



Universidade Federal de Campina Grande - UFCG  
Centro de Engenharia Elétrica e Informática - CEEI  
Departamento de Engenharia Elétrica e Informática - DEE

Trabalho de Conclusão de Curso  
**Análise de estabilidade transitória em sistemas  
elétricos de potência.**

ELIAS GABRIEL ALMEIDA FARIAS ALVES

Campina Grande, PB  
11 de Julho de 2019

Elias Gabriel Almeida Farias Alves

## **Trabalho de Conclusão de Curso**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

---

**Professor Pablo Bezerra Vilar, D.Sc.**  
Orientador

Campina Grande, PB

11 de Julho de 2019

Elias Gabriel Almeida Farias Alves

## **Trabalho de Conclusão de Curso**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado. Campina Grande, PB, 11 de Julho de 2019:

---

**Professor Pablo Bezerra Vilar, D.Sc.**  
Orientador

---

**Professor George Rossany Soares de Lira, D.Sc.**  
Avaliador

Campina Grande, PB  
11 de Julho de 2019

*À Magnólia e a Solon,  
em que tenho o privilégio  
de chama-los de pais.*

# Agradecimentos

Ao Deus trino, sem o qual não teria forças nem sequer para viver.

Aos meus pais, Magnólia e Solon, que sempre acreditaram e se esforçaram para que eu pudesse ter as melhores oportunidades de ensino, sem eles, eu não seria quem eu sou e eu não tenho palavras para dizer o quão importantes são para mim. Amo vocês.

Agradeço a toda a minha família por sempre estarem presente e me ajudarem quando precisei. Ao meu Irmão Matheus que sempre esteve se orgulhando do irmão que tem e as minhas mães de coração Bia e Coci que sempre me apoiaram e oraram por mim durante toda minha caminhada.

Aos meus amigos e colegas de curso, sem eles eu não teria chegado ao fim de engenharia elétrica, como sempre foi dito e repetido inúmeras vezes: "Não se termina elétrica sozinho" e realmente não termina! Agradeço pela força, o apoio e as alegrias presenciadas nesses anos de graduação.

Aos meus amigos de início de curso: Alison, Arllan, Brenda, Camila e Darlanny. Aprendi a amar cada um de uma forma muito especial, vocês foram a base de todo o sucesso que tenho.

Agradeço a toda coordenação de engenharia elétrica, em especial a Adail e Tchai, que nunca mediram esforços para ajudar em qualquer situação.

Ao professor Pablo, que no final de todo processo, me abraçou e me fez concluir essa jornada.

E finalmente a todos que de maneira direta ou indireta estiveram torcendo para a concretização desse sonho.

*“ [Eu] Pensava que nós seguíamos caminhos  
já feitos, mas parece que não os há.  
O nosso ir faz o caminho.”*

***C.S. Lewis***

# Resumo

Idealmente, as cargas devem ser constantemente alimentadas com tensão e frequência constante de tal forma satisfazer às exigências dos consumidores. Para isso o estudo de estabilidade de tensão é indispensável. Nesse contexto, este trabalho aborda uma metodologia para apresentar e determinar soluções para a análise da estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência. Para avaliar o desempenho do cálculo do transitório eletromecânico foi utilizado um modelo reduzido de sistema de potência, composto por um sistema barra infinita ligado a linha de transmissão e ao gerador de indução. Além disso com o *software Matlab* foram implementados soluções para o problema tanto na utilização de métodos numéricos de equações diferenciais (*Euler*, *Runge-Kutta* e trapezoidal) e na criação de uma interface gráfica interativa que mostra o diagrama unifilar do sistema e as opções de entrada de dados de interesse do usuário. Para avaliar o desempenho da metodologia de cálculo de transientes eletromecânicos e da interface, simulações foram feitas.

**Palavras-chaves:** Sistema de potência; Estabilidade transitória; Oscilações eletromecânicas; Integração Numérica.

# Abstract

Ideally, the loads should be constantly fed with voltage and frequency so as to satisfy the demands of the consumers. For this the study of voltage stability is indispensable. In this context, this work approaches a methodology to present and determine solutions for the analysis of the transient stability in electrical power systems. In order to evaluate the performance of the transient and mechanical measurements, a reduced power system model was used, consisting of an infinite rod system connected to the transmission line and to the induction generator. In addition, Matlabforam software has implemented solutions to the problem both in the use of numerical methods of differential equations (Euler, Runge-Kuttae trapezoidal) and in the creation of an interactive graphical interface that shows the single-line diagram of the system and the input options of data user interest. To evaluate the dametodology performance of electromechanical transient and interface calculations, simulations were performed.

**Key-words:** Power system; Transient stability; Electromechanical oscillations; Numerical Integration.

# Lista de Ilustrações

Figura 1 – Alternador ligado a um barramento de potência infinita. . . . .	20
Figura 2 – Relação ângulo de carga-potência elétrica de uma máquina síncrona. . .	21
Figura 3 – Sistema Teste . . . . .	27
Figura 4 – Interface gráfica simulação . . . . .	30
Figura 5 – Ângulo do rotor - tempo máximo para estabilidade . . . . .	31
Figura 6 – Ângulo do rotor - tempo mínimo para instabilidade . . . . .	31
Figura 7 – Resultado da simulação . . . . .	32
Figura 8 – Tempo máximo para estabilidade - Método de <i>Euler</i> . . . . .	33
Figura 9 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de <i>Euler</i> . . . . .	33
Figura 10 – Tempo máximo para estabilidade - Método de <i>Runge-Kutta</i> 2ª Ordem	34
Figura 11 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de <i>Runge-Kutta</i> 2ª Ordem	34
Figura 12 – Tempo máximo para estabilidade - Método de <i>Runge-Kutta</i> 4ª Ordem	35
Figura 13 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de <i>Runge-Kutta</i> 4ª Ordem	35
Figura 14 – Tempo máximo para estabilidade - Método Trapezoidal Clássico . . .	36
Figura 15 – Tempo mínimo para instabilidade - Método Trapezoidal Clássico . . .	36

# Lista de Tabelas

Tabela 1 – Cronograma de execução para um período de seis meses. (Fevereiro até Julho) . . . . .	15
Tabela 2 – Dados dos geradores do sistema de 3 barras . . . . .	28

# Lista de abreviaturas e siglas

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
ED	Equação Diferencial
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>1.2</b>	<b>Etapas e cronograma</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>EMBASAMENTO TEÓRICO</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Análise de Estabilidade em sistemas elétricos de potência</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1.1	Formulação Geral do Problema . . . . .	16
2.1.2	A equação de Oscilação . . . . .	17
2.1.3	Estabilidade estática de uma máquina síncrona . . . . .	19
2.1.4	Critério das áreas iguais . . . . .	23
<b>2.2</b>	<b>Métodos de Integração</b> . . . . .	<b>24</b>
2.2.1	Método de <i>Euler</i> . . . . .	24
2.2.2	Método de <i>Runge-Kutta</i> . . . . .	24
2.2.3	Método Trapezoidal . . . . .	26
<b>3</b>	<b>ANÁLISE E SIMULAÇÕES</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>3.1</b>	<b>Análise e Simulações</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>37</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>38</b>

# 1 Introdução

Geração, transmissão e distribuição são as três áreas que constituem o sistema elétrico de potência. Os conceitos abordados neste trabalho tratarão da geração e transmissão para diferentes perfis de consumo.

A análise de estabilidade de sistemas de potência tem como foco o estudo da capacidade de um determinado sistema de potência de se manter em sincronismo mesmo se submetido a grandes distúrbios. Devido à grande demanda de potência e energia requerida pelos consumidores, tanto no que diz respeito a redução de custos quanto em um sistema mais conável, tornou-se gradualmente necessária uma interligação cada vez maior dos sistemas. Com essa crescente interligação, a operação torna-se bastante complexa, exigindo esforços computacionais cada vez mais elaborados. Neste contexto, técnicas mais eficientes e conáveis de modelagem e integração numérica bem como diferentes estratégias de solução tem sido investigadas.

Uma motivação a mais é a análise de diferentes condições de operação, com o consumo cada vez menos estável e perdas de carga ou linhas de transmissão. Esse conjunto de análises reflete um estudo da estabilidade para sistemas de potência. Em (RASMUSSEN, 2011) são descritos 3 agentes fundamentais da qualidade de energia elétrica desejada em sistemas de potência:

- A qualidade percebida da energia elétrica;
- A interrupção do serviço por motivos não relacionados à capacidade produtiva;
- A habilidade dos sistemas de se recuperar a falhas na transmissão de potência.

Porém os agentes observáveis do serviço prestado precisam ser complementado por critérios de segurança e custo, afinal não é de interesse social oferecer energia elétrica sob condições dispendiosas em exagero ou que ofereçam riscos.

De acordo com (ANDERSON, 1977) “A operação satisfatória de um sistema elétrico de potência depende da capacidade do engenheiro de manter um serviço confiável e ininterrupto aos consumidores. Um segundo requisito de operação confiável é manter a integridade da rede de potência.”

