



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica

Lucas Omena Cavalcante Cabral

Trabalho de Conclusão de Curso

Modelagem, Simulação e Controle de
Processos da Indústria Petroquímica

Campina Grande
Maio 2014

Lucas Omena Cavalcante Cabral

Modelagem, Simulação e Controle de Processos da Indústria Petroquímica

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador:

Professor George Acioli Júnior, D. Sc

Campina Grande
Maio 2014

Lucas Omena Cavalcante Cabral

Modelagem, Simulação e Controle de Processos da Indústria Petroquímica

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Professor George Acioli Júnior, D. Sc
Universidade Federal de Campina Grande
Orientador

Universidade Federal de Campina Grande
Professor Convidado

Campina Grande
Maio 2014

Dedico este trabalho à minha família,
por sempre ter me dado apoio e
encorajado em meus estudos.

Resumo

Este trabalho de conclusão de curso tem por objetivo a modelagem, simulação e controle de processos da indústria petroquímica. Serão desenvolvidos os modelos dos sistemas e também analisadas as equações definem o comportamento desses processos. Após o estudo os modelos serão simulados no ambiente MatLab, como também serão apresentadas alternativas de controle para estes processos.

Palavras-chave: modelagem, simulação, controle preditivo, PID, OPC.

Abstract

This project's objective aims at modeling, simulating and controlling petrochemical industry processes. Models of the systems will be developed and also the equations will be analyzed defining the behavior of these processes. After the study the models will be simulated in MatLab environment, alternatives to control these processes will also be presented.

Key-words: modeling, simulation, PID, predictive control, OPC.

Sumário

1	Introdução	6
2	Modelagem e Análise Dinâmica	7
2.1	Reatores Tubulares	7
2.1.1	Reação de Primeira Ordem	8
2.1.2	Reação de Equilíbrio	10
2.1.3	Reações Consecutivas	10
2.1.4	Reator Tubular com Dispersão	10
2.1.5	Análise Estática	11
2.1.6	Casos Especiais	12
2.1.7	Análise Dinâmica	13
2.2	Trocadores de Calor	15
2.2.1	Bobina de Aquecimento	15
2.2.2	Trocador de Calor de Casco e Tubo com Condensação de Vapor	17
2.3	Evaporadores e Separadores	26
2.3.1	Modelo do Evaporador	26
2.3.2	Separação de Sistemas Multifases	32
3	Simulação	38
3.1	Modelos Simulados	38
3.1.1	Reator Tubular	38
3.1.2	Trocador do Tipo Bobina de Aquecimento	39
3.1.3	Trocador de Casco e Tubo	41
3.1.4	Evaporador	44
3.1.5	Separador	45
3.2	Tecnologia OPC	47
3.2.1	Definição	47
3.2.2	Configurações do OPC Toolbox	47
4	Controle	52
4.1	PID Ótimo	52

4.1.1	Controlador PID	52
4.1.2	Sintonia do Controlador	52
4.1.3	Otimização	53
4.1.4	Projetando o Controlador Ótimo	54
4.1.5	Programa para Projetar o Controlador Ótimo	55
4.1.6	Resultados	57
4.2	Controle Preditivo	60
4.2.1	Introdução	60
4.2.2	Modelo Dinâmico	62
4.2.3	Controle por Matriz dinâmica (DMC)	63
4.2.4	Resultados no MatLab	66
4.3	Controle Remoto - OPC	71
5	Considerações Finais	74

Lista de Figuras

2.1	Reação de Primeira Ordem em Condições Isotérmicas em Reator Tubular	7
2.2	Resposta da Concentração de Saída para um Degrau na Entrada	9
2.3	Perfil de Concentração do Reator para $a = 1, 3$ e Diferentes Números de Péclet	12
2.4	Conversão do reator em função de $k_1\tau_R$	13
2.5	Resposta ao impulso de um reator tubular com retromistura, $k_1 = 0, 1$	14
2.6	Tanque com Bobina de Aquecimento	15
2.7	Trocador de Calor de Casco e Tubo	18
2.8	Perfil de temperatura estático do fluido ao longo da tubulação	20
2.9	Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no fluido de entrada	23
2.10	Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no vapor	23
2.11	Temperatura de saída do fluido para um degrau na velocidade do fluido	24
2.12	Evaporador com superfície de transferência de calor variável	26
2.13	Modelo comportamental do evaporador com superfície de transferência de calor variável	28
2.14	Resposta de δF_{out} para um degrau aplicado em δF_{in} para diferentes valores de β	31
2.15	Separação de mistura binária	32
2.16	Diagrama do separador	33
2.17	Modelo comportamental do separador	34
2.18	Curvas de equilíbrio isobárico vapor-líquido	35
2.19	Mudanças na concentração de fundo para mudanças na alimentação, de acordo com equação (2.122), para diferentes valores de τ	36
2.20	Mudanças na concentração de fundo para mudanças na alimentação, de acordo com equação (2.123)	37
3.1	Resposta da concentração do componente B para um degrau no componente de entrada, A	39
3.2	Resposta para um degrau na temperatura de vapor	40
3.3	Resposta para um degrau na temperatura de entrada	41
3.4	Resposta para um degrau no fluxo	41
3.5	Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado na entrada	42
3.6	Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no vapor	43
3.7	Temperatura de saída do fluido para um degrau na velocidade do fluido	43

3.8	Fluxo de saída para um degrau no fluxo de entrada do Evaporador	44
3.9	Mudança na concentração de fundo para um degrau na alimentação	46
3.10	Aplicação de um degrau na entrada do modelo utilizando o OPC Toolbox	48
3.11	Parâmetros bloco OPC Config	49
3.12	Parâmetros bloco OPC Write	50
3.13	Parâmetros bloco OPC Read	50
3.14	Resposta a um degrau de entrada aplicado através tecnologia OPC	51
4.1	Erro de controle	53
4.2	Simulação do PID ótimo para o modelo do Evaporador	55
4.3	Interface do OCD	56
4.4	Modelo para o controle ótimo da temperatura da trocador de calor tipo bobina	57
4.5	Resposta ao degrau da planta controlada do trocador do tipo Bobina	58
4.6	Resposta ao degrau da planta controlada do Evaporador	59
4.7	Modelo para o controle ótimo do Separador	59
4.8	Resposta ao degrau da planta controlada do Separador	60
4.9	Diagrama de blocos representando o MPC	61
4.10	Resposta da função degrau da planta do trocador de calor do tipo Bobina	67
4.11	Resposta dinâmica de malha fechada para o modelo do trocador de calor tipo Bobina com um controlador MPC	68
4.12	Resposta da função degrau da planta do Evaporador	68
4.13	Resposta da função degrau do modelo do Evaporador para cálculo do MPC	69
4.14	Resposta dinâmica de malha fechada do modelo do Evaporador com o controlador MPC	69
4.15	Resposta da função degrau da planta do Separador	70
4.16	Resposta da função degrau do modelo do Separador para cálculo do MPC	70
4.17	Resposta dinâmica de malha fechada para o modelo do Separador com o controlador MPC	71
4.18	Esquema de diagrama de blocos Simulink para o Controle Remoto	71
4.19	Sinal de referência criado no <i>Signal Builder</i>	72
4.20	Sinais de Referência, em azul, e Resposta, em vermelho, do controle MPC remoto	72
4.21	Sinal de comando do controlador MPC	73

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros Reator Tubular	38
3.2	Parâmetros Bobina de Aquecimento	40
3.3	Parâmetros Casco e Tubo	42
3.4	Parâmetros Evaporador	44
3.5	Parâmetros Separador	45

1 | Introdução

Um modelo é uma imagem da realidade (um processo ou sistema), voltada para uma aplicação predefinida. Esta imagem tem suas limitações, pois é geralmente baseada em informações incompletas do sistema e, portanto, nunca representa a realidade completa.

No entanto, mesmo a partir de uma imagem incompleta da realidade, é possível aprender várias coisas. Um modelo pode ser testado sob circunstâncias extremas, o que é por vezes difícil de realizar para o verdadeiro processo ou sistema. É, por exemplo, possível investigar como uma fábrica de produtos químicos reage a distúrbios. Também é possível melhorar o comportamento dinâmico de um sistema, alterando alguns parâmetros de projeto. Um modelo deve, por conseguinte, capturar a essência da realidade que nós queremos investigar.

Uma aplicação importante dos modelos é a otimização de processos. Estes modelos são modelos físicos, em sua maioria estáticos, embora para plantas de processos menores podem ser modelos dinâmicos.

Neste trabalho serão estudados como modelos: Análise Dinâmica de Reatores Tubulares, Dinâmica de Evaporadores e Separadores e Análise Dinâmica de Trocadores de Calor. Serão apresentados os modelos de cada processo e serão computados no MatLab. Em seguida, serão aplicadas alternativas de controle como: o controle PID ótimo e o controle preditivo. Além disso, será apresentado o padrão OPC o qual possibilita com que as variáveis de entrada e de saída do sistema estejam ligadas a um servidor OPC para a simulação do controle remoto da planta.

2 | Modelagem e Análise Dinâmica

Nesta seção serão mostrados o desenvolvimento e obtenção dos modelos matemáticos que representam a dinâmica de processos industriais que são citados neste trabalho.

2.1 Reatores Tubulares

Um reator tubular consiste de um tubo por onde passa a mistura reacional. Os reagentes são continuamente consumidos à medida que avançam no reator ao longo de seu comprimento. Aqui o reator da figura 2.1 foi considerado[1], onde um componente A é transformado em componente B por uma constante de velocidade de reação k_1 :

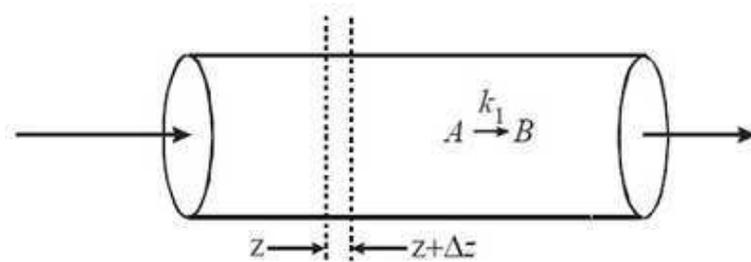


Figura 2.1: Reação de Primeira Ordem em Condições Isotérmicas em Reator Tubular

Para limitar a complexidade, são feitas as seguintes considerações:

- As condições de reação são isotérmicas;
- A taxa de reação é de primeira ordem no componente A;
- A densidade de todos os componentes é constante e igual;
- A mistura na direção radial é ideal;
- Não há mistura na direção axial;
- A velocidade do meio é constante na direção axial;
- A dispersão no reator pode ser desprezada.

As considerações d e g significam que o fluxo no reator é fluxo em pistão, ou seja, constante em qualquer ponto do reator.

2.1.1 Reação de Primeira Ordem

Sendo o comprimento do reator L (m) e a área da secção transversal A_c (m^2). A concentração do componente A na entrada é C_{Ain} , a velocidade do fluido é v (m/s). A equação de equilíbrio para o componente A em um período Δt em um segmento de volume $A_c \Delta z$ é:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Acumulação do} \\ \text{componente A} \\ \text{durante o tempo } \Delta t \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Entrada de} \\ \text{componente no} \\ \text{tempo } \Delta t \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Saída de} \\ \text{componente no} \\ \text{tempo } \Delta t \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Desaparecimento} \\ \text{do componente no} \\ \text{tempo } \Delta t \end{array} \right] \quad (2.1)$$

Em termos matemáticos:

$$A_c \Delta z [C_{A,t+\Delta t} - C_{A,t}] = v A_c C_{A,z} \Delta t - v A_c C_{A,z+\Delta z} \Delta t - r A_c \Delta z \Delta t \quad (2.2)$$

A equação pode ser escrita:

$$\frac{C_{A,t+\Delta t} - C_{A,t}}{\Delta t} = v \frac{C_{A,z} - C_{A,z+\Delta z}}{\Delta z} - r \quad (2.3)$$

Como a reação é de primeira ordem, a taxa de reação r , pode ser escrita:

$$r = k_1 C_A \quad (2.4)$$

A concentração na localização $z + \Delta z$ pode ser escrita em função da concentração na localização z , usando a expansão da série de Taylor de primeira ordem:

$$C_{A,z+\Delta z} = C_{A,z} + \frac{\partial C_A}{\partial z} \Delta z \quad (2.5)$$

Combinando as equações (2.4) e (2.5) com a equação (2.3):

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + v \frac{\partial C_A}{\partial z} + k_1 C_A = 0 \quad (2.6)$$

Introduzindo variáveis de desvio δC_A e tomando a transformada de Laplace, obtemos:

$$\frac{d(\delta C_A)}{dz} + \left(\frac{k_1 + s}{v} \right) \delta C_A = 0 \quad (2.7)$$

A solução para a equação acima é:

$$\delta C_A(z, s) = \delta C_A(0, s) e^{-\frac{k_1 + s}{v} z} \quad (2.8)$$

A resposta para a concentração na saída, quando $z = L$:

$$\frac{\delta C_A(L, s)}{\delta C_A(0, s)} = \frac{\delta C_{A,out}}{\delta C_{A,in}} = e^{-k_1 \tau_R} e^{-s \tau_R} \quad (2.9)$$

onde $\tau_R = L/v$, é o tempo de permanência do material no reator.

O termo $e^{-k_1 \tau_R}$ é o ganho do processo, o termo $e^{-s \tau_R}$ indica um atraso de tempo. Quando a concentração varia no início do reator, leva-se τ_R unidades de tempo antes que a variação atinja o fim do reator.

Se o tempo de permanência $\tau_R = 10s$ e $k_1 = 0,2s^{-1}$, então, $\tau_R k_1 = 2$. Portanto, o ganho do processo é $e^{-2} = 0,135$, ou seja, uma unidade de variação na concentração de entrada de 1,0 resulta numa variação na concentração de saída de 0,135. A resposta ao degrau para a concentração de saída é mostrada na Figura 2.2.

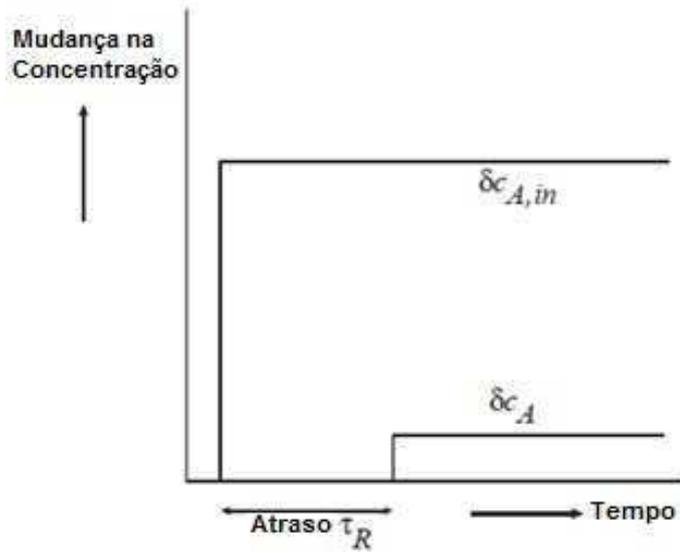


Figura 2.2: Resposta da Concentração de Saída para um Degrau na Entrada

Para o produto B, a equação de equilíbrio é:

$$A_c \Delta z [C_{B,t+\Delta t} - C_{B,t}] = v A_c C_{B,z} \Delta t - v A_c C_{B,z+\Delta z} \Delta t + r A_c \Delta z \Delta t \quad (2.10)$$

Pode ser escrita:

$$\frac{\partial C_B}{\partial t} + v \frac{\partial C_B}{\partial z} - k_1 C_A = 0 \quad (2.11)$$

Linearizando e tomando a transformada de Laplace da equação (2.11):

$$s \delta C_B + v \frac{d(\delta C_B)}{dz} = k_1 \delta C_A \quad (2.12)$$

A solução para a equação (2.12) pode ser dada por:

$$\delta C_B(z, s) = C_1 e^{-\frac{s}{v}z} + C_2 e^{-\frac{k_1+s}{v}z} \quad (2.13)$$

O primeiro termo do lado direito representa a solução para a parte homogênea da equação (2.12) (lado esquerdo da equação (2.12)) e o segundo termo representa a solução para δC_A a qual encontramos anteriormente na equação (2.8). C_1 e C_2 são constantes de integração que devem ser determinadas pelas condições de contorno. Em $z = 0$, podemos escrever:

$$\delta C_B(0, s) = C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow C_1 = -C_2 \quad (2.14)$$

A equação (2.13), agora, pode ser escrita como:

$$\delta C_B(z, s) = C_1 e^{-\frac{s}{v}z} \left(1 - e^{-\frac{k_1}{v}z} \right) \quad (2.15)$$

C_1 pode ser determinado pela condição de contorno, onde $z = \infty$:

$$\delta C_B(\infty, s) = C_1 = \delta C_{A,in} \quad (2.16)$$

Assim, a resposta para a concentração na saída para o componente B ($z = L$):

$$\frac{\delta C_B(L, s)}{\delta C_A(0, s)} = \frac{\delta C_{B,out}}{\delta C_{A,in}} = e^{-s\tau_R} (1 - e^{-k_1\tau_R}) \quad (2.17)$$

Podemos ver da equação (2.17) que o atraso de tempo também está presente aqui e alterações na concentração de entrada são atenuadas por um fator $(1 - e^{-k_1\tau_R})$.

2.1.2 Reação de Equilíbrio

A reação de equilíbrio possui a constante de velocidade k_1 para a reação direta e uma constante de velocidade k_2 para a reação inversa. A equação (2.6), componente A, pode neste caso ser escrita como:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + v \frac{\partial C_A}{\partial z} + k_1 C_A - k_2 C_B = 0 \quad (2.18)$$

Similarmente, para a equação (2.11), componente B:

$$\frac{\partial C_B}{\partial t} + v \frac{\partial C_B}{\partial z} + k_2 C_B - k_1 C_A = 0 \quad (2.19)$$

Ambas as equações devem ser resolvidas simultaneamente. Tomando as condições de contorno em conta, a solução para a concentração do produto pode ser dada por:

$$\frac{\delta C_B(L, s)}{\delta C_A(0, s)} = \frac{\delta C_{B,out}}{\delta C_{A,in}} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \left(1 - e^{-(k_1+k_2)\tau_R}\right) e^{-s\tau_R} \quad (2.20)$$

Como podemos ver, a resposta é novamente caracterizada por um ganho e um atraso no tempo.

2.1.3 Reações Consecutivas

Considere a reação consecutiva:



O equilíbrio para o componente A é dada pela equação (2.6), o equilíbrio para o componente B é dada pela equação (2.19). Como a equação (2.6) apenas depende de C_A , ela pode ser resolvida de forma independente. A solução para a função de transferência de $\delta C_{A,in}$ para δC_B , tendo as condições de contorno adequadas em consideração, pode ser escrita como:

$$\frac{\delta C_B(L, s)}{\delta C_A(0, s)} = \frac{\delta C_{B,out}}{\delta C_{A,in}} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \left(e^{-k_2\tau_R} - e^{-k_1\tau_R}\right) e^{-s\tau_R} \quad (2.22)$$

O componente B é componente de interesse; e o componente C é um subproduto indesejável. Mais uma vez, o modelo consiste em um ganho de tempo e de um atraso. Também pode ser visto a partir das equações (2.17), (2.20) e (2.22) que por diferentes mecanismos de reação, as dinâmicas do processo (atraso no tempo) são a mesmas, os ganhos do processo são, no entanto, dependentes do mecanismo de reação.

2.1.4 Reator Tubular com Dispersão

Anteriormente foi desprezada a dispersão no reator, isto é, a mistura axial, devido à difusão. Na realidade, isto nunca é o caso. No entanto, a relevância depende do valor do coeficiente de difusão. Supondo que a reação de primeira ordem $A \rightarrow^{k_1} B$ possui dispersão, o termo de difusão pode ser descrito por uma derivada de segunda ordem no sentido axial Dd^2C_A/dz^2 . Este termo deve ser adicionado a equação (2.2), logo:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + v \frac{\partial C_A}{\partial z} + k_1 C_A - D \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} = 0 \quad (2.23)$$

onde D é o coeficiente de difusão em (m^2/s).

Quando não existe uma dispersão na seção a montante do reator, a condição de contorno na entrada pode ser encontrada a partir de um equilíbrio em torno da entrada:

$$A_c \Delta z \left(\frac{\partial C_A}{\partial t} \right)_{0^+} = A_c v C_A(0^-, t) - A_c v C_A(0^+, t) + A_c D \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_{0^+} - A_c \Delta z k_1 C_A(0^+, t) \quad (2.24)$$

onde:

0^- é posição na entrada do lado de fora do reator.

0^+ é posição na entrada no interior do reator.

A_c é área de seção transversal do reator.

$C_A(0^-, t)$ é concentração na entrada de um elemento com comprimento Δz , que é a concentração de entrada.

$C_A(0^+, t)$ é concentração na saída de um elemento com comprimento Δz .

Supõe-se que não há nenhuma dispersão na seção a montante do reator. No caso limite, quando Δz se aproxima de zero, a equação (2.24) pode ser escrita como:

$$v C_A(0^-, t) - v C_A(0^+, t) + D \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_{0^+} = 0 \quad (2.25)$$

Similarmente, no fim do reator temos:

$$v C_A(L^-, t) - v C_A(L^+, t) + D \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_{L^+} = 0 \quad (2.26)$$

Neste caso, a dispersão no exterior do reator foi novamente ignorada. Desde que $C_A(L^-, t) = C_A(L^+, t)$, logo podemos reduzir a equação (2.26) para:

$$D \left(\frac{\partial C_A}{\partial z} \right)_L = 0 \quad (2.27)$$

O modelo para o reator consiste agora nas equações (2.23), (2.25) e (2.27). Após a aplicação da transformada de Laplace, a equação (2.23) pode ser escrita:

$$s \delta C_A(z, s) - \delta C_A(z, 0^+) = -v \frac{d \delta C_A(z, s)}{dz} + D \frac{d^2 \delta C_A(z, s)}{dz^2} - k_1 \delta C_A(z, s) \quad (2.28)$$

A solução para a equação (2.28) é determinada segundo a equação característica:

$$DJ^2 - vJ - (k_1 + s) = 0 \quad (2.29)$$

A partir da qual as seguintes raízes podem ser determinadas:

$$J_{1,2} = \frac{v}{2D} \pm \frac{1}{2D} \sqrt{v^2 + 4D(k_1 + s)} \quad (2.30)$$

Logo, a solução geral tem a forma:

$$\delta C_A(z, s) = C_1 e^{J_1 z} + C_2 e^{J_2 z} \quad (2.31)$$

Os coeficientes C_1 e C_2 , podem ser determinados através da diferenciação da equação (2.31), em relação a z e igualando-a com as condições de contorno, equação (2.25) e (2.27). O resultado para a solução torna-se então:

$$\frac{\delta C_A(z, s)}{\delta C_{A,in}} = \frac{J_2 e^{-J_1(L-z)} - J_1 e^{-J_2(L-z)}}{J_2(1 - J_1 D/v) e^{-J_1 L} - J_1(1 - J_2 D/v) e^{-J_2 L}} \quad (2.32)$$

2.1.5 Análise Estática

O comportamento estático pode ser estudado, definindo $s = 0$ nas equações (2.30) e (2.32). Os seguintes parâmetros são introduzidos, o número de Péclet:

$$Pe = vL/D \quad (2.33)$$

e um parâmetro a :

$$a = \sqrt{1 + 4k_1D/v^2} \quad (2.34)$$

que nos permite escrever a equação (2.32) como:

$$\frac{C_A(z)}{C_A(0^-)} = 2 \exp\left(Pe \cdot \frac{z}{2L}\right) \frac{(1+a) \exp\left[Pe \frac{a}{2}\left(1 - \frac{z}{L}\right)\right] - (1-a) \exp\left[Pe \frac{a}{2}\left(\frac{z}{L} - 1\right)\right]}{(1+a)^2 \exp\left(Pe \frac{a}{2}\right) - (1-a)^2 \exp\left(-Pe \frac{a}{2}\right)} \quad (2.35)$$

Na figura 2.3 é apresentada a concentração $C_A(z)$ em (2.35) com $a = 1, 3$ e três números de Péclet diferentes. Vemos que a concentração de saída diminui com o aumento do número de Péclet.

