



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**  
**DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**DESCRIÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM**  
**PRODUTOS ALIMENTARES SUBMETIDOS A**  
**PROCESSOS COM CONDIÇÃO DE CONTORNO**  
**VARIÁVEL**

**AUTOR: Waldemir Soares da Costa**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**

**Campina Grande-PB, Julho de 2015**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**  
**DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**DESCRIÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM**  
**PRODUTOS ALIMENTARES SUBMETIDOS A**  
**PROCESSOS COM CONDIÇÃO DE CONTORNO**  
**VARIÁVEL**

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

**AUTOR: Waldemir Soares da Costa**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**

**Campina Grande - PB, Julho de 2015**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

- C837d Costa, Waldemir Soares da.  
Descrição da transferência de calor em produtos alimentares submetidos a processos com condição de contorno variável / Waldemir Soares da Costa. – Campina Grande, 2015.  
259 f. : il. Color.
- Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2015.
- "Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva".  
Referências.
1. Coordenadas Cilíndricas. 2. Difusão Térmica.  
3. Volumes Finitos. 4. Otimização. 5. Polpa de Jaca. I. Silva, Wilton Pereira da. II. Título.
- CDU 620.1:536.2(043)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE  
WALDEMIR SOARES DA COSTA APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

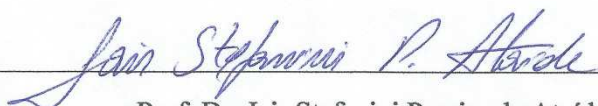
Tese de Doutorado **aprovada com distinção** em 17 de julho de 2015



---

Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

UAF/CCT/UFCG – Orientador



---

Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde

UAE/CES/UFCG – Examinador externo



---

Profª Drª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva

UAF/CCT/UFCG – Examinadora externa



---

Prof. Dr. Marcos Antonio Amaral Lins

UAF/CCT/UFCG – Examinador externo



---

Prof. Dr. Francisco Alves Batista

DF/CCT/UEPB – Examinador externo

Campina Grande, 17 de julho de 2015

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Waldemir Soares da Costa e aprovada pela banca examinadora em 17 de julho de 2015.



---

Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

UAF/CCT/UFCG – Orientador

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu pai Wilson Silverio da Costa (*in memoriam*) e à minha mãe Maria Odete Soares da Costa por estarem sempre dispostos a prestarem apoio incondicional nos momentos mais difíceis de minha vida.

À Priscila Beserra de Santana Costa e a minha filha Loreнна de Santana Costa, por compreenderem a minha ausência nos dias dedicados a este curso, acreditando sempre no meu sucesso.

Aos meus irmãos, Walter Luiz Soares da Costa, Wanderley Soares da Costa e Walquiria Soares da Costa, que sempre se prestaram a ajudar nos momentos necessários e acreditaram em meu desempenho.

A toda minha família de uma forma geral, pela disposição em prestar qualquer ajuda, unidos em fé com Deus o onipotente.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, o criador, por nos conceder saúde, força e perseverança, essenciais para conquistar meus objetivos.

Ao professor Dr. Wilton Pereira da Silva a quem quero expressar toda minha admiração e gratidão pela qualidade das informações transmitidas durante a realização deste trabalho, pela amizade, pela confiança, pelo estímulo, pelo compromisso e pela disponibilidade que ratificam o seu incontestável caráter e profissionalismo.

Aos membros da Banca Examinadora por disponibilizarem tempo na apreciação deste trabalho e pelas sugestões que, seguramente, contribuirão para a versão final deste trabalho.

À Universidade Federal de Campina Grande, especialmente à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, pela oportunidade concedida.

Ao coordenador do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos, professor Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto, pelo apoio e pela atenção.

Ao ex-coordenador do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Processos, professor Dr. Antônio Gilson Barbosa de Lima, pelos ensinamentos e pela atenção.

Aos meus colegas de doutorado, pelo convívio e amizade. Em especial ao professor Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde, pela amizade e pelas valiosas contribuições.

Às professoras Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva e Vera Solange de Oliveira Farias pela amizade, estímulo e valiosas contribuições.

Aos professores e funcionários do Laboratório de Física da UAF/UFCG, pela amizade e dedicação.

Ao professor Wesley Holanda Albuquerque, pelos ensinamentos e pelas valiosas contribuições.

Aos meus amigos professores, João Tomé Filho e Dr. Noujaim Pereira.

A todos que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional.



*“Apega-te à sabedoria e não a largues;  
guarda-a porque ela é a tua vida.” (Provérbios 4:13).*

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	xvii
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	xxv
<b>NOMENCLATURA</b> .....	xxxí
<b>RESUMO</b> .....	xxxv
<b>ABSTRACT</b> .....	xxxvii
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b> .....	01
1.1 Objetivo geral.....	04
1.2 Objetivos específicos.....	04
1.3 Principais contribuições deste trabalho.....	05
<b>CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	07
2.1 Fenômenos de transporte.....	07
2.1.1 Equação de transporte.....	09
2.2 Equação de difusão.....	10
2.3 Soluções da equação de difusão.....	14

2.3.1 Métodos numéricos na solução de problemas difusivos.....	15
2.3.2 Formulações para os métodos numéricos.....	17
2.4 Equação de difusão em coordenadas cilíndricas.....	18
2.5 Condição de contorno de primeiro tipo variável.....	19
2.6 Matéria-prima.....	19
2.6.1 Jaca.....	19
2.7 Polpa de fruta.....	20
2.8 Processamento térmico.....	20
2.9 Propriedades termo-físicas.....	21
2.10 Pasteurização.....	22
2.11 Tipos de pasteurização.....	22
2.12 Pesquisas em transferência de calor aplicadas à pasteurização.....	23
2.13 Outros trabalhos sobre preservação de alimentos envolvendo calor.....	33
<b>CAPÍTULO 3 – MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>40</b>
<b>PARTE A – MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>40</b>
3.1 Hipóteses atribuídas à solução analítica para validar a solução numérica.....	40
3.2 Solução analítica da equação de difusão para um cilindro finito.....	41

3.2.1 Método da secante aplicado à determinação das raízes da função de Bessel de primeiro tipo ordem zero.....	44
3.2.2 Fluxograma do algoritmo da solução analítica.....	46
3.3 Hipóteses para a obtenção da solução numérica para a equação de difusão.....	47
3.4 Solução numérica da equação de difusão: geometria cilíndrica.....	47
3.4.1 Discretização para volumes internos.....	50
3.4.2 Volume de controle no contorno sudeste e condição de Dirichlet.....	52
3.4.3 Simetria radial e o volume de controle no contorno noroeste.....	54
3.4.4 Simetria axial.....	56
3.4.5 Coeficiente de transporte $\Gamma^\Phi$ .....	58
3.4.6 Fluxograma do algoritmo da solução numérica.....	59
3.4.6.1 Procedimento iterativo.....	60
3.5 Validação da solução numérica.....	61
3.6 Otimização.....	62
3.6.1 Algoritmo de otimização usando solução numérica.....	63
3.6.1.1 Estrutura iterativa para estimativa de parâmetros.....	64
3.7 validação do otimizador.....	67

PARTE B – METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....	68
3.8 Aquecimento.....	68
3.9 Confeções dos recipientes.....	69
3.10 Matéria-prima.....	70
3.10.1 Preparo da polpa.....	71
3.10.2 Preparo da amostra.....	72
3.11 Procedimentos experimentais.....	73
3.12 Tratamento térmico.....	74
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>77</b>
4.1 Interface gráfica do <i>software</i> para a solução numérica.....	78
4.1.1 <i>Menus</i> e caixa de diálogo.....	78
4.2 Arquivos gerados durante uma simulação numérica.....	82
4.3 Validação do código numérico com a solução analítica.....	82
4.4 Validação do código numérico com condição de contorno constante e difusividade térmica constante.....	84
4.5 Validação do código numérico com condição de contorno variável e difusividade térmica variável.....	86
4.6 Interface gráfica do otimizador.....	91

4.6.1 <i>Menus</i> e caixa de diálogo.....	92
4.7 Validação do otimizador.....	95
4.7.1 Difusividade térmica aparente constante.....	95
4.7.2 Difusividade térmica aparente variável.....	96
4.8 Penetração do calor na polpa de jaca.....	98
4.8.1 Primeiro recipiente C1: diâmetro (35,92 mm); comprimento (39,23 mm).....	98
4.8.1.1 Superfície interna.....	98
4.8.1.1.1 Medida J1.....	100
4.8.1.1.2 Medida J2.....	101
4.8.1.1.3 Medida J3.....	102
4.8.1.1.3 Medida J1; J2; J3.....	102
4.8.1.2 Centro geométrico.....	103
4.8.1.3 Aplicação do software numérico à polpa de jaca: difusividade térmica aparente variável.....	104
4.8.1.3.1 Medida J1.....	105
4.8.1.3.2 Simulação com os dados da experiência J1.....	105
4.8.1.3.3 Medida J2.....	107

4.8.1.3.4 Simulação com os dados da experiência J2.....	107
4.8.1.3.5 Medida J3.....	109
4.8.1.3.6 Simulação com os dados da experiência J3.....	109
4.8.1.3.7 Média: J1, J2 e J3.....	111
4.8.1.3.8 Simulação com valor médio dos dados.....	112
4.8.2 Segundo recipiente C2: diâmetro (48,96 mm); comprimento (57,68 mm).....	114
4.8.2.1 Superfície interna.....	114
4.8.2.2 Centro geométrico do recipiente.....	116
4.8.2.3 Aplicação do software numérico à polpa de jaca: difusividade térmica aparente variável.....	117
4.8.2.3.1 Simulação com os dados da experiência JJ1.....	119
4.8.2.3.2 Simulações com os dados das experiências: J1; J2; J3; JJ2 e JJ3.....	121
4.9 Resultados das análises físico-químicas.....	123
<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>124</b>
5.1 Conclusões.....	124
5.2 Sugestões para futuros trabalhos de pesquisa.....	128
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>129</b>

<b>APÊNDICE A: Dados experimentais.....</b>	<b>147</b>
<b>APÊNDICE B: Programas desenvolvidos.....</b>	<b>237</b>
<b>ANEXO A: Análises físico-químicas da polpa de jaca.....</b>	<b>259</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Formulações de interpolação no tempo.....	17
Figura 3.1	(a) Interseção de uma placa infinita e um cilindro infinito e (b) cilindro finito.....	41
Figura 3.2	Algoritmo (Método da Secante).....	44
Figura 3.3	Fluxograma do software desenvolvido para o cálculo analítico.....	46
Figura 3.4	(a) Cilindro finito e uma fatia simétrica, (b) fatia simétrica do cilindro definido pelo ângulo $\theta$ , (c) retângulo onde serão definidos os volumes de controle.....	47
Figura 3.5	(a) Malha bidimensional para a solução numérica da equação de difusão no cilindro, (b) destaque de um elemento de malha.....	48
Figura 3.6	Volume de controle para geometria cilíndrica.....	48
Figura 3.7	Tipos de volume de controle.....	49
Figura 3.8	Volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos ao leste (L), ao norte (N), ao sul (S) e a oeste (W)....	50
Figura 3.9	Volume de controle de ponto nodal P no contorno sudeste.....	52
Figura 3.10	Volume de controle de ponto nodal P no contorno noroeste...	54
Figura 3.11	Simetria axial aplicada à metade da malha.....	56

Figura 3.12	Volume de controle de ponto nodal P no contorno sudoeste...	57
Figura 3.13	Coeficientes de transporte (a) $\Gamma_P^\Phi$ e $\Gamma_E^\Phi$ nos pontos nodais P e E respectivamente, e (b) $\Gamma_e^\Phi$ na interface do volume de controle.....	58
Figura 3.14	Fluxograma do software desenvolvido para o cálculo numérico.....	60
Figura 3.15	Rede paramétrica.....	64
Figura 3.16	Fluxograma de estimação paramétrica.....	65
Figura 3.17	Fonte térmica.....	68
Figura 3.18	Recipientes de alumínio cilíndricos que foram utilizados para acondicionar a polpa no processo de aquecimento: (a) cilindro C1; (b) cilindro C2.....	69
Figura 3.19	Paquímetro INSIZE.....	69
Figura 3.20	Posicionamento dos termopares no recipiente.....	70
Figura 3.21	Higienização da jaca.....	71
Figura 3.22	(a) Remoção dos frutículos; (b) Frutículos de jaca.....	71
Figura 3.23	(a) Multiprocessador utilizado na homogeneização da polpa; (b) Acondicionamento da polpa; (c) Polpa acondicionada em recipiente plástico com tampa e armazenada em freezer a -22 °C.....	72

Figura 3.24	Recipiente com polpa de jaca.....	73
Figura 3.25	(a) Recipiente C1 com a polpa; (b) Recipiente C1 com a tampa fixada com silicone vermelho e pronto para o tratamento térmico.....	73
Figura 3.26	A polpa de jaca em processo de tratamento térmico.....	74
Figura 3.27	Termômetro digital de espeto, modelo HI 98501-1 da HANNA.....	75
Figura 3.28	(a) Termômetro registrador digital (TH-095), (b) Sensores de temperatura mod. S02K, (c) Cabo Rs-232 mod. CRS-20 e (d) Software mod. S100.....	76
Figura 3.29	Montagem experimental de transferência de calor.....	76
Figura 3.30	Esquema da montagem experimental de transferência de calor.....	76
Figura 4.1	Tela principal do <i>software Simulador</i> desenvolvido para simular a transferência de calor com condição de contorno do primeiro tipo e difusividade térmica aparente, constantes ou variáveis.....	78
Figura 4.2	<i>Menu “Arquivo”</i> .....	79
Figura 4.3	Arquivos com dados que serão informados pelo usuário.....	79
Figura 4.4	Caixa de diálogo para aquisição dos dados de tempo.....	80
Figura 4.5	Caixa de diálogo para aquisição da função de contorno de superfície do cilindro.....	80

Figura 4.6	<i>Menu</i> Resultados.....	81
Figura 4.7	Resultados da simulação da penetração de calor no centro geométrico do cilindro.....	81
Figura 4.8	Item de <i>menu</i> “Informações”.....	82
Figura 4.9	Perfil de temperaturas no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante: (a) analítico em vermelho, (b) simulação numérica em magenta.....	83
Figura 4.10	Comparação entre as temperaturas simuladas através da solução analítica e numérica no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante.....	84
Figura 4.11	Curva da evolução de temperatura na superfície da amostra em função do tempo.....	84
Figura 4.12	Difusividade térmica constante: (a) perfil de temperaturas experimental no centro do cilindro finito de purê de tomate; (b) simulação numérica.....	85
Figura 4.13	Comparação entre as temperaturas experimental da amostra de purê de tomate no centro do cilindro finito e a simulação numérica, com a difusividade térmica aparente constante.....	85
Figura 4.14	Curva da evolução de temperatura na superfície do molho de trufa em função do tempo.....	86
Figura 4.15	Curvas temporais da evolução de temperatura na superfície da amostra de molho de trufa, nos intervalos de: (a) $t < 700$	

	s; (b) $700 < t < 780$ s; (c) $780 < t < 1400$ s; (d) $1400 < t < 3000$ s; (e) $3000 < t < 3550$ s; (f) $3550 < t < 4000$ s; (g) $4000 < t < 4255$ s.....	87
Figura 4.16	Difusividade térmica constante: (a) perfil de temperatura experimental no centro do cilindro finito do molho de trufa; (b) simulação numérica.....	89
Figura 4.17	Comparação entre as temperaturas experimental e simulada no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante.....	90
Figura 4.18	Comparação entre as temperaturas experimental e simulada no centro da amostra com a difusividade térmica aparente variável.....	91
Figura 4.19	Tela principal do <i>software do otimizador</i> .....	92
Figura 4.20	<i>Menu “Arquivo”</i> .....	92
Figura 4.21	Arquivos com todos os dados a serem informados.....	93
Figura 4.22	Mostra as vinte funções disponíveis no <i>software</i> .....	93
Figura 4.23	Caixa de diálogo com a função e o melhor valor para os coeficientes a e b.....	94
Figura 4.24	<i>Menu “Resultados”</i> .....	94
Figura 4.25	Arquivo com dados gerados pela otimização.....	95
Figura 4.26	Perfil de temperatura experimental em função do tempo na superfície da parede interna do recipiente C1 contendo polpa	

	de jaca referente às medidas: (a) J1; (b) J2; (c) J3.....	98
Figura 4.27	Curva temporal da evolução de temperatura na superfície interna do recipiente C1 obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento da polpa de jaca.....	99
Figura 4.28	Curvas de temperatura da superfície interna da parede do recipiente C1 em função do tempo contendo polpa de jaca para as medidas J1, J2 e J3.....	100
Figura 4.29	Curvas de temperatura experimental em função do tempo do aquecimento no centro geométrico do recipiente C1 contendo polpa de jaca para às medidas: (a) J1; 9b) J2; (c) J3.....	103
Figura 4.30	Curva de temperatura no centro geométrico do recipiente, obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento da polpa de jaca.....	104
Figura 4.31	Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a medida (J1).....	106
Figura 4.32	Perfil das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2 min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.....	106
Figura 4.33	Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a	

	medida (J2).....	108
Figura 4.34	Contornos das isothermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2 min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.....	108
Figura 4.35	Perfil da penetração de calor no centro geométrico do recipiente com a polpa de jaca (J3), sendo o perfil (●●●) de temperatura experimental e o perfil (—) de temperatura simulada.....	110
Figura 4.36	Contornos das isothermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2 min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.....	110
Figura 4.37	Perfil da penetração de calor no centro geométrico do recipiente com a polpa de jaca (J3), sendo o perfil (●●●) de temperatura experimental e o perfil (—) de temperatura simulada.....	112
Figura 4.38	Contornos das isothermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2 min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.....	113
Figura 4.39	Perfil da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a média referente às medidas J1, J2 e J3.....	113
Figura 4.40	Perfil de temperatura experimental em função do tempo na superfície da parede interna do recipiente C2 contendo polpa de jaca referente às medidas JJ1, JJ2 e JJ3.....	114

Figura 4.41	Comportamento transiente da temperatura experimental no centro geométrico do recipiente: (a) JJ1; (b) JJ2 e (c) JJ3.....	116
Figura 4.42	Comportamento transiente da temperatura experimental no centro geométrico e na superfície interna do recipiente as três medidas (J1, J2 e J3) e (JJ1, JJ2 e JJ3), respectivamente: (a) C1; (b) C2.....	117
Figura 4.43	Perfil da difusividade térmica aparente da polpa de jaca em função da temperatura local.....	119
Figura 4.44	Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a medida (JJ1).....	120
Figura 4.45	Perfil das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 2,54 min; (b) 7,61 min; (c) 12,68 min; (d) 17,76 min; (e) 25,37 min.....	120
Figura 4.46	Perfil de temperaturas em função do tempo: (a) cor magenta da superfície da parede interna do recipiente C2 e (b) cor azul do centro geométrico do recipiente com polpa de jaca....	121
Figura 4.47	Comportamento transiente da temperatura nos centros dos recipientes, experimentalmente (●●●) e numérica (—), para o recipiente C1: (a) experiência J1; (b) experiência J2; (c) experiência J3; e para o recipiente C2: (d) experiência JJ2; (e) experiência JJ3.....	122



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos da literatura.....	96
Tabela 4.2	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.....	97
Tabela 4.3	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J1), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.....	105
Tabela 4.4	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J2), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.....	107
Tabela 4.5	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J3), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.....	109
Tabela 4.6	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho para a média.....	111
Tabela 4.7	Valores de $a$ e $b$ das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (JJ1), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste	

	trabalho.....	118
Tabela A1	Valores das raízes da Função de Bessel de primeiro tipo e ordem zero.....	148
Tabela A2	Valores da Função de Bessel de primeiro tipo e ordem um....	150
Tabela A3	Valores de temperatura obtidos por simulação analítica com difusividade térmica aparente constante.....	153
Tabela A4	Valores de temperatura obtidos por simulação numérica com difusividade térmica aparente constante.....	155
Tabela A5	Valores de temperatura em função do tempo no contorno da amostra de purê de tomate.....	157
Tabela A6	Valores de temperatura experimental em função do tempo no centro do purê de tomate com a difusividade térmica aparente constante.....	158
Tabela A7	Valores de temperatura numérica no centro do purê de tomate para a difusividade térmica aparente constante.....	159
Tabela A8	Valores de temperatura experimental em função do tempo no contorno da amostra do molho de trufa.....	162
Tabela A9	Valores de temperatura experimental em função do tempo no contorno da amostra do molho de trufa dividida em intervalos.....	163
Tabela A10	Valores de temperatura experimental no centro do molho de trufa para o contorno variável e difusividade térmica aparente constante.....	165

Tabela A11	Valores de temperatura numérica no centro do molho de trufa para a difusividade térmica aparente constante e o contorno variável.....	166
Tabela A12	Valores de temperatura numérica no centro do molho de trufa para a difusividade térmica aparente e o contorno variáveis.....	168
Tabela A13	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.....	170
Tabela A14	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.....	173
Tabela A15	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.....	177
Tabela A16	Temperaturas experimentais no centro do recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.....	181
Tabela A17	Temperaturas experimentais no centro do recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.....	182
Tabela A18	Temperaturas experimentais no centro do recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.....	183
Tabela A19	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.....	184

Tabela A20	Temperaturas experimentais em função do tempo no centro do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.....	188
Tabela A21	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.....	189
Tabela A22	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 2 de jaca.....	193
Tabela A23	Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 3 de jaca.....	197
Tabela A24	Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.....	201
Tabela A25	Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 2 de jaca.....	202
Tabela A26	Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 3 de jaca.....	203
Tabela A27	Temperaturas simuladas no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.....	204
Tabela A28	Temperaturas simuladas no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.....	207
Tabela A29	Temperaturas simuladas no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.....	210

Tabela A30	Temperaturas simuladas no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.....	213
Tabela A31	Temperaturas simuladas no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.....	216
Tabela A32	Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do segundo recipiente C2, considerando as temperaturas de contorno de superfície constantes nos intervalos de tempos: de $0 < t \leq 990$ s (48,0 °C); de $991 \leq t \leq 1440$ s (55,5 °C); de $1441 \leq t \leq 1680$ s (64,0 °C) para a amostra 1 de jaca.....	219
Tabela A33	Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J1 (C1).....	221
Tabela A34	Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J2 (C1).....	224
Tabela A35	Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J3 (C1).....	227
Tabela A36	Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência JJ2 (C2).....	230

Tabela A37	Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência JJ3 (C2).....	233
------------	---	-----

## NOMENCLATURA

### Letras Latinas

$A_p, A_w, A_e, A_n, A_s$ – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_n, A_m$ – Coeficientes da solução analítica dependente da posição	[-]
$B$ – Termo independente de $\Phi$ na equação de difusão discretizada	[-]
$c_p$ – Calor específico a pressão constante	$[\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}]$
$E, W, N, S, P$ – Pontos nodais	[-]
$f$ – fator de partição	[-]
$J_0, J_1$ – Funções de Bessel de primeira espécie de ordem zero e de ordem um	[-]
$k$ – Condutividade térmica	$[\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$
$L$ – Comprimento do cilindro	[m]
$N_p$ - Número de pontos experimentais	[-]
$nc_p$ - Número de dados calculados de cada parâmetro	[-]
$np$ - Número de partição	[-]
$r$ – Posição radial, coordenada cilíndrica	[m]
$R$ – Raio do cilindro	[m]

$R^2$ – Coeficiente de determinação	[-]
$r_p$ – Posição radial do ponto nodal “P”	[m]
$r_e$ – Posição radial da fronteira “e”	[m]
$r_w$ – Posição radial da fronteira “w”	[m]
$\Delta r$ – Largura de um volume de controle	[m]
$S_c$ – Componente constante do termo fonte linearizado	[-]
$S_p$ – Componente do termo fonte linear em $\Phi$	[-]
$S^\Phi$ – Termo fonte da equação de transporte	[-]
$t$ – Tempo transcorrido desde o início do processo	[s]
$t_i$ – Tempo referente ao i-ésimo ponto experimental	[s]
$t_i^{\text{sim}}$ – Tempo referente ao i-ésimo ponto simulado	[s]
$T$ – Temperatura	[°C]
$\vec{v}$ – Grandeza vetorial que representa a velocidade do meio	[ms <sup>-1</sup> ]

### **Letras Gregas**

$\alpha$ – Difusividade térmica	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
$\mu_n, \mu_m$ – Raízes da equação característica	[-]
$\Phi$ – Variável dependente no fenômeno de transporte	[-]



$\Phi_i$	– Variável dependente de transporte do i-ésimo volume de controle	[-]
$\Phi_i^{\text{sim}}$	– Valor simulado de $\Phi$ correspondente ao i-ésimo ponto experimental	[-]
$\Phi^{\text{sim}}$	– Valor simulado de $\Phi$	[-]
$\Phi_P, \Phi_E, \Phi_W, \Phi_N$ e $\Phi_S$	– Variáveis dependentes em equação discretizada	[-]
$\Phi_e, \Phi_w, \Phi_n$ e $\Phi_s$	– Variáveis de transporte nos contornos leste, oeste, norte e sul	[-]
$\lambda$	– Coeficiente de transporte	[-]
$\Gamma^\Phi$	– Coeficiente de transporte	[-]
$\Gamma_e^\Phi$	– Coeficiente de transporte na interface entre “P” e “E”	[-]
$\Gamma_w^\Phi$	– Coeficiente de transporte na interface entre “P” e “W”	[-]
$\Gamma_n^\Phi$	– Coeficiente de transporte na interface entre “P” e “N”	[-]
$\Gamma_s^\Phi$	– Coeficiente de transporte na interface entre “P” e “S”	[-]
$\Gamma_E^\Phi$	– Coeficiente de transporte no ponto nodal E	[-]
$\Gamma_P^\Phi$	– Coeficiente de transporte no ponto nodal P	[-]
$\Gamma_W^\Phi$	– Coeficiente de transporte no ponto nodal W	[-]
$\Gamma_N^\Phi$	– Coeficiente de transporte no ponto nodal N	[-]

$\Gamma_s^\Phi$  – Coeficiente de transporte no ponto nodal S [-]

$\rho$  – Densidade (massa específica) [Kgm<sup>-3</sup>]

$\frac{1}{\sigma_i^2}$  – Peso estatístico do i-ésimo ponto experimental [-]

$\chi^2$  – Qui-quadrado [-]

$\nabla$  – Gradiente [-]

$\nabla \cdot$  – Divergente [-]

$\Delta$  – Variação [-]

### **Sobrescritos**

0 – Tempo anterior

e – Face leste do volume de controle

P – Nó do volume de controle em estudo

### **Subscritos**

e, w, n e s – Fronteiras leste, oeste, norte e sul de um volume de controle

E, W, N e S – Ponto nodal: leste, oeste, norte e sul de um volume de controle

i - Inicial

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar o comportamento da transferência de calor em polpa de jaca acondicionada em recipiente cilíndrico. O estudo apresenta a solução para a equação de difusão com condição de contorno de primeiro tipo variável. Foi desenvolvida uma modelagem físico-matemática para solução de um problema direto de difusão de calor bidimensional, no interior de um recipiente cilíndrico contendo polpa de jaca. O método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita foi usado para resolver o problema direto e, por conseguinte, determinar a distribuição de temperatura. O meio pastoso, homogêneo e isotrópico, foi considerado estacionário e, assim, eventuais trocas convectivas e radioativas no interior do meio foram negligenciadas. Dois *softwares* em Fortran foram desenvolvidos visando, primeiro, à solução do problema de estimativa da difusividade térmica utilizando-se, como função objetivo, o qui-quadrado e o outro para a solução do problema direto. Conjuntamente, foi usado um aparato experimental para a análise inversa (problema inverso). O sistema físico experimental consistiu de dois recipientes cilíndricos de alumínio de dimensões diferentes, que foram preenchidos com polpa de jaca para a qual se estimou a difusividade térmica. Dois termopares conectados a um termômetro digital de dois canais mediram as temperaturas no centro e na interface entre a polpa e o recipiente. As medidas foram enviadas a um computador via RS-232 e salvas em arquivo, através do *software* Data logger. No que concerne ao problema direto, um modelo de condução de calor bidimensional, com simetria radial e axial, foi usado para obter a resposta transiente das temperaturas medidas no centro e no contorno do cilindro. Quando comparados aos valores da literatura, os resultados obtidos se mostraram coerentes, ou seja, o *software* desenvolvido neste trabalho pode ser considerado válido, sendo que este pode ser utilizado para outras simulações. Mostraram, também, que a solução proposta representa satisfatoriamente o processo de tratamento térmico de polpa de jaca acondicionada em embalagens cilíndricas proporcionando segurança alimentar com um menor custo de energia. Conhecida a difusividade térmica em função da temperatura local, é possível precisar o tempo adequado de tratamento térmico,

tornando desnecessária a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente cilíndrico for utilizado para armazenar o produto.

**Palavras-chave:** Coordenadas cilíndricas, difusão térmica, volumes finitos, otimização, polpa de jaca.

## ABSTRACT

This work aims to study the heat transfer behavior in jackfruit pulp packed in cylindrical container. The study presents the solution to the diffusion equation type boundary condition for first variable. A physical-mathematical model for solving the problem of a direct two-dimensional diffusion of heat in the interior of a cylindrical container containing jackfruit pulp has been developed. The finite volume method with fully implicit formulation was used to solve the direct problem and therefore, determine the temperature distribution. The medium viscous, homogeneous and isotropic, was considered stationary and thus any radioactive and convective exchanges within the medium they were neglected. Two software in Fortran were developed first to find the solution of the estimated thermal diffusivity problem using as objective function, the chi-square and also for solving the direct problem it self. Together, an experimental apparatus was used to analyze the reverse (inverse problem). The experimental physical system consisted of using two cylindrical aluminum containers of different dimensions, which were filled with jackfruit pulp for which the thermal diffusivity is estimated. Two thermocouples connected to a digital two channel thermometer measured temperatures at the center and at the interface between the pulp and the container. The measures were sent to a computer via RS-232 and saved in a file, through the Data Logger software. Concerning to the direct problem a two-dimensional heat conduction model with radial and axial symmetry it has been used for the transient response of the measured temperatures at the center and the cylinder contour. Compared to literature values, the results obtained were consistent, so, the software developed in this work can be considered valid and this can be used for other simulations the results. Also showed that the proposed solution represents satisfactorily the heat treatment process of wrapped jackfruit pulp in cylindrical packaging providing food security with a lower energy cost. As we know the thermal diffusivity an depending on the local temperature is possible to determine the timing of heat treatment, making it unnecessary to perform experiments each time a new cylindrical container is used to store the product.

**Keywords:** Cylindrical coordinates thermal diffusion, finite volumes, optimization, jackfruit pulp.

---

---

# CAPÍTULO 1

---

---

## 1 - INTRODUÇÃO

A demanda crescente por produtos alimentícios mais seguros e de melhor qualidade nutricional e sensorial, com menores custos energéticos, tem motivado a indústria de alimentos a investigar novas técnicas no controle de qualidade de processos visando a redução dos riscos à saúde do consumidor. Com base neste contexto, novas técnicas numéricas com especificidade, facilidade de uso, precisão e rapidez que ofereçam o máximo de informações sobre os parâmetros termo-físicos e qualidade dos produtos alimentícios processados se apresentam como um desafio para os pesquisadores.

A transferência de calor é de extrema importância na indústria de processamento de alimentos. Normalmente, este processo ocorre em um estágio da produção em que calor é removido de, ou transferido para os produtos. Um exemplo da utilização de transferência de calor na indústria é a pasteurização de produtos alimentares (PLAZL et al., 2006; HUANG, 2007; BETTA et al., 2009; SILVA et al., 2011d). A fim de descrever o processo, os parâmetros termo-físicos referentes à convecção, radiação, mudança de fase, fontes de calor e condução devem ser conhecidos.

Quanto aos produtos que podem ser considerados sólidos, sem fontes de calor e sem mudança de fase, em geral somente a condução e a radiação estão envolvidas no processo de transferência de calor. Muitas vezes, apenas o mecanismo da condução é usado para descrever a transferência de calor e, conseqüentemente, os parâmetros envolvidos no processo são considerados aparentes (BETTA et al., 2009; MARIANI et al., 2009; SILVA et al., 2011d; LINS, 2013; ATAÍDE, 2014). O conhecimento desses parâmetros termo-físicos do produto a ser aquecido ou resfriado, ou ambos, é necessário a fim de se descrever o processo, definir o tempo e o custo dessas operações. Devido a

este fato, a determinação desses parâmetros é amplamente encontrada na literatura; além disto, outro aspecto que merece atenção é a qualidade dos alimentos, grandemente influenciada pelas propriedades termofísicas durante um tratamento térmico.

A segurança de produtos pasteurizados depende diretamente dos valores dos parâmetros termo-físicos utilizados na simulação da transferência de calor. É necessário garantir que a temperatura correta seja atingida em todos os pontos do produto a fim de inativar agentes patogênicos; desta forma, e com o conhecimento dos parâmetros termo-físicos, simulações da penetração de calor podem ser realizadas em pontos estratégicos do produto de modo a determinar o tempo necessário de transferência de calor para o qual a temperatura de inativação dos agentes patogênicos seja atingida.

Visando estimar a quantidade de calor transferida para os produtos durante um processo de aquecimento, seus parâmetros termo-físicos devem ser conhecidos, dentre os quais a difusividade térmica e o coeficiente de transferência convectiva de calor podem ser citados. Por outro lado, a condução de calor é descrita pela equação de difusão, existem basicamente dois métodos utilizados para resolver a equação em regime transiente: o método analítico e o método numérico. No caso da solução numérica, os métodos das diferenças finitas, dos elementos finitos ou dos volumes finitos são normalmente empregados.

Um dos métodos utilizados para determinação de parâmetros termo-físicos durante a condução de calor, explorando os dados experimentais da cinética de aquecimento ou de resfriamento de um dado produto, é o método inverso (SIMPSON e CORTÉS, 2004; ZUECO et al., 2004; ANDERSON e SINGH, 2006; WOODFIELD et al., 2007; MARIANI et al., 2008; MONTEAU, 2008; MARIANI et al., 2009; OLIVEIRA, 2009; UKRAINCZYK, 2009; SILVA et al., 2010a; LINS, 2013; ATAÍDE, 2014), utilizado através de algum algoritmo de otimização.

Se o intervalo de temperatura envolvido não for muito grande, os parâmetros termo-físicos da equação de difusão podem, em geral, ser considerados constantes e, como consequência, esta equação pode ser resolvida analítica ou numericamente (CARCIOFI et al., 2002; CARBONERA et al., 2003; MARKOWSKI et al., 2004; PLAZL et al., 2006; SILVA et al., 2010b). Às vezes, até mesmo para grandes variações

de temperatura alguns autores usam a difusividade térmica com valor constante em suas pesquisas (CARCIOFI et al., 2002; PLAZL et al., 2006; HUANG, 2007; BETTA et al., 2009), mas se o intervalo de temperatura for muito grande, o uso de parâmetros termo-físicos constantes, particularmente a difusividade térmica, pode resultar em ajustes tendenciosos quando as otimizações são realizadas. O mais adequado é a consideração de uma difusividade térmica variável em que, geralmente, uma solução numérica da equação de difusão é utilizada (SILVA et al., 2011d). São raros os trabalhos disponíveis na literatura enfocando o problema e os que são encontrados se limitam a determinar expressões que dão a dependência da difusividade com a temperatura média dos produtos estudados (SIMPSON e CORTÉS, 2004; PLAZL et al., 2006; BAÏRI et al., 2007; MARIANI et al., 2009). Portanto, serão analisadas, neste trabalho, as implicações da consideração de uma difusividade térmica aparente constante ou dependente da temperatura média no estudo de transferência de calor durante a pasteurização de alimentos em que a condição de contorno do primeiro tipo (Dirichlet) seja variável. Além disso, serão propostos modelos cuja difusividade térmica também seja variável em função da temperatura local (ANSARI et al., 2007; OKE et al., 2007; KUROZAWA et al., 2008; SINGHAL et al., 2008; ANSARI et al., 2009). Para este fim, uma solução numérica da equação de difusão para a geometria cilíndrica será empregada usando-se o método de volumes finitos com uma formulação totalmente implícita. Tal solução será acoplada a um otimizador baseado no método inverso. Então, várias simulações serão realizadas para descobrir se determinado modelo matemático para a difusividade térmica em função da temperatura local no produto é adequado para uma descrição dos processos de transferência de calor investigados.

Inserida nessa realidade, as polpas de frutas destinadas à industrialização estão, como outros produtos alimentícios, sujeitas a processos de aquecimento e resfriamento. Os tratamentos térmicos são necessários para eliminar micro-organismos contaminantes, inativar enzimas e retardar processos metabólicos e microbiológicos em condições de estocagem. Geralmente, quando o alimento *in natura* não é consumido imediatamente, existe a necessidade de ser processado, resfriado ou congelado para conservar suas características (ARAÚJO et al., 2004).

O conhecimento das propriedades relacionadas ao produto é importante para o correto dimensionamento dos equipamentos destinados a estas operações. Os cálculos



nos projetos de equipamentos aquecedores, resfriadores, evaporadores, separadores e embaladores dos produtos são realizados a partir dos valores das propriedades termo-físicas (ARAÚJO et al., 2004). Neste contexto, os objetivos deste trabalho são definidos a seguir.

### **1.1 Objetivo geral**

Este trabalho tem como objetivo geral a realização de um estudo teórico-experimental para viabilizar a aplicação da solução numérica bidimensional da equação de difusão em coordenadas cilíndricas para descrever o processo de penetração ou remoção de calor (ou ambos) em polpa de fruta, pressupondo condição de contorno variável de primeiro tipo. Tal solução será aplicada na descrição da penetração de calor nos produtos a serem estudados, envolvendo a determinação de parâmetros termo-físicos. Neste trabalho também serão explicitados os critérios, mecanismos e procedimentos que serão adotados visando ao cumprimento dos objetivos delineados.

### **1.2 Objetivos específicos**

- Apresentar a solução numérica para o problema de difusão transiente de calor para a geometria cilíndrica, usando-se o método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita pressupondo condição de contorno do primeiro tipo variável, com base na lei de Fourier;
- Propor o código de um otimizador a ser acoplado à solução numérica, visando determinar parâmetros termo-físicos a partir de dados experimentais da cinética de aquecimento dos produtos;
- Desenvolver um *software* computacional na plataforma *Windows*, para simular o processo de difusão em geometria cilíndrica com condição de contorno variável. O *software* será aplicado em difusão de calor em processos de pasteurização e determinar parâmetros termo-físicos, via otimização, a partir de dados experimentais;

- Realizar experimentos sobre a cinética de aquecimento da polpa de jaca armazenada em recipientes cilíndricos, sujeitas ao processo de pasteurização em diversas condições operacionais;
- Simular a distribuição de temperatura no interior do produto estudado e suas respectivas cinéticas de aquecimento/resfriamento, através de modelos matemáticos a serem desenvolvidos;
- Comparar os resultados das simulações numéricas com os resultados experimentais e determinar a difusividade aparente de calor inerente ao processo;
- Estudar os efeitos das considerações adotadas nos diversos modelos sobre os parâmetros termo-físicos.

### **1.3 Principais contribuições deste trabalho**

Pretende-se oferecer, ao final deste trabalho, as seguintes contribuições à comunidade científica e acadêmica:

- Solução numérica da equação de difusão para produtos de forma cilíndrica, supondo que os parâmetros termo-físicos sejam constantes ou variáveis, para a condição de contorno do primeiro tipo variável;
- Um otimizador a ser acoplado à solução numérica bidimensional da equação de difusão para o cilindro, com condição de contorno do primeiro tipo variável, capaz de determinar a difusividade térmica aparente e descrever tratamentos térmicos de produtos pastosos contidos em recipientes cilíndricos;
- Um *software* com interface gráfica para simular a difusão do calor em produtos alimentares acondicionados em embalagens cilíndricas, que possibilitará a determinação da difusividade térmica aparente através do processo de otimização, o mais próximo do modelo físico.

- Informações precisas sobre parâmetros termo-físicos da jaca (*Artocarpus heterophyllus Lamk.*) variedade mole, com grau de maturação madura.

---

---

## CAPÍTULO 2

---

---

### **2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

O objetivo central deste capítulo é situar o problema que será estudado, tanto do ponto de vista físico, quanto do ponto de vista matemático em relação a outros trabalhos encontrados na literatura. Inicialmente, discorre-se sobre as leis básicas que regem o fenômeno físico. Em seguida, se examina as contribuições mais relevantes existentes na literatura voltadas para a resolução do problema direto, em termos dos modelos matemáticos que permitem sua solução; define-se o fruto e apresentam-se, aplicações da transferência de calor em processos de tratamento térmico. Por fim, faz-se uma abordagem sobre o método inverso usado na solução do problema de estimativa de parâmetros deste trabalho.

#### **2.1 Fenômenos de transporte**

Os fenômenos de transporte naturais podem ser classificados como: transporte de momento, massa e energia.

O transporte de momento ocorre em várias situações da engenharia; o escoamento de um fluido é um exemplo típico do transporte molecular de momento. A lei empírica que descreve este fenômeno é conhecida como a Lei de Newton do movimento aplicada aos fluidos (BIRD, 2001; HAUKE, 2008).

O transporte de massa pode ser observado em muitos fenômenos naturais. A osmose é um deles e ocorre quando duas ou mais substâncias diferentes são colocadas em contato. Na configuração inicial, as substâncias estão separadas, mas imediatamente começa um processo que tende a torná-las homogêneas. Na osmose o transporte de massa se dá por difusão. Observa-se que, quando dois fluidos de composição química

diferentes estão separados por paredes permeáveis, suas concentrações diminuem com o tempo até que o gradiente de concentração desapareça ocorrendo, desta forma, a homogeneização da mistura. A espécie química que está na região de maior concentração se desloca para a região de menor concentração e vice-versa. O fluxo mássico das substâncias homogeneiza a concentração cessando o fluxo quando a concentração se torna constante em todo o sistema; o fluxo homogeneizador é um processo irreversível, consequência estatística do movimento aleatório das moléculas do fluido. A difusão mássica entre duas substâncias onde há diferença de concentração é um processo termodinâmico irreversível. A lei que descreve este fenômeno é a lei da difusão de massa (INCROPERA e DeWITT, 1992).

Dos três fenômenos de transporte, o da transferência de calor é o principal fenômeno de transporte na pasteurização e outros tratamentos térmicos e, em virtude disto, é necessário descrevê-lo com mais detalhes. Há, basicamente, três formas de transferência de energia em forma de calor: a condução, a convecção e a radiação.

A radiação é a forma em que o calor se propaga quando não há matéria entre a fonte de calor e o receptor; o calor é transportado através do vácuo, na forma de ondas eletromagnéticas com velocidade de propagação igual à da luz. No espectro eletromagnético, o calor corresponde às ondas eletromagnéticas cujos comprimentos são maiores que os comprimentos do espectro visível e são menores do que os comprimentos das micro-ondas, ( $7 \times 10^{-7} < \lambda < 10^{-3}$ ) m. Essa faixa do espectro eletromagnético é conhecida como região do infravermelho (TIPLER, 1995; LINS, 2013).

De acordo com Çengel e Ghajar (2000), a convecção é a transferência de calor que ocorre nos fluidos; dois mecanismos acompanham este processo. Além da transferência de calor devida ao movimento aleatório das moléculas do fluido como consequência do gradiente de temperatura (difusão) há, também, a transferência de calor em virtude do movimento coletivo das moléculas, movimento interno do próprio fluido, que constitui a corrente de convecção. Em geral, um fluido aquecido localmente, diminui sua densidade e, como consequência, tende a subir (INCROPERA e DeWITT, 1992). A convecção é, também, a maneira através da qual o calor é transferido entre a

superfície de um sólido e um fluido adjacente, em movimento, e envolve a combinação dos efeitos de condução e do movimento do fluido.

O calor pode, ainda, ser transportado entre dois pontos por advecção. Para que o calor seja transportado por advecção é necessário que o fluido, como um todo, esteja em movimento. A transferência de calor devido ao deslocamento de ar na atmosfera ou ao movimento das águas de um rio, é exemplo de transferência de calor por advecção (INCROPERA e DeWITT, 1992).

A propagação do calor por condução ocorre quando não há movimento macroscópico de matéria no meio. A difusão, ou condução térmica, é o fenômeno da transferência de calor como consequência do gradiente de temperatura mas sem movimento macroscópico de matéria. Os átomos ou moléculas que se encontram numa região de maior temperatura vibram com mais intensidade do que aqueles que estão na região de menor temperatura. Os átomos e as moléculas que estão vibrando com mais intensidade passam parte desta energia vibracional para aqueles que estão com menor energia aumentando a energia vibracional desses últimos. O fenômeno macroscópico observável é um fluxo de calor da região de maior temperatura para aquela em que a temperatura é inferior fazendo com que haja uma elevação da temperatura nesta região até que o equilíbrio térmico seja atingido. É bom salientar que o equilíbrio será atingido se o meio não tiver fonte de calor. A característica do fenômeno da transferência de calor por condução térmica, descrito anteriormente, é a ausência de movimento macroscópico de matéria; desta forma, no estado sólido a transferência de calor entre as partes do corpo se dá apenas por condução.

### 2.1.1 Equação de transporte

A equação que descreve o fenômeno de transporte, na sua forma diferencial, é uma equação diferencial parcial de segunda ordem; na sua forma mais geral pode ser escrita como (SLATTERY, 1999; BIRD et al. 2001; MALISKA, 2004; SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA, C., 2012; SILVA, L., 2012; LINS, 2013; ATAÍDE, 2014).

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda\vec{v}\Phi) = \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi}\nabla\Phi) + S^{\Phi}. \quad (2.1)$$

em que

$\Phi$  é a variável dependente de interesse,

$\lambda$  e  $\Gamma^\Phi$  são coeficientes de transporte,

$\vec{v}$  é o vetor velocidade do meio,

$S^\Phi$  é o termo fonte.

O primeiro termo da Equação (2.1) representa a taxa de variação temporal do produto da grandeza de interesse e um coeficiente de transporte  $\lambda$ , dentro de um volume infinitesimal, no instante  $t$ ; o segundo termo do primeiro membro representa o fluxo da grandeza de interesse devido à velocidade do meio; é o termo advectivo. Se o meio onde ocorre o fenômeno de transporte estiver em repouso com relação ao sistema do observador, então  $|\vec{v}| = 0$ , e não haverá advecção.

O primeiro termo do segundo membro representa a difusão da grandeza em estudo. O fluxo da grandeza representada neste termo da equação é devido ao gradiente de um campo escalar, ou seja, é um fluxo devido a um processo difusivo. Se o transporte for de massa a causa do transporte difusivo é o gradiente de concentração da(s) substância(s) envolvida(s) e, se o transporte for de energia, caso em estudo, o que provoca este transporte difusivo de energia, ou fluxo de calor, é o gradiente da temperatura.

O último termo da equação fornece a taxa de geração de energia no volume infinitesimal conhecido como termo fonte; dependendo do sistema, pode ter origem química ou física.

## 2.2 Equação de difusão

A equação de difusão é um caso particular da equação de transporte quando não há o termo advectivo, ou seja, o meio se encontra em repouso,  $|\vec{v}| = 0$ . O fenômeno da difusão pode ser tanto de massa quanto de energia e pode ocorrer em uma, duas ou três dimensões.

No caso da secagem, a variável de interesse é o teor de umidade,  $\Phi = M$  e a causa da difusão de água no interior de um produto é o gradiente do teor de umidade. Quando a difusão for de energia a grandeza de interesse  $\Phi$  será a temperatura,  $\Phi = T$  e a solução da equação diferencial fornecerá o campo de temperatura. A lei que rege este fenômeno é conhecida como a Lei de Fourier e estabelece que o fluxo de calor através da matéria é sempre perpendicular às curvas em que a temperatura é constante, as isotermas, é diretamente proporcional ao negativo do gradiente de temperatura. Na difusão de massa a lei que rege o fenômeno é conhecida como Lei de Fick, a qual estabelece que o fluxo de matéria é proporcional ao negativo do gradiente de concentração da substância que flui. No interior desses fenômenos está o incessante movimento vibracional das moléculas e átomos para a difusão de calor nos sólidos e o movimento browniano para a difusão de uma substância em outra nos fluidos. A equação genérica que descreve a difusão é proveniente da equação de transporte, Equação (2.1). Retirando dela o termo que representa a transferência em razão do movimento do fluido, o termo advectivo, obter-se-á da seguinte forma para a equação de difusão (MALISKA, 2004),

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + S^\Phi. \quad (2.2)$$

A Equação (2.2) descreve vários fenômenos de transporte, como a difusão de calor e de massa, e uma série de fenômenos correlatos, tais como: resfriamento, aquecimento, congelamento, secagem e osmose.

Algumas considerações precisam ser feitas para que a Equação (2.2) corresponda especificamente à equação de transporte de calor por difusão, também chamada condução de calor. O parâmetro  $\lambda$  assume o valor correspondente ao produto da densidade pelo calor específico a pressão constante da grandeza em estudo,  $\rho c_p$ . O coeficiente  $\Gamma^\Phi$  assume a condição de uma importante propriedade da matéria relacionada com a “facilidade de fluidez do calor”, a condutividade térmica  $k$ . A variável dependente  $\Phi$ , genérica, torna-se a temperatura  $T$  e  $S^\Phi = S$ , a fonte de calor; então, pode-se escrever que:



$$\lambda = \rho c_p \quad (2.3)$$

$$\Gamma^\Phi = k \quad (2.4)$$

$$\Phi = T. \quad (2.5)$$

A Equação (2.2), com as modificações introduzidas pelas Equações (2.3), (2.4) e (2.5), torna-se:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + S. \quad (2.6)$$

Se a densidade e o calor específico a pressão constante do corpo forem considerados constantes, então o operador derivada temporal atua apenas na temperatura do sistema e a Equação (2.6) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{k}{\rho c_p} \nabla T \right) + S. \quad (2.7)$$

No primeiro termo do segundo membro da Equação (2.7) o operador divergente atua sobre o produto de um escalar,  $k/\rho c_p$ , pelo campo vetorial gradiente de temperatura,  $\nabla T$ . O escalar é a difusividade térmica do sistema representada por  $\alpha$ , que é igual à razão entre a condutividade térmica do meio e a capacidade que o meio tem de armazenar energia térmica por unidade de volume:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}. \quad (2.8)$$

Desta forma, a Equação (2.7) será reescrita do seguinte modo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla T) + S. \quad (2.9)$$

Se, além da densidade e do calor específico a pressão constante do corpo, a condutividade térmica também for considerada constante, então o operador divergente atuará apenas no gradiente de temperatura do sistema, caso em que a Equação (2.9) pode ser escrita assim:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla \cdot (\nabla T) + S, \quad (2.10)$$

As Equações (2.7), (2.9) e (2.10) são conhecidas como equações de difusão transiente de calor com termo fonte nas quais aparece uma importante propriedade termo-física da matéria, ou seja, a difusividade térmica,  $\alpha$ .

Nas Equações (2.7), (2.9) e (2.10) a variável dependente é a temperatura; as variáveis independentes são o tempo e a posição enquanto a grandeza transportada é a energia, na forma de calor.

Levando em conta que o divergente do gradiente é o laplaciano da função escalar, pode-se reescrever a Equação (2.10) como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + S. \quad (2.11)$$

A Equação (2.11) sinaliza que a taxa de variação da temperatura é igual ao laplaciano da temperatura multiplicada pela difusividade térmica adicionada ao termo fonte. A maneira mais simples da equação de difusão corresponde ao estado cuja temperatura em cada ponto do sistema não mais varia com o tempo e onde não haja fonte de energia. Esta forma corresponde ao estado estacionário, caso em que, a Equação (2.11) assume a forma da equação de Laplace,

$$\nabla^2 T = 0. \quad (2.12)$$

### 2.3 Soluções da equação de difusão

O objetivo principal quando se estuda o processo de difusão de calor é a obtenção do campo de temperatura  $T(x, y, z, t)$  do meio, como resultado da solução da equação diferencial que descreve o fenômeno da difusão térmica (MARKOWSKI et al., 2004; BAÏRI et al., 2007; WOODFIELD et al., 2007). Na solução da equação de difusão é conveniente conhecer algumas condições físicas representadas pelas condições de contorno e pelas condições iniciais em que o sistema se encontra. Em muitas situações práticas, essas condições físicas não são fáceis de serem obtidas; torna-se necessário, portanto, usar hipóteses simplificadoras para tornar o problema mais simples. A solução da equação de difusão de calor é um impasse difícil quando o corpo no qual se processa a difusão de calor, não tem uma forma geométrica simples como um cilindro, uma esfera ou um paralelepípedo. Uma banana não é exatamente um cilindro nem uma maçã é exatamente uma esfera porém, se pode fazer hipóteses simplificadoras e aproximar a forma geométrica do corpo em estudo de uma forma geométrica mais simples como a de um cilindro ou a de uma esfera. Silva et al. (2011a) estudaram a influência dessas hipóteses na cinética de resfriamento do pepino e, para representá-lo, usaram um cilindro infinito, um cilindro finito e um elipsoide. Markowski et al. (2004) aproximaram para um cilindro a forma da salsicha durante seu aquecimento e resfriamento. Kahveci et al. (2003) para estudar o modelo da difusão líquida no processo de secagem, aproximaram a forma do arroz com casca a de um cilindro finito.

