



Universidade Federal de Campina Grande  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Rafael Mendonça Rocha Barros

Dissertação de Mestrado

Contribuição da Corrente de *Inrush* para a Fadiga  
Mecânica dos Enrolamentos de Transformadores de  
Potência

Campina Grande  
2016

Rafael Mendonça Rocha Barros

# Contribuição da Corrente de *Inrush* para a Fadiga Mecânica dos Enrolamentos de Transformadores de Potência

Dissertação de mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento de Energia

Orientador:  
Edson Guedes da Costa, D. Sc.

Campina Grande  
2016

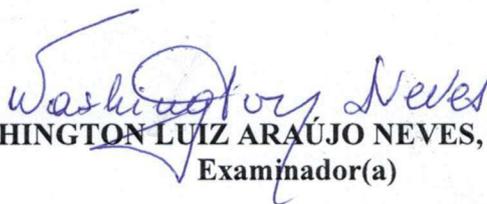
**"Contribuição da Corrente de Inrush para Fadiga Mecânica dos Enrolamentos de Transformadores de Potência"**

**RAFAEL MENDONÇA ROCHA BARROS**

**DISSERTAÇÃO APROVADA EM 21/06/2016**



**EDSON GUEDES DA COSTA, D.Sc., UFCG**  
Orientador(a)



**WASHINGTON LUIZ ARAÚJO NEVES, Ph.D., UFCG**  
Examinador(a)



**TARSO VILELA FERREIRA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)



**FRANCISCO DAS CHAGAS FERNANDES GUERRA, D.Sc., UFCG**  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**

FICHA CATALOGRÉFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B277c

Barros, Rafael Mendonça Rocha.

Contribuição da corrente de inrush para a fadiga mecânica dos enrolamentos de transformadores de potência / Rafael Mendonça Rocha Barros. – Campina Grande, 2016.

61 f. : il. color

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2016.

"Orientado: Prof. Dr. Edson Guedes da Costa".

Referências.

1. Transformadores de Potência. 2. Correntes de Inrush. 3. Esforços Eletromecânicos. 4. Fadiga Mecânica. 5. Simulações Computacionais. I. Costa, Edson Guedes da. II. Título.

CDU 621.314(043)

Dedico este trabalho à minha mãe, Eunice, e à minha  
namorada, Marcela, as mulheres da minha vida.

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Sérgio e Eunice, por nunca terem descuidado da minha educação.

À minha namorada, Marcela, por compreender minha ausência e me dar apoio durante toda minha carreira acadêmica.

Aos amigos Jalberth e Filipe, pela amizade e pela ajuda incondicional durante todas as etapas deste trabalho.

Ao professor Edson Guedes, pela amizade e pelos ensinamentos transmitidos ao longo de 6 anos de convívio, os quais contribuíram de forma decisiva para minha formação acadêmica e pessoal.

Por fim, agradeço aos amigos do Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Campina Grande e a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

*“O sucesso é composto por 1% de inspiração  
e 99% de transpiração. ”*

Thomas Edison

# Resumo

Neste trabalho de dissertação é apresentado um estudo sobre a contribuição da corrente de *inrush* para a ocorrência de fadiga mecânica nos enrolamentos de um transformador de potência e, conseqüentemente, o impacto do fenômeno na vida útil do equipamento. Para realizar o estudo, foram utilizadas simulações de transitórios eletromagnéticos para determinação da corrente de *inrush* em um modelo de transformador trifásico. Em seguida, simulações baseadas no Método dos Elementos Finitos foram realizadas para determinar os esforços eletromecânicos nos enrolamentos do equipamento, sob o efeito do fenômeno do *inrush*. Na sequência, os métodos dos Planos Críticos e de Palmgren-Miner foram aplicados para o estudo da fadiga nos enrolamentos. A partir dos resultados das simulações foi possível determinar o impacto da corrente de *inrush* na integridade dos enrolamentos de um transformador, e também, realizar uma estimativa da redução da vida útil do equipamento em função da ocorrência do *inrush*. Foi determinado ainda o número de energizações necessários para ocasionar a redução total do tempo de vida útil do equipamento devido à fadiga mecânica. Os resultados apresentados também podem ser utilizados na etapa de projeto de transformadores, com o intuito de auxiliar a avaliação da suportabilidade mecânica da parte ativa do equipamento, podendo minimizar a possibilidade de falhas e aumentar sua vida útil.

Palavras-chave: Correntes de *inrush*, esforços eletromecânicos, fadiga mecânica, transformadores de potência, simulações computacionais.

# Abstract

This work presents a study regarding the contribution of inrush current to the occurrence of mechanical fatigue in windings of a power transformer and, consequently, the impact of that phenomenon on the equipment's lifetime. In order to perform the study, it was used electromagnetic transient simulations to determine the inrush current in a three-phase transformer model. Then, simulations, based on the Finite Element Method, were performed to determine the electromechanical stresses in the equipment windings, under the effect of the inrush current. Next, the methods of Critical Plans and Palmgren-Miner were applied to perform the fatigue study. From the simulations results, it was possible to determine the impact of inrush current on the integrity of the windings of a transformer, as well as, to estimate the lifetime reduction of the equipment due to inrush occurrence. It was also possible to determine the number of inrushes needed to estimate the total lifetime reduction of the equipment due to the mechanical fatigue. The results can also be used in transformers design stage, with the purpose of assisting the evaluation of mechanical withstand of an equipment, which can minimize the possibility of failure and increase its lifetime.

**Keywords:** Inrush current, electromechanical stress, mechanical fatigue, power transformers, computer simulation.

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ASTM	American Society for Testing and Materials
CELG	Centrais Elétricas de Goiás
CHESF	Companhia Hidroelétrica do São Francisco
CIGRÉ	International Council on Large Electric Systems
IEC	International Electrotechnical Commission
MEF	Método dos Elementos Finitos
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UNIFEI	Universidade Federal de Itajubá

# Lista de Símbolos

$B_r$	Densidade de fluxo magnético residual
$B_{max}$	Pico da densidade de fluxo magnético
$\vec{F}$	Vetor força de Lorentz
$I$	Corrente elétrica
$\vec{l}$	Vetor representando o comprimento e a direção do condutor
$\vec{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético
$\sigma_e$	Limite de escoamento ou limite de elasticidade do material
$\sigma_r$	Limite de resistência a tração do material
$\sigma_f$	Tensão de ruptura do material
$\sigma$	Estresse aplicado no material
$N$	Número de ciclos para falha
$a$	Parâmetro da curva S-N
$b$	Parâmetro da curva S-N
$\sigma_N$	Tensão alternante
$\sigma_F$	Tensão limite de fadiga
$\sigma_{F0}$	Tensão limite de fadiga da curva S-N básica
$k_s$	Coefficiente de acabamento superficial
$k_t$	Coefficiente de tamanho
$k_f$	Coefficiente de fiabilidade
$k_T$	Coefficiente de temperatura
$\eta$	Coefficiente de segurança dinâmico
$\sigma_{mises}$	Estresse de von Mises
$\sigma_1$	Primeiro estresse principal
$\sigma_2$	Segundo estresse principal
$\sigma_3$	Terceiro estresse principal
$\sigma_{crit}$	Estresse crítico do material
$m$	Constante igual a 11,6
$\gamma$	Constante igual a 5,4
$\sigma_0$	Parâmetro relacionado ao grau de dureza do material

$E_0$	Módulo de elasticidade
$e$	Espessura radial do condutor
$r$	Raio médio do enrolamento
$k$	Parâmetro do material usado no critério de Findley
$f$	Parâmetro do material usado no critério de Findley
$\Delta\tau$	Máximo torque em um plano de um elemento de volume
$\sigma_n$	Máximo estresse normal em plano de um elemento de volume
$f_{uf}$	Fator de utilização de fadiga
$D$	Dano cumulativo
$q$	Quantidade de ocorrências de um carregamento
$n_i$	Número de ciclos de um estresse $\sigma$ durante um carregamento
$N_i$	Número de ciclos para um estresse $\sigma$ levar um componente a falha
$R_{\%}$	Redução percentual da vida útil

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>13</b>
1.1	Objetivos.....	15
1.2	Organização do Texto.....	15
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica .....</b>	<b>17</b>
2.1	Falhas em Transformadores de Potência .....	17
2.2	Corrente de Inrush .....	19
2.3	Crítérios de Falha Mecânica .....	22
2.3.1	Crítério de von Mises .....	23
2.3.2	Método dos Planos Críticos .....	25
2.3.3	Método de Palmgren-Miner para o Dano Cumulativo .....	27
<b>3</b>	<b>Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>Material e Métodos.....</b>	<b>39</b>
4.1	Modelagem do Transformador .....	40
4.2	Determinação da Corrente de Inrush .....	41
4.3	Determinação dos Estresses Eletromecânicos .....	43
4.4	Análise da Falha Plástica .....	44
4.5	Análise da Fadiga .....	45
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussões.....</b>	<b>46</b>
<b>6</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>53</b>
6.1	Trabalhos Futuros .....	54
6.2	Publicações .....	54
	<b>Referências .....</b>	<b>56</b>

# 1 Introdução

O transformador é um dos principais equipamentos nos sistemas de potência. Ele desempenha a função de transferir energia elétrica de um circuito de entrada para um circuito de saída, elevando ou reduzindo os níveis de tensão e corrente, mantendo a frequência constante (COLTMAN, 2002). Devido à importância da função que desempenha, o transformador possui um elevado custo de aquisição e manutenção, em que grandes unidades de 750 MVA podem custar até US\$ 7.500.000,00, de acordo com o relatório NERC (2011).

No entanto, o custo da falha de um transformador vai além do valor do equipamento, dado que a indisponibilidade do equipamento representa uma perda na capacidade de transmissão de energia elétrica do sistema. Quedas no fornecimento afetam o atendimento às cargas do setor produtivo, que por sua vez, influencia o desempenho econômico do país como um todo. Do ponto de vista das concessionárias, tal indisponibilidade afeta seus indicadores de qualidade, podendo acarretar em penalidades financeiras por parte dos órgãos reguladores. Por todos esses fatores, a falha de um transformador é um evento altamente indesejável e para que o equipamento desempenhe sua função de forma adequada, ele deve ser cuidadosamente projetado, de forma a minimizar a ocorrência de falhas.

Dentre os fatores que podem ocasionar a falha, e conseqüentemente a indisponibilidade de um transformador, podem ser destacados aqueles associados aos esforços eletromecânicos nos enrolamentos, que provocam falhas mecânicas. Na literatura, é indicado que fatores mecânicos são a principal causa de falhas em transformadores de grande porte (BARTLEY, 2003; GELDENHUIS, JAGERS e GAUNT, 2007; SOUZA, 2008). Este tipo de falha pode ocorrer devido a uma não conformidade no projeto ou nos materiais, situação em que a estrutura do transformador não suporta os esforços eletromecânicos decorrentes das sobrecorrentes a que o equipamento pode ser submetido.

As falhas mecânicas são caracterizadas pelo surgimento de deformações e/ou deslocamentos dos enrolamentos, que além de danos estruturais, podem provocar o comprometimento da isolação do equipamento (GUIMARÃES, 2013). As deformações e os deslocamentos ocorrem devido à atuação de forças eletromecânicas nos enrolamentos. As forças, por sua vez, estão associadas às altas amplitudes e assimetrias de sobrecorrentes que surgem no transformador, em situações como curto-circuito e energização (ROSENTINHO JR., 2010).

Para diminuir a probabilidade de ocorrência de falhas mecânicas, o projeto de um transformador deve contemplar estudos mecânicos que garantam que o equipamento irá suportar os esforços aos quais será submetido. O critério atual de projeto, empregado pelos fabricantes, consiste em evitar que ocorram estresses acima do limite de escoamento do material condutor. Para tanto, a corrente de curto-circuito trifásico é considerada a situação em que o transformador estaria submetido as maiores amplitudes de estresses mecânicos (BERTAGNOLLI, 2007). Esta consideração deve-se, em parte, às normas internacionais que são aplicáveis a transformadores de potência, pois a maioria delas trata o curto-circuito como a condição de operação mais crítica do equipamento, como é o caso da IEC Standard 60076-5:2006 que trata da suportabilidade mecânica de transformadores. Uma vez que para a venda de um transformador o equipamento precisa ser aprovado em testes prescritos nestas normas, os fabricantes direcionam o projeto para atender a esses requisitos.

No entanto, durante a energização de um transformador, a corrente de *inrush* pode atingir valores muito próximos dos valores da corrente de curto-circuito com uma duração significativamente maior (CHIESA, 2010). Os efeitos da corrente, por sua vez, são agravados pelo fato do *inrush* ser considerada uma condição normal de operação do equipamento e, portanto, a proteção é programada para não atuar quando da sua ocorrência. Isso faz com que a corrente de *inrush* tenha um tempo de duração e uma frequência de ocorrência maior que no caso do curto-circuito. Além disso, mesmo que os esforços atuantes nos enrolamentos sejam inferiores ao limite de escoamento do material, após um longo período de operação, pode haver a falha do componente devido ao efeito cumulativo, ou seja, por fadiga.

De maneira geral, nenhum dos dois aspectos destacados no parágrafo anterior são levados em conta no projeto de transformadores atualmente. Ademais, existe um número crescente de pesquisas que apontam para a importância desses aspectos, das quais podem ser citadas as de Bakshi e Kulkarni (2014), Bosnjak, Hauck e Landes (2015) e Araujo e outros (2016). Portanto, para determinar a importância de tais aspectos no projeto de transformadores, é necessário um estudo aprofundado acerca do efeito cumulativo dos esforços eletromecânicos, causados por correntes de *inrush* nos equipamentos. O estudo pode ajudar a minimizar a ocorrência de falhas mecânicas e, conseqüentemente, aumentar a vida útil de transformadores, uma vez que os resultados poderão auxiliar a etapa de projeto dos equipamentos, no que diz respeito ao dimensionamento da suportabilidade mecânica da sua parte ativa.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é investigar a contribuição da corrente de *inrush* para a fadiga mecânica dos enrolamentos de transformadores de potência. Para alcançar o objeto geral, os seguintes objetivos específicos são necessários:

- Determinar a corrente de *inrush* para um modelo específico de transformador de potência;
- Determinar os esforços eletromecânicos que atuam nos enrolamentos do transformador durante o *inrush*;
- Verificar a possibilidade de deformação plástica dos enrolamentos devido à corrente de *inrush*;
- Verificar a possibilidade da ocorrência de fadiga mecânica dos enrolamentos devido à corrente de *inrush*; e
- Quantificar a redução da vida útil do transformador devido à ocorrência de sucessivos *inrushes*.

É importante salientar que os objetivos do trabalho fazem parte de uma linha de pesquisa que vem sendo desenvolvida no Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Campina Grande (LAT/UFCG). Além disso, este trabalho é um subproduto de um projeto de pesquisa e desenvolvimento, realizado em parceria com a Chesf e com o Laboratório de Alta Tensão da Universidade Federal de Itajubá (LAT/UNIFEI).

## 1.2 Organização do Texto

Este trabalho está organizado em seis capítulos que serão descritos resumidamente a seguir:

- No Capítulo 2 será realizado o embasamento teórico a respeito dos principais temas que permeiam a pesquisa, dos quais podem ser citados falhas em transformadores de potência, correntes de *inrush* e alguns critérios de avaliação de falhas mecânicas;
- No Capítulo 3 serão apresentadas, em ordem cronológica, as principais pesquisas realizadas com respeito aos temas correlatos a este trabalho, tais como, modelagem analítica e computacional para determinação de forças e estresses eletromecânicos nos enrolamentos de transformadores, falhas mecânicas

ocorridas em enrolamentos de transformadores devido a correntes transitórias e ocorrência de falha por fadiga nos enrolamentos de transformadores;

- No Capítulo 4 serão apresentados o material e a metodologia empregados nas seguintes tarefas: modelagem de um transformador trifásico, determinação da corrente de *inrush*, determinação dos estresses eletromecânicos e análise da falha plástica e por fadiga dos enrolamentos do transformador;
- Nos Capítulos 5 serão apresentados os resultados obtidos nesta pesquisa, bem como discussões a respeito deles;
- No Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões obtidas com a pesquisa, além de sugestões de trabalhos futuros e a lista de artigos publicados ou submetidos para publicação decorrentes da realização da pesquisa.