Satisfazer as condições de operação do sistema elétrico de maneira confiável e ininterrupto aos usuários e vislumbrando a integridade da rede requer que características admissíveis sejam observadas na rede e em cada equipamento individual, sejam elas intrínsecas à rede ou aos equipamentos.

Dentro de sistemas de potência algumas ações devem ser tomadas, conforme elencadas em (KEYHANI, 2010):

- Manter o balanço energético entre geração e demanda;
- Manter o balanço de reativos para controlar o perfil de tensão;
- Manter a condição ótima de geração com relação ao custo e efeito ambiental;
- Garantir a segurança do sistema quanto a contingências possíveis.

Em (WEBER, 1995) foram reconhecidos alguns problemas relativos a sistemas elétricos de potência que precisam de solução por parte de um operador:

- Problemas de controle;
  - Computação em tempo real da capacidade disponível de transferência de potência (ATC - *Available Transfer Capability*);
  - Controle de fluxo de potência em tempo real;
  - Ferramentas para rearranjo estrutural da distribuição de potências, justificável economicamente;
  - Ferramentas para reorganização da distribuição de potências durante defeitos ou manutenções programadas;
  - Ferramentas para otimização da ação de contingências a falhas em sistemas de potência.
- Problemas econômicos;
  - Serviços de estimativa de custo e relação preço/risco em tempo real;
  - Ferramentas para operação ótima dos recursos de geração e distribuição de sistemas de potência;
  - Instrumentos de avaliação de custos para operação de sistemas de potência;
  - Métodos para precificação de obras estruturais em termos de necessidade e flexibilidade;
- Problemas de simulação.
  - Modelos de simulação de mercados;
  - Ferramentas de comunicação e apresentação da informação concreta para amparar projetos e acompanhamento dos sistemas de potência.

Os elementos que formam um sistema de potência costumam ter embutidos equipamentos para manobra, medição, proteção e controle. Assim compensadores controlados (síncronos ou estáticos), transformadores multi-taps e outros equipamentos auxiliares fazem parte do universo de sistemas de potência modernos.

O planejamento de sistemas de potência é um ato de sabedoria, o operador é peça central pois dele depende a sabedoria para prever consequências de longo prazo e sensibilizar equacionamentos matemáticos para compatibilizar perdas de curto prazo para operar em margens de segurança a longo prazo. Objetiva-se estudar um modelo de sistema gerador (máquina síncrona) ligado a um barramento infinito por meio de uma rede de transmissão de características conhecidas, tal modelo servirá como instrumento de análise da estabilidade de um sistema interligado.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é a construção de um aplicação no MATLAB que simule o comportamento de uma máquina síncrona durante um transitório, em que será feita uma análise das perdas de estabilidade. Como objetivos específicos pode-se destacar:

- Análise dos modelos matemáticos da máquina síncrona;
  - Estabilidade Transitória
  - Estabilidade a Pequenas Perturbações;
  - Estabilidade de Tensão.
- Estudo de métodos de integração;
- Implementação da aplicação;
- Testes e análises dos resultados.

## 1.2 Etapas e cronograma

A elaboração da aplicação visa comprovar as conclusões relatadas nas referências que serão discutidas na revisão bibliográfica e facilitar o estudo sobre o tema. Um detalhamento temporal de todas estas atividades a serem realizadas se encontra a seguir:

**TCC1** - Pesquisa e análise da bibliografia no tema;

**TCC2** - Desenvolvimento da aplicação;

**TCC3** - Estudo do sistema e correção de erros;

**TCC4** - Elaboração de relatório de conclusão de curso;

**TCC5** - Apresentação do trabalho.

Tabela 1 – Cronograma de execução para um período de seis meses. (Fevereiro até Julho)

<b>Etapa/Período</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>TCC1</b>	x	x	x			
<b>TCC2</b>		x	x	x	x	
<b>TCC3</b>				x	x	
<b>TCC4</b>				x	x	
<b>TCC5</b>						x

## 2 Embasamento teórico

### 2.1 Análise de Estabilidade em sistemas elétricos de potência

Nesta seção é apresentada uma formulação analítica do problema, mostrando-se a forma geral dos sistemas de equação algébricas e diferenciais que descrevem o comportamento do sistema em estudos de estabilidade. São abordados métodos de integração explícito (*Euler* e *Runge-Kutta*) e implícito (Trapezoidal) para o tratamento das equações diferenciais, tais técnicas foram escolhidas por serem comumente aplicadas nesse tipo de estudo, conforme pode ser observado nas referências

#### 2.1.1 Formulação Geral do Problema

De acordo com (MOTA, 2006) o primeiro passo do estudo de estabilidade é produzir modelos matemáticos do sistema antes, durante e após o transiente, para tanto devem ser conhecidos e determinados:

- A rede; antes, durante e após o defeito;
- As cargas e suas características;
- Os parâmetros das máquinas síncronas;
  - Os sistemas de excitação das máquinas síncronas;
  - A turbina mecânica e o sistema de controle de velocidade;
  - Outros componentes influentes do torque mecânico da planta.
- Sistemas auxiliares de controle da rede, das tensões e dos mecanismos envolvidos na transmissão da energia.

Algumas características do sistema devem ser observados para uma boa aproximação matemática:

- tensões de excitação constante;
- ângulos mecânicos e elétricos estão em sincronia e em velocidade constante. Com estas considerações observa-se um equilíbrio dentre todas as fases e sequência estritamente positiva.

Características intrínsecas como tensão nas máquinas síncronas e máxima abertura de entrada de fluídos nas turbinas geradoras tornam-se importantes critérios da qualidade percebida do serviço prestado, tal qualidade reflete-se na estabilidade total do sistema.

A estabilidade está relacionada à capacidade dos geradores síncronos de responderem às demandas de energia dos consumidores e às perdas inerentes aos componentes elétricos, assim o gerador é o ponto inicial de estudo.

### 2.1.2 A equação de Oscilação

Um gerador síncrono é alimentado com energia mecânica fornecida por algum agente motor (e.g. a força das águas em hidrelétricas ou vapor em termoelétricas). Esta energia é então convertida em elétrica e transmitida à rede. A parte que não é convertida, transforma-se em potência de aceleração do rotor da máquina. Logo, o torque resultante na máquina é a diferença entre torque mecânico, cedido através do agente motor, e do torque elétrico, advindo das cargas através de campos magnéticos. Desprezando os efeitos de perdas rotacionais, temos:

$$T_a = J \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e, \quad (2.1)$$

em que:

$J$  = Momento de inércia, em  $Kg.m$

$\omega_m$  = Velocidade angular do rotor, em  $rad/s$

$T_a$  = Torque acelerado, em  $N.m$

$T_m$  = Torque mecânico, em  $N.m$

$T_e$  = Torque elétrico, em  $N.m$

Na equação 2.1, tanto  $T_m$  quanto  $T_e$  são positivos para o caso de um gerador.

$$\alpha_m(t) = \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2}, \quad (2.2)$$

$$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}, \quad (2.3)$$

$$\theta_m(t) = \omega_{msyn}t + \delta_m(t). \quad (2.4)$$

O torque  $T_a$  também pode ser escrito como a multiplicação do momento de inércia combinado do gerador e da turbina com a taxa de variação da velocidade angular do

rotor. Desta forma, a equação 2.1 pode ser reescrita como:

$$J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = J \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = T_m - T_e = T_a, \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} J \frac{\omega_m(t)}{S_{rated}} \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} &= \frac{\omega_m(t) T_m(t) - \omega_m(t) T_e(t)}{S_{rated}} \\ &= \frac{P_m(t) - P_e(t)}{S_{rated}} = P_{mp.u.}(t) - P_{ep.u.}(t) = P_{ap.u.}(t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

A equação 2.5 pode ser reformulada em termos da constante de inércia da máquina,  $H$ . Esta constante é definida como sendo o tempo necessário para a máquina sair do repouso e atingir a sua velocidade síncrona quando se aplica em seus terminais a potência aparente nominal.

$$H = \frac{\frac{1}{2} J \omega_{msyn}^2}{S_{rated}} [\text{Joules/VA}]. \quad (2.7)$$

onde:

$\omega_{msyn}$  - Velocidade síncrona (O índice 'm' indica que é uma grandeza mecânica) [rad/s]

$S_{rated}$  - Potência aparente nominal do gerador [VA]

Para as máquinas reais, a constante  $H$  tem a vantagem de ser expressa dentro de um intervalo bastante estreito, normalmente entre 1 e 10 p.u., enquanto  $J$  varia muito, dependendo da geração e da unidade. Resolvendo a equação 2.1.2 para  $J$  e usando a equação ,

$$2H \frac{\omega_m(t)}{\omega_{msyn}} \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = P_{mp.u.}(t) - P_{ep.u.}(t) = P_{ap.u.}(t). \quad (2.8)$$

Definida a velocidade angular do rotor como:

$$\omega_{pu}(t) = \frac{\omega_m(t)}{\omega_{msyn}}. \quad (2.9)$$

Para um gerador síncrono com  $P$  pólos, a aceleração elétrica angular  $\alpha$ , frequência angular elétrica  $\omega$  e o ângulo de potência  $\delta$

$$\alpha(t) = \frac{P}{2} \alpha_m(t), \quad (2.10)$$

$$\omega(t) = \frac{P}{2} \omega_m(t), \quad (2.11)$$

$$\delta(t) = \frac{P}{2} \delta_m(t). \quad (2.12)$$

Isolando  $J$  na equação ficamos

$$J = \frac{2HS_{rated}}{\omega_{msyn}^2}. \quad (2.13)$$

Ao substituir a equação 2.13 em 2.5, é gerada a equação de oscilação, chamada comumente de equação *swing*.

