



UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
CAMPINA GRANDE

**ASPECTOS GEOMÉTRICOS E HIDRODINÂMICOS DE  
UM HIDROCICLONE NO PROCESSO DE SEPARAÇÃO  
DE SISTEMAS MULTIFÁSICOS: APLICAÇÃO À  
INDÚSTRIA DO PETRÓLEO**

Enivaldo Santos Barbosa

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

**Orientadores: Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto  
Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima**

CPGEP  
Campina Grande, PB  
2011



UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
CAMPINA GRANDE

**ASPECTOS GEOMÉTRICOS E HIDRODINÂMICOS DE  
UM HIDROCICLONE NO PROCESSO DE SEPARAÇÃO  
DE SISTEMAS MULTIFÁSICOS: APLICAÇÃO À  
INDÚSTRIA DO PETRÓLEO**

Enivaldo Santos Barbosa

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

**Orientadores: Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto  
Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima**

CPGEP  
Campina Grande, PB  
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

B238a Barbosa, Enivaldo Santos.  
Aspectos geométricos e hidrodinâmicos de um hidrociclone no processo de separação de sistemas multifásicos : aplicação à indústria do petróleo / Enivaldo Santos Barbosa. – Campina Grande, 2011.  
220 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia.

Orientadores: Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto, Prof. Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima.


Referências.


1. escoamento Multifásico. 2. Turbulência. 3. Hidrociclone.  
4. Simulação. 5. Eficiência de Separação. 6. CFX. I. Título.


CDU 66.096.5(043)

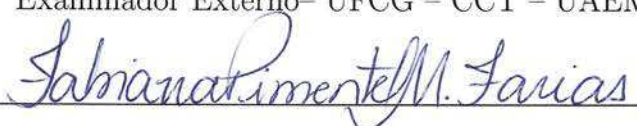
MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **ENIVALDO SANTOS BARBOSA** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

Tese de Doutorado **aprovada** em 26 de agosto de 2011.

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto  
Orientador- UFCG – CCT – UAEQ

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Antonio Gilson Barbosa de Lima  
Orientador- UFCG – CCT – UAEM

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Celso Rosendo Bezerra Filho  
Examinador Externo- UFCG – CCT – UAEM

  
\_\_\_\_\_  
Dra. Fabiana Pimentel Macêdo Farias  
Examinadora Externa- UFCG – CDSA – UATEC

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Fernando Fernandes Vieira  
Examinador Externo- UEPB – CCT – DESA

  
\_\_\_\_\_  
Dr. Wilton Pereira da Silva  
Examinador Interno- UFCG – CCT – UAF

Campina Grande, PB, Brasil  
Agosto de 2011.

Dedico este trabalho, em particular, aos meus pais pelo amor, todo o apoio e conselhos. Sem eles, esta caminhada teria sido ainda mais difícil.

Dedico também à minha família, amigos e professores, que me apoiaram e incentivaram a persistir nos momentos mais difíceis, dando-me força e coragem para concretizar este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela oportunidade de vida, por todas as conquistas e vitórias durante a minha longa caminhada e por ter me dado esperança para nunca desistir dos meus ideais.

Aos meus pais Antônio e Maria do Carmo, pelos incentivos, conselhos e preocupações.

Aos membros da banca examinadora, pela generosidade ao disponibilizar tempo para a apreciação deste trabalho.

Aos professores Antonio Gilson Barbosa de Lima e Severino Rodrigues de Farias Neto pelas orientações, amizade, confiança, incentivo e entusiasmo na execução deste trabalho, responsável pelo meu crescimento pessoal e científico.

À coordenadora do doutorado, professor Antonio Gilson Barbosa de Lima, pela atenção e apoio.

Aos meus colegas de doutorado, pelo companheirismo. Em especial, ao Acto de Lima Cunha e ao José Luís Gomes Marinho, pelas horas de estudo que passamos juntos, em busca de um sonho. Pelo que compartilhamos e pelo que compartilharemos.

Aos órgãos CAPES, CNPq, CT Brasil, CTPETRO, FINEP, PETROBRÁS e ANP pelo apoio a projetos de pesquisa liberados pelos professores Antonio Gilson Barbosa de Lima e Severino Rodrigues de Farias Neto.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudo.

A toda a minha família por todo amor, incentivo e carinho

A todos que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho

## RESUMO

Barbosa, Enivaldo Santos, Aspectos Geométricos e Hidrodinâmico de um Hidrociclone no Processo de Separação de Sistema Multifásico: Aplicação à Indústria do Petróleo, Campina Grande: Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande – Campus I, 2011. 220p. Tese (Doutorado).

A indústria do petróleo têm se apoiado tradicionalmente na utilização de dispositivos separadores convencionais baseados no efeito da gravidade que, em geral, são volumosos e com tempo de residência elevado. Os hidrociclones vêm sendo comumente usados na separação água/óleo pela indústria de petróleo, devido à elevada capacidade de processamento, baixo custo de manutenção e por exigirem pouco espaço para sua instalação. No entanto, tem-se observado a presença de areia e/ou gás durante a produção e transporte do petróleo. Daí surge à necessidade do desenvolvimento de tecnologias avançadas de separação areia/óleo/água/gás. Neste contexto, o presente trabalho, se propõe estudar o processo de separação areia/água/gás de uma corrente de óleo utilizando um hidrociclone. As pesquisas foram desenvolvidas usando o pacote comercial *ANSYS CFX 12*. O modelo matemático usado considera escoamento tridimensional, turbulento, estacionário e é baseado na abordagem Euleriana-Euleriana, para os casos monofásico (água) e multifásico (água-óleo, areia - água - óleo, areia - água - óleo - gás). Foram avaliadas as influências dos modelos de turbulência ( $\kappa$ - $\epsilon$ , *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  padrões e modificados, *SST* e *RSM-SSG*), dos aspectos geométricos e parâmetros físicos na previsão do comportamento do escoamento no hidrociclone. Resultados dos perfis de velocidade axial e tangencial, distribuições de velocidade, pressão e fração volumétrica das fases, eficiência de separação e queda de pressão são apresentados e analisados. Constatou-se o caráter tridimensional do escoamento e boa concordância dos resultados numéricos com dados experimentais da distribuição radial das componentes de velocidade tangencial e axial. O hidrociclone avaliado foi capaz de separar adequadamente a água, areia e gás da corrente de oleosa, com eficiência de remoção 33,07%, 92,52% e 3,81%, respectivamente, para uma vazão volumétrica da mistura tetrafásica de 8,5 m<sup>3</sup>/h, na entrada do hidrociclone.

**Palavras-chave:** Escoamento multifásico, turbulência, hidrociclone, simulação, eficiência de separação, cfx.

# GEOMETRICAL AND HYDRODYNAMIC ASPECTS OF A HYDROCYCLONE IN THE SEPARATION PROCESS OF MULTIPHASE SYSTEM: APPLICATION TO OIL INDUSTRY

## ABSTRACT

Barbosa, Enivaldo Santos; Geometrical and Hydrodynamic Aspects of a Hydrocyclone in the Separation Process of Multiphase System: Application to Oil Industry; Campina Grande: Post-Graduate of Process Engineering, Federal University of Campina Grande – Campus I; 2011. 220p. Thesis (PhD).

The oil industry has traditionally been supported by the use of conventional separators devices based on the gravity effect which are generally bulky and provide high residence time. The hydrocyclone have been commonly used in oil-water separation by the oil industry due to high processing capacity, lower maintenance cost and minor physical space to installation. However has been observed the presence of sand and /or gas during oil production and transportation. For this reason, the need for developing of advanced technologies has strongly arisen, intending to separate sand/oil/water/gas. In this context, the present work aims to study the separation process of sand/water/gas from oil stream, using a hydrocyclone. The research were developed using the commercial package *ANSYS CFX* 12. The used three-dimensional mathematical model considers turbulent and steady state flow and it is based on Eulerian-Eulerian approach for single-phase (water) and multiphase (water-oil, sand-water-oil, sand - water - oil - gas) cases. The influence of turbulence models ( $\kappa$ - $\epsilon$ , *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  standard and modified, *SST* and *RSM-SSG*), and geometric aspects of the physical parameters in predicting of flow behavior in the hydrocyclone were evaluated. Results of axial and tangential velocity profiles, tangential velocity, pressure and volumetric fraction distributions, separation efficiency and pressure drop are presented and analyzed. One can find the three-dimensional flow aspect and reasonable approximation of numerical results with experimental data of the radial distribution of tangential and axial velocity components. The evaluated hydrocyclone was able to separate adequately water, sand and gas from the oil flow with remotion efficiency of 33.07%, 92.52% and 3.81%, respectively, to a four-phase mixture and inlet volumetric flow rate of 8.5 m<sup>3</sup>/h in the hydrocyclone.

**Keywords:** Multiphase flow, turbulence, hydrocyclone, simulation, separation efficiency, cfx.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Recursos mundiais de petróleo pesado e ultrapesado. . . . .	4
2.2 Representação da geometria de um Hidrociclone. . . . .	9
2.3 Corrente de fluxo . . . . .	11
2.4 (a) Hidrociclone usado por Marins (2007) e (b) Esquema com as cotas. .	14
2.5 Posições das cotas ao longo do hidrociclone onde foram feitas as leituras das componentes de velocidade . . . . .	15
2.6 Diagrama Esquemático do Circuito experimental . . . . .	17
2.7 Arranjo experimental para o LDV utilizado para a medição dos perfis de velocidade no interior do hidrociclone. . . . .	17
2.8 Componente axial da velocidade, obtidos com emprego da técnica de velocimetria por laser Doppler (LDV). . . . .	18
2.9 Componente tangencial da velocidade, obtidos com emprego da técnica de velocimetria por laser doppler (LDV). . . . .	19
2.10 (a) Vista superior do hidrociclone usado por Marins (2007); (b) Malha computacional do hidrociclone utilizado por Raposo (2008). . . . .	20
2.11 Hidrociclone com as entradas tangenciais simplificadas. . . . .	20
2.12 (a) Vista superior do hidrociclone; (b) Detalhe da seção de entrada da malha. . . . .	21
3.1 (a) Dimensões e seus parâmetros de um hidrociclone; (b) Ampliação da região do topo do hidrociclone com as cotas das dimensões; (c) Dimensões do hidrociclone do presente trabalho. . . . .	49
3.2 Esquema da geometria do hidrociclone com as entradas simplificadas no sentido horário (no presente trabalho). . . . .	50
3.3 (a) Blocagem usada na geração da malha do hidrociclone no presente trabalho; (b) Detalhe da blocagem na região de alimentação. . . . .	51
3.4 (a) Malha de hidrociclone usado no presente trabalho; (b) Detalhe da região de entrada; (c) Detalhe da região de saída inferior. . . . .	52
3.5 (a) Vista da seção transversal da malha no topo do hidrociclone; (b) Ampliação da região de uma das entradas tangenciais do hidrociclone. . .	53
3.6 Distribuição na blocagem na obtenção dos domínios computacionais: per- imentral = $12M$ ; radial = $G + H + K + L$ ; axial = $A + B + C + D$ ; $I = M$ ; $E = 18$ ; $F = 22$ e $J = 4$ . . . . .	56

4.1	Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numérica (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 180mm e (b) 200mm em função da quantidade de volumes da malha. . . . .	69
4.2	Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numérico (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 220mm e (b) 320mm em função da quantidade de volumes da malha. . . . .	70
4.3	Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numéricos (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 440mm e (b) 600mm em função da quantidade de volumes da malha. . . . .	71
4.4	Comparativo entre os perfis da componente tangencial da velocidade numéricos(Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007)) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 180mm, (b) 200mm e (c) 220mm em função da quantidade de volumes da malha. . . . .	72
4.5	Comparativo entre os perfis da componente tangencial da velocidade numérico (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 320mm, (b) 440mm e (c) 600mm em função da quantidade de volumes da malha. . . . .	73
4.6	Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $\kappa-\epsilon$ e $\kappa-\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) na posição axial 180 mm. . . . .	75
4.7	Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $\kappa-\epsilon$ e $\kappa-\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm e (b) 600 mm. . . . .	76
4.8	Comparações dos perfis de velocidade tangencial, obtidos numericamente ( $\kappa-\epsilon$ e $\kappa-\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 320 mm e (c) 600 mm. . . . .	77
4.9	Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( <i>RNG</i> $\kappa-\epsilon$ e <i>RNG</i> $\kappa-\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) na posição axial 180 mm. . . . .	78
4.10	Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( <i>RNG</i> $\kappa-\epsilon$ e <i>RNG</i> $\kappa-\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm e (b) 600 mm. . . . .	79

4.11	Comparações dos perfis de velocidade tangencial, obtidos numericamente ( $\kappa$ - $\epsilon$ e $\kappa$ - $\epsilon$ modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 320 mm e (c) 600 mm. . . . .	80
4.12	Intensidade turbilhonar média, $S_n$ , ao longo do hidrociclone . . . . .	82
4.13	Linhas de fluxo no interior do hidrociclone. (a) modelo $\kappa$ - $\epsilon$ modificado; (b) modelo <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado. . . . .	83
4.14	Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm. . . . .	84
4.15	Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm. . . . .	85
4.16	Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm. . . . .	86
4.17	Perfis de velocidade tangencial usando os modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm, (b) 200 mm e (c) 220 mm. . . . .	87
4.18	Perfis de velocidade tangencial usando os modelo de turbulência $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm, (b) 440 mm e (c) 600 mm. . . . .	88
4.19	Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)180 mm e (b) 200 mm. . . . .	90
4.20	Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)220 mm e (b) 320 mm. . . . .	91
4.21	Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)440 mm e (b) 600 mm. . . . .	92
4.22	Perfis de velocidade tangencial usando os modelos de turbulência <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm. . . . .	93
4.23	Perfis de velocidade tangencial usando os modelos de turbulência <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm. . . . .	94

4.24	Comparação dos perfis de velocidade axial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm. . . . .	97
4.25	Comparação dos perfis de velocidade tangencial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm. . . . .	98
4.26	Comparação dos perfis de velocidade axial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007)(experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm. . . . .	99
4.27	Comparação dos perfis de velocidade tangencial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm. . . . .	100
4.28	Tempo de processamento para diferentes malhas $M1$ (158898 elementos), $M2$ (292216 elementos) e $M3$ (300258 elementos). . . . .	102
4.29	Tempo de processamento para diferentes modelos de turbulência $\kappa - \epsilon$ padrão e modificado, $RNG \kappa - \epsilon$ padrão e modificado, $SST$ modificado e $RSM-SSG$ . . . . .	103
4.30	Tempo de processamento para diferentes tipos de escoamentos empregando a malha $M1$ (158844 elementos): monofásico (água), bifásico (água-óleo), trifásico (água-óleo-areia) e tetrafásico (água-óleo-areia-gás). . . . .	104
4.31	Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o <i>vortex finder</i> munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm e (b) 200 mm. . . . .	107
4.32	Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o <i>vortex finder</i> munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 220 mm e (b) 320 mm. . . . .	108
4.33	Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o <i>vortex finder</i> munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 440 mm e (b) 600 mm. . . . .	109
4.34	Perfis de velocidade tangencial para os hidrociclones com ou sem o <i>vortex finder</i> munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm . . . . .	110

4.35	Perfis de velocidade tangencial para os hidrociclones com ou sem o <i>vortex finder</i> munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm . . . . .	111
4.36	Representação do campo de pressão nos planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ , para os Casos na Situação C. . . . .	112
4.37	Representação da componente de velocidade axial nos planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ , para os Casos na Situação C. . . . .	113
4.38	Representação da componente de velocidade axial nos planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	114
4.39	Representação da componente de velocidade axial nos planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	115
4.40	Representação da componente de velocidade tangencial n os planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	116
4.41	Representação da componente de velocidade axial nos planos $xz$ e $xy$ para uma vazão de alimentação de $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	117
4.42	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm. . . . .	119
4.43	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm. . . . .	120
4.44	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm. . . . .	121
4.45	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na componente de velocidade tangencial da água, nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm. . . . .	122
4.46	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na componente de velocidade tangencial da água, nas posições axiais: (a) 320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm. . . . .	123
4.47	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na distribuição da componente de velocidade axial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	124
4.48	Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na distribuição da componente de velocidade axial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	125
4.49	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na distribuição da componente de velocidade tangencial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	126

4.50	Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do vortex finder na distribuição da componente de velocidade tangencial da água (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	127
4.51	Influência do comprimento do vortex finder na distribuição de pressão ao longo do hidrociclone: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	128
4.52	Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do vortex finder na distribuição de pressão (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm . . . . .	129
4.53	Distribuição de pressão no interior do hidrociclone: (a) plano $zx$ , $y = 0$ mm; (b) $z \leq 300$ mm; (c) $300 \text{ mm} < z < 600$ mm e (d) $z \geq 600$ mm (Caso 17 na Situação B). . . . .	131
4.54	Distribuições de pressões ao longo do hidrociclone nos planos transversais $xy$ nas posições axiais $z = 180, 200, 220, 320, 440$ e $600$ mm, respectivamente. . . . .	132
4.55	(a) Distribuição de pressão ao longo da parede do hidrociclone; (b) Detalhe da região cilíndrico-cônica próximos as entradas tangenciais; (c) Detalhe da região de entrada cortada longitudinalmente com varios planos $xy$ . . . . .	133
4.56	Linhas de fluxo das fases água e óleo: (a) ao longo do hidrociclone; (b) detalhe da região cilíndrico-cônica nas proximidades das entradas tangenciais; (c) corte da região cilíndrico-cônica. . . . .	134
4.57	Componentes da velocidade no plano $xz$ : (a) axial; (b) tangencial . . . . .	136
4.58	Distribuição das velocidades axiais para as fases contínua (água) e dispersa (óleo). . . . .	137
4.59	Distribuição das velocidades tangenciais para as fases contínua (água) e dispersa (óleo): (a) água e (b) óleo. . . . .	138
4.60	Distribuição de fração volumétrica sobre os planos $xy$ e $xz$ para as fases contínua água (a) e para fase dispersa óleo (b). . . . .	139
4.61	Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm. . . . .	141
4.62	Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm. . . . .	142

4.63	Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm. . . . .	143
4.64	Comparação entre os perfis da componente tangencial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm . . . . .	144
4.65	Comparação entre os perfis da componente tangencial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm . . . . .	145
4.66	Queda de pressão do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo, $d_p$ . . . . .	146
4.67	Razão de queda de pressão do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo, $d_p$ . . . . .	147
4.68	Porcentagem do rejeito do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo, $d_p$ . . . . .	148
4.69	Eficiência de remoção de óleo do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo, $d_p$ . . . . .	148
4.70	Eficiência de remoção de água do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo, $d_p$ . . . . .	149
4.71	Representação da distribuição de pressão sobre os planos $zx$ e $xy$ para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	150
4.72	Representação do campo de pressão nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h . . . . .	151
4.73	Distribuição de pressão ao longo das paredes do hidrociclone para uma vazão total de alimentação igual a 6,5 m <sup>3</sup> /h (ou 3,25 m <sup>3</sup> /h em cada entrada). . . . .	152
4.74	Representação da distribuição pressão sobre as paredes do hidrociclone para diferentes vazões volumétrica no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (d) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (e) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	153
4.75	Representação da distribuição da fração volumétrica de óleo sobre os planos $zx$ e $xy$ para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . .	155

4.76	Representação da distribuição da fração volumétrica de óleo nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h . . . . .	156
4.77	Representação da distribuição da fração volumétrica de água sobre os planos <i>zx</i> e <i>xy</i> para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	157
4.78	Representação da distribuição da fração volumétrica de água nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	158
4.79	Representação da distribuição da fração volumétrica da areia sobre os planos <i>zx</i> e <i>xy</i> para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	159
4.80	Representação da distribuição da fração volumétrica da areia nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (c) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (d) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	160
4.81	Queda de pressão em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico. . . . .	161
4.82	Razão da queda de pressão em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico. . . . .	162
4.83	Porcentagem de rejeito em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico. . . . .	163
4.84	Perfil da componente tangencial da velocidade da fase contínua, nas posições axiais: (a) 180 mm, (b) 200 mm e (c) 220 mm. . . . .	164
4.85	Perfil da componente tangencial da velocidade da fase contínua, nas posições axiais: (a) 320 mm, (b) 440 mm e (c) 600 mm. . . . .	165
4.86	Eficiência de remoção de óleo em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico. . . . .	166
4.87	Eficiência de remoção de areia em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone. . . . .	166
4.88	Representação do campo de pressão para diferentes vazões volumétricas de alimentação sobre os planos <i>zx</i> e <i>xy</i> : (a) 6,5 m <sup>3</sup> /h; (b) 7,5 m <sup>3</sup> /h e (c) 8,5 m <sup>3</sup> /h. . . . .	168



4.89	Detalhe do campo de pressão ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos: (a) $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b) $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$ e (c) $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	169
4.90	Detalhe da distribuição do gradiente de pressão ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos: (a) $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b) $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$ e (c) $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . . . . .	170
4.91	Representação do campo de fração volumétrica do óleo (fase contínua) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos $zx$ e $xy$ . . . . .	172
4.92	Detalhe do campo de fração volumétrica de óleo ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos	173
4.93	Representação do campo de fração volumétrica de água (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos $zx$ e $xy$ . . . . .	174
4.94	Detalhe do campo de fração volumétrica de água ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos	175
4.95	Representação do campo da fração volumétrica da areia (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos $zx$ e $xy$ . . . . .	176
4.96	Detalhe do campo da fração volumétrica da areia ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos . . . . .	177
4.97	Representação do campo da fração volumétrica do gás (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos $zx$ e $xy$ . . . . .	178
4.98	Detalhe do campo da fração volumétrica do gás ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para o fluxo tetrafásico . . .	179
4.99	Representação da intensidade turbilhonar da corrente de óleo para os escoamentos tri e tetrafásico no interior do hidrociclone. . . . .	180

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1	Dimensões da geometria do hidrociclone usado por Marins (2007) . . . . . 16
2.2	Condições de operações do experimento de Marins (2007) . . . . . 16
2.3	Valores dos Parâmetros dos modelos $\kappa$ - $\varepsilon$ e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\varepsilon$ padrões. . . . . 27
2.4	Valores dos Parâmetros dos modelos DSM baseado na equação de $\epsilon$ . . . . . 32
2.5	Valores das constantes dos modelos DSM. . . . . 32
3.1	Situações avaliadas . . . . . 53
3.2	Propriedades físicas-químicas das fases utilizadas nas simulações, no presente trabalho. . . . . 54
3.3	Características das malhas numéricas . . . . . 55
3.4	Características da geometria do hidrociclone usado para avaliar o efeito da geometria (Figura 3.6) . . . . . 56
3.5	Dimensões das geometrias dos hidrociclones no presente trabalho . . . . . 57
3.6	Casos analisados para o escoamento bifásico líquido-líquido (água e óleo) . . . . . 59
3.7	Casos analisados para o escoamento trifásico líquido-sólido. . . . . 60
3.8	Casos analisados para o escoamento multifásico. . . . . 61
3.9	Parâmetros de entrada do solver: opções avançadas do software CFX. . . . . 65
3.10	Parâmetros de entrada do solver do software CFX. . . . . 66
3.11	Parâmetros internos do solver (Expert Parameters) . . . . . 66
4.1	Influência do domínio computacional sobre DPR e perda de pressão ao longo do hidrociclone . . . . . 74
4.2	Influência do modelo de turbulência sobre <i>DPR</i> , queda de pressão e porcentagem de rejeito calculada ao longo do hidrociclone. . . . . 95
4.3	Influência da simplificação na seção de entrada na queda de pressão no hidrociclone. . . . . 101
4.4	Esforço computacional associado à influência dos modelos de turbulência. 103
4.5	Influência do comprimento do <i>vortex finder</i> na performance do hidrociclone. 130
4.6	Comparação das eficiências de remoção de óleo, água, areia e gás entre os escoamentos trifásico e tetrafásico. . . . . 180
4.7	Influência da vazão volumétrica na queda de pressão e na porcentagem de rejeito para o escoamento tetrafásico. . . . . 181

## NOMENCLATURA

### LETRAS LATINAS

$\tilde{r}$	– definição	[-]
$r^*$	– Razão entre o tensor da taxa de escoamento e o tensor médio de rotação	[-]
$L_3$	– Altura da região cilíndrica (Duplicada)	[mm]
$L_c$	– Altura da região cilíndrica (Duplicada)	[mm]
$L_1$	– Altura da região cônica 15°	[mm]
$L_2$	– Altura da região cônica 1°	[mm]
$a$	– Altura da região de entrada	[mm]
$L_t$	– Altura da região do topo	[mm]
$L$	– Altura Total	[mm]
$API$	– American Petroleum Institute (escala hidrométrica para medir a densidade relativa de líquidos)	[°]
$A_b$	– Área transversal da seção $b$	[m <sup>2</sup> ]
$C_{\alpha\beta}^{(d)}$	– Coeficiente de arraste interfacial	[-]
$C_D$	– Coeficiente de arrasto	[-]
$C^{TD}$	– Coeficiente de dispersão turbulenta	[-]
$d_{\alpha\beta}$	– Coeficiente de escala de comprimento de mistura	[mm]
$C_{\alpha s}^{(d)}$	– Coeficiente de interface	[-]
$C^{VM}$	– Coeficiente de massa virtual	[-]
$e$	– Coeficiente de restrição devido à colisão de partículas	[-]
$C_L$	– Coeficiente de sustentação (Coeficiente Lift)	
$C_{\epsilon 1 RNG}$	– Coeficiente do modelo de turbulência <i>RNG</i>	[-]
$C_{\epsilon 2 RNG}$	– Coeficiente do modelo de turbulência <i>RNG</i>	[-]
$u_s, v_s, w_s$	– Componentes do vetor velocidade da areia	[m/s]
$c$	– Comprimento da região de entrada	[mm]
$l$	– Comprimento de escala	[mm]
$C_\mu$	– Constante de calibração experimental	[-]
$C_{\mu RNG}$	– Constante do modelo de turbulência	[-]
$C_{r1}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]

$C_{r2}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$C_{r3}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$C_{r4}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$C_{r5}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$C_{s1}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$C_{s2}$	– Constante do modelo <i>DSM</i>	[-]
$D_c$	– Diâmetro da parte cônica	[mm]
$d_p$	– Diâmetro da partícula	[m]
$D_u$	– Diâmetro de saída	[mm]
$D$	– Diâmetro do hidrociclone	[mm]
$D_o$	– Diâmetro do rejeito	[mm]
$d_\beta$	– Diâmetro médio da fase dispersa	[mm]
<i>DSM</i>	– Differential Stress Models	[-]
$s$	– Distância entre as partículas	[-]
$y_w$	– Distância próxima à parede	[mm]
$E_{\text{água}}^{rem}$	– Eficiência de remoção da água	[%]
$E_{\text{areia}}^{rem}$	– Eficiência de remoção da areia	[%]
$E_{\alpha,A}^{rem}$	– Eficiência de remoção da fase	[%]
$E_{\text{óleo}}^{rem}$	– Eficiência de remoção de óleo	[%]
$E_{\text{tetra}}^{rem}$	– Eficiência de remoção no escoamento tetrafásico	[%]
$E_{\text{tri}}^{rem}$	– Eficiência de remoção no escoamento trifásico	[%]
$S_{MS\alpha}$	– Fonte de massa	[-]
$\vec{M}_{\alpha\beta}^D$	– Força de arraste interfacial	[N]
$\vec{M}_{\alpha\beta}^{TD}$	– Força de dissipação turbulenta	[N]
$\vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB}$	– Força de lubrificação	[N]
$\vec{M}_{\alpha\beta}^{VM}$	– Força de massa virtual	[N]
$\vec{M}_{\alpha\beta}^L$	– Força de sustentação	[N]
$\vec{M}_s$	– Força devido à pressão de sólidos	[N]
$\vec{M}_\alpha$	– Força interfacial da fase	[N]
$\vec{M}$	– Força interfacial total	[N]
$S_{M\alpha}$	– Forças externas que atuam sobre o sistema por unidade de volume	[N]

