



Universidade Federal de Campina Grande

Centro de Engenharia Elétrica e Informática

Curso de Graduação em Engenharia Elétrica

CLARISSA CUSTÓDIO SOARES PEREIRA

**COMPONENTES SIMÉTRICOS E ANÁLISE DAS SUAS
LIMITAÇÕES EM SISTEMAS ELÉTRICOS**

Campina Grande, Paraíba
Dezembro de 2012

CLARISSA CUSTÓDIO SOARES PEREIRA

ANÁLISE DAS LIMITAÇÕES DO USO DE COMPONENTES
SIMÉTRICOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS

*Trabalho de Conclusão de Curso
submetido à Unidade Acadêmica de Engenharia
Elétrica da Universidade Federal de Campina
Grande como parte dos requisitos necessários
para a obtenção do grau de Bacharel em
Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.*

Área de Concentração: Sistemas de geração, transmissão, e distribuição de energia.

Orientador:

Professor Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.

Campina Grande, Paraíba
Dezembro de 2012

CLARISSA CUSTÓDIO SOARES PEREIRA

ANÁLISE DAS LIMITAÇÕES DO USO DE COMPONENTES
SIMÉTRICOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Unidade Acadêmica de Engenharia Elétrica da
Universidade Federal de Campina Grande como parte dos
requisitos necessários para a obtenção do grau de
Bacharel em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas de geração, transmissão, e distribuição de
energia.

Aprovado em / /

Professor Washington Luiz Araújo Neves, Ph.D.

Universidade Federal de Campina Grande

Orientador, UFCG

Dedico este trabalho aos meus pais José Custódio e Cícera Vylma que sempre se esforçaram para que eu concluísse os meus estudos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, pois é nEle que eu encontrei força para continuar.

Agradeço também aos meus pais, Cícera Vylma e José Custódio por terem se esforçado tanto para me proporcionar uma boa educação apesar de todas as dificuldades. Agradeço também aos meus irmãos Cícero e José Filho, meus tios, avós e ao meu esposo Pierre que sempre foi uma coluna de apoio durante o curso e com sua paciência sempre me motivou a perseverar.

Ao professor Washington Luiz, por ter aceitado me orientar e pela sua paciência.

À família de meu esposo, por todo apoio que me deram na reta final deste trabalho.

Às minhas amigas Helen, Juliana, Karenine, Bruna, Jessiedna e em especial Jamile que não mediu esforços para me ajudar nas dificuldades encontradas no decorrer desta etapa.

Aos Professores e Funcionários do DEE pela excelência com a qual exerceram e continuam exercendo suas funções tornando o curso de engenharia elétrica referência nacional.

Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

*“Deus não escolhe os
capacitados,
capacita os seus
escolhidos”.*

Albert Einstein

RESUMO

Componentes simétricos é um método utilizado para se determinar o valor de correntes e tensões nas partes do sistema após a ocorrência de um defeito, seja ele simétrico ou assimétrico. Esse método consiste basicamente em transformar um sistema de n fasores desequilibrados em n sistemas equilibrados, denominados de componentes simétricas.

Para a determinação dos modelos das linhas de transmissão, muitas aproximações são realizadas, além do fato de não existirem linhas cuja matriz impedância equivalente seja equilibrada, o que dificulta a aplicação do método dos componentes simétricos.

Este trabalho tem como finalidade avaliar até que ponto é viável o uso de componentes simétricos na análise das linhas de transmissão transpostas e não transpostas, examinando as suas limitações.

Palavras-chave: Componentes simétricos, faltas assimétricas e linhas de transmissão.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Componentes de sequência positiva, negativa e zero.....	2
Figura 2.2- Soma fasorial	2
Figura 2.3 – Sistema de potência trifásico a três condutores.....	5
Figura 3.1 – modelo Linha curta	11
Figura 3.2–Modelo pi-nominal para linha média	12
Figura 3.3- modelo linha longa	13
Figura 3.4–Representação de dois condutores e suas respectivas imagens.	16
Figura 3.5 – Esquema de Transposição para um Circuito Trifásico.....	21
Figura 3.6 – Esquema de transposição de linhas trifásicas de circuito simples com três trechos. 23	
Figura 3.7 - Esquema de transposição de linhas trifásicas de circuito simples com quatro trechos	24
Figura 3.8 - Esquema de transposição de três seções para uma linha de circuito duplo com rotação de fases em direções opostas	26
Figura 3.9 - Esquema de transposição de três seções para uma linha de circuito duplo com rotação de fases na mesma direção.....	27
Figura 3.10 – Conexão em Cascata dos Parâmetros ABCD deTrês Circuitos pi de uma Linha de Transmissão.....	32
Figura 3.11-Circuito pi pra linha de transmissão trifásica.....	33
Figura 3.12 – Silhueta da Torre da Linha Convencional de 345 kV	37

SUMÁRIO

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Lista de Ilustrações	viii
Sumário	ix
1 Introdução	1
2 Fundamentação Teórica	1
2.1 Componentes Simétricos	1
2.4 Redes de Sequência de Impedância Série	5
2.5 Diagonalização de Matrizes	6
3 Limitações do Método dos Componentes Simétricos para Linhas de Transmissão	10
3.1 Modelo de uma Linha de Transmissão	10
3.1.1 Modelo para uma Linha Curta	11
3.1.2 Modelo para uma Linha Média	11
3.1.3 Modelo para uma Linha Longa	13
3.2 Parâmetros de uma Linha de Transmissão	14
3.2.1 Matriz Primitiva Longitudinal	14
3.2.2 Matriz Impedância Interna	15
3.2.3 Matriz Reatância Externa	15
3.2.4 Correção do Solo	17
3.2.5 Matriz Primitiva Transversal	18
3.2.6 Matriz de Impedância e Admitância de Fase	19
3.3 Transposição de Linhas de Transmissão	21
3.3.1 Linha Idealmente Transposta	22
3.3.2 Transposição de Linhas Trifásicas para Circuito Simples	23
3.3.3 Transposição de Linhas Trifásicas para Circuito Duplo	25
3.3.4 Análise da Transposição em Linhas Curtas de Circuito Simples	27
3.3.5 Análise da Transposição em Linhas curtas de Circuito Duplo	28
3.3.6 Análise da Transposição em Linhas Médias de Circuito Simples	32

3.3.7	Estudo de Caso da Transposição em Linhas Médias de Circuito Simples	36
4	Considerações Finais	40
5	Referências Bibliográficas.....	41

1 INTRODUÇÃO

Nos sistemas de potência, a maioria dos defeitos que ocorrem são do tipo assimétricos. Esse tipo de defeito pode ser ocasionado pelo rompimento de um ou dois condutores, pela ação indevida e não sincronizada de fusíveis e disjuntores, curtos-circuitos, dentre outros (GAINGER, 1994).

Toda falta assimétrica faz com que surjam correntes e tensões desequilibradas no sistema. Dessa forma o método dos componentes simétricos se faz bastante importante na determinação de correntes e tensões do sistema após a falta, já que esse método consiste em separar o circuito equivalente em três redes desacopladas (no caso do sistema trifásico), ou seja, em três redes independentes entre si. Dessa forma o método dos componentes simétricos torna um sistema trifásico complexo em três redes de sistemas mais simples.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 COMPONENTES SIMÉTRICAS

Em 1918 o engenheiro Charles L. Fortescue provou que todo sistema de n fasores desequilibrados relacionados entre si pode ser decomposto em n sistemas de fasores equilibrados com sequência de fases predeterminadas, utilizando o princípio da superposição, ou seja, admitindo que a rede elétrica é linear (STEVENSON, 1974).

Para o caso de um sistema trifásico temos três componentes de sequência para cada fasor desequilibrado. Estas são:

- Componente de sequência positiva;
- Componente de sequência negativa;
- Componente de sequência zero.

As componentes de seqüência positiva são formadas por três fasores de mesmos módulos defasados de 120° e com seqüência de fase igual a dos fasores desequilibrados originais.

As componentes de seqüência negativa são formadas por três fasores de mesmos módulos defasados de 120° e de seqüência de fase oposta a dos fasores desequilibrados originais.

As componentes de seqüência zero são formadas por três fasores idênticos (mesmos módulos e mesmas fases).

Na Figura 2.1 são ilustradas as componentes de seqüência positiva, negativa e zero de um fasor desequilibrado do tipo abc e na Figura 2.3 sua soma fasorial.

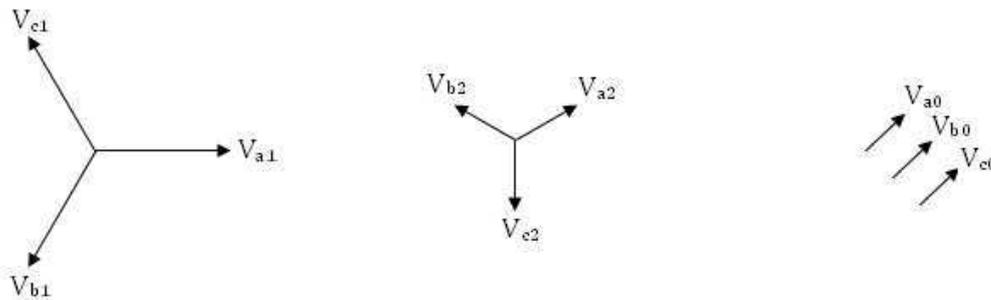


Figura 2.2 – Componentes de seqüência positiva, negativa e zero.

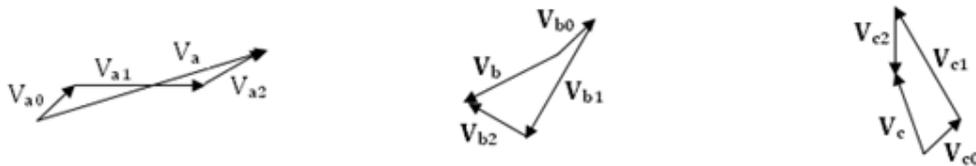


Figura 2.3- Soma fasorial

A partir das figuras 1a e 1b ilustradas, podemos deduzir que para um sistema desequilibrado do tipo abc as tensões V_a , V_b e V_c são dadas por:

$$\begin{aligned} V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\ V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \\ V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Sendo o operador a um número complexo de módulo 1 e fase 120° , temos ainda que:

$$\begin{aligned} V_{a0} &= V_{b0} = V_{c0} = V_{a0} \\ V_{b1} &= a^2 V_{a1} \\ V_{c1} &= a V_{a1} \\ V_{b2} &= a V_{a2} \\ V_{c2} &= a^2 V_{a2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Colocando na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & a^2 & a \\ \mathbf{1} & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ou na forma reduzida:

$$V_{abc} = [A][V_{012}] \quad (2.4)$$

Em que \mathbf{A} é a matriz de transformação de Fortescue que multiplica a matriz formada pelos componentes simétricos relativos à fase a.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Com a equação (2.3) pode-se obter os valores das tensões de fase desequilibradas a partir dos componentes de sequência zero, positiva e negativa da fase a.