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega_r}{dt} = P_m - P_e, \quad (2.14)$$

Em 2.14,  $\omega_r$  é a velocidade elétrica em rad/s.

Esta equação pode ser escrita de diversas formas. Para o presente estudo, o objetivo é avaliar as variações da velocidade. Considerando que a velocidade  $\omega_{r0}$  é constante, tem-se a equivalência  $\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d\Delta\omega_r}{dt}$ . É possível então reescrever a equação 2.6 na forma:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\omega_r}{dt} &= \frac{1}{2H}(P_m - P_e) \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega_0 \Delta\omega_r. \end{aligned} \quad (2.15)$$

em que:

$$\Delta\omega_r = \omega_r - \omega_{r0} \text{ [rad/s]}$$

$$P_m = \text{Potência mecânica de entrada [p.u.]}$$

$$P_e = \text{Potência elétrica de entrada [p.u.]}$$

$$H = \text{Constante de inércia [s]}$$

$$\delta = \text{Ângulo do rotor [rad]}$$

$$t = \text{Tempo [s]}$$

### 2.1.3 Estabilidade estática de uma máquina síncrona

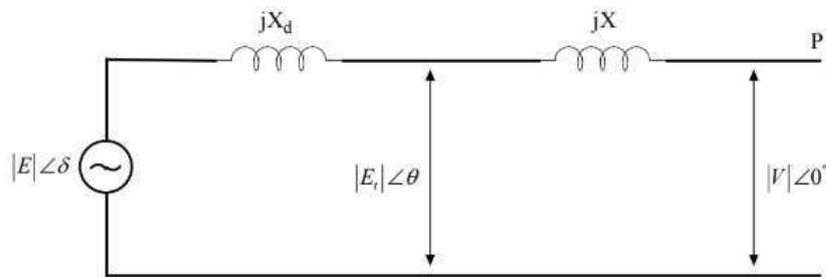
O limite de estabilidade estática de uma máquina síncrona é definido como a máxima potência que pode ser transmitida entre um barramento de produção e um barramento de consumo, sem perda de sincronismo para o sistema.

Como se sabe, a carga de um Sistema Elétrico de Energia está continuamente a variar, pelo que o sistema está permanentemente sujeito a pequenas perturbações. O objetivo dos estudos de estabilidade estática está basicamente relacionado com a determinação dos valores máximos de carga das máquinas síncronas de forma a que possam suportar pequenas variações da carga sem perda de sincronismo.

Para que os alternadores possam suportar variações graduais de carga, sem perda de sincronismo, os ângulos rotóricos são normalmente de cerca de  $60^\circ$  elétricos, o que deixa uma margem de  $30^\circ$  elétricos para cobrir o sistema de transmissão, como se verá posteriormente.

Consideremos um alternador trifásico ligado a um barramento de potência infinita através de uma linha de reatância  $X$  (reatância de transferência). A resistência e a reatância capacitiva da linha foram desprezadas. Na figura 1 está feita a representação unifilar do sistema referido.

Figura 1 – Alternador ligado a um barramento de potência infinita.



O comportamento dinâmico deste sistema é descrito pelas equações

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e, \quad (2.16)$$

$$P_e = \frac{VE}{X_d + X} \text{sen} \delta = P_{max} \text{sen} \delta. \quad (2.17)$$

Admitamos que o sistema está em funcionamento estável a fornecer potência

$$P_{e0} = P_m.$$

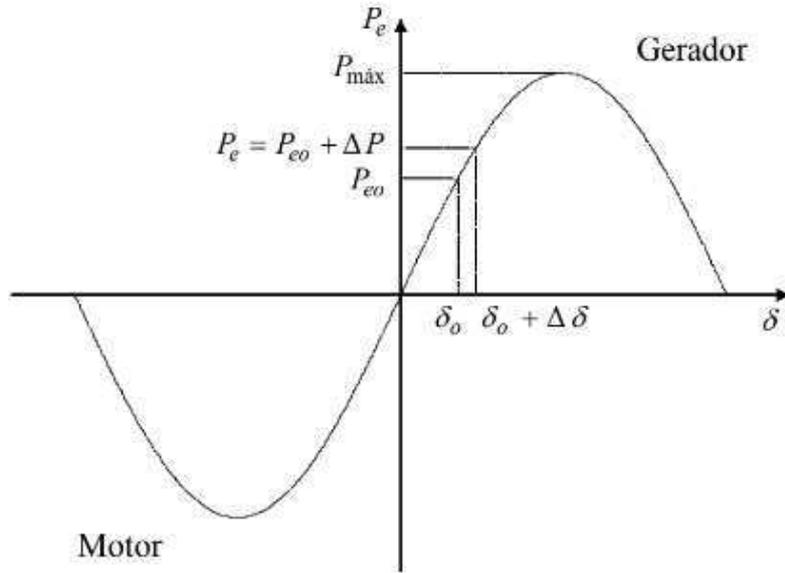
à qual corresponde o ângulo de carga  $\delta_0$ , como está representado na figura 2

Suponhamos que se verifica um pequeno acréscimo da potência elétrica consumida pelo sistema de  $\Delta P$ . Como a potência da máquina primária  $P_m$  se mantém constante uma vez que, a ação dos reguladores de velocidade é lenta quando comparada com a dinâmica da energia no sistema, o ângulo de carga do alternador passa para  $\delta_0 + \Delta \delta$ . Linearizando em torno do ponto  $(P_{e0}, \delta_0)$  podemos escrever:

$$\Delta P = (\delta P_e / \delta \delta)_0 \Delta \delta.$$

O deslocamento de  $\Delta \delta$  pode ser descrito por

Figura 2 – Relação ângulo de carga-potência elétrica de uma máquina síncrona.



$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} = P_m - (P_e + \Delta P) = -\Delta P,$$

Ou reescrita como

$$M \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + (\partial P_e / \partial \delta)_0 \Delta \delta = 0,$$

ou

$$[Mp^2 + (\partial P_e / \partial \delta)_0] \Delta \delta = 0. \quad (2.18)$$

Em que

$$p = \frac{d}{dt}.$$

A estabilidade do sistema para pequenas perturbações é determinada pela equação característica

$$M_p^2 + (\partial P_e / \partial \delta)_0 = 0,$$

cujas raízes são:

$$p = \sqrt{-(\partial P_e / \partial \delta)_0 / M}.$$

Enquanto  $(\partial P_e / \partial \delta)_0$  for positivo as raízes são imaginários puros e conjugadas pelo que o sistema é oscilatório em torno de  $\delta_0$ . A resistência da linha e das bobinas amortecedoras do alternador, cujo efeito não foi considerado no modelo analisado, originam que

as oscilações do sistema sejam amortecidas. Assim, o sistema será estável, para pequenos acréscimos de potência enquanto

$$(\partial P_e / \partial \delta)_0 > 0. \quad (2.19)$$

Quando  $(\partial P_e / \partial \delta)_0$  for negativo, as raízes da equação 2.18 são reais, uma positiva e outra negativa, mas de igual amplitude. O ângulo de carga crescerá indefinidamente após a ocorrência de uma pequena perturbação e o sincronismo é rapidamente perdido. O sistema será então instável para  $(\partial P_e / \partial \delta)_0 < 0$

Por isso,  $(\partial P_e / \partial \delta)_0$  é designado como o coeficiente de sincronização.

Como já foi referido, a perda do sincronismo traduz-se na prática numa pulsação de corrente entre o alternador e o barramento de potência infinita à medida que os pólos entram e saem do sincronismo. Na realidade, o ângulo de carga não crescerá indefinidamente porque o alternador será desligado da rede pelas proteções, mal a perda de sincronismo se tenha verificado.

Considerando  $|E|$  e  $|V|$  como se mantendo constantes, o sistema será instável se

$$\frac{EV}{X} \cos \delta_0 < 0, \quad (2.20)$$

ou

$$\delta_0 > 90^\circ.$$

Em teoria, A potência máxima que pode ser transmitida, sem perda de estabilidade (estabilidade estática), ocorre para

$$\delta_0 = 90^\circ,$$

e é dada por

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{|E||V|}{X}. \quad (2.21)$$

Se o sistema está funcionando abaixo do limite de estabilidade estática (condição dada pela equação 2.19), após a ocorrência de uma pequena perturbação, pode oscilar por um período longo no caso de o amortecimento ser baixo. Oscilações persistentes são um risco para a segurança do sistema. Nos estudos de estabilidade transitória procura-se exatamente analisar as condições de amortecimento do sistema.