$f_s$	– Fração volumétrica	[-]
$f_\beta$	– Fração volumétrica da fase dispersa	[-]
$f_{\beta,max}$	– Fração volumétrica máxima de empacotamento	[-]
$g_o$	– Função de distribuição radial	[-]
$f$	– Função para o calculo da produção de turbulência	[-]
$f_r$	– Função para o calculo da produção de turbulência	[-]
$S_n$	– Intensidade turbilhonar média	[-]
$IP$	– Isotropização da produção das tensões	[-]
$LES$	– Large Eddy Simulation	[-]
$b$	– Largura da região de entrada	[mm]
$LDV$	– Laser Doppler Velocimetry	[-]
$Re$	– Número de Reynolds	[-]
$Re_p$	– Número de Reynolds da partícula	[-]
$N_p$	– Número total de fases no escoamento multifasico	[-]
$C_{\mu RS}$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$C_s$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$C_\epsilon$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$C_{\epsilon 1}$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$C_{\epsilon 2}$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$S_{\epsilon RS}$	– Parâmetro do modelo DSM	[-]
$R_{rej}$	– Percentagem do rejeito	[ % ]
$R_{rej}$	– Porcentagem de rejeito	[-]
$z$	– Posição axial	[mm]
$r$	– Posição radial	[mm]
$p$	– Pressão	[Pa]
$P_a$	– Pressão da alimentação	[Pa]
$P_s$	– Pressão da fase sólida	[Pa]
$P_{und}$	– Pressão de saída de fluido (underflow)	[Pa]
$P_{ov}$	– Pressão do rejeito (overflow)	[Pa]
$\bar{p}$	– Pressão média	[Pa]
$\bar{p}$	– Pressão média aplicada nas fronteiras	[Pa]
$P_\kappa$	– Produção de energia cinética turbulenta	[kg/ms <sup>3</sup> ]

$G$	– Produção de energia devido a forças de corpo	[-]
$G_{res}$	– Produção de energia devido a resistência	[-]
$G_{buoy}$	– Produção de energia devido ao empuxo	[-]
$G_{rot}$	– Produção de energia devido ao movimento rotacional	[-]
$P_{\kappa b}$	– Produção de flutuação	[kg/ms <sup>3</sup> ]
$f_{rotação}$	– Produção de turbulência	[-]
$DPR$	– Razão de queda de pressão média	[-]
$RNG$	– Renormalization Group Theory	[-]
$RSM$	– Reynolds Stress Model	[-]
$RMS$	– Root Mean Square	[-]
$SST$	– Shear Stress Transport	[-]
$SSG$	– Speziale- Sarkar-Gatski	[-]
$d_p$	– Tamanho da partícula dispersa	[m]
$P$	– Taxa de produção das tensões de Reynolds	[-]
$t$	– Tempo	[s]
$a$	– Tensor anisotropia	[-]
$S$	– Tensor médio de taxa de deformação	[-]
$S_\alpha$	– Termo de fonte	[-]
$\vec{S}_M$	– Termo de fonte da quantidade de movimento	[-]
$\dot{m}_{\alpha\beta}$	– Vazão mássica média	[kg/s]
$\dot{m}_t$	– Vazão mássica média total	[kg/s]
$u', v', w'$	– Velocidade de flutuações nas três direções	[m/s]
$u_x$	– Velocidade na direção $x$	[m/s]
$u_y$	– Velocidade na direção $y$	[m/s]
$u_z$	– Velocidade na direção $z$	[m/s]
$\vec{U}_r$	– Velocidade relativa	[m/s]
$u_\theta$	– Velocidade tangencial	[m/s]
$\vec{n}_w$	– Vetor normal à parede do hidrociclone	[-]
$\vec{U}$	– Vetor velocidade	[m/s]
$\vec{U}_\alpha$	– Vetor velocidade da fase água	[m/s]
$\vec{U}_\beta$	– Vetor velocidade da fase óleo	[m/s]

## LETRAS GREGAS

$\eta$	– Viscosidade de cisalhamento	[Pa.s]
$\theta$	– Ângulo de inclinação	[°]
$\sigma_\kappa, \sigma_\epsilon$	– Constantes do modelo de turbulência	[-]
$\gamma_{\Theta s}$	– Dissipação de energia colisional	[-]
$\kappa$	– Energia cinética turbulenta	[N]
$\alpha, \beta$	– Fases envolvidas	[-]
$\omega$	– Frequência de passagem de grandes estruturas turbulentas	[N]
$\delta$	– Função delta Kronecher	[-]
$\rho_\alpha$	– Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{\alpha\beta}$	– Massa específica da mistura	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_\rho$	– Número de Prandtl turbulento	[-]
$\beta_{RNG}$	– Parâmetro do modelo de turbulência RNG	[-]
$\alpha\beta$ ou $\alpha\beta$	– Representa a interação entre as fases	[-]
$\omega_\alpha$	– Rotacional da fase	[-]
$\epsilon_{jmn}$	– Símbolo de permutação	[-]
$\Gamma_{\alpha\beta}^+$	– Taxa de fluxo mássico interfacial	[kg/ms]
$\Theta$	– Temperatura granular	[-]
$\tau_s$	– Tensão da fase sólida	[-]
$\tau$	– Tensão superficial	[mN/m]
$\tau_\alpha^{turb}$	– Tensão turbulenta da fase	[kg/m <sup>1</sup> s <sup>3</sup> ]
$\tau_\alpha$	– Tensão viscosa da fase	[-]
$\epsilon$	– Tensor de dissipação turbulenta	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\Omega_{ij}$	– Tensor médio da taxa de rotação	[-]
$\Omega$	– Tensor médio da vorticidade	[-]
$\Phi$	– Termo de correlação tensão-pressão	[-]
$\phi_{fs}$	– Troca de energia entre a fase fluida e a sólida	[-]
$\mu_{s,kin}$	– Viscosidade cisalhante devido a energia cinética	[Pa.s]
$\mu_{s,col}$	– Viscosidade cisalhante devido ao efeito de colisão	[Pa.s]
$\mu_{s,fr}$	– Viscosidade cisalhante devido ao efeito de fricção	[Pa.s]
$\mu_m$	– Viscosidade da mistura	[Pa.s]
$\mu_s$	– Viscosidade de cisalhamento da fase sólida	[Pa.s]

$\mu_\beta$	–	Viscosidade de fase dispersa	[Pa.s]
$\mu$	–	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
$\xi_s$	–	Viscosidade do meio sólido	[Pa.s]
$\bar{\mu}$	–	Viscosidade média	[Pa.s]
$\mu_t$	–	Viscosidade turbulenta	[Pa.s]
$\mu_{t,c}$	–	Viscosidade turbulenta da fase contínua	[Pa.s]
$\mu_{t,d}$	–	Viscosidade turbulenta da fase dispersa	[Pa.s]



# SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 Introdução</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 Revisão Bibliográfica</b> . . . . .	<b>4</b>
2.1 Considerações Gerais . . . . .	4
2.2 Processamento primário de petróleo . . . . .	5
2.3 Processo de separação utilizando ciclone ou hidrociclone . . . . .	8
2.4 Análise dos perfis de velocidade axial e tangencial . . . . .	18
2.4.1 Velocidade Axial . . . . .	18
2.4.2 Velocidade tangencial . . . . .	18
2.5 Modelagem matemática para escoamento multifásico . . . . .	22
2.5.1 Equação da continuidade . . . . .	23
2.5.2 Conservação da quantidade de movimento linear . . . . .	23
2.5.3 Modelos de turbulência para a fase contínua . . . . .	24
2.5.3.1 Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$ padrão . . . . .	25
2.5.3.2 Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$ <i>RNG</i> . . . . .	26
2.5.3.3 Correção da curvatura para os modelos a duas equações . . . . .	28
2.5.4 Modelo dos tensores de Reynolds . . . . .	29
2.5.5 Turbulência na fase dispersa . . . . .	33
2.5.6 Equações constitutivas . . . . .	33
2.5.6.1 Transferência de momento linear entre as fases . . . . .	34
2.5.6.1.1 - Forças de arraste interfacial ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^D$ ) . . . . .	34
2.5.6.1.2 - Forças de sustentação ( $\vec{M}_{\alpha}^L$ ) . . . . .	38
2.5.6.1.3 - Forças de lubrificação na parede ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB}$ ) . . . . .	39
2.5.6.1.4 - Forças de massa virtual ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^{VM}$ ) . . . . .	39
2.5.6.1.5 - Forças de dispersão turbulenta ( $\vec{M}_{\alpha}^{TD}$ ) . . . . .	40
2.5.6.1.6 - Força devido a pressão dos sólidos . . . . .	41
2.5.6.1.6.1 - Modelos de pressão da fase sólido . . . . .	41
2.5.6.1.6.2 - Viscosidade da fase sólida . . . . .	47
2.5.6.1.6.3 - Viscosidade do meio sólido . . . . .	48
<b>3 Metodologia</b> . . . . .	<b>49</b>

3.1	Descrição do problema . . . . .	49
3.2	Domínio computacional . . . . .	50
3.3	Modelo matemático . . . . .	53
3.3.1	Escoamento monofásico . . . . .	54
3.3.2	Escoamento bifásico . . . . .	57
3.3.3	Escoamento trifásico . . . . .	59
3.3.4	Escoamento multifásico (tetrafásico) . . . . .	60
3.4	Condições de contorno . . . . .	61
3.4.1	Na entrada . . . . .	61
3.4.2	Nas paredes . . . . .	61
3.4.3	Nas saídas . . . . .	62
3.5	Avaliação da performance do hidrociclone . . . . .	62
3.6	Parâmetros de simulação . . . . .	63
3.6.1	Parâmetros Numéricos . . . . .	63
3.6.2	Critério de Convergência . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões . . . . .</b>	<b>67</b>
4.1	Escoamento monofásico . . . . .	67
4.1.1	Análise de dependência do domínio computacional . . . . .	67
4.1.1.1	Performance do hidrociclone para diversas malhas . . . . .	74
4.1.2	Verificação dos modelos de turbulência . . . . .	74
4.1.2.1	Modelo $\kappa$ - $\epsilon$ padrão e $\kappa$ - $\epsilon$ modificado . . . . .	74
4.1.2.2	Modelo <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ padrão e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado . . . . .	78
4.1.2.3	Modelo $\kappa$ - $\epsilon$ modificado e <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado . . . . .	81
4.1.2.4	Modelo <i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado, <i>SST</i> modificado e <i>RSM-SSG</i> . . . . .	89
4.1.2.5	Performance do hidrociclone para diversos modelos de turbulência . . . . .	95
4.1.3	Avaliação geométrica (simplificação na seção de alimentação do hidrociclone) . . . . .	95
4.1.4	Avaliação do esforço computacional . . . . .	101
4.2	Avaliação dos aspectos geométricos sobre o comportamento no escoamento do hidrociclone . . . . .	105
4.2.1	Influência do número de entradas . . . . .	105
4.3	Influência do <i>vortex finder</i> . . . . .	106
4.3.1	Influência do comprimento do vortex finder . . . . .	118
4.4	Escoamento bifásico . . . . .	130
4.4.1	Resultados Qualitativos para o escoamento bifásico . . . . .	130

4.4.2	Resultados Quantitativos do escoamento bifásico . . . . .	139
4.5	Escoamento trifásico . . . . .	149
4.5.1	Resultados Qualitativos para o escoamento trifásico . . . . .	149
4.5.2	Resultados quantitativos para o escoamento trifásico . . . . .	161
4.6	Escoamento tetrafásico . . . . .	167
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>182</b>
5.1	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	184
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>185</b>

# CAPÍTULO 1

## Introdução

No processo de produção de petróleo é comum a co-produção de água sob a forma emulsionada. Geralmente, petróleo e água encontram-se no fundo do poço sob a forma de duas fases separadas, a qual pode ter sua origem na própria formação produtora ou ser a consequência da utilização de processos de recuperação. Ao escoarem através da coluna e linhas de produção, são submetidos à agitação e cisalhamento, e devido à presença de surfactantes naturais do petróleo, ocorre a formação de emulsões estáveis, que são gotículas de água dispersas no petróleo. A formação deste tipo de emulsão (água/óleo - A/O) é altamente indesejável por proporcionar aumento na viscosidade do petróleo. Para se efetuar a separação destas fases, normalmente é injetado, nas linhas de produção, na superfície, um produto químico capaz de deslocar os surfactantes naturais na região de interface das gotas de água e permitir a coalescência destas gotas para, então, serem separadas em decantadores gravitacionais.

Outra forma de se obter a coalescência das gotas de água é o tratamento eletrostatístico do óleo, cuja inovação mais recente é um coalescedor em linha composto por tubos concêntricos que aplicam um campo elétrico transversal ao fluxo de óleo, coalescendo as gotas de água. Como esta técnica que, apenas coalesce as gotas de água presentes no óleo, necessita-se de equipamentos como decantadores e hidrociclones, para removê-las.

Nas unidades operacionais, é comum se observar dispositivos como separadores trifásicos, capazes de promoverem regime de fluxo e tempo de separação adequados, para que haja a separação das fases água e óleo dentro destes equipamentos. Em geral é realizado um pré-aquecimento para favorecer a migração do desemulsificante em direção à interface das gotas de água, permitindo a coalescência e promover um aumento na velocidade de separação dessas fases, por causa da redução da viscosidade do óleo. Além da temperatura e da natureza do petróleo e do desemulsificante, o tempo é um dos parâmetros a ser levado em consideração no desempenho da separação, no interior de um separador gravitacional (RAMALHO, 2001).

Outro ponto a ser destacado é que as jazidas de óleos são geralmente de arenitos friáveis e relativamente pouco espessas, trazendo dificuldades na perfuração do poço e, além disso, também permite a produção de areia junto com a extração de óleo,

água e gás. Portanto, surge a necessidade de tecnologias para redução e separação da areia sem prejuízo da produtividade. Dentre os diferentes dispositivos destacam-se os que aplicam a separação centrífuga, como por exemplo hidrociclone, pois tem as seguintes vantagens: promovem uma alta capacidade de processamento, apresentam unidades menores e tempos de residência mais curtos.

De acordo com Nordvik *et al.* (1996) o desempenho de separação por gravidade e por força centrífuga depende de alguns fatores, tais como, a capacidade de processamento, o tamanho das gotas, a temperatura, a diferença de densidade entre fases, a tensão interfacial, os fragmentos de rochas e a viscosidade, sendo esta última um fator primordial para separação do óleo da água. Segundo Leahy-Dios e Medronho (2003) os hidrociclones são equipamentos de separação que se destacam em virtude de suas elevadas capacidades de processamento, de baixo custo de manutenção e por exigirem pouco espaço para sua instalação, mas que apresentam um comportamento fluidodinâmico bastante complexo.

As plantas de processamento primário usadas na indústria do petróleo empregam tradicionalmente um conjunto de decantadores gravitacionais conectados em série, os quais são dispositivos de grandes volumes e que proporcionam um tempo de residência para a separação óleo/água, por exemplo, na ordem de cinco a dez minutos. Todavia, em unidades *offshore*, restrições de carga e de espaço disponível motivaram o desenvolvimento de equipamentos compactos como os hidrociclones (*deoilers*) e coalescedores eletrostáticos em linha. Os hidrociclones apresentam um bom desempenho no tratamento de águas oleosas com baixas concentrações (até 2000 ppm), mas desenvolvimentos recentes na tecnologia de hidrociclones têm permitido o uso desses equipamentos para lidar com teores crescentes de óleo, permitindo assim, a sua utilização na separação de água de correntes oleosas, os quais são chamados de *dewaterers* (NUNES, 2005).

Em algumas situações, durante a produção do petróleo e no seu transporte, tem-se observado a presença de areia na corrente oleosa, sendo que em maiores concentrações em correntes de óleos pesados. Para aumentar a produtividade de poços de petróleo tem-se utilizado uma técnica de estimulação, a qual, consiste em aumentar o volume poroso da rocha reservatório nas proximidades do poço de produção, criando-se um canal permanente, de alta permeabilidade, para o escoamento do petróleo entre a formação e o poço produtor, por meio da remoção da areia. Esta areia, ao ser adicionada na corrente oleosa, irá proporcionar uma alteração nas

propriedades desta corrente, por exemplo: viscosidade e densidade, além de gerar complicações adicionais a linha de produção e equipamentos, tais como corrosão e desgaste acelerado.

Extensivos esforços vêm sendo realizados no desenvolvimento de tecnologias avançadas de separação areia/óleo/água/gás envolvendo os princípios fundamentais de gravidade, força centrífuga e de arraste, que dependem da diferença entre as densidades da areia, do óleo, da água e do gás. Portanto, é de fundamental importância que haja a separação das fases, visando obter um óleo de qualidade com dispositivos de pequeno porte e de baixo tempo de residência comparado com os decantadores atualmente utilizados. É neste contexto que o presente trabalho se propõe a contribuir para a indústria do petróleo.

Neste sentido, o objetivo geral desta tese é analisar numericamente a utilização de hidrociclones no processo de separação de areia, água e gás em corrente de óleos pesados. Como objetivos específicos, pode-se citar:

- Apresentar a modelagem matemática para prever o processo de separação areia, água e gás de uma corrente de óleos pesados via hidrociclone;
- Estudar o efeito da forma e dimensões do hidrociclone (comprimento, diâmetro e inclinação do duto de alimentação, inclinação da seção cônica, na eficiência de separação;
- Verificar a influência de variáveis de processo, tais como vazão de alimentação e concentração de areia e água em função do tempo na eficiência de separação;
- Validar o modelo matemático com os dados disponibilizados na literatura.

## CAPÍTULO 2

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Considerações Gerais

A maior parte das descobertas de reservas de petróleo realizadas no Brasil nos últimos anos tem sido de reservatórios de óleos pesados de baixo grau API, inferior a 22 e superior a 10. Os óleos pesados apresentam-se com alta viscosidade na faixa de 100 a 1000 vezes a viscosidade da água. O escoamento desse óleo desde o reservatório até a superfície, em função da sua alta viscosidade, torna-se difícil e cara, muitas vezes inviabilizando-o. A produção e o processamento desses óleos pesados vêm despertando interesse da indústria de petróleo. Por exemplo, a PETROBRÁS, que vem investindo em programas de pesquisa e desenvolvimento (PRAVAP, PROTER e PROPES) através do seu centro de pesquisa (CENPES) apontando desafios tecnológicos visando viabilizar a recuperação e a comercialização de óleos pesados.

Segundo Bannwart e Trevisan (2006) e Mothé e Silva (2008), à medida que as reservas de óleo convencional (leve) vão se esgotando, a importância dos óleos pesados tende a crescer rapidamente. A Figura 2.1 ilustra a distribuição de recursos mundiais de petróleo.

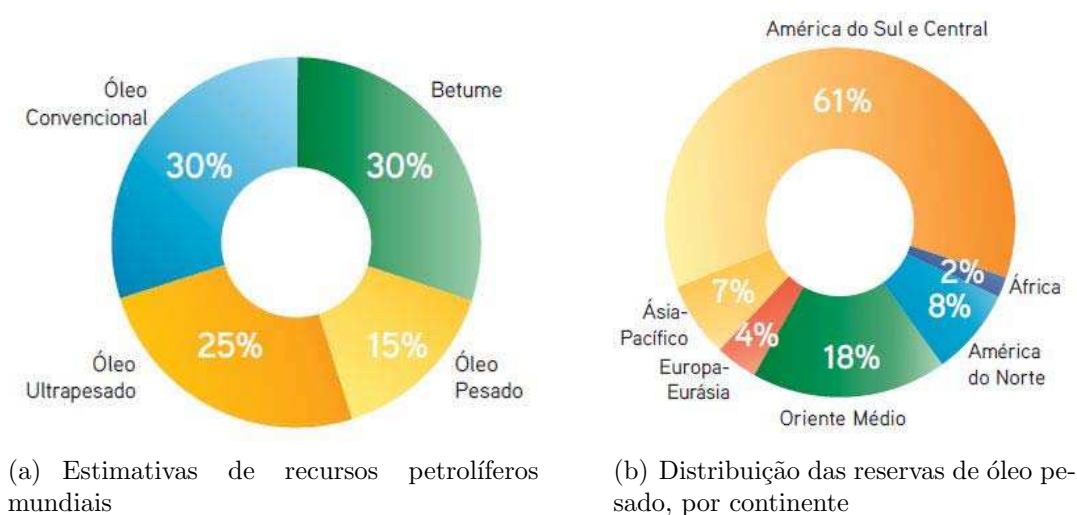


Figura 2.1 - Recursos mundiais de petróleo pesado e ultrapesado.

Fonte: Mothé e Silva (2008).

Os recursos mundiais de óleo pesado e extrapesado (densidade API inferior a 10) das reservas atuais conhecidas somam em aproximadamente 6 trilhões de barris, volume cerca de três vezes maior que o total de óleo convencional, do qual aproximadamente metade já foi produzido (MOTHÉ; SILVA, 2008).

Nos reservatórios petrolíferos, utilizam-se operações que conduzem ao aumento da eficiência de recuperação e aceleração da produção que são chamados de recuperação secundária ou avançada. Nesse método de recuperação, os poços são divididos em dois conjuntos: um conjunto de poços de injeção e outro de produção. Os poços de injeção são usados com a finalidade de introduzir fluido, que normalmente é água (devido a disponibilidade, o custo e outras características apresentadas pelo fluido), dentro do meio poroso para manutenção da pressão e, conseqüentemente, deslocar o óleo na direção dos poços produtores. Sendo a água menos viscosa do que o óleo, em geral há a formação de canais preferenciais, havendo assim regiões consideráveis do reservatório, que nem chegam a ser varrida pela água. Como conseqüência, dependendo da diferença de viscosidade entre os dois fluidos, não é raro ocorrer a irrupção prematura e crescente da água nos poços produtores, comprometendo a vazão de óleo produzido e, com ela, a recuperação final.

## **2.2 Processamento primário de petróleo**

Na indústria petrolífera, a produtividade de um campo petrolífero ocorre, geralmente, a produção simultânea de gás associado, óleo e água, juntamente com impurezas, que são materiais inertes (não sofrem alteração das suas propriedades físicas e químicas) que devem ser removidas. A presença no óleo o gás associado, presente no óleo, contém substâncias corrosivas além de ser altamente inflamável, por isto deve ser removido por problema de segurança (corrosão ou explosão). A salmoura (como é chamada a mistura de água, sais e sedimentos), também deve ser retirada para reduzir os gastos com bombeamento e transporte, bem como para evitar-se corrosão ou acumulação de sólidos nas tubulações e equipamentos por onde o óleo passa, que causaria problemas relacionados ao transporte em dutos ou petroleiros, ao armazenamento em tanques nos terminais e na refinaria ou em equipamentos das refinarias (CUNHA, 2007; MELO, 2007).

Na indústria petrolífera a água é concomitantemente produzida com o petróleo, seja esta oriunda do próprio reservatório (água presente originalmente nos poros das rochas) ou originada em função da injeção de água nos projetos de recuperação



secundária. Além de onerarem os custos de produção e transporte de petróleo, as águas produzidas e oriundas de formações produtoras de hidrocarbonetos apresentam sais dissolvidos que variam de concentrações em função das características do reservatório. Por isso, antes de ser enviado à refinaria, o petróleo passa pelo chamado processamento primário, normalmente realizado em equipamentos de superfície, nos próprios campos de produção (campos de petróleo) e, para atender aos requisitos mínimos de qualidade, torna-se necessário que o mesmo seja submetido a tratamentos térmico, químico, físico, eletrostático e até mesmo por microondas (MELO, 2007).

O interesse econômico numa indústria petrolífera é somente na produção de hidrocarbonetos (óleo e gás). Assim, há necessidade de implantar nos campos petrolíferos (marítimos ou terrestres), uma unidade de processamento primário dos fluidos, para minimizar diversos problemas indesejados, cuja finalidade é efetuar a remoção de água e sedimentos do petróleo produzido. Essas instalações são destinadas a operar, sob condições controladas, o processamento dos fluidos, e visam:

- A separação de óleo, do gás e da água com as impurezas em suspensão;
- O tratamento ou condicionamentos para que possam ser transportados para as refinarias;
- O tratamento da água para reinjeção ou descarte.

O Processamento Primário ocorre por meio de dois estágios:

**1ª Estágio:** separação gás-óleo-água livre

A separação gás-óleo-água livre é realizada em equipamentos conhecidos como separadores trifásicos, onde essas três substâncias, com diferentes densidades são separadas por ação da gravidade. A esse tipo de separação denomina-se decantação;

**2ª Estágio:** desidratação do óleo

A segunda etapa do processamento primário de fluido é a desidratação do óleo que sai da separação trifásica. Durante o processo de produção, parte da água do reservatório se mistura com o óleo na forma de gotículas dispersas, gerando a chamada

emulsão água em óleo (A/O). O objetivo da desidratação é remover ao máximo essa água emulsionada do óleo. Para romper a emulsão água-óleo, são injetadas substâncias químicas chamadas desemulsificantes. Devido à ação dos desemulsificantes, as gotículas de água se juntam (mecanismo de coalescência) e agora, em gotas com diâmetros maiores, boa parte dessa água emulsionada se separa do óleo.

O objetivo do processamento primário de petróleo é o de separar gás, sob condições controladas, e de remover água, sais e outras impurezas, suficientemente para torná-lo estável e adequado para ser transportado.

O processamento primário permite, então, que o óleo atenda as especificações exigidas pelo refino, ou seja:

- Um mínimo de componentes mais leves (os gases);
- Quantidade de sais abaixo de 300 miligramas por litro (300 mg/L) de óleo;
- Quantidade de água e sedimentos abaixo de 1% (do volume do óleo). Essa quantidade é conhecida como BSW (*Basic Sediments and Water* - Água e Sedimentos Básicos).

Diversas técnicas de tratamento têm sido aplicadas nos processos industriais para a desestabilização de emulsões, na qual ocorra a separação em fases distintas. Um dos principais processos de separação para a desestabilização da emulsão consiste na aplicação de campo gravitacional (separadores gravitacionais) ou de campo centrífugo (hidrociclone), sendo este último particularmente útil para a separação óleo em água (O/A), conhecida como emulsões inversas, na qual apresentam gotas de óleo dispersas em água. Campos eletrostáticos são também aplicados durante o tratamento primário de petróleo e nas unidades de dessalgação existentes nas refinarias. O uso de produtos químicos, conhecidos também como desemulsificantes, é bastante comum na indústria de petróleo. As aplicações de possíveis combinações de tratamento químico, processos mecânicos e térmicos com tratamento eletrostático, para auxiliar na desestabilização de emulsões são bastante utilizadas na indústria petrolífera (CUNHA, 2007; MELO, 2007).

Economicamente, a separação das fases água/óleo/gás torna-se necessária, pois o gás tem certo interesse para a indústria, enquanto que a água é uma impureza sem valor, que, além de conter sais inorgânicos que provocam corrosão tanto nas

instalações quanto no transporte até a refinaria, também afeta no dimensionamento do sistema de bombeio e transferência.

A presença de areia ou migração de partículas durante o processo de produção de óleo se deve a fatores como o enfraquecimento da formação pela perfuração, ao arraste causado pelo fluido ou pela turbulência do gás, ou posteriormente quando ocorre queda de pressão no reservatório. Além disso, cerca de 70% das reservas mundiais de óleo e gás se encontram em reservatórios formados em rochas inconsolidadas (arenitos), onde a produção de areia se torna um problema no decorrer da vida produtiva do poço (CARLSON *et al.*, 1992). Outra causa da produção de areia é o influxo de água, o qual provoca uma redução da pressão capilar entre os grãos de areia. Adicionalmente, a perfuração pode reduzir a permeabilidade ao redor da superfície da cavidade perfurada e enfraquecer a formação. Estas zonas enfraquecidas tornam-se suscetíveis à quebra quando ocorrem mudanças bruscas na vazão de escoamento. A presença de areia na linha de produção pode causar a erosão das linhas de superfície e, em especial, reduzir o tempo de campanha do separador de produção. Sendo assim, a separação de misturas de óleo/gás/água/areia é de importância vital para a produção e processamento de petróleo.