Calculando-se a inversa da matriz A , podemos encontrar os valores dos componentes de sequência a partir das tensões de fase a, b e c, conforme ilustrado pela equação (2.6).

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = A^{-1} * \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Sendo a inversa de A dada por:

$$A^{-1} = \frac{1}{\text{Det } A} * \text{Adj } A$$

Onde, $\text{Det } A$ é o determinante de A e $\text{Adj } A$ é a matriz adjunta de A . Daí:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

De forma análoga podemos encontrar as equações de sequência positiva, negativa e zero das correntes de um circuito tipo Y. Na forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{b1} \\ I_{c2} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = A^{-1} * \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{b1} \\ I_{c2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

2.4 REDES DE SEQUÊNCIA DE IMPEDÂNCIA SÉRIE

Considerando o sistema da Figura 2.4 com impedâncias próprias denotadas por Z_{aa} , Z_{bb} e Z_{cc} e impedâncias mútuas denotadas por Z_{ab} , Z_{bc} , Z_{ca} , Z_{ba} , Z_{cb} e Z_{ac} tem-se que as quedas de tensão através da impedância série são dadas por (2.11):

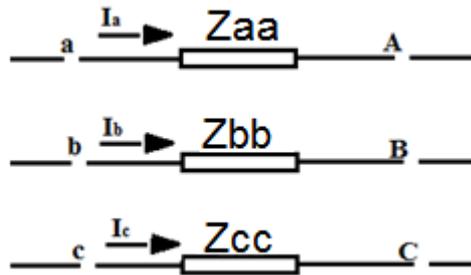


Figura 2.4 – Sistema de potência trifásico a três condutores.

$$\begin{bmatrix} V_{aA} \\ V_{bB} \\ V_{cC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Sendo:

Z_{aa} - impedância própria da fase a;

Z_{bb} - impedância própria da fase b;

Z_{cc} - impedância própria da fase c;

$Z_{ab} = Z_{ba}$ - impedância mútua entre as fases a e b;

$Z_{ac} = Z_{ca}$ - impedância mútua entre as fases a e c;

$Z_{bc} = Z_{cb}$ - impedância mútua entre as fases b e c.

Assumindo-se que essas impedâncias representam equipamentos não rotativos, tem-se basicamente a seguinte forma:

$$\mathbf{V}_p - \mathbf{V}_P = \mathbf{Z}_p \mathbf{I}_p \quad (2.12)$$

Onde \mathbf{V}_p é o vetor de tensão de fase do barramento abc e \mathbf{V}_P é o vetor de tensão de fase do barramento ABC, \mathbf{Z}_p é a matriz impedância da rede de sequência e \mathbf{I}_p é o vetor de correntes de linha. Em termos de componentes simétricas temos:

$$\mathbf{A}(\mathbf{V}_p - \mathbf{V}_P) = \mathbf{Z}_p \mathbf{A} \mathbf{I}_p \quad (2.13)$$

Multiplicando ambos os lados de (2.13) por \mathbf{A}^{-1} , obtém-se:

$$\mathbf{V}_p - \mathbf{V}_P = (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z}_p \mathbf{A}) * \mathbf{I}_p \quad (2.14)$$

Onde a matriz impedância de sequência é dada por:

$$\mathbf{Z}_s = (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z}_p \mathbf{A}) \quad (2.15)$$

2.5 DIAGONALIZAÇÃO DE MATRIZES

A matriz de transformação de Fortescue, \mathbf{A} , pode ser obtida através de um processo de diagonalização de matrizes bastante utilizado em álgebra linear como mostrado a seguir.

Considerando B uma matriz n x n, um escalar λ é chamado de autovalor de B se existe um vetor não nulo \mathbf{x} tal que $\mathbf{B}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, onde o vetor \mathbf{x} é denominado autovetor de B correspondente a λ .

Da álgebra linear, tem-se que uma B matriz n x n é diagonalizável quando existe uma matriz diagonal D tal que B seja semelhante a D, ou seja, se existe uma matriz P de ordem invertível tal que $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P} = \mathbf{D}$.

Sabe-se ainda que sendo uma matriz B de ordem n, essa só será diagonalizável, se e somente se, tiver n vetores linearmente independentes. Isso quer dizer que existe uma matriz invertível P e uma matriz diagonal D de tal forma que $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P} = \mathbf{D}$, se e

somente se, as colunas de P forem n autovetores de B , linearmente independentes, e os elementos da diagonal de D forem autovalores correspondentes àqueles, colocados na mesma ordem.

Dessa forma será demonstrado a seguir que as colunas da matriz de transformação de Fortescue, A , são n autovetores da matriz impedância Z_p e que os elementos da diagonal da matriz impedância de sequência Z_s são autovalores de Z_p . A demonstração será feita considerando um sistema trifásico.

Supõe-se que Z_p é semelhante a Z_s via:

$$A^{-1}Z_pA = Z_s \quad (2.16)$$

Multiplicando ambos os lados de (2.16) por A , tem-se:

$$Z_pA = AZ_s \quad (2.17)$$

Sejam a_1, a_2 e a_3 vetores coluna de A e Z_0, Z_1, Z_2 elementos da diagonal Z_s .

Então:

$$Z_p * \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3] \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Onde o lado direito da equação representa o produto $A*Z_s$. Dessa forma, existem 3 equações, uma para cada coluna:

$$Z_p a_1 = a_1 Z_0 \quad Z_p a_2 = a_2 Z_1 \quad Z_p a_3 = a_3 Z_2 \quad (2.19)$$

Comprova-se, assim, que os vetores coluna de A são autovetores de Z_p cujos autovalores correspondentes são os elementos da diagonal de Z_s . Os autovalores de Z_p correspondem às raízes do seu polinômio característico. Como A é invertível tem-se, pelo Teorema Fundamental das Matrizes Invertíveis, que seus vetores coluna são linearmente independentes.

A recíproca também é verdadeira. Se Z_p tem 3 autovetores (a_1 , a_2 e a_3) linearmente independentes, sendo seus autovalores correspondentes Z_0 , Z_1 e Z_2 , respectivamente, então:

$$Z_p a_1 = a_1 Z_0 \quad Z_p a_2 = a_2 Z_1 \quad Z_p a_3 = a_3 Z_2 \quad (2.20)$$

Portanto a equação (2.19) é equivalente à equação (2.20). Dessa forma a equação (2.19) pode ser escrita como $Z_p A = A Z_s$. Como as colunas de A são linearmente independentes, pelo Teorema Fundamental das Matrizes Invertíveis, A possui inversa, logo:

$$\begin{aligned} Z_p A &= A Z_s \\ A^{-1} Z_p A &= A^{-1} A Z_s \\ A^{-1} Z_p A &= Z_s \end{aligned} \quad (2.21)$$

Portanto a matriz Z_s é diagonalizável.

Uma matriz é dita equilibrada quando os elementos da sua diagonal principal são iguais entre si, bem como todos os elementos fora dessa diagonal são iguais entre si.

$$\begin{bmatrix} Z_S & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Dada uma matriz equilibrada do tipo (2.22), pode-se calcular os seus autovetores da maneira a seguir:

$$\begin{bmatrix} Z_S & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_S - \lambda & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S - \lambda & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} (Z_S - \lambda)x_1 + Z_M(x_2 + x_3) \\ (Z_S - \lambda)x_2 + Z_M(x_1 + x_3) \\ (Z_S - \lambda)x_3 + Z_M(x_1 + x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtêm-se para x_1 os seguintes valores:

$$x_1 = \frac{x_2 + x_3}{2} \quad (2.24)$$

e

$$x_1 = -(x_2 + x_3) \quad (2.25)$$

Conclui-se a partir de (2.24) e (2.25) que a matriz (2.23) tem dois autovetores dados por:

$$V_1 = \begin{bmatrix} \frac{x_2 + x_3}{2} \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

e

$$V_2 = \begin{bmatrix} -(x_2 + x_3) \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

A partir das equações (2.26) e (2.27) pode-se constatar que as colunas da matriz de transformação de Fortescue são possíveis autovetores da matriz equilibrada (2.22). A

coluna formada pelo vetor $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ atende a condição (2.26) e as colunas formadas pelos

vetores $\begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix}$ atendem a condição (2.27).

Dessa forma, a matriz de transformação de Fortescue (2.5) diagonaliza uma matriz impedância do tipo (2.22) conforme será comprovado a seguir:

$$\mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z}_p \mathbf{A} = \mathbf{Z}_s$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Z_S & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_S & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_S \end{bmatrix} * \frac{1}{3} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = Z_S \quad (2.28)$$

$$Z_S = \begin{bmatrix} Z_S + 2Z_M & 0 & 0 \\ 0 & Z_S - Z_M & 0 \\ 0 & 0 & Z_S - Z_M \end{bmatrix}$$

De modo geral um sistema de n fases pode ser representado por n sistemas monofásicos desacoplados.

Foi mostrado no item 2.3 que a matriz transformada de Fortescue, A, diagonaliza uma matriz impedância do tipo (2.22) onde as impedâncias próprias são iguais entre si, bem como as impedâncias mútuas. Dessa forma um sistema complexo de n fases pode ser transformado em n sistemas monofásicos tornando a análise mais simples.

Por outro lado, caso a matriz impedância não seja equilibrada a diagonalização não ocorrerá e a aplicação do método dos componentes simétricos pela transformada de Fortescue não se torna mais viável, já que as redes de circuitos simétricos deixam de ser desacopladas passando a ser acopladas entre si.

A seguir serão analisados alguns dos principais elementos de um sistema elétrico de potência, como também será feita uma avaliação da viabilidade da aplicação do método de componentes simétricas em um sistema real.

3 LIMITAÇÕES DO MÉTODO DOS COMPONENTES SIMÉTRICOS PARA LINHAS DE TRANSMISSÃO

3.1 MODELO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

A representação das linhas de transmissão varia de acordo com o seu comprimento (médio, longo ou curto). A seguir esses modelos serão apresentados:

3.1.1 MODELO PARA UMA LINHA CURTA

Uma linha de transmissão é dita curta quando o seu comprimento só vai até no máximo 80 km. Nesse caso o efeito capacitivo pode ser desprezado, sendo a linha representada somente pela resistência e indutância série. Na Figura 3.1 é ilustrado o modelo para uma linha de transmissão curta.