A análise feita é também aplicável a sistemas mais complexos em que a ação dos reguladores das turbinas e da excitação dos alternadores, são consideradas. As equações

diferenciais que descrevem os modelos são linearizadas no ponto de funcionamento e, de igual modo, as condições de estabilidade são determinadas a partir das equações características correspondentes (que nestes casos são de ordem superior a dois).

### 2.1.4 Critério das áreas iguais

Em um sistema de potência em que uma máquina está oscilando com relação a uma barra infinita não é necessário resolver a equação de oscilação para determinar se o ângulo de torque crescerá indefinidamente ou se oscilará em torno de um ponto de operação, isto é, se o sistema é estável ou não.

Considere a equação de oscilação para uma máquina ligada a uma barra infinita:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e), \quad (2.22)$$

Fazendo as devidas manipulações matemáticas, temos que a equação 2.22 fica:

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{\omega_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta}. \quad (2.23)$$

A equação 2.23 dá velocidade relativa da máquina com relação a uma referência rotativa em sincronismo, como na definição do ângulo  $\delta$ .

É analisada a estabilidade da máquina após a ocorrência de uma falta em seus terminais, seguida da eliminação da mesma. Durante a falta, o ângulo de torque da máquina cresce. Para que haja estabilidade, o ângulo de torque deve parar de crescer. Nesse momento, a velocidade dada pela equação 2.23 deve ser nula e a aceleração também ou até mesmo negativa. Então, para um rotor que se está acelerando, a condição de estabilidade é que exista um valor  $\delta_{max}$  tal que:

$$\int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta = 0. \quad (2.24)$$

A equação 2.24 pode ser interpretada como a área sob a curva da potência entre  $\delta_0$  e  $\delta_{max}$ . Assim, as condições de estabilidade por meio do critério das áreas iguais são:

1. Em  $\delta_{max}$  a potência de aceleração deve ser nula ou negativa; Isto é  $P_e > P_m$ .
2. Se a potência de aceleração mudar de sinal antes de  $P_m > P_e$  em  $\delta_{max}$ , o sistema é instável;
3. O limite de estabilidade está em  $P_e = P_m$

## 2.2 Métodos de Integração

Para muitas das equações diferenciais (ED) que precisamos resolver no mundo real, não existe uma solução analítica. Ou seja, não podemos resolvê-lo usando as técnicas que conhecemos nos livros algébricos de solução de equações diferenciais.

Como resultado, precisamos recorrer ao uso de métodos numéricos para resolver esses EDs. O conceito é semelhante às abordagens numéricas que existem como a *Regra de Simpson*.

Mesmo que possamos resolver algumas equações diferenciais algebricamente, as soluções podem ser bastante complicadas e, portanto, não são muito úteis. Em tais casos, uma abordagem numérica nos dá uma boa solução aproximada. A seguir serão apresentados alguns métodos numéricos usados na solução de ED.

### 2.2.1 Método de *Euler*

Para usar o método de *Euler* para resultar em uma solução numérica para um problema de valor inicial, temos:

$$\begin{aligned}y' &= f(x, y), \\ y(x_0) &= y_0.\end{aligned}$$

É determinado um intervalo, começando na condição inicial, na qual se deseja encontrar a solução. É dividido esse intervalo em pequenas subdivisões de tamanho  $h$ . Então, é usada a condição inicial como ponto de partida, sendo gerado o resultado da solução as fórmulas iterativas:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + h, \\ y_{n+1} &= y_n + hf(x_n, y_n).\end{aligned}$$

A solução é obtida ao término deste processo recursivo quando alcançamos o final correto dentro do intervalo desejado.

Como este método considera apenas a primeira derivada de  $x$ , este é referido como método de primeira ordem.

### 2.2.2 Método de *Runge-Kutta*

O problema com o método de *Euler* é que você precisa usar um pequeno tamanho de passo para obter um resultado razoavelmente preciso. Isto não é muito eficiente.

O método *Runge-Kutta* produz um melhor resultado em menos etapas. É eficaz e amplamente utilizado para resolver os problemas de valor inicial das equações diferenciais. O método de Runge-Kutta pode ser usado para construir um método numérico de alta ordem por auto-funções sem a necessidade de derivadas de alta ordem de funções.

O método aproxima-se bastante da série de *Taylor* e pode apresentar diferente ordens, dependendo do número de termos efetivamente retido na série. Começamos com a avaliação de uma função para o método de 2ª Ordem:

$$F_1 = hf(x, y),$$

$$F_2 = hf(x + \alpha h, y + \beta F_1).$$

o  $\alpha$  e  $\beta$  são quantidades desconhecidas. A ideia é pegar uma combinação linear do  $F_1$  e  $F_2$  termos para obter uma aproximação para o  $y$  e para encontrar valores apropriados de  $\alpha$  e  $\beta$

Comparando os valores obtidos com o método da Série de *Taylor* e os termos acima, é obtiveram o seguinte:

$$y(x + h) = y(x) + \frac{1}{2}(F_1 + F_2),$$

onde:

- $F_1 = hf(x, y)$ ;
- $F_2 = hf(x + h, y + F_1)$ .

Generalizando para a 4ª ordem temos:

$$y(x + h) = y(x) + \frac{1}{6}(F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4),$$

onde:

- $F_1 = hf(x, y)$ ;
- $F_2 = hf(x + \frac{h}{2}, y + \frac{F_1}{2})$ ;
- $F_3 = hf(x + \frac{h}{2}, y + \frac{F_2}{2})$ ;
- $F_4 = hf(x + h, y + F_3)$ .

### 2.2.3 Método Trapezoidal

Considere-se a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

do qual se deseja obter a solução no instante  $t_{n+1}$  a partir de sua solução conhecida no instante  $t_n$ .

Integrando a equação acima no intervalo  $t_n$  e  $t_{n+1}$ , ficamos:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} f(x, \lambda) d\lambda = \frac{f(x_{n+1}, t_{n+1}) + f(x_n, t_n)}{2} \Delta t,$$

onde  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ .

Resultando em:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_{n+1}, t_{n+1}) + f(x_n, t_n)}{2} \Delta t.$$

Os métodos de integração implícitos usam uma interpolação de funções para uma expressão sob uma integral.

A aplicação desse método de solução numérica de equações diferenciais, sempre resulta em uma equação algébrica que depende do seu resultado anterior, ou seja, trata-se de equações algébricas recursivas. Assim, Um sistema de equações diferenciais transformado em um sistema algébrico, pode ser resolvido simultaneamente, o que faz dos métodos implícitos serem muitas das vezes mais adequados do que os métodos explícitos.

## 3 Análise e Simulações

Para evidenciar o adequado funcionamento dos algoritmos desenvolvidos, foram realizadas algumas simulações.

Neste capítulo serão apresentados os resultados de simulações para o modelo de gerador. Para o sistema teste foram utilizados os métodos de integração de *Euler*, *Runge-Kutta* e trapezoidal.

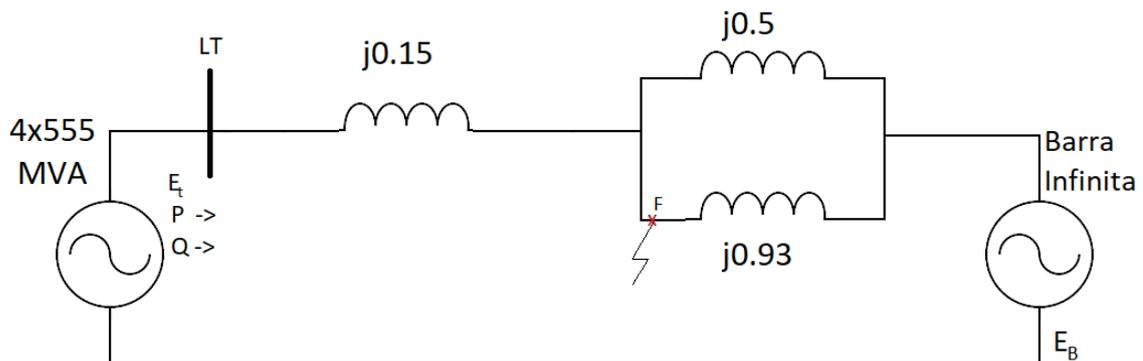
Posteriormente, são comparados os resultados obtidos em cada simulação, para assim analisar as vantagens e desvantagens de cada método.

### 3.1 Análise e Simulações

Foi analisada a estabilidade transitória de uma estação de geração térmica segundo (KUNDUR, 1994), sistema formado por quatro geradores de  $555MVA$ ,  $24kV$ ,  $60Hz$  ligados a uma barra infinita através de dois circuitos como mostrado na Figura 3.

As reatâncias do sistema mostradas na figura são dadas em *p.u.* e calculadas nas bases  $2220MVA$ ,  $24kv$  (referenciado ao lado da linha de transmissão do transformador). Já as perdas resistivas foram desconsideradas neste caso.

