de descarga,  $T_{Batn}$  são os tempos de descarga obtidos para cada bateria, sendo  $n$  o número da bateria do teste e  $T_{Med}$  é o tempo médio para cada valor de corrente. Para as tabelas com estimações  $Te_{Batn}$  são os tempos de descarga estimados, sendo  $n$  o número da bateria do teste e  $Te_{Med}$  o tempo médio estimado para cada valor de corrente. Para a análise dos resultados foi considerado um erro satisfatório de até 5%.

Tabela 5.2: Estimações do modelo desenvolvido.

$I_d$ (mA)	$Te_{Bat1}$ (min)	$Te_{Bat2}$ (min)	$Te_{Bat3}$ (min)	$Te_{Bat4}$ (min)	$Te_{Bat5}$ (min)	$Te_{Bat6}$ (min)	$Te_{med}$ (min)
150	194,27	169,70	192,87	194,35	196,00	197,32	190,75
250	114,93	115,40	115,88	113,72	115,13	115,48	115,09
350	79,83	80,88	80,87	80,43	80,58	80,75	80,56
450	61,62	61,62	61,37	61,08	61,48	61,93	61,52
550	49,28	49,37	49,68	49,52	49,20	49,48	49,42
650	41,30	41,12	41,05	40,75	41,07	40,98	41,04
750	34,88	34,73	35,18	34,62	34,88	35,08	34,90
850	30,32	30,27	29,92	29,93	29,17	30,17	29,97
950	26,70	26,52	26,30	26,55	26,50	26,62	26,53
1050	23,62	23,65	23,50	23,63	23,43	23,52	23,56
1150	20,88	21,08	20,93	21,17	21,10	21,28	21,08

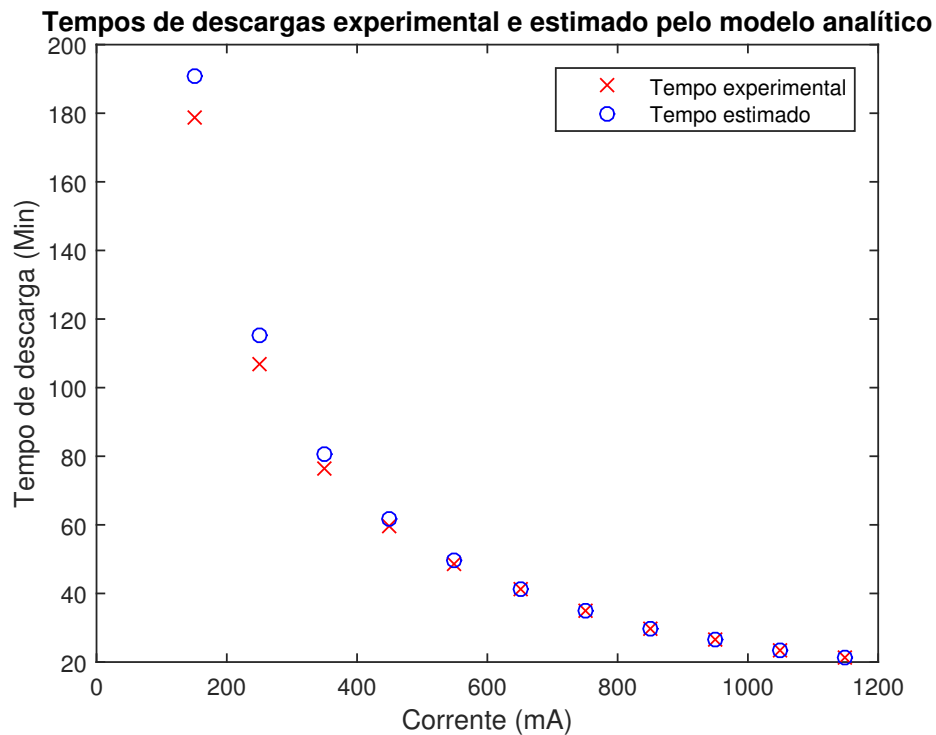


Figura 5.1: Comparação entre os valores experimentais e estimados pelo modelo analítico.

