



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL DO SEMIÁRIDO
UNIDADE ACADÊMICA DE TECNOLOGIA DO DESENVOLVIMENTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GESTÃO E REGULAÇÃO DE
RECURSOS HÍDRICOS**

FLAVIA NASCIMENTO GOMES

**OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA IMPLÍCITA E TEORIA DOS JOGOS
COOPERATIVOS PARA OPERAÇÃO MENSAL DE RESERVATÓRIOS COM
MÚLTIPLOS USOS**

SUMÉ - PB

2022

FLAVIA NASCIMENTO GOMES

**OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA IMPLÍCITA E TEORIA DOS JOGOS
COOPERATIVOS PARA OPERAÇÃO MENSAL DE RESERVATÓRIOS COM
MÚLTIPLOS USOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos, do Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos.

Área de Concentração: Regulação e governança de recursos hídricos

Linha de Pesquisa: Segurança hídrica e usos múltiplos da água

**Orientador: Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias.
Coorientador: Prof. Dr. Johnatan Rafael Santana de Brito.**

**SUMÉ - PB
2022**



G663o Gomes, Flávia Nascimento.

Otimização estocástica implícita e teoria dos jogos cooperativos para operação mensal de reservatórios com múltiplos usos. / Flávia Nascimento Gomes. - 2022.

97 f.

Orientador: Professor Dr. Camilo Allyson Simões de Farias; Coorientador: Professor Dr. Johnatan Rafael Santana de Brito.

Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Campina Grande; Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido; Mestrado Profissional em Rede Nacional em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos - PROFÁGUA.

1. Usos múltiplos da água. 2. Jogos cooperativos. 3. Operação de reservatórios. 4. Teoria dos jogos cooperativos. 5. Conflitos pelo uso da água. 6. Otimização estocástica implícita. 7. Regressão não linear. 8. Sistema Hídrico Curema-Mãe D'Água. I. Farias, Carlos de Camilo Allyson Simões de. II. Brito, Johnatan Rafael Santana de. III. Título.

CDU: 628.1(043.2)

FLAVIA NASCIMENTO GOMES

**OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA IMPLÍCITA E TEORIA DOS JOGOS
COOPERATIVOS PARA OPERAÇÃO MENSAL DE RESERVATÓRIOS COM
MÚLTIPLOS USOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos, do Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos.

BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. Camilo Allyson Simões de Farias
Orientador(a) – UFCG**

**Prof. Dr. Prof. Johnatan Rafael Santana de Brito
Coorientador(a) – UAEF/UFCG**

**Prof. Dr. Paulo da Costa Medeiros
Examinador(a) interno(a) – CDSA/UFCG**

**Prof. Dr. Alcigeimes Batista Celeste
Examinador(a) externo(a) – DEC/UFS**

Dissertação aprovada em: 24 de fevereiro do 2022.

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Em um período em que vivemos uma pandemia, sinto-me privilegiada em escrever estes agradecimentos. Primeiramente ao ser onipresente, onipotente e onisciente, Deus, por conhecer os desejos do meu coração, a minha perseverança e fé e que mesmo sabendo de todas as minhas limitações permite, a cada dia, que eu levante e enfrente todas as minhas batalhas.

Em seguida, ao casal que se uniu por amor, e deu a vida a mim e aos meus irmãos, e por nós deram a vida, e não apenas acreditaram que a gente poderia chegar onde quiséssemos, mas também facilitaram (e facilitam) a nossa jornada. Aos meus pais, Deuselice e Marcelo que me “carregam” no colo até hoje e confiando e torcendo.

Ao homem mais generoso e amigo que conheço, Vinicius Sobral, que esteve ao meu lado tanto nos momentos em que eu acreditava quanto nos momentos que eu tinha dúvida se conseguiria chegar até aqui. Tenho certeza que não foi fácil, mas pacientemente ele me apoiou e em todos os momentos me fez acreditar que seria possível.

A Gracinha, que me acolheu e além de tornar a minha estadia em Sumé mais confortável também me inspirou a ser uma pessoa mais positiva e ver o lado bom das coisas.

Ao meu orientador, Camilo Allyson Simões de Farias, pela atenção e dedicação, confiança e incentivo sempre que precisei, por todo conhecimento transmitido e por tamanha contribuição na minha formação acadêmica e profissional.

Aos professores, por todo o conhecimento transmitido.

Aos amigos do ProfÁgua, em especial a Léia Lobo, Layane Rodrigues, Magda Rangel e Carla Silva, que me acompanharam nesta importante etapa.

As minhas primas Dayse e Germana, por serem exemplo, por todo o incentivo e confiança.

Ao apoio para realização deste trabalho por meio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Ao Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional em Gestão e Regulação de Recursos Hídricos – ProfÁgua, em nível de Mestrado, na Categoria Profissional,

Projeto CAPES/ANA AUXPE Nº. 2717/2015, pelo apoio técnico científico aportado até o momento.

“Amar é contribuir para o mundo, cada contribuição sendo o traço vivo do eu que ama. No amor, o eu é, pedaço por pedaço, transplantado para o mundo.”

Zygmunt Bauman

RESUMO

A construção de reservatórios é uma solução adotada na tentativa de amenizar problemas relacionados às secas, às inundações e à demanda de água para diversas atividades. Estas estruturas são gerenciadas com base em regras de operação que, além de práticas e dinâmicas, devem considerar a variabilidade hidrológica no sistema, as necessidades dos usuários e as condições ambientais. Desse modo, o presente trabalho propõe um modelo baseado em Otimização Estocástica Implícita (OEI) e Teoria dos Jogos Cooperativos (CGT, do inglês *Cooperative Game Theory*) para operação mensal de reservatórios com múltiplos usos. O procedimento metodológico proposto pode ser resumido em duas etapas: (1) derivação de regras operacionais, por meio de OEI, para definir a alocação máxima disponível considerando todos os usos do reservatório; e (2) distribuição da alocação disponível via CGT. Para aplicação do modelo OEI, as vazões de entrada ao sistema hídrico foram geradas pelo Método dos Fragmentos e as regras definidas por regressão não-linear. Para fins de validação da metodologia, o modelo OEI-CGT foi aplicado ao sistema hídrico Curema-Mãe D'Água, localizado no semiárido nordestino. Os resultados foram apreciados com base em um indicador de vulnerabilidade, apontando que as regras OEI são superiores à política de operação padrão, conhecida como SOP (do inglês, *Standard Operating Policy*). O estudo também demonstrou, por meio de métricas de eficiência e estabilidade, que o modelo OEI-CGT gerou soluções com maior aceitabilidade, apresentando potencial para evitar ou resolver conflitos pelo uso da água.

Palavras-chave: Jogos Cooperativos; Usos Múltiplos da Água; Operação de Reservatórios. Conflitos pelo Uso da Água.

ABSTRACT

The construction of reservoirs is a solution to alleviate problems related to droughts, floods, and the demand for water for various activities. These structures are managed based on operating rules that, in addition to being practical and dynamic, must consider the hydrological variability in the system, user needs, and environmental conditions. Thus, the present work proposes a model based on Implicit Stochastic Optimization (ISO) and Cooperative Game Theory (CGT) for the monthly operation of multipurpose reservoirs. The proposed methodological procedure can be summarized in two steps: (1) derivation of operational rules by ISO to define the maximum allocation available considering all uses in the reservoir; and (2) distribution of available allocation by CGT. To apply the ISO model, the inflows to the water system were generated by the Method of Fragments and the rules defined by non-linear regression. To validate the methodology, the ISO-CGT model was applied to the *Curema-Mãe D'Água* water system, located in semiarid Brazil. The results were evaluated based on a vulnerability indicator, pointing out that the ISO rules are superior to the standard operating policy, known as SOP (Standard Operating Policy). The study also demonstrated, through efficiency and stability metrics, that the ISO-CGT model generated solutions with greater acceptability, showing potential to avoid or resolve conflicts over water use.

Keywords: Cooperative Games; Multiple Uses of Water; Reservoir Operation. Water Conflicts.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Política Operacional Padrão.	27
Figura 2 - Procedimento para aplicação da Otimização Estocástica Implícita.....	29
Figura 3 - Estrutura da teoria dos jogos cooperativos para três jogadores com duas estratégias.....	34
Figura 4 - Matriz genérica para obtenção da matriz payoff para 3 jogadores e 3 estratégias.....	34
Figura 5 - Fluxo Metodológico	39
Figura 6 Mapa de localização dos Açudes Coremas e Mãe D'Água	50
Figura 7 - Características geográficas e hidrográficas dos açudes Coremas e Mãe D'Água.....	51
Figura 8 Principais Açudes da Paraíba.	52
Figura 9 - Curva área x volume do sistema Curema Mãe D'Água	54
Figura 10 - Comparação da média, desvio padrão, distorção e curtoses de vazões históricas mensais e geradas estocasticamente com o método dos fragmentos	56
Figura 11 - Regras mensais baseadas em OEI para operação do reservatório equivalente do Sistema Curema-Mãe D'Água.	58
Figura 12 - Comparação de vulnerabilidades para todos os cenários na Sim#10. ..	60
Figura 13 - Comportamento dos volumes do reservatório equivalente considerando a aplicação dos modelos DET, OEI e SOP para a Sim#10.	61
Figura 14 - Alocação de água com a aplicação do modelo DET na Sim#10.	61
Figura 15 - Alocação de água com a aplicação do modelo SOP na Sim#10.....	62
Figura 16 - Alocação de água com a aplicação do modelo OEI na Sim#10.	63
Figura 17 - Alocação de água com a aplicação dos modelos DET, SOP e OEI na Sim#10.	63
Figura 18 - Árvore de duas estratégias do jogo cooperativo com três jogadores	65
Figura 19 - Solução cooperativa para o jogador 1 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido	73
Figura 20 - Solução cooperativa para o jogador 2 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido	74

Figura 21 - Solução cooperativa para o jogador 3 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido	74
Figura 22 - Alocação e demanda na coalizão individual {1} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	78
Figura 23 - Alocação e demanda na coalizão individual {2} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	80
Figura 24 - Alocação e demanda na coalizão individual {3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	81
Figura 25 - Alocação e demanda na coalizão parcial {1,2} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	83
Figura 26 - Alocação e demanda na coalizão parcial {1,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	84
Figura 27 Alocação e demanda na coalizão parcial {2,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	85
Figura 28 - Alocação e demanda na grande coalizão {1,2,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valor de "s" em cada tipo de coalizão.	46
Tabela 2 - Vazões regularizadas pelo sistema Curema -Mãe D'Água e garantias associadas. Adaptada de ANA (2019).	53
Tabela 3 Demandas no Sistema Curema-Mãe D'Água.	55
Tabela 4 - Principais grupos demandantes do sistema Curema Mãe D'Água.	55
Tabela 5 - Parâmetros obtidos com regressão não-linear para ajuste das regras de operação do reservatório equivalente do Sistema Curema-Mãe D'Água	59
Tabela 6 - Vulnerabilidade média mensal com a aplicação dos modelos DET, OEI e SOP para 10 simulações com 20 anos.	59
Tabela 7 - Coalizões formadas por três jogadores em cooperação.	65
Tabela 8 - Peso atribuído a cada jogador ao participar de uma coalizão.....	66
Tabela 9 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo determinístico para os dados da Sim#10.	67
Tabela 10 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo SOP para os dados da Sim#10.....	67
Tabela 11 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo OEI-CGT para os dados da Sim#10.	67
Tabela 12 - Racionalidade individual considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	69
Tabela 13 - Racionalidade de grupo considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.	69
Tabela 14 - Eficiência considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10..	70
Tabela 15 - Princípio da marginalidade considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10	70
Tabela 16 - Princípio da super aditividade considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.....	71
Tabela 17 - Vulnerabilidade média mensal para cada jogador na grande coalizão considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.....	71
Tabela 18 - Valores máximos e mínimos para cada jogador.....	72
Tabela 19 - Valor de Shapley considerando a aplicação do modelo OEI-CGT para a Sim#10.	72

Tabela 20 - Valor Shapley recalculado considerando a aplicação do modelo OEI-CGT para Sim#10	73
Tabela 21 - Ponto Gately para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido	74
Tabela 22 - Índice de poder de Shapley-Shubik para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido.....	75
Tabela 23 - Índice de imparcialidade para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido.....	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AESA	Agencia Executiva de Gestão de Águas
ANA	Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CAERN	Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte
CAGEPA	Companhia de Água e Esgotos da Paraíba
CHESF	Companhia Hidrelétrica do São Francisco
DNOCS	Departamento Nacional de Obras Contra as Secas
IGARN	Instituto de Gestão das Águas do Rio Grande do Norte
INMET	Instituto Nacional de Meteorologia- INMET
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PIVAS	Perímetro Irrigado Várzeas de Sousa
SOP	Política Operacional Padrão

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
2	OBJETIVOS	21
2.1	GERAL	21
2.2	ESPECÍFICOS	21
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
3.1	RECURSOS HÍDRICOS	22
3.1.1	Visão Geral	22
3.1.2	Conflitos hídricos	24
3.1.3	Operação de reservatórios	25
3.1.4	Otimização estocástica implícita	28
3.2	TEORIA DOS JOGOS	29
3.2.1	Teoria dos jogos cooperativos	31
3.2.1.1	Conceitos e definições	32
3.2.1.2	Estrutura da teoria dos jogos	33
3.2.2	Métodos de solução para Teoria dos Jogos Cooperativos	35
3.2.2.1	Núcleo	35
3.2.2.2	Valor Shapley	35
3.2.2.3	Ponto Gately	36
3.2.3	Justiça e estabilidade	37
3.2.3.1	Índice Shapley-Shubik	37
4	METODOLOGIA	38
4.1	MODELO OEI	39
4.1.1	Geração de vazões sintéticas	40
4.1.1.1	Método dos Fragmentos	40
4.1.2	Modelo Determinístico	41
4.1.2.1	Função objetivo	41
4.1.2.2	Balanço hídrico	41
4.1.2.3	Restrições	42
4.2	REGRAS OEI	42
4.2.1	Comparação das Regras	42
4.3	MODELO OEI-CGT	43
4.3.1	Função característica	43

4.3.2	Jogadores	43
4.3.3	Alternativas	44
4.3.4	Coalizões.....	44
4.3.5	Pagamentos	45
4.3.6	Núcleo	45
4.3.7	Valor Shapley.....	46
4.3.8	Gately	47
4.4	INDICADORES DE EFICIÊNCIA E JUSTIÇA.....	48
4.4.1	Shapley-Shubik	48
4.4.2	Medida de estabilidade	49
5	APLICAÇÃO	50
5.1	Caracterização do Sistema Hídrico Curema-Mãe D`água.....	50
5.2	Características Hidrológicas do Sistema Hídrico Curema - Mãe D'Água	53
5.2.1	As vazões regularizadas pelos açudes	53
5.2.2	Curvas de área x volume	54
5.2.3	Evaporação	54
5.2.4	Usos e Usuários	54
5.3	Cenários.....	55
6	RESULTADOS	56
6.1	MODELO OEI	56
6.1.1	Geração sintética de vazões	56
6.1.2	Regra OEI	57
6.1.3	Comparação das Regras	63
6.2	MODELO OEI-CGT.....	64
6.2.1	Aplicação da Teoria dos Jogos	64
6.2.1.1	Estratégias	64
6.2.1.2	Coalizões	65
6.2.1.3	Função característica.....	66
6.2.1.4	Pagamentos	66
6.2.2	Condições	68
6.2.2.1	O núcleo.....	71
6.2.2.2	Valor Shapley.....	72
6.2.3	Estabilidade e Aceitabilidade	74
6.2.3.1	Ponto Gately	74

6.2.3.2	Índice de poder de Shapley-Shubik.....	75
6.2.4	Alocações por uso de água.....	77
6.2.4.1	Coalizões individuais {1}, {2} e {3}	78
6.2.4.2	Coalizões parciais {1,2}, {1,3} e {2,3}.....	82
6.2.4.3	Grande coalizão {1,2,3}	86
7	CONCLUSÕES.....	89
	REFERÊNCIAS.....	90

1 INTRODUÇÃO

Ao longo da história, diversos fatores têm sido apontados como relevantes para a gestão dos recursos hídricos, sendo as secas, o aumento das demandas e as incertezas da disponibilidade da água (KHORSHIDI et al., 2019) pontos que tornam complexas a tomada de decisão por parte dos gestores (KARAMOUZ et al., 2014). As regiões que enfrentam problemas com a disponibilidade hídrica trazem consequências para as condições de vida da população e para o desenvolvimento socioeconômico. Com isto, diversos conflitos podem surgir em função dos déficits hídricos e, em muitos casos, sendo necessária a restrição de usos, mantendo-se apenas o abastecimento para consumo humano e dessedentação animal, considerados prioritários (BRASIL, 1997).

Embora sejam amplamente discutidas, as soluções para sanar os efeitos negativos da seca, em sua maioria, têm caráter emergencial, ou seja, as ações (comunitárias ou governamentais) são iniciadas somente durante o evento. Uma alternativa adotada é o aumento da oferta de água pela construção de reservatórios, sendo observado o barramento com a regulação dos fluxos dos rios ao longo da história (DANG et al., 2020; ZHAO et al., 2021). Estima-se que mais da metade dos rios que drenam 54% das terras do mundo sejam regularizados. Se bem operados, esses sistemas desempenham importante papel na segurança hídrica das populações e das propriedades (LIU et al., 2020).

Mediante o exposto, é possível compreender a necessidade de um uso otimizado das reservas de água. Para além de atender aos objetivos dos reservatórios, é preciso minimizar os impactos causados pelo barramento, como a mudança do fluxo de água que afeta a fauna, a flora e a qualidade da água, mantendo o sistema hídrico saudável, uma vez que um gerenciamento adequado pode equilibrar os conflitos existentes na área considerada (LIU et al., 2020). Conforme exposto por Jiang et al. (2020), diversos estudos têm considerado critérios ambientais nas últimas décadas, visando incluir variáveis mais complexas por meio do uso de modelos de otimização.

Seguindo o princípio disposto na Lei nº 9.433/1997, também conhecida como Política Nacional de Recursos Hídricos, de que a água deve atender aos múltiplos

usos (BRASIL, 1997), busca-se, neste trabalho, propor um modelo baseado em teoria dos jogos para a operação de reservatórios, priorizando-se a utilização dos recursos hídricos por várias atividades humanas. Para isto, serão implementados modelos de simulação hidrológica e a aplicação da teoria dos jogos cooperativos. O emprego da teoria dos jogos cooperativos na gestão dos recursos hídricos para a alocação entre diversas partes interessadas tende a maximizar os benefícios do sistema hídrico considerado (LI et al. 2019).

Esta pesquisa tem como premissa a adoção de práticas mais eficientes e menos prejudiciais ao meio ambiente no setor dos recursos hídricos. Dessa forma, ao aprimorar o processo da alocação da água em reservatórios, é possível promover melhorias em diversas áreas, sendo elas social, ambiental e econômica. A proposta também desempenha relevante papel no alcance direto do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável – ODS nº 6: Água Potável e Saneamento (ONU, 2015). Visto que os dezessete objetivos apresentados na Agenda 2030 são interligados, espera-se, também, contribuições indiretas para o alcance dos demais ODS.

Sob a hipótese de que alocações baseadas na Otimização Estocástica Implícita e na Teoria dos Jogos Cooperativos podem contribuir para a redução de conflitos em reservatórios com múltiplos usos, busca-se neste trabalho, propor regras otimizadas para a operação do sistema Curema-Mãe D'Água, localizado no semiárido nordestino, composto pelos açudes Coremas e Mãe D'Água. Além disso, por contar com demandas de diversos usuários para diferentes usos, espera-se que a distribuição de água seja mais eficiente e justa, promovendo o uso múltiplo.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Desenvolver um modelo baseado em Otimização Estocástica Implícita (OEI) e Teoria dos Jogos Cooperativos (CGT) para operação mensal de sistemas hídricos com múltiplos usos.

2.2 ESPECÍFICOS

- Implementar um modelo de OEI focado na geração de regras mensais para operação de reservatórios;
- Propor uma abordagem baseada em CGT para distribuir alocações otimizadas de água entre múltiplos usos;
- Aplicar o modelo OEI-CGT para operação do sistema hídrico Curema-Mãe D'Água, localizado no semiárido paraibano;
- Comparar o desempenho das alocações disponibilizadas pelo modelo OEI com aquelas geradas por um modelo determinístico e pela Política Operacional Linear Padrão (SOP, do inglês *Standard Linear Operating Policy*);
- Verificar normas de eficiência e justiça das alocações geradas pelo modelo OEI-CGT para o caso do sistema hídrico Curema-Mãe D'Água.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção aborda questões relacionadas às regras de operação de reservatórios empregadas no gerenciamento de recursos hídricos, garantindo a alocação da água e promovendo a segurança hídrica. Em seguida, é descrita a teoria dos jogos cooperativos, sendo ela a base utilizada para o desenvolvimento deste estudo.

3.1 RECURSOS HÍDRICOS

3.1.1 Visão Geral

As águas superficiais e subterrâneas são fontes de abastecimento para diversos consumidores, porém, muitas vezes existe uma incompatibilidade entre a oferta e a demanda pelo recurso. Dessa forma, os conflitos pelo uso da água são constantes, o que exige revisões no planejamento, na gestão e na tomada de decisão, de forma contínua (LOUCKS e BEEK, 2017).

O planejamento dos recursos hídricos é uma atividade complexa pois precisa maximizar e distribuir de forma equitativa os benefícios econômicos, atender aos requisitos ambientais do sistema, considerar as demandas futuras e solucionar possíveis conflitos sociais (LOUCKS e BEEK, 2017). Ganjali e Guney (2017) consideram o planejamento e a gestão de recursos hídricos alguns dos principais pilares do desenvolvimento da sociedade, dada a importância do recurso.

A gestão dos recursos hídricos no Brasil está fundamentada na Política Nacional dos Recursos Hídricos, disposta na Lei de nº 9.433/1997, que define a água como um recurso de domínio público, dotado de valor econômico, cuja gestão deve proporcionar o uso múltiplo. Em situações de crise, o consumo humano e a dessedentação animal devem ser priorizados. A gestão desse recurso também deve ser sistemática, descentralizada e participativa, objetivando a racionalidade, a sustentabilidade, a prevenção e a defesa contra eventos extremos, sendo o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos – SINGREH responsável por coordenar a gestão integrada das águas. Este sistema adota a bacia hidrográfica como unidade territorial para implementação da Política Nacional de Recursos Hídricos (BRASIL, 1997). No gerenciamento de recursos hídricos, a alocação de água

em uma bacia hidrográfica é um mecanismo importante no tocante a sustentabilidade do sistema hídrico (ALMEIDA, 2017)

Entende-se por alocação a partilha entre usuários de uma certa quantidade disponível de um recurso, neste caso a água. É uma importante ação no gerenciamento dos recursos hídricos, que preza pela equidade, eficiência e sustentabilidade (SILVA, 2017). No gerenciamento dos recursos hídricos, diversos fatores são relevantes, a saber: as atividades desenvolvidas, os atores, os fatores socioeconômicos e ambientais, as características hidráulicas e hidrológicas, e os efeitos das mudanças climáticas. Todos esses fatores tornam a alocação da água uma atividade de difícil solução, sendo necessário o uso de modelos de simulação e otimização confiáveis (ZOMORODIAN et al., 2017).

Baseados na Lei nº 9.433/1997, os órgãos gestores desempenham funções relacionadas à alocação da água no Brasil. Cabe a Agência Nacional de Águas - ANA implementar os planos e regular os usos das águas de domínio federal e, aos órgãos estaduais, as regras e outorgas referentes às águas estaduais. De um modo geral, compete aos conselhos nacional e estaduais a definição de regras gerais (resoluções) e a deliberação sobre conflitos. Aos comitês de bacia cabe determinar outros usos prioritários e aprovar os planos de bacia (OCDE, 2015).

Em seu relatório, a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2015) apresenta como principais objetivos para uma alocação eficiente, o equilíbrio, a equidade, a minimização de custos e a conformidade. Além disso, as especificidades brasileiras e as mudanças climáticas devem ser consideradas.

As regras de alocação são utilizadas visando atender às demandas de diferentes usos, levando em consideração as exigências ambientais de um dado manancial. Para Gomes (2020), os reservatórios são, frequentemente, as únicas fontes de água em regiões semiáridas, sendo, portanto, premente uma operação adequada que permita satisfazer os requisitos exigidos de demanda, custo, armazenamento e proteção da região.