Figura 3 – Sistema Teste



Fonte: Autor.

A condição inicial de operação, com quantidades expressas em *p.u.* nas bases  $2220MVA$  e  $24kV$ , são as seguintes:

- $P = 0.9p.u.$
- $Q = 0.436p.u.$

$R_a(pu)$	$X_d(pu)$	$X_q(pu)$	$X'_d(pu)$	$X'_q(pu)$	$X_p(pu)$	$T'_{d0}(s)$	$H(s)$
0	0,8	0,6	0,3	0,6	0,2	6	3,6

Tabela 2 – Dados dos geradores do sistema de 3 barras

- $E_t = 1 \angle 28,34^\circ$
- $E_b = 0,9 \angle 0^\circ$

Para as simulações seguintes, foi considerado um curto-circuito trifásico no ponto F do circuito. Tal defeito será eliminado por meio da retirada desse circuito. O detalhamento da resolução numérica foi feito para o método trapezoidal, sendo os gráficos gerados nos diversos métodos apresentados. Os parâmetros do gerador, expressos em *p.u.* são dados na tabela 3.1.

Em relação aos outros métodos não será apresentada essa análise pormenorizada, sendo apresentadas somente as simulações e resultados, já que são análogos ao método exposto a seguir.

Tendo em vista que a potência injetada no circuito pelo gerador é igual a  $S_G = 0,9 + 0,436j$  e que a tensão na barra 1 é de  $V_1 = 1 \angle 28,34$  temos, a partir do circuito:

$$I_G = \left( \frac{S_G}{v_1} \right) = \frac{0,9 - 0,436j}{1 \angle -28,34}$$

Com os dados, calcula-se a tensão do gerador por meio do método das malhas

$$E \angle \delta = V_1 + jX_q I_G$$

$$E \angle \delta = 1,37 \angle 51,51^\circ$$

Com isso e colocando a tensão da barra 1 e a corrente injetada pelo gerador em coordenadas retangulares, calculam-se as primeiras condições iniciais:

$$\delta = 51,51^\circ = 0,8991$$

$$V_{r1} = 0,88$$

$$V_{m1} = 0,4747$$

$$I_r = 1$$

$$I_{m1} = 0,0435$$

Para obtenção dos valores de tensão e corrente nos eixos d e q, utiliza-se a transformação  $r - m$  para  $d - q$ :

$$\begin{pmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\delta & -\text{cos}\delta \\ \text{cos}\delta & \text{sen}\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{r1} \\ V_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 232 \\ 0, 972 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} I_{d1} \\ I_{q1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\delta & -\text{cos}\delta \\ \text{cos}\delta & \text{sen}\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{r1} \\ I_{m1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, 634 \\ 0, 774 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

A potência elétrica  $P_e$  foi calculada a partir da fórmula abaixo, substituindo-se os valores de tensão e corrente antes da falta, para assim encontrar seu valor inicial.

$$P_e = V_d I_d + V_q I_q + R_a I_G^2 = 0, 9 \text{ p.u.}$$

Isolando  $E'_d$  e  $E'_q$  nas equações do modelo de (CEPEL, 2002) e substituindo os resultados encontrados nas equações 3.1 e 3.2, temos os seguintes resultados:

$$\begin{pmatrix} E'_d \\ E'_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{d1} \\ V_{q1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_a & -X'_q \\ X'_d & R_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{d1} \\ I_{q1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1, 1458 \end{pmatrix}$$

Considerou-se o sistema com excitação constante. Assim, zerou-se a derivada da equação do modelo, encontrando-se para  $E_{fd}$  o valor abaixo (mantido constante durante toda a simulação):

$$E_{fd} = (X_d - X'_d) I_{d1} + E'_q = 1, 5233 \text{ pu}$$

Para calcular a tensão na barra 2, fez-se uso da lei dos nós.

$$\begin{aligned} 0 &= Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + Y_{23} V_{inf} \\ V_2 &= 0, 887 + 0, 325j \end{aligned}$$

A análise depende de variáveis algébricas e variáveis diferenciais, listadas a seguir nas matrizes X(variáveis de estado) e Y(variáveis algébricas):

$$X = \begin{pmatrix} \Delta\omega & \delta & E'_q \end{pmatrix}^T \quad (3.3)$$

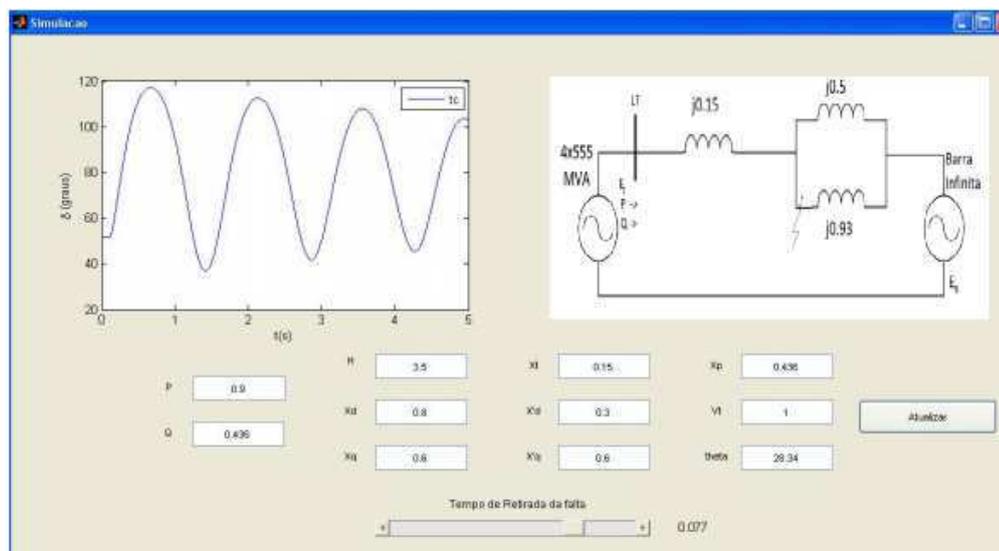
$$y = \begin{pmatrix} I_{r1} & I_{m1} & I_{d1} & I_{q1} & V_{r1} & V_{m1} & V_{r2} & V_{m2} & V_{d1} & V_{q1} \end{pmatrix}^T \quad (3.4)$$

Para as equações diferenciais foi aplicado o método trapezoidal e em seguida, solucionadas pelo método de *Newton-Raphson*.

A partir dos resultados encontrados, expõe-se as simulações obtidas tendo em vista que estes foram inseridos em um programa desenvolvido em MATLAB para cálculo iterativo das possíveis soluções.

Pode-se verificar na Figura 4 a interface gráfica da simulação gerada a partir dos resultados obtidos, como comentado anteriormente.

Figura 4 – Interface gráfica simulação



Fonte: Autor.

Nela verifica-se o gráfico do ângulo do rotor em função do tempo. O passo de integração foi  $0,005s$ ; o tempo total de simulação foi de  $5s$  e o tempo de abertura do circuito foi de  $0,077s$ , como mostrado na figura 4. Nessa figura, o gráfico mostra que  $\delta$  oscila em torno de um ponto de equilíbrio indicando que a falta foi retirada antes que o sistema perdesse a estabilidade.

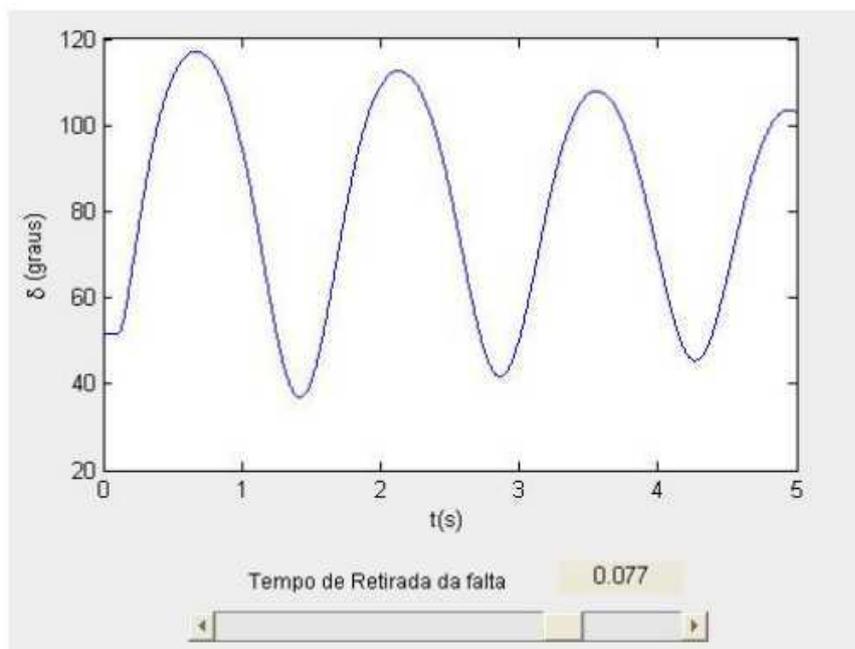
As figuras 5 e 6 mostram a resposta do sistema para dois tempos de retirada da falta diferentes.