### **2.3 Processo de separação utilizando ciclone ou hidrociclone**

O processamento primário do petróleo, normalmente realizado no próprio campo produtor, tem como finalidade a separação das quatro fases: óleo, água, gás e areia. A etapa de separação da água é certamente a mais complexa e importante do processo, já que sua presença contribui para a ocorrência de corrosão, formação de hidratos, além de provocar uma sobrecarga no sistema de bombeamento e escoamento nos oleodutos. Além disso, a produção de areia também é um problema extremamente crítico na produção de óleo, pois mesmo em vazões baixas, os sólidos causam problemas no sistema de produção, tais como rigidez e erosões nas válvulas e linhas de transporte, e aumentando a potência de bombeamento. No entanto, tem-se observado uma crescente evolução no desenvolvimento de novas tecnologias ou aperfeiçoamento dos processos de separação água/óleo/areia, existentes. Esses dispositivos lançam mão dos seguintes princípios de separação: centrifugação, filtração, sedimentação/decantação, coagulação/floculação e flotação.

Dentre os diferentes equipamentos existentes utilizados nos processos de separação água/óleo tem-se o hidrociclone, o qual é um equipamento capaz de converter o

potencial do fluxo de alimentação (pressão) em energia cinética (movimento).

O hidrociclone é um dispositivo constituído basicamente de uma seção cônica unida a uma seção cilíndrica, na qual está acoplada tangencialmente um duto retangular ou cilíndrico que alimenta o equipamento, conforme pode ser observado na Figura 2.2. Na parte superior do hidrociclone há um tubo de saída superior denominado *overflow* (por onde geralmente escoa uma corrente menos densa), com um alongamento axial para dentro do equipamento (*vortex finder*). Na parte inferior há uma seção de saída inferior (geralmente de seção circular) para descarga da corrente mais densa denominado *underflow*.

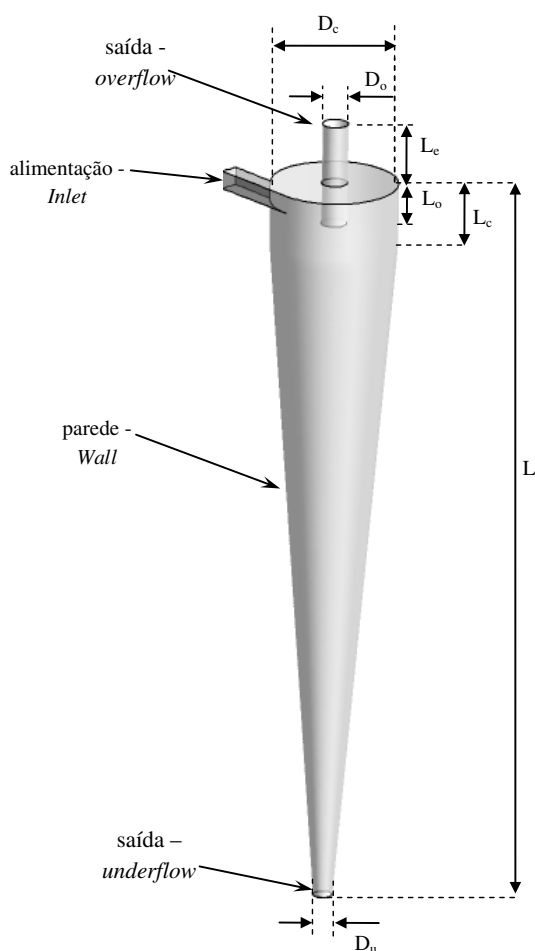


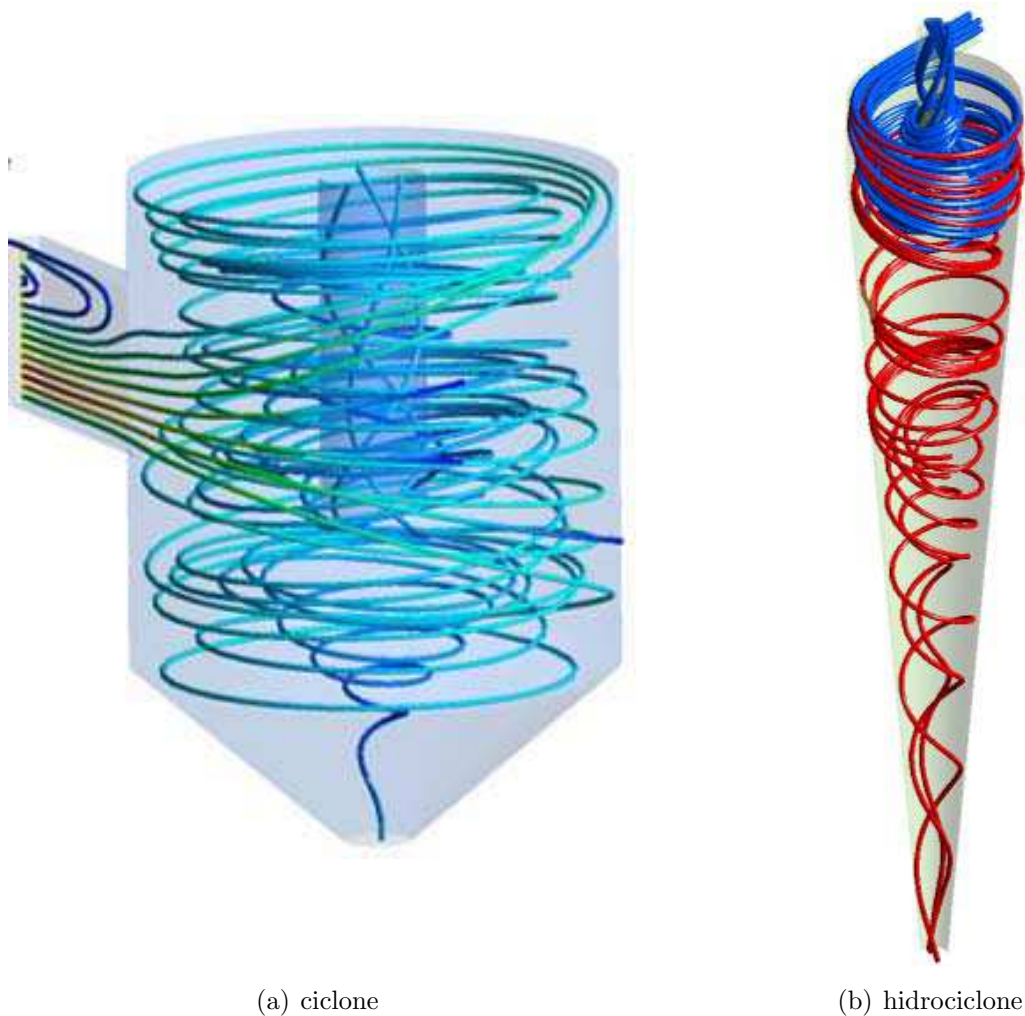
Figura 2.2 - Representação da geometria de um Hidrociclone.  
Fonte: (FARIAS *et al.*, 2008b)

Os hidrociclones são equipamentos versáteis, pois podem ser utilizados como separadores, tanto para suspensões diluídas quanto concentradas, e as partículas dispersas podem ser sólidas, líquidas ou bolhas de gás. Eles também são usados como clarificadores, concentradores e equipamento de lavagem, podendo ainda funcionar como desgaseificadores e classificadores (HEISKANEN, 2000). Daí sua “popularidade” em um grande número de aplicações. A técnica de separação por hidrociclone tem sido usada recentemente em outras inúmeras aplicações na engenharia ambiental, engenharia de petróleo e petroquímica, engenharia de alimentos, engenharia eletroquímica, bioengenharia, processos de polpa e papel, entre outros. Outras vantagens na sua utilização são a sua simplicidade de construção, o baixo custo de instalação e operação, a versatilidade de aplicação, e dimensão quando comparados a outros equipamentos de separação (SVAROVSKY, 1981; HEISKANEN, 2000).

O fluido injetado tangencialmente no hidrociclone através do tubo de alimentação proporciona a formação de uma corrente helicoidal descendente em direção à saída inferior (*underflow*). Em consequência da diferença de densidade entre os fluidos (líquido-líquido) ou sólido-líquido surge outra corrente em espiral ascendente nas proximidades do eixo central do hidrociclone em direção a saída superior (*overflow*), conforme ilustra a Figura 2.3. O princípio de separação baseia-se na combinação de diferentes forças que atuam sobre as partículas fluidas: forças de arraste, centrífugas, centrípeta e gravitacional. Sua alta eficiência de separação e alta capacidade de processamento, aliadas ao pequeno espaço requerido, o torna ideal para operações onde o espaço é crítico, como ocorre em plataformas de perfuração.

Existem diversos parâmetros que influenciam o desempenho dos hidrociclones, que podem ser divididas em geométricos e operacionais. Na primeira classe estão: as dimensões do hidrociclone (diâmetro de entrada, corpos cilíndrico e cônico, *vortex finder*, entre outros) e na segunda classe estão as propriedades termofísicas dos fluidos e sólidos (peso específico dos sólidos, viscosidade do fluido na alimentação, porcentagem de sólidos na alimentação, pressão de admissão e granulométrica do sólido) (SVAROVSKY, 1981).

O nível de complexidade das correntes contínuas e dispersas no interior do hidrociclone é consequência da alta turbulência induzida pela entrada tangencial proporcionando, no escoamento, um caráter fortemente tridimensional. Visando avaliar estas características e os parâmetros que influenciam na hidrodinâmica do hidrociclone tem-se observado na literatura que, na maioria dos casos, são propostas modifi-



(a) ciclone

(b) hidrociclone

Figura 2.3 - Corrente de fluxo

Fonte: (FARIAS *et al.*, 2008b)

cações na geometria do hidrociclone e o desenvolvimento de modelos matemáticos que possibilitam melhorar a eficiência de coleta das partículas sólidas ou líquidas, reduzir a queda de pressão, aumentar o tempo de residência das partículas, entre outros (PERICLEOUS, 1987; SOLERO; COGHE, 2002; AVCI; KARAGOZ, 2003; SALCEDO; PINHO, 2003; FARIAS, 2006; FARIAS *et al.*, 2008b). No que diz respeito aos aspectos geométricos, observa-se igualmente uma grande quantidade de trabalhos que modificam a geometria do ciclone ou hidrociclone visando aumentar a eficiência de separação ou reduzir a queda de pressão (MOLERUS; GLUCKLER, 1996; FASSANI; GOLDSTEIN, 2000; PENG *et al.*, 2001; BRUNAZZI *et al.*, 2003).

Leahy-Dios e Medronho (2003) estudaram numericamente o processo de separação misturas imiscíveis de óleo e água (A/O) com concentração volumétrica de óleo variado de 0,1 e 1% (v/v) empregando hidrociclones. Esses autores avaliaram os efeitos da variação de proporções geométricas do hidrociclone, modelos de turbulência e diâmetros de gotas de óleo na mistura de alimentação sobre o escoamento e a eficiência de separação. Os resultados obtidos não foram afetados significativamente pelo modelo de turbulência escolhido (*RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  ou *RSM*) ou pela introdução de ar como uma terceira fase, caso ocorresse escoamento reverso (*backflow*) nas saídas do hidrociclone. Uma comparação entre as quatro geometrias estudadas mostrou que o hidrociclone de *Bradley* típico gerou as maiores eficiências, enquanto que o hidrociclone de *Thew* gerou as menores queda de pressão e eficiência. Os resultados numéricos de eficiência granulométrica foram inferiores aos resultados experimentais disponíveis para o hidrociclone de *Bradley* típico.

Changirwa *et al.* (1999) projetaram um hidrociclone híbrido visando a separação da areia em correntes de petróleo ou em águas oleosas. Foi incorporado ao hidrociclone um orifício transversal para rejeição de areia, uma transformação que habilita concorrer as três fases água-óleo-areia. Os resultados demonstraram um potencial para separação simultânea das fases envolvidas (óleo-areia-água) com uma corrente de alimentação com concentração de até 40% da massa de areia.

Simões *et al.* (2003), por sua vez, utilizaram o *software* comercial CFX 5.5 para avaliar numericamente a utilização de ciclones no processo de separação água/óleo/areia. Os resultados obtidos mostraram que o ciclone estudado tem elevado potencial de separação tanto da areia quanto do óleo produzido. Foram obtidas eficiências de 97% para areia com 250  $\mu m$  de diâmetro e de 85% para gotas de óleo com 100  $\mu m$  de diâmetro. Os resultados mostraram que a configuração do ciclone proposto pode vir a ser um dispositivo de pré-separação em plataformas de produção de petróleo.

Kraipech *et al.* (2005) realizaram investigações dos efeitos das interações partícula – fluido e partícula – partícula no escoamento em hidrociclone, aplicando análise temporal. Foi mostrado que as interações partícula-partícula, devido a lubrificações e mecanismos de colisão, desempenham um papel importante apenas na proximidade das paredes do hidrociclone, e perto do *vortex finder*. Nas demais regiões, as interações fluido-partícula são dominantes e desempenham um papel importante na eficiência de separação da mistura.

Brennan *et al.* (2007) desenvolveram um modelo para o escoamento multifásico em hidrociclone utilizando a fluidodinâmica computacional. O modelo é capaz de prever os perfis de velocidade, vazão de alimentação axial, diâmetro de corte e curvas de eficiência na classificação de hidrociclone. Os resultados numéricos obtidos com o modelo de escoamento multifásico foram satisfatórios, sendo capaz de prever adequadamente o escoamento e o processo de separação em um hidrociclone.

Wang e Yu (2008) apresentaram um estudo numérico de escoamento multifásico do tipo gás-líquido-sólido em hidrociclone com várias formas do *vortex finder*. O escoamento turbulento do gás e líquido foi modelado utilizando os modelos dos tensores de Reynolds (*RSM*), e a interface entre o líquido e o ar é modelado usando o modelo de fluido multifásico. Os resultados são depois utilizados na simulação do escoamento de partículas descrito pelos modelos estocásticos baseados numa abordagem estocástica lagrangeana. Os resultados mostram uma diminuição da eficiência de separação de partículas finas, mas com o aumento das partículas e diminuição do comprimento do *vortex finder*. Para superar esse problema, é proposto uma nova configuração para o *vortex finder*, mostrando-se ser capaz de melhorar consideravelmente a eficiência de separação no hidrociclone.

Marins (2007) realizou uma análise experimental do escoamento monofásico (água) em um hidrociclone (Figura 2.4(a)), projetado para processo de separação líquido-líquido, sem núcleo gasoso, com o objetivo de investigar a influência das componentes de velocidade axial e azimutal em diversas seções transversais do hidrociclone, conforme ilustrado na Figura 2.5, sobre o escoamento no interior do hidrociclone.

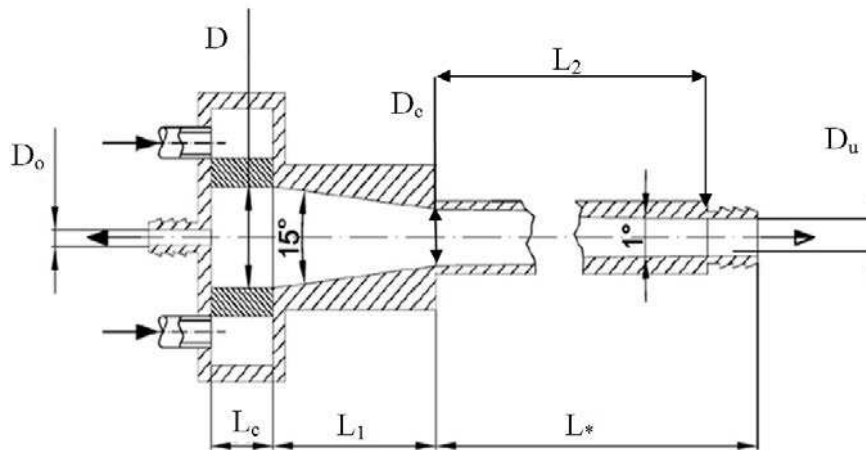
Segundo Marins (2007), devido à dificuldade de arranjo experimental, a seção com conicidade de  $15^\circ$  foi medida somente com *Velocimetria por Laser Doppler (LDV)* e a velocidade radial não foi investigada, mesmo sendo considerada importante no processo de separação. Uma vez que, a componente radial da velocidade influencia no escoamento do fluido, com que as partículas da fase dispersa caminham para a região central do cone. Isso se deve aos possíveis problemas de escorregamento entre as partículas (que espalham o laser) e o fluido, já que nessa direção há uma força de campo muito intensa no escoamento.

O aparato experimental utilizado por Marins (2007) está representado no esquema ilustrado nas Figura 2.6 e 2.7. O mesmo tem a capacidade de bombeamento líquido máxima de  $10\text{m}^3/\text{h}$  a uma pressão de aproximadamente  $9,8067\text{ bar}$  ( $10\text{ kgf}/\text{cm}^2$ ).





(a)



(b)

Figura 2.4 - (a) Hidrociclone usado por Marins (2007) e (b) Esquema com as cotas.

Em seu trabalho foram utilizadas as Técnicas da velocimetria por imagem de partículas (PIV) para obtenção do campo de velocidade (Figura 2.6) e a Velocimetria por Laser Doppler (LDV) para a obtenção das componentes pontuais de velocidade (Figuras 2.8 e 2.9)

De acordo com Marins (2007) um parâmetro importante para o controle do desempenho do hidrociclone é a razão entre a perda de carga entre a entrada e as saídas superior e inferior. Os valores das pressões medidas por esse autor estão ilustradas na Tabela 2.2 quando submetido a uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

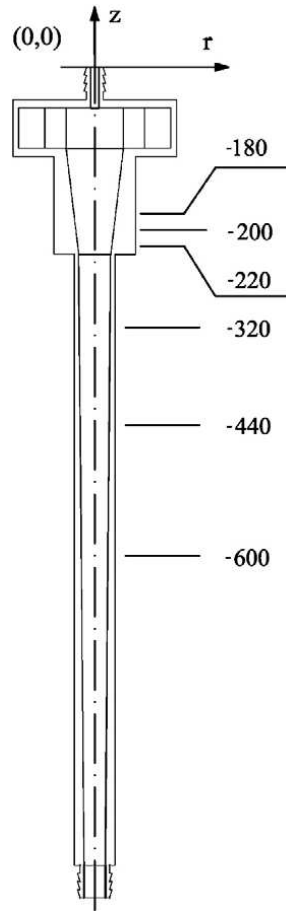


Figura 2.5 - Posições das cotas ao longo do hidrociclone onde foram feitas as leituras das componentes de velocidade

Fonte: Marins *et al.* (2010)

O conhecimento da queda de pressão em hidrociclone é um dos itens necessários para o cálculo do consumo de energia e otimização dos parâmetros do hidrociclone. A relação de pressão  $DPR$  definida pela razão do diferencial de pressão entre a corrente de entrada e do rejeito, com o diferencial de pressão entre a corrente de entrada e da saída de fluido, foi expressa por:

$$DPR = \frac{P_a - P_{ov}}{P_a - P_{und}} \quad (2.1)$$

onde  $P_a$ ,  $P_{ov}$ ,  $P_{und}$  são as pressões de alimentação, saídas superior e inferior, respectivamente.

Tabela 2.1 - Dimensões da geometria do hidrociclone usado por Marins (2007)

Diâmetro	Hidrociclone (mm)	$D$	70	
	Rejeito (mm)	$D_o$	10	
	Cônica 15° (mm)	$D_c$	39,28	
	Saída (mm)	$D_u$	26,3	
Altura da região	do Topo( mm)	$L_t$	84,4	
	Cilíndrica (mm)	$L_c$	47,56	
	Cônica (mm)	15°	$L_1$	120,44
		1°	$L_2$	686,85
	Cilíndrica (mm)	$L_3$	63,15	
	Total (mm)	$L$	998	
Região de entrada	Altura (mm)	$a$	44	
	Largura (mm)	$b$	5	
	Comprimento (mm)	$c$	50	

Tabela 2.2 - Condições de operações do experimento de Marins (2007)

Seção	Pressão(bar)
Entrada	3,02
Rejeito	1,20
Saída de água	2,05

Segundo Marins (2007) mantendo-se a relação de pressão  $DPR$  constante a vazão de rejeito será sempre uma porcentagem constante da vazão que entra no hidrociclone. Normalmente as empresas fabricante do equipamento fornecem um gráfico da relação de pressão  $DPR$  versus porcentagem de rejeito, para um determinado diâmetro de orifício de rejeito (saída superior), então conhecendo o valor do  $DPR$ , pode-se determinar graficamente a porcentagem de rejeito.

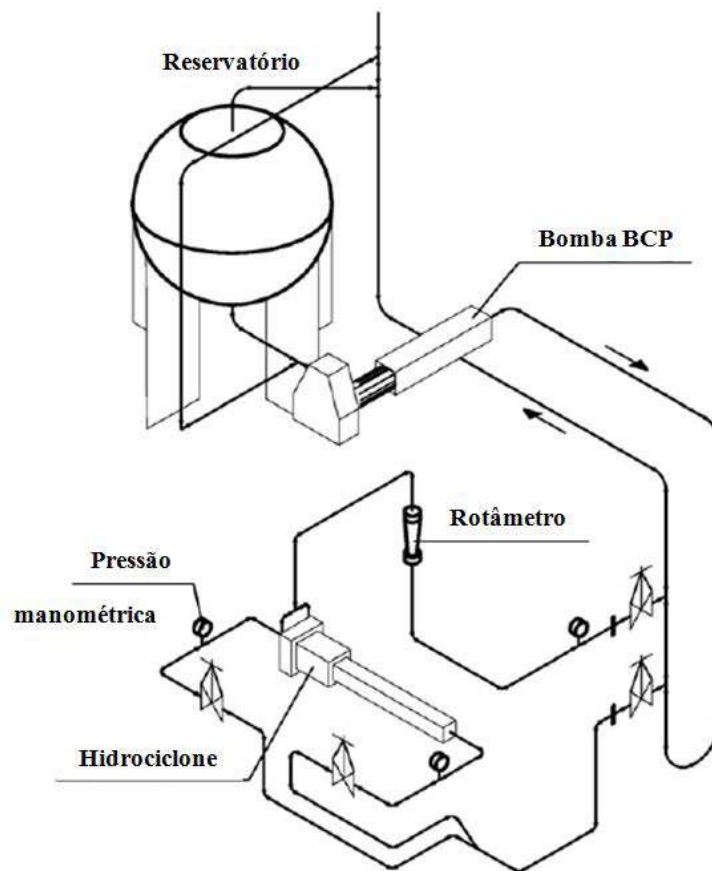


Figura 2.6 - Diagrama Esquemático do Circuito experimental  
 Fonte: Marins *et al.* (2010)

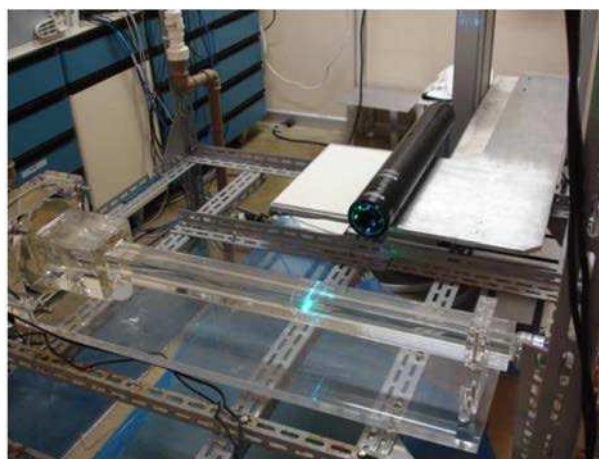


Figura 2.7 - Arranjo experimental para o LDV utilizado para a medição dos perfis de velocidade no interior do hidrociclone.  
 Fonte: Marins (2007)

## 2.4 Análise dos perfis de velocidade axial e tangencial

As Figuras 2.8 e 2.9 mostram os perfis radiais de velocidade axial e tangencial em coordenadas cartesianas, respectivamente, ao longo do hidrociclone, obtidos com emprego da técnica de velocimetria por laser Doppler (LDV) (MARINS, 2007).

### 2.4.1 Velocidade Axial

O perfil da componente da velocidade axial no interior do hidrociclone, está ilustrado na Figura 2.8, onde os valores positivos representam o escoamento ascendente próximo ao eixo central do hidrociclone, e os valores negativos representam o escoamento reverso descendente próximo à parede do hidrociclone.

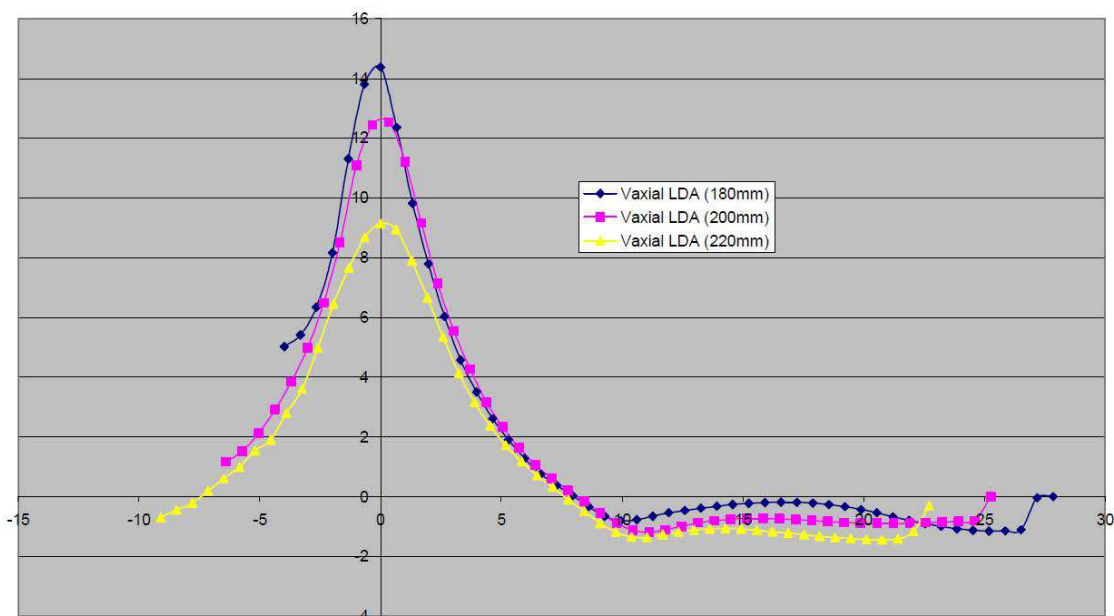


Figura 2.8 - Componente axial da velocidade, obtidos com emprego da técnica de velocimetria por laser Doppler (LDV).  
Fonte: Marins (2007)

### 2.4.2 Velocidade tangencial

A componente de velocidade tangencial,  $u_{\theta}$ , é positiva no sentido anti-horário, isto é, no sentido crescente de  $\theta$ . Observa-se que o perfil de velocidade tangencial no interior do hidrociclone é negativo, no sentido decrescente de  $\theta$ , conforme ilustrado na

Figura 2.9. Então, as entradas tangenciais de alimentação do hidrociclone, serão configuradas no sentido horário, isto é, o escoamento do fluido nas entradas tangenciais escoam no sentido horário.