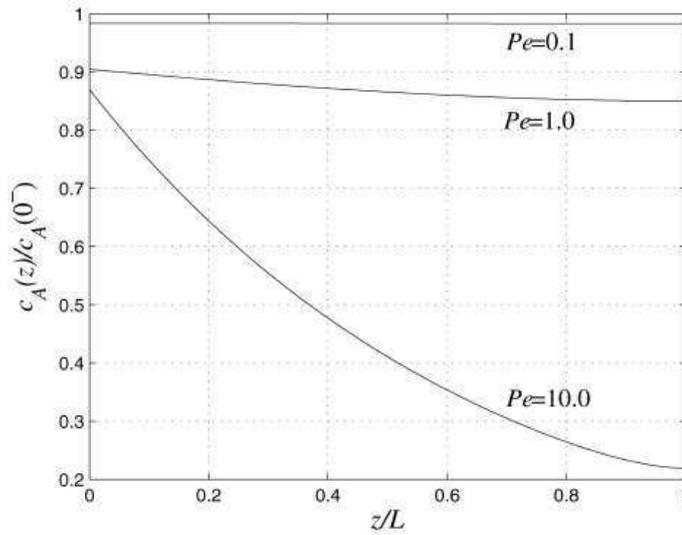


Figura 2.3: Perfil de Concentração do Reator para $a = 1, 3$ e Diferentes Números de Péclet

2.1.6 Casos Especiais

Consideremos dois casos especiais, o primeiro em que a dispersão se torna muito pequena, e o segundo em que a conversão torna-se muito grande.

No primeiro caso, quando a dispersão torna-se muito pequena, a pode ser aproximado por:

$$a = \sqrt{1 + 4k_1D/v^2} \simeq 1 + 2k_1D/v^2 \quad (2.36)$$

Logo, a equação (2.35) pode ser escrita:

$$\frac{C_A(z)}{C_A(0^-)} = e^{-k_1z/v} \quad (2.37)$$

A conversão do reator se torna:

$$C = 1 - C_A(L)/C_A(0^-) = 1 - e^{-k_1L/v} = 1 - e^{-k_1\tau_R} \quad (2.38)$$

que é a equação bem conhecida para a conversão de um reator de fluxo em pistão.

No segundo caso, em que o coeficiente de difusão D torna-se grande, $Pe(a/2)$ é proporcional a $D^{-1/2}$, assim se aproxima de zero. Se, além disso, a seguinte aproximação é feita:

$$e^x \simeq 1 + x \quad (2.39)$$

$$e^{-x} \simeq 1 - x$$

A equação (2.35) pode ser escrita:

$$\frac{C_A(z)}{C_A(0^-)} \simeq \frac{v}{v + k_1 L} \quad (2.40)$$

daí a conversão torna-se:

$$C = 1 - C_A(L)/C_A(0^-) = \frac{k_1 L}{v + k_1 L} = \frac{k_1 \tau_R}{1 + k_1 \tau_R} \quad (2.41)$$

que é a equação bem conhecida para a conversão de um reator idealmente misturado.

A conversão para o reator de fluxo em pistão e reator idealmente misturado estão representados graficamente na Fig. 2.4 para diferentes valores de $k_1 \tau_R$.

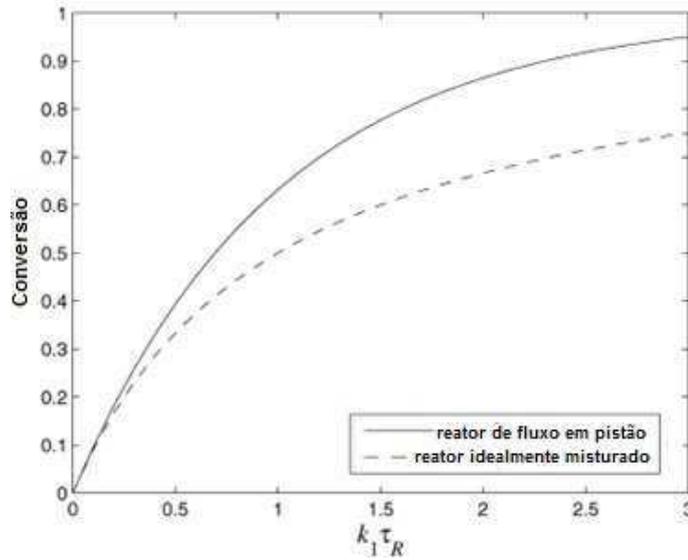


Figura 2.4: Conversão do reator em função de $k_1 \tau_R$

2.1.7 Análise Dinâmica

A equação (2.32) pode ser simplificada quando $z = L$. Ela pode ser escrita como:

$$\frac{\delta C_A(L, s)}{\delta C_{A, in}} = \exp(-Pe/2) \left\{ \exp \left[\frac{1}{2} Pe \sqrt{1 + 4(s + k_1) \tau_R / Pe} \right] + \exp \left[-\frac{1}{2} Pe \sqrt{1 + 4(s + k_1) \tau_R / Pe} \right] \right\} \quad (2.42)$$

Usando as tabelas de transformada de Laplace, a função pode ser transformada de volta para o domínio do tempo, o resultado da resposta a um impulso na entrada é a função de transferência:

$$h(t) = \frac{\tau_R}{2t} \sqrt{\frac{\tau_R Pe}{\pi t}} \exp \left\{ -\frac{1}{4} Pe \left(\frac{\tau_R}{t} + \frac{t}{\tau_R} - 2 \right) - \frac{1}{4} k_1 t \right\} \quad (2.43)$$

A equação (2.43) é usada para gerar a figura 2.5 para $k_1 = 0, 1$ e para quatro diferentes valores do número de Péclet.

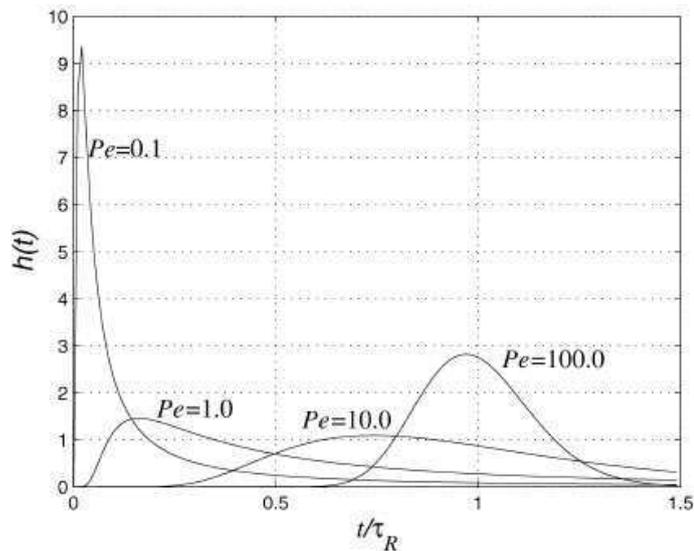


Figura 2.5: Resposta ao impulso de um reator tubular com retromistura, $k_1 = 0,1$

Vemos que para valores pequenos do número de Péclet, o que corresponde a valores elevados de difusão, o comportamento aproxima-se a resposta de um reator idealmente misturado. Para um número de Péclet grande, ou seja, valores pequenos de difusão, o comportamento aproxima o comportamento de um processo em tempo morto (atraso) puro.

2.2 Trocadores de Calor

Seria muito difícil descrever o modelo de um permutador de calor, uma vez que existem muitos tipos diferentes. O tipo mais comum é o da bobina de arrefecimento ou de aquecimento em um tanque ou reator, destina-se a transferir o calor em qualquer direção. No interior da bobina a temperatura varia com o tempo e a direção axial; fora da bobina geralmente a temperatura é uniforme, uma vez que o conteúdo do reator ou tanque é normalmente misturado. Portanto este tipo pode ser modelado facilmente e a linearização do modelo pode dar uma boa estimativa da dinâmica da transferência de calor.

O segundo tipo bem conhecido é o trocador de calor montado em tubo no qual o meio de ser aquecido flui através dos tubos e o vapor se condensa fora dos tubos. Este tipo é às vezes chamado de trocador de calor de casco e tubo. Mesmo que este tipo assemelha-se um pouco ao tipo anterior, seu comportamento dinâmico é diferente.

2.2.1 Bobina de Aquecimento

Neste caso, assume-se que o calor é transferido da bobina para o conteúdo do tanque, a discussão para a retirada de calor é similar[1]. A situação é mostrada na Fig. 2.6.

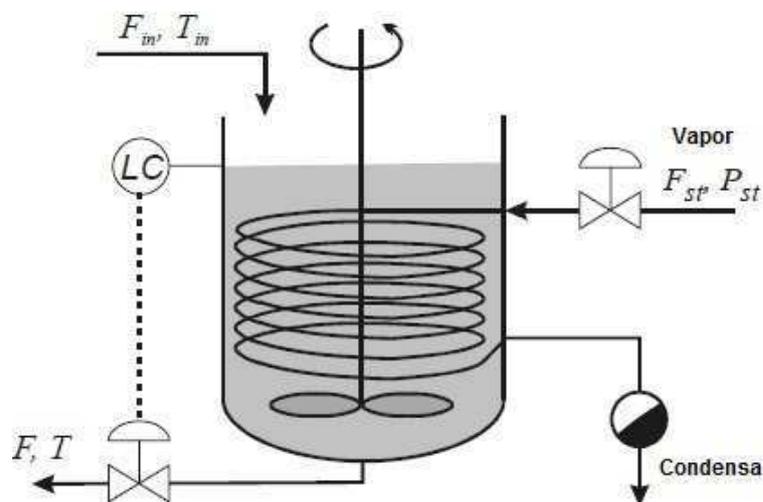


Figura 2.6: Tanque com Bobina de Aquecimento

Supondo que:

- Existe uma temperatura T uniforme no tanque.
- O volume de líquido no tanque é constante, isto é, o fluxo de entrada e de saída de fluxo são os mesmos.
- Vapor condensa dentro da bobina, logo uma temperatura uniforme T_s de condensação pode ser assumida.
- Os coeficientes de transferência de calor dentro e fora da bobina são constantes, ou seja, o coeficiente de transferência de calor global também é constante.
- A capacidade de calor da bobina ($M_{coil}c_{p,coil}$) é pequeno em comparação com a capacidade de calor do líquido e pode, portanto, ser ignorado.

- A dinâmica do lado do vapor pode ser ignorada, isto é, a temperatura do vapor reage instantaneamente a alterações no fornecimento de vapor.

O equilíbrio de energia pode ser escrito:

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = F \rho c_p (T_{in} - T) + UA(T_s - T) \quad (2.44)$$

O termo do lado esquerdo da equação é a acumulação de energia, o primeiro termo do lado direito é o transporte de energia pelo fluxo do fluido e o último termo é a transferência de energia proveniente da bobina. A nomenclatura a seguir é usada:

ρ - densidade do fluido, kg/m^3

V - volume do fluido no tanque, m^3

c_p - calor específico do fluido, $J/kg.K$

F - fluxo através do tanque, em m^3/s

T_{in} - temperatura de entrada do fluido, K

UA - produto do coeficiente de transferência de calor global e área, W/K

Geralmente, nos interessa a resposta da temperatura T para mudanças no fluxo F , na temperatura de entrada T_{in} e na temperatura do vapor T_s . Estas relações podem ser facilmente derivadas a partir da equação (2.44) por linearização e tomando a transformada de Laplace, o resultado é:

$$\delta T = \frac{K_1}{\tau_T s + 1} \delta T_s + \frac{K_2}{\tau_T s + 1} \delta T_{in} - \frac{K_3}{\tau_T s + 1} \delta F \quad (2.45)$$

onde:

$$\begin{aligned} \tau_T &= \frac{\rho V c_p}{\rho F_0 c_p + UA} \\ K_1 &= \frac{UA}{\rho F_0 c_p + UA} < 1 \\ K_2 &= \frac{\rho F_0 c_p}{\rho F_0 c_p + UA} < 1 \\ K_3 &= \frac{\rho c_p (T_{in0} - T_0)}{\rho F_0 c_p + UA} < 1 \end{aligned} \quad (2.46)$$

onde o subscrito '0' indica o valor da variável na situação de regime permanente.

Como pode ser visto da equação (2.45), a temperatura irá mostrar uma resposta de primeira ordem para todas as mudanças. A equação (2.46) mostra que o ganho para mudanças de temperatura, tanto a temperatura de entrada e temperatura de vapor, é sempre inferior a 1.

A relação entre a temperatura do tanque e a variável de entrada mostrada na equação (2.45) será alterada se for assumido que a capacidade de calor da bobina já não pode ser ignorada.

Supõe-se ainda que a condução de calor radial através da parede é ideal, e que a condução de calor axial pode ser ignorada e que a temperatura da parede pode ser caracterizada por uma temperatura média da parede T_w , que é, provavelmente, um pressuposto razoável, dado o fato de que a condução de calor é relativamente rápida em comparação com a transferência de calor. A equação (2.44) pode então ser modificada para:

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = F \rho c_p (T_{in} - T) + \alpha_o A_o (T_w - T) \quad (2.47)$$

onde $\alpha_o A_o$ é o produto do coeficiente de transferência de calor e a área do lado de fora da bobina, e T_w representa a temperatura da parede da bobina. Semelhante a equação (2.47), podemos escrever o balanço de energia para a parede:

$$M_w c_{pw} \frac{dT_w}{dt} = \alpha_i A_i (T_s - T_w) - \alpha_o A_o (T_w - T) \quad (2.48)$$

o subscrito 'w' representa parede.

As equações (2.47) e (2.48) formam o novo modelo do trocador de calor com a capacidade de calor da parede tido em conta. Tomando a transformada de Laplace e linearizando ambas equações resulta em:

$$\delta T = \frac{K_1}{\tau_T s + 1} \delta T_w + \frac{K_2}{\tau_T s + 1} \delta T_{in} - \frac{K_3}{\tau_T s + 1} \delta F \quad (2.49)$$

$$\delta T_w = \frac{K_4}{\tau_w s + 1} \delta T_s + \frac{K_5}{\tau_w s + 1} \delta T$$

onde as constantes de tempo e ganhos são definidos por:

$$\begin{aligned} \tau_T &= \frac{\rho V c_p}{\rho F_0 c_p + \alpha_o A_o}; & \tau_w &= \frac{M_w c_{pw}}{\alpha_i A_i + \alpha_o A_o} \\ K_1 &= \frac{\alpha_o A_o}{\rho F_0 c_p + \alpha_o A_o}; & K_4 &= \frac{\alpha_i A_i}{\alpha_i A_i + \alpha_o A_o} \\ K_2 &= \frac{\rho F_0 c_p}{\rho F_0 c_p + \alpha_o A_o}; & K_5 &= \frac{\alpha_o A_o}{\alpha_i A_i + \alpha_o A_o} \\ K_3 &= \frac{\rho c_p (T_{in0} - T_0)}{\rho F_0 c_p + \alpha_o A_o} \end{aligned} \quad (2.50)$$

A equação (2.49) pode ser reescrita eliminando δT_w :

$$\delta T = \frac{K_1 K_4}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta T_s + \frac{K_2(\tau_w s + 1)}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta T_{in} - \frac{K_3(\tau_w s + 1)}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta F \quad (2.51)$$

A equação (2.51) mostra que a resposta de δT para mudanças na temperatura do vapor δT_s é uma resposta de segunda ordem, a resposta a mudanças em δT_{in} e δF são respostas de pseudo-primeira ordem.

2.2.2 Trocador de Calor de Casco e Tubo com Condensação de Vapor

A figura 2.7 mostra um trocador de calor de casco e tubo no qual o vapor se condensa no exterior dos tubos e o fluido está fluindo através dos tubos[1].

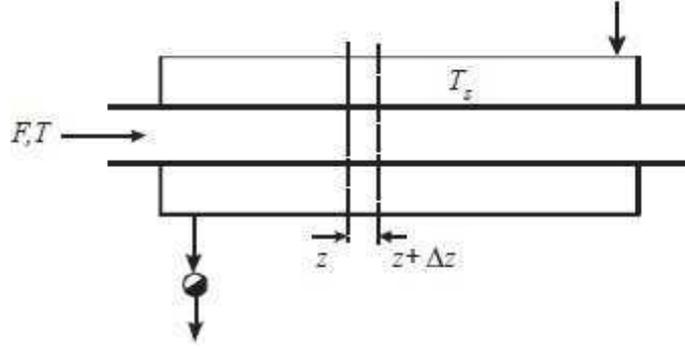


Figura 2.7: Trocador de Calor de Casco e Tubo

As seguintes premissas são consideradas:

- A temperatura do vapor T_s fora dos tubos é uniforme.
- O fluxo do fluido através dos tubos é um de fluxo em pistão ideal, ou seja, existe um gradiente de temperatura axial mas nenhum gradiente de temperatura radial.
- As propriedades físicas, tais como a densidade e o calor específico são constantes.
- O coeficiente de transferência de calor α é constante.
- A dinâmica do lado do vapor pode ser ignorada, isto é, a temperatura do vapor reage instantaneamente a alterações no fornecimento de vapor.
- A condução de calor radial através da parede do tubo é ideal e a condução de calor axial pode ser ignorada.

Supõe-se que a capacidade de calor da parede ($M_w c_w$) não pode ser ignorada no que diz respeito à capacidade de calor do líquido ($M_f c_f$). Se for ignorada, mais tarde, este irá ser um caso especial deste processo mais geral. O balanço de energia para uma seção da parede em cada ponto z pode ser escrito como:

$$M_w c_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_s A_s (T_s - T_w) - \alpha_f A_f (T_w - T) \quad (2.52)$$

onde:

A_f - área de transferência de calor por unidade de comprimento no lado do fluido, m .

A_s - área de transferência de calor por unidade de comprimento no lado vapor, m .

c_w - calor específico da parede, $J/kg.K$.

M_w - massa dos tubos por unidade de comprimento, kg/m .

T - temperatura do fluido, K .

T_w - temperatura da parede, K .

α_s - coeficiente de transferência de calor no lado do vapor, $W/m^2.K$.

α_f - coeficiente de transferência de calor no lado do fluido, $W/m^2.K$.

O termo do lado esquerdo na equação (2.52) representa a acumulação de energia, o primeiro termo no lado direito a transferência de calor a partir da condensação de vapor para a parede e o último termo a transferência de calor a partir da parede para o fluido a ser aquecido.

O equilíbrio de energia para o fluido pode ser escrito como:

$$M_f c_f \frac{\partial T}{\partial t} + F c_f \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_f A_f (T_w - T) \quad (2.53)$$

onde:

M_f - massa do líquido por unidade de comprimento, kg/m .

c_f - calor específico do fluido, $J/kg.K$.

F - fluxo de massa do fluido, kg/s .

O primeiro termo representa a acumulação de energia, o segundo termo de transporte de energia devido ao fluxo e o terceiro termo o fluxo de energia a partir da parede para o fluido.

As equações (2.52) e (2.53) podem ser escritas de uma forma simplificada quando as seguintes constantes de tempo τ e a velocidade do fluido v são introduzidas:

$$\tau_f = \frac{M_f c_f}{\alpha_f A_f}; \quad \tau_{wf} = \frac{M_w c_w}{\alpha_f A_f} \quad (2.54)$$

$$\tau_{ws} = \frac{M_w c_w}{\alpha_s A_s}; \quad v = \frac{F}{M_f}$$

O balanço de energia se torna:

$$\tau_{ws} \frac{\partial T_w}{\partial t} = T_s - T_w - \frac{\tau_{ws}}{\tau_{wf}} (T_w - T) \quad (2.55)$$

e

$$\tau_f \frac{\partial T}{\partial t} + v \tau_f \frac{\partial T}{\partial z} = T_w - T \quad (2.56)$$

A descrição do modelo pode ser completada por uma definição adequada de contorno (para T) e condições iniciais (para T e T_w).

Análise do Modelo Estático

O modelo estático pode ser encontrado definindo as derivadas no que diz respeito ao tempo igual a zero. A equação (2.52) pode ser escrita como:

$$T_{w0}(z) = \frac{\alpha_s A_s T_{s0} + \alpha_f A_f T_0(z)}{\alpha_s A_s + \alpha_f A_f} \quad (2.57)$$

o subscrito '0' foi adicionado para indicar os valores de regime permanente; T_{s0} é assumido ser uniforme ao longo do exterior do tubo, portanto, $T_{s0}(z) = T_{s0}$

Em regime permanente, a equação (2.53) pode, após combinação com a equação (2.57), ser escrita como:

$$v_0 \tau_{f0} \frac{dT_0(z)}{dz} + T_0(z) = T_{s0} \quad (2.58)$$

com

$$\tau_{f0} = M_f c_f \left[\frac{1}{\alpha_f A_f} + \frac{1}{\alpha_s A_s} \right] \quad (2.59)$$

τ_{f0} é a constante de tempo de aquecimento, o qual é o produto da capacidade calorífica do fluido vezes a resistência de calor do vapor para o fluido.

A solução desta equação pode ser encontrada através da resolução da equação homogênea e adicionando a solução particular, tendo em conta as condições de contorno $T_0 = T_{in}$ para $z = 0$:

$$T_0(z) = T_{s0} - (T_{s0} - T_{in0})e^{-z/v_0\tau_{f0}} \quad (2.60)$$

A temperatura de saída para $z = L$ é então dada por:

$$T_0(L) = T_{out} = T_{s0} - (T_{s0} - T_{in0})e^{-\tau_{R0}/\tau_{f0}} \quad (2.61)$$

τ_{R0} é o tempo de transporte do líquido a partir da entrada do tubo para a saída em regime permanente. A figura 2.8 mostra o perfil de temperatura estático ao longo do tubo para as seguintes condições: $T_{s0} = 380$ K, $T_{in0} = 250$ K, $v_0 = 1$ m/s, $\tau_{f0} = 10$ s, $L = 12$ m.

O perfil de temperatura da parede de uma situação de regime permanente pode ser facilmente calculado a partir das equações (2.57) e (2.60);

$$T_{w0}(z) = T_{s0} - \frac{\alpha_f A_f}{\alpha_s A_s + \alpha_f A_f} (T_{s0} - T_{in0})e^{-z/v_0\tau_{f0}} \quad (2.62)$$

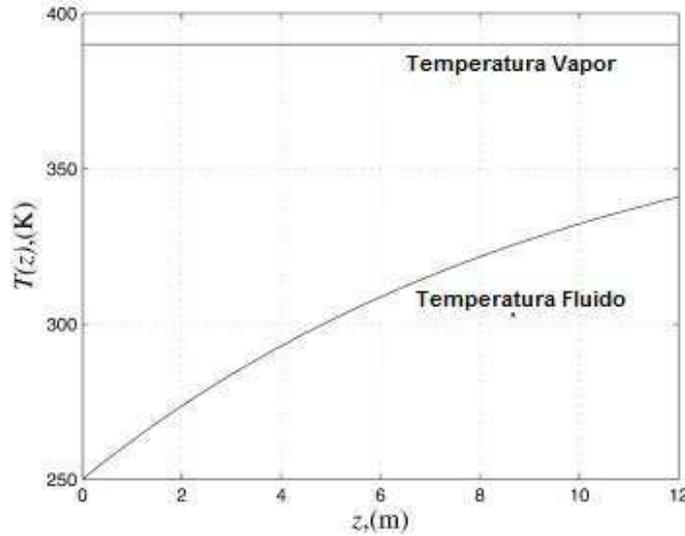


Figura 2.8: Perfil de temperatura estático do fluido ao longo da tubulação

Análise do Modelo Dinâmico

Nesta seção, comportamento dinâmico do modelo para as mudanças de temperatura do fluido em função das mudanças na temperatura do vapor ou do fluxo serão analisadas. Vamos supor primeiro que a capacidade de calor da parede pode ser ignorada, uma vez que os resultados são encontrados, o efeito da capacidade de calor sobre o resultado será analisado.

Se a dinâmica da parede pode ser ignorada, T_w se aproxima de T_s e a equação (2.56) pode ser escrita como:

$$\tau_f \frac{\partial T}{\partial t} + v\tau_f \frac{\partial T}{\partial z} = T_s - T \quad (2.63)$$

As variáveis do processo podem ser representadas pelos seus valores de regime permanente e uma pequena variação em torno do regime permanente:

$$T_s = T_{s0} + \delta T_s, \quad T = T_0 + \delta T, \quad v = v_0 + \delta v \quad (2.64)$$

Por enquanto, as mudanças nos coeficientes de transferência de calor serão ignoradas, posteriormente serão apontados os impactos sobre o resultado final.