Para tal, é comum a utilização de modelos de simulação e/ou otimização na busca por regras de operação eficientes. Silva (2017) afirma que na gestão de

recursos hídricos o uso de modelos de simulação e otimização, que funcionam como uma simplificação de processos reais, são utilizados de modo recorrente, visando maximizar os benefícios e minimizar os efeitos indesejados.

A ANA dispõe de uma metodologia para alocação de água em açudes isolados. O planejamento da alocação deve conter a descrição do problema, os estudos e os estados hidrológicos, promover a gestão participativa, atender aos atos regulatórios e garantir a adequada Operação, Manutenção e Monitoramento - OMM - dos sistemas hídricos. Para cada estado hidrológico é adotada uma curva guia correspondente, que pode ter suas restrições alteradas a depender da situação hídrica do sistema. Elas são definidas como curva normal, alerta e prioritários. De acordo com a Nota Técnica nº 10/2015/COMAR/SRE, são descritas como normal (curva verde), que permite o atendimento às demandas de usos prioritários e não prioritários, alerta (curva amarela), que contempla as demandas de usos prioritários e 50% dos usos não prioritários, e a curva vermelha, que autoriza apenas o atendimento às demandas de usos prioritários (ANA, 2015 p.10).

3.1.2 Conflitos hídricos

Com a demanda crescente e situações de escassez, quando dois ou mais atores dependem de recursos hídricos e tentam obtê-lo de forma simultânea, é comum que conflitos sejam desencadeados. Os conflitos hídricos estão relacionados a questões sociais, econômicas, políticas e ambientais e têm ocorrido de forma crescente em número e em intensidade (ESQUIVEL, 2017; ZENG et al., 2019; MOHAMMADINEZHAD e AHMADVAND, 2020).

Na gestão das águas no Brasil cabe aos comitês de bacia arbitrar e deliberar sobre os conflitos a elas relacionados (BRASIL, 1997). Sendo a água potável essencial à vida e à manutenção da sociedade, a crise hídrica no Brasil, de um modo geral, é um dos problemas mais graves vivenciados (MOREIRA et al., 2018).

A existência de conflitos hídricos nas mais diversas áreas do país é constantemente relatada, estando relacionada em grande parte com o comprometimento da disponibilidade hídrica. Visando minimizar conflitos em bacias hidrográficas é possível regular o uso da água entre os usuários de forma justa, garantindo o desempenho econômico e protegendo os mananciais. Para isto, é

possível otimizar a operação dos reservatórios, sendo observadas as restrições, os volumes e a ordem de prioridade das demandas (MARQUES e TEIXEIRA, 2019).

3.1.3 Operação de reservatórios

Definido como a acumulação não natural de água, de substâncias líquidas ou de mistura de líquidos e sólidos (BRASIL, 2010), os reservatórios são obras de infraestrutura utilizadas para garantir a segurança hídrica (ANA, 2020), com função de regularizar vazão, pressão e reserva de água (TSUTIYA, 2006). “As operações de sistemas de múltiplos reservatórios e propósitos múltiplos são fundamentais para o gerenciamento eficaz da água” (WURBS, 2020 p. 4).

Deantoni (2018) ressalta que modelos de operação de reservatórios são constantemente abordados na literatura. Porém, mesmo com o desenvolvimento contínuo de modelos de otimização avançados, no mundo real, as curvas guia de operação via simulação ainda são as mais utilizadas. Diante desse contexto, é necessário que o desenvolvimento de novas ferramentas considere a facilidade de aplicação (ZHAO et al., 2021).

Jiang et al. (2020) destacam que, devido aos usos múltiplos, geralmente conflitantes, a operação de reservatórios é uma prática de alta complexidade, sendo a simulação bastante adequada para representar todas as variáveis de modo satisfatório. Zhao et al. (2021) afirmam que usar previsões de vazão pode melhorar as práticas de operação.

Em muitos países, a existência dos reservatórios e de organizações responsáveis pelo gerenciamento dos recursos hídricos não têm sido suficientes para atender às demandas ao longo do tempo, especialmente em situações de escassez hídrica. São as regras de operação que orientam os gestores a atuar de modo a minimizar os impactos do baixo fluxo ou da alta demanda.

Maximizando os benefícios esperados pelo sistema em condições normais, a presença de reservatórios permite que sistemas integrados a eles, como agricultura, produção industrial, abastecimento humano, não sofram com questões relacionadas a variação de fluxo. Em condições extremas, o reservatório atingirá seu limite (máximo ou mínimo) e todo o sistema atrelado sofrerá com as variações (GARCIA et al., 2020).

Em seu estudo, Garcia et al. (2020) analisam a confiabilidade de três reservatórios, verificando que a capacidade dos sistemas de proteger os usuários da variabilidade inerente aos fluxos dos rios, durante um período de seca, diminui à medida que a demanda aumenta. Porém, os prejuízos são identificados tardiamente, visto que a água armazenada camufla temporariamente a diferença entre a oferta e a demanda e nem sempre os gestores usam esse tempo para adaptação, salientando a importância de regras de operação e de gestão adequadas para maximizar o desempenho dos reservatórios.

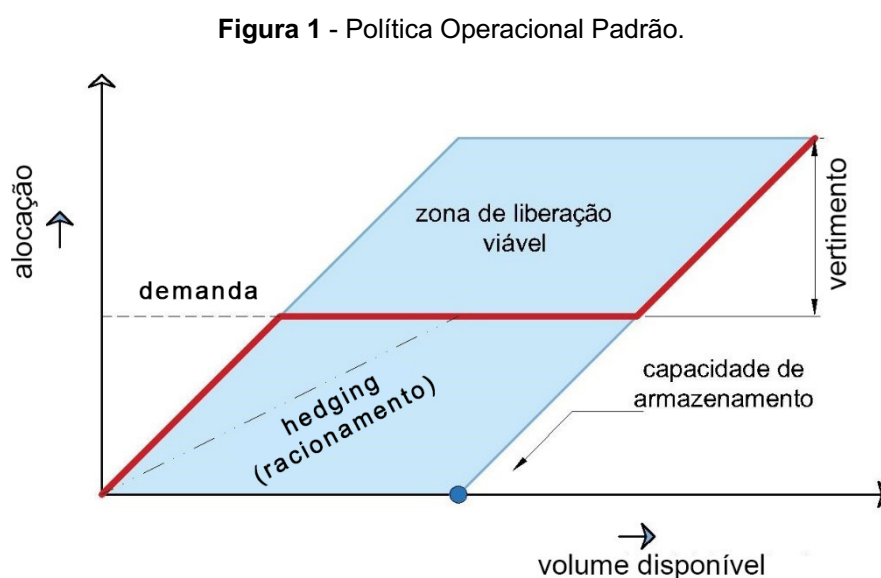
Em países desenvolvidos, a construção de reservatórios e barragens já deixou de ser realidade e foi substituída por uma maior preocupação no gerenciamento, permitindo o equilíbrio dos objetivos e a mitigação dos riscos associados, tendo em vista a degradação ambiental. Em contrapartida, países em desenvolvimento ainda têm como estratégia de gerenciamento a construção dessas estruturas (REN et al., 2019). Li et al. (2020) consideram o represamento de um corpo hídrico como um fator crítico, sendo responsável pela alteração de regimes hidrológicos dos rios a jusante.

No gerenciamento dos recursos hídricos, um reservatório pode atender a diversos usos, como controle de enchente, abastecimento de água, geração de energia, recreação, entre outros, cabendo ao tomador de decisões realizar a gestão para os múltiplos objetivos (REN et al. 2019; ZHAO et al., 2021). Além disso, Dang et al. (2020) ressaltam que as operações de reservatórios vão além de uma ferramenta de gestão integrada de recursos hídricos, sendo essenciais para estudos regionais e globais sobre os impactos das mudanças climáticas nos recursos hídricos e energéticos.

As variações hidrológicas, o crescimento da demanda, as políticas de gestão de retorno rápido são exemplos de fatores que tornam a operação de reservatórios complexa. E, muitas vezes, a simplificação dos sistemas, utilizando curvas guia, pode torna-la ineficiente, maximizando o risco de falha ecológica, econômica e social. Para Mu et al. (2019), a eficiência do uso da água deve se basear na gestão da demanda, sendo o preço da água uma forma de garantir a conservação do sistema e agregar valor ao benefício do uso.

A operação de um reservatório consiste em decidir quanta água deve ser liberada e quanta água deve ser retida, considerando um período de tempo (ZHANG et al., 2019; ZHAO et al., 2021) e buscando reduzir o custo e o risco associado (REN et al., 2019). Diversas são as abordagens envolvidas nas operações de reservatórios, dentre elas, a conhecida por Política Operacional Padrão (SOP), que maximiza a confiabilidade do sistema (GARCIA et al., 2020).

A Figura 1 representa a liberação do reservatório que é feita de acordo com o volume existente de armazenamento. A área hachurada indica a zona das liberações possíveis.



Fonte: Traduzida de Loucks e Beek (2017).

A Otimização Estocástica Implícita (OEI) é também um dos procedimentos utilizados para derivar regras operacionais de reservatórios (ZHANG et al., 2019). A OEI é amplamente aplicada na otimização de regras de operação. Em seus estudos, Santos e Celeste (2016) aplicam a OEI para estabelecer curvas guia para reservatórios de abastecimento, Carneiro e Farias (2013) apresentam regras mensais baseadas em OEI para um sistema de reservatórios, Yang et al. (2018) e Zhou et al. (2019) também aplicam a OEI para identificar regras operacionais para operação de longo prazo de reservatórios hidrelétricos.

3.1.4 Otimização estocástica implícita

Devido à incerteza hidrológica, a operação de reservatórios pode ser considerada uma tarefa difícil. Para lidar com estas incertezas, regras operacionais são comumente desenvolvidas. Uma forma de gerar regras de operação, considerando a incerteza hidrológica é a OEI.

Ao gerar regras operacionais, estes modelos estocásticos proporcionam orientações para a tomada de decisão, determinando, por exemplo, a quantidade de água que pode ser armazenada e liberada, em um determinado período, sendo observadas as demandas dos diversos usuários (JIA, 2019).

A OEI corresponde a um pós-processamento das saídas definidas em um modelo de otimização determinístico, ou seja, a partir de séries hidrológicas conhecidas. Para isso, diversas séries sintéticas de vazões afluentes devem ser geradas e utilizadas pela otimização determinística e as variáveis independentes e de decisão que condicionam a operação de reservatórios são selecionadas. Ainda conforme estabelecido no modelo de Otimização estocástica implícita, a regra decisória não é gerada de forma direta, sendo necessária a realização de regressão usando, tipicamente, métodos de ajustes linear ou não linear para definir a função que representa as variáveis selecionadas (GIULIANI, 2016; YANG, 2018; ZHOU, 2019). Para Yang et al. (2018) e Jia (2019), a determinação de uma trajetória ótima é essencial em operação de reservatórios, sendo requisito para deduzir as regras operacionais.

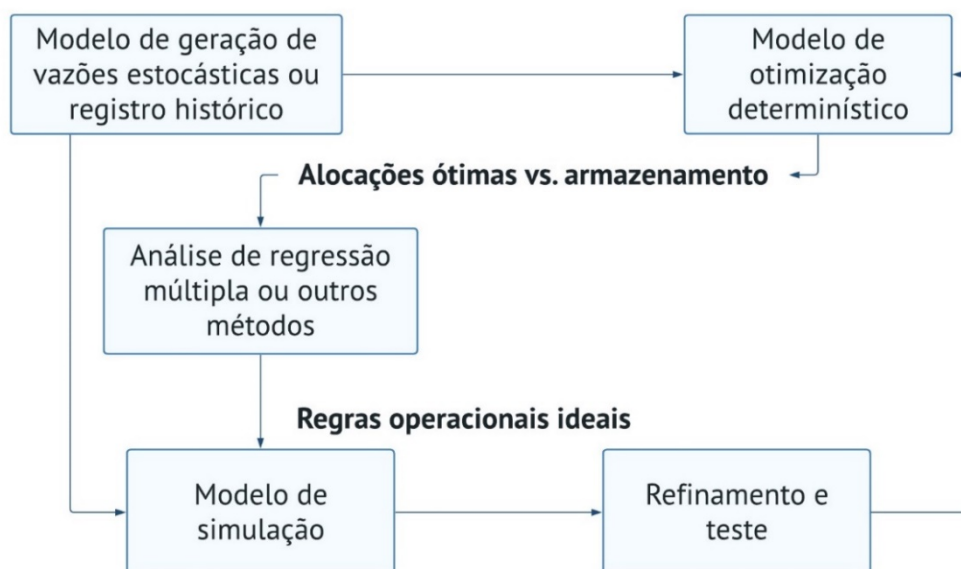
É possível inferir os parâmetros da política operacional utilizando uma equação arbitrária utilizando a Equação 1, adaptada de Porto et al. (2002).

$$R(t) = \alpha[V(t-1) - V_{min} + Q(t)]^\beta \quad 1$$

em que $R(t)$ é a decisão ou a alocação; $V(t-1)$ é o armazenamento; V_{min} é o volume mínimo; $Q(t)$ é a vazão afluente; α , β são os parâmetros que podem ser modificados de acordo com a estação hidrológica. Com isto, é possível obter a relação entre as alocações ótimas e as disponibilidades hídricas.

O esquema apresentado na Figura 2 corresponde ao processo utilizado para determinação das regras operacionais via OEI.

Figura 2 - Procedimento para aplicação da Otimização Estocástica Implícita.



Fonte: Adaptado de Sangiorgio e Guariso (2018).

3.2 TEORIA DOS JOGOS

Estão disponíveis na literatura diversos modelos que permitem a solução de um sistema composto por diversos atores, geralmente de interesses conflitantes. Problemas envolvendo a gestão de recursos hídricos enquadram-se nos problemas complexos, com vários decisores envolvidos, critérios, conflitos e abordagens a serem consideradas, como as questões econômicas, sociais, políticas e/ou ambientais (MENDONÇA e SOUSA, 2019).

Zomorodian et al. (2017) ressaltam a importância de escolher modelos adequados face à complexidade dos problemas que envolvem o comportamento humano, como atores atrelados aos sistemas de recursos hídricos, citando várias técnicas de otimização, tais como a Programação Linear (LP), a Programação Não Linear (NLP), a Programação Dinâmica (DP), a Programação Dinâmica Estocástica (SDP), a Teoria de Controle Ideal (OCT), a Inteligência Artificial (IA) e a Teoria dos Jogos (GT), podem ser utilizadas como possibilidades, sendo esta última orientada para aplicação em estudos relativos aos conflitos de recursos hídricos, inclusive

relacionados à alocação. Esta ferramenta facilita a modelagem da interação e do comportamento humano nos sistemas hídricos. (ZANJANIAN et al., 2018).

Além disso, a Teoria dos Jogos pode ser considerada uma metodologia de decisão multiobjetivo (GANJALI e GUNJEY, 2017), sendo um importante instrumento nos processos de alocação de água. Na solução de conflitos, com diversos atores e objetivos múltiplos conflitantes, comumente é necessário o uso de modelos que auxiliem no processo, que além de facilitar a estruturação das preferências dos agentes, proporcionam uma resolução satisfatória para as partes envolvidas (LEMOS, 2019).

Alguns exemplos do uso da teoria dos jogos podem ser citados. A literatura indica o uso da teoria dos jogos em diversas análises, tais como para solução de problemas de alocação em reservatórios com base em índices de desempenho (confiabilidade, resiliência e vulnerabilidade), por meio de sua combinação com métodos de resolução dinâmica (ZOMORODIAN et al. 2017). Chhipi-Shrestha et al. (2019) combinaram a análise de decisão multicritério com a teoria dos jogos em um problema de reuso da água. Álvarez et al. (2019) utilizaram a teoria dos jogos como ferramenta de negociação para estudar a redução de inundações mediante a mudança do uso do solo por parte dos proprietários da região.

Conforme Bierman e Fernandez (2011), a teoria dos jogos é composta por um grupo de jogadores, uma lista de estratégias e outra de recompensas. Com estes dados constrói-se uma matriz relacionando as estratégias e suas recompensas, permitindo analisar os melhores cenários visando o equilíbrio (BIERMAN e FERNANDEZ, 2011).

A teoria dos jogos é

Uma abordagem distinta e interdisciplinar do estudo do comportamento humano, que aborda escolhas racionais de estratégias e trata as interações entre as pessoas como se fosse um jogo, com regras conhecidas e recompensas (GANJALI e GUNEY, 2017, p.1).

Cada jogador possui objetivos específicos a alcançar (ÁLVAREZ et al., 2019) e a teoria baseia-se nesses objetivos para prever comportamentos e decisões (ZANJANIAN et al., 2018), visto que, seguindo interesses próprios, cada participante

atua na tentativa de alcançá-los por meio de interações estratégicas (MOHAMMADPOUR e BAGHERI, 2017; CHHIPI-SHRESTHA et al., 2019).

Outra característica é que a preferência de um jogador pode alterar o processo. As suas decisões devem ser pensadas com base nas possíveis estratégias dos demais jogadores. Com a aplicação da teoria dos jogos, espera-se que cada agente atue de modo racional, criando estratégias para maximizar suas próprias recompensas ou *payoffs*. Os jogos podem ser cooperativos ou não cooperativos, estáticos ou dinâmicos (GANJALI e GUNEY, 2017; CHHIPI-SHRESTHA et al., 2019). Os jogos cooperativos diferem dos jogos não cooperativos. No primeiro, os agentes envolvidos perseguem um objetivo em comum, enquanto no segundo, buscam interesses próprios, atuando em conflito com os demais jogadores (MULAZZANI et al., 2017).

Em casos de alocação, os jogos cooperativos são bastante utilizados, pois possibilitam que ocorram acordos entre participantes e são caracterizados por uma função característica, que fornece uma utilidade ou retorno a uma coalizão. A cooperação deve promover um ganho maior ou igual para cada jogador da coalizão (SHEN et al., 2018). A melhor solução deverá estar inserida no núcleo que é dado por um conjunto de soluções em que nenhum jogador tem incentivo a abandonar o jogo, ou seja, nenhum outro conjunto de solução oferece melhor pagamento (WILLIAN, 2017).

3.2.1 Teoria dos jogos cooperativos

Com os jogos cooperativos é possível alocar custos ou benefícios aos participantes de modo individual, quando estes atuam em cooperação (ROSS, 2018). A alocação dá-se de forma justa, por uma negociação entre os jogadores em diferentes coalizões. As recompensas além de benefícios podem se referir a redução de custos (GIRARD et al., 2016).

3.2.1.1 Conceitos e definições

O conjunto de jogadores é representado por $N = \{1, 2, \dots, n\}$, com as coalizões S sendo subconjuntos de N . As coalizões podem ser individuais, com um jogador, parciais com mais de um jogador ou a grande coalizão, formada pela cooperação entre todos os jogadores. O jogo pode ser representado por (N, v) , em que v é a função característica, que é a função correspondente aos objetivos do jogo. Para cada coalizão um número real $v(S)$ é atribuído, correspondendo ao *payoff* de S . O máximo *payoff* obtido com a grande coalizão é dado por $v(N)$ e o *payoff* da coalizão vazia é $v(\emptyset) = 0$. Em um jogo com $N = \{1, 2, \dots, n\}$ jogadores existem 2^n coalizões admissíveis (ÁLVAREZ et al., 2019; LI et al., 2019).

Na Teoria dos Jogos, podem-se considerar como atores “um país, uma região, um grupo, um indivíduo, um organismo, constituintes abióticos e bióticos, ou mesmo a própria natureza” (MOHAMMADPOUR e BAGHERI, 2017 p.86). Cada ator movimenta-se no jogo visando maximizar seus retornos, possibilitando a captura dessa movimentação e identificando as preferências dos jogadores de acordo com as suas escolhas (MOHAMMADPOUR e BAGHERI, 2017; SOBHEE et al., 2017).

Para que o jogo cooperativo seja válido, a função característica deve ser super aditiva para benefícios ou sub aditiva para o caso de custos, ou seja, conforme os jogadores vão formando as coalizões, maiores deverão ser os benefícios ou menores deverão ser os custos. Isto motiva a formação da grande coalizão. Caso um jogador decida não cooperar, a grande coalizão perde o valor equivalente ao valor atribuído ao jogador pela não cooperação. Supõe-se que o ganho total é transferível e que existe equivalência entre os jogos, ou seja, independentemente da posição do jogador o ganho ou custo será o mesmo (CHURKIN et al., 2021).

Além disso, para ser considerado cooperativo é necessário que três condições sejam satisfeitas. A primeira é a racionalidade individual, em que a parcela de benefícios x_i de um jogador i na grande cooperação deve ser maior ou igual a parcela de benefícios totais de um jogador em uma coalizão individual $v\{i\}$ (JEONG et al., 2018; GHADIMI e KETABCHI, 2019), ou seja:

$$x_i \geq v\{i\} \forall i \in N$$

A segunda condição diz respeito à racionalidade de grupo, em que o somatório de ganhos de uma parcela de jogadores na grande cooperação deve ser maior ou igual aos ganhos em uma coalizão formada apenas por esse subconjunto de jogadores, representada por:

$$\sum_{i \in S} x_i \geq v(S), \forall S \subseteq N \quad 3$$

Por fim, a última condição estabelece a eficiência, em que o ganho total é alocado inteiramente entre os participantes da grande coalizão, e pode ser descrita por:

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N) \quad 4$$

Além dos princípios de racionalidade e eficiência, a teoria dos jogos cooperativos deve atender ao princípio da marginalidade (Inequação 5), que indica que nenhum jogador ao aderir a uma coalizão deverá “pagar” ou “receber” um valor a mais do que o seu benefício marginal (SECHI e ZUCCA, 2014; GIRARD et al. 2016).

$$\sum_{i \in S} x_i \leq v(N) - v(N - S) \quad 5$$

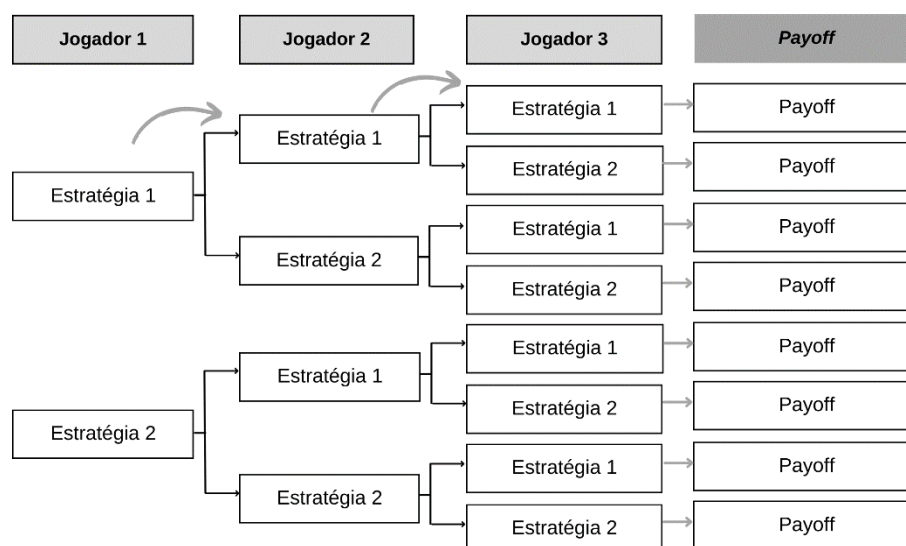
Ressalta-se que, em termos de custos, referentes às Inequações 2, 3 e 5 devem ter seus símbolos invertidos.

3.2.1.2 Estrutura da teoria dos jogos

O jogo cooperativo pode ser montado na forma normal, representado em uma matriz, e na forma extensiva, representado por uma árvore. Para um exemplo hipotético com três jogadores, a **Figura 3** deve ser preenchida com as estratégias de cada jogador. Observa-se que a ação de cada jogador é interligada a ação dos demais, formando uma árvore que resultará, após análise, na melhor resposta para cada jogador, ou seja, o melhor *payoff*.