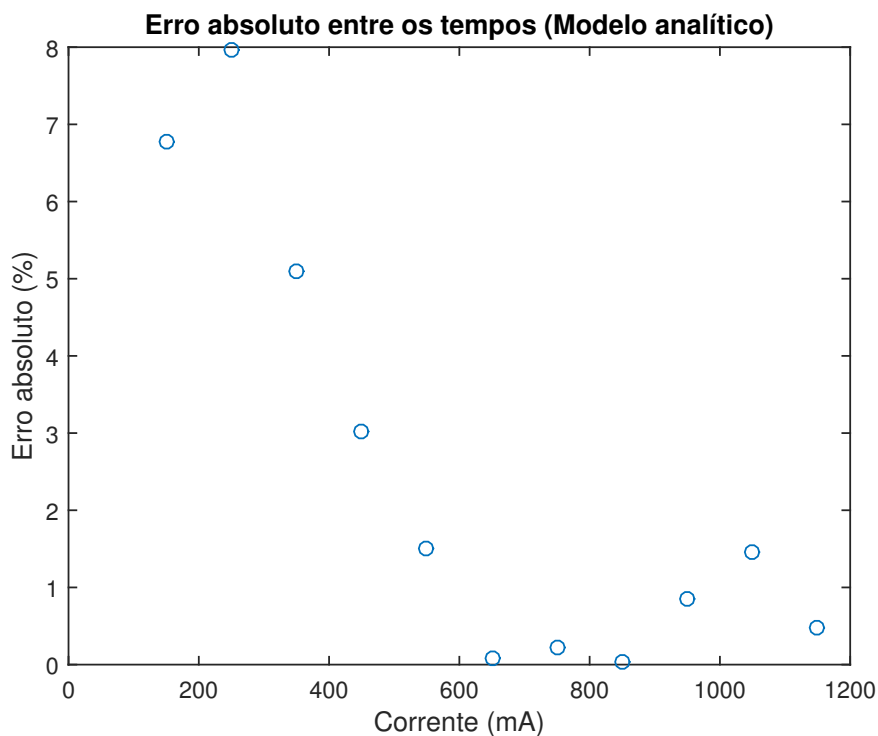
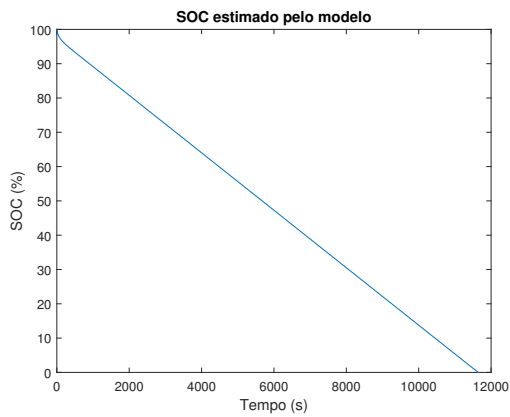


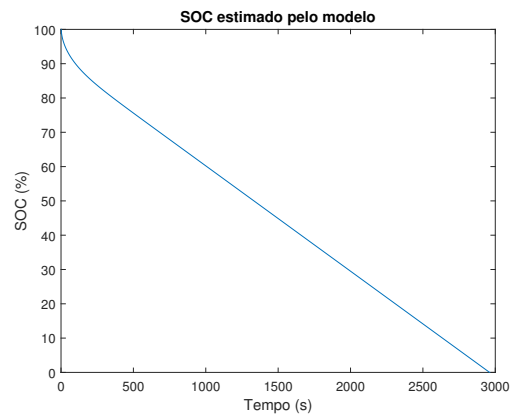
Figura 5.2: Erros percentuais absoluto para o modelo de carga.

Os resultados das estimações do tempo de descarga baseado na estimação do modelo para o estado de carga da bateria apresenta um erro alto (acima de 5%) para as correntes de 150 e 250 mA. Logo o modelo não tem uma boa precisão para estes valores. Com o aumento da corrente para 350 e 450 mA, a precisão do modelo aumentou, resultando em um erro próximo aos 5% no primeiro valor e próximo aos 3% no segundo valor. O erro para os valores de 550 a 1150 mA é inferior a 2%. Logo o modelo possui uma boa precisão para valores de correntes mais elevados. Na Figura 5.3 é apresentado o comportamento do estado de carga estimado pelo modelo durante as descargas com corrente constante de 150, 550, 750 e 1150 mA respectivamente.

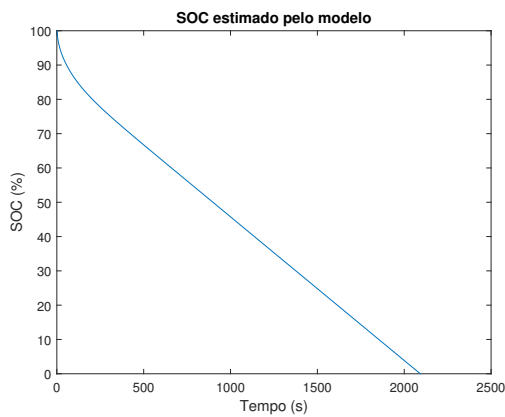
Uma característica importante tanto do modelo RV quanto do desenvolvido neste trabalho é a modelagem do decaimento do *SOC* no início da descarga, que apresenta um comportamento de uma queda exponencial. Este fenômeno é modelado pelo parâmetro  $\beta$ , que representa a velocidade de difusão das espécies eletroativas ao longo do eletrólito. No início da descarga, há uma redução do número de espécies eletroativas próximas ao eletrodo, com isso, tem-se a formação de um gradiente de concentração de espécies ao longo do ele-



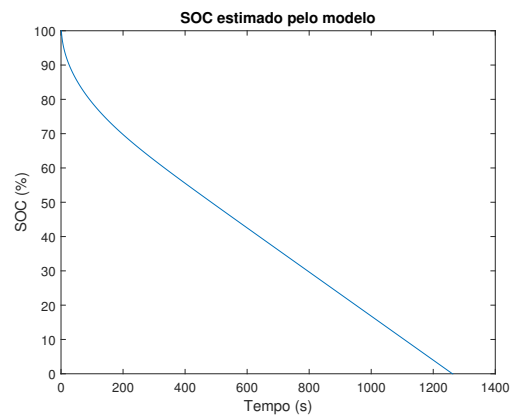
(a) Comportamento SOC para descarga com 150 mA.



(b) Comportamento SOC para descarga com 550 mA.



(c) Comportamento SOC para descarga com 750 mA.



(d) Comportamento SOC para descarga com 1150 mA.