É imprescindível, entretanto, que outras hipóteses numa linha de simplificação sejam formuladas haja vista que os processos naturais, além de vários, se desenrolam concomitantemente. A transferência de massa acarreta uma mudança no volume do corpo; esta mudança do volume, por sua vez, modifica a densidade. A alteração da densidade e por conseguinte da estrutura interna, modifica a difusividade térmica que está no âmago do processo de transferência de calor. A simplificação do problema consistiria, então, em se supor que a transferência de calor ocorre a volume constante, tudo com vistas a que a difusividade térmica seja considerada constante para aquela variação de temperatura estudada. Considerar todas as variáveis interferentes inviabiliza a solução analítica da equação da difusão, caso em que o pesquisador lança mão de métodos numéricos para solucionar a equação de difusão e encontrar o campo de temperatura do corpo e suas propriedades termo-físicas.

As soluções da equação de difusão são obtidas através do método analítico e do numérico em muitas pesquisas que tratam da questão específica da transferência de calor. Quando na abordagem de um problema específico de difusão são usadas várias hipóteses simplificadoras, a equação de difusão se torna mais simples e a solução analítica pode ser obtida. Vários trabalhos de pesquisa encontrados na literatura usam o método analítico para resolver a equação de difusão nos processos de transferência de calor: Kahveci et al. (2003); Glavina et al. (2006); Baïri et al. (2007). Outros pesquisadores, entretanto, abordam o problema da difusão do calor a partir de hipóteses que sugerem o método numérico como a técnica mais adequada para a equação de difusão, são exemplos os trabalhos de: Mihoubi et al. (2009), Silva et al. (2010a). Há, ainda, aqueles que utilizam os dois métodos, como Markowski et al. (2004), com o objetivo de avaliar qual dos dois apresenta os melhores resultados.

Na literatura se encontram vários livros que apresentam as soluções analíticas da equação de difusão em diversos sistemas de coordenadas para as mais variadas situações físicas. Dentre os livros disponíveis pode-se citar os de Luikov (1968); Crank (1992); Incropera e DeWitt (1992) e Bird (2001).

### **2.3.1 Métodos numéricos na solução de problemas difusivos**

Quando se pretende obter soluções cada vez mais próximas da realidade nos processos difusivos, não se deve fazer hipóteses simplificadoras relacionadas à geometria do objeto estudado e, como consequência, a solução analítica se torna, em muitos casos, inviável; neste caso, a solução da equação de difusão pode ser obtida por métodos numéricos e, portanto, sua aplicabilidade é bastante ampla. Os métodos numéricos podem ser utilizados para quaisquer situações físicas, desde as mais simples, quando as formas geométricas têm alto grau de simetria, como placas planas, esferas, cilindros infinitos e finitos, até as mais complexas formas geométricas, completamente assimétricas com volume e difusividade variáveis, meios heterogêneos e anisotrópicos.

Três são os métodos numéricos tradicionais para resolver equações diferenciais, que são: a) Método das diferenças finitas (MDF); b) Método dos elementos finitos (MEF) e c) Método dos volumes finitos (MVF). A seguir, serão rapidamente descritos os três métodos.

O método das diferenças finitas tem por base a solução de equações diferenciais que se baseiam na aproximação das derivadas a partir das diferenças finitas obtidas usando-se a série de Taylor. Segundo Maliska (2004), a solução por diferenças finitas consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico.

O método dos elementos finitos consiste em dividir o domínio de integração em um número finito de pequenas regiões denominadas elementos finitos. De acordo com Bortoli (2000) e Maliska (2004), existem vários métodos para se definir a forma como o erro será minimizado. Tanto o MDF como o MEF não trabalham com volumes de controle e, sim, com pontos da malha e, conseqüentemente, em nível discreto.

O método dos volumes finitos consiste em dividir o domínio físico sob estudo em um número finito de subdomínios de volumes elementares denominados volumes de controle, que satisfazem a conservação da propriedade em questão em nível desses volumes elementares. A discretização é feita integrando todos os termos da equação que governa o fenômeno, sobre cada volume de controle, no espaço e no tempo. A solução resultante implica em que a conservação da grandeza de interesse é satisfeita em qualquer volume de controle e, em conseqüência, em todo o domínio físico estudado (MALISKA, 2004; CADÉ et al., 2005; FARIAS, 2011).

Será feito, a seguir, um breve resumo das pesquisas sobre pasteurização nas quais se utilizaram métodos numéricos para se obter a solução da equação de difusão a fim de determinar os parâmetros termo-físicos aos quais se propunham.

Dentre os artigos consultados para a elaboração deste trabalho, cita-se o artigo de Plazl et al. (2006) que usou o método numérico das diferenças finitas para resolver a equação de condução de calor em três dimensões com condição inicial e de fronteira variáveis, durante a pasteurização de enlatados. Huang (2007) também usou o método numérico das diferenças finitas com a formulação completamente implícita desenvolvida por Chandra e Singh (1995) para simular a transferência de calor na pasteurização de pacotes de salsichas tipo *frankfurters*. O sistema de equações obtido foi resolvido numericamente pelo método iterativo de Gauss-Seidel. Lau e Tang (2002) usaram a integração numérica para determinar o parâmetro “*cook value*” *C-value* que

foi usado para determinar o impacto dos dois processos de pasteurização usando-se micro-ondas de 915 MHz e a pasteurização tradicional na textura do aspargo.

### 2.3.2 Formulações para os métodos numéricos

Em um método numérico usado para resolver a equação de difusão é possível estabelecer, em geral, três formulações, de acordo com o tempo definido para representar a grandeza de interesse ao se expressar as derivadas espaciais. A Figura 2.1 mostra as três possibilidades de interpolação no tempo, que são representadas pela seguinte expressão (MALISKA, 2004):

$$\Phi^\theta = \theta\Phi + (1-\theta)\Phi^0 \quad . \quad (2.13)$$

onde  $\theta$  é o fator peso da média ponderada.

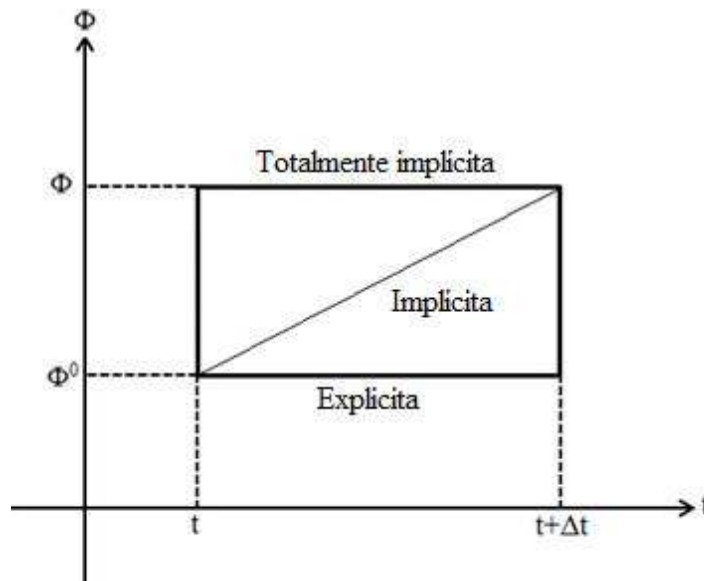


Figura 2.1 - Formulações de interpolação no tempo.

Na Equação (2.13) tem-se, fazendo  $\theta = 0$ , a formulação explícita, conforme destacado na Figura 2.1. Nesta formulação a variável de interesse para expressar as derivadas espaciais é avaliada no instante inicial ( $t$ ) do intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) e, portanto, o seu valor já é conhecido ( $\Phi = \Phi^0$ ). Neste caso, a discretização resulta em um

conjunto de equações que podem ser resolvidas uma a uma. Assim, a variável de interesse para cada volume de controle pode ser determinada para o novo nível de tempo ( $t+\Delta t$ ), sem a necessidade de que um sistema de equações seja resolvido. Essa formulação tem uma limitação com relação à magnitude do intervalo de tempo que deve ser adotado para avançar no tempo, de forma a manter a estabilidade da solução numérica (SILVA, 2009; SILVA, C., 2012).

Na formulação totalmente implícita,  $\theta = 1$ , a variável de interesse é definida nas derivadas espaciais, no final do intervalo de tempo, no instante ( $t+\Delta t$ ), o que caracteriza o acoplamento das equações. Para cada intervalo de tempo há um sistema de equações para serem resolvidas. A vantagem da formulação totalmente implícita está na sua estabilidade qualquer que seja o intervalo de tempo estipulado; desta forma é possível estabelecer intervalos de tempo cada vez maiores sem que haja um limite superior; pela Equação (2.13) se observa que,

$$\Phi^1 = \Phi . \quad (2.14)$$

Para a formulação implícita,  $0 < \theta < 1$ , a variável de interesse  $\Phi$  que define as derivadas espaciais é uma média ponderada dos valores de  $\Phi$  no início e no fim do intervalo de tempo; o método mais conhecido na formulação implícita é o de Crank-Nicolson, que consiste em adotar o valor  $\Phi$  no volume de controle como sendo a média aritmética da variável no início do intervalo de tempo,  $\Phi_p^0$ , e no fim  $\Phi_p$  (LINS, 2013).

## 2.4 Equação de difusão em coordenadas cilíndricas

A equação de difusão em coordenadas cilíndricas é dada da seguinte forma (SILVA, C., 2012; LINS, 2013):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) + S, \quad (2.15)$$

em que:

$\Phi$  é a variável dependente de interesse no processo difusivo;

$\lambda$  e  $\Gamma^\Phi$  são os parâmetros de processo;

S é um termo fonte.

## 2.5 Condição de contorno de primeiro tipo variável

Para este tipo de condição de contorno, a distribuição de temperatura na superfície de contorno pode ser conhecida em função do tempo, isto é,  $T = T_s(t)$ , em que,  $T_s$  é a temperatura na superfície de contorno para um dado valor de tempo (ÖZİŞİK, 1990).

## 2.6 Matéria prima

### 2.6.1 Jaca

A jaca (*Artocarpus heterophyllus Lamk.*) pertence à família *Moraceae*, é largamente distribuída em países como a Tailândia, Indonésia, Índia, Filipinas e Malásia. Durante a safra, esta fruta representa uma opção de alimento saudável para compor a dieta das pessoas. Com produção extensa no Brasil, da região sul até o norte, a jaca apresenta características de sazonalidade bem específica marcada pela concentração da oferta no período de dezembro a abril e de escassez entre os meses de maio a novembro (SOUZA, 2008). Essa fruteira é amplamente encontrada no estado da Bahia, mas não se encontra registro do cultivo comercial.

A jaca é uma fruta rica em carboidratos, fibras, cálcio, fósforo, potássio, magnésio, vitamina C que pode ser consumida fresca ou preservada em xarope, cristalizada ou em compota (ASQUIERI et al., 2008). Entretanto, mesmo com essas características, no mercado nacional a jaca é consumida quase exclusivamente na forma *in natura*, sendo sua polpa pouco aproveitada para o processamento de outros alimentos. Segundo Oliveira et al. (2011), devido a sua alta perecibilidade, assim como de outras frutas climatéricas, é observado um alto índice de perda na pós-colheita, acarretando prejuízos aos produtores. Para elevar o tempo de conservação da polpa, devem ser empregadas tecnologias que preservem ou transformem o fruto em produtos para consumo (DUARTE et al., 2012).



## 2.7 Polpa de fruta

A polpa é o produto obtido pelo esmagamento da parte carnosa comestível da fruta por processos tecnológicos adequados. O processamento de frutas, para a obtenção de polpas, é uma atividade agroindustrial importante na medida em que se agrega valor econômico a fruta, evitando desperdícios e minimizando perdas que podem ocorrer durante a comercialização *in natura* (CABRAL e FURTADO, 1997).

As frutas destinadas para a obtenção de polpa de frutas devem ser sãs, maduras e não apresentar nenhum tipo de sujidades na casca ou ter sofrido ataques de insetos ou parasitas. As polpas devem está isentas de resíduos de casca ou sementes e devem apresentar cor, aroma e sabor característico (CABRAL e FURTADO, 1997).

De acordo com Zadernowski et al. (1997) as polpas de frutas juntamente com frutas e vegetais são fontes de substâncias biologicamente ativas, como: as vitaminas C, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>6</sub>, β-caroteno, minerais (potássio, magnésio e cálcio) e fibras solúveis e insolúveis.

Segundo Soler et al. (1991), a polpa de fruta embora seja um produto processado, sua maior aplicação é como matéria-prima para outras indústrias. Dependendo das condições climáticas, da distância e da perecibilidade das características físicas e químicas de cada fruta o transporte, manuseio e armazenamento dos produtos *in natura* podem se tornar onerosos e as vezes inviáveis de se praticar. E a solução para a indústria é o processamento do produto *in natura*, com a finalidade de evitar o desperdício e atender a demanda do comércio.

## 2.8 Processamento térmico

O processamento térmico é um processo imprescindível no conceito de comida industrializada; ele se baseia no aquecimento de alimentos por um período de tempo a determinada temperatura. O desafio de desenvolver o processamento térmico avançado para a indústria alimentícia prossegue de acordo com a exigência de melhorar a segurança alimentar e a qualidade, pois associado com o processamento térmico há sempre alguma degradação indesejável das propriedades organolépticas dos produtos.

Jung e Fryer (1999) exprimem que, na escolha das condições de operações ótimas do tratamento térmico, deve-se levar em conta o nível de letalidade dos microorganismos patogênicos requerido para o processo, de forma a causar o menor impacto na qualidade sensorial e nutricional do produto.

De acordo com Fellows (2000), durante o tratamento térmico os componentes bioquímicos, como vitaminas, proteínas, carboidratos e pigmentos presentes nos alimentos e responsáveis pelo sabor, cor, textura e odor, sofrem mudanças que podem impactar nas características sensoriais e nutricionais do produto.

Para Pereira e Vicente (2010), o emprego de tecnologia que utiliza calor, como exemplo pasteurização, é comum no processamento de alimentos para garantir a segurança alimentar, a qualidade sensorial e também estender a vida de prateleira de produtos industrializados.

Sancho e Rao (1992) reproduzem que neste processo o produto é submetido ao aquecimento até atingir uma temperatura previamente definida na qual é mantido por tempo determinado com vista a garantir a letalidade desejada do microorganismo alvo ou o nível de inativação da enzima de interesse; sua temperatura, por outro lado, é reduzida na etapa de resfriamento.

Para isso, o cumprimento dessas exigências só acontecerá com maiores informações científicas sobre o processamento dos alimentos, o que passa pelo conhecimento das propriedades termo-físicas para cálculos dos processos.

## **2.9 Propriedades termo-físicas**

O conhecimento das propriedades termo-físicas é essencial para o projeto eficiente e econômico de operações de processamento de alimentos envolvendo transferência de calor. Falhas em equipamentos ou no projeto de processos podem ser atribuídas à falta dessas informações quando da seleção inadequada de valores de propriedades termo-físicas usadas na análise inicial dos sistemas em estudo (INCROPERA e DeWITT, 1992).

Desta forma, para as matérias-primas destinadas à industrialização, que estão sujeitas aos processos de aquecimento e resfriamento como, por exemplo, a polpa de frutas, é interessante que se determinem suas propriedades termo-físicas (ARAÚJO et al., 2004).

A difusividade térmica (Equação (2.8)) mede a capacidade de um material de conduzir energia térmica em relação à sua capacidade de armazená-la (INCROPERA e DeWITT, 1992), sendo a mais utilizada e importante propriedade de transporte necessária na modelagem e nos cálculos de transferência de calor transiente em operações básicas de processamento de alimentos, como a secagem, o processamento térmico, o resfriamento e o congelamento (TRES et al., 2011). Esta propriedade é requerida para estabelecer a rapidez que o calor se difunde no alimento e conhecer as relações de tempo-temperatura que podem causar mudanças de nutrientes, texturas etc (SILVA, 1997).

## 2.10 Pasteurização

A pasteurização é o método de inativação de microorganismos, mundialmente utilizado no processamento de alimentos *in natura*. É importante salientar que o processo de pasteurização deve assegurar, aos alimentos, a preservação de suas propriedades nutritivas (GLAVINA et al., 2006).

Segundo Ibarrola et al. (2002), a pasteurização é um processo bastante comum na indústria de processamento em alimentos, ou seja, é um tratamento térmico aplicado a diferentes produtos alimentares (leite, creme, suco, cerveja etc) para prolongar, sem risco a saúde, seu prazo de validade; neste processo, o produto é submetido ao aquecimento até atingir uma temperatura previamente definida mantendo-a, em seguida, durante um tempo fixo, e seguido do resfriamento.

## 2.11 Tipos de pasteurização

Conforme Sun (2012), a pasteurização é um processo térmico usado para leite, sucos de frutas, cerveja e produtos lácteos, com o objetivo de destruir o maior número possível de microorganismos patogênicos sem modificar significativamente as

propriedades nutricionais e a composição química originais desses produtos. Os dois tipos de pasteurização são: a pasteurização lenta, LTLT (*low temperature long time*); a pasteurização rápida, HTST (*high temperature short time*).

De acordo com Kelly e O'Shea (2002), a técnica de pasteurização LTLT consiste em aquecer o leite ou outros gêneros alimentícios até a temperatura de 62 a 65 °C e nela permanecer pelo menos 30 minutos; em seguida, o produto deverá ser resfriado rapidamente até mais ou menos 10 °C; a variação brusca de temperatura provoca um choque térmico responsável pela inativação de um grande número de bactérias; a outra técnica de pasteurização, HTST, consiste em aquecer o leite ou outro gênero alimentício até a temperatura de 72 a 74 °C durante um período de tempo muito mais curto, 15 a 30 s e só então é resfriado rapidamente, como no processo LTLT.

### **2.12 Pesquisas em transferência de calor aplicadas à pasteurização**

Um modelo matemático foi aplicado por Silva e Silva (1997) para descrever a pasteurização que ocorre durante a etapa de resfriamento de polpa de cupuaçu de pH 3,4 e concentração de 10,5 – 10,8 °Brix, submetida ao envase a quente. O método de diferenças finitas foi empregado para a solução das equações de transferência de calor e se considerou, na modelagem, que a pasteurização ocorria apenas na etapa de resfriamento. Os perfis de temperatura (do centro geométrico da embalagem) em função do tempo foram obtidos por meio de simulações sendo as variáveis do modelo a temperatura de envase, o tipo e a temperatura do meio refrigerante e a geometria da embalagem, cilíndrica bidimensional. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos em dois ensaios experimentais e se considerou que o modelo elaborado foi adequado mas só no caso da água ser usada como fluido de resfriamento.

Utilizando-se de um forno de micro-ondas de 915 MHz e objetivando avaliar a textura do vegetal aos 88 °C durante menos de 15 min, Lau e Tang (2002) submeteram 1,8 kg de aspargo à pasteurização. Durante a experiência, as micro-ondas interagem com o aspargo, o qual foi rapidamente aquecido. Os autores analisaram o impacto dos diversos processos de pasteurização sobre a textura do aspargo e o compararam através dos testes de cisalhamento e *C-value*.

O aspargo (*Asparagus officinalis*) vegetal originário da Europa, da família das *asparagaceae*; é extremamente sensível ao tratamento térmico tradicionalmente utilizado. Como se sabe, ordinariamente a pasteurização usa água ou vapor quente como fonte de calor para elevar a temperatura do produto. A *Food and Drug Administration-FDA* recomenda que a temperatura na pasteurização atinja os 74°C, e permaneça durante 15 min porém no processo em que se usa água ou vapor quente como fonte de calor a temperatura não atinge este valor rapidamente. Comparando as informações colhidas com a pasteurização comum tendo água quente como fonte de calor com as informações obtidas com a pasteurização realizada em micro-ondas de 915 MHz de 1 e 2 kW, Lau e Tang (2002) constataram que 30 min se passavam até que o centro da garrafa atingisse 88 °C usando a pasteurização convencional (já especificada), e apenas 15 min usando o forno de micro-ondas de 1 kW e 9 min usando o de 2 kW de potência. Os pesquisadores concluíram, então, sobre a minoração da degradação da textura do aspargo na pasteurização alternativa, quanto à convencional.

Carbonera et al. (2003) fizeram a análise de três métodos a fim de determinar a difusividade térmica de uma substância: o método de Ball e Olson (1957), o método da otimização associado ao modelo condutivo e o método baseado na própria definição da difusividade térmica. Apesar de não ser comum que esses métodos sejam utilizados para se determinar a difusividade térmica de alimentos, eles foram aplicados por Carbonera et al. (2003) a uma massa de tomate comercial estando 18% do conteúdo em estado sólido. Os métodos mais usados são os métodos de Sweat (1986), Choi e Okos (1983a) e Choi e Okos (1983b), havendo ainda uma terceira opção para o cálculo da difusividade térmica, qual seja, aquela a partir do histórico da temperatura a um ponto do interior da amostra durante o aquecimento ou resfriamento. A pesquisa permitiu concluir que o método de Sweat (1986) é válido para a determinação da difusividade térmica de alimentos pastosos; por conseguinte, nenhuma conclusão sobre a aplicabilidade do método de Ball e Olson (1957) foi obtida em virtude das condições experimentais não favoreciam a utilização dessa metodologia.

Silva e Gibbs (2010) não só ressaltaram a importância do uso de tecnologias como a pasteurização, para reduzir ou eliminar o uso de conservantes químicos com o objetivo de estender a vida de prateleira dos alimentos mas também apresentaram dados sobre resistência térmica de microrganismos alvo de processos de pasteurização de

alimentos com  $\text{pH} > 4,6$  e ainda sugeriram o uso de informações sobre a resistência térmica de cepas do *clostridium botulinum*, pertencentes ao grupo II (não proteolíticas) no dimensionamento da pasteurização de produtos com tal faixa de pH pois, diferente dos esporos da cepa do grupo I (proteolítica e mesófila), em geral utilizada como alvo, possui a capacidade de germinar e se desenvolver em temperaturas tão baixas quanto  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ou seja, a pasteurização e o armazenamento posteriores à refrigeração podem não ser suficientes para garantir a segurança alimentar do produto e, desta forma, o processo seria ineficaz.

Huang (2007), por sua vez, investiu esforços na produção de *softwares* que simulassem a transferência de calor na pasteurização com água quente, de salsichas *frankfurters*, pretendendo a inativação da bactéria *Listeria monocytogenes*. O método numérico das diferenças finitas serviram de base ao *software*, o qual simulou a distribuição da temperatura dentro dos pacotes das salsichas. No início, o *software* se prestou não apenas à avaliação da difusividade térmica aparente mas também ao coeficiente de transferência convectiva do calor, *a priori*, considerados constantes durante o aquecimento e o resfriamento das salsichas. Após o trabalho de comparação dos resultados obtidos com os existentes na literatura específica concluiu-se que a metodologia desenvolvida para avaliação da difusividade térmica aparente das salsichas e o coeficiente de transferência convectivo de calor “*h*”, durante o processo de pasteurização, foram validados com sucesso. A simulação da transferência de calor na pasteurização das salsichas colocadas em pacotes de camada única alcançou resultados consideravelmente precisos em comparação com as curvas de temperatura experimentalmente registradas; o *software* foi considerado bem-sucedido; por outro lado, a conformação cilíndrica (finita) das salsichas sinalizou que a solução do problema da difusividade térmica poderia ser obtida pelo método analítico.

Denys et al. (2004) estudaram, a partir da pasteurização, a temperatura transiente e os perfis de velocidade de fluidos durante os processos térmicos de transferência convectiva e difusiva de calor na geometria do ovo quando estes foram preenchidos por uma suspensão de sódio carboxi-metil-celulose, *CMC*. Hou et al. (1996), recomendara que se pasteurizasse o ovo a fim de eliminar as salmonelas patogênicas presentes em ovos não cozidos. Denys e sua equipe determinaram o coeficiente de transferência convectiva de calor em uma quantidade de ovos, utilizando o *software* CFD –

*Computational Fluid Dynamics*. A geometria do ovo foi discretizada gerando uma malha computacional quase uniforme de aproximadamente 100.000 volumes de controle. Em um problema complexo no qual as propriedades termo-físicas não são constantes e a geometria do corpo sob análise não é simples, a aplicação do método numérico tem importância inegável na obtenção das grandezas estudadas ponto a ponto ao longo do intervalo de tempo em estudo. As análises de Denys e equipe concluíram que a temperatura transiente e os perfis de velocidade durante o processo de convecção natural em corpos ovoides e preenchidos com CMC podem ser determinados com o uso do pacote CFD comercial. Constatou-se uma compatibilidade razoável entre os perfis de temperatura obtidos por simulação e os obtidos experimentalmente; tal compatibilidade, porém, não se configurou quando se considerava que o processo de transferência de calor no interior do ovo se desse por condução.

Igual et al. (2010) avaliaram uma alternativa ao tratamento térmico convencional de suco de pomelo, que promovesse a necessária destruição de microrganismos patogênicos e deterioradores porém, como consequência, houve detrimento dos aspectos nutricionais e de compostos que caracterizam o produto fresco (ácidos, pigmentos, dentre outros). Amostras dos sucos (aproximadamente 10 °Brix) foram submetidas à pasteurização convencional por 11 s a 80 °C e por micro-ondas de 900 W por 30 s objetivando obter produtos com 10% de atividade residual da pectinesterase. Os produtos processados foram analisados em relação ao ácido ascórbico, vitamina C total (ácido ascórbico e ácido dehidro-ascórbico), ácidos orgânicos, compostos fenólicos e enzimas, além da estabilidade desses compostos durante o armazenamento por dois meses, quando os produtos processados foram congelados ou refrigerados. Uma das conclusões obtidas pelos autores foi que, no produto processado por micro-ondas e seguida congelado, houve a preservação de 82% dos compostos fenólicos e no produto pasteurizado de forma convencional este valor foi de 72%; além do mais, a retenção de ácido ascórbico foi significativamente superior após o processo por micro-ondas do que em relação ao tradicional; portanto, e de acordo com os autores, o tratamento por micro-ondas pode ser considerado uma alternativa ao tratamento convencional devido a maior preservação das características sensoriais e nutricionais do suco de pomelo.

Mañas et al. (2003) pesquisaram a influência do meio ácido na resistência ao calor do extrato de bactérias *Salmonella typhimurium* entre as temperaturas de 10 a

37 °C e observaram que a alcalinização do meio ácido com o pH passando de 6 para 7,7 faz com que a resistência dessas bactérias ao calor na temperatura de 37 °C, diminua pelo fator 3. A *Salmonella typhimurium* está frequentemente envolvida em ondas de intoxicação alimentar; daí, o valor inestimável desta pesquisa. Relações semelhantes foram observadas para a *Salmonella senftenbert* e a *Salmonella enteritidis* com o coeficiente de correlação entre 0,91 e 0,98, respectivamente.

Markowski et al. (2004) submeteram salsichas *lyoner* – em forma de cilindro finito, muito apreciadas pelos poloneses – a aquecimento e resfriamento em banho térmico visando determinar a difusividade constante com condições de contorno de terceiro tipo; seus métodos foram: 1) uso da solução analítica simplificada da equação de condução de calor nos sólidos; 2) uso da solução numérica da equação de condução de calor. Comparando os dados obtidos pelos dois métodos e aqueles levantados experimentalmente, os autores observaram que os obtidos com a solução numérica mantinham concordância com os disponíveis na literatura. Em referência à solução analítica, os dados relativos aos vários produtos alimentícios destoaram de forma relevante. Os dados colhidos na pesquisa permitiram uma revelação significativa: a difusividade térmica,  $\alpha$ , não é um parâmetro fixo; a difusividade térmica das salsichas *lyoner*, nas condições físicas, estudadas, ocorria tanto em função das propriedades termo-físicas do material quanto devido a sua estrutura interna. Acresce-se a esta inegável contribuição da pesquisa o fato de que a difusividade térmica das salsichas *lyoner*, enquanto em aquecimento, mostrou-se diferente da difusividade térmica durante o resfriamento. Aliás, a gordura e a água presentes nas amostras também tiveram seu ponto de influência sobre o fenômeno.

Glavina et al. (2006) usaram três métodos na avaliação da difusividade térmica de três gêneros alimentícios, todos dotados de forma cilíndrica: poliamida, batata e carne picada embaladas. Os cálculos partiram da solução da equação de difusão, sendo usado o método analítico considerando-se a condição de contorno para o cilindro infinito sugerido por Singh (1992). A função de transferência de um sistema no domínio da transformada de Laplace é definida como a razão entre a variável de saída  $y(s)$  e a de entrada  $x(s)$  (STEPHANOPOULOS, 1984) e através do método logaritmo classicamente usado na descrição nos pontos críticos (MAGEE e BRANSBURG, 1995). A conclusão dos pesquisadores foi a de que a solução a que chegaram usando o método



da função de transferência apresenta uma dupla vantagem, qual seja, a de propiciar uma estimável aproximação com os dados experimentais e a de ter uma formulação matemática consideravelmente mais simples do que o método analítico. Entretanto, os dados obtidos se mostraram invariavelmente menores do que os encontrados mediante os métodos analítico e logarítmico. O método que usa a função de transferência tem qualidade superior em relação ao método logarítmico, a saber, ele não despreza nenhum dos valores experimentais na estimativa da difusividade térmica.

Plazl et al. (2006) se dedicaram a um modelo matemático que descrevesse a distribuição de temperatura tridimensional na pasteurização industrial de molhos de tomates enlatados. O método numérico das diferenças finitas foi usado para resolver a equação de condução de calor em três dimensões com condição inicial e de contorno variáveis. As previsões das temperaturas obtidas através do modelo dinâmico permitiram uma considerável otimização do processo industrial de pasteurização de molho de tomates enlatados. Teoria e experimento estiveram nas considerações de Plazl e sua equipe, ao estudar o processo de pasteurização para o caso de molho de tomates enlatado. Dentre os resultados obtidos, se destaca que o modelo matemático desenvolvido foi testado com êxito e contribuiu para melhor compreensão da pasteurização industrial de alimentos enlatados. Este método, segundo os pesquisadores, com pequenas modificações, pode ser usado no projeto e no controle industrial da pasteurização de vários outros produtos alimentícios.

Baïri et al. (2007) usaram um método simples para calcular a difusividade térmica de gêneros alimentícios em uma dimensão, tendo como base a solução analítica da equação de Fourier aplicada à geometria cilíndrica. Inicialmente, o cilindro infinito se encontrava em equilíbrio térmico a temperatura  $T_0$  e rapidamente foi colocado em um ambiente na temperatura  $T_e$ . Neste trabalho o coeficiente de transferência convectiva  $h$  foi considerado constante durante todo o processo térmico; no entanto, tal pressuposto necessitou de verificação empírica a partir de uma montagem experimental adequada.

No estudo da propagação do calor através de um cilindro a abordagem da condução do calor pode ser feita em uma ou duas dimensões. A transferência de calor

em duas dimensões já havia sido objeto de estudo de várias pesquisas que usaram diferentes abordagens matemáticas para estimar a difusividade térmica de alimentos através de funções de transferência (BAÏRI et al., 2007). Em seu trabalho, Hakayawa e Ball (1971) trataram esta questão para o caso de quando o coeficiente de transferência convectiva  $h$  era muito grande tornando a resistência ao fluxo de calor na superfície do produto, desprezível.

Para cilindros muito longos a transferência de calor se dá quase que exclusivamente pela superfície lateral fazendo com que o problema de difusão de calor passe de duas para apenas uma dimensão. Baïri et al. (2007) concluíram que esta modificação tornava a solução do problema mais simples e observaram que a diferença dos resultados obtida pelos dois métodos era de aproximadamente 4%. O pequeno erro e a simplificação nos cálculos recomendam, portanto, considerar a transferência unidimensional em alguns problemas da engenharia e em particular para pesquisas em produtos alimentícios.

Uma abordagem numérica foi utilizada por Ukrainczyk (2009) para estimar a difusividade térmica do glicerol, da terra de Ottawa e de geleia, a partir da solução da equação de condução de calor unidimensional em coordenadas cilíndricas. O método iterativo baseado na minimização da soma da função quadrática, juntamente com o método de Levenberg-Marquardt, foi usado pelo pesquisador com o objetivo de melhorar o método já existente. A rápida variação da temperatura na superfície do cilindro mostrou, quando o sistema era imerso em banho térmico, que a condição de contorno do primeiro tipo pode ser aplicada nesses casos. As curvas de temperatura,  $T(r=0,t)$ , obtidas a partir dos dados experimentais e por simulação, estão em perfeita concordância entre si, confirmando as hipóteses da pesquisa: a transferência de calor se dava por condução unidimensional e o algoritmo de Levenberg-Marquardt pode ser aplicado para o caso estudado. No resfriamento, de forma semelhante ao primeiro banho térmico, a temperatura da parede do tubo de cobre entrou em equilíbrio térmico quase que instantaneamente ocorreu nova concordância entre a curva obtida através dos dados experimentais e a obtida por simulação computacional.

Betta et al. (2009) desenvolveram um método rápido, confiável e de fácil utilização para estimar a difusividade térmica de vários gêneros alimentícios. Para a

obtenção da equação de difusão, o método usado foi o da aproximação pelas diferenças finitas; o qual discretiza o domínio contínuo e as variáveis dependentes são consideradas apenas em determinados pontos do domínio. As derivadas são aproximadas por diferenças enquanto a equação diferencial parcial assume uma representação algébrica. Desta forma, um problema de cálculo diferencial se torna algébrico. Betta et al. (2009) citam vários algoritmos que podem ser usados para resolver a equação de difusão, tais como: o método de Richardson, (RICHARDSON, 1910); o método de Cranck-Nicolson, (CRANCK E NICOLSON, 1947); e o método combinado (RICHTMYER E MORTON, 1997), dentre outros. Nesta pesquisa foi desenvolvido um software baseado no método dos mínimos quadrados não-lineares (*NLLS*) das diferenças finitas para a solução da equação de Fourier. Com o objetivo de diminuir os erros sistemáticos no posicionamento do termopar que capta os dados da temperatura, foi projetada e desenvolvida uma célula para medir, com mais precisão, seu posicionamento. Os resultados obtidos pelo novo método foram validados experimentalmente quanto pela comparação com os resultados obtidos por outros três métodos disponíveis. Betta et al. (2009) estimaram as propriedades termo-físicas de vários alimentos, dentre eles produtos industrializados, purê de tomate, molho de tomate, molho de trufas, patê de azeitona, massas, creme custard, geleia de damasco; em todos os casos o método provou ser eficaz.

Betta et al. (2009) consideraram as seguintes hipóteses simplificadoras para programar a modelagem matemática: amostra cilíndrica finita; homogênea e isotrópica; propriedades termo-físicas constantes; geração de calor desprezível dentro da amostra; coeficiente de transferência de calor infinito na superfície e ausência dos fluxos convectivos no interior da amostra, condições em que o fluxo de calor ocorre em duas dimensões: radial e axial. Neste trabalho os pesquisadores concluíram que os métodos numéricos, aqueles que obtêm soluções aproximadas, são os mais indicados para resolver a equação de difusão. Na modelagem matemática, Betta et al. (2009) consideraram como condição de contorno a temperatura na superfície do cilindro,  $T_b$ , constante ou variável durante o tratamento térmico. No início do processo de pasteurização a temperatura era, em todo o cilindro, a mesma,  $T_i$ . Os referidos determinaram o campo de temperatura a partir da solução da equação de difusão em coordenadas cilíndricas. Os resultados obtidos nesta pesquisa foram semelhantes aos

obtidos por Choi e Okos (1983a) e Choi e Okos (1983b). A análise estatística não mostrou diferenças significativas dos valores obtidos por outros três métodos (BALL, 1923; FALCONE et al. 1999; RINALDI, 2005).

Lins (2013) obteve, ao pesquisar a cinética da penetração de calor do purê de tomate e do creme de custard, resultados por simulação numérica compatíveis com os da literatura (BETTA et al., 2009). No primeiro momento, o autor, considerou para cada produto estudado, a difusividade térmica aparente e a condição de contorno de primeiro tipo, constantes. Em seguida, Lins, determinou, por otimização, uma função para representar a difusividade térmica aparente variável em função da temperatura local de cada amostra com condição de contorno de primeiro tipo constante; a conclusão obtida por Lins, foi a de que houve uma melhora sensível nos parâmetros estatísticos quando se considerava a difusividade térmica aparente variável.

Ataíde (2014) estudou a transferência de calor durante a pasteurização de polpa de frutas; mamão papaia e caju. Para isso, foi discretizada e resolvida numericamente a equação de difusão escrita em coordenadas generalizadas, através do método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita, para condições de contorno de primeiro tipo. A análise e comparação dos resultados mostraram que a solução proposta fornece resultados coerentes para os casos investigados proporcionando segurança alimentar com menor gasto energético. Bem como, uma vez conhecida a expressão da difusividade térmica em função da temperatura local, é possível definir o tempo necessário para que o alimento acondicionado em um recipiente com uma geometria qualquer e simétrica de revolução, entre em equilíbrio térmico com uma temperatura previamente definida, através de simulações. Dessa forma, torna-se desnecessário a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente for utilizado para acondicionar o produto.

Kiziltaş et al. (2010) simularam a transferência de calor para mistura de alimentos nos estados sólido e líquido em latas cilíndricas e validaram seu modelo nas condições de pasteurização. Durante o processamento da mistura de alimentos enlatados que apresentam as fases líquida e sólida, a transferência de calor se dá por condução e convecção, simultaneamente. Kiziltaş e seu grupo de pesquisa tinham como objetivo determinar as mudanças de temperatura dentro de uma lata contendo mistura de

alimentos sólido-líquido; para este fim os pesquisadores usaram, em suas experiências, ervilhas em conserva numa configuração bidimensional com simetria axial.

Ao submeter às paredes do recipiente (no qual se encontravam as ervilhas e o líquido conservante) a uma rápida variação de temperatura, a camada do fluido mais próxima às paredes do recipiente sofreu uma expansão de seu volume em razão do aumento de temperatura e, como consequência, ocorreu um aumento na pressão local com efeitos significativos na transferência de calor devido às flutuações térmicas e da força do campo gravitacional (AKTAS e FAROUK, 2003). Durante o processo térmico da mistura sólido-líquido a camada mais perto da parede do recipiente absorveu mais calor e se tornou menos densa, enquanto as camadas mais internas estavam mais frias e, em contrapartida, mais densas. Este desequilíbrio termodinâmico produziu o movimento das moléculas do fluido que teve, como resultado, a transferência de parte da energia térmica das camadas mais próximas da parede para as camadas mais internas aumentando, assim, a temperatura dessas últimas.

Jovetta et al. (2011) estudaram a cinética da inativação térmica da *Alicyclobacillus acidoterrestris* usando o modelo do alimento líquido. Devido à sua resistência à pasteurização a *Alicyclobacillus acidoterrestris* é um importante agente para o controle da qualidade de bebidas ácidas, suco de frutas e para o processo de deterioração alimentar. O processo térmico é o método mais usado para assegurar a segurança alimentar mesmo quando comparado com os recentes avanços de outras técnicas (GHANI et al. 1999; GHANI et al. 2001; FARID e GHANI, 2004). A inativação da *Alicyclobacillus acidoterrestris* foi determinada a partir do modelo do alimento. Usou-se o método de três frascos com pescoço cujas cinéticas de redução decimal foram descritas, em primeira ordem, como: para  $D_{85^{\circ}\text{C}}$  o tempo foi de 105,4 min; para  $D_{88^{\circ}\text{C}}$  o tempo foi de 27,5 min; para  $D_{92^{\circ}\text{C}}$  o tempo foi de 7 min e para  $D_{95^{\circ}\text{C}}$  o tempo foi de 2,3 min. Os resultados foram obtidos para um meio com  $\text{pH} = 7$ . A comparação dos resultados obtidos por Jovetta e seus colaboradores nesta pesquisa, com os resultados de outros pesquisadores, como Splittstoesser et al. (1994); Silva et al. (1999); Eiroa et al. (1999); McKnight (2003), apresentados em tabela no artigo de Jovetta et al. (2011), ressaltaram a importância do meio para a resistência ao calor da *Alicyclobacillus acidoterrestris*.

### 2.13 Outros trabalhos sobre preservação de alimentos envolvendo calor

O fenômeno da transferência de calor é observável em várias situações quando se deseja conservar alimentos por um período de tempo maior do que aquele que seria observado na natureza, sem o intermédio do homem.

Carciofi et al. (2002) se dedicaram ao estudo dos aspectos da transferência de calor na mortadela, durante o processo de cozimento e usaram o perfil de temperatura transiente e as equações empíricas de Ball e Olson (1957) para estimar a difusividade térmica efetiva,  $\alpha$ , e constataram que em todos os experimentos  $\alpha$  aumentou duas vezes após a desnaturação das proteínas que ocorre a uma temperatura de aproximadamente 70 °C; o segundo método usado para determinar a difusividade térmica efetiva se baseou na equação de transferência de calor, em que a difusividade térmica é um parâmetro a ser determinado. Para simplificar o problema a mortadela foi considerada um cilindro finito de raio R e comprimento 2L com difusividade térmica,  $\alpha$ , constante.

Carciofi et al. (2002) utilizaram o método das diferenças finitas visando ao valor da difusividade térmica das mortadelas, considerando-as um cilindro finito. Pelo fato de desses pesquisadores terem considerado, por um lado, a difusividade constante e, por outro, desconsiderarem a troca de matéria com o meio externo, esta solução poderia ter sido obtida do método analítico. Os resultados mostraram, ainda, que o modelo parabólico é capaz de descrever a transferência de calor na mortadela. Este resultado se comportou em desacordo com os resultados publicados por Mitra et al. (1995) que mostravam que a transferência de calor na mortadela obedecia ao modelo hiperbólico.

Marcotte et al. (2008) pesquisaram um modelo matemático para descrever o processo de cozimento e de resfriamento de produtos industrializados de carnes e de aves. Para as operações de cozimento e resfriamento foi desenvolvido um modelo matemático de simulação. As equações descritivas da transferência de calor, da destruição de microrganismos e dos fatores de qualidade de um produto, foram resolvidas numericamente. O modelo concebido por Marcotte e equipe teve validação experimental para a transferência de calor e para o consumo necessário de energia nesses processos.

Após a colheita, a vida das frutas pode ser aumentada através de alguns mecanismos, um dos quais, é o resfriamento do produto, que tem várias vantagens: conserva as propriedades nutritivas e aumenta o tempo de armazenamento enquanto reduz a taxa de deterioração das frutas (SILVA et al. 2010b). Em seu trabalho de pesquisa Silva et al. (2010b) propuseram uma metodologia para o cálculo do coeficiente de transferência convectiva de calor,  $h_H$ , para frutas com superfícies esféricas, especialmente aplicada ao figo, usando simulação numérica e dados experimentais do resfriamento do referido fruto, disponíveis na literatura (DINCER, 1995a; DINCER, 1995b).

Amendola et al. (2009) calcularam o coeficiente convectivo de transferência de calor em figo, mais especificamente a variedade do figo, conhecida como “Roxo de Valinhos” usando modelagem matemática e simulação numérica, quando estes eram submetidos ao resfriamento rápido. O objetivo foi comparar o resultado com o definido pelo ajuste entre os dados experimentais e o uso de equação empírica da literatura. Para a predição da temperatura próxima ao centro das frutas, os autores consideraram o modelo da lei de Fourier em coordenadas esféricas e implementaram algoritmos segundo os métodos de diferenças finitas e dos elementos finitos para os modelos unidimensional e tridimensional, respectivamente. O estabelecimento do referido valor foi a partir da comparação dos dados simulados com os dados experimentais. Os pesquisadores concluíram que: os valores resultantes dos dois modelos foram coincidentes e resultaram menores valores residuais que o obtido pela equação empírica; além disso, a representatividade da curva simulada mostrou que a atual metodologia foi mais precisa.

Outra pesquisa envolvendo o resfriamento foi desenvolvida por Silva et al. (2011a), ao pesquisarem o efeito da representação geométrica na solução numérica da cinética de resfriamento do pepino. Para descrever este processo admitiram que o modelo de difusão fosse o que melhor se adaptava à propagação do calor no pepino e, também, que as propriedades termo-físicas do pepino eram constantes durante o processo de transferência de calor, que ocorre entre as partes do corpo. Os pesquisadores concluíram, ainda, que a condição de contorno do terceiro tipo foi a que melhor representou a interação do sistema com o meio externo.

Três figuras geométricas foram testadas para representar a forma do pepino na solução da equação de difusão: o cilindro infinito, o finito e o elipsoide. A equação de difusão de calor foi resolvida através do método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita. Das três geometrias testadas para a solução da equação de difusão a que melhor se adaptou aos dados experimentais obtidos por Dincer e Dost (1996) foi a geometria do elipsoide; entretanto, o tempo necessário para sua otimização foi sessenta e seis vezes maior do que o tempo necessário para a solução da equação de difusão de calor usando o cilindro infinito.

Em outra pesquisa envolvendo resfriamento Silva et al. (2011b) calcularam o coeficiente de transferência convectiva de calor,  $h_H$ , do morango; aqui, a forma geométrica do morango foi considerada como a de uma esfera e dois métodos foram usados nos cálculos visando obter o valor da referida grandeza: o analítico e o numérico. Dentre as hipóteses levantadas para se obter a solução analítica da equação de difusão estavam a de homogeneidade e a isotropia do fruto. Em virtude das considerações assumidas para a solução do problema a transferência de calor por difusão foi considerada apenas na direção radial e devido à forma geométrica as coordenadas usadas foram as esféricas, enquanto a condição de contorno considerada foi a do terceiro tipo; a solução numérica foi obtida através do método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita, com a difusão de calor se processando em uma dimensão. Os métodos analítico e numérico apresentaram resultados bastante concordantes haja visto que a diferença entre eles foi inferior a 3% do valor calculado.

Becker e Fricke (2004) estudaram como maximizar a operação de resfriamento e congelamento de alimentos e, com este objetivo, analisaram curvas de refrigeração de vários gêneros alimentícios disponíveis de pesquisas industriais; a partir desses dados eles estimaram os coeficientes de transferência convectiva de calor para várias superfícies de alimentos e obtiveram os tempos necessários para o resfriamento e congelamento de vários gêneros alimentícios para então serem usados como subsídios na otimização de projetos de refrigeradores. A pesquisa empreendida por Becker e Fricke (2004) foi desenvolvida com base nas curvas de refrigeração. Um algoritmo foi desenvolvido para calcular o coeficiente de transferência de calor de gêneros alimentícios com superfícies irregulares; neste algoritmo utilizou-se o conceito de transferência de calor equivalente para generalizar a aplicação do método analítico para



as superfícies irregulares, o que possibilitou a realização dos cálculos dos coeficientes de transferência de calor a partir das curvas de resfriamento coletadas. Os dados e as correlações resultantes desta pesquisa poderão ser usados em designers de refrigeração e sistemas de congelamento para alimentos. Tais informações tornará possível uma avaliação precisa à determinação das cargas de refrigeração e congelamento de alimentos, e que, serão de utilidade para profissionais que trabalham com esses sistemas.

Jaramillo-Flores e Hernandez-Sanchez. (2000) calcularam a difusividade térmica constante em polpa de graviola contida em pequenas latas cilíndricas, cujos resultados obtidos na pesquisa sinalizaram que a difusividade térmica da polpa de graviola varia significativamente quando a temperatura está abaixo de 0 °C; no entanto, para temperaturas maiores que 0 °C os valores obtidos para a difusividade térmica estão de acordo com os resultados encontrados por outros pesquisadores para vários produtos vegetais; os pesquisadores não encontraram diferença nos valores da difusividade para as polpas de frutas maduras e verdes em um nível de significância de 5% mas também observaram, a importância da mudança de fase para a difusividade térmica da polpa de graviola: a difusividade térmica da polpa de graviola descongelada era dezesseis vezes maior do que a da polpa congelada.

Delgado et al. (1997) mediram experimentalmente a condutividade térmica,  $k$ , de algumas frutas e vegetais, dentre elas o morango e o espinafre, numa faixa de temperatura onde se encontrava seu ponto de congelamento: entre -21 e 28 °C. Os dados referentes à condutividade térmica de frutas e vegetais disponíveis na literatura, são limitados para temperatura abaixo do ponto de congelamento. Delgado et al. (1997) relatam pesquisas anteriores, como as desenvolvidas por Calvelo e Hough (1978) nas quais a condutividade térmica da carne havia sido medida em temperaturas inferiores a 0 °C; apesar disto, os procedimentos usados por eles não foram seguidos por outros pesquisadores.

Delgado et al. (1997) apresentaram várias equações obtidas empiricamente por outros pesquisadores que relacionavam a condutividade térmica com a composição química do gênero alimentício. Algumas dessas equações que faziam previsões para a condutividade térmica, foram testadas por Delgado e seus colaboradores. A equação

proposta por Heldman e Lund (1992), que tem como base a composição química do vegetal ou da fruta previa, forneceu para o espinafre, uma condutividade térmica de 1,93 W/mK, na temperatura de -5,76 °C; mesmo assim, o valor obtido experimentalmente para o espinafre, para a temperatura indicada, foi de 0,38859 W/mK. Discrepância semelhante entre a previsão teórica e o valor obtido experimentalmente, também foi observada para a condutividade térmica do morango, a -5,76 °C. Delgado e seus colaboradores admitiram, neste trabalho, que nos processos de congelamento, descongelamento e armazenamento de congelados, uma das propriedades mais difíceis de ser estimada é a condutividade térmica,  $k$ , pois ela depende fortemente da quantidade de água do produto e não é isotrópica.

Mihoubi et al. (2009) estudaram um modelo para a secagem de cenoura usando, como fonte de calor, a radiação infravermelha. Nesta pesquisa foi usado o modelo Guggenheim-Anderson-deBoer (GAB) para descrever experimentalmente as curvas isotermas de dessorção. Com este objetivo foram determinadas isotermas de dessorção da cenoura a 30, 40 e 60 °C; a partir da equação de difusão foi desenvolvido um modelo que descrevesse a transferência simultânea de calor, umidade e a deformação sofrida pelo corpo como consequência do fenômeno de secagem. A conclusão a que os pesquisadores chegaram, foi a de que, com as isotermas de dessorção da cenoura estabelecidas em três temperaturas diferentes, os dados experimentais são adequadamente descritos pelo modelo de GAB. A temperatura afetou significativamente o teor de umidade de equilíbrio e uma relação linear foi determinada para descrever a variação experimental do encolhimento de cenoura versus o teor de umidade.

Sharma et al. (2005) também usaram a radiação infravermelha para secar fatias finas de cebola. A pesquisa foi feita em escala laboratorial usando secador infravermelho convectivo com potência de 300, 400 e 500 W. Um jato de ar com velocidade de 1 m/s, 1,25 m/s e 1,5 m/s foi aquecido pela fonte de radiação infravermelha em temperatura de 35, 40 e 45 °C. Este sistema foi usado para secar as fatias de cebola através de várias combinações de potência da fonte e de velocidade do fluxo de ar no processo de secagem. Observou-se que o tempo de secagem era reduzido em torno de 2,25 vezes quando a potência da radiação infravermelha era aumentada de 300 para 500 W, a temperatura do ar de 35 para 45 °C e a velocidade do ar de 1,0 para 1,5 m/s. A velocidade do ar também influenciava o tempo de secagem das fatias de

cebola. Para uma temperatura do fluxo de ar e potência da fonte de irradiação, um aumento na velocidade aumentava o tempo de secagem, ou seja, diminuía a taxa de remoção da umidade.

Togrul (2006) pesquisou quais, dos cinco modelos empíricos de secagem disponíveis na literatura (Newton, Page modificado, Logaritmo, Aproximação por difusão e Midilli) melhor se adequavam à secagem de cenouras usando raios infravermelhos. Para obter as características da secagem, as cenouras foram fatiadas com a espessura das fatias variando entre 1 a 2 mm; em seguida, foram aquecidas usando a radiação infravermelha a uma temperatura entre 50 e 80 °C. Observou-se que a taxa de secagem quase dobrou quando a temperatura passou de 50 para 80 °C e que o coeficiente de difusão da cenoura aumentou com o aumento da temperatura. O pesquisador concluiu, que dentre os cinco modelos pesquisados, o modelo de Midilli foi o que melhor se adequou a secagem da cenoura usando a radiação infravermelha no intervalo de temperatura pesquisado.

Sagar e Suresh (2010) publicaram um artigo de revisão das pesquisas sobre secagem e desidratação de frutas e legumes, dando ênfase à importância que esses vegetais têm na reposição de nutrientes, como vitaminas, sais minerais e fibras para o homem; entretanto, o conteúdo da umidade das frutas frescas chega a 80% (ORSAT et al., 2006). Consumi-las frescas é a melhor maneira de aproveitar seus nutrientes; para isto, é necessário estocá-las a baixas temperaturas. Os pesquisadores observaram que a secagem é uma alternativa viável em países tropicais como a Índia e o Brasil. É bom observar que aproximadamente 20% das culturas perecíveis do mundo são secados para aumentar a vida útil de prateleira e promover a segurança alimentar (GRABOWSKI et al., 2003).