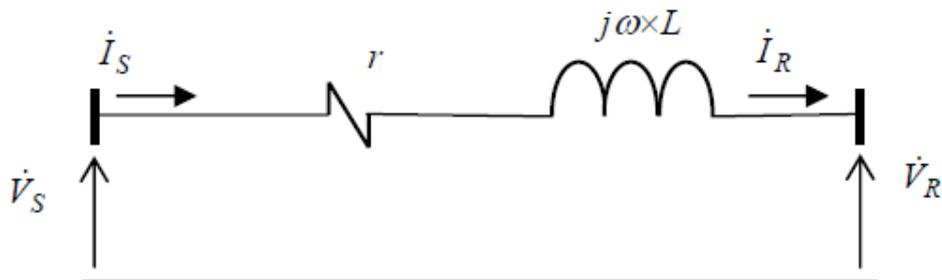


Figura 3.1 – modelo Linha curta

Da Figura 3.1 pode-se extrair as seguintes equações:

$$\begin{aligned} z &= r + j\omega L \\ I_S &= I_R \\ V_S &= V_R + z * I_R \end{aligned} \quad (3.1)$$

Como as correntes $I_S = I_R$, têm-se ainda que:

$$V_R = V_S - z * I_S \quad (3.2)$$

3.1.2 MODELO PARA UMA LINHA MÉDIA

Uma linha de transmissão é considerada média quando seu comprimento é compreendido entre 80 e 240 km. Nesse caso a capacitância da linha é considerada e concentra-se nas extremidades da mesma. A linha é representada no modelo pi-nominal ilustrado na Figura 3.2.

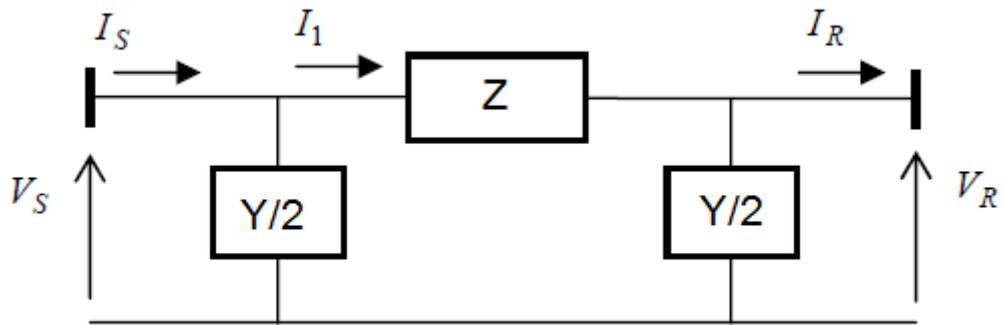


Figura 3.2–Modelo pi-nominal para linha média

Em que V_S e I_S são a tensão e corrente da fonte, respectivamente. V_R e I_R são a tensão e corrente do receptor, respectivamente. E Z e Y são a impedância e a admitância capacitiva da linha, respectivamente.

As equações que regem esse modelo são:

$$V_S = \left(1 + Z * \frac{Y}{2}\right) * V_R - Z * I_R \quad (3.3)$$

$$I_S = \left(Y + \frac{Y^2 Z}{4}\right) V_R + \left(1 + \frac{YZ}{2}\right) I_R \quad (3.4)$$

As equações (3.3) e (3.4) podem ser expressas na forma geral:

$$V_S = A V_R + B I_R \quad (3.5)$$

$$V_R = C V_R + D I_R \quad (3.6)$$

$$\begin{pmatrix} V_S \\ V_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix}$$

Em que:

$$A = D = \frac{ZY}{2} + 1$$

$$B = Z \quad (3.7)$$

$$C = Y \left(\frac{ZY}{4} + 1 \right)$$

3.1.3 MODELO PARA UMA LINHA LONGA

Uma linha é dita longa quando o seu comprimento é maior que 240 km. O modelo da linha longa é determinado considerando-se os parâmetros da linha como distribuídos. O modelo é então ajustado para o tipo pi equivalente, ilustrado na Figura 3.3.

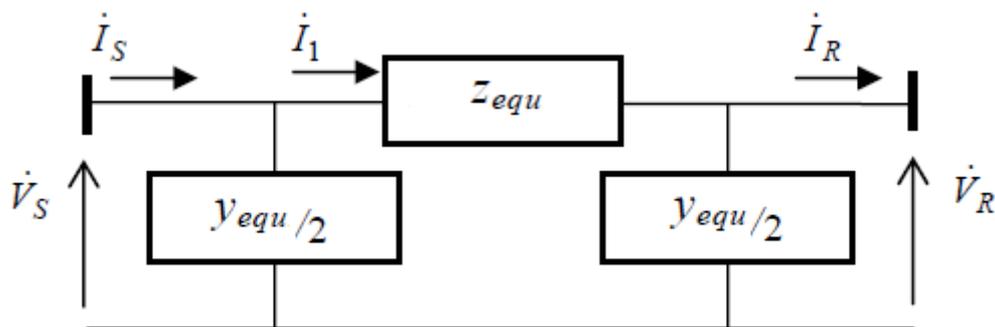


Figura 3.3- modelo linha longa

Os parâmetros da Figura 3.3 são mostrados a seguir:

$$z_{equ} = Z * \frac{\sin^{-1}(Y * l)}{Y * l} \quad (3.8)$$

$$y_{equ} = Y * \frac{\tan^{-1}\left(Y * \frac{l}{2}\right)}{Y * \frac{l}{2}} \quad (3.9)$$

Onde Y é a constante de propagação e l o comprimento da linha.

3.2 PARÂMETROS DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Para a modelagem das linhas de transmissão os valores dos parâmetros (resistência, indutância, condutância e capacitância) devem ser determinados. No cálculo desses parâmetros são levadas em consideração as características elétricas do material com que as linhas são feitas, a resistividade do solo, a geometria da linha, a altura dos condutores em relação ao solo, a frequência de operação do sistema, dentre outros.

Algumas aproximações são adotadas para simplificar o cálculo desses parâmetros, dessa forma leva-se em consideração que:

- A superfície do solo é plana;
- Os cabos estão paralelos ao solo;
- As distâncias entre o solo e os condutores é muito maior que o raio dos condutores;
- O solo é homogêneo com condutividade e constante dielétrica constantes;
- É calculada uma altura média aproximada dos condutores em relação ao solo;
- Outros.

Os parâmetros elétricos de uma linha de transmissão são representados por matrizes de ordem n igual ao número de condutores da linha. São elas a matriz de parâmetros longitudinais e a matriz de parâmetros transversais.

A matriz primitiva longitudinal corresponde à soma da resistência e da indutância série da linha, expressa em Ω/km .

Já a matriz primitiva transversal corresponde à admitância em paralelo da linha, expressa em mho/km .

3.2.1 MATRIZ PRIMITIVA LONGITUDINAL

A matriz primitiva longitudinal é obtida pela contribuição de três parcelas, estas são:

- A matriz impedância interna (Z_{Int});
- A matriz reatância externa para solo ideal (Z_{Ext});

- A matriz correção de solo (Z_{Solo}).

Assim:

$$Z_{Longitudinal} = Z_{Int} + Z_{Ext} + Z_{Solo} \quad (3.10)$$

3.2.2 MATRIZ IMPEDÂNCIA INTERNA

A matriz impedância interna é composta pela resistência e reatância interna e está associada à propagação de campo eletromagnético e densidade de corrente que passa pelo condutor.

A expressão da impedância interna depende do raio externo R_1 e do raio interno R_0 do condutor bem como da frequência e dos seus parâmetros elétricos (σ_c , μ_c e ϵ_c). Em que:

- ϵ_c é a permissividade do condutor;
- μ_c é a permeabilidade magnética do condutor;
- σ_c é a condutividade do condutor.

À medida que a frequência aumenta a densidade de corrente se concentra com maior intensidade na superfície do condutor acarretando no aumento da resistência aparente deste. Na matriz impedância interna os elementos da diagonal principal são iguais entre si e os demais elementos são nulos.

3.2.3 MATRIZ REATÂNCIA EXTERNA

A reatância externa para solo ideal pode ser encontrada pelo método das imagens. Considera-se que dois condutores i e j são cilíndricos paralelos ao solo conforme ilustrado na Figura 3.4.

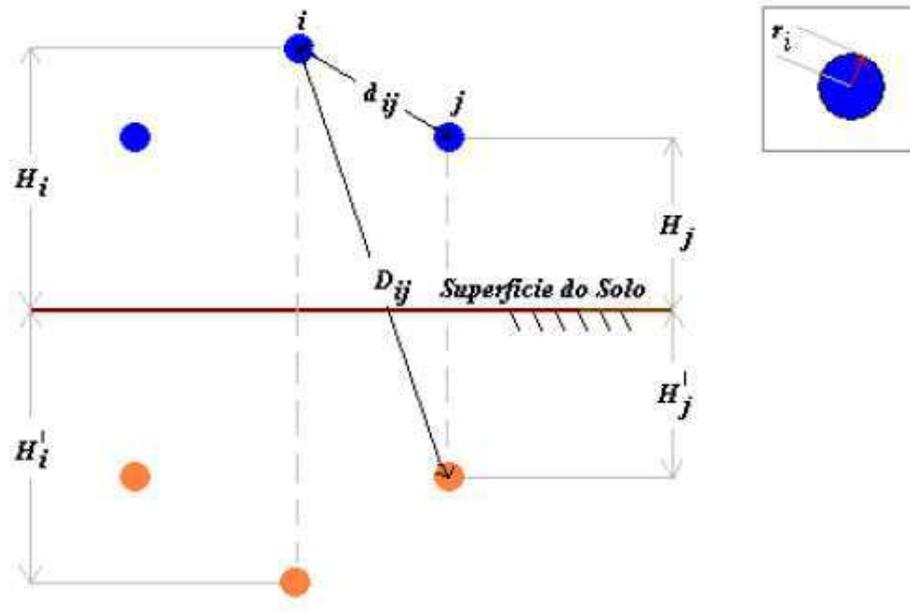


Figura 3.4—Representação de dois condutores e suas respectivas imagens.

Pelo método das imagens pode-se determinar os valores das reatâncias próprias (elementos da diagonal principal) e mútuas (demais elementos) a partir das seguintes equações [ZANNETA, 2006]:

$$X_{ii} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h_i}{r_i}\right) \quad (3.11)$$

e

$$X_{ij} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (3.12)$$

Em que:

ω – Frequência angular do sinal;

μ_0 – Permeabilidade magnética do vácuo;

h_i – Altura média do condutor a superfície do solo;

r_i – Raio do condutor i ;

D_{ij} – Distância do condutor i à imagem do condutor j ;

d_{ij} – Distância do condutor i ao condutor j .

As impedâncias próprias dependem das características do condutor, mas principalmente da geometria do feixe de cada fase. Já as impedâncias mútuas dependem da distância entre as fases (quanto menor a distância entre elas maior será a impedância mútua).

Sabe-se que os condutores de um sistema de potência não são equidistantes, portanto as impedâncias mútuas entre cada fase possuem valores diferentes. As impedâncias próprias também são variáveis, pois a altura dos condutores em relação ao solo é variável já que a superfície do solo não é plana, mas na prática considera-se uma altura média, o que em locais íngremes pode resultar em modelos que não representam a realidade.