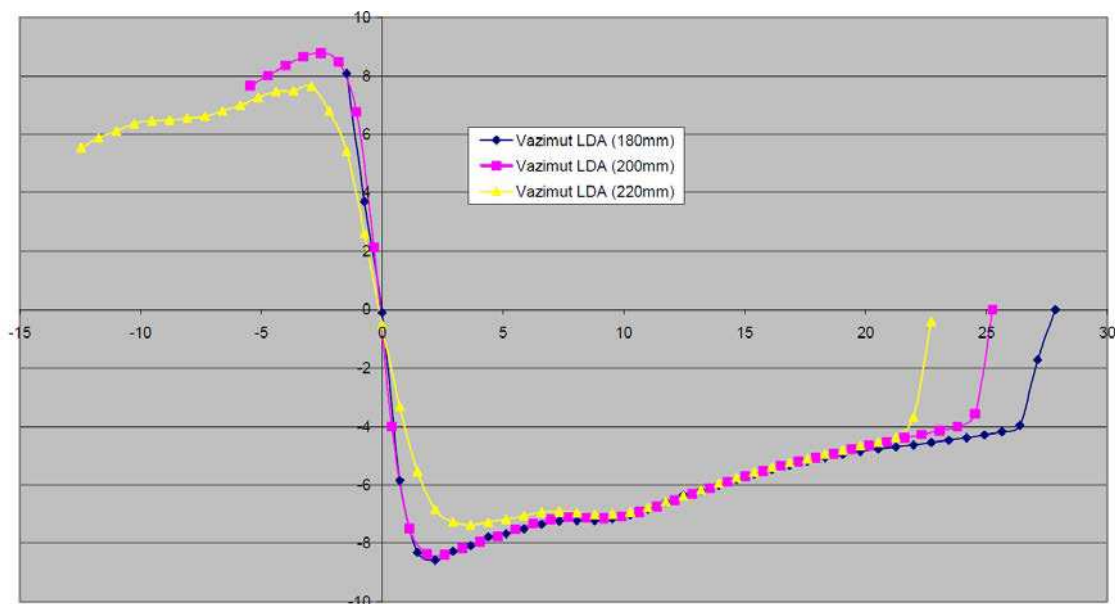


Figura 2.9 - Componente tangencial da velocidade, obtidos com emprego da técnica de velocimetria por laser doppler (LDV).  
Fonte: Marins (2007)

Raposo (2008) estudou o escoamento monofásico em um hidrociclone, com o auxílio do software Ansys CFX, empregando diferentes modelos de turbulência e convalidando-os com os resultados experimentais de Marins (2007) para as mesmas condições de operação. A representação da geometria real do hidrociclone (Figura 2.4), no domínio computacional, contém 2,8 milhões de volumes de controle ou elementos, conforme ilustrado na Figura 2.10. Raposo (2008), de forma a simplificar a modelagem numérica do escoamento, sugeriu uma simplificação na geometria da entrada de fluido no hidrociclone. Ele substituiu as entradas retangular involuta na câmara convergente (Figura 2.10) por duas entradas tangenciais (Figura 2.11). Utilizou uma malha híbrida combinando blocos de malhas estruturadas e não estruturadas, nos quais foram utilizados elementos hexaédricos ao redor de um cilindro central e elementos tetraedros nas regiões de entrada no hidrociclone, conforme pode ser observado na Figura 2.12.

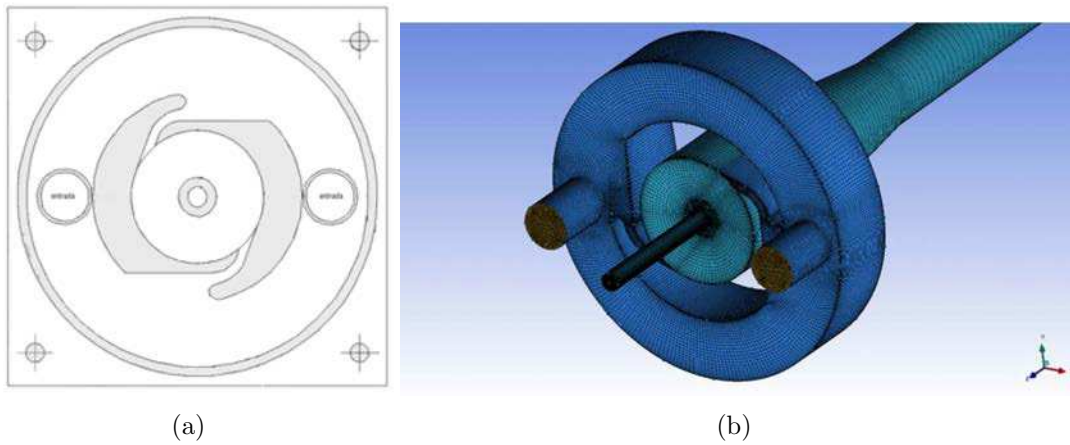


Figura 2.10 - (a) Vista superior do hidrociclone usado por Marins (2007); (b) Malha computacional do hidrociclone utilizado por Raposo (2008).

Fonte: Raposo (2008)

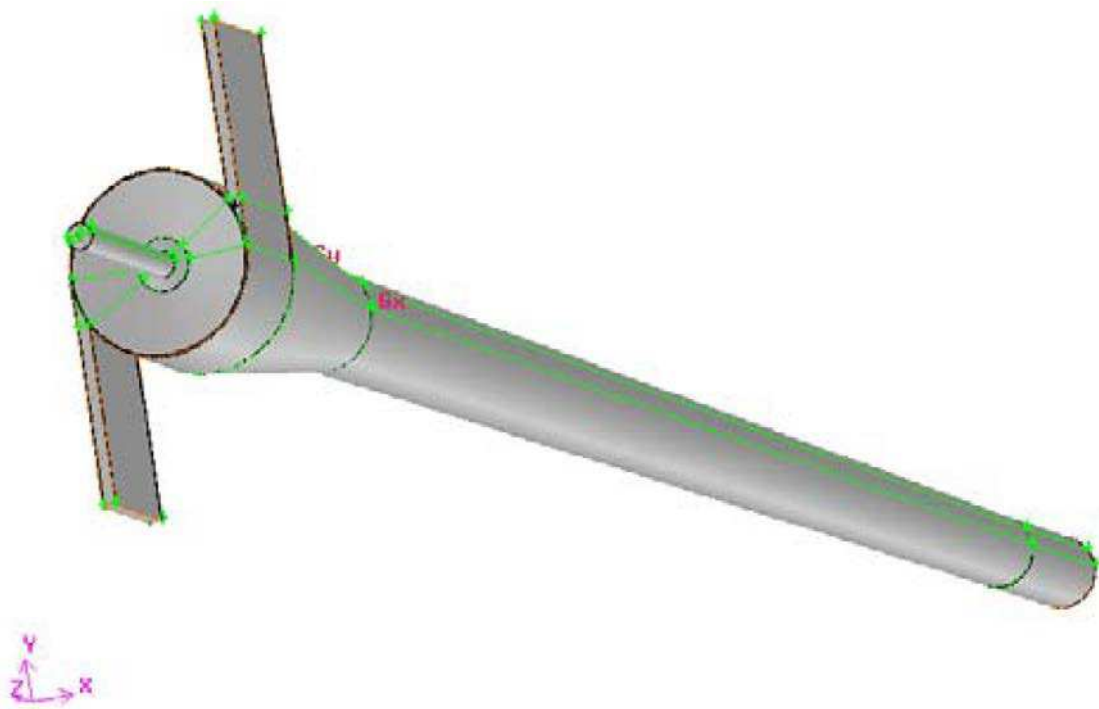


Figura 2.11 - Hidrociclone com as entradas tangenciais simplificadas.

Fonte: Raposo (2008)

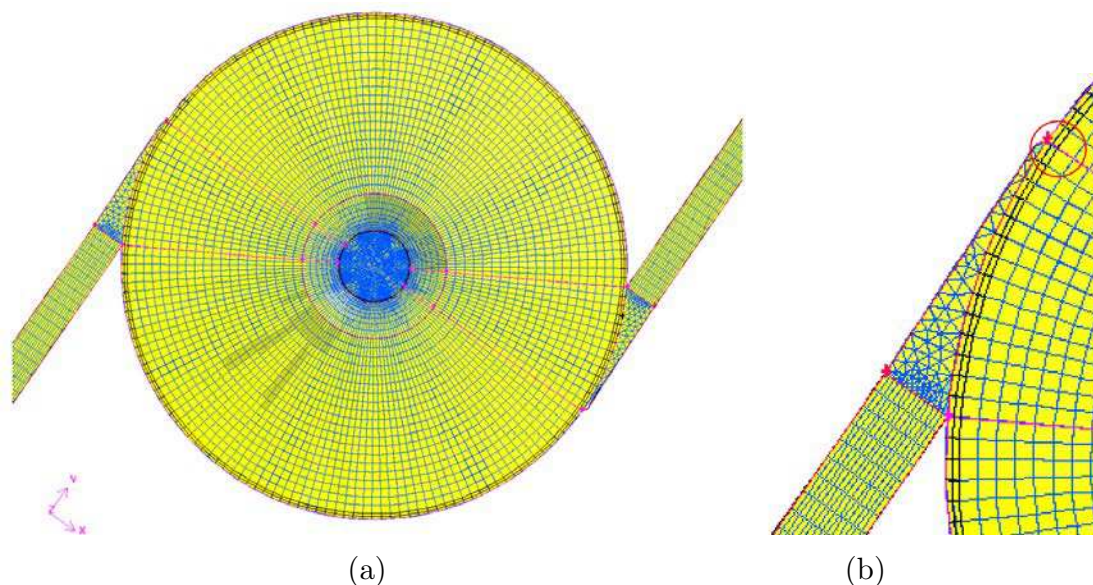


Figura 2.12 - (a) Vista superior do hidrociclone; (b) Detalhe da seção de entrada da malha.  
 Fonte: Raposo (2008)

Raposo (2008) investigou a adequação dos modelos de turbulência de tensões de Reynolds *RSM* (*Reynolds Stress Model*) e simulação em Grandes Escalas *LES* (*Large Eddy Simulation*) para a previsão do escoamento monofásico (água) em regime transiente. Ele assumiu uma vazão volumétrica total de  $6,2 \text{ m}^3/\text{h}$  distribuídas nas seções de entrada tangencial ao hidrociclone. Com base no trabalho de Marins (2007) foi assumido que na seção de saída inferior saíria 65% da vazão de alimentação e que a saída superior 35%. Raposo (2008) analisou igualmente parâmetros operacionais e geométricos como: vazão, rugosidade e comprimento do hidrociclone. Os modelos de turbulência adotados mostraram vantagens e desvantagens, sendo que o modelo LES apresentou melhor precisão dos resultados quando comparados com os dados experimentais. Todavia, com relação à variação dos parâmetros do equipamento, o modelo de turbulência RSM foi capaz de prever corretamente a redução de perda de carga com relação a vazão, o aumento da rugosidade e do comprimento do hidrociclone.



## 2.5 Modelagem matemática para escoamento multifásico

Na modelagem matemática do escoamento multifásico no interior do hidrociclone sem núcleo gasoso (fase contínua mais fase dispersa) podem ser utilizadas duas aproximações para tratar as equações governantes:

- Euleriana-Lagrangeana, onde é assumido que o transporte de partícula (fase dispersa) é realizada pela fase contínua; neste caso as equações de quantidade de movimento são resolvidas apenas para a fase contínua;
- Euleriana-Euleriana onde, nesse modelo, é assumido que as equações de quantidade de movimento são resolvidas para cada uma das fases presentes (contínua e dispersa) e o acoplamento entre as fases se dá pela transferência interfacial.

Na literatura existe uma gama de trabalhos abordando essas aproximações a exemplo de Gidaspow (1994), Taghipour *et al.* (2005), Paladino *et al.* (2005) e Ranade (2002).

O modelo matemático que descreve o escoamento multifásico consiste de um sistema de equações diferenciais parciais (as Equações de Conservação da Massa, da Quantidade de Movimento Linear) conhecidas como as equações de Navier-Stokes aplicadas para cada fase do escoamento; são válidas para a solução do escoamento em regime laminar e turbulento. Soluções analíticas para as equações de Navier-Stokes completas ainda são desconhecidas e as soluções numéricas, ainda que possíveis, são extremamente custosas do ponto de vista computacional, devido ao nível de discretização, espacial e temporal, extremamente elevado para a caracterização dos menores vórtices, que em muitas situações inviabiliza os cálculos, tornado-se impraticáveis para a maioria das aplicações de engenharia. Nesses casos, empregam-se modelos matemáticos que, de uma maneira geral, são baseados em valores médios das equações instantâneas de Navier-Stokes aplicadas a cada fase do escoamento.

Nas próximas seções serão apresentados as equações de conservação de massa e momento linear, as equações do modelo de turbulência para as fases contínua e dispersa e, por fim, as equações constitutivas para a transferência de momento entre as fases.

### 2.5.1 Equação da continuidade

A equação que descreve a conservação de massa para o escoamento multifásico para a fase  $\alpha$  é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (f_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (f_\alpha \rho_\alpha \vec{U}_\alpha) = \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} + S_{MS\alpha} \quad (2.2)$$

onde  $f_\alpha$  é a fração volumétrica,  $\rho_\alpha$  a massa específica,  $\vec{U}_\alpha$  é o vetor velocidade,  $\Gamma_{\alpha\beta}$  é o fluxo mássico interfacial por unidade de volume,  $S_{MS\alpha}$  representa possíveis fontes de massa. Se não é levada em consideração faz-se:

$$S_{MS\alpha} = 0 \quad (2.3)$$

O subscrito  $\alpha$  ou  $\beta$  representam a fase contínua ou a dispersa;  $\alpha\beta$  ou  $\beta\alpha$  representa a interação entre as fases  $\alpha$  e  $\beta$  junto à interface;  $N_p$  é o número total de fases no escoamento multifásico.

### 2.5.2 Conservação da quantidade de movimento linear

As equações médias de transporte de quantidade de movimento para a fase  $\alpha$  é expressa por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (f_\alpha \rho_\alpha \vec{U}_\alpha) + \nabla \cdot [f_\alpha (\rho_\alpha \vec{U}_\alpha \otimes \vec{U}_\alpha)] = -f_\alpha \nabla p + \\ \nabla \cdot [f_\alpha (\tau_\alpha + \tau_\alpha^{turb} + \tau_s)] + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{U}_\alpha) + \vec{S}_{M\alpha} + \vec{M}_\alpha \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $\Gamma^+$  é a taxa de fluxo mássico,  $\vec{M}$  é a força interfacial total que atua na fase  $\alpha$  devido a interação com a fase  $\beta$ ,  $\vec{S}_M$  o termo fonte da quantidade de movimento devido as forças externas,  $\tau_\alpha$  e  $\tau_\alpha^{turb}$  referem-se às tensões viscosas e às tensões turbulenta de Reynolds na fase  $\alpha$ , respectivamente.  $\tau_s$  representa a tensão da fase sólida, e o termo  $\sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{U}_\alpha)$  representa a transferência de momento induzida pela transferência de massa interfacial.

### 2.5.3 Modelos de turbulência para a fase contínua

Ao longo dos anos vários modelos para o fechamento das equações governantes do escoamento turbulento que contemplam fenomenologias restritas a determinados regimes de escoamento, tem sido desenvolvido. Assim, cada modelo terá vantagens e desvantagens específicas. Esses modelos classificam-se em:

- Modelos algébricos, baseados na hipótese de Boussinesq e é empregado para determinar o valor da viscosidade turbulenta;
- Modelos a uma equação, que empregam igualmente a hipótese de viscosidade turbulenta, mas empregam uma equação diferencial de transporte para se determinar um propriedade turbulenta, em geral, a energia cinética  $\kappa$  e a segunda propriedade é obtida por uma equação algébrica, normalmente um comprimento de escala,  $l$ ;
- Modelos de duas equações, onde são utilizadas duas equações diferenciais de transporte de propriedades, sendo um para energia cinética turbulenta,  $\kappa$ , e a outra para a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa,  $\epsilon$ , ou em alguns casos uma frequência de passagem de grandes estruturas turbulentas,  $\omega$ . Os modelos algébricos, a uma e duas equações são conhecidos como os modelos de viscosidade turbulenta;
- Modelos para tensões de Reynolds ou modelos de fechamento de segunda ordem. Nesses modelos são empregadas equações de transporte explícitas para as tensões de Reynolds e uma equação de transporte complementar para  $\epsilon$  ou  $\omega$  para se obter o fechamento completo do problema.

O tensor das tensões de Reynolds de acordo com a analogia de Boussinesq é proporcional à taxa de deformação do fluido e a viscosidade turbulenta, são expressas por:

$$\tau_{\alpha}^{turb} = \frac{2}{3}\rho_{\alpha}\kappa\delta + \mu_t \left[ \nabla \cdot \vec{U}_{\alpha} + (\nabla \cdot \vec{U}_{\alpha})^T \right] \quad (2.5)$$

onde  $\vec{U}_{\alpha}$  corresponde ao vetor velocidade da fase  $\alpha$ ,  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta,  $\delta$  é a função delta Kronecher,  $T$  corresponde a transposta e  $\kappa$  é a energia cinética turbulenta dada por:

$$\kappa = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (2.6)$$

com  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$  sendo as velocidade flutuantes nas três direções.

A viscosidade de turbulência,  $\mu_t$ , é função da intensidade turbulenta do escoamento e é desconhecida. Os modelos de turbulência baseados nas médias de Reynolds e na hipótese de Boussinesq precisam prescrever um método para o cálculo de  $\mu_t$ .

### 2.5.3.1 Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$ padrão

O modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrão é o modelo de duas equações mais utilizado. Este modelo usa a hipótese da viscosidade turbulenta, isto é, onde as tensões de Reynolds podem ser relacionadas linearmente com os gradientes médios de velocidade.

As equações de transporte para as características de turbulência a serem determinadas são as de energia cinética turbulenta  $\kappa$  e de taxa de dissipação de turbulência  $\varepsilon$ , dadas por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\kappa) + \nabla \cdot (\rho\vec{U}\kappa) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \nabla\kappa \right] + P_\kappa + G - \rho\varepsilon \quad (2.7)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\varepsilon) + \nabla \cdot (\rho\vec{U}\varepsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla\varepsilon \right] + \\ C_1 \frac{\varepsilon}{\kappa} (P_\kappa + C_3 \max(G; 0)) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \end{aligned} \quad (2.8)$$

em que  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $\sigma_\kappa$  e  $\sigma_\varepsilon$  são as constantes do modelo determinadas empiricamente (Tabela 2.3). O termo  $P_\kappa$  que aparece em ambas as equações representa a parcela de produção de energia cinética turbulenta definida por:

$$P_\kappa = \mu_{ef} \nabla \vec{U}_\alpha \left[ \nabla \vec{U}_\alpha + \left( \nabla \vec{U}_\alpha \right)^T \right] - \frac{2}{3} \nabla \vec{U}_\alpha \left( \mu_{eff} \nabla \vec{U}_\alpha + \rho\kappa \right) \quad (2.9)$$

sendo  $G$  a produção devido a força de corpo dada por:

$$G = G_{buoy} + G_{rot} + G_{res} \quad (2.10)$$

onde  $G_{buoy}$ ,  $G_{rot}$  e  $G_{res}$  são os termos referente a produção devido ao empuxo, rotação e resistência, respectivamente.

Embora os modelos de turbulência, baseados no conceito de viscosidade turbulenta, possuam inúmeras deficiências, associadas geralmente a efeitos de curvatura, regiões de separação, forte aceleração, ou em situações em que a anisotropia de turbulência tem um efeito dominante no escoamento médio do fluido, principalmente naqueles escoamentos dotados de altas vorticidade, estes desempenham um papel significativo em muitos escoamentos de interesse prático, por exemplo, escoamentos em ciclones ou hidrociclones. Esses modelos de turbulência têm sido largamente utilizados por engenheiros em todo o mundo. O modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  superestima os níveis de turbulência nas regiões próximas ao ponto de separação do escoamento e tende a não separar quando a evidência experimental mostra o contrário (BRADSHAW, 1997; MUCK *et al.*, 1985). Segundo Alho e Ilha (2001), o modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  não prevê de forma adequada o escoamento afastado da condição de equilíbrio, o que é suficiente para que o modelo seja utilizado com cautela na previsão de escoamento complexos.

### 2.5.3.2 Modelo $\kappa$ - $\epsilon$ RNG

O modelo *RNG* (Renormalization Group Theory) é uma alternativa do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  para fluxos com alto número de Reynolds. Este modelo difere do modelo padrão na equação da taxa de dissipação  $\epsilon$ .

A normalização de grupos melhora a caracterização da viscosidade turbulenta a partir do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão, pois tenta amenizar as não-conformidades do modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  com sua hipótese de viscosidade turbulenta isotrópica.

As equações que descrevem o modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  são apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\kappa) + \nabla \cdot (\rho\vec{U}\kappa) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\kappa RNG}} \right) \nabla \kappa \right] + P_\kappa - \rho\epsilon \quad (2.11)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\epsilon) + \nabla \cdot (\rho\vec{U}\epsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\epsilon RNG}} \right) \nabla \epsilon \right] + \\ \frac{\epsilon}{\kappa} (C_{\epsilon 1 RNG} P_\kappa - C_{\epsilon 2 RNG} \rho\epsilon) \end{aligned} \quad (2.12)$$

sendo que  $\kappa$  é a energia cinética turbulenta,  $\epsilon$  é a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $\rho$  é a densidade, e  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta.

O modelo de turbulência  $\kappa$ - $\varepsilon$ , obtido para escoamento com massa específica constante, tem como princípios a modelagem da viscosidade turbulenta proposta por Prandtl–Kolmogorov, como se segue:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (2.13)$$

sendo  $C_\mu$  uma constante de calibração experimental.

O coeficiente  $C_{\varepsilon 1RNG}$  do modelo RNG  $\kappa$ - $\varepsilon$  é definido por:

$$C_{\varepsilon 1RNG} = 1,42 - \frac{\eta \left(1 - \frac{\eta}{4,38}\right)}{1 + \eta^3 \beta_{RNG}} \quad (2.14)$$

onde

$$\eta = \sqrt{\frac{P_\kappa}{\rho \varepsilon C_{\mu RNG}}} \quad (2.15)$$

sendo  $P_\kappa$  o termo de produção pelo efeito de cisalhamento dado por:

$$P_\kappa = \mu_T \nabla \vec{U} \cdot (\nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T) + P_{Kb} \quad (2.16)$$

onde  $P_{Kb}$  é o termo de produção de flutuação modelado por:

$$P_{Kb} = -\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\rho} g \cdot \nabla \rho \quad (2.17)$$

onde  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta,  $g$  é o vetor aceleração gravidade,  $\rho$  a massa específica do fluido, e  $\sigma_\rho$  é o número de Prandtl turbulento.

As constantes do modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  RNG:  $C_{\varepsilon 2RNG}$ ,  $C_{\mu RNG}$ ,  $\beta_{RNG}$ ,  $\sigma_{\kappa RNG}$  e  $\sigma_{\varepsilon RNG}$  cujos valores estão especificadas na Tabela (2.3).

Tabela 2.3 - Valores dos Parâmetros dos modelos  $\kappa$ - $\varepsilon$  e RNG  $\kappa$ - $\varepsilon$  padrões.

Parâmetro	$C_\varepsilon$	$C_\mu$	$\beta$	$\sigma_\kappa$	$\sigma_\varepsilon$
$\kappa$ - $\varepsilon$	1,44	0,1	–	1,0	1,3
RNG $\kappa$ - $\varepsilon$	1,9200	0,0850	0,0120	0,7179	0,7179

### 2.5.3.3 Correção da curvatura para os modelos a duas equações

Os modelos de turbulência de duas equações prevêem adequadamente o escoamento com efeitos de curvatura. Estes efeitos estão relacionados com a curvatura das paredes e também com os efeitos da curvatura da linha de corrente sobre o escoamento. Outra limitação dessa classe de modelos consiste na hipótese de Boussinesq para modelar as tensões de Reynolds, como uma grandeza escalar isotrópica.

O termo de produção de turbulência foi reescrito por Spalart e Shur (1997) de forma a permitir que os modelos padrões de duas equações consiga prever os efeitos de curvatura. A função empírica sugerida por esses autores é expressa por:

$$f_{\text{rotação}} = \left( \frac{2r^*}{1+r^*} \right) [1 - c_{r3} \tan^{-1}(c_{r2}\tilde{r})] (1 + c_{r1}) - c_{r1} \quad (2.18)$$

onde as constantes empíricas  $c_{r1}$ ,  $c_{r2}$  e  $c_{r3}$  são iguais a 1,0, 2,0 e 1,0, respectivamente.

O termo de produção de turbulência expressa pela Equação 2.9 é reescrita com o limitador de produção de turbulência, de forma a corrigir os modelos de duas equações para escoamento turbulento influenciado pela rotação do escoamento médio. É definido por:

$$P_k \rightarrow P_k \cdot f_r \quad (2.19)$$

onde

$$f_r = \max \left[ 0; 1 + C_{\text{escala}} (\tilde{f}_r - 1) \right] \quad (2.20)$$

e

$$\tilde{f} = \max \left\{ \min (f_{\text{rotação}}, 1, 25); 0 \right\} \quad (2.21)$$

A função original é limitada a uma faixa entre 0,0 e 1,25, sendo que quando igual a zero, corresponde, por exemplo, a uma curvatura convexa forte (escoamento estabilizado sem produção de turbulência) e se for 1,25 tem-se uma forte curvatura côncava com maior produção de turbulência. O limite inferior é introduzido por razões de estabilidade numérica, enquanto o limite superior é necessário para evitar que a produção da viscosidade turbulenta seja superestimada e dessa forma aumente o valor da viscosidade turbulenta em escoamentos caracterizados por fortes curvaturas das linhas de corrente, altas vorticidades e rotação.

As funções empíricas sugeridas por Spalart e Shur (1997) para explicar esses efeitos são dadas por:

$$r^* = \frac{S}{\Omega} \quad (2.22)$$

em que  $S = \sqrt{2S'_{ij}S'_{ij}}$  e  $\Omega = \sqrt{2\Omega'_{ij}\Omega'_{ij}}$

$$\tilde{r} = 2\Omega'_{ik}S'_{ik} \left[ \frac{DS'_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn}S'_{jn} + \varepsilon_{jmn}S'_{in}) \Omega_m^{Rot} \right] \frac{1}{\Omega D^3} \quad (2.23)$$

onde  $\frac{DS'_{ij}}{Dt}$  são os componentes da derivada substancial do tensor da taxa de deformação do campo médio de velocidade e  $D = \sqrt{\max(S^2; 0, 09\omega^2)}$  é um limitador para o valor de  $D$ .

O tensor da taxa de deformação do escoamento é dado por:

$$S = \frac{1}{2} (\nabla U + (U)^T) \quad (2.24)$$

O tensor médio da taxa de rotação,  $\Omega_{ij}$  é definido por:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla U - (U)^T) + 2\varepsilon_{mji}\Omega_m^{Rot} \quad (2.25)$$

onde  $\varepsilon_{jmn}$  é o símbolo de permutação (símbolo Levi-Civita)<sup>1</sup>.

#### 2.5.4 Modelo dos tensores de Reynolds

Segundo Alho e Ilha (2001), os modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta representa uma solução consolidada para o problema do fechamento das equações médias de Navier-Stokes (*Reynolds Averaged Navier Stokes - RANS*). No entanto, apesar do conhecido desempenho na solução de diversas categorias de escoamento turbulento, tais modelos apresentam algumas deficiências, geralmente associadas às limitações impostas pela hipótese de Boussinesq. O escoamento sob condições turbulentas, nas quais, os comportamentos anisotrópicos do escoamento turbulento mostraram-se relevante, a aplicação da hipótese de Boussinesq para modelar as tensões de Reynolds torna-se inadequada para prever o

<sup>1</sup>Esta correção da curvatura está implementada no Ansys CFX 12.0 para os modelos de viscosidade turbulenta (Eddy Viscosity), isto é,  $\kappa\text{-}\epsilon$ ,  $RNG\kappa\text{-}\epsilon$ ,  $\kappa\text{-}\omega$ ,  $BSL$ ,  $SST$ . Também esta disponível para os seguintes modelos de turbulência  $DES\text{-}SST$  e  $SAS\text{-}SST$ .



escoamento.

A modelagem da anisotropia dos tensores faz com que estes modelos matemáticos sejam adequados para descrever escoamentos complexos. Estes modelos podem ser subdivididos em dois grupos:

- Baseados em equações  $\epsilon$  - Os principais modelos de turbulência são LRR e o SSG, sendo que no primeiro modelo a correlação entre pressão e tensão é linear, enquanto que no segundo modelo é quadrática;
- Baseados em equações  $\omega$  - Dois modelos deste grupo são o tensor de Reynolds Omega e o tensor de Reynolds Baseline. A principal vantagem desses modelos de turbulência dá-se no tratamento matemático próximo as paredes com a mudança da função de parede para baixos números de Reynolds.