A linearização da equação (2.63), no ponto de operação resulta:

$$\tau_f \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} + (v_0 + \delta v) \tau_f \frac{\partial(T_0 + \delta T)}{\partial z} = T_{s0} - T_0 + \delta T_s - \delta T \quad (2.65)$$

A equação (2.65) pode ser escrita em termos individuais e combinada com as equações (2.58) e (2.60), o que resulta em:

$$\frac{\partial(\delta T)}{\partial t} + v_0 \frac{\partial(\delta T)}{\partial z} + \frac{1}{\tau_f} \delta T = \frac{1}{\tau_f} \delta T_s - \frac{1}{\tau_f} (T_{s0} - T_{in0}) e^{-z/v_0 \tau_f} \frac{\delta v}{v_0} \quad (2.66)$$

onde $\tau_f = \tau_{f0}$, uma vez que se assumiu que a dinâmica da parede pode ser ignorada, isto é, a temperatura da parede foi aproximada pela temperatura do vapor, o que é o caso se $\alpha_s A_s \gg \alpha_f A_f$.

Se os coeficientes de transferência de calor não são constantes, a contribuição do segundo termo do lado direito da equação (2.66) vai se tornar menor, daí a contribuição das mudanças no fluxo (ou velocidade) sobre mudanças na temperatura diminuirá.

Introdução do operador Laplace s na equação (2.66) resulta em:

$$v_0 \frac{d(\delta T)}{dz} + \left(s + \frac{1}{\tau_f} \right) \delta T = \frac{1}{\tau_f} \delta T_s - \frac{1}{\tau_f} (T_{s0} - T_{in0}) e^{-z/v_0 \tau_f} \frac{\delta v}{v_0} \quad (2.67)$$

A equação anterior é uma equação de primeira ordem comum em δT e pode ser facilmente resolvida. Uma solução geral deve ser assumida e uma solução particular, que tem a seguinte forma:

$$\delta T_{geral} = A_1 e^{-(s+\tau_f^{-1})z/v_0} \quad (2.68)$$

$$\delta T_{particular} = A_2 \delta T_s + A_3 e^{-z/v_0 \tau_f} (\delta v/v_0)$$

A equação (2.68) deve ser substituída na equação (2.67), a combinação com a condição de contorno $\delta T = \delta T(0, s)$ em $z = 0$ dá então a expressão final para δT :

$$\delta T(z, s) = e^{-z/v_0 \tau_f} e^{-sz/v_0} \delta T(0, s) + \frac{1}{1 + \tau_f s} \left[1 - e^{-z/v_0 \tau_f} e^{-sz/v_0} \right] \delta T_s \quad (2.69)$$

$$- \frac{1}{\tau_f s} (T_{s0} - T_{in0}) e^{-z/v_0 \tau_f} \left(1 - e^{-sz/v_0} \right) (\delta v/v_0)$$

Note que T_{in0} é a temperatura de entrada do fluido em regime permanente, $\delta T(0, s)$ representa a variação de temperatura do fluido de entrada, que pode ser dependente do tempo.

A equação (2.69) ainda é um pouco difícil de interpretar, então o termo $e^{-z/v_0 \tau_f}$ será eliminado usando a equação (2.60) e avaliando o resultado para $z = L$. A resposta da temperatura de saída pode ser descrita como:

$$\delta T_{out} = \frac{\delta T_{out}}{\delta T_{in}} \delta T_{in} + \frac{\delta T_{out}}{\delta T_s} \delta T_s + \frac{\delta T_{out}}{(\delta v/v_0)} (\delta v/v_0) \quad (2.70)$$

onde:

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_{out}}{\delta T_{in}} &= \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R} \\ \frac{\delta T_{out}}{\delta T_s} &= \frac{1}{1 + \tau_f s} \left(1 - \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R} \right) \\ \frac{\delta T_{out}}{(\delta v/v_0)} &= - \frac{1}{\tau_f} (T_{s0} - T_{out0}) \frac{1 - e^{-s\tau_R}}{s} \end{aligned} \quad (2.71)$$

O tempo de permanência τ_R é o tempo de transporte do fluido a partir da entrada do tubo para a saída do tubo para a situação de regime permanente atual. A razão τ_R/τ_f pode ser calculada a partir da Eq 2.61:

$$\frac{\tau_R}{\tau_f} = \ln \frac{T_{s0} - T_{in0}}{T_{s0} - T_{out0}} \quad (2.72)$$

Utilizando os dados da seção anterior e observando que $\tau_R = 12 \text{ s}$ e $T_{out0} = 340.84 \text{ K}$, a equação (2.71) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_{out}}{\delta T_{in}} &= 0.30e^{-12s} \\ \frac{\delta T_{out}}{\delta T_s} &= \frac{1}{1 + 10s} (1 - 0.30e^{-12s}) \\ \frac{\delta T_{out}}{(\delta v/v_0)} &= -3.92 \frac{1 - e^{-12s}}{s} \end{aligned} \quad (2.73)$$

As figuras 2.9 - 2.11 mostram as respostas ao degrau das funções de transferência. Como pode ser visto a partir da Fig. 2.9, o modelo de saída entre as mudanças de temperatura do fluido e as mudanças de temperatura de entrada do fluido é um atraso de 12 segundos no tempo. Isto pode ser esperado uma vez que o fluido tem de passar através do tubo, antes da mudança de entrada atinja a saída.

O modelo entre a mudança da temperatura de saída do fluido e a mudança na temperatura do vapor é inicialmente uma resposta de primeira ordem com uma constante de tempo de 10 segundos. Mediante um aumento da temperatura do vapor, a temperatura do fluido começa a aumentar ao longo de todo o comprimento do tubo. O fluido no início do tubo é mais exposto ao aumento da temperatura do vapor de fluido do que o da saída do tubo, conseqüentemente, a temperatura continua a aumentar. Após o tempo de permanência, no entanto, o novo fluido que entra no tubo foi apenas exposto à nova temperatura de vapor; conseqüentemente, a temperatura de saída do fluido permanece constante.

A função de transferência entre a temperatura de saída do fluido e as mudanças na velocidade do fluido pode ser considerada como um integrador com a diferença entre uma resposta imediata e a atrasada. A integração dura 12 segundos e, conseqüentemente, a última mudança de temperatura do fluido em uma mudança de 20% na velocidade do fluido será $-3,92 \times 12 \times 0,2 = -9,4 \text{ K}$.

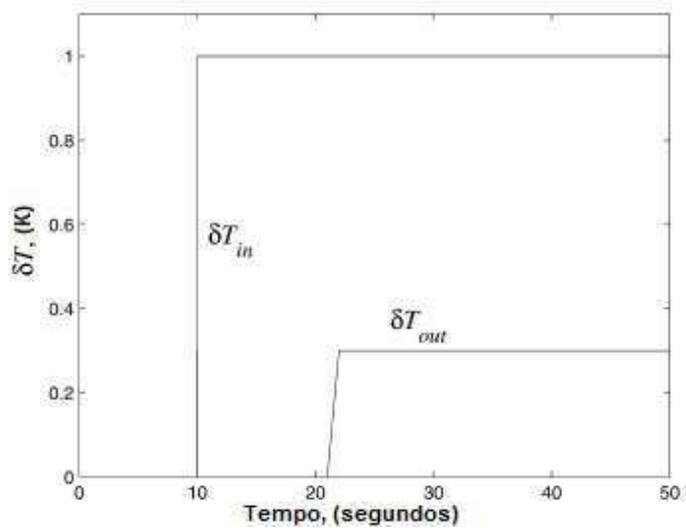


Figura 2.9: Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no fluido de entrada

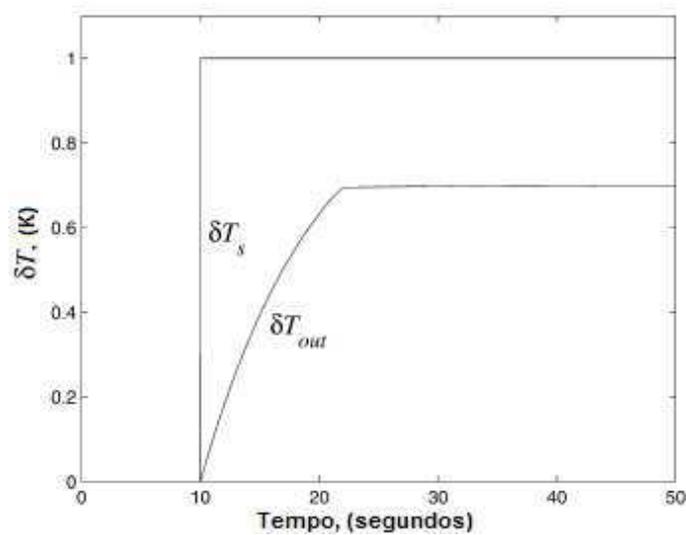


Figura 2.10: Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no vapor

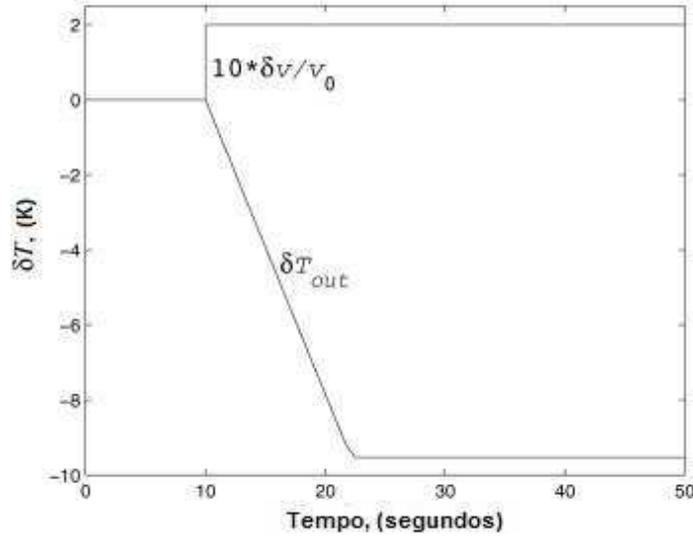


Figura 2.11: Temperatura de saída do fluido para um degrau na velocidade do fluido

Na análise anterior a capacidade térmica da parede do tubo foi ignorada. Levando isso em conta não resulta em problemas específicos. As equações (2.55) e (2.56) terão agora de serem linearizadas. A linearização da primeira equação, temos:

$$\tau_{ws} \frac{\partial(\delta T_w)}{\partial t} + \left(1 + \frac{\tau_{ws}}{\tau_{wf}}\right) \delta T_w - \frac{\tau_{ws}}{\tau_{wf}} \delta T = \delta T_s \quad (2.74)$$

A linearização da segunda equação:

$$v_0 \frac{\partial(\delta T)}{\partial z} + \frac{\partial(\delta T)}{\partial z} + \tau_f^{-1} (\delta T - \delta T_w) = -(T_{s0} - T_{in0}) \tau_f^{-1} e^{-z/v_0 \tau_f} (\delta v/v_0) \quad (2.75)$$

Escrevendo as equações (2.74) e (2.75) com operador s e combinando-as:

$$v_0 \frac{\partial(\delta T)}{\partial z} + g_1(s) \delta T = g_2(s) \delta T_s - g_3(s) (T_{s0} - T_{in0}) e^{-z/v_0 \tau_f} (\delta v/v_0) \quad (2.76)$$

onde:

$$g_1(s) = s + \tau_f^{-1} \frac{1 + \tau_{ws} s}{1 + \tau_{ws} \tau_f^{-1} + \tau_{ws} s}$$

$$g_2(s) = \frac{\tau_f^{-1}}{1 + \tau_{ws} \tau_f^{-1} + \tau_{ws} s} \quad (2.77)$$

$$g_3(s) = \tau_f^{-1}$$

A solução da equação (2.76) resulta:

$$\delta T = e^{-g_1 z/v_0} \delta T_{in} + \frac{g_2}{g_3} (1 - e^{-g_1 z/v_0}) \delta T_s - \frac{g_3}{g_1 - \tau_f^{-1}} (T_{s0} - T_{in0}) (e^{-z/v_0 \tau_f} - e^{-g_1 z/v_0}) (\delta v/v_0) \quad (2.78)$$

Se $\alpha_s A_s \gg \alpha_f A_f$ então $\tau_{ws} \ll \tau_{wf}$ que no caso da expressão de $g_1(s)$ na equação (2.77) pode ser aproximada por:

$$g_1(s) = s + \tau_f^{-1} \quad (2.79)$$

A equação (2.78) pode então ser escrita:

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta T_{in}} \approx \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R}$$

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta T_s} \approx \frac{1}{1 + s(\tau_f + \tau_{ws} + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1}\tau_f) + s^2\tau_{ws}\tau_f} \left(1 - \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R} \right) \quad (2.80)$$

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta v/v_0} \approx -\frac{1}{\tau_f} \frac{1 + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1} + s\tau_{ws}}{1 + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1}(1 + \tau_{ws}\tau_f^{-1}) + s\tau_{ws}} (T_{s0} - T_{out0}) \frac{1 - e^{-s\tau_R}}{s}$$

A primeira expressão na equação (2.80) corresponde à equação (2.71).

A principal diferença entre o segundo termo da equação (2.80) e do segundo termo da equação (2.71) é de que o termo entre parêntesis é multiplicado por uma função de transferência de primeira ordem na equação (2.71) e uma função de transferência de segunda ordem na equação (2.80).

O terceiro termo na equação (2.80) é similar ao terceiro termo na equação (2.71), a função de transferência original é multiplicada por uma função adicional. Aparentemente, o efeito de ter a capacidade de calor da parede do tubo em consideração é pequeno, apenas de um efeito de primeira-ordem adicional está presente na resposta da temperatura de saída do fluido para mudanças na temperatura do vapor.

2.3 Evaporadores e Separadores

Evaporadores e separadores de fase única são bastante semelhantes. Ambos trabalham no ponto de ebulição do líquido. A principal diferença é que, em evaporadores geralmente líquidos puros são evaporados enquanto em separadores geralmente um componente (leve) é separado dos outros componentes. Isto leva a diferença no comportamento dinâmico. Aqui este comportamento vai ser analisado para o caso geral em que o nível do líquido pode variar. Se o nível do líquido é constante, é apenas uma simplificação do primeiro caso.

2.3.1 Modelo do Evaporador

O objetivo do modelo do evaporador é o de determinar se as variações de carga são autocontroláveis como uma função das variáveis de projeto. Isto significa que a relação entre F_{in} e F_{out} tem de ser determinado[1].

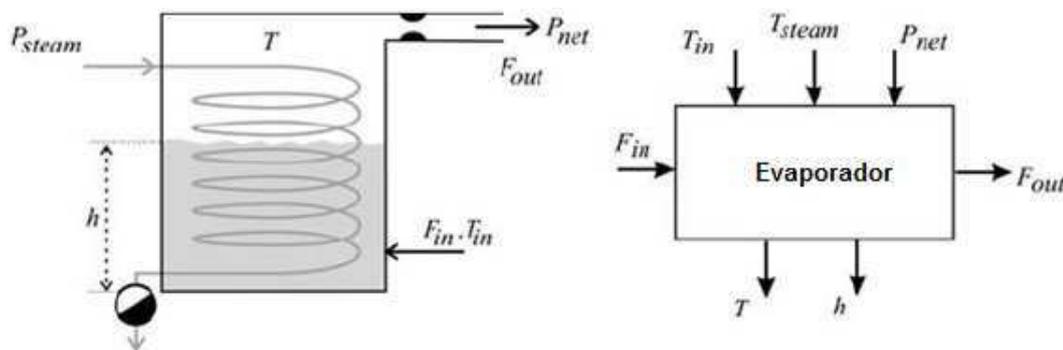


Figura 2.12: Evaporador com superfície de transferência de calor variável

O modelo é mostrado na Fig. 2.12. Neste modelo, o nível de detalhe foi restringido, porque só a faixa de frequência baixa das perturbações é de importância. As seguintes simplificações e suposições são feitas:

1. O líquido no tanque é idealmente misturado.
2. O equilíbrio líquido-vapor é instantâneo.
3. O vapor não troca calor com a bobina.
4. F_{out} depende da raiz quadrada da queda de pressão.
5. Na bobina a mesma temperatura existe em toda parte.
6. O efeito *boil-up* é ignorado.
7. Todas as capacidades de calor do equipamento podem ser ignoradas.
8. A massa de vapor pode ser ignorada em comparação com a massa do líquido.
9. Todas as propriedades físicas podem ser consideradas constantes na faixa de operação.
10. A área da secção transversal do recipiente é constante.

Os efeitos de alguns destes pressupostos podem ser difíceis de determinar. A capacidade de calor da bobina normalmente resultaria em uma pequena constante de tempo adicional. A capacidade da parede pode ser adicionada a capacidade do líquido. O ponto fraco desse modelo é o fato de que o efeito *boil-up* é ignorado. O volume das bolhas de vapor pode variar como uma função da pressão e temperatura. No

entanto, mesmo uma análise simplificada nos dá uma boa impressão de alguns dos efeitos dinâmicos que podem ocorrer.

Uma vez que o nível pode variar, um equilíbrio de massa é relevante e pode ser escrito como:

$$\frac{dM}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (2.81)$$

Por causa dos dois últimos pressupostos, o balanço de massa pode ser reescrito como:

$$\rho A_c \frac{dh}{dt} = F_{in} - F_{out} \quad (2.82)$$

onde ρ é a densidade do líquido, A_c a área da secção transversal do tanque, h o nível de líquido e F o fluxo de massa. Os subscritos 'in' e 'out' referem-se às condições de entrada e saída, respectivamente.

O balanço de energia pode ser escrito como:

$$\rho c_p A_c \frac{d(hT)}{dt} = c_p F_{in} T_{in} - c_p F_{out} T - F_{out} \Delta H + UA \frac{h}{h_{max}} (T_{steam} - T) \quad (2.83)$$

Em que T é a temperatura do líquido no tanque, c_p é o calor específico do líquido, h_{max} é a altura máxima da área de transferência de calor (parte superior do permutador de calor), T_{steam} é a temperatura de condensação do vapor, UA é o produto do coeficiente de transferência de calor e da área de transferência de calor e ΔH é o calor de vaporização. Se a capacidade de calor da parede não pode ser ignorada, a temperatura da parede, em vez de a temperatura do vapor deveria ser utilizada na equação (2.83) e um balanço de energia adicional para a parede seria necessário.

Equações adicionais são necessárias para completar a descrição do modelo. A primeira delas é a relação entre o fluxo de saída e a pressão, tendo em conta pressuposto quatro:

$$F_{out} = c_v \sqrt{P - P_{net}} \quad (2.84)$$

Uma vez que existe apenas um componente presente no tanque (líquido fervente puro), também existe uma relação entre a pressão no tanque e a temperatura do vapor (e líquido, o que é o mesmo). Essa relação pode ser bem descrita pela lei de Clausius-Clapeyron.

$$P = P_{ref} \exp \left(\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (2.85)$$

Agora, combinando as equações (2.82) e (2.83):

$$\rho c_p A_c h \frac{dT}{dt} = c_p F_{in} (T_{in} - T) - F_{out} \Delta H + UA \frac{h}{h_{max}} (T_{steam} - T) \quad (2.86)$$

O modelo consiste agora nas equações (2.82) e (2.84)-(2.86). O modelo comportamental está representado na Fig. 13. Como pode ser visto, o equilíbrio de massa afeta o equilíbrio de energia, devido à variação do nível, o equilíbrio de energia afeta a pressão através da equação de Clausius-Clapeyron, e uma mudança de pressão afeta o fluxo de saída, o que por sua vez afeta o equilíbrio de massa.

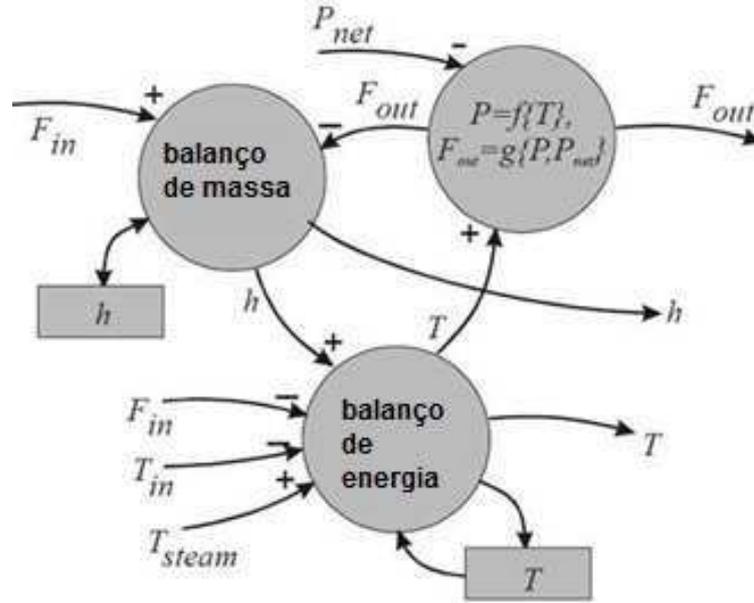


Figura 2.13: Modelo comportamental do evaporador com superfície de transferência de calor variável

Linearização e Transformada de Laplace

Linearização da equação (2.82) resulta em:

$$\rho A_c s \delta h = \delta F_{in} - \delta F_{out} \quad (2.87)$$

em que δ é uma variação em torno do valor de regime permanente.

Uma vez que estamos interessados apenas em mudanças de F_{out} como resultado de mudanças de F_{in} , mudanças nas entradas T_{steam} e T_{in} não serão consideradas. Linearização do balanço de energia, equação (2.86) resulta então em:

$$\left(\rho c_p A_c h_0 s + c_p F_{in0} + \frac{UA h_0}{h_{max}} \right) \delta T = -c_p (T_0 - T_{in0}) \delta F_{in} - \Delta H \delta F_{out} + \frac{UA}{h_{max}} (T_{steam0} - T_0) \delta h \quad (2.88)$$

onde o índice '0' refere-se ao regime permanente.

Linearização da equação (2.84), temos:

$$\delta F_{out} = \left(\frac{\partial (c_v \sqrt{P - P_{net}})}{\partial (P - P_{net})} \right) (\delta P - \delta P_{net}) \frac{\frac{1}{2} c_v}{\sqrt{P_0 - P_{net0}}} = \frac{1}{2} \frac{F_{out0}}{(P_0 - P_{net0})} (\delta P - \delta P_{net}) \quad (2.89)$$

Linearização da equação (2.85) nos dá:

$$\delta P = P_{ref} \frac{\partial}{\partial T} \left[\exp \left(\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right) \right] \delta T = \quad (2.90)$$

$$P_{ref} \exp \left(\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right) \frac{\partial}{\partial T} \left[\exp \left(\frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T} \right) \right) \right]_0 \delta T$$

Tomando $T_{ref} = T_0$ e $P_{ref} = P_0$, esta equação pode ser escrita como:

$$\delta P = P_0 \frac{\Delta H}{RT_0^2} \delta T \quad (2.91)$$

Exemplo: Usando esta equação pode ser facilmente calculado qual mudança no ponto de ebulição da água a $100^\circ C$ e 1015 mbar:

$$\delta P = P_0 \frac{\Delta H}{RT_0^2} \delta T = 1015[\text{mbar}] \frac{40.103[\text{J.mol}^{-1}]}{8.3[\text{J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}]373^2[\text{K}^2]} = 35[\text{mbar.K}^{-1}] \quad (2.92)$$

Quando a pressão do ar ao nível do mar muda com 35 mbar, o que não é raro, o ponto de ebulição muda cerca de 1 K.

A equação (2.89) pode ser combinada com a equação (2.91), resultando:

$$\delta F_{out} = \frac{1}{2} \frac{F_{out0}}{(P_0 - P_{net0})} \delta P = \frac{1}{2} F_{out0} \frac{P_0}{(P_0 - P_{net0})} \frac{\Delta H}{RT_0^2} \delta T = \beta \frac{F_{out0}}{T_0} \delta T \quad (2.93)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{P_0}{(P_0 - P_{net0})} \frac{\Delta H}{RT_0} \quad (2.94)$$

que é uma constante adimensional.