Tem-se então que a matriz reatância externa não é do tipo (2.22), ou seja, não é diagonalizável. Dependendo do grau de diferença entre os valores das impedâncias mútuas a matriz transformada de Fortescue pode ou não ser aplicável. Se a diferença for desprezível, pode-se fazer uma aproximação e utilizar o método das componentes simétricas, caso contrário deve-se fazer a análise por outro método (para que os erros gerados não sejam muito grandes nem a análise se torne muito complexa) ou encontrar outra matriz transformada que diagonaliza a matriz reatância externa.

3.2.4 CORREÇÃO DO SOLO

Como o solo real não tem condutividade infinita as correções de Carson, método padrão bastante utilizado, são introduzidas para que os valores encontrados para as impedâncias em série sejam os mais próximos possíveis dos valores reais. Em seu método Carson considera o solo tem resistividade uniforme, tamanho infinito, sólido e que é paralelo aos condutores [CARSON, 1926].

3.2.5 MATRIZ PRIMITIVA TRANSVERSAL

A matriz primitiva transversal é composta pelos elementos capacitivos que existem ao longo da linha.

Quando o condutor i da Figura 3.4 é submetido a uma diferença de potencial, um campo elétrico E é produzido. A intensidade desse campo em um ponto afastado de uma distância r do eixo de i pode ser calculada por:

$$E = \frac{q_i}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (3.13)$$

Em que q_i é a carga do condutor em Coulomb por metro. A tensão entre o condutor i e sua imagem i' é dada por:

$$V_{ii'} = \int_{r_i}^{2H_i} E(r) dr = \frac{q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2H_i}{r_i}\right) \quad (3.14)$$

Em que r_i é o raio externo do condutor i .

Sendo a capacitância $C = q/V$, tem-se que a capacitância própria do condutor i é dada por:

$$C_{ii} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2H_i}{r_i}\right)} \quad (3.15)$$

A capacitância mútua é obtida a partir da tensão entre o condutor j e sua imagem j' , induzida pelo campo elétrico em i .

$$C_{ij} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D_{ij}}{a_{ij}}\right)} \quad (3.16)$$

Sendo a matriz $[A]$ composta pelos elementos $\ln\left(\frac{D_{ij}}{d_{ij}}\right)$, a matriz capacitância é dada por:

$$[C] = 2\pi\epsilon_0[A]^{-1} \quad (3.17)$$

O efeito da frequência na capacitância e indutância externa só é considerado para valores acima de 1MHz. Portanto esses parâmetros são função apenas do meio dielétrico e da geometria da linha.

3.2.6 MATRIZ DE IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA DE FASE

Para um sistema trifásico as matrizes impedância e admitância de fase são dadas respectivamente por (3.18) e (3.19).

$$Z_{fase} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$Y_{fase} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Para as linhas não transpostas os elementos da diagonal principal são diferentes entre si, bem como os demais elementos, mas ambas as matrizes são simétricas, ou seja, $Z_{12} = Z_{21}$, $Z_{13} = Z_{31}$, $Z_{32} = Z_{23}$ e $Y_{12} = Y_{21}$, $Y_{13} = Y_{31}$, $Y_{32} = Y_{23}$.

Sendo assim as matrizes (3.15) e (3.16) não são diagonalizáveis e o método das componentes simétricas não se torna viável já que os cálculos se tornariam bastante complexos e não seriam obtidos circuitos desacoplados. Pode-se verificar isso a partir de (3.22).

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_{21} + Z_{31} & Z_{12} + Z_{22} + Z_{32} & Z_{13} + Z_{23} + Z_{33} \\ Z_{11} + aZ_{21} + a^2Z_{31} & Z_{12} + aZ_{22} + a^2Z_{32} & Z_{13} + aZ_{23} + a^2Z_{33} \\ Z_{11} + a^2Z_{21} + aZ_{31} & Z_{12} + a^2Z_{22} + aZ_{32} & Z_{13} + a^2Z_{23} + aZ_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_{12} + Z_{13} + Z_{21} + Z_{22} + Z_{23} + Z_{31} + Z_{32} + Z_{33} & Z_{11} + Z_{21} + Z_{31} + a^2(Z_{12} + Z_{22} + Z_{32}) + a(Z_{13} + Z_{23} + Z_{33}) & Z_{11} + Z_{21} + Z_{31} + a(Z_{12} + Z_{22} + Z_{32}) + a^2(Z_{13} + Z_{23} + Z_{33}) \\ Z_{11} + a(Z_{21} + Z_{22} + Z_{23}) + a^2(Z_{31} + Z_{32} + Z_{33}) & Z_{11} + aZ_{21} + a^2Z_{31} + a^2(Z_{12} + aZ_{22} + a^3Z_{32}) + a(Z_{13} + aZ_{23} + a^2Z_{33}) & Z_{11} + aZ_{21} + a^2Z_{31} + a(Z_{12} + aZ_{22} + a^3Z_{32}) + a^2(Z_{13} + aZ_{23} + a^2Z_{33}) \\ Z_{11} + a^2Z_{21} + aZ_{31} & Z_{11} + a^2Z_{21} + aZ_{31} + a^2(Z_{12} + a^2Z_{22} + aZ_{32}) + a(Z_{13} + a^2Z_{23} + aZ_{33}) & Z_{11} + a^2Z_{21} + aZ_{31} + a(Z_{12} + a^2Z_{22} + aZ_{32}) + a^2(Z_{13} + a^2Z_{23} + aZ_{33}) \end{bmatrix}$$

Em que:

$$3Z_0 = (Z_{11} + Z_{22} + Z_{33})$$

$$3Z_1 = (Z_{11} + aZ_{22} + a^2Z_{33}) \quad (3.21)$$

$$3Z_2 = (Z_{11} + a^2Z_{22} + aZ_{33})$$

Temos ainda que:

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3Z_0 + Z_{12} + Z_{13} + Z_{21} + Z_{23} + Z_{31} + Z_{32} & 3Z_2 + Z_{21} + Z_{31} + a^2(Z_{12} + Z_{32}) + a(Z_{13} + Z_{23}) & 3Z_1 + Z_{21} + Z_{31} + a(Z_{12} + Z_{32}) + a^2(Z_{13} + Z_{23}) \\ 3Z_1 + a(Z_{21} + Z_{23}) + a^2(Z_{31} + Z_{32}) & 3Z_0 + a^2(Z_{31} + Z_{12} + Z_{32}) + a(Z_{21} + Z_{13} + a^2Z_{33}) & 3Z_2 + a(Z_{21} + Z_{12} + Z_{32}) + a^2(Z_{31} + Z_{13} + aZ_{23}) \\ 3Z_2 + Z_{12} + Z_{13} + a(Z_{31} + Z_{32} + Z_{33}) & 3Z_1 + a(Z_{31} + Z_{13} + a^2Z_{23}) & 3Z_0 + a(Z_{31} + Z_{12} + Z_{32}) + a^2(Z_{21} + Z_{13} + Z_{23}) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Percebe-se, portanto, que há acoplamentos mútuos entre as impedâncias de sequência positiva, negativa e nula. Dessa forma a aplicação do método de Fortescue não seria viável, pois a análise tornar-se-ia bastante complexa. Para tornar a linha de transmissão aproximadamente equilibrada, ou seja, com matriz impedância de transferência do tipo (2.22), utiliza-se o artifício da transposição.

3.3 TRANSPOSIÇÃO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

Foi visto anteriormente que devido à geometria da linha o sistema se torna desequilibrado. Isso se deve ao fato das distâncias entre fases e fase terra nunca serem idênticas.

A transposição é um método usado para diminuir o desequilíbrio entre as tensões e correntes das linhas de transmissão na frequência fundamental. Essa consiste na rotação cíclica dos condutores dividindo a linha em trechos de comprimento onde em cada trecho troca-se a posição das fases conforme ilustrado na Figura 3.5. Dessa forma cada fase ocupa cada uma das posições nas torres por igual distância.

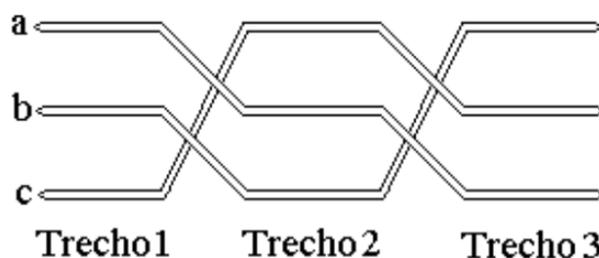


Figura 3.5 – Esquema de Transposição para um Circuito Trifásico

Para utilizar o método dos componentes simétricos nas linhas de transmissão admite-se que estas são idealmente transpostas, pois assim pode-se obter a matriz dada pela equação (2.22) a partir da qual se obtém circuitos de sequência de linha completamente desacoplados entre si.

Na frequência fundamental o equilíbrio das tensões e correntes das linhas pode ser restaurado por meio da transposição, mas em outras frequências o desequilíbrio permanece acentuado e resultados precisos não serão fornecidos utilizando-se o método dos componentes simétricos.

No Brasil a frequência fundamental de transmissão é 60 Hz, mas frequências múltiplas são inseridas no sistema por meio de cargas não lineares (transformadores, fornos elétricos a arco, equipamentos eletrônicos, etc), manobras de energização, dentre outros. Essas frequências múltiplas que surgem são chamadas de harmônicas e a sua presença torna o modelo dos componentes simétricos ineficaz.

3.3.1 LINHA IDEALMENTE TRANSPOSTA

Na linha idealmente transposta a transposição, ou seja, a rotação espacial dos condutores ocorre de forma contínua em que cada condutor ocupa a posição dos condutores restantes.

As matrizes impedância e admitância de uma linha idealmente transposta são equilibradas, ou seja, tem suas impedâncias próprias e mútuas iguais entre si. Nos estudos de sistemas de potência assume-se que as linhas são idealmente transpostas facilitando a análise de diversos problemas do sistema. Desse modo o uso das componentes simétricas se torna viável, pois, como já foi visto, uma matriz equilibrada pode ser diagonalizada pela transformada de Fortescue. A matriz impedância de uma linha idealmente transposta pode ser calculada da seguinte forma:

$$[Z_{abc}] = \begin{bmatrix} Z_P & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_P & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_P \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Em que:

$$Z_P = \frac{1}{3}(Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc})$$

e

$$Z_M = \frac{1}{3}(Z_{ab} + Z_{ac} + Z_{bc})$$

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para o cálculo dos elementos da matriz admitância [Yabc]. Na prática as linhas de transmissão não são idealmente transpostas. A seguir serão apresentados alguns tipos de transposição mais usuais.