A equação de transporte para o tensor de Reynolds baseada na equação de  $\epsilon$  é expressa por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u \otimes u}) + \nabla \cdot (\overline{\rho u \otimes u} \otimes U) = P + \Phi + \\ \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{2}{3} C_s \rho \frac{\kappa^2}{\epsilon} \right) \nabla \overline{u \otimes u} \right] - \frac{2}{3} \delta \rho \epsilon \end{aligned} \quad (2.26)$$

sendo que  $\Phi$  é o termo de correlação tensão-pressão e o termo  $P$  representa a taxa de produção das tensões de Reynolds por efeito da deformação do escoamento médio, dado por:

$$P = -\rho \left( (\overline{u \otimes u}) (\nabla U)^T + \nabla U (\overline{u \otimes u}) \right) \quad (2.27)$$

A correlação entre flutuações de pressão e flutuações de deformação do escoamento,  $\Phi$ , é expressa por:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (2.28)$$

sendo que

$$\Phi_1 = -\rho \varepsilon \left( C_{s1} \mathbf{a} + C_{s2} \left( \mathbf{a} \mathbf{a} - \frac{1}{3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \delta \right) \right) \quad (2.29)$$

e

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & C_{r_1} P \mathbf{a} + C_{r_2} \rho \kappa S - C_{r_3} \rho \kappa S \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} + \\ & C_{r_4} \rho \kappa \left( \mathbf{a} S^T + S \mathbf{a}^T - \frac{2}{3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \delta \right) + C_{r_5} \rho \kappa (\mathbf{a} \Omega^T + \Omega \mathbf{a}^T) \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde  $S$  é o tensor médio da taxa de deformação dado por:

$$S = \frac{1}{2} \left( \nabla U + (\nabla U)^T \right) \quad (2.31)$$

O parâmetro  $\Omega$  é o tensor médio da vorticidade, definido por:

$$\Omega = \frac{1}{2} \left( \nabla U - (\nabla U)^T \right) \quad (2.32)$$

e  $\mathbf{a}$  é o tensor anisotropia expresso por;

$$\mathbf{a} = \frac{\overline{u \otimes u}}{\kappa} - \frac{2}{3} \delta \quad (2.33)$$

O tensor de dissipação de turbulência ( $\epsilon$ ) que aparece na Equação (2.26) pode ser modelada da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \nabla \cdot (\rho U \epsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\epsilon RS}} \right) \nabla \epsilon \right] + \frac{\epsilon}{\kappa} (C_{\epsilon_1} P - C_{\epsilon_2} \rho \epsilon) \quad (2.34)$$

Nas Equações (2.26) e (2.34), os coeficientes de difusão anisotrópica foram substituído por uma formulação isotrópica, o que aumenta a robustez do modelo das tensões de Reynolds.

O modelo das tensões de Reynolds podem ser reescrito em função dos coeficientes de difusão anisotrópicos, assim pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u \otimes u}) + \nabla \cdot (\rho \overline{u \otimes u} \otimes U) = & P + \Phi + \\ \nabla \cdot \left[ \left( \mu \delta + C_s \rho \frac{\kappa}{\epsilon} \overline{(u \otimes u)} \right) \nabla \overline{u \otimes u} \right] - & \frac{2}{3} \delta \rho \epsilon \end{aligned} \quad (2.35)$$

sendo que  $\Phi$  é o termo de correlação tensão-pressão e  $P$  representa a taxa de produção das tensões de Reynolds definido pela Equação (2.27).

A dissipação da turbulência  $\varepsilon$  aparece na Equação (2.35). Torna-se então necessário uma equação que resolva  $\varepsilon$ . Desta forma, o modelo que descreve os valores de  $\varepsilon$  com base em uma equação de transporte para essa variável análoga ao modelo de turbulência  $\kappa - \epsilon$ , dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\epsilon) + \nabla \cdot (\rho U \epsilon) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu\delta + C_\epsilon \rho \frac{\kappa}{\epsilon} (\overline{u \otimes u}) \right) \nabla \epsilon \right] + \frac{\epsilon}{\kappa} (C_{\epsilon_1} P - C_{\epsilon_2} \rho \epsilon) \quad (2.36)$$

onde  $C_{\epsilon_1}$ ,  $C_{\epsilon_2}$ , e  $C_\epsilon$  são constantes dadas empiricamente. Essa forma geral, pode ser usada para modelar a correlação linear e quadrática, utilizando os valores adequados para as constantes, conforme listadas nas Tabelas 2.4 e 2.5.

Tabela 2.4 - Valores dos Parâmetros dos modelos DSM baseado na equação de  $\epsilon$ .

Modelo	$C_{\mu_{RS}}$	$S_{\epsilon_{RS}}$	$C_s$	$C_\epsilon$	$C_{\epsilon_1}$	$C_{\epsilon_2}$
LRR - IP	0,1152	1,10	0,22	0,18	1,45	1,9
LRR - QI	0,1152	1,10	0,22	0,18	1,45	1,9
SSG	0,1	1,36	0,22	0,18	1,45	1,83

Tabela 2.5 - Valores das constantes dos modelos DSM.

Modelo	$C_{S_1}$	$C_{S_2}$	$C_{r_1}$	$C_{r_2}$	$C_{r_3}$	$C_{r_4}$	$C_{r_5}$
LRR - IP	1,8	0,0	0,0	0,8	0,0	0,6	0,6
LRR - QI	1,8	0,0	0,0	0,8	0,0	0,873	0,655
SSG	1,7	-1,05	0,9	0,8	0,65	0,625	0,2

Os modelos DSM (*Differential Stress Models*), surgem para se obter as tensões de Reynolds diretamente de suas equações de transporte. As componentes do Tensor de Reynolds são resolvidas pela inserção de uma equação diferencial de transporte para cada um dos componentes. Nota-se que os custos computacionais são aumentados com inserção de seis equações diferenciais parciais, isto é, uma equação para cada um dos componentes independente do tensor de Reynolds. Uma vez que as tensões de Reynolds são calculadas através de uma equação de conservação, o fechamento se dá em segunda ordem.

Há três modelos das tensões de Reynolds baseado nos modelos de turbulência DSM

segundo Launder *et al.* (1975). Os modelos são:

- modelo das tensões de Reynolds - LRR-IP (*IP* denota a Isotropização da produção das tensões);
- modelo QI das tensões de Reynolds - LRR-IQ (*QI* denota a Quase-Isotropização da produção das tensões);
- modelo SSG das tensões de Reynolds - SSG (Speziale- Sarkar-Gatski (SSG)).

### 2.5.5 Turbulência na fase dispersa

De uma maneira geral, a fase dispersa em um escoamento multifásico turbulento é modelado utilizando-se o modelo de zero equação dispersa. Esse modelo assume que a viscosidade turbulenta da fase dispersa  $\mu_{t,d}$  é proporcional à da fase contínua  $\mu_{t,c}$ , e é determinada por:

$$\mu_{t,d} = \left( \frac{\rho_d}{\rho_c} \right) \frac{\mu_{t,c}}{\sigma} \quad (2.37)$$

onde  $\sigma$  é um número de Prandtl turbulento que relaciona as duas viscosidades turbulentas<sup>2</sup>.

### 2.5.6 Equações constitutivas

As equações constitutivas representam relações entre grandezas físicas e não advém de lei de conservação. Dependendo do tipo de problema a ser estudado, as equações constitutivas são combinadas a outras equações, a exemplo da equação de conservação de massa e momento linear para descrever o escoamento. Essas equações são expressas por meio de uma constante de proporcionalidade simples levando em consideração as características do material ou substância que se está utilizando. Em outras palavras, essas equações vão fornecer a relação entre a resposta de um material a uma dada solicitação do campo de escoamento, temperatura ou massa. Em alguma situação se emprega correlações mais elaboradas para se levar em consideração, por exemplo, as propriedades tensoriais, a taxa de resposta de matéria e seus comportamentos não-lineares.

---

<sup>2</sup>O valor padrão do parâmetro  $\sigma$  utilizado pelo *software ansys cfx* versão 12.0 é igual a 1.

### 2.5.6.1 Transferência de momento linear entre as fases

As forças interfaciais agindo na fase  $\alpha$ ,  $\vec{M}_\alpha$ , devido à presença de outras fases, é definida por:

$$\vec{M}_\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} \vec{M}_{\alpha\beta} \quad (2.38)$$

onde  $\vec{M}_{\alpha\beta}$  é a transferência de momento interfacial entre as fases  $\alpha$  e  $\beta$ .

Como as forças entre um par de fases são de mesma magnitude e de direções opostas, o somatório das forças interfaciais se anula, isto é,

$$\vec{M}_{\alpha\beta} = -\vec{M}_{\beta\alpha} \implies \sum_{\alpha} \vec{M}_\alpha = 0 \quad (2.39)$$

A força interfacial total agindo entre as fases é composta por várias contribuições que podem surgir de diversos fenômenos físicos independentes, isto é, reescrevendo a Equação (2.38), tem-se:

$$\vec{M}_\alpha = \vec{M}_{\alpha\beta}^D + \vec{M}_{\alpha\beta}^L + \vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB} + \vec{M}_{\alpha\beta}^{VM} + \vec{M}_{\alpha\beta}^{TD} + \vec{M}_S \quad (2.40)$$

onde os termos  $\vec{M}_{\alpha\beta}^D$ ,  $\vec{M}_{\alpha\beta}^L$ ,  $\vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB}$ ,  $\vec{M}_{\alpha\beta}^{VM}$ ,  $\vec{M}_{\alpha\beta}^{TD}$  e  $\vec{M}_S$  correspondem, respectivamente as forças de arraste interfacial, sustentação, lubrificação na parede, massa virtual, dispersão turbulenta e força devido à pressão dos sólidos.

Dentre essas forças, a força de arrasto é a mais estudada e cujas correlações foram mais testadas. Por essa razão é bastante comum dividir essas forças em forças de arrasto e de não-arrasto (sustentação, lubrificação na parede, massa virtual, dispersão turbulenta e força devido à pressão dos sólidos).

#### 2.5.6.1.1 Forças de arraste interfacial ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^D$ )

A força de arraste interfacial por unidade de volume sobre um corpo que esteja em movimento relativo ao fluido circundante é responsável pela maior parte da transferência da quantidade do movimento interfacial. Esta força de arrasto interfacial por unidade de volume agindo na fase  $\alpha$  devido a fase  $\beta$  é expressa em função da

velocidade relativa como,

$$\vec{M}_{\alpha\beta}^D = C_{\alpha\beta}^{(d)} \left( \vec{U}_{\beta} - \vec{U}_{\alpha} \right) \quad (2.41)$$

onde  $C_{\alpha\beta}^{(d)}$  é o coeficiente de arraste interfacial,  $\vec{U}_{\alpha}$  e  $\vec{U}_{\beta}$  são as velocidades da corrente de fluido das fases contínua e dispersa, respectivamente.

O coeficiente de arraste interfacial ( $C_{\alpha\beta}^{(d)}$ ) é um fator que representa a transferência de quantidade de movimento entre as fases e é expresso por:

$$C_{\alpha\beta}^{(d)} = \frac{C_D}{8} A_{\alpha\beta} \rho_{\alpha} \left| \vec{U}_{\alpha} - \vec{U}_{\beta} \right| \quad (2.42)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arraste,  $A_{\alpha\beta}$  é a área superficial por unidade de volume,  $\rho_{\alpha}$  a massa específica da fase contínua e  $\left| \vec{U}_{\alpha} - \vec{U}_{\beta} \right|$  é a velocidade de deslizamento entre as fases dispersa e contínua, na direção da fase contínua.

O coeficiente de arrasto,  $C_D$ , é uma função do número de Reynolds, da forma da partícula e da rugosidade, daí a necessidade de correlação publicadas por vários autores, por exemplo, Wallis (1974) e Ishii e Zuber (1979), como sendo função do número de Reynolds de partícula.

Em escoamento com baixas velocidades em torno de corpos geometricamente semelhante, com orientação e rugosidade relativa idênticas, o coeficiente de arraste,  $C_D$ , depende apenas do número de Reynolds da partícula ( $Re_p$ ) que é definido em função do diâmetro médio da partícula e das propriedades da fase contínua, e é expresso da seguinte forma:

$$Re_p = \frac{\rho_{\alpha} \left| \vec{U}_{\beta} - \vec{U}_{\alpha} \right|}{\mu_{\alpha}} d_{\beta} \quad (2.43)$$

onde  $d_{\beta}$  é o diâmetro médio da fase dispersa,  $\vec{U}_{\alpha}$ ,  $\vec{U}_{\beta}$  são os vetores velocidades das fases contínua e dispersa, respectivamente, e  $\mu_{\alpha}$ , é a viscosidade da fase contínua. O coeficiente de arrasto exibe um comportamento diferente nas regiões de números de Reynolds baixo na ordem  $10^4$  (escoamento lento), moderado (laminar) e alto (turbulento), de tal forma que:

- Quando um corpo se movimenta no interior de um fluido as forças de atrito entre eles tendem a reduzir a velocidade do corpo. Esta resistência depende da velocidade relativa entre o corpo e o fluido de forma que para

velocidades relativas baixas, onde os efeitos de inércias são desprezíveis em escoamentos com baixos números de Reynolds essa condição está associada ao regime de resistência de viscosidade ou regime de Stokes ( $Re \leq 1$ ). O coeficiente de arrasto neste caso é inversamente proporcional ao número de Reynolds e para partícula esférica tem-se:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (2.44)$$

- Na região viscosa, o coeficiente de arrasto para uma partícula esférica imersas em um escoamento, a correlação de Schiller-Naumann:

$$C_D = \frac{24}{Re}(1 + 0,15Re^{0,687}) \quad (2.45)$$

Note que o primeiro termo da Equação (2.45) é a lei de Stokes, enquanto que o segundo termo é uma correção empírica para o regime intermediário.

- Para o regime turbulento ou inercial (regime de Newton), o coeficiente de arrasto é constante, e dado por:

$$C_D = 0,44 \quad (2.46)$$

Outras correlações estão disponibilizadas na literatura por Wen e Yu citados por, Ishii e Zuber (1979), Gidaspow (1994), Mineto *et al.* (2008), entre outros, com estão relacionadas a seguir:

- **Modelo de Wen e Yu**

O coeficiente de interface,  $C_{\alpha s}^{(d)}$ , pode ser predito para escoamento multifásico particulado em sistemas diluídos (interação fluido-partícula sólida) ( $f_\alpha > 0,8$ ), através do modelo Wen e Yu definido por:

$$C_{\alpha s}^{(d)} = \frac{3}{4}C_D \frac{f_\alpha f_s \rho_\alpha |\vec{U}_s - \vec{U}_\alpha|}{d_{ps}} f_\alpha^{-1,65} \quad (2.47)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arraste que é definido por:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{f_\alpha Re_p} [1 + 0,15(f_\alpha Re_p)^{0,687}], & f_\alpha Re_p < 1000; \\ 0,44, & f_\alpha Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.48)$$

e  $f_\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  e  $\vec{U}_\alpha$  são fração volumétrica, massa específica e velocidade da fase contínua, respectivamente. Já os parâmetros  $f_s$ ,  $d_{ps}$  e  $\vec{U}_s$  são a fração volumétrica, diâmetro médio e velocidade da fase sólida, respectivamente, enquanto que  $Re_p$  é o número de Reynolds definido pela Equação (2.43).

### • Modelo de Gidaspow

O modelo de Gidaspow é uma combinação do modelo de Wen e Yu para a região diluída e a equação de Ergun para a fase densa. Esse modelo é comumente utilizado para representar o coeficiente de transferência de quantidade de movimento.

Para o escoamento diluído ( $f_\alpha > 0,8$ ), um modelo proposto por Wen e Yu relacionando o coeficiente de arraste interfacial ( $C_{\alpha s}^{(d)}$ ) com o coeficiente de arraste,  $C_D$ , é dado por:

$$C_{\alpha s}^{(d)} = \frac{3}{4} C_D \frac{f_\alpha f_s \rho_\alpha |\vec{U}_\alpha - \vec{U}_s|}{d_{ps}} f_\alpha^{-1,65} \quad (2.49)$$

Para a fase densa, em que  $f_\alpha \leq 0,8$ , o coeficiente de arraste interfacial é expresso por:

$$C_{\alpha s}^{(d)} = 150 \frac{(1 - f_\alpha)^2 \mu_\alpha}{f_\alpha d_{ps}^2} + \frac{7(1 - f_\alpha) \rho_\alpha |\vec{U}_\alpha - \vec{U}_s|}{4 d_{ps}} \quad (2.50)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arrasto que é definido por:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{f_\alpha Re_p} [1 + 0,15(f_\alpha Re_p)^{0,687}], & f_\alpha Re_p < 1000; \\ 0,44, & f_\alpha Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2.51)$$

e  $f_\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  e  $\vec{U}_\alpha$  são fração volumétrica, massa específica e velocidade da fase contínua, respectivamente,  $f_s$ ,  $d_{ps}$  e  $\vec{U}_s$  são a fração volumétrica, diâmetro médio e velocidade da fase sólida, respectivamente e,  $Re_p$  é o número de Reynolds definido pela Equação (2.43).



• **Modelo de Ishii e Zuber**

No modelo de Ishii-Zuber, o coeficiente de arraste para partículas esféricas é função do número de Reynolds modificado,  $Re_m$  e da viscosidade aparente da mistura. É dado por:

$$C_D = \frac{24}{Re_m} [1 + 0,15Re_m^{0,687}] \quad (2.52)$$

onde

$$Re_m = \frac{\rho_\alpha |\vec{U}_\alpha - \vec{U}_\beta|}{\mu_m} d_\beta \quad (2.53)$$

sendo  $d_\beta$  é o diâmetro da fase dispersa,  $\vec{U}_\alpha$ ,  $\vec{U}_\beta$  são, respectivamente, os vetores velocidades das fases contínua e dispersa, e  $\mu_m$  é a viscosidade da mistura, definida para as partículas sólidas, bolhas ou gotas é expressa por:

$$\mu_m = \mu_\alpha \left(1 - \frac{f_\beta}{f_{\beta,max}}\right)^{-2,5f_{\beta,max}\mu_*} \quad (2.54)$$

onde  $\mu_\alpha$  é a viscosidade da fase contínua,  $f_\beta$  é fração volumétrica da fase dispersa e  $f_{\beta,max}$  é a fração volumétrica máxima de empacotamento. Para a fase dispersa sólida, o valor padrão é 0,62. Enquanto para a fase fluido disperso o valor padrão é 1 e

$$\mu_* = \begin{cases} 1, & \text{para partículas sólidas;} \\ \frac{\mu_\beta + 0,4\mu_\alpha}{\mu_\beta + \mu_\alpha}, & \text{para bolhas ou gás.} \end{cases} \quad (2.55)$$

e  $\mu_\beta$  é a viscosidade da fase dispersa.

**2.5.6.1.2 Forças de sustentação ( $\vec{M}_\alpha^L$ )**

A força de sustentação atua perpendicularmente ao sentido do movimento relativo das duas fases. O software Ansys CFX 12.0 possui dois modelos matemáticos implementados, o primeiro para o escoamento não-rotacional, dado por:

$$\vec{M}_\alpha^L = \vec{M}_\beta^L = f_\beta \rho_\alpha C_L (\vec{U}_\beta - \vec{U}_\alpha) \times \omega_\alpha \quad (2.56)$$

onde  $\omega_\alpha = curl(\vec{U}_\alpha)$ , é o rotacional, que significa fisicamente uma rotação ou momento angular em uma determinada região do espaço, e  $C_L$ , é o coeficiente de sustentação (*coeficiente lift*).

No segundo modelo para escoamento rotacional com o vetor de rotação  $\Omega$ , a força

de sustentação é definida por:

$$\vec{M}_\alpha^L = -\vec{M}_\beta^L = f_\beta \rho_\alpha C_L \left( \vec{U}_\beta^* - \vec{U}_\alpha^* \right) \times (\omega_\alpha^* + 2\Omega) \quad (2.57)$$

onde  $\omega_\alpha^* = \text{curl}(\vec{U}_\alpha^*)$ , é o rotacional.

### 2.5.6.1.3 Forças de lubrificação na parede ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB}$ )

O software Ansys CFX 12.0 disponibiliza o modelo Antal proposto por Antal *et al.* (1991) para a força de lubrificação na parede (*wall lubrication force*),  $\vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB}$  como segue:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB} &= -\vec{M}_{\beta\alpha}^{LUB} \\ \vec{M}_{\alpha\beta}^{LUB} &= f_d \rho_c \frac{\left[ \vec{U}_r - (\vec{U}_r \cdot \vec{n}_w) \vec{n}_w \right]^2}{d_p} \cdot \max \left( C_1 + C_2 \frac{d_\beta}{y_w}; 0 \right) \vec{n}_w \end{aligned} \quad (2.58)$$

onde  $\vec{U}_r = \left( \vec{U}_\alpha - \vec{U}_\beta \right)$ , é a velocidade relativa entre as fases contínua  $\alpha$  e dispersa  $\beta$ ,  $\vec{n}_w$  é o vetor normal à parede,  $y_w$  é a distância próxima a parede,  $d_\beta$  é o diâmetro médio da fase dispersa e,  $C_1$  e  $C_2$  são os coeficientes do modelo. Por exemplo, o Ansys CFX 12.0 usa como valores padrões  $C_1 = -0,01$  e  $C_2 = 0,05$  que foram obtidos por experimentação numérica para uma esfera. Esta força tem efeito em distância de até 5 vezes o diâmetro da esfera de acordo com a equação:

$$\frac{d_p}{y_w} \leq \left| \frac{C_1}{C_2} \right| \approx 5 \quad (2.59)$$

Observa-se que a força de lubrificação na parede só será levada em consideração em malha suficientemente refinada, na qual, os resultados apresente uma boa convergência.

### 2.5.6.1.4 Forças de massa virtual ( $\vec{M}_{\alpha\beta}^{VM}$ )

Quando um corpo (fase dispersa) se move através de um fluido (fase contínua), é necessário deslocar a massa da fase contínua para fora do seu caminho. Se o corpo estiver acelerado, o fluido circundante também deverá ser acelerado. A fase dispersa se comporta como tivesse um acréscimo de massa, de uma quantidade chamada massa hidrodinâmica do fluido (também chamada massa virtual ou adicional).

A força de massa virtual resulta de variação da velocidade relativa, e é a força requerida para acelerar a massa de fluido da fase circundante. É diretamente proporcional a aceleração relativa entre as fases no escoamento e, é dada por:

$$\vec{M}_{\alpha\beta}^{VM} = -\vec{M}_{\beta\alpha}^{VM} = f_{\beta}\rho_{\alpha}C_{VM} \left( \frac{D\vec{U}_{\beta}}{Dt} - \frac{D\vec{U}_{\alpha}}{Dt} \right) \quad (2.60)$$

onde  $C_{VM}$  é o coeficiente de massa virtual. O coeficiente de massa virtual é uma função do formato do corpo, da direção do movimento e da concentração da partícula.

Em escoamento rotacional, as partículas de fluido giram à medida que revolvem ao redor da origem de referência com campo de velocidade rotacional  $\Omega$ , neste caso, a força de massa virtual definida pela Equação (2.60) pode ser reescrita em termo  $\vec{U}^*$  de acordo com o teorema coriolis, como segue:

$$M_{\alpha\beta}^{VM} = f_{\beta}\rho_{\alpha}C_{VM} \left[ \frac{D\vec{U}_{\beta}^*}{Dt} - \frac{D\vec{U}_{\alpha}^*}{Dt} + 2\Omega \times (\vec{U}_{\beta}^* - \vec{U}_{\alpha}^*) \right] \quad (2.61)$$

onde  $\Omega$  é a taxa de rotação do movimento de partículas.

O software Ansys CFX 12.0 usa um valor padrão de  $C_{VM} = 0,5$ , mas esse valor pode ser ajustado para servir a cada tipo de partícula. Esse valor padrão representa a parcela de massa que é carregada na passagem de uma partícula esférica em um escoamento invíscido.

#### 2.5.6.1.5 Forças de dispersão turbulenta ( $\vec{M}_{\alpha}^{TD}$ )

O software Ansys CFX 12.0 disponibiliza dois modelos matemáticos para a força de dispersão turbulenta para o escoamento multifásico. Segundo o modelo Lopez de Bertodano, a força de dispersão turbulenta é o resultado das componentes flutuantes das forças atuando sobre uma partícula, dada por:

$$\vec{M}_{\alpha}^{TD} = -\vec{M}_{\beta}^{TD} = -C_{TD}\rho_{\alpha}k_{\alpha}\nabla f_{\alpha} \quad (2.62)$$

onde  $k_{\alpha}$  é a energia cinética turbulenta da fase contínua  $\alpha$  e  $C_{TD}$  é o coeficiente de dispersão turbulenta.

### 2.5.6.1.6 Força devido a pressão dos sólidos

No escoamento multifásico quando a fase contínua é um líquido ou um gás e a fase dispersa consiste em partículas sólidas, este modelo, que é uma modificação do modelo multifásico euleriano, pode ser aplicado. Ele, consiste no uso da teoria da energia cinética para descrever o comportamento da fase granular (ou particulada).

Na fase particulada são incluídas os efeitos de colisão entre as partículas na equação de conservação de momento linear, a partir do tensor tensão  $\tau_{sij}$ , definido por:

$$\tau_{sij} = -P_s \delta_{ij} + \mu_s \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \xi_s \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.63)$$

sendo que  $P_s$  é a pressão da fase sólida,  $\mu_s$  a viscosidade de cisalhamento da fase sólida e  $\xi_s$  a viscosidade do meio sólido (bulk).

#### 2.5.6.1.6.1 Modelos de pressão da fase sólido

Para escoamentos granulares em regime compressível (isto é, quando a fração volumétrica de sólido é menor que o máximo valor permitido), a pressão deve ser incluída na equação da conservação de momento para a fase granular, ou seja, na Equação (2.4). Logo, devido à distribuição de velocidades para as partículas, é introduzida ao modelo uma variável denominada de temperatura granular, que aparece nas formulação da pressão e da viscosidade da fase sólida.

Dois modelos podem ser destacados que são baseados nas equações constitutivas empíricas e na teoria cinética granular:

#### Equações empíricas:

Há muitos modelos de tensor tensão do sólido usando relações empíricas constitutivas, na qual  $P_s$ ,  $\mu_s$  e  $\zeta_s$  são funções da fração volumétrica da fase sólida.

O modelo constitutivo proposto por Gidaspow, no qual especifica o gradiente de pressão, ao invés da pressão do sólido diretamente, é dado por:

$$\nabla P_s = G(f_s) \nabla f_s \quad (2.64)$$

onde  $G(f_s)$  é o modelo de elasticidade definido por:

$$G(f_s) = G_0 e^{c(f_s - f_{s,max})} \quad (2.65)$$

sendo que  $G_0$  é o módulo de elasticidade de referência,  $c$  é o módulo de compactação, e  $f_{s,max}$  a fração volumétrica máxima de empacotamento.

O modelo de Gidaspow implementado no software Ansys CFX 12.0 tem a opção de especificar os valores de  $G_0$  e  $c$ . Também, há a opção de especificar diretamente a pressão do sólido, permitindo que mais equações constitutivas em relação à pressão da fase sólida possam ser implementadas.

### Teoria cinética granular:

Nesse modelo, a pressão de sólido é composta por um termo cinético e um segundo termo devido às colisões entre as partículas, definido por:

$$P_s = f_s \rho_s \Theta_s [1 + 2(1 + e)g_0 f_s] \quad (2.66)$$

onde  $e$  é o coeficiente de restituição devido à colisão das partículas,  $g_0$ , é a função de distribuição radial,  $\Theta_s$  é a temperatura granular, que fisicamente significa uma variação de energia cinética das partículas devido ao choques entre as mesmas,  $\rho_s$  é a massa específica do sólido e  $f_s$  é a fração volumétrica da fase sólida.