Ao final do texto, serão apresentadas as referências.

## 2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos necessários para o entendimento da metodologia utilizada no trabalho e o embasamento para a análise dos resultados. Assim, são destacados os conceitos fundamentais sobre: falhas em transformadores de potência, corrente de *inrush* e critérios para avaliação de falhas mecânicas.

### 2.1 Falhas em Transformadores de Potência

Devido à importância dos transformadores de potência para o sistema elétrico e ao seu elevado custo direto e indireto, o processo de fabricação desses equipamentos é bastante rigoroso, e cada detalhe impacta no desempenho do equipamento durante a operação. Entretanto, mesmo com todos os cuidados nas etapas de projeto e fabricação, os transformadores ainda estão sujeitos à ocorrência de falhas, principalmente durante as sobrecorrentes a que podem ser submetidos.

Um transformador pode vir a falhar de diversas maneiras. No entanto, geralmente as falhas são atribuídas a algum componente específico do equipamento, tais como: comutador de carga, buchas, papel isolante ou enrolamentos. Outros fatores também podem levar um transformador à falha, como elevação da temperatura e operação inadequada (BECHARA, 2010).

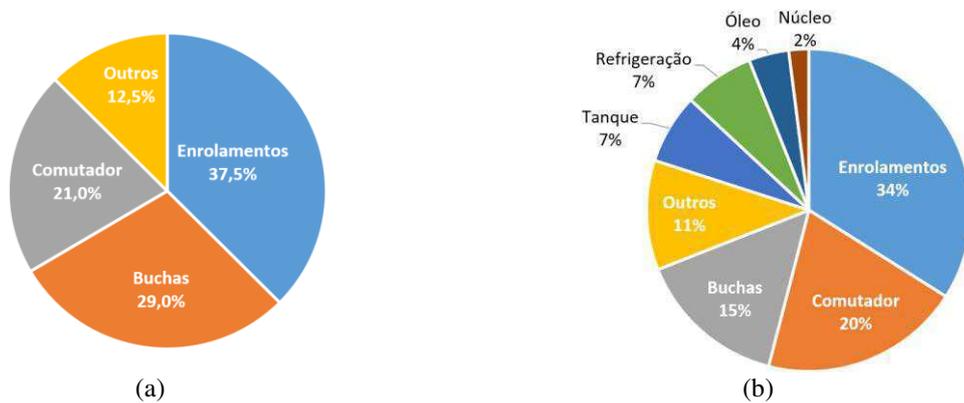
Devido à variedade de fatores que podem levar um transformador à falha, muitas pesquisas têm sido realizadas no sentido de analisar as causas das falhas. Conseqüentemente, existem dados bastante consistentes de várias concessionárias ao redor do mundo, que permitem identificar quais são os principais fatores que causam a falha dos transformadores de potência.

Dentre os trabalhos, pode ser destacado o de Bartley (2003), em que o autor fez um levantamento dos custos relacionados à ocorrência de falhas em transformadores acima de 25 MVA, no período de 1997 a 2001. No trabalho, foi constatado que, no período de 4 anos, os custos, incluindo equipamentos e custos com interrupções de fornecimento, atingiram a ordem de U\$\$ 300 milhões, correspondentes a falhas de 94 transformadores.

Além de Bartley (2003), Geldnhuis, Jagers e Gaunt (2007) e Souza (2008) publicaram estudos sobre as principais causas de falhas em transformadores de grande porte. O primeiro

foi realizado para transformadores da concessionária sul-africana Eskom Distribution, enquanto o segundo foi realizado para a concessionária brasileira CELG. Nos trabalhos, os autores constataram que o componente com maior incidência de falhas é o enrolamento do transformador, como pode ser verificado nos gráficos da Figura 1.

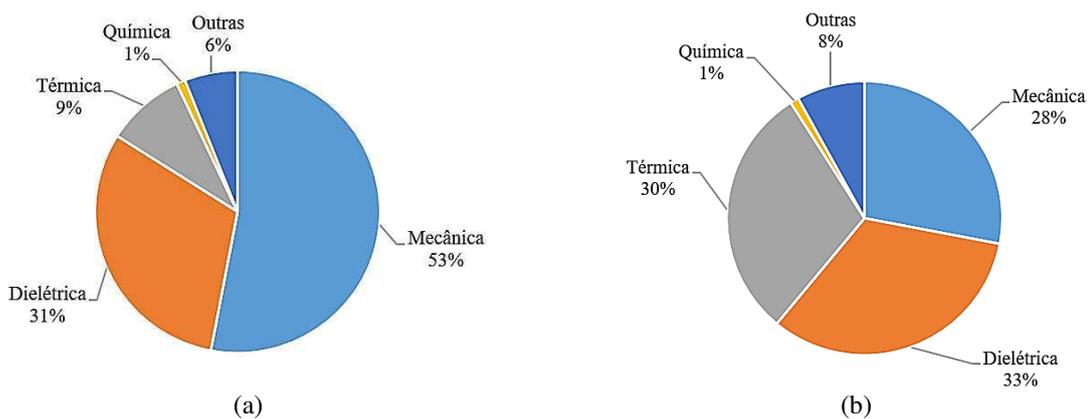
**Figura 1 – Porcentagem de falha nos transformadores por componente afetado segundo (a) Geldenhuis, Jagers e Gaunt (2007) e (b) Souza (2008).**



Fonte: Adaptado de Geldenhuis, Jagers e Gaunt (2007) e Souza (2008).

Com relação à natureza das falhas, em 1983 um dos grupos de estudos do Cigré realizou um levantamento no qual se constatou que a grande maioria das falhas nos transformadores de potência são de origem mecânica, como pode ser visualizado na Figura 2.

**Figura 2 – Natureza das falhas em (a) transformadores de SEs convencionais e (b) transformadores de SEs de usinas.**



Fonte: Adaptado de Cigré (1983).

A análise dos dados apresentados permite constatar que os enrolamentos são os principais responsáveis pela ocorrência de falhas em transformadores de grande porte. Por outro lado, a maior parte das falhas é de natureza mecânica ou dielétrica, ressaltando-se que uma falha dielétrica nos enrolamentos pode ser iniciada devido a uma falha mecânica. Logo, conclui-se que as falhas mecânicas nos enrolamentos dos transformadores constituem-se em um fator de

grande preocupação e interesse, tanto por parte dos fabricantes, quanto por parte dos usuários finais.

A principal causa das falhas mecânicas dos enrolamentos é a ocorrência de sobrecorrentes transitórias, como por exemplo a corrente de *inrush*. Por isso, é de suma importância estudar os efeitos das sobrecorrentes, com o intuito de desenvolver meios para minimizar a probabilidade da ocorrência das falhas. Assim, na seção seguinte são apresentados os conceitos fundamentais sobre correntes de *inrush*.

## 2.2 Corrente de *Inrush*

A corrente de *inrush* é caracterizada como a corrente instantânea que surge nos enrolamentos de um transformador de potência no momento de sua energização que, em geral, ocorre pelo lado primário enquanto o secundário permanece em aberto<sup>1</sup> (GLADSTONE, 2004). O fenômeno ocorre devido a um transitório eletromagnético que conduz o núcleo do transformador à saturação e, conseqüentemente, ao surgimento de uma corrente com elevada amplitude nos enrolamentos.

A amplitude da corrente de *inrush* pode se aproximar da amplitude da corrente de curto-circuito, assumindo valores entre 10 e 20 vezes da corrente nominal do transformador (SHORT, 2004). O valor máximo da corrente de *inrush* depende de vários fatores, dentre eles, são determinantes o fluxo residual no núcleo do transformador e o instante em que ocorre a energização.

A densidade de fluxo residual é uma característica do material ferromagnético que compõe o núcleo do transformador e tem um valor aproximado de 70 a 85% da sua densidade de fluxo nominal (KULKARNI e KHAPARDE, 2004). O fluxo residual ocorre quando um transformador é desenergizado. Como pode ser observado na Figura 3, na desenergização, a corrente de excitação segue a curva de histerese em direção ao valor zero, enquanto que a densidade de fluxo magnético muda para um valor diferente de zero, o qual é denominado densidade de fluxo residual,  $B_r$ .

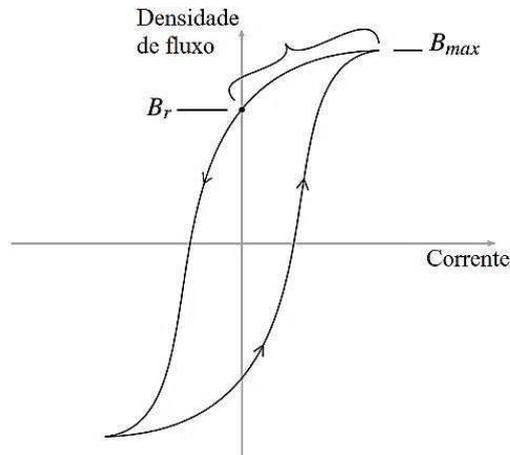
Com relação ao instante de energização, ele irá determinar se o fluxo magnético imposto pela fonte de alimentação será somado ou subtraído ao fluxo residual existente. Quando a

---

<sup>1</sup> O *inrush* também pode ocorrer durante a energização de um transformador operando em paralelo (*sympathetic inrush*) ou quando a tensão do transformador é restaurada após ter sido reduzida devido a um curto-circuito no sistema (*recovery inrush*) (WESTINGHOUSE, 1982).

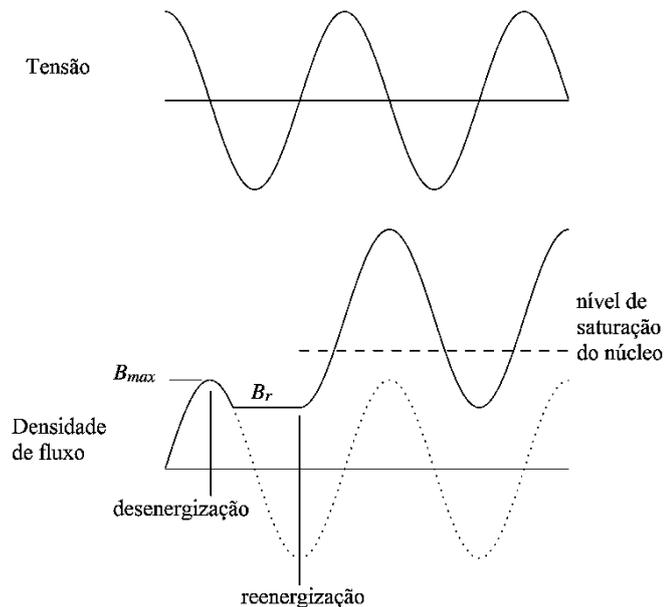
energização do transformador é realizada no instante em que a tensão da fonte está passando pelo zero (pico da densidade de fluxo), e há fluxo residual, com a derivada da tensão no mesmo sentido do fluxo, tem-se o pior caso de *inrush*. Esta situação está ilustrada na Figura 4.

**Figura 3 – Ilustração da curva de histerese de um material magnético.**



Fonte: Adaptado de Short (2004).

**Figura 4 – Comportamento da tensão e da densidade de fluxo magnético durante o pior caso de *inrush*.**

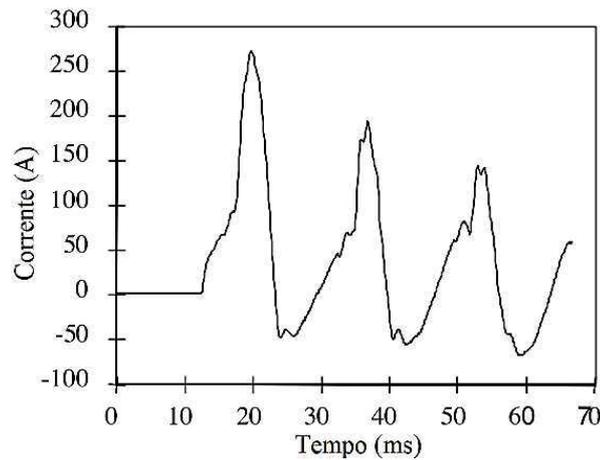


Fonte: Adaptado de Short (2004).

Na Figura 4 é representada uma situação em que um transformador é desenergizado quando a tensão da fonte é zero, ou seja, no pico da densidade de fluxo do núcleo ( $B_{max}$ ). Em seguida, a densidade de fluxo decai até o seu valor residual ( $B_r$ ) e se mantém constante. Algum tempo depois, o transformador é reenergizado em um momento em que o fluxo estaria em seu

pico negativo, instante em que a tensão do sistema está passando pelo zero e crescendo de forma positiva. A tensão positiva cria um fluxo positivo que contribui com o fluxo residual já existente. Logo, o núcleo satura rapidamente levando ao surgimento da corrente de *inrush*, a qual possui a forma de onda típica apresentada na Figura 5.

**Figura 5 – Corrente de *inrush* medida durante uma operação de reenergização de uma subestação de distribuição.**



Fonte: Adaptado de Short (2004).

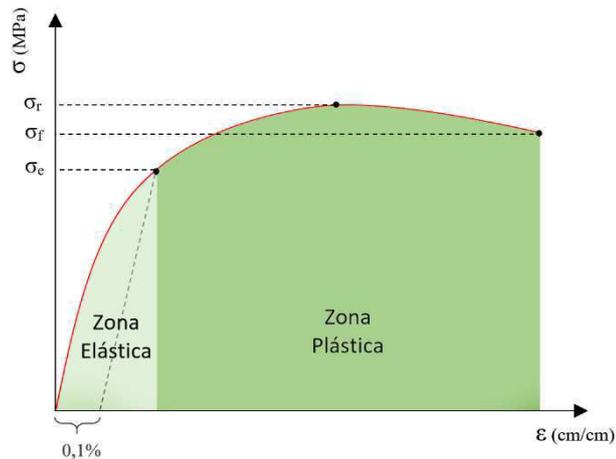
A forma de onda da Figura 5 pode ser modelada matematicamente, como proposto por Specht (1951), Holcomb (1961) e Bertagnolli (1996). No entanto, a modelagem mais usual, atualmente, é por meio de simulações envolvendo *softwares* de análise de transitórios eletromagnéticos. A simulação deste comportamento é bastante complexa, e o transformador deve ser modelado com grande riqueza de detalhes para representar adequadamente o comportamento não-linear da magnetização, perdas e efeitos de saturação no núcleo (CHIESA, 2010).

Apesar da complexidade da modelagem, o estudo da corrente de *inrush* é de grande importância, pois a partir dele é possível conhecer os efeitos da corrente na integridade física do transformador. Estes efeitos podem comprometer a estrutura física do transformador, além de degradá-lo progressivamente devido aos danos cumulativos provocados por sucessivas energizações. Assim, é de fundamental importância que, durante o projeto de um transformador, sejam utilizados critérios para avaliação da possibilidade de ocorrência falhas mecânicas nos seus componentes. Por isso, os conceitos relacionados ao emprego desses critérios são apresentados na seção seguinte.

## 2.3 Critérios de Falha Mecânica

Para o melhor entendimento da fenomenologia da falha mecânica, é necessário o conhecimento de alguns conceitos básicos de mecânica dos sólidos, como o da relação tensão-deformação. Uma curva tensão-deformação típica para um material dúctil<sup>2</sup> está apresentada na Figura 6.

**Figura 6 – Curva tensão-deformação típica para um material dúctil.**



Fonte: Adaptado de Branco (1985).

No gráfico é possível observar que para cada tensão aplicada no material existe uma deformação correspondente. Se a amplitude da tensão for menor que  $\sigma_e$ , então a deformação será do tipo elástica, ou seja, após a retirada da tensão, o material retomará sua forma original. Caso a tensão aplicada seja maior que  $\sigma_e$ , então a deformação será do tipo plástica, ou seja, será permanente. Por este motivo, a tensão  $\sigma_e$  é conhecida como limite de elasticidade ou limite de escoamento do material.