A preservação de frutas através da secagem era conhecida há muitos séculos e tinha, como base, a exposição solar. Entretanto, a baixa qualidade da secagem e a contaminação do produto nesses processos apontavam para a necessidade de desenvolvimento de novas tecnologias para o processo de secagem (BEZYMA e KUTOVOY, 2005).

A tecnologia de secagem tem aprimorado seus métodos para reduzir a utilização de energia e diminuir o custo operacional. Dentre as tecnologias disponíveis para o processo de secagem podem ser citadas a desidratação osmótica, secagem a vácuo, liofilização, secagem por atomização e secagem com micro-ondas. O uso dessas técnicas no processo de secagem asseguram a eficiência da secagem e a qualidade do produto final (SAGAR e SURESH, 2010).

Silva et al. (2009a) pesquisaram a influência da geometria na simulação numérica da cinética de secagem de bananas em temperatura constante. Para estudar esta influência na cinética de secagem os pesquisadores supuseram que o modelo da difusão de massa fosse aplicável ao processo de secagem; tomaram, então, o cilindro infinito, o cilindro finito e o elipsoide como as figuras geométricas mais aproximadas para representar a banana. Neste trabalho não foi considerada a variação de volume do fruto devido ao processo de perda de umidade pois o objetivo era comparar os resultados da simulação numérica da cinética de secagem de bananas com os dados disponíveis na literatura; referidos dados consideravam o volume do corpo constante no processo de secagem. Das conclusões obtidas pelos pesquisadores pode-se enumerar as seguintes: no processo de secagem a difusividade térmica da banana varia com o tempo e dentre as figuras geométricas usadas para representar a banana o elipsoide era a mais adequada.

A leitura deste capítulo confirmou que nenhum trabalho apresentado na revisão bibliográfica aborda simultaneamente a situação física envolvendo condição de contorno variável e também difusividade térmica variável em função da temperatura local. Ante este cenário, se confirma a importância deste trabalho de pesquisa que fará um estudo da penetração de calor em polpa de fruta usando a condição de contorno variável em função do tempo e a difusividade térmica variável em função da temperatura local.

---

---

## CAPÍTULO 3

---

---

### 3 - MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo se descrevem os modelos matemáticos necessários para o desenvolvimento das ferramentas que serão disponibilizadas para a otimização e a simulação da transferência de calor no processo de tratamento térmico de produtos alimentares no estado pastoso, acondicionados em recipientes cilíndricos. Neste estado, o produto assume a geometria do recipiente e, conseqüentemente, é definido o sistema de coordenadas que será usado para descrever a transferência de calor por condução: coordenadas cilíndricas.

Determina-se a difusividade térmica aparente como se só houvesse condução mas, em maior ou menor grau, os três mecanismos estão presentes. Este procedimento foi padrão em outros trabalhos (BETTA et al., 2009; UKRAINCZYK, 2009; LINS, 2013; ATAÍDE, 2014) e a difusividade térmica, neste caso, é denominada “aparente”.

#### PARTE A - MODELAGEM MATEMÁTICA

##### 3.1 Hipóteses atribuídas à solução analítica para validar a solução numérica

As hipóteses estabelecidas para a solução analítica da equação de difusão de calor em cilindros finitos foram as seguintes:

- A massa cilíndrica deve ser considerada homogênea e isotrópica;
- A temperatura do meio externo permanece constante durante todo o processo de pasteurização;
- As dimensões do recipiente permanecem inalteradas durante o processo difusivo;

- A difusividade térmica efetiva do produto estudado não pode variar durante o processo de transferência de calor;
- A condição de contorno para a solução da equação de difusão é do primeiro tipo;
- Não há fonte geradora de calor no interior do produto estudado.

### 3.2 Solução analítica da equação de difusão para um cilindro finito

As hipóteses estabelecidas anteriormente permitem uma solução analítica para várias formas geométricas simples, dentre as quais se enquadra o cilindro finito, o qual é formado a partir da intersecção de um cilindro infinito com uma parede infinita. Apresentar-se-á, a seguir, a solução analítica da equação de difusão de calor para a geometria do cilindro finito de raio  $R$  e comprimento  $L$ ; esta geometria está representada na Figura 3.1(a-b).

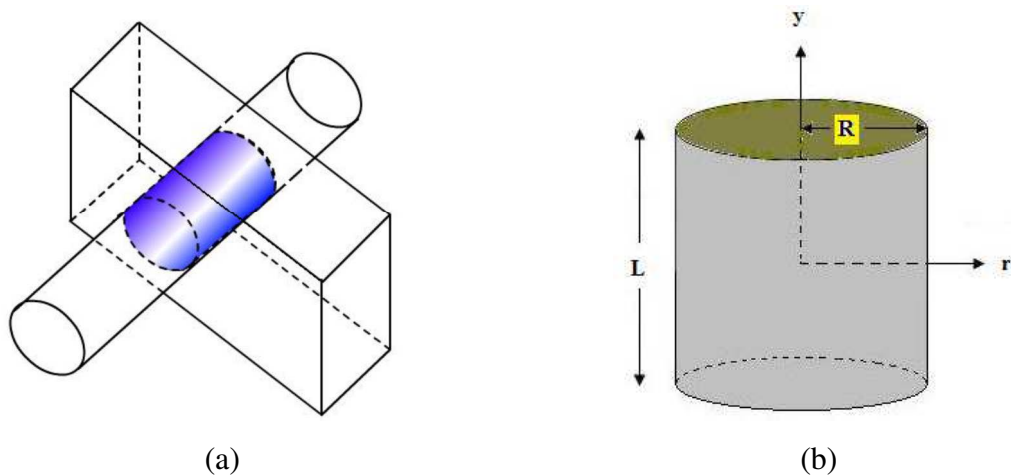


Figura 3.1 – (a) Interseção de uma placa infinita e um cilindro infinito; (b) Cilindro finito de raio  $R$  e comprimento  $L$ . Fonte: (SILVA, C. 2012)

Para o cilindro finito não se pode desprezar a difusão do calor na direção axial visto que as áreas circulares,  $\pi R^2$ , não são desprezíveis quando comparadas com a área lateral do cilindro,  $2\pi RL$ , razão por que se tem uma difusão bidimensional de calor: radial e axial. Considerando, agora, que não haja difusão na direção  $\theta$  nem fonte de

calor e ainda trocando a coordenada  $z$  pela coordenada  $y$ , conforme a Figura 3.1, a Equação (2.15) se torna,

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right). \quad (3.1)$$

Para transformar a equação geral de difusão numa equação de difusão de calor, a grandeza  $\Phi$  se torna a temperatura,  $T$ , a ser determinada; o parâmetro  $\lambda$  se transforma no produto da densidade do sistema pelo calor específico a pressão constante do mesmo,  $\rho c_p$ , e  $\Gamma^\Phi$  se torna a condutividade térmica,  $k$ , do sistema em estudo. Desta forma, transforma-se a equação geral de difusão na equação de condução de calor em duas dimensões, com a seguinte expressão,

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (3.2)$$

Considerando as propriedades termo-físicas  $\rho$  e  $c_p$  constantes, têm-se  $\alpha = k/\rho c_p$ , onde  $\alpha$  é a difusividade térmica, portanto, a Equação (3.2) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (3.3)$$

Caso a difusividade térmica  $\alpha$  também possa ser considerada constante, então a Equação (3.3) poderá ser reescrita do seguinte modo:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right]. \quad (3.4)$$

A Equação (3.4), descreve o fenômeno da difusão de calor em coordenadas cilíndricas com parâmetros termo-físicos constantes, em duas dimensões.

A solução da Equação (3.4) apresentada por Luikov (1968) para o campo de temperatura  $T(r, y, t)$ , em que o número de Biot é infinito usando o método da separação das variáveis, é dada por,

$$T(r, y, t) = T_{eq} - (T_{eq} - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \cos\left(\mu_m \frac{y}{L/2}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{R^2} + \frac{\mu_m^2}{(L/2)^2}\right) \alpha t\right], \quad (3.5)$$

em que.

$$A_n = \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)}, \quad (3.6)$$

$$A_m = (-1)^{m+1} \frac{2}{\mu_m}, \quad (3.7)$$

$$\mu_m = (2m-1) \frac{\pi}{2}. \quad (3.8)$$

Sendo  $J_0$  e  $J_1$  as funções de Bessel de primeiro tipo de ordem 0 e 1, respectivamente.

Substituindo os valores de  $A_n$  e  $A_m$  na Equação (3.5) pode-se escrever o campo de temperatura para a condição de contorno do primeiro tipo,

$$T(r, y, t) = T_{eq} - (T_{eq} - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n J_1(\mu_n)} (-1)^{m+1} \frac{2}{\mu_m} J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \cos\left(\mu_m \frac{y}{L/2}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{R^2} + \frac{\mu_m^2}{(L/2)^2}\right) \alpha t\right]. \quad (3.9)$$

As raízes  $\mu_n$ , serão obtidas através da equação característica:



$$J_0(\mu_n) = 0 \quad (3.10)$$

### 3.2.1 Método da secante aplicado à determinação das raízes da função de Bessel de primeiro tipo ordem zero

Na solução da Equação (3.9), as raízes  $\mu_n$  foram determinadas pelo método da secante usando-se um código computacional, Código B1 em apêndice, desenvolvido de acordo com o algoritmo apresentado na Figura 3.2.

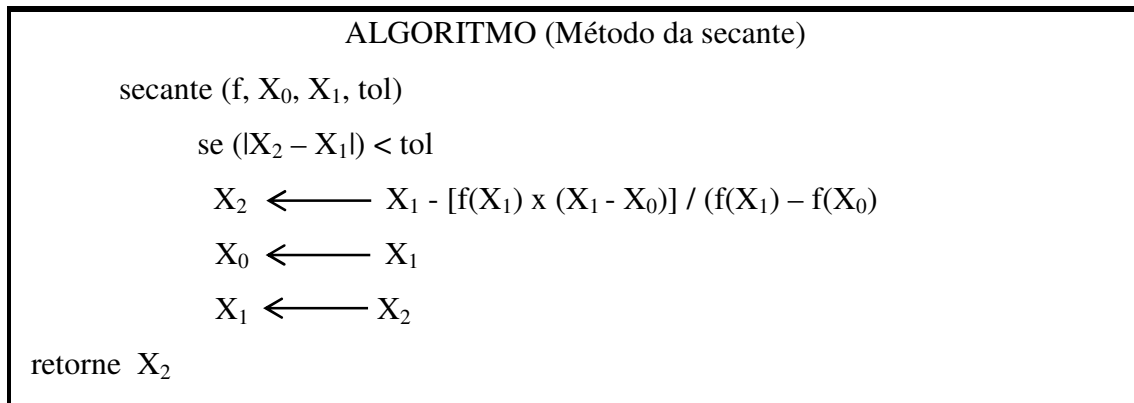


Figura 3.2 – Algoritmo (Método da Secante).

O procedimento do algoritmo segue os seguintes passos:

- **Passo 1** - Definir a função a ser avaliada;
- **Passo 2** - Definir a faixa onde se quer pesquisar as raízes;
- **Passo 3** - Verificar se nesta faixa existe pelo menos uma raiz real, isso se verifica quando nesse intervalo a função vai de valores positivos para valores negativos ou vice-versa;
- **Passo 4** - Definir as aproximações iniciais;
- **Passo 5** - Verificar as condições de convergência;
- **Passo 6** - Fazer iterações conforme o algoritmo mostrado na Figura 3.2 até a convergência.

Esse método é usado para a resolução de equações do tipo  $f(x) = 0$ . No caso específico deste trabalho  $f(x)$  é a Equação (3.10). Resolver equações desse tipo significa

obter as raízes reais de uma função, ou seja, o ponto onde a função é nula. Esse método utiliza uma estratégia parecida com a do método de Newton–Raphson para resolução da equação, o que o diferencia é a substituição da derivada por um quociente de diferenças.

O algoritmo do método da secante é uma saída para o método de Newton em sistemas de equações cuja resolução da derivada exige uma elaboração maior, isso muitas das vezes acarreta uma maior necessidade de tempo para execução do programa e resolução do sistema. Devido a isso o método da secante substitui a derivada por um quociente de diferença e torna mais rápida a convergência para raiz nesses casos. Trata-se de um sistema com uma sequência de passos elementares para desenvolver um algoritmo para programação desse método, que necessita não de uma aproximação inicial como no método de Newton, mas de duas aproximações, uma vez que a reta secante corta a função em dois pontos, já a reta tangente utilizada no método de Newton corta a função em apenas um ponto. A ordem de convergência do método da secante não é quadrática como a do método de Newton, mas também não é apenas linear. Os critérios para convergência são os mesmos do método de Newton, porém, acrescenta-se que não seja aplicável devido à aproximação da derivada por um quociente de diferenças.

O método da secante faz convergir para um valor  $x_{k+1}$  tal que  $f(x_{k+1})$  seja igual a zero, ou seja, a partir de um processo de iterações sucessivas e duas aproximações  $x_{k-1}$  e  $x_k$ , o ponto  $x_{k+1}$  é obtido como sendo a abscissa do ponto de interseção do eixo  $ox$  e da reta secante que passa por  $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$  e  $(x_k, f(x_k))$ . Ressalta-se que um programa em Fortran foi desenvolvido para solucionar os sistemas de equações propostos.

Para determinar as demais raízes deslocam-se as aproximações iniciais de um valor próximo ao período da função que tende para  $\pi$ . O Procedimento deverá ser repetido e resultará nas raízes subsequentes.

A função de Bessel do primeiro tipo; de ordem zero e de ordem um, de acordo com Edwards Jr. e Penney (1995), são às seguintes:

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m}}{2^{2m} (m!)^2} \quad (3.11)$$

$$J_1(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m x^{2m+1}}{2^{2m+1} m!(m+1)!} \quad (3.12)$$

### 3.2.2 Fluxograma do algoritmo da solução analítica

A Figura 3.3 mostra o fluxo da rotina da solução analítica de acordo com os seguintes passos:

- **Passo 1** - Leitura dos dados referentes às propriedades termo-físicas, dimensões, condições de contorno e iniciais;
- **Passo 2** - Cálculo dos coeficientes  $A_n$  e  $A_m$  com base nas raízes de Bessel;
- **Passo 3** - Cálculo de temperaturas;
- **Passo 4** - Impressão dos resultados de temperaturas;
- **Passo 5** - Verificar o critério de parada, se o tempo total não foi cumprido, volta ao passo 2;
- **Passo 6** - Fim.

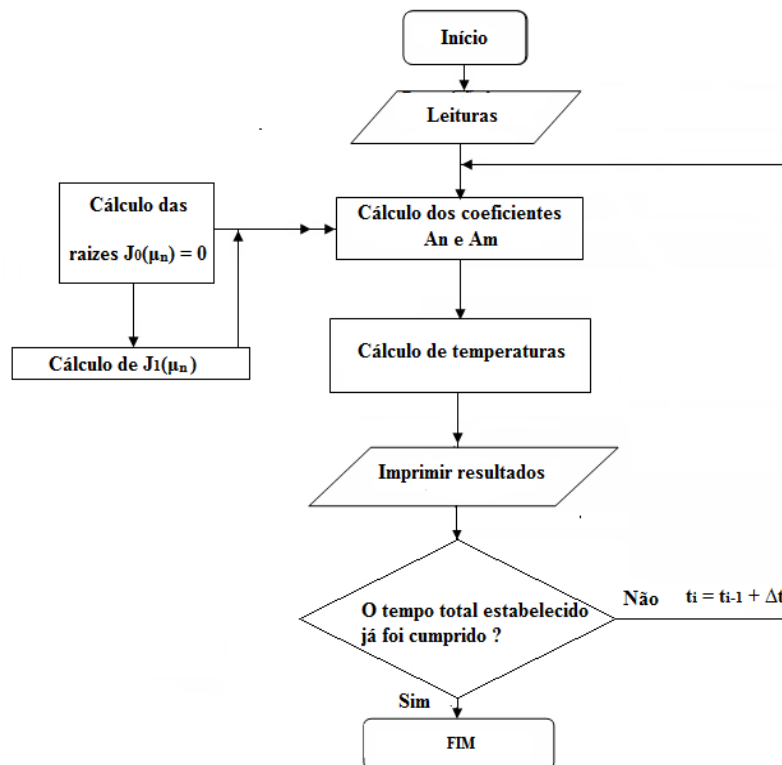


Figura 3.3 – Fluxograma do software desenvolvido para o cálculo analítico.

### 3.3 Hipóteses para obtenção da solução numérica da equação de difusão

Para se obter a solução numérica da equação de difusão para o cilindro finito neste trabalho, foram necessárias algumas hipóteses simplificadoras:

- O produto é considerado homogêneo e isotrópico;
- Durante o processo não há mudança de fase do produto;
- A condução é o único mecanismo de transporte de calor no sistema em estudo;
- A condição de contorno é do primeiro tipo.

### 3.4 Solução numérica da equação de difusão: geometria cilíndrica

A equação de difusão para o cilindro foi resolvida através do método numérico dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita; tal formulação foi escolhida porque a solução obtida é incondicionalmente estável para qualquer intervalo de tempo. Detalhes sobre o método numérico dos volumes finitos e suas formulações podem ser encontrados, por exemplo, em Patankar (1980) e Maliska (2004).

Na Figura 3.4 são apresentados: (a) o cilindro finito; (b) uma fatia simétrica deste cilindro na qual os volumes de controle serão definidos e (c) o retângulo onde serão definidos os elementos da malha.

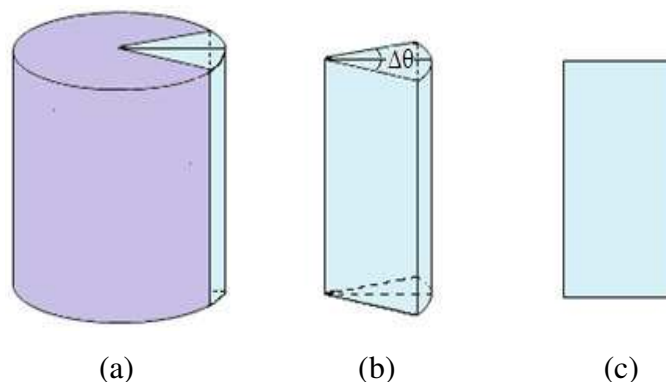


Figura 3.4 – (a) Cilindro finito e uma fatia simétrica; (b) Fatia simétrica do cilindro definida pelo ângulo  $\Delta\theta$ ; (c) Retângulo onde serão definidos os volumes de controle. Fonte: (LINS, 2013)

Devido à simetria radial pode-se estudar apenas a fatia ilustrada na Figura 3.4(b) para resolver a equação de difusão. Assim, no retângulo da Figura 3.4(c) pode ser criada uma malha bidimensional, conforme é indicado na Figura 3.5(a). A Figura 3.5 destaca, na parte (b), um elemento retangular da malha. A partir desta malha bidimensional pode-se expressar o volume de cada elemento da malha:  $r_p \Delta\theta \Delta r \Delta y$ , em que  $r_p$  define a posição do ponto nodal do elemento da malha com relação ao eixo do cilindro.

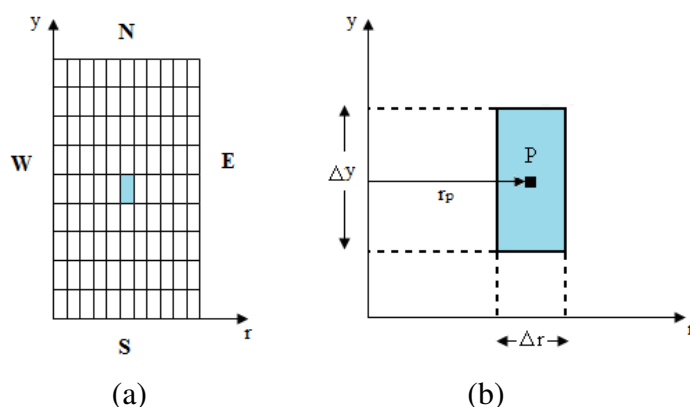


Figura 3.5 – (a) Malha bidimensional para a solução numérica da equação de difusão no cilindro; (b) destaque de um elemento de malha. Fonte: (SILVA, C., 2012)

Do que foi estabelecido, um volume de controle para cada elemento da malha bidimensional tem o aspecto cilíndrico devido à própria natureza do objeto em estudo.

A Figura 3.6 mostra o volume de controle em coordenada cilíndrica, a uma distância  $r$  do eixo do cilindro, com espessura radial  $\Delta r$ , altura  $\Delta y$  e largura  $r\Delta\theta$ .

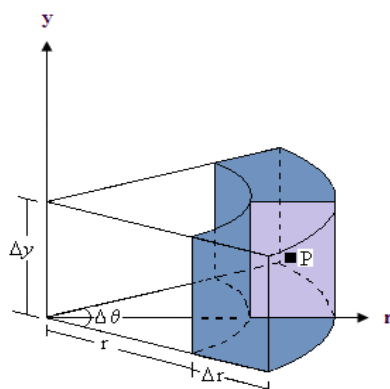


Figura 3.6 - Volume de controle para geometria cilíndrica. Fonte: (LINS, 2013)

Da Figura 3.6 pode-se verificar que no domínio bidimensional foi criada uma malha uniforme cujos lados dos elementos retangulares são dados por  $\Delta r$  e  $\Delta y$ . Existem, na malha, nove tipos distintos de volumes de controle, como se pode observar na Figura 3.7. Tais volumes são: os que não fazem fronteira com o meio externo, chamados volumes internos. Há os que têm apenas uma fronteira com o meio externo e estão localizados a sul, “S”, a leste, “E”, a norte, “N” e a oeste, “W”. Há, ainda, os volumes que têm duas fronteiras com o meio externo e localizam-se a sudeste, “SE”, a nordeste, “NE”, a noroeste, “NW” e a sudoeste, “SW” da malha.

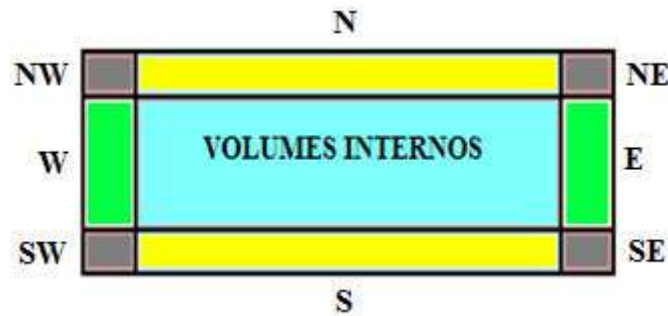


Figura 3.7 - Tipos de volumes de controle. Fonte: (SILVA, 2009)

Usando o método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita, pode-se integrar a Equação (3.1) no espaço ( $r_p \Delta \theta \Delta r \Delta y$ ) e no tempo ( $\Delta t$ ); só, assim se obtêm o seguinte resultado para o volume de controle P:

$$\frac{\lambda_p \Phi_P - \lambda_p^0 \Phi_P^0}{\Delta t} r_p \Delta r \Delta y = \left( r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_e - r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_w \right) \Delta y + \left( \Gamma_n^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_n - \Gamma_s^\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_s \right) r_p \Delta r + (S_c + S_p \Phi_P) r_p \Delta r \Delta y. \quad (3.13)$$

Na Equação (3.13) o sobrescrito zero significa que o termo deve ser avaliado no tempo anterior ( $t$ ) ao tempo de interesse enquanto os termos sem sobrescrito são avaliados no tempo de interesse ( $t + \Delta t$ ). Os subscritos “e”, “w”, “s” e “n” significam, respectivamente, as interfaces leste, oeste, sul e norte de um volume de controle considerado, enquanto P é o ponto nodal deste volume. Na Equação (3.13) deve-se observar que o termo fonte foi escrito na forma linearizada.

### 3.4.1 Discretização para volumes internos

Os volumes internos possuem vizinhos a leste, ao norte, ao sul e a oeste e, por conseguinte, não têm contato com o meio externo. Na Figura 3.8 foi destacado um volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos, numa malha bidimensional retangular.

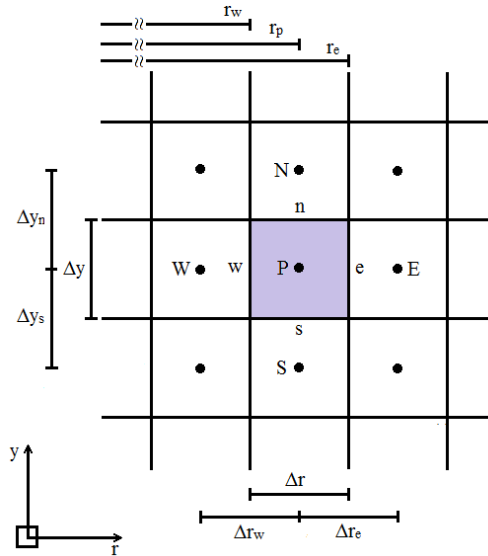


Figura 3.8 - Volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos ao leste (L), ao norte (N), ao sul (S) e a oeste (W).

Da análise da Figura 3.8 pode-se definir as derivadas da Equação (3.13) nas interfaces entre o volume de controle P e seus vizinhos. Para a interface “e”, por exemplo, determina-se a razão da variação da grandeza de interesse em E e P pela distância entre os dois pontos nodais,

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r_e} \tag{3.14}$$

De forma semelhante pode-se obter a derivada da grandeza de interesse nas interfaces “w”, “n” e “s”;

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_w \cong \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r_w} \tag{3.15}$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_n \cong \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y_n} \quad (3.16)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s \cong \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y_s}. \quad (3.17)$$

Substituindo as Equações (3.14) – (3.17) na Equação (3.13) tem-se:

$$\begin{aligned} \lambda_p \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P - \lambda_p^0 \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 = & \left[ r_e \Gamma_e^\Phi \left( \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta r_e} \right) - r_w \Gamma_w^\Phi \left( \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta r_w} \right) \right] \Delta y \\ & + \left[ \Gamma_n^\Phi \left( \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta y_n} \right) - \Gamma_s^\Phi \left( \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta y_s} \right) \right] r_p \Delta r + (S_c + S_p \Phi_P) r_p \Delta r \Delta y. \end{aligned} \quad (3.18)$$

A Equação (3.18) corresponde à discretização da equação de difusão para os volumes internos. A partir desta equação pode-se escrever a seguinte equação para um volume de controle interno:

$$A_p \Phi_P = A_e \Phi_E + A_w \Phi_W + A_n \Phi_N + A_s \Phi_S + B, \quad (3.19)$$

em que cada coeficiente corresponde a uma expressão que está descrita a seguir:

$$A_p = \lambda_p \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_w} + r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n} + r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s} - \quad (3.20)$$

$$S_p r_p \Delta r \Delta y,$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e}, \quad (3.21)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_w}, \quad (3.22)$$



$$A_n = r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n}, \tag{3.23}$$

$$A_s = r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s}, \tag{3.24}$$

$$B = \lambda_p^0 \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_c r_p \Delta r \Delta y. \tag{3.25}$$

Os coeficientes da Equação (3.19) são representados pelas expressões de (3.20) a (3.25) e correspondem à descrição do fenômeno da transferência de calor entre o volume de controle interno P, mostrado na Figura 3.12 e seus vizinhos a leste, a oeste, a norte e a sul.

### 3.4.2 Volume de controle no contorno sudeste e condição de Dirichlet

No contorno sudeste o volume de controle P está em contato com o meio externo a leste e ao sul e com os vizinhos a norte (N) e a oeste (W), como demonstra a Figura 3.9.

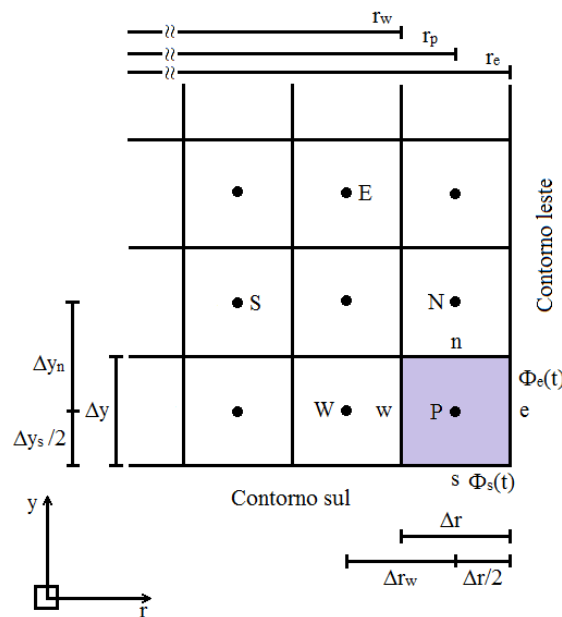


Figura 3.9 - Volume de controle de ponto nodal P no contorno sudeste.

Aplicando as condições de contorno de Dirichlet ou de primeiro tipo à fronteira sudeste (volume de controle de ponto nodal P) obtém-se as Equações (3.26) - (3.27).

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_e \cong \frac{\Phi_e(t) - \Phi_P}{\Delta r_e / 2} \quad (3.26)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_s \cong \frac{\Phi_P - \Phi_s(t)}{\Delta y_s / 2} \quad (3.27)$$

Substituindo as Equações (3.26) - (3.27) na Equação (3.18) e fazendo as devidas simplificações, têm-se a Equação (3.28).

$$A_p \Phi_P = A_w \Phi_w + A_n \Phi_N + B, \quad (3.28)$$

onde

$$A_p = \lambda_p \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} + 2r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e} + r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_w} + r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n} + 2r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s} - S_p r_p \Delta r \Delta y, \quad (3.29)$$

$$A_w = r_w \Gamma_w^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_w}, \quad (3.30)$$

$$A_n = r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n}, \quad (3.31)$$

$$B = \lambda_p^0 \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + 2r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e} \Phi_e(t) + 2r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s} \Phi_s(t) + S_c r_p \Delta r \Delta y, \quad (3.32)$$

nos quais  $\Phi_e(t)$  e  $\Phi_s(t)$  são os valores da grandeza  $\Phi$  nas respectivas fronteiras a leste e ao sul, enquanto  $A_w$  e  $A_n$  são os coeficientes das variáveis de interesse nos pontos nodais dos volumes a oeste e ao norte do volume de controle de ponto nodal P. É

importante observar que neste trabalho a condição de contorno não se limita a um valor constante e é expressa através de uma função ou um conjunto de funções em que a variável independente é o tempo de processo.

### 3.4.3 Simetria radial e o volume de controle no contorno noroeste

No contorno noroeste, o volume de controle de ponto nodal P está em contato com o centro do cilindro (a oeste), com o meio exterior (ao norte) e com os vizinhos ao sul e a leste, como pode ser visto na Figura 3.10.

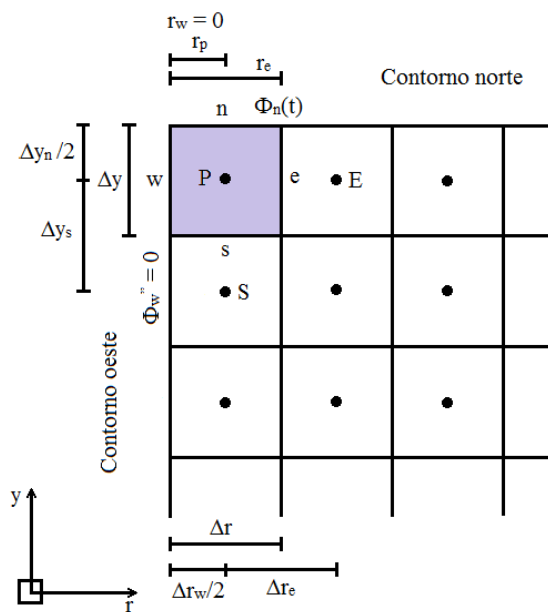


Figura 3.10 - Volume de controle de ponto nodal P no contorno noroeste.

Devido à simetria do problema o fluxo radial de calor no eixo central do cilindro é zero para qualquer volume de controle no contorno oeste, que corresponde a

$$r_w \Gamma_w \left( \frac{\Phi_P - \Phi_w}{\Delta r_w / 2} \right) \Delta y = 0. \tag{3.33}$$

A interface oeste do volume de controle de ponto nodal P está localizada no eixo central do cilindro,  $r = 0$ .

A Equação (3.34) representa a condição de contorno ao norte, semelhante a derivada da fronteira leste, na seção 3.4.2, Equação (3.26).

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_n \cong \frac{\Phi_n(t) - \Phi_P}{\Delta y_n / 2} \quad (3.34)$$

Substituindo a Equação (3.34) e atribuindo a simetria radial à interface oeste (Equação (3.33)) na Equação (3.18) e procedendo de maneira análoga aos casos desenvolvidos anteriormente, obtém-se a Equação (3.35) para o volume de controle de ponto nodal P que faz fronteira com o eixo de simetria radial e com o meio externo e, localiza-se a noroeste. A Figura 3.10 demonstra esse volume de controle com esta característica.

$$A_p \Phi_P = A_e \Phi_E + A_s \Phi_S + B, \quad (3.35)$$

onde

$$A_p = \lambda_p \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e} + 2r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n} + r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s} - S_p r_p \Delta r \Delta y, \quad (3.36)$$

$$A_s = r_p \Gamma_s^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_s}, \quad (3.37)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e}, \quad (3.38)$$

$$B = \lambda_p^0 \frac{r_p \Delta r \Delta y}{\Delta t} \Phi_P^0 + 2r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n} \Phi_n(t) + S_c r_p \Delta r \Delta y. \quad (3.39)$$

Com a simetria radial foi possível simplificar as equações discretizadas da equação de difusão; este recurso diminui o tempo de processamento para a obtenção da solução numérica.

### 3.4.4 Simetria axial

Se, além da simetria radial, houver também simetria axial, pode-se tirar proveito deste fato e resolver o problema difusivo numericamente apenas para uma metade simétrica da malha demonstrada na Figura 3.11.

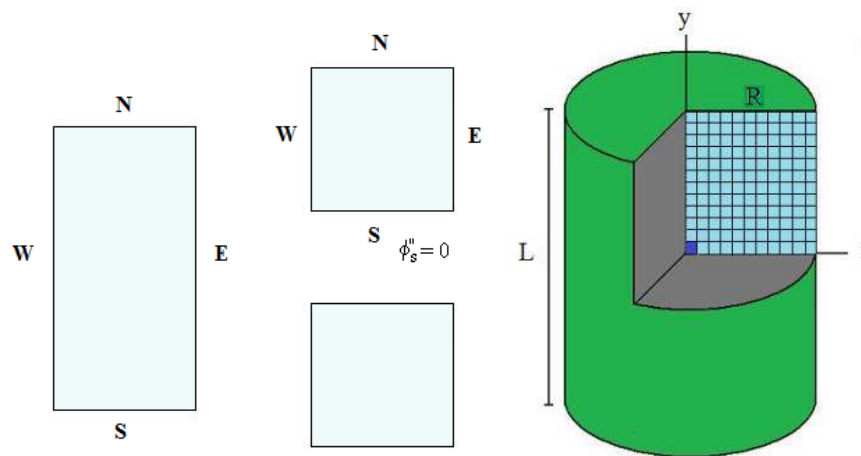


Figura 3.11 – Simetria axial aplicada à metade da malha. Fonte: (SILVA, C., 2012)

Neste caso de simetria axial aplica-se a condição de fluxo zero para, por exemplo, o contorno sul da metade superior destacada na Figura 3.11. Esta condição é expressa pela Equação (3.40).

$$r_p \Gamma_s^\Phi \left( \frac{\Phi_P - \Phi_s}{\Delta y_s / 2} \right) \Delta r = 0 \quad (3.40)$$

A Figura 3.12 mostra o volume de controle de ponto nodal P na fronteira sudoeste.

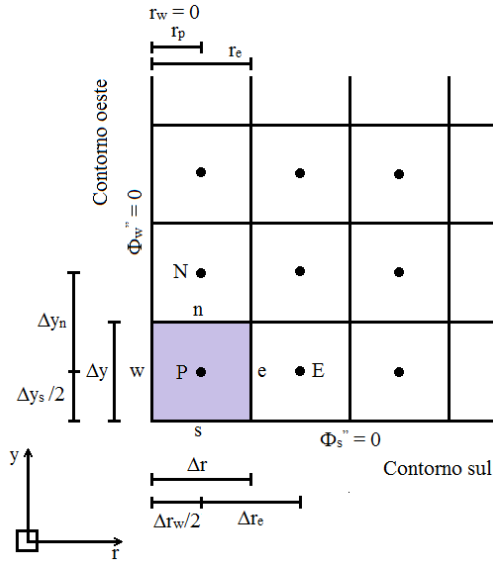


Figura 3.12 – Volume de controle de ponto nodal P no contorno sudoeste.

Para o volume de controle a sudoeste desta metade como mostra a Figura 3.12, tem-se:

$$r_w \Gamma_w^\Phi \left( \frac{\Phi_P - \Phi_w}{\Delta r_w/2} \right) \Delta y = 0 \quad (3.41)$$

$$r_p \Gamma_s^\Phi \left( \frac{\Phi_P - \Phi_s}{\Delta y_s/2} \right) \Delta r = 0 \quad (3.42)$$

Assim substituindo as Equações (3.41) e (3.42) na Equação (3.18) e fazendo as devidas simplificações, têm-se a Equação (3.43).

$$A_p \Phi_P = A_e \Phi_E + A_n \Phi_N + B, \quad (3.43)$$

onde,

$$A_p = \lambda_p r_p \Delta r \frac{\Delta y}{\Delta t} + r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n} + r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e} - S_p r_p \Delta r \Delta y, \quad (3.44)$$

$$A_n = r_p \Gamma_n^\Phi \frac{\Delta r}{\Delta y_n}, \quad (3.45)$$

$$A_e = r_e \Gamma_e^\Phi \frac{\Delta y}{\Delta r_e}, \tag{3.46}$$

$$B = \lambda_p^0 r_p \Delta r \frac{\Delta y}{\Delta t} \Phi_p^0 + S_c r_p \Delta r \Delta y. \tag{3.47}$$

### 3.4.5 Coeficiente de transporte $\Gamma^\Phi$

Nesta seção será apresentado o esquema da média harmônica para o cálculo do coeficiente de transporte  $\Gamma^\Phi$  nas faces dos volumes de controle para o método dos volumes finitos.

Para os pontos nodais o parâmetro de processo  $\Gamma^\Phi$  pode ser calculado através de uma relação apropriada entre tal parâmetro e a variável dependente  $\Phi$  (SILVA, C., 2012; SILVA, 2007), de modo igual:

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b), \tag{3.48}$$

onde “a” e “b” são parâmetros que ajustam a solução numérica aos dados experimentais determinados por otimização.

Se o coeficiente de transporte,  $\Gamma^\Phi$ , for variável, a média harmônica deve ser utilizada para fazer uma estimativa de seu valor nas interfaces de cada volume de controle (PATANKAR, 1980; SILVA, 2007; LINS, 2013).

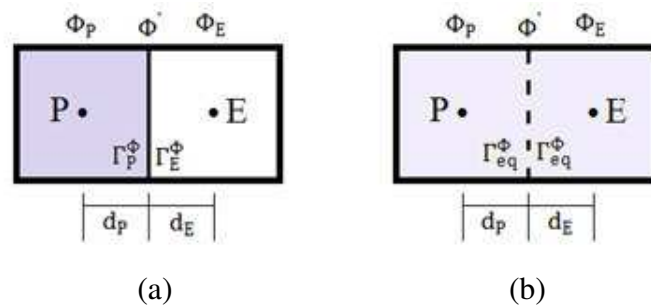


Figura 3.13 - Coeficientes de transporte: (a)  $\Gamma_P^\Phi$  e  $\Gamma_E^\Phi$  nos pontos nodais P e E, respectivamente, e (b)  $\Gamma_e^\Phi$  na interface do volume de controle.

O valor de  $\Gamma_e^\Phi$  é o valor do coeficiente de transporte em todo o domínio da Figura 3.13b, que corresponde ao valor de  $\Gamma^\Phi$  na interface entre P e E; tal valor é dado por:

$$\Gamma_e^\Phi = \frac{\Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{f_d \Gamma_E^\Phi + (1 - f_d) \Gamma_P^\Phi}, \quad (3.49)$$

onde

$$f_d = \frac{d_P}{d_P + d_E}, \quad (3.50)$$

em que  $d_P$  e  $d_E$  são as distâncias da fronteira “e” para o ponto nodal “P” e “E”, respectivamente. Para uma malha uniforme,  $d_P = d_E$ ,  $f_d$  assume o valor 1/2. Substituindo o valor de  $f_d$  na Equação (3.49), a expressão para  $\Gamma_e^\Phi$  na interface, a partir de seu valor nos pontos nodais, fica mais simples:

$$\Gamma_e^\Phi = \frac{2 \Gamma_P^\Phi \Gamma_E^\Phi}{\Gamma_E^\Phi + \Gamma_P^\Phi} \quad (3.51)$$

A Equação (3.51) pode ser usada para  $\Gamma^\Phi$  constante. Neste caso,  $\Gamma_P^\Phi = \Gamma^\Phi$  e  $\Gamma_E^\Phi = \Gamma^\Phi$ , levando a equação a expressar um resultado previsto em que,  $\Gamma_e^\Phi = \Gamma^\Phi$ . Em concordância com Silva (2009), para volumes de controle nos contornos o valor de  $\Gamma^\Phi$  pode ser feito igual ao valor deste parâmetro no ponto nodal do respectivo volume de controle.

### 3.4.6 Fluxograma do algoritmo da solução numérica

Para a solução numérica o software *a priori* foi desenvolvido para resolver a equação de difusão bidimensional com parâmetros termo-físicos constantes ou variáveis e com condição de contorno de primeiro tipo também constante ou variável em coordenadas cilíndricas para as seguintes situações: com simetria radial e com malha



uniforme,  $\Delta_{r_w} = \Delta_{r_e}$  e  $\Delta_{y_n} = \Delta_{y_s}$  e, também, com simetria radial e axial e com malha uniforme.

### 3.4.6.1 Procedimento iterativo

A Figura 3.14 mostra o procedimento iterativo usando o método de Gauss-Seidel, no qual se podem observar os vários passos envolvidos no cálculo da evolução não estacionária da variável de interesse  $\Phi$ , num problema de difusão, começando-se com uma distribuição inicial uniforme de  $\Phi$  no instante  $t = t_0$ .

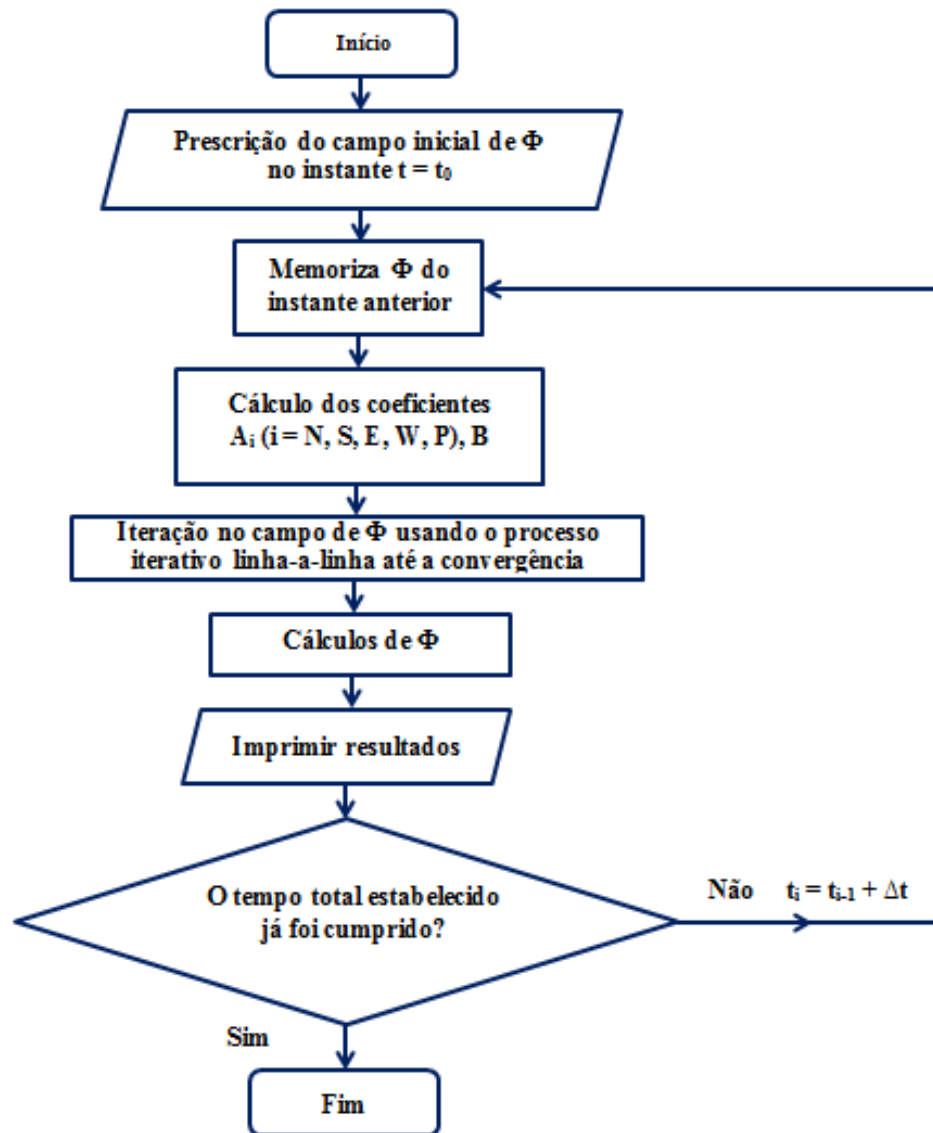


Figura 3.14 – Fluxograma do software desenvolvido para o cálculo numérico.

O procedimento prossegue com o cálculo dos coeficientes das equações algébricas discretizadas para o instante  $t_1 = t_0 + \Delta t$ , usando as variáveis de interesse  $\Phi$  iniciais. Segue-se o processo iterativo linha-a-linha definido para resolver o sistema de equações lineares, até se obter uma solução convergida, segundo um critério de tolerância de ordem  $10^{-8}$ . Se o critério não for satisfeito, as iterações prosseguem, recomeçando o ciclo no cálculo dos coeficientes das equações algébricas discretizadas. Quando o critério de convergência é satisfeito, o processo memoriza então as variáveis de interesse  $\Phi$  no instante anterior  $t_1$ , e prossegue o cálculo para o instante  $t_2 = t_1 + \Delta t$ , e assim sucessivamente até que o tempo total estabelecido tenha sido cumprido.

### 3.5 Validação da solução numérica

Para validar o *software* desenvolvido nesta pesquisa com vista à solução numérica, foi feita a comparação com o *software* que usa a solução analítica com a difusividade térmica aparente constante.

No processo de validação foram usados alguns dados experimentais obtidos por Betta et al. (2009) em sua pesquisa para estimar a difusividade térmica  $\alpha$  do purê de tomate e do molho de trufa. Serão descritos, a seguir, os procedimentos e os meios que foram usados pelos pesquisadores para obtenção dos dados experimentais com o objetivo de calcular a difusividade térmica do purê de tomate e do molho de trufa.

O procedimento proposto *a priori* neste trabalho de pesquisa foi aplicado aos dados experimentais disponíveis em Betta et al. (2009), obtidos pelo aquecimento do purê de tomate e do molho de trufa colocados em recipientes cilíndricos, metálico e de vidro, respectivamente, com raio  $R = 40,0$  mm e altura  $L = 125,0$  mm. Para o purê de tomate, o container com dois termopares inseridos um deles no centro geométrico e o outro na parte interna da parede do recipiente metálico na interface com o produto, no plano mediano, foi mergulhado em um banho pré-aquecido a  $80,0$  °C. Para o molho de trufa o mesmo foi colocado em um frasco de vidro equipado com um coletor de dados e tratado em uma panela de pressão na temperatura de  $124$  °C. Em cada um desses experimentos as temperaturas eram medidas a cada  $10,0$  s. Foram utilizadas para cada

alimento analisado, oito repetições; dois experimentos serão explorados neste artigo; o primeiro se refere à penetração de calor em purê de tomate com temperatura inicial de 5,3 °C e o segundo diz respeito ao aquecimento do molho de trufa a uma temperatura inicial de 19,5 °C.

### 3.6 Otimização

A otimização tem como objetivo minimizar uma determinada função objetivo que depende de certos parâmetros usando o método inverso (CARBONERA et al., 2003; COLAÇO et al., 2004; HUANG et al., 2008; MARIANI et al., 2008). O algoritmo desenvolvido neste trabalho fará otimizações de funções que depende de estimativas inicial e final para os valores dos parâmetros. Será usado o qui-quadrado para minimizar a dispersão entre os dados experimentais da grandeza de interesse  $\Phi_i^{\text{exp}}$ , com os valores da mesma grandeza obtidos por simulação  $\Phi_i^{\text{sim}}$ , e os parâmetros termo-físicos são os ajustados pelo algoritmo (SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA, C., 2012; SILVA, L., 2012; LINS, 2013).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} \left( \Phi_i^{\text{exp}} - \Phi_i^{\text{sim}} \right)^2 \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (3.52)$$

onde,  $\Phi_i^{\text{exp}}$  é o valor experimental da variável  $\Phi$  medido no ponto “i” e  $\Phi_i^{\text{sim}}$  é o valor obtido por simulação da mesma variável  $\Phi$  no mesmo ponto;  $N_p$  é o número de pontos experimentais e  $1/\sigma_i^2$  é o peso estatístico do ponto “i”. Se, por exemplo, os pesos estatísticos não forem medidos no experimento, todos deverão ter peso 1; pela Equação (3.52) se observa que o qui-quadrado depende de  $\Phi_i^{\text{sim}}$  que depende do parâmetro  $\Gamma^\Phi$ . Se, no processo de difusão, o parâmetro termo-físico  $\Gamma^\Phi$  for considerado variável no volume de controle, o valor de  $\Gamma^\Phi$  no ponto nodal é obtido de acordo com a Equação (3.48).

Neste trabalho o coeficiente de determinação  $R^2$  também foi usado como indicador estatístico obtido do quadrado do coeficiente de correlação  $R_{xy}$  entre dois conjuntos de valores,  $x$  e  $y$ , em que  $x$  e  $y$  representam  $\Phi_i^{\text{exp}}$  (valores experimentais) e  $\Phi_i^{\text{sim}}$  (valores simulados), respectivamente (SILVA, C., 2010):

$$R_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right) \left( \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \right)}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^N x_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right)^2 \right] \left[ \sum_{i=1}^N y_i^2 - N \left( \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \right)^2 \right]}} \quad (3.53)$$

### 3.6.1 Algoritmo de otimização usando solução numérica

Os parâmetros “a” e “b” da Equação (3.48) podem ser determinados através da minimização da função objetivo dada pela Equação (3.52) como são esquemas iterativos, novos valores iniciais são obtidos a cada nova iteração, até que um determinado critério de parada seja atendido (CARBONERA, et al., 2003; SILVA, 2007; MARIANI, et al., 2008; FARIAS, 2011; SILVA, C., 2012; LINS, 2013). Existem dois critérios de parada bastante utilizados que são: em relação ao valor da função objetivo e em relação ao conjunto de parâmetros calculados. Para estes casos, o algoritmo é terminado quando os dois resultados consecutivos, fornecidos pelo algoritmo, distinguem-se de um valor na ordem de  $10^{-4}$ . No primeiro critério de parada, comparam-se dois valores sucessivos do somatório dos resíduos quadráticos e, se sua diferença atender a uma determinada tolerância o algoritmo é interrompido e finalizado. Para o segundo critério de parada, torna-se o módulo da diferença dos dois últimos conjuntos de parâmetros consecutivos pelo módulo do último parâmetro estimado. Normalmente se esta razão for menor do que um número pré-definido finaliza-se o

algoritmo e considera-se o último conjunto de constantes como a melhor estimativa alcançada pelo algoritmo.

Enfatiza-se que, a estimativa de parâmetros característicos dos modelos comportamentais não é uma tarefa simples. Em algumas ocasiões o modelo não é unicamente identificável, isto é, a minimização da função objetivo pode resultar em diferentes valores dos parâmetros. Este seja talvez o maior problema na estimativa de parâmetros para modelos não lineares, uma vez que diferentes valores iniciais podem resultar em estimativas ligeiramente distintas fornecidas pelo algoritmo. Diz-se que, então, a função objetivo possui diversos mínimos locais. Cabe ao usuário uma interpretação minuciosa dos resultados obtidos a fim de não cometer um equívoco em um diagnóstico por causa dos resultados fornecidos por essa metodologia.

Neste trabalho será usado como critério de parada o intervalo de cada parâmetro a ser estimado, observando o domínio da função que representará a difusividade térmica.