No caso da **Figura 3**, x corresponde ao valor da recompensa do Jogador 1 (J1), y ao valor da recompensa do Jogador 2 (J2) e w à recompensa do Jogador 3 (J3). O cálculo deve ser feito analisando as recompensas do Jogador 3, inicialmente, mediante a jogada dos jogadores 1 e 2. Em seguida, analisa-se as recompensas do Jogador 2, posto que o Jogador 1 já fez a sua escolha (SAKAMOTO e SALEWICZ, 2018).

Figura 3 - Estrutura da teoria dos jogos cooperativos para três jogadores com duas estratégias.



Fonte: Adaptada de Sakamoto e Salewicz (2018).

O mesmo exemplo pode ser considerado em matrizes, sendo os tr\u00eas jogadores J1, J2 e J3, com estrat\u00e9gias i, j e k . Cada c\u00e9lula da matriz possui tr\u00eas elementos que s\u00e3o as recompensas para os jogadores. A matriz ilustrada na Figura 4 pode ser interpretada de modo que caso J1 escolha a estrat\u00e9gia i , o J2 escolha a estrat\u00e9gia i e o J3 escolha a estrat\u00e9gia i , esta jogada retornar\u00e1 ao resultado correspondente \u00e0 c\u00e9lula a_{11} .

Figura 4 - Matriz gen\u00e9rica para obten\u00e7\u00e3o da matriz payoff para 3 jogadores e 3 estrat\u00e9gias.

		J2			J2			J2		
		i	j	k	i	j	k	i	j	k
J1	i	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	c_{11}	c_{12}	c_{13}
	j	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	c_{21}	c_{22}	c_{23}
	k	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_{31}	b_{32}	b_{33}	c_{31}	c_{32}	c_{33}
J3		i			j			k		

Fonte: Adaptado de Prisner (2014).

Os jogos cooperativos podem ser de utilidade não transferível, em que o jogador recebe um valor pré-atribuído, ou de utilidade transferível, em que os jogadores pertencentes a uma coalizão podem dividir a utilidade de qualquer maneira possível (ZUCCA, 2011). Leite (2017) considera que problemas de alocação são exemplos de jogos de utilidade transferível, visto que os valores podem ser negociados entre os agentes.

Definidos os jogadores, as estratégias, a função característica, determinam-se as coalizões e, tendo como objetivo obter a melhor resposta, buscam-se os *payoffs* para cada jogador. Para isto, é necessário a aplicação de alguns métodos de solução.

3.2.2 Métodos de solução para Teoria dos Jogos Cooperativos

Definidas as coalizões e seus benefícios, alguns métodos são utilizados para verificar se a solução obtida é a melhor opção. O núcleo, que indica um conjunto viável de soluções, e o valor Shapley, que apresenta uma solução única, são exemplos de métodos de solução (SHI et al., 2016; ÁLVAREZ et al., 2019; LI et al., 2019).

3.2.2.1 Núcleo

Visto que o jogo cooperativo foca em alocar de forma equitativa e justa as recompensas, o núcleo corresponde ao conjunto de alocações viáveis na Teoria dos Jogos Cooperativos. A definição é baseada na racionalidade de grupo, racionalidade individual e eficiência conjunta. Desse modo, o núcleo satisfaz as condições impostas nas Inequações 2 e 3 e Equação 4. A solução encontra-se no intervalo entre os valores máximos definidos com o princípio da racionalidade e os valores mínimos obtidos com o princípio da marginalidade (ZUCCA, 2011). Desse modo, o núcleo apresenta os valores máximos e mínimos aceitáveis para cada jogador (SHI et al., 2016). Se o intuito é encontrar uma solução única, utiliza-se o valor de Shapley (ROSS, 2018).

3.2.2.2 Valor Shapley

O valor Shapley equivale a uma solução que distribui o benefício adicional obtido pelo jogador que participa da cooperação, supondo que cada coalizão tem igual probabilidade de ocorrer. O valor de Shapley define um vetor de recompensas simétrico único (JIANG e HELLEGERS, 2016). Dadas as combinações possíveis, o

valor de Shapley é calculado tendo em vista a importância e criticidade de cada jogador (CAO et al., 2019). O valor de Shapley ϕ_i é representado pela Equação:

$$\phi_i = \sum_{i \in S, s \in S} \frac{(n - |s|)! (|s| - 1)!}{n! [(s) - v(s/i)]}, \forall S \in N \quad 6$$

em que, n é o número total de jogadores no jogo, $|s|$ é o número de membros na coalizão S , e $v(s/i)$ é o ganho resultante quando a coalizão não contém i . O valor de Shapley deve ser eficiente, simétrico e atender ao princípio da super aditividade, dado pela Inequação 7.

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \quad \forall S, T \subseteq N \text{ com } S \cap T = \emptyset \quad 7$$

em que S e T são subcoalizões de N .

Outra forma de avaliar o jogo é a determinação do Ponto Gately, que indica a propensão do jogador a romper com a coalizão, ou seja, abandonar o jogo.

3.2.2.3 Ponto Gately

O Ponto Gately é um conceito utilizado na solução de jogos cooperativos de utilidade transferível e corresponde à propensão de um jogador romper a grande coalizão, indicando o seu poder de barganha, medindo a estabilidade da coalizão (LI et al., 2019; STAUDACHER e ANWANDER, 2019). É calculado utilizando a Equação 8:

$$d_j = \frac{\sum_{i \neq j} \varphi_i - V(\{N - j\})}{\varphi_j - V(\{j\})} \quad 8$$

em que, d_j é a propensão do jogador j romper a coalizão; φ_j é o custo ou benefício da coalizão para o jogador j na grande coalizão $V(\{j\})$ é o benefício ou custo atribuído a coalizão individual do jogador j ; $V(\{N - j\})$ é o benefício ou custo da grande coalizão sem o jogador j (JEONG et al. 2018). A parcela $\varphi_j - V(\{j\})$ é o custo marginal (ou incremental) do jogador j e corresponde ao custo que ele terá caso deseje abandonar

a coalizão. A parcela $\sum_{i \neq j} \varphi_i - V(\{N - j\})$ indica o quanto os jogadores perderão caso o jogador j venha a romper.

Quanto maior o valor d_j , maior o poder de barganha que o jogador j terá (SHI et al., 2016) e maior será a chance de o jogador perturbar o jogo, caso seus benefícios não sejam melhorados (WU et al., 2017; GHADIMI e KETABCHI, 2019).

3.2.3 Justiça e estabilidade

Uma coalização é considerada aceitável quando o resultado oferece benefícios ou reduz custos para cada jogador. Dado um conjunto de alocações, o jogador pode decidir a que lhe oferece melhor retorno. Quando esta solução difere da solução com melhor retorno global, é possível que o jogador decida se retirar, afetando a cooperação. Objetivando evitar rupturas, faz-se uma análise da justiça e da estabilidade das coalizões (SHI et al., 2016).

3.2.3.1 Índice Shapley-Shubik

O índice Shapley-Shubik δ_i (Equação 9) indica o poder de cada jogador e compara os ganhos de um jogador com os ganhos da coalizão. É utilizado para medir a justiça da coalizão, sendo dado pela relação entre os ganhos do jogador e os ganhos da coalizão. Desse modo, quando o índice é semelhante para os diversos jogadores, a coalizão é considerada justa (JIANG e HELLEGERS, 2016).

$$\delta_i = \frac{x_i - v(\{i\})}{\sum_{j \in N} (x_j - v(\{j\}))}, i \in N, \sum_{i \in N} \delta_i = 1 \quad 9$$

A relação entre o desvio padrão e a média do índice Shapley-Shubik, definida como F_δ , é utilizada para medir a estabilidade da alocação e é denominada Índice de Imparcialidade. Quanto mais próximo de zero, maior estabilidade apresenta a grande coalizão.

$$F_\delta = \frac{\sigma_\delta}{\bar{\delta}} \quad 10$$

em que σ_δ é o desvio padrão e $\bar{\delta}$ é a média do índice Shapley-Shubik.

4 METODOLOGIA

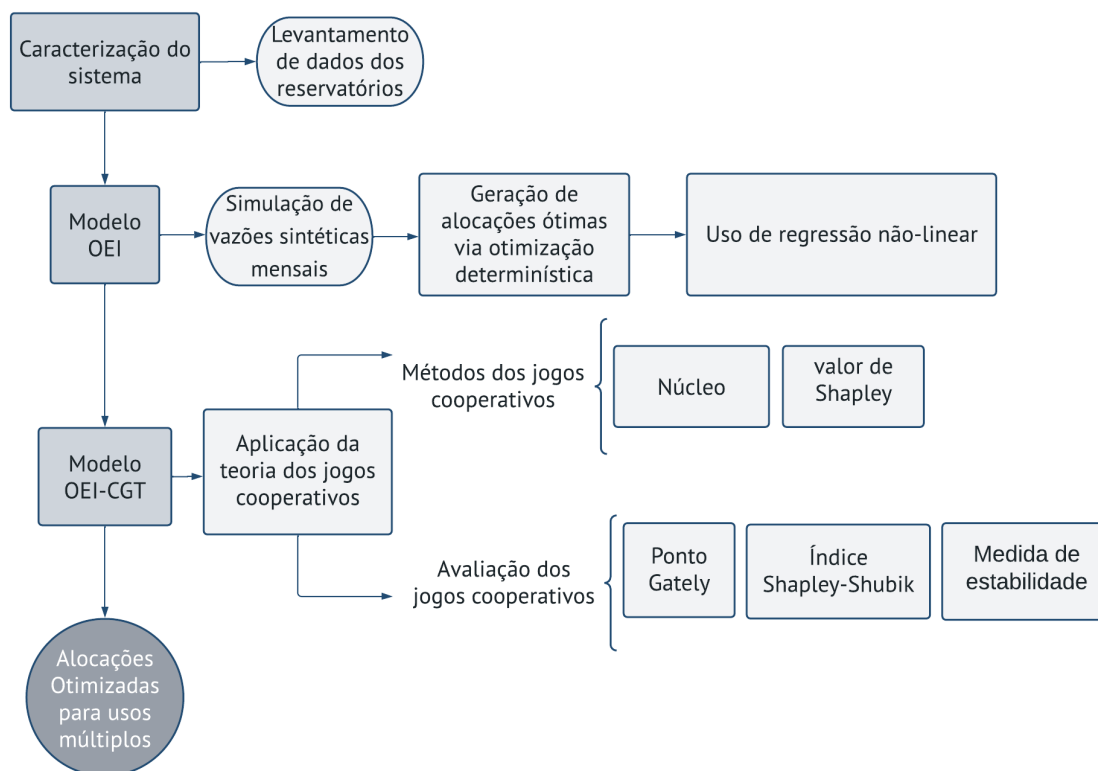
O presente estudo pode ser identificado como uma pesquisa aplicada, tendo em vista os procedimentos técnicos empregados. Inicialmente, foi realizado um levantamento bibliográfico, sendo a fase exploratória da pesquisa. A fase aplicada consistiu na proposição e aplicação dos métodos, utilizando os dados compilados.

Para o alcance dos objetivos, utilizou-se um procedimento baseado em Otimização Estocástica Implícita (Modelo OEI) para a derivação de regras de operação para reservatórios, determinando-se a alocação mensal com base na disponibilidade hídrica. Na sequência, aplicou-se a Teoria dos Jogos Cooperativos (Modelo OEI-CGT) para definir as alocações de cada tipo de uso, sendo distribuídas de modo a minimizar a soma das vulnerabilidades médias mensais.

Os dados utilizados no modelo OEI-CGT - formado por uma estratégia, um conjunto de jogadores (demandantes do sistema), coalizões e recompensas com base em uma função característica - são os obtidos a partir do Modelo OEI.

Alguns métodos e indicadores são usados para validar o modelo OEI-CGT: o valor de Shapley identifica a distribuição mais equitativa do “pagamento” de recursos; o ponto Gately verifica o poder de barganha de cada jogador; e o índice Shapley-Shubik e o Índice de Imparcialidade avaliam a justiça e a estabilidade avaliam a aceitabilidade das coalizões. O procedimento metodológico pode ser observado na **Figura 5**.

Figura 5 - Fluxo Metodológico



Fonte: Elaboração Própria.

4.1 MODELO OEI

Com base em dados históricos de vazão, este modelo inicia com a geração de vazões sintéticas, utilizando o Método do Fragmentos (SVANIDZE, 1980). Em seguida, dentro da estrutura do procedimento de Otimização Estocástica Implícita, buscou-se derivar regras operacionais de reservatórios, usando um método de regressão não-linear e adotando uma discretização mensal. Desse modo, o modelo OEI seguiu o seguinte fluxo:

- a) Gerar M meses de vazões estocásticas;
- b) Otimizar a operação do reservatório, determinando alocações e volumes ótimos;
- c) Definir regras mensais de operação, relacionando alocações ótimas e volume disponível por meio de regressão não-linear.

4.1.1 Geração de vazões sintéticas

Para a simulação da operação do reservatório, é necessário que séries de vazões sintéticas sejam geradas, com intuito de produzir uma sequência de vazões mensais de entrada, que correspondam às características históricas. Nesse estudo, as sequências de vazões sintéticas foram determinadas pelo método dos fragmentos e usadas para operação mensal de reservatórios, condicionadas ao balanço hídrico e às restrições do sistema.

4.1.1.1 Método dos Fragmentos

O método dos fragmentos, proposto por Svanidze (1980), é baseado em uma abordagem puramente determinística (REN et al., 2020). Este modelo tem sido aplicado com sucesso em rios intermitentes do semiárido, preservando as principais propriedades estatísticas das séries hidrológicas (média, desvio padrão e distorção). Como exemplo do uso do Método dos Fragmentos, pode-se citar os trabalhos de Carneiro e Farias (2013); Silva Filho e Farias (2018), e Aguilar e Costa (2020).

Para efetuar o cálculo, cada fragmento corresponde à relação entre a vazão de um determinado ano, referente a um certo mês, e o somatório das vazões daquele respectivo ano, considerando todos os meses, ou seja:

$$f(a, m) = \frac{Q(a, m)}{\sum_{m=1}^{12} Q(a, m)} \quad 11$$

em que $f(a, m)$ é o fragmento do mês m do ano a e $Q(a, m)$ é a vazão do mês m do ano a .

Após o cálculo dos fragmentos, utiliza-se uma função de distribuição de probabilidade para processamento dos dados. Para este estudo, adotou-se a distribuição gama como padrão, função bastante usada para modelar vazões anuais sem autocorrelação (CARNEIRO e FARIAS, 2013).

4.1.2 Modelo Determinístico

Para determinar regras operacionais adequadas, torna-se importante determinar um modelo que se assemelhe à realidade, identificando a trajetória ideal, a este modelo emprega-se o nome de determinístico, sua construção se dá com o conhecimento todas as vazões de entrada no horizonte de operação e é estabelecido de acordo com as características e restrições do local. Para definição do modelo determinístico, uma função objetivo é utilizada. Neste trabalho, a modelagem tem como objetivo minimizar a vulnerabilidade média mensal (HASHIMOTO et al., 1982).

4.1.2.1 Função objetivo

A função objetivo do modelo determinístico pode ser expressa como:

$$\min VUL = \sum_{t=1}^M \left[\frac{R(t) - D(t)}{D(t)} \right]^2 \quad 12$$

em que VUL é a vulnerabilidade, M é o horizonte de operação, e $R(t)$ e $D(t)$ são a alocação e a demanda total do reservatório no mês t , respectivamente.

4.1.2.2 Balanço hídrico

A operação do sistema considera os dados hidrológicos (vazão, evaporação e precipitação), as demandas do sistema e as características dos reservatórios (volume mínimo, volume máximo, alocações máximas e estrutura de vertimento).

O balanço hídrico mensal da operação do sistema pode ser representado por:

$$\begin{aligned} V(1) &= V_0 + Q(1) - R(1) - S_p(1) - E_v(1) + P(1) \\ V(t) &= V(t-1) + Q(t) - R(t) - S_p(t) - E_v(t) + P(t) \quad \forall t = 2, \dots, M \end{aligned} \quad 13$$

em que V_0 é volume inicial do reservatório; $Q(t)$ é a vazão afluente; $S_p(t)$ é o vertimento que poderá ocorrer; $E_v(t)$ é a evaporação no mês t , e $P(t)$ é a precipitação sobre a superfície líquida do reservatório durante o mês t .

4.1.2.3 Restrições

As seguintes restrições físicas do sistema devem ser observadas:

1. Restrições de Alocações

$$0 \leq R(t) \leq D(t), \forall t \quad 14$$

2. Restrições de Volume

$$V_{min}(t) \leq V(t) \leq V_{max}(t); \forall t \quad 15$$

3. Restrições de Vertimento

$$Sp(t) \geq 0; \forall t \quad 16$$

em que $V_{min}(t)$ é o volume mínimo e $V_{max}(t)$ é o volume máximo em t .

4.2 REGRAS OEI

A otimização estocástica implícita utiliza um modelo determinístico para determinar liberações ideais ou quase ideais para reservatórios. Com os resultados da otimização, é possível aplicar regressão não-linear para desenvolver as regras de operação. As regras operacionais são utilizadas para melhorar o desempenho do sistema e, neste trabalho, são definidas pela Equação 1, proposta por Porto (1997).

$$R(t) = \alpha[V(t-1) - V_{min} + Q(t)]^\beta \quad 14$$

4.2.1 Comparação das Regras

Para a análise das regras obtidas com o Modelo OEI, comparou-se as suas alocações de água com aquelas obtidas pelo uso da Política Operacional Padrão (SOP) e do Modelo Determinístico (DET) sujeito a previsão perfeita. O modelo DET é usado como *benchmark*, já que, tendo acesso às vazões para todo o horizonte de operação, fornece as melhores condições de alocação. O modelo é calibrado com a geração de cenários sintéticos e em seguida validado.

4.3 MODELO OEI-CGT

A análise da distribuição das alocações, por demandante, foi realizada por meio de um modelo baseado na teoria dos jogos (CGT). A solução do jogo terá como base as demandas hídricas de cada demandante e as alocações otimizadas definidas no modelo OEI. Como já mencionado o modelo será aplicado ao sistema hídrico Curema-Mãe D'Água.

4.3.1 Função característica

A função característica pode ser escolhida de acordo com o interesse dos jogadores. “Em um jogo com lucro, os jogadores preferem um resultado mais alto para si próprios, enquanto em jogos ambientais e de custo, eles preferem valores mais baixos” (CARRERO-PARREÑO et al., 2019 p.2). Neste modelo, a função característica utilizada é definida pela vulnerabilidade média mensal.

Para quantificar os benefícios da cooperação, a função característica foi utilizada com o objetivo de reduzir a vulnerabilidade do sistema (Equação 17). Assim, os resultados foram somados e uma vulnerabilidade média mensal total foi determinada para cada coalizão e seus respectivos jogadores.

$$\min VUL = \sum_{t=1}^M \left[\frac{R(t) - D(t)}{D(t)} \right]^2 \quad 157$$

4.3.2 Jogadores

A teoria dos jogos é definida por um grupo de jogadores, aqui representados pelos usos ou demandantes de água de um sistema hídrico. O conjunto dos jogadores é representado por J :

$$J = \{J1, J2, \dots, Jn\}$$

em que Jn é o demandante ou uso de água com $N = 1, 2, \dots, n$

A princípio, são definidas as estratégias de jogo, seguida das possibilidades de interação entre os jogadores, ou seja, as coalizões. Para cada coalizão, um valor, seja de custo ou de benefício, é atribuído e, com isto, a matriz *payoff* é formulada.

4.3.3 Alternativas

Cada jogador deve possuir metas a alcançar, sendo necessária a definição de estratégias. Neste estudo, as alternativas são “cooperar” e “não cooperar”, e o objetivo dos demandantes é obter o benefício máximo do reservatório, com objetivo de minimizar a vulnerabilidade média mensal do sistema e evitando o colapso hídrico em meses subsequentes (Modelo OEI).

Com o desenvolvimento do jogo, é possível verificar o “pagamento” que cada um deles irá ganhar, conforme as opções existentes que será apresentado em termos de vulnerabilidade média mensal. Desse modo, os menores valores serão considerados os melhores, devendo ser escolhidos.

4.3.4 Coalizões

O número de coalizões depende do número de jogadores. Uma coalizão é definida como qualquer subconjunto de jogadores que decidem cooperar. Devido a coalizão vazia retornar valores iguais a zero, o número de coalizões determinadas é igual a $2^n - 1$, devendo cada coalizão ser denotada por $\{j\}$.

Com a definição da alocação ótima mensal pelo Modelo OEI, procede-se com a distribuição deste volume para os demandantes do sistema, analisando as possíveis interações, dadas pelas coalizões. Como solução, adotou-se pesos $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ para os jogadores 1, 2, ..., n, respectivamente, em cada coalizão. Os pesos correspondem a divisão de acordo com o grupo formado. Ou seja, se apenas um jogador participa da coalizão ele é priorizado na alocação, se dois jogadores participam da coalizão, ambos são priorizados e, se os três participam, as alocações são obtidas com peso igual para os três. Ressalta-se que a alocação ocorre levando em consideração a demanda de cada jogador.

Desse modo, as alocações ótimas para cada um dos demandantes são distribuídas de acordo com o peso de λ para cada jogador na coalizão. Considerando a coalizão $\{i\}$ formada pelo conjunto de jogadores $i=1,2,\dots, n$, a alocação para cada jogador, em cada mês t , é calculada visando minimizar a função vulnerabilidade, $VULJ$ conforme apresentado na Equação 18.

$$\begin{aligned} \min VULJ(t) = & \lambda_1 \left[\frac{R1(t) - D1(t)}{D1(t)} \right]^2 + \lambda_2 \left[\frac{R2(t) - D2(t)}{D2(t)} \right]^2 + \dots \\ & + \lambda_n \left[\frac{Rn(t) - Dn(t)}{Dn(t)} \right]^2 \end{aligned} \quad 16$$

A Equação 18 está sujeita às seguintes restrições:

1. $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = 1$;
2. $R1(t) + R2(t) + \dots + Rn(t) = R(t)$ (gerado pelo modelo OEI);
3. $0 \leq R1(t) \leq D1(t)$; $0 \leq R2(t) \leq D2(t)$; ...; $0 \leq Rn(t) \leq Dn(t)$.

4.3.5 Pagamentos

No final do jogo é possível atribuir um valor numérico ao resultado, correspondendo ao que o jogador ganhará. O valor numérico atribuído as coalizões referem-se à vulnerabilidade média mensal do sistema.

Definida a vulnerabilidade média mensal para cada coalizão, é necessário verificar se a solução atende aos princípios da racionalidade individual, da racionalidade em grupo e da eficiência do jogo, além do princípio da marginalidade e super aditividade. Após estas verificações, as coalizões devem ser analisadas de modo a identificar a solução mais adequada, utilizando os métodos da teoria dos jogos cooperativos.

4.3.6 Núcleo

Após a determinação da matriz payoff, o núcleo foi definido utilizando dados obtidos com o princípio da racionalidade e da marginalidade. Para os jogadores 1,2 3, os valores máximos foram determinados pelos *payoffs* das coalizões $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$,

respectivamente. Os valores mínimos são obtidos pelo princípio da marginalidade, ou seja, os valores do custo incremental dados por: referentes as seguintes condições:

$$\text{Jogador 1} = v(1,2,3) - v(2,3)$$

$$\text{Jogador 2} = v(1,2,3) - v(1,3)$$

$$\text{Jogador 3} = v(1,2,3) - v(1,2)$$

onde $v(1,2,3)$ é o payoff da grande coalizão, $v(2,3)$ é o payoff da coalizão $\{2,3\}$; $v(1,3)$ é o payoff da coalizão $\{1,3\}$ e $v(1,2)$ é o payoff da coalizão $\{1,2\}$.

4.3.7 Valor Shapley

O valor de Shapley foi calculado para cada jogador, O valor de Shapley é utilizado para identificar a divisão mais justa e eficiente, alocando para cada jogador um valor baseado em suas contribuições nas coalizões possíveis (DINAR et al., 1997). O valor Shapley é calculado para cada jogador.

O valor de n na equação corresponde ao número de jogadores, ou seja, para este estudo $n=3$. O valor de s , depende da quantidade de jogadores que participam da coalizão calculada. Com os dados de n e s , resolve $\frac{(n-s)!(s-1)!}{n!}$ da equação. Na

Tabela 1, são dispostos os valores de s , para cada coalizão.

Tabela 1 - Valor de "s" em cada tipo de coalizão.