A função de distribuição radial,  $g_0$ , é um fator de correção que modifica a probabilidade de colisões entre as partículas quando a fase granular sólida torna-se densa. Essa função é interpretada como uma distância adimensional entre as partículas sólidas, dada por:

$$g_0 = \frac{s + d_p}{s} \quad (2.67)$$

onde  $s$  é a distância entre as partículas e  $d_p$  é o diâmetro da partícula.

Analisando a Equação (2.67), observa-se que para uma fase sólida diluída,  $s \rightarrow \infty$ , pode-se escrever:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} g_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left( \frac{s + d_p}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{d_p}{s} \right) \Rightarrow g_0 = 1 \quad (2.68)$$

e para o caso de fase s3lida compacta,  $s \rightarrow 0$ , tem-se:

$$\lim_{s \rightarrow 0} g_0 = \lim_{s \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{d_p}{s} \right) \quad (2.69)$$

e a fun33o de distribu33o radial tende ao infinito:

$$g_0 \rightarrow \infty \quad (2.70)$$

Na literatura pode-se encontrar v33rios modelos matem33ticos para a fun33o de distribu33o radial,  $g_0$ . Os modelos mais utilizados s33o:

- Modelo de Gidaspow

$$g_0(f_s) = 0,6 \left[ 1 - \left( \frac{f_s}{f_{s,max}} \right)^{1/3} \right]^{-1} \quad (2.71)$$

onde  $f_{s,max}$  33 a fra33o volum33trica da fase s3lido m33xima no escoamento part33culado.

- Modelo Lun e Savage

$$g_0(f_s) = \left[ 1 - \left( \frac{f_s}{f_{s,max}} \right) \right]^{-2,5f_{s,max}} \quad (2.72)$$

As Equa33es (2.71) e (2.72), indicam que se  $f_s \rightarrow f_{s,max}$  a distribu33o radial tende ao infinito. O aplicativo computacional Ansys CFX 12.0 usa a seguinte express33o para remover essa singularidade:

$$g_0(f_s) = C_0 + C_1(f_s - f_c) + C_2(f_s - f_c)^2 + C_3(f_s - f_c)^3, \text{ para } f_s \geq f_c \quad (2.73)$$

onde  $f_c = f_{s,max} - 0,001$  e  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  s33o, respectivamente, 1079;  $1,08 \times 10^6$ ;  $1,08 \times 10^9$  e  $1,08 \times 10^{12}$ .

A temperatura granular da fase s3lida ( $\Theta_s$ ) 33 proporcional 33 energia promovida

pelo movimento aleatório das partículas, e é definida por:

$$\frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s f_s \Theta_s) + \nabla \cdot (\rho_s f_s \vec{V}_s \Theta_s) \right] = (-P_s \bar{I} + \bar{\tau}_s) : \nabla \vec{V}_s + \nabla \cdot (K_{\Theta_s} \nabla \Theta_s) - \gamma_{\Theta_s} + \phi_{fs} \quad (2.74)$$

onde  $\rho_s$ ,  $f_s$ ,  $\Theta_s$ ,  $\vec{V}_s$ ,  $\gamma_{\Theta_s}$  e  $\phi_{fs}$ , respectivamente, são massa específica, fração volumétrica, temperatura granular, velocidade da fase sólida, dissipação de energia colisional e troca de energia entre a fase fluida  $f$  e a fase sólida  $s$ .

Na equação de transporte da energia cinética flutuante Equação (2.74) os termos do lado esquerdo da igualdade são, respectivamente o termo transiente e o convectivo. Do lado direito da igualdade da equação são, respectivamente, a geração de energia pelo tensor tensão da fase sólida,  $K_{\Theta_s} \nabla \Theta_s$  é a difusão de energia ocasionada pelas colisões, e o último termo representa a troca de energia entre as fases sólida e fluida.

De acordo com a teoria cinética, a temperatura granular é determinada a partir de uma equação de transporte. Entretanto, em muitas circunstâncias, é possível ignorar as condições de transporte, e determinar a temperatura granular a partir de equação algébrica. Essas expressões algébricas negligenciam os efeitos de convecção e difusão na equação de transporte <sup>3</sup>.

- Modelo de equilíbrio

A modelagem matemática da expressão algébrica de equilíbrio para a equação de energia flutuante, somente leva em consideração os termos referente a geração de energia flutuante devido a deformação do campo de velocidade média que é igual a dissipação, isto é,

$$\tau_{sij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \gamma_{\Theta_s} \quad (2.75)$$

onde  $\tau_{sij}$  é o tensor tensão da fase sólida. A dissipação de energia  $\gamma_s$  é dada por:

$$\gamma_{\Theta_s} = 3(1 - e^2) f_s^2 \rho_s g_0 \Theta_s \left[ \frac{4}{d_p} \left( \sqrt{\frac{\Theta_s}{\pi}} - \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \right] \quad (2.76)$$

<sup>3</sup>O Ansys CFX, versão 12.0, disponibiliza essas expressões pra o cálculo da temperatura granular ( $\Theta$ )

A geração de energia pode ser expressa como:

$$\tau_{sij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -P_s \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \mu_s \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \left( \zeta_s - \frac{2}{3} \mu_s \right) \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right)^2 \quad (2.77)$$

ou de forma compacta,

$$\tau_{sij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -P_s D + \mu_s S^2 + \lambda_s D^2 \quad (2.78)$$

sendo que  $\lambda_s = \zeta_s - \frac{2}{3} \mu_s$ ,  $D = \frac{\partial U_k}{\partial x_k}$  e  $S^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$

Observa-se a Equação (2.76), nota-se a dependência da pressão da fase sólida e viscosidade de cisalhamento em relação a  $\Theta_s$ , ou seja,

$$P_s \propto \Theta_s \quad (2.79)$$

$$\mu_s, \zeta_s \propto \Theta_s^{1/2} \quad (2.80)$$

logo,

$$P_s = P_s^{(0)} \Theta_s \quad (2.81)$$

$$\mu_s = \mu_s^{(0)} \Theta_s^{1/2} \quad (2.82)$$

$$\zeta_s = \zeta_s^{(0)} \Theta_s^{1/2} \quad (2.83)$$

$$\lambda_s = \lambda_s^{(0)} \Theta_s^{1/2} \quad (2.84)$$

Ao substituí-las na Equação (2.78), obtém-se:

$$\tau_{sij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = (\mu_s^{(0)} S^2 + \lambda_s^{(0)} D^2) \Theta_s^{1/2} - P_s^{(0)} D \Theta_s$$

ou ainda,

$$\tau_{sij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = A_p \Theta_s^{1/2} - B_p \Theta_s \quad (2.85)$$

onde  $A_p = \mu_s^{(0)} S^2 + \lambda_s^{(0)} D^2$  e  $B_p = P_s^{(0)} D$



De maneira análoga, o termo de dissipação, Equação (2.76), pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\gamma_s = A_D \Theta_s^{3/2} - B_D \Theta_s \quad (2.86)$$

sendo que  $A_D = \frac{4}{d_s \sqrt{\pi}} C_D \geq 0$ ;  $B_D = C_D D$  e  $C_D = 3(1 - e^2) f_s^2 \rho_s g_0 \geq 0$ .

Daí, tem-se que

$$A_p \Theta_s^{1/2} - B_p \Theta_s = A_D \Theta_s^{3/2} - B_D \Theta_s \quad (2.87)$$

Dividindo-se a Equação (2.87) por  $\Theta_s^{1/2}$ , obtém-se:

$$A_p - B_p \Theta_s^{1/2} = A_D \Theta_s - B_D \Theta_s^{1/2}$$

ou

$$A_D \Theta_s + (B_p - B_D) \Theta_s^{1/2} - A_p = 0 \quad (2.88)$$

$A_D$  é extremamente positiva se, e somente se, o coeficiente de restituição é estritamente menor que um. Isto é,  $A_p \geq 0$ .

Portanto, a solução da Equação (2.88) é dada por:

$$\Theta_s^{1/2} = \frac{B_p - B_D + \sqrt{(B_p - B_D)^2 + 4A_D A_p}}{2A_D} \quad (2.89)$$

O modelo algébrico de equilíbrio tem a desvantagem de se gerar valores elevados de temperaturas granulares em regiões de baixas frações volumétricas de partículas sólidas. Para contornar esse problema é recomendável que se especifique um limite superior para temperatura granular. Uma estimativa razoável é usar o quadrado escalar da velocidade média.

- Modelo zero equação

O modelo algébrico zero equação dado por Ding e Gidaspow, é definido por:

$$\Theta_s = \frac{1}{15(1 - e)} d_s^2 S_{ij}^2 \quad (2.90)$$

onde  $\Theta_s$  é a temperatura granular,  $d_s$  o diâmetro da partícula e  $S_{ij}^2$  para a fase

particulada é definida por:

$$S_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.91)$$

### 2.5.6.1.6.2 Viscosidade da fase sólida

O tensor de tensões viscosas engloba as tensões devido à viscosidade de cisalhamento e a viscosidade do meio sólido (*bulk*), surgindo da troca de quantidade de movimento devido aos movimentos das partículas e as colisões entre as mesmas. Uma componente que resulta da fricção entre as partículas pode ser incluída para calcular os efeitos que ocorrem quando a fase sólida alcança sua máxima fração volumétrica.

#### Viscosidade cisalhante ( $\mu_s$ ):

Os efeitos de colisão ( $\mu_{s,col}$ ), cinética ( $\mu_{s,kin}$ ) e de fricção ( $\mu_{s,fr}$ ) são somadas para resultar na viscosidade de cisalhamento da fase sólida, como se segue:

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,fr} \quad (2.92)$$

A viscosidade de cisalhamento dos sólidos pode ainda ser expressa como a soma de pelo menos duas contribuições: as colisionais e as cinéticas, dadas por:

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} \quad (2.93)$$

O termo correspondente a contribuição colisional da viscosidade de cisalhamento é modelado como sendo:

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} f_s^2 \rho_s d_p g_0 (1 + e) \sqrt{\frac{\Theta_s}{\pi}} \quad (2.94)$$

O modelo matemático proposto por Gidaspow *et al.* (1992), para a viscosidade cinética é expresso por:

$$\mu_{s,kin} = \frac{5\sqrt{\pi}}{48} \frac{\rho_s d_p}{(1 + e)g_0} \left[ 1 + \frac{4}{5}(1 + e)g_0 f_s \right]^2 \sqrt{\Theta_s} \quad (2.95)$$

Outra expressão matemática para a contribuição cinética é dada por Lun e Savage (1986), como se segue:

$$\mu_{s,kin} = \frac{5\sqrt{\pi}}{96} \rho_s d_p \left[ \frac{1}{\eta g_0} + \frac{8}{5}(1+e)f_s \right] \left[ \frac{1 + \frac{8}{5}\eta(3\eta-2)f_s g_0}{2-\eta} \right] \sqrt{\Theta_s} \quad (2.96)$$

sendo  $\eta = \frac{1}{2}(1+e)$ . O software Ansys CFX 12.0 não leva em conta o efeito cinético na viscosidade de cisalhamento na fase sólida.

### 2.5.6.1.6.3 Viscosidade do meio sólido

A viscosidade do meio sólido é usada para quantificar a resistência dos grânulos de partículas à compressão e expansão. De acordo com a teoria cinética é expressa por:

$$\xi_s = \frac{4}{3} f_s^2 \rho_s d_p g_0 (1+e) \sqrt{\frac{\Theta_s}{\pi}} \quad (2.97)$$

onde  $f_s$  é a fração volumétrica,  $\rho_s$  é a massa específica da fase sólida,  $d_p$  é o diâmetro da partícula sólida,  $e$  é o coeficiente de restituição radial,  $g_0$  é a função granular e  $\Theta_s$  é a temperatura granular.

## CAPÍTULO 3

### Metodologia

#### 3.1 Descrição do problema

O hidrociclone estudado no presente trabalho corresponde ao dispositivo utilizado por Marins (2007) conforme a Figura 2.4. Todavia, optou-se pela simplificação adota por Raposo (2008), que substituiu as duas entradas paralelas a saída superior, cujo o fluido escoa na câmara de convergência involuta tangencial por duas entradas tangenciais conforme a Figura 3.1. Essa simplificação nas entradas do hidrociclone conservam as mesmas características fluidodinâmicas do escoamento do hidrociclone proposto por Marins (2007).

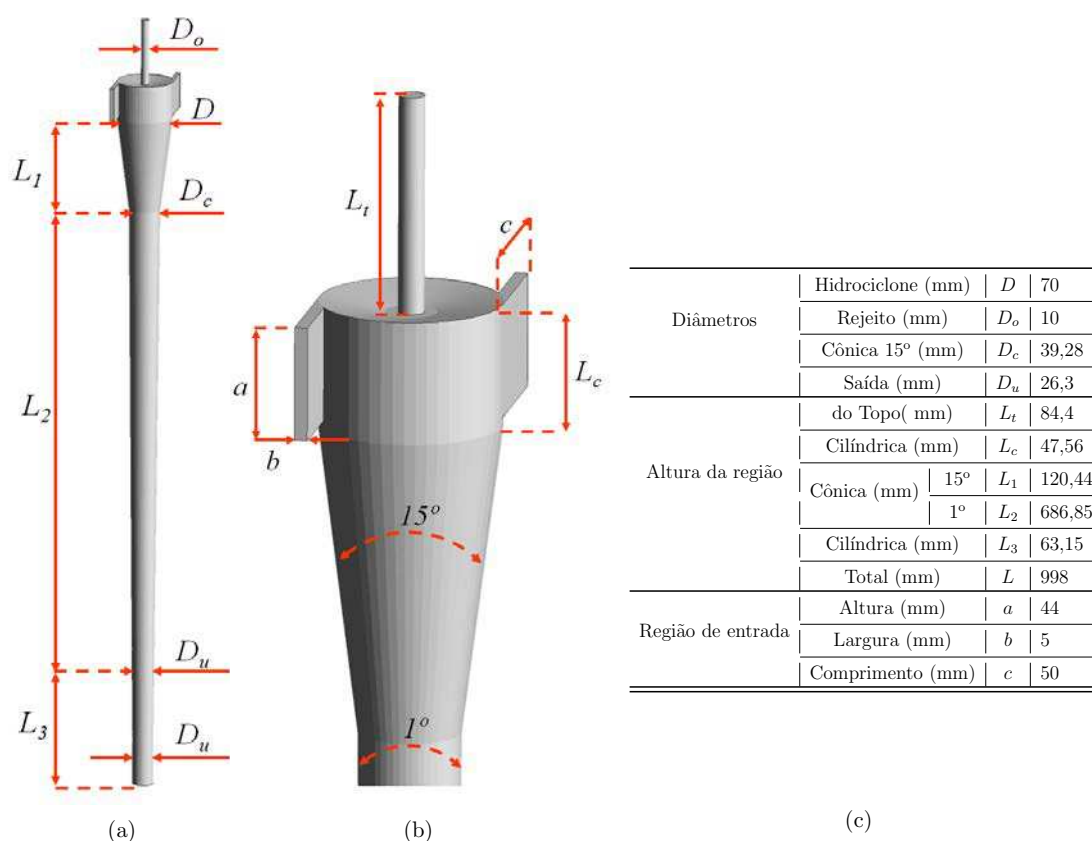


Figura 3.1 - (a) Dimensões e seus parâmetros de um hidrociclone; (b) Ampliação da região do topo do hidrociclone com as cotas das dimensões; (c) Dimensões do hidrociclone do presente trabalho.

### 3.2 Domínio computacional

O domínio computacional é representado pela malha do hidrociclone usado no presente trabalho, Figura 3.2. Para geração da malha foi necessário representar a geometria no ICEM-CFD com auxílio de pontos, previamente definidos, curvas e superfícies em um espaço tridimensional.

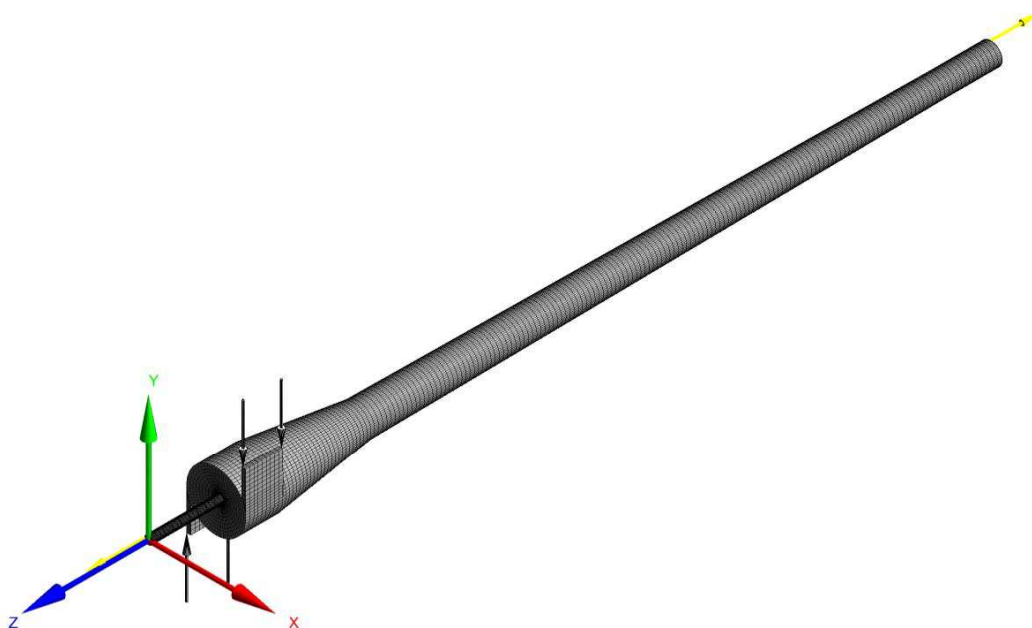


Figura 3.2 - Esquema da geometria do hidrociclone com as entradas simplificadas no sentido horário (no presente trabalho).

Para a gerar a malha sobre a geometria do hidrociclone, foi necessário efetuar as seguintes etapas:

- Definir interativamente o modelo de blocos ou blocagem por meio de divisão, mesclagem, definições de borda, modificação das faces e movimentos nos vértices;
- Verificar a qualidade dos blocos para assegurar que a blocagem gere uma malha de boa qualidade;

- atribuir cotas nos lados dos blocos para definir o tamanho máximo dos elementos ou volumes de controle e razão de expansão;
- Gerar a malha com ou sem parâmetros de projeção especificadas;
- Verificar a qualidade da malha para garantir que os critérios de qualidade específica sejam atendidos;
- Repetir o(s) procedimento(s) se necessário.

Neste sentido, foram adotados diferentes estratégias de blocagem visando obter uma malha de boa qualidade do hidrociclone usado no presente trabalho. Na Figura 3.3 está ilustrada a blocagem adotada. A descrição proposta possibilita uma comunicação entre si dos blocos favorecendo, assim, uma concentração diferencial de pontos da malha em determinadas regiões do hidrociclone.

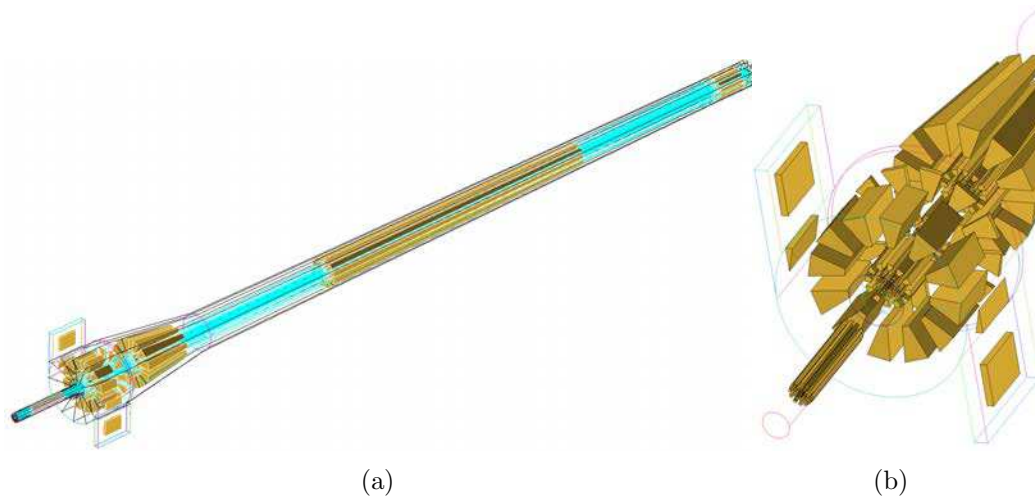


Figura 3.3 - (a) Blocagem usada na geração da malha do hidrociclone no presente trabalho; (b) Detalhe da blocagem na região de alimentação.

Ao se observar atentamente a Figura 3.3, verifica-se na região de interação entre as entradas tangenciais e o corpo cilíndrico a presença de um bloco na forma de um prisma ou cunha. Estes blocos possibilitam a forma de elementos prismáticos durante a geração automática da malha no ICEM CFD. A malha resultante com 158898 elementos está ilustrada na Figura 3.4.

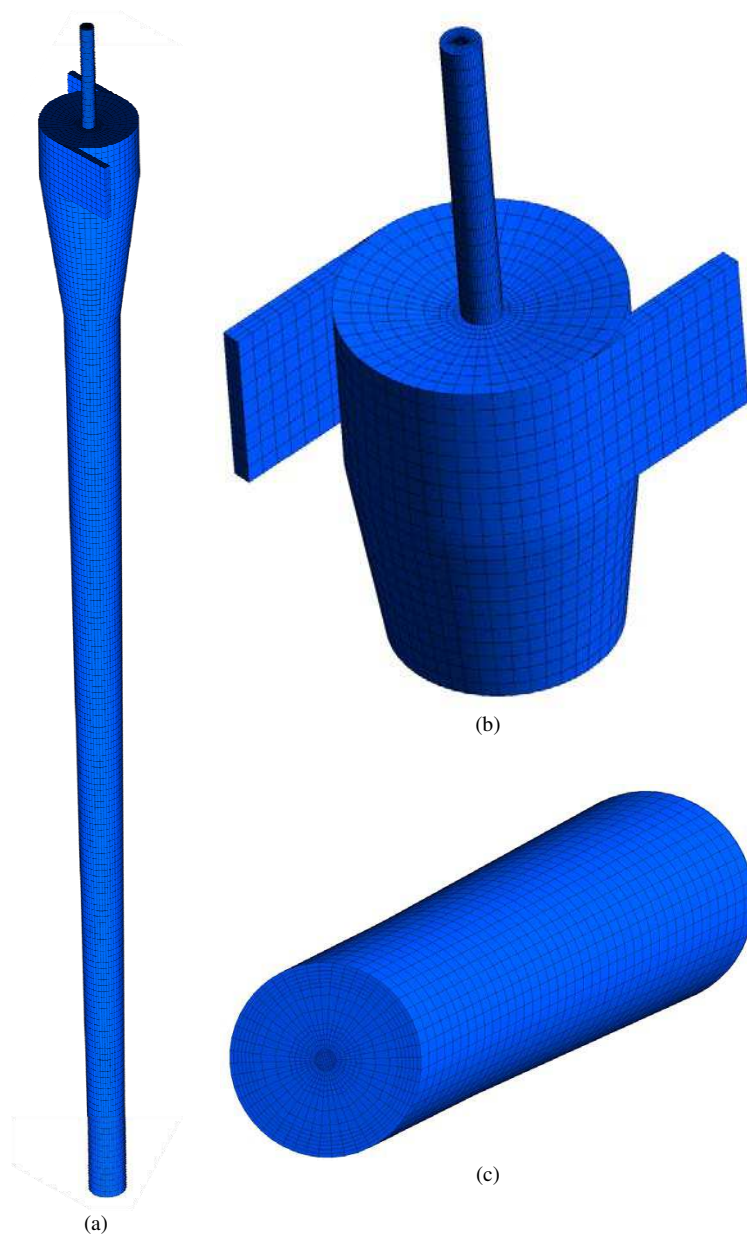


Figura 3.4 - (a) Malha de hidrociclone usado no presente trabalho; (b) Detalhe da região de entrada; (c) Detalhe da região de saída inferior.

Na Figura 3.5 tem-se uma vista da seção transversal superior do hidrociclone ilustrando a distribuição dos elementos. Percebe-se igualmente no detalhe da Figura 3.5(b) uma ampliação em uma das entradas. Nesta figura, observa-se a formação dos elementos prismáticos nas proximidades do hidrociclone formado no bloco piramidal/cunha mostrado na Figura 3.5(b).

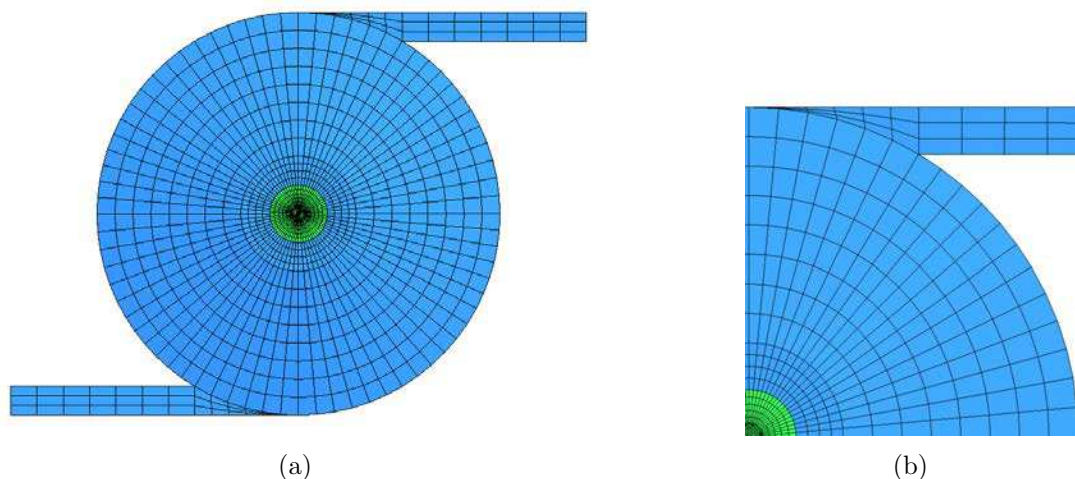


Figura 3.5 - (a) Vista da seção transversal da malha no topo do hidrociclone; (b) Ampliação da região de uma das entradas tangenciais do hidrociclone.

### 3.3 Modelo matemático

A modelagem matemática adotada no presente trabalho para descrever o comportamento no interior do hidrociclone depende das quatro situações avaliadas, mostradas na Tabela 3.1. As propriedades físico-químicas utilizadas nas quatro situações estão apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.1 - Situações avaliadas

Situação	Escoamento	Fases presentes			
		Água	Óleo	Areia	Gás
A	Monofásico	x			
B	Bifásico	x	x		
C	Trifásico	x	x	x	
D	Tetrafasico	x	x	x	x



Tabela 3.2 - Propriedades físicas-químicas das fases utilizadas nas simulações, no presente trabalho.

Fases contínua e dispersas	Massa específica $\rho$ , (kg/m <sup>3</sup> )	viscosidade $\mu$ , ( <i>centipoise</i> )	Tensão Superficial $\tau$ , (mN/m)	
Água	997,05	0,890	30	–
Óleo	870,9	100		70
Gás	1	$1,8 \cdot 10^{-3}$	–	
Areia	2780	–		–

### 3.3.1 Escoamento monofásico

Nesta situação, adotou-se as equações de conservação de massa e momento linear representados pelas Equações (2.2) e (2.4), levando em consideração que:

- Escoamento turbulento no interior do hidrociclone;
- Fração volumétrica,  $f_\alpha$  igual a 1;
- Não há fonte de massa, ou seja,  $S_{MS,\alpha} = 0$ ;
- Não há transferência de massa,  $\Gamma_{\alpha\beta} = 0$ ;
- Não há transferência de quantidade de movimento induzida pela transferência de massa interfacial;
- Não há fase dispersa;
- Os efeitos do campo gravitacional são desprezíveis;
- Escoamento isotérmico, cuja temperatura é 25°C;
- Escoamento no interior do hidrociclone horizontal.
- As paredes do hidrociclone e sua rugosidade são desprezíveis, ou seja, paredes lisas.