### 3.6.1.1 Estrutura iterativa para estimativa de parâmetros

A Figura 3.15 mostra como é feito a minimização da função objetivo na direção de um parâmetro de cada vez. A direção de busca é definida de forma a permitir a variação de apenas um parâmetro enquanto o outro é mantido constante.

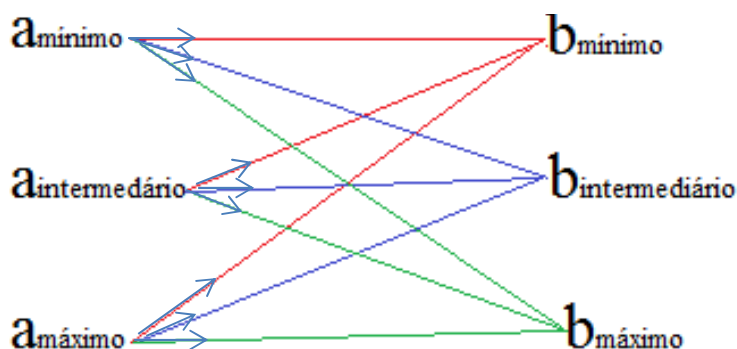


Figura 3.15 – Rede paramétrica.

Conforme a Figura 3.15 seguem os seguintes passos:

- **Passo 1** – Informe o valor mínimo e máximo dos parâmetros “a” e “b” da Equação (3.48).
- **Passo 2** – Defina o número de partição e resolva a equação de difusão e determinar o qui-quadrado e o coeficiente de determinação;
- **Passo 3** – Corrigir o valor inicial de “a”;
- **Passo 4** – Corrigido o parâmetro “a” até o valor final estimado inicialmente e, mantendo o parâmetro “b” com um valor constante, resolve-se a equação de difusão e se calcula o qui-quadrado e o coeficiente de determinação;
- **Passo 5** – Corrigir o parâmetro “b” mantendo-se constante. Resolve-se a equação de difusão e calcule o qui-quadrado e o coeficiente de determinação;
- **Passo 6** – Começar um novo ciclo, voltando ao passo 3, até que o valor final estimado inicialmente de “b” seja alcançado.
- **Passo 7** – Refinamento da solução. Começar um novo ciclo, voltando ao passo 1, definindo os novos valores mínimos e máximos dos parâmetros “a” e “b”.

Descreve-se, a seguir, a estrutura iterativa que permite estimar os parâmetros usados neste trabalho conforme mostra a Figura 3.16.

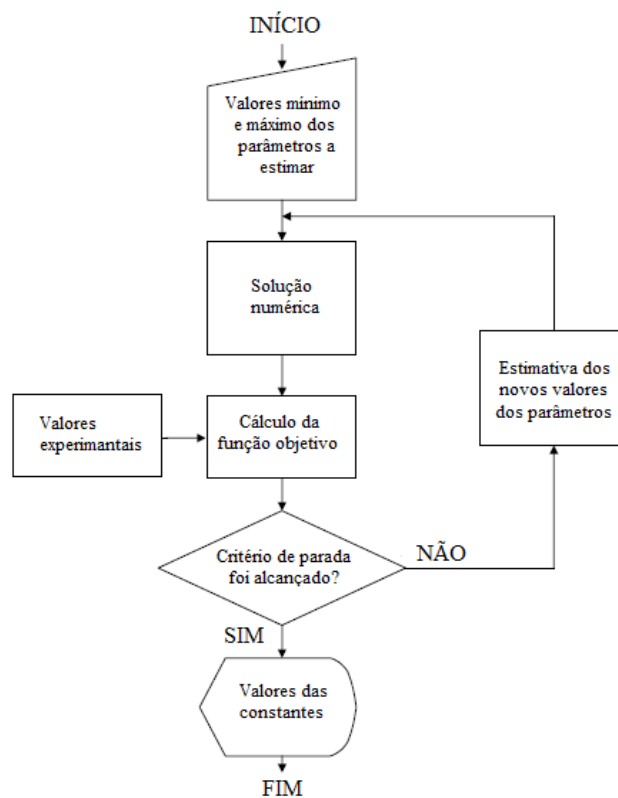


Figura 3.16 – Fluxograma de estimação paramétrica.

Em cada ciclo, a correção de cada parâmetro pode ser a critério do usuário o qual irá estabelecer o fator que determinará o refinamento do intervalo inicialmente estipulado. Para um dado ciclo, que se retorne ao passo 2 a nova correção pode ser multiplicada pelo fator  $f$ . Se a correção informada não minimizar a função objetivo, então, no próximo ciclo, a correção pode ser multiplicada pelo fator  $-f$ . Com este procedimento, o algoritmo permite aumentar ou diminuir o valor do parâmetro, sempre diminuindo a função objetivo. Note que, mesmo se começando cada ciclo com um valor corretivo pequeno para o parâmetro, tais correções crescem geometricamente, assegurando-se um processo rápido de otimização. Outro aspecto importante para a duração do processo de otimização é o valor inicial de cada parâmetro a ser determinado. Os valores iniciais dos parâmetros podem ser estimados dos valores obtidos de produtos similares já disponíveis na literatura ou através de alguma correlação empírica. Por outro lado, se  $\Gamma^\Phi$  for considerado constante, o algoritmo reconhece a inexistência do parâmetro “b” e o passo 3 passa a corrigir somente o parâmetro “a” até o critério de parada; e os passos 4 e 5 não serão necessários.

Para a estimativa dos novos valores dos parâmetros, se usou a Equação (3.54) (SILVA et al., 2008).

$$\Delta a_i = f \Delta a_{i-1} \text{ e } \Delta b_i = f \Delta b_{i-1} , \quad (3.54)$$

onde,

$$i = 1, 2, 3, \dots, n_{c_p}$$

$$f = \frac{1}{(n_{p_p} - 1)}, \quad (3.55)$$

em que,

$n_{c_p}$  é o número de dados calculados de cada parâmetro

$n_{p_p}$  é o número de partição

Este método tem por hipótese que a solução está nos intervalos de parâmetros escolhidos inicialmente. Como não existe um método criterioso na escolha dos intervalos, bem como na partição de cada intervalo, este apresenta vários mínimos

locais, já que não é garantido encontrar o mínimo global neste processo; mas mesmo com essa limitação, este método é eficiente e prático principalmente quando se usa dois parâmetros, porque não apresenta problemas de singularidades e derivadas nulas.

Neste trabalho os intervalos são bem definidos, já que a possibilidade da difusividade térmica ser conhecida. Necessita-se apenas combinar os valores dos parâmetros com a existência de convergência do método totalmente implícito em volumes finitos usado na solução numérica do problema de transferência de calor.

Este método envolve todas as possíveis combinações de valores possíveis de “a” e “b”, sendo oneroso, podendo envolver um grande tempo computacional. Esse tempo é proporcional ao número de execuções do problema direto, que depende diretamente do número de parâmetros a serem estimados, da partição de dados dos intervalos e do número de refinamentos.

### **3.7 Validação do otimizador**

Para validar o *software* do otimizador desenvolvido nesta pesquisa com vista à determinação da difusividade térmica aparente, foi feita a comparação com os dados obtidos por Lins (2013) para o purê de tomate, considerando a condição de contorno do primeiro tipo constante e a difusividade térmica aparente constante e variável.

Neste trabalho, para as validações, da solução numérica e do otimizador, os dados experimentais do aquecimento no centro e na superfície dos produtos estudados foram obtidos pela digitalização dos gráficos disponíveis em Betta et al. (2009) usando o *software xyExtract Graph Digitizer* (SILVA e SILVA, 2011).

Os gráficos 2D que foram traçados representando o perfil de temperatura na superfície interna da parede e no centro geométrico do recipiente, e também, a obtenção das equações de contorno, representando a curva de temperatura na superfície, se fez, com a utilização do *LAB Fit Curve Fitting Software* (SILVA e SILVA, 2009).



Na confecção dos gráficos de contorno para dar uma visão das isotermas da penetração do calor e do resfriamento, foi utilizado o programa denominado *Contour Plot* (SILVA, 2010).

## PARTE B – METODOLOGIA EXPERIMENTAL

### 3.8 Aquecimento

Foi utilizado como fonte térmica, um aparelho para Frituras e *Fondue* da marca SUGGAR com capacidade de 1,5 litros de água e 1200 Watts de potência. Esse equipamento possui um termostato para controle de temperatura e desligamento automático, quando a temperatura chega a nível estabelecido pelo usuário. A temperatura da água pode ser ajustada de: 0 a 30 °C; 30 a 50 °C; 50 a 70 °C; 70 a 90 °C; 90 a 110 °C; 110 a 130 °C; 130 a 150 °C; 150 a 170 °C e 170 a 190 °C. Neste trabalho, foi utilizado para o controle do aquecimento da água, o intervalo de ajuste de temperatura de 50 a 70 °C conforme é visto na Figura 3.17.



Figura 3.17 – Fonte térmica.

### 3.9 Confeção dos recipientes

Os recipientes para acondicionamento da polpa foram confeccionados em alumínio cujas dimensões e formato estão apresentados na Figura 3.18.

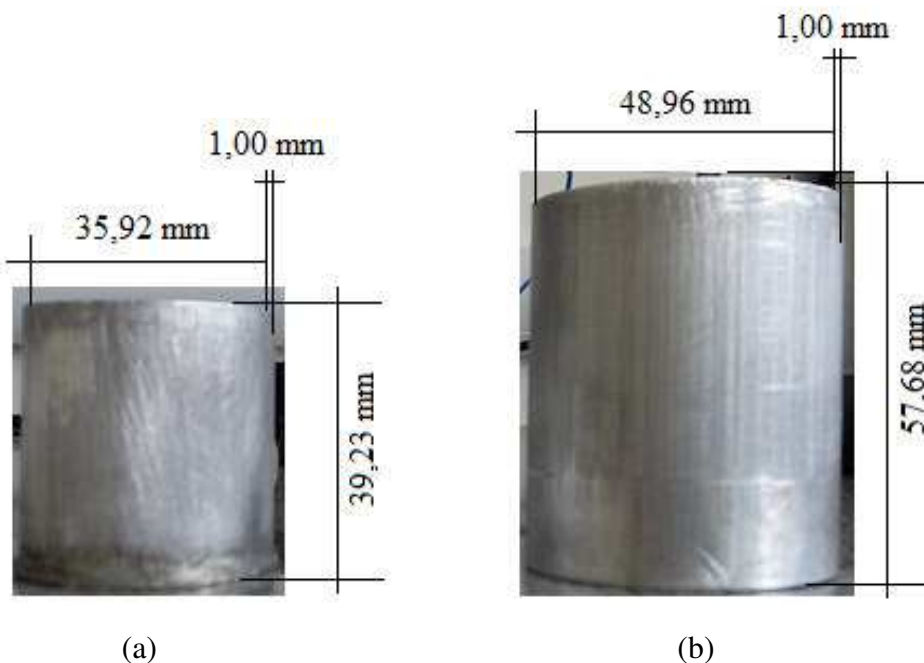


Figura 3.18 – Recipientes de alumínio cilíndricos que foram utilizados para acondicionar a polpa no processo de aquecimento: (a) cilindro C1; (b) cilindro C2.

Para a medição dos diâmetros e dos comprimentos dos recipientes, foi utilizado um paquímetro (Figura 3.19), marca Insize, com faixa de medição de 0 a 150 mm e precisão de 0,01 mm.



Figura 3.19 – Paquímetro INSIZE.

As medidas das temperaturas foram efetuadas com dois termopares (Tipo K), da marca Instrutherm com diâmetro de 0,80 mm. Um termopar foi colocado na parede interna do recipiente de alumínio, na metade de sua altura e fixado com adesivo de silicone acético vermelho (resistente a temperaturas de -50 °C a 250 °C). O outro termopar foi posicionado no centro da tampa do recipiente e fixado com o mesmo adesivo de silicone, de modo a penetrar no eixo da polpa até a metade da altura do recipiente quando do fechamento do mesmo (Figura 3.20).



Figura 3.20 – Posicionamento dos termopares no recipiente.

### 3.10 Matéria-prima

A jaca (*Artocarpus heterophyllus Lamk.*) utilizada no estágio de maturação maduro, variedade jaca mole, com aproximadamente 5 kg foi adquirido no mercado local de Lagoa Seca – PB e, em seguida, foi conduzida até o Laboratório de Transferência de Calor e Massa da Unidade Acadêmica de Física da UFCG e armazenada em temperatura ambiente.



### 3.10.1 Preparo da polpa

A jaca foi lavada, por imersão, com água clorada (50 ppm de cloro ativo por 15 min) e lavada novamente em água corrente conforme é mostrado na Figura 3.21.



Figura 3.21 – Higienização da jaca.

Após a higienização, o fruto foi cortado longitudinalmente, desprezando o sincarpo (eixo central). Em seguida, os frutículos foram removidos manualmente e colocados em recipiente plástico (Figura 3.22).



(a)

(b)

Figura 3.22 – (a) Remoção dos frutículos; (b) Frutículos de jaca.

### 3.10.2 Preparo da amostra

Para elaboração da amostra de polpa de jaca, os frutículos foram postos em um Multiprocessador (Modelo Cadence – 500W), sem adição de água, para a obtenção da polpa pastosa, que logo em seguida foi acondicionada em recipientes plásticos com tampas, que foram armazenadas em freezer vertical a temperatura de  $-22\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Tal procedimento forneceu 1700 ml de polpa, o que preencheu, por completo, nove recipientes plásticos (Figura 3.23).

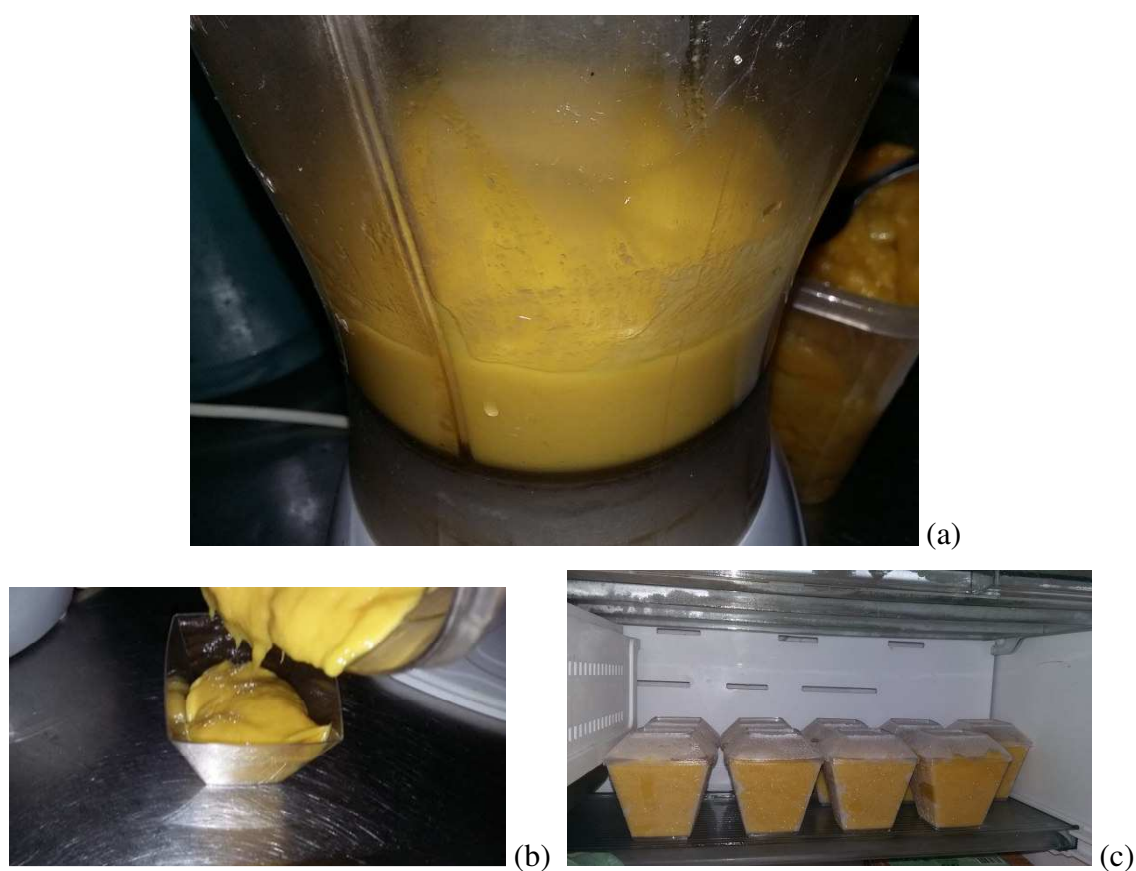


Figura 3.23 – (a) Multiprocessador utilizado na homogeneização da Polpa; (b) Acondicionamento da polpa; (c) Polpa acondicionada em recipiente plástico com tampa e armazenada em freezer a  $-22\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Antes de iniciar os procedimentos experimentais, o recipiente contendo a polpa de jaca a  $-22\text{ }^{\circ}\text{C}$ , foi deixado sobre a bancada do laboratório, por aproximadamente 24 h, para que a polpa entrasse em equilíbrio térmico com o ambiente climatizado (Figura 3.24).



Figura 3.24 – Recipiente com polpa de jaca.

### 3.11 Procedimentos experimentais

O processo de aquecimento foi realizado no Laboratório de Transferência de Calor e Massa, da Unidade Acadêmica de Física da Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba. Inicialmente, a polpa que se encontra em equilíbrio térmico com o ambiente, foi colocada dentro do primeiro recipiente C1 (Figura 3.25a). Com auxílio de uma colher de aço inoxidável, o recipiente foi totalmente preenchido pela polpa. Em seguida, foi colocada a tampa no recipiente e lacrada com adesivo de silicone vermelho (Figura 3.25b).



(a)



(b)

Figura 3.25 – (a) Recipiente C1 com a polpa de jaca; (b) Recipiente C1 com a tampa fixada com silicone vermelho e pronto para o tratamento térmico.

### 3.12 Tratamento térmico

Inicialmente, se monitorava a temperatura da água no interior do aparelho (item 3.9) até atingir a temperatura de 50 °C. Em seguida, imediatamente, colocava-se o recipiente C1, contendo polpa de jaca no aparelho aquecedor (Figura 3.26). Esta temperatura foi controlada manualmente durante 20 minutos e, depois, foi sendo aumentada até atingir a temperatura de 65 °C, que continuou sendo controlada manualmente.



Figura 3.26 – A polpa de jaca em processo de tratamento térmico.

Tal procedimento para o tratamento térmico foi realizado três vezes para o primeiro recipiente C1 e três vezes para o segundo recipiente C2. Para controle das experiências, foi atribuída uma letra seguida de um número no qual a letra representou a origem da polpa (J- jaca) e o número representou a ordem experimental (1 – primeira experiência; 2 – segunda experiência; e assim sucessivamente). Em todas as experiências os dados coletados pelos termopares foram armazenados com um tempo de amostragem de 1 (um) segundo. Em que ao final foi realizado a média aritmética, em



cada intervalo de tempo equivalente, das três experiências realizadas com a polpa de jaca.

O monitoramento da temperatura da água durante todo o processo de tratamento térmico foi realizado com auxílio de um termômetro digital de espeto, modelo HI 98501-1 da HANNA instruments, com uma capacidade de leitura de  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $150\text{ }^{\circ}\text{C}$  e precisão de  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  (Figura 3.27).



Figura 3.27 – Termômetro digital de espeto, modelo HI 98501-1 da HANNA.

Para acompanhar a distribuição de calor os dois sensores de temperatura tipo K instalados na amostra foram conectados a um termômetro digital TH-095 da Instrutherm que registrou os dados com recursos de registro manual e automático. O TH-095 foi conectado a um microcomputador Dual Core via RS-232 que, através de um software compatível com o Windows, fez o monitoramento e o armazenamento, em tempo real dos dados de temperatura. As Figuras 3.28(a-d) mostram o termômetro digital (TH-095) e seus acessórios, sensores de temperatura tipo K, cabo utilizado para conectar o termômetro digital com a porta serial, RS-232 e software (DataLogger) .

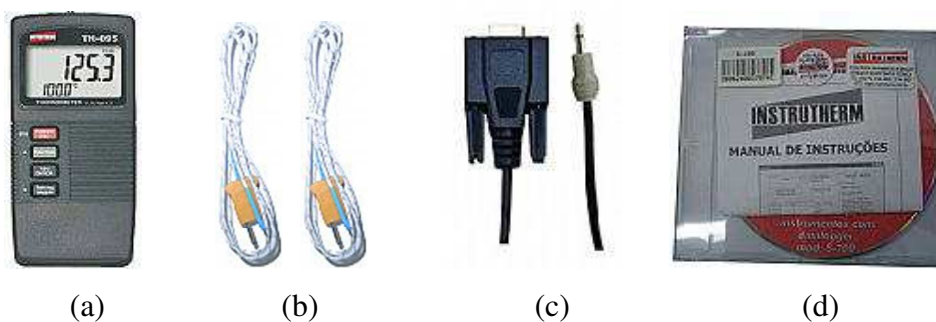


Figura 3.28 – (a) Termômetro registrador digital (TH-095), (b) Sensores de temperatura mod. S02K, (c) Cabo RS-232 mod. CRS-20 e (d) Software mod. S100.



A montagem experimental que foi usada nessas medidas se encontra na Figura 3.29.



Figura 3.29 – Montagem experimental de transferência de calor.

A seguir, está representado na Figura 3.30 o esquema da bancada experimental de transferência de calor utilizada nas experiências desta pesquisa, que se apresenta de outra forma ao visto na Figura 3.29.

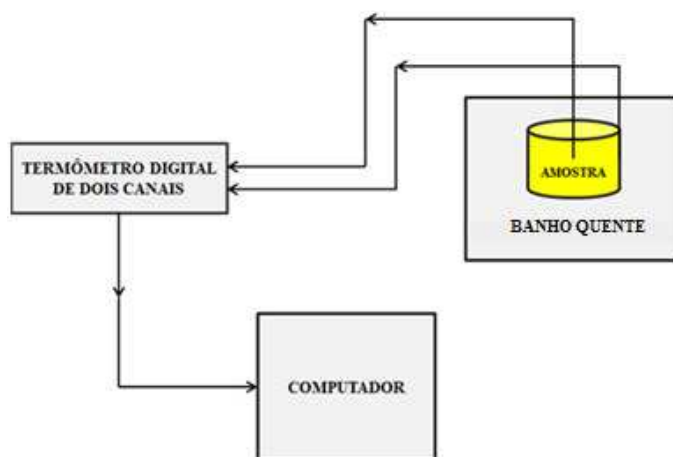


Figura 3.30 – Esquema da montagem experimental de transferência de calor.

Neste capítulo, apresentou-se os modelos matemáticos para a otimização e a simulação da transferência de calor por condução no processamento térmico de produtos alimentares no estado pastoso, acondicionados em recipientes cilíndricos, bem como a metodologia experimental utilizada neste trabalho.

---

---

## CAPÍTULO 4

---

---

### 4 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

Um *software* envolvendo a solução numérica da equação de difusão foi desenvolvido e, para validá-lo, foram usados vários recursos como, por exemplo, os resultados obtidos através da solução analítica, já apresentada neste trabalho. Neste caso, a condição de contorno e a difusividade do problema-teste foram consideradas constantes. Outrossim, foram usados resultados da literatura envolvendo condição de contorno constante e difusividade variável (LINS, 2013) e ainda condição de contorno variável e difusividade constante (BETTA et al., 2009).

Na validação do código numérico desenvolvido neste trabalho os resultados gerados foram comparados com os resultados provenientes do algoritmo para a solução analítica. O código numérico foi utilizado para analisar a penetração de calor em duas amostras, uma de purê de tomate e outra de molho de trufa, onde era considerado a condição de contorno de Dirichlet e a difusividade térmica aparente constantes.

Neste trabalho, com o objetivo de se estudar numericamente o perfil de penetração de calor de produtos alimentares pastosos embalados em recipientes cilíndricos, a equação de difusão foi resolvida para uma malha com 50 x 50 volumes de controle supondo simetria radial considerando-se as seguintes simplificações:  $\lambda = 1$ ,  $\Gamma^\Phi = \alpha = k/\rho c_p$ ,  $\Phi = T$ .

Para a validação do *software* do otimizador, se considerou a condição de simetria axial e o método inverso; para tanto, se usou uma malha 32 x 24 com base em trabalhos da literatura (LINS, 2013).

## 4.1 Interface gráfica do *software* para solução numérica

A tela principal do *software* que utiliza a solução numérica da equação de difusão bidimensional em coordenadas cilíndricas tem aparência mostrada na Figura 4.1.



Figura 4.1 – Tela principal do *software Simulador* desenvolvido para simular a transferência de calor com condição de contorno do primeiro tipo e difusividade térmica aparente, constantes ou variáveis.

A interface gráfica do *software Simulador* foi desenvolvida o mais simples possível, para que o usuário tenha amplo domínio de acesso. No ítem seguinte, serão apresentados os *menus* da interface gráfica.

### 4.1.1 *Menus* e caixa de diálogo

Ao clicar no *menu* “Arquivo” o usuário tem a caixa de diálogo com a informação “Simule”. Este primeiro item da caixa de diálogo é usado para iniciar a simulação e o segundo, o usuário tem a opção de fechar o *software* (Figura 4.2).

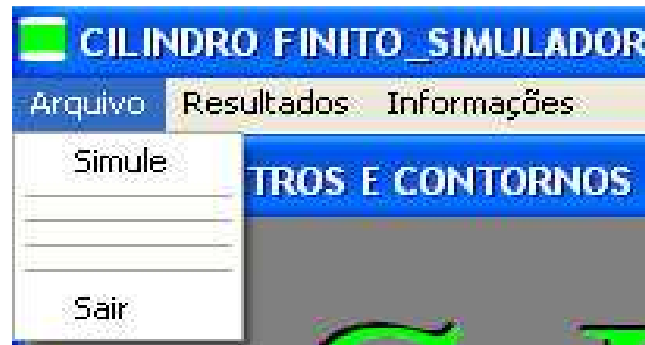


Figura 4.2 – Menu “Arquivo”

Após “clique” no comando de execução “Simule” através do *menu* “Arquivo”, o usuário irá, informar um novo conjunto de dados (Figura 4.3), na qual mostra as informações necessárias que devem ser prestadas pelo usuário com o objetivo do *software* simular qualquer produto pastoso contido em um recipiente com geometria cilíndrica.

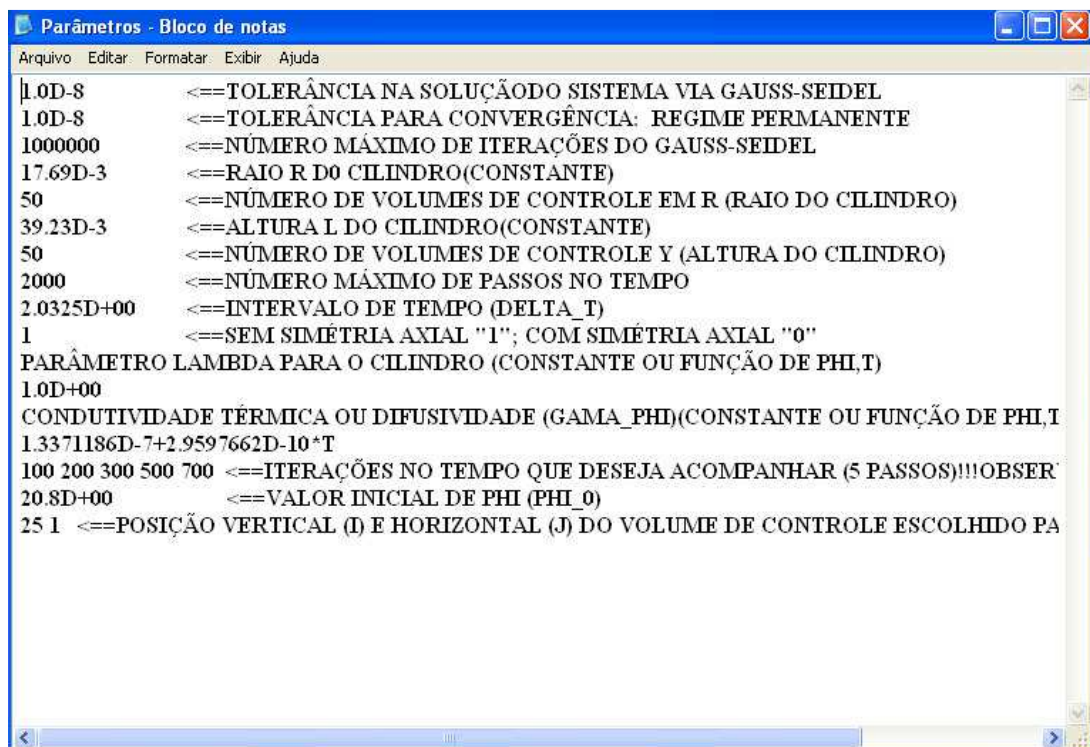


Figura 4.3 – Arquivos com dados que serão informados pelo usuário.

Após a informação do novo conjunto de dados, contido no arquivo da Figura 4.3, é preciso salvá-lo e, em seguida, fechá-lo. Tão logo, o arquivo de dados tenha sido fechado, imediatamente, o usuário tem acesso a uma nova caixa de diálogo, referente ao contorno de superfície interna da parede do recipiente com geometria cilíndrica, no qual, primeiramente, deve ser informado o tempo conforme demonstra a Figura 4.4.

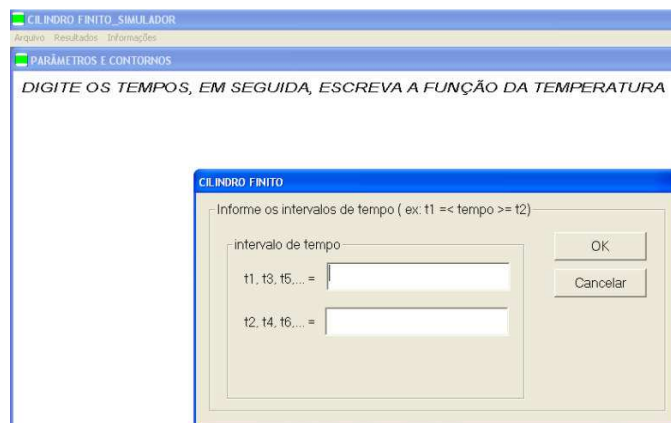


Figura 4.4 – Caixa de diálogo para aquisição dos dados de tempo.

Em seguida, deve ser informado a função de contorno de superfície interna conforme mostra a Figura 4.5.

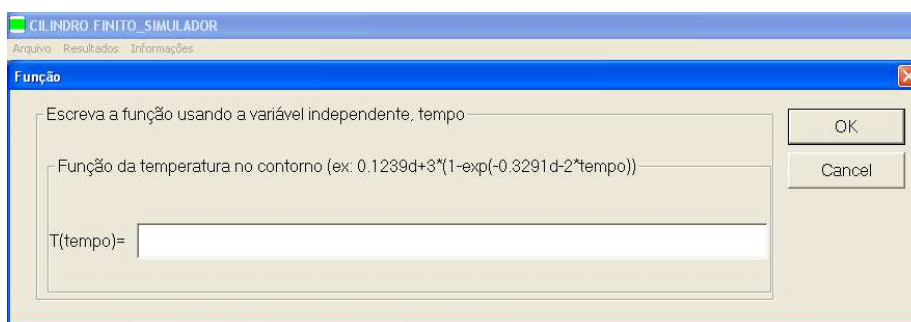


Figura 4.5 – Caixa de diálogo para aquisição da função de contorno de superfície do cilindro finito.

Após o usuário clicar na opção “OK” para realizar a simulação e, depois, clicar no *menu* “Resultados” (Figura 4.6) para ter acesso ao arquivo gerado durante a simulação referente a penetração de calor no centro geométrico do cilindro contendo produto pastoso.



Figura 4.6 – Menu Resultados.

Ao clicar o item “Dados\_simulados”, o usuário terá acesso as informações do resultado da simulação da penetração do calor no centro geométrico do cilindro contendo produto pastoso, como é mostrado na Figura 4.7.

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
0.00000000000000	19.46800000000000			
7.09200000000000	19.46800000241540			
14.18400000000000	19.46800001193467			
21.27600000000000	19.46800003539235			
28.36800000000000	19.46800008171027			
35.46000000000000	19.46800016203719			
42.55200000000000	19.46800029037680			
49.64400000000000	19.46800048526186			
56.73600000000000	19.46800077338475			
63.82800000000000	19.46800119649803			
70.92000000000000	19.46800182326012			
78.01200000000000	19.46800276791512			
85.10400000000000	19.46800421765503			
92.19600000000000	19.46800647015773			
99.28800000000000	19.46800998222523			
106.38000000000000	19.46801542889880			
113.47199999999999	19.46802377269421			
120.56399999999999	19.46803634009049			
127.65599999999999	19.46805490111637			
134.74799999999999	19.46808175014944			
141.84000000000000	19.46811978199113			
148.93200000000002	19.46817255723769			
156.02400000000003	19.46824435824615			
163.11600000000004	19.46834022390757			
170.20800000000006	19.46846597009117			
177.30000000000007	19.46862818818078			
184.39200000000008	19.46883421782169			
191.48400000000009	19.46909211024979			
198.57600000000011	19.46941055516742			
205.66800000000012	19.46979880650136			
212.76000000000013	19.47026658709890			
219.85200000000015	19.47082397518231			
226.94400000000016	19.47148129465447			
234.03600000000017	19.47224899157201			

Figura 4.7 – Resultados da simulação da penetração de calor no centro geométrico do cilindro.

O Menu “Informações”, depois de clicado, o usuário tem acesso a caixa de diálogo com a informação “Ajuda”, como é mostrado na Figura 4.8.



Figura 4.8 - Item de *menu* “Informações”.

## 4.2 Arquivos gerados durante uma simulação numérica

Em cada simulação, são gerados os seguintes arquivos:

- Grid.txt: apresenta as coordenadas (x,y) das interseções das linhas da malha retangular geratriz do cilindro;
- Phi0.txt; Phi1.txt; Phi2.txt; Phi3.txt; Phi4.txt; Phi5.txt; Phi6.txt: apresenta o valor de  $\Phi$  em cada volume de controle da malha, nos seguintes instantes: (a) inicial, (b) escolhidos pelo usuário (1,2,3,4,5) e (c) final (6).

## 4.3 Validação do código numérico com a solução analítica

Para validação da solução numérica da equação de difusão para o cilindro finito, foram consideradas constantes em todo o processo, as dimensões e as propriedades termo-físicas do material pastoso. Simulou-se um aquecimento tanto pelo algoritmo que resolve analiticamente a equação de difusão, usando 200 termos para cada somatório, como pelo algoritmo que resolve a equação de difusão numericamente, com tolerância estipulada em  $10^{-8}$  para o método de Gauss-Seidel. Foi atribuído para a difusividade térmica aparente,  $\alpha = 1,542 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

Para a geração dos resultados da solução analítica, foi utilizado o método da secante para determinar duzentas raízes da função de Bessel do primeiro tipo e ordem

zero; em seguida, os dados foram usados na determinação dos valores da função de Bessel do primeiro tipo e ordem um; tais dados se encontram em apêndice na Tabela A1, para os valores das raízes da função de Bessel do primeiro tipo e ordem zero e, na Tabela A2, os valores da função de Bessel do primeiro tipo e ordem um aplicadas às raízes obtidas.

Na geração dos resultados usando o algoritmo analítico, código B2 (em apêndice), considerou-se o erro de truncamento da série infinita da solução analítica de acordo com Silva et al. (2009b) e Silva et al. (2011c). Para Silva e sua equipe, ao estabelecer o número de termos da série deve-se observar que o maior erro devido ao truncamento ocorre em  $t = 0$ , isto é, para um valor finito de número de termos. A função neste tempo depende do número de Biot. Quando o número de Biot cresce, torna-se necessário aumentar o número de termos para obter erros de truncamento desprezíveis.

Nas Tabelas A3 e A4 se encontram os valores das temperaturas obtidas por simulação analítica com o sensor térmico posicionado no centro do cilindro finito e por simulação numérica para a amostra pastosa. O perfil de temperatura, resultante da solução analítica apresentada na Tabela A3 e o da solução numérica apresentada na Tabela A4, é mostrado na Figura 4.9(a) e na Figura 4.9(b), respectivamente.

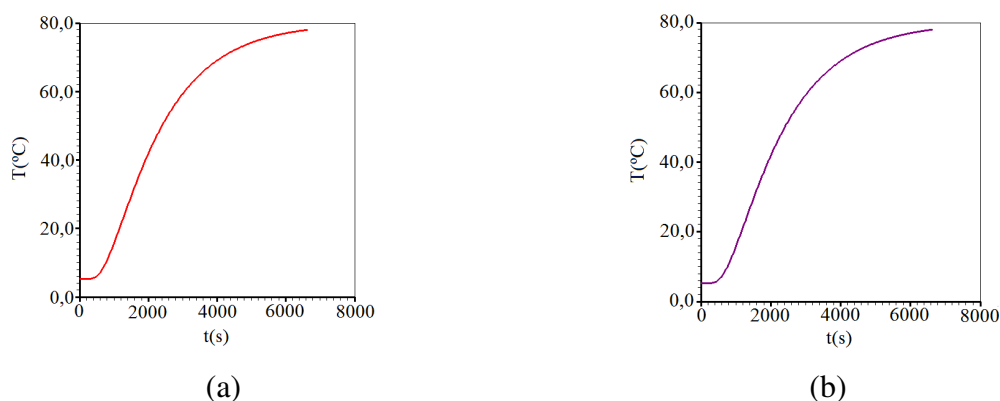


Figura 4.9 – Perfil de temperatura no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante: (a) analítico; (b) simulação numérica.

Visando comparar os resultados de temperatura provenientes da simulação analítica (vermelha) e os da simulação numérica (magenta), fez-se a superposição das duas curvas cujo resultado está apresentado na Figura 4.10.



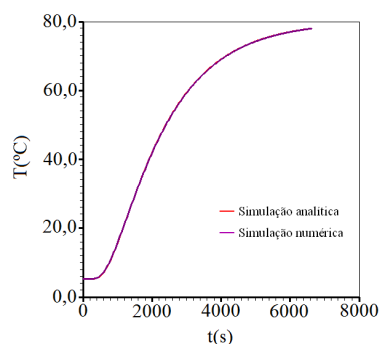


Figura 4.10 – Comparação entre as temperaturas simuladas através da solução analítica e numérica no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante.

Observando a Figura 4.10 percebe-se, visualmente, concordância de resultados entre as duas soluções.

#### 4.4 Validação do código numérico com condição de contorno constante e difusividade térmica constante

Com o intuito de ampliar ainda mais o leque de validação do código numérico proposto, os resultados obtidos para a solução numérica da amostra cilíndrica de purê de tomate com o valor otimizado da difusividade térmica aparente,  $\alpha = 1,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , também serão comparados aos obtidos por Silva et al. (2011d).

Na Tabela A5 se encontram os valores de temperatura em todo o contorno cilíndrico do purê de tomate, fornecidos por um sensor de temperatura instalado na interface, produto e recipiente cilíndrico em função do tempo. Esses valores são apresentados na Figura 4.11.

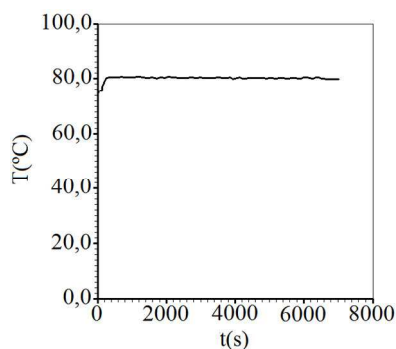


Figura 4.11 - Curva da evolução de temperatura na superfície da amostra em função do tempo.

Analisando a Tabela A5 e a Figura 4.11, observa-se que a temperatura no contorno da amostra de purê de tomate praticamente se manteve constante em todo o intervalo de tempo com valor de 80 °C.

Nas Tabelas A6 e A7 e nas Figuras 4.12(a) e 4.12(b), são mostrados os resultados de temperaturas, experimental e simulada numericamente, no centro do recipiente:  $\alpha = 1,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

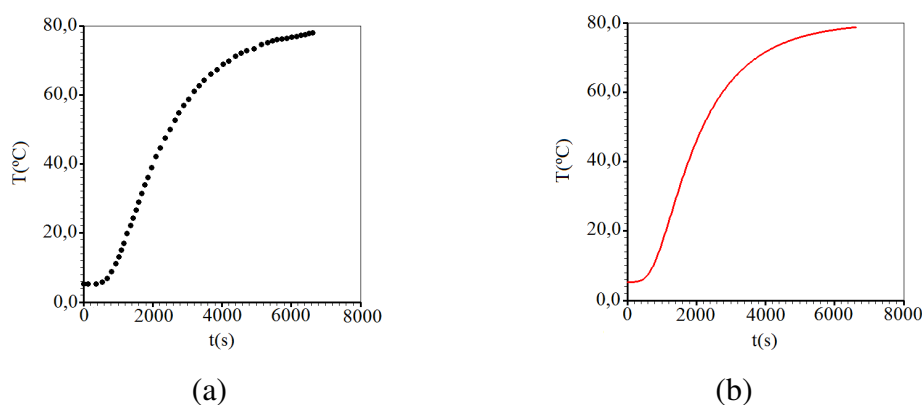


Figura 4.12 – Difusividade térmica constante: (a) Perfil de temperaturas experimental no centro do cilindro finito do purê de tomate; (b) simulação numérica.

A Figura 4.13 apresenta a comparação dos perfis das Figuras 4.12(a) e 4.12(b)

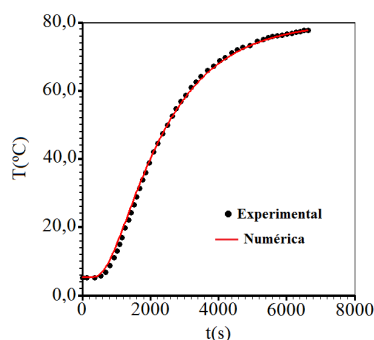


Figura 4.13 – Comparação entre as temperaturas experimental da amostra de purê de tomate no centro do cilindro finito e a simulação numérica, com a difusividade térmica aparente constante.

Observando a Figura 4.13, em que a difusividade térmica aparente é dada por  $\alpha = 1,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , obtida de Silva et al. (2011d), percebe-se que o perfil de penetração de calor no início e no final do processo apresenta diferenças entre as temperaturas

numéricas e as obtidas experimentalmente. O resultado obtido no presente trabalho está de acordo com o resultado obtido por Silva et al. (2011d) e com o obtido por Betta et al. (2009).

#### 4.5 Validação do código numérico com condição de contorno variável e difusividade térmica variável

Continuando a validação do código numérico desenvolvido foram utilizados os valores experimentais obtidos de Betta et al. (2009) para o molho de trufa. Na Tabela A8 se encontram os valores de temperatura em função do tempo fornecidos por um coletor de dados instalado no recipiente cilíndrico de vidro contendo o molho de trufa. Esses valores são mostrados na Figura 4.14.

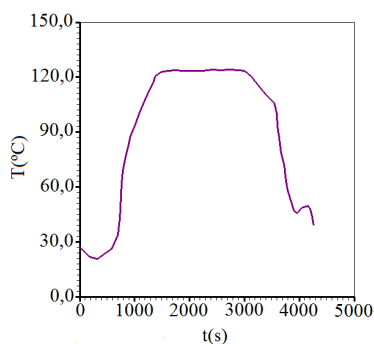


Figura 4.14 - Curva da evolução de temperatura na superfície do molho de trufa em função do tempo.

Analisando a Figura 4.14 percebe-se que a temperatura varia no decorrer do tempo em todo o contorno do molho de trufa.

Para o estudo da penetração do calor no interior do molho de trufa com a temperatura de contorno variável conforme os resultados apresentados na Tabela A8 e a Figura 4.14, primeiramente, dividiu-se o intervalo de tempo em sete intervalos menores e, em seguida, usou-se o LAB Fit Curve Fitting Software (SILVA e SILVA, 2009) para determinar as expressões que descrevessem, de forma satisfatória, a curva temporal de temperaturas na superfície da amostra mostradas nas Tabelas A9(a-g) e nas Figuras 4.15(a-g).

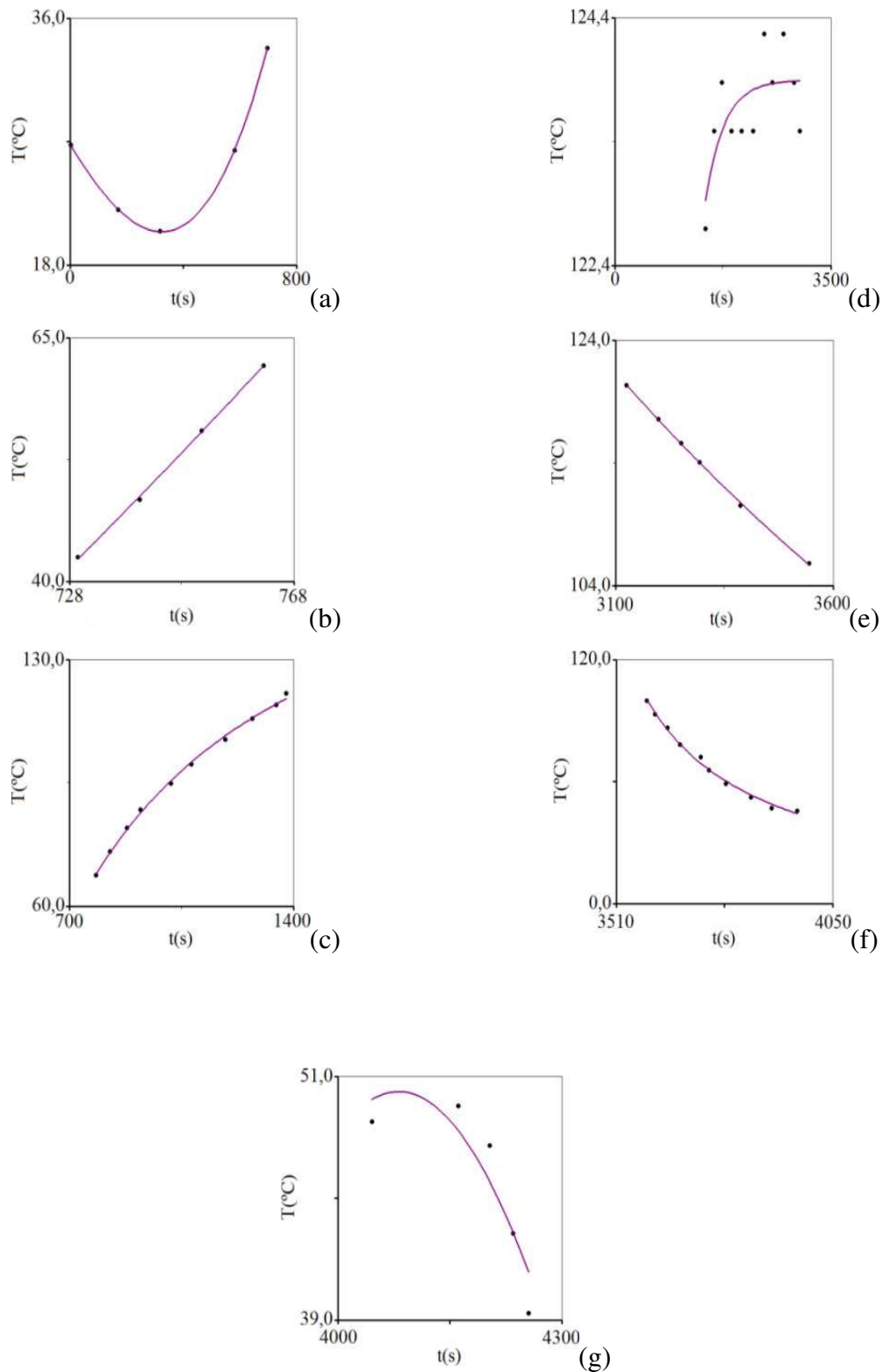


Figura 4.15 - Curvas temporais da evolução de temperatura na superfície da amostra de molho de trufa, nos intervalos de: (a)  $t < 700$  s; (b)  $700 < t < 780$  s; (c)  $780 < t < 1400$  s; (d)  $1400 < t < 3000$  s; (e)  $3000 < t < 3550$  s; (f)  $3550 < t < 4000$  s; (g)  $4000 < t < 4255$  s.

Na Tabela A9(a) se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t < 700$  s; para este intervalo de tempo a Equação (4.1) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9994$ , conforme visto na Figura 4.15(a).

$$T(t) = 0,2692 \times 10^2 \times \cosh(-0,002109 \times t) - 0,04008 \times t. \quad (4.1)$$

Na Tabela A9(b) se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $700 < t < 780$  s; para este intervalo de tempo a Equação (4.2) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9988$ , na Figura 4.15(b).

$$T(t) = \left[ 0,2087 \times 10^{-5} \times (t - 0,8004 \times 10^3)^2 + 0,01309 \right]^{-1}. \quad (4.2)$$

Na Tabela A9(c) se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $780 < t < 1400$  s; para este intervalo de tempo a Equação (4.3) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9994$ , de acordo com a Figura 4.15 (c).

$$T(t) = 1,328 \times (t^{0,3627}) \times \ln(t - 0,6818 \times 10^3). \quad (4.3)$$

Na Tabela A9(d) estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1400 < t < 3000$  s; para este intervalo de tempo a Equação (4.4) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,5897$ , conforme a Figura 4.15(d).

$$T(t) = 0,1239 \times 10^3 \left( t - \exp(-0,329 \times 10^{-2} \times t) \right). \quad (4.4)$$

Na Tabela A9(e) acham os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $3000 < t < 3555$  s, para o qual, a Equação (4.5) representa a função que melhor

descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9982$ , visto na Figura 4.15(e).

$$T(t) = -0,9993 \times 10^4 \times \sinh(-0,1024 \times 10^{-4} \times t) - 0,2053 \times 10^{-4} \times t^2. \quad (4.5)$$

Na Tabela A9(f) se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $3555 < t < 4000$  s; para este intervalo de tempo a Equação (4.6) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9968$ , segundo a Figura 4.15(f).

$$T(t) = 1,550 \times t - 0,7698 \times 10^{-3} \times t^2 + 0,9625 \times 10^{-7} \times t^3. \quad (4.6)$$

Na Tabela A9(g) estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $4000 < t < 4255$  s, para o qual, a Equação (4.7) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de determinação,  $R^2 = 0,9894$ , como pode ser visto na Figura 4.15(g).

$$T(t) = \sqrt{0,2627 \times 10^4 - 0,05354 \times (t - 0,4115 \times 10^4)^2}. \quad (4.7)$$

A Figura 4.16(a) e a Tabela A10 apresentam os valores de temperatura experimental com a difusividade térmica constante da amostra de molho de trufa, obtidos no centro do cilindro finito.

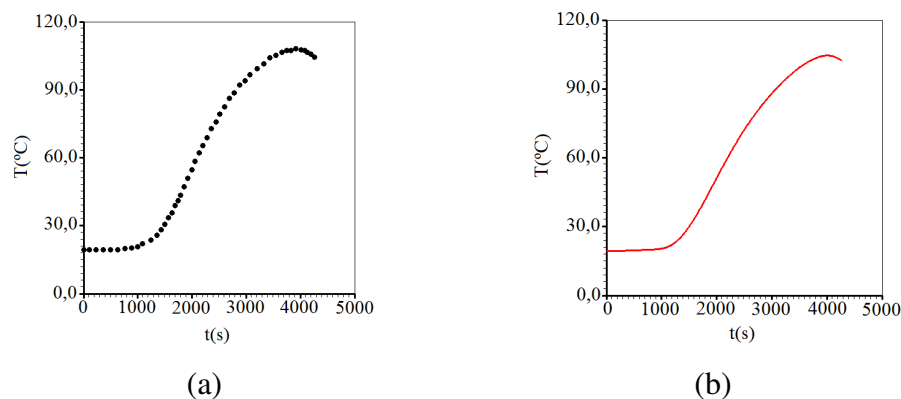


Figura 4.16 – Difusividade térmica constante: (a) Perfil de temperatura experimental no centro do cilindro finito do molho de trufa; (b) simulação numérica.

Na Tabela A11 se encontram os valores de temperatura obtidos por simulação numérica com a difusividade térmica constante,  $\alpha = 1,3982 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  da amostra de molho de trufa (BETTA et al., 2009). A Figura 4.16(b) demonstra o perfil de temperatura obtida por simulação numérica no centro do cilindro finito do molho de trufa com a difusividade térmica constante, determinada por Betta et al. (2009).

A Figura 4.17 ilustra a superposição das Figuras 4.8(a) e 4.8(b) correspondentes aos valores de temperaturas obtidos experimentalmente e numericamente.

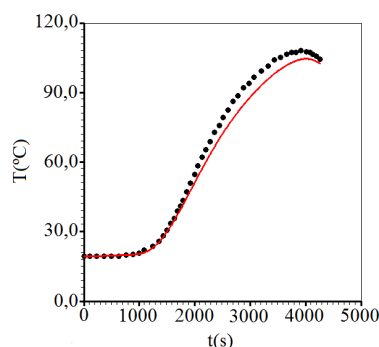


Figura 4.17 - Superposição entre as temperaturas experimental e simulada no centro da amostra com a difusividade térmica aparente constante.