	Coalizão individual	Coalizão parcial	Grande coalizão
s	1	2	3

Tomando o jogador D1 como exemplo, inicialmente verifica-se todas as coalizões que o jogador D1 participa:

$$v(s) = \{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \text{ e } \{1,2,3\}$$

Os valores correspondentes a estas coalizões resolvem o $v(s)$ da equação. Em seguida, dado as coalizões que o jogador D1 participa, verifica-se como seria o conjunto de coalizões caso o jogador D1 se retirasse, ou seja:

$$v(s/i) = \{\emptyset\}, \{2\}, \{3\}, \text{ e } \{2,3\}$$

Resolvendo o $v(s/i)$ da equação. Desse modo, para cada jogador, o valor Shapley é dado pelo somatório:

Jogador 1

$$\begin{aligned}\phi_1 &= (3 - |1|)! (|1| - 1)! / 3! (\{1\} - \{\emptyset\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,2\} - \{2\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,3\} - \{3\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,2,3\} - \{2,3\})\end{aligned}$$

Jogador 2

$$\begin{aligned}\phi_2 &= (3 - |1|)! (|1| - 1)! / 3! (\{2\} - \{\emptyset\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,2\} - \{1\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{2,3\} - \{3\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,2,3\} - \{1,3\})\end{aligned}$$

Jogador 3

$$\begin{aligned}\phi_3 &= (3 - |1|)! (|1| - 1)! / 3! (\{3\} - \{\emptyset\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,3\} - \{1\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{2,3\} - \{2\}) + \\ & (3 - |2|)! (|2| - 1)! / 3! (\{1,2,3\} - \{1,2\})\end{aligned}$$

4.3.8 Gately

Partindo da solução obtida nas coalizões se faz necessário verificar se os jogadores estão satisfeitos com os resultados obtidos, para que se evite a quebra da cooperação. O valor Gately indica a propensão de um jogador “ i ” interromper a coalizão, caso não esteja satisfeito com os resultados. O cálculo considera a relação entre o valor que os outros jogadores perdem quando o jogador “ i ” não coopera e o valor que o jogador “ i ” perderia caso não cooperasse.

A análise é feita considerando que um valor alto corresponde a uma alta propensão do jogador perturbar a cooperação, sendo possível barganhar uma

alocação melhor. O jogador com a maior propensão a romper a coalizão, tem mais poder de negociação comparado aos jogadores com a menor propensão (SHI et al., 2016; CHURKIN ET AL., 2021).

Da mesma forma que o valor Shapley, o valor Gately é calculado para cada jogador e é solucionado da seguinte maneira:

Jogador 1

$$d_1 = \frac{x_2 + x_3 - v_{\{2,3\}}}{x_1 - v_{\{1\}}}$$

Jogador 2

$$d_2 = \frac{x_1 + x_3 - v_{\{1,3\}}}{x_2 - v_{\{2\}}}$$

Jogador 3

$$d_3 = \frac{x_1 + x_2 - v_{\{1,2\}}}{x_3 - v_{\{3\}}}$$

Com o jogo definido, procede-se com a avaliação dos resultados, analisando a justiça, com o Índice de poder de Shapley-Shubik e a aceitabilidade com a medida da estabilidade.

4.4 INDICADORES DE EFICIÊNCIA E JUSTIÇA

Nesta etapa os resultados do modelo OEI-CGT serão avaliados com respeito à propensão de um jogador a romper a grande coalizão, a justiça e a aceitabilidade do jogo.

4.4.1 Shapley-Shubik

A aplicação da teoria dos jogos busca uma solução justa e eficiente para que seja aceita por todos os jogadores. Mesmo que o resultado apresente uma solução global aceitável, é possível que algum jogador o considere injusto, desse modo é possível medir a estabilidade das imputações com o índice de poder, que compara os

ganhos do jogador e da coalizão. A seguir é apresentado a forma para calcular o Índice Shapley-Shubik, para cada jogador.

Jogador 1

$$\delta_1 = \frac{x_1 - v_{\{1\}}}{\sum x_1 - v_{\{1\}} + x_2 - v_{\{2\}} + x_3 - v_{\{3\}}}$$

Jogador 2

$$\delta_2 = \frac{x_2 - v_{\{2\}}}{\sum x_1 - v_{\{1\}} + x_2 - v_{\{2\}} + x_3 - v_{\{3\}}}$$

Jogador 3

$$\delta_3 = \frac{x_3 - v_{\{3\}}}{\sum x_1 - v_{\{1\}} + x_2 - v_{\{2\}} + x_3 - v_{\{3\}}}$$

4.4.2 Medida de estabilidade

Com o Índice Shapley-Shubik é possível determinar a medida da estabilidade da coalizão, quanto maior a medida da estabilidade, mais instável será a solução obtida. A medida de estabilidade foi calculada da seguinte forma:

$$Fia = \frac{\text{média } (\delta_1; \delta_2; \delta_3)}{\text{desvio padrão } (\delta_1; \delta_2; \delta_3)}$$

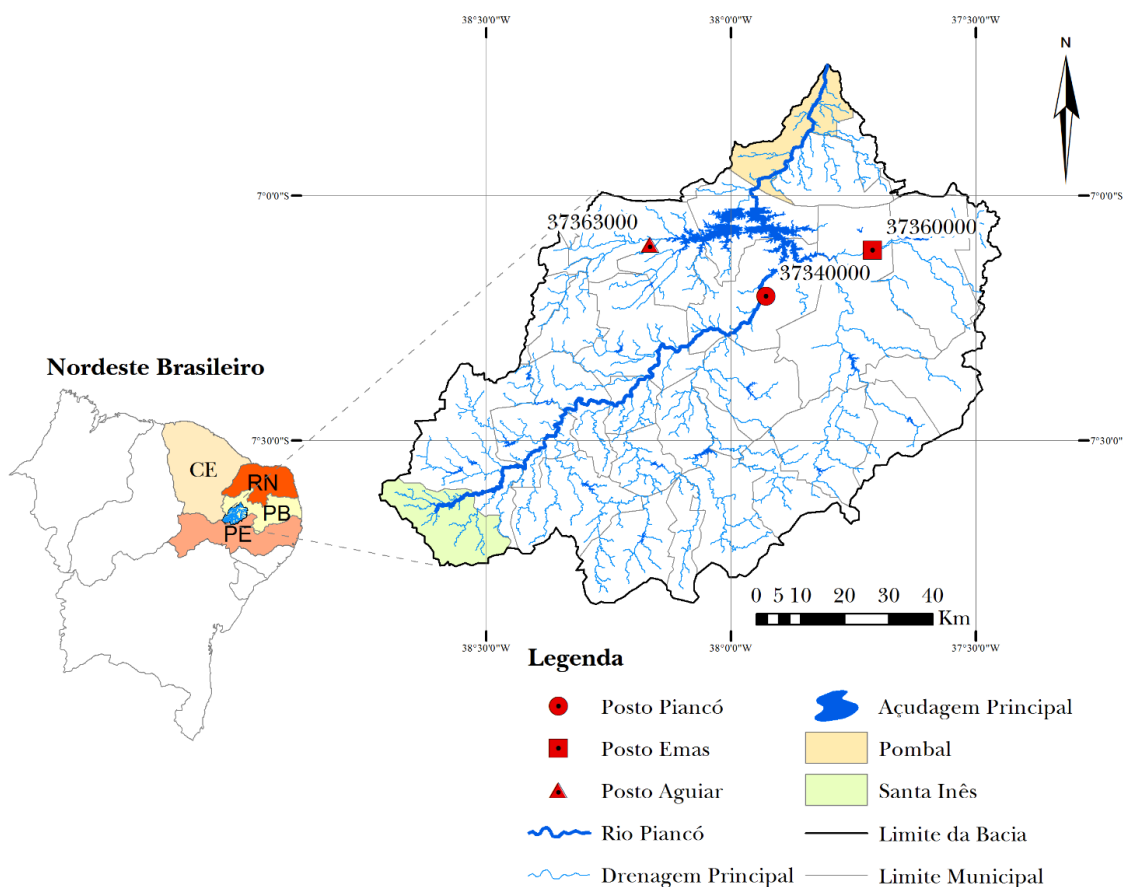
5 APLICAÇÃO

Implementados na linguagem de programação MATLAB, os modelos desta pesquisa foram aplicados ao sistema hídrico Curema-Mãe D'Água, com o objetivo de validar a metodologia proposta.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DO SISTEMA HÍDRICO CUREMA-MÃE D'ÁGUA

Neste estudo, o desempenho dos métodos propostos é examinado no sistema de reservatórios composto pelos açudes de Coremas e Mãe D'Água, localizados na Paraíba (Figura 6) e construídos pelo Departamento Nacional de Obras Contra as Secas - DNOCS (ANA, 2019), nas décadas de 1930 e 1950, respectivamente. O reservatório Curema teve a sua obra iniciada em 1939 e concluída em 1942. Já o reservatório Mãe D'Água começou a ser construído em 1953, com término em 1956 (LIMA, 2004).

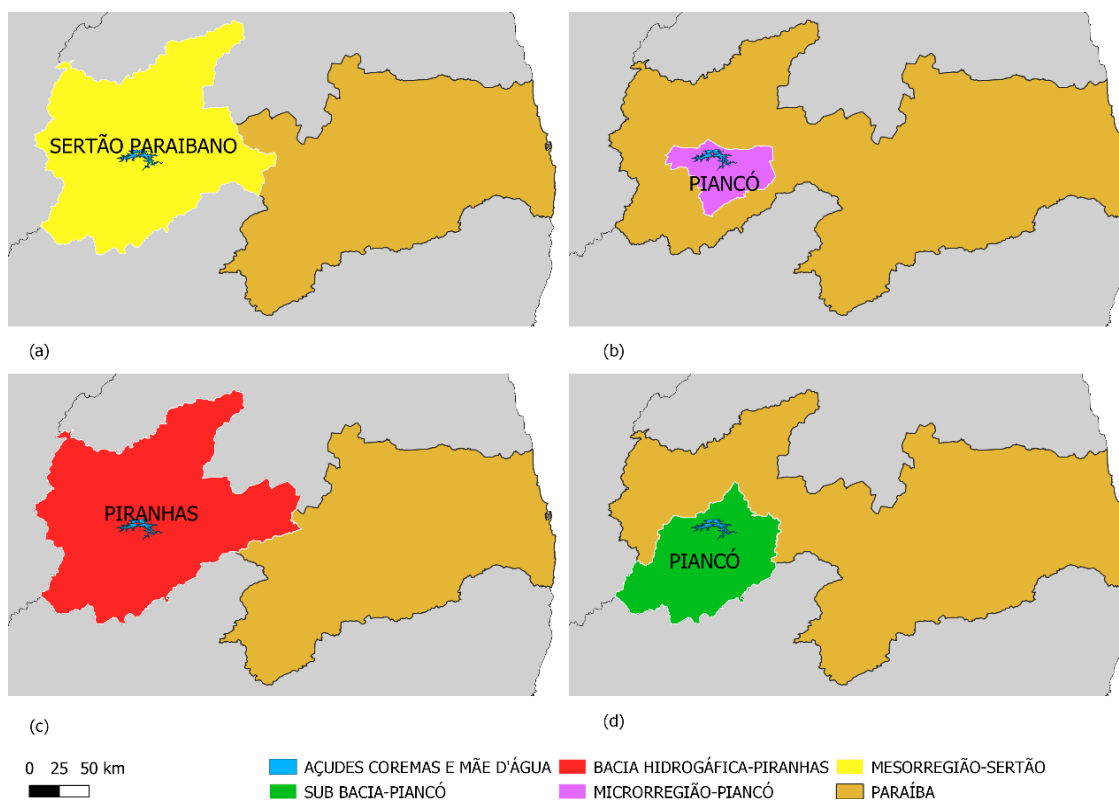
Figura 6 Mapa de localização dos Açudes Coremas e Mãe D'Água



Fonte: Carneiro e Farias (2013)

Os reservatórios situam-se na mesorregião do Sertão Paraibano, microrregião de Piancó, e pertencem à bacia hidrográfica dos rios Piancó-Piranhas-Açu, importante bacia para o estado da Paraíba, sendo de domínio federal. Com a Figura 7 é possível observar algumas características geográficas e hidrográficas dos açudes Coremas e Mãe D'Água. Os mapas foram construídos utilizando dados fornecidos pela AESA (2021), onde a **Figura 7 (a)** está indicada a mesorregião (Sertão paraibano), **Figura 7 (b)** diz respeito a microrregião (Piancó), a **Figura 7 (c)** representa a bacia hidrográfica no estado da Paraíba (Piancó-Piranhas-Açu) e a **Figura 7 (d)** é referente à bacia do rio Piancó (sub-bacia do Piancó-Piranhas-Açu).

Figura 7 - Características geográficas e hidrográficas dos açudes Coremas e Mãe D'Água.



Fonte: Elaboração Própria.

O Plano Estadual de Recursos Hídricos do Estado da Paraíba, aprovado pelo Conselho Estadual de Recursos Hídricos, estima valores de vazões regularizáveis para os reservatórios localizados na Paraíba (SILVA et al., 2014). Em relação ao sistema Curema-Mãe D'Água, tais valores foram atualizados com o novo marco regulatório proposto pela ANA, por meio da Nota Técnica nº 15/2019 (ANA, 2019).

O sistema hídrico Curema – Mãe D'Água, formado pelos reservatórios Coremas e Mãe D'Água e pelos rios Aguiar, Piancó e Emas, teve seu marco regulatório estabelecido inicialmente em 2004, pela resolução nº 687/2004 (ANA, 2004), com revisão em 2019, pela Nota Técnica nº 15/2019 (ANA, 2019).

Dentre os reservatórios existentes na Paraíba, os açudes Coremas e Mãe D'Água encontram-se entre os cinco maiores, juntamente com Engenheiro Ávidos, Epitácio Pessoa e Acauã, como ilustrado na Figura 8.

Figura 8 Principais Açudes da Paraíba.



Fonte: Elaboração Própria.

Os açudes Coremas e Mãe D'Água foram construídos pelos barramentos dos rios Piancó e Aguiar, respectivamente. Na cota 237 m, um canal vertedor interliga os reservatórios para formar um grande lago - com capacidade de transposição de $12\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ - tornando-se a maior reserva hídrica do estado da Paraíba (RODRIGUES et al., 2009). Juntamente com a barragem Eng. Armando Ribeiro Gonçalves-RN, asseguram a perenidade na bacia do Piancó-Piranhas-Açu, que, em condições normais, era um rio intermitente (MEDEIROS e ZANELLA, 2018). De acordo com a Nota Técnica nº 15/2019 (ANA, 2019), a recarga nos reservatórios ocorre no período de fevereiro a maio, sendo este o período úmido (4 meses). Os demais meses correspondem ao período de estiagem (8 meses).

Os reservatórios atendem às demandas de usos múltiplos consuntivos para abastecimento humano e industrial, irrigação, aquicultura e controle de cheias (LIMA et al., 2007; RODRIGUES et al., 2009). A soma total dessas demandas, para o ano

de 2007, era de aproximadamente 6,4 m³/s, com vazão regularizada de 7,9 m³/s (LIMA et al., 2007). No final dos anos 1950, foram instaladas junto à barragem do reservatório Coremas duas turbinas para geração de energia elétrica, cada qual com potência nominal de 1,76 MW, totalizando, portanto, potência instalada de 3,52 MW. Os usos não consuntivos referem-se à geração de energia elétrica e navegação.

Assim como no trabalho de Celeste et al. (2009), a implementação matemática do sistema Curema-Mãe D'Água foi simplificada, considerando os dois açudes como um só reservatório equivalente. Para o cálculo do volume máximo, adotou-se os dados obtidos por meio de batimetria, conforme Nota Técnica Conjunta n.º 02/2014/SRE/SUM-ANA (ANA, 2014). Assim, os volumes mínimo e máximo do reservatório equivalente foram assumidos como 46,8 hm³ e 1.159 hm³, respectivamente.

5.2 CARACTERÍSTICAS HIDROLÓGICAS DO SISTEMA HÍDRICO CUREMA - MÃE D'ÁGUA

5.2.1 As vazões regularizadas pelos açudes

De acordo com o descrito no novo marco regulatório, não existe um consenso sobre o valor mais adequado para a vazão regularizada do sistema hídrico. Os valores dispostos foram compilados e estão apresentados na **Tabela 2**, de acordo com o determinado pela Companhia Hidrelétrica do São Francisco - CHESF, com o PRH-PPA 2016, com o estudo de refinamento do balanço hídrico e do Atlas de Abastecimento Urbano de Água da ANA (2010).

Tabela 2 - Vazões regularizadas pelo sistema Curema -Mãe D'Água e garantias associadas. Adaptada de ANA (2019).

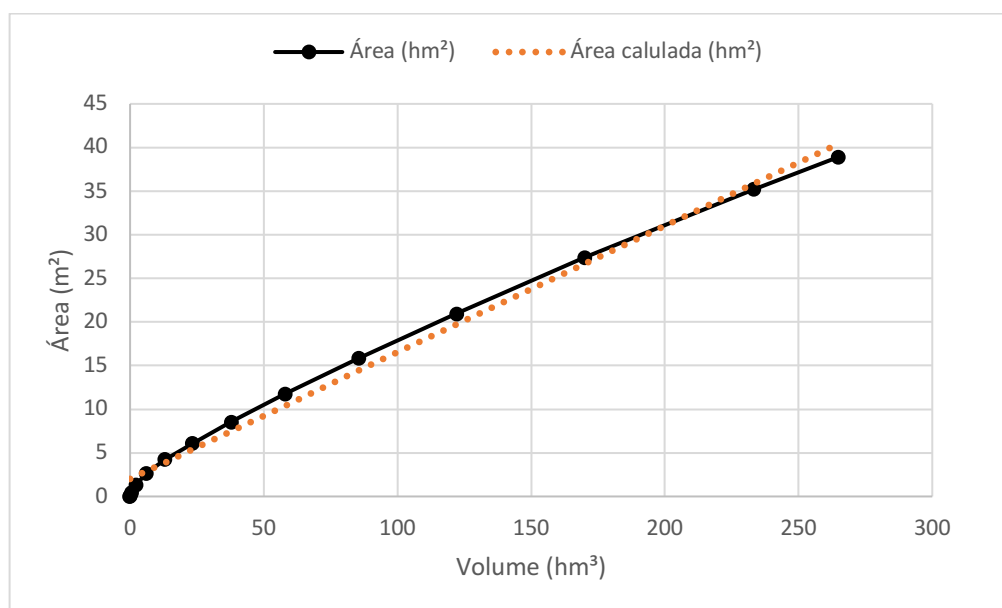
Referência	Curema			Mãe D'Água			Curema -Mãe D'Água		
	Q _{90%}	Q _{95%}	Q _{99%}	Q _{90%}	Q _{95%}	Q _{99%}	Q _{90%}	Q _{95%}	Q _{99%}
Projeto Original	4,0 m ³ /s			4,0 m ³ /s			8,0 m ³ /s		
PRH-PPA 2016	-	-	-	-	--		10,64	9,98	9,35
Estudo SPR/ANA 2016	6,59	5,27	3,64	2,62	2,21	1,79	9,21	7,48	5,43
Atlas 2010	-	-	-	-	--		-	7,99	-

Fonte: ANA (2019).

5.2.2 Curvas de área × volume

A curva de área × volume, para o reservatório equivalente foi obtida utilizando os dados dos dois reservatórios, realizando um ajuste linear. A curva é apresentada na **Figura 9**.

Figura 9 - Curva área x volume do sistema Curema Mãe D'Água



Fonte: Elaboração Própria.

5.2.3 Evaporação

Para a identificação da evaporação mensal utilizou-se os dados mensais de evaporação e de precipitação dispostos no trabalho de Lima (2004).

5.2.4 Usos e Usuários

Os reservatórios de Coremas e Mãe D'Água contam com diversas demandas, seguindo regras operativas de modo a atender às exigências existentes.

As operadoras dos sistemas de abastecimento público são a Companhia de Água e Esgotos da Paraíba - Cagepa e a Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte – Caern (ANA, 2019).

Os usuários de água para irrigação correspondem aos empreendimentos situados ao longo dos rios Piancó e Piranhas e do Canal da Redenção, bem como no Perímetro Irrigado Várzeas de Sousa - Pivas (ANA, 2019).

Os reservatórios contam com demandantes de água para aquicultura, estando estes situados ao longo dos rios Piancó e Piranhas, no Canal da Redenção e no Sítio Mãe D'Água (ANA, 2019).

As demandas referentes às indústrias, ao consumo humano rural e à criação animal são pouco expressivas, sendo atendidas por parcela da vazão de perenização.

Os valores das demandas mensais para os principais usos do sistema Curema-Mãe D'Água são os apresentados em ANA (2004) e ANA (2016), conforme Tabela 3.

Tabela 3 Demandas no Sistema Curema-Mãe D'Água.

Usuário	Vazão (m ³ /s)
Saneamento	0,825
Pecuária	0,117
Vazão ecológica	1,000
Irrigação	5,766
Aquicultura	0,185
Indústria	0,097
Total	7,990

Fonte: ANA (2004); ANA (2016).

5.3 CENÁRIOS

Para testar a metodologia, foram considerados três cenários de aplicação: o primeiro corresponde ao uso do modelo determinístico (Cenário DET); o segundo cenário corresponde à aplicação da Política de Operação Padrão (Cenário SOP) e o cenário obtido com a aplicação dos modelos OEI-CGT (Cenário OEI-CGT).

Baseado nos dados apresentados por ANA (2004) e ANA (2016), os usos de água, para fins de simplificação, foram agrupados e classificados como três jogadores. A **Tabela 4** apresenta os jogadores e suas vazões demandadas no sistema Curema Mãe D'Água.

Tabela 4 - Principais grupos demandantes do sistema Curema Mãe D'Água.

Jogador	Usuário	Vazão (m ³ /s)
J1	Saneamento e pecuária	0,942
J2	Irrigação	5,766
J3	Vazão ecológica, aquicultura, indústria.	1,282

Fonte: Elaboração Própria.

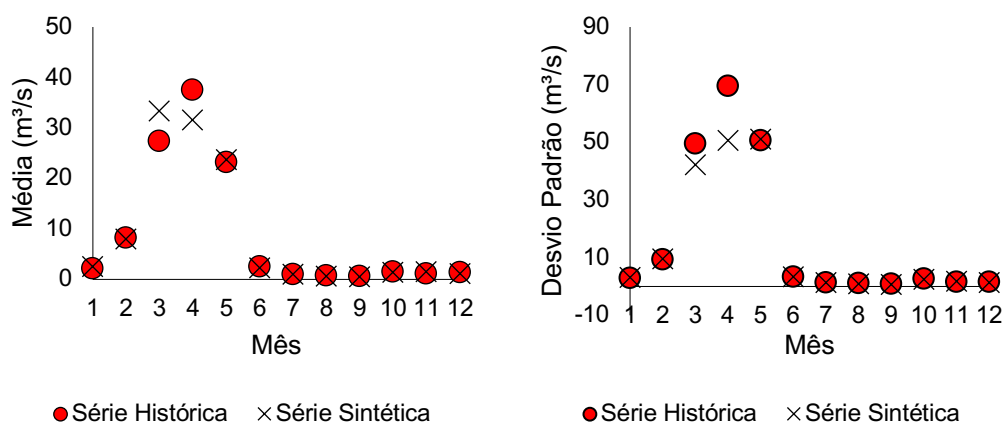
6 RESULTADOS

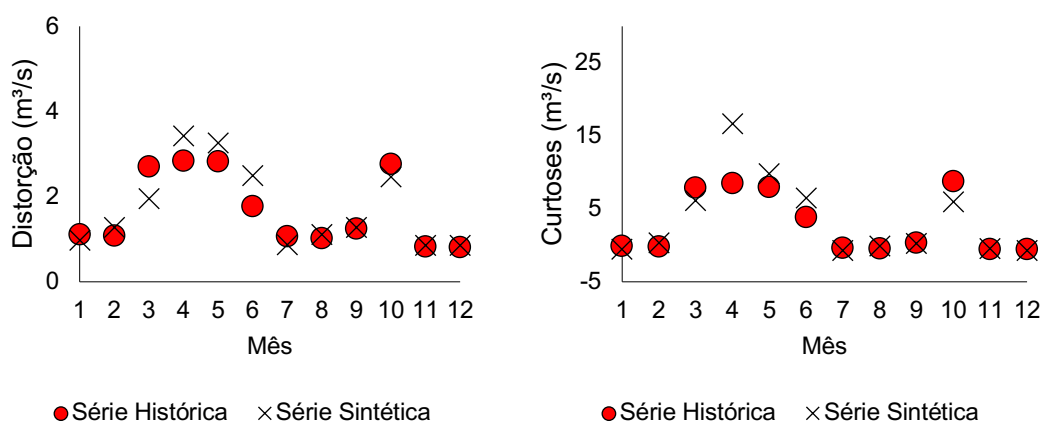
6.1 MODELO OEI

6.1.1 Geração sintética de vazões

Os parâmetros foram calibrados com base nos registros mensais de vazões afluentes ao reservatório equivalente, provenientes das estações hidrológicas de Aguiar, Emas e Piancó, considerando um período de 16 anos (2005-2020). Em seguida, o sistema foi descrito baseado em uma distribuição de probabilidade gama e, posteriormente as vazões foram divididas em fragmentos de acordo com o Método dos Fragmentos. Optou-se por gerar uma série sintética de 5.000 anos, já que séries grandes permitem o exame de casos mais críticos (SANGIORGIO e GUARISO,2018). Ao aplicar o Método dos Fragmentos, notou-se que a abordagem reproduzia adequadamente a média, o desvio padrão, a distorção e o coeficiente de curtoses. NA **Figura 10** está apresentada uma comparação das propriedades estatísticas da série histórica e da série sintética.