Figura 5.3: Comportamento do SOC para alguns valores de correntes de descargas.

trólito e a difusão das espécies eletroativas em direção ao eletrodo é iniciada. Para uma descarga com corrente constante, as espécies eletroativas vão se reorganizando ao longo do eletrólito e a relação entre a redução dessas espécies e a velocidade que elas se aproximam do eletrodo assume um comportamento linear, por isso que após a queda exponencial no início das descargas pode-se observar um comportamento linear do SOC até o final do processo de descarga.



A proposta do modelo híbrido é que sua saída seja o comportamento da tensão da bateria ao longo da descarga. A parte elétrica do modelo desenvolvido foi validada com os mesmos testes realizados para o componente analítico. Os tempos de descarga estimados pelo modelo híbrido são apresentados na Tabela 5.3. O critério para considerar que a bateria está descarregada é baseado na tensão de corte adotada neste trabalho de 3,10 V. As correntes  $I_d$  são os valores das correntes de descarga,  $Te_{Batn}$  é o tempo de descarga estimado, sendo  $n$  o número da bateria do teste e  $Te_{Med}$  o tempo médio estimado para cada valor de corrente. A comparação dos valores médios estimados para cada descarga e o valores estimados são é apresentada na Figura 5.1 e os erros entre os tempos de estimação médios e o tempo de descarga experimental são apresentados na Figura 5.1.

Tabela 5.3: Tempo de descarga baseado na estimação da tensão.

$I_d$ (mA)	$Te_{Bat1}$ (min)	$Te_{Bat2}$ (min)	$Te_{Bat3}$ (min)	$Te_{Bat4}$ (min)	$Te_{Bat5}$ (min)	$Te_{Bat6}$ (min)	$Te_{Med}$ (min)
150	194,27	169,70	192,87	194,35	196,00	197,32	190,75
250	114,93	115,40	115,88	113,72	115,13	115,48	115,09
350	79,83	80,88	80,87	80,42	80,58	80,75	80,56
450	61,60	61,60	61,37	61,07	61,48	61,92	61,51
550	49,27	49,35	49,67	49,50	49,18	49,47	49,41
650	41,27	41,10	41,03	40,73	41,03	40,98	41,03
750	34,85	34,53	35,13	32,92	34,83	35,05	34,55
850	30,25	30,20	29,85	29,87	29,10	30,12	29,90
950	26,62	26,42	26,22	26,47	26,42	26,52	26,44
1050	23,50	23,53	23,38	23,50	23,32	23,40	23,44
1150	20,73	20,93	20,78	21,02	20,93	21,13	20,92

Assim como apenas com o modelo analítico desenvolvido, os erros para as correntes de 150 e 250 mA foram superiores a 5%; para o corrente de 350 mA houve um erro bem próximo a 5%; os erros para correntes maiores ou iguais a 450 mA foram todos abaixo dos 3%. Isso mostra novamente que o modelo possui uma maior precisão para correntes mais elevadas. Como os tempos obtidos tanto do modelo analítico quanto do híbrido completo foram bem próximos e apresentaram erros médios inferiores a 2,5%, o modelo apresenta uma precisão satisfatória. Conforme descrito anteriormente, a saída do modelo híbrido é a tensão estimada da bateria ao longo da descarga. Na Figura 5.6 é apresentado o decaimento da

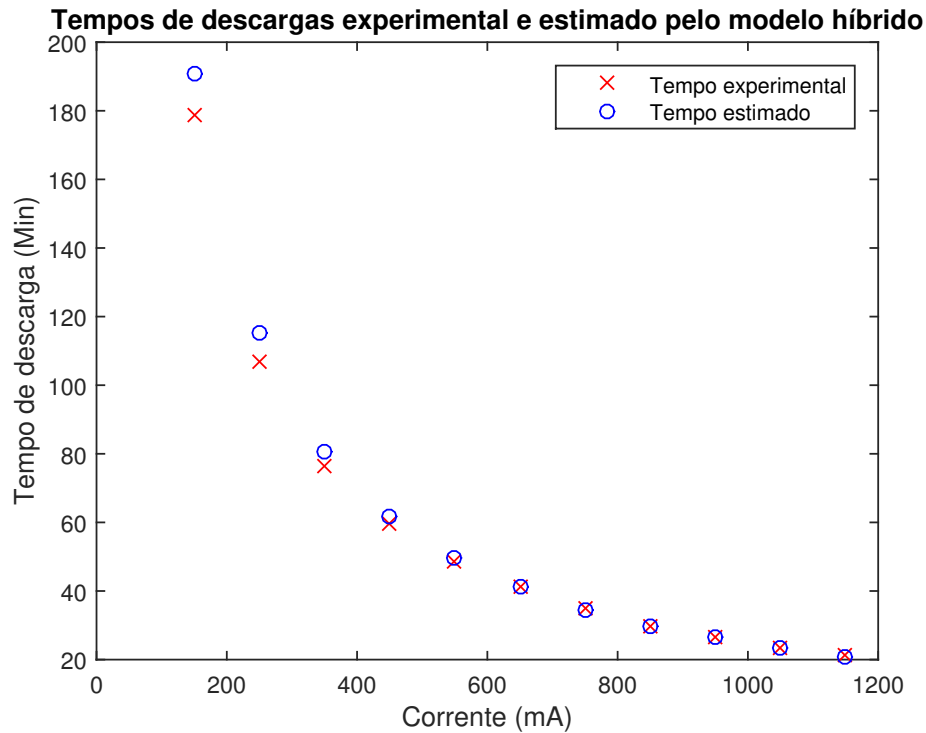


Figura 5.4: Comparação entre os valores experimentais e o estimado pelo modelo híbrido.

tensão para a descarga em 350 mA. O erro médio para o tempo de descarga dessa corrente é de 5,08%. A tensão estimada pelo modelo tem valores maiores do que a tensão medida. Isso é o motivo de o tempo de descarga medido ser superior ao estimado, pois a tensão medida requer um tempo superior para atingir o valor da tensão de corte.