Derivação da função de transferência normalizada

No ponto de operação podemos escrever que $F_{in0} = F_{out0} = F_0$. O equilíbrio de massa pode então ser normalizado para:

$$\tau_1 s \frac{\delta h}{h_0} = \frac{\delta F_{in}}{F_0} - \frac{\delta F_{out}}{F_0} \quad \tau_1 = \frac{\rho A_c h_0}{F_0} \quad (2.95)$$

A constante de tempo τ_1 é o tempo de permanência no tanque na situação de regime permanente. A equação (2.88) pode ser reescrita com a ajuda da equação (2.93) para:

$$\left(\rho c_p A_c h_0 s + c_p F_0 + \beta \Delta H \frac{F_0}{T_0} + \frac{U A h_0}{h_{max}} \right) \delta T = -c_p (T_0 - T_{in0}) \delta F_{in} + \frac{U A}{h_{max}} (T_{steam0} - T_0) \delta h \quad (2.96)$$

Definindo a constante de tempo para o tempo total de aquecimento τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{\rho c_p A_c h_0}{c_p F_0 + \beta \Delta H \frac{F_0}{T_0} + \frac{U A h_0}{h_{max}}} \quad (2.97)$$

Então a equação (2.86) pode ser reescrita como:

$$(\tau_2 s + 1) \delta T = -\frac{\tau_2}{\tau_1} (T_0 - T_{in0}) \frac{\delta F_{in}}{F_0} + \tau_2 \frac{U A / h_{max}}{\rho c_p A_c h_0} (T_{steam0} - T_0) \delta h \quad (2.98)$$

Definindo o tempo de aquecimento do recipiente em relação ao tempo de aquecimento da bobina como:

$$\tau_3 = \frac{\rho c_p A_c h_0 T_0}{\frac{U A h_0}{h_{max}} (T_{steam0} - T_0)} \quad (2.99)$$

Então a equação (2.98) pode ser simplificada para:

$$(\tau_2 s + 1) \delta T = -\frac{\tau_2}{\tau_1} (T_0 - T_{in0}) \frac{\delta F_{in}}{F_0} + \frac{\tau_2}{\tau_3} T_0 \frac{\delta h}{h_0} \quad (2.100)$$

A substituição do balanço de massas e a equação para o fluxo de saída, finalmente, resulta em:

$$\left(\tau_1 (\tau_2 s + 1) + \frac{\tau_2}{\tau_3} \beta \right) \frac{\delta T}{T_0} = \left(-\tau_2 \frac{(T_0 - T_{in0})}{T_0} s + \frac{\tau_2}{\tau_3} \right) \frac{\delta F_{in}}{F_0} \quad (2.101)$$

A função de transferência se torna:

$$\frac{\delta T}{\delta F_{in}} = \frac{T_0}{F_0} \frac{-\tau_2 s \frac{(T_0 - T_{in0})}{T_0} + \frac{\tau_2}{\tau_3}}{\tau_1 s (\tau_2 s + 1) + \frac{\tau_2}{\tau_3} \beta} = \frac{T_0}{F_0} \frac{-\tau_3 s \frac{(T_0 - T_{in0})}{T_0} + 1}{\tau_1 \tau_3 s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2} s + \beta} \quad (2.102)$$

A função de transferência desejada pode ser obtida substituindo a equação para o fluxo de saída novamente:

$$\frac{\delta F_{out}}{\delta F_{in}} = \frac{-\tau_3 s \frac{(T_0 - T_{in0})}{T_0} + 1}{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta} s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} s + 1} \quad (2.103)$$

Análise da Resposta

A resposta inicial e comportamento em regime permanente são interessantes no caso de uma mudança na forma de um degrau no fluxo de entrada. Para uma mudança de unidade no fluxo de entrada $\delta F_{in} = 1/s$. O comportamento inicial torna-se então:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{dF_{out}}{dt} \right) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left[s^2 \left[\frac{-(T_0 - T_{in0})/T_0 \tau_3 s + 1}{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta} s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} s + 1} \right] \frac{1}{s} \right] = \frac{-\beta(T_0 - T_{in0})/T_0}{\tau_1} \quad (2.104)$$

Quando $T_0 > T_{in0}$, a resposta é inicialmente negativa, uma vez que menos calor está disponível para evaporação. Devido à pressão decrescente, a temperatura do ponto de ebulição irá diminuir. Em um aumento no fluxo de entrada, o fluxo de vapor de saída, portanto, irá inicialmente diminuir.

O comportamento do regime permanente para $t \rightarrow \infty$ torna-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\delta F_{out}) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \left[\frac{-(T_0 - T_{in0})/T_0 \tau_3 s + 1}{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta} s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} s + 1} \right] \cdot \frac{1}{s} \right] = 1 \quad (2.105)$$

Para uma mudança degrau no fluxo de entrada, o fluxo de saída, eventualmente, tornar-se igual ao fluxo de entrada.

Comportamento Geral

No regime permanente, o fluxo de saída torna-se igual ao fluxo de entrada. A pergunta que poderíamos fazer é: o sistema é estável e como é que o fluxo de saída vai para o seu valor de regime permanente? Para investigar isso, o denominador da equação (2.103) precisa ser analisado. O denominador normalizado pode ser escrito como a equação básica para um sistema de segunda ordem:

$$denominador = \frac{\tau_1 \tau_3}{\beta} s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} s + 1 = \tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1 \quad (2.106)$$

Uma constante de tempo τ e um coeficiente de amortecimento ζ podem ser definidos:

$$\tau = \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta}}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} / \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta}} = \frac{1}{2\tau_2} \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta}} \quad (2.107)$$

Para compreender o mecanismo da resposta, o coeficiente de amortecimento tem de ser expresso nas variáveis de projeto:

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{c_p F_0 + \Delta H \beta \frac{F_0}{T_0} + \frac{UA h_0}{h_{max}}}{\rho c_p A_c h_0} \sqrt{\frac{1}{\beta} \frac{\rho A_c h_0}{F_0} \frac{\rho c_p A_c h_0 T_0}{\frac{UA h_0}{h_{max}} (T_{steam0} - T_0)}} = \frac{1}{2} \frac{c_p F_0 + \Delta H \beta \frac{F_0}{T_0} + \frac{UA h_0}{h_{max}}}{\sqrt{\beta c_p \frac{F_0}{T_0} \frac{UA h_0}{h_{max}} (T_{steam0} - T_0)}} \quad (2.108)$$

O denominador é o resultado de dois balanços interagindo: o balanço de energia e o balanço de massa. Esta interação é um resultado da superfície de transferência de calor que muda. Se a superfície de transferência de calor é constante (controle de nível), a interação é eliminada. Se o coeficiente de amortecimento $0 < \zeta < 1$, a interação resulta em oscilação. Se o fluxo de entrada aumenta, o nível irá aumentar tanto que o fluxo de saída irá exceder o fluxo de entrada. O nível irá oscilar por algum tempo até um novo valor de regime permanente ser atingido. Se o coeficiente de amortecimento $\zeta > 1$, o nível irá aproximar-se progressivamente de um novo valor de regime permanente. As únicas variáveis de projeto são UA/h_{max} e o parâmetro de saída $\beta = (T_0/F_{out0})(\partial F_{out}/\partial T)$. Normalmente, o último termo no numerador da equação (2.108) é muito maior do que os outros dois termos. Isto significa que para um aumento de β o amortecimento diminui. Se UA/h_{max} aumenta, no entanto o amortecimento irá aumentar, uma vez que o efeito de UA/h_{max} no numerador é mais forte do que no denominador.

Exemplo de Algumas Respostas

Para visualizar algumas respostas, os seguintes parâmetros são assumidos: $\tau_1 = 2.5min$, $\tau_2 = 1.25min$ (assumindo que o efeito das alterações em β sobre τ_2 podem ser desprezadas), $\tau_3 = 5min$, $(T_0 - T_{in0})/T_0 = 0.4$ e $\beta = 5, 15$ e 25 . As respostas são mostradas na Fig. 14.

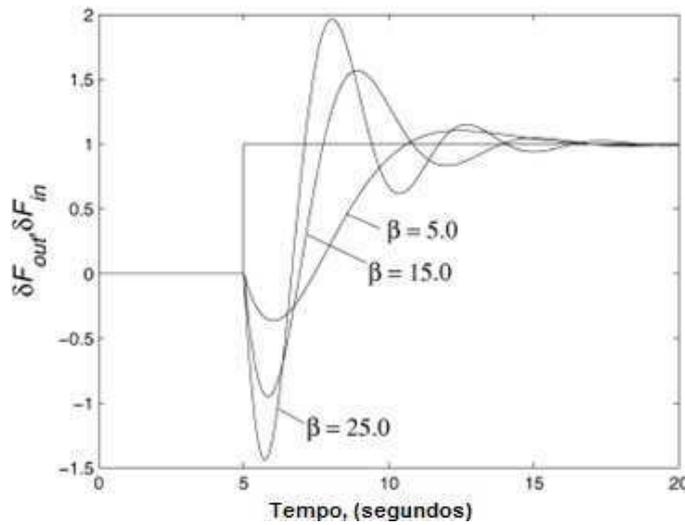


Figura 2.14: Resposta de δF_{out} para um degrau aplicado em δF_{in} para diferentes valores de β

Podemos claramente ver que, quando o valor de β aumenta, a resposta recebe um caráter inverso inicialmente e começa a oscilar. A forma da resposta depende fortemente os valores dos parâmetros (τ e β).

Fisicamente este fenômeno pode ser explicado como a seguir. Uma vez que a temperatura de entrada é menor do que a temperatura no tanque, um aumento no fluxo de entrada, vai levar a uma diminuição na temperatura. No entanto, o aumento do fluxo de entrada, eventualmente, leva a um aumento do fluxo de saída uma vez que um novo equilíbrio será encontrado e o fluxo de saída será igual novamente ao fluxo de entrada aumentado. Isto significa que a temperatura aumentará, bem como o nível. Além disso, a pressão vai aumentar, resultando no aumento do fluxo de vapor de saída. O comportamento oscilatório é o resultado da interação entre o balanço de massa e balanço energético.

Para a maioria dos evaporadores industriais, τ_2 é pequena em comparação com τ_1 , daí a resposta de F_{out} para F_{in} vai abordar uma resposta de primeira ordem, no entanto, em evaporadores de pequena escala, a situação pode ser diferente e τ_2 pode ser significativo em comparação com τ_1 .

2.3.2 Separação de Sistemas Multifases

Quando mais de um componente está presente na mistura líquida, os componentes podem ser separados, uma vez que eles têm diferentes volatilidades relativas. Vamos assumir que uma mistura binária é separada, como mostrado na Fig. 2.15 [1].

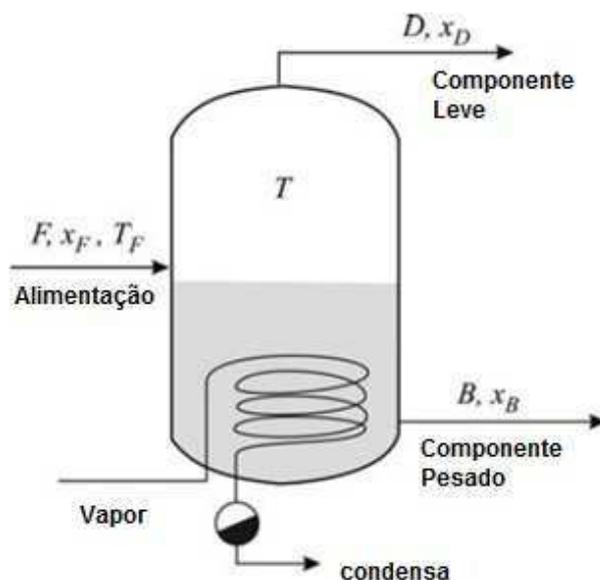


Figura 2.15: Separação de mistura binária

O componente leve vai sair do separador por cima com uma concentração x_D , a concentração do componente leve(mais volátil) no fluxo do fundo é x_B . Os fluxos de alimentação, parte superior e inferior são F , D e B , respectivamente. A temperatura de alimentação T_F pode ser diferente da temperatura T do recipiente.

Assim, para não complicar muito o modelo, os seguintes pressupostos serão assumidos:

- A massa de vapor pode ser ignorada em comparação com a massa líquida.
- O líquido é idealmente misturado.
- A densidade, o calor de vaporização e o calor específico podem ser assumidos independentes da temperatura e composição.

- Há uma relação fixa entre a concentração do componente leve na fase de vapor e na fase líquida: $x_D = f(x_B, T)$.
- As capacidades de calor da parede e da bobina pode ser ignorada em comparação com a capacidade de calor do líquido.
- As perdas de calor podem ser ignorados.
- A bobina de aquecimento é sempre coberta pelo líquido.
- Para realizar o pressuposto anterior , o nível é idealmente controlado através da manipulação do fluxo de saída B.
- O calor da mistura pode ser ignorado.

O diagrama do separador é mostrado na Fig. 2.16:

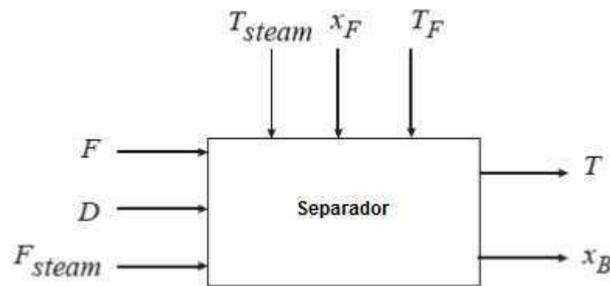


Figura 2.16: Diagrama do separador

Como pode ser visto, presume-se que a temperatura do vapor (ou pressão) e das condições de alimentação (composição e temperatura) são assumidos como sendo as variáveis de perturbação.

Modelo do Separador

O modelo para o separador consiste na massa, componentes , energia de equilíbrio e equações adicionais. Devido ao controle do nível ideal, o balanço de massa pode ser escrita como:

$$F - D - B = 0 \quad (2.109)$$

em que F , D e B são os fluxos molares de alimentação, superior e inferior, respectivamente (mol/s). O equilíbrio de componente para o componente leve é:

$$\rho_L A_c h \frac{dx_B}{dt} = F x_F - D x_D - B x_B \quad (2.110)$$

em que x é a concentração do componente leve, ρ_L = densidade (mol/m³), A_c = área da secção transversal do recipiente (m²) e h representa o nível do líquido (m).

O balanço de energia para este caso pode ser escrito como:

$$\rho_L c_p A_c h \frac{dT}{dt} = F c_p T_F - B c_p T - D (c_p T + \Delta H) + UA(T_{steam} - T) \quad (2.111)$$

em que c_p é o calor específico do líquido (J/mol.K) , ΔH o calor de vaporização (J/mol), e UA o produto do coeficiente de transferência de calor e da área de transferência de calor (J/K.s).

O lado esquerdo da equação representa a mudança na energia do líquido, o primeiro termo do lado direito representa o calor sensível que entra no reator com o fluxo de alimentação, o segundo termo é o calor sensível saindo do reator com o fluxo de fundo, o terceiro termo é o calor sensível saindo do reator com o fluxo superior, e o quarto termo é o calor transferido do vapor para o líquido. Devido à suposição de que a capacidade de calor da parede pode ser ignorada, o último termo contém a temperatura do vapor, em vez da temperatura da bobina.

A equação (2.110) pode, após combinação com o balanço de massa, ser escrita como:

$$\rho_L A_c h \frac{dx_B}{dt} = F(x_F - x_B) - D(x_D - x_B) \quad (2.112)$$

Similarmente, o balanço de energia 2.111:

$$\rho_L c_p A_c h \frac{dT}{dt} = F c_p (T_F - T) - D \Delta H + U A (T_{steam} - T) \quad (2.113)$$

Uma vez que existe uma relação de equilíbrio entre x_D , x_B e T podemos escrever:

$$x_D = f(x_B, T) \quad (2.114)$$

O modelo comportamental para este conjunto de equações é mostrado na Fig. 2.17.

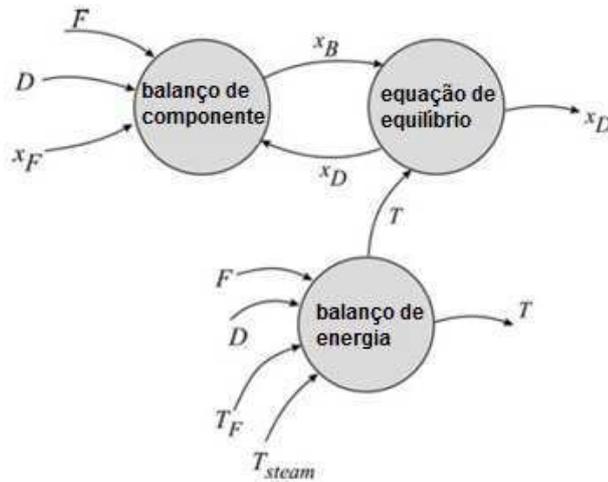


Figura 2.17: Modelo comportamental do separador

Análise do Modelo

É possível analisar várias situações em que variáveis de perturbação mudam. Poderíamos, por exemplo, analisar a mudança na composição do fundo, como resultado de uma alteração no fluxo de alimentação. Se supormos que não há mudanças na alimentação e na temperatura do vapor e no fundo e fluxo de destilado, como é que a composição do fundo x_B responderia para as mudanças na alimentação? Para analisar isso, o modelo será linearizado com a condição de que $\delta T_{steam} = \delta T_F = \delta x_F = 0$.

Linearização do balanço de massa, equação (2.109):

$$\delta F - \delta D - \delta B = 0 \quad (2.115)$$

Linearização do balanço de componentes, equação (2.112):

$$(\rho_L A_c h_0 s + B_0) \delta x_B = (x_{F0} - x_{B0}) \delta F - D_0 \delta x_D - (x_{D0} - x_{B0}) \delta D \quad (2.116)$$

Linearização do balanço de energia, equação (2.113):

$$(\rho_L c_p A_c h_0 s + F_0 c_p + UA) \delta T = c_p (T_{F0} - T_0) \delta F - \Delta H \delta D \quad (2.117)$$

Linearização da equação (2.114):

$$\delta x_D = \beta \delta x_B + \gamma \delta T \quad (2.118)$$

$$\kappa = \left(\frac{\partial f}{\partial x_B} \right), \quad \lambda = \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)$$

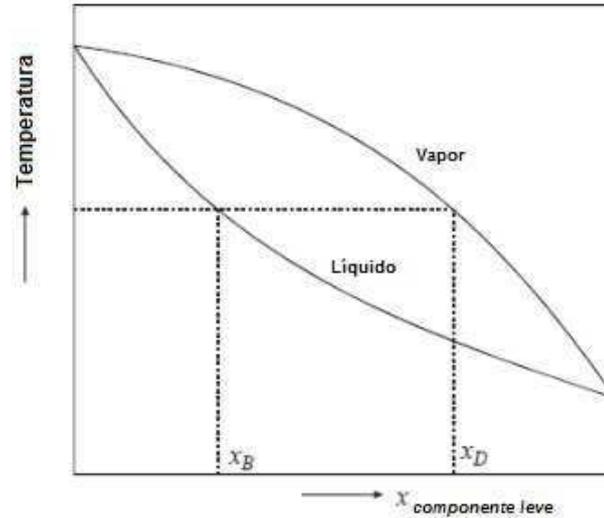


Figura 2.18: Curvas de equilíbrio isobárico vapor-líquido

Curvas típicas de equilíbrio líquido-vapor a pressão constante são mostrados na Fig. 2.18. Como pode ser visto, $\kappa > 0$ e $\lambda < 0$. Isto pode ser facilmente explicado: quando a concentração de um componente no líquido aumenta, a sua concentração no vapor também aumentará, por conseguinte, κ é positivo. A Fig. 2.18 mostra que, se a temperatura aumenta, x_D diminui, assim λ é negativo.

Derivação da Função de Transferência

Para investigar como a concentração de fundo muda, como resultado de uma mudança no fluxo de alimentação F , o balanço de componentes, equação (2.116), é combinado com a equação (2.118) para dar:

$$\delta x_B = \frac{\tau_c / M_0}{\tau_c s + 1} [(x_{F0} - x_{B0}) \delta F - \lambda D_0 \delta T - (x_{D0} - x_{B0}) \delta D] \quad (2.119)$$

$$\tau_c = \frac{M_0}{B_0 + \kappa D_0}$$

$$M_0 = \rho_L A_c h_0$$

O balanço de energia, equação (2.117), pode ser escrito:

$$\delta T = \frac{\tau_T/c_p M_0}{\tau_T s + 1} [c_p(T_{F0} - T_0)\delta F - \Delta H \delta D]$$

$$\tau_T = \frac{c_p M_0}{F_0 c_p + UA} \quad (2.120)$$

Combinando as equações (2.119) e (2.120) resulta em:

$$\delta x_B = \frac{\tau_c M_0}{\tau_c s + 1} \left(x_{F0} - x_{B0} - \frac{\tau_T(T_{F0} - T_0)\lambda D_0}{M_0(\tau_T s + 1)} \right) \delta F - \frac{\tau_c M_0}{\tau_c s + 1} \left(x_{D0} - x_{B0} - \frac{\tau_T \Delta H \lambda D_0}{c_p M_0(\tau_T s + 1)} \right) \delta D \quad (2.121)$$

A resposta de x_B a alterações na alimentação F pode ser facilmente obtida a partir da equação (2.121).

Para se ter uma ideia mais clara, ela é reescrita com a seguinte equação:

$$\frac{\delta x_B}{\delta F} = \frac{\tau_c [\tau_T M_0(x_{F0} - x_{B0})s + M_0(x_{F0} - x_{B0}) - \tau_T(T_{F0} - T_0)\lambda D_0]}{(\tau_c s + 1)(\tau_T s + 1)} = K \frac{\tau s + 1}{(\tau_c s + 1)(\tau_T s + 1)} \quad (2.122)$$

A resposta global de x_B a mudanças em F depende do sinal do termo $M_0(x_{F0} - x_{B0}) - \tau_T(T_{F0} - T_0)\lambda D_0$. Se $T_{F0} - T_0 > 0$ então o termo é positivo e a resposta de x_B a mudanças na F será uma pseudo-primeira-ordem, uma vez que τ é positivo. Se, no entanto, $T_{F0} - T_0 < 0$, o termo pode se tornar negativo, consequentemente τ se tornaria negativo, resultando em uma resposta inversa. A figura 2.19 mostra algumas respostas para $\tau_C = \tau_T = 2$, $K = 1$ e $\tau = 1, 0, -1, -2$.

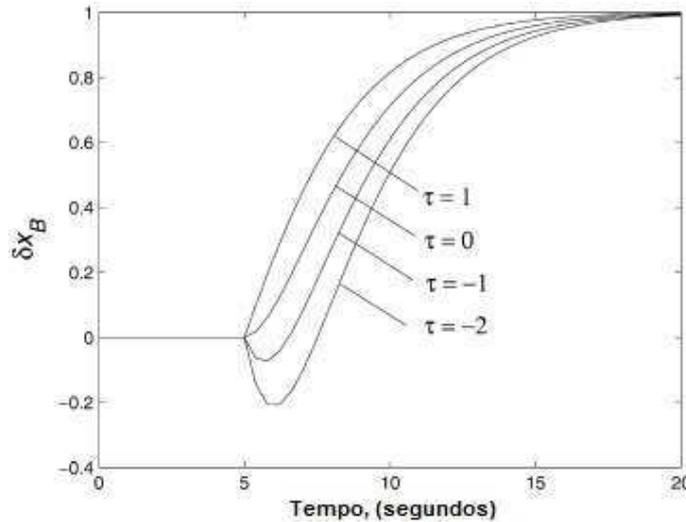


Figura 2.19: Mudanças na concentração de fundo para mudanças na alimentação, de acordo com equação (2.122), para diferentes valores de τ

Como pode ser visto, a resposta cada vez mais recebe um carácter inverso quando a constante de tempo τ torna-se mais negativa.

No caso hipotético em que $\tau_T(T_{F0} - T_0)\lambda D_0 = M_0(x_{F0} - x_{B0})$, a concentração de fundo só mostra uma resposta dinâmica, no entanto, não há impacto estático de mudanças de alimentação na concentração de

fundo. A função de transferência do processo pode agora ser escrita como:

$$\frac{\delta x_B}{\delta F} = \frac{Ks}{(\tau_c s + 1)(\tau_T s + 1)} \quad (2.123)$$

A resposta é mostrada na Fig. 2.20, para um valor de $\tau_C = 2$, $\tau_T = 2$ e $K = 1$. É óbvio que, para diferentes valores de K , respostas com uma altura de pico diferente serão obtidas.

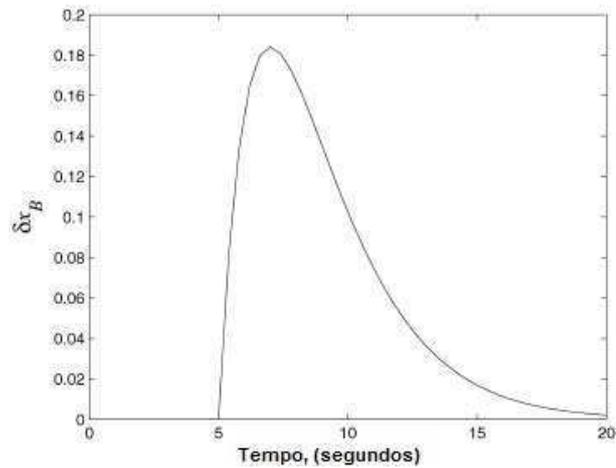


Figura 2.20: Mudanças na concentração de fundo para mudanças na alimentação, de acordo com equação (2.123)

3 | Simulação

A partir dos modelos desenvolvidos anteriormente foi possível a implementação das funções de transferência, que representam a dinâmica dos processos, em código do MatLab. Desta maneira foi possível obter as respostas dos sistemas a mudanças na entrada.