Importante notar que o tempo de retirada de falta é um parâmetro essencial para a determinação da estabilidade transitória de sistema. Ainda na Figura 4 é apresentada a representação do sistema no período pré-falta e os dados do gerador, conforme tabela 3.1.

Variando-se a duração da falta, pode-se analisar o tempo máximo de abertura do circuito 2 que garante a estabilidade do sistema,  $t_c$ . Na figura 5 é apresentado exatamente esse tempo.

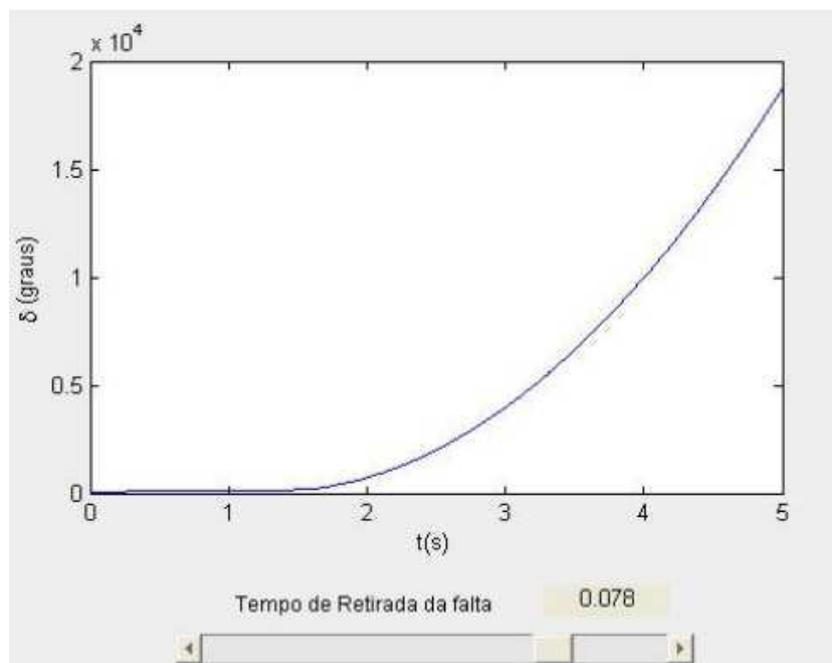
De maneira análoga, o resultado obtido para um tempo de retirada de falta superior a  $t_c$  é verificado na figura 6. Conforme dito anteriormente, o sistema perde o sincronismo quando ocorre demora na retirada do curto-circuito, sendo  $0,077s$  o máximo tempo para a manutenção da estabilidade.

Figura 5 – Ângulo do rotor - tempo máximo para estabilidade



Fonte: Autor.

Figura 6 – Ângulo do rotor - tempo mínimo para instabilidade

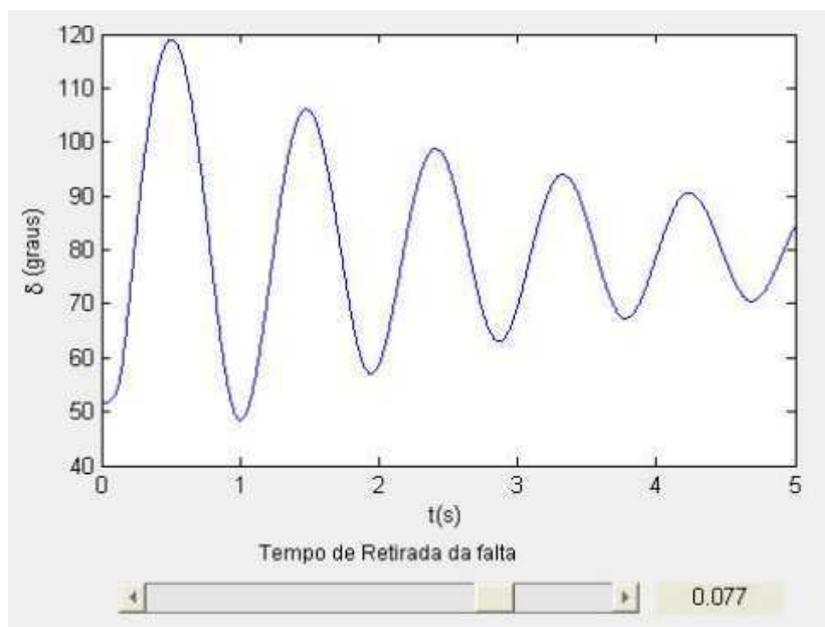


Fonte: Autor.

Verificou-se portanto a análise básica de um sistema em falha e o tempo crítico para se retirar a falha antes que o sistema se tornasse instável. Estendeu-se o estudo para outros métodos, estes expostos a seguir. A Figura 7 mostra o resultado do ângulo  $\delta$  do rotor para o caso em estudo.

Comparando os gráficos 5 e 7 para o mesmo tempo de falta, percebe-se que o

Figura 7 – Resultado da simulação

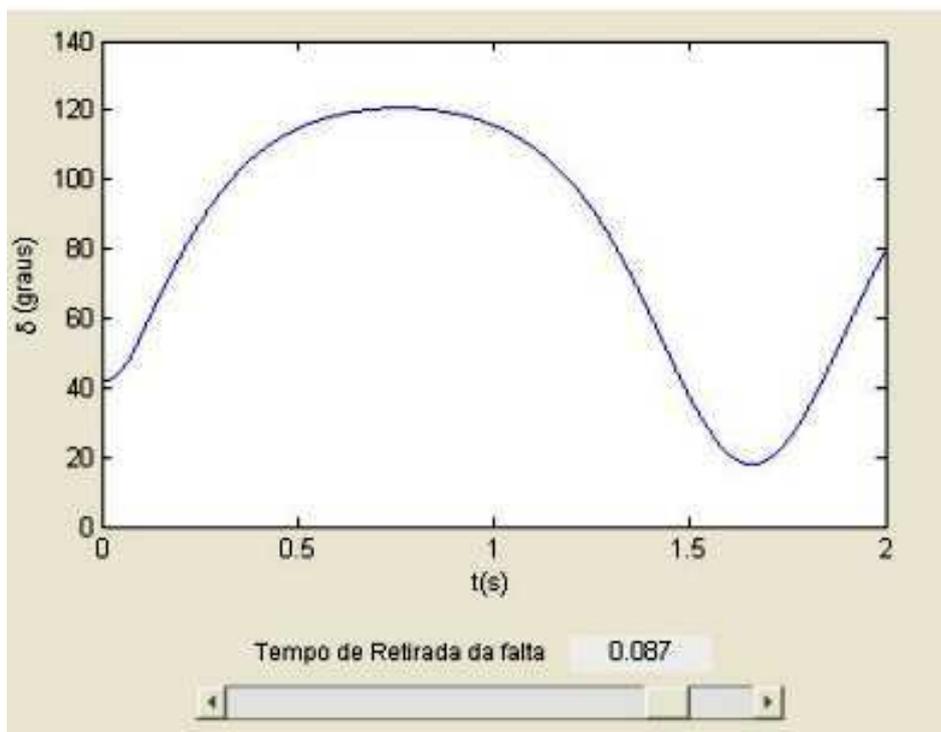


Fonte: Autor.

ângulo do rotor comporta-se de maneira distinta. Isso se deve a um maior amortecimento encontrado já que ele leva em conta efeitos de enrolamentos amortecedores.

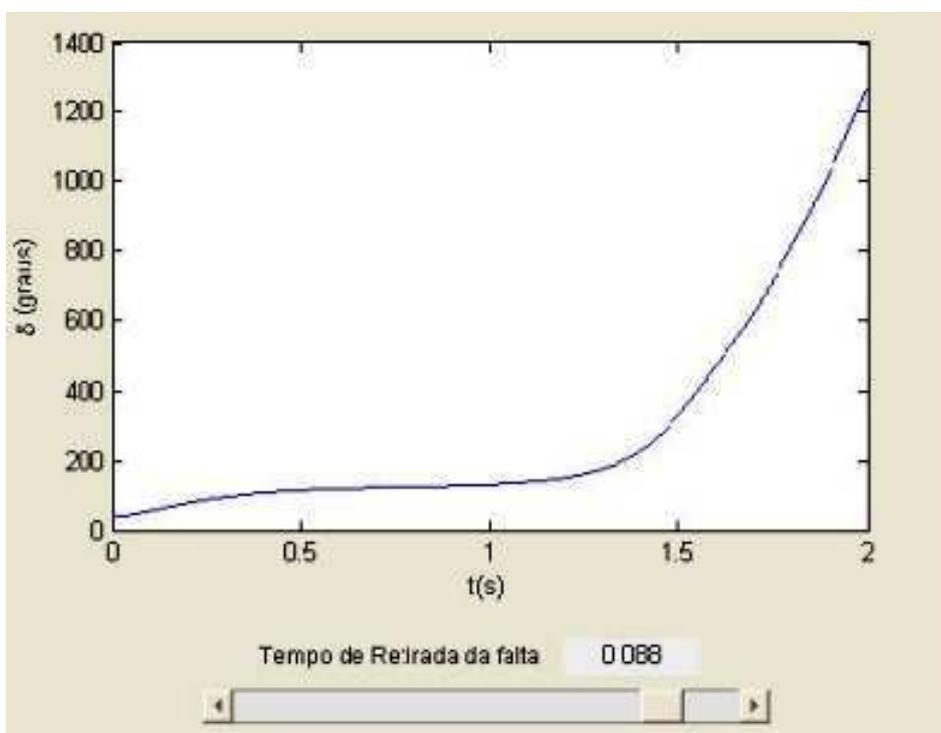
A seguir são apresentados o resultado da simulação para os demais métodos estudados.