As demais tensões destacadas no gráfico são o limite de resistência à tração,  $\sigma_r$ , e a tensão de ruptura,  $\sigma_f$ . A primeira representa a máxima tensão que um material pode resistir antes de romper, enquanto a segunda representa o ponto onde ocorre a fratura total do material.

Uma vez compreendidos os conceitos elementares da mecânica dos sólidos, alguns critérios de falha mecânica podem ser aplicados para verificar a possibilidade de falha em um equipamento.

O emprego de um determinado critério depende do tipo de falha que se deseja analisar. A falha pode ocorrer devido a solicitações estáticas, em que o dano ocorre no mesmo instante

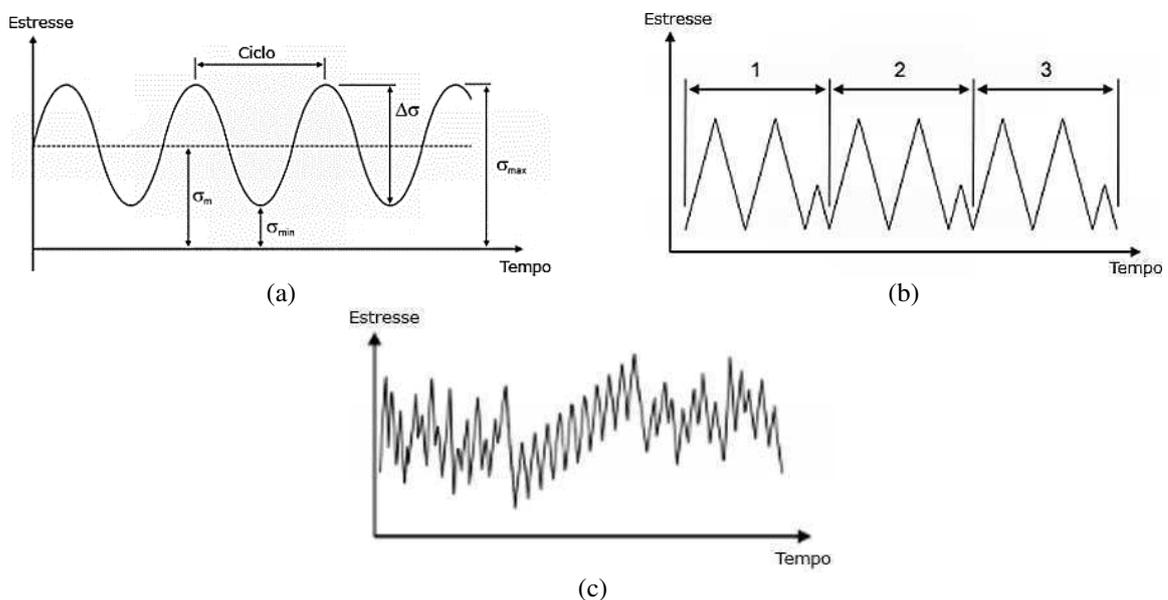
<sup>2</sup> Material que apresenta a capacidade de se deformar sem sofrer fratura (BRANCO, 1985).

da sollicitação, ou por fadiga, em que o dano ocorre após um longo período de repetição da sollicitação.

Em relação às sollicitações estáticas, o critério mais amplamente utilizado, em materiais dúcteis, é o critério da Máxima Energia de Distorção, também conhecido como critério de von Mises (BRANCO, 1985).

Já para o caso de falha por fadiga, é necessário observar, inicialmente, a que tipo de repetição da sollicitação mecânica a estrutura estará submetida. Assim, é conveniente distinguir os três principais tipos de repetições, os quais estão apresentados na Figura 7.

**Figura 7 – Sollicitação mecânica com ciclo de carga de amplitude (a) constante, (b) variável e (c) aleatória.**



Fonte: Adaptado de Consol (2015) e Beer e Dewolf (2011).

Como a amplitude da corrente de *inrush* decresce exponencialmente no tempo, conforme apresentado na Figura 5, os ciclos de carga causados por estas correntes nos enrolamentos de transformadores são do tipo amplitude variável, como na Figura 7 (b). Neste caso, segundo Hoffmann e Seeger (1985), um critério para avaliação da falha por fadiga apropriado é o Método dos Planos Críticos. Tanto o critério de Von Mises quanto o Métodos dos Planos Críticos e suas aplicações, para o caso de transformadores, são discutidos nas subseções seguintes.

### 2.3.1 Critério de von Mises

Segundo Beer e Dewolf (2011), o critério de von Mises deve ser utilizado para avaliar a possibilidade de falha plástica em materiais dúcteis, como o cobre dos enrolamentos dos

transformadores. De acordo com o critério, a falha irá ocorrer quando a densidade de energia de distorção, em um elemento submetido a um estresse multiaxial, for maior ou igual a densidade de energia de distorção de um corpo de prova, do mesmo material, submetido a um estresse uniaxial de tração.

Um modo conveniente de aplicar o critério de von Mises é determinar uma quantidade equivalente de estresse que está associada à densidade de energia de distorção. O estresse equivalente é conhecido como estresse de von Mises, e ele é dado pela equação (1).

$$\sigma_{mises} = \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

em que  $\sigma_{mises}$  é o estresse de von Mises e  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são os estresses nos três eixos espaciais, conhecidos como estresses principais, todas as variáveis são dadas em Pascal.

O valor de  $\sigma_{mises}$  pode ser comparado com um valor de estresse crítico do material ( $\sigma_{crit}$ ), para o qual ocorrerá falha se  $\sigma_{mises} \geq \sigma_{crit}$ . Logo, para sua aplicação, torna-se necessário conhecer o estresse crítico para o elemento estrutural que se deseja estudar.

Em se tratando de transformadores, no livro de Vecchio e outros (2010), é apresentada uma equação para determinação do estresse crítico dos enrolamentos, a qual é expressa em (2). A equação contempla o estresse crítico que depende das características construtivas e do material do qual o enrolamento é feito.

$$\sigma_{crit}^{m+1} + \frac{\sigma_0^m}{\gamma} \sigma_{crit} - \frac{\sigma_0^m}{4\gamma} E_0 \left( \frac{e}{r} \right)^2 = 0, \quad (2)$$

em que  $e$  representa a espessura radial do condutor em metros;  $r$  o raio médio do enrolamento em metros;  $m$  e  $\gamma$  são constantes adimensionais relacionadas com a curva tensão-deformação do material;  $E_0$  é o módulo de elasticidade do material em Pascal e  $\sigma_0$  é um parâmetro que depende do grau de dureza do material, e também é dado em Pascal. De acordo com Vecchio e outros (2010), os valores de  $m$  e  $\gamma$ , para o caso do cobre, são 11,6 e 5,4 respectivamente. Para o cobre eletrolítico  $E_0 = 110$  GPa e  $\sigma_0 = 118,72$  MPa. A equação (2) não possui solução analítica. No entanto,  $\sigma_{crit}$  pode ser encontrado com a utilização de um método de solução numérica, como o método de Newton-Raphson.

Diante das informações expostas, pode-se afirmar que o critério de von Mises é adequado para a análise de falhas plásticas nos enrolamentos de transformadores,

principalmente porque considera a ocorrência de estresses multiaxiais e é o critério mais empregado na literatura para materiais dúcteis (BEER e DEWOLF, 2011).

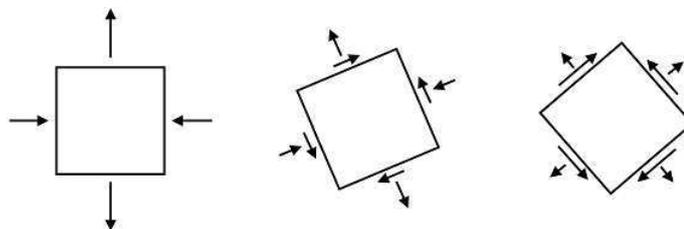
### 2.3.2 Método dos Planos Críticos

O Método dos Planos Críticos baseia-se no princípio de que a falha é causada por uma fissura microestrutural que irá se formar e se propagar em um plano específico do volume da estrutura. O plano é conhecido como plano crítico, e tem as condições de estresse, ou deformação, mais favoráveis para o surgimento e propagação da fissura.

No método, é examinado o estado do estresse mecânico em diferentes orientações no espaço. O estado do estresse, em um ponto de um elemento de volume, pode ser descrito como um tensor com três componentes normais e três componentes de torque. Por isso, ele engloba os efeitos da multiaxialidade e da variação da amplitude dos estresses (FATEMI e SOCIE, 1988).

A amplitude dos componentes (estresses) varia cada vez que o elemento de volume é orientado em uma direção diferente. Isto significa que se um corte através de um elemento de volume for realizado, o estado do estresse, no plano que foi criado pelo corte, vai variar dependendo da orientação deste plano (HOFFMANN e SEEGER, 1985), o que está ilustrado na Figura 8. Nota-se inicialmente, na figura, que apenas componentes de tração e compressão atuam no plano com determinada amplitude, mas, à medida que orientação do plano se modifica, passam a atuar também componentes de torque com diferentes amplitudes, o que ilustra o princípio de variação do estado dos estresses com a variação da orientação do plano.

**Figura 8 – Condições de estresse em diferentes orientações de um plano.**



Fonte: Comsol (2015).

Assim, vários planos podem ser considerados para um mesmo elemento de volume e existem vários critérios que podem ser utilizados para determinar qual dos planos será o plano crítico. O critério de Findley, que é um dos mais utilizados, considera como plano crítico aquele em que a combinação entre a componente normal e a de torque é maximizada.

Matematicamente, o critério de Findley é definido pela equação (3) (HOFFMANN e SEEGER, 1985).

$$\left(\frac{\tau}{2} + k \cdot \sigma_n\right)_{max} = f, \quad (3)$$

em que,  $k$  e  $f$  são parâmetros característicos do material, sendo  $f$  dado em Pascal e  $k$  adimensional;  $\tau$  é o máximo torque em um plano, em N.m, e  $\sigma_n$  é o máximo estresse normal no mesmo plano em Pascal. O critério também pode ser entendido da seguinte forma: o plano que maximiza o lado esquerdo da equação (3) é considerado o plano crítico.

O resultado da aplicação do critério de Findley é dado em termos do fator de utilização de fadiga ( $f_{uf}$ ). O fator pode ser considerado como o recíproco de um fator de segurança, em que para valores acima de um determinado limite ocorrerá a falha por fadiga da estrutura. Matematicamente,  $f_{uf}$  é definido pela razão entre o lado esquerdo da equação (3) e o parâmetro  $f$  do material, conforme apresentado na equação (4).

$$f_{uf} = \frac{\left(\frac{\tau}{2} + k \cdot \sigma_n\right)_{max}}{f}. \quad (4)$$

Um valor de  $f_{uf}$  inferior a 1,0 indica que a sollicitação do componente está abaixo do limite de fadiga e, portanto, não ocorrerá falha. Por outro lado, valores de  $f_{uf}$  acima de 1,0 indicam que ocorrerá a falha por fadiga do componente.

Considerando-se as informações apresentadas, o Método dos Planos Críticos se caracteriza como um critério de projeto de componentes. A partir da sua utilização e conhecendo-se as sollicitações a que um componente estará submetido, é possível determinar se haverá fadiga durante sua vida útil. Por outro lado, a utilização do método não permite que seja feita a predição da fadiga, não sendo possível saber quantos ciclos da sollicitação mecânica são necessários para a ocorrência da falha, ou ainda, qual o impacto da sollicitação mecânica na vida útil de um componente.

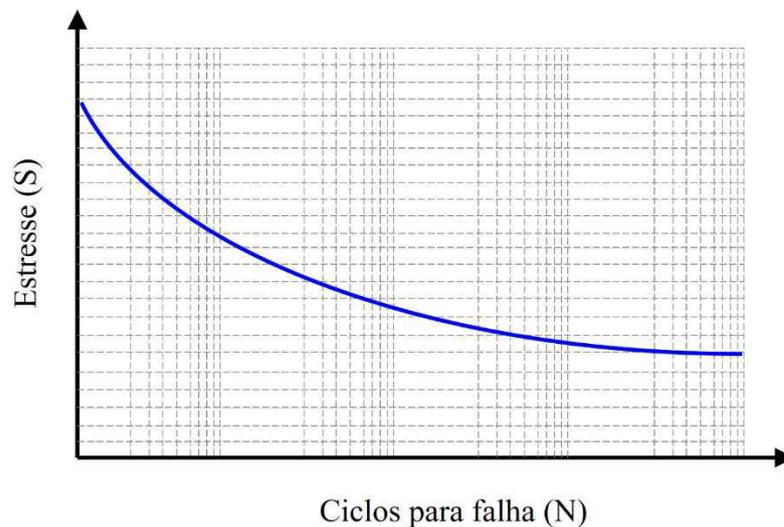
Dessa forma, o Método dos Planos Críticos é adequado para uma análise inicial dos estresses atuantes nos enrolamentos de transformadores. No entanto, para que seja possível a predição da falha por fadiga, é necessário a utilização de um método que contemple o efeito cumulativo dos danos nos enrolamentos provocados a cada *inrush*. Existem vários métodos para análise do dano cumulativo decorrente de um estresse variável, dentre os quais destaca-se

o método linear de Palmgren-Miner por ser o mais amplamente utilizado na literatura, no caso da fadiga de metais (FATEMI e YANG, 1998). Para a aplicação do método, no entanto, é necessário um aprofundamento nos conceitos de fadiga mecânica dos metais, o qual será realizado na seção seguinte juntamente com a apresentação do método.

### 2.3.3 Método de Palmgren-Miner para o Dano Cumulativo

A principal forma de caracterização da fadiga em um material é feita com a utilização das curvas de Wöhler ou curvas S-N. As curvas relacionam a amplitude da tensão aplicada com o número de ciclos para falha por fadiga de um componente, conforme ilustração na Figura 9.

**Figura 9 – Curva S-N para um metal não ferroso.**



Fonte: Adaptado de ASM (2008).

A curva S-N de um material é obtida através do ensaio de fadiga padronizado por um conjunto de normas da ASTM. No entanto, em casos em que não se justifica um programa experimental, é possível fazer uma estimativa da curva S-N (DA ROSA, 2002).

Para a região de fadiga de alto ciclo (acima de  $10^3$  ciclos) a curva S-N pode ser representada por uma reta em escala bilogarítmica dada pela equação (5). Logo, para se obter os parâmetros da curva, basta que se conheçam dois pontos dela.

$$\sigma = aN^b, \quad (5)$$

em que,  $\sigma$  representa o estresse aplicado em Pascal,  $N$  o número de ciclos para falha, e  $a$  e  $b$  são os parâmetros adimensionais da curva S-N que dependem do material e das condições de ensaio.

De acordo com da Rosa (2002), para materiais dúcteis pode-se adotar o seguinte procedimento para determinação da curva S-N:

- 1º ponto em  $10^3$  ciclos: tensão alternante  $\sigma_N = 0,75 \times \sigma_r$ ;
- 2º ponto em  $10^6$  ciclos: tensão limite de fadiga  $\sigma_F = 0,35 \times \sigma_r$ .

Portanto, na região de fadiga de alto ciclo, a curva S-N de um material pode ser estimada com base na sua tensão de resistência a tração ( $\sigma_r$ ).

Deve-se notar ainda que a curva S-N, obtida com o procedimento acima, estima o comportamento de um corpo de prova padronizado e ensaiado em condições ambientais controladas. Na prática, o comportamento do material pode ser influenciado por uma série extensa de parâmetros, dos quais podem ser destacados: acabamento superficial, tamanho da peça, temperatura de trabalho e concentração de tensões na peça. Para efeitos de projeto, podem ser adicionados fatores de escala à curva S-N de forma a compensar a influência de tais parâmetros (BRANCO, 1985).