3.1 Modelos Simulados

3.1.1 Reator Tubular

Aqui foi simulada a equação (2.22) novamente apresentada como equação (3.1).

$$\frac{\delta C_B(L, s)}{\delta C_A(0, s)} = \frac{\delta C_{B,out}}{\delta C_{A,in}} = \frac{k_1}{k_1 + k_2} (e^{-k_2\tau_R} - e^{-k_1\tau_R}) e^{-s\tau_R} \quad (3.1)$$

Reações Consecutivas

Como discutido anteriormente, a equação (3.1) mostra a concentração de saída do componente de interesse, componente B , em razão ao componente de entrada, A . Os seguintes parâmetros foram utilizados:

Tabela 3.1: Parâmetros Reator Tubular

Constante de Velocidade - k_1	0,2
Constante de Velocidade - k_2	0,01
Comprimento Reator - L	10 m
Velocidade do Fluido - v	1 m/s

Resultando na função:

$$\frac{\delta C_{B,out}}{\delta C_{A,in}} = 0,7329e^{-10s} \quad (3.2)$$

A resposta ao degrau de entrada do componente A é mostrada na figura abaixo:

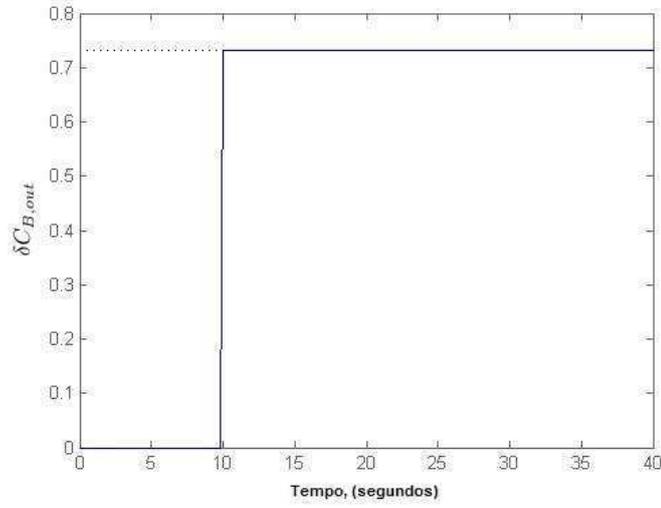


Figura 3.1: Resposta da concentração do componente B para um degrau no componente de entrada, A

Como era esperado, podemos ver que a resposta consiste em um ganho e um atraso no tempo.

3.1.2 Trocador do Tipo Bobina de Aquecimento

$$\delta T = \frac{K_1 K_4}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta T_s + \frac{K_2(\tau_w s + 1)}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta T_{in} - \frac{K_3(\tau_w s + 1)}{(\tau_T s + 1)(\tau_w s + 1) - K_1 K_5} \delta F \quad (3.3)$$

A equação (3.3) se refere a equação (2.51), nela podemos obter a resposta para mudanças na temperatura de vapor, na temperatura de entrada e no fluxo. Foram definidos os seguintes valores para simulação:

Tabela 3.2: Parâmetros Bobina de Aquecimento

Densidade do Fluido - ρ	1000 kg/m^3
Volume do Fluido no Tanque - V	0,015 m^3
Fluxo em Regime Permanente - F_0	0,001 m^3/s
Calor Específico do Fluido - c_p	4190 $J/kg.K$
Massa dos Tubos por Unidade de Comprimento - M_w	5 kg/m
Calor Específico da Parede - c_w	390 $J/kg.K$
Coefficiente de Transferência de Calor da Bobina do Lado de Fora da Bobina - α_o	20 W/m^2K
Área de Transferência de Calor do Lado de Fora da Bobina - A_o	7 m^2
Coefficiente de Transferência de Calor da Bobina do Lado de Dentro da Bobina - α_i	25 W/m^2K
Área de Transferência de Calor do Lado de Dentro da Bobina - A_i	6.6 m^2
Temperatura de Entrada em Regime Permanente - T_{in0}	300 K
Temperatura em Regime Permanente - T_0	373 K

Com os valores da tabela 3.2 as funções de transferência são:

$$\frac{\delta T}{\delta T_s} = \frac{0,01749}{92,8s^2 + 20,91s + 0,9852}; \quad \frac{\delta T}{\delta T_{in}} = \frac{6,187s + 0,9677}{92,8s^2 + 20,91s + 0,9852}; \quad \frac{\delta T}{\delta T_F} = \frac{451600s + 70640}{92,8s^2 + 20,91s + 0,9852} \quad (3.4)$$

As respostas obtidas são mostradas abaixo.

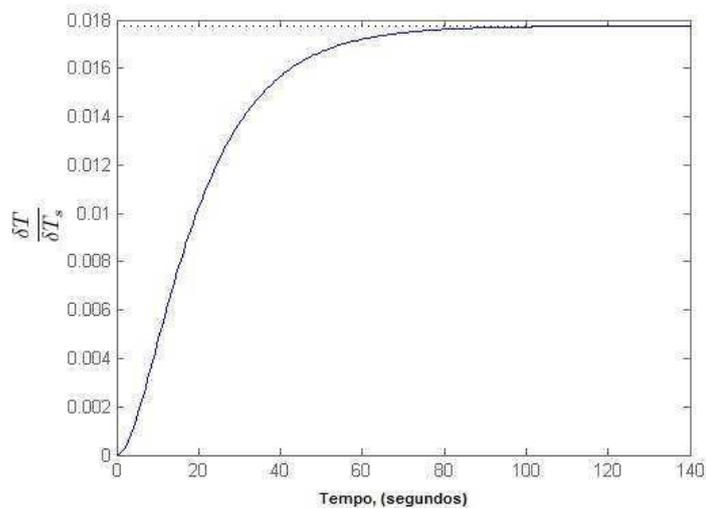


Figura 3.2: Resposta para um degrau na temperatura de vapor

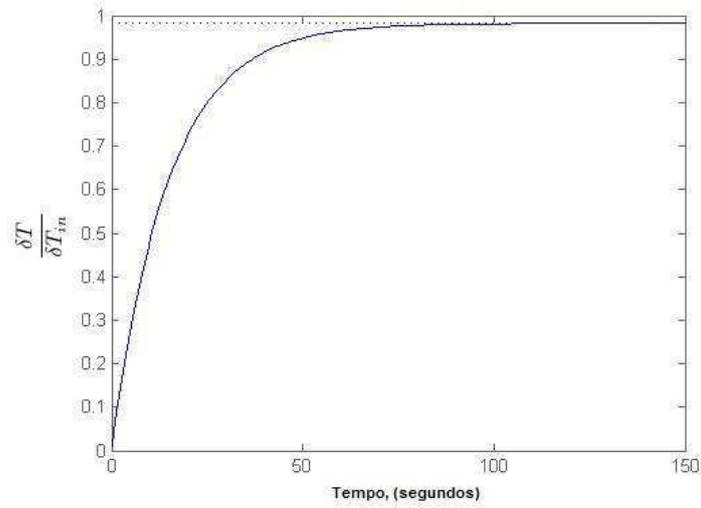


Figura 3.3: Resposta para um degrau na temperatura de entrada

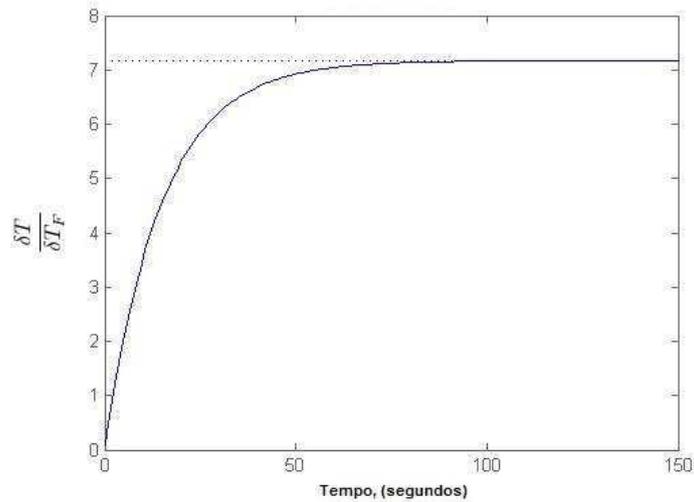


Figura 3.4: Resposta para um degrau no fluxo

Como são mostradas nas figuras acima, para mudanças na temperatura do vapor δT_s é obtida uma resposta de segunda ordem, a resposta a mudanças em δT_{in} e δF são respostas de pseudo-primeira ordem.

3.1.3 Trocador de Casco e Tubo

Para o trocador de calor de casco e tubo foi simulada a equação (2.80) que leva em conta a capacidade térmica da parede do tubo, a mesma é mostrada a seguir:

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta T_{in}} \approx \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R}$$

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta T_s} \approx \frac{1}{1 + s(\tau_f + \tau_{ws} + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1}\tau_f) + s^2\tau_{ws}\tau_f} \left(1 - \frac{T_{s0} - T_{out0}}{T_{s0} - T_{in0}} e^{-s\tau_R} \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{\delta T_{out}}{\delta v/v_0} \approx -\frac{1}{\tau_f} \frac{1 + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1} + s\tau_{ws}}{1 + \tau_{ws}\tau_{wf}^{-1}(1 + \tau_{ws}\tau_f^{-1}) + s\tau_{ws}} (T_{s0} - T_{out0}) \frac{1 - e^{-s\tau_R}}{s}$$

Para esta simulação os valores da tabela abaixo foram utilizados.

Tabela 3.3: Parâmetros Casco e Tubo

Área de Transferência de Calor por Unidade de Comprimento no Lado do Fluido - A_f	10 m
Área de Transferência de Calor por Unidade de Comprimento no Lado do Vapor - A_s	9 m
Calor Específico da Parede - c_w	390 J/kg.K
Massa dos Tubos por Unidade de Comprimento - M_w	5 kg/m
Coefficiente de Transferência de Calor do Lado do Vapor - α_s	25 W/m ² K
Coefficiente de Transferência de Calor do Lado do Fluido - α_f	20 W/m ² K
Massa do Líquido por Unidade de Comprimento - M_f	1000 kg/m
Fluxo de Massa do Fluido - F	1000 kg/s
Calor Específico do Fluido - c_p	4190 J/kg.K
Comprimento Percorrido - L	12 m
Temperatura do Vapor em Regime Permanente - T_{s0}	380 K
Temperatura de Entrada do Fluido em Regime Permanente - T_{in0}	250 K
Temperatura de Saída do Fluido em Regime Permanente - T_{out0}	330 K

As figuras 3.5-3.7 mostram as respostas ao degrau das funções de transferência.

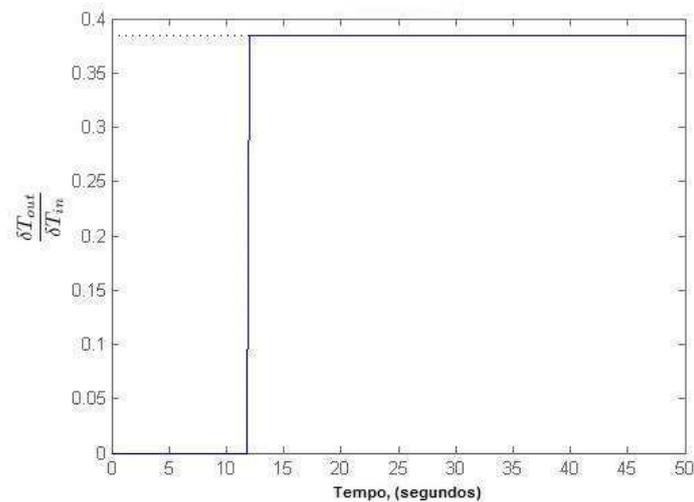


Figura 3.5: Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado na entrada

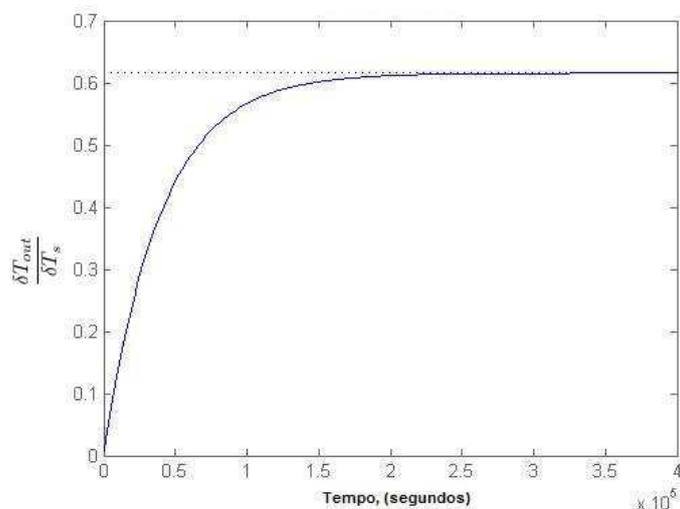


Figura 3.6: Temperatura de saída do fluido para um degrau de temperatura aplicado no vapor

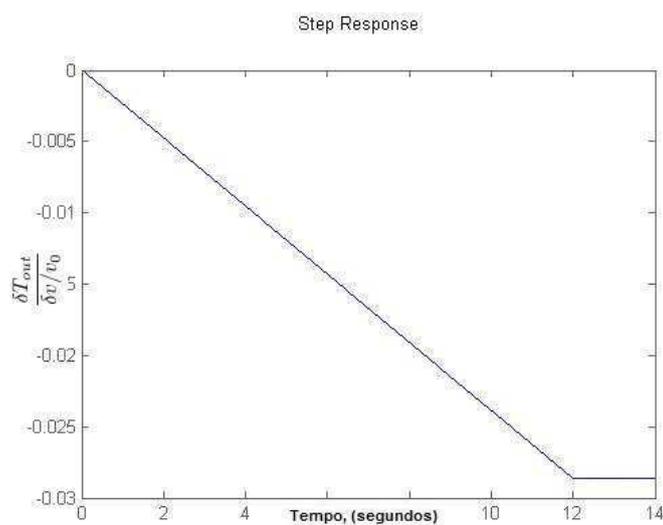


Figura 3.7: Temperatura de saída do fluido para um degrau na velocidade do fluido

As figuras mostram as respostas ao degrau das funções de transferência. Como pode ser visto a partir da figura 3.5, o modelo de saída entre as mudanças de temperatura do fluido e as mudanças de temperatura de entrada do fluido é um atraso de 12 segundos no tempo.

O modelo entre a mudança da temperatura de saída do fluido e a mudança na temperatura do vapor é inicialmente uma resposta de primeira ordem. Mediante um aumento da temperatura do vapor, a temperatura do fluido começa a aumentar ao longo de todo o comprimento do tubo. Após o tempo de permanência, no entanto, o novo fluido que entra no tubo foi apenas exposto à nova temperatura de vapor; conseqüentemente, a temperatura de saída do fluido permanece constante.

A função de transferência entre a temperatura de saída do fluido e as mudanças na velocidade do fluido pode ser considerada como um integrador com a diferença entre uma resposta imediata e a atrasada. A integração dura 12 segundos.

3.1.4 Evaporador

O modelo do evaporador foi mostrado na equação (2.103), representada abaixo:

$$\frac{\delta F_{out}}{\delta F_{in}} = \frac{-\tau_3 s \frac{(T_0 - T_{in0})}{T_0} + 1}{\frac{\tau_1 \tau_3}{\beta} s^2 + \frac{\tau_1 \tau_3}{\tau_2 \beta} s + 1} \quad (3.6)$$

A tabela seguinte foi utilizada para o cálculo das constantes:

Tabela 3.4: Parâmetros Evaporador

Densidade do Líquido - ρ	1000 kg/m^3
Área de Seção Transversal do Tanque - A_c	0,25 π m^2
Calor Específico do Fluido - c_p	4190 $J/kg.K$
Altura Máxima da Área de Transferência de Calor - h_{max}	1 m
Altura em Regime Permanente - h_0	0,5 m
Coefficiente de Transferência de Calor - U	600 $W/m^2.K$
Área de Transferência de Calor - A	15 m^2
calor de vaporização - DH	40,103 J/mol
Fluxo de Massa em Regime Permanente - F_0	3 kg/s
Temperatura em Regime Permanente - T_0	273 K
Constante Universal dos Gases Perfeitos - R	8,31 $m^3.Pa/K.mol$
Temperatura de Entrada em Regime Permanente - T_{in0}	250 K

Com os parâmetros da tabela acima, a função de transferência, equação (3.6), é:

$$\frac{\delta F_{out}}{\delta F_{in}} = \frac{-66,22s + 1}{3810s^2 + 39,55s + 1} \quad (3.7)$$

Assim, a resposta ao degrau é:

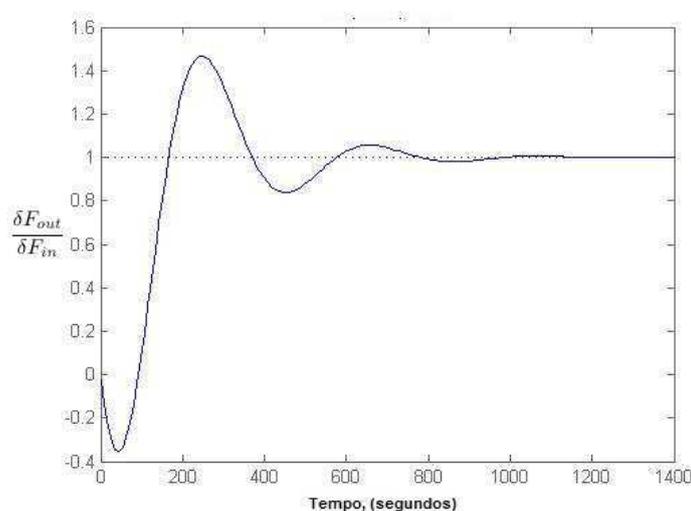


Figura 3.8: Fluxo de saída para um degrau no fluxo de entrada do Evaporador

Vemos da figura 3.8 que como coeficiente de amortecimento(ζ), do denominador da equação (3.7), é $0 < \zeta < 1$, assim a interação resulta em oscilação. Se o fluxo de entrada aumenta, o nível irá aumentar tanto que o fluxo de saída irá exceder o fluxo de entrada. O nível irá oscilar por algum tempo até um novo valor de regime permanente ser atingido

3.1.5 Separador

Para o separador obtemos a função de transferência, equação (2.122), que representa como a concentração responde a uma mudança no fluxo de alimentação. A função é mais uma vez apresentada a seguir:

$$\frac{\delta x_B}{\delta F} = \frac{\tau_c[\tau_T M_0(x_{F0} - x_{B0})_S + M_0(x_{F0} - x_{B0}) - \tau_T(T_{F0} - T_0)\lambda D_0]}{(\tau_c s + 1)(\tau_T s + 1)} = K \frac{\tau s + 1}{(\tau_c s + 1)(\tau_T s + 1)} \quad (3.8)$$

Os parâmetros simulados foram definidos de acordo com a tabela 3.4.

Tabela 3.5: Parâmetros Separador

K	1
κ	2
Área de Seção Transversal do Tanque - A_c	$0,25\pi \text{ m}^2$
Calor Específico do Fluido - c_p	4190 J/kg.K
Densidade - ρ_L	5556 mol/m^3
Nível do líquido em Regime Permanente - h_0	1 m
Coefficiente de Transferência de Calor - U	$600 \text{ W/m}^2\text{K}$
Área de Transferência de Calor - A	15 m^2
calor de vaporização - DH	$40,103 \text{ J/mol}$
Fluxo Molar de Alimentação - F_0	2000 mol/s
Fluxo Molar de Alimentação Superior - D_0	700 mol/s
Fluxo Molar de Alimentação Inferior - B_0	700 mol/s

Então a equação (3.8) se torna:

$$\frac{\delta x_B}{\delta F} = \frac{-s + 1}{4,529s^2 + 4,257s + 1} \quad (3.9)$$

Desta maneira, a simulação da equação (3.9) nos dá a figura 3.9.

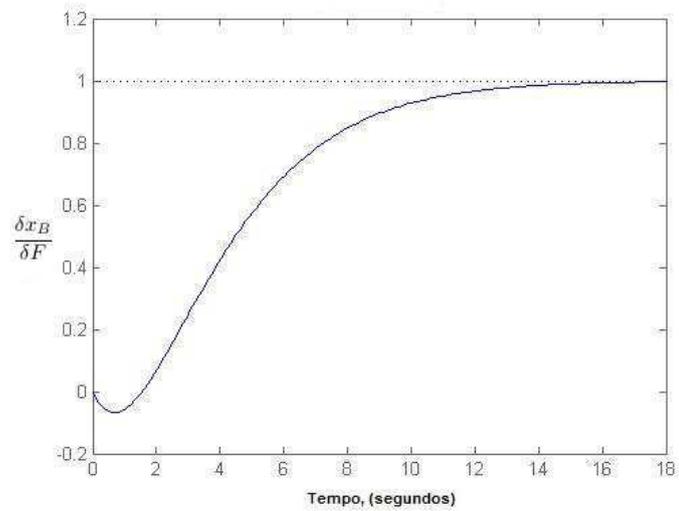


Figura 3.9: Mudança na concentração de fundo para um degrau na alimentação

A resposta de x_B a mudanças em F depende do sinal do termo $M_0(x_{F0} - x_{B0}) - \tau_T(T_{F0} - T_0)\gamma D_0$. Como $T_{F0} - T_0 < 0$, o termo é negativo, conseqüentemente τ é negativo, resultando em uma resposta inversa.

3.2 Tecnologia OPC

Após a simulação foi feito com que as variáveis de entrada e de saída dos modelos fossem ligadas a um servidor OPC possibilitando assim conectar equipamentos de controle, como por exemplo um PLC e aplicar estratégias de controle como se fosse um processo real.

3.2.1 Definição

OLE for Process Control (OPC) foi desenvolvido para conectar softwares baseados em Windows e hardware de controle[4]. O padrão define métodos consistentes que acessam os dados de dispositivos não importando o seu tipo, fabricante ou versão. Assim permitindo que o desenvolvimento de um software não precise se preocupar com o hardware a que ele vai se conectar. Assim o programa pode ser escrito apenas uma vez e depois ser reutilizado em diversas aplicações.

Uma vez que um servidor OPC é criado para um dispositivo em particular, ele pode ser conectado por qualquer aplicação que seja capaz de se conectar com este dispositivo como um cliente OPC. Estes servidores usam a tecnologia OLE da Microsoft que é baseada na COM (tecnologia que permite a comunicação entre softwares variados) para se conectar com os clientes. A tecnologia COM permite um padrão de troca de informação em tempo real entre as aplicações entre o software e o hardware que controla o processo a ser monitorado.

Neste trabalho foi utilizado o OPC Toolbox disponível pelo software MatLab/Simulink. Através desse Toolbox foi criado um cliente OPC que se conecta a um servidor local no computador que, desta maneira, tem acesso aos dados.

3.2.2 Configurações do OPC Toolbox

Primeiramente para a utilização desta ferramenta foi instalado o Matrikon OPC Simulation Server que possibilita a simulação de um servidor OPC local no computador. O download deste software é gratuito e pode ser feito no site da Matrikon OPC[5].

No ambiente Simulink do MatLab podemos acessar a biblioteca OPC Toolbox. Nela encontramos os blocos OPC Configuration, OPC Read e OPC Write que foram utilizados nas simulações. A figura 3.10 mostra a simulação do Evaporador utilizando a tecnologia OPC para os dados da entrada do sistema.