O menor erro médio calculado para as estimações médias do modelo foi para a corrente de 650 mA. O resultado do teste de descarga para esta corrente é apresentado na Figura 5.7. O erro entre a tensão estimada e a medida foi menor que o erro para a corrente  $I_d = 350$  mA. O tempo de descarga estimado apresentou um erro de apenas 0,11%.

Os erros médios para as correntes de 950 mA e 1150 mA foram de 1,18% e 1,19% respectivamente, nas Figuras 5.8 e 5.9 são apresentadas as curvas de descarga obtidas. Em ambos os casos, as tensões estimadas pelo modelo são superiores, porém, o tempo de descarga é menor pois no ponto do joelho das curvas, as tensões estimadas possuem um decaimento mais rápido.

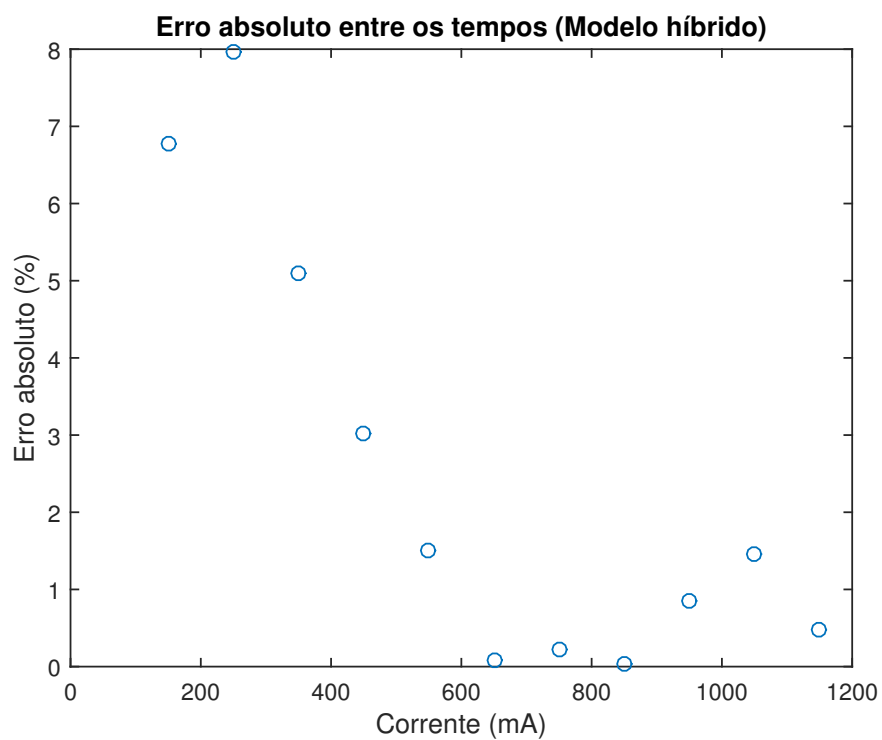


Figura 5.5: Erros percentuais absoluto para o modelo híbrido.

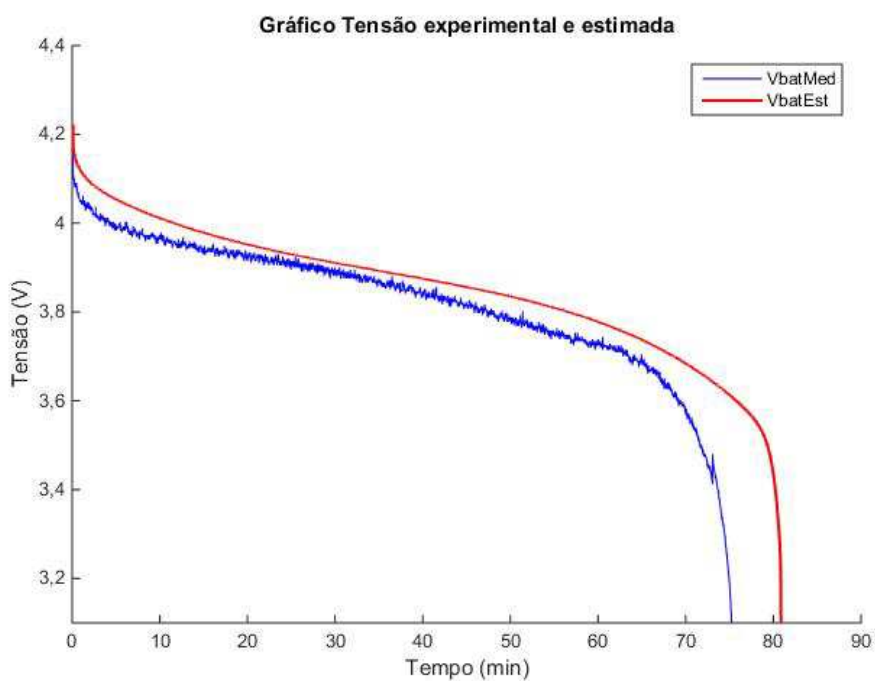


Figura 5.6: Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para  $I_d = 350$  mA.