Observando a Figura 4.17 percebe-se, visualmente, que para os tempos menores que 1900 s não existe diferença significativa entre os valores de temperaturas obtidos experimental e numericamente. Já para os tempos maiores que 1900 s, existem diferenças significativas entre os valores apresentados dessas temperaturas.

Na tentativa de melhorar o último resultado e, ao mesmo tempo, validar o *software* desenvolvido, tentou-se o recurso a seguir. Foi usada, na simulação, uma expressão variável para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local,  $\alpha = be^{aT^{1/2}}$ , sendo,  $b = 1,2187117 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e  $a = 2,8203180 \times 10^{-2}$ , que foi obtida por Lins (2013) supondo condição de contorno constante. Feita a simulação numérica, os valores de temperaturas obtidos se encontram na Tabela A12.

A Figura 4.18 mostra a comparação entre as temperaturas, experimental e simulada, obtidas no centro do cilindro finito contendo molho de trufa em função do tempo considerando a difusividade térmica variável e contorno de superfície variável.

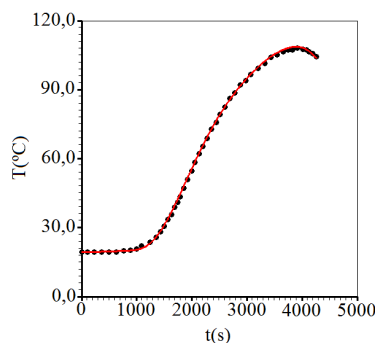


Figura 4.18 - Comparação entre as temperaturas experimental e simulada no centro da amostra com a difusividade térmica aparente variável.

Analisando a Figura 4.18 observa-se que os resultados obtidos para as temperaturas, experimental e numericamente, não apresentam diferenças consideráveis, confirmando uma boa concordância com os dados experimentais de Betta et al. (2009). Portanto, se pode concluir que a difusividade térmica variável representa com eficácia a penetração de calor no molho de trufa. Como o último resultado pode ser considerado excelente, o *software* desenvolvido pode ser considerado válido para todas as situações físicas testadas.

O código desenvolvido para estimar parâmetros termofísicos é, portanto, aplicável a problemas de difusão de calor em situações estacionárias ou transientes, em problemas com coordenadas cilíndricas axissimétricas, com ou sem fontes de calor, com condutividade térmica constante ou variável (dependente da temperatura local) e condição de contorno de primeiro tipo constante ou variável.

O *software* apresentado para o estudo de transferência de calor entre o meio externo e um produto pastoso é uma das contribuições deste trabalho.

#### 4.6 Interface gráfica do otimizador

A tela principal do *software* que usa o otimizador, para determinar a função que representa a difusão de calor no interior de um cilindro finito contendo um produto pastoso, com condição de contorno de primeiro tipo, constante ou variável, tem aspecto mostrado na Figura 4.19.





Figura 4.19 - Tela principal do *software Otimizador*.

O *software “Otimizador”* foi desenvolvido pressupondo que possa ser usado por quaisquer usuários, e nesse intuito, foi criada uma interface gráfica simples, através de *menus*, que serão apresentados a seguir.

#### 4.6.1 *Menus* e caixa de diálogo

O primeiro *menu* “Arquivo” que, ao ser clicado, abre dois itens que podem ser visto na Figura 4.20.

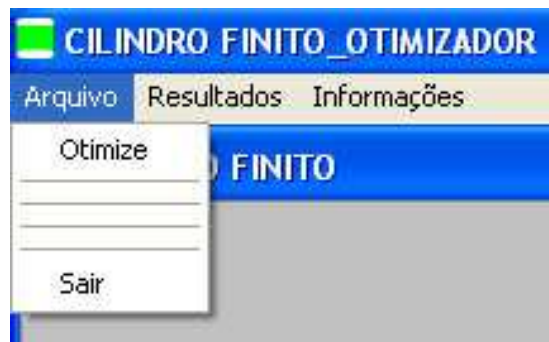


Figura 4.20 – *Menu “Arquivo”*.

O primeiro item, denominado “Otimize” (Figura 4.20) é usado, primeiramente, para a informação de um novo conjunto de dados. Os dados para otimização tem o aspecto mostrado na Figura 4.21.

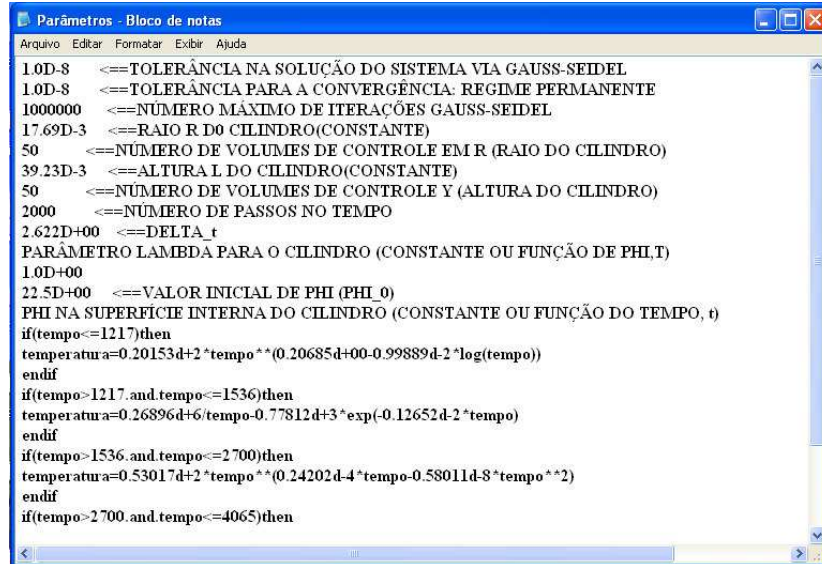


Figura 4.21 – Arquivos com todos os dados a serem informados.

Após a informação de um novo conjunto de dados, contidos no arquivo da Figura 4.21, tal arquivo deve ser salvo e fechado. Em seguida, surge uma caixa de diálogo para que seja informada qual das funções apresentadas, dependendo do problema físico a ser tratado, se deseja otimizar, vide Figura 4.22.

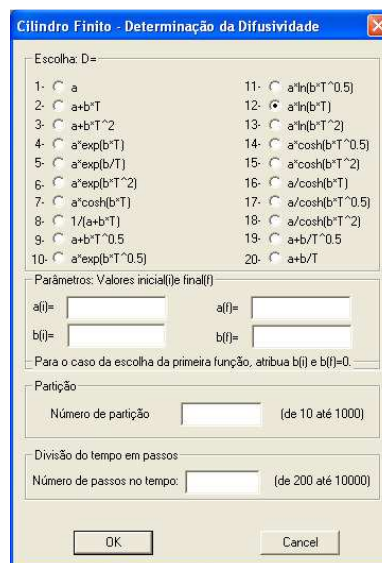


Figura 4.22 – Mostra as vinte funções disponíveis no *software*.

Escolhido uma das funções apresentadas, exceto a primeira, é preciso estimar quatro valores:  $a_{\text{mínimo}}$ ,  $a_{\text{máximo}}$ ,  $b_{\text{mínimo}}$  e  $b_{\text{máximo}}$  e, em seguida, o usuário deve informar o número de partições e por último, quantos passos de tempo o software deve operar para atingir o máximo de busca de cada parâmetro. Caso o usuário opte pela primeira alternativa – difusividade térmica aparente constante – será preciso estimar apenas um coeficiente, “a”, e o outro, “b”, deve ser igual a zero (o mínimo e o máximo). O coeficiente “a” para um grande número de produtos, é da ordem de  $10^{-7}$ . Concluída a otimização o *software* apresenta uma caixa de diálogo com a função escolhida e o melhor valor para os coeficientes a e b, conforme mostra a Figura 4.23.

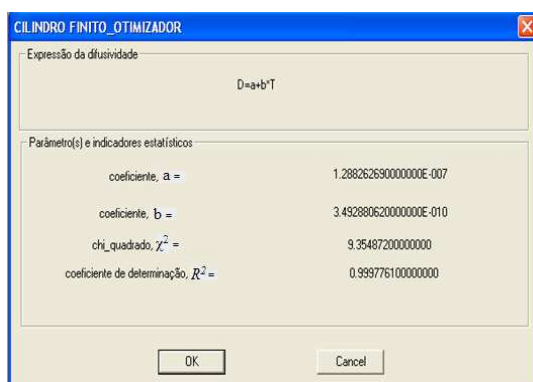


Figura 4.23 – Caixa de diálogo com a função e o melhor valor para os coeficientes a e b.

Após fechar a caixa de diálogo mostrada na Figura 4.23, o usuário pode acessar o item “Resultados\_Otimização”, clicando no *menu* “Resultados” (Figura 4.24).

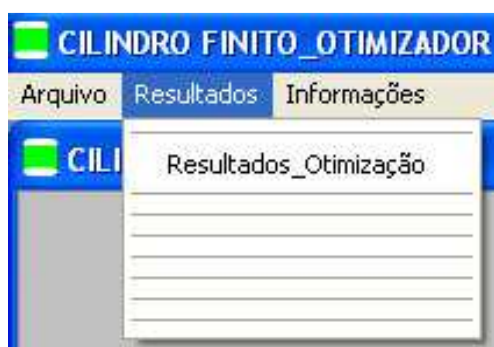


Figura 4.24 – Menu “Resultados”.

O usuário ao clicar no item “Resultados\_Otimização” (Figura 4.24), terá acesso as informações impressas dos valores dos coeficientes a e b, e dos indicadores

estatísticos, durante o processo de otimização em busca do melhor valor dos coeficientes, sendo, na primeira coluna o qui-quadrado, na segunda e terceira coluna os coeficientes “a” e “b”, na ordem, e por última o coeficiente de determinação, em seguida, são apresentados os valores ótimos dos coeficientes “a” e “b” e os respectivos indicadores estatísticos para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local, conforme é mostrado na Figura 4.25.



Chi-squared	Coefficient A	Coefficient B	Determination Coefficient
19.1328336	0.126262626E-06	0.340101350E-09	0.9998004
25.3979149	0.127538006E-06	0.340101350E-09	0.9997003
32.8746316	0.128826269E-06	0.340101350E-09	0.9995706
14.6513685	0.125000000E-06	0.343536717E-09	0.9998640
19.8311763	0.126262626E-06	0.343536717E-09	0.9997901
26.2367671	0.127538006E-06	0.343536717E-09	0.9996864
33.8488380	0.128826269E-06	0.343536717E-09	0.9995531
15.2287888	0.125000000E-06	0.347006785E-09	0.9998570
20.5548701	0.126262626E-06	0.347006785E-09	0.9997793
27.1015326	0.127538006E-06	0.347006785E-09	0.9996719
34.8495377	0.128826269E-06	0.347006785E-09	0.9995350

valores ótimos dos coeficientes A e B para a difusividade térmica aparente,  $\alpha = aa + bb \cdot \text{fit}(i,j)$

com:  $\chi^2 = 12.5838099000000$  e

coeficiente de determinação = 0.999886400000000

coeficiente A = 1.250000000000000E-007

coeficiente B = 3.300000000000000E-010

Figura 4.25 – Arquivo com dados gerados pela otimização.

O *Menu* “informações”, depois de clicado, o usuário tem acesso a caixa de diálogo com a informação “Ajuda”, como é mostrado na Figura 4.8.

O segundo item, denominado “Sair” (Figura 4.20), ao ser clicado, o usuário tem a opção de fechar o *software*.

O *software* apresentado para a determinação da difusividade térmica aparente para descrição da transferência de calor entre o meio externo e um produto pastoso é, também, uma das contribuições deste trabalho.

## 4.7 Validação do otimizador

### 4.7.1 Difusividade térmica aparente constante

Para a função constante, a difusividade térmica aparente do purê de tomate obtida com o otimizador proposto no presente trabalho foi de  $\alpha = 1,47664 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , o

qui-quadrado  $\chi^2 = 14,56$  e o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,999606$ . Comparando estes valores aos obtidos de Lins (2013);  $\alpha = 1,48 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , o qui-quadrado  $\chi^2 = 14,27$  e o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,999612$ , percebe-se uma coerência entre os resultados.

#### 4.7.2 Difusividade térmica aparente variável

A Tabela 4.1 apresenta a ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica do purê de tomate obtido de (LINS, 2013).

Tabela 4.1 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos da literatura.

Classificação	Função	a	b ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )	$\chi^2$	$R^2$
<b>1</b>	<b><math>be^{aT^{1/2}}</math></b>	<b><math>2,8203180 \times 10^{-2}</math></b>	<b><math>1,2187117 \times 10^{-7}</math></b>	<b>1,113602</b>	<b>0,9999466</b>
2	$aT + b$	$3,2646358 \times 10^{-10}$	$1,3191038 \times 10^{-7}$	1,180268	0,9999444
3	$b \cosh(aT^{1/2})$	$6,9128491 \times 10^{-2}$	$1,3208933 \times 10^{-7}$	1,192933	0,9999440
4	$be^{aT}$	$2,2231317 \times 10^{-3}$	$1,3252037 \times 10^{-7}$	1,217937	0,9999426
5	$b \cosh(aT)$	$7,0202267 \times 10^{-3}$	$1,3830555 \times 10^{-7}$	1,796459	0,9999161
6	$be^{aT^2}$	$2,3986193 \times 10^{-5}$	$1,3824453 \times 10^{-7}$	1,851566	0,9999139
7	$be^{a/T}$	-2,184847	$1,5671067 \times 10^{-7}$	2,786657	0,9998645

Fonte: LINS (2013)

A Tabela 4.2 apresenta os valores dos parâmetros a e b das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate na ordem crescente de classificação de acordo com o valor de menor qui-quadrado obtido no presente trabalho.

Tabela 4.2 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b><math>be^{aT^{1/2}}</math></b>	<b>2,8051539x10<sup>-2</sup></b>	<b>1,2201900x10<sup>-7</sup></b>	<b>1,107489</b>	<b>0,9999461</b>
2	$aT + b$	3,2244522x10 <sup>-10</sup>	1,3212909x10 <sup>-7</sup>	1,197811	0,9999424
3	$b \cosh(aT^{1/2})$	6,8968453x10 <sup>-2</sup>	1,3212910x10 <sup>-7</sup>	1,210723	0,9999414
4	$be^{aT}$	2,2781848x10 <sup>-3</sup>	1,3212910x10 <sup>-7</sup>	1,241693	0,9999415
5	$b \cosh(aT)$	7,0561783x10 <sup>-3</sup>	1,3828793x10 <sup>-7</sup>	1,854355	0,9999158
6	$be^{aT^2}$	2,3922950x10 <sup>-5</sup>	1,3828793x10 <sup>-7</sup>	1,906122	0,9999108
7	$be^{a/T}$	-2,3105780	1,5738457x10 <sup>-7</sup>	2,743001	0,9998650

Analisando os resultados das Tabelas 4.1 e 4.2, observa-se que os valores dos parâmetros a e b são compatíveis, e, os indicadores estatísticos, são próximos entre si, confirmando a eficiência da estimação proposta no presente trabalho.

Conclui-se que um problema inverso de estimação de parâmetros foi resolvido. Os resultados mostram a eficiência da estimação das funções da difusividade térmica aparente do purê de tomate quando comparado aos obtidos da literatura: Isto comprova a eficiência do procedimento utilizado neste trabalho. Portanto, o *software* desenvolvido do otimizador pode ser considerado válido.

Dessa forma, o *software* proposto pode, então, ser usado para o caso de condição de contorno variável do primeiro tipo.

A seguir, apresentam-se a aplicação dos códigos computacionais; “Otimizador” e “Simulador”, desenvolvidos neste trabalho para a descrição da penetração do calor em

amostras de polpa de jaca submetidas à condição de contorno de primeiro tipo variável. Para tal, foram usados dois recipientes cilíndricos de alumínio de diferentes dimensões.

## 4.8 Penetração do calor na polpa de jaca

### 4.8.1 Primeiro recipiente C1: diâmetro (35,92 mm); comprimento (39,23 mm)

#### 4.8.1.1 Superfície interna

Os dados experimentais de temperaturas em função do tempo sobre o aquecimento da superfície interna do primeiro recipiente C1, foram obtidos pelas experiências J1, J2 e J3. Esses dados se apresentam na Figura 4.26 e nas Tabelas A13 a A15, na ordem.

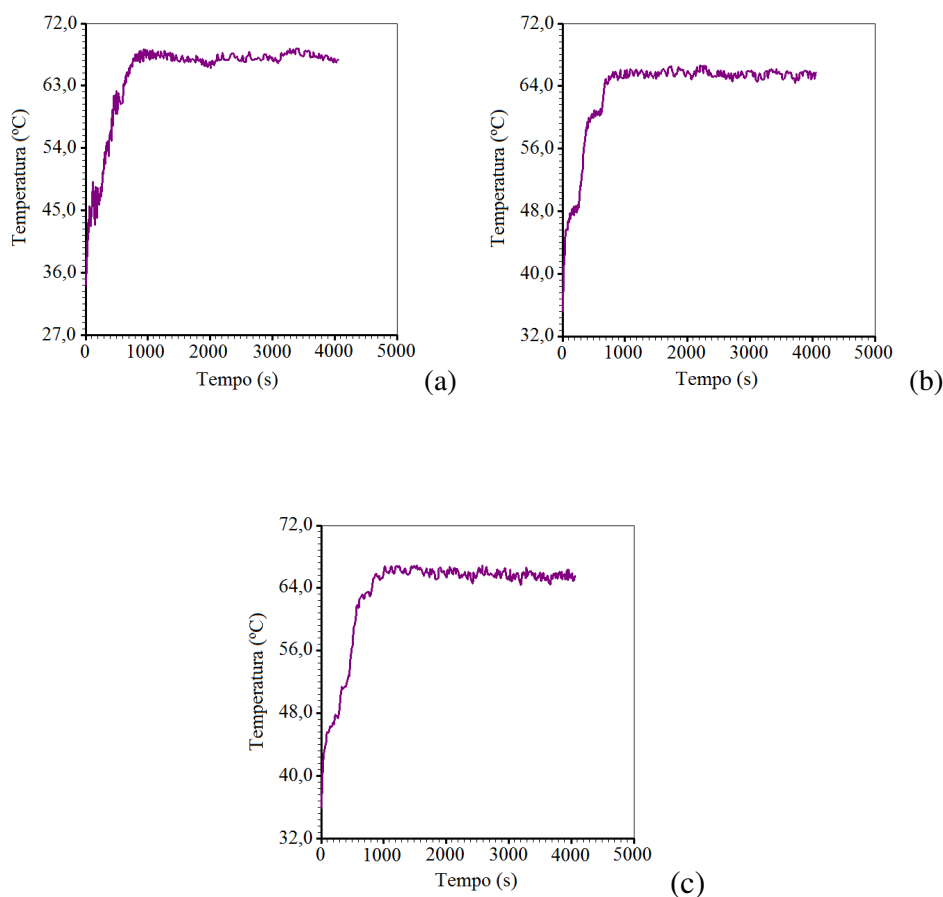


Figura 4.26 - Perfil de temperatura experimental em função do tempo na superfície da parede interna do recipiente C1 contendo polpa de jaca referente às medidas: (a) J1; (b) J2; (c) J3.

Foi calculada, para cada instante, a média aritmética das temperaturas referente às medidas J1, J2 e J3. Esses dados se encontram na Tabela A16 e é visto na Figura 4.27.

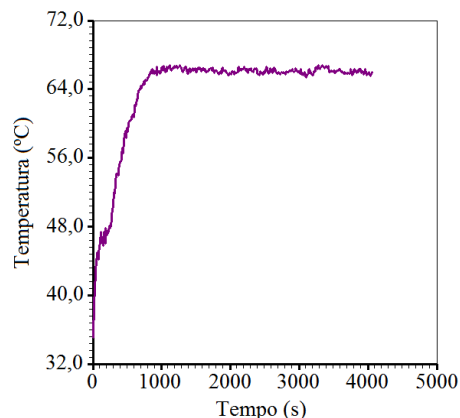


Figura 4.27 – Curva temporal da evolução de temperatura na superfície interna do recipiente C1 obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento da polpa de jaca.

As Figuras 4.26 e 4.27 e as Tabelas A13 a A16, respectivamente, apresentam o perfil de temperatura na superfície interna da parede do recipiente C1, referente às medidas J1, J2 e J3 e para a média aritmética das temperaturas, para cada instante de tempo, das três medidas. Percebe-se visualmente, que para os primeiros instantes em torno de 300 s as evoluções das curvas de temperatura tiveram o mesmo comportamento, isto é, após a imersão, ocorre uma rápida elevação da temperatura na superfície do recipiente para chegar à temperatura da água em torno de 50 °C. Esse comportamento foi idêntico ao que ocorreu nos trabalhos de Ukrainczyk et al. (2009), Betta et al. (2009), Lins (2013), Silva et al. (2014) e Ataíde (2014). Em seguida, essas curvas foram tomando características próprias de acordo com a variação da temperatura da água.

Para melhor compreensão das diferenças de temperaturas em cada experiência, J1, J2 e J3 apresenta-se na Figura 4.28 a comparação entre as medidas de temperatura em função do tempo na superfície interna do recipiente com polpa de jaca.



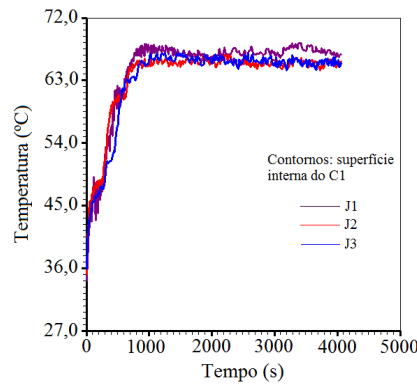


Figura 4.28 - Curvas de temperatura da superfície interna da parede do recipiente C1 em função do tempo contendo polpa de jaca para as medidas J1, J2 e J3.

Observando a Figura 4.28 percebe-se visualmente que existem diferenças nas temperaturas, mas se mantém dentro da faixa de temperatura de pasteurização lenta, de 62 a 68 °C. As oscilações ocorridas em vários instantes foram provenientes dos ajustes manuais para se manter a temperatura da água constante em 62 °C.

Para o estudo da penetração do calor no interior da polpa de jaca com a temperatura de contorno variável, dividiu-se o intervalo de tempo de cada medida em vários intervalos menores, cujo objetivo, foi de determinar as expressões que descrevessem, de forma satisfatória, a curva temporal de temperaturas na superfície da amostra. Para tal, foi usado o *software* Labfit.

O intervalo de tempo para as medidas J1, J2 e J3 foi de  $0 \text{ s} \leq t \leq 4065 \text{ s}$ . Esse intervalo de tempo foi dividido em três intervalos menores: primeiro intervalo,  $t \leq 500 \text{ s}$ ; segundo intervalo,  $500 \text{ s} < t \leq 1200 \text{ s}$  e o terceiro intervalo,  $1200 \text{ s} < t \leq 4065 \text{ s}$ . Este procedimento foi também aplicado para a média das medidas.

#### 4.8.1.1.1 Medida J1

Na Tabela A13 acham-se os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t \leq 500 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.8) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9453$ .

$$T(t) = - 0,3986 \times 10^{-2} \times \left( e^{-0,4231t} - e^{0,87069 \times 10^{-3} t} \right). \quad (4.8)$$

Na Tabela A13 se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $500 \text{ s} < t \leq 1200 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.9) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,8219$ .

$$T(t) = 0,19566 \times t - 0,18841 \times 10^{-3} \times t^2 + 0,60188 \times 10^{-7} \times t^3. \quad (4.9)$$

Na Tabela A13 estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1200 \text{ s} < t \leq 4065 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.10) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,3307$ .

$$T(t) = -0,4377 \times 10^5 / t + 0,690458 \times 10^2 \times e^{0,48593 \times 10^3 / t}. \quad (4.10)$$

#### 4.8.1.1.2 Medida J2

Na Tabela A14 acham-se os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t \leq 500 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.11) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9423$ .

$$T(t) = 0,4182 \times 10^2 \times (e^{0,7918 \times 10^2 t} - e^{-0,3528 t}). \quad (4.11)$$

Na Tabela A14 se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $500 \text{ s} < t \leq 1200 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.12) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,8222$ .

$$T(t) = 1 / (0,92416 \times 10^{-2} + 0,28529 \times 10^{-5} \times t + 3,1234 / t). \quad (4.12)$$

Na Tabela A14 estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1200 \text{ s} < t \leq 4065 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.13) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,2227$ .

$$T(t) = 0,64535 \times 10^2 + 0,41903 \times 10^4 / t - 0,37079 \times 10^7 / t^2. \quad (4.13)$$

#### 4.8.1.1.3 Medida J3

Na Tabela A15 acham-se os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t \leq 500$  s, para o qual, a Equação (4.14) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9234$ .

$$T(t) = 0,36097 \times 10^2 \times e^{-0,14597 \times 10^{-3} t + 0,21403 \times 10^{-1} \times t^2}. \quad (4.14)$$

Na Tabela A15 se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $500 \text{ s} < t \leq 1200$  s, para o qual, a Equação (4.15) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9010$ .

$$T(t) = 0,25939 \times 10^2 \times \ln(t - 0,48821 \times 10^3) + 0,49511 \times 10^2. \quad (4.15)$$

Na Tabela A15 estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1200 \text{ s} < t \leq 4065$  s, para o qual, a Equação (4.16) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,3124$ .

$$T(t) = 0,648952 \times 10^2 \times t^{(4,16291/t)}. \quad (4.16)$$

#### 4.8.1.1.4 Média das medidas: J1; J2; J3

Na Tabela A16 acham-se os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t \leq 500$  s, para o qual, a Equação (4.17) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9492$ .

$$T(t) = 0,41154 \times 10^2 \times \left( e^{-0,40527 t} - e^{0,74331 \times 10^{-3} t} \right). \quad (4.17)$$

Na Tabela A16 se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $500 \text{ s} < t \leq 1200 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.18) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,8830$ .

$$T(t) = t / (9,3767 + 0,23515 \times 10^{-1}) \times t - 0,56346 \times t^{1/2}. \quad (4.18)$$

Na Tabela A16 estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1200 \text{ s} < t \leq 4065 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.19) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,2694$ .

$$T(t) = t / (-0,16988 \times 10^5 + 0,15408 \times 10^2 \times t) + 0,65969 \times 10^2. \quad (4.19)$$

#### 4.8.1.2 Centro geométrico

Os dados de temperatura no centro geométrico da polpa de jaca obtidos pelas experiências J1, J2 e J3, encontram-se nas Tabelas A17 a A19 são vistos na Figura 4.29.

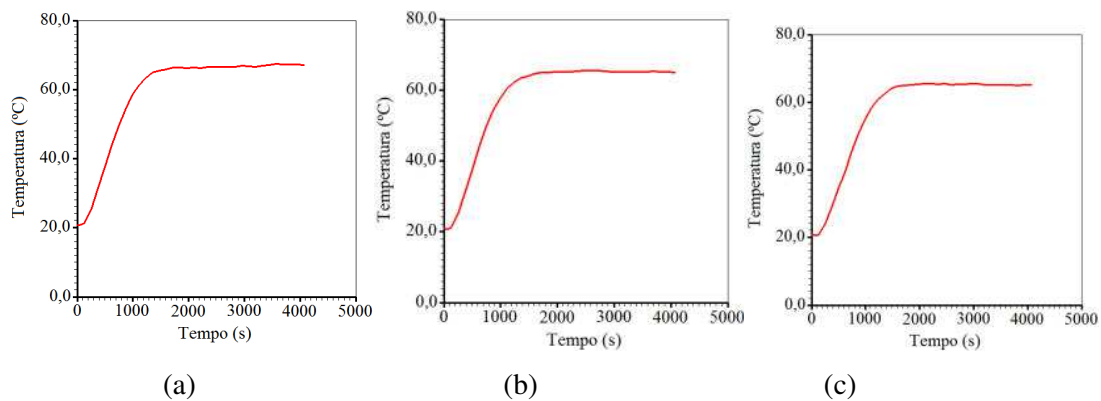


Figura 4.29 - Curvas de temperatura experimental em função do tempo do aquecimento no centro geométrico do recipiente C1 contendo polpa de jaca para as medidas: (a) J1; (b) J2; (c) J3.

Observando a Figura 4.29 percebe-se que a amostra respondeu ao perfil de temperatura na superfície interna do recipiente, em que, a partir da temperatura de  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  até chegar à temperatura de  $62 \text{ }^\circ\text{C}$  (temperatura de pasteurização lenta), os tempos

correspondentes às medidas J1, J2 e J3 foram de 1147 s, 1210 s, e 1297 s, respectivamente. Portanto, conclui-se que estas diferenças promovidas pela variação na temperatura de contorno de superfície, podem ser aplicadas no estudo de retenção de qualidade num processo de pasteurização.

Na Figura 4.30 são mostrados os valores médios das medidas de temperaturas experimentais no centro geométrico do recipiente, em vários instantes, cujos dados encontram-se na Tabela A20.

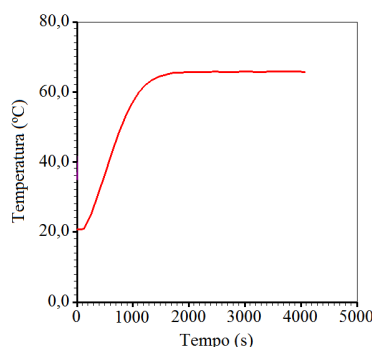


Figura 4.30 – Curva de temperatura no centro geométrico do recipiente, obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento da polpa de jaca.

A Figura 4.30 representa uma via para se conduzir o aquecimento considerando a média dos dados referentes à temperatura de contorno na superfície interna. Percebe-se que as oscilações existentes no intervalo de tempo de 1400 s a 4065 s diminuíram em relação às medidas, com isto, aumenta a importância de se considerar a condição de contorno de superfície interna de primeiro tipo variável.

#### 4.8.1.3 Aplicação do software numérico à polpa de jaca: difusividade térmica aparente variável

De posse das equações de temperaturas no contorno da superfície interna, verificou-se a penetração do calor no centro geométrico do recipiente. Para tal, foi utilizado o *software* “Otimizador” desenvolvido neste trabalho, com o objetivo de determinar a difusividade térmica aparente em função da temperatura local que melhor representa a distribuição de calor na polpa de jaca. Foram usadas cinco funções nas otimizações para cada medida.

#### 4.8.1.3.1 Medida J1

A Tabela 4.3 apresenta os resultados das otimizações para os dados da experiência J1 na ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica aparente em função da temperatura local da polpa de jaca.

Tabela 4.3 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J1), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b>b cosh(aT<sup>1/2</sup>)</b>	<b>4,85x10<sup>-2</sup></b>	<b>1,3626135x10<sup>-7</sup></b>	<b>8,78</b>	<b>0,9997919</b>
2	be <sup>aT<sup>1/2</sup></sup>	1,818182x10 <sup>-2</sup>	1,2715886x10 <sup>-7</sup>	8,90	0,9997918
3	aT + b	2,0820407x10 <sup>-10</sup>	1,3402761x10 <sup>-7</sup>	8,91	0,9997918
4	be <sup>aT</sup>	1,53x10 <sup>-3</sup>	1,3411077x10 <sup>-7</sup>	8,93	0,9997917
5	b	-	1,4374532x10 <sup>-7</sup>	9,31	0,9997916

Analisando os resultados da Tabela 4.3, observa-se em destaque, que a função  $a(T)=b \cosh(aT^{1/2})$ , foi a que melhor representou a distribuição de calor na amostra de polpa de jaca para a medida (J1).

#### 4.8.1.3.2 Simulação com os dados da experiência J1

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica aparente,  $a(T)=b \cosh(aT^{1/2})$ , e usando o *software* “Simulador” também desenvolvido neste trabalho, foram gerados os valores de temperatura simulada numericamente no centro geométrico do recipiente C1 contendo polpa de jaca para a medida (J1), que se encontram na Tabela A21.

A Figura 4.31 mostra os valores de temperatura experimental e simulada da amostra de polpa de jaca para a medida (J1).

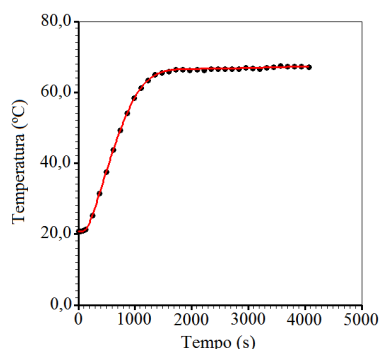


Figura 4.31 – Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a medida (J1).

Analisando a Figura 4.31 percebe-se, visualmente, a concordância no comportamento transiente das temperaturas obtidas experimentalmente e por simulação.

Na Figura 4.32 é mostrada a cinética de penetração de calor na polpa de jaca através das curvas isotérmicas para cinco instantes diferentes.

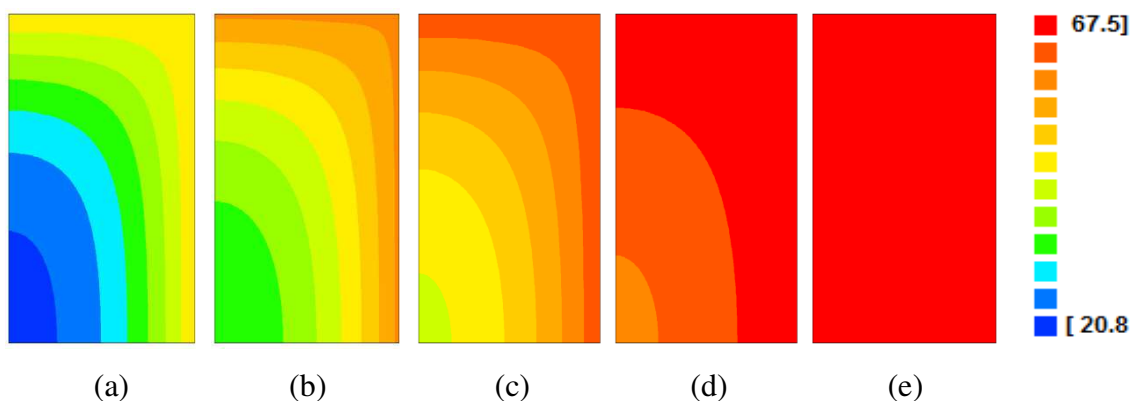


Figura 4.32 – Perfil das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2 min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.

Observando a Figura 4.32 percebe-se que após 24 minutos todos os pontos da amostra de polpa de jaca atingiram a temperatura de tratamento (equilíbrio térmico).

#### 4.8.1.3.3 Medida J2

A Tabela 4.4 apresenta os resultados das otimizações para os dados da experiência J2 na ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica da polpa de jaca usando o recipiente C1.

Tabela 4.4 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J2), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b>aT + b</b>	<b>2,9361410x10<sup>-10</sup></b>	<b>1,2492244x10<sup>-7</sup></b>	<b>6,79</b>	<b>0,9997932</b>
2	be <sup>aT</sup>	1,6181948x10 <sup>-3</sup>	1,2828743x10 <sup>-7</sup>	7,27	0,9997927
3	be <sup>aT<sup>1/2</sup></sup>	2,15389359x10 <sup>-2</sup>	1,1971734x10 <sup>-7</sup>	7,28	0,9997927
4	b cosh(aT <sup>1/2</sup> )	5,152762x10 <sup>-2</sup>	1,2974048x10 <sup>-7</sup>	7,85	0,9996948
5	b	-	1,3793473x10 <sup>-7</sup>	10,57	0,9995889

Analisando os resultados da Tabela 4.4, destaca-se a função  $\alpha(T) = aT + b$  que melhor representou a distribuição de calor na amostra de polpa de jaca para a medida (J2).

#### 4.8.1.3.4 Simulação com os dados da experiência J2

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica aparente,  $\alpha(T) = aT + b$ , e usando o *software* “Simulador” desenvolvido neste trabalho, geraram-se os valores de temperatura simulada numericamente no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a medida (J2), que se encontram na Tabela A22.

A Figura 4.33 mostra os valores de temperatura experimental e simulada da amostra de polpa de jaca para a experiência (J2).



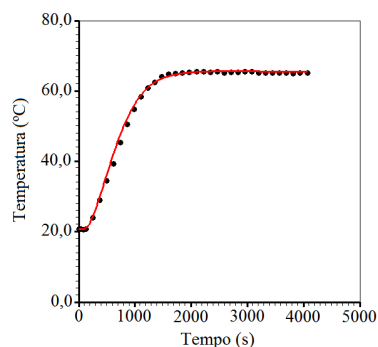


Figura 4.33 – Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a experiência (J2).

Observando a Figura 4.33 percebe-se a superposição da curva de temperatura simulada com os dados de temperatura obtidos experimentalmente e uma pequena diferença de resultados entre as temperaturas nos instantes de 450 s a 1000 s.

A Figura 4.34 mostra o comportamento da penetração do calor no interior da amostra de polpa de jaca através das curvas isotérmicas para cinco instantes diferentes.

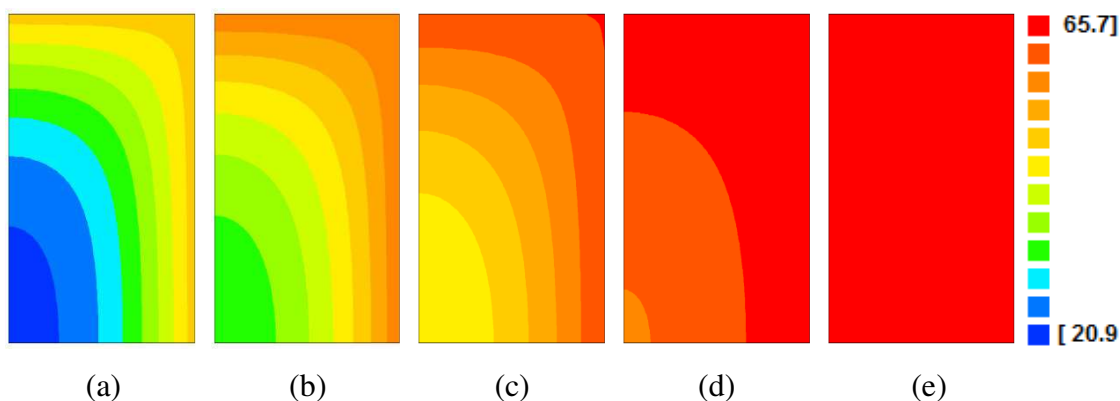


Figura 4.34 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.

É possível observar, na Figura 4.34, os contornos das isotermas para a polpa de jaca em cinco instantes do processo de aquecimento. Durante o transiente, as curvas isotérmicas crescem do centro para a superfície interna, enquanto, a cinética de propagação do calor ocorre em sentido contrário, isto é, da superfície interna para o

centro da amostra. E que, após 24 minutos, todos os pontos da amostra de polpa de jaca atingiram a temperatura de tratamento (equilíbrio térmico).

#### 4.8.1.3.5 Medida J3

A Tabela 4.5 apresenta os resultados das otimizações para os dados da experiência J3 na ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica da polpa de jaca usando o recipiente C1.

Tabela 4.5 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (J3), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b>aT + b</b>	<b>2,8759261x10<sup>-10</sup></b>	<b>1,1451224x10<sup>-7</sup></b>	<b>19,17</b>	<b>0,9994534</b>
2	be <sup>aT</sup>	1,9927455x10 <sup>-3</sup>	1,1683731x10 <sup>-7</sup>	20,03	0,9994487
3	b cosh(aT <sup>1/2</sup> )	6,2697628x10 <sup>-2</sup>	1,1744564x10 <sup>-7</sup>	20,56	0,9994476
4	be <sup>aT<sup>1/2</sup></sup>	1,2462819x10 <sup>-2</sup>	1,1801748x10 <sup>-7</sup>	24,63	0,9992752
5	b	-	1,2844312x10 <sup>-7</sup>	29,83	0,9990325

Analisando os resultados da Tabela 4.5, observa-se que a função  $\alpha(T) = aT + b$ , foi a que melhor representou a distribuição de calor na amostra de polpa de jaca para a medida (J3).

#### 4.8.1.3.6 Simulação com os dados da experiência J3

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica aparente,  $\alpha(T) = aT + b$ , e usando o *software* “Simulador” desenvolvido neste trabalho, gerou-se os valores de temperatura simulada numericamente no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a medida (J3), que se encontram na Tabela A23.

A Figura 4.35 apresenta o comportamento transiente da temperatura no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca (J3): perfil (●●●) de temperatura experimental e perfil (—) de temperatura simulada.

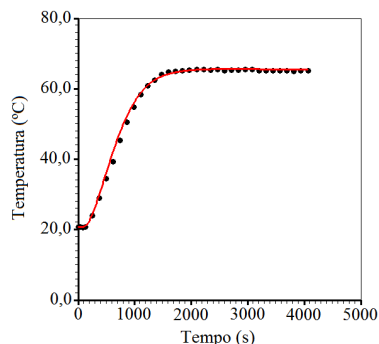


Figura 4.35 – Perfil da penetração de calor no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca (J3), sendo o perfil (●●●) de temperatura experimental e o perfil (—) de temperatura simulada.

Observando a Figura 4.35 percebe-se, visualmente, uma pequena diferença de resultados entre as temperaturas nos instantes de 300 s a 1000 s.

A Figura 4.36 mostra o comportamento da penetração do calor no interior da amostra de polpa de jaca através das curvas isotérmicas para cinco instantes diferentes.

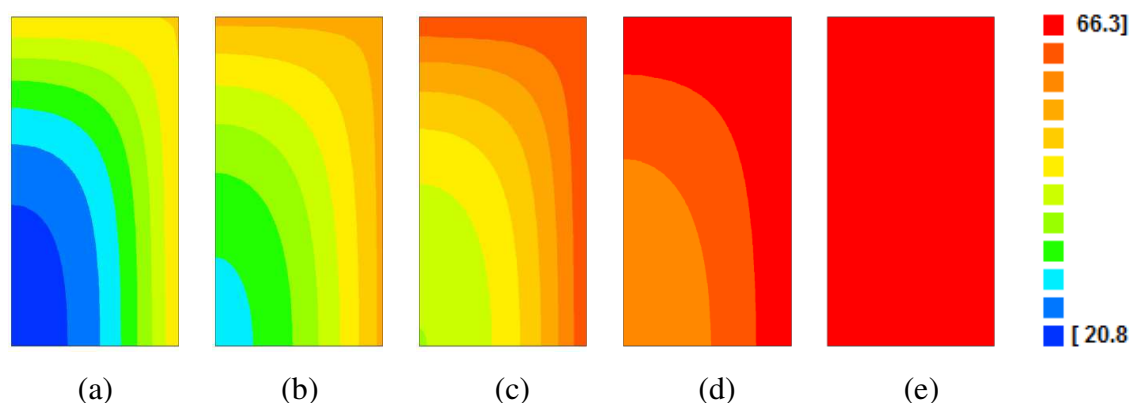


Figura 4.36 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.

É possível observar, na Figura 4.36, os contornos das isotermas para a polpa de jaca em cinco instantes do processo de aquecimento. As curvas isotérmicas crescem do

centro para a superfície interna, enquanto, a cinética de propagação do calor ocorre em sentido contrario, isto é, da superfície interna para o centro da amostra. Igualmente, ao que foi observado nas Figuras 4.32 e 4.34, que após 24 minutos todos os pontos da amostra de polpa de jaca atingiram a temperatura de equilíbrio térmico (tratamento).

#### 4.8.1.3.7 Média: J1, J2 e J3

A Tabela 4.6 apresenta os resultados das otimizações para os dados da média aritmética das medidas (J1, J2 e J3), na ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica da polpa de jaca.

Tabela 4.6 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho para a média.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b>be<sup>aT</sup></b>	<b>2,1756502x10<sup>-3</sup></b>	<b>1,2338191x10<sup>-7</sup></b>	<b>6,51</b>	<b>0,9998649</b>
2	aT + b	2,8500886x10 <sup>-10</sup>	1,2338819x10 <sup>-7</sup>	6,56	0,9998635
3	b cosh(aT <sup>1/2</sup> )	6,2697628x10 <sup>-2</sup>	1,2462819x10 <sup>-7</sup>	6,72	0,9998252
4	be <sup>aT<sup>1/2</sup></sup>	1,9800541x10 <sup>-2</sup>	1,1909574x10 <sup>-7</sup>	7,05	0,9998042
5	b	-	1,3655543x10 <sup>-7</sup>	10,08	0,9997276

Analisando os resultados da Tabela 4.6, observa-se que a função  $\alpha(T) = be^{aT}$ , foi a que melhor representou a distribuição de calor na amostra de polpa de jaca para a média.

#### 4.8.1.3.8 Simulação com o valor médio dos dados

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica aparente,  $\alpha(T) = be^{aT}$ , e usando o *software* “Simulador” desenvolvido neste trabalho, gerou-se os valores de temperatura simulada numericamente no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a média, que se encontram na Tabela A24.

A Figura 4.37 apresenta o comportamento transiente da temperatura no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a média: perfil (●●●) de temperatura experimental e perfil (—) de temperatura simulada.

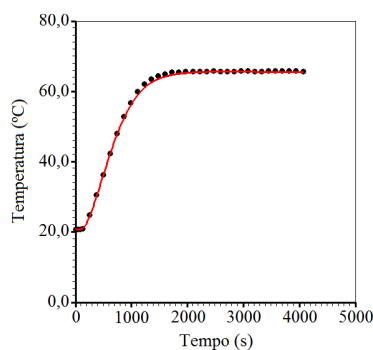


Figura 4.37 – Perfil da penetração de calor no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a média, sendo o perfil (●●●) de temperatura experimental e o perfil (—) de temperatura simulada.

Observando a Figura 4.37 percebe-se uma diferença dos resultados de temperaturas experimental e simulada, no intervalo de tempo de 1000 s a 1800 s, em que, as temperaturas experimentais são maiores do que as temperaturas simuladas. Essa diferença foi devido à influência da temperatura de contorno de superfície no intervalo de tempo de 1000 s a 4065 s, onde as oscilações ocorreram com intensidade. Mais uma vez, registra-se a importância de considerar as condições de contorno de primeiro tipo variável no estudo da penetração de calor em produtos pastosos.

A Figura 4.38 mostra o comportamento da penetração do calor no interior da amostra de polpa de jaca através das curvas isotérmicas para cinco instantes diferentes.

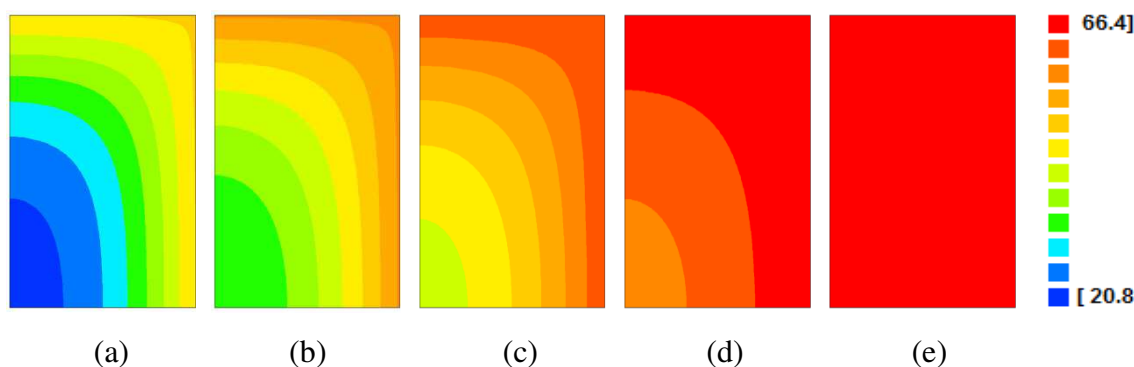


Figura 4.38 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas médias no interior da polpa de jaca: (a) 3,4 min; (b) 6,8 min; (c) 10,2min; (d) 16,9 min; (e) 23,7 min.

É possível observar, na Figura 4.38, os contornos das isotermas para a polpa de jaca em cinco instantes do processo de aquecimento. As curvas isotérmicas crescem do centro para a superfície interna, enquanto, a cinética de propagação do calor ocorre em sentido contrário, isto é, da superfície interna para o centro da amostra.

Novamente, depois de aproximadamente 24 minutos, a Figura 4.38(e) indica que todos os pontos da amostra de polpa de jaca tem atingido a temperatura de equilíbrio (tratamento).

Para uma melhor descrição do comportamento da penetração de calor na polpa de jaca, gerou-se o perfil da difusividade térmica aparente em função da temperatura local, sendo o perfil gerado pela média das três melhores funções que descrevem a difusividade térmica aparente da polpa de jaca:  $\alpha(T) = 1,23338 \times 10^{-7} e^{2,1756502 \times 10^{-3} \times T}$ , para as medidas J1, J2 e J3, respectivamente. Esse perfil é visto na Figura 4.39.

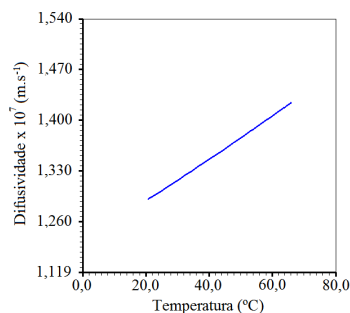


Figura 4.39 – Perfil da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a média referente às medidas J1, J2 e J3.

A Figura 4.39 apresenta o comportamento da difusividade térmica da polpa de jaca variando com a temperatura local. Verificou-se, também, que a difusividade térmica sofre pequenas variações, na faixa de interesse, provenientes da excitação térmica no contorno de superfície da amostra e, nesta verificação, ficou evidente, que além da consideração do contorno de primeiro tipo variável a difusividade térmica aparente deve ser relacionada à temperatura local.

#### 4.8.2 Segundo recipiente C2: diâmetro (48,96 mm); comprimento (57,68 mm)

##### 4.8.2.1 Superfície interna

Os dados experimentais de temperaturas em função do tempo sobre o aquecimento da superfície interna do segundo recipiente C2, foram obtidos pelas experiências JJ1, JJ2 e JJ3. Esses dados se apresentam na Figura 4.40 e nas Tabelas A25 a A27, na ordem.

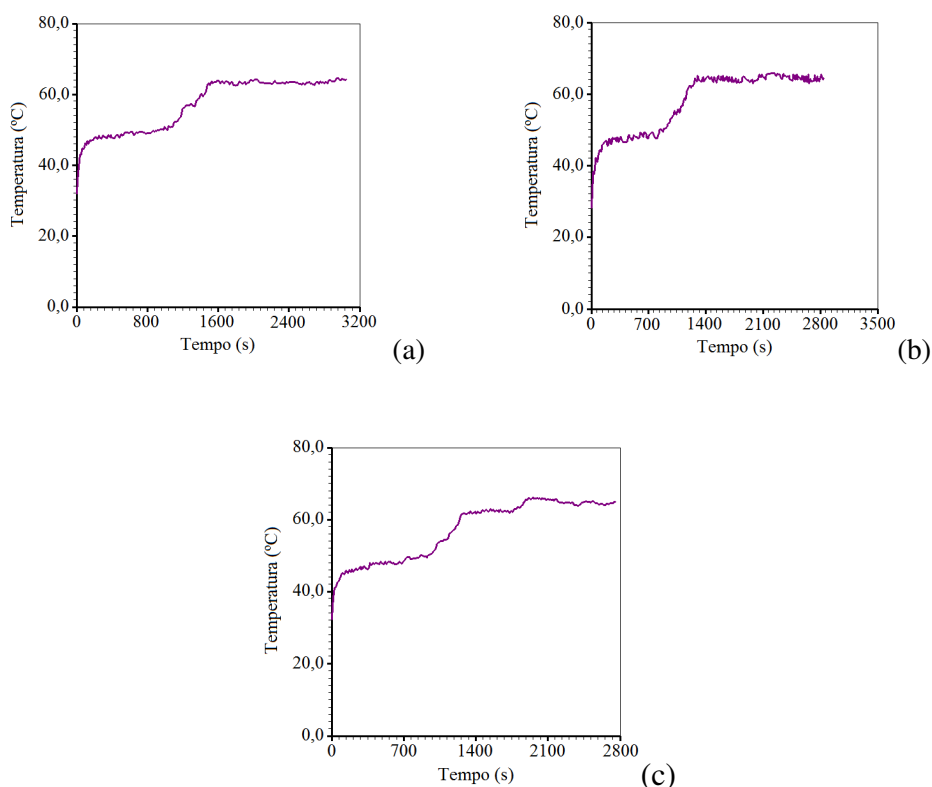


Figura 4.40 - Perfil de temperatura experimental em função do tempo na superfície da parede interna do recipiente C2 contendo polpa de jaca referente às medidas: (a) JJ1, (b) JJ2 e (c) JJ3.

Analisando a Figura 4.40 percebe-se que a temperatura da superfície interna do recipiente C2, não assume de imediato a temperatura da água após a submersão, e é análogo ao que foi observado para o recipiente C1.