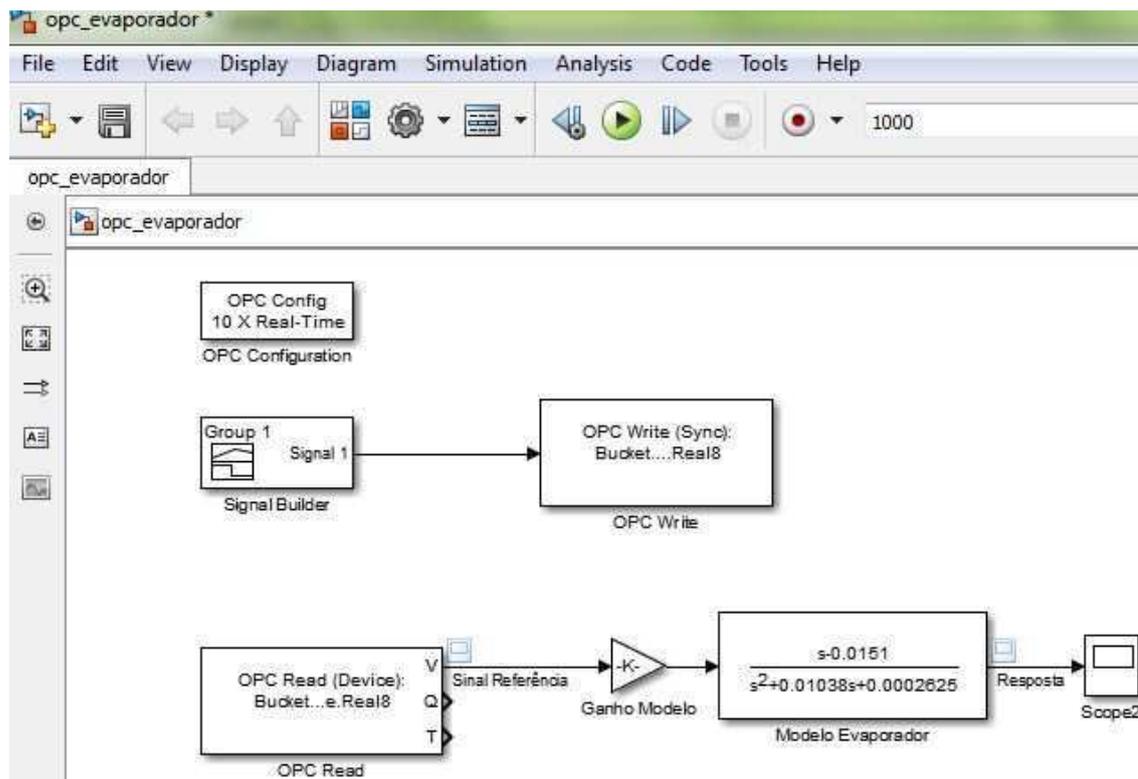


Figura 3.10: Aplicação de um degrau na entrada do modelo utilizando o OPC Toolbox

Na simulação acima vemos um exemplo de como podemos controlar remotamente a entrada do sistema. Nele os blocos foram configurados da seguinte maneira:

- OPC Config: Neste bloco configuramos o cliente que irá ser conectado ao servidor local (Matrikon OPC) que foi configurado como na figura 3.11.

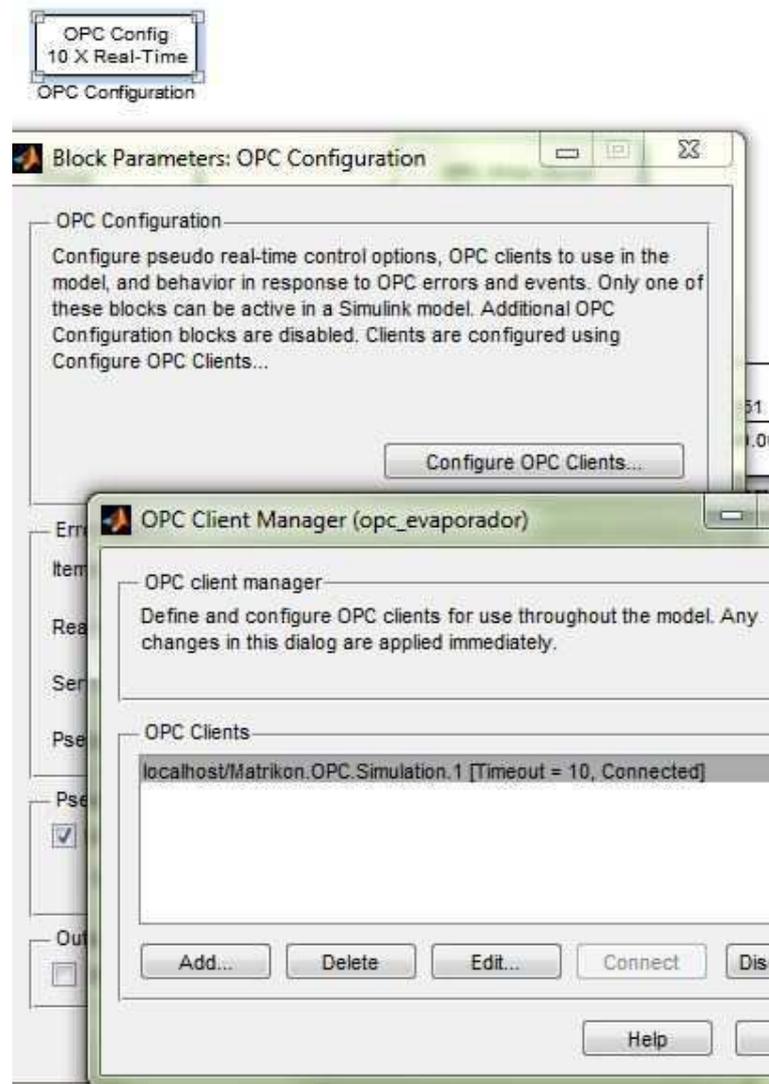


Figura 3.11: Parâmetros bloco OPC Config

- OPC Write: Aqui adicionamos qual item receberá os dados a serem escritos, como mostra a figura 3.12.

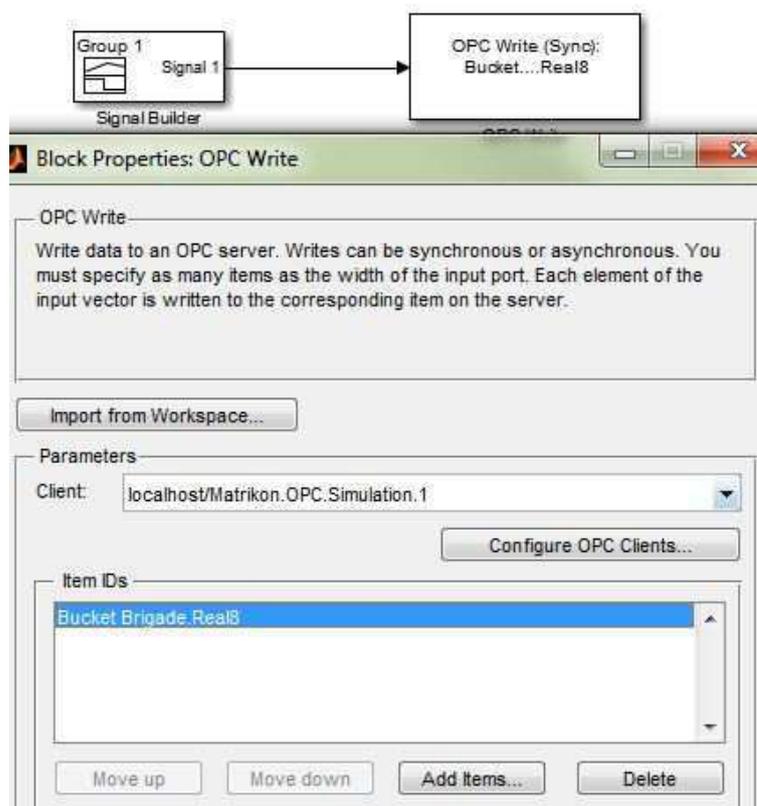


Figura 3.12: Parâmetros bloco OPC Write

- OPC Read: Neste bloco os dados escritos no item especificado são lidos. Assim lemos o mesmo item que escrevemos anteriormente, como definido na figura abaixo.

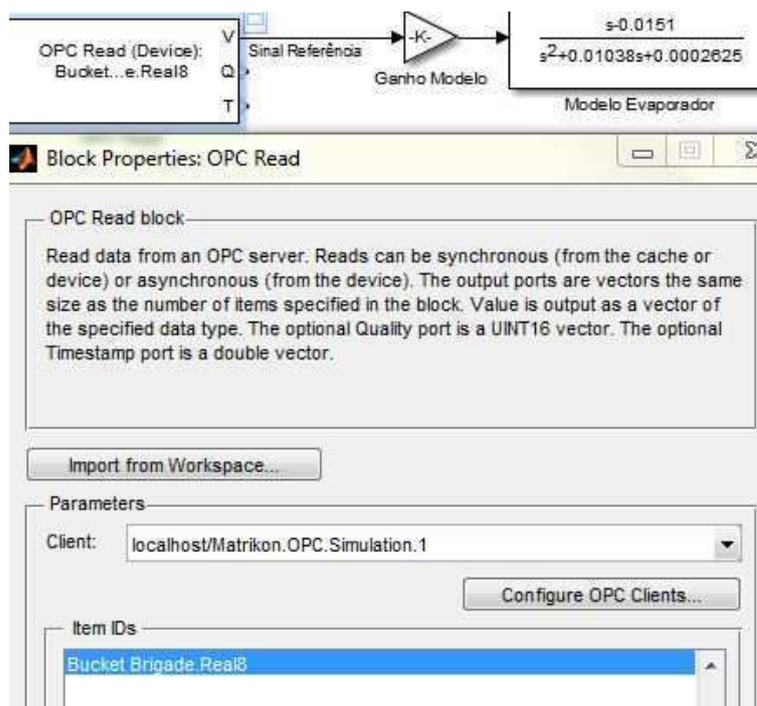


Figura 3.13: Parâmetros bloco OPC Read

Com todos os parâmetros definidos e aplicando um degrau através do bloco Signal Builder obtemos a seguinte resposta do modelo:

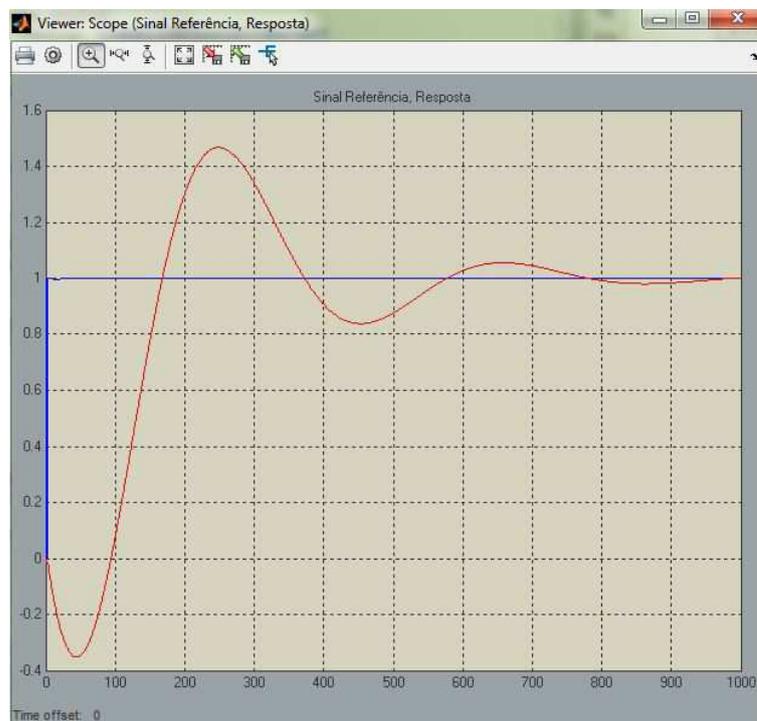


Figura 3.14: Resposta a um degrau de entrada aplicado através tecnologia OPC

Vemos que a resposta do modelo do evaporador é a mesma obtida anteriormente na figura 3.8 como era esperado. Podemos observar também o sinal de referência que é o degrau aplicado na entrada do sistema, assim, demonstrando que o sinal é escrito em um item OPC e depois lido para ser aplicado na entrada do modelo.

4 | Controle

Os processos discutidos neste trabalho são de grande importância para a indústria petroquímica, por esta razão se faz necessário o controle dos mesmos para a maximização da produtividade e dos lucros. Sendo assim, após os modelos serem obtidos e simulados foram aplicadas técnicas de controle nos processos mais usuais, e que apresentam a dinâmica fácil de ser entendida. Nas seções a seguir serão introduzidos e aplicados o controle PID ótimo e o Controle Preditivo.

4.1 PID Ótimo

4.1.1 Controlador PID

Um dos controladores mais utilizados na indústria é o controlador PID. A popularidade dos controladores PID pode ser atribuída parcialmente ao seu desempenho robusto sobre uma grande faixa de condições operacionais e a sua simplicidade operacional.

A função de transferência de um controlador PID tem a seguinte forma:

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \quad (4.1)$$

Desta maneira é necessário que sejam determinados três parâmetros para a implementação de um Controlador PID, são eles: Ganho Proporcional K_p , Ganho Integral K_i e Ganho Derivativo K_d .

O valor numérico dessas três constantes deve ser determinado de maneira que o controlador tenha um bom desempenho e nunca introduza instabilidades no processo. Esse é o problema de controle clássico, o problema de sintonia do controlador PID.

4.1.2 Sintonia do Controlador

Uma forma de sintonizar controlador PID consiste em pesquisar valores das constantes K_c , K_i e K_d que minimizem o erro de desempenho. Este erro decorre do fato de que qualquer ajuste promovido por um sistema de controle leva um tempo para ser concluído e, ao longo desse tempo, acumulam-se erros de controle (valor desejado, set - point, menos valor medido).

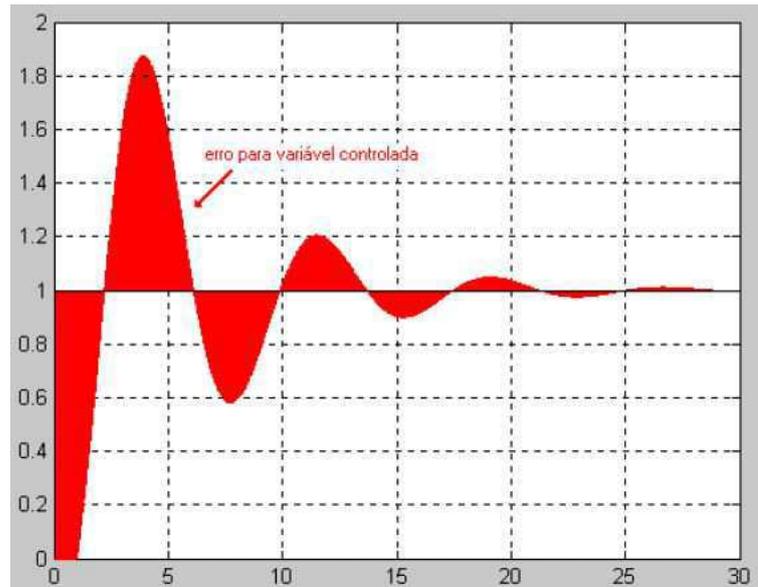


Figura 4.1: Erro de controle

Para quantificar o erro ocorrido em função de uma perturbação utilizam-se critérios baseados na integral do erro. A seguir três critérios são apresentados [2]:

1. Integral Absoluta do Erro - Integrated Absolute Error - IAE:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4.2)$$

2. Integral do Erro Quadrático - Integrated Square Error - ISE, sendo mais indicado para malhas com características menos oscilatórias.

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4.3)$$

3. Integral do Erro Absoluto vezes o Tempo - Integrated of the Time Multiplied by Absolute Error - ITAE:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (4.4)$$

Dentre os critérios acima o ITAE é o mais seletivo, pois o seu valor mínimo é facilmente identificável em função de parâmetros do sistema. Por esta razão utilizamos o critério ITAE na sintonia dos controladores PID deste trabalho.

Desta maneira um bom controlador deve minimizar o critério ITAE. Um sistema de controle é dito ser ótimo quando o valor deste índice é minimizado ou até mesmo nulo.

4.1.3 Otimização

O controle ótimo é definido como a otimização de alguns índices de desempenho como, por exemplo, os índices mostrados na seção anterior. Para isso, podem ser usadas funções objetivo paramétricas.

A formulação matemática do problema de otimização sem restrições é:

$$\min_x F(x) \quad (4.5)$$

onde $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$. A interpretação da fórmula é: encontrar o vetor x de modo a que a função objetivo $F(x)$ seja minimizada. Se houver um problema de maximização é tratado, a função objetivo pode ser alterada para $-F(x)$ tal que ele pode ser convertido para um problema de minimização.

Para encontrar a solução da equação (4.5) uma função do MatLab `fminsearch()` é fornecida usando o algoritmo bem estabelecido [6].

$$[x, f_{opt}, key, c] = \text{fminsearch}(\text{Fun}, x_0, \text{OPT})$$

onde o `Fun` é uma função do MatLab, uma função para descrever a função objetivo. A variável x_0 é o ponto de partida para o método de pesquisa. O argumento `OPT` contém mais opções de controle para o processo de otimização. Abaixo é mostrado um exemplo para melhor entendimento.

Exemplo: Se uma função de duas variáveis é dada por $z = f(x, y) = (x^2 - 2x)e^{-x^2 - y^2 - xy}$ e queremos encontrar o ponto mínimo, devemos primeiro introduzir um vetor x para as variáveis desconhecidas x e y . Podemos dizer que $x_1 = x$ e $x_2 = y$. A função objetivo pode ser reescrita como $f(x) = (x_1^2 - 2x_1)e^{-x_1^2 - x_2^2 - x_1x_2}$. A função objetivo pode ser expressa em código MatLab como:

```
>> f = @(x)[x(1)^2 - 2*x(1)]*exp(-x(1)^2 - x(2)^2 - x(1)*x(2)) ;
```

Se selecionarmos um ponto de pesquisa inicial em $(0, 0)$, o ponto mínimo pode ser encontrado com o declarações:

```
>> x0 = [0 ; 0] ; x = fminsearch (f,x0) ;
```

Assim a solução obtida é $x = [0.6110, -0.3055]^T$.

4.1.4 Projetando o Controlador Ótimo

Com as ferramentas poderosas fornecidas pelo MatLab mostradas na funções acima mencionadas, alguns problemas de projeto do controlador ótimo pode ser facilmente resolvidos. Apesar de não permitir soluções analíticas elegantes, os métodos numéricos são técnicas práticas extremamente poderosas para o projeto de um controlador.

Dado o modelo do evaporador que pode ser representado, como mostrado na figura 4.2, em diagramas de blocos do Simulink, no qual o critério ITAE pode ser avaliado para otimização do controlador PID como estabelecido na figura.

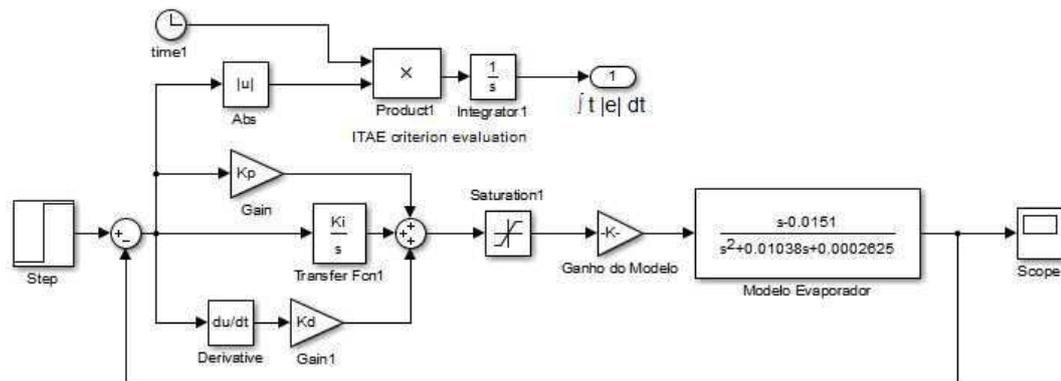


Figura 4.2: Simulação do PID ótimo para o modelo do Evaporador

De modo a minimizar o critério ITAE, a seguinte função MatLab pode ser escrita para descrever a função objetivo:

```
function y = PIDevaporador(x)
assignin('base','Kp',x(1)); assignin('base','Ki',x(2));
assignin('base','Kd',x(3)); % atribui a variável ao workspace do MatLab
[t, xx, yy]=sim('PIDevaporador.mdl', 3); y=yy(end); % avalia a função objetivo
```

A função `assignin()` pode ser utilizada para atribuir as variáveis ao workspace do MatLab, e os parâmetros do modelo podem ser definidos no vetor de variáveis de otimização x . A comando a seguir pode ser utilizado para resolver o problema de otimização:

```
>> x0 = ones (3,1); x = fminsearch ('PIDevaporador', x0);
```

assim os parâmetros do PID são devolvidos na variável x , a partir do qual o controlador é definido. Assim para solução aqui obtida, $x = [1.0663, 0.0077, 61.3375]^T$, os parâmetros do controlador PID ótimo são: $K_p = 1,0663$, $K_i = 0,0077$ e $K_d = 61,3375$.

4.1.5 Programa para Projetar o Controlador Ótimo

Após o entendimento de como desenvolver um PID ótimo, aqui nesta seção, é introduzido um programa baseado em MatLab/Simulink, o Optimal Controller Designer (OCD) [2], figura 4.3, que nos permite encontrar os parâmetros do controlador de maneira simples.

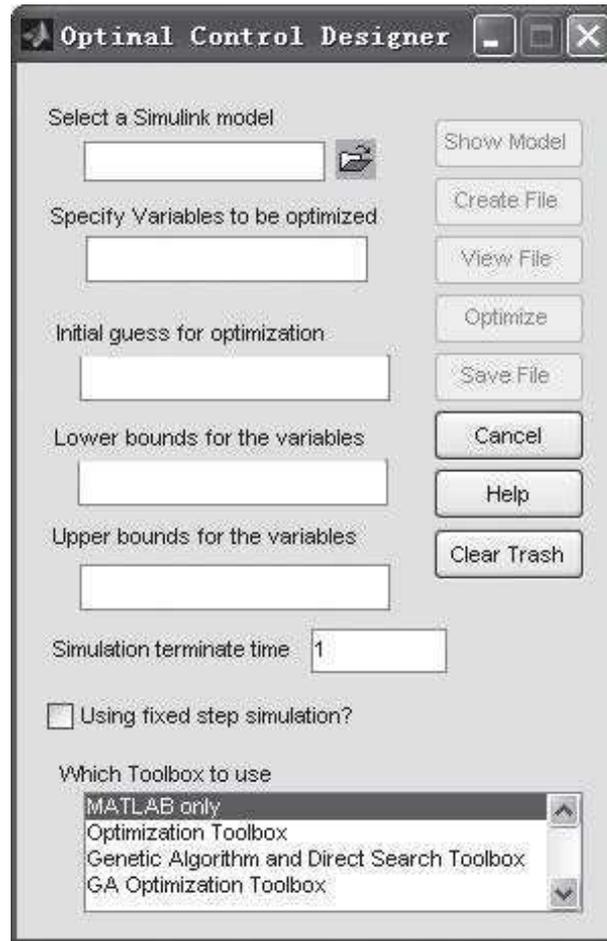


Figura 4.3: Interface do OCD

Os procedimentos para a aplicação do programa OCD são como se segue:

1. Primeiramente, deve-se adicionar o diretório onde se encontra o código do programa ao MatLab. Após isso basta digitar OCD na linha de comando e então o programa será aberto como mostrado na figura 4.3.
2. Um modelo do Simulink deve ser feito contendo as variáveis do controlador e uma porta de saída a qual reflete o critério de otimização. Neste trabalho, como podemos ver na figura 4.2, foram utilizadas as variáveis K_p , K_i e K_d de um PID e o critério ITAE que é representado no modelo do Simulink pela *outport 1*.
3. Deve-se seleccionar um modelo do Simulink no campo *Select a Simulink model*.
4. Deve-se preencher o campo *Specify Variables to be optimized*, com as variáveis a serem otimizadas (K_p , K_i e K_d) separadas por vírgulas.
5. Definir o tempo necessário para o erro se tornar zero no campo *Simulation terminate time*.
6. Preenchidos os campos, deve-se clicar em *Create File* para gerar automaticamente uma função *optfun.m*. Esta função corresponde a função objetivo, como feito na seção anterior. O botão *Clear Trash* apaga funções objetivo antigas.

7. Para finalizar, deve-se clicar em *Optimize* para iniciar o processo de otimização. Ao apertar este botão a função *fminsearch()* é chamada automaticamente para a otimização dos parâmetros.
8. Pode-se definir os limites superiores e inferiores das variáveis, e também o ponto inicial da busca pode ser especificado, se necessário.

4.1.6 Resultados

Trocador de Calor tipo Bobina de Aquecimento

Para o trocador de calor do tipo Bobina de Aquecimento, com os parâmetros definidos na Tabela 3.2, temos que o modelo da função de transferência da temperatura de saída sobre a de entrada (figura 3.3) é o seguinte:

$$G(s) = \frac{T}{T_{in}} = \frac{0.06667(s + 0.1564)}{(s + 0.1582)(s + 0.0671)} \quad (4.6)$$

A partir da equação (4.6) foi construído um modelo no Simulink para o controle ótimo do processo, como mostrado na figura abaixo.