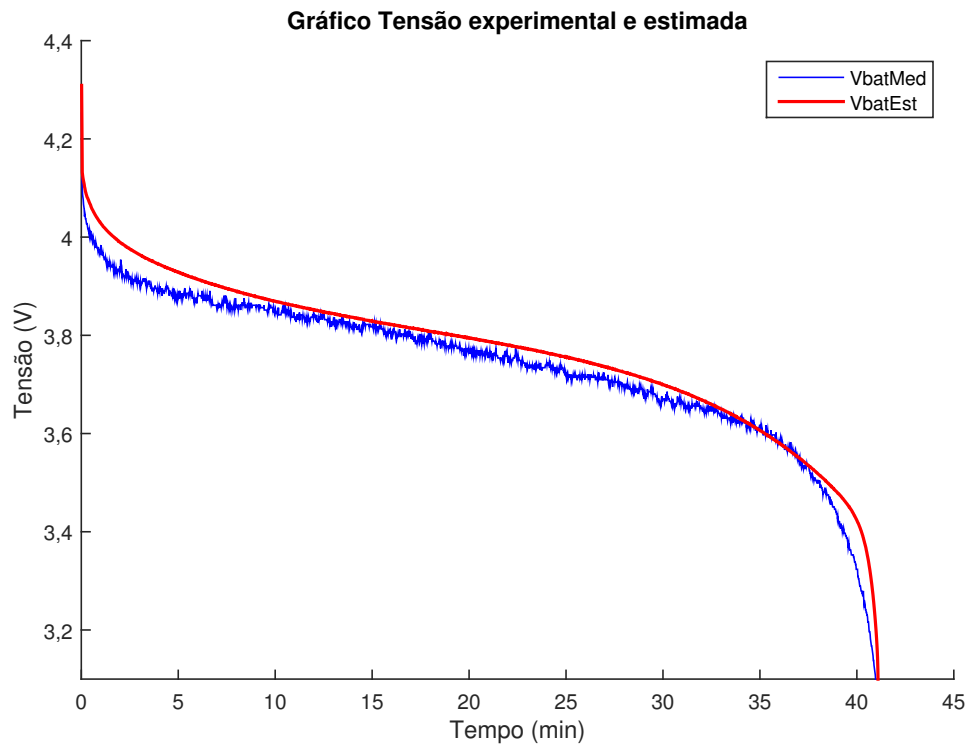


Figura 5.7: Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para  $I_d = 650$  mA.

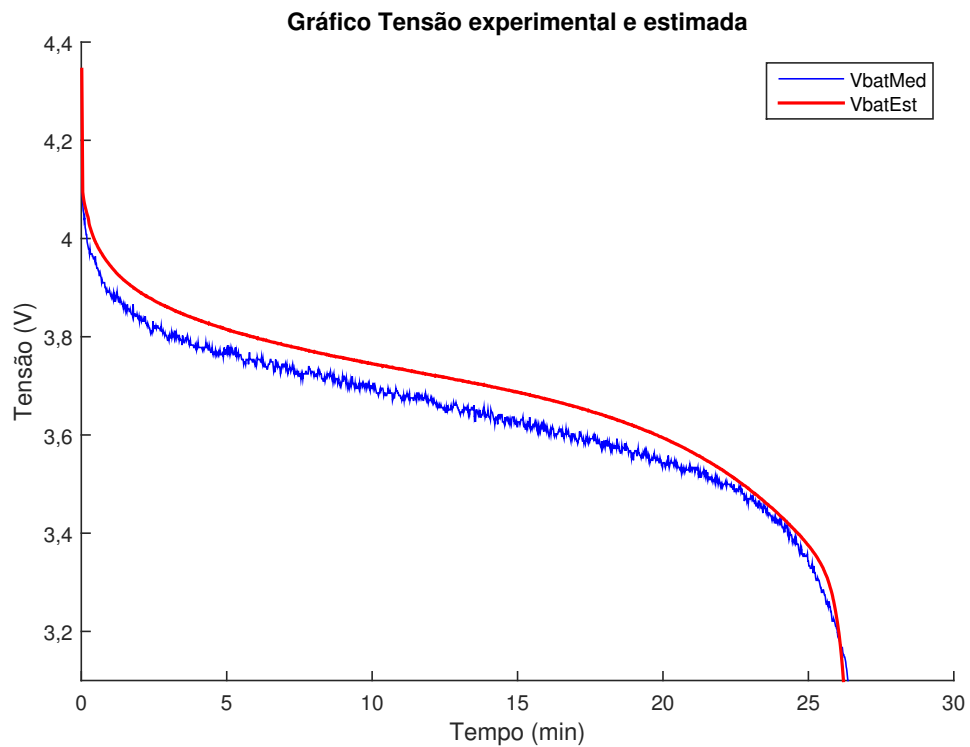


Figura 5.8: Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para  $I_d = 950$  mA.