Figura 8 – Tempo máximo para estabilidade - Método de *Euler*



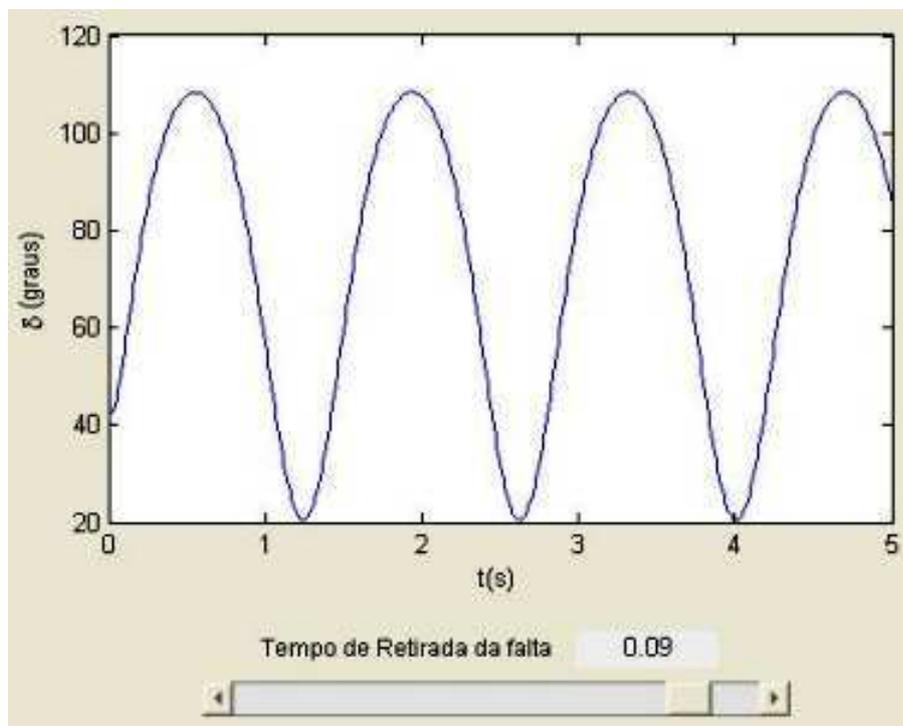
Fonte: Autor.

Figura 9 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de *Euler*



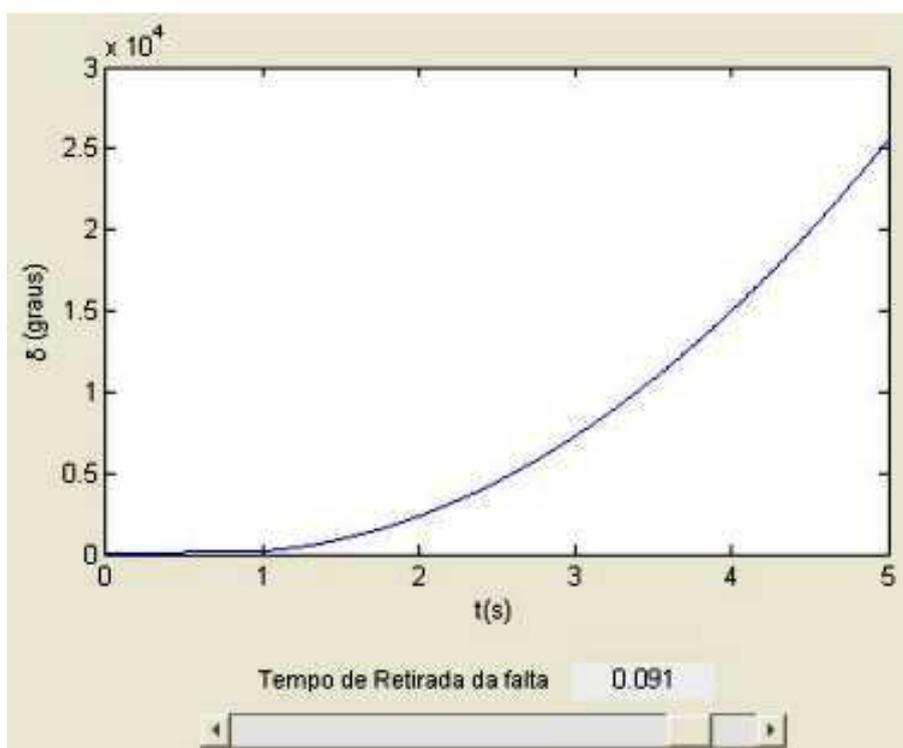
Fonte: Autor.

Figura 10 – Tempo máximo para estabilidade - Método de *Runge-Kutta* 2ª Ordem



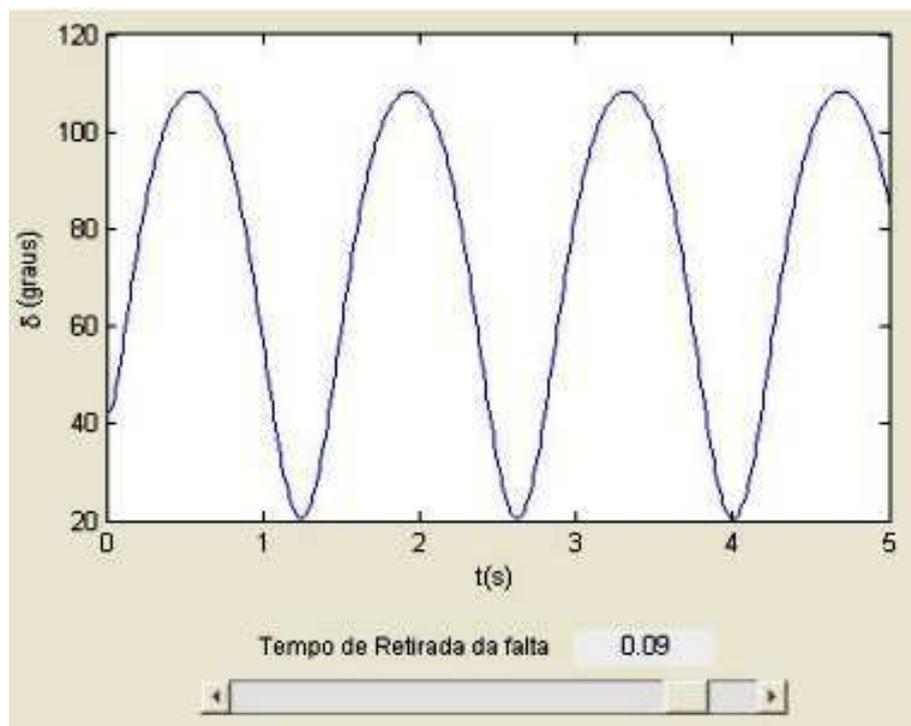
Fonte: Autor.

Figura 11 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de *Runge-Kutta* 2ª Ordem



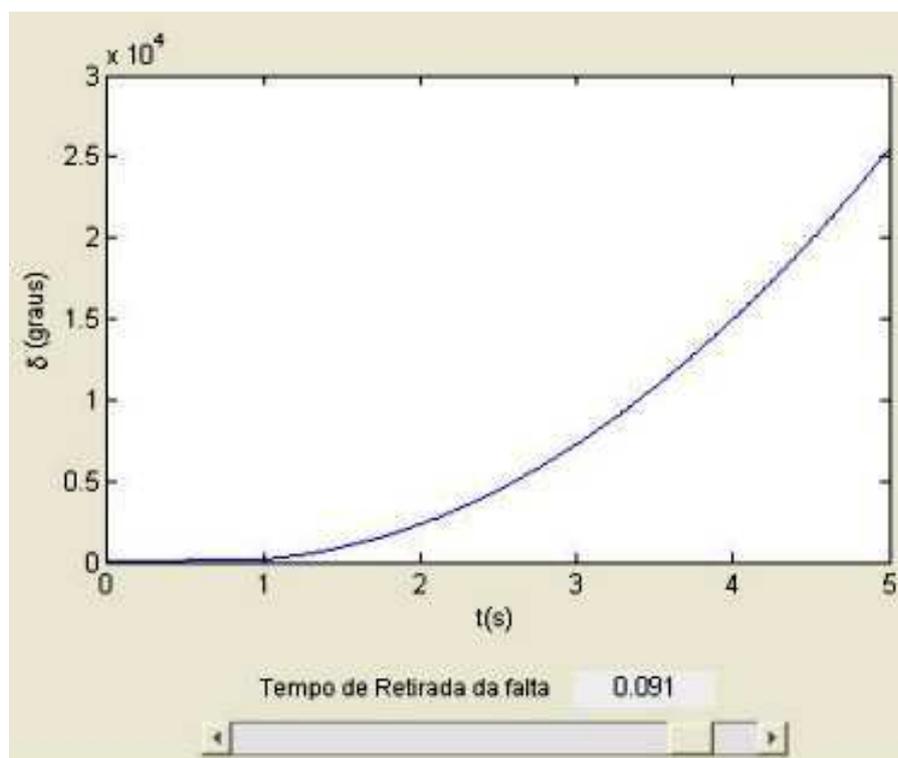
Fonte: Autor.