3.3.2 TRANSPOSIÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS PARA CIRCUITO SIMPLES

Admitiu-se uma linha com ciclo de transmissão completo apresentada de duas formas, a primeira considerando três trechos e a segunda quatro trechos. No primeiro caso divide-se a linha em três trechos de igual comprimento, transpondo-se os condutores no final de cada trecho. Dessa forma a corrente de cada fase é transportada em cada uma das posições da estrutura ao longo de 1/3 do comprimento da linha conforme ilustrado na Figura 3.6.

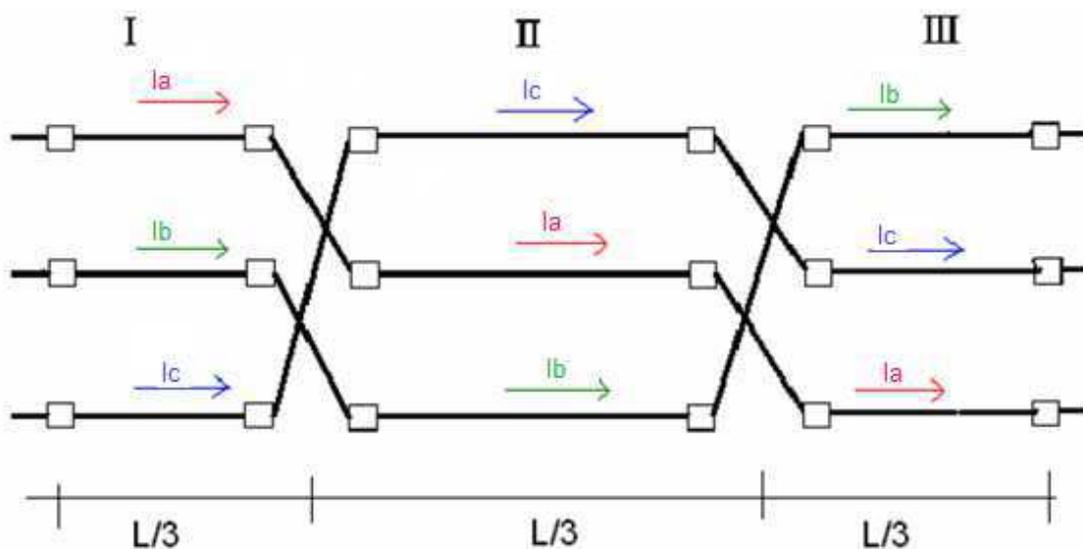


Figura 3.6 – Esquema de transposição de linhas trifásicas de circuito simples com três trechos.

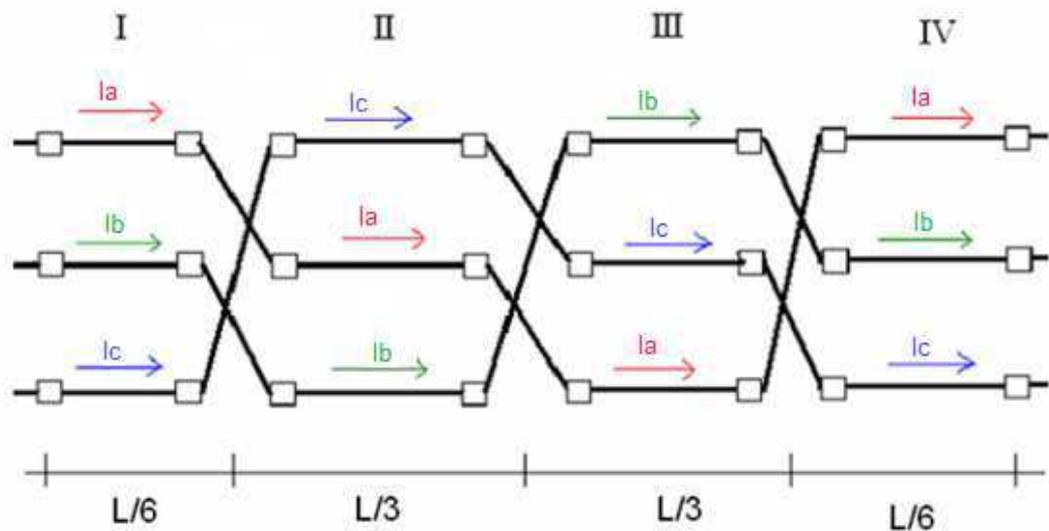


Figura 3.7 é ilustrado o esquema de transposição com quatro trechos. A linha é dividida em quatro trechos, sendo estes de tamanho igual a $1/6$, $1/3$, $1/3$ e $1/6$ do comprimento da linha. Esse esquema é mais utilizado no sistema real pelo fato da posição das fases no terminal esquerdo ser a mesma do terminal direito.

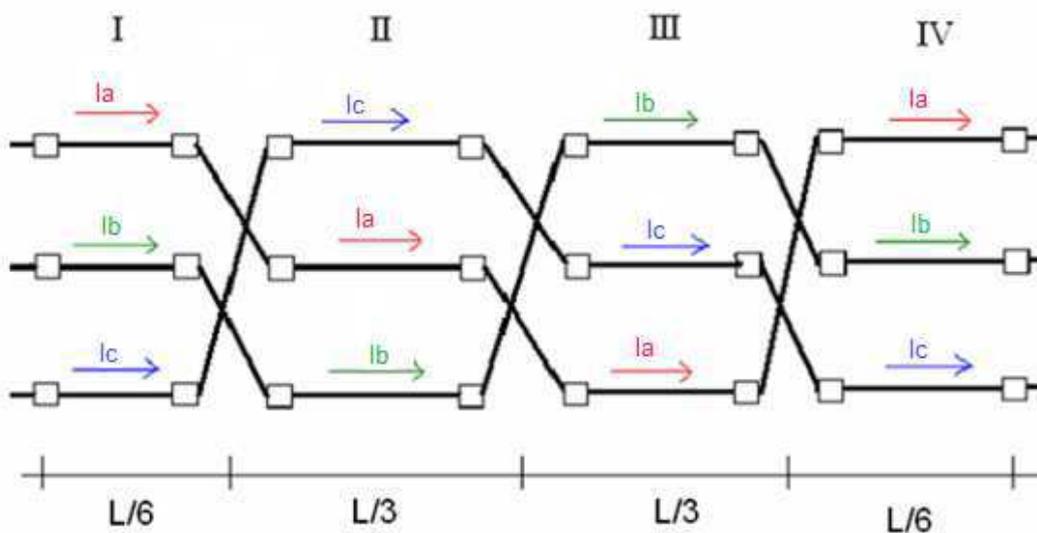


Figura 3.7 - Esquema de transposição de linhas trifásicas de circuito simples com quatro trechos

Matematicamente, a transposição pode ser obtida utilizando as matrizes de rotação $[R\phi]$ e $[R\phi-1]$ que fazem com que a posição dos condutores mude. Sendo (3.18) a matriz impedância da linha de transmissão, ao se aplicar as matrizes de rotação, obter-

se-á uma matriz cujos elementos estarão em posições diferentes das posições da matriz original. Dessa forma, considerando a Figura 3.6, para a primeira transposição que ocorre no final do primeiro trecho tem-se a seguinte expressão:

$$[Z_{312}] = [R_{\phi}][Z_{123}][R_{\phi}^{-1}] \quad (3.24)$$

Para o caso da segunda transposição que ocorre no final do segundo trecho, tem-se a expressão (3.25).

$$[Z_{231}] = [R_{\phi}^{-1}][Z_{312}][R_{\phi}] \quad (3.25)$$

O mesmo procedimento é utilizado para o esquema da Figura 3.7, com o acréscimo da expressão que corresponde à terceira transposição que ocorre no final do terceiro trecho, e que resulta em elementos com a posição igual à inicial.

$$[Z_{123}] = [R_{\phi}][Z_{231}][R_{\phi}^{-1}] \quad (3.26)$$

A transposição de ciclo completo numa linha de transmissão garante resultados satisfatórios com relação ao equilíbrio de tensões e correntes quando o comprimento de cada seção de transposição é bem menor do que o comprimento da onda (DOMMEL, 1996). No caso do Brasil onde a frequência fundamental utilizada é de 60 Hz, o comprimento de onda é $\lambda = 5.000$ km. Considerando uma linha transposta com quatro trechos o ciclo de transposição deve ser bem menor que 1.250 km para que resultados satisfatórios sejam obtidos.

3.3.3 TRANSPOSIÇÃO DE LINHAS TRIFÁSICAS PARA CIRCUITO DUPLO

As linhas de circuito duplo também podem ser representadas por matrizes impedâncias aproximadamente equilibradas dependendo do seu esquema de transposição. Nesse caso as matrizes de componentes simétricas são obtidas a partir de (3.27).

$$Z_{fase} = \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix} [Z_{fase}] \begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [0] & [A] \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Sendo $[A]$ a matriz de transformação de Fortescue e $[0]$ uma matriz cujos elementos são todos zeros. Ambas do tipo 3×3 .

Dependendo do esquema de transposição podem existir acoplamentos magnéticos entre os circuitos. Dessa forma correntes de sequência em um circuito podem induzir quedas de tensão de mesma sequência ou de sequência diferente no outro circuito (DOMMEL, 1996). Para o caso de transposição de três seções quando os dois circuitos têm rotação de fases em direções opostas entre si correntes de sequência positiva, negativa e zero de um circuito só produzem quedas de tensão positiva, negativa e zero, respectivamente, no outro circuito. Na Figura 3.8 está ilustrado o esquema de transposição de três seções para uma linha de circuito duplo em que a rotação de fases do circuito 1 ocorre em direção oposta a do circuito 2.