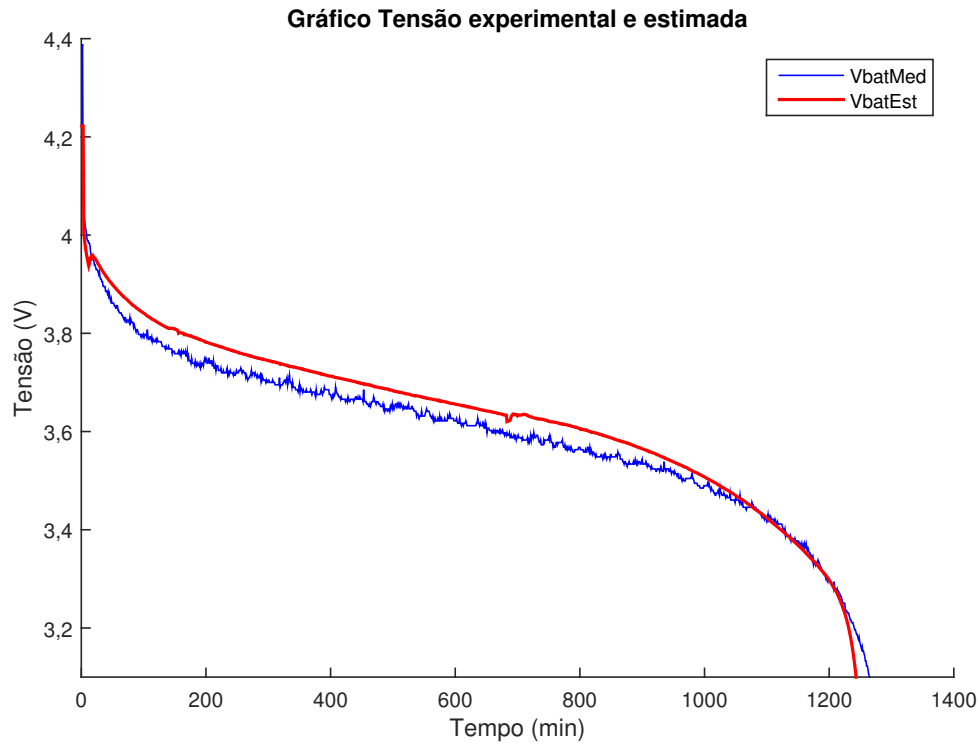


Figura 5.9: Comportamento da tensão estimada pelo modelo em comparação com a tensão medida para  $I_d = 1150$  mA.

Uma característica importante sobre a modelagem da tensão é o papel de cada componente elétrico. No início da descarga tem-se uma queda abrupta da tensão, esse comportamento é modelado por meio da resistência em série, em seguida há uma queda mais lenta e a tensão aparenta ter um decaimento semelhante a um comportamento linear, para a representação desse comportamento se tem os resistores e capacitores transientes de curta e longa duração. No final da descarga, quando o valor da tensão da bateria se aproxima do valor de corte, os capacitores descarregam e os valores das resistências aumentam, justificando assim a queda exponencial da tensão do final da descarga.

## 5.2 Resumo do capítulo

A partir dos parâmetros obtidos no Capítulo 4, o modelo foi validado utilizando 11 perfis de descargas com corrente constante. Inicialmente foi testado apenas a parte analítica do modelo, a qual obteve um erro máximo próximo a 8% para os menores valores de correntes

e um erro inferior a 2% para as correntes elevadas. Os erros obtidos para o modelo híbrido foram semelhantes ao do modelo analítico, erros próximos a 8% para as correntes próximas de 150 mA e erros inferiores a 2% para as correntes acima de 550 mA.

# Capítulo 6

## Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo híbrido para solucionar o problema de engenharia apresentado na seção 1.2, que consiste na estimação do tempo de descarga de uma bateria por meio do estado de carga e da tensão, tendo como entrada a corrente de descarga da bateria.

Para a solução do problema foi desenvolvido um modelo híbrido composto por dois modelos: um analítico e um elétrico. O primeiro foi desenvolvido neste trabalho, e é uma representação do modelo de Rhakhmatov-Vrudhula no tempo contínuo, obtido por meio da transformada de Laplace. O modelo analítico possui a função de determinar o estado de carga da bateria e tem como principais características retratar os efeitos não-lineares das baterias, como a taxa de capacidade e o efeito de recuperação. O modelo elétrico escolhido foi o desenvolvido por Ricon-Mora, que possui a função de retratar o comportamento elétrico da bateria e o efeito da polarização. A saída do modelo analítico é o estado de carga estimado, que é a entrada do modelo elétrico, dessa forma se tem a comunicação entre os dois modelos. A saída tanto do modelo elétrico quanto o híbrido é a tensão estimada e o tempo de descarga é estimado a partir do tempo para a bateria atingir a tensão de corte, que para este trabalho foi considerado o valor de 3,1 V.

Uma comparação entre os modelos de Rhakhmatov-Vrudhula e o desenvolvido neste trabalho foi feita na Seção 3.2. Os erros obtidos na comparação dos tempos de descarga estimados pelo dois modelo foram inferiores a 1,00%, com isso, o modelo desenvolvido apresenta o mesmo que o modelo de Rhakmatov-Vrudhula no tempo discreto. Uma das principais

vantagens da representação no tempo contínuo é a simplificação para a implementação do modelo em sistema embarcado, como o microcontrolador Arduino.