Os fatores são denominados fatores de redução da curva S-N e se aplicam a tensão limite de fadiga de acordo com a equação (6).

$$\sigma_F = (k_s k_t k_f k_T) \times \frac{1}{\eta} \times \sigma_{F0}, \quad (6)$$

em que,  $k_s$  é o coeficiente de acabamento superficial,  $k_t$  o coeficiente de tamanho da peça,  $k_f$  o coeficiente de fiabilidade,  $k_T$  o coeficiente de temperatura,  $\eta$  o coeficiente de segurança dinâmico e  $\sigma_{F0}$  é o limite de fadiga para a curva S-N básica dado em Pascal, todos os demais coeficientes são adimensionais. Os valores típicos dos coeficientes de redução para cada tipo de material podem ser encontrados na literatura e, para o caso do cobre eletrolítico utilizado em enrolamentos de transformadores, estão apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1 – Valores típicos dos coeficientes de redução para o cobre eletrolítico.**

Coeficiente	Valor
$k_s$	0,800
$k_t$	0,750
$k_f$	0,689

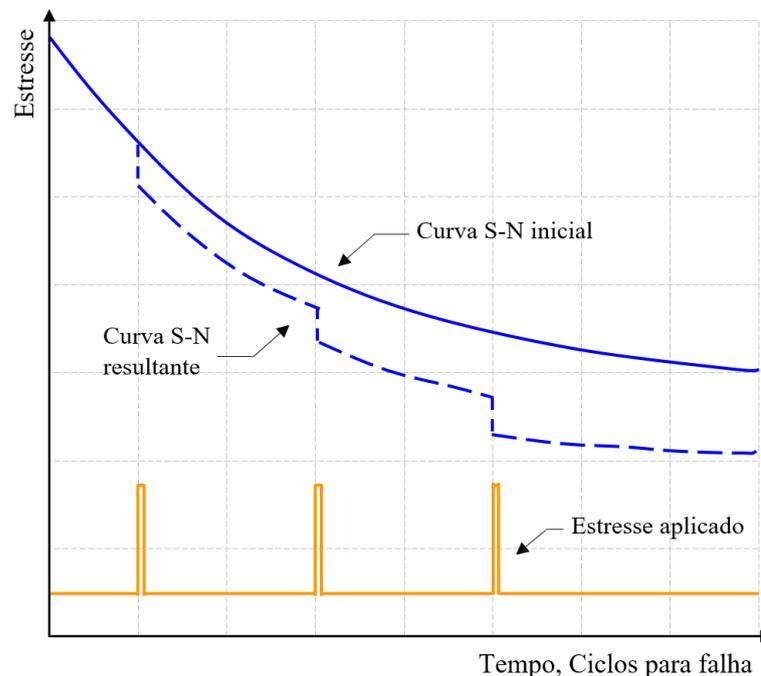
$k_T$	0,948
$\eta$	3,000

Fonte: Branco (1985).

A partir dos conceitos apresentados, é possível notar que a área abaixo da curva S-N está relacionada a vida útil de um componente em uma determinada condição de estresse. Tem-se, portanto, que a área da curva S-N de um componente novo é maior do que a de um componente em uso, ou seja, à medida que a vida útil do componente diminui, a sua curva S-N se modifica (FATEMI e YANG, 1998).

O efeito descrito no parágrafo anterior é conhecido como redução da curva S-N e está ilustrado na Figura 10. Nota-se na figura que cada vez que o componente sofre um determinado estresse, a curva S-N é reduzida para um novo patamar com área inferior ao anterior. Dessa maneira, após um elevado número de estresses aplicados, a curva será reduzida a um patamar que representa o fim da vida útil do componente. Isto ocorre porque, a cada situação de estresse, o componente sofre um dano microestrutural que é imperceptível, mas que causa uma redução na sua suportabilidade a novos estresses.

Figura 10 – Efeito de redução da curva S-N devido à ocorrência de estresses.



Fonte: Adaptado de Fatemi e Yang (1998).

Com base neste princípio de redução, Miner (1945) propôs um método para estimativa da redução percentual da vida útil de um componente submetido a sucessivos estresses. O método tem como base um parâmetro de dano cumulativo definido na equação (7).

$$D = \sum_{i=1}^q \frac{n_{c_i}}{N_{c_i}}, \quad (7)$$

em que,  $D$  é um parâmetro adimensional que representa o dano cumulativo em um componente após uma quantidade  $k$  de carregamentos,  $n_c$  é o número de ciclos aplicados de um determinado estresse  $\sigma$ , em Pascal, durante o carregamento e  $N_c$  é o número de ciclos necessários para que o mesmo estresse  $\sigma$  danifique o material.

O valor de  $N_c$  pode ser determinado a partir da equação (8), que tem como base os coeficientes da curva S-N do material.

$$N_c = \left(\frac{\sigma}{a}\right)^{1/b}. \quad (8)$$

Após cada carregamento é possível determinar a quantidade de ciclos remanescentes  $n_f$  do material conforme equação (9).

$$n_f = \left(1 - \frac{n_c}{N_c}\right) N_f, \quad (9)$$

em que  $N_f$  é o número de ciclos necessários para atingir o limite de fadiga no material, o qual pode ser assumido como  $10^6$  para materiais dúcteis (DA ROSA, 2002). O parâmetro  $n_f$  também pode ser interpretado como um limite de fadiga reduzido do material.

Com base nas informações apresentadas, após um número  $k$  de carregamentos, é possível determinar uma curva S-N reduzida para o material com as equações expressas em (10).

$$\begin{cases} b_{reduzido} = \frac{\log \sigma_F - \log \sigma}{\log n_f - \log N_c} \\ a_{reduzido} = 10^{(\log \sigma_F - b_{reduzido} \times \log N_c)} \end{cases}. \quad (10)$$

Além disso, é possível concluir que a redução percentual  $R_{\%}$  na vida útil do material, devido a um determinado número de carregamentos, é dada pela equação (11).

$$R_{\%} = 1 - \frac{n_f}{N_f}. \quad (11)$$

Portanto, o método de Palmgren-Miner se apresenta como uma ferramenta viável para análise do dano cumulativo em enrolamentos de transformadores, devido a ocorrência de correntes de *inrush*. Adicionalmente, Araujo (2016) propôs a utilização do método para determinar o número de carregamentos necessários para causar fadiga em um componente ou para reduzir sua vida útil em um determinado percentual.

### 3 Revisão Bibliográfica

Conforme abordado nas seções anteriores, grande parte das falhas em transformadores tem origem mecânica. É natural, portanto, que muitos trabalhos tenham sido desenvolvidos com o intuito de investigar a ocorrência desse tipo de falha. Assim, nesta seção são comentados os trabalhos mais relevantes no tema. Os trabalhos são apresentados em ordem cronológica e constituem o estado da arte do tema em estudo.

Billig (1946) foi o primeiro autor a relatar a importância dos esforços eletromecânicos na segurança operacional e na vida útil do transformador. O autor fez considerações sobre as forças que aparecem nos enrolamentos do transformador devido a correntes de curtos-circuitos externos e operações de chaveamento, apresentando o comportamento típico dessas forças em enrolamentos concêntricos. O autor também pontuou sobre o problema do movimento dos enrolamentos durante os eventos, o qual pode provocar abrasão do isolamento e um conseqüente curto-circuito entre espiras. Também apresentou expressões analíticas para a pressão interna nos enrolamentos baseada nos parâmetros do transformador; fez análise da atuação das forças de acordo com o tipo de enrolamento e também fez considerações sobre a expansão térmica dos enrolamentos devido às correntes de curto-circuito. Muitos dos trabalhos publicados na sequência foram aprofundamentos das considerações feitas por Billig.

Waters (1954) apresentou um método experimental para determinar as forças axiais nos enrolamentos de um transformador construído especialmente para este fim. Como resultado, o autor apresentou curvas que representam a força ao longo de um enrolamento concêntrico. O trabalho de Waters validou experimentalmente parte da modelagem teórica apresentada por Billig (1946). Waters também observou que a posição do *tap* tem influência predominante nas forças axiais.

Kojima e outros (1980) analisaram o efeito *buckling* nos enrolamentos de um transformador levando em conta a influência dos espaçadores axiais. Diferentes configurações de espaçadores foram analisadas. Os autores apresentaram um método analítico, baseado na Grande Deflexão de Elementos Finitos, que posteriormente foi comparada com resultados experimentais, e apresentou boa concordância. Segundo os autores a abordagem analítica foi mais apropriada para o estudo na época, por que experimentos fornecem apenas resultados pontuais, não sendo possível avaliar a fenômeno como um todo. Ainda segundo os autores,

quanto maior o número de espaçadores, menor é a deformação do enrolamento. No entanto, as regiões próximas aos espaçadores apresentam uma maior probabilidade de deformação.

Yun-Qiu, Jing-QiueZi-Hong (1990) demonstraram em detalhes a derivação das expressões analíticas para a força eletromagnética radial e axial a partir da expressão para o curto-circuito trifásico nos enrolamentos de um transformador de 17 MVA. Os autores também utilizaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para determinar as forças no mesmo transformador. Foram avaliados valores de curto-circuito com diferentes ângulos iniciais. A comparação entre os resultados da formulação analítica apresentada pelos autores e os resultados numéricos utilizando o MEF apresentou um erro relativo pequeno. No entanto, os autores afirmam que o uso do MEF é mais adequado para solução do problema, uma vez que na modelagem analítica é necessário assumir certas condições simplificadoras, para tornar o problema tratável.

Arturi (1995) foi o primeiro autor a utilizar um *software* comercial de cálculo de campo (o Maxwell 3D Field Simulator) para estimar as forças eletromecânicas atuantes nos enrolamentos de transformadores. O autor comparou a distribuição angular da força axial em três tipos diferentes de enrolamentos helicoidais: camada simples com extremidades suavizadas, camada simples com extremidades não suavizadas e camada dupla. A partir dos resultados das simulações o autor concluiu que existe uma variação angular considerável da força axial nos enrolamentos do tipo camada simples, que é muito maior que no enrolamento do tipo camada dupla.

Adly (2001) foi o primeiro autor a investigar as forças eletromecânicas que surgem nos enrolamentos de transformadores devido às correntes de *inrush*. O autor utilizou um modelo tridimensional de um transformador monofásico e uma rede neural do tipo *Hopfield* para solucionar as equações que descrevem o problema. Foram realizadas comparações entre as forças causadas pelo *inrush* com as forças causadas por um curto-circuito trifásico para uma mesma amplitude de corrente, e o autor concluiu que a situação de *inrush* produz forças mais intensas nos enrolamentos, se a amplitude da corrente nos dois casos for a mesma.

Na sequência, Steurer e Fröhlich (2002) apresentaram um trabalho semelhante ao de Adly (2001), porém mais completo. Os autores investigaram a configuração das forças eletromecânicas nos enrolamentos de um transformador devido à corrente de *inrush*, realizando uma comparação com as forças devido a um curto-circuito trifásico. Foram utilizados modelos 2D e 3D de um transformador trifásico de grande porte. Os resultados mostraram que, para o modelo estudado, o pico da corrente de *inrush* atinge 70% do valor de pico da corrente de curto-circuito. Apesar disso, a força resultante no enrolamento de alta tensão no caso do *inrush* tem

amplitude similar ao caso do curto-circuito, mas com um tempo de exposição maior. O autor atribuiu o resultado ao fato de que no *inrush* o fluxo da corrente ocorre apenas em um dos enrolamentos. Enquanto no curto-circuito o fluxo ocorre nos dois enrolamentos do transformador, mas em sentidos opostos, o que provocaria uma atenuação mútua das forças eletromagnéticas nos enrolamentos.

O trabalho de Azevedo e outros (2007) foi o primeiro a analisar as forças eletromecânicas em transformadores no domínio do tempo. Os autores determinaram o modelo eletromagnético equivalente de um transformador, utilizando os parâmetros de relutância e força magnetomotriz. O modelo foi utilizado para calcular os estresses eletromecânicos nos enrolamentos do transformador, durante a ocorrência de um curto circuito trifásico no domínio do tempo. A fim de validar os resultados, os autores utilizaram um *software* comercial baseado no MEF com um modelo 2D do transformador para determinar as forças nas mesmas condições. A comparação entre os dois resultados mostrou que o modelo proposto pelos autores é adequado para avaliação das forças eletromecânicas em transformadores.

Faiz e outros (2008) utilizaram o MEF em modelagens 2D e 3D de um transformador trifásico para determinar os esforços nos enrolamentos, resultantes de um *inrush* e um curto-circuito trifásico. Por meio dos resultados, os autores concluíram que em alguns pontos do enrolamento, a força é maior para o caso de *inrush*, mesmo esta situação possuindo uma amplitude da corrente menor que no caso de curto-circuito. A explicação apontada pelos autores é a de que, no caso do *inrush*, a excitação é desbalanceada, uma vez que o lado secundário está em aberto. Assim, os autores afirmaram que, por ser um fenômeno mais frequente e com uma duração maior, a corrente de *inrush* é mais prejudicial ao transformador que o curto circuito. Adicionalmente, os autores realizaram uma comparação entre os resultados dos modelos 2D e 3D e foi constatada uma diferença de até 80% entre os resultados, para alguns casos. Assim, os autores afirmaram que o modelo 2D não é suficiente para representar o problema.

Strac, Kelemen e Zarko (2008) realizaram uma comparação dos esforços eletromecânicos que atuam durante a ocorrência de um curto circuito em dois tipos de enrolamentos: o enrolamento helicoidal tipo “U” e o enrolamento helicoidal tipo “I”. Adicionalmente, os autores investigaram a influência da representação geométrica dos enrolamentos nos resultados das simulações. Para tanto, foram representados enrolamentos em forma de espiral e em forma de cilindro. Para obtenção dos resultados foram utilizados o método analítico de Rabin em 2D e o MEF em 3D para simulações computacionais. A partir dos resultados, os autores concluíram que o método analítico de Rabin em 2D é acurado o suficiente para o cálculo de forças em transformadores, apresentando resultados próximos das simulações

em 3D utilizando o MEF. Também foi verificado que não existe diferença significativa entre as representações geométricas dos enrolamentos testadas. Desse modo, os autores recomendaram a utilização da representação cilíndrica, por ela apresentar um menor esforço computacional. Por fim, os autores afirmaram que o enrolamento do tipo “I” possui maior suportabilidade a esforços radiais do que o enrolamento do tipo “U”.

Beniwal, Dwivedi e Gupta (2011) apresentaram um estudo experimental sobre a fadiga dos enrolamentos de transformadores de distribuição, causada pela corrente de *inrush*. Este foi o primeiro trabalho a considerar o efeito de fadiga dos enrolamentos provocado pela corrente de *inrush*. Os autores utilizaram um sistema para testes de fadiga em corpos de prova de cobre e alumínio para determinação da curva S-N dos materiais. Foram utilizados corpos com diâmetro correspondente ao diâmetro do enrolamento considerado. A força aplicada nos testes corresponde à força calculada analiticamente nos enrolamentos para a pior condição de *inrush* possível. A partir das curvas S-N, foram apresentados algoritmos para estimação da vida útil e da suportabilidade ao *inrush* de transformadores de distribuição, considerando enrolamentos de cobre e de alumínio. A partir dos resultados, os autores concluíram que para um mesmo transformador, enrolamentos de alumínio são mais propensos a sofrer fadiga que enrolamentos de cobre. Por fim, os autores sugerem que a curva S-N dos condutores seja incluída como parâmetro de projeto de transformadores, a fim de se projetar enrolamentos com uma maior resistência à fadiga.

Ahn e outros (2012) apresentaram uma análise similar aos trabalhos anteriores em relação aos esforços eletromecânicos causados por correntes de curto-circuito em transformadores. No entanto, o trabalho se diferencia dos demais pela modelagem detalhada dos enrolamentos implementada nas simulações. Os autores representaram cada espira das bobinas individualmente no modelo tridimensional, o que segundo os autores, aumenta a exatidão dos resultados.

Ahmad, Javed e Nazar (2013) realizaram simulações utilizando o MEF em 2D para verificar a atuação das forças eletromagnéticas para o caso de transformadores com as bobinas deslocadas verticalmente, o que representaria uma falha de fabricação. A partir dos resultados obtidos, os autores concluíram que quanto maior o deslocamento dos enrolamentos, mais intensas serão as forças atuantes, o que aumentaria as chances de falhas.