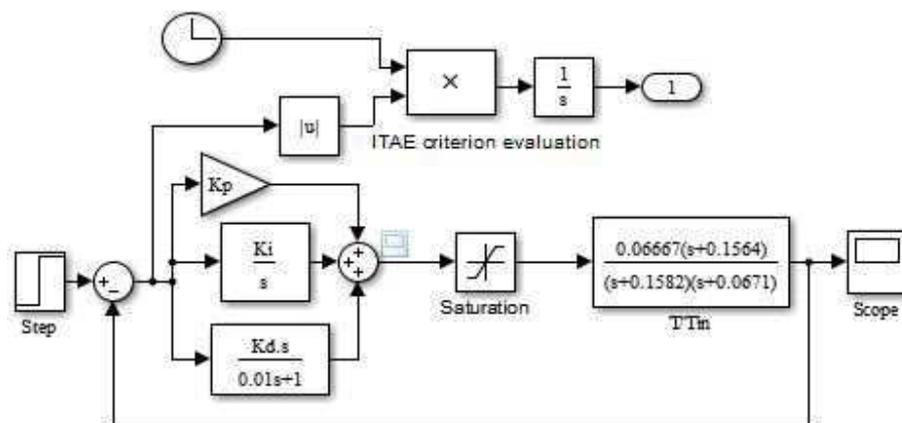


Figura 4.4: Modelo para o controle ótimo da temperatura da trocador de calor tipo bobina

Conforme foi explicado no programa OCD, foi selecionado o modelo Simulink, foram especificadas as variáveis a serem otimizadas: K_p , K_i e K_d , e determinado o tempo de simulação 65 segundos. Então ao clicar no botão *Create File* foi criado automaticamente o código para a função objetivo como se segue:

```
function y=optfun_1(x)
% OPTFUN_1 An objective function function for optimal controller design
% The function is created by OCD.
% Date of creation 18-Apr-2014
assignin('base','Kp',x(1));
assignin('base','Ki',x(2));
assignin('base','Kd',x(3));
[t_time,x_state,y_out]=sim('BOBINA_Tin.mdl',[0,65.000000]);
y=y_out(end);
```

Podemos ver que o código gerado está de acordo com o discutido nas seções anteriores. Então finalizamos o clicando em *Optimize* que nos resulta no controlador:

$$G_c = 285,6532 + \frac{70,8552}{s} + \frac{0,05355}{0.01s + 1} \quad (4.7)$$

o qual minimiza o índice ITAE. A resposta ao degrau de malha fechada é mostrada na Figura 4.5. Podemos observar que o controle é bastante efetivo.

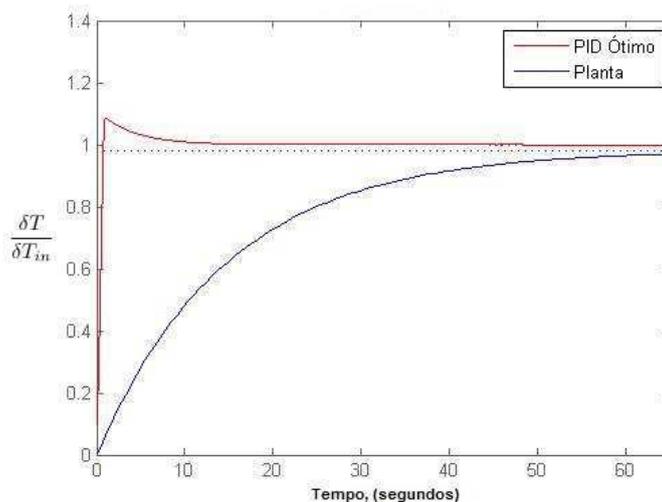


Figura 4.5: Resposta ao degrau da planta controlada do trocador do tipo Bobina

Evaporador

Da mesma maneira que foi feito o controle no processo anterior foi feito para o modelo do evaporador. O modelo, que representa o fluxo de saída em razão do fluxo de entrada, conforme os dados da Tabela 3.4 é mostrado na equação (4.8).

$$G(s) = \frac{F_{out}}{F_{in}} = \frac{-66.22s + 1}{3810s^2 + 39,55s + 1} \quad (4.8)$$

O modelo Simulink do controlador PID já foi apresentado anteriormente na seção anterior, figura 4.2. Então utilizando esse modelo e fazendo os procedimentos necessários para obtenção das constantes do controlador através do OCD, e definindo o tempo de simulação de 1200 segundos, temos:

$$G_c = 1,0633 + \frac{0,0077}{s} + \frac{61,3375}{0.01s + 1} \quad (4.9)$$

O controlador representado na equação (4.9), confirma a resposta obtida na seção 4.1.4 como era de se esperar. Abaixo, na figura 4.6, vemos a resposta do sistema controlado pelo PID otimizado.

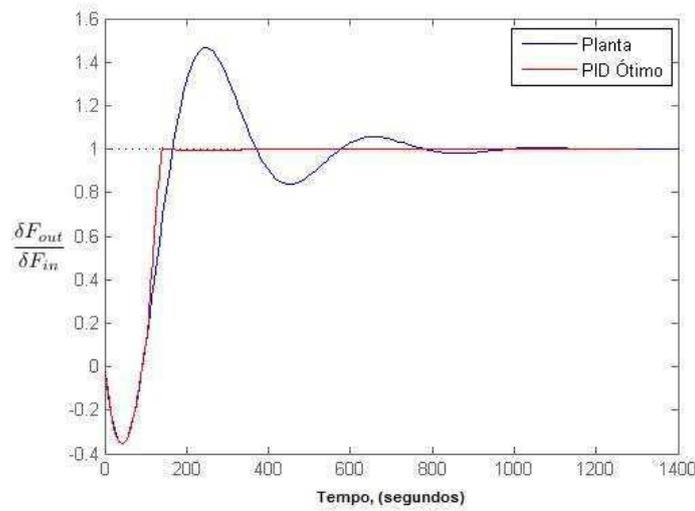


Figura 4.6: Resposta ao degrau da planta controlada do Evaporador

Separador

De acordo com a tabela 3.4, podemos definir a planta do separador, a qual representa como a concentração responde ao fluxo de alimentação do sistema. A planta é apresentada a seguir:

$$G(s) = \frac{x_B}{F} = \frac{-s + 1}{4,529s^2 + 4,257s + 1} \quad (4.10)$$

Com a equação (4.10), foi feito o modelo Simulink, figura 4.7, para encontrar o controlador PID ótimo, seguindo o raciocínio anterior.

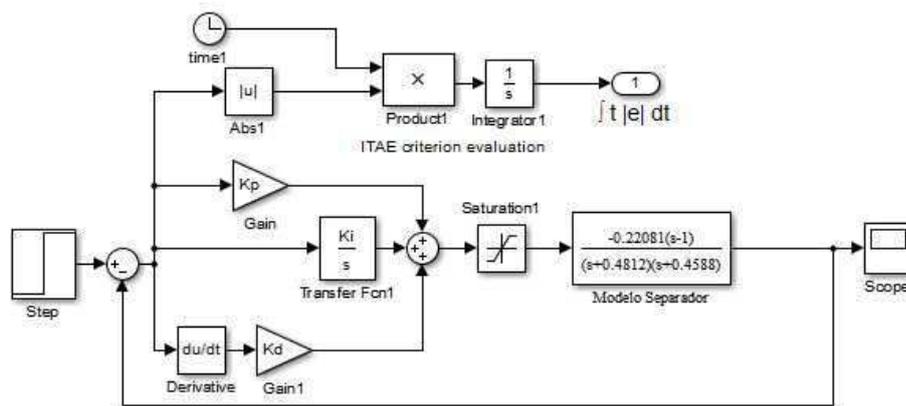


Figura 4.7: Modelo para o controle ótimo do Separador

Através do OCD, definindo o tempo de simulação como 30 segundos, o controlador otimizado calculado é:

$$G_c = 3,5649 + \frac{0,4806}{s} + \frac{3,1958}{0.01s + 1} \quad (4.11)$$

Aplicando o controle no processo, a resposta do sistema pode ser vista como apresentada na figura 4.8.

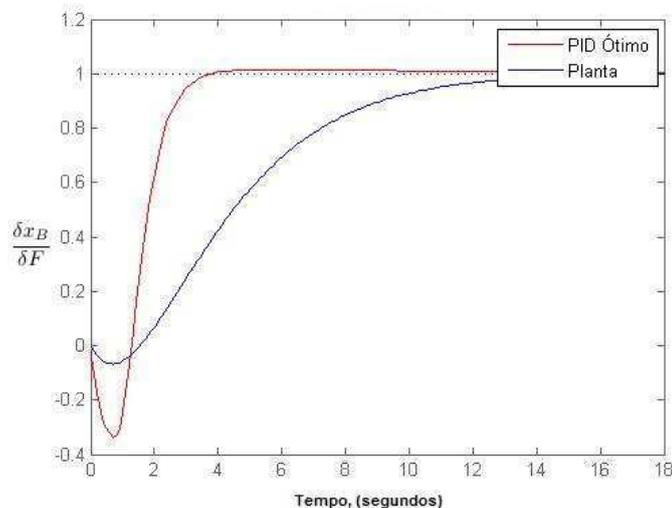


Figura 4.8: Resposta ao degrau da planta controlada do Separador

4.2 Controle Preditivo

4.2.1 Introdução

Diferentemente do controle feedback clássico PID, em que o controlador atua sobre os erros para calcular as ações de controle, o controle baseado em modelo é uma técnica de controle em que há a utilização direta de um modelo do processo para calcular essas ações. Entre as técnicas baseadas em modelo, a que vem sendo mais usada na indústria de processos é o controle preditivo com modelo (MPC, do inglês Model Predictive Control) [3].

A principal característica do MPC é que o comportamento futuro do processo é predito usando um modelo dinâmico e com os dados disponíveis. As saídas do controlador são calculadas de modo a minimizar a diferença entre a resposta predita do processo e a resposta desejada. A cada instante de amostragem, os cálculos de controle são repetidos e as previsões são atualizadas com base em medidas atuais. Em aplicações industriais típicas, os set-points para os cálculos do MPC são atualizados usando otimização on-line com base em modelo estacionário do processo. Restrições nas variáveis controladas e manipuladas podem ser incluídas rotineiramente em ambos os cálculos de otimização e MPC.

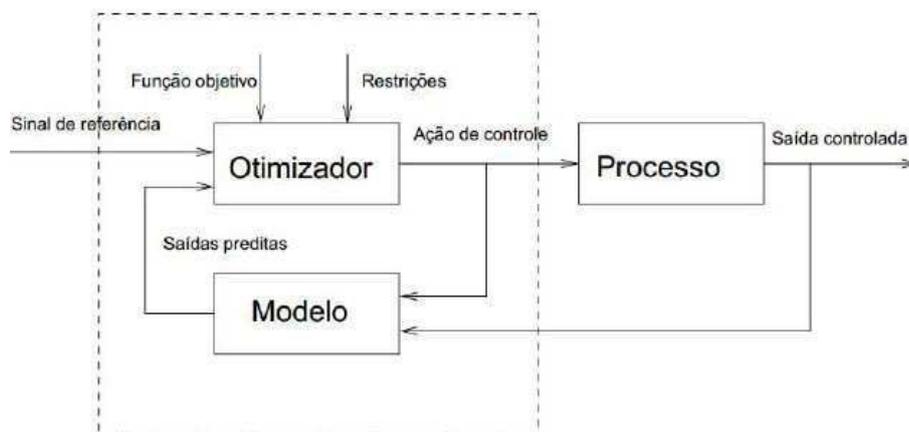


Figura 4.9: Diagrama de blocos representando o MPC

Vantagens e Desvantagens do MPC

O controle preditivo com modelo apresenta inúmeras vantagens importantes:

1. É uma estratégia de controle geral para processos MIMO com restrições de desigualdade nas variáveis de entrada e saída.
2. Pode acomodar facilmente comportamentos dinâmicos pouco comuns ou difíceis, tais como tempo morto grande e resposta inversa.
3. O MPC pode ser integrado com estratégias de otimização on-line para otimizar a performance da planta.
4. A estratégia de controle pode ser facilmente atualizada em linha para compensar mudanças nas condições do processo, restrições ou critério de performance.

Algumas desvantagens são podem ser observadas:

1. A estratégia MPC é bastante diferente das estratégias de controle multimalhas convencionais e, assim, inicialmente não é familiar aos operadores da planta.
2. Os cálculos MPC podem ser relativamente complicados, pois demandam, por exemplo, resolver um problema LP (do inglês Linear Programming) ou QP (do inglês Quadratic Programming) a cada instante de amostragem, necessitando, assim, de uma quantidade significativa de esforço e recursos computacionais.
3. O desenvolvimento do modelo dinâmico a partir dos dados da planta consome muito tempo.
4. Os modelos, por serem empíricos, só são válidos na faixa de condições que foram consideradas durante os testes.

4.2.2 Modelo Dinâmico

Uma característica do MPC é o fato de ser usado um modelo dinâmico para prever o comportamento futuro do processo, isto é, os valores futuros das saídas controladas. No modelo de convolução discreto os coeficientes podem ser obtidos experimentalmente da resposta ao degrau sem assumir uma estrutura para o modelo. O modelo empírico pode ser um modelo linear (por exemplo, função de transferência, modelo de resposta ao degrau ou modelo no espaço de estado linear) ou um modelo não linear (por exemplo, modelo de redes neurais ou modelo no espaço de estado não-linear). Entretanto, a maioria das aplicações industriais de MPC tem sido baseada em modelos empíricos lineares que podem incluir transformações lineares simples das variáveis do processo.

Modelo de Resposta ao Degrau

Uma propriedade fundamental para esta modelagem é o princípio da superposição que implica que a resposta a qualquer combinação linear de sequências de entradas é simplesmente uma combinação linear de sequências de saídas, ou seja,

$$u = \alpha_1 u^{(1)} + \alpha_2 u^{(2)} + \dots \rightarrow y = \alpha_1 y^{(1)} + \alpha_2 y^{(2)} + \dots \quad (4.12)$$

Então desenvolvemos o modelo de convolução, que pode ser interpretado como a soma de uma série de variações-degrau como mostrado a seguir.

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^N a_j \Delta u_{k-i} \quad (4.13)$$

onde \hat{y}_k é o valor predito da saída, $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$, a_1, a_2, \dots, a_N são os coeficientes da resposta ao degrau. Além disso, $\Delta u_{k-1} = 0$, se $k - i < 0$ e $\Delta u_0 = u_0$.

Modelo de Resposta ao Impulso

Os coeficientes da resposta ao impulso unitário do processo, h_1, h_2, \dots, h_N são expressos por

$$h_k = a_k - a_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, N \text{ e } h_0 = 0 \quad (4.14)$$

e o modelo de convolução discreto, usando os coeficientes da resposta ao impulso, é:

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^N h_j u_{k-i} \quad (4.15)$$

4.2.3 Controle por Matriz dinâmica (DMC)

Horizonte Móvel

O controle preditivo, tal como o DMC, envolve uma sequência de operações

1. A cada instante de amostragem um modelo de convolução discreto é usado para prever as trajetórias das saídas do processo sobre um intervalo de tempo futuro finito, dado em termos de R intervalos de amostragem (parâmetro de projeto chamado *horizonte de predição*).
2. Uma Sequência de L movimentos de controle é determinada tal que uma função objetivo seja minimizada. Porém devido a distúrbios e erros de modelagem o comportamento predito irá diferir do comportamento real, de modo que os movimentos de controle determinados podem não ser apropriados em seu todo.
3. Portanto, tipicamente apenas o primeiro movimento calculado das entradas do processo é implementado de fato, após o que, todo o procedimento é repetido no próximo instante de amostragem, começando em 1, quando uma nova medida é tomada. Esta corresponde à estratégia do enfoque de horizonte móvel.

O uso desse deslocamento do horizonte de otimização e a implementação apenas do primeiro valor da sequência de movimentos das entradas correspondem à estratégia do enfoque de horizonte móvel.

Controlador DMC

Para processos SISO, o DMC utiliza o seguinte modelo de convolução discreto para prever a saída no próximo instante de amostragem $k + 1$ ou predição passo simples:

$$\hat{y}_{k+1} = \sum_{i=1}^N h_j u_{k+1-i} \quad (4.16)$$

Note que para prever a saída, é preciso fornecer o valor da entrada presente u_k e os valores passados. Os parâmetros do modelo h_j são os coeficientes da resposta ao impulso unitário. Outra maneira equivalente de representar a saída predita \hat{y}_{k+1} é usar a forma recursiva do modelo expressa em termos de variações incrementais.

$$\hat{y}_{k+1} = \hat{y}_k + \sum_{i=1}^N h_j \Delta u_{k+1-i} \quad (4.17)$$

onde $\Delta u_k = u_k - u_{k-1}$

Em seguida estendemos o modelo de convolução para R instantes futuros

$$\hat{y}_{k+j} = \hat{y}_{k+j-1} + \sum_{i=1}^N h_j \Delta u_{k+j-i} \quad (4.18)$$

Para $j = 1, 2, \dots, R$, em que $R < N$.

A informação realimentada y_k permite que a predição seja corrigida recursivamente.

$$y_{k+j}^c = \hat{y}_{k+j} + (y_{k+j-1}^c - \hat{y}_{k+j-1}) \quad (4.19)$$

para $j = 1, 2, \dots, R$ e $y_k^c = y_k$. Isto equivale a admitir que o erro de predição intrínseco à equação anterior corresponde ao erro observado no instante atual, isto é, $y_k - \hat{y}_k$, e que o mesmo vale para qualquer valor de j . Substituindo a saída estimada na equação anterior obtemos

$$y_{k+j}^c = y_{k+j-1}^c + \sum_{i=1}^N h_j \Delta u_{k+j-i} \quad (4.20)$$

A equação acima pode ser escrita na forma de vetor-matriz para os R instantes futuros. Assim,

$$\begin{bmatrix} y_{k+1}^c \\ y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_{k+R-1}^c \\ y_{k+R}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \\ a_{R-1} & a_{R-2} & \dots & a_1 & 0 \\ a_R & a_{R-1} & \dots & a_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+R-2} \\ \Delta u_{k+R-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_k + P_1 \\ y_k + P_2 \\ \vdots \\ y_k + P_{R-1} \\ y_k + P_R \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

em que os a_j são os coeficientes da resposta ao degrau definidos por

$$a_j = \sum_{j=1}^i h_j \quad (4.22)$$

e

$$P_i = \sum_{m=1}^j S_m \quad i = 1, 2, \dots, R \quad (4.23)$$

$$S_m = \sum_{i=m+1}^N h_j \Delta u_{k+m-i} \quad m = 1, 2, \dots, R \quad (4.24)$$

Os valores desejados para a variável controlada y_{k+j}^d ($j = 1, 2, \dots, R$) podem ser especificados por uma trajetória de referência (O próprio set-point ou uma aproximação suave para este):

$$y_{k+j}^d = \alpha^j y_k + (1 - \alpha^j) r_k \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, R \text{ e } 0 \leq \alpha < 1. \quad (4.25)$$

O parâmetro α determina o quão rapidamente a trajetória atinge o set-point r_k . Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y_{k+1}^d \\ y_{k+2}^d \\ \vdots \\ y_{k+R-1}^d \\ y_{k+R}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^1 y_k + (1 - \alpha^1) r_k \\ \alpha^2 y_k + (1 - \alpha^2) r_k \\ \vdots \\ \alpha^{R-1} y_k + (1 - \alpha^{R-1}) r_k \\ \alpha^R y_k + (1 - \alpha^R) r_k \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Subtraindo a equação do valor desejado para a saída do valor predito em malha fechada, tem-se:

$$\hat{E} = -A' \Delta u + \hat{E}' \quad (4.27)$$

onde A' é a matriz dos coeficientes da resposta ao degrau, Δu é o vetor R -dimensional das variações na entrada. Os demais vetores são definidos por:

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} y_{k+1}^d - y_{k+1}^c \\ y_{k+2}^d - y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_{k+R-1}^d - y_{k+R-1}^c \\ y_{k+R}^d - y_{k+R}^c \end{bmatrix} \quad \hat{E}' = \begin{bmatrix} (1 - \alpha^1)E_k - P_1 \\ (1 - \alpha^2)E_k - P_2 \\ \vdots \\ (1 - \alpha^{R-1})E_k - P_{R-1} \\ (1 - \alpha^R)E_k - P_R \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

onde $E_k = r_k - y_k$. Note que \hat{E} e \hat{E}' são vetores de erros preditos. \hat{E}' é uma predição em malha aberta uma vez que é calculado com base nas ações de controle passadas e representa o desvio predito da saída em relação à trajetória desejada. Ele não inclui as ações de controle corrente e futuras (Δu_{k+j} , para $j \geq 0$). Por outro lado, \hat{E} é referido como uma predição em malha fechada uma vez que é baseado em ações de controle corrente e futuras.

Se for exigido que a saída predita seja igual à saída desejada, o que corresponde ao projeto protótipo mínimo, então $\hat{E}=0$ e

$$0 = -A' \Delta u + \hat{E}' \quad (4.29)$$

consequentemente,

$$\Delta u = (A')^{-1} \hat{E}' \quad (4.30)$$

A estratégia DMC consiste em obter um sistema sobredeterminado, reduzindo arbitrariamente a dimensão do vetor Δu de R para L , admitindo que $\Delta u_{k+j} = 0$ para $j \geq L$. Assim, apenas L ações futuras de controle são calculadas e a equação passa a ser

$$\begin{bmatrix} y_{k+1}^c \\ y_{k+2}^c \\ \vdots \\ y_{k+R-1}^c \\ y_{k+R}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{R-1} & a_{R-2} & \dots & a_{R-L} \\ a_R & a_{R-1} & \dots & a_{R-L+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+L-2} \\ \Delta u_{k+L-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_k + P_1 \\ y_k + P_2 \\ \vdots \\ y_k + P_{R-1} \\ y_k + P_R \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Agora a equação do erro é dada por $\hat{E} = -A \Delta u + \hat{E}'$, em que A é a matriz dinâmica de dimensão $R \times L$, definida como as L primeiras colunas de A'

O sistema sobredeterminado não tem uma solução exata. É possível, entretanto, obter a melhor solução no sentido dos mínimos quadrados, minimizando o índice de performance:

$$J(\Delta u) = \hat{E}^T Q^T Q \hat{E} + \Delta u^T R \Delta u \quad (4.32)$$

onde Q é uma matriz de ponderação definida positiva com dimensão $R \times R$. Q irá permitir a introdução de penalidades nos erros preditos e R é uma matriz de ponderação $L \times L$ que irá penalizar os movimentos da variável manipulada. A solução ótima é

$$\Delta u = (A^T Q^T Q A + R)^{-1} A^T Q^T Q \hat{E}' = K_C \hat{E}' \quad (4.33)$$

em que K_C é a matriz de ganhos feedback $L \times R$. Para sistemas lineares, em que a matriz A é constante e a matriz K_C precisa ser calculada apenas uma vez. Normalmente aplica-se apenas a primeira ação de controle Δu_k .

Ao utilizar o horizonte móvel, apenas a primeira fila da matriz K_C , contendo R elementos, é usada na equação (4.33). Denotando a primeira fila de K_C como K_{cl}^T , tem-se:

$$\Delta u_k = K_{cl}^T \hat{E}' \quad (4.34)$$

4.2.4 Resultados no MatLab

Trocador de Calor tipo Bobina de Aquecimento

Aqui também aplicaremos o controle preditivo ao modelo anteriormente mostrado na seção, do PID Ótimo, pela equação (4.6). Isto será feito com o auxílio do Toolbox *Model Predictive Control* do MatLab que fornece funções para o cálculo do controlador DMC.

A seguir são mostrados os passos para calcular a matriz de ganhos feedback e a resposta dinâmica de malha fechada do processo com o controlador DMC. Foram utilizados os parâmetros de projeto $R=11$, $L=4$ e tempo de simulação de 60 segundos.

O primeiro passo ao resolver o problema é obter as matrizes de resposta ao degrau da planta real e do modelo. Esses dois modelos requeridos devem estar na forma de resposta ao degrau.