Figura 10 - Comparação da média, desvio padrão, distorção e curtoses de vazões históricas mensais e geradas estocasticamente com o método dos fragmentos





Fonte: Elaboração Própria.

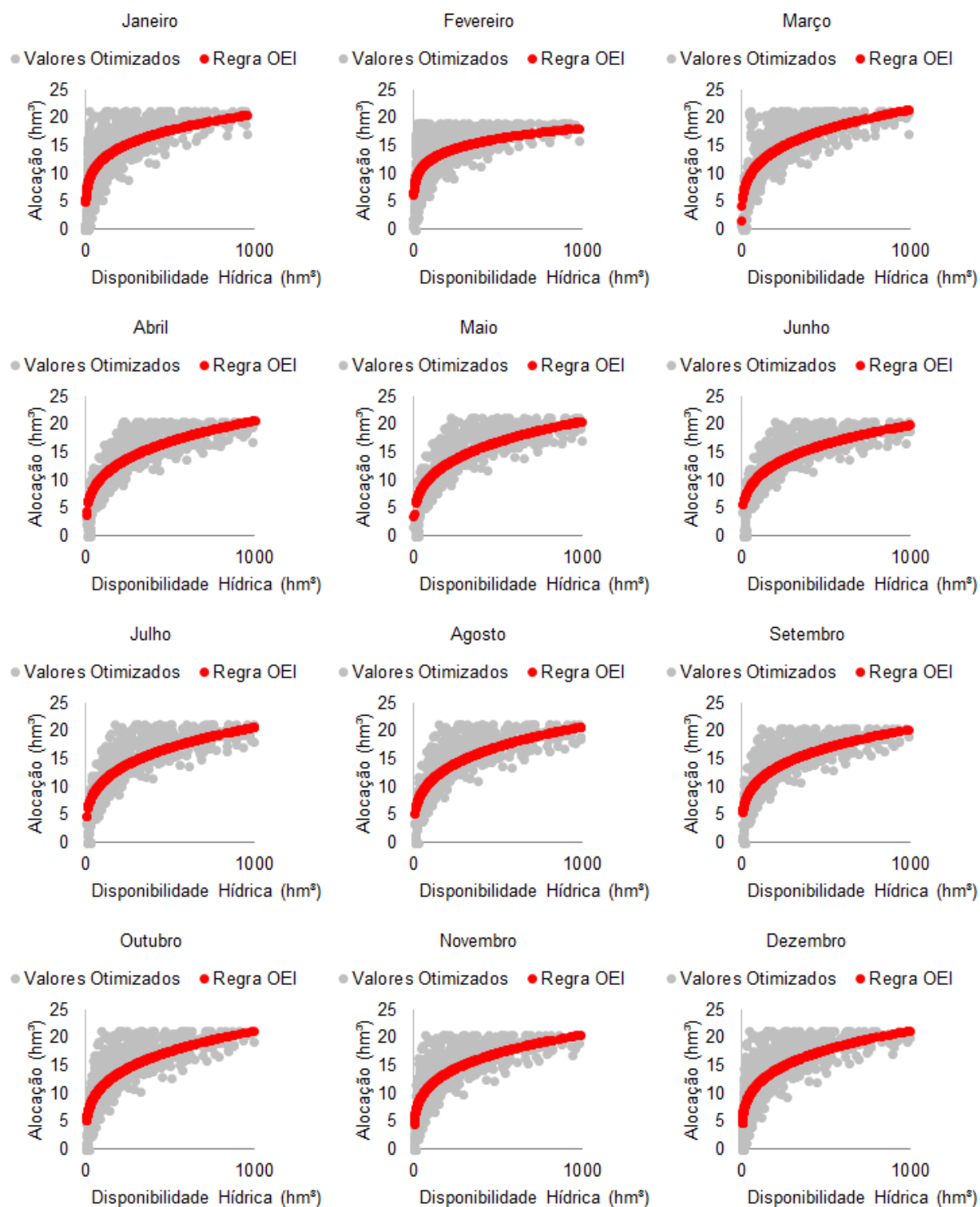
6.1.2 Regra OEI

Para a obtenção das regras mensais otimizadas, o modelo de otimização determinístico foi aplicado considerando 504 anos de dados mensais gerados pelo Método dos Fragmentos. O volume inicial do reservatório equivalente foi assumido como 21,8% da sua capacidade máxima, correspondendo a média dos volumes observados para o mês de janeiro. Para evitar problemas com condições de contorno, os dois primeiros e últimos anos dos resultados foram excluídos. Esse procedimento gerou 500 anos (6.000 meses) de valores ótimos de alocação e de volume disponível, 500 para cada mês do ano.

Para a obtenção das curvas otimizadas, usou-se regressão não-linear visando calibrar os parâmetros α , β e φ da Equação 1 para cada mês do ano. Assim, obteve-se as trajetórias ótimas mensais (processo de liberação de água em função do volume disponível no reservatório). Neste estudo, o volume disponível corresponde à soma do volume inicial no reservatório com a vazão esperada para o mês corrente. As regras otimizadas para cada mês do ano estão apresentadas na Figura 11..

$$R(t) = \alpha[V(t-1) - V_{min} + Q(t)]^\beta$$

Figura 11 - Regras mensais baseadas em OEI para operação do reservatório equivalente do Sistema Curema-Mãe D'Água.



Fonte: Elaboração Própria.

Com o ajuste das curvas mensais, os parâmetros foram determinados e estão dispostos na **Tabela 5**.

Tabela 5 - Parâmetros obtidos com regressão não-linear para ajuste das regras de operação do reservatório equivalente do Sistema Curema-Mãe D'Água

Mês	α	β
Jan	244465,1475	0,2143
Fev	644154,2024	0,1614
Mar	103793,8076	0,2575
Abr	57310,9273	0,2843
Mai	56268,4808	0,2850
Jun	80272,6091	0,2662
Jul	69467,6139	0,2750
Ago	73771,3128	0,2725
Set	97423,6745	0,2579
Out	81777,1912	0,2683
Nov	116426,9357	0,2499
Dez	119764,6477	0,2500

Fonte: Elaboração Própria.

Para testar a eficácia das regras geradas pelo modelo OEI, o Método dos Fragmentos foi utilizado para gerar 10 novas séries mensais de vazões, cada uma com 24 anos. O volume inicial do reservatório equivalente também foi assumido como 21,8% da sua capacidade máxima. Considerando que os dois primeiros e últimos anos foram eliminados para evitar problemas com condições de contorno, isso resultou em 10 séries de 20 anos (240 meses). Os resultados de vulnerabilidade média mensal levando em conta a aplicação dos modelos DET, OEI e SOP, para as 10 simulações, estão compilados na **Tabela 6**.

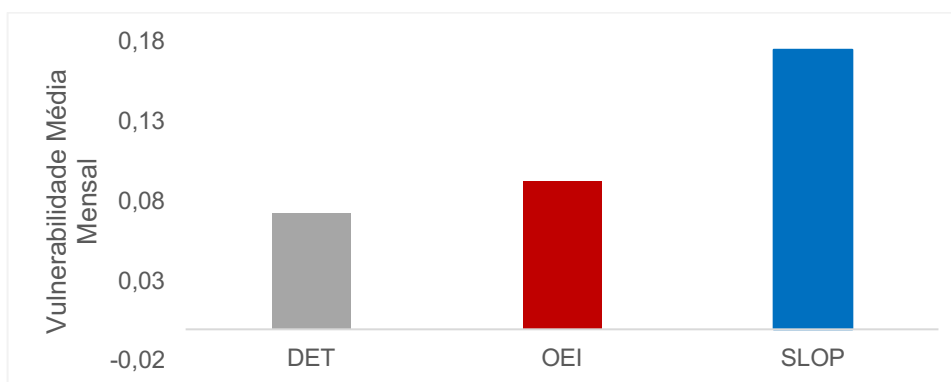
Tabela 6 - Vulnerabilidade média mensal com a aplicação dos modelos DET, OEI e SOP para 10 simulações com 20 anos.

Simulação	DET	OEI	SOP
Sim#1	0,1213	0,1408	0,2034
Sim#2	0,1548	0,1770	0,2680
Sim#3	0,1213	0,1407	0,2034
Sim#4	0,0339	0,0530	0,0890
Sim#5	0,2004	0,2258	0,2722
Sim#6	0,0358	0,0588	0,0900
Sim#7	0,1195	0,1442	0,2306
Sim#8	0,1070	0,1346	0,1871
Sim#9	0,1265	0,1391	0,2160
Sim#10	0,0727	0,0985	0,1751

Fonte: Elaboração Própria.

Ao comparar objetivos resultantes dos cenários com SOP e OEI, observa-se que as regras OEI apresentaram menor vulnerabilidade, com os seus valores se aproximando numericamente do modelo DET, privilegiado pelo conhecimento de todo o horizonte de operação. Na **Figura 12** está ilustrada a comparação entre as vulnerabilidades médias mensais encontradas na Sim#10.

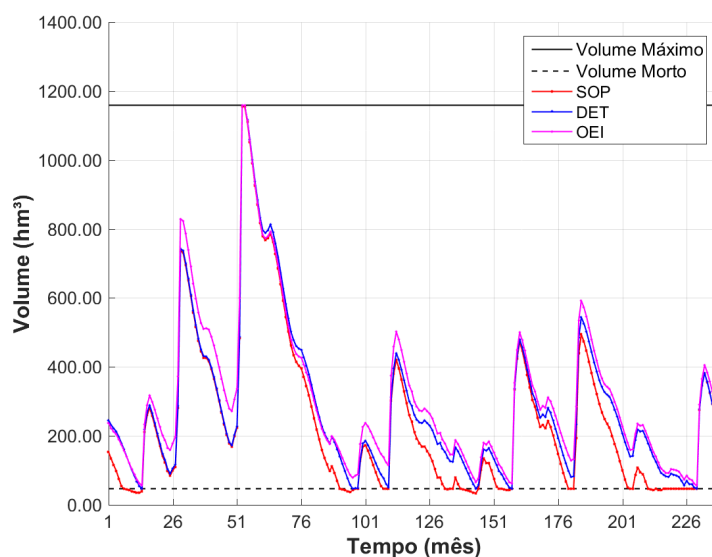
Figura 12 - Comparação de vulnerabilidades para todos os cenários na Sim#10.



Fonte: Elaboração Própria.

Na **Figura 13** está apresentada uma comparação do volume do reservatório quando se aplica os modelos DET, SOP e OEI aos dados de vazão da Sim#10. Analisando o comportamento do armazenamento no reservatório, é possível observar que no SOP o decaimento do volume ocorre de modo mais rápido, quando comparado ao OEI. Com a adoção das regras OEI, o volume do reservatório tende a se aproximar do volume ótimo obtido caso fosse possível implementar o modelo determinístico, permitindo que a operação do reservatório seja aprimorada.

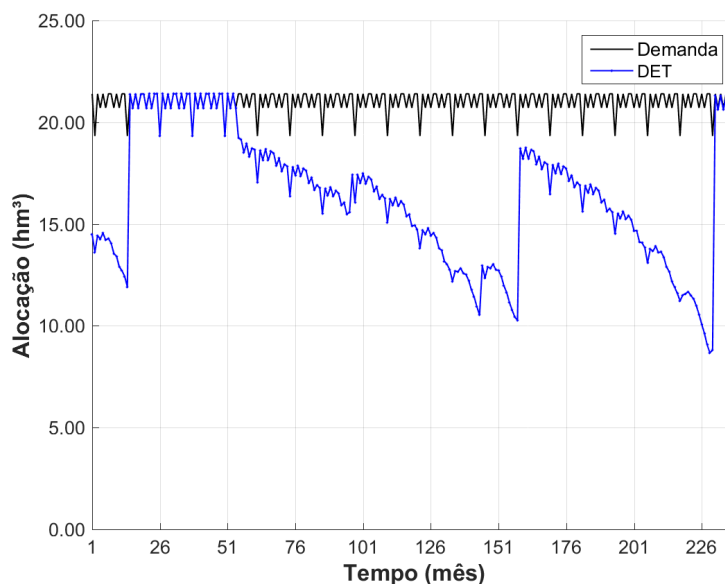
Figura 13 - Comportamento dos volumes do reservatório equivalente considerando a aplicação dos modelos DET, OEI e SOP para a Sim#10.



Fonte: Elaboração Própria.

Na **Figura 14** é possível verificar o resultado das alocações ótimas para o cenário DET. Como o modelo determinístico tem informações sobre toda a sequência de vazões afluentes, ele atua racionando a liberação de água para evitar falhas mais impactantes, reduzindo a vulnerabilidade total.

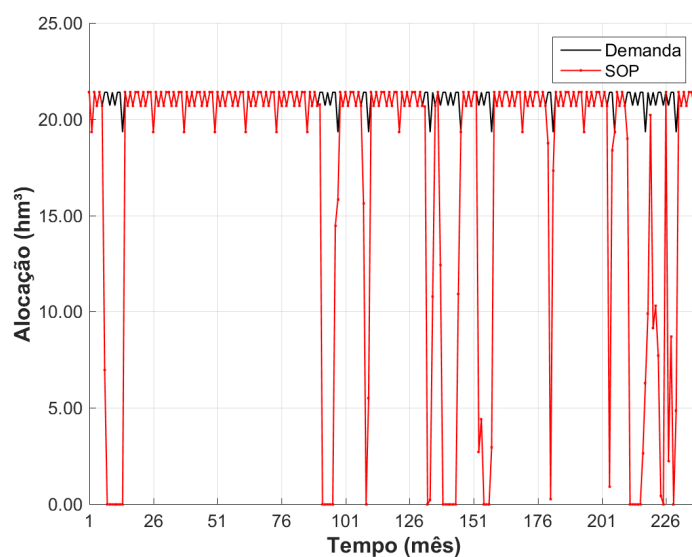
Figura 14 - Alocação de água com a aplicação do modelo DET na Sim#10.



Fonte: Elaboração Própria.

A **Figura 15** corresponde a operação do reservatório quando o modelo SOP é a operação aplicada. É possível verificar que sempre que tem água disponível, a demanda é atendida. Quando o volume é inferior a demanda, todo o armazenamento é liberado ainda que a demanda não seja atendida em sua totalidade, o que pode ocasionar falhas no sistema em diversos períodos.

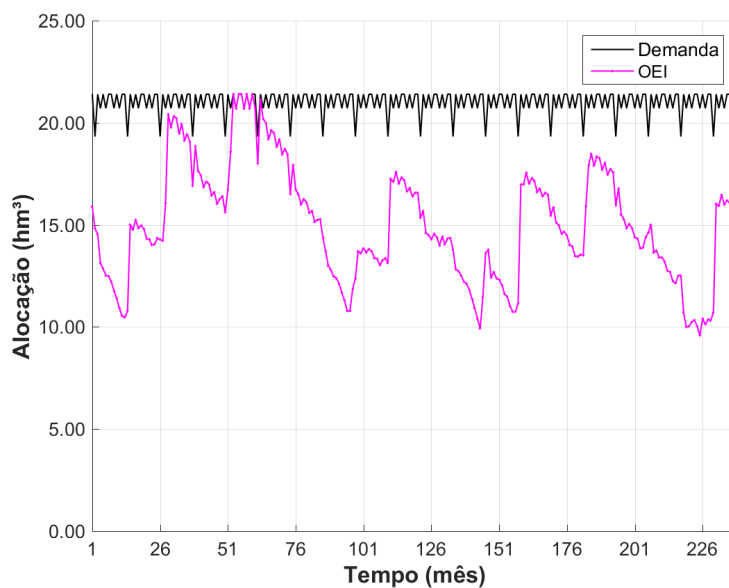
Figura 15 - Alocação de água com a aplicação do modelo SOP na Sim#10.



Fonte: Elaboração Própria.

Na **Figura 16** estão dispostas as alocações para o cenário utilizando o modelo OEI. Observa-se um comportamento de alocação similar ao verificado no cenário DET, ou seja, a liberação ocorre com o intuito de minimizar falhas, atendendo parte da demanda requerida. A vantagem do modelo OEI é que ele não necessita conhecer todo o cenário futuro de vazões. Esse resultado é possível porque a OEI consegue incorporar as incertezas hidrológicas nas regras geradas, oferecendo condições mais adequadas para as alocações.

Figura 16 - Alocação de água com a aplicação do modelo OEI na Sim#10.

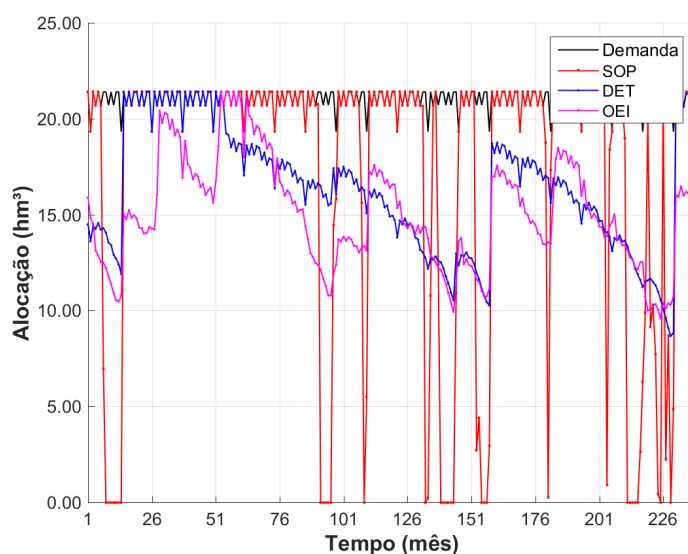


Fonte: Elaboração Própria.

6.1.3 Comparação das Regras

Na **Figura 17** é possível observar a diferença entre as liberações ótimas (DET), as liberações obtidas com a política padrão (SOP) e aquelas geradas pelo modelo OEI. Assim como observado no trabalho de Sangiorgio e Guariso (2018), o modelo OEI supera a política padrão e aproxima-se da situação ótima disponibilizada pelo modelo DET.

Figura 17 - Alocação de água com a aplicação dos modelos DET, SOP e OEI na Sim#10.



Fonte: Elaboração Própria.

Pode ser visto, na **Figura 17**, que o método geralmente utilizado na operação de reservatórios (SOP) não forneceu o melhor desempenho com respeito ao critério de vulnerabilidade, apresentando falhas que levam o reservatório ao colapso em vários momentos.

6.2 MODELO OEI-CGT

6.2.1 Aplicação da Teoria dos Jogos

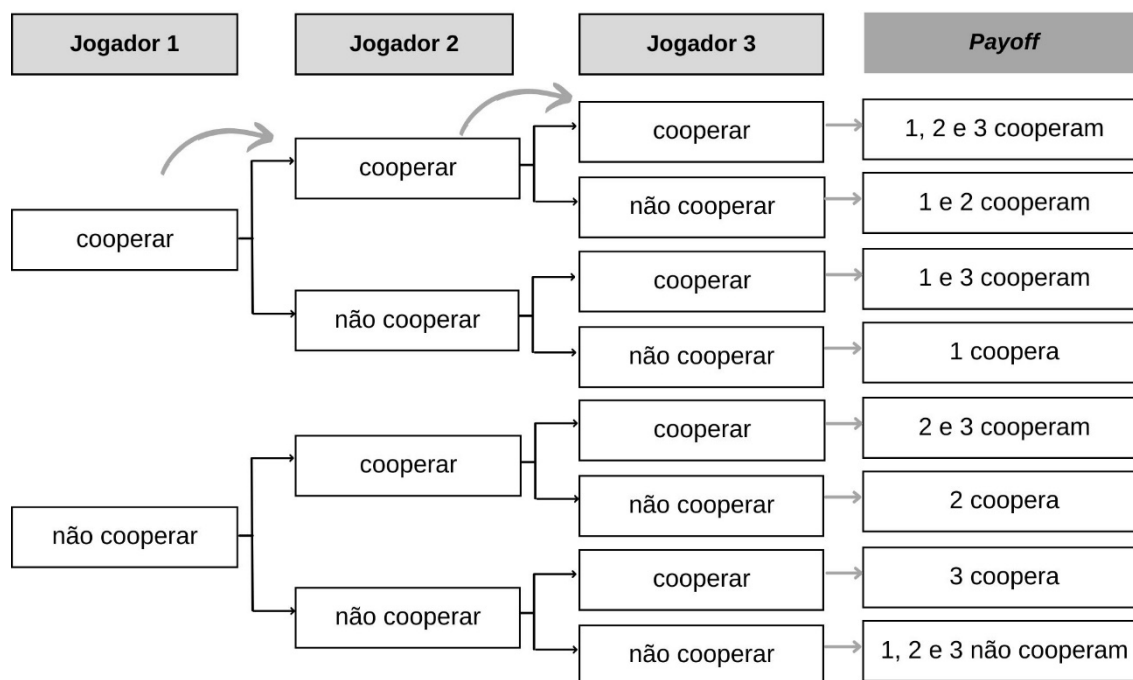
O planejamento eficiente da alocação de água para os diversos usos em uma bacia ou reservatórios depende da atuação cooperativa das partes interessadas. A atuação coordenada promove o uso sustentável, múltiplo e equitativo da água.

Para distribuir a água do reservatório, utilizou-se uma abordagem baseada na Teoria dos Jogos Cooperativos. No primeiro momento, regras de operação foram otimizadas (modelo OEI) para decidir sobre o total a ser alocado com base no volume disponível e de maneira a minimizar a vulnerabilidade do sistema. Em seguida, considerando diversas interações entre os participantes, aplicou-se a Teoria dos Jogos Cooperativos de utilidade transferível para analisar a eficiência da cooperação bem como compartilhar os custos/benefícios de modo justo e eficiente.

Ressalta-se que a vulnerabilidade relaciona a demanda e a alocação de água, com seus valores mensais variando entre zero e um. Portanto, quando a vulnerabilidade é zero, implica que o sistema está estável no período verificado. Por outro lado, se a vulnerabilidade difere de zero, ocorre deficiência na alocação e quanto maior o seu valor, mais o sistema estará suscetível a falhas.

6.2.1.1 Estratégias

Definido o grupo de jogadores (**Tabela 4.**), as estratégias do jogo devem ser estabelecidas. Neste modelo, como já relatado na metodologia, adotou-se duas estratégias: “cooperar” e “não cooperar”. Na **Figura 18** é possível observar a árvore que representa a estrutura das estratégias.

Figura 18 - Árvore de duas estratégias do jogo cooperativo com três jogadores

Fonte: Elaboração Própria.

6.2.1.2 Coalizões

Após a definição da árvore de estratégias, procede-se para montagem das coalizões. Assim, com $n = 3$ tem-se sete coalizões. Aqui a coalizão é denotada por $\{i\}$ e, desse modo, obtém-se $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$, $\{1,2,3\}$ e a coalizão vazia. Todas as coalizões possíveis entre os três jogadores estão listadas na **Tabela 7**.