Guimarães (2013) determinou, através de ensaios em laboratório, a curva S-N para o cobre utilizado nos enrolamentos de um transformador de potência. A partir da curva determinada, o autor propôs uma metodologia analítica, baseada no critério de fadiga, para estimar os limites de suportabilidade mecânica dos enrolamentos. Além disso, o autor fez uma

análise da redução da vida útil do transformador, quando o equipamento é submetido a sobrecorrentes elevadas, utilizando o princípio do dano cumulativo. Para isso, foram realizadas simulações computacionais 3D baseadas no MEF para determinação dos esforços a que os enrolamentos são submetidos quando da ocorrência de curto-circuito trifásico e *inrush*. O trabalho de Guimarães representa uma significativa contribuição para o tema em estudo, na medida em que reinicia as discussões sobre a redução da vida útil do transformador devido a esforços eletromecânicos. No entanto, a filosofia para a análise carece de ajustes, pois trata o curto-circuito e o *inrush* como eventos discretos e isolados, não contemplando suas características dinâmicas e transitórias.

Pritesh (2013) utilizou simulações computacionais baseadas no MEF para determinar a frequência natural dos enrolamentos de dois transformadores estudados. Resultados experimentais foram utilizados para validar as simulações. Também foram determinados os esforços atuantes nos enrolamentos para o caso de um curto-circuito trifásico. A metodologia empregada pelo autor se diferencia das demais apresentadas até aqui, pois utiliza o acoplamento simultâneo das simulações eletromagnéticas e mecânicas, o que é conhecido como simulação multifísica, e de acordo com o autor a sua metodologia apresenta resultados mais realísticos.

Bakshi e Kulkarni (2014) determinaram analiticamente a deformação residual que ocorre nos enrolamentos de um transformador durante o seu processo de fabricação, e posteriormente a deformação que ocorre durante um curto-circuito. As duas deformações foram somadas algebricamente para se obter a deformação resultante. Na sequência, os autores utilizaram uma relação de estresse-deformação para determinar o estresse resultante nos enrolamentos. Os resultados analíticos foram corroborados por simulações computacionais baseadas no MEF. Os autores determinaram ainda o estresse crítico e o fator de segurança para um enrolamento específico. Os autores concluem o trabalho afirmando que a deformação adquirida pelo enrolamento no processo de fabricação deve ser contabilizada, caso contrário o fator de segurança dos enrolamentos será reduzido.

Bakshi e Kulkarni (2014) utilizaram a técnica de simulações multifísicas com o MEF em 3D, para analisar simultaneamente os fenômenos eletromagnéticos e mecânicos em um enrolamento helicoidal de um transformador de potência. Os autores determinaram as forças de torção que atuam no enrolamento durante um curto-circuito, além de várias componentes de estresse, o que permitiu determinar o fator de segurança para o enrolamento. Os autores também apresentaram expressões analíticas que podem ser utilizadas para determinar as componentes de estresse, entretanto os autores afirmam que o uso do MEF é indispensável para a análise do fenômeno de torção do enrolamento. Por fim, os autores verificaram que uma possível folga

presente na estrutura de suporte do enrolamento, provoca um aumento nos estresses atuantes e conseqüentemente uma diminuição no fator de segurança do enrolamento.

Bosnjak, Hauck e Landes (2015) utilizaram simulações para investigar simultaneamente os efeitos eletromagnéticos e mecânicos da passagem da corrente de curto-circuito nos enrolamentos de um transformador de distribuição. A partir da técnica multifísica e de um modelo geométrico bastante detalhado, os autores concluíram que a distribuição da tensão mecânica não segue a distribuição das forças de Lorentz dentro do enrolamento. Segundo os autores, a tensão mecânica mais intensa ocorre não só no condutor mais externo, como relatam alguns estudos anteriores, mas também nos condutores mais internos do enrolamento.

Andrade (2016) realizou simulações computacionais de enrolamentos de transformadores com o intuito de comparar dois critérios de falha mecânica, o critério do máximo estresse mecânico e o critério de von Mises. No trabalho, o autor afirma que o critério do máximo estresse mecânico é o mais empregado em transformadores atualmente. No entanto, o autor constatou que esse critério não é o mais adequado para aplicação em materiais dúcteis, como o cobre. Assim, o autor propõe a utilização do critério de von Mises como técnica alternativa, uma vez que este é um dos critérios mais utilizados para avaliação da proximidade de falhas em materiais dúcteis.

Araujo (2016) apresentou uma nova metodologia para avaliação dos esforços eletromecânicos causados pela fluxo de correntes de curto-circuito nos enrolamentos de transformadores. A metodologia é baseada em simulações utilizando o MEF e em dois critérios de falha mecânica: o critério de von Mises e o critério de Palmgren-Miner. O autor verificou a possibilidade de ocorrência de falhas mecânicas nos enrolamentos, por fadiga, para valores de estresses mecânicos abaixo dos valores de estresses críticos dos enrolamentos. Adicionalmente, o autor correlacionou o número de curtos-circuitos suportáveis pelos enrolamentos, a intensidade da corrente de curto circuito e a redução percentual de vida útil dos enrolamentos.

Com a análise dos trabalhos apresentados, é possível notar que inicialmente as pesquisas consistiam em mostrar a importância da consideração das forças eletromagnéticas durante o processo de fabricação dos transformadores, pois elas poderiam levar o transformador a uma falha destrutiva. Concomitantemente, foram desenvolvidas as primeiras modelagens analíticas para as forças que atuam nos enrolamentos. Com o avanço da capacidade de processamento computacional, o MEF começou a ser utilizado e se consolidou como técnica de análise dos enrolamentos, do ponto de vista dos esforços mecânicos. Nesse período muitos trabalhos buscaram realizar a comparação dos resultados analíticos com os resultados computacionais, com o objetivo de consolidá-los.

Nota-se ainda que a grande maioria dos trabalhos analisaram apenas as forças que ocorrem durante curtos circuitos trifásicos no transformador, buscando identificar se os estresses nesses casos ultrapassam o limite de escoamento dos enrolamentos.

No entanto, poucos trabalhos analisaram o evento de *inrush* nos transformadores, e mais raros ainda são aqueles que buscaram analisar a falha por fadiga dos enrolamentos. Isso demonstra que este ainda é um tema pouco estudado e carente de literatura. Por fim, os dados da Tabela 2 sintetizam todas as pesquisas apresentadas e suas respectivas contribuições.

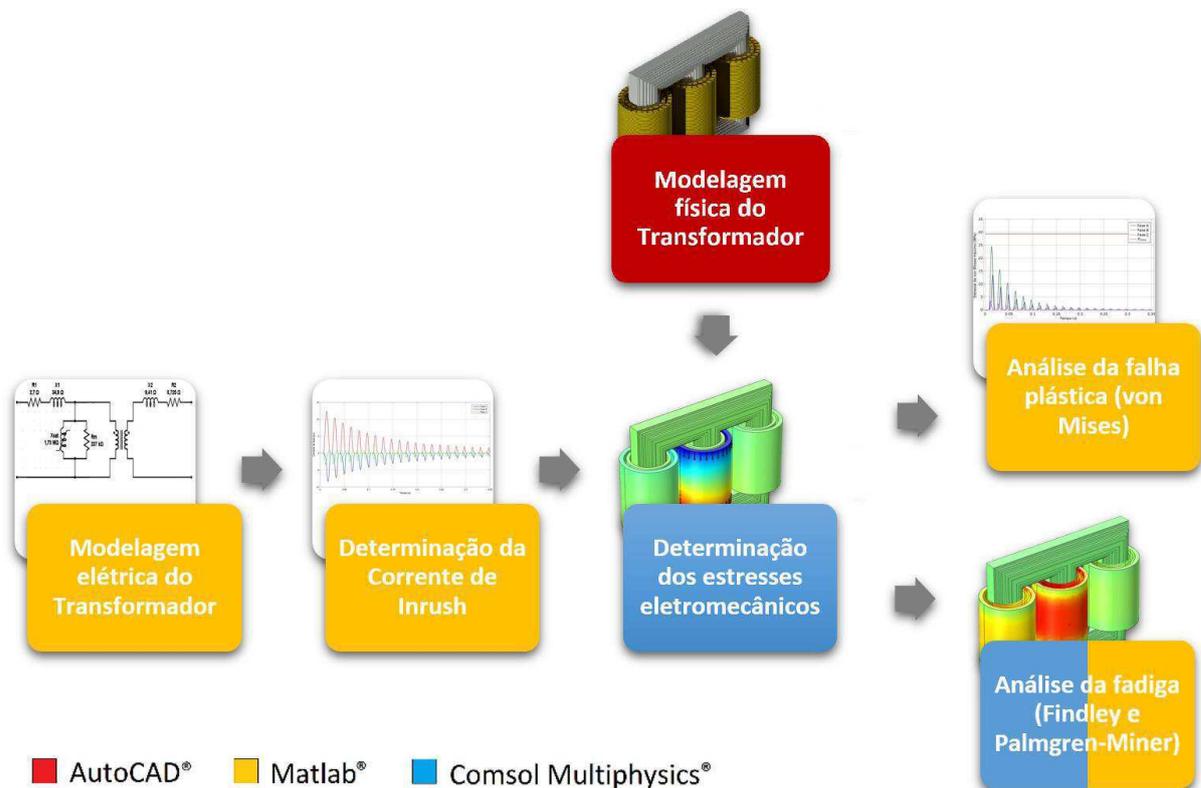
**Tabela 2 – Quadro sinóptico com as pesquisas sobre o tema e suas contribuições.**

Autor	Contribuições						
	Estimativa		Análise com MEF		Análise de Fadiga	Determinação da vida útil	Contribuição do <i>Inrush</i>
	Forças	Estresse	2D	3D			
Billig (1946)	X						
Waters (1954)	X						
Kojima e outros (1980)	X		X				
Yun-Qiu&Zi-Hong (1990)	X		X				
Arturi (1995)	X			X			
Adly (2001)	X			X			X
Steurer e Fröhlich (2002)	X		X	X			X
Azevedo e outros (2007)	X		X				
Faiz e outros (2008)	X		X	X			X
Strac, Kelemen e Zarko (2008)	X		X	X			
Beniwal, Dwivedi e Gupta (2010)	X				X	X	X
Ahn e outros (2012)	X			X			
Ahmad, Javed e Nazar (2013)	X		X				
Guimarães (2013)	X			X	X	X	X
Pritesh (2013)	X		X	X			
Bakshi e Kulkarni (2014)	X	X		X			
Bakshi e Kulkarni (2014)	X	X		X			
Bosnjak, Hauck e Landes (2015)	X	X		X			
Andrade (2016)	X		X	X			
Araújo (2016)	X	X		X	X	X	
Este Trabalho	X	X		X	X	X	X

## 4 Material e Métodos

Nesta seção são descritos o material e os métodos utilizados para obtenção dos resultados desta pesquisa. Em linhas gerais, os procedimentos para obtenção dos resultados podem ser divididos em etapas, as quais são esquematizadas no fluxograma da Figura 11.

**Figura 11**–Etapas para o desenvolvimento da pesquisa.



Fonte: Autoria própria.

As cores nos quadros do fluxograma indicam a ferramenta utilizada em cada etapa. Desse modo, para determinação das correntes de *inrush* nos enrolamentos, deve ser utilizada uma ferramenta para modelagem elétrica do transformador e simulação de transitórios eletromagnéticos. Na sequência, para construir o modelo físico do transformador é necessário utilizar um *software* do tipo Desenho Assistido por Computador (CAD).

Em seguida, para determinar os esforços eletromecânicos causados pela corrente de *inrush*, é necessário realizar simulações em um *software* de modelagem multifísica. A partir da determinação dos esforços eletromecânicos, é possível, então, aplicar o critério de von Mises para verificação da possibilidade de falha plástica e, por fim, o critério de Findley e o método

de Palmgren-Miner para verificação da possibilidade de falha por fadiga nos enrolamentos, bem como, a determinação da redução de vida útil devido ao *inrush*.

A seguir é realizado o detalhamento de cada etapa, de modo a garantir a compreensão total e a reprodutibilidade dos procedimentos apresentados na Figura 11.

## 4.1 Modelagem do Transformador

Para realizar a modelagem do transformador é utilizado o *software* AutoCAD<sup>3</sup> (AUTODESK, 2012). Nesta pesquisa, é modelado um transformador trifásico de 100 MVA, cujos dados de placa, características construtivas e modelo resultante são apresentados na Tabela 3 e na Figura 12, respectivamente.

É importante ressaltar que existe muita dificuldade em se conseguir os detalhes construtivos necessários ao estudo de um transformador de grande porte. Isso se deve, em parte, à relutância dos fabricantes em divulgar suas tecnologias de fabricação. Sabendo disto, a obtenção do modelo apresentado só foi possível graças a um projeto de pesquisa e desenvolvimento em parceria com Chesf, do qual o autor desta pesquisa faz parte. Contudo, por força contratual, o autor não está autorizado a divulgar a identidade do fabricante, nem o local onde o transformador está instalado. Além disso, o modelo utilizado possui uma série de simplificações, tanto com o objetivo de descaracterizá-lo do modelo original, quanto de tornar as simulações computacionais exequíveis.

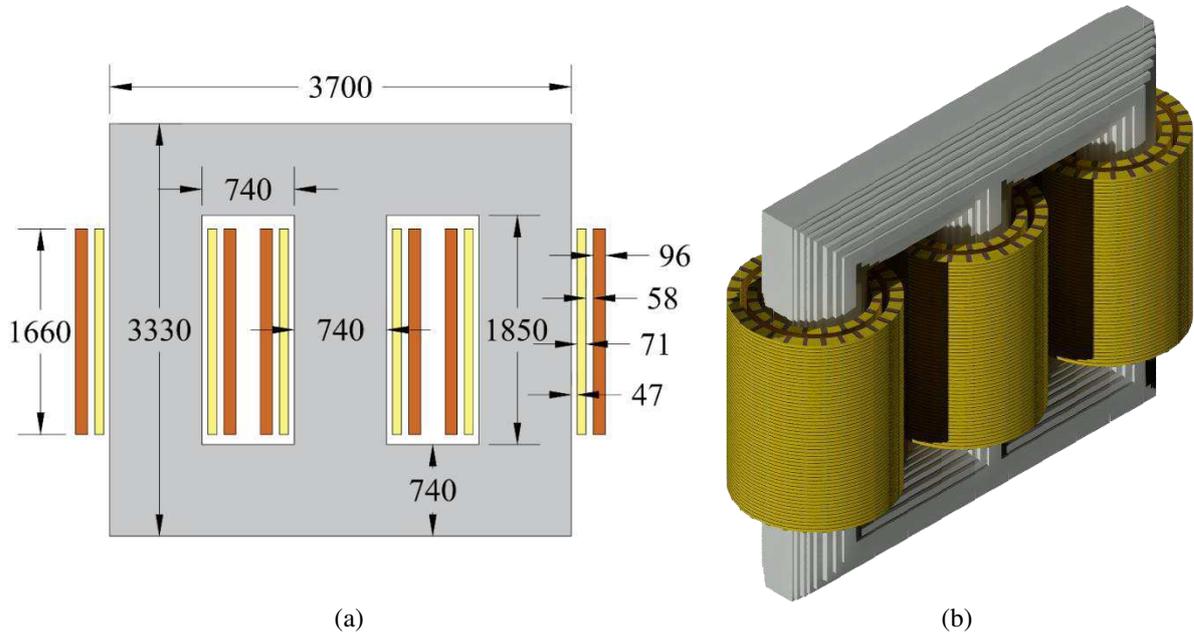
**Tabela 3 – Dados de placa do transformador utilizado no estudo.**

<b>Característica</b>	<b>Valor</b>
Potência nominal	100 MVA
Tensão nominal do enrolamento externo	230 kV
Tensão nominal do enrolamento interno	69 kV
Impedância percentual	13,18 %
Número de espiras do enrolamento externo	909
Número de espiras do enrolamento interno	422
Densidade de fluxo nominal	1,53 T

Fonte: Fabricante do transformador.

<sup>3</sup> AutoCAD é uma marca registrada da Autodesk, Inc.

Figura 12 – Transformador utilizado no estudo: (a) dimensões em mm da parte ativa e (b) modelo construído no AutoCAD®.



Fonte: Autoria própria.