Continuando, a análise da Figura 4.40 verifica-se que, os perfis de temperatura apresentado por esta figura comportam-se de maneira diferente, conforme o esperado.

Para o estudo da penetração do calor no interior da polpa de jaca com a temperatura de contorno variável, dividiu-se o intervalo de tempo de cada medida em vários intervalos menores, cujo objetivo, foi de determinar as expressões que descrevessem, de forma satisfatória, a curva temporal de temperaturas na superfície da amostra. Para tal, foi usado o *software* Labfit.

Das três experiências efetuadas, foram tomados espontaneamente os resultados da experiência JJ1 para o estudo da penetração do calor no interior da polpa de jaca. Portanto, dividiu-se o intervalo de tempo de  $0 \text{ s} \leq t \leq 3044 \text{ s}$  em três intervalos menores para ambas as medidas: primeiro intervalo,  $t \leq 990 \text{ s}$ ; segundo intervalo,  $990 \text{ s} < t \leq 1600 \text{ s}$  e o terceiro intervalo,  $1600 \text{ s} < t \leq 3244 \text{ s}$ .

Na Tabela A25 acham-se os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $t \leq 990 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.18) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,8329$ .

$$T(t) = t / (0,71832 \times 10^3 + 0,39659 \times 10^{-1} \times t) + 0,2448 \times 10^2. \quad (4.18)$$

Na Tabela A25 se encontram os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $990 < t \leq 1600 \text{ s}$ , para o qual, a Equação (4.19) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,9959$ .

$$T(t) = 0,12088 \times 10^3 - 0,12214 \times 10^6 / t + 0,51142 \times 10^8 / t^2. \quad (4.19)$$



Na Tabela A25 estão os valores de temperatura para o intervalo de tempo de  $1600 < t \leq 3044$  s, para o qual, a Equação (4.20) representa a função que melhor descreveu o comportamento da temperatura apresentando um coeficiente de correlação,  $R = 0,2980$ .

$$T(t) = (-0,15009 \times 10^5 + t) / (-0,22003 \times 10^3 + 0,35924 \times 10^{-5} \times t^2). \quad (4.20)$$

#### 4.8.2.2 Centro geométrico do recipiente

Na Figura 4.41 e nas Tabelas A28 a A30, são apresentados os valores obtidos pelas experiências JJ1, JJ2 e JJ3 sobre a curva de penetração do calor para a polpa de jaca.

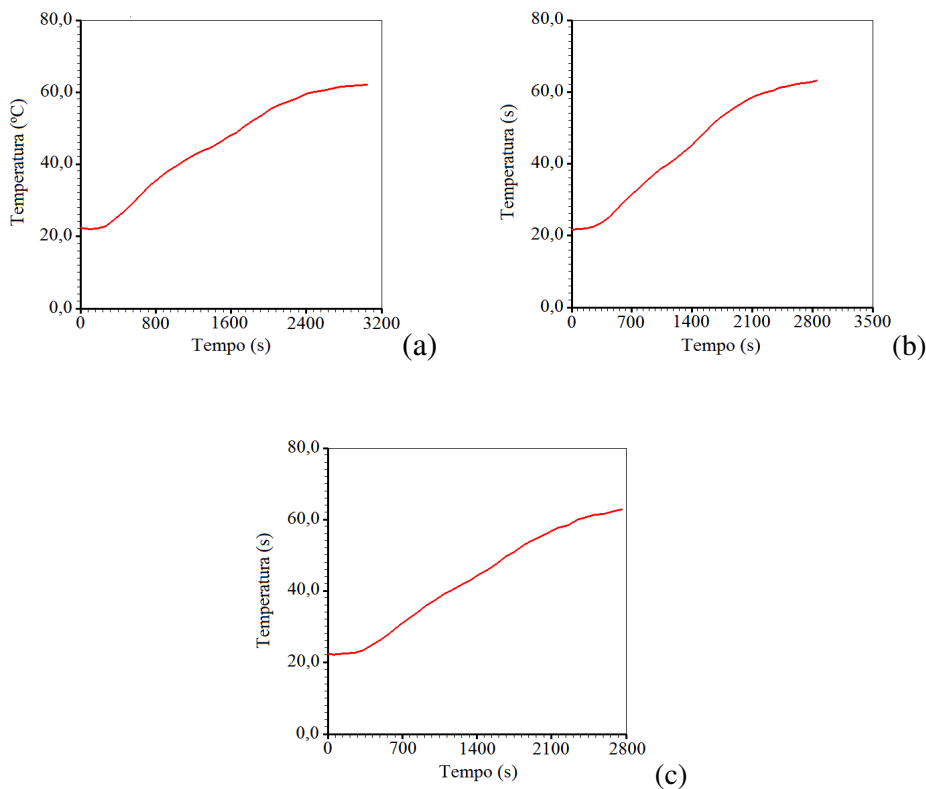


Figura 4.41 – Comportamento transiente da temperatura experimental no centro geométrico do recipiente: (a) JJ1; (b) JJ2 e (c) JJ3.

A Figura 4.41 apresenta no início do aquecimento um fator de atraso em torno de 200 s com relação à variação da temperatura no centro geométrico do recipiente.

A Figura 4.42 mostra o comportamento transiente da temperatura experimental na superfície interna e no centro geométrico dos recipientes; (a) C1 e (b) C2 contendo polpa de jaca.

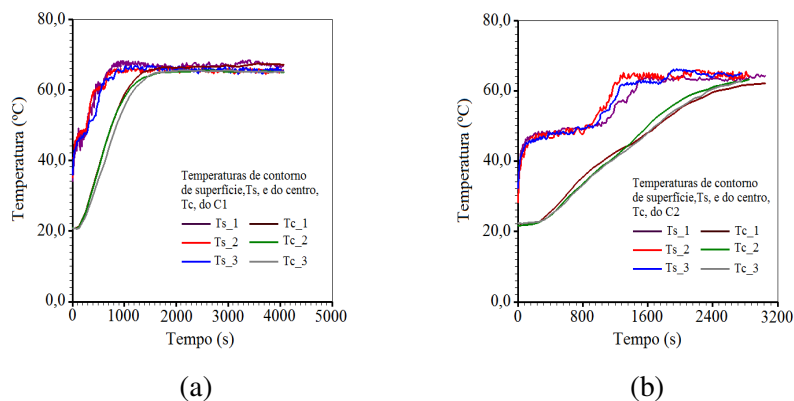


Figura 4.42 - Comportamento transiente da temperatura experimental no centro geométrico e na superfície interna do recipiente as três medidas (J1, J2 e J3) e (JJ1, JJ2 e JJ3), respectivamente: (a) C1; (b) C2.

Os gráficos da Figura 4.42 (a e b) indicam que a temperatura da superfície interna do recipiente leva certo tempo para atingir a temperatura da água após imersão, da mesma forma ao que ocorreu nos trabalhos de Ukrainczyk et al. (2009), Betta et al., (2009), Lins (2013), Silva et al., (2014) e Ataíde (2014) com condição de contorno do primeiro tipo constante.

Observando a Figura 4.42 (a) verifica-se que a temperatura no centro iguala-se à temperatura da superfície interna do recipiente em 1800 s, em relação ao observado na Figura 4.42(b) a temperatura de equilíbrio é atingida nos seguintes tempos: 3044 s (JJ1); 2848 s (JJ2) e 2757 s (JJ3). E que, o aumento da dimensão e o perfil de temperatura de superfície interna do recipiente, contribuíram para o aumento do tempo de processo.

#### 4.8.2.3 Aplicação do software numérico à polpa de jaca: difusividade térmica aparente variável

De posse das equações de temperaturas no contorno da superfície interna, verificou-se a penetração do calor no centro geométrico do recipiente. Para tal, foi utilizado o *software* “Otimizador” desenvolvido neste trabalho, com o objetivo de

determinar a difusividade térmica aparente em função da temperatura local que melhor representa a distribuição de calor na polpa de jaca. Foram usadas cinco funções nas otimizações.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados das otimizações para os dados da experiência JJ1 na ordem crescente de classificação das funções de acordo com o valor de menor qui-quadrado da difusividade térmica aparente em função da temperatura local da polpa de jaca.

Tabela 4.7 – Valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente da polpa de jaca para a medida (JJ1), do qui-quadrado e do coeficiente de determinação obtidos neste trabalho.

Classificação	Função	a	b (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	R <sup>2</sup>
<b>1</b>	<b>aT + b</b>	<b>2,9597662x10<sup>-10</sup></b>	<b>1,3371186x10<sup>-7</sup></b>	<b>2,98</b>	<b>0,9999791</b>
2	$be^{aT^{1/2}}$	2,1630381x10 <sup>-2</sup>	1,2715886x10 <sup>-7</sup>	3,91	0,9999792
3	$be^{aT}$	1,5872716x10 <sup>-3</sup>	1,3642675x10 <sup>-7</sup>	3,99	0,9999792
4	$b \cosh(aT^{1/2})$	4,9898294x10 <sup>-2</sup>	1,3919676x10 <sup>-7</sup>	5,35	0,9999792
5	b	-	1,4651124x10 <sup>-7</sup>	10,69	0,9998135

Analisando os resultados da Tabela 4.7, observa-se em destaque, que a função  $a(T) = aT + b$ , foi a que melhor representou a distribuição de calor na amostra de polpa de jaca para a medida (JJ1).

O gráfico da Figura 4.43 mostra o comportamento das funções que apresentaram os resultados para a difusividade térmica aparente da polpa de jaca.

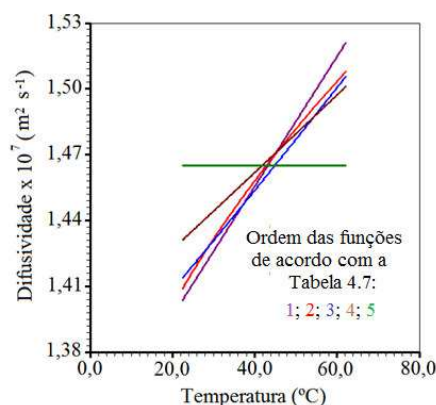


Figura 4.43 – Perfil da difusividade térmica aparente da polpa de jaca em função da temperatura local.

Observando a Figura 4.43 percebe-se que na faixa de temperatura entre 42 °C e 46 °C as quatro funções, na ordem: (1) (—); (2) (—); (3) (—); (4) (—); que apresentaram os resultados para a difusividade térmica aparente da polpa de jaca, assumem valores iguais ao apresentado pela difusividade térmica aparente constante (—),  $\alpha = 1,4651 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . E que, o comportamento das curvas de difusividade térmica apresentam a dinâmica do perfil de temperatura na superfície interna (Figura 4.40), somado a consideração, de que, a polpa de jaca pode não apresentar em todo processo, características de um material isotrópico. Para tal, neste trabalho, foram consideradas as condições de contorno de primeiro tipo variável e difusividade térmica aparente em função da temperatura local.

Diante do que foi exposto acima, encontram-se na literatura alguns trabalhos que expressam resultados constantes, a difusividade térmica aparente constante para condição de contorno de primeiro tipo variável (CARCIOFI et al., 2002; CARBONERA et al., 2003; PLAZL et al., 2006; BETTA et al., 2009; TRES et al., 2011).

#### 4.8.2.3.1 Simulação com os dados da experiência JJ1

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica aparente,  $\alpha(T) = aT + b$ , e usando o *software* “Simulador” também desenvolvido neste trabalho, foram gerados os valores de temperatura simulada numericamente no centro geométrico do recipiente com polpa de jaca para a medida (JJ1), que se encontram na Tabela A31.

A Figura 4.44 mostra os valores de temperatura experimental e simulada da amostra de polpa de jaca para a medida (JJ1).

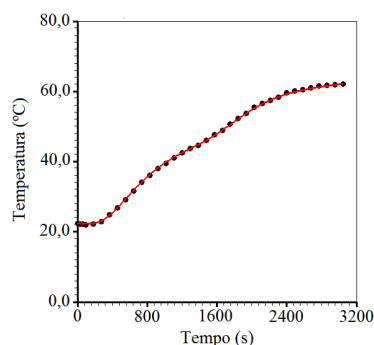


Figura 4.44 – Curva de penetração de calor a partir da simulação numérica (—) e os pontos obtidos experimentalmente (●●●) para a temperatura no centro geométrico da polpa de jaca para a medida (JJ1).

Analisando a Figura 4.44 percebe-se, visualmente, concordância no comportamento transiente das temperaturas obtidas experimentalmente e por simulação.

Na Figura 4.45 é mostrada a cinética de penetração de calor na polpa de jaca através das curvas isotérmicas para cinco instantes diferentes.

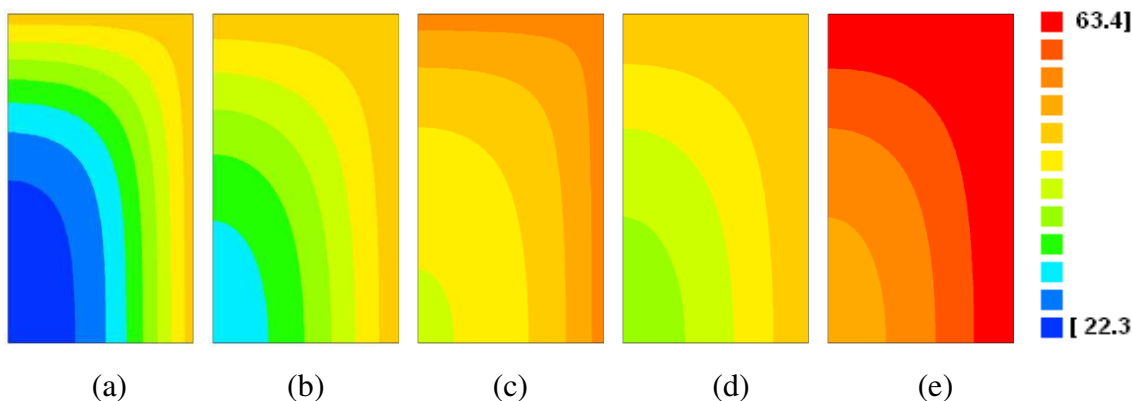


Figura 4.45 – Perfil das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior da polpa de jaca nos instantes: (a) 2,54 min; (b) 7,61 min; (c) 12,68min; (d) 17,76 min; (e) 25,37 min.

É possível verificar na Figura 4.45 (e) que, como o diâmetro do recipiente C2 é maior, mesmo depois de 25,4 min a amostra de polpa de jaca não tem atingido o equilíbrio térmico.

Com o intuito de ampliar o estudo da penetração do calor na polpa de jaca, usando os dados da experiência, JJ1, considerou-se a temperatura de superfície interna constante para os intervalos de tempo:  $t \leq 990$  s;  $990 \text{ s} < t \leq 1440$  s;  $1440 \text{ s} < t \leq 1680$  s; 48,0 °C, 55,5 °C; 64,0 °C, respectivamente (Figura 4.46). Para o intervalo de  $1680 \text{ s} < t \leq 3044$  s os valores da temperatura continuaram com o mesmo comportamento apresentado na Figura 4.40(a). Em seguida, simulou-se pelo *software* numérico desenvolvido neste trabalho, a evolução da temperatura no centro do recipiente que pode ser vista na Figura 4.46 e os valores encontram-se na Tabela A32.

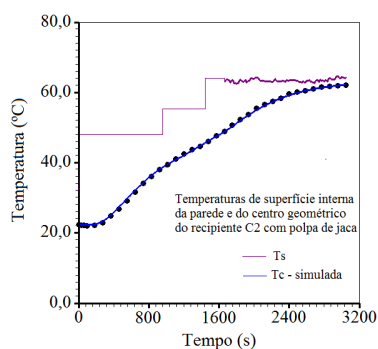


Figura 4.46 - Perfil de temperaturas em função do tempo.

A Figura 4.46 apresenta a evolução da temperatura no centro do recipiente, obtida a partir dos dados, experimental (●●●) e numericamente (—). Percebe-se que entre os tempos, 1680 s e 3044 s, foram mantidas as temperatura de superfície interna. Observa-se, também, uma boa concordância de resultados entre as temperaturas, experimental e numérica. Portanto, se pode concluir que: a difusividade térmica variável representa com eficácia a penetração de calor na polpa de jaca; e a condição de contorno do primeiro tipo variável é uma boa aproximação para essas situações físicas apresentadas.

#### 4.8.2.3.2 Simulação com os dados das experiências: J1; J2; J3; JJ2 e JJ3

Ampliando ainda mais o estudo da evolução da temperatura nos centros dos recipientes C1 e C2, foi efetuada a simulação com a equação,  $\alpha(T) = 2,9598 \times 10^{-2} T + 1,3371 \times 10^{-7}$ , que representou o comportamento da penetração do calor na amostra de polpa de jaca obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1, para os dados das

experiências: J1; J2; J3; JJ2 e JJ3. Esses dados estão apresentados nas Figuras 4.47 e 4.48, e nas Tabelas A33 a A37.

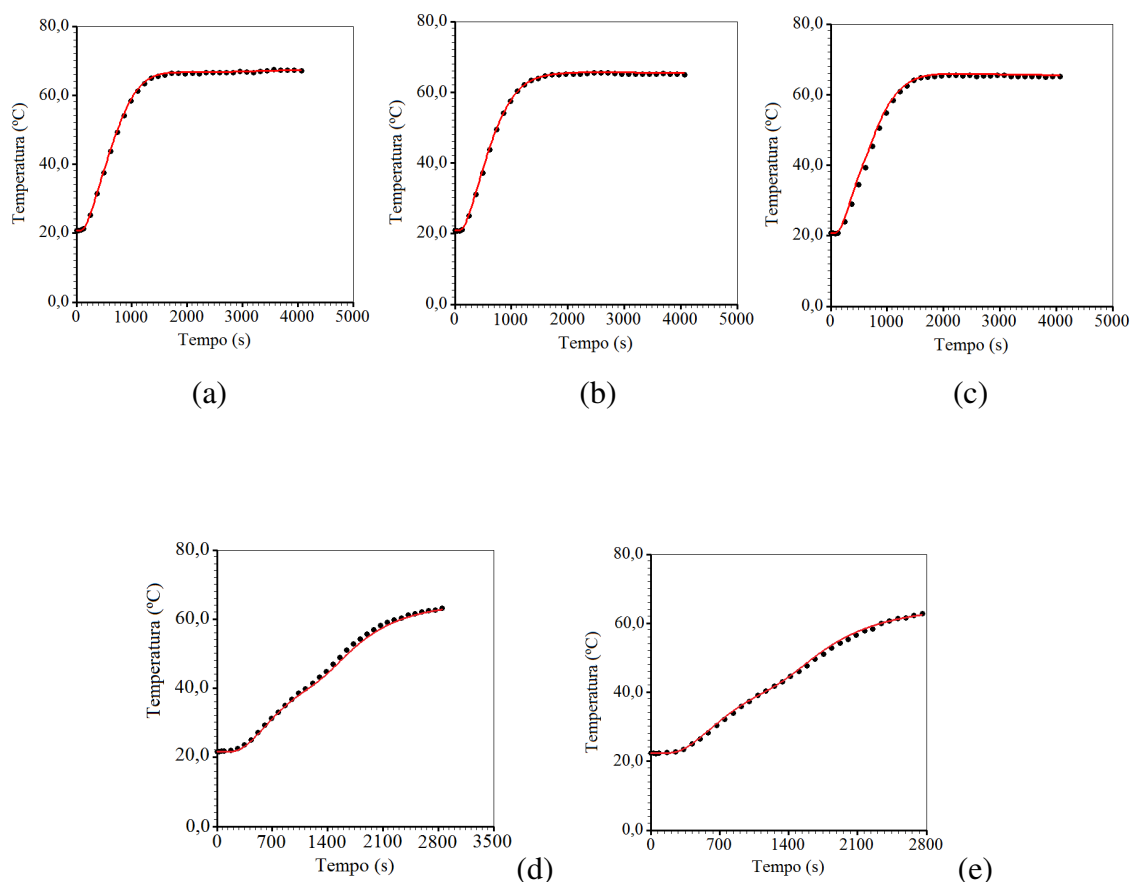


Figura 4.47 - Comportamento transiente da temperatura nos centros dos recipientes, experimental (●●●) e numérica (—), para o recipiente C1: (a) experiência J1; (b) experiência J2; (c) experiência J3; e para o recipiente C2: (d) experiência JJ2; (e) experiência JJ3.

A partir de uma análise na Figura 4.47 pode-se concluir que há uma boa concordância entre as temperaturas, experimental e numérica. Desta forma pode-se afirmar que a difusividade térmica aparente que representou o comportamento da penetração do calor na polpa de jaca para o recipiente C2, pode, também, ser aplicada nos processos de transferência de calor para produtos pastosos acondicionados em corpos de diferentes geometrias submetidos a condições de contorno, constante ou variável, pois usando apenas a simulação, pode-se estimar o tempo, em que, a região menos favorável do produto atinja a temperatura previamente imposta ao processo (ATAÍDE, 2014).

Diante dos resultados analisados, a função com os melhores indicadores estatísticos e que melhor representou a difusividade térmica aparente em função da temperatura local, para a amostra de polpa de jaca, é expressa por  $\alpha(T) = 2,9598 \times 10^{-2} T + 1,3371 \times 10^{-7}$ .

#### **4.9 Resultados das análises físico-químicas**

No Anexo A encontram-se os resultados obtidos nas análises físico-químicas da polpa de jaca antes do tratamento térmico.

Tais resultados mostram a importância desta pesquisa, quando comparada com perfis de temperatura constante, pois, quando a minimização do tempo de processo com uma restrição sobre a qualidade mínima na região da superfície é considerada, os perfis de temperaturas variáveis permitem um aumento substancial na retenção da qualidade durante um processo de pasteurização e indicam possibilidade de economia de energia.

Tendo em vista tudo que foi exposto, este trabalho contribui para a determinação do valor do coeficiente de transferência de calor por condução em polpa de jaca, uma vez que, na literatura não são encontrados estudos usando a condição de contorno de primeiro tipo em função do tempo e a difusividade térmica em função da temperatura local.



---

---

## CAPÍTULO 5

---

---

### 5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

#### 5.1 Conclusões

São apresentadas algumas conclusões de acordo com os resultados obtidos neste trabalho, tanto nos testes de validação quanto nas aplicações aos dados experimentais da polpa de jaca, que serão enumeradas a seguir:

- O método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita, para condições de contorno de primeiro tipo variável, foi utilizado neste trabalho para a descrição da transferência de calor em polpa de jaca, sendo que, este método possui princípio teórico estabelecido e sua aplicação é amplamente divulgada na área da dinâmica de fluidos computacional.
- A comparação da solução numérica proposta com a solução analítica da equação de difusão aponta que os resultados obtidos são equivalentes. Assim, a solução numérica pode ser considerada válida para problemas difusivos em que os parâmetros termo-físicos sejam constantes.
- O desempenho do software quando aplicado aos dados obtidos da literatura apresentou excelente concordância entre os resultados considerando a difusividade térmica aparente constante e variável tanto quanto as condições de contorno de Dirichlet constante e variável. Conclui-se, portanto, que o software

desenvolvido é eficaz para a simulação de processos difusivos de produtos alimentares pastosos de geometria cilíndrica, com parâmetros termo-físicos constantes ou variáveis e condições de contorno de Dirichlet constante ou variável.

- O *software* “Simulador” desenvolvido para simular o processo de difusão de calor em processo de aquecimento e resfriamento para a condição do contorno primeiro tipo variável, forneceu resultados coerentes com os resultados encontrados na literatura, sendo que este pode ser utilizado para outras simulações com alimentos pastosos.
  
- O *software* do otimizador desenvolvido neste trabalho é válido; uma vez que os valores de todos os parâmetros termo-físicos aqui determinados são coerentes com os obtidos da literatura para o purê de tomate.
  
- O *software* “Otimizador” desenvolvido neste trabalho para determinar parâmetros termo-físicos forneceu resultados condizentes com a literatura, mostrando que o experimento de aquecimento pode ser utilizado com sucesso para se determinar a difusividade térmica de alimentos pastosos, como a polpa de jaca.
  
- A condição de contorno de superfície na amostra de polpa de jaca não se limita a um valor constante, e é expressa através de uma função ou um conjunto de funções em que a variável independente é o tempo de processo.
  
- Para o primeiro recipiente C1 e a primeira experiência J1, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca,

é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 1,3626135 \times 10^{-7} \cosh(4,85 \times 10^{-2} \times T^{1/2})$ .

- Para o primeiro recipiente C1 e a segunda experiência J2, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca, é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 2,9361410 \times 10^{-10} \times T + 1,2492244 \times 10^{-7}$ .
- Para o primeiro recipiente C1 e a terceira experiência J3, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca, é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 2,8759261 \times 10^{-10} \times T + 1,1451224 \times 10^{-7}$ .
- Para o primeiro recipiente C1 e a média, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca, é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 1,2338191 \times 10^{-7} e^{2,1756502 \times 10^{-3} \times T}$ .
- Para o segundo recipiente C2 e a primeira experiência JJ1, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca, é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 2,9597662 \times 10^{-3} \times T + 1,3371186 \times 10^{-7}$ .
- Como resultado desta pesquisa, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa de jaca é crescente com a temperatura local, sendo expressa por  $\alpha(T) = 2,9597662 \times 10^{-3} \times T + 1,3371186 \times 10^{-7}$ .
- Os parâmetros estatísticos das cinéticas de aquecimento melhoraram claramente quando se considera a difusividade térmica aparente da amostra de polpa de jaca

variável, pois, em todos os casos investigados, o qui-quadrado diminui enquanto o coeficiente de determinação aumentou.

- Os resultados obtidos mostram que quanto maior o diâmetro do recipiente, maior será o tempo, para que toda a amostra atinja o equilíbrio térmico.
- Pequenas alterações no perfil de temperaturas na superfície do recipiente podem proporcionar a segurança alimentar com melhor qualidade sensorial e reduções nos custos de processo.
- Durante o processo de aquecimento a difusividade térmica aparente da polpa de jaca é crescente com a temperatura local.
- Apenas as soluções numéricas obtidas com o software desenvolvido são necessárias para se estimar o tempo e as condições adequadas ao processo. De modo, torna-se desnecessário a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente cilíndrico for utilizado para acondicionar o produto.
- A interface gráfica é prática e simples de usar, facilitando a realização de otimizações e simulações, mesmo por usuários sem domínio de linguagem de programação.
- Os resultados apontam a importância desta pesquisa, quando comparada com perfis de temperatura de superfície interna de primeiro tipo constante.

- Os perfis de temperaturas variáveis na região de superfície interna permitem um aumento substancial na retenção da qualidade durante um processo de tratamento térmico e indicam possibilidade de economia de energia.
  
- Como uma contribuição deste trabalho, as ferramentas numéricas desenvolvidas foram utilizadas para descrever o processo de transferência de calor por condução em polpa de jaca, usando a condição de contorno de Dirichlet variável com o tempo e a difusividade térmica variável em função da temperatura local. Os resultados proporcionaram com eficácia o estudo da penetração de calor da polpa de jaca.

## **5.2 Sugestões para futuros trabalhos de pesquisa**

- Aplicar os algoritmos desenvolvidos para outros produtos alimentícios no estado pastoso.
  
- Aplicar a metodologia proposta para produtos acondicionados em recipientes não metálicos.
  
- Aplicar a metodologia proposta para produtos acondicionados em recipientes onde o aquecimento do meio externo seja através de outras formas de energia, tais como: micro-ondas; laser; infravermelho.

---

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

---

AKTAS, M. K.; FAROUK, B. Numerical simulation of developing natural convection in na enclosure due to rapid heating. **International Journal of Heat and Mass transfer**, v. 46, p. 2253-2261, 2003.

AMENDOLA, M.; DUSSÁN-SARRIA, S.; RABELLO, A. A. Determinação do coeficiente convectivo de transferência de calor de figos submetidos ao resfriamento rápido, **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. v. 2, p. 176-182, 2009.

ANDERSON, B. A.; SINGH, R. P. Effective heat transfer coefficient measurement during air impingement thawing using an inverse method. **International Journal of Refrigeration**, v. 29, p. 281-293, 2006.

ANSARI, F. A.; ABBAS, K. A.; JAMILAH, B. An optimized method for thermal diffusivity of measurement of peeled off fruits and vegetables. **Journal of Food, Agriculture & Environment**, v.7, n. 1, p. 5-8, 2009.

ANSARI, F. A.; ABBAS, K. A.; MAT HASHIM, D.; SAPUAN, S. M. Effect of skin removal from spherical fruits and vegetables. **American Journal of Food Technology**, v.2, n. 4, p. 295-300, 2007.

ARAÚJO, J. L., QUEIROZ, A. J. M., FIGUEIREDO, R. M. F. Propriedades termofísicas da polpa do cupuaçú com diferentes teores de sólidos. **Ciência Agrotécnica**. Lavras, v.28, n.1, p.126-134, 2004.

ASQUIERI, E. R.; RABÊLO, A. M. da S.; SILVA, A. G. de M. e. Fermentado de jaca: estudo das características físico-químicas e sensoriais. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v.28, n.4, p. 881-887, 2008.

ATAÍDE, J. S. P. **Transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpas de frutas armazenadas em sólidos obtidos por revolução de áreas planas**. 2014. 254p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

BAÏRI, A.; LARAQI, N.; MARÍA, J. M. GARCIA de Determination of thermal diffusivity of foods using 1D fourier cylindrical solution. **Journal of Food Engineering** v. 78, p. 669-675, 2007.

BALL, C. **Thermal process time for canned foods**, v. 7 Bulletin 37 National Research Council, Washington, DC, 1923.

BALL, C. O.; OLSON, F. C. W. **Sterilization in food technology. Theory, Practice and Calculation**. McGraw Hill Book Co., New York. 1957.

BECKER , B. R.; FRICKE, B. A. Heat transfer coefficients for forced-air cooling and freezing of selected foods. **International Journal of Refrigeration**, v. 27 p. 540-551, 2004.

BEZYMA, L. A.; KUTOVOY, V. A Vacuum drying and hybrid technologies. **Stewart Post – harvest Rev.** v. 4, p. 6-13, 2005.

BETTA, G.; RINALDI, M.; BARBANTI, D.; MASSINI, R. A quick method for thermal diffusivity estimation: application to several foods. **Journal of Food Engineering**, v. 91 p. 34-41, 2009.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2<sup>nd</sup> Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001, 912 p.

BORTOLI, A. D. L. **Introdução à dinâmica de fluidos computacional**. Editora da Universidade do Rio Grande do Sul, 2000, 134 p.

CABRAL, L. M. C.; FURTADO, A. A. L. Polpas e suco de frutas. Brasília: In: **Curso de processamento de frutas**, EMBRAPA, p. 74-83, 1997.

CADÉ, M. A.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B. **Secagem de tijolos cerâmicos vazados: uma aproximação por volumes finitos**. Revista Matéria, v. 10, n. 3, p. 433-453, 2005.

CALVELO, A.; HOUGH, G. E. Thermal conductivity measurement parameters in frozen foods using the probe method. **Lat. Am. J. Heat and Mass Transfer**, v. 2, p. 71-86, 1978.

CARBONERA, L.; CARCIOFI, B. M.; HUBER, E.; LAURINDO, J. B. Experimental determination of thermal diffusivity in commercial tomato paste. **Brazilian Journal of Food Technology**, v. 6, n. 2, p. 285-290, 2003.

CARCIOFI, B. A. M.; FAISTEL, J.; ARAGÃO, G. M. F.; LAURINDO, J. B. Determination of thermal diffusivity of mortadella using actual cooking process data. **Journal of Food Engineering**, v. 55, p. 89-94, 2002.



ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. **Heat and mass transfer**; McGraw-Hill, 2000.

CHANDRA, P. K. et SINGH, R. P. **Applied numerical methods for food and agricultural engineers**. Boca Raton, FL: CRC Press, 1995.

CHOI, Y.; OKOS, M. R. The thermal properties of tomato juice concentrates. **Transactions of ASAE**, v. 26, n. 1, p. 305-311, 1983a.

CHOI, Y.; OKOS, M. R. The thermal properties of liquid foods-review. II. **Proceedings of the winter meeting of the American society of agricultural engineers**. Paper n. 83-6516, Chicago, 1983b.

COLAÇO, M. J.; ORLANDE, H. R. B. Inverse natural convection problem of simultaneous estimation of two boundary heat fluxes in irregular cavities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 1201-1215, 2004.

CRANK, J. **The mathematics of diffusion**. Oxford Science Publications, New York 1992, 414p.

CRANK, J.; NICOLSON, P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. **Proceedings of the Cambridge Philosophical Society** v. 43, p. 50-67, 1947.

DELGADO, A. E.; GALO, A.; DE PIANTE, D.; RUBIOLO, A. Thermal conductivity of unfrozen and frozen strawberry and spinach. **Journal of Food Engineering**, v. 31 p. 137-146, 1997.

DENYS, S.; PIETERS, J. G.; DEWETTINCK, K..Computational fluid dynamics analysis of combined conductive and convective heat transfer in model eggs. **Journal of Food Engineering**, v. 63 p. 281-290, 2004.

DINCER I. Simplified solution for temperature distributions of spherical and cylindrical products during rapid air cooling. **Energy Conversion and Management**, v. 36, n. 12, p. 1175-1184, 1995a.

DINCER I. Cooling parameters and film conductances of spherical products cooled in an air flow. **Applied Energy**, v. 50, n. 3, p. 269-280, 1995b.

DINCER, I.; DOST, S. New correlations for heat transfer coefficients during direct cooling of products. **International Journal of energy research**, v. 20, p. 587-594, 1996.

DUARTE, M. E. M.; UGULINO, S. M. P.; MATA, M. E. R. M. C.; GOUVEIA, D. S.; QUEIROZ, A. J. de M. Desidratação osmótica de fatias de jaca. **Revista Ciência Agronômica** v.43, n.3, 2012.

EDWARDS JUNIOR, C. H.; PENNEY, D. E. **Equações diferenciais elementares**. Editora Prentice-Hall do Brasil LTDA. Rio de Janeiro, RJ, 1995, 643 p.

EIROA, M. N. U., JUNQUEIRA, V. C. A., SCHMIDT, F. L. Alicyclobacillus in orange juice: occurrence and heat resistance of spores. **Journal of Food Protection**, v. 62, p. 883–886, 1999.

FALCONE, P., ANESE, M., SEVERINI, C., MASSINI, R., Estrapolazione di simulazioni di laboratorio alle condizioni di sterilizzazione termica per prodotti alimentari confezionati. **Industrie Alimentari**, v. 38, p. 129-135, 1999.

FARIAS, V. S. O. **Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 2011. 265 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

FARID, M.; GHANI, A. G. A.; A new computational technique for the estimation of sterilization time in canned food. **Chemical Engineering Process**, v. 43, p. 523-531, 2004.

FELLOWS, P. **Food Processing Technology**. Principles and Practice, 2<sup>nd</sup> ed. Boca Ration: Woodhead Publising LTDA e CRV Press LLC, 575 p, 2000.

GHANI, A. G. A.; FARID, M. M.; CHEN, X. D.; RICHARDS, P. Numerical simulation of natural convection heating of canned food by computational fluid dynamics. **Journal of Food Engineering**, v. 41, p. 55-64, 1999.

GHANI, A. G. A.; FARID, M. M.; CHEN, X. D.; RICHARDS, P. Thermal sterilization of canned food in a 3-D pouch using computational fluid dynamics. **Journal of Food Engineering**, v. 48, p. 147-156, 2001.

GLAVINA, M. Y.; SCALA, K. C. di; ANSORENA, R.; VALE, C. E. del. Estimation of thermal diffusivity of foods using transfer functions. **Science @direct**, v. 39, p. 455-459, 2006.

GRABOWSKI, S., MARCOTTE, M., RAMASWAMY, H. S. Drying of fruits, vegetables, and spices. **Handbook of Postharvest Technology: Cereals, Fruits, Vegetables, Tea, and Spices**. Ed. Marcel Dekker, New York, chapter 23, p. 653-695, 2003.

HAYAKAWA, K.; BALL, C. O. Theoretical formulas for temperatures in cans of solid food and for evaluating various heat processes. **Journal of Food Science**, v. 36, p. 306-310, 1971.

HAUKE, G. An introduction to fluid mechanics and transport phenomena. Zaragoza: **Springer**, p. 293, 2008.

HELDMAN, D. R.; LUND, D. B. **Handbook of Food Engineering**. Dekker, New York, p. 277-315, 1992.

HOU, H.; SINGH, R. K.; MURIANA, P. M.; STADELMAN, W. J. Pasteurization of intact Shell eggs. **Food Microbiology**, v. 13, p. 93-101, 1996.

HUANG, L. Computer simulation of heat transfer during in-package pasteurization of beef frankfurters by hot water immersion. **Journal of Food Engineering**, v. 80, p. 839-849, 2007.

HUANG, L.; JIA-XUN; KIM, S. An inverse problem in estimating the strength of contaminant source for groundwater systems. **Applied Mathematical Modelling**, v. 32, p. 417-431, 2008.

IBARROLA, J.J; SANDOVAL, J.M; GARCÍA-SANZ, M.; PINZOLAS, M. Predictive control of a high temperature-short time pasteurisation process. **Control Engineering Practice**, v. 10, p. 713-725, 2002.

IGUAL, M.; GARCÍA-MARTÍNEZ, E.; CAMACHO, M. M.; MARTÍNEZ-NAVARRETE, N. Effect of thermal treatment and storage on the stability of organic acids and the functional value of grapefruit juice. **Food Chemistry**, v. 118, p. 291-299, 2010.

INCROPERA, F. P.; DeWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e massa**. Rio de Janeiro: LTC – Livro Técnico e Científico Editora S. A. 445 p. 1992.

JARAMILLO-FLORES, M. E.; HERNANDEZ-SANCHEZ, H.; Thermal diffusivity of soursop (*Annona muricata L*) pulp. **Journal of Food Engineering** v. 46 p. 139-143, 2000.

JOVETTA, M. P.; AUGUSTO, P. E. D.; TRIBST, A. A. L.; CONTI, M. J. CRISTIANINI, M. Thermal inactivation of alicyclobacillus acidoterrestris in a model food. **International Journal of Food Engineering**, v. 7, article 4, 2011.

JUNG, A.; FRYER, P. J. Optimizing the quality of safe food: computation modeling of a continuous sterilization process. **Chemical Engineering Science**, v.57, n.6, p. 717-730, 1999.

KAHVECI, K.; CIHAN, A.; ECE, M. C. **Liquid diffusion model for drying a stack of rough rice**. International Journal of Energy Research v. 27, p. 1131-1143, 2003.

KELLY, A. L.; O'SHEA, N. **Pasteurizers: Design and operation.** In: Roginski, H.; FUQUAY, J. W.; FOX, P. F. eds. Encyclopedia of dairy science. London, U. K.; Academic Press, p. 2237-2244, 2002.

KIZILTAŞ, S.; ERDOĞDU, F.; PALAZOĞLU, K. Simulation of heat transfer for solid-liquid food mixtures in cans and model validation under pasteurization conditions. **Journal of Food Engineering**, v. 97 p. 449-456, 2010.

KUROZAWA, L. E.; PARK, K. J.; HUBINGER, M. D.; MURR, F. E. X.; AZOUBEL, P. M. Thermal conductivity and thermal diffusivity of papaya (*Carica papaya* L.) and cashew apple (*Anacardium occidentale* L.). **Brazilian Journal Food Technology**, v. 11, n. 1, p. 78-85, 2008.

LAU, M. H; TANG, J. Pasteurization of pickled asparagus using 915 MHz microwaves. **Journal of Food Engineering**, v. 51, p. 283-290, 2002.

LINS, M. A. A. **Estudo analítico e numérico das propriedades termo-físicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica.** 2013. 262 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

LUIKOV, A. V. **Analytical heat diffusion theory**, London; Academic Press, Inc. Ltda, 685 p, 1968.

MAGEE, T. R. A.; BRANSBURG, T. Measurement of thermal diffusivity of potato, malt bread and wheat flour. **Journal of Food Engineering**, v. 25, p. 223-233, 1995.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2. ed. Rio de Janeiro, LTC Editora S. A. 2004.

MAÑAS, P.; PAGÁN, R.; RASO, J.; CONDÓN, S. Predicting thermal inactivation in media of different pH of salmonella grown at different temperatures. **Science @direct**, v. 87, p. 45-53, 2003.

MARCOTTE, M.; ALI, R. T. YOUSEF, K. Thermophysical properties of processed meat and poultry products. **International Journal of Food Engineering** v. 88, p. 315-322, 2008.

MARIANI, V. C.; AMARANTE, A. C. C.; COELHO, L. S. Estimation of apparent thermal conductivity of carrot purée during freezing using inverse problem. **International Journal of Food Science and Technology**, v. 44, n. 7, p. 1292-1303, 2009.

MARIANI, V. C.; LIMA, A. G. ; COELHO, B.; L. S. Apparent thermal diffusivity estimation of the banana during drying using inverse method. **Journal of Food Engineering**, v. 85, n. 4, p. 569-579, 2008.

MARKOWSKI, M.; BIALOBRZEWSKI, I.; CIERACH, M.; PAULO, A. Determination of thermal diffusivity of lyoner type sausages during water bath cooking and cooling. **Journal of Food Engineering**, v. 65 p. 591-598, 2004.

MCKNIGHT, I. C. S. **Isolamento e Identificação de *Alicyclobacillus acidoterrestris* a partir de Sucos de Maracujá e Abacaxi Pasteurizados e Determinação da Resistência de seus Esporos**. 2003. 128 p. Tese (Doutorado em Ciência de Alimentos ) - Faculdade de Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

MIHOUBI, D.; TIMOUMI, S.; ZAGROUBA, F.; Modelling of convective drying of carrot slices with IR heat source. **Chemical Engineering and Processing**, v. 65, p. 808-815, 2009.

MITRA, K.; KUMAR, S.; VEDAVARZ, A.; MOALLEMI, M. K.; Experimental evidence of hyperbolic heat conduction in processed meat. **Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME**. v. 117, p. 568-573, 1995.

MONTEAU, J. Y. Estimation of thermal conductivity of sandwich bread using an inverse method. **Journal of Food Engineering**, v. 85, p. 132-140, 2008.

OKE, M. O., AWONORIN, S. O., SANNI, L. O., AKANBI, C. T., ABIOYE, A. O. Determination of some selected engineering properties of sweet potato cuts as function of the temperature. **Journal of Food Technology**, v. 5, p. 66-70; 2007.

OLIVEIRA, E. P. **Estimação da difusividade térmica de iogurtes comerciais – aplicação do método flash**. 2009. 120 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Centro de Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, PB, Brasil.

OLIVEIRA, L. F. de; GODOY, R. L. de O.; BORGES, S. V. Qualidade de jaca (*Artocarpus heterophyllus*, Lam.) desidratada sob diferentes condições de processo. **Brazilian Journal of Food Technology**., Campinas, v. 14, n. 3, p. 241-248, 2011.

ORSAT, V., CHANGRUE, V., RAGHAVAN, G. S. V. Microwave drying of fruits and vegetables. **Stewart Post-Harvest Rev.** v. 6, p. 4-6, 2006.

ÖZİŞİK, M. N. **Transferência de calor**, Rio de Janeiro, RJ. Guanabara Koogan S.A, 1990.



PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow**. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 197 p. 1980.

PEREIRA, R. N.; VICENTE, A. A. Environmental impact of novel thermal and nonthermal technologies in food processing. **Food Research International**, v.43, p. 1936-1943, 2010.

PLAZL, I.; LAKNER, M.; KOLOINI, T. Modeling of temperature distributions in canned tomato based dip during industrial pasteurization. **Journal of Food Engineering**, v. 75 p. 400-406, 2006.

RICHARDSON, L., The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society A** v. 210, p. 307-357, 1910.

RICHTMYER, R., MORTON, K., **Difference methods for initial-value problems**. Interscience Publisher, Wiley, New York, 2<sup>o</sup> edição, 1997.

RINALDI, M. **Thermal diffusivity in foods experimental estimation and its use in conductive heat exchange simulation**, Ph. D. Thesis, Università degli Studi di Parma, 2005.

SAGAR V. R.; SURESH, K. P. Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: a review. **J. Food Sci. Technol**, v. 47, p. 15-26. 2010.

SANCHO, M. F.; RAO, M. A Residence time distribution in a holding tube. **Journal of Food Engineering**, v. 15, p. 1-19, 1992.

SHARMA, G. P.; VERMA, R. C.; PATHARE, P. B.; Thin-Layer infrared radiation drying of onion slices. **Journal of Food Engineering**, v. 67, p. 361-366; 2005.

SILVA, C. M. D. P. S. e; **Difusão de massa em corpos cilíndricos: modelagem e desenvolvimento de software com aplicação à secagem de bananas**. 2010. 129p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, C. M. D. P. S. e; **Ferramentas Analíticas e numéricas para a descrição da secagem de sólidos na forma de cilindros e de elipsoides**. 2012. 254p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, S. B. **Propriedades termofísicas de polpa de abacaxi**. 1997. 93f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Alimentos), Universidade Estadual de Campinas. Campinas-SP.

SILVA, F. V. M.; SILVA, C. L. M. Quality optimization of hot filled pasteurized fruit purees: container characteristics and filling temperatures. **Journal of Food Engineering**, v. 32, p. 351-364, 1997.

SILVA, F. M.; GIBBS, P.; MARGARIDA, C. V.; SILVA, C. L. M. **Thermal inactivation of Alicyclobacillus acidoterrestris spores under different temperature, soluble solids and pH conditions for the design of fruit processes**. International Journal of Food Microbiology, v. 51, p. 95–103, 1999.

SILVA, F. V. M.; GIBBS, P. A. Non-proteolytic *Clostridium botulinum* spores in low-acid cold distributed foods and design of pasteurization processes. **Trends in Food Science & Technology**. V. 21, p. 95-105, 2010.

SILVA, L. D. da; **Técnicas analíticas e numéricas para a secagem de sólidos na forma de paralelepípedo: uma abordagem tridimensional**. 2012. 182p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, W. P. **Transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 2007. 263p. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos), Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, PB, Brasil.

SILVA, W. P. **Discretizações em fenômenos de transporte computacional, cursos 1 e 2**. Apresentações em PowerPoint (2009), online, disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/TCMFC.htm>, data de acesso: setembro/2013.

SILVA, W. P., **“Contour plots” software**. (2010), online, disponível em: <http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/Contour.zip>, data de acesso: abril/2015.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; **Lab fit curve fitting software, V.7.2.46** (2009); online, disponível em: [www.labfit.net](http://www.labfit.net), data de acesso: setembro/2013.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; SILVA, C. D. P. S. e; SILVA, D. D. P. S. e; Numerical simulation of the water diffusion in cylindrical solids. **International Journal of Food Engineering**, v.4, n. p., DOI. 10. 2202/1556-3758.1394, 2008.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; NASCIMENTO, P. L. Influence of the geometry on the numerical simulation of isothermal drying kinetics of bananas. **World Applied Sciences Journal**, v. 7, p. 846-855, 2009a.

SILVA, W. P. da ; PRECKER, J. W.; SILVA, C. M. D. P. S. e; SILVA, D. D. P. S. e  
Determination of the effective diffusivity via minimization of the objective function by  
scanning: Application to drying of cowpea, **Journal of Food Engineering**, v. 95, n. , p.  
298–304, 2009b.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; SILVA, D. D. P. S. e; NEVES, G. A.;  
LIMA, A. G. B. de; Mass and heat transfer study in solids of revolution via numerical  
simulations using finite volume method and generalized coordinates for the Cauchy  
boundary condition. **International Journal of Heat Transfer**, v. 53, n.1, p.1183-1194,  
2010a.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; FARIAS, V. S. O; SILVA, D. D. P. S. e;  
Calculation of the convective heat transfer coefficient and cooling kinetics of an  
individual fig fruit. **Heat Mass Transfer**, v.46, n. p.371-380, DOI. 10. 1007/S00231-  
010-0577-7, 2010b.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; NASCIMENTO, P. L. do; CARMO, J. E.  
F.; SILVA, D. D. P. S. e; Influence of the geometry on the numerical simulation of the  
cooling kinetics of cucumbers, **Spanish Journal of Agricultural Research**, v. 9 p.  
242-251, 2011a.

SILVA, W. P. da; CARMO, J. E. F. do; SILVA, C. M. D. P. S. e; ARAGÃO, R. F. A.  
Determination of convective heat transfer coefficient during cooling of an individual  
strawberry fruit using different methods, **International Review of Chemical  
Engineering**, v. 3, n. 2, p. 233-239, 2011b.

SILVA, W. P. da; FARIAS, V. S. O.; NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B. de Modeling of  
water transport in roof tiles by removal of moisture at isothermal conditions, **Heat Mass  
Transfer**, v. n. p., DOI. 10. 1007/S00231-011-0931-4, 2011c.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; *xyExtract Graph Digitizer* (2011), online, disponível em: [http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index\\_xyExtract.htm](http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index_xyExtract.htm), data de acesso: setembro/2013.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; SILVA, D. D. P. S. e; LINS, M. A. A. Determination of expressions for the thermal diffusivity of canned foodstuffs by the inverse method and numerical simulations of heat penetration. **International Journal of Food Science & Technology**, v. 46, p. 811–818, 2011d.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. e; LINS, M. A. A.; COSTA, W.S. Optimal removal of experimental points to determine Determination of expressions for apparent thermal diffusivity of canned products. **International Journal of Food Engineering**, v. 10, n. 2, p. 223–231, 2014.

SIMPSON, R.; CORTÉS, C. An inverse method to estimate thermophysical properties of foods at freezing temperatures: apparent volumetric specific heat. **Journal of Food Engineering**, v. 64, n. 1, p. 89-96, 2004.

SINGH, R. P. **Heating and cooling processes for foods**. R. D. Heldman, & D. B. Lund (Eds.), Handbook of food engineering. New York, Marcel Dekker. 1992.

SINGHAL, D. K.; SINGH, U.; SINGH, A.K. Effective thermal diffusivity of perishable produce as a function of temperature by transient method. **Indian Journal of Pure and Applied Physics**, v. 46, n. 12, p. 862-865, 2008.

SLATTERY, J. C., **Advanced Transport Phenomena**, Cambridge University Press, 1999.

SOLER, M. P.; RADOMILLE, L. R.; TOCCHINI, R. P. Processamento. In: SOLER, M. P. (coord.) **Industrialização de frutas**. Campinas: ITAL, 1991. p. 53-115. (ITAL. Manual Técnico, 8).

SOUZA, M. A. **Determinação das propriedades termofísicas de polpas de frutas tropicais: jaca (*artocarpus heterophilus lamk.*) e umbu (*spondias tuberosa arr. cam.*)**. 2008. 65p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Itapetinga.

SPLITTSTOESSER, D. F.; CHUREY, J. J.; LEE, C. Y. Growth characteristics of aciduric sporeforming bacilli isolated from fruit juice. **Journal of Food Protection**, v. 57, p. 1080–1083, 1994.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical process control: An introduction to theory and practica**. Englewood Cliffs, NJ 07632, USA Prentice-Hall 1984.

SUN, Da-Wen **Thermal food processing – New Technologies and quality issues**. 2º edição, CRC Press Nova York, 2012.

SWEAT, V. E. **Thermal properties of foods, Engineering Properties of Foods**, p. 49-87, M. A. Rao & S. S. H. Rizvi, Marcel Dekker Inc. 1986.

TIPLER, P. **Física**, 3ª ED. Rio de Janeiro, RJ. Guanabara Dois, 1995.

TOGRUL, H. Suitable drying model for infrared drying of carrot. **Journal of Food Engineering**, v. 77 p.610-619, 2006.

TRES, M. V.; BORGES, G. R.; CORAZZA, M. L.; ZAKRZEWSKI, C. A. Detrminação da difusividade térmica de alimentos: medidas experimentais e simulação numérica. *Perspectiva, Erechim*, v. 35, n. 131, p. 43-56, 2011.

UKRAINCZYK, N. Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1D heat conduction. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 5675-5681, 2009.

WOODFIELD, P. L.; MONDE, M.; MITSUTAKE, Y. On estimating thermal diffusivity using analytical inverse solution for unsteady one-dimensional heat conduction. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50 p. 1202-1205, 2007.

ZADERNOWSKI, R.; MARKIEWICZ, K.; NESTEROWICZ, J.; PIERZYNOWSKA-KORNIAK, G. Physical and chemical characteristics of pulpy juices. **Fruit Processing**, Hachenburg. V.7, n. 11, p. 441-447, 1997.

ZUECO, J.; ALHAMA, F.; GONZÁLEZ FERNÁNDEZ, C. F. Inverse determination of the specific heat of foods. **Journal of Food Engineering**, v. 64, p. 347-353, 2004.

**APÊNDICE A:**  
**Dados experimentais**



Tabela A1 – Valores das raízes da Função de Bessel de primeiro tipo e ordem zero.