Tabela 7 - Coalizões formadas por três jogadores em cooperação.

Coalizão	Jogadores	Tipo de coalizão
$\{1,2,3\}$	J1, J2, J3	Grande coalizão
$\{1\}$	J1	Coalizão individual
$\{2\}$	J2	Coalizão individual
$\{3\}$	J3	Coalizão individual
$\{1,2\}$	J1, J2	Coalizão parcial
$\{1,3\}$	J1, J3	Coalizão parcial
$\{2,3\}$	J2, J3	Coalizão parcial

Fonte: Elaboração Própria.

6.2.1.3 Função característica

Nesta fase, a alocação ótima mensal derivada pelo modelo OEI é distribuída entre os jogadores. Para isto, adotou-se a minimização da soma das vulnerabilidades em cada mês t como função característica. Desse modo, reescrevendo a 16 19, para o caso de 3 jogadores, tem-se:

$$\begin{aligned} \min VULJ(t) = & \lambda_1 \left[\frac{R1(t) - D1(t)}{D1(t)} \right]^2 \\ & + \lambda_2 \left[\frac{R2(t) - D2(t)}{D2(t)} \right]^2 + \lambda_3 \left[\frac{R3(t) - D3(t)}{D3(t)} \right]^2 \end{aligned} \quad 19$$

Sujeita às seguintes restrições:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1. \quad 20$$

$$R1(t) + R2(t) + R3(t) = R(t) \text{ (gerado pelo modelo OEI);} \quad 21$$

$$0 \leq R1(t) \leq D1(t) ; 0 \leq R2(t) \leq D2(t) ; 0 \leq R3(t) \leq D3(t) \quad 22$$

Os jogadores foram priorizados de acordo com os pesos λ_1 , λ_2 , λ_3 em cada coalizão, conforme apresentado na **Tabela 8**.

Tabela 8 - Peso atribuído a cada jogador ao participar de uma coalizão

Coalizão	λ_1	λ_2	λ_3
{1,2,3}	1/3	1/3	1/3
{1}	1	0	0
{2}	0	1	0
{3}	0	0	1
{1,2}	1/2	1/2	0
{1,3}	1/2	0	1/2
{2,3}	0	1/2	1/2

Fonte: Elaboração Própria.

6.2.1.4 Pagamentos

Os pagamentos correspondem aos valores obtidos nas coalizões. Em cada coalizão teremos o valor global e o valor atribuído aos jogadores de modo individual. Como a função característica é dada pela vulnerabilidade média mensal, os melhores valores são os menores.

Tendo como base a Sim#10, os dados de “pagamentos” obtidos estão dispostos na Tabela 9, Tabela 10 e Tabela 11 para os modelos DET, SOP e OEI, respectivamente. As colunas 2, 3 e 4 referem-se aos ganhos individuais para cada

jogador participante da coalizão indicada na primeira coluna. A coluna 5 corresponde ao benefício global, ou seja, ao somatório da vulnerabilidade média mensal de cada jogador.

Tabela 9 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo determinístico para os dados da Sim#10.

Coalizões	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3	Total
{1,2,3}	0,0032	0,1205	0,0060	0,1297
{1}	0,0000	0,1391	0,0002	0,1393
{2}	0,6189	0,0123	0,5429	1,1742
{3}	0,0552	0,1395	0,0000	0,1395
{1,2}	0,0011	0,0400	0,7499	0,7910
{1,3}	0,0000	0,1396	0,0000	0,1396
{2,3}	0,7887	0,0551	0,0027	0,8465

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 10 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo SOP para os dados da Sim#10.

Coalizões	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3	Total
{1,2,3}	0,1411	0,1938	0,1494	0,4843
{1}	0,1365	0,1947	0,1611	0,4923
{2}	0,2248	0,1643	0,2284	0,6175
{3}	0,1670	0,1958	0,1385	0,5013
{1,2}	0,1374	0,1779	0,2350	0,5502
{1,3}	0,1403	0,1985	0,1479	0,4867
{2,3}	0,2413	0,1819	0,1399	0,5631

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 11 - Vulnerabilidade média mensal referente a aplicação do modelo OEI-CGT para os dados da Sim#10.

Coalizões	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3	Total
{1,2,3}	0,0043	0,1634	0,0081	0,1758
{1}	0,0000	0,1890	0,1847	0,3738
{2}	0,7826	0,0175	0,7183	1,5184
{3}	0,0000	0,1892	0,0000	0,1892
{1,2}	0,0015	0,0573	0,8840	0,9429
{1,3}	0,0000	0,1892	0,0000	0,1892
{2,3}	0,9142	0,0782	0,0039	0,9962

Fonte: Elaboração Própria.

Analisando separadamente cada coalizão nos três cenários, o jogador 1 e o jogador 3 apresentam vulnerabilidade média semelhante tanto quando atuam na grande coalizão quanto na coalizão individual. O jogador 3 apresenta uma vulnerabilidade ligeiramente menor quando atua sozinho. Ao observar o jogador 2 na coalizão individual, os valores de sua vulnerabilidade são muito menores quando comparados aos da grande coalizão. No entanto, a vulnerabilidade total do sistema aumenta significativamente, de 0,1758 para 1,5184, gerando maior compromisso do jogador 2 para com os demais jogadores. Desse modo, é possível que o jogador 2 tenha uma propensão maior para manter a cooperação. Supõe-se, também, que os jogadores são racionais e atuam em cooperação para maximizar os benefícios de modo global. Ao minimizar a vulnerabilidade do sistema, a grande coalizão apresenta o melhor desempenho, correspondendo a falhas com menores impactos.

6.2.2 Condições

Tendo como base os resultados obtidos com o cenário OEI-CGT e utilizando os valores dispostos na **Tabela 11**, é possível analisar os conceitos básicos que garantem que o jogo seja cooperativo. A solução obtida deve ter como base a racionalidade individual, a racionalidade do grupo e a eficiência conjunta.

Em todas as coalizões, o princípio da racionalidade deve ser satisfeito (VESGA, 2016). A racionalidade individual indica que o jogador obterá mais benefícios atuando em cooperação e deve receber no mínimo o benefício correspondente a sua coalizão individual.

Desse modo, na grande cooperação a vulnerabilidade média mensal para cada jogador individualmente deverá ser menor quando comparada à vulnerabilidade média mensal da coalizão individual do jogador em questão. Com base nos dados obtidos com a Sim#10, tem-se que $x_1 = 0,0043$; $x_2 = 0,1634$; $x_3 = 0,0081$; $v(1) = 0,3738$; $v(2) = 1,5184$; $v(3) = 0,1892$ e $v(N) = 0,1758$. Com tais dados, confirma-se que o jogo atende ao princípio da racionalidade individual. Os dados relativos à racionalidade individual estão dispostos na **Tabela 12**.

Tabela 12 - Racionalidade individual considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.

jogador 1	$x_1 \leq v(1)$	$0,0043 \leq 0,3738$
jogador 2	$x_2 \leq v(2)$	$0,1634 \leq 1,5184$
jogador 3	$x_3 \leq v(3)$	$0,0081 \leq 0,1892$

Fonte: Elaboração Própria.

Com o princípio da racionalidade individual satisfeito, o jogador 1, 2 ou 3, na grande coalizão, terá, individualmente, mais benefícios/ menos custos quando comparado ao benefício/custo da coalizão em que atua sozinho.

Para a racionalidade em grupo são observadas as coalizões parciais. Sabendo que $v(1,2) = 0,9429$, $v(1,3) = 0,1892$ e $v(2,3) = 0,9962$; e, tomando como base os valores de x_1 , x_2 e x_3 , a racionalidade em grupo pode ser verificada como apresentado na Tabela 13.

Tabela 13 - Racionalidade de grupo considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.

$x_1 + x_2 \leq v(1,2)$	$0,1677 \leq 0,9429$
$x_1 + x_3 \leq v(1,3)$	$0,0124 \leq 0,1892$
$x_2 + x_3 \leq v(2,3)$	$0,1715 \leq 0,9962$

Fonte: Elaboração Própria.

Quando o princípio da racionalidade em grupo é atendido, dada uma coalizão parcial $\{1,2\}$, $\{1,3\}$ ou $\{2,3\}$, o valor total desta coalizão será menor, em caso de benefícios, ou maior em caso de custos, quando comparado ao somatório dos ganhos dos jogadores participantes da coalizão parcial na grande coalizão. Assim, os jogadores não têm incentivo para atuarem sozinhos ou em coalizões parciais, com os maiores custos acontecendo nas coalizões individuais.

Ademais, para que o jogo tenha eficiência, o somatório da vulnerabilidade média mensal dos três jogadores, na grande coalizão, deve ser igual à vulnerabilidade média mensal da grande coalizão, ou seja, $\sum x_i = v(N)$, conforme mostrado na **Tabela 14**.

Tabela 14 - Eficiência considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.

$x_1 + x_2 + x_3 = v(N)$	$0,0043+0,1634+0,0081=0,1758$
--------------------------	-------------------------------

Fonte: Elaboração Própria.

Conhecidos os valores de x , $v(S)$ e $v(N)$, é possível verificar o princípio da marginalidade. Ou seja, o somatório dos benefícios dos jogadores em uma coalizão deve ser menor que os benefícios da grande coalizão subtraído o valor da coalizão que o jogador não participa. Os valores obtidos podem ser observados na **Tabela 15**.

Tabela 15 - Princípio da marginalidade considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10

$v(S)$	Condição	Custo incremental
$v(1) = 0,3738$	$\sum x(1) > v(1,2,3) - v(2,3)$	-0,8204
$v(2) = 1,5184$	$\sum x(2) > v(1,2,3) - v(1,3)$	-0,0134
$v(3) = 0,1892$	$\sum x(3) > v(1,2,3) - v(1,2)$	-0,7671
$v(1,2) = 0,9429$	$\sum x(1,2) > v(1,2,3) - v(3)$	-0,0134
$v(1,3) = 0,1892$	$\sum x(1,3) > v(1,2,3) - v(2)$	-1,3426
$v(2,3) = 0,9962$	$\sum x(2,3) > v(1,2,3) - v(1)$	-0,1980

Fonte: Elaboração Própria.

Com o princípio da marginalidade, é determinado os menores custos para o jogo, correspondendo ao custo incremental ou custo mínimo necessário para um jogador aderir a uma coalizão. Observa-se, com a **Tabela 15**, que os custos incrementais, em todas as coalizões são menores que os custos atribuídos às respectivas coalizões. Este valor diz respeito ao custo mínimo que um jogador deve pagar para entrar em uma coalizão, evitando que os demais jogadores paguem pela entrada de um jogador novo. O valor atribuído aos jogadores na grande coalizão é maior que o custo incremental, desse modo, o atendimento ao princípio da marginalidade indica que cada jogador é capaz de arcar com os custos mínimos para entrar em uma coalizão.

O jogo cooperativo é super aditivo, ou seja, nenhum subgrupo da grande coalizão tem benefícios em assumir um jogo independente. Os valores dispostos na **Tabela 16** demonstram a sub aditividade. Visto que se trata de vulnerabilidade média mensal, conforme os atores entram na coalizão, menor torna-se a vulnerabilidade.

Tabela 16 - Princípio da super aditividade considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10

$v(C) + v(D)$	$v(C) + v(D) \geq v(CUD)$	$v(CUD)$
$\{1\} + \{2,3\} = 0,3700$	$v(1) + v(2,3) \geq v(1U2U3)$	0,1758
$\{2\} + \{1,3\} = 1,7076$	$v(2) + v(1,3) \geq v(2U1U3)$	0,1758
$\{3\} + \{1,2\} = 1,1321$	$v(3) + v(1,2) \geq v(3U1U2)$	0,1758
$\{1\} + \{2\} + \{3\} = 2,0814$	$v(1) + v(2) + v(3) \geq v(1U2U3)$	0,1758

Fonte: Elaboração Própria.

Com o princípio da super aditividade atendido, significa que formação de sub coalizões não superam o benefício obtido na grande coalizão.

Após verificar todas as condições - racionalidade, eficiência, marginalidade e super aditividade -, é possível avaliar se a solução apresentada se encontra no núcleo, bem como determinar o valor de Shapley para verificar o melhor compartilhamento de custos/benefícios entre os participantes da grande coalizão.

6.2.2.1 O núcleo

Uma vez verificado o atendimento ao princípio da racionalidade e da eficiência, constata-se que a solução obtida na Sim#10 encontra-se no núcleo. Baseado no princípio da racionalidade, determina-se os valores máximos, que correspondem aos valores atribuídos às coalizões individuais $\{1\}$, $\{2\}$ e $\{3\}$. Após isso, baseado no valor do custo incremental determinado com o princípio da marginalidade, define-se o intervalo de alocações possíveis, ou seja, para que a solução do jogo seja eficiente ela deve estar inserida no intervalo entre os valores mínimos e máximos para cada jogador.

Com a grande coalizão, obteve-se os valores individuais para cada jogador. Na **Tabela 17** as imputações ou participação marginal de cada jogador são apresentadas.

Tabela 17 - Vulnerabilidade média mensal para cada jogador na grande coalizão considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10

Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3
0,0043	0,1634	0,0081

Fonte: Elaboração Própria.

Observando os valores máximos (coalizões individuais) e mínimos (custo incremental), é possível analisar se a solução se encontra dentro do núcleo. Os valores estão dispostos na **Tabela 18**.

Tabela 18 - Valores máximos e mínimos para cada jogador

Jogadores	Valores mínimos (Custo incremental)	Solução Obtida (Grande coalizão)	Valores máximos (Coalizão individual)
1	-0,8204	$\leq 0,0043 \leq$	0,3738
2	-0,0134	$\leq 0,1634 \leq$	1,5184
3	-0,7671	$\leq 0,0081 \leq$	0,1892

Fonte: Elaboração Própria.

Desse modo, os resultados obtidos na Sim#10 atendem aos princípios necessários para ser considerado um jogo cooperativo e tem seus valores inseridos no núcleo, que corresponde ao intervalo de soluções ótimas.

6.2.2.2 Valor Shapley

Para analisar o compartilhamento dos efeitos, utilizou-se o valor de Shapley, visando obter uma situação ideal. Os dados para o valor de Shapley estão dispostos na Tabela 19.

Tabela 19 - Valor de Shapley considerando a aplicação do modelo OEI-CGT para a Sim#10.

Modelo	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3	Total
OEI-CGT	-0,30637	0,76182	-0,27962	0,17583

Fonte: Elaboração Própria.

Determinada a grande coalizão, foram aplicados dois métodos dos jogos cooperativos, o núcleo, para garantir que o resultado fosse a melhor opção, e o valor de Shapley, para que os benefícios fossem alocados. Na alocação de benefícios foram observados valores negativos para os jogadores 1 e 3, implicando no peso do jogador 2 nessa cooperação. Em outras palavras, para que a distribuição dos benefícios fosse justa, o jogador 2 (irrigação) deveria arcar com algum ônus devido ao alto volume requerido de água, enquanto os jogadores 1 e 3 teriam subsídios para participar da cooperação.

Na literatura, valores negativos são interpretados como subsídios, desse modo enfatizando a vantagem de atuar em cooperação. Entretanto, como neste estudo a função característica corresponde a um indicador de vulnerabilidade e valores negativos não são aceitos, assume-se que o menor valor seria igual a zero. Ao

proceder dessa forma, o valor correspondente ao jogador 2 supera o valor da grande coalizão. Assim, ao igualar o valor do jogador 2 ao valor da grande coalizão, recalcula-se o valor de Shapley, conforme apresentado na **Tabela 20**.

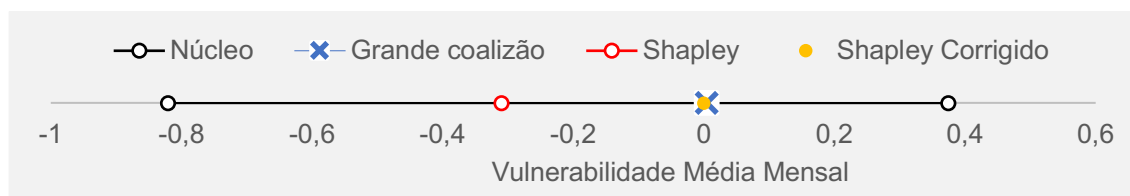
Tabela 20 - Valor Shapley recalculado considerando a aplicação do modelo OEI-CGT para Sim#10

Modelo	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3	Total
OEI-CGT	0,0000	0,17583	0,0000	0,17583

Fonte: Elaboração Própria.

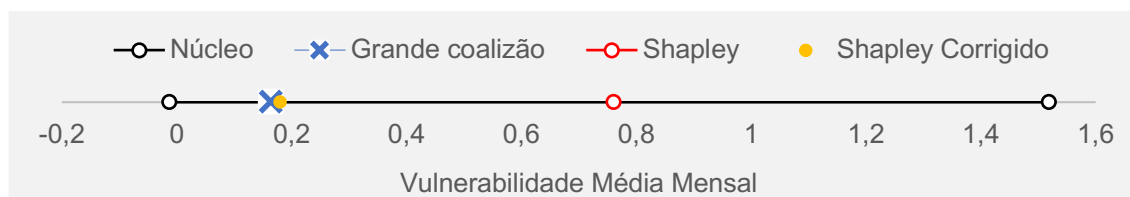
Definido o núcleo e o valor de Shapley, é possível observar o comportamento das soluções comparando com os valores obtidos na grande coalizão. Na **Figura 19**, **Figura 20** e **Figura 21** são dispostos o conjunto de soluções para os jogadores 1, 2 e 3, respectivamente, considerando o modelo OEI-CGT aplicado na Sim#10. É possível observar que a solução da grande cooperação e o valor de Shapley corrigido para os três jogadores têm valores aproximados.

Figura 19 - Solução cooperativa para o jogador 1 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido



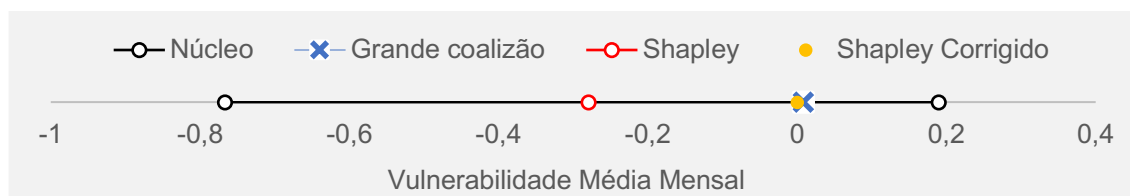
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 20 - Solução cooperativa para o jogador 2 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 21 - Solução cooperativa para o jogador 3 considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10 para a grande coalizão, o valor de Shapley e o Shapley corrigido



Fonte: Elaboração Própria.

Diante do conjunto de soluções, é necessário verificar a estabilidade e a aceitabilidade de cada jogador com respeito aos custos/benefícios obtidos.

6.2.3 Estabilidade e Aceitabilidade

6.2.3.1 Ponto Gately

Embora uma solução esteja inserida no núcleo, é possível que algum jogador a considere injusta, tornando o jogo não estável. O Ponto Gately indica a propensão do jogador a deixar a grande coalizão por não considerar justa a divisão de benefícios (ou custos), buscando atribuir um valor igual para todos os jogadores de propensão a romper. Os valores do Ponto Gately estão apresentados na **Tabela 21**.

Tabela 21 - Ponto Gately para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido

Jogador	Grande coalizão	Valor de Shapley	Shapley corrigido
J1	4,9293	2,3308	5,2827
J2	0,2701	1,0263	0,2522
J3	9,4853	3,7584	9,8712

Fonte: Elaboração Própria.

Em teoria, quanto maior o valor de Gately, maior a propensão a não aceitar a cooperação e atrapalhar o jogo. Este valor diz respeito a capacidade de barganha e a estabilidade da grande coalizão. Também corresponde à proporção entre o quanto os demais jogadores perderiam quando o jogador i não cooperasse e o quanto o jogador i perderia se não cooperasse.

Observa-se que o jogador 2, irrigação, é o maior demandante do sistema e, diante do esquema de alocação proposto para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido, verifica-se que a vulnerabilidade média mensal atribuída a ele é a de maior peso. Tendo em vista o ponto Gately, o jogador 2 seria o menos propenso a perturbar a cooperação nas três soluções. Contudo, os jogadores 1 e 3 seriam uma ameaça a estabilidade da cooperação na Grande coalizão e no Shapley corrigido, sendo necessária a busca por uma solução mais estável observada com o valor de Shapley.

6.2.3.2 Índice de poder de Shapley-Shubik

Tendo os resultados da grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido definidos, verifica-se com o Ponto Gately que é possível que algum jogador não considere uma divisão aceitável, podendo questionar tais valores e ameaçando abandonar o jogo. Assim, é necessário analisar a justiça e a estabilidade da coalizão. Estes valores são avaliados por meio do índice de poder de Shapley-Shubik e o índice de imparcialidade. Os valores do índice de poder de Shapley-Shubik estão dispostos na **Tabela 22**.

Tabela 22 - Índice de poder de Shapley-Shubik para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido

Jogador	Grande coalizão	Valor de Shapley	Shapley corrigido
J1	0,1003	0,1879	0,0899
J2	0,3680	0,2385	0,3611
J3	0,0492	0,1129	0,0455

Fonte: Elaboração Própria.

O índice de poder é utilizado para atribuir poder aos envolvidos no jogo de modo a obter uma negociação mais justa. Deseja-se que o índice de poder seja distribuído igualmente entre as partes interessadas. Levando em conta os valores dispostos na Tabela 22 para a Grande coalizão, os jogadores 1 e 2 possuem baixo índice de poder

(0,1003 e 0,0492, respectivamente) quando comparados ao jogador 2. O alto índice de poder do jogador 2, 0,3680, implica em entusiasmo em aceitar o resultado. Porém, a discrepância entre os valores para os três jogadores pode resultar em uma solução instável. A distribuição de poder entre os jogadores com o Shapley corrigido se apresenta de maneira semelhante aos dados obtidos na Grande coalizão. No entanto, o índice de poder para a solução alcançada com o valor de Shapley para os três jogadores proporciona valores mais próximos entre si, quando comparados às outras soluções.

Para verificar a estabilidade, utiliza-se o índice de imparcialidade (Equação 10) cujo valor numérico é inversamente proporcional à justiça. Ou seja, quanto maior, menor será a justiça e mais insatisfeitos estarão os jogadores com a solução. A estabilidade é obtida dividindo-se o desvio padrão dos valores determinados pelo índice Shapley-Shubik pela sua média, para todos os jogadores. Os valores encontrados para estabilidade da Grande coalizão, do valor de Shapley e do Shapley corrigido estão dispostos na **Tabela 23**.

Tabela 23 - Índice de imparcialidade para a Grande coalizão, valor de Shapley e Shapley corrigido

Jogador	Grande coalizão	Valor de Shapley	Shapley corrigido
<i>F_{ix}</i>	0,3284	0,0412	0,3550

Fonte: Elaboração Própria.

O valor encontrado para estabilidade, considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Grande coalizão, foi igual a 0,3284, com as soluções do valor de Shapley e Shapley corrigido iguais a 0,0412 e 0,3550, respectivamente. Os resultados indicam que o valor de Shapley pode fornecer valores mais estáveis. No entanto, em termos operacionais, como já mencionado, a solução de Shapley não é viável, por apresentar valores negativos para vulnerabilidade média mensal.

Considerando que a solução corrigida apresenta uma instabilidade maior que a Grande coalizão, é razoável que esta última seja a solução selecionada. Uma forma de reproduzir a solução Shapley, de modo a aumentar a estabilidade da Grande coalizão, é estabelecendo uma compensação alternativa, em que o jogador 2 forneceria benefícios aos jogadores 1 e 3. Li et al. (2019) afirmam que, na prática,

esse equilíbrio pode ser alcançado por meio de comércio econômico ou troca política, por exemplo.

Desse modo, a melhor solução encontrada é determinada quando todos os jogadores estão em cooperação (Grande coalizão) e os benefícios são distribuídos pelo valor de Shapley, por uma compensação política ou econômica. Ainda que, em alguns períodos críticos a alocação corresponda a uma porcentagem da demanda, o uso múltiplo e a redução da vulnerabilidade são possíveis e as falhas do sistema são reduzidas na escala de tempo.