Figura 12 – Tempo máximo para estabilidade - Método de *Runge-Kutta* 4ª Ordem



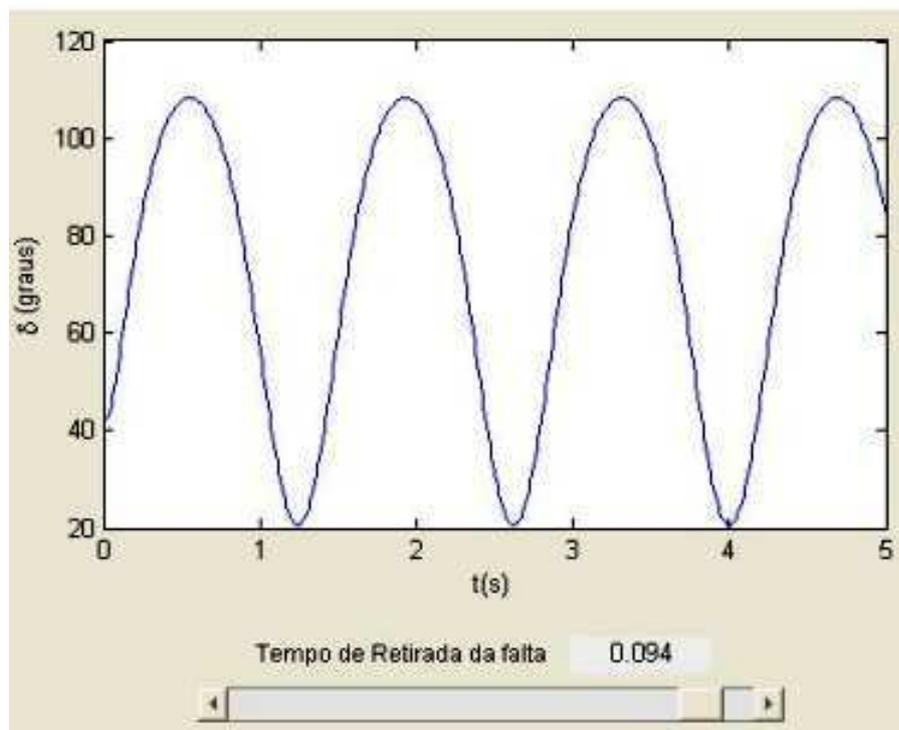
Fonte: Autor.

Figura 13 – Tempo mínimo para instabilidade - Método de *Runge-Kutta* 4ª Ordem



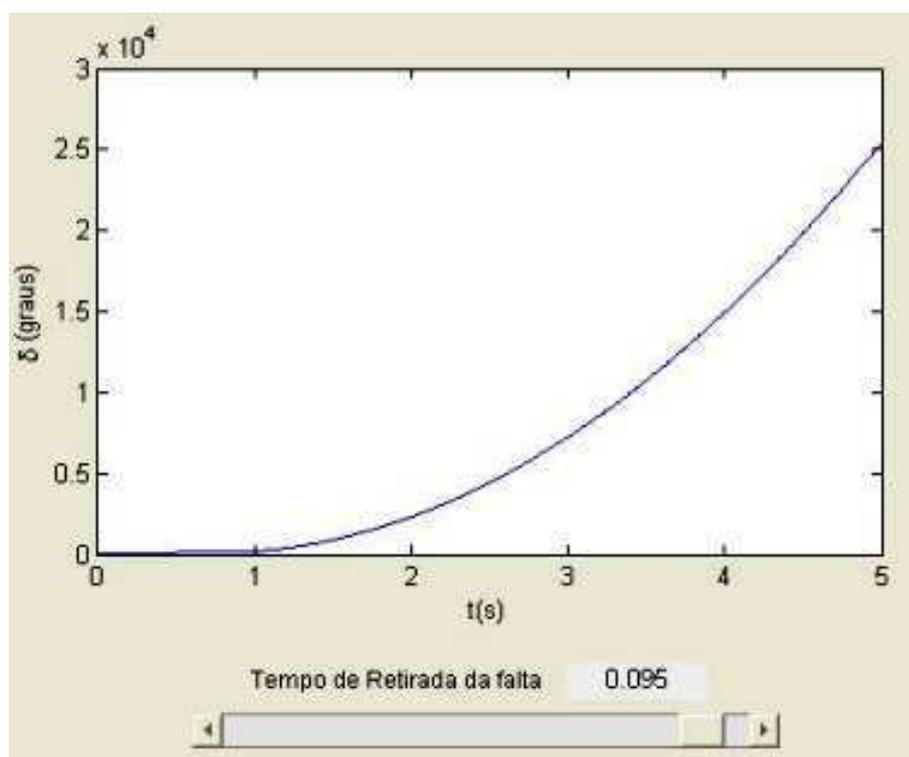
Fonte: Autor.

Figura 14 – Tempo máximo para estabilidade - Método Trapezoidal Clássico



Fonte: Autor.

Figura 15 – Tempo mínimo para instabilidade - Método Trapezoidal Clássico



Fonte: Autor.

## 4 Conclusão

Este trabalho apresentou uma contribuição no estudo da estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência. Foi desenvolvido um programa capaz de realizar a análise da estabilidade transitória de sistemas elétricos de potência possibilitando assim realizar a simulação e estudo do comportamento transitório de máquinas síncronas quando o sistema é submetido a perturbações. Neste programa é implementada a forma de análise por meio de um esquema de resolução simultânea dos sistemas de equações algébricas e diferenciais que representam os devidos sistemas elétricos a serem analisados.

Diversos métodos de integração foram abordados e implementados para a devida resolução das equações diferenciais, tornando-se necessário uma análise de cada um, verificando o seu desempenho em presença de descontinuidades, sua estabilidade numérica e seus erros relacionados à discretização do problema. No entanto, por apresentar melhores características quanto à estabilidade numérica quando exigido grandes esforços computacionais, foi dado um foco especial ao método Trapezoidal Implícito, sendo possível verificar sua eficiência nas diversas simulações realizadas.

Uma metodologia para a determinação das condições do sistema ao longo do tempo foi utilizada para conceber o programa. Tal metodologia se baseia fortemente no método de *Newton-Raphson* e em métodos de integração, onde, através de diversas iterações, se partisse de um valor estimado dos parâmetros do sistema e chegasse a valores mais próximos do que se deseja alcançar.

A partir do programa elaborado, realizaram-se estudos de caso apresentando resultados e simulações para diferentes modelos de geradores. Para o caso base, foram utilizados os métodos de integração de *Euler*, *Runge-Kutta* e Trapezoidal Implícito podendo visualizar o comportamento de cada um. Apresentou-se também as vantagens e desvantagens de cada método, verificando resultados satisfatórios de acordo com os esperados.

Para uma melhor interação do usuário com o programa, foi desenvolvida uma interface gráfica para melhor manuseio da ferramenta, permitindo que o usuário através de elementos gráficos seja capaz de manipular de forma prática a inserção de parâmetros dos modelos de geradores levados em consideração neste documento.

O tema abordado neste trabalho é de grande utilidade e não se limita ao que foi feito. A análise de sistemas de maior porte; A inserção de dispositivos de reguladores de tensão e velocidade; E a abordagem de um número maior de modelos de geradores aplicados a sistemas diversos ficam como margem para futuros trabalhos.

# Referências

ANDERSON, P. M. Paul m., power systems control and stability. 1977. Citado na página 12.

CEPEL. *Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. "Manual do usuário do PacDyn"*. Rio de Janeiro, Brasil, 2002. Citado na página 29.

KEYHANI, A. M. *Integration of green and renewable energy in electric power systems*. Wiley Online Library, 2010. Citado na página 13.

KUNDUR, P. Power system control and stability. 1994. Citado na página 27.

MOTA, W. S. Simulação de transitórios eletromecânicos em sistemas de potência. 2006. Citado na página 16.

RASMUSSEN, N. Reliability models for electric power systems. 2011. Citado na página 12.

WEBER, J. D. Implementation of a newton based optimal power flow into a power system simulation environment. 1995. Citado na página 13.