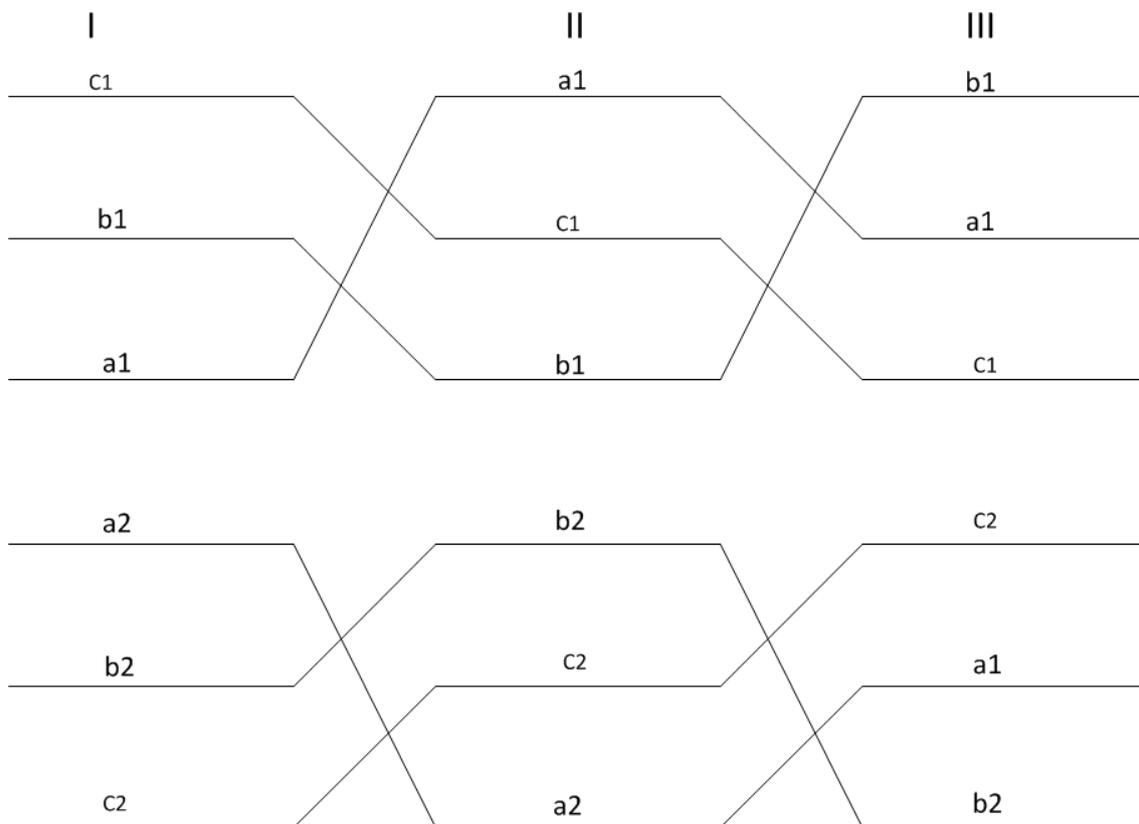


Figura 3.8 - Esquema de transposição de três seções para uma linha de circuito duplo com rotação de fases em direções opostas

Para o esquema de transposição de três seções de circuito duplo em que a rotação das fases de cada circuito é feita na mesma direção, haverá acoplamento entre os circuitos 1 e 2 para componentes de sequência diferentes, ou seja, uma corrente do circuito 1 de sequência positiva pode induzir queda de tensão de sequência positiva ou negativa no circuito 2. Esse esquema de transposição está ilustrado na Figura 3.9.

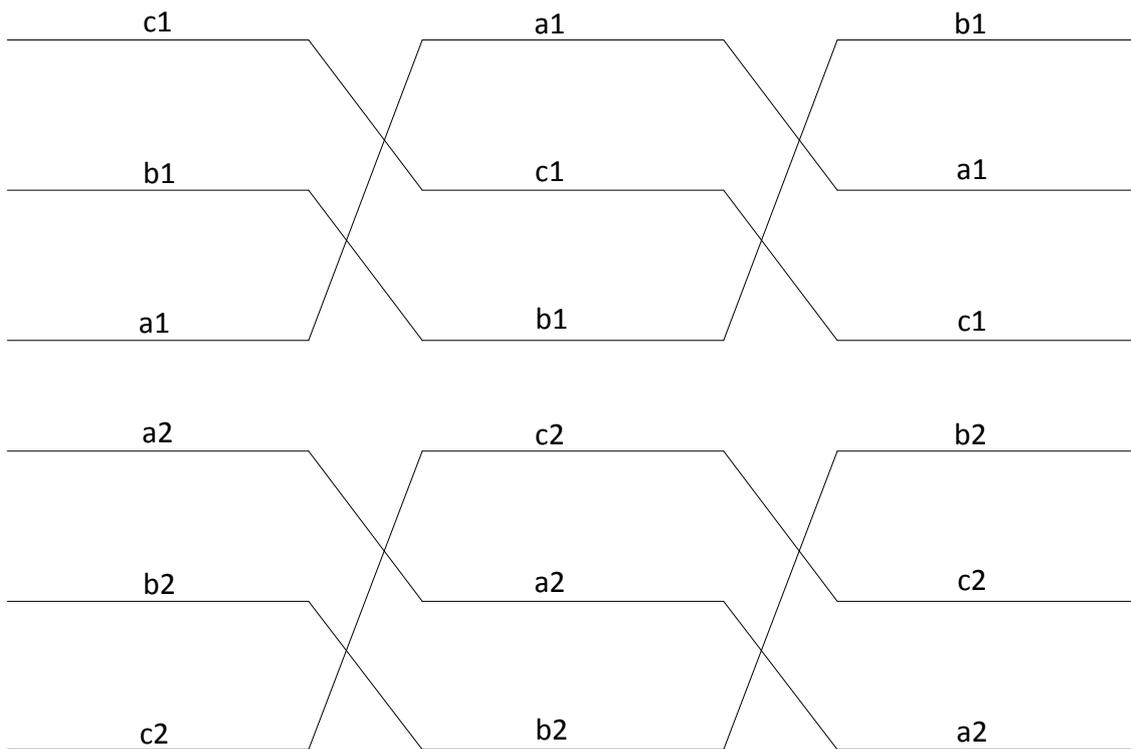


Figura 3.9 - Esquema de transposição de três seções para uma linha de circuito duplo com rotação de fases na mesma direção

3.3.4 ANÁLISE DA TRANSPOSIÇÃO EM LINHAS CURTAS DE CIRCUITO SIMPLES

A matriz impedância para os esquemas de transposição apresentados na seção 3.3.2, quando desprezado o efeito capacitivo, pode ser calculada como uma média das matrizes impedâncias de cada um dos trechos.

Conforme visto na seção 3.1.1 em uma linha de transmissão cujo comprimento é menor que 80 km a linha pode ser representada somente pela resistência e indutância série, sendo o efeito capacitivo desprezado. Assim, para uma linha trifásica curta de

circuito simples com esquema de transposição igual ao da Figura 3.6, a matriz impedância de fase pode ser calculada de acordo com a equação Equação 3.29.

$$\begin{bmatrix} Z_S & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_S & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_S \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{33} & Z_{31} & Z_{32} \\ Z_{13} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{23} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{21} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{31} \\ Z_{12} & Z_{13} & Z_{11} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Sendo Z_S e Z_m as indutâncias própria e mútua, respectivamente. Em que:

$$Z_S = \frac{1}{3}(Z_{11} + Z_{22} + Z_{33})$$

e

$$Z_m = \frac{1}{3}(Z_{12} + Z_{31} + Z_{23})$$

Para a transposição utilizando quatro trechos os cálculos são feitos de maneira análoga.

A transposição de linhas trifásicas de circuito simples aproxima-se da transposição ideal. Portanto, para os casos de transposição de linhas trifásicas curtas de circuito simples com três trechos ou quatro trechos, o uso da transformada de Fortescue se torna viável já que a matriz impedância de fase é do tipo (2.22) sendo, pois, diagonalizável.

3.3.5 ANÁLISE DA TRANSPOSIÇÃO EM LINHAS CURTAS DE CIRCUITO DUPLO

A matriz impedância de uma linha curta de circuito duplo com esquema de transposição de três seções pode ter sua rotação de fase de cada circuito apresentada em direção oposta ou na mesma direção, conforme mencionado no item 3.3.3. Para o caso em que a rotação das fases ocorre em direção oposta, Figura 3.8, pode-se obter a matriz impedância de fase a partir da média das matrizes impedâncias de cada trecho. Assim:

$$Z_{fase} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{33} & Z_{31} & Z_{32} & Z_{35} & Z_{36} & Z_{34} \\ Z_{13} & Z_{11} & Z_{12} & Z_{15} & Z_{16} & Z_{14} \\ Z_{23} & Z_{21} & Z_{22} & Z_{25} & Z_{26} & Z_{24} \\ Z_{53} & Z_{51} & Z_{52} & Z_{55} & Z_{56} & Z_{54} \\ Z_{63} & Z_{61} & Z_{62} & Z_{65} & Z_{66} & Z_{64} \\ Z_{43} & Z_{41} & Z_{42} & Z_{45} & Z_{46} & Z_{44} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{21} & Z_{26} & Z_{24} & Z_{25} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{31} & Z_{36} & Z_{34} & Z_{35} \\ Z_{12} & Z_{13} & Z_{11} & Z_{16} & Z_{14} & Z_{15} \\ Z_{62} & Z_{63} & Z_{61} & Z_{66} & Z_{64} & Z_{65} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{41} & Z_{46} & Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{52} & Z_{53} & Z_{51} & Z_{56} & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix}$$

$$Z_{fase} = \begin{bmatrix} Z_S^1 & Z_M^1 & Z_M^1 & Z_k & Z_n & Z_l \\ Z_M^1 & Z_S^1 & Z_M^1 & Z_n & Z_l & Z_k \\ Z_M^1 & Z_M^1 & Z_S^1 & Z_l & Z_k & Z_n \\ Z_k & Z_n & Z_l & Z_S^2 & Z_M^2 & Z_M^2 \\ Z_n & Z_l & Z_k & Z_M^2 & Z_S^2 & Z_M^2 \\ Z_l & Z_k & Z_n & Z_M^2 & Z_M^2 & Z_S^2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Em que:

$$Z_S^1 = (Z_{11} + Z_{22} + Z_{33})$$

$$Z_S^2 = (Z_{66} + Z_{55} + Z_{44})$$

$$Z_M^1 = (Z_{12} + Z_{31} + Z_{23})$$

$$Z_M^2 = (Z_{45} + Z_{56} + Z_{64})$$

$$Z_k = (Z_{62} + Z_{53} + Z_{41})$$

$$Z_l = (Z_{61} + Z_{52} + Z_{43})$$

$$Z_n = (Z_{51} + Z_{42} + Z_{63})$$

Sendo Z_S^1 a impedância própria do circuito, Z_S^2 a impedância própria do circuito 2, Z_M^1 a impedância mútua do circuito 1 e Z_M^2 a impedância mútua do circuito 2. Aplicando-se a transformação da equação (3.27), obtém-se:

$$\mathbf{Z}_{fase} = \begin{bmatrix} Z_{00S1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{0012} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Z_{++S1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{++12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{--S1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{--12} \\ Z_{0021} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{00S2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Z_{++21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{++S2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{--21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & Z_{--S2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Em que:

- $Z_{00S1} = Z_{00S2} = \frac{Z_S^1 + 2Z_M^1}{3}$ (É a impedância própria de sequência zero do circuito 1)
- $Z_{++S1} = Z_{++S2} = \frac{Z_S^1 - Z_M^1}{3}$ (É a impedância própria de sequência positiva do circuito 1)
- $Z_{--S1} = Z_{--S2} = \frac{Z_S^1 - Z_M^1}{3}$ (É a impedância própria de sequência negativa do circuito 1)
- $Z_{0021} = Z_{0012} = \frac{Z_k + 2Z_l}{3}$ (É a impedância mútua entre a sequência zero do circuito 1 e a sequência zero do circuito 2)
- $Z_{++21} = Z_{++12} = \frac{Z_k - Z_l}{3}$ (É a impedância mútua entre a sequência positiva do circuito 1 e a sequência positiva do circuito 2)
- $Z_{+-21} = Z_{+-12} = \frac{Z_k - Z_l}{3}$ (É a impedância mútua entre a sequência negativa do circuito 1 e a sequência negativa do circuito 2)

Assim, pela equação (3.30) nota-se que existe acoplamento entre os circuitos 1 e 2 apenas para componentes de mesma sequência, ou seja, existe acoplamento entre a componente positiva do circuito 1 e a componente positiva do circuito 2, entre a

componente negativa do circuito 1 e a negativa do circuito 2 e a componente zero do circuito 1 e a zero do circuito 2.