Ressalta-se que, considerando todas as coalizões estudadas, no caso dos recursos hídricos, o abastecimento humano e a dessedentação animal, que corresponde ao jogador 1, tem seu uso prioritário. Dessa forma, qualquer coalizão que exclua o jogador 1 não é viável.

6.2.4 Alocações por uso de água

O uso da teoria dos jogos neste estudo teve como objetivo encontrar um consenso para distribuição de água. Então, tendo como base o uso de um modelo determinístico, da política operacional padrão (SOP) e das regras de operação otimizadas (OEI), buscou-se alcançar a menor vulnerabilidade do sistema, tendo em vista o volume disponível no reservatório. Para isso, considerou-se as diferentes coalizões possíveis entre as partes interessadas (usos). Em uma situação cooperativa, os jogadores buscam o melhor benefício global. A seguir são apresentados os diversos arranjos entre os jogadores, analisando o atendimento às demandas de cada jogador, tendo como base a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.

6.2.4.1 Coalizões individuais {1}, {2} e {3}

Em coalizões individuais, um jogador atua individualmente, buscando otimizar o uso da operação do reservatório para atender a sua demanda. Quando os demais jogadores não são priorizados, é possível observar que há diversos pontos de falhas no atendimento, seja em um ou em todos os jogadores fora da coalizão.

Nas coalizões individuais {1} e {3} (

Figura 22 e **Figura 24**), o atendimento a demanda do jogador 2 apresenta falhas. Na coalizão individual {2} (**Figura 23**), devido à alta demanda do jogador 2, todos os jogadores têm a sua demanda atendida em parte.

A coalizão {3} prioriza a aquicultura, uso industrial e demais usos. Ao observar a alocação para os três jogadores, a distribuição é semelhante a verificada na coalizão {1}. Assim como nas demais coalizões individuais, ao priorizar apenas um jogador, o sistema de alocações não apresenta resultados equilibrados. Devido ao peso de cada jogador (em relação a demanda), como os jogadores 1 e 3 apresentam demandas menores, o sistema de alocações para esta configuração consegue atender ambos quase que totalmente.

Na

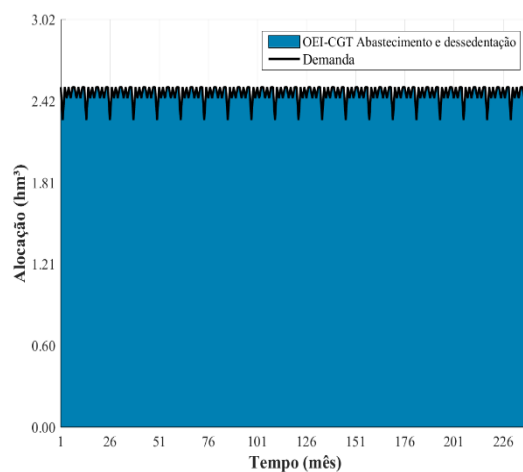
Figura 22 observa-se a relação entre demanda e alocação para os três jogadores na coalizão {1}, sendo a

Figura 22 (a) referente ao jogador J1, a

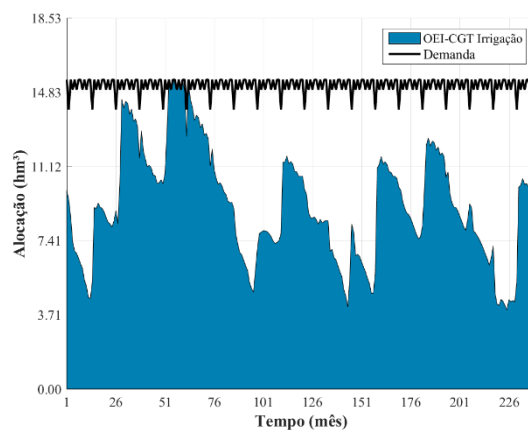
Figura 22 (b) correspondendo ao jogador J2 e a

Figura 22(c) ao jogador J3.

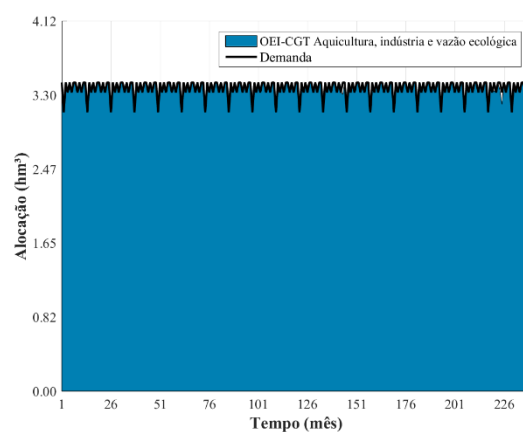
Figura 22 - Alocação e demanda na coalizão individual {1} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação

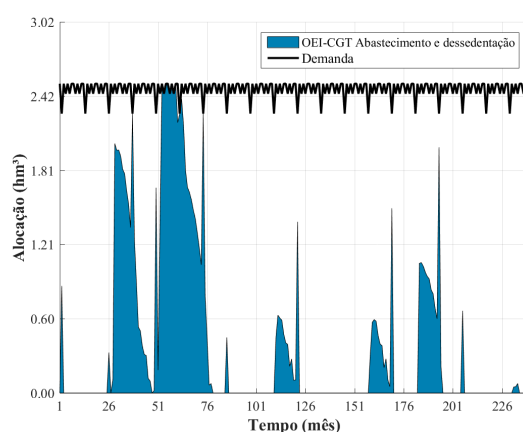


c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 – Aquicultura, indústria e outros usos.

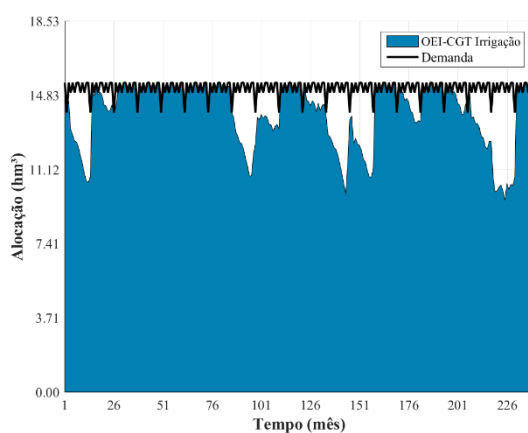
Fonte: Elaboração Própria.

A **Figura 23** está ilustrada a coalizão {2}, que prioriza o jogador J2. Esta coalizão é a que apresenta o pior cenário de alocação *versus* demanda, quando comparada às demais coalizões.

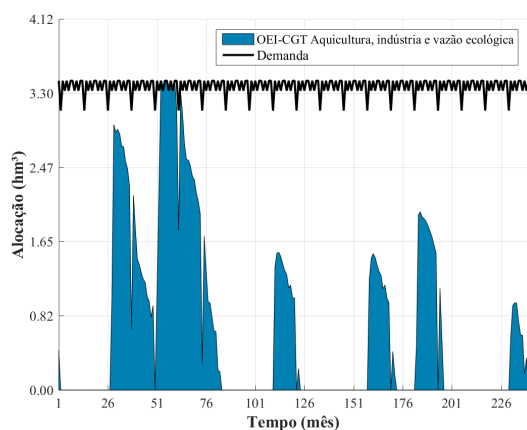
Figura 23 - Alocação e demanda na coalizão individual {2} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação

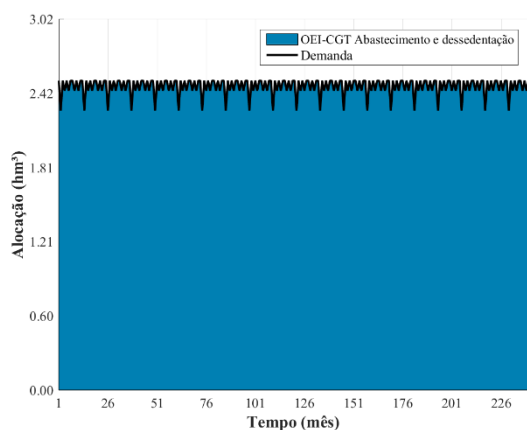


c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

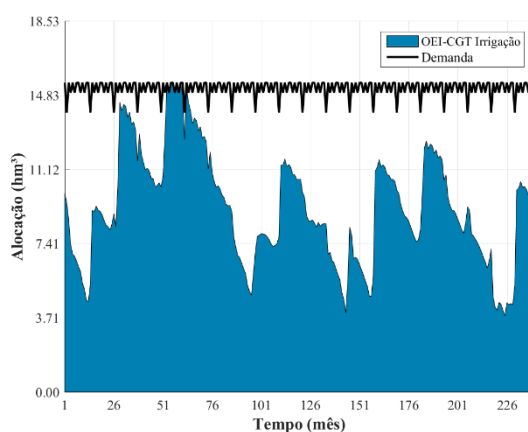
Fonte: Elaboração Própria.

Como já exposto anteriormente, a coalizão individual {3} apresenta resultados semelhantes aos da coalizão {1}, como pode ser visto na **Figura 24**.

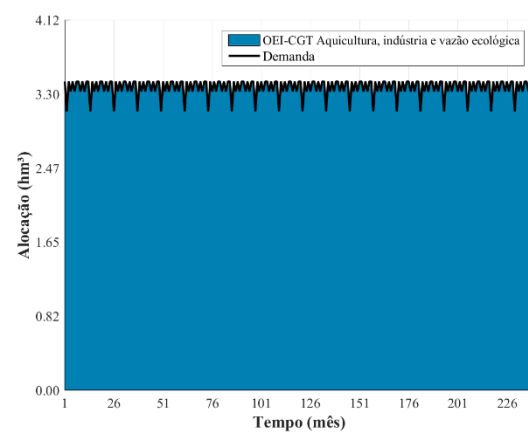
Figura 24 - Alocação e demanda na coalizão individual {3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação



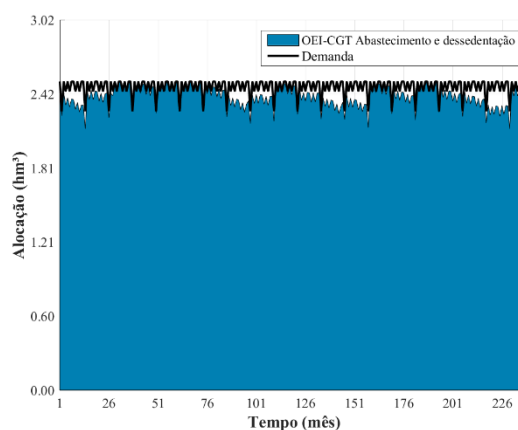
c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

Fonte: Elaboração Própria.

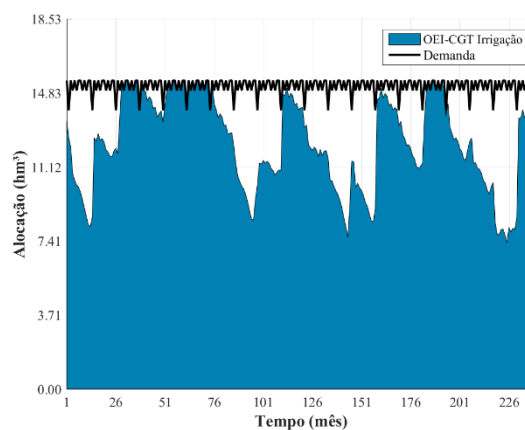
6.2.4.2 Coalizões parciais {1,2}, {1,3} e {2,3}

Por se tratar de um jogo subaditivo, ou seja, quanto mais jogadores aderem a coalizão, mais atrativo este jogo se torna, ao priorizar subgrupos, e não um jogador individual, os resultados globais são melhores. A **Figura 25** ilustra a coalizão {1,2}, ou seja, situação em que os jogadores J1 e J2 têm as suas alocações priorizadas, dentro de um volume disponibilizado pelas regras OEI. Teoricamente, uma vez atendida a demanda dos jogadores prioritários, verifica-se a necessidade dos demais jogadores, no caso o jogador J3.

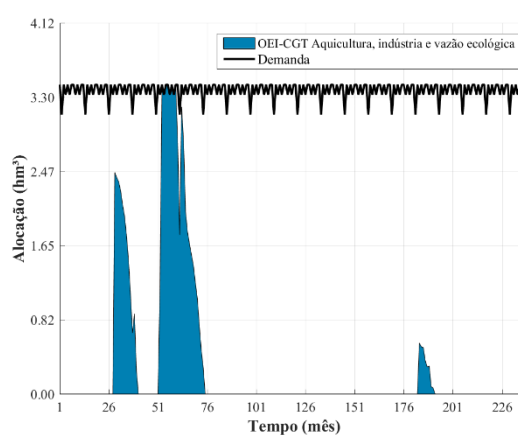
Figura 25 - Alocação e demanda na coalizão parcial {1,2} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação

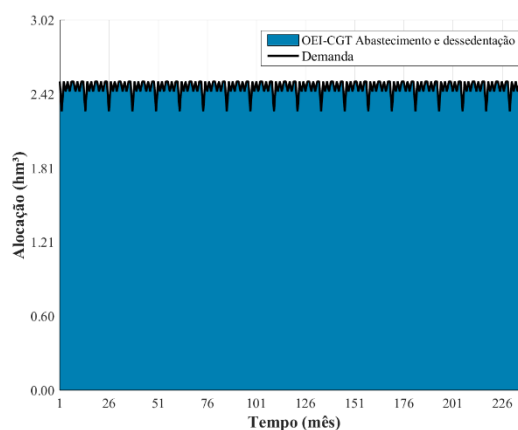


c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

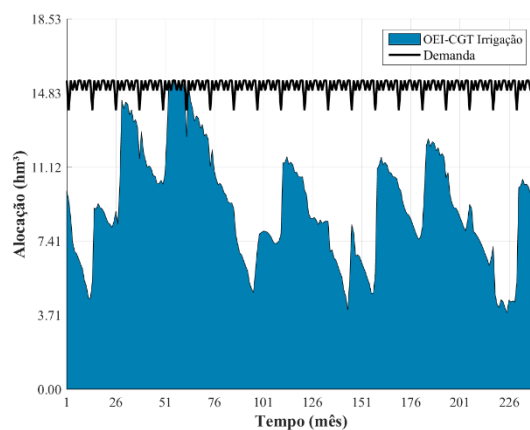
Fonte: Elaboração Própria.

Outra interação possível é a coalizão entre os jogadores J1 e J3, cujas alocações estão dispostas na **Figura 26**.

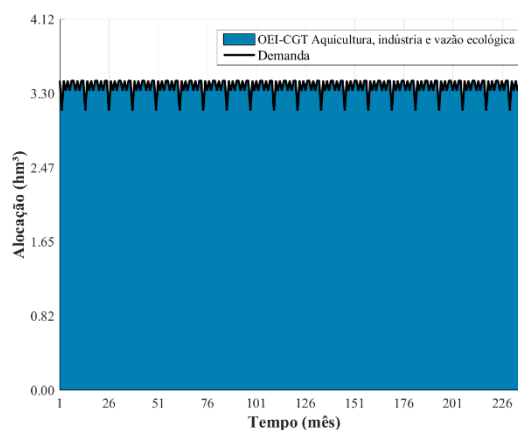
Figura 26 - Alocação e demanda na coalizão parcial {1,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação

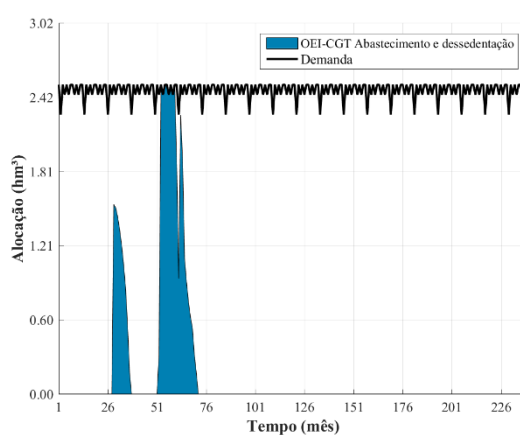


c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

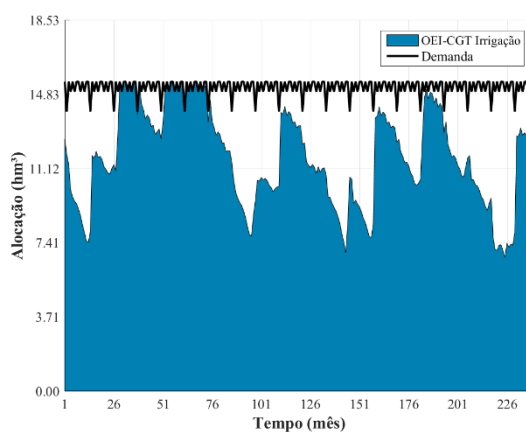
Fonte: Elaboração Própria.

Além das coalizões parciais já citadas, a coalizão entre os jogadores J2 e J3 também pode ser formada. Os resultados da alocação priorizando tais jogadores podem ser vistos na Figura 27.

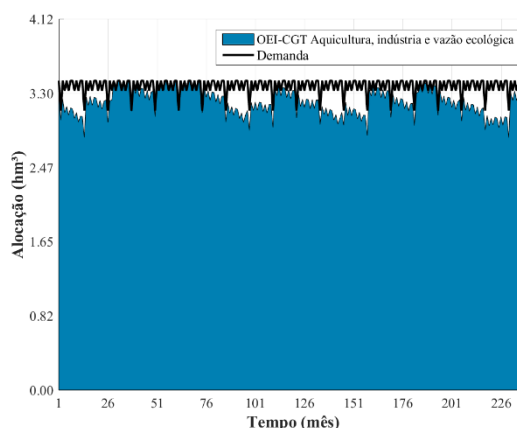
Figura 27 Alocação e demanda na coalizão parcial {2,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação



c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

Fonte: Elaboração Própria.

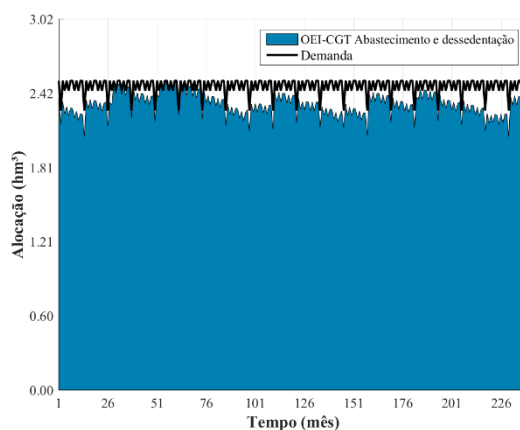
6.2.4.3 Grande coalizão {1,2,3}

A grande coalizão engloba todos os jogadores, tendo como base a trajetória definida pelo modelo OEI-CGT. Assim, uma vez definida a alocação total para um determinado mês, procede-se com a distribuição deste volume para cada um dos jogadores por meio da CGT. Na **Figura 28** é possível verificar o comportamento da alocação mensal para cada jogador de acordo com a demanda requerida.

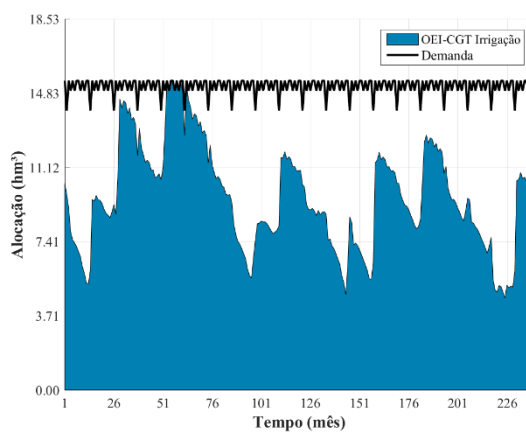
Existem meses, para os três jogadores, em que a demanda não é atendida em sua totalidade. No entanto, ao aderir ao jogo cooperativo, os jogadores se “dispõem a aceitar” a alocação parcial em prol do benefício global, ou seja, o sistema hídrico será operado para reduzir a vulnerabilidade do grupo, mesmo que tenha que atender, eventualmente, todos os jogadores de maneira parcial.

Diante do exposto, constata-se que na grande coalizão obtém-se os melhores resultados dos jogos globais, apresentando o menor somatório da vulnerabilidade média, alcançando o objetivo comum de reduzir as falhas do sistema e promovendo o uso múltiplo da água

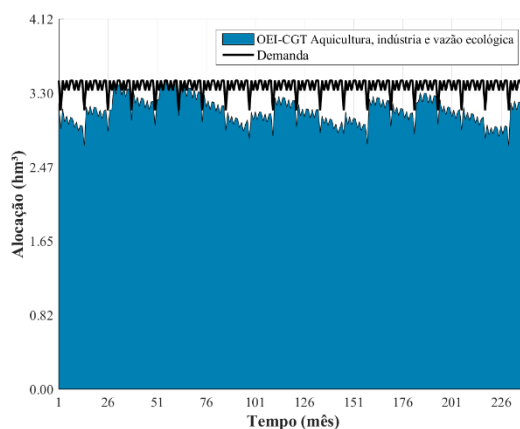
Figura 28 - Alocação e demanda na grande coalizão {1,2,3} considerando a aplicação do modelo OEI-CGT na Sim#10.



a) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 1 - Abastecimento e dessedentação animal.



b) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 2 - Irrigação



c) Alocação e Demanda *versus* tempo para o jogador 3 - Aquicultura, indústria e outros usos.

Fonte: Elaboração Própria.

Com base nos resultados observa-se que a aplicação do modelo OEI-CGT, apresenta uma solução satisfatória, onde inicialmente as alocações ótimas são definidas relacionando a disponibilidade hídrica do sistema e, com base nessa

alocação e com o uso da teoria dos jogos cooperativos, a água é distribuída para os diversos usos, respeitando as limitações do sistema, utilizando a minimização da vulnerabilidade média mensal como objetivo.

Para analisar a melhor solução, o núcleo e o valor Shapley são definidos e com os resultados, verifica-se que a grande coalizão é a melhor opção para o jogo. O jogo também é avaliado em relação ao comportamento dos jogadores diante das soluções. Em todas as soluções (grande coalizão e valor Shapley), o jogador 2 é o mais entusiasmado com os resultados e menos propenso a romper a coalizão. Por fim, ao verificar a estabilidade do jogo as duas soluções são estáveis, sendo a solução do valor Shapley a mais estável quando comparada a grande coalizão. Porém, não é viável por apresentar valores negativos.

Desse modo, o modelo apresenta resolve o problema proposto de alocações otimizadas, considerando os múltiplos usos, proporcionando uma solução aceitável em termos de justiça e eficiência.

7 CONCLUSÕES

Este estudo propôs uma abordagem baseada em Otimização Estocástica Implícita e Teoria dos Jogos Cooperativos (OEI-CGT) para operação mensal de reservatórios com múltiplos usos. O procedimento consistiu em duas etapas básicas: (1) definir alocações otimizadas de água para o conjunto de usos; e (2) distribuir os volumes disponíveis com base em jogos cooperativos. Para fins de validação, a metodologia foi aplicada ao sistema hídrico Curema-Mãe D' Água, localizado no semiárido nordestino, em um jogo com três jogadores e tendo como foco a minimização da vulnerabilidade do sistema.

Os resultados das alocações apontaram que o modelo OEI foi superior (menos vulnerável) à política operacional padrão e similar ao modelo determinístico, que conhecia todo o horizonte de operação. No que diz respeito à distribuição dos volumes alocáveis entre os diversos usos, observou-se que a severidade das falhas era sempre menor à medida que mais jogadores aderiam ao jogo. A grande coalizão foi o esquema que apresentou a menor vulnerabilidade. É possível que, ao aplicar o modelo em outros reservatórios, outro método de solução (valor Shapley, por exemplo) apresente a melhor solução viável, o que dependerá da curva OEI obtida e das demandas para os diferentes usos. Porém, ao adotar o valor Shapley, não haverá prejuízos em termos globais para a vulnerabilidade média do sistema.

Análises dos princípios de racionalidade, eficiência e marginalidade, dos métodos núcleo e valor de Shapley, e de estabilidade (propensão a interromper o jogo) indicaram que a aplicação do modelo OEI-CGT foi eficaz. Como resultado, entende-se que a proposta apresentada possui potencial para gerar soluções sustentáveis e que promovam uma maior aceitabilidade entre os agentes envolvidos, mitigando ou até mesmo evitando conflitos pelo uso da água. O uso de sistemas para a alocação otimizada e justa de água pode ser útil no suporte e no desenvolvimento de políticas, promovendo a cooperação entre interessados e buscando configurações ideais que considerem os benefícios coletivos.