$J_0(\mu_n) = 0$		$J_0(\mu_n) = 0$		$J_0(\mu_n) = 0$		$J_0(\mu_n) = 0$		$J_0(\mu_n) = 0$	
n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$
1	2,405	22	68,331	43	134,304	64	200,277	85	266,251
2	5,520	23	71,473	44	137,446	65	203,419	86	269,392
3	8,654	24	74,615	45	140,587	66	206,560	87	272,534
4	11,792	25	77,756	46	143,729	67	209,702	88	275,675
5	14,931	26	80,898	47	146,870	68	212,844	89	278,817
6	18,071	27	84,039	48	150,012	69	215,985	90	281,958
7	21,212	28	87,181	49	153,154	70	219,127	91	285,100
8	24,352	29	90,322	50	156,295	71	222,268	92	288,242
9	27,493	30	93,464	51	159,437	72	225,410	93	291,383
10	30,635	31	96,605	52	162,578	73	228,551	94	294,525
11	33,776	32	99,747	53	165,720	74	231,693	95	297,666
12	36,917	33	102,888	54	168,861	75	234,835	96	300,808
13	40,058	34	106,030	55	172,003	76	237,976	97	303,950
14	43,200	35	109,172	56	175,145	77	241,118	98	307,091
15	46,341	36	112,313	57	178,286	78	244,259	99	310,233
16	49,483	37	115,455	58	181,428	79	247,401	100	313,374
17	52,624	38	118,596	59	184,569	80	250,543	101	316,516
18	55,766	39	121,738	60	187,711	81	253,684	102	319,657
19	58,907	40	124,879	61	190,852	82	256,826	103	322,799
20	62,048	41	128,021	62	193,994	83	259,967	104	325,941
21	65,190	42	131,162	63	197,136	84	263,109	105	329,082

n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$	n	$\mu_n$
106	332,224	130	407,622	154	483,020	158	495,587	182	570,985
107	335,365	131	410,764	115	360,498	159	498,728	183	574,126
108	338,507	132	413,905	116	363,640	160	501,870	184	577,268
109	341,649	133	417,047	117	366,781	161	505,011	185	580,410
110	344,790	134	420,188	118	369,923	162	508,153	186	583,551
111	347,932	135	423,330	119	373,065	163	511,294	187	586,693
112	351,073	136	426,472	120	376,206	164	514,436	188	589,834
113	354,215	137	429,613	121	379,348	165	517,578	189	592,976
114	357,357	138	432,755	122	382,489	166	520,719	190	596,117
115	360,498	139	435,896	123	385,631	167	523,861	191	599,259
116	363,640	140	439,038	124	388,772	168	527,002	192	602,401
117	366,781	141	442,179	125	391,914	169	530,144	193	605,542
118	369,923	142	445,321	126	395,056	170	533,286	194	608,684
119	373,065	143	448,463	127	398,197	171	536,427	195	611,825
120	376,206	144	451,604	128	401,339	172	539,569	196	614,967
121	379,348	145	454,746	129	404,480	173	542,710	197	618,109
122	382,489	146	457,887	130	407,622	174	545,852	198	621,250
123	385,631	147	461,029	131	410,764	175	548,994	199	624,392
124	388,772	148	464,171	152	476,737	176	552,135	200	627,533
125	391,914	149	467,312	153	479,879	177	555,277		
126	395,056	150	470,454	154	483,020	178	558,418		
127	398,197	151	473,595	155	486,162	179	561,560		
128	401,339	152	476,737	156	489,303	180	564,702		
129	404,480	153	479,879	157	492,445	181	567,843		

Tabela A2 – Valores da função de Bessel de primeiro tipo e ordem um.

n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$
1	2,4048	0,51915	24	74,6145	-0,09237	47	146,8703	0,06584
2	5,5201	-0,34026	25	77,7560	0,09049	48	150,0119	-0,06514
3	8,6537	0,27145	26	80,8976	-0,08871	49	153,1535	0,06447
4	11,7915	-0,23246	27	84,0391	0,08704	50	156,2950	-0,06382
5	14,9309	0,20655	28	87,1806	-0,08545	51	159,4366	0,06319
6	18,0711	-0,18773	29	90,3222	0,08395	52	162,5782	-0,06258
7	21,2116	0,17327	30	93,4637	-0,08253	53	165,7198	0,06198
8	24,3525	-0,16170	31	96,6053	0,08118	54	168,8613	-0,06140
9	27,4935	0,15218	32	99,7468	-0,07989	55	172,0029	0,06084
10	30,6346	-0,14417	33	102,8884	0,07866	56	175,1445	-0,06029
11	33,7758	0,13730	34	106,0299	-0,07749	57	178,2861	0,05976
12	36,9171	-0,13132	35	109,1715	0,07636	58	181,4277	-0,05924
13	40,0584	0,12607	36	112,3130	-0,07529	59	184,5692	0,05873
14	43,1998	-0,12140	37	115,4546	0,07426	60	187,7108	-0,05824
15	46,3412	0,11721	38	118,5962	-0,07327	61	190,8524	0,05776
16	49,4826	-0,11343	39	121,7377	0,07232	62	193,9940	-0,05729
17	52,6241	0,10999	40	124,8793	-0,07140	63	197,1356	0,05683
18	55,7655	-0,10685	41	128,0209	0,07052	64	200,2772	-0,05638
19	58,9070	0,10396	42	131,1624	-0,06967	65	203,4187	0,05594
20	62,0485	-0,10129	43	134,3040	0,06885	66	206,5603	-0,05552
21	65,1900	0,09882	44	137,4456	-0,06806	67	209,7019	0,05510
22	68,3315	-0,09652	45	140,5872	0,06729	68	212,8435	-0,05469
23	71,4730	0,09438	46	143,7287	-0,06655	69	215,9851	0,05429

n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$
70	219,1267	-0,05390	94	294,5247	-0,04649	118	369,9229	-0,04148
71	222,2682	0,05352	95	297,6663	0,04625	119	373,0645	0,04131
72	225,4098	-0,05314	96	300,8079	-0,04600	120	376,2061	-0,04114
73	228,5514	0,05278	97	303,9495	0,04577	121	379,3477	0,04097
74	231,6930	-0,05242	98	307,0911	-0,04553	122	382,4892	-0,04080
75	234,8346	0,05207	99	310,2327	0,04530	123	385,6308	0,04063
76	237,9762	-0,05172	100	313,3743	-0,04507	124	388,7724	-0,04047
77	241,1178	0,05138	101	316,5159	0,04485	125	391,9140	0,04030
78	244,2593	-0,05105	102	319,6574	-0,04463	126	395,0556	-0,04014
79	247,4009	0,05073	103	322,7990	0,04441	127	398,1972	0,03998
80	250,5425	-0,05041	104	325,9406	-0,04419	128	401,3388	-0,03983
81	253,6841	0,05009	105	329,0822	0,04398	129	404,4804	0,03967
82	256,8257	-0,04979	106	332,2238	-0,04377	130	407,6219	-0,03952
83	259,9673	0,04949	107	335,3654	0,04357	131	410,7635	0,03937
84	263,1089	-0,04919	108	338,5070	-0,04337	132	413,9051	-0,03922
85	266,2505	0,04890	109	341,6486	0,04317	133	417,0467	0,03907
86	269,3920	-0,04861	110	344,7902	-0,04297	134	420,1883	-0,03892
87	272,5336	0,04833	111	347,9317	0,04278	135	423,3299	0,03878
88	275,6752	-0,04806	112	351,0733	-0,04258	136	426,4715	-0,03864
89	278,8168	0,04778	113	354,2149	0,04239	137	429,6131	0,03849
90	281,9584	-0,04752	114	357,3565	-0,04221	138	432,7547	-0,03835
91	285,1000	0,04725	115	360,4981	0,04202	139	435,8963	0,03822
92	288,2415	-0,04700	116	363,6397	-0,04184	140	439,0379	-0,03808
93	291,3831	0,04674	117	366,7813	0,04166	141	442,1794	0,03794

n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$	n	$\mu_n$	$J_1(\mu_n)$
142	445,3210	-0,03781	162	508,1529	-0,03540	183	574,1263	0,03330
143	448,4626	0,03768	163	511,2944	0,03529	184	577,2679	-0,03321
144	451,6042	-0,03755	164	514,4360	-0,03518	185	580,4095	0,03312
145	454,7458	0,03742	165	517,5776	0,03507	186	583,5510	-0,03303
146	457,8874	-0,03729	166	520,7192	-0,03497	187	586,6926	0,03294
147	461,0290	0,03716	167	523,8608	0,03486	188	589,8342	-0,03285
148	464,1706	-0,03703	168	527,0024	-0,03476	189	592,9758	0,03277
149	467,3122	0,03691	169	530,1440	0,03465	190	596,1174	-0,03268
150	470,4538	-0,03679	170	533,2856	-0,03455	191	599,2590	0,03259
151	473,5954	0,03666	171	536,4272	0,03445	192	602,4006	-0,03251
152	476,7369	-0,03654	172	539,5688	-0,03435	193	605,5422	0,03242
153	479,8785	0,03642	173	542,7104	0,03425	194	608,6838	-0,03234
154	483,0201	-0,03630	174	545,8519	-0,03415	195	611,8254	0,03226
155	486,1617	0,03619	175	548,9935	0,03405	196	614,9670	-0,03217
156	489,3033	-0,03607	176	552,1351	-0,03396	197	618,1086	0,03209
157	492,4449	0,03596	177	555,2767	0,03386	198	621,2501	-0,03201
158	495,5865	-0,03584	178	558,4183	-0,03376	199	624,3917	0,03193
159	498,7281	0,03573	180	564,7015	-0,03358	200	627,5333	-0,03185
160	501,8697	-0,03562	181	567,8431	0,03348			
161	505,0113	0,03551	182	570,9847	-0,03339			

Tabela A3 – Valores de temperatura obtidos por simulação analítica com difusividade térmica aparente constante.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	5,26462	2742,33603	55,70669	5954,97607	76,92267
59,61600	5,26459	2801,95203	56,59141	6014,59207	77,04005
119,23200	5,26458	2914,56003	58,18135	6074,20807	77,15297
178,84800	5,26464	2974,17603	58,98161	6133,82407	77,26160
238,46400	5,26732	3033,79203	59,75419	6193,44007	77,36611
298,08000	5,28876	3093,40803	60,49991	6253,05607	77,46663
357,69600	5,36728	3153,02403	61,21955	6312,67207	77,56334
417,31200	5,55266	3212,64004	61,91390	6372,28807	77,65637
476,92801	5,88831	3272,25604	62,58374	6378,91207	77,66648
536,54401	6,40102	3331,87204	63,22982	6385,53607	77,67655
596,16001	7,09975	3391,48804	63,85289	6392,16007	77,68658
655,77601	7,97922	3451,10404	64,45369	6398,78407	77,69657
715,39201	9,02473	3510,72004	65,03294	6405,40807	77,70651
775,00801	10,21641	3570,33604	65,59134	6412,03207	77,71641
834,62401	11,53235	3629,95204	66,12957	6418,65607	77,72627
894,24001	12,95066	3689,56804	66,64830	6425,28007	77,73608
953,85601	14,45069	3749,18404	67,14819	6431,90407	77,74585
1013,47201	16,01367	3808,80004	67,62988	6438,52807	77,75558
1073,08801	17,62295	3868,41604	68,09398	6445,15207	77,76527
1132,70401	19,26402	3928,03204	68,54110	6451,77607	77,77492
1192,32001	20,92439	3987,64804	68,97182	6458,40007	77,78452
1251,93601	22,59340	4047,26404	69,38670	6465,02407	77,79409

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
1311,55201	24,26208	4106,88004	69,78631	6471,64807	77,80361
1371,16802	25,92288	4166,49605	70,17117	6478,27207	77,81309
1430,78402	27,56952	4226,11205	70,54181	6484,89607	77,82253
1490,40002	29,19679	4285,72805	70,89872	6491,52007	77,83193
1550,01602	30,80043	4345,34405	71,24239	6498,14407	77,84129
1609,63202	32,37698	4404,96005	71,57330	6504,76807	77,85061
1669,24802	33,92364	4464,57605	71,89190	6511,39207	77,85989
1728,86402	35,43822	4524,19205	72,19863	6518,01607	77,86913
1788,48002	36,91901	4583,80805	72,49392	6524,64007	77,87833
1848,09602	38,36471	4643,42405	72,77818	6531,26407	77,88749
1907,71202	39,77439	4703,04005	73,05182	6537,88807	77,89661
1967,32802	41,14743	4762,65605	73,31521	6544,51207	77,90569
2026,94402	42,48345	4822,27205	73,56874	6551,13607	77,91474
2086,56002	43,78230	4881,88805	73,81275	6557,76007	77,92374
2146,17602	45,04399	4941,50405	74,04761	6564,38407	77,93270
2205,79202	46,26872	5001,12005	74,27363	6571,00807	77,94163
2265,40802	47,45679	5060,73606	74,49116	6577,63207	77,95052
2325,02403	48,60862	5120,35206	74,70050	6584,25607	77,95937
2384,64003	49,72471	5179,96806	74,90195	6590,88007	77,96818
2444,25603	50,80564	5239,58406	75,09581	6597,50407	77,97695
2503,87203	51,85205	5299,20006	75,28236	6604,12807	77,98569
2563,48803	52,86462	5358,81606	75,46186	6610,75207	77,99438
2623,10403	53,84408	5418,43206	75,63458	6617,37607	78,00304
2682,72003	54,79118	5478,04806	75,80077	6624,00007	78,01167

Tabela A4 - Valores de temperatura obtidos por simulação numérica com difusividade térmica aparente constante.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	5,26500	2742,34351	54,59655	5484,68896	75,72568
59,61600	5,26500	2801,95972	55,53014	5961,61865	76,88213
119,23200	5,26503	2861,57593	56,43203	6014,61084	76,98964
178,84795	5,26558	2921,19214	57,30304	6074,22705	77,10618
238,46388	5,26982	2980,80835	58,14401	6133,84326	77,21823
298,07983	5,28816	3040,42456	58,95576	6193,45947	77,32595
357,69577	5,34138	3100,04077	59,73913	6253,07568	77,42953
417,31171	5,45873	3159,65698	60,49495	6312,69189	77,52911
476,92764	5,67218	3219,27319	61,22405	6372,30811	77,62484
536,54370	6,01022	3278,88940	61,92722	6385,55615	77,64561
596,15991	6,49354	3338,50562	62,60528	6392,18018	77,65592
655,77612	7,13336	3398,12183	63,25901	6398,80420	77,66619
715,39233	7,93176	3457,73804	63,88919	6405,42822	77,67642
775,00854	8,88318	3517,35425	64,49657	6412,05225	77,68660
834,62476	9,97645	3576,97046	65,08190	6418,67627	77,69674
894,24097	11,19672	3636,58667	65,64591	6425,30029	77,70683
953,85718	12,52719	3696,20288	66,18931	6431,92432	77,71688
1013,47339	13,95041	3755,81909	66,71278	6438,54834	77,72688
1073,08960	15,44923	3815,43530	67,21700	6445,17236	77,73684
1132,70581	17,00746	3875,05151	67,70264	6451,79639	77,74676
1192,32202	18,61020	3934,66772	68,17033	6458,42041	77,75664
1251,93823	20,24405	3994,28394	68,62068	6465,04443	77,76647



t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
1311,55444	21,89717	4053,90015	69,05431	6471,66846	77,77625
1371,17065	23,55923	4113,51611	69,47180	6478,29248	77,78600
1430,78687	25,22133	4173,13232	69,87372	6484,91650	77,79570
1490,40308	26,87589	4232,74854	70,26062	6491,54053	77,80536
1550,01929	28,51652	4292,36475	70,63303	6498,16455	77,81498
1609,63550	30,13786	4351,98096	70,99147	6504,78857	77,82456
1669,25171	31,73550	4411,59717	71,33645	6511,41260	77,83409
1728,86792	33,30584	4471,21338	71,66844	6518,03662	77,84358
1788,48413	34,84597	4530,82959	71,98792	6524,66064	77,85303
1848,10034	36,35360	4590,44580	72,29534	6531,28467	77,86244
1907,71655	37,82695	4650,06201	72,59114	6537,90869	77,87181
1967,33276	39,26468	4709,67822	72,87575	6544,53271	77,88114
2026,94897	40,66584	4769,29443	73,14957	6551,15674	77,89043
2086,56519	42,02978	4828,91064	73,41300	6557,78076	77,89967
2146,18140	43,35615	4888,52686	73,66643	6564,40479	77,90888
2205,79761	44,64480	4948,14307	73,91022	6571,02881	77,91805
2265,41382	45,89580	5007,75928	74,14473	6577,65283	77,92717
2325,03003	47,10935	5067,37549	74,37031	6584,27686	77,93626
2384,64624	48,28580	5126,99170	74,58729	6590,90088	77,94530
2444,26245	49,42561	5186,60791	74,79598	6597,52490	77,95431
2503,87866	50,52933	5246,22412	74,99670	6604,14893	77,96328
2563,49487	51,59759	5305,84033	75,18975	6610,77295	77,97221
2623,11108	52,63105	5365,45654	75,37542	6617,39697	77,98110
2682,72729	53,63045	5425,07275	75,55397	6624,02100	77,98995

Tabela A5 – Valores de temperatura experimental em função do tempo no contorno da amostra de purê de tomate.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
47,26480	75,42070	1717,29000	80,00410	3859,96000	80,58170
126,03900	75,92620	1780,31000	80,25770	3922,98000	79,82970
141,79400	76,93230	1843,33000	80,51130	4127,79000	80,59110
173,30400	77,93900	1953,61000	80,26370	4206,56000	80,09100
204,81400	79,19710	2063,89000	80,77040	4474,40000	80,35180
252,07900	80,20430	2174,18000	80,52280	4568,93000	80,35510
346,60800	80,45900	2237,20000	80,52500	4647,70000	80,35780
409,62800	80,46120	2347,48000	80,27750	4821,01000	80,36390
488,40300	80,46400	2536,54000	80,28410	4915,54000	80,11580
630,19700	80,46890	2631,07000	80,28740	4994,31000	80,36990
693,21700	80,72250	2694,09000	80,54100	5214,88000	80,12620
771,99100	80,47390	2898,91000	80,29680	5561,49000	80,13830
835,01100	80,47610	2977,68000	80,55090	6002,63000	80,40510
1055,58000	80,48380	3056,46000	80,30230	6428,01000	80,42000
1150,11000	80,73850	3355,80000	80,31270	6711,60000	79,92710
1213,13000	80,74070	3418,82000	80,31490	6774,62000	79,92930
1417,94000	80,24500	3481,84000	80,56850	6853,39000	79,93200
1496,72000	80,24780	3686,65000	80,32430	6932,17000	79,93480
1575,49000	80,50190	3781,18000	80,32760	7010,94000	79,93750

Tabela A6 – Valores de temperatura experimental em função do tempo no centro do purê de tomate com difusividade térmica aparente constante.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	5,26462	1863,16000	36,16520	4389,47000	71,09990
142,10500	5,26957	1973,68000	38,92670	4547,37000	72,10820
363,15800	5,27727	2100,00000	42,19010	4721,05000	72,86630
536,84200	5,78471	2210,53000	44,70090	4926,32000	73,37490
678,94700	6,79244	2368,42000	47,46410	5147,37000	74,63610
805,26300	8,80241	2494,74000	49,97540	5321,05000	75,14350
931,57900	11,06310	2652,63000	52,73860	5463,16000	75,64980
1026,32000	13,07190	2747,37000	54,74750	5589,47000	75,90490
1089,47000	15,07970	2889,47000	57,00870	5731,58000	76,16060
1168,42000	17,08800	3031,58000	58,76850	5873,68000	76,41620
1263,16000	19,84900	3189,47000	61,03030	6015,79000	76,67190
1357,89000	22,10860	3347,37000	62,54000	6157,89000	76,92750
1436,84000	24,36760	3489,47000	64,29980	6284,21000	77,18260
1515,79000	26,62660	3678,95000	66,06130	6410,53000	77,43770
1594,74000	28,88560	3852,63000	67,32080	6521,05000	77,69220
1689,47000	31,39590	4042,10000	68,83160	6631,58000	77,94680
1768,42000	33,90560	4200,00000	69,83980		

Tabela A7 – Valores de temperatura numérica no centro do purê de tomate para a difusividade térmica aparente constante.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,0000	5,2650	2742,3435	59,7121	5484,6890	77,0253
59,6160	5,2658	2801,9597	60,5420	5663,5376	77,3850
119,2320	5,2746	2861,5759	61,3374	5723,1538	77,4956
178,8479	5,3029	2921,1921	62,0999	5782,7700	77,6019
238,4639	5,3614	2980,8083	62,8307	5842,3862	77,7040
298,0798	5,4620	3040,4246	63,5313	5902,0024	77,8021
357,6958	5,6219	3100,0408	64,2028	5961,6187	77,8963
417,3117	5,8660	3159,6570	64,8466	6021,2349	77,9868
476,9276	6,2243	3219,2732	65,4637	6080,8511	78,0738
536,5437	6,7260	3278,8894	66,0554	6140,4673	78,1574
596,1599	7,3947	3338,5056	66,6227	6200,0835	78,2377
655,7761	8,2443	3398,1218	67,1667	6259,6997	78,3149
715,3923	9,2784	3457,7380	67,6883	6319,3159	78,3890
775,0085	10,4904	3517,3542	68,1885	6378,9321	78,4603
834,6248	11,8665	3576,9705	68,6682	6418,6763	78,5062
894,2410	13,3874	3636,5867	69,1283	6425,3003	78,5137
953,8572	15,0306	3696,2029	69,5696	6431,9243	78,5212
1013,4734	16,7728	3755,8191	69,9930	6438,5483	78,5287
1073,0896	18,5909	3815,4353	70,3991	6445,1724	78,5361

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
1132,7058	20,4631	3875,0515	70,7887	6451,7964	78,5436
1192,3220	22,3697	3934,6677	71,1626	6458,4204	78,5509
1251,9382	24,2930	3994,2839	71,5213	6465,0444	78,5583
1311,5544	26,2179	4053,9001	71,8655	6471,6685	78,5656
1371,1707	28,1315	4113,5161	72,1958	6478,2925	78,5729
1430,7869	30,0231	4173,1323	72,5128	6484,9165	78,5801
1490,4031	31,8840	4232,7485	72,8170	6491,5405	78,5873
1550,0193	33,7072	4292,3647	73,1091	6498,1646	78,5945
1609,6355	35,4873	4351,9810	73,3894	6504,7886	78,6016
1669,2517	37,2202	4411,5972	73,6585	6511,4126	78,6088
1728,8679	38,9028	4471,2134	73,9168	6518,0366	78,6158
1788,4841	40,5331	4530,8296	74,1648	6524,6606	78,6229
1848,1003	42,1099	4590,4458	74,4028	6531,2847	78,6299
1907,7166	43,6325	4650,0620	74,6314	6537,9087	78,6369
1967,3328	45,1009	4709,6782	74,8509	6544,5327	78,6439
2026,9490	46,5155	4769,2944	75,0617	6551,1567	78,6508
2086,5652	47,8769	4828,9106	75,2641	6557,7808	78,6577
2146,1814	49,1861	4888,5269	75,4584	6564,4048	78,6646
2205,7976	50,4443	4948,1431	75,6450	6571,0288	78,6714
2265,4138	51,6527	5007,7593	75,8243	6577,6528	78,6782
2325,0300	52,8128	5067,3755	75,9964	6584,2769	78,6850

---

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
2384,6462	53,9262	5126,9917	76,1618	6590,9009	78,6917
2444,2625	54,9944	5186,6079	76,3206	6597,5249	78,6985
2503,8787	56,0189	5246,2241	76,4731	6604,1489	78,7051
2563,4949	57,0013	5305,8403	76,6196	6610,7729	78,7118
2623,1111	57,9433	5365,4565	76,7603	6617,3970	78,7184
2682,7273	58,8464	5425,0728	76,8955	6624,0210	78,7250

Tabela A8 – Valores de temperatura experimental em função do tempo no contorno do molho de trufa.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,0000	26,7416	1345,6500	117,1910	3387,2600	110,5060
170,0770	22,0225	1377,4700	120,3370	3544,8000	105,7870
317,3270	20,4494	1472,3800	122,6970	3586,4600	99,8876
580,9280	26,3483	1609,2800	123,4830	3607,0100	93,2022
697,2800	33,8202	1735,6300	123,8760	3638,0800	86,5169
729,5090	42,4719	1893,4900	123,4830	3669,0400	78,2584
740,4790	48,3708	2051,3900	123,4830	3721,2000	71,9663
751,5380	55,4494	2240,8600	123,4830	3741,7800	65,6742
762,5660	62,1348	2419,8700	124,2700	3783,3800	58,9888
784,1220	68,8202	2556,6800	123,8760	3846,0400	52,3034
826,7300	75,5056	2735,6600	124,2700	3898,2600	46,7978
879,8640	82,1910	2904,0500	123,8760	3961,3200	45,6180
922,3540	87,3034	2998,7600	123,4830	4045,7700	48,7640
1017,6500	94,7753	3124,8400	120,3370	4161,6200	49,5506
1081,2200	100,2810	3198,3100	117,5840	4203,5800	47,5843
1187,0200	107,3600	3250,8000	115,6180	4234,8300	43,2584
1271,6700	113,2580	3292,7900	114,0450	4255,5900	39,3258

Tabela A9 – Valores de temperatura experimental em função do tempo no contorno do molho de trufa dividida em intervalos.

(a)		(d)	
t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	26,7416	1472,3800	122,6970
170,0770	22,0225	1609,2800	123,4830
317,3270	20,4494	1735,6300	123,8760
580,9280	26,3483	1893,4900	123,4830
697,2800	33,8202	2051,3900	123,4830
		2240,8600	123,4830
		2419,8700	124,2700
		2556,6800	123,8760
		2735,6600	124,2700
		2904,0500	123,8760
		2998,7600	123,4830
(b)		(e)	
t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
729,5090	42,4719	3124,8400	120,3370
740,4790	48,3708	3198,3100	117,5840
751,5380	55,4494	3250,8000	115,6180
762,5660	62,1348	3292,7900	114,0450
		3387,2600	110,5060
		3544,8000	105,7870
(c)			
t(s)	T(°C)		
784,1220	68,8202		
826,7300	75,5056		
879,8640	82,1910		
922,3540	87,3034		
1017,6500	94,7753		
1081,2200	100,2810		
1187,0200	107,3600		
1271,6700	113,2580		
1345,6500	117,1910		
1377,4700	120,3370		



(f)

---

t(s)	T(°C)
3586,4600	99,8876
3607,0100	93,2022
3638,0800	86,5169
3669,0400	78,2584
3721,2000	71,9663
3741,7800	65,6742
3783,3800	58,9888
3846,0400	52,3034
3898,2600	46,7978
3961,3200	45,6180

---

(g)

---

t(s)	T(°C)
4045,7700	48,7640
4161,6200	49,5506
4203,5800	47,5843
4234,8300	43,2584
4255,5900	39,3258

---

Tabela A10 – Valores de temperatura experimental no centro do molho de trufa para o contorno variável e difusividade térmica aparente constante.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	19,46750	1684,21000	38,93490	2882,87000	91,95270
101,11000	19,46750	1739,68000	41,00590	2982,58000	94,02370
233,82900	19,46750	1784,11000	43,49110	3071,25000	96,50890
366,54800	19,46750	1850,77000	47,21890	3204,20000	99,40830
499,26600	19,46750	1917,42000	50,94670	3326,02000	101,47900
631,98500	19,46750	1995,14000	54,67460	3436,82000	103,96500
764,73700	19,88170	2050,73000	58,40240	3547,51000	105,20700
886,42900	20,29590	2128,44000	62,13020	3658,21000	106,45000
997,06000	20,71010	2195,06000	65,44380	3746,76000	107,27800
1085,64000	21,95270	2272,75000	68,75740	3824,18000	107,27800
1240,61000	23,60950	2350,49000	72,89940	3912,72000	108,10700
1351,37000	25,68050	2439,20000	75,79880	4012,23000	107,69200
1428,99000	28,16570	2505,82000	79,11240	4078,55000	107,27800
1495,54000	30,65090	2605,62000	82,42600	4122,73000	106,45000
1562,13000	33,55030	2694,40000	86,15390	4189,02000	105,62100
1628,65000	35,62130	2783,07000	88,63910	4255,28000	104,37900

Tabela A11 – Valores de temperatura simulada no centro do molho de trufa para a difusividade térmica aparente constante e o contorno variável.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	19,46800	1900,65991	46,62710	3311,97607	95,55094
156,02400	19,46827	2007,04053	51,46701	3319,06812	95,70268
241,12794	19,47364	2014,13257	51,78856	3404,17261	97,45273
326,23203	19,49871	2113,42114	56,24607	3411,26465	97,59235
411,33615	19,55350	2120,51318	56,56037	3510,55322	99,43512
496,44028	19,63207	2205,61768	60,27610	3517,64526	99,55828
503,53229	19,63925	2304,90625	64,45758	3609,84180	101,04753
588,63611	19,72756	2311,99829	64,74919	3616,93384	101,15318
673,73987	19,81466	2404,19482	68,44815	3716,22241	102,49305
758,84363	19,90286	2411,28687	68,72543	3723,31445	102,57866
865,22333	20,04160	2503,48340	72,23287	3808,41895	103,49600
950,32709	20,22351	2510,57544	72,49513	3815,51099	103,56265
1042,52295	20,61610	2602,77197	75,80568	3914,79956	104,29781
1127,62744	21,32321	2709,15259	79,39864	3921,89160	104,33382
1212,73193	22,48528	2716,24463	79,62962	4021,18018	104,54419
1297,83643	24,15032	2808,44116	82,53710	4028,27222	104,53609
1304,92847	24,31174	2815,53320	82,75351	4113,37598	104,17278
1382,94092	26,30706	2907,72974	85,47499	4120,46777	104,11979
1468,04541	28,90881	2914,82178	85,67738	4212,66113	103,11530

---

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
1553,14990	31,89242	3014,11035	88,40971	4219,75293	103,01466
1560,24194	32,15618	3021,20239	88,59780	4226,84473	102,91087
1645,34644	35,47815	3113,39893	90,95985	4233,93652	102,80398
1730,45093	39,04434	3212,68750	93,33766	4241,02832	102,69406
1808,46338	42,46855	3219,77954	93,50116	4248,12012	102,58116
1815,55542	42,78515	3226,87158	93,66384	4255,21191	102,46534

Tabela A12 – Valores de temperatura simulada no centro do molho de trufa para a difusividade térmica aparente e o contorno, variáveis.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00000	19,46800	1659,53052	38,21325	3418,35669	104,12404
56,73600	19,46800	1716,26685	40,99505	3475,09302	105,05470
113,47202	19,46802	1773,00317	43,87210	3531,82935	105,89114
170,20799	19,46846	1829,73950	46,81322	3588,56567	106,62786
226,94395	19,47146	1886,47583	49,78751	3645,30200	107,26171
283,67996	19,48152	1943,21216	52,76651	3702,03833	107,79203
340,41605	19,50314	1999,94849	55,72542	3758,77466	108,21828
397,15213	19,53802	2056,68481	58,64364	3815,51099	108,52887
453,88821	19,58451	2113,42114	61,50470	3872,24731	108,69287
510,62430	19,63874	2170,15747	64,29591	3928,98364	108,66805
567,36017	19,69642	2226,89380	67,00783	3985,71997	108,41612
574,45215	19,70370	2283,63013	69,63377	4042,45630	107,91308
631,18799	19,76151	2340,36646	72,16933	4134,65137	106,54875
687,92383	19,81842	2397,10278	74,61187	4141,74316	106,41678
744,65967	19,87624	2453,83911	76,96023	4148,83496	106,28116
801,39551	19,93967	2510,57544	79,21435	4155,92676	106,14194
858,13135	20,01642	2567,31177	81,37505	4163,01855	105,99918
914,86719	20,11899	2624,04810	83,44381	4170,11035	105,85295
971,60303	20,27261	2680,78442	85,42258	4177,20215	105,70333

---

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
1028,33887	20,52133	2737,52075	87,31369	4184,29395	105,55037
1085,07520	20,92027	2794,25708	89,11973	4191,38574	105,39417
1141,81152	21,52092	2850,99341	90,84345	4198,47754	105,23479
1198,54785	22,36115	2907,72974	92,48769	4205,56934	105,07232
1205,63989	22,48426	2964,46606	94,05539	4212,66113	104,90684
1262,37622	23,61877	3021,20239	95,54947	4219,75293	104,73845
1319,11255	25,02033	3077,93872	96,97286	4226,84473	104,56722
1375,84888	26,68194	3134,67505	98,32848	4233,93652	104,39324
1432,58521	28,58835	3191,41138	99,61934	4241,02832	104,21662
1489,32153	30,71883	3248,14771	100,84755	4248,12012	104,03743
1546,05786	33,04960	3304,88403	102,01188	4255,21191	103,85577
1602,79419	35,55598	3361,62036	103,10682		

---

Tabela A13 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do primeiro recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,9
33	41
65	45,5
97	44,1
130	45,2
162	48,4
194	48,6
226	46,8
259	48,1
291	50,5
323	54,6
355	54,7
388	55,9
420	55,5
452	61,6
484	58,7
517	59,9
549	60,6
581	60,4
613	63,2
646	63,5
678	64,8
710	64,7
743	66
775	66,9
807	66,7
839	66,5
872	66,2
904	66,7
936	66,5
968	66,7
1001	67,7
1033	66,6
1065	68

---

t(s)	T(°C)
1097	68,1
1130	66,9
1162	67,9
1194	67
1226	67,4
1259	67,6
1291	67,4
1323	67,6
1355	67,6
1388	66,6
1420	66,8
1452	67,5
1485	66,5
1517	66,5
1549	67,2
1581	66,4
1614	66,5
1646	66,5
1678	66,5
1710	66,8
1743	66,7
1775	67,1
1807	67,1
1839	66,6
1872	66,4
1904	65,8
1936	66,6
1968	65,7
2001	66
2033	66,6
2065	65,9
2098	66,6
2130	66,9
2162	66,7
2194	67,6
2227	66,7
2259	66,7
2291	66,7

---



---

t(s)	T(°C)
2323	67,2
2356	67,6
2388	67,2
2420	67
2452	66,7
2485	66,6
2517	67,2
2549	66,4
2581	66,8
2614	67,3
2646	67,3
2678	66,7
2710	66,7
2743	66,8
2775	67
2807	66,7
2840	66,8
2872	67,5
2904	67,4
2936	66,6
2969	67
3001	66,7
3033	66,6
3065	66,4
3098	66,2
3130	66,7
3162	67,3
3194	67,6
3227	67,5
3259	67,8
3291	68,3
3323	67,8
3356	67,6
3388	68,3
3420	68,3
3453	67,4
3485	67,2
3517	67,7

---

t(s)	T(°C)
3549	67,8
3582	68
3614	66,9
3646	67,1
3678	67,3
3711	67,2
3743	67,1
3775	67
3807	67,2
3840	67,2
3872	67,3
3904	66,7
3936	66,7
3969	66,4
4001	67
4033	66,4
4065	66,5

Tabela A14 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do primeiro recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	21,2
33	42,4
65	45,7
97	47,1
130	47,5
162	47,6
194	47,9
226	48,4
259	48,5
291	51,2
323	53,3
355	57,4
388	58,2
420	59,8
452	60,1
484	60,5
517	60,9
549	60,5
581	61,1
613	60,9
646	62,2
678	64,1
710	64,5
743	65,1
775	65,2
807	65,7
839	65,8
872	65,4
904	65
936	65,2
968	65
1001	66,1
1033	66,1
1065	65,3
1097	66,1

---

t(s)	T(°C)
1130	65,6
1162	65,8
1194	66
1226	65,6
1259	66,1
1291	65,7
1323	65
1355	65,8
1388	65,3
1420	65,6
1452	65
1485	65,8
1517	65,6
1549	65,3
1581	65,7
1614	66,2
1646	65,9
1678	65,4
1710	66,4
1743	66,3
1775	65,5
1807	65,3
1839	65,5
1872	66,1
1904	66
1936	66,1
1968	65,2
2001	65,9
2033	65,5
2065	64,8
2098	65,5
2130	65,4
2162	66
2194	65,6
2227	66,5
2259	65,6
2291	66,5
2323	65,5
2356	65,5

---

---

t(s)	T(°C)
2388	65,2
2420	65,2
2452	65,3
2485	65,9
2517	65,6
2549	65,3
2581	65,4
2614	64,8
2646	65,2
2678	65,1
2710	65,1
2743	65,5
2775	65,5
2807	65,8
2840	65,4
2872	65,8
2904	65,1
2936	65,1
2969	65,9
3001	65,8
3033	65,7
3065	65,2
3098	64,9
3130	64,8
3162	65,6
3194	64,8
3227	64,9
3259	65,9
3291	65,1
3323	66
3356	66,2
3388	65,9
3420	66,2
3453	65,7
3485	65,5
3517	65,2
3549	65
3582	65,8
3614	65,7

---

t(s)	T(°C)
3646	65,7
3678	64,9
3711	65
3743	65,4
3775	64,7
3807	65,7
3840	65,3
3872	66
3904	65,9
3936	65,1
3969	65,8
4001	65,2
4033	65,6
4065	65,5

Tabela A15 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do primeiro recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	21,9
33	42,9
65	43,7
97	45,6
130	45,9
162	46,2
194	46,7
226	47,8
259	47,4
291	48,2
323	51,1
355	51,1
388	51,4
420	52,2
452	52,7
484	55,9
517	58,5
549	60
581	61,8
613	62,4
646	63
678	62,7
710	63,3
743	63,5
775	63
807	63,4
839	65,2
872	65,8
904	65,5
936	65,2
968	65,3
1001	65,8
1033	66,3
1065	65,9

---

t(s)	T(°C)
1097	66,1
1130	66,8
1162	65,8
1194	66,8
1226	66,7
1259	66,5
1291	66
1323	65,9
1355	66,2
1388	65,7
1420	65,9
1452	66,6
1485	66,8
1517	66,6
1549	66,3
1581	66,3
1614	66,2
1646	65,6
1678	66,4
1710	66
1743	66,4
1775	66,2
1807	66,1
1839	65,1
1872	65,3
1904	66,6
1936	66
1968	66,2
2001	65,3
2033	66,2
2065	66,3
2098	65,8
2130	66,5
2162	65,8
2194	66,1
2227	65,4
2259	65,4
2291	66

---



---

t(s)	T(°C)
2323	65,5
2356	66,2
2388	65,9
2420	64,6
2452	65,7
2485	65,3
2517	66,6
2549	66
2581	66
2614	65,7
2646	66,7
2678	65,8
2710	65,9
2743	65,6
2775	65,5
2807	65,6
2840	65,6
2872	65,2
2904	66,2
2936	66,5
2969	65,3
3001	65,5
3033	64,9
3065	65,3
3098	65,3
3130	65,9
3162	65,3
3194	64,4
3227	65,7
3259	65,9
3291	66,5
3323	66
3356	66,2
3388	65,8
3420	65,7
3453	65,2
3485	65,4
3517	64,9

---

t(s)	T(°C)
3549	65,8
3582	65
3614	65,4
3646	64,6
3678	65,5
3711	65,6
3743	65,3
3775	65,2
3807	66
3840	66
3872	65,5
3904	65,1
3936	66,3
3969	65,6
4001	65,5
4033	64,9
4065	65,8

Tabela A16 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.

t(s)	T(°C)
0	21,3
33	42,1
65	45
97	45,6
130	46,2
162	47,4
194	47,7
226	47,7
259	48
291	50
323	53
355	54,4
388	55,2
420	55,8
452	58,1
484	58,4
517	59,8
549	60,4
581	61,1
613	62,2
646	62,9
678	63,9
710	64,2
743	64,9
775	65
807	65,3
839	65,8
872	65,8
904	65,7
936	65,6
968	65,7
1001	66,5
1033	66,3
1065	66,4

---

t(s)	T(°C)
1097	66,8
1130	66,4
1162	66,5
1194	66,6
1226	66,6
1259	66,7
1291	66,4
1323	66,2
1355	66,5
1388	65,9
1420	66,1
1452	66,4
1485	66,4
1517	66,2
1549	66,3
1581	66,1
1614	66,3
1646	66
1678	66,1
1710	66,4
1743	66,5
1775	66,3
1807	66,2
1839	65,7
1872	65,9
1904	66,1
1936	66,2
1968	65,7
2001	65,7
2033	66,1
2065	65,7
2098	66
2130	66,3
2162	66,2
2194	66,4
2227	66,2
2259	65,9
2291	66,4

---

---

t(s)	T(°C)
2323	66,1
2356	66,4
2388	66,1
2420	65,6
2452	65,9
2485	65,9
2517	66,5
2549	65,9
2581	66,1
2614	65,9
2646	66,4
2678	65,9
2710	65,9
2743	66
2775	66
2807	66
2840	65,9
2872	66,2
2904	66,2
2936	66,1
2969	66,1
3001	66
3033	65,7
3065	65,6
3098	65,5
3130	65,8
3162	66,1
3194	65,6
3227	66
3259	66,5
3291	66,6
3323	66,6
3356	66,7
3388	66,7
3420	66,7
3453	66,1
3485	66
3517	65,9

---

t(s)	T(°C)
3549	66,2
3582	66,3
3614	66
3646	65,8
3678	65,9
3711	65,9
3743	65,9
3775	65,6
3807	66,3
3840	66,2
3872	66,3
3904	65,9
3936	66
3969	65,9
4001	65,9
4033	65,6
4065	65,9

Tabela A17 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
42	20,8
83	20,9
124	21,3
247	25,3
370	31,4
493	37,5
616	43,7
740	49,3
863	54,1
986	58,3
1109	61,2
1232	63,4
1355	65
1479	65,4
1602	65,8
1725	66,4
1848	66,4
1971	66,2
2095	66,3
2218	66,2
2341	66,5
2464	66,5
2587	66,5
2710	66,5
2834	66,5
2957	66,9
3080	66,8
3203	66,6
3326	66,9
3450	67
3573	67,4
3696	67,2
3819	67,2
3942	67,2
4065	67

Tabela A18 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,9
42	20,7
83	20,8
124	21,1
247	25,1
370	31,1
493	37,1
616	43,8
740	49,5
863	54
986	57,4
1109	60,4
1232	62,1
1355	63,4
1479	63,9
1602	64,6
1725	65
1848	65
1971	65,2
2095	65,2
2218	65,2
2341	65,3
2464	65,4
2587	65,5
2710	65,4
2834	65,3
2957	65,2
3080	65,2
3203	65,1
3326	65,2
3450	65,2
3573	65,1
3696	65,3
3819	65,1
3942	65,1
4065	65



Tabela A19 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
42	20,7
83	20,5
124	20,7
247	23,9
370	29
493	34,4
616	39,3
740	45,3
863	50,6
986	54,7
1109	58,4
1232	60,8
1355	62,5
1479	64
1602	64,7
1725	65
1848	65,2
1971	65,3
2095	65,4
2218	65,4
2341	65,3
2464	65,4
2587	65,2
2710	65,3
2834	65,3
2957	65,5
3080	65,5
3203	65,2
3326	65,1
3450	65,1
3573	65,2
3696	65,2
3819	65
3942	65,2
4065	65,2

Tabela A20 – Temperaturas experimentais em função do tempo no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
42	20,7
83	20,7
124	21
247	24,8
370	30,5
493	36,3
616	42,3
740	48
863	52,9
986	56,8
1109	60
1232	62,1
1355	63,6
1479	64,4
1602	65
1725	65,5
1848	65,5
1971	65,6
2095	65,6
2218	65,6
2341	65,7
2464	65,8
2587	65,7
2710	65,7
2834	65,7
2957	65,9
3080	65,8
3203	65,6
3326	65,7
3450	65,8
3573	65,9
3696	65,9
3819	65,8
3942	65,8
4065	65,7

Tabela A21 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
32,52	20,8
65,04	20,81
97,56	20,92
130,08	21,3
162,6	22,03
195,12	23,08
227,64	24,38
260,16	25,84
292,68	27,41
325,2	29,04
357,72	30,7
390,24	32,36
422,76	34,03
455,28	35,69
487,8	37,34
520,32	38,99
552,84	40,63
585,36	42,26
617,88	43,85
650,4	45,38
682,92	46,85
715,44	48,27
747,96	49,65
780,48	50,98
813	52,27
845,52	53,52
878,04	54,71
910,56	55,85
943,08	56,92
975,6	57,93
1008,12	58,86
1040,64	59,73
1073,16	60,52
1105,68	61,24
1138,2	61,9
1170,72	62,49
1203,24	63,02
1235,76	63,49

---

t(s)	T(°C)
1268,28	63,91
1300,8	64,29
1333,32	64,64
1365,84	64,94
1398,36	65,21
1430,88	65,45
1463,4	65,65
1495,92	65,82
1528,44	65,97
1560,96	66,09
1593,48	66,2
1626	66,28
1658,52	66,35
1691,04	66,41
1723,56	66,46
1756,08	66,49
1788,6	66,52
1821,12	66,55
1853,64	66,57
1886,16	66,58
1918,68	66,6
1951,2	66,61
1983,72	66,61
2016,24	66,62
2048,76	66,62
2081,28	66,63
2113,8	66,63
2146,32	66,64
2178,84	66,64
2211,36	66,65
2243,88	66,65
2276,4	66,66
2308,92	66,66
2341,44	66,67
2373,96	66,67
2406,48	66,68
2439	66,69
2471,52	66,69
2504,04	66,7
2536,56	66,71
2569,08	66,72
2601,6	66,73
2634,12	66,74

---

---

t(s)	T(°C)
2666,64	66,75
2699,16	66,76
2731,68	66,77
2764,2	66,78
2796,72	66,8
2829,24	66,81
2861,76	66,82
2894,28	66,83
2926,8	66,85
2959,32	66,86
2991,84	66,87
3024,36	66,89
3056,88	66,9
3089,4	66,92
3121,92	66,93
3154,44	66,94
3186,96	66,96
3219,48	66,97
3252	66,99
3284,52	67
3317,04	67,02
3349,56	67,03
3382,08	67,04
3414,6	67,06
3447,12	67,07
3479,64	67,09
3512,16	67,1
3544,68	67,12
3577,2	67,13
3609,72	67,14
3642,24	67,16
3674,76	67,17
3707,28	67,19
3739,8	67,2
3772,32	67,21
3804,84	67,23
3837,36	67,24
3869,88	67,25
3902,4	67,27
3934,92	67,28
3967,44	67,29
3999,96	67,31
4032,48	67,32
4065	67,33

---

Tabela A22 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 2 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,9
32,52	20,9
65,04	20,9
97,56	20,98
130,08	21,17
162,6	21,79
195,12	22,75
227,64	23,97
260,16	25,4
292,68	26,96
325,2	28,6
357,72	30,29
390,24	32
422,76	33,71
455,28	35,41
487,8	37,1
520,32	38,78
552,84	40,45
585,36	42,09
617,88	43,7
650,4	45,23
682,92	46,7
715,44	48,08
747,96	49,4
780,48	50,66
813	51,85
845,52	52,98
878,04	54,05
910,56	55,06
943,08	56
975,6	56,89
1008,12	57,71
1040,64	58,48
1073,16	59,18
1105,68	59,83
1138,2	60,43
1170,72	60,97
1203,24	61,47
1235,76	61,91
1268,28	62,31
1300,8	62,66
1333,32	62,97

---

t(s)	T(°C)
1365,84	63,25
1398,36	63,5
1430,88	63,72
1463,4	63,91
1495,92	64,09
1528,44	64,25
1560,96	64,4
1593,48	64,53
1626	64,65
1658,52	64,76
1691,04	64,86
1723,56	64,94
1756,08	65,02
1788,6	65,1
1821,12	65,16
1853,64	65,22
1886,16	65,27
1918,68	65,32
1951,2	65,36
1983,72	65,4
2016,24	65,43
2048,76	65,46
2081,28	65,49
2113,8	65,51
2146,32	65,53
2178,84	65,55
2211,36	65,57
2243,88	65,58
2276,4	65,59
2308,92	65,6
2341,44	65,61
2373,96	65,62
2406,48	65,62
2439	65,63
2471,52	65,63
2504,04	65,63
2536,56	65,64
2569,08	65,64
2601,6	65,64
2634,12	65,64
2666,64	65,64
2699,16	65,63
2731,68	65,63
2764,2	65,63
2796,72	65,63
2829,24	65,62
2861,76	65,62

---

---

t(s)	T(°C)
2894,28	65,61
2926,8	65,61
2959,32	65,6
2991,84	65,6
3024,36	65,6
3056,88	65,59
3089,4	65,58
3121,92	65,58
3154,44	65,57
3186,96	65,57
3219,48	65,56
3252	65,56
3284,52	65,55
3317,04	65,55
3349,56	65,54
3382,08	65,53
3414,6	65,53
3447,12	65,52
3479,64	65,52
3512,16	65,51
3544,68	65,51
3577,2	65,5
3609,72	65,49
3642,24	65,49
3674,76	65,48
3707,28	65,48
3739,8	65,47
3772,32	65,47
3804,84	65,46
3837,36	65,45
3869,88	65,45
3902,4	65,44
3934,92	65,44
3967,44	65,43
3999,96	65,43
4032,48	65,42
4065	65,42



Tabela A23 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a amostra 3 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
32,52	20,8
65,04	20,81
97,56	20,93
130,08	21,33
162,6	22,09
195,12	23,18
227,64	24,53
260,16	26,05
292,68	27,68
325,2	29,35
357,72	31,02
390,24	32,67
422,76	34,28
455,28	35,83
487,8	37,32
520,32	38,75
552,84	40,1
585,36	41,41
617,88	42,71
650,4	44,05
682,92	45,42
715,44	46,82
747,96	48,22
780,48	49,58
813	50,9
845,52	52,16
878,04	53,35
910,56	54,47
943,08	55,51
975,6	56,47
1008,12	57,37
1040,64	58,19
1073,16	58,95
1105,68	59,65
1138,2	60,3
1170,72	60,89
1203,24	61,44
1235,76	61,94
1268,28	62,41
1300,8	62,83
1333,32	63,22

---

t(s)	T(°C)
1365,84	63,57
1398,36	63,89
1430,88	64,17
1463,4	64,42
1495,92	64,64
1528,44	64,84
1560,96	65,01
1593,48	65,15
1626	65,28
1658,52	65,39
1691,04	65,49
1723,56	65,57
1756,08	65,64
1788,6	65,7
1821,12	65,75
1853,64	65,79
1886,16	65,82
1918,68	65,85
1951,2	65,87
1983,72	65,89
2016,24	65,91
2048,76	65,92
2081,28	65,92
2113,8	65,93
2146,32	65,93
2178,84	65,93
2211,36	65,93
2243,88	65,93
2276,4	65,92
2308,92	65,92
2341,44	65,91
2373,96	65,91
2406,48	65,9
2439	65,89
2471,52	65,88
2504,04	65,87
2536,56	65,87
2569,08	65,86
2601,6	65,85
2634,12	65,84
2666,64	65,83
2699,16	65,82
2731,68	65,81
2764,2	65,8
2796,72	65,79
2829,24	65,78
2861,76	65,77

---

---

t(s)	T(°C)
2894,28	65,76
2926,8	65,75
2959,32	65,74
2991,84	65,74
3024,36	65,73
3056,88	65,72
3089,4	65,71
3121,92	65,7
3154,44	65,69
3186,96	65,68
3219,48	65,68
3252	65,67
3284,52	65,66
3317,04	65,65
3349,56	65,65
3382,08	65,64
3414,6	65,63
3447,12	65,62
3479,64	65,62
3512,16	65,61
3544,68	65,6
3577,2	65,6
3609,72	65,59
3642,24	65,59
3674,76	65,58
3707,28	65,57
3739,8	65,57
3772,32	65,56
3804,84	65,56
3837,36	65,55
3869,88	65,54
3902,4	65,54
3934,92	65,53
3967,44	65,53
3999,96	65,52
4032,48	65,52
4065	65,51

Tabela A24 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do primeiro recipiente C1, para a média das amostras de jaca.

t(s)	T(°C)
0	20,8
32,52	20,8
65,04	20,81
97,56	20,88
130,08	21,17
162,6	21,79
195,12	22,71
227,64	23,9
260,16	25,27
292,68	26,76
325,2	28,33
357,72	29,93
390,24	31,54
422,76	33,16
455,28	34,76
487,8	36,34
520,32	37,91
552,84	39,46
585,36	41
617,88	42,52
650,4	44
682,92	45,45
715,44	46,86
747,96	48,23
780,48	49,56
813	50,84
845,52	52,07
878,04	53,23
910,56	54,34
943,08	55,39
975,6	56,37
1008,12	57,29
1040,64	58,14
1073,16	58,93
1105,68	59,66
1138,2	60,33
1170,72	60,95
1203,24	61,5
1235,76	62,01
1268,28	62,47
1300,8	62,89
1333,32	63,26