Para a estimação dos parâmetros do modelo analítico foram utilizadas 6 baterias de lítion-ion e realizadas descargas com corrente constante de 100 mA a 1200 mA, considerando um passo 100 mA para cada perfil de corrente. Com os parâmetros estimados, o modelo foi validado utilizando também descargas constantes com a corrente variando de 150 mA a 1150 mA considerando novamente um passo de 100 mA. Tendo como base um erro aceitável de 5%, os erros médios obtidos para as corrente de até 350 mA foram superiores a 5,00%, com isso tem-se que o modelo não possui uma boa precisão para valores de correntes baixos. Para a corrente de 450 mA o modelo apresentou um erro de 3,00% o que já é considerado um resultado satisfatório e para valores de correntes superiores à 550 mA os erros foram inferiores a 2,00 % e com isso pode-se afirmar que o modelo apresenta uma alta precisão para valores de corrente mais elevados.

Para a estimação dos parâmetros do modelo elétrico foi utilizada uma metodologia presente na literatura, a qual permite estimar os parâmetros do modelo por meio de cargas e descargas pulsadas. O valor de corrente utilizado tanto no processo de carga quanto no processo de descarga das baterias foi de 300 mA, com interrupções a cada 88 A·s com duração de 1 minuto.

Com os parâmetros estimados, o modelo híbrido foi desenvolvido utilizando as descargas com corrente constante de 150 mA a 1150 mA utilizada para o modelo analítico individualmente. De forma análoga aos resultados do modelo analítico, os erros para as correntes de 150 mA a 350 mA foram superiores a 5,00 %, com isso o modelo não possui uma boa precisão para os valores de correntes menores. Para a corrente de 450 mA foi obtido um erro de 2,99 % o que é considerado um resultado satisfatório, e os erros para os valores acima de 550 mA foram inferiores a 2,00 %, logo o modelo híbrido apresenta uma alta precisão para as correntes mais elevadas.

A entrada do modelo elétrico é o estado de carga estimado no modelo analítico, como os erros para os valores de corrente menores foram superiores a 5,00 %, a saída do modelo híbrido também apresentou erros nessas grandezas.

O modelo híbrido desenvolvido neste trabalho apresenta precisão satisfatória com erros iguais ou inferiores a 3,00 % para valores de corrente constante superiores a 450 mA.



## 6.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, pretende-se fazer o desenvolvimento de:

- utilizar um valor de  $m$  superior a 10 com o objetivo de melhorar os resultados para correntes menores;
- testar o modelo híbrido desenvolvimento com descargas em correntes variáveis;
- desenvolver uma plataforma experimental mais robusta, utilizando um microcontrolador como um pic ou dsPic;
- estudo e desenvolvimento do modelo híbrido que também considere o efeito da temperatura para a estimação do estado de carga.

# Referências bibliográficas

- 1 SCHNEIDER, K.; SAUSEN, P. S.; SAUSEN, A. Análise comparativa do tempo de vida de baterias em dispositivos móveis a partir da utilização de modelos analíticos. *TEMA. Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Compuacional, v. 12, n. 1, p. 43–54, 2011.
- 2 RONG, Peng; PEDRAM, Massoud. Battery-aware power management based on markovian decision processes. In: *Conf. Rec. of ICCAD'02*. New York, NY, USA: ACM Press, 2002. p. 707–713. ISBN 0-7803-7607-2.
- 3 LUIZ, Saulo Oliveira Dornellas. *Gerenciamento de Energia em Sistemas Embarcados*. Campina Grande, PB, Brasil: Dissertação(Mestrado) - Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, 2008.
- 4 COELHO, Antonio Augusto Rodrigues; COELHO, Leandro dos Santos. *Identificação de sistemas dinâmicos lineares*. Santa Catarina, Brasil: Ed. da UFSC, 2006. 181 p.
- 5 HARTMANN, Lucas Vinicius. *Armazenamento e Conversão de Energia Utilizando Inversores Fonte de Impedância Modificados em Sistemas Fotovoltaicos de Iluminação*. Campina Grande, PB, Brasil: Tese(Doutorado) - Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, 2013.
- 6 MARANO, V.; ONORI, S.; GUEZENNEC, Y.; RIZZONI, G.; MADELLA, N. Lithium-ion batteries life estimation for plug-in hybrid electric vehicles. p. 536–543, Sept 2009. ISSN 1938-8756.
- 7 JONGERDEN, M.R.; HAVERKORT, Boudewijn R.H.M. *Battery Modeling*. Enschede, Netherlands: Design and Analysis of Communication Systems (DACS), 2008. (CTIT Technical Report Series, TR-CTIT-08-01).
- 8 PORCIUNCULA, Cleber Mateus Duarte. *Aplicação de Modelos Elétricos de Bateria na Predição de Tempo de Vida de Dispositivos Móveis*. Ijuí, RS, Brasil: Dissertação(Mestrado) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, 2012.
- 9 CHEN, Min; RINCON-MORA, G.A. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, IEEE, v. 21, 2006.