Portanto apesar de não haver acoplamento entre sequências diferentes para o esquema de transposição com rotação das fases na mesma direção, a matriz dada por (3.29) não é diagonalizável pela transformada de Fortescue. Dessa forma o uso de componentes simétricas para circuitos duplos com rotação na mesma direção, não é viável apesar do efeito capacitivo ser desprezado.

Quando a transposição dos circuitos ocorre na mesma direção, Figura 3.9, obtém-se:

$$\mathbf{Z}_{fase} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_S^1 & \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_k & \mathbf{Z}_n & \mathbf{Z}_l \\ \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_S^1 & \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_n & \mathbf{Z}_l & \mathbf{Z}_k \\ \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_M^1 & \mathbf{Z}_S^1 & \mathbf{Z}_l & \mathbf{Z}_k & \mathbf{Z}_n \\ \mathbf{Z}_k & \mathbf{Z}_n & \mathbf{Z}_l & \mathbf{Z}_S^2 & \mathbf{Z}_M^2 & \mathbf{Z}_M^2 \\ \mathbf{Z}_n & \mathbf{Z}_l & \mathbf{Z}_k & \mathbf{Z}_M^2 & \mathbf{Z}_S^2 & \mathbf{Z}_M^2 \\ \mathbf{Z}_l & \mathbf{Z}_k & \mathbf{Z}_n & \mathbf{Z}_M^2 & \mathbf{Z}_M^2 & \mathbf{Z}_S^2 \end{bmatrix}$$

Conforme comentado no item 3.3.3 para esse tipo de transposição ocorrem acoplamentos entre sequências diferentes. Aplicando a transformada de Fortescue dada por (3.27), tem-se a seguinte matriz impedância:

$$[\mathbf{Z}_S] = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{00}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{00}^{12} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{++}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{+-}^{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{--}^{11} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{-+}^{12} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Z}_{00}^{21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{00}^{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{+-}^{21} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{++}^{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{-+}^{21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{--}^{22} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3.3.6 ANÁLISE DA TRANSPOSIÇÃO EM LINHAS MÉDIAS DE CIRCUITO SIMPLES

Uma linha de transmissão de comprimento médio, pode ser devidamente representada pelo modelo pi-nominal, conforme visto na seção 0. Uma linha de transmissão com vários trechos de transposição pode ser representada por uma conexão em cascata de circuitos pi em que cada trecho é representado por um circuito pi.

Para uma linha simples trifásica os parâmetros A, B, C e D são representados por matrizes. Quando a transposição ocorre em três seções (Figura 3.6) a conexão dos parâmetros ABCD é representada pela Figura 3.10.

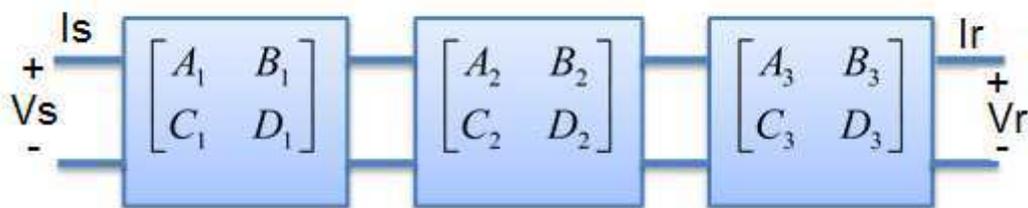


Figura 3.10 – Conexão em Cascata dos Parâmetros ABCD de Três Circuitos pi de uma Linha de Transmissão

Em que o primeiro trecho é representado pelos parâmetros A_1 , B_1 , C_1 e D_1 . O segundo trecho pelos parâmetros A_2 , B_2 , C_2 e D_2 . E os parâmetros A_3 , B_3 , C_3 e D_3 representam o terceiro trecho. A matriz equivalente é obtida pela multiplicação das três matrizes em cascata.

Na Figura 3.11 é ilustrado um circuito pi para representação do trecho 1 da linha trifásica (Figura 3.6) com acoplamentos próprios e mútuos.

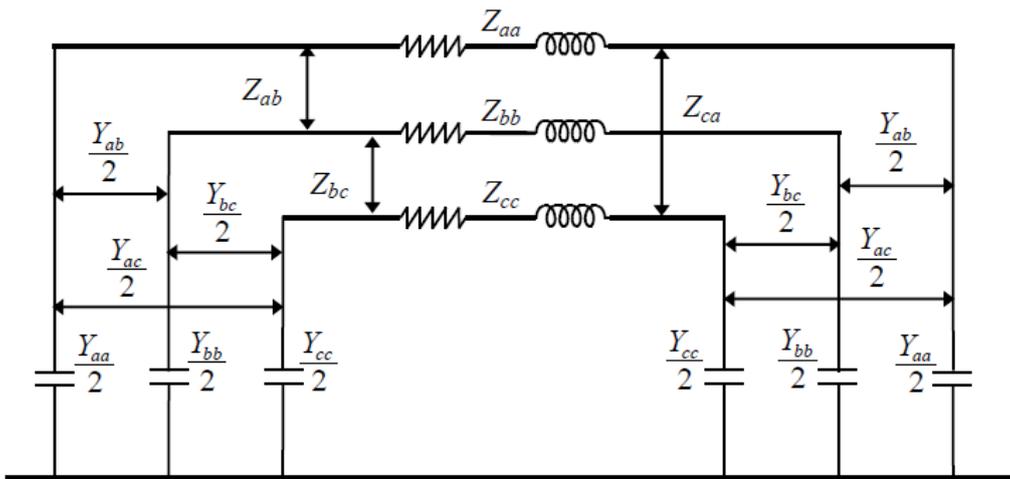


Figura 3.11-Circuito pi pra linha de transmissão trifásica

Portanto, para o trecho 1, tem-se que:

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{Z}_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{Y_{aa}}{2} & \frac{Y_{ab}}{2} & \frac{Y_{ac}}{2} \\ \frac{Y_{ba}}{2} & \frac{Y_{bb}}{2} & \frac{Y_{bc}}{2} \\ \frac{Y_{ca}}{2} & \frac{Y_{cb}}{2} & \frac{Y_{cc}}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & Y_{ac} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & Y_{bc} \\ Y_{ca} & Y_{cb} & Y_{cc} \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{Y_{aa}}{4} & \frac{Y_{ab}}{4} & \frac{Y_{ac}}{4} \\ \frac{Y_{ba}}{4} & \frac{Y_{bb}}{4} & \frac{Y_{bc}}{4} \\ \frac{Y_{ca}}{4} & \frac{Y_{cb}}{4} & \frac{Y_{cc}}{4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (3.32)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix}$$

Obtém-se então para o trecho 1 a matriz dos parâmetros ABCD:

$$Z_{TrechoI}^{ABCD} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Por mais que as matrizes impedância e admitância sejam simétricas, a matriz Z_{ABCD} não o é, pois os elementos das matrizes B1 e C1 são todos diferentes entre si.

Os mesmos procedimentos são adotados pra os trechos 2 e 3 da linha, levando-se em conta que a posição das fases muda. Assim, as matrizes $Z_{ABCD}^{Trecho II}$ e $Z_{ABCD}^{Trecho III}$ são dadas por (3.34) e (3.35) , respectivamente:

$$Z_{TrechoII}^{ABCD} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{cc} & A_{ca} & A_{cb} \\ A_{ac} & A_{aa} & A_{ab} \\ A_{bc} & A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{cc} & Z_{ca} & Z_{cb} \\ Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{bc} & Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{cc} & C_{ca} & C_{cb} \\ C_{ac} & C_{aa} & C_{ab} \\ C_{bc} & C_{ba} & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{cc} & A_{ca} & A_{cb} \\ A_{ac} & A_{aa} & A_{ab} \\ A_{bc} & A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$Z_{TrechoIII}^{ABCD} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{bb} & A_{bc} & A_{ba} \\ A_{cb} & A_{cc} & A_{ca} \\ A_{ab} & A_{ac} & A_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ba} \\ Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ca} \\ Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{bb} & C_{bc} & C_{ba} \\ C_{cb} & C_{cc} & C_{ca} \\ C_{ab} & C_{ac} & C_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{bb} & A_{bc} & A_{ba} \\ A_{cb} & A_{cc} & A_{ca} \\ A_{ab} & A_{ac} & A_{aa} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Por fim, obtêm-se os parâmetros ABCD equivalentes multiplicando-se as matrizes em cascata $Z_{ABCDTrechoI}$, $Z_{ABCDTrechoII}$ e $Z_{ABCDTrechoIII}$.

$$Z_{TrechoI}^{ABCD} * Z_{TYrechoII}^{ABCD} * Z_{TrechoIII}^{ABCD} = \begin{bmatrix} W_{1a} & W_{1b} & W_{1c} & W_{1d} & W_{1e} & W_{1f} \\ W_{2a} & W_{2b} & W_{2c} & W_{2d} & W_{2e} & W_{2f} \\ W_{3a} & W_{3b} & W_{3c} & W_{3d} & W_{3e} & W_{3f} \\ W_{4a} & W_{4b} & W_{4c} & W_{1a} & W_{1b} & W_{1c} \\ W_{5a} & W_{5b} & W_{5c} & W_{2a} & W_{2b} & W_{2c} \\ W_{6a} & W_{6b} & W_{6c} & W_{3a} & W_{3b} & W_{3c} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Em que os parâmetros ABCD equivalente são:

$$B_{equivalente} = \begin{bmatrix} W_{1d} & W_{1e} & W_{1f} \\ W_{2d} & W_{2e} & W_{2f} \\ W_{3d} & W_{3e} & W_{3f} \end{bmatrix}$$

$$A_{equivalente} = D_{equivalente} = \begin{bmatrix} W_{1a} & W_{1b} & W_{1c} \\ W_{2a} & W_{2b} & W_{2c} \\ W_{3a} & W_{3b} & W_{3c} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$C_{equivalente} = \begin{bmatrix} W_{4a} & W_{4b} & W_{4c} \\ W_{5a} & W_{5b} & W_{5c} \\ W_{6a} & W_{6b} & W_{6c} \end{bmatrix}$$

A partir dos parâmetros ABCD, pode-se encontrar as matrizes impedância e reatância do modelo pi equivalente. Sabe-se que:

$$\mathbf{Z}_{equivalente} = \mathbf{B}_{equivalente} = \begin{bmatrix} w_{1d} & w_{1e} & w_{1f} \\ w_{2d} & w_{2e} & w_{2f} \\ w_{3d} & w_{3e} & w_{3f} \end{bmatrix}$$

Para determinar a admitância equivalente $\mathbf{Y}_{equivalente}$, considera-se que a matriz $\mathbf{Z}_{equivalente}$ é não singular, ou seja, admite inversa. Assim:

$$\mathbf{A}_{equivalente} = \frac{\mathbf{Z}_{equivalente} * \mathbf{Y}_{equivalente}}{2} + \mathbf{1}$$

$$\mathbf{Z}_{equivalente} \mathbf{Y}_{equivalente} = 2 * \mathbf{A}_{equivalente} - 2$$

$$\mathbf{Z}_{equivalente}^{-1} \mathbf{Z}_{equivalente} \mathbf{Y}_{equivalente} = \mathbf{Z}_{equivalente}^{-1} * (2 * \mathbf{A}_{equivalente} - 2)$$

$$\mathbf{Y}_{equivalente} = \mathbf{Z}_{equivalente}^{-1} * (2 * \mathbf{A}_{equivalente} - 2)$$

$$\mathbf{Y}_{equivalente} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

As matrizes $\mathbf{Y}_{equivalente}$ e $\mathbf{Z}_{equivalente}$ não são simétricas, possuindo todos os seus elementos diferentes entre si. Desse modo a aplicação do método das componentes simétricas não se torna viável.