As equações da continuidade e do movimento para o escoamento monofásico (água) são expressas pelas Equações (2.2) e (2.4) reduzem-se à:

**Equação de conservação de massa:**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $\vec{U}$  é o vetor velocidade.

**Equação de momento linear:**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{U}) + \nabla \cdot [(\rho \vec{U} \otimes \vec{U})] = -\nabla p + \nabla \cdot [(\tau + \tau^{turb})] \quad (3.2)$$

onde  $p$  é a pressão e  $\tau$ ,  $\tau^{turb}$  referem-se às tensões viscosas e às tensões turbulenta de Reynolds, respectivamente.

Nesta situação foi empregado os modelos de turbulência,  $\kappa$ - $\epsilon$  e *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão,  $\kappa$ - $\epsilon$  e *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificados, *SST* modificado e *RSM-SSG*. Os modelos de turbulência modificados utilizam uma abordagem proposta por Sparlat (1997), que consiste na correção do termo de produção turbulência descrito na Seção 2.5.3.3. A utilização desse fator de correção faz com que o modelo de turbulência modificados diferencie-se dos modelos padrões.

Para se avaliar a influência do modelo de turbulência foi assumido uma vazão volumétrica total igual a 6, 5m<sup>3</sup>/h baseado no trabalho de Marins (2007). Para garantir que os resultados sejam independentes da malha utilizada foi realizado um estudo do refinamento conforme ilustrado na Tabela 3.3 e apresentado na Figura 3.6. Aqui foi adotado o modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado:

Tabela 3.3 - Características das malhas numéricas

Caso	Malha	Divisões			Total de elementos		
		Perimetrais	Radiais	Axiais	Hexaédro	Prisma	Volumes
1	M1	48	14	203	158844	54	158898
2	M2	48	29	203	292144	72	292216
3	M3	72	17	203	300204	54	300258

Outro ponto interessante de se investigar é a influência dos aspectos geométricos do hidrociclone, assim como o comportamento hidrodinâmico do escoamento. Para

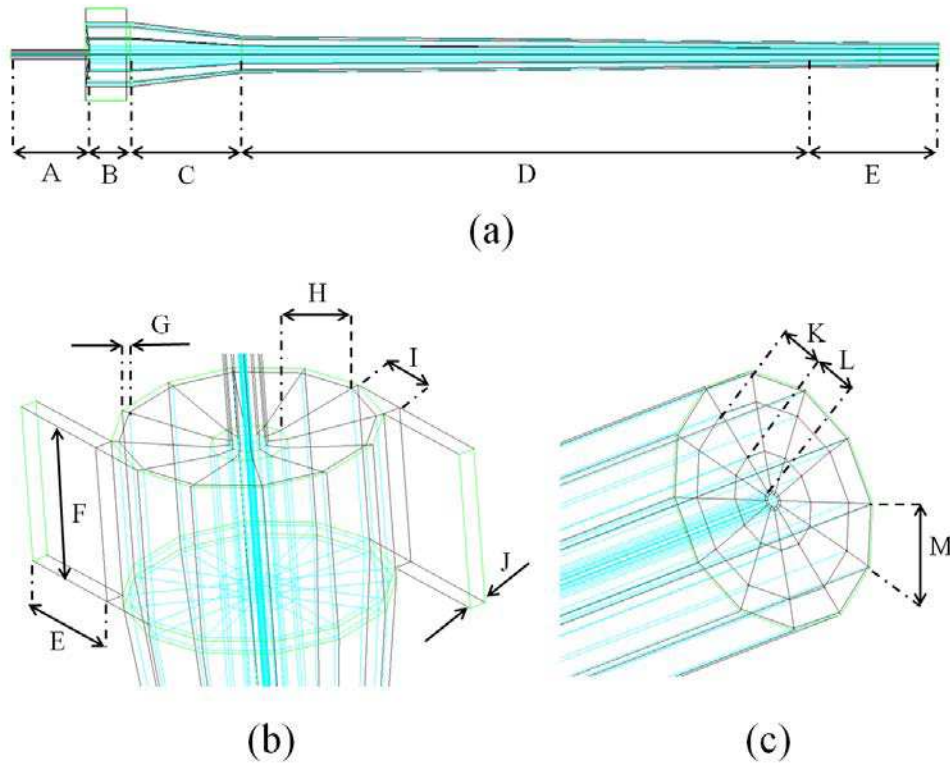


Figura 3.6 - Distribuição na blocagem na obtenção dos domínios computacionais: perimetral =  $12M$ ; radial =  $G + H + K + L$ ; axial =  $A + B + C + D$ ;  $I = M$ ;  $E = 18$ ;  $F = 22$  e  $J = 4$ .

Tabela 3.4 - Características da geometria do hidrociclone usado para avaliar o efeito da geometria (Figura 3.6)

Alimentação Tangencial	Parâmetros Geométrico	Casos	Malhas	Divisões			Elementos		
				Perímetro	Rádias	Axiais	Hexaédro	Prisma	Total
Duas entradas	Comprimento do <i>vortex finder</i>	4	M4	48	29	205	285080	72	285152
		5	M5	48	29	203	281912	72	281984
Uma entradas	Sem <i>vortex finder</i>	6	M6	48	14	203	291784	36	291820
	Com <i>vortex finder</i>	7	M7	48	29	203	281480	36	281516

realizar essa análise, criou-se oito geometrias modificando os aspectos geométricos, conforme apresentado na Tabela 3.4 e suas dimensões anotadas na Tabela 3.5. Assumi uma vazão volumétrica de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$  e o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa-\epsilon$  modificado. Esse procedimento tem como objetivo a seleção da geometria mais promissora do ponto de vista de eficiência de separação, ou seja, a que apresenta maiores valores da componente tangencial de velocidade ao longo do hidrociclone.

Tabela 3.5 - Dimensões das geometrias dos hidrociclones no presente trabalho

Dimensões geométricas do hidrociclone			M4	M5	M6	M7	
Diâmetros	Hidrociclone (mm)	$D$	70	70	70	70	
	Rejeito (mm)	$D_o$	10	10	10	10	
	Cônica 15° (mm)	$D_c$	39,28	39,28	39,28	39,28	
	Saída (mm)	$D_u$	26,3	26,3	26,3	26,3	
Altura da região	do Topo( mm)	$L_t$	84,40	84,40	84,40	84,40	
	Vortex Finder (mm)	$l$	39,60	44,00	0,00	39,60	
	Cilíndrica (mm)	$L_c$	47,56	47,56	47,56	47,56	
	Cônica (mm)	15°	$L_1$	120,44	120,44	120,44	120,44
		1°	$L_2$	686,85	686,85	686,85	686,85
	Cilíndrica (mm)	$L_3$	63,15	63,15	63,15	63,15	
	Total (mm)	$L$	998,00	998,00	998,00	998,00	
Região de entrada	Altura (mm)	$a$	44,00	44,00	44,00	44,00	
	Largura (mm)	$b$	5,00	5,00	5,00	5,00	
	Comprimento (mm)	$c$	50,00	50,00	50,00	50,00	

### 3.3.2 Escoamento bifásico

As equações de conservação de massa e momento linear, descrito pelas Equações (2.2) e (2.4) foram utilizados com as seguintes condições:

- Escoamento bifásico disperso água – óleo;
- Fração volumétrica,  $\sum f_\alpha$  igual a 1;
- Escoamento turbulento no interior do hidrociclone;
- Escoamento incompressível e isotérmico, cuja temperatura é 25°C;
- Efeitos do campo gravitacional desprezíveis;
- Não há fonte de massa, ou seja,  $S_{MS,\alpha} = 0$ ;
- As paredes do hidrociclone e sua rugosidade são desprezíveis, ou seja, paredes lisas;
- Escoamento em hidrociclone;

- Quebra e coalescência das gotículas da fase dispersa, fenômeno não abordado neste trabalho;
- A transferência de quantidade de movimento líquido-líquido é predita pela utilização de um modelo constitutivo de força de araste.

As equações diferenciais parciais que descreve o escoamento multifásico são representados pelas Equações (2.2) e (2.4) que reduzem-se à:

**Equação de conservação de massa:**

$$\frac{\partial}{\partial t} (f_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (f_\alpha \rho_\alpha \vec{U}_\alpha) = \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} \quad (3.3)$$

onde  $f_\alpha$  é a fração volumétrica,  $\rho_\alpha$  a massa específica,  $\vec{U}_\alpha$  é o vetor velocidade,  $\Gamma_{\alpha\beta}$  é o fluxo mássico interfacial por unidade de volume.

**Equação de momento linear:**

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (f_\alpha \rho_\alpha \vec{U}_\alpha) + \nabla \cdot [f_\alpha (\rho_\alpha \vec{U}_\alpha \otimes \vec{U}_\alpha)] = -f_\alpha \nabla p + \\ \nabla \cdot [f_\alpha (\tau_\alpha + \tau_\alpha^{turb})] + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{U}_\alpha) + \vec{M}_\alpha \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $\Gamma^+$  é a taxa de fluxo mássico,  $\vec{M}$  é a força interfacial total que atua na fase  $\alpha$  devido a interação com a fase  $\beta$ ,  $\vec{S}_M$  o termo fonte da quantidade de movimento devido as forças externas,  $\tau_\alpha$  e  $\tau_\alpha^{turb}$  referen-se às tensões viscosas e às tensões turbulenta de Reynolds na fase  $\alpha$ , respectivamente. E o termo  $\sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{U}_\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{U}_\alpha)$  representa a transferência de momento induzida pela transferência de massa interfacial.

O tensor de Reynolds que aparece no segundo membro da Equação (3.4), que leva em consideração o fenômeno da turbulência no interior do hidrociclone, é estimado

segundo o conceito de viscosidade turbulenta definido pela Equação (2.13) e o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa - \epsilon$  modificado para a fase contínua (água) proposto por Spalart e Shur (1997) conforme apresentado na Seções 2.5.3.2 e 2.5.3.3 e para a fase dispersa (óleo) foi adotado o modelo zero equação dispersa, definida pela Equação (2.37).

A força de arrasto aparece sempre que existe um movimento relativo entre a partícula e o fluido e pode ser definida com a força exercida pela fase contínua sobre a partícula na direção do escoamento, no presente trabalho para esta situação, foi adotado o modelo de Schiller-Naumann, conforme apresentado na Seção 2.5.6.1.1.

A Tabela 3.6 ilustra os casos analisados no presente trabalho para esta situação.

Tabela 3.6 - Casos analisados para o escoamento bifásico líquido-líquido (água e óleo)

Caso/M1	Vazão	Fração volumétrica da fase		Tamanho da fase
	volumétrica	contínua	dispersa	dispersa, $d_p$ ( $\mu\text{m}$ )
	( $\text{m}^3/\text{h}$ )	Água	Óleo	Óleo
17	6,5	0,99	0,01	10
18	6,5	0,99	0,01	50
19	6,5	0,99	0,01	100
20	6,5	0,99	0,01	150
21	6,5	0,99	0,01	200
22	6,5	0,99	0,01	250

### 3.3.3 Escoamento trifásico

Nesta situação adotou-se as equações de conservação de massa e momento linear representados pelas Equações (2.2) e (2.4), levando em consideração que:

- Escoamento trifásico disperso líquido – sólido (óleo, água e areia);
- Fração volumétrica,  $\sum f_\alpha$  igual a 1;
- Escoamento turbulento no interior do hidrociclone;
- Escoamento isotérmico, cuja temperatura é  $25^\circ\text{C}$ ;

- Não há fonte de massa, ou seja,  $S_{MS,\alpha} = 0$ ;
- As paredes do hidrociclone e sua rugosidade são desprezíveis, ou seja, paredes lisas.

Para descrever o fenômeno da turbulência no interior do hidrociclone no presente trabalho para esta situação, foi utilizado o modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado para a fase contínua (óleo) e para a fase dispersa (água e areia) é adotado o modelo zero equação dispersa definido pela Equação (2.37), conforme apresentado na Seção 3.3.2 para a Situação B. A Tabela 3.7 ilustra os casos analisados no presente trabalho para esta situação.

Tabela 3.7 - Casos analisados para o escoamento trifásico líquido-sólido.

Caso/M1	Vazão volumétrica (m <sup>3</sup> /h)	Fração volumétrica da fase			Tamanho da fase	
		contínua	dispersa		dispersa, $d_p$ ( $\mu\text{m}$ )	
	Óleo	Água	Areia	Água	Areia	
23	5,5	0,7	0,1	0,2	150	250
24	6,5	0,7	0,1	0,2	150	250
25	7,5	0,7	0,1	0,2	150	250
26	8,5	0,7	0,1	0,2	150	250

### 3.3.4 Escoamento multifásico (tetrafásico)

Nesta situação adotou-se as equações de conservação de massa e momento linear representados pelas Equações (2.2) e (2.4), para descrever o escoamento tetrafásico no interior do hidrociclone, levando em consideração que:

- Escoamento tetrafásico disperso líquido – gás – sólido (óleo – água – gás – areia);
- Fração volumétrica,  $\sum f_\alpha$  igual a 1;
- Escoamento turbulento no interior do hidrociclone;
- Escoamento isotérmico, cuja temperatura é 25°C;

- Não há fonte de massa, ou seja,  $S_{MS,\alpha} = 0$ ;
- As paredes do hidrociclone e sua rugosidade são desprezíveis, ou seja, paredes lisas.

Para descrever o fenômeno da turbulência no interior do hidrociclone no presente trabalho para esta situação, foi utilizado o modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado para a fase contínua (óleo) e o modelo de zero equação dispersa (Equação (2.37)) para a fase dispersa (água, gás e areia), apresentados na Seção 3.3.2 para a Situação B.

A Tabela 3.8 ilustra os casos analisados no presente trabalho para esta situação.

Tabela 3.8 - Casos analisados para o escoamento multifásico.

Caso/M1	Vazão	Fração volumétrica da fase				Tamanho da fase		
	volumétrica	contínua	dispersa			dispersa, $d_p$ ( $\mu\text{m}$ )		
	( $\text{m}^3/\text{h}$ )	Óleo	Água	Gás	Areia	Água	Gás	Areia
27	6,5	0,6	0,1	0,1	0,2	150	100	250
28	7,5	0,6	0,1	0,1	0,2	150	100	250
29	8,5	0,6	0,1	0,1	0,2	150	100	250

### 3.4 Condições de contorno

#### 3.4.1 Na entrada

Na seção referente à entrada de alimentação do hidrociclone foi adotado um valor prescrito e não – nulo para a velocidade normal à seção e para as frações volumétricas das fases contínua e dispersa, para os casos dos escoamentos bifásico (Tabela 3.6), trifásico (Tabela 3.7), e multifásico (Tabela 3.8). Esta condição de contorno é conhecida como condição de entrada ou *inlet*.

#### 3.4.2 Nas paredes

Nesta fronteira utilizou-se diferentes tipos de condições de contornos dependendo da variável a ser analisada.

Para as fases fluidas, utilizou-se condições de parede de não – deslizamento (*no-*



*slip*), que é a condição onde o fluido próximo à parede assume velocidade zero. Assim por definição:

$$\vec{U}_a = \vec{U}_o = 0, \quad (3.5)$$

onde  $\vec{U}_a$  e  $\vec{U}_o$  são os vetores velocidades das fases água e óleo, respectivamente.

Para a fase particulada utilizou-se, uma condição de deslizamento livre (*free-slip*), que é utilizada quando a tensão de cisalhamento na parede é zero, e a velocidade do fluido próxima à parede não é reduzida pelo efeito da fricção. É dada por:

$$u_s = v_s = \frac{\partial w_s}{\partial r} = 0 \quad (3.6)$$

onde  $u_s$ ,  $v_s$  e  $w_s$  são as componentes do vetor velocidade da fase areia

### 3.4.3 Nas saídas

Nas seções de saídas superior e inferior foi prescrita uma pressão estática média (*Average Static Pressure*) no hidrociclone, conforme apresentado na Tabela 2.2. Esta condição de contorno é conhecida como *outlet*.

## 3.5 Avaliação da performance do hidrociclone

Nesta seção estão apresentadas os principais parâmetros associado ao estudo do desempenho de hidrociclone, tais como: percentagem de rejeito ( $R_{rej}$ ), queda de pressão ( $\Delta p$ ), razão da perda de pressão ( $DPR$ ) e eficiências de remoção da fase  $\psi$ .

A eficiência de remoção da fase  $\alpha$  é definida pela razão entre a vazão mássica média da fase  $\alpha$  que sai na região superior ou da região inferior do hidrociclone e a vazão mássica média, dessa mesma fase, que entra no hidrociclone. É expressa por:

$$E_{\alpha,A}^{rem} = 100 \frac{\dot{m}_{\alpha,A}}{\dot{m}_{\alpha,alim}} \quad (3.7)$$

sendo que  $\dot{m}_{\alpha,A}$  é vazão mássica média na saída superior ou saída inferior, e  $\dot{m}_{\alpha,alim}$  é vazão mássica média na entrada do hidrociclone.

A percentagem de rejeito é a relação entre a vazão mássica média total de fluido que sai pela região superior do hidrociclone ( $\dot{m}_{t, rejeito}$ ) e a vazão média total, que entra no hidrociclone ( $\dot{m}_{t, alimentação}$ ). Também, é chamada de porcentagem da

vazão de alimentação, e é definida por:

$$R_{rej} = 100 \frac{\dot{m}_{t, \text{rejeito}}}{\dot{m}_{t, \text{alimentação}}} \quad (3.8)$$

A queda de pressão média é obtida pela diferença entre a pressão média na entrada e saída inferior no hidrociclone da seguinte forma:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_{\text{alimentação}} - \bar{p}_{\text{rejeito}} \quad (3.9)$$

sendo que a pressão média,  $\bar{p}_b$ , aplicada a cada uma das fronteiras é expressa por:

$$\bar{p}_b = \frac{1}{A_b} \int p_i dA_b \quad (3.10)$$

onde  $A_b$  é a área transversal da seção  $b$  (região da alimentação, rejeito ou saída de fundo do hidrociclone).

A razão da queda de pressão média ( $DPR$ ) é definida como a razão entre a queda de pressão da alimentação para a saída superior e a queda de pressão da alimentação para a saída inferior, expressa por:

$$DPR = \frac{\bar{p}_{\text{alimentação}} - \bar{p}_{\text{rejeito}}}{\bar{p}_{\text{alimentação}} - \bar{p}_{\text{fundo}}} \quad (3.11)$$

onde as pressões médias são determinadas pela Equação (3.10).

### 3.6 Parâmetros de simulação

Este trabalho foi desenvolvido nos Laboratórios Computacional em Térmica e Fluidos - LCTF e no Laboratório de Pesquisa Fluidodinâmica e Imagem - LPFI, das Unidades Acadêmicas de Engenharias Mecânica e Química, do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal de Campina Grande. As simulações foram realizadas em um Servidor Quad-Core Intel Dual Xeon Processor E5430 de 2,66GHz com 8GB de memória RAM e 1 TB de memória física (HD).

#### 3.6.1 Parâmetros Numéricos

Os principais parâmetros do método numérico adotados para as simulações dos casos especificados nas Tabelas 3.3 a 3.8 do escoamento interno no hidrociclone em

regime estacionário, estão reportado nas Tabelas 3.9 a 3.11.

Em alguns experimentos numéricos, a dificuldade da convergência da solução numérica foi superada pela modificação dos parâmetros padrões internos do solver do software CFX. Modificando os parâmetros de controle obteve-se boa convergência da solução numérica do problema físico proposto para cada caso simulado. Há vários parâmetros que podem ser modificados no solver usando o *Expert Parameters*. No presente trabalho, foram utilizados os parâmetros conforme apresentado na Tabela 3.11

### **3.6.2 Critério de Convergência**

Critério de convergência RMS (Root Mean Square) de  $10^{-6}$  ou menor, deve ser escolhido de maneira, que uma boa solução numérica seja obtida em um tempo computacional aceitável. Neste trabalho, adotou-se o critério de convergência RMS de acordo com a Tabela 3.10. Além disso, foi monitorada a razão da perda de carga no hidrociclone, determinada pela Equação (3.11), de modo que esta informação também contribuiu para o julgamento da convergência.

Tabela 3.9 - Parâmetros de entrada do solver: opções avançadas do software CFX.

<i>Tab</i>	<i>Setting</i>	<i>Value</i>
<i>Advanced Options</i>	<i>Dynamic Model Control &gt; Global Dynamic Model Control</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Body Forces</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Body Forces &gt; Body Force Averaging Type&gt; Averaging Type</i>	<i>Harmonic</i>
	<i>Interpolation Scheme</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Pressure Interpolation Type</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Pressure Interpolation Type &gt; Pres. Interp. Type</i>	<i>Trilinear</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Velocity Interpolation Type</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Velocity Interpolation Type &gt; Vel. Interp. Type</i>	<i>Trilinear</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Shape Function Option</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Interpolation Scheme &gt; Shape Function Option &gt; Shape Func. Option</i>	<i>Geometric</i>
	<i>Velocity pressure coupling</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Velocity pressure coupling &gt; Rhie Chow</i>	<i>Option</i>
	<i>Velocity pressure coupling &gt; Rhie Chow Option &gt; Rhie Chow Option</i>	<i>FourthOrder</i>
	<i>Multiphase Control</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Multiphase Control &gt; Volume Fraction Coupling</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Multiphase Control &gt; Volume Fraction Coupling &gt; Option</i>	<i>Segregated</i>
<i>Multiphase Control &gt; Initial Volume Fraction Smoothing</i>	<i>(Selected)</i>	
<i>Multiphase Control &gt; Initial Volume Fraction Smoothing&gt; Option</i>	<i>Volume-Weighted</i>	

Tabela 3.10 - Parâmetros de entrada do solver do software CFX.

<i>Tab</i>	<i>Setting</i>	<i>Value</i>
<i>Basic Basic</i>	<i>Advection Scheme &gt; Option</i>	<i>High Resolution</i>
	<i>Turbulence Numerics &gt; Option</i>	<i>First Order</i>
	<i>Convergence Control &gt; Min. Iterations</i>	<i>100</i>
	<i>Convergence Control &gt; Max. Iterations</i>	<i>1000</i>
	<i>Convergence Control &gt; Fluid Timescale Control &gt; Timescale Control</i>	<i>Local Timescale Factor</i>
	<i>Convergence Control &gt; Fluid Timescale Control &gt; Local Timescale Factor</i>	<i>2</i>
	<i>Convergence Criteria &gt; Residual Type</i>	<i>RMS (Root Mean Square)</i>
	<i>Convergence Criteria &gt; Residual Target</i>	$1.0 \times 10^{-8}$
	<i>Convergence Criteria &gt; Conservation Target</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Convergence Criteria &gt; Conservation Target &gt; Value</i>	<i>0.001</i>

Tabela 3.11 - Parâmetros internos do solver (Expert Parameters)

<i>Tab</i>	<i>Setting</i>	<i>Value</i>
<i>Discretization</i>	<i>Miscellaneous &gt; build artificial wall</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Miscellaneous &gt; build artificial wall &gt; Value</i>	<i>f</i>
<i>Linear Solver</i>	<i>solver target reduction fluids</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>solver target reduction fluids &gt; Value</i>	<i>0.01</i>
	<i>solver target reduction scalar</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>solver target reduction scalar &gt; Value</i>	<i>0.01</i>
<i>Convergence Control</i>	<i>Convergence and Runtime Control &gt; check isolated regions</i>	<i>(Selected)</i>
	<i>Convergence and Runtime Control &gt; check isolated regions &gt; Value</i>	<i>f</i>

## CAPÍTULO 4

### Resultados e Discussões

Este capítulo é dedicado a apresentar, discutir e comparar os resultados numéricos referentes às quatro situações de escoamentos (mono, bi, tri e tetrafásico) no interior do hidrociclone, apresentados na Tabela 3.1.

#### 4.1 Escoamento monofásico

##### 4.1.1 Análise de dependência do domínio computacional

Aqui apresenta-se o estudo da dependência da malha numérica empregada nos Casos 1, 2 e 3 na Situação A da Tabela 3.3. Os resultados numéricos das simulações do escoamento monofásico no hidrociclone sem núcleo gasoso são comparados com os dados experimentais de Marins (2007). Vale salientar que todos os resultados foram obtidos nas mesmas posições em que foram feitos os levantamentos experimentais. As simulações de estudo de dependência de malhas foram realizadas utilizando o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado proposto por Spalart e Shur (1997), em regime estacionário para uma vazão, igual a 6, 5 m<sup>3</sup>/h (3, 25 m<sup>3</sup>/h para cada entrada) conforme apresentada no Capítulo 3.

Nas Figuras 4.1 a 4.3 e nas Figuras 4.4 a 4.5 estão representadas, respectivamente, os perfis de velocidade axial e tangencial para três malhas (Caso 1, 2 e 3 – Tabela 3.3) analisadas, bem como os valores experimentais disponíveis no trabalho de Marins (2007). Cada uma das figuras representa uma posição ao longo do hidrociclone (180, 200, 220, 320, 440 e 600 mm) medidas a partir do topo do hidrociclone, conforme a Figura 2.5. Verifica-se que os resultados numéricos mostram uma boa concordância com os dados experimentais para as três malhas utilizadas no presente trabalho.

Ao se observa atentamente os perfis de velocidade axial (Figuras 4.1 a 4.3) obtidos numericamente, percebe-se que:

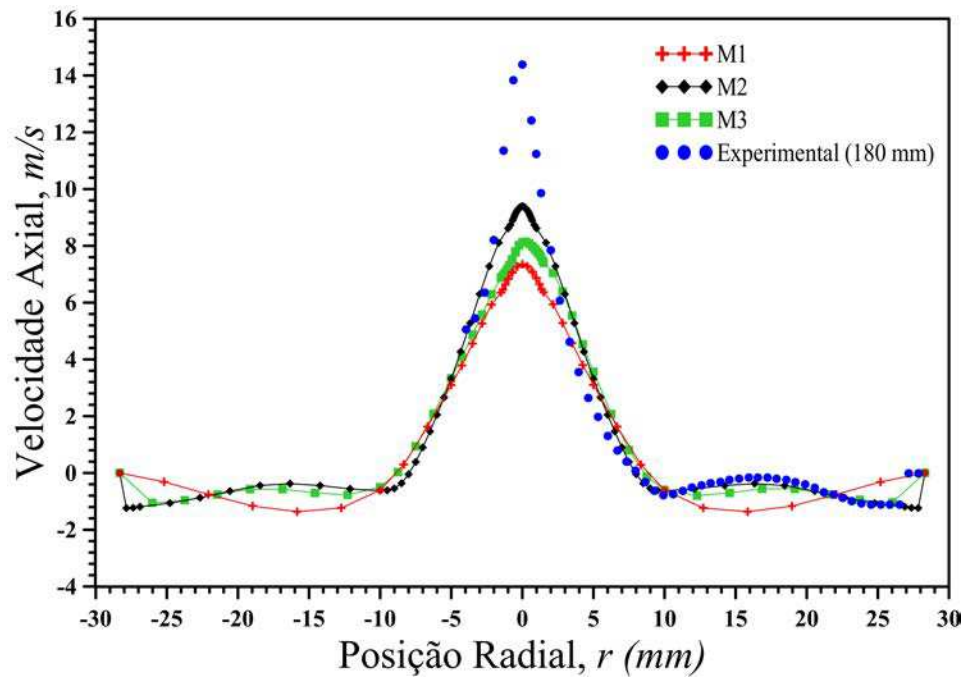
- Existe, de uma maneira geral, uma pequena discrepância entre os valores ao longo do raio na posição axial medida;
- Ocorre uma maior discrepância dos valores na região central ( $r = 0$ ) do hidrociclone;

- Dependendo da posição axial, ao longo do hidrociclone ora a malha menos refinada prevê melhor o comportamento na região central, se comparado com os dados experimentais, ora a malha mais refinada capta melhor estas informações.