## 4.2 Determinação da Corrente de *Inrush*

Para determinar a corrente de *inrush* nos enrolamentos do transformador modelado, é necessário a realização de uma simulação do transitório eletromagnético no momento da energização do equipamento. Dentre os *softwares* mais utilizados na engenharia destacam-se três: EMTP/ATP, PSCAD<sup>®4</sup> e Matlab<sup>®5</sup>/Simulink<sup>™</sup>. No trabalho de Castillo, Ospina e Mombello (2010), os autores realizaram um estudo comparativo entre os três *softwares*, no qual foi simulada a energização de um transformador monofásico de 150 MVA. Os autores concluíram que não há diferenças significativas entre os resultados apresentados pelas três ferramentas.

Dessa forma, o uso de qualquer uma das três ferramentas é adequado para a solução do problema. Neste trabalho, é utilizado o Matlab<sup>®</sup>/Simulink<sup>™</sup> devido aos seus recursos para o tratamento digital dos sinais, melhor interface de utilização e maior variedade de modelos trifásicos de transformadores.

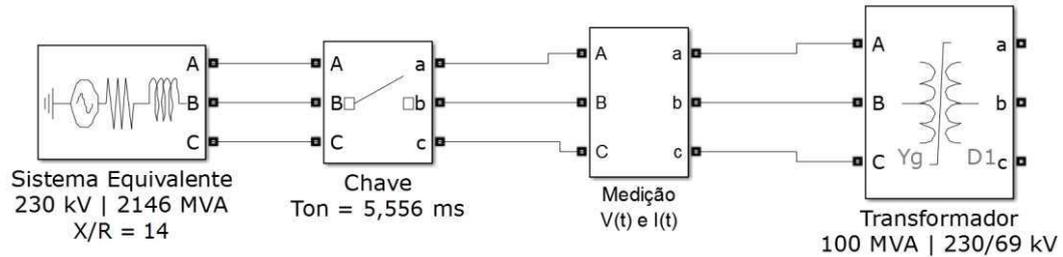
O Simulink<sup>™</sup> é um pacote de *software* que permite modelar, simular e analisar sistemas dinâmicos (MATHWORKS, 2003). A simulação é um processo de duas etapas, primeiro o

<sup>4</sup> PSCAD é uma marca registrada de Manitoba HVDC Research Centre

<sup>5</sup> Matlab é uma marca registrada de The MathWorks, Inc.

usuário cria um diagrama de blocos, usando o editor de modelo, que representa graficamente relações matemáticas dependentes do tempo entre as entradas, estados e saídas do sistema. No caso em estudo, é construído o diagrama apresentado na Figura 13 para realizar a simulação do *inrush*. Em seguida, o usuário ajusta uma série de parâmetros para simular o sistema representado a partir de um instante inicial até um instante final especificado.

**Figura 13– Representação da simulação realizada no ambiente Simulink™.**

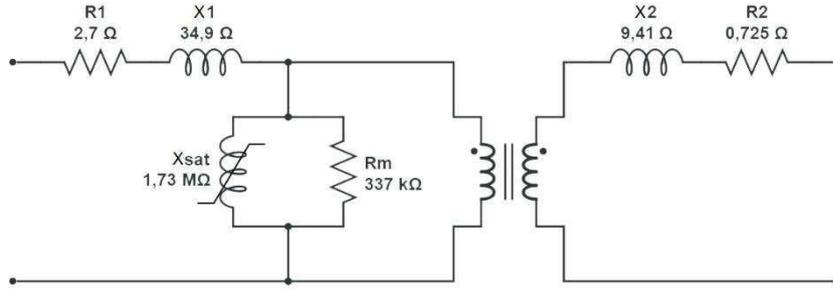


Fonte: Autoria própria.

Na simulação, é considerado que o transformador está conectado a um sistema elétrico equivalente, o qual possui uma potência de curto circuito igual à potência de curto circuito do transformador e uma relação  $X/R = 14$ , que é uma relação típica para sistemas de 230 kV (FERREIRA, 2006). Além disso, a energização é realizada com o transformador a vazio, no instante de tempo correspondente à passagem da tensão pelo zero na fase central do transformador. Também é considerada a existência de um fluxo remanescente no núcleo do transformador, sendo de 85% positivo na coluna central, 85% negativo na primeira coluna e nulo na terceira coluna. Dessa maneira, o caso simulado representa a pior condição de energização do transformador.

O modelo que representa o transformador na Figura 13, está disponível na biblioteca do Simulink™ e equivale a um transformador Y/ $\Delta$  trifásico saturável de três colunas (*core-type*). O componente permite que se modele a característica de saturação do transformador considerando o fluxo residual no núcleo. Ele é baseado, principalmente, nos dados do circuito equivalente do transformador e da característica de saturação do núcleo, os quais são apresentados nas Figura 14 e Figura 15, respectivamente. Além disso, também é necessário fornecer as informações de potência, frequência e tensões nominais, reatância de dispersão de sequência zero e fluxo remanescente no núcleo.

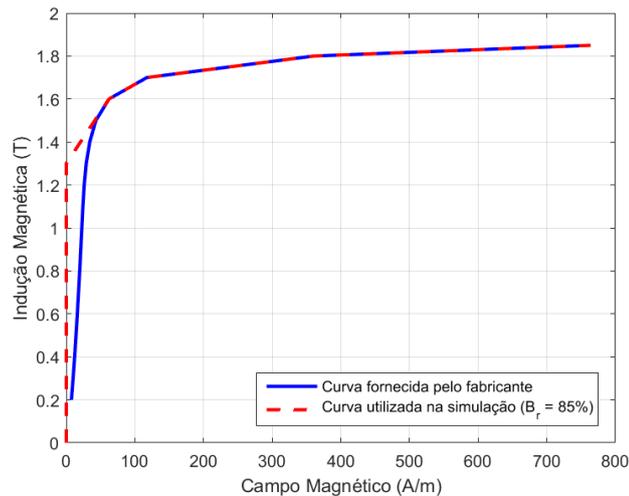
**Figura 14– Circuito equivalente do transformador em estudo.**



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 15, a característica de saturação, em azul, corresponde ao aço-silício de grão-orientado Acessita M5 e foi fornecida pelo fabricante do transformador. A curva tracejada em vermelho foi utilizada na simulação como um artifício para representar o fluxo magnético remanescente no núcleo do transformador.

**Figura 15– Característica de magnetização do núcleo do transformador em estudo.**



Fonte: Autoria própria.

Por fim, o tempo de simulação é ajustado para 0,35 s, pois acima deste período a amplitude da corrente de *inrush* decai para valores abaixo de 1 pu.

### 4.3 Determinação dos Estresses Eletromecânicos

Para determinação dos estresses eletromecânicos nos enrolamentos do transformador é utilizado o *software* de modelagem e simulação multifísica Comsol Multiphysics<sup>®6</sup>. Ele permite

<sup>6</sup> Comsol Multiphysics é uma marca registrada da COMSOL AB.

simular qualquer fenômeno físico que possa ser modelado por equações diferenciais parciais. O *software* utiliza o Método dos Elementos Finitos para encontrar soluções aproximadas das equações diferenciais e, por isso, exige um elevado esforço computacional (COMSOL, 2015b).

Uma grande vantagem associada ao Comsol Multiphysics® consiste no fato de que ele pode simular, de maneira integrada, dois fenômenos físicos de naturezas distintas. No caso em estudo, a simulação é executada tanto no domínio da física eletromagnética, quanto da física mecânica.

A física eletromagnética tem como variáveis principais a corrente elétrica e a densidade de fluxo magnético. Elas, por sua vez, determinam o valor das variáveis no domínio da física mecânica, que são a força e o estresse. Portanto, a simulação tem como variável de entrada a corrente de *inrush* e como variável de saída o estresse eletromecânico nos enrolamentos.

Além das variáveis de entrada, para obtenção dos resultados é necessário: a caracterização dos materiais que compõem o modelo; a determinação das condições de contorno que modelam o problema e a realização dos procedimentos para geração da malha.

Em relação à caracterização dos materiais, na Tabela 4 são apresentadas as propriedades físicas utilizadas na simulação.

**Tabela 4 – Propriedades físicas dos materiais utilizados nas simulações.**

<b>Propriedade</b>	<b>Cobre</b>	<b>Óleo</b>	<b>Aço-silício</b>
Condutividade elétrica (S/m)	$6,0 \times 10^7$	$3,33 \times 10^{-12}$	$1,12 \times 10^7$
Permissividade relativa (adimensional)	$1,0 \times 10^5$	2,2	$1,0 \times 10^5$
Permeabilidade mag. relativa (adimensional)	1,0	1,0	-
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	8700	890	7660
Módulo de Young (GPa)	110	-	210
Coefficiente de Poisson (adimensional)	0,35	-	0,29

Fonte: Comsol Multiphysics®, Beer e Dewolf (2011) e Branco (1985).

## 4.4 Análise da Falha Plástica

Para realizar a análise da possibilidade de falha plástica, é utilizada a comparação do estresse de von Mises nos enrolamentos, obtido na simulação multifísica, com o estresse crítico, calculado a partir dos procedimentos descritos na seção 2.3.1. Para determinar a solução da equação do estresse crítico, é utilizado o método de Newton-Raphson.

## 4.5 Análise da Fadiga

Para verificar a possibilidade de ocorrência de falha por fadiga nos enrolamentos, é utilizado o critério de Findley implementado no próprio Comsol Multiphysics<sup>®</sup>. Para utilização do critério são consideradas as propriedades mecânicas descritas na Tabela 5.

Na sequência, o método de Palmgren-Miner é implementado no ambiente Matlab<sup>®</sup> e aplicado para realizar a predição da falha por fadiga nos enrolamentos, bem como, quantificar o impacto de um determinado número de *inrushes* na vida útil dos componentes.

**Tabela 5 – Propriedades mecânicas do cobre.**

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
$\sigma_r$ – Limite de resistência a tração	220 MPa
$\sigma_e$ – Limite de escoamento	70 MPa
$k$ – Parâmetro do critério de Findley	0,3
$f$ – Parâmetro do critério de Findley	6,25 MPa

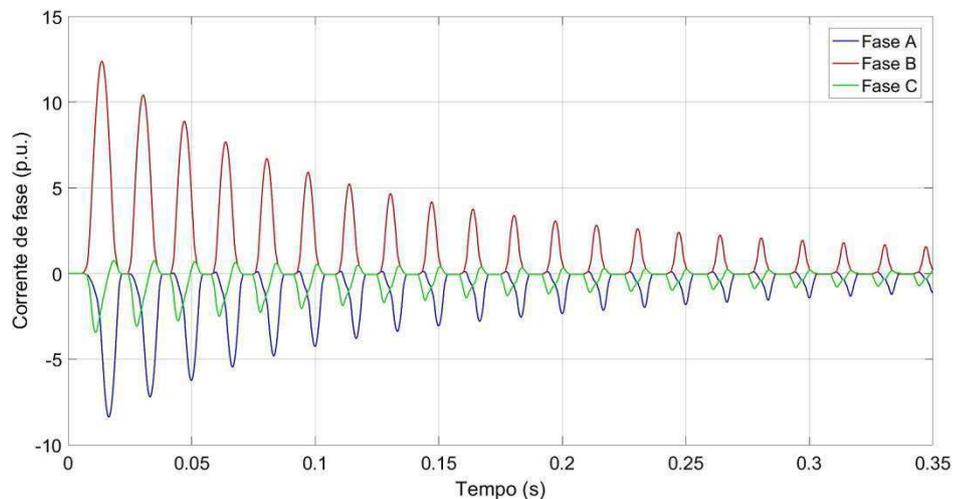
Fonte: Beer e Dewolf (2011) e Maquis e Socie (2000).

Portanto, a apresentação dos procedimentos indicados nesta seção é suficiente para o entendimento de como os resultados da pesquisa foram obtidos, bem como, garantir sua reprodutibilidade. Na sequência, os resultados são apresentados e discutidos.

## 5 Resultados e Discussões

Nesta seção são apresentados e discutidos todos os resultados obtidos a partir dos procedimentos descritos na seção anterior. Sabendo disto, inicialmente foi determinada a corrente de *inrush* nas três fases do transformador em estudo. A corrente foi determinada de acordo com os procedimentos apresentados na seção 4.2 e o resultado é apresentado na Figura 16.

**Figura 16 – Corrente de *inrush* obtida para as três fases do transformador em estudo.**



Fonte: Autoria própria.

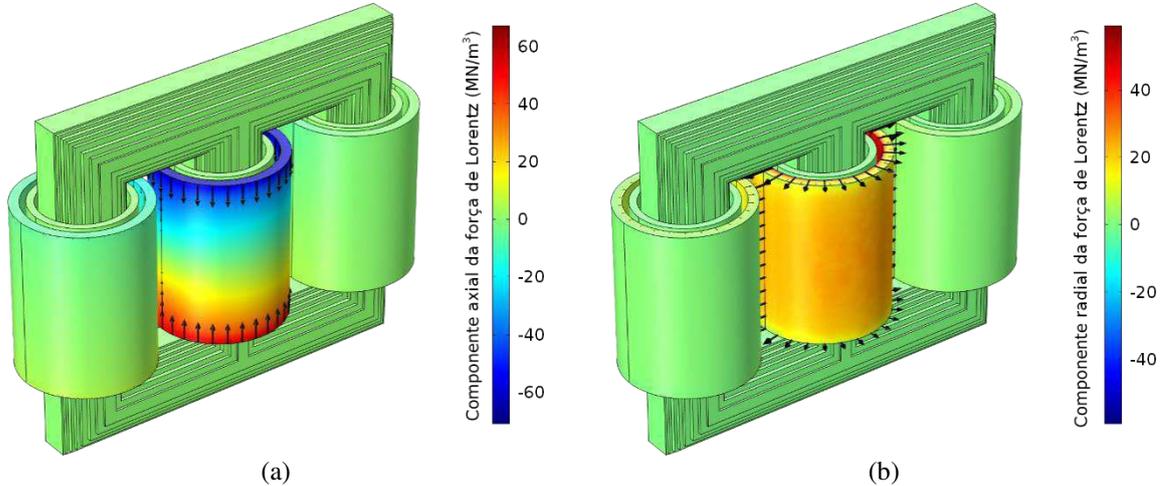
A partir da Figura 16 constata-se que o primeiro pico da corrente de *inrush* atingiu um valor de 12,4 p.u. na fase central do transformador. O valor é típico para a corrente de *inrush* em transformadores de grande porte (SHORT, 2004). O fato da corrente na fase central apresentar maior amplitude que nas demais se deve às condições da simulação, na qual o transformador foi energizado no instante em que a tensão nesta fase passava por zero, quando isto ocorre, o fluxo é máximo na fase.

Com isso, espera-se que os estresses na fase central também possuam amplitudes superiores em relação às outras fases. Além disso, como na situação simulada o transformador está em vazio, as correntes nos enrolamentos secundários são nulas. Portanto, os enrolamentos secundários não sofrerão nenhum estresse e, por isso, não é feita nenhuma análise para eles.

Conhecendo a amplitude e a forma de onda da corrente de *inrush*, foi possível determinar os esforços, que surgem nos enrolamentos do transformador, por meio dos procedimentos apresentados na seção 4.3. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 17

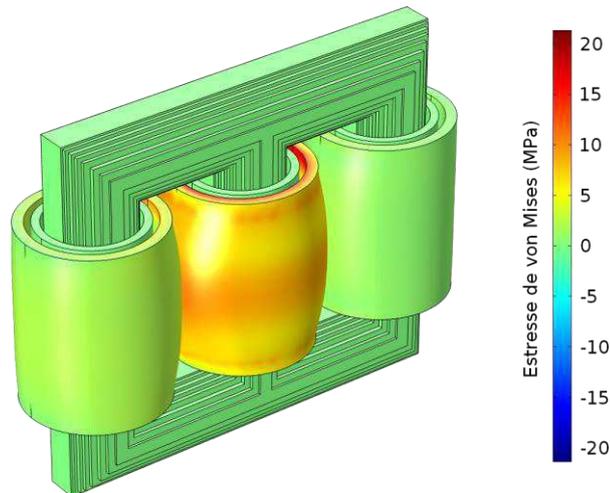
na forma de componentes axiais e radiais da força de Lorentz. Além disso, na Figura 18 é apresentada a distribuição do estresse de von Mises nos enrolamentos.