3.3.7 ESTUDO DE CASO DA TRANSPOSIÇÃO EM LINHAS MÉDIAS DE CIRCUITO SIMPLES

Foi realizado um estudo de caso para obter o circuito pi equivalente de uma linha de transmissão trifásica de circuito simples de comprimento igual a 200m e

transposta em três trechos iguais. Foi utilizada a ferramenta Line Constants do software ATP (Alternative Transients Program) para o cálculo das matrizes impedância e reatância. O software Matlab foi usado na operação dessas matrizes para a obtenção do circuito pi equivalente.

Foi analisado um sistema de 345kV com torres típicas em disposição convencional de seus condutores. Na Figura 3.12 está ilustrada a silhueta da torre adotada, bem como a disposição dos seus cabos de fase e cabos guarda.

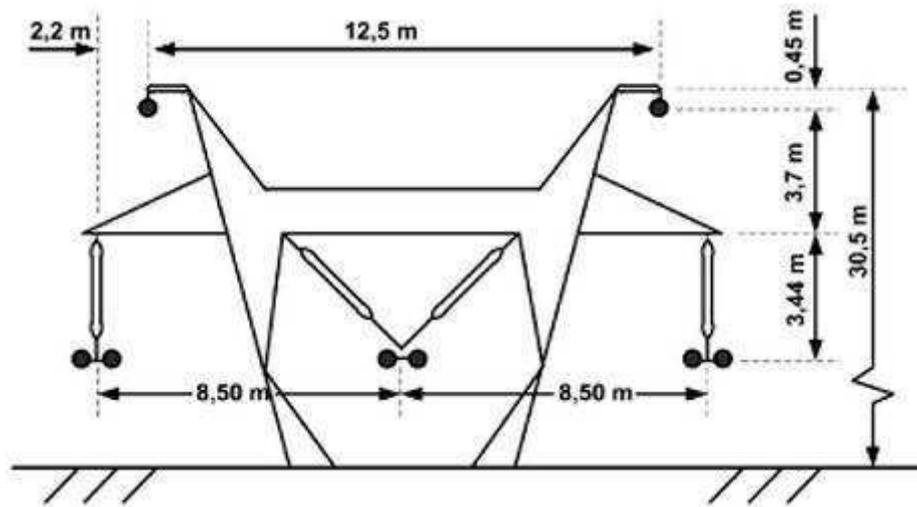


Figura 3.12 – Silhueta da Torre da Linha Convencional de 345 kV

Os cabos condutores utilizados nessa simulação foram os do tipo Rail e a flecha do meio do vão entre duas torres foi 14,6 m.

As matrizes de impedância de transferência e admitância shunt dos trechos I, II e III são dadas na equação abaixo.

$$Z_{Trecho I} = \begin{bmatrix} 14.34 + 125.77i & -1.05 - 0.61i & 1.05 - 0.61i \\ -1.05 - 0.61i & -2.11 + 1.22i & 2.16 + 38.40i \\ 1.05 - 0.61i & 2.16 + 38.40i & 2.11 + 1.22i \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y_{ShuntTrecho I}}{2} = \begin{bmatrix} -7355.0 & 69.8 & 69.8 \\ 69.8 & -139.5 & -4844.5 \\ 69.8 & -4844.5 & -139.5 \end{bmatrix}$$

$$Z_{TrechoII} = \begin{bmatrix} 14.34 + 125.77i & -1.05 - 0.61i & 1.05 - 0.61i \\ -1.05 - 0.61i & -2.11 + 1.22i & 2.16 + 38.40i \\ 1.05 - 0.61i & 2.16 + 38.40i & 2.11 + 1.22i \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y_{ShuntTrechoII}}{2} = \begin{bmatrix} -7355.0 & -139.5 & -139.5 \\ -139.5 & 279.0 & -4844.5 \\ -139.5 & -4844.5 & 279.0 \end{bmatrix}$$

$$Z_{TrechoIII} = \begin{bmatrix} 14.34 + 125.77i & 1.05 - 0.61i & -1.05 - 0.61i \\ 1.05 - 0.61i & 2.11 + 1.22i & 2.16 + 38.40i \\ -1.05 - 0.61i & 2.16 + 38.40i & -2.11 + 1.22i \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y_{ShuntTrechoIII}}{2} = \begin{bmatrix} -7355.0 & 69.8 & 69.8 \\ 69.8 & -139.5 & -4844.5 \\ 69.8 & -4844.5 & -139.5 \end{bmatrix}$$

A partir das matrizes impedância de transferência e admitância shunt pôde-se calcular os parâmetros ABCD da linha para cada trecho utilizando a equação (3.7).

Os parâmetros ABCD equivalentes (3.39) da linha foram calculados colocando-se em cascata os parâmetros ABCD de cada trecho da linha:

$$A_{equi} = D_{equ} \begin{bmatrix} (26965 + 76062i)10^{13} & (-10612e - 61222i) & (10612 - 6130.7i)10^2 \\ (-10612 - 6122.2i)10^2 & (67944 - 39043i)10^3 & (10865 + 63776i)10^{11} \\ (10612 - 6130.7i)10^2 & (10865 + 63776i)10 & (-6.957 - 39421i)10^3 \end{bmatrix}$$

$$B_{equ} = \begin{bmatrix} (-6777.2 - 19117i)10^2 & 1.5632 + 0.9018i & (-1.5631 + 0.9031i)10^2 \\ (1.5632 + 0.9018i)10^2 & (12.5108 - 7.2259i)10^3 & (-9556.5 - 56094i) \\ (-1.5631 + 0.9031i) & (-9556.5 - 56094i) & (-6.957 - 39421i)10^3 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$C_{equ} = \begin{bmatrix} (-1.3411 - 3.7829i)10^{28} & (9.0048 + 5.1951i)10^{10} & (-9.0047 + 5.2024i)10^{10} \\ (9.0048 + 5.1951i)10^{10} & (4.6124 - 2.6369i)10^{13} & (-1.5442 - 9.0638i)10^{25} \\ (-9.0047 + 5.2024i)10^{10} & (-1.5442 - 9.0638i)10^{25} & (-4.6132 - 2.6897i)10^{13} \end{bmatrix}$$

A matriz impedância e a matriz admitância shunt podem ser determinadas de acordo com as equações (3.40) e (3.41).

$$[Z] = [B] \quad (3.40)$$

$$\frac{[Y]}{2} = \frac{[A] - [1]}{Z} \quad (3.41)$$

Assim, a partir dos parâmetros ABCD equivalente, pôde-se determinar o circuito equivalente PI. Então:

$$Z_{equ} = \begin{bmatrix} (-6777.2 - 19117i)10^2 & 1.5632 + 0.9018i & (-1.5631 + 0.9031i)10^2 \\ (1.5632 + 0.9018i)10^2 & (12.5108 - 7.2259i)10^3 & (-9556.5 - 56094i) \\ (-1.5631 + 0.9031i) & (-9556.5 - 56094i) & (-6.957 - 39421i)10^3 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\frac{Y_{equ}}{2} = \begin{bmatrix} (-795760 - 2.5476i)10^6 & (-1.3577)10^6 & (-1.3577)10^6 \\ (-1.3577)10^6 & (1084.8e + 2.3933i)10^4 & (-2.2739)10^{11} \\ (-1.3577)10^6 & (-2.2739)10^{11} & (1087.6 + 2.4016i)10^4 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

As matrizes (3.42) e (3.43) são do tipo simétricas, mas não são equilibradas. Desse modo a transformada de Fortescue não diagonaliza as matrizes impedância e admitância shunt, tornando a aplicação do método das componentes simétricas ineficaz, já que não serão obtidos circuitos não-acoplados.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método das componentes simétricas consiste basicamente em transformar um sistema de n fasores desequilibrados em n sistemas equilibrados e desacoplados, denominados de componentes simétricas. A medida que esse objetivo não é atingido os resultados obtidos de correntes e tensões tornam-se imprecisos e os cálculos complexos. Tomando com referência o estudo de caso da seção anterior, percebe-se que o método dos componentes simétricos utilizando a transformada de Fortescue, apesar do artifício da transposição, é ineficaz na prática quando aplicado a uma linha de transmissão, pois uma linha nunca terá uma matriz impedância totalmente equilibrada devido a diversos fatores como, por exemplo, a distância dos cabos ao solo que não são exatamente iguais ao longo da linha. Contudo, a medida que esta se torna mais equilibrada, resultados satisfatórios poderão ser obtidos. Apesar de na prática os componentes simétricos não resultar em dados muito satisfatórios, no âmbito acadêmico este método constitui uma ferramenta valiosa para o aprendizado do aluno.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GRAINGER, J. J; STEVENSON, W.D. Power System Analysis, Mc Graw-Hill Ed., 1994;

ROBBA, E. J. Introdução a Sistemas Elétricos de Potência Componentes Simétricas, 2ª ed, 1973.

GLOVER, J. D. Power System Analysis, 4ª ed., 1994;

STEVENSON. W. D. Elements of Power System Analysis, 4ª ed, New York: McGraw-Hill, 1982;

MOREIRA, G. A. F. Análise Comparativa de Correntes de Curto-Circuito Utilizando o Método das Componentes Simétricas e o Método das Componentes de Fase. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil, 2011.

POOLE, D. Álgebra Linear. São Paulo, 2004.