---

t(s)	T(°C)
1365,84	63,6
1398,36	63,9
1430,88	64,17
1463,4	64,41
1495,92	64,62
1528,44	64,81
1560,96	64,97
1593,48	65,11
1626	65,23
1658,52	65,34
1691,04	65,44
1723,56	65,52
1756,08	65,59
1788,6	65,65
1821,12	65,71
1853,64	65,76
1886,16	65,8
1918,68	65,84
1951,2	65,87
1983,72	65,9
2016,24	65,93
2048,76	65,95
2081,28	65,97
2113,8	65,98
2146,32	66
2178,84	66,01
2211,36	66,02
2243,88	66,03
2276,4	66,04
2308,92	66,05
2341,44	66,05
2373,96	66,06
2406,48	66,06
2439	66,07
2471,52	66,07
2504,04	66,07
2536,56	66,07
2569,08	66,08
2601,6	66,08
2634,12	66,08
2666,64	66,08
2699,16	66,08
2731,68	66,08
2764,2	66,08
2796,72	66,08
2829,24	66,08
2861,76	66,08

---

---

t(s)	T(°C)
2894,28	66,08
2926,8	66,08
2959,32	66,08
2991,84	66,08
3024,36	66,08
3056,88	66,08
3089,4	66,08
3121,92	66,08
3154,44	66,08
3186,96	66,08
3219,48	66,08
3252	66,08
3284,52	66,07
3317,04	66,07
3349,56	66,07
3382,08	66,07
3414,6	66,07
3447,12	66,07
3479,64	66,07
3512,16	66,07
3544,68	66,07
3577,2	66,07
3609,72	66,07
3642,24	66,07
3674,76	66,07
3707,28	66,07
3739,8	66,07
3772,32	66,07
3804,84	66,07
3837,36	66,07
3869,88	66,07
3902,4	66,07
3934,92	66,06
3967,44	66,06
3999,96	66,06
4032,48	66,06
4065	66,06

Tabela A25 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	22,9
25	38,8
49	43
73	44,7
97	46,2
121	46,7
145	46,7
170	47,1
194	47,3
218	48
242	47,5
266	47,7
290	48
315	48,1
339	47,7
363	48,6
387	47,9
411	47,7
435	47,8
460	48,5
484	47,8
508	48,7
532	48,5
556	49,2
580	49,2
604	49,3
629	49,4
653	48,5
677	49,2
701	49,3
725	49,5
749	49,4
774	49
798	49
822	49
846	49,2
870	49,8

---

t(s)	T(°C)
894	49,8
919	49,9
943	50,1
967	50,1
991	50,2
1015	50,1
1039	51
1063	50,8
1088	51,3
1112	52,4
1136	52,4
1160	53,1
1184	53,8
1208	56,2
1233	56,6
1257	56,9
1281	57
1305	57,2
1329	56,7
1353	58,1
1378	58,8
1402	60
1426	59,5
1450	60,3
1474	62,7
1498	62,9
1522	63,5
1547	63,3
1571	63,5
1595	63,9
1619	63,5
1643	63,7
1667	63,1
1692	63,7
1716	63,5
1740	63,2
1764	63,4
1788	62,7
1812	62,6
1837	63,6
1861	63,2

---



---

t(s)	T(°C)
1885	63,2
1909	63,5
1933	63,3
1957	63,6
1982	64
2006	63,9
2030	64,3
2054	64
2078	63,4
2102	63,3
2126	63,2
2151	63,2
2175	63,1
2199	62,9
2223	63,3
2247	63,5
2271	63,1
2296	63,2
2320	63,3
2344	63,2
2368	63,7
2392	63,3
2416	63,6
2441	63,5
2465	63,6
2489	63,4
2513	62,9
2537	62,9
2561	63,1
2585	62,9
2610	63,4
2634	63,4
2658	63,1
2682	62,8
2706	63,3
2730	63,5
2755	63,7
2779	63,3
2803	63,1
2827	63,5
2851	64

---

t(s)	T(°C)
2875	64
2900	63,7
2924	63,8
2948	64,6
2972	64,2
2996	64,4
3020	64,2
3044	64,2

Tabela A26 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 2 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	21,3
23	38
46	40,2
68	41,6
91	43,3
114	44,4
136	45,7
159	46,6
181	46,9
204	45,7
227	47,4
249	46,4
272	47,5
294	47,6
317	47,9
340	46,7
362	48
385	46,7
407	46,6
430	46,6
453	48,3
475	47,8
498	47,2
520	48,6
543	48
566	47,7
588	47,8
611	49
633	47,9
656	49,2
679	47,9
701	48
724	49
746	49,2
769	48,4
792	47,6
814	48,1

---

t(s)	T(°C)
837	50,1
859	50,1
882	50,3
905	50,4
927	50,9
950	51,9
972	53,2
995	53,8
1018	55,2
1040	54,3
1063	55,3
1085	55,1
1108	56,7
1131	58,2
1153	58,4
1176	61,1
1198	62,3
1221	61,8
1244	62,3
1266	64,4
1289	63,5
1311	64,3
1334	63,6
1357	63,9
1379	63,6
1402	64,4
1424	64,9
1447	64,2
1470	64,8
1492	63,5
1515	64
1538	63,7
1560	64,5
1583	64,6
1605	63,6
1628	63,7
1651	64,7
1673	63,6
1696	64,2
1718	64,2
1741	63,4

---

---

t(s)	T(°C)
1764	64,4
1786	63,2
1809	63,2
1831	63,4
1854	64,8
1877	64,6
1899	64
1922	63,8
1944	63,5
1967	64
1990	63,6
2012	63,8
2035	63,9
2057	65,5
2080	65
2103	64,6
2125	64,2
2148	65,5
2170	65,6
2193	65,8
2216	65,8
2238	65,8
2261	65,2
2283	65,5
2306	65,3
2329	64,3
2351	65,6
2374	65,1
2396	64,9
2419	65,1
2442	63,9
2464	64,4
2487	65,1
2509	65
2532	64,9
2555	64,4
2577	64,8
2600	64,9
2622	65
2645	64,2
2668	63,1

---

t(s)	T(°C)
2690	63,7
2713	63,7
2735	65
2758	63,9
2781	63,7
2803	64,8
2826	64,3
2848	64,5

Tabela A27 – Temperaturas experimentais em função do tempo na superfície interna da parede do segundo recipiente C2, para a amostra 3 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	22,6
21	39,2
43	41,4
65	42,9
87	44,1
109	45,2
131	45,6
153	45,5
175	46,1
196	46,2
218	45,8
240	46,5
262	46,4
284	46,2
306	46,4
328	46,8
350	46,3
371	47,6
393	47,5
415	47,6
437	47,9
459	47,7
481	48,2
503	47,7
525	48,1
547	48,3
568	48,4
590	48
612	47,7
634	47,6
656	48,1
678	47,9
700	48,4
722	49,3
743	49,7
765	49,2
787	49,2

---

t(s)	T(°C)
809	49,2
831	49,4
853	49,6
875	50,1
897	49,8
919	49,7
940	50,1
962	50,4
984	50,8
1006	51,6
1028	53,5
1050	53,9
1072	54
1094	54,4
1115	54,5
1137	54,9
1159	56,5
1181	57,1
1203	57,5
1225	58,6
1247	60,3
1269	61,5
1290	61,7
1312	61,5
1334	61,9
1356	61,9
1378	61,9
1400	62
1422	62,2
1444	62
1466	62,7
1487	62,4
1509	62,6
1531	62,4
1553	62,6
1575	62,7
1597	62,6
1619	62,6
1641	62,7
1662	62,1
1684	62,5



---

t(s)	T(°C)
1706	62,5
1728	62
1750	62,3
1772	62,9
1794	62,9
1816	63,4
1838	63,7
1859	64,5
1881	65,2
1903	65,5
1925	66
1947	65,9
1969	65,9
1991	66
2013	65,9
2034	65,7
2056	65,6
2078	65,8
2100	65,7
2122	65,6
2144	65,6
2166	65,6
2188	65,4
2209	64,9
2231	64,7
2253	64,6
2275	64,8
2297	64,8
2319	64,6
2341	64,7
2363	64,1
2385	63,9
2406	64
2428	64,6
2450	64,9
2472	65,1
2494	65
2516	64,7
2538	65,1
2560	64,7
2581	64,5

---

t(s)	T(°C)
2603	64,3
2625	64,4
2647	64,1
2669	64,4
2691	64,3
2713	64,5
2735	64,6
2757	64,9

Tabela A28 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	22,3
31	22,1
62	22,1
93	22
185	22,2
277	22,9
369	24,8
462	26,8
554	29,2
646	31,7
738	34,1
831	36,1
923	38
1015	39,5
1107	41
1200	42,5
1292	43,7
1384	44,7
1476	46
1569	47,6
1661	48,9
1753	50,7
1845	52,3
1938	53,8
2030	55,5
2122	56,5
2214	57,5
2307	58,4
2399	59,6
2491	60,1
2583	60,5
2676	61,1
2768	61,5
2860	61,8
2952	61,9
3044	62,1

Tabela A29 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 2 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	21,6
29	21,7
58	21,8
87	21,9
173	22
259	22,6
346	23,6
432	25
518	27,1
605	29,3
691	31,2
777	33,1
864	35,1
950	36,8
1036	38,6
1122	39,9
1209	41,5
1295	43,2
1381	44,8
1468	47
1554	48,9
1640	51
1727	52,9
1813	54,3
1899	55,6
1985	57
2072	58,2
2158	59
2244	59,8
2331	60,4
2417	61,2
2503	61,6
2590	62,1
2676	62,4
2762	62,7
2848	63,1

Tabela A30 – Temperaturas experimentais no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 3 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	22,3
28	22,3
56	22,2
84	22,3
168	22,5
251	22,7
335	23,5
418	25
502	26,4
585	28,3
669	30,3
752	32,2
836	34
919	35,9
1003	37,4
1087	39,1
1170	40,3
1254	41,8
1337	43
1421	44,7
1504	46,1
1588	47,7
1671	49,7
1755	51,1
1838	52,9
1922	54,2
2006	55,3
2089	56,6
2173	57,8
2256	58,4
2340	60
2423	60,7
2507	61,3
2590	61,6
2674	62,2
2757	62,8

Tabela A31 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do segundo recipiente C2, para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)
0	22,3
24,35	22,3
48,7	22,3
73,06	22,3
97,41	22,3
121,76	22,31
146,11	22,32
170,46	22,37
194,82	22,45
219,17	22,58
243,52	22,78
267,87	23,03
292,22	23,35
316,58	23,73
340,93	24,16
365,28	24,65
389,63	25,18
413,98	25,74
438,34	26,34
462,69	26,96
487,04	27,6
511,39	28,25
535,74	28,9
560,1	29,57
584,45	30,22
608,8	30,88
633,15	31,53
657,5	32,17
681,86	32,8
706,21	33,41
730,56	34,01
754,91	34,6
779,26	35,17
803,62	35,73
827,97	36,26
852,32	36,79
876,67	37,29
901,02	37,78
925,38	38,25
949,73	38,7
974,08	39,14
998,43	39,56

---

t(s)	T(°C)
1022,78	39,97
1047,14	40,36
1071,49	40,74
1095,84	41,1
1120,19	41,45
1144,54	41,79
1168,9	42,11
1193,25	42,43
1217,6	42,74
1241,95	43,04
1266,3	43,35
1290,66	43,65
1315,01	43,95
1339,36	44,26
1363,71	44,56
1388,06	44,88
1412,42	45,2
1436,77	45,53
1461,12	45,86
1485,47	46,21
1509,82	46,56
1534,18	46,92
1558,53	47,29
1582,88	47,67
1607,23	48,06
1631,58	48,45
1655,94	48,86
1680,29	49,27
1704,64	49,69
1728,99	50,12
1753,34	50,56
1777,7	50,99
1802,05	51,43
1826,4	51,87
1850,75	52,3
1875,1	52,72
1899,46	53,14
1923,81	53,55
1948,16	53,95
1972,51	54,34
1996,86	54,72
2021,22	55,08
2045,57	55,43
2069,92	55,77
2094,27	56,1
2118,62	56,41
2142,98	56,72

---

---

t(s)	T(°C)
2167,33	57,01
2191,68	57,28
2216,03	57,55
2240,38	57,81
2264,74	58,05
2289,09	58,28
2313,44	58,51
2337,79	58,72
2362,14	58,92
2386,5	59,12
2410,85	59,3
2435,2	59,48
2459,55	59,65
2483,9	59,81
2508,26	59,97
2532,61	60,12
2556,96	60,26
2581,31	60,39
2605,66	60,52
2630,02	60,65
2654,37	60,76
2678,72	60,88
2703,07	60,99
2727,42	61,09
2751,78	61,19
2776,13	61,29
2800,48	61,38
2824,83	61,47
2849,18	61,55
2873,54	61,64
2897,89	61,72
2922,24	61,79
2946,59	61,87
2970,94	61,94
2995,3	62,01
3019,65	62,08
3044	62,17



Tabela A32 – Temperaturas simuladas em função do tempo no centro geométrico do segundo recipiente C2, considerando as temperaturas de contorno de superfície constantes nos intervalos de tempos: de  $0 \leq t \leq 990$  s (48,0 °C); de  $991 \leq t \leq 1440$  s (55,5 °C); de  $1441 \leq t \leq 1680$  s (64,0 °C) para a amostra 1 de jaca.

t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)	t(s)	T(°C)
0,00	20,80	2818,74	61,48	2878,10	61,68
220,69	21,26	2820,27	61,49	2879,62	61,69
385,07	24,39	2821,79	61,49	2881,15	61,69
589,01	30,13	2823,31	61,50	2882,67	61,70
643,81	31,63	2824,83	61,50	2884,19	61,70
736,65	33,98	2826,35	61,51	2885,71	61,71
879,72	37,09	2827,88	61,51	2887,23	61,71
1132,37	41,10	2829,40	61,52	2888,76	61,72
1290,66	43,05	2830,92	61,52	2890,28	61,72
1689,42	49,12	2832,44	61,53	2891,80	61,73
1826,40	51,77	2833,96	61,53	2893,32	61,73
1998,39	54,79	2835,49	61,54	2894,84	61,74
2085,14	56,05	2837,01	61,54	2896,37	61,74
2205,38	57,52	2838,53	61,55	2897,89	61,75
2295,18	58,42	2840,05	61,56	2899,41	61,75
2458,03	59,70	2841,57	61,56	2900,93	61,76
2543,26	60,23	2843,10	61,57	2902,45	61,76
2693,94	60,99	2844,62	61,57	2903,98	61,77
2786,78	61,36	2846,14	61,58	2905,50	61,77
2788,30	61,37	2847,66	61,58	2907,02	61,77
2789,83	61,38	2849,18	61,59	2908,54	61,78
2791,35	61,38	2850,71	61,59	2910,06	61,78
2792,87	61,39	2852,23	61,60	2911,59	61,79
2794,39	61,39	2853,75	61,60	2913,11	61,79
2795,91	61,40	2855,27	61,61	2914,63	61,80
2797,44	61,40	2856,79	61,61	2916,15	61,80
2798,96	61,41	2858,32	61,62	2917,67	61,81
2800,48	61,42	2859,84	61,62	2919,20	61,81
2802,00	61,42	2861,36	61,63	2920,72	61,82
2803,52	61,43	2862,88	61,63	2922,24	61,82
2805,05	61,43	2864,40	61,64	2923,76	61,83
2806,57	61,44	2865,93	61,64	2925,28	61,83
2808,09	61,44	2867,45	61,65	2926,81	61,84
2809,61	61,45	2868,97	61,65	2928,33	61,84
2811,13	61,45	2870,49	61,66	2929,85	61,85

---

t(s)	T(°C)
2812,66	61,46
2814,18	61,46
2937,46	61,87
2938,98	61,87
2940,50	61,88
2942,03	61,88
2943,55	61,89
2945,07	61,89
2946,59	61,90
2948,11	61,90

t(s)	T(°C)
2872,01	61,66
2873,54	61,67
2949,64	61,90
2951,16	61,91
2952,68	61,91
2954,20	61,92
2977,03	61,98
2978,55	61,99
2980,08	61,99
2981,60	62,00

t(s)	T(°C)
2931,37	61,85
2932,89	61,85
2998,34	62,04
3001,38	62,05
3002,91	62,06
3005,95	62,07
3007,47	62,07
3010,52	62,08
3015,08	62,09
3044,00	62,17

Tabela A33 – Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J1 (C1).

t(s)	T(°C)
0	20,8
32,52	20,8
65,04	20,81
97,56	20,92
130,08	21,31
162,6	22,06
195,12	23,13
227,64	24,46
260,16	25,96
292,68	27,56
325,2	29,22
357,72	30,91
390,24	32,62
422,76	34,31
455,28	36,01
487,8	37,69
520,32	39,37
552,84	41,04
585,36	42,7
617,88	44,31
650,4	45,86
682,92	47,35
715,44	48,78
747,96	50,17
780,48	51,51
813	52,82
845,52	54,07
878,04	55,26
910,56	56,4
943,08	57,46
975,6	58,46
1008,12	59,38
1040,64	60,23
1073,16	61,01
1105,68	61,71
1138,2	62,34
1170,72	62,91
1203,24	63,41

---

t(s)	T(°C)
1235,76	63,86
1268,28	64,26
1300,8	64,62
1333,32	64,94
1365,84	65,22
1398,36	65,47
1430,88	65,68
1463,4	65,87
1495,92	66,02
1528,44	66,15
1560,96	66,26
1593,48	66,34
1626	66,41
1658,52	66,47
1691,04	66,52
1723,56	66,55
1756,08	66,58
1788,6	66,6
1821,12	66,62
1853,64	66,63
1886,16	66,64
1918,68	66,64
1951,2	66,65
1983,72	66,65
2016,24	66,65
2048,76	66,65
2081,28	66,66
2113,8	66,66
2146,32	66,66
2178,84	66,66
2211,36	66,66
2243,88	66,67
2276,4	66,67
2308,92	66,67
2341,44	66,68
2373,96	66,68
2406,48	66,69
2439	66,7
2471,52	66,7
2504,04	66,71
2536,56	66,72
2569,08	66,73
2601,6	66,74

---

---

t(s)	T(°C)
2634,12	66,75
2666,64	66,76
2699,16	66,77
2731,68	66,78
2764,2	66,79
2796,72	66,8
2829,24	66,82
2861,76	66,83
2894,28	66,84
2926,8	66,86
2959,32	66,87
2991,84	66,88
3024,36	66,9
3056,88	66,91
3089,4	66,92
3121,92	66,94
3154,44	66,95
3186,96	66,97
3219,48	66,98
3252	67
3284,52	67,01
3317,04	67,02
3349,56	67,04
3382,08	67,05
3414,6	67,07
3447,12	67,08
3479,64	67,1
3512,16	67,11
3544,68	67,12
3577,2	67,14
3609,72	67,15
3642,24	67,17
3674,76	67,18
3707,28	67,19
3739,8	67,21
3772,32	67,22
3804,84	67,24
3837,36	67,25
3869,88	67,26
3902,4	67,28
3934,92	67,29
3967,44	67,3
3999,96	67,31
4032,48	67,33
4065	67,34

---

Tabela A34 – Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J2 (C1).

t(s)	T(°C)
0	20,9
32,52	20,9
65,04	20,91
97,56	21,03
130,08	21,44
162,6	22,25
195,12	23,41
227,64	24,84
260,16	26,45
292,68	28,16
325,2	29,93
357,72	31,71
390,24	33,49
422,76	35,25
455,28	36,99
487,8	38,71
520,32	40,4
552,84	42,08
585,36	43,73
617,88	45,32
650,4	46,83
682,92	48,25
715,44	49,6
747,96	50,87
780,48	52,08
813	53,22
845,52	54,29
878,04	55,31
910,56	56,26
943,08	57,15
975,6	57,98
1008,12	58,75
1040,64	59,46
1073,16	60,11
1105,68	60,71
1138,2	61,25
1170,72	61,74
1203,24	62,18
1235,76	62,57
1268,28	62,92
1300,8	63,22

---

t(s)	T(°C)
1333,32	63,49
1365,84	63,73
1398,36	63,94
1430,88	64,12
1463,4	64,29
1495,92	64,43
1528,44	64,57
1560,96	64,69
1593,48	64,79
1626	64,89
1658,52	64,98
1691,04	65,06
1723,56	65,13
1756,08	65,19
1788,6	65,25
1821,12	65,3
1853,64	65,35
1886,16	65,39
1918,68	65,43
1951,2	65,46
1983,72	65,49
2016,24	65,51
2048,76	65,54
2081,28	65,56
2113,8	65,57
2146,32	65,59
2178,84	65,6
2211,36	65,61
2243,88	65,62
2276,4	65,63
2308,92	65,64
2341,44	65,64
2373,96	65,65
2406,48	65,65
2439	65,65
2471,52	65,65
2504,04	65,65
2536,56	65,65
2569,08	65,65
2601,6	65,65
2634,12	65,65
2666,64	65,64
2699,16	65,64
2731,68	65,64
2764,2	65,63
2796,72	65,63
2829,24	65,62

---

---

t(s)	T(°C)
2861,76	65,62
2894,28	65,61
2926,8	65,61
2959,32	65,6
2991,84	65,6
3024,36	65,59
3056,88	65,59
3089,4	65,58
3121,92	65,58
3154,44	65,57
3186,96	65,57
3219,48	65,56
3252	65,55
3284,52	65,55
3317,04	65,54
3349,56	65,54
3382,08	65,53
3414,6	65,52
3447,12	65,52
3479,64	65,51
3512,16	65,51
3544,68	65,5
3577,2	65,49
3609,72	65,49
3642,24	65,48
3674,76	65,48
3707,28	65,47
3739,8	65,47
3772,32	65,46
3804,84	65,45
3837,36	65,45
3869,88	65,44
3902,4	65,44
3934,92	65,43
3967,44	65,43
3999,96	65,42
4032,48	65,42
4065	65,41



Tabela A35 – Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência J3 (C1).

t(s)	T(°C)
0	20,8
32,52	20,8
65,04	20,81
97,56	20,93
130,08	21,33
162,6	22,09
195,12	23,18
227,64	24,53
260,16	26,05
292,68	27,68
325,2	29,35
357,72	31,02
390,24	32,67
422,76	34,28
455,28	35,83
487,8	37,32
520,32	38,75
552,84	40,1
585,36	41,41
617,88	42,71
650,4	44,05
682,92	45,42
715,44	46,82
747,96	48,22
780,48	49,58
813	50,9
845,52	52,16
878,04	53,35
910,56	54,47
943,08	55,51
975,6	56,47
1008,12	57,37
1040,64	58,19
1073,16	58,95
1105,68	59,65
1138,2	60,3
1170,72	60,89
1203,24	61,44
1235,76	61,94
1268,28	62,41
1300,8	62,83

---

t(s)	T(°C)
1333,32	63,22
1365,84	63,57
1398,36	63,89
1430,88	64,17
1463,4	64,42
1495,92	64,64
1528,44	64,84
1560,96	65,01
1593,48	65,15
1626	65,28
1658,52	65,39
1691,04	65,49
1723,56	65,57
1756,08	65,64
1788,6	65,7
1821,12	65,75
1853,64	65,79
1886,16	65,82
1918,68	65,85
1951,2	65,87
1983,72	65,89
2016,24	65,91
2048,76	65,92
2081,28	65,92
2113,8	65,93
2146,32	65,93
2178,84	65,93
2211,36	65,93
2243,88	65,93
2276,4	65,92
2308,92	65,92
2341,44	65,91
2373,96	65,91
2406,48	65,9
2439	65,89
2471,52	65,88
2504,04	65,87
2536,56	65,87
2569,08	65,86
2601,6	65,85
2634,12	65,84
2666,64	65,83
2699,16	65,82
2731,68	65,81
2764,2	65,8
2796,72	65,79
2829,24	65,78

---

---

t(s)	T(°C)
2861,76	65,77
2894,28	65,76
2926,8	65,75
2959,32	65,74
2991,84	65,74
3024,36	65,73
3056,88	65,72
3089,4	65,71
3121,92	65,7
3154,44	65,69
3186,96	65,68
3219,48	65,68
3252	65,67
3284,52	65,66
3317,04	65,65
3349,56	65,65
3382,08	65,64
3414,6	65,63
3447,12	65,62
3479,64	65,62
3512,16	65,61
3544,68	65,6
3577,2	65,6
3609,72	65,59
3642,24	65,59
3674,76	65,58
3707,28	65,57
3739,8	65,57
3772,32	65,56
3804,84	65,56
3837,36	65,55
3869,88	65,54
3902,4	65,54
3934,92	65,53
3967,44	65,53
3999,96	65,52
4032,48	65,52
4065	65,51

Tabela A36 – Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência JJ2 (C2).

t(s)	T(°C)
0	21,6
22,78	21,6
45,57	21,6
68,35	21,6
91,14	21,6
113,92	21,6
136,7	21,61
159,49	21,63
182,27	21,68
205,06	21,76
227,84	21,88
250,62	22,06
273,41	22,28
296,19	22,55
318,98	22,88
341,76	23,25
364,54	23,67
387,33	24,12
410,11	24,61
432,9	25,12
455,68	25,66
478,46	26,21
501,25	26,78
524,03	27,36
546,82	27,94
569,6	28,53
592,38	29,12
615,17	29,7
637,95	30,28
660,74	30,85
683,52	31,42
706,3	31,97
729,09	32,52
751,87	33,05
774,66	33,57
797,44	34,08
820,22	34,57
843,01	35,05
865,79	35,52
888,58	35,97
911,36	36,41

---

t(s)	T(°C)
934,14	36,84
956,93	37,25
979,71	37,65
1002,5	38,04
1025,28	38,42
1048,06	38,79
1070,85	39,15
1093,63	39,51
1116,42	39,88
1139,2	40,24
1161,98	40,61
1184,77	40,99
1207,55	41,37
1230,34	41,76
1253,12	42,16
1275,9	42,56
1298,69	42,98
1321,47	43,41
1344,26	43,86
1367,04	44,31
1389,82	44,79
1412,61	45,27
1435,39	45,77
1458,18	46,27
1480,96	46,79
1503,74	47,31
1526,53	47,83
1549,31	48,36
1572,1	48,88
1594,88	49,4
1617,66	49,92
1640,45	50,42
1663,23	50,92
1686,02	51,41
1708,8	51,89
1731,58	52,36
1754,37	52,81
1777,15	53,25
1799,94	53,68
1822,72	54,1
1845,5	54,5
1868,29	54,89
1891,07	55,27
1913,86	55,64
1936,64	55,99
1959,42	56,33
1982,21	56,66

---

---

t(s)	T(°C)
2004,99	56,98
2027,78	57,28
2050,56	57,58
2073,34	57,86
2096,13	58,14
2118,91	58,4
2141,7	58,65
2164,48	58,89
2187,26	59,13
2210,05	59,35
2232,83	59,57
2255,62	59,78
2278,4	59,98
2301,18	60,17
2323,97	60,36
2346,75	60,53
2369,54	60,7
2392,32	60,87
2415,1	61,02
2437,89	61,17
2460,67	61,32
2483,46	61,46
2506,24	61,59
2529,02	61,72
2551,81	61,84
2574,59	61,96
2597,38	62,07
2620,16	62,18
2642,94	62,28
2665,73	62,38
2688,51	62,47
2711,3	62,56
2734,08	62,65
2756,86	62,73
2779,65	62,81
2802,43	62,88
2825,22	62,95
2848	63,02

Tabela A37 – Temperaturas simuladas em função do tempo, geradas usando a difusividade térmica aparente, obtida pela otimização dos dados da experiência, JJ1 (C2), com os dados da experiência JJ3 (C2).

t(s)	T(°C)
0	22,3
22,06	22,3
44,11	22,3
66,17	22,3
88,22	22,3
110,28	22,3
132,34	22,32
154,39	22,34
176,45	22,4
198,5	22,49
220,56	22,62
242,62	22,79
264,67	23
286,73	23,26
308,78	23,56
330,84	23,89
352,9	24,26
374,95	24,65
397,01	25,07
419,06	25,51
441,12	25,97
463,18	26,44
485,23	26,93
507,29	27,42
529,34	27,93
551,4	28,44
573,46	28,95
595,51	29,47
617,57	29,98
639,62	30,5
661,68	31,02
683,74	31,53
705,79	32,04
727,85	32,55
749,9	33,06
771,96	33,57
794,02	34,07
816,07	34,57
838,13	35,06
860,18	35,55
882,24	36,04

---

t(s)	T(°C)
904,3	36,52
926,35	36,99
948,41	37,47
970,46	37,94
992,52	38,4
1014,58	38,86
1036,63	39,32
1058,69	39,77
1080,74	40,22
1102,8	40,67
1124,86	41,11
1146,91	41,55
1168,97	41,98
1191,02	42,41
1213,08	42,83
1235,14	43,26
1257,19	43,67
1279,25	44,09
1301,3	44,5
1323,36	44,91
1345,42	45,31
1367,47	45,71
1389,53	46,11
1411,58	46,5
1433,64	46,89
1455,7	47,28
1477,75	47,66
1499,81	48,04
1521,86	48,41
1543,92	48,79
1565,98	49,15
1588,03	49,52
1610,09	49,88
1632,14	50,24
1654,2	50,59
1676,26	50,94
1698,31	51,29
1720,37	51,63
1742,42	51,97
1764,48	52,3
1786,54	52,63
1808,59	52,96
1830,65	53,28
1852,7	53,6
1874,76	53,91
1896,82	54,22
1918,87	54,53

---



---

t(s)	T(°C)
1940,93	54,83
1962,98	55,12
1985,04	55,42
2007,1	55,7
2029,15	55,99
2051,21	56,27
2073,26	56,54
2095,32	56,81
2117,38	57,07
2139,43	57,33
2161,49	57,59
2183,54	57,84
2205,6	58,08
2227,66	58,32
2249,71	58,56
2271,77	58,79
2293,82	59,01
2315,88	59,23
2337,94	59,44
2359,99	59,65
2382,05	59,85
2404,1	60,05
2426,16	60,24
2448,22	60,43
2470,27	60,61
2492,33	60,78
2514,38	60,95
2536,44	61,11
2558,5	61,27
2580,55	61,42
2602,61	61,57
2624,66	61,7
2646,72	61,84
2668,78	61,96
2690,83	62,08
2712,89	62,2
2734,94	62,31
2757	62,41

# **APÊNDICE B:**

## **Programas desenvolvidos**

Código B1 – Programa em Fortran para obter as raízes da função de Bessel de primeiro tipo e ordem zero pelo método da secante.

```
PROGRAM RAIZBESSEL_O

USE DFPORT

COMMON RAIZ(220)

OPEN(UNIT=1,FILE='RAIZES.TXT')

OPEN(UNIT=2,FILE='RAIZES.S.TXT')

X1=2.

X2=3.

DO N=1,200

F1=BESJ0(X1)

F2=BESJ0(X2)

X3=(X1*F2-X2*F1)/(F2-F1)

IF(ABS(X3-X2).LT.1.E-8) THEN

WRITE(1,4)X3

WRITE(2,3) 'Raiz(',N,')=',X3

3  FORMAT(20X,A,I3,A,F8.4)
4  FORMAT(F8.4)

GOTO 2

END IF

2 CONTINUE

X1=X2
```

X2=X3+3.14159

END DO

STOP

END

Código B2 – Programa em Fortran para obter a solução analítica da equação de difusão para o cilindro finito.

```
PROGRAM FINITECYL
IMPLICIT NONE
USE DFPORT
DOUBLE PRECISION AN(300), AM(300), B(300), C(300), D(300)
DOUBLE PRECISION TEMPO, PHI, R, L, E(300), TOO, RAIZES(300) DOUBLE
PRECISION ALFA, RA, TA, Y, PI, DELTAT

INTEGER NTT, N

OPEN(UNIT=1,FILE='RAIZES.TXT')

OPEN(UNIT=10,FILE='TEMP_ANALITICA.TXT')

RA = 0.0D+00

R = 40.0D-3

L = 125.0D-3

Y=L/2

PI = 3.14159D+00

TA = 80.0D+00

TOO = 5.264620D+00

N=200

DO I=1,N

READ(1,*)RAIZES(I)

AN(I)= 2/(RAIZES(I)*DBESJ1(RAIZES(I)))

AM(I)=((-1)**(I+1))*4/((2*I-1)*PI)
```

```

B(I)=DBESJ0(RAIZES(I)*RA/R)

C(I)=(Y/2*L)*(2*I-1)*PI

D(I)=RAIZES(I)**2/R**2

E(I)=(((2*I-1)**2)*PI**2)/((L/2)**2)

END DO

CLOSE(1)

ALFA=1.5421D-7

DELTAT=6.624D+00

TEMPO=0.0D+00

WRITE(10,*)TEMPO,TOO

DO NTT=1,1000

PHI=0.0D+00

TEMPO=TEMPO+DELTAT

DO K=1,N

    DO J=1,N

        PHI=PHI+AN(K)*AM(J)*B(K)*COS(C(J))*EXP(-D(K)+E(J))*ALFA*TEMPO)

    END DO

END DO

WRITE(10,*)TEMPO,TA+(TOO-TA)*PHI

END DO

CLOSE(10)

END

```

Código B3 – Programa em Fortran para obter a solução numérica da equação de difusão para o cilindro finito com condição de contorno do primeiro tipo (Dirichlet) constante ou variável e parâmetros de transporte, também constante ou variável.

```
PROGRAM CONT_DIF_FIP_CTE_VAR
IMPLICIT NONE
DOUBLE PRECISION ,FI(1000,1000),FIOP(1000,1000),GAMA(1000,1000)
DOUBLE PRECISION TEMPERATURA, FIAN(1000,1000), AE, AN, AW, AS, SC
DOUBLE PRECISION RP, RE, RW, R, Ly, DELTAR, DELTAY, DELTAT, B, AP
DOUBLE PRECISION LBDA, LBDAOP, FICE, FICN, FICS, FICW, TEMPO, TK, SP

INTEGER M,N,J,NTT,I,TEMPO_DE_INTERESSE

OPEN(UNIT=1, FILE='WC_CALORW0.TXT')

OPEN(UNIT=2, FILE='WCC2V_GAMAVAR1.TXT')

!OPEN(UNIT=7,FILE='CENTROTOMATE2.TXT')

!OPEN(UNIT=8,FILE='ERRO.TXT')

! Definir o número de volumes de controle em R (raio) e em Ly (altura).
M =
N =
!Definir valor do raio e da altura do cilindro.
R =
Ly =
DELTAR = R/DFLOAT(M)
!!!CSAX=1.0

!!!L=Ly/2.
DELTAY = L/DFLOAT(N)
```

```

! Definir intervalo de tempo.
DELTAT =
! Definir parâmetro lambda.
LBDA =
LBDAOP =
! Definir o termo fonte linear independente de Fi e o dependente.
SC =
SP =
! Definir o tempo total.
NTT =
! Definir tempo inicial de interação de Gauss-Seidel e no tempo.
TK=0.0
TEMPO=0.0D+00

DO I = 1,M
    DO J = 1,N
        FIOP(I,J)=19.468D+00 ! Temperatura inicial.

        FIANT(I,J) = 19.468D+00 ! Temperatura no tempo anterior.

        FI(I,J) = FIANT(I,J)

        !WRITE(2,3)TK,FI(I,J)

        GAMA(I,J)=1.3982D-7 ! Definir o parâmetro constante ou variável.

    END DO
END DO

DO TEMPO_DE_INTERESSE=1,NTT+1
    WRITE (2,3)TEMPO, FI(m,n)
    TEMPO=TEMPO+DELTAT ! Interação no tempo

```



FICE = TEMPERATURA ! Define a temperatura para todos os contornos,

constante ou variável.

FICN = FICE

FICS = FICE

5 CONTINUE

DO I = 1,M

    DO J = 1,N

        FIANT(I,J) = FI(I,J)

    END DO

END DO

TK=TK+1 ! tempo de interação de Gauss-Seidel linha a linha

DO I = 1,M

    IF(I == 1)THEN

    !=====

    !VOLUME DE CONTOLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA, !SUDOESTE.

    !VALORES DO RAIIO AO PONTO NODAL P E AS INTEFACES A LESTE(E) !E

    AO OESTE (W).

        RP = R/DFLOAT((N\*2))

        RE = R/DFLOAT(N)

        RW = 0.0

!COEFICIENTES DAS INTERFACES, "E" LESTE, "W" OESTE, "N" NORTE &E  
"S" !SUL.

$$AE = (((2 * GAMA(1,1) * GAMA(1,2)) / (GAMA(1,1) + & \\ & + GAMA(1,2))) * RE * DELTAY) / DELTAR$$

$$AS = (GAMA(1,1) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$AW = (GAMA(1,1) * RW * DELTAY) / DELTAR$$

$$AN = (((2 * GAMA(1,1) * GAMA(2,1)) / (GAMA(1,1) + & \\ & + GAMA(2,1))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

!=====

!CALCULO DO TERMO FONTE B, E DO COEFICIENTE AP E DA VARIÁVEL,  
FIP( Temperaturas no ponto nodal P).

$$B = (LBDAOP * RP * DELTAR * DELTAY * FIOP(1,1)) / DELTAT + & \\ & + (SC * RP * DELTAR * DELTAY) + 2 * AS * FICS * csax$$

$$AP = (LBDA * RP * DELTAR * DELTAY) / DELTAT + AE + AN + 2 * AS * csax - & \\ & - SP * RP * DELTAR * DELTAY$$

$$FI(1,1) = (1/AP) * (AE * FI(1,2) + AN * FI(2,1) + B)$$

!=====

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA, SUL.

DO J = 2,(N-1)

$$RE = (J * R) / DFLOAT(N)$$

$$RW = ((J-1) * R) / DFLOAT(N)$$

$$RP = (((2 * J) - 1) * R) / DFLOAT((2 * N))$$

$$AE = (((2 * GAMA(1,J) * GAMA(1,J+1)) / (GAMA(1,J) + & \\ & + GAMA(1,J+1))) * RE * DELTAY) / DELTAR$$

$$AS = (GAMA(1,J) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$AW = (((2 * GAMA(1,J) * GAMA(1,J-1)) / (GAMA(1,J) + & \\ & + GAMA(1,J-1))) * RW * DELTAY) / DELTAR$$

$$AN = (((2 * GAMA(1,J) * GAMA(2,J)) / (GAMA(1,J) + \\ + GAMA(2,J))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$B = (LBDAOP * RP * DELTAR * DELTAY * FIOP(1,J)) / DELTAT + & \\ & + (SC * RP * DELTAR * DELTAY) + 2 * AS * FICS * csax$$

$$AP = (LBDA * RP * DELTAR * DELTAY) / DELTAT + AE + AW + AN + & \\ & + 2 * AS * csax - SP * RP * DELTAR * DELTAY$$

$$FI(1,J) = (1/AP) * (AW * FI(1,J-1) + AE * FI(1,J+1) + AN * FI(2,J) + B)$$

END DO

!\*\*\*\*\*!VOL  
 UME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA !SUDESTE.

$$RP = (((2 * N) - 1) * R) / DFLOAT((2 * N))$$

$$RE = R$$

$$RW = ((N - 1) * R) / DFLOAT(N)$$

$$AE = (GAMA(1,N) * RE * DELTAY) / DELTAR$$

$$AS = (GAMA(1,N) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$AW = (((2 * GAMA(1,N) * GAMA(1,N-1)) / (GAMA(1,N) + & \\ & + GAMA(1,N-1))) * RW * DELTAY) / DELTAR$$

$$AN = (((2 * GAMA(1,N) * GAMA(2,N)) / (GAMA(1,N) + & \\ & + GAMA(2,N))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$B = (LBDAOP * RP * DELTAR * DELTAY * FIOP(1,N)) / DELTAT + & \\ & + (SC * RP * DELTAR * DELTAY) + 2 * AE * FICE + 2 * AS * FICS * csax$$

$$AP = (LBDA * RP * DELTAR * DELTAY) / DELTAT + AW + 2 * AE + AN + & \\ & + 2 * AS * csax - SP * RP * DELTAR * DELTAY$$

$$FI(1,N) = (1/AP) * (AW * FI(1,N-1) + AN * FI(2,N) + B)$$

END IF

IF ( I >= 2 .AND. I < M) THEN

!\*\*\*\*\*

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA, OESTE.

$$RP = R / DFLOAT((2 * N))$$

$$RE = R / DFLOAT(N)$$

$$RW = 0.0$$

$$AE = (((2 * GAMA(I,1) * GAMA(1,2)) / (GAMA(1,1) + & \\ & + GAMA(1,2))) * RE * DELTAY) / DELTAR$$

$$AS = (((2 * GAMA(I,1) * GAMA(I-1,1)) / (GAMA(I,1) + & \\ & + GAMA(I-1,1))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$AW = (GAMA(I,1) * RW * DELTAY) / DELTAR$$

$$AN = (((2 * GAMA(I,1) * GAMA(I+1,1)) / (GAMA(I,1) + & \\ & + GAMA(I+1,1))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$B=(LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(I,1))/DELTAT+&$$

$$&+(SC*RP*DELTAR*DELTAY)$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT + AE + AN +&$$

$$&+AS - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(I,1) = (1/AP)*(AE*FI(I,2) + AN*FI(I+1,1) + AS*FI(I-1,1) + B)$$

!\*\*\*\*\*

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P, INTERNO

DO J = 2,(N-1)

$$RP = (((2*J)-1)*R)/DFLOAT((2*N))$$

$$RE = (J*R)/DFLOAT(N)$$

$$RW = ((J-1)*R)/DFLOAT(N)$$

$$AE = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(I,J+1))/(GAMA(I,J)+&$$

$$&+GAMA(I,J+1)))*RE*DELTAY)/DELTAR$$

$$AS = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(I-1,J))/(GAMA(I,J)+&$$

$$&+GAMA(I-1,J)))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$AW = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(I,J-1))/(GAMA(I,J)+&$$

$$&+GAMA(I,J-1)))*RW*DELTAY)/DELTAR$$

$$AN = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(I+1,J))/(GAMA(I,J)+&$$

$$&+GAMA(I+1,J)))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$B=(LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(I,J))/DELTAT+&$$

$$&+(SC*RP*DELTAR*DELTAY)$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT+AE+AW+AN+&$$

$$&+AS - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(I,J) = (1/AP)*(AE*FI(I,J+1) + AW*FI(I,J-1) + AN*FI(I+1,J) + \& \\ \&+AS*FI(I-1,J) + B)$$

END DO

!\*\*\*\*\*  
!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA,LESTE.

$$RP = (((2*N)-1)*R)/DFLOAT((2*N))$$

$$RE = R$$

$$RW = ((N-1)*R)/DFLOAT(N)$$

$$AE = (GAMA(I,N)*RE*DELTAY)/DELTAR$$

$$AS = (((2*GAMA(I,N)*GAMA(I-1,N))/(GAMA(I,N)+\& \\ \&+GAMA(I-1,N)))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$AW = (((2*GAMA(I,N)*GAMA(I,N-1))/(GAMA(I,N)+\& \\ \&+GAMA(I,N-1)))*RW*DELTAY)/DELTAR$$

$$AN = (((2*GAMA(I,N)*GAMA(I+1,N))/(GAMA(I,N)+\& \\ \&+GAMA(I+1,N)))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$B=(LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(I,N))/DELTAT+\& \\ \&+(SC*RP*DELTAR*DELTAY) + 2*AE*FICE$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT + AW + AN + AS +\& \\ \&+ 2*AE - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(I,N) = (1/AP)*(AW*FI(I,N-1) + AN*FI(I+1,N) + AS*FI(I-1,N) + B)$$

END IF

!\*\*\*\*\*

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA, NOROESTE.

IF( I == M)THEN

$$RP = R/DFLOAT((2*N))$$

$$RE = R/DFLOAT(N)$$

$$RW = 0.0$$

$$AE = (((2*GAMA(M,1)*GAMA(M,2))/(GAMA(M,1)+& \\ &+GAMA(M,2))))*RE*DELTAY)/DELTAR$$

$$AS = (((2*GAMA(M,1)*GAMA(M-1,1))/(GAMA(M,1)+& \\ &+GAMA(M-1,1))))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$AW = (GAMA(M,1)*RW*DELTAY)/DELTAR$$

$$AN = (GAMA(M,1)*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$B=(LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(M,1))/DELTAT+& \\ &+(SC*RP*DELTAR*DELTAY) + 2*AN*FICN$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT+AE + AS + & \\ &+2*AN - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(M,1) = (1/AP)*(AE*FI(M,2) + AS*FI(M-1,1) + B)$$

!\*\*\*\*\*

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA FRONTEIRA,NORTE.

DO J = 2,(N-1)

$$RP = (((2*J)-1)*R)/DFLOAT((2*N))$$

$$RE = (J*R)/DFLOAT(N)$$

$$RW = ((J-1)*R)/DFLOAT(N)$$

$$AE = (((2*GAMA(M,J)*GAMA(M,J+1))/(GAMA(M,J)+\& \\ \&+GAMA(M,J+1)))*RE*DELTAY)/DELTAR$$

$$AS = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(M-1,J))/(GAMA(M,J)+\& \\ \&+GAMA(M-1,J)))*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$AW = (((2*GAMA(I,J)*GAMA(I,J-1))/(GAMA(I,J)+\& \\ \&+GAMA(I,J-1)))*RW*DELTAY)/DELTAR$$

$$AN = (GAMA(M,J)*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$B=(LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(M,J))/DELTAT+\& \\ \&+(SC*RP*DELTAR*DELTAY) + 2*AN*FICN$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT+AE+AW+AS+\& \\ \&+ 2*AN - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(M,J) = (1/AP)*(AW*FI(M,J-1)+AE*FI(M,J+1)+AS*FI(M-1,J)+B)$$

END DO

!\*\*\*\*\*

!VOLUME DE CONTROLE DE PONTO NODAL P NA !FRONTEIRA,NORDESTE.



$$RP = (((2*N)-1)*R)/DFLOAT((2*N))$$

$$RE = R$$

$$RW = ((N-1)*R)/DFLOAT(N)$$

$$AE = (GAMA(M,N)*RE*DELTAY)/DELTAR$$

$$AS = (((2*GAMA(M,N)*GAMA(M-1,N))/(GAMA(M,N)+\& \\ \&+GAMA(M-1,N))) * RP * DELTAR) / DELTAY$$

$$AW = (((2*GAMA(M,N)*GAMA(M,N-1))/(GAMA(M,N)+\& \\ \&+GAMA(M,N-1))) * RW * DELTAY) / DELTAR$$

$$AN = (GAMA(M,N)*RP*DELTAR)/DELTAY$$

$$B = (LBDAOP*RP*DELTAR*DELTAY*FIOP(M,N))/DELTAT + \& \\ \& + (SC*RP*DELTAR*DELTAY) + 2*AE*FICE + 2*AN*FICN$$

$$AP = (LBDA*RP*DELTAR*DELTAY)/DELTAT + 2*AE + AW + 2*AN + \& \\ \& + AS - SP*RP*DELTAR*DELTAY$$

$$FI(M,N) = (1/AP) * (AW*FI(M,N-1) + AS*FI(M-1,N) + B)$$

END IF

END DO

!\*\*\*\*\*

DO I = 1,M

DO J = 1,N

IF(ABS(FI(I,J) - FIANT(I,J)) > 1.0D-8) THEN

GOTO 5

ENDIF

END DO

---

END DO

DO I=1,M

DO J=1,N

FIOP(I,J)=FI(I,J) ! Atualização do valor da temperatura

GAMA(I,J)= ! Atualização da condutividade ou difusividade térmica se variável.

ENDDO

ENDDO

END DO

WRITE(1,\*)' '

WRITE(1,\*)'NÚMERO DE INTERAÇÕES',TK

WRITE(1,\*)'TEMPO',TEMPO\_DE\_INTERESSE\*DELTAT

WRITE(1,\*)' '

WRITE(1,\*)"

DO I = 1,M

DO J = 1,N

WRITE (1,2), 'FIP(',I,',',J,')=',FI(I,J)

2 FORMAT(20X,A,I2,A,I2,A,F20.14)

3 FORMAT(F20.14,F20.14)

END DO

END DO

CLOSE(1)

CLOSE(2)

END PROGRAM

Código B4 – Programa para gerar arquivos de dados a partir dos dados de entrada.

program auxiliar

!programa para gerar os arquivos de dados a partir dos dados de entrada, para serem  
!otimizados, para os graficos e para as tabelas resumidas.

DIMENSION X(5500),Y(5500),Z(5000),ZZ(5000)

DIMENSION J1C1CGRF(110),J2C2CENTRO(150)

OPEN(UNIT=1,FILE='J2C2C.TXT')

OPEN(UNIT=2,FILE='J2C2CENTRO.TXT')

N=0

DO I=1,2758

!DO I=1,100

READ(1,\*)X(I),Y(I)

END DO

DO I=1,141

IF(I==1)THEN

WRITE(2,101)I-1,Y(I)

ELSE

!N=((I-1)\*27.848484)+1

!N=((I-1)\*36.353535)+1

!N=((I-1)\*41.0606)+1

!N=((I-1)\*27.848484)+1

!N=((I-1)\*52.969696)+1

N=((I-1)\*19.6857142)+1

WRITE(2,101)N,Y(N)

ENDIF

```
ENDDO
CLOSE(1)
CLOSE(2)
OPEN(UNIT=2,FILE='J2C2CENTRO.TXT')
DO
READ(2,*,END=22)J2C2CENTRO(NUMDADOS+1)
    NUMDADOS=NUMDADOS+1
    ENDDO
    22 CONTINUE
    CLOSE(2)
WRITE(*,*)NUMDADOS
! !USAR QUANDO FOR GERAR DADOS
OPEN(UNIT=2,FILE='J5C11COTM.TXT')
OPEN(UNIT=3,FILE='J5C11CGRF.TXT')
DO I=1,100
READ(2,101)Z(I),ZZ(I)
ENDDO
K=1
L=1
10 CONTINUE
DO I=K,100,L
IF(I<=4)THEN
WRITE(3,101)Z(I),ZZ(I)
ENDIF
IF(I==4)THEN
K=7
L=3
```

```
GO TO 10
ENDIF
IF(I>4)THEN
WRITE(3,101)Z(I),ZZ(I)
ENDIF
IF(I>=(I+2))THEN
WRITE(3,*)Z(I),ZZ(I)
ENDIF
ENDDO
CLOSE(2)
CLOSE(3)
OPEN(UNIT=3,FILE='J5C11CGRF.TXT')
DO
READ(3,*,END=23)J5C11CGRF(NUMDADOSS+1)
    NUMDADOSS=NUMDADOSS+1
ENDDO
23 CONTINUE
CLOSE(3)
WRITE(*,*)NUMDADOSS

101 FORMAT(I5,F8.2)
END
```

**ANEXO A:**  
**Análises físico-químicas da**  
**polpa de jaca**

## Anexo A – Análises físico-químicas da polpa de jaca.

  Universidade ESTADUAL DA PARAÍBA	<b>UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB</b> <b>CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA</b> <b>DEPARTAMENTO DE QUÍMICA</b> <b>LCTA – LABORATÓRIO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE</b> <b>ALIMENTOS / LABORATÓRIO MICROBIOLOGIA</b> <b>58100-001 – Campina Grande – Paraíba</b> <b>CGC:12.671.814/0001-37</b> <b>Fone: (83) 3315-3360; (83) 3315-3356</b>
--	---

**BOLETIM DE ANÁLISES**  
**DADOS DO CLIENTE:**

Produto: Polpa de Jaca Nome ou razão social: Waldemir Soares da Costa Endereço: Rua Aprígio Veloso, 882. Campina Grande- PB Nome do solicitante: Waldemir Soares da Costa Data de Fabricação: 29/04/2015 Data da Entrega no Laboratório: 08/06/2015	Data de validade: Agosto/2015 Data da Análise: 09/06/2015
--	--

DENOMINAÇÃO	PADRÕES	RESULTADOS
<b>FÍSICO-QUÍMICO</b>	<b>Mínimo</b>	
Proteína (g/100g)	-	1,56
pH	-	5,33
Sólidos solúveis (°Brix)	-	35,33
Umidade (g/100g)	-	63,50
Acidez em Ácido cítrico (g/100g)	-	0,29
Resíduo por Incineração- Cinzas (g/100g)	-	1,42
Lipídeos (g/100g)	-	0,57
Carboidratos (g/100g)	-	32,95

## ❖ Métodos:

- Proteína: Método de Kjeldahl
  - Lipídeos: Método de Soxhlet
  - Carboidratos: Determinação por Diferença
  - Sólidos Solúveis (°Brix): Determinação por Refratometria
  - pH: Determinação Eletrométrica
  - Acidez em Ácido cítrico: Determinação Titulométrica
  - Umidade: Determinação por Infravermelho
  - Resíduo por Incineração - Cinzas: Determinação por Incineração
- ❖ Referência: Instituto Adolfo Lutz: Métodos químicos e físicos para análises de alimentos. 4ª ed. 1ª edição digital. São Paulo, p.1020, 2008.
- ❖ O Resultado da Análise refere-se exclusivamente à amostra ensaiada, sendo o solicitante responsável pela amostragem e coleta do material.
- ❖ Este Resultado de Análise só pode ser reproduzido por completo e com autorização deste laboratório.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
  
 Prof.ª Dra. Elaine Raím Florense  
 Coordenadora MUPEA  
 Mat. 121209-5

Campina Grande, 16 de Junho de 2015.

  
 Dr.ª Michel Angela Caldas  
 FARMACÊUTICA  
 2775