Para obter os modelos na forma de resposta ao degrau, usa-se a rotina *tfd2step*, que gera esses modelos a partir de funções de transferências, as quais podem ser obtidas usando a rotina *poly2tfd*. O uso dessa rotina para obter a função de transferência $G(s)$ é mostrado abaixo.

```
Gs = poly2tfd(num,den,Ts,td);
```

onde *num* e *den* são, respectivamente, o numerador e denominador da função de transferência da equação (4.6). *Ts* é o tempo de amostragem, no caso 0 por ser um sistema contínuo. E *td* representa o atraso do sistema, neste modelo é definido 0, por não possuir atraso.

Agora, podemos obter o modelo na forma resposta ao degrau. Para isso definimos: $Ts_step = 0.3$ e $tfinal = 60$, que correspondem ao intervalo de amostragem da função degrau e o tempo de simulação, respectivamente. O comando é escrito como:

```
modelo = tfd2step(tfinal,Ts_step,1,Gs);
```

Com a rotina *plotstep(modelo)* podemos obter a resposta ao degrau da função degrau. Como mostrado na figura 4.10. Podemos observar também que a figura é equivalente à resposta da planta da figura 4.5, como é de se esperar.

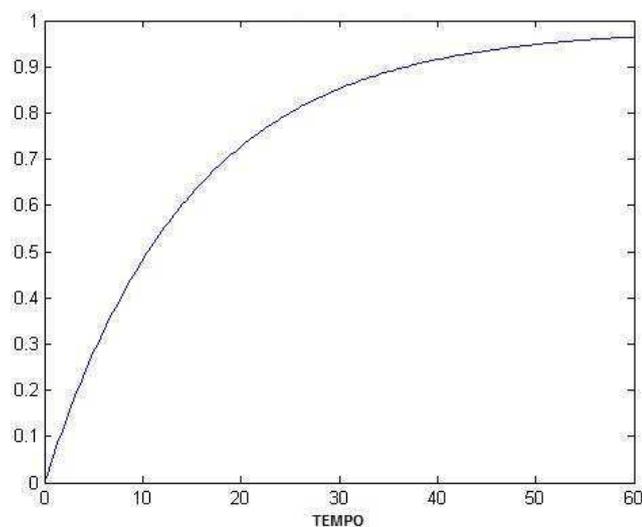


Figura 4.10: Resposta da função degrau da planta do trocador de calor do tipo Bobina

É necessário, ainda, fornecer a matriz de ganhos do controlador K_{mpc} , que é obtida usando a rotina $mpccon$, que tem como argumentos: $modelo$ (matriz dos coeficientes da resposta ao degrau do modelo), ywt (matriz de ponderação, Q , das saídas), uwt (matriz de ponderação, R , das entradas), L (horizonte de controle) e R (horizonte de predição). Para calcular esta matriz, o código MatLab é:

```
ywt=1; % matriz de ponderação, Q, das saídas
uwt=0; % matriz de ponderação, R, das entradas
L=4; % horizonte de controle
R=11; % horizonte de predição
L=4; % horizonte de controle
% Calculo da matriz de ganhos do controlador (Kmpc)
Kmpc = mpccon(modelo,ywt,uwt,L,R);
```

Calculada a matriz de ganhos podemos simular o sistema controlado com a rotina $mpcsim$, que resolve problemas de controle preditivo sem restrições.

```
% Simulação do controlador
planta=modelo;
r=1; % Trajetória de referência
tend = 10; % tempo de simulação
[y,u] = mpcsim(planta,modelo,Kmpc,tend,r);
plotall(y,u,Ts_step)
```

onde r é trajetória de referência do sistema, $tend$ é o tempo total de simulação. Foi definido 10 segundos para $tend$ e não 60 segundos como $tfinal$, para melhor visualizar a resposta do sistema controlado que é muito mais rápida que o modelo não controlado. O argumento $planta$ se refere a planta do processo, neste caso a planta e o modelo utilizados são os mesmos.

Com o comando *plotall*, mostrado no código acima, são construídas as respostas das variáveis controlada e manipulada, como podemos ver abaixo.

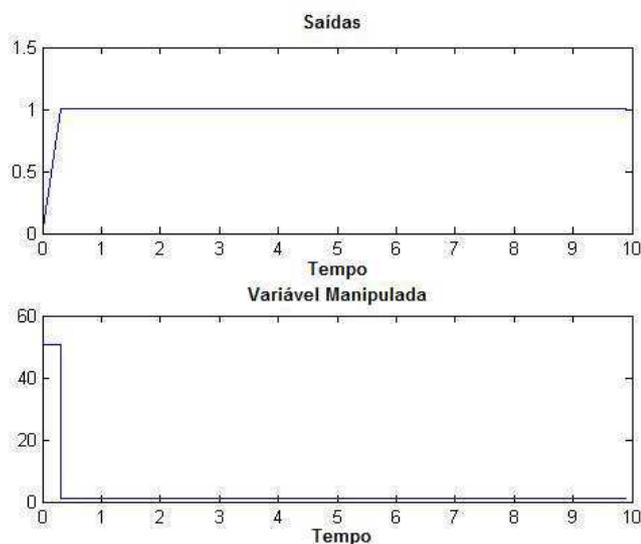


Figura 4.11: Resposta dinâmica de malha fechada para o modelo do trocador de calor tipo Bobina com um controlador MPC

Vemos da figura 4.11 que a resposta do trocador de calor pelo controle preditivo é superior a apresentada na figura 4.5, pelo controle PID ótimo, uma vez que a resposta é um pouco mais rápida e não apresenta *overshoot* como na resposta do PID.

Evaporador

Da mesma maneira feita para o trocador de calor foi feito o modelo preditivo para o modelo do evaporador da equação (4.8). Foram utilizados os parâmetros de projeto $R= 11$, $L= 4$ e tempo de simulação de 1000 segundos. Aqui o intervalo de amostragem para obtenção da função degrau é 15. A resposta do modelo da função degrau da planta obtido é:

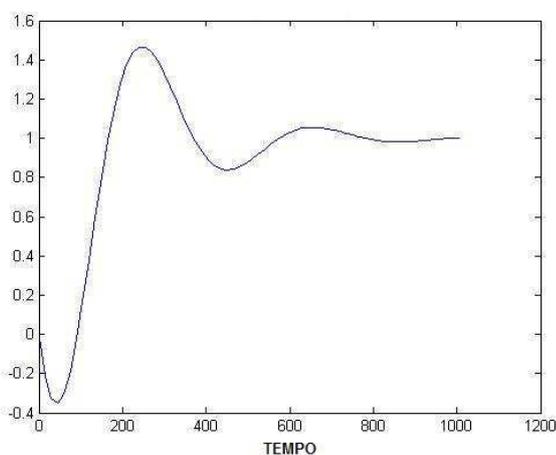


Figura 4.12: Resposta da função degrau da planta do Evaporador

Como podemos ver na figura 4.12 há uma pequena resposta inversa na curva. Essa resposta inversa pode fazer com que a variável manipulada do controlador vá para números negativos. Como não faria sentido a variável (fluxo de entrada) ser negativa foi utilizado um modelo diferente da planta para calcular a matriz de ganho do controlador MPC. Esse modelo foi obtido alterando os primeiros elementos negativos que constituem a função degrau da planta, definindo valores positivos. A resposta do modelo utilizado é apresentado na figura 4.13.

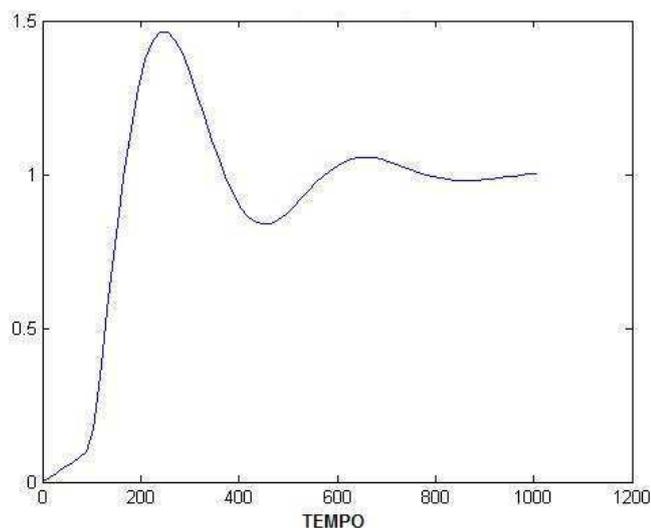


Figura 4.13: Resposta da função degrau do modelo do Evaporador para cálculo do MPC

Definido o modelo os passos para a obtenção do controlador são os mesmos anteriormente mostrado. Após feito todos os passos necessários as respostas obtidas são apresentadas na figura 4.14. Importante observar que a variável manipulada só assume valores positivos, como desejado.

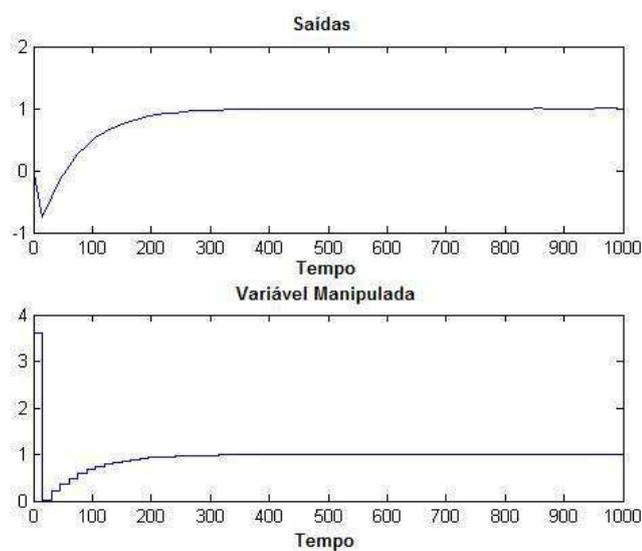


Figura 4.14: Resposta dinâmica de malha fechada do modelo do Evaporador com o controlador MPC

Separador

Para o modelo do separador, equação (4.10), os parâmetros de projeto foram definidos $R=11$, $L=4$ e tempo de simulação de 30 segundos. Foi utilizado o intervalo de amostragem para obtenção da função degrau é 0,3. A resposta do modelo da função degrau da planta é apresentado na figura que se segue:

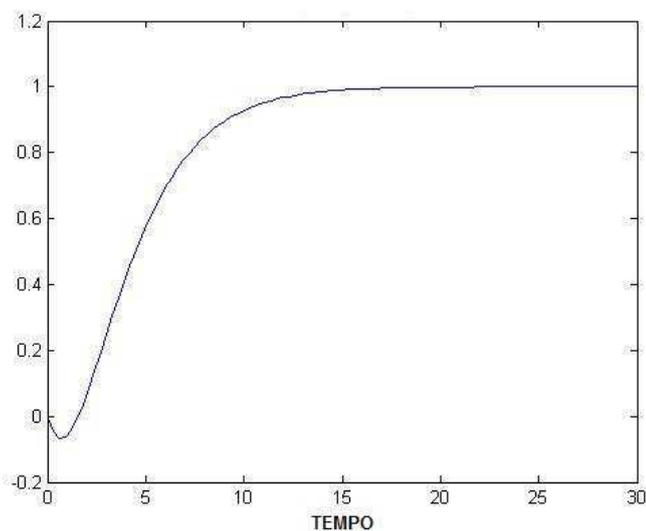


Figura 4.15: Resposta da função degrau da planta do Separador

Como observado na figura 4.15, vemos que também existe uma resposta inversa no sistema. Com mesmo intuito anterior utilizamos outro modelo, diferente da planta, para o cálculo do MPC. Aqui os valores negativos foram alterados para zero, como é mostrado na figura 4.16.

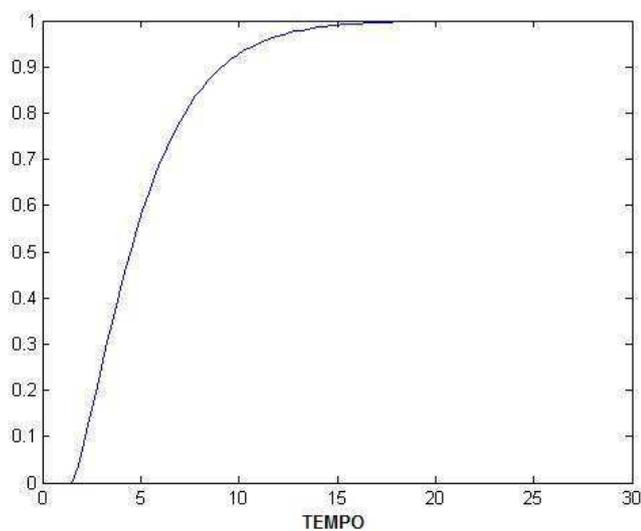


Figura 4.16: Resposta da função degrau do modelo do Separador para cálculo do MPC

Então seguindo o raciocínio, a matriz de ganhos é calculada e em seguida feita a simulação do sistema controlado pelo MPC, como mostra as respostas da figura 4.17.

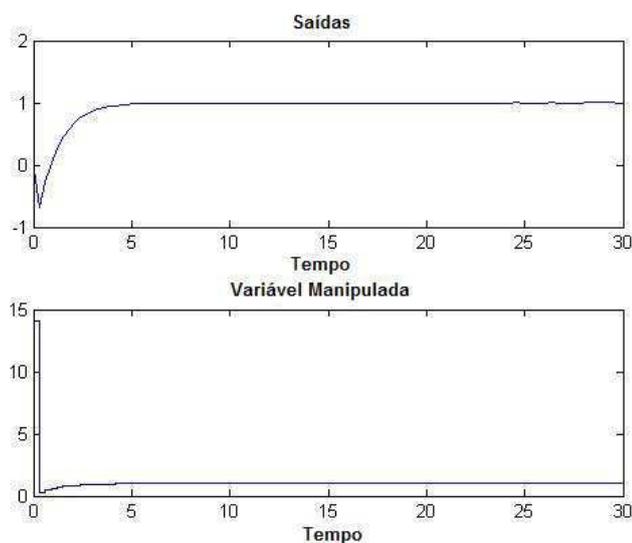


Figura 4.17: Resposta dinâmica de malha fechada para o modelo do Separador com o controlador MPC

4.3 Controle Remoto - OPC

Como foi explicado na seção 3.2, a tecnologia OPC permite que equipamentos de controle sejam acoplados as plantas industriais, assim, possibilitando o controle remoto dessas plantas o que facilita bastante na conferência dos processos químicos.

Sabendo dos benefícios do OPC, foi simulada a implementação do padrão OPC para o controle preditivo remoto, *online*, do Separador. Para isso foram utilizados os conhecimentos de MatLab/Simulink mostrados durante o trabalho. A figura 4.18 mostra a organização dos blocos Simulink para a simulação.

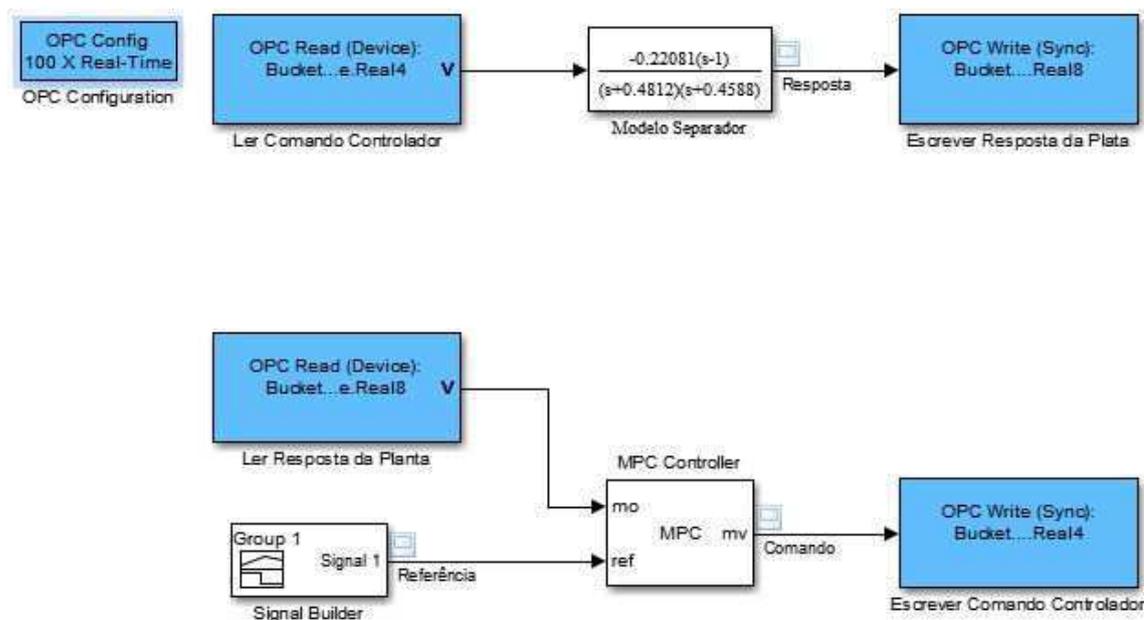


Figura 4.18: Esquema de diagrama de blocos Simulink para o Controle Remoto

Pela figura 4.18, podemos perceber dois blocos novos, que não foram introduzidos antes. O primeiro é o *Signal Builder* no qual é possível desenhar vários tipos de sinais. Ele é usado para criar o sinal de referência do processo (o sinal utilizado é mostrado na figura 4.19). O segundo bloco, *MPC Controller*, é bastante simples de utilizar e nele foi implementado o controlador MPC criado para o Separador na seção 4.2. O bloco *Modelo Separador* já foi mostrado e ele representa a planta do Separador modelada anteriormente.

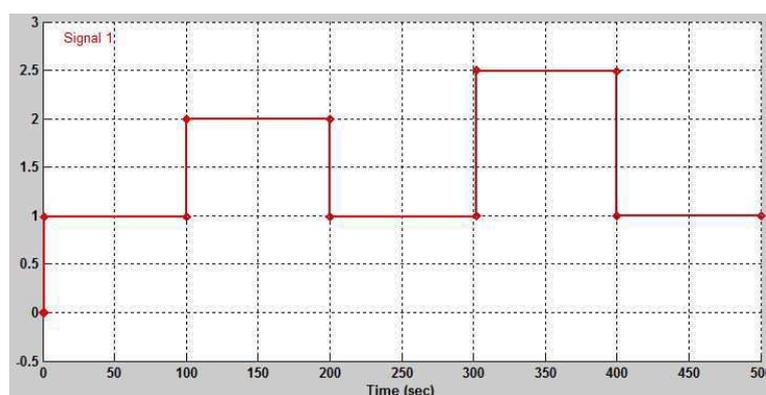


Figura 4.19: Sinal de referência criado no *Signal Builder*

Observamos que existem dois itens OPC na figura 4.18. São através desses itens que os sinais de controle e resposta do sistema são escritos e lidos remotamente. O funcionamento é da seguinte maneira: O controlador MPC recebe o sinal de referência, o set-point desejado, e também ler a resposta atual da planta através do item OPC *Real8*. O controlador então calcula o comando de controle e escreve no item OPC *Real4* que de maneira remota irá atuar na planta, pois a mesma ler o item *Real4*. Por sua vez a resposta da planta é escrita no item *Real8* fechando a malha.

Desta maneira, os resultados da simulação são mostrados nas figuras abaixo. Na figura 4.20 estão presentes os sinais de referência, em azul, e da resposta da planta controlada, em vermelho. A figura 4.21 apresenta o comando de controle executado pelo controlador MPC.

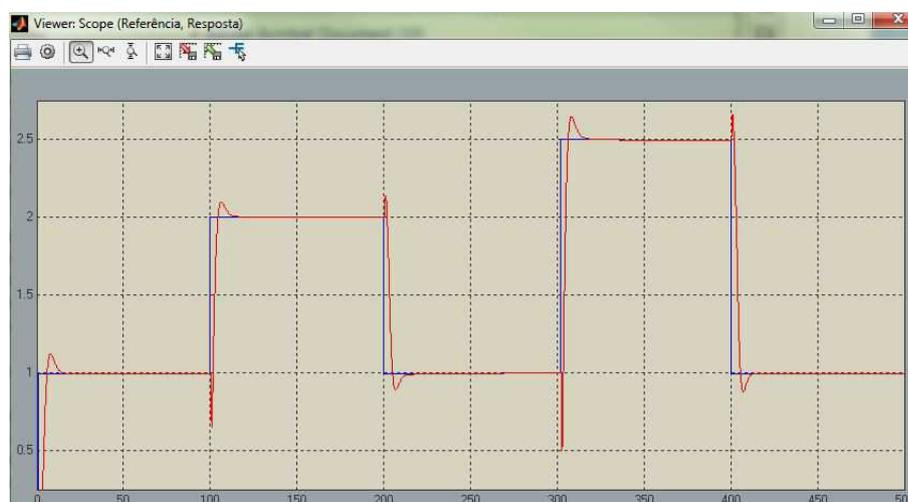


Figura 4.20: Sinais de Referência, em azul, e Resposta, em vermelho, do controle MPC remoto

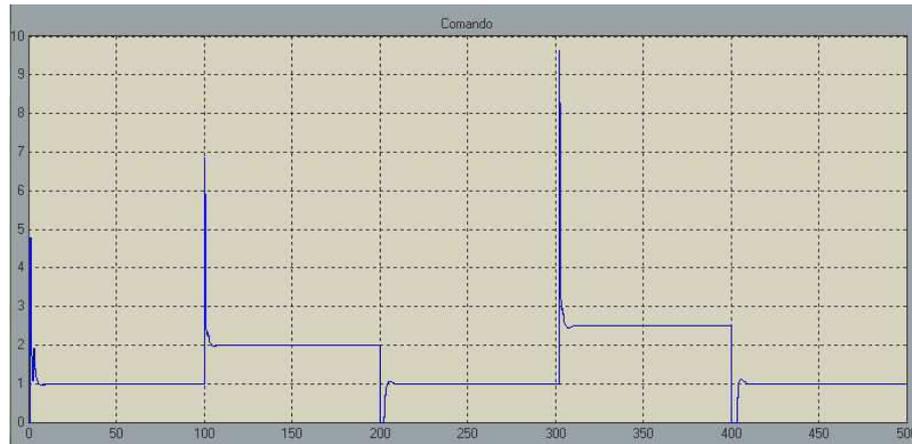


Figura 4.21: Sinal de comando do controlador MPC

Através desta simulação observamos que o controle é bastante satisfatório, como era de se esperar, pois ele já havia sido simulado anteriormente (figura 4.17) para uma resposta ao degrau. O que é importante ressaltar aqui é a tecnologia OPC, que facilita o controle de processos industriais remotamente e eficazmente.

5 | Considerações Finais

A modelagem matemática de sistemas e a simulação são de extrema importância no momento de estudar um processo, uma vez que é possível aprender sobre sua dinâmica, resposta a perturbações e comportamento em regime permanente. Além do mais, a possibilidade de realizar experimentos de maneira simples e num computador é de grande utilidade, uma vez que alguns ensaios podem levar a planta real a condições críticas irreversíveis.

Foi também apresentado no trabalho a importância e usabilidade da tecnologia OPC, que ao conectar uma planta a uma rede usando este padrão, é possível que seja controlada de maneira remota, o que facilita alteração de parâmetros como, a entrada do sistema e o comando do controlador, pois isto poderia ser feito através de um software em computador que está na rede OPC.

Além disso, pode-se notar como o *software* utilizado, MatLab, é uma ferramenta poderosa que permite a simulação de vários tipos de sistemas complexos, processos industriais e até mesmo caros que muitas vezes não são possíveis de serem adquiridos.

Analisando os relutados obtidos, nota-se que são satisfatórios, confirmando assim, a importância de simular o controle de modelos para que possam ser aplicados em plantas reais. Este trabalho abre portas para futuros estudos como: o controle de alguns modelos aqui não desenvolvidos (Reator Tubular, Trocador de Casco e Tubo) e também a aplicação do controle preditivo com restrições.

Referências Bibliográficas

- [1] ROFFEL, B.; BETLEM, B. *Process Dynamics and Control, Modeling for Control and Prediction*. 2006 John Wiley & Sons, Ltd.
- [2] XUE, D.; CHEN, Y.; ATHERTON, D. P. *Linear Feedback Control, Analysis and Design with MATLAB*. 2007 SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [3] KWONG, W. H. *Introdução ao Controle Preditivo com MATLAB*. São Carlos, 2012 EDUFSCAR.
- [4] About OPC - What is OPC?. Disponível em: <<http://www.opcfoundation.org>>. Acesso em: 12 abril 2014.
- [5] OPC Server - OPC Client: We make connections! - Matrikon. Disponível em: <http://www.matrikon.com/drivers/opc/>. Acesso em: 12 abril 2014.
- [6] Nelder J. A.; Mead R. *A simplex method for function minimization*. Computer Journal, 1965, 7:308-313