**Figura 17 – Componentes (a) axial e (b) radial da força de Lorentz nos enrolamentos.**



Fonte: Autoria própria.

**Figura 18 – Distribuição do estresse de von Mises nos enrolamentos do transformador.**



Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a Figura 17, é possível verificar que a componente axial da força de Lorentz é compressiva, enquanto a componente radial é trativa. Isso indica que o enrolamento tende a tomar a forma de um barril, como é indicado na Figura 18. Vale salientar que o formato de barril apresentado pela bobina na Figura 18, serve apenas para ilustrar a tendência de deformação do componente. Como a deformação ocorre em uma escala muito menor, ela foi ampliada 2 mil vezes para se tornar perceptível na figura.

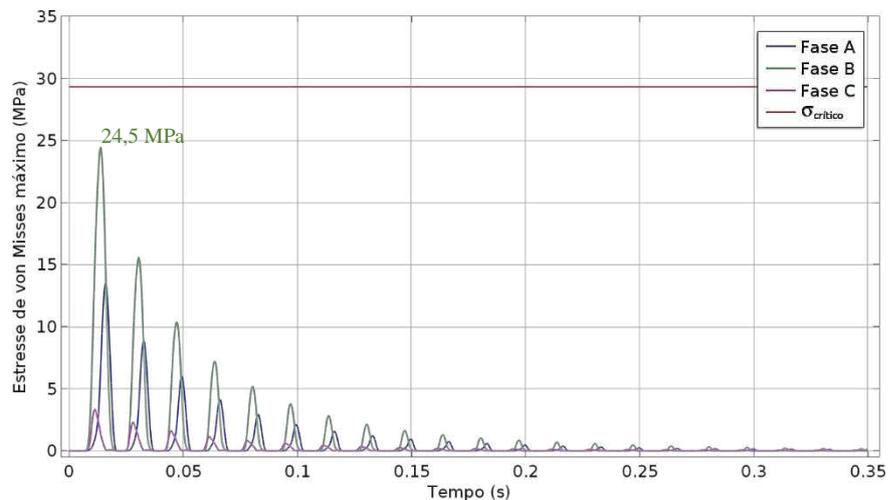
É importante notar, ainda na Figura 17, que as componentes de força estão indicadas em uma escala de força por unidade de volume. Dessa forma, para se obter a força propriamente

dita, é necessário realizar uma integração volumétrica nos enrolamentos. Esse procedimento pode ser executado no próprio *software* de simulação.

Após a integração, foi verificado que a força total que atua no enrolamento externo da fase central durante o *inrush*, é de 19,61 MN. De acordo com o fabricante do transformador, o enrolamento é capaz de suportar uma força de até 83,82 MN. Portanto, como esperado, constata-se que o *inrush* não seria capaz de causar uma falha destrutiva dos enrolamentos. No entanto, para verificar a possibilidade de haver alguma deformação plástica no componente, o que poderia gerar uma falha de isolamento, é necessário a aplicação do critério de von Mises, conforme discutido na seção 2.3.1.

Sabendo disso, a partir da simulação multifísica, foi obtido o estresse máximo de von Mises nos enrolamentos durante o *inrush*. O resultado foi comparado com o estresse crítico do enrolamento, cujo valor calculado foi de 29,35 MPa. O resultado pode ser visualizado na Figura 19.

**Figura 19 – Comparação entre o estresse crítico dos enrolamentos e o estresse máximo de von Mises durante o *inrush*.**



Fonte: Autoria própria.

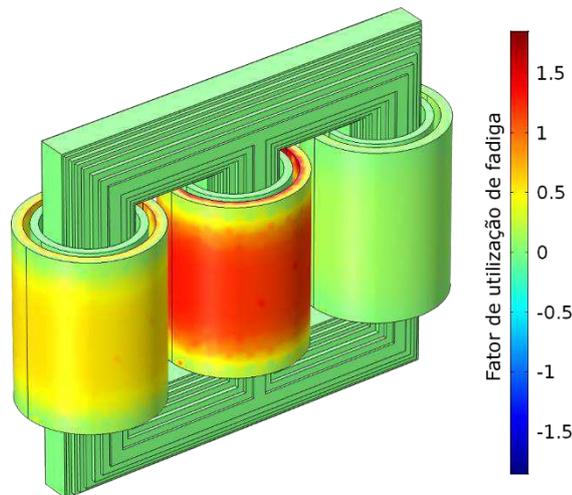
Ao observar o gráfico da Figura 19, constata-se que os enrolamentos não sofrerão nenhum tipo de deformação permanente devido ao *inrush*, uma vez que os valores do estresse de von Mises estão abaixo do valor do estresse crítico dos enrolamentos. Também é possível notar que o máximo estresse de von Mises registrado foi de 24,5 MPa, que representa um valor 20% menor que o estresse crítico calculado.

Os resultados obtidos, até o momento, indicam que o *inrush* não seria suficiente para proporcionar uma falha no transformador. Entretanto, o seu efeito cumulativo nos enrolamentos também necessita ser avaliado, pois eles podem advir da falha por fadiga. Sabendo disto, e

conforme discutido na seção 2.3.2, foi utilizado o critério de Findley para avaliação da possibilidade de fadiga.

Na utilização do critério, considerou-se os enrolamentos com as características apresentadas na Tabela 5, e os ciclos de carga como sendo o estresse de von Mises apresentado na Figura 19. O resultado obtido após a aplicação do critério de Findley está apresentado na Figura 20.

**Figura 20 – Resultado da aplicação do critério de Findley.**



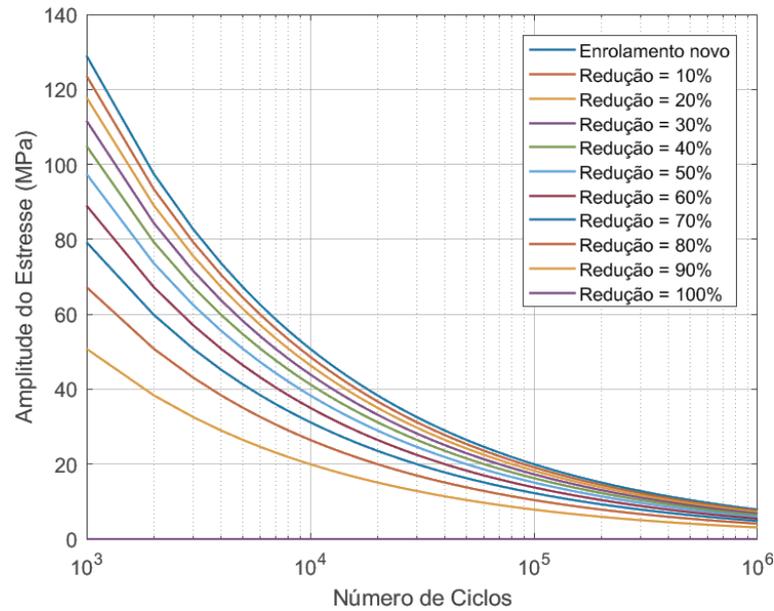
Fonte: Autoria própria.

Ao analisar a Figura 20, é possível constatar que o estresse mecânico causado pelo *inrush* é suficiente para provocar a fadiga do material, uma vez que o fator de utilização de fadiga é maior que 1,0 em vários pontos do enrolamento, conforme indicação da escala de cores. Também é possível verificar que a região mais provável para a ocorrência da falha do enrolamento é a região central. Isto já era esperado, pois na Figura 18 é indicado que a região central é a que concentra os maiores valores de estresse.

Apesar da aplicação do critério de Findley indicar que ocorrerá a fadiga dos enrolamentos, o método não permite prever quando a falha irá ocorrer. Para tanto, foi utilizado o método de Palmgren-Miner, conforme discutido na seção 2.3.3. Como resultado, foi possível obter várias curvas S-N dos enrolamentos para diferentes níveis de redução da vida útil, como apresentado na Figura 21.

A análise da Figura 21 permite constatar que quanto maior a redução da vida útil dos enrolamentos menor é a área sob a curva S-N. Desse modo, quando a redução é de 100%, ou seja, o enrolamento falha, a curva é representada apenas por uma reta no eixo das abscissas.

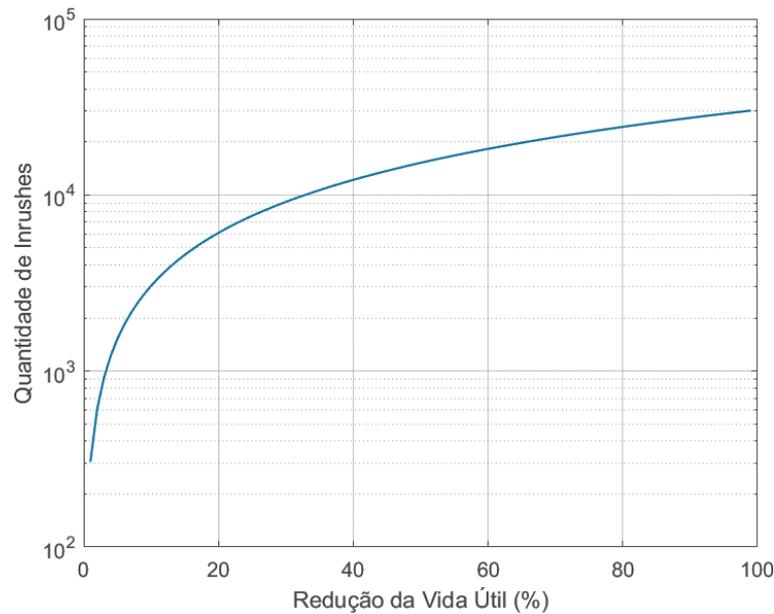
**Figura 21 – Curvas S-N para diferentes níveis de redução da vida útil dos enrolamentos do transformador de 100 MVA em estudo.**



Fonte: Autoria própria.

Adicionalmente, foi traçado um gráfico relacionando o número de *inrushes* necessários para atingir um determinado nível de redução da vida útil dos enrolamentos, o qual está apresentado na Figura 22.

**Figura 22 – Quantidade de *inrushes* versus redução da vida útil dos enrolamentos do transformador de 100 MVA em estudo.**



Fonte: Autoria própria.

Com a análise da Figura 22, constata-se que inicialmente a redução da vida útil se dá de maneira mais lenta, sendo necessário um número maior de *inrushes* para degradar os

enrolamentos. No entanto, a partir de 20%, a degradação se torna mais acelerada, de modo que o mesmo *inrush* produzirá uma redução maior na vida útil do enrolamento que no patamar anterior. Isto fica evidenciado pelo formato da curva na Figura 22, que até 20% de redução tem um formato bastante inclinado, e após esse patamar a curva vai se tornando mais plana. Este comportamento pode ser explicado porque à medida que o material sofre a atuação de esforços eletromecânicos, ele vai se degradando e perdendo a capacidade de resistir a novos estresses.

Ainda na Figura 22, é possível notar que o número de energizações necessárias para causar a fratura definitiva dos enrolamentos, ou seja, 100% de redução da vida útil, é 30.137. Para determinar a vida útil do equipamento em termos de dias, meses ou anos é necessário saber quantos *inrushes* ocorrem periodicamente no equipamento. No entanto, esta é uma informação bastante subjetiva, visto que a quantidade varia de acordo com as condições do sistema elétrico no qual o transformador está operando.

Existem poucas referências na literatura que permitiriam determinar um número razoável de energizações diárias no sistema elétrico brasileiro. No trabalho de Beniwal, Dwivedi e Gupta (2011) os autores afirmam que em regiões pobres da Índia, onde a condição do sistema elétrico é crítica, em um transformador de distribuição podem ocorrer até 15 religamentos por dia. Supondo esta condição no caso do transformador em estudo, seriam necessários 5,5 anos em operação para o transformador falhar por fadiga devido somente as correntes de *inrush*.

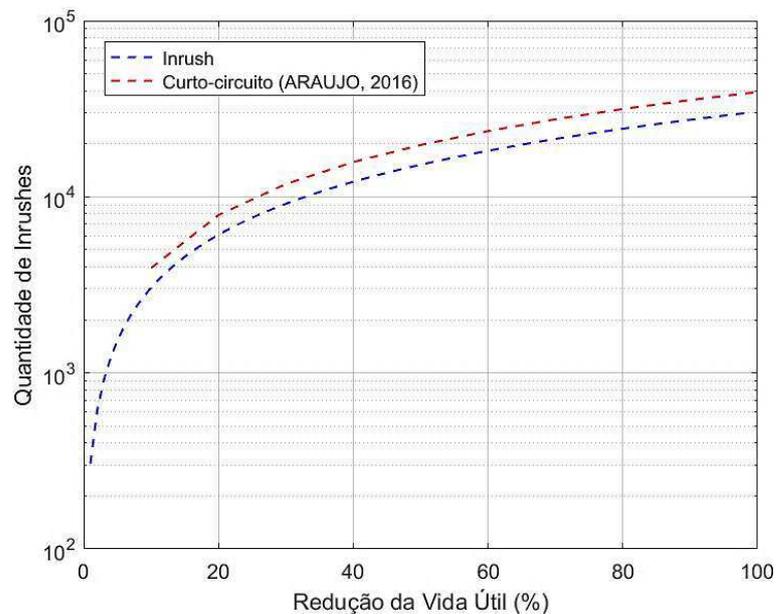
É evidente, no entanto, que não é razoável assumir esta condição para um transformador de potência. Assumindo um número de energizações 80% menor que o citado por Beniwal, Dwivedi e Gupta (2011), seriam necessários 27,5 anos em operação para a falha do transformador, tempo inferior a expectativa de vida média do equipamento. No entanto, é importante resaltar que, como dito anteriormente, os valores citados são bastante subjetivos e foram apresentados apenas para demonstrar a aplicabilidade da metodologia.

Também é importante destacar que na análise é considerada apenas a contribuição do *inrush* para a fadiga dos enrolamentos. No entanto, a fadiga não é patrocinada apenas pelo *inrush*, outros eventos como curto-circuito, vibrações e a dilatação térmica contribuem conjuntamente para a degradação dos componentes.

Adicionalmente, na Figura 23 foi realizada uma comparação entre os resultados da Figura 22 e os resultados apresentados por Araujo (2016), que dizem respeito a expectativa de diminuição da vida útil de um transformador de 100 MVA devido a ocorrências de curtos-circuitos trifásicos.

A análise da Figura 23 sugere que o *inrush* tem um efeito mais danoso aos enrolamentos em relação ao curto-circuito, pois, o mesmo número de eventos causa uma redução maior da vida útil do componente. Isto pode ser explicado pelo fato de que o *inrush* possui uma duração maior (0,35 s contra 0,05 s do curto-circuito). Além disso, a ocorrência do *inrush* é mais frequente que a do curto-circuito trifásico, o que reforça a sua condição danosa ao equipamento.

**Figura 23 – Comparação entre a redução da vida útil dos enrolamentos devido ao *inrush* e ao curto-circuito trifásico.**



Fonte: Adaptado de Araujo (2016).

É importante ressaltar que esta comparação deve ser assumida apenas como um indício de que o *inrush* teria um efeito mais danoso aos enrolamentos que o curto circuito no longo prazo, pois, os resultados comparados aqui são referentes a diferentes modelos de transformadores e premissas.

## 6 Conclusões

Os estresses eletromecânicos que atuam nos enrolamentos de um transformador durante sua energização foram qualitativamente e quantitativamente avaliados. A partir de simulações computacionais, foi possível determinar os valores da corrente de *inrush* e dos estresses eletromecânicos nos enrolamentos durante uma energização. Com os valores obtidos, foi realizada a verificação da possibilidade de falha mecânica dos enrolamentos. O critério de von Mises foi empregado para verificação da possibilidade de falha plástica, o critério de Findley para a verificação da possibilidade de falha por fadiga e, por fim, o critério de Palmgren-Miner foi aplicado para quantificar a redução da vida útil do transformador devido à ocorrência de sucessivos *inrushes*.