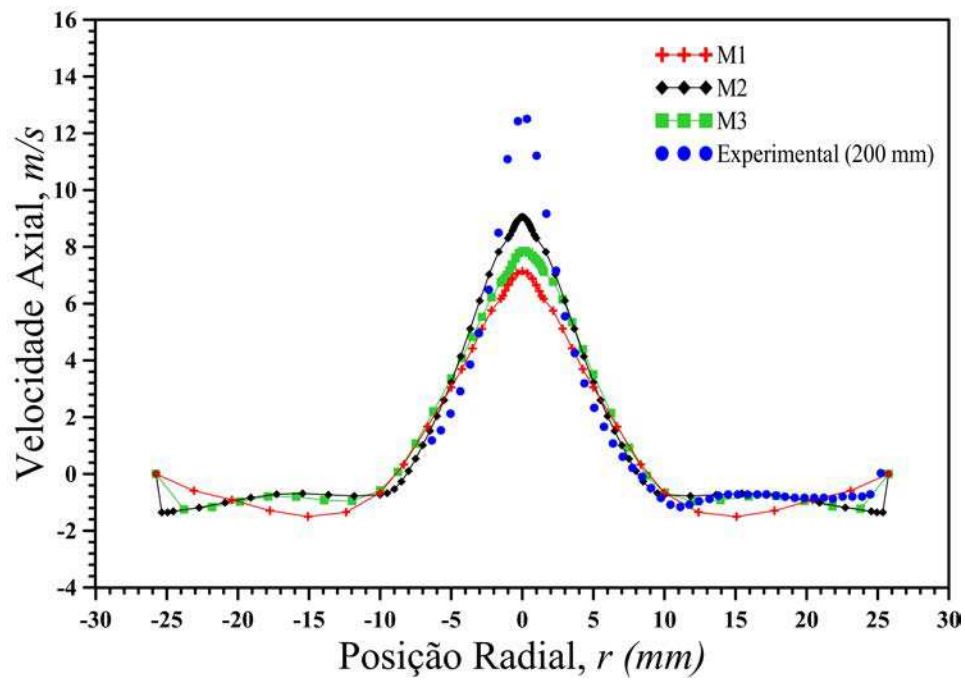
Com relação aos perfis de velocidade tangencial (Figuras 4.4 e 4.5) pode-se observar:

- que para as posições de 180mm e 320mm os resultados numéricos consegue prever adequadamente o comportamento do perfil experimental;
- uma pequena discrepância nos resultados numéricos ao se utilizar diferentes malhas;
- que nas posições axiais 440mm e 600mm há uma maior discrepância dos resultados com relação aos dados experimentais na região central do hidrociclone, maiores que as apresentadas para as componentes de velocidade axial, em média.

Este fato pode ser relacionado com o modelo de turbulência  $RNG\kappa-\epsilon$  modificado, que subestima as velocidades tangenciais e axiais na região central ou requer um melhor refinamento de malha nesta região, seja por uma aumento na densidade de elementos ou melhor distribuição dos elementos tomando uma nova estratégia de blocagem.



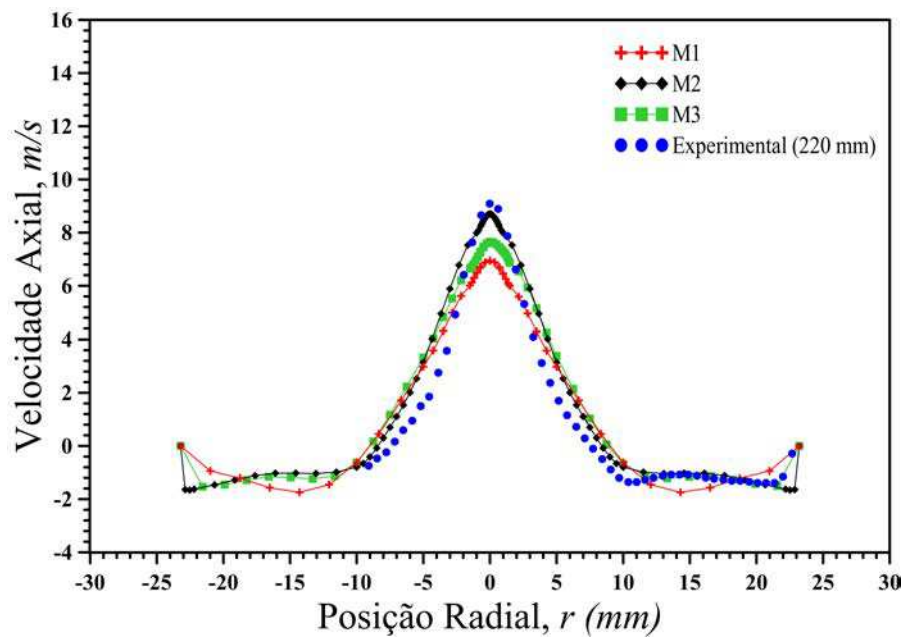
(a)



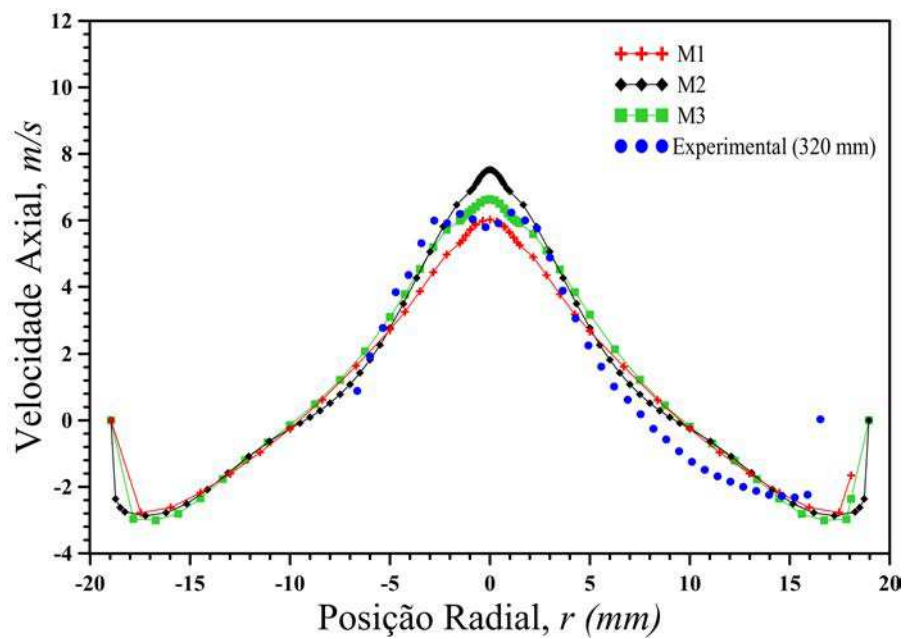
(b)

Figura 4.1 - Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numérica (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 180mm e (b) 200mm em função da quantidade de volumes da malha.



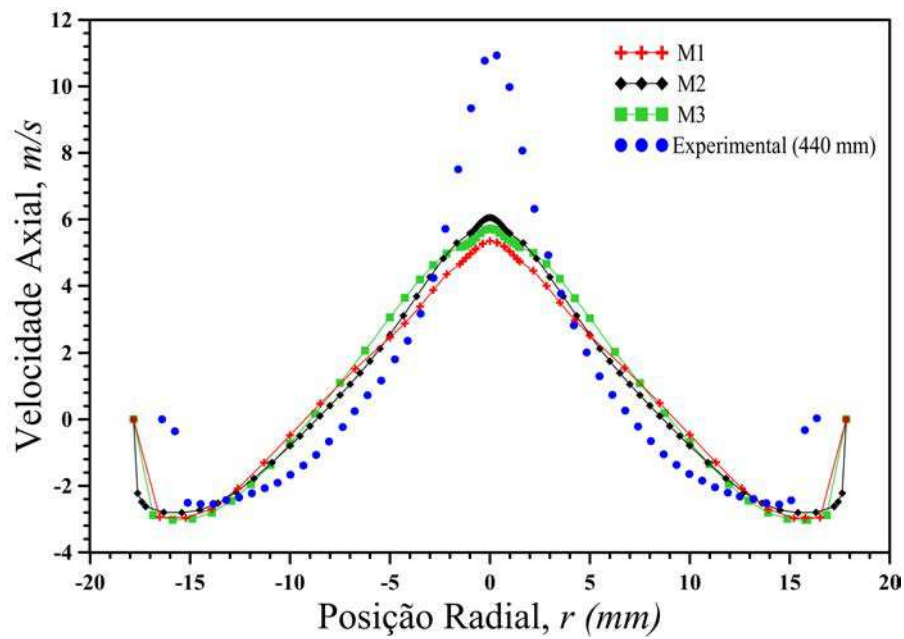


(a)

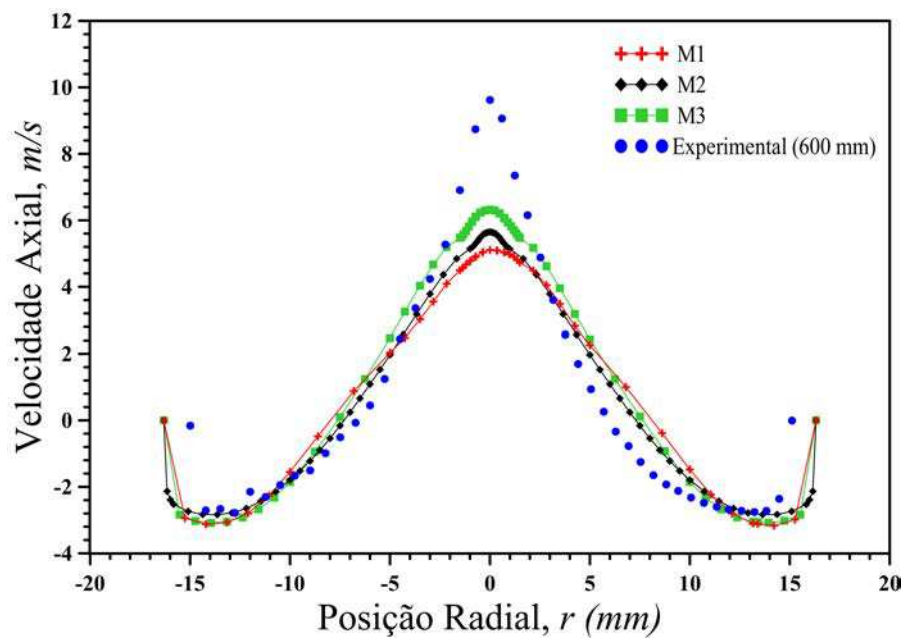


(b)

Figura 4.2 - Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numérico (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 220mm e (b) 320mm em função da quantidade de volumes da malha.

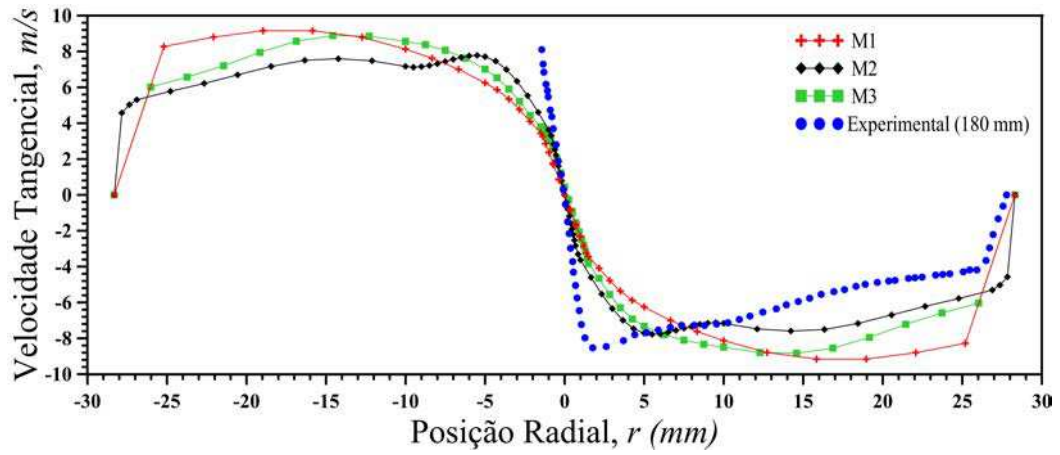


(a)

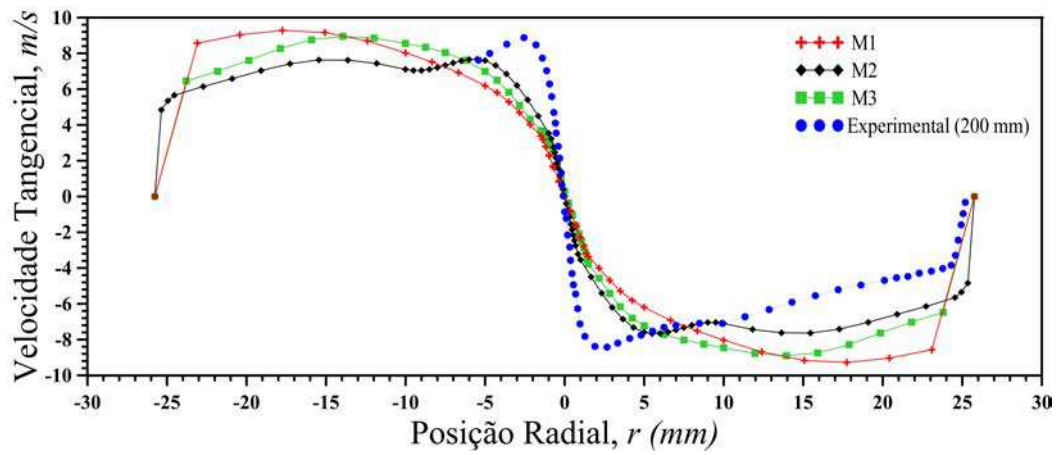


(b)

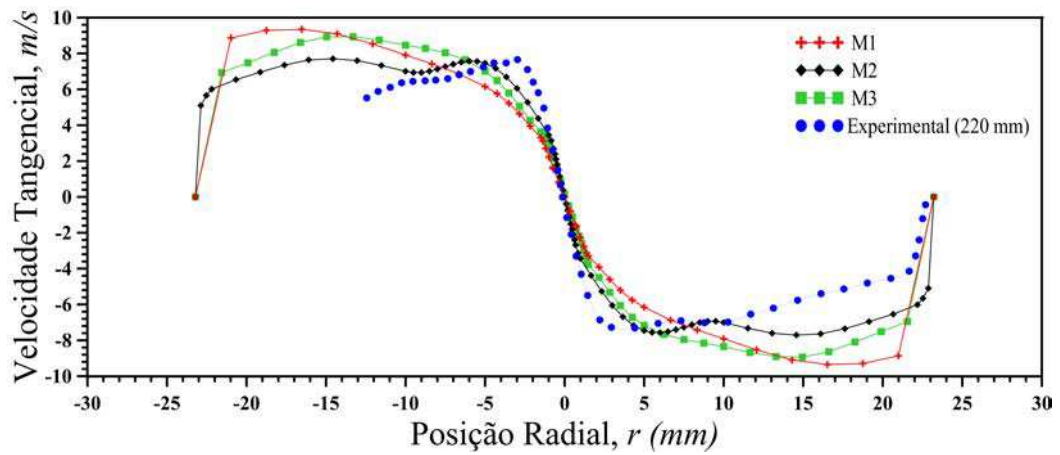
Figura 4.3 - Comparativo entre os perfis da componente axial da velocidade numéricos (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 440mm e (b) 600mm em função da quantidade de volumes da malha.



(a)

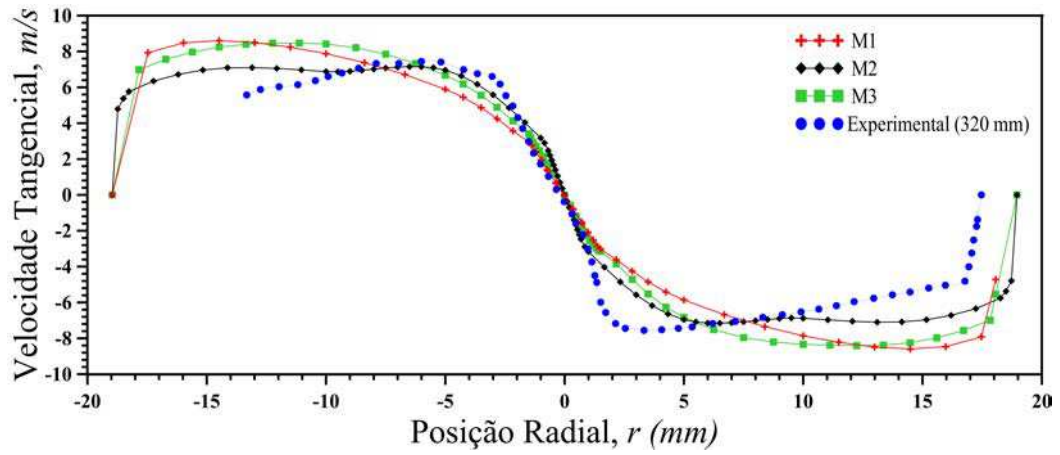


(b)

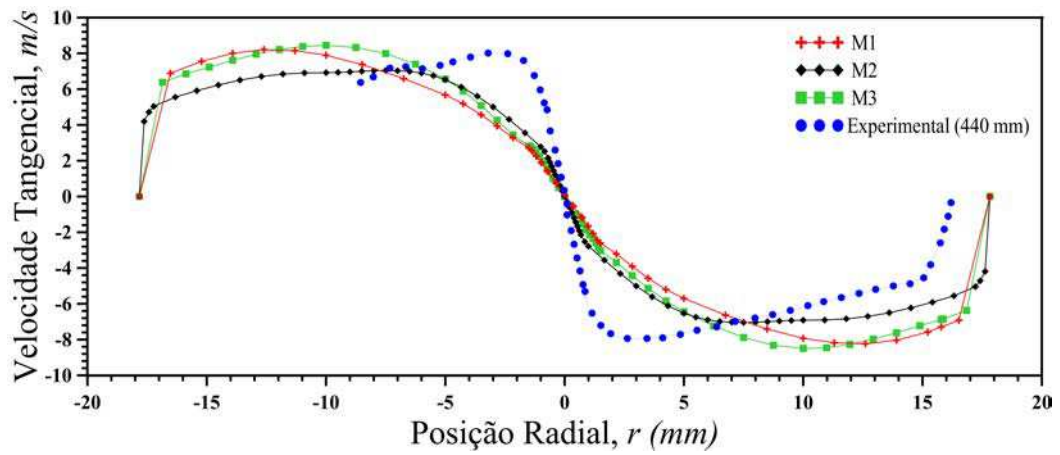


(c)

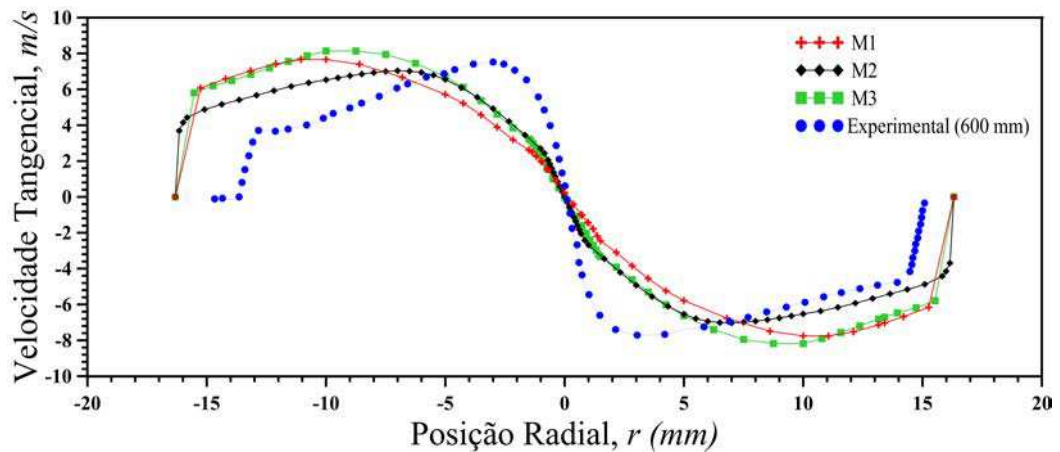
Figura 4.4 - Comparativo entre os perfis da componente tangencial da velocidade numéricos(Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007)) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 180mm, (b) 200mm e (c) 220mm em função da quantidade de volumes da malha.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5 - Comparativo entre os perfis da componente tangencial da velocidade numérico (Casos 1, 2 e 3) e experimental obtidos por Marins (2007) ao longo do raio do hidrociclone nas posições axiais (a) 320mm, (b) 440mm e (c) 600mm em função da quantidade de volumes da malha.

#### 4.1.1.1 Performance do hidrociclone para diversas malhas

Na Tabela 4.1 estão apresentados os resultados da queda de pressão, razão de perda de carga ( $DPR$ ), e percentagem de rejeito para as três malhas  $M1$ ,  $M2$  e  $M3$  (Tabela 3.3). Dos resultados obtidos, nota-se uma dependência destes parâmetros com a malha que pode ser consequência da previsão do comportamento da corrente de fluido no interior do hidrociclone. Os resultados apresentados nas Figuras 4.1 a 4.5 mostram que a evolução das componentes de velocidade axial e tangencial ao longo do hidrociclone apresentam um aumento na discrepância quando comparado aos dados experimentais de Marins (2007). Este fato indica que a malha deve sofrer um melhor refinamento, sobretudo na região central.

Tabela 4.1 - Influência do domínio computacional sobre DPR e perda de pressão ao longo do hidrociclone

Caso	Malha	$DPR$	Queda de pressão (bar)	Porcentagem de rejeito (%)	Erro relativo (%)		
					$DPR$	Queda de pressão	Porcentagem de rejeito
1	$M1$	1,821	1,062	37,604	2,93	9,48	7,44
2	$M2$	2,172	0,730	36,895	15,78	24,74	5,41
3	$M3$	1,955	0,907	36,602	4,21	6,49	4,58
Experimentos		1,876	0,930	35,000	–	–	–

#### 4.1.2 Verificação dos modelos de turbulência

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos referentes aos seis casos estudados com diferentes modelos de turbulência para o escoamento monofásico no hidrociclone. Os resultados são comparados com os dados experimentais reportados por Marins (2007). A apresentação e discussão dos resultados estão organizados de forma a por em evidência a correção realizada nos termos de produção turbulência levando em consideração os efeitos da curvatura proposto por Spalart e Shur (1997), apresentada na Seção 2.5.3.3.

##### 4.1.2.1 Modelo $\kappa-\epsilon$ padrão e $\kappa-\epsilon$ modificado

Os perfis de velocidade axial e tangencial numérico e experimental para o escoamento monofásico (água) nas posições axiais de 180, 320 e 600 mm, são apresen-

tadas nas Figuras 4.6 a 4.8. Estas figuras mostram que o modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão é incapaz de representar o escoamento de água dentro do hidrociclone evidenciado pelo forte desvio com relação aos dados experimentais de Marins (2007). Estes resultados corroboram as observações feitas por diversos trabalhos na literatura (DELGADILLO; RAJAMANI, 2005; DIAS, 2009) onde afirmam que esse modelo de turbulência não é capaz de representar adequadamente os vórtices confinado no hidrociclone. Todavia, autores como Bhaskar *et al.* (2007), Speziale *et al.* (1991) e Chen e Chang (1995) propõem ajuste e correções nos parâmetros deste modelo que pode levar a resultados satisfatórios. Neste sentido, a modificação proposta no presente trabalho, ou seja, corrigir o termo de produção de turbulência que leva em consideração os efeitos de curvatura no modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  (Equação (2.19) na Seção 2.5.3.3), proporcionou uma melhor previsão na região central, do perfil de velocidade axial (Figuras 4.6 e 4.7). Já com relação as componentes de velocidade tangencial nota-se uma melhor aproximação dos resultados numéricos com os dados experimentais ao se adotado esta modificação no modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão.

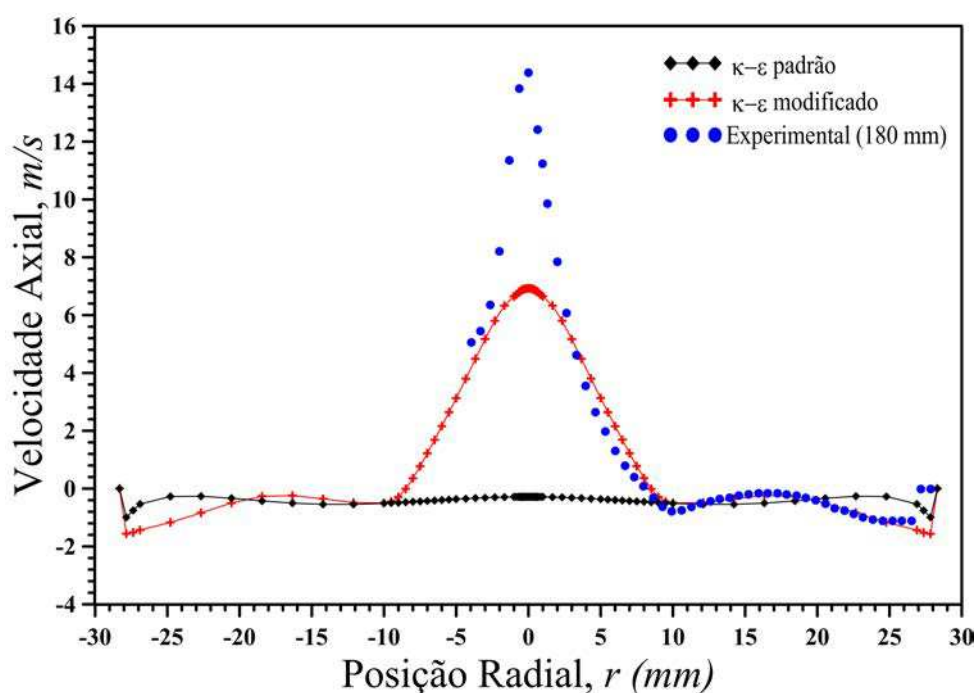
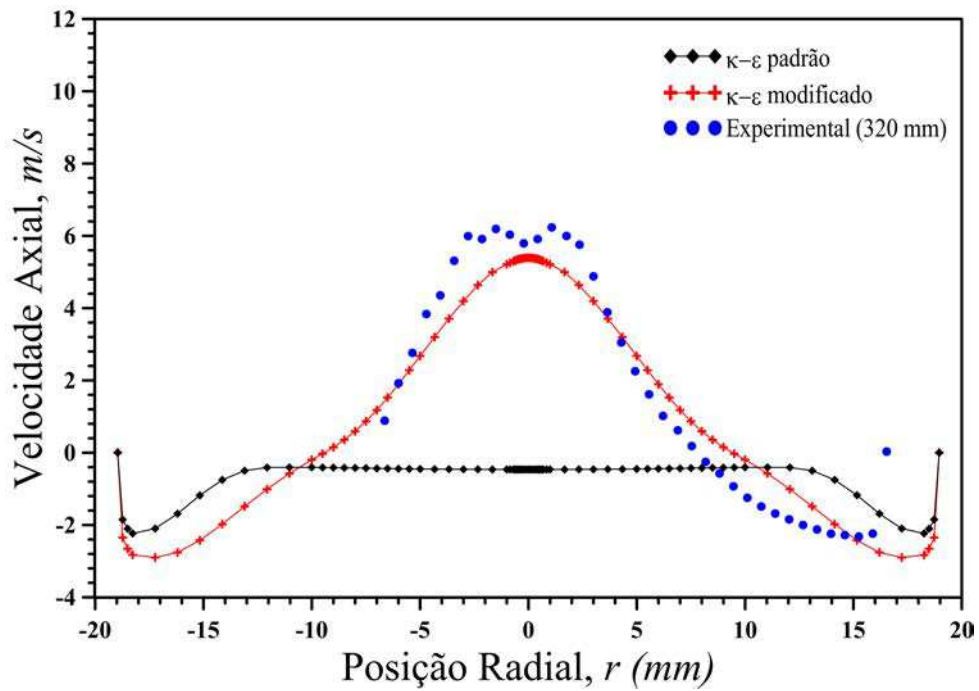