REFERÊNCIAS

AESA, Agência Executiva de Gestão de Águas. Geoportal AESA, Shapefiles. 2021, disponível em:

<http://geoserver.aesa.pb.gov.br/geoprocessamento/geoportal/shapes.html>.

AGUILAR, M. G.; COSTA, V. A. Uma abordagem regional baseada em similaridade para geração não paramétrica de chuvas subdiárias. **RBRH [online]**. 2020, v. 25 [Acessado em 8 de fevereiro de 2022], e5. Disponível em:

<<https://doi.org/10.1590/2318-0331.252020190054>.

ALMEIDA, M. A. Integração de modelos de outorga, cobrança e análise multicriterial e multidecisor: Uma aplicação na bacia do rio Paraíba-PB. Orientador: Wilson Fadlo Curi, 2017. 235 p. Dissertação (Mestrado), UFCG, Campina Grande, 2017.

ÁLVAREZ, X.; GÓMEZ-RÚAB, M. VIDAL-PUGAC, J. River flooding risk prevention: A cooperative game theory approach. **Journal of Environmental Management** v.248, 2019. ISSN: 0301-4797.DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2019.109284> disponível em

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301479719309867>.

ANA, Agência Nacional de Águas (Brasil). Atlas Brasil: abastecimento urbano de água: panorama nacional / Agência Nacional de Águas; Engecorps/Cobrape. — Brasília: ANA: Engecorps/ Cobrape, 2010.

ANA, Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (Brasil). Conjuntura dos recursos hídricos no Brasil 2020: informe anual / Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico. Brasília: ANA, 2020, disponível em <http://conjuntura.ana.gov.br/>.

ANA, Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (Brasil). Nota Técnica nº 10/2015/COMAR/SER Metodologia para Alocação de Água em Açudes Isolados – Meta Institucional da Superintendência de Regulação - 01/10/2014 e 30/09/2015 disponível em:

https://arquivos.ana.gov.br/institucional/sof/Alocacao_Agua/NT_10_2015_Doc_57595_2015.pdf.

ANA, Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (Brasil). Nota Técnica Nº 15/2019/COMAR/SRE Documento no 02500.058755/2019-14: Marco Regulatório estabelecendo condições de uso de recursos hídricos no sistema hídrico Curema - Mãe D'Água, nos Estados da Paraíba e do Rio Grande do Norte, disponível em: <https://www.ana.gov.br/regulacao/resolucoes-e-normativos/regras-especiais-de-uso-da-agua/nt-15-2019-mr-curema-e-m-dagua.pdf>.

ANA, Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (Brasil). Reservatórios do Semiárido Brasileiro Hidrologia, Balanço Hídrico e Operação: ANEXO B Piancó-Piranhas-Açu. Brasília – DF, 2017 disponível em:

<https://metadados.snirh.gov.br/geonetwork/srv/api/records/cc25b76-f711-41ea-a79e-c8d30c287e53>.

ANA, Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (Brasil). RESOLUÇÃO Nº 687, DE 03 DE DEZEMBRO DE 2004 Dispõe sobre o Marco Regulatório para a gestão dos Sistema Curema-Açu e estabelece parâmetros e condições para a emissão de outorga preventiva e de direito de uso de recursos hídricos e declaração de uso insignificante disponível em:
<http://cbhpiancopiranhasacu.org.br/Docs/marcoregulatorio/687-2004.pdf>.

ANA. Agência Nacional de Águas. Nota Técnica Conjunta nº 2/2014/SRE/SUM-ANA. Brasília: 2014.

BIERMAN, H. S.; FERNANDEZ, L. Teoria dos Jogos/ Game theory with economic applications- 2º ed. São Paulo: Pearson Prentice, 2011.

BRASIL. Lei nº 12.334, de 20 de setembro de 2010. Estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens destinadas à acumulação de água para quaisquer usos, à disposição final ou temporária de rejeitos e à acumulação de resíduos industriais, cria o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens e altera a redação do art. 35 da Lei no 9.433, de 8 de janeiro de 1997, e do art. 4º da Lei no 9.984, de 17 de julho de 2000 disponível em:
http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/l12334.htm.

BRASIL. Lei nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997. Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos, regulamenta o inciso XIX do art. 21 da Constituição Federal, e altera o art. 1º da Lei nº 8.001, de 13 de março de 1990, que modificou a Lei nº 7.990, de 28 de dezembro de 1989 disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9433.htm.

CAO, Y.; LIU, S.; FANG, Z. Importance measures for degrading components based on cooperative game theory. **International Journal of Quality e Reliability Management**, 2019, 10.1108/IJQRM-10-2018-0278.

CARNEIRO, T. C.; FARIAS, C. A. S. (2013). Otimização Estocástica Implícita e Redes Neurais Artificiais para Auxílio na Operação Mensal dos Reservatórios Coremas - Mãe d'Água. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 18, n. 4, pp. 115-124.

CARRERO - PARREÑO, A.; QUIRANTE, N.; RUIZ - FEMENIA, R.; REYES - LABARTA, J.A.; SALCEDO - DÍAZ, R.; IGNACIO E. GROSSMANN, I. E.; CABALLERO, J. A. Economic and environmental strategic water management in the shale gas industry: Application of cooperative game theory. **Process Systems Engineering**. 22 July 2019.

CELESTE, A. B.; CURI, W. F.; CURI, R. C. Implicit stochastic optimization for deriving reservoir operating rules in semiarid Brazil. *Pesquisa operacional*, v. 29, n. 1, p. 223-234, 2009.

CHHIPI-SHRESTHA, G.; RODRIGUEZ, M.; SADIQ, R. Selection of sustainable municipal water reuse applications by multistakeholders using game theory. **Science of the Total Environment**, v. 650, 2019. ISSN: 0048-9697 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.09.359>.

CHURKIN, A.; BIALEK, J.; POZO, D.; SAUMA, E.; KORGIN, N. Review of Cooperative Game Theory applications in power system expansion planning, **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Volume 145, 2021, 111056, ISSN 1364-0321, <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111056>. disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032121003452>.

DANG, T.D.; VU, D.T.; CHOWDHURY, A. F. M. K.; GALELLI, S. A software package for the representation and optimization of water reservoir operations in the VIC hydrologic model. **Environmental Modelling e Software**, v. 126, 2020, ISSN: 1364-8152. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2020.104673> disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364815219310291>.

DEANTONI, V. B. Operação cooperada multiobjetivo de Reservatórios: um estudo de caso na bacia do rio tietê. Campinas, 2018 disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP_992970cd3958ce86cbb4d584705e397d.

DINAR, A.; HOWITT R. E. Mechanisms for Allocation of Environmental Control Cost: Empirical Tests of Acceptability and Stability, **Journal of Environmental Management**, Volume 49, Issue 2, 1997, Pages 183-203, ISSN 0301-4797, <https://doi.org/10.1006/jema.1995.0088>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301479785700886>.

ESQUIVEL-HERNÁNDEZ, G; SÁNCHEZ-MURILLO, R.; BIRKEL, C.; BOLL, J. Climate and Water Conflicts Coevolution from Tropical Development and Hydro-Climatic Perspectives: A Case Study of Costa Rica. **Journal of the American Water Resources Association (JAWRA)**, v. 54. ISSN: 1752-16882017.

GANJALI, N.; GUNNEY, C. Gis and Game Theory for Water Resource Management. **ISPRS Annals of the Photogrammetry**, v. IV, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5194/isprs-annals-IV-4-W4-215-2017> disponível em <https://www.isprs-ann-photogramm-remote-sens-spatial-inf-sci.net/IV-4-W4/215/2017/isprs-annals-IV-4-W4-215-2017.pdf>.

GARCIA, M.; RIDOLF, E.; BALDASSARRE, G. The interplay between reservoir storage and operating rules under evolving Conditions. **Journal of Hydrology**, v. 590,2020. ISSN: 0022-1694 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.125270>.

GHADIMI, S, KETABCHI, H. Possibility of cooperative management in groundwater resources using an evolutionary hydro-economic simulation-optimization model, **Journal of Hydrology**, Volume 578, 2019, 124094, ISSN 0022-1694, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124094>. disponível em <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169419308297>.

GIRARD, C.; RINAUDO, J.-D.; PULIDO-VELAZQUEZ, M. Sharing the cost of river basin adaptation portfolios to climate change: Insights from social justice and cooperative game theory, **Water Resources**, 52, 2016, 7945–7962, doi:10.1002/2016WR018757.

GIULIANI, M. et al. A Matlab toolbox for designing Multi-Objective Optimal Operations of water reservoir systems. **Environmental Modelling e Software**, v. 85, p. 293-298, 2016.

GOMES, M. G. Definição de Regra de Operação de Reservatórios na Região Semiárida em Situações de Escassez Hídrica e Eutrofização. Natal-RN, 2020 disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/30703>.

HASHIMOTO, T; STEDINGER, J; LOUCKS, P. Reliability, Resiliency, and Vulnerability Criteria for Water Resource system Performance Evaluation. **Water Resources Research**, v. 18. n. 1, p.14-20, 1982. ISSN: 1573-1650. DOI: 10.1029/WR018i001p00014.

JEONG, H; HA, S.; KIM, H. Flood Protection Cost Allocation Using Cooperative Game Theory for Adapting Infrastructure to Climate Change. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v. 144, 2018. DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000920.

JIA, B.; ZHOU, J. CHEN, X.; HE, Z.; QIN, H. Deriving Operating Rules of Hydropower Reservoirs Using Gaussian Process Regression, **IEEE Access**, vol. 7, pp. 158170-158182, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2948760.

JIANG, H. SLOBODAN, P. S; YU, Z. WANG, W. A system dynamics simulation approach for environmentally friendly operation of a reservoir system. **Journal of Hydrology**, v587, 2020. ISSN: 0022-1694. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124971> disponível em : <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022169420304315>.

JIANG, Y. HELLEGERS, P. Joint pollution control in the Lake Tai Basin and the stabilities of the cost allocation schemes, **Journal of Environmental Management**, 2016, v. 184, Part 3, p. 504-516, ISSN 0301-4797, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2016.10.031> disponível em : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301479716308167>.

KARAMOUZ, M. et al. Development of an optimal reservoir operation scheme using extended evolutionary computing algorithms based on conflict resolution approach: a case study. **Water resources management**, v. 28, n. 11, p. 3539-3554, 2014.

KHORSHIDI, M. S. et al. A multi-objective risk-based game theoretic approach to reservoir operation policy in potential future drought condition. **Water Resources Management**, v. 33, n. 6, p. 1999-2014, 2019.

LEITE, G. B. Valor de Shapley aplicado em problemas de alocação Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Economia, Programa de Pós-Graduação em Economia da Indústria e da Tecnologia, 2017.

LEMOS, G. O. Framework para tomada de decisão das políticas de investimento no capital de giro das empresas: uma abordagem multicriterial na teoria dos jogos. Ribeirão Preto, 2019 disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/96/96132/tde-05022020-110632/es.php>.

LI, D.; ZHAO, J.; GOVINDARAJU, R. S. Water benefits sharing under transboundary cooperation in the Lancang-Mekong River Basin. **Journal of Hydrology**, v. 577, 2019. ISSN: 0022-1694 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.123989> disponível em; <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169419307097>.

LI, X., MESHGI, A., WANG, X., ZHANG, J., TAY, S.H.X., PIJCKE, G., MANOCHA, N., ONG, M., NGUYEN, M.T. AND BABOVIC, V. Three resampling approaches based on method of fragments for daily-to-subdaily precipitation disaggregation. *Int. J. Climatol*, 2018.

LI, X.; LIU, P.; GUI, Z.; MING, B.; YANG, Z.; XIE, K.; ZHANG, X. Reducing Lake water-level decline by optimizing reservoir operating rule curves: A case study of the Three Gorges Reservoir and the Dongting Lake. *Journal of Cleaner Production*, v. 264, 2020. ISSN: 0959-6526 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.121676>.

LIMA, C. A. G. Análise e sugestões para diretrizes de uso das disponibilidades hídricas superficiais da bacia hidrográfica do Rio Piancó, situada no Estado da Paraíba. [s.l.] Universidade Federal de Campina Grande, 2004.

LIMA, C.A.G; CURI, W.F; CURI, R.C. Marco Regulatório para a Gestão do Sistema Curema-Açu e as Disponibilidades Hídricas do Reservatório Curema-Mãe D'Água. *RBRH — Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 12 n.4 Out/Dez 2007,73-86. ISSN: 1414-381X. DOI: 10.21168/rbrh.v12n4. p73-86, disponível em: <https://www.abrhidro.org.br/SGCv3/publicacao.php?PUB=1eID=17eSUMARIO=224>.

LIU, D.; HUANG, Q.; YANG, Y.; LIU, D.; WEI, X. Bi-objective algorithm based on NSGA-II framework to optimize reservoirs operation. *Journal of Hydrology*, v.585, 2020. ISSN: 0022-1694 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.124830> disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022169420302900>.

LOUCKS, D. P.; BEEK, E. V. *Water Resource Systems Planning and Management: An Introduction to Methods, Models, and Applications*. 2017. ISBN 978-3-319-44232-7 ISBN 978-3-319-44234-1 (eBook). DOI 10.1007/978-3-319-44234-1.

MARQUES, P. E.; TEIXEIRA, E. C. Sistema de apoio à decisão para alocação de água na agricultura irrigada em nível de microbacia hidrográfica, *Ribagua-Revista Iberoamericana del Agua*, v. 6:1, 63-77,2019. ISSN: 2386-3781. DOI: 10.1080/23863781.2019.1635918.

MEDEIROS, M. D.; ZANELLA, M. E. Estudo das Vazões e Estimativas de Inundações no Baixo-Açu-Rn/ Study Of Flow And Flood Estimates In Baixo-Açu-Rn. *Geo UERJ*, v.34, 2019. ISSN 1981-9021. DOI: 10.12957/geouerj.2019.40946. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/geouerj/article/view/40946>.

MENDONÇA, E.C., SOUZA, M.A.A. A multi-objective and multicriteria methodology for performance evaluation of urban drainage systems. **Ingeniería del agua**, v. 23(2), p. 89-106. 2019. ISSN: 1134-2196. DOI: <https://doi.org/10.4995/la.2019.10214> disponível em <https://iwaponline.com/IA/article/23/2/89/68022/Uma-metodologia-multiobjetivo-e-multicriterio-para>.

MOHAMMADINEZHAD, S.; AHMADVAND, M. Modeling the internal processes of farmers water conflicts in arid and semi-arid regions: Extending the theory of planned behavior. **Journal of Hydrology**, v.580, 2020. ISSN: 0022-1694 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124241>.

MOHAMMADPOUR, M.; BAGHERI, A. Common pool water resources management considering a regulator interference: A game theory approach to derive managerial policies for Urmia Lake, Iran. **Lakes e Reservoirs: Science, Policy and Management for Sustainable Use**, v. 22, p. 85-94, 2017. ISSN: 1440-1770 DOI: <https://doi.org/10.1111/lre.12158> disponível em <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/lre.12158>.

MOREIRA, J.F.; VIANNA, P.C.G.; ANDRADE, M.O.A.; SILVA FILHO, V.F. Gestão dos recursos hídricos e conflito: estudo de caso da Comunidade Mãe D'Água, na bacia hidrográfica do rio Piranhas-Açu, Paraíba. **Gaia Scientia**, v. 12, p.1-18. 2018. ISSN: 1981-1268. DOI: <https://doi.org/10.22478/ufpb.1981-1268.2018v12n3.36681> disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/index.php/gaia/article/view/36681>.

MU, L.; WANG, C.; XUE, B.; WANG, H. LI, S. Assessing the impact of water price reform on farmers willingness to pay for agricultural water in northwest China. **Journal of Cleaner Production**, v. 234, 2019. ISSN: 0959-6526 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.06.269> disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959652619322346>.

MULAZZANI, L.; MANRIQUE, R.; MALORGIO, G. The Role of Strategic Behaviour in Ecosystem Service Modelling: Integrating Bayesian Networks With Game Theory. **Ecological Economics**, v. 141, 2017. ISSN: 0921-8009 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2017.04.022>.

OCDE-ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. Princípios da OCDE para a Governança da Água. OCDE, 2015. Disponível em: <https://search.oecd.org/cfe/regionaldevelopment/OECD-Principles-Water-portuguese.pdf>.

ONU-Organização das Nações Unidas. Transformando nosso mundo: a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável. Nova York: ONU; 2015. [acessado 2020 abr 29]. Disponível em: <https://nacoesunidas.org/pos2015/agenda2030/>.

PORTO, R. L. L. (Org.); LANNA, A. E. L.; BRAGA JR., B. P. F.; CIRILO, ZAHED FILHO, K; J. A.; AZEVEDO, L. G. T.; BARROS, M. T. L.; BARBOSA, P. S. F. (2002). "Técnicas Quantitativas para o Gerenciamento de Recursos Hídricos". Porto Alegre/RS: UFRGS, 419 p.

PRISNER, E. Game Theory Through Examples Franklin University Switzerland, 2014.

REN, K.; HUANG, S; HUANG, Q.; WANG, H.; LENG, G.; WU, Y. Defining the robust operating rule for multi-purpose water reservoirs under deep uncertainties. **Journal of Hydrology** v. 578, 2019. ISSN: 0022-1694.

RODRIGUES, A.C.L.; CELESTE, A. B.; BARBOSA, R. L; FADLO. W. Influência dos reservatórios a montante do sistema Coremas-Mãe D'água no processo de outorga na bacia hidrográfica do rio Piancó-PB. XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. 2009, disponível em: https://abrh.s3.sa-east-1.amazonaws.com/Sumarios/110/6eb0beeab14596567db3506eddd42b70_33aa3dc b7b03f2485989cd83c37c7e0e.pdf.

ROSS, D.G. Using cooperative game theory to contribute to strategy research. **Strat Mgmt J.** 2018; 39: 2859– 2876. <https://doi.org/10.1002/smj.2936> disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/action/showCitFormats?doi=10.1002%2Fsmj.2936>.

SAKAMOTO, M. SALEWICZ, K. Extensive-Form Game for Examining Mutual Trust between a Reservoir Operator and Agricultural Water Users. **Journal of Water Resources Planning and Management**, v 144, 2018. ISSN: 1943-5452. DOI: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000881.

SANGIORGIO, M.; GUARISO, G. NN-Based Implicit Stochastic Optimization of Multi-Reservoir Systems Management. **Água** 2018, 10, 303. <https://doi.org/10.3390/w10030303>.

SECHI, G.; ZUCCA, R. Water Resource Allocation in Critical Scarcity Conditions: A Bankruptcy Game Approach. **Water Resources Management**.2014, 29. 541-555. 10.1007/s11269-014-0786-9.

SHEN, J; CHENG, C.; ZHANG, X.; ZHOU, B. Coordinated operations of multiple-reservoir cascaded hydropower plants with cooperation benefit allocation, **Energy**, Volume 153, 2018, Pages 509-518, ISSN 0360-5442, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.04.056>. disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544218306637>.

SHI, G.; WANG, J.; ZHANG, B.; ZHANG, Z.; ZHANG, Y. Pollution control costs of a transboundary river basin: Empirical tests of the fairness and stability of cost allocation mechanisms using Game Theory. **Journal of Environmental**

Management, v.177, p. 145-152, 2016. ISSN: 0301-4797. DOI:
<https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2016.04.015> disponível em
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301479716301785>.

SILVA FILHO, J. A.; FARIAS, C. A. S. STOCHASTIC MODELING OF MONTHLY RIVER FLOWS BY SELF-ORGANIZING MAPS. **Journal of Urban and Environmental Engineering**, v. 12, n. 2, p. 219-230, 2018.

SILVA, A.C.S.; SILVA, G.N.S.; GALVÃO, C.O. Relação entre a disponibilidade hídrica e a gestão de recursos hídricos no semiárido paraibano. XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. Disponível em:
<http://eventos.abrh.org.br/xiisrhn/anais/papers/PAP018302.pdf>.

SILVA, G. N. S. Apoio À Gestão Sustentável De Recursos Hídricos Através De Um Modelo Hidro-Econômico Desenvolvido Em Diferentes Cenários De Uso Do Solo E Clima: O Caso Do Sub-Médio Do São Francisco. Recife, 2017. Disponível em
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/25295>.

SOBHEE, K.; RAMESSUR, R.; BHUKUTH, A. Game theory approach to fishers strategic behavior vis- a-vis hotel based water sports operators e The case of the Balaclava Marine Park project in Mauritius Sanjeev. **Ocean e Coastal Management** v. 149, 2017. ISSN: 0964-5691 DOI:
<https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2017.06.009>.

STAUDACHER, J. e ANWANDER, J. Conditions for the uniqueness of the Gately point for cooperative games. 2019. Papers 1901.01485, arXiv.org.

SVANIDZE, G.G. Mathematical Modeling of Hydrologic Series (for Hydroelectric and Water Resources Computations). Fort Collins: **Water Resources Publications**. 1980.

TSUTYIA, M. T. Abastecimento de Água. 3. Ed. São Paulo: EPUSP, 2006.

VESGA, J. C.; SERRA, J. E.; GRANADOS, G. Cooperative game theory as a strategy of resource optimization in PLC networks PLC. **WSEAS Transactions on Communications**, v. 15, n. 1, p. 268-284, 2016.

WILLIAM, R., GARG, J., E STILLWELL, A. A game theory analysis of green infrastructure stormwater management policies. **Water Resources Research**, 2017, 53, 8003 - 8019, doi: 10.1002 / 2017WR021024.

WU, Q.et al. Benefit allocation for distributed energy network participants applying game theory based solutions. **Energy**, v. 119, p. 384-391, 2017.

WURBS, R. A. Institutional Framework for Modeling Water Availability and Allocation. **Water**,2020 v. 12, p. 2767 ISSN: 2073-4441. DOI:
<https://doi.org/10.3390/w12102767> disponível em:
<https://doaj.org/article/369a127940b343a680c59bd3b432d91f>.

YANG, H.; LIU, P.; CHENG, L.; WANG, H.; MING, B.; GONG, W. Deriving operating rules for a large-scale hydro-photovoltaic power system using implicit stochastic optimization, **Journal of Cleaner Production**, Volume 195, 2018, Pages 562-572, ISSN 0959-6526, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.05.154>.

(<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095965261831494X>).

ZANJANIAN, H.; ABDOLABADI, H.; NIKSOKHAN, M.H.; SARANG, A. Influential third party on water right conflict: A Game Theory approach to achieve the desired equilibrium (case study: Ilam dam, Iran), **Journal of Environmental Management**, v. 214, 2018. ISSN: 0301-4797. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2018.03>.

ZENG, Y.; LI, J.; CAI, Y.; TAN, Q.; DAI, C. A hybrid game theory and mathematical programming model for solving trans-boundary water conflicts, **Journal of Hydrology**, v. 570, 2019. ISSN: 0022-1694. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.12.053>.

ZHANG, J.; LI, Z.; WANG, X.; LEI, X.; LIU, P.; FENG, M.; KHU, S.; WANG, H. A novel method for deriving reservoir operating rules based on flood classification-aggregation-decomposition. **Journal of Hydrology** v. 568, p. 722–734, 2019. ISSN: 0022-1694. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.10>.

ZHAO, Q.; LI, D.; CAI, X. Online generic diagnostic reservoir operation tools. **Environmental Modelling e Software**, v. 135, 2021. ISSN: 1364-8152 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2020.104918> disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364815220309750>.

ZHOU J, JIA B, CHEN X, QIN H, HE Z, LIU G. Identifying Efficient Operating Rules for Hydropower Reservoirs Using System Dynamics Approach—A Case Study of Three Gorges Reservoir, China. **Water**. 2019; 11(12):2448. <https://doi.org/10.3390/w11122448>.

ZOMORODIAN, M.; LAI, H. S.; HOMAYOUNFAR, M.; IBRAHIM, S.; PENDER, G. Development and application of coupled system dynamics and game theory: A dynamic water conflict resolution method. **PLOS ONE**, 2017 DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0188489> disponível em <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0188489>.

ZUCCA, R. A Cooperative Game Theory Approach for Cost Allocation in Complex, **Water Resource Systems**, 2011.