A partir da análise dos resultados, conclui-se que a corrente de *inrush*, para o caso estudado, não é suficiente para causar uma falha destrutiva dos enrolamentos ou uma deformação permanente. Entretanto, a corrente é suficiente para ocasionar a falha por fadiga devido ao seu efeito cumulativo nos enrolamentos.

Foi possível determinar quantos *inrushes* seriam necessários para conduzir o transformador à falha, ou ainda, para reduzir sua vida útil em um determinado percentual. Também se constatou que, a partir de um certo ponto, a redução da vida útil do transformador se acelera devido ao efeito cumulativo de sucessivos estresses. Além disso, foram verificados indícios de que, no longo prazo, o *inrush* pode ser mais danoso aos enrolamentos do transformador que o curto circuito, devido a sua maior duração e frequência de ocorrência.

Por fim, sugere-se que a metodologia apresentada neste trabalho seja utilizada na etapa de projeto de transformadores, com o intuito de auxiliar no dimensionamento das suas partes ativas e estruturas de sustentação. Pois, com a utilização da metodologia seria possível estabelecer um nível desejado de suportabilidade dos componentes ao *inrush*, reduzindo a probabilidade de falha e, conseqüentemente, aumentando sua vida útil.

## 6.1 Trabalhos Futuros

Os resultados desta pesquisa, bem como as referências apresentadas no trabalho, demonstram que este é um tema bastante relevante e que há vários pontos a serem explorados. Como possibilidades de trabalhos futuros, são destacados os seguintes pontos:

- Comparações entre diferentes eventos ao qual o transformador pode ser submetido, tais como, curto-circuito monofásico, bifásico, trifásico, *inrush*, *sympathetic inrush*, *recovery inrush*, energização de bancos de capacitores próximos a transformadores, etc., com o objetivo de determinar qual deles apresenta o maior grau de degradação ao equipamento;
- Estudos que considerem o efeito conjunto de vários fatores para a fadiga dos enrolamentos, tais como: energizações, curto-circuito, vibrações, dilatação térmica, dentre outros aspectos;
- Avaliação do impacto de possíveis falhas no processo de fabricação como, por exemplo: uma folga na amarração dos enrolamentos ou uma compressão excessiva, ou ainda uma tração excessiva do condutor durante o processo de bobinagem.

## 6.2 Publicações

Durante a realização do mestrado acadêmico foram publicados os artigos listados abaixo. Ao todo, foram publicados 2 artigos em eventos nacionais, 2 em eventos internacionais e 1 em revista científica. Além disso, 2 artigos foram submetidos para publicação em revista científica e estão em fase de revisão.

Artigos Publicados:

- Andrade, F. L. M.; da Costa, E. G.; Araujo, J. F.; **Barros, R. M. R.**; Ferreira, T. V.; Agra, J. B.; Xavier, C. S. S.. “*Evaluation of Mechanical Criteria Applied to the Transformers Windings*”. In: XXIII International Conference on Electromagnetic Disturbances. Bialystok, 2015.
- Araujo, J. F.; Florentino, M. T. B.; Ferreira, T. V.; da Costa, E. G.; Luciano, B. A.; de Lira, G. R. S.; **Barros, R. M. R.**. “*Mathematical modeling of transformers based on the frequency response of magnetizing parameters*”. Revista Ciência & Engenharia, v. 24, p. 59-64, 2016.

- **Barros, R. M. R.**; da Costa, E. G.; Araujo, J. F.; Andrade, F. L. M.; Ferreira, T. V.. “*Cálculo de Esforços Eletromecânicos em Transformadores Utilizando Simulações Multifísicas: Curto-Circuito versus Inrush*”. In: VI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. Natal, 2016.
- Oliveira, R. G. D.; Cruz, A. L.; Santana, H. N.; da Silva, J. M. C. L.; **Barros, R. M. R.**; da Costa, E. G.. “*Influência de Partículas Sólidas Contaminantes no Campo Elétrico em Óleo Isolante*”. In: VI Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos. Natal, 2016. \*
- **Barros, R. M. R.**; da Costa, E. G.; Ferreira, T. V.; Araujo, J. F.; Andrade, F. L. M.. “*A New Approach for Optimal Design of Corona Ring*”. In: IEEE Inter. Power Modulator and High Voltage Conference. San Francisco, 2016. \*

Artigos Submetidos para Publicação:

- **Barros, R. M. R.**; da Costa, E. G.; Araujo, J. F.; Andrade, F. L. M.; Ferreira, T. V.. “*Contribution of Inrush Current to the Mechanical Fatigue of Transformer Windings*”. IEEE Transactions on Power Delivery, 2016.
- Andrade, F. L. M.; da Costa, E. G.; Araujo, J. F.; **Barros, R. M. R.**; Ferreira, T. V.; Lira, G. R. S.. “*Evaluation of Mechanical Criteria for Transformer Design*”. IET Electric Power Applications, 2016.

---

\* Estes artigos não estão diretamente relacionados ao tema da dissertação.

## Referências

ADLY, A. A. Computation of Inrush Current Forces on Transformer Windings. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 37, n. 4, p. 2855-2857, Julho 2001. ISSN 0018-9464.

AHMAD, A.; JAVED, I.; NAZAR, W. Short Circuit Stress Calculation in Power Transformer Using Finite Element Method on High Voltage Winding Displaced Vertically. **International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering**, v. 3, n. 11, p. 301-308, Novembro 2013. ISSN 2250-2459.

AHN, H.-M.; LEE, B.-J.; KIM, C.-J.; SHIN, H.-K.; HAHN, S.-C. **Finite Element Modeling of Power Transformer for Short-circuit Electromagnetic Force Analysis**. Proceedings of the 15th International Conference on Electrical Machines and Systems. Sapporo: IEEE. 2012. p. 1-4.

ANDRADE, F. L. M. **Avaliação de Critérios de Falha Mecânica Aplicados aos Enrolamentos de Transformadores**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, p. 43. 2016.

ARAUJO, J.; COSTA, E.; ANDRADE, F.; GERMANO, A.; FERREIRA, T. Methodology to Evaluate the Electromechanical Effects of Electromagnetic Forces on Conductive Materials in Transformer Windings using the Von Mises and Fatigue Criteria. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 31, p. 1-11, 2016. ISSN 08858977.

ARAUJO, J. F. **Nova Metodologia Baseada nos Critérios de Von Mises e de Fadiga para Avaliação dos Esforços Eletromecânicos Causados pela Circulação de Correntes de Curto Circuito nos Enrolamentos de Transformadores**. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande, p. 80. 2016.

ARTURI, C. M. 3D FE Analysis of the Axial Forces on the Step-up Transformer-Windings with Helicoidal LV. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 31, n. 3, p. 2032-2035, Maio 1995. ISSN 0018-9464.

ASM. **Atlas of Fatigue Curves**. Ohio: The Materials Information Society, 2008.

AUTODESK. **AutoCAD User's Guide**. Autodesk, Inc. [S.l.]. 2012.

AZEVEDO, A. C.; DELAIBA, A. C.; OLIVEIRA, J. C.; CARVALHO, B. C.; BRONZEADO, H. **Transformer Mechanical Stress Caused by External Short-Circuit: a Time Domain Approach**. Proceedings of The International Conference on Power Systems Transients. Lyon: [s.n.]. 2007.

BAKSHI, A.; KULKARNI, S. V. Analysis of Buckling Strength of Inner Windings in Transformers Under Radial Short-Circuit Forces. **IEEE Transactins on Power Delivery**, v. 29, n. 1, p. 241-245, Fevereiro 2014. ISSN 0885-8977.

BAKSHI, A.; KULKARNI, S. V. Coupled Electromagnetic-Structural Analysis of the Spiraling Phenomenon in a Helical Winding of a Power Transformer. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 29, n. 1, p. 235-240, Fevereiro 2014. ISSN 0885-8977.

BARTLEY, W. H. **Analysis of Transformer Failures**. Proceedings of the 36th Annual Conference of the International Association of Engineering Insures. Stockholm: IMIA. 2003. p. 1-13.

BECHARA, R. **Análise de Falhas de Transformadores de Potência**. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 118. 2010.

BEER, F. P.; DEWOLF, J. T. **Mecânica dos Materiais**. 5<sup>a</sup>. ed. Porto Alegre: Amgh, 2011.

BENIWAL, N. S.; DWIVEDI, D. K.; GUPTA, H. O. Life Estimation of Distribution Transformers Considering Axial Fatigue in Loose Winding Conductors. **Engineering Failure Analysis**, v. 18, n. 1, p. 442-449, Janeiro 2011. ISSN 1350-6307.

BERTAGNOLLI, G. **Short-Circuit Duty of Power Transformers**. 2<sup>a</sup>. ed. [S.l.]: ABB, 1996.

BERTAGNOLLI, G. **The ABB Approach to Short-circuit Duty of Power Transformers**. 3<sup>a</sup>. ed. Affolternstrasse: ABB Ltd, 2007.

BILLIG, E. Mechanical Stresses in Transformer Windings. **The Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part II: Power Engineering**, v. 93, n. 33, p. 227-243, Junho 1946.

BOSNJAK, B.; HAUCK, A.; LANDES, H. **Dynamic Mechanical Behaviour of a Low Voltage Transformer Winding Under Short Circuit Conditions**. Proceedings of the 23rd International Conference on Electricity Distribution. Lyon: CIRED. 2015. p. 1-5.

BRANCO, C. A. G. D. M. **Mecânica dos Materiais**. Porto: Fundação Calouste Gulbenkian, 1985.

CASTILLO, V. M.; OSPINA, G. I.; MOMBELLO, E. E. Análisis de los modelos de transformadores para la simulacion de la proteccion diferencial. **Ingenierías Enero-Marzo**, v. XIII, n. 46, 2010. ISSN 1405-0676.

CHIESA, N. **Power Transformer Modeling for Inrush Current Calculation**. Doctoral theses. Department of Electrical Engineering. Norwegian University of Science and Technology. Trondheim, p. 226. 2010.

CIGRÉ. Enquetê Internationale sur les Défaillances en Service des Transformateurs de Grande Puissance. **ELECTRA**, v. 88, 1983.

COLTMAN, J. W. The Transformer [Historical Overview]. **IEEE Industry Applications Magazine**, Piscataway, v. VIII, p. 8-15, Janeiro 2002. ISSN 10.1109/2943.974352.

COMSOL. **Fatigue Module User's Guide**. Comsol Multiphysics. Stockholm, p. 80. 2015a.

COMSOL. **Introduction to COMSOL Multiphysics**. COMSOL AB. [S.l.]. 2015b.

DA ROSA, E. **Análise de Resistência Mecânica: Mecânica da Fratura e da Fadiga**. Florianópolis: Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

FAIZ, J.; EBRAHIMI, B. M.; NOORI, T. Three- and Two-Dimensional Finite-Element Computation of Inrush Current and Short-Circuit Electromagnetic Forces on Windings of a Three-Phase Core-Type Power Transformer. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 44, n. 5, p. 590-597, Maio 2008. ISSN 0018-9464.

FATEMI, A.; SOCIE, D. F. A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-Of-Phase Loading. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures**, n. 11, p. 149-165, 1988.

FATEMI, A.; YANG, L. Cumulative Fatigue Damage and Life Prediction Theories A Survey of the State of the Art for Homogeneous Material. **International Journal of Fatigue**, London, v. 20, n. 1, p. 9-34, 1998. ISSN 142-1123(97)00081-9.

FERREIRA, C. S. **Alocação Ótima de Dispositivos Limitadores de Corrente de Curto-Circuito em Redes de Energia Elétrica Utilizando Algoritmos Genéticos**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Elétrica. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 169. 2006.

GELDENHUIS, L.; JAGERS, J.; GAUNT, T. **Large Power Transformer Reliability Improvement in Eskom Distribution**. Proceedings of the 19th International Conference on Electricity Distribution. Vienna: [s.n.]. 2007. p. 1-4.

GLADSTONE, B. What is Inrush Current? **Power Eletronics**, 2004. Disponível em: <<http://powerelectronics.com/site-files/powerelectronics.com/files/archive/powerelectronics.com/mag/404PET20.pdf>>. Acesso em: 16 outubro 2016.

GUIMARÃES, R. **Suportabilidade Mecânica e Vida Útil de Transformadores Submetidos a Correntes de Energização e Curto Circuito**. Tese de doutorado. Faculdade de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 192. 2013.

HOFFMANN, M.; SEEGER, T. A Generalized Method for Estimating Multiaxial Elastic-Plastic Notch Stresses and Strains, Part 1: Theory. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v. 107, p. 250–254, 1985.

HOLCOMB, J. F. Distribution transformer magnetizing inrush current. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part III (Power Apparatus and Systems)**, v. 80, n. 57, p. 697–702, Dezembro 1961.

IEC. **Power transformers - Part 5: Ability to withstand short circuit**. International Electrotechnical Commission. Geneva, p. 5. 2006.

KOJIMA, H.; MIYATA, H.; SHIDA, S.; OKUYAMA, K. Buckling Strength Analysis of Large Power Transformer Windings Subjected to Electromagnetic Force Under Short Circuit. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-99, n. 3, p. 1288 - 1297, Maio 1980. ISSN 0018-9510.

KULKARNI, S. V.; KHAPARDE, S. A. **Transformer Engineering: Design and Practice**. New York: Marcel Dekker, 2004.

MAQUIS, G.; SOCIE, D. Long-life torsion fatigue with normal mean stress. **Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures**, v. 23, n. 4, 2000.

MATHWORKS. **SimPowerSystems User's Guide**. The MathWorks, Inc. [S.l.]. 2003.

MINER, M. A. Cumulative damage in fatigue. **Journtrl of Applied Mechanics**, n. 64, p. A159-A164, 1945.

NERC. **Special Report: Spare Equipment Database System**. North American Electric Reliability Corporation. Atlanta, p. 32. 2011.

PRITESH, H. **Coupled Dynamic 3D Simulation of Short Circuit Forces**. Master's Degree Thesis. Department of Mechanical Engineering. Blekinge Institute of Technology. Karlskrona, p. 58. 2013.

ROSENTINHO JR., A. J. P. **Estimativa dos Esforços Eletromecânicos em Transformadores Submetidos a um Curto-circuito Trifásico**. Dissertação de mestrado. Faculdade de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, p. 200. 2010.

SHORT, T. A. **Electric Power Distribution Handbook**. Boca Raton: CRC Press, 2004.

SOUZA, D. C. P. **Flhas e Defeitos Ocorridos em Transformadores de Potência do Sistema Elétrico da Celg nos Últimos 28 Anos: Um Estudo de Caso**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia Elétrica e Computação. Universidade Federal de Goiás. Goiânia, p. 102. 2008.

SPECHT, T. R. Transformer magnetizing inrush current. **AIEE Transaction**, v. 70, p. 323-328, 1951.

STEURER, M.; FRÖHLICH, K. The Impact of Inrush Currents on the Mechanical Stress of High Voltage Power Transformer Coils. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 17, n. 1, p. 155-160, Janeiro 2002. ISSN 0885-8977.

STRAC, L.; KELEMEN, F.; ZARKO, D. **Analysis of Short-Circuit Forces at the Top of the Low Voltage U-Type and I-Type Winding in a Power Transformer**. Proceedings of the 13th

International Power Electronics and Motion Control Conference. Poznan: IEEE. 2008. p. 855-858.

VECCHIO, R. M. D.; POULIN, B.; FEGHALI, P. T.; SHAH, D. M.; AHUJA, R. **Transformer Design Principles**. 2<sup>a</sup>. ed. Boca Raton: CRC Press, 2010.

WATERS, M. The measurement and calculation of axial electromagnetic forces in concentric transformer windings. **Proceedings of the IEE - Part II: Power Engineering**, v. 101, n. 79, p. 35-46, Fevereiro 1954.

WESTINGHOUSE. **Applied Protective Relaying**. Florida: Westinghouse Electric Corporation. Relay-Instrument Division, 1982.

YUN-QIU, T.; JING-QIU, Q.; ZI-HONG, X. Numerical Calculation of Short Circuit Electromagnetic Forces. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 26, n. 2, p. 1039-1041, Março 1990. ISSN 0018-9464.