- 10 BULLER S.; THELE, M.; De Doncker R.W.A.A.; Karden E. Impedance-based simulation models of supercapacitors and li-ion batteries for power electronic applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IEEE, v. 41, 2005.
- 11 FRANSOZI, Luana. *Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítio Íon Polímero através de Modelos Híbridos*. Ijuí, RS, Brasil: Dissertação(Mestrado) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, 2015.
- 12 RAO, R.; VRUDHULA, S.; RAKHMATOV, D. N. Battery modeling for energy aware system design. *Computer*, v. 36, n. 12, p. 77–87, Dec 2003. ISSN 0018-9162.
- 13 NEWMAN, J.; THOMAS, K. E.; HAFEZI, H.; WHEELER, D. R. Modeling of lithium-ion batteries. *Journal of Power Sources*, v. 119 - 121, p. 838 – 843, 2003. ISSN 0378-7753.
- 14 PEDRAM, M.; WU, Qing. Design considerations for battery-powered electronics. In: *Proceedings 1999 Design Automation Conference (Cat. No. 99CH36361)*. New Orleans, LA, USA: IEEE, 1999. p. 861–866.
- 15 SYRACUSE, K. C.; CLARK, W. D. K. A statistical approach to domain performance modeling for oxyhalide primary lithium batteries. In: *The Twelfth Annual Battery Conference on Applications and Advances*. Long Beach, CA, USA: IEEE, 1997. p. 163–170. ISSN 1089-8182.
- 16 PANIGRAHI, D.; CHIASSERINI, C.; DEY, S.; RAO, R.; RAGHUNATHAN, A.; LAHIRI, K. Battery life estimation of mobile embedded systems. *Conf. Rec. of VLSI Design, 2001*, p. 57–63, 2001.
- 17 MCGOWAN, James F. Manwell; Jon G. Lead acid battery storage model for hybrid energy systems. *Solar Energy*, Elsevier Science, v. 50, 1993.
- 18 SCHNEIDERI, Keila Kleveston. *Modelos Analíticos na Predição de Tempo de Vida de Baterias Utilizadas em Dispositivos Móveis*. Ijuí, RS, Brasil: Dissertação(Mestrado) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, 2011.
- 19 RAKHMATOV, Daler; VRUDHULA, Sarma. Energy management for battery-powered embedded systems. *ACM Trans. Embed. Comput. Syst.*, ACM, New York, NY, USA, v. 2, n. 3, p. 277–324, Aug. 2003. ISSN 1539-9087.
- 20 JONGERDEN M.R.; HAVERKORT, B.R. Which battery model to use? *IET Software*, The Institution of Engineering and Technology, v. 3, 2009.
- 21 SILVA, F. A. Lithium-ion batteries: Fundamentals and applications. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, v. 10, n. 1, p. 58–59, March 2016. ISSN 1932-4529.
- 22 RAKHMATOV, D.; VRUDHULA, S.; WALLACH, D.A. A model for battery lifetime analysis for organizing applications on a pocket computer. *Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, IEEE Transactions on*, v. 11, n. 6, p. 1019–1030, Dec. 2003. ISSN 1063-8210.

- 23 CHIASSERINI, C. F.; RAO, R. R. Pulsed battery discharge in communication devices. In: *Conf. Rec. of MobiCom'99*. New York, NY, USA: ACM, 1999. p. 88–95. ISBN 1-58113-142-9.
- 24 BARD, Allen J.; FAULKNER, Larry R. *Electrochemical methods : fundamentals and applications*. New York, Chichester, Weinheim: J. Wiley & Sons, 2001. ISBN 0-471-04372-9.
- 25 SPIEGEL, M.; LIPSCHUTZ, S.; LIU, J. *Schaum's Outline of Mathematical Handbook of Formulas and Tables, 3ed.* USA: McGraw-Hill Education, 2008. (Schaum's Outline Series). ISBN 9780071548564.
- 26 RAO, Ravishankar; VRUDHULA, Sarma; RAKHMATOV, Daler. Analysis of discharge techniques for multiple battery systems. In: *Conf. Rec. of ISLPED'03*. New York, NY, USA: ACM, 2003. (ISLPED '03), p. 44–47. ISBN 1-58113-682-X.
- 27 FRANKLIN, Gene F.; POWELL, J. David; EMAMI-NAEINI, Abbas. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 6th. ed. Reading, MA, USA: Pearson Prentice Hall, 2009.
- 28 RAO, R.; VRUDHULA, S. Battery optimization vs energy optimization: which to choose and when? In: *ICCAD-2005. IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design, 2005*. San Jose, CA, USA: IEEE, 2005. p. 439–445. ISSN 1092-3152.
- 29 YANG, D.; QI, G.; LI, X. State-of-charge estimation of LiFePO<sub>4</sub>/C battery based on extended kalman filter. In: *2013 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*. Kowloon, China: IEEE, 2013. p. 1–5. ISSN 2157-4839.
- 30 ZHANG, J.; CI, S.; SHARIF, H.; ALAHMAD, M. An enhanced circuit-based model for single-cell battery. In: *2010 Twenty-Fifth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*. Palm Spring, CA, USA: IEEE, 2010. p. 672–675. ISSN 1048-2334.
- 31 QIAO, Taesic Kim; Wei. A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics and nonlinear capacity effects. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, IEEE, v. 26, 2011.
- 32 BRANDT. *Datasheet A-Nok2 (Nokia BL-5C)*. Blackwood, USA, 2006.
- 33 RAPID test and non-linear model characterisation of solid-state lithium-ion batteries. *Journal of Power Sources*, v. 130, n. 1, p. 266 – 274, 2004. ISSN 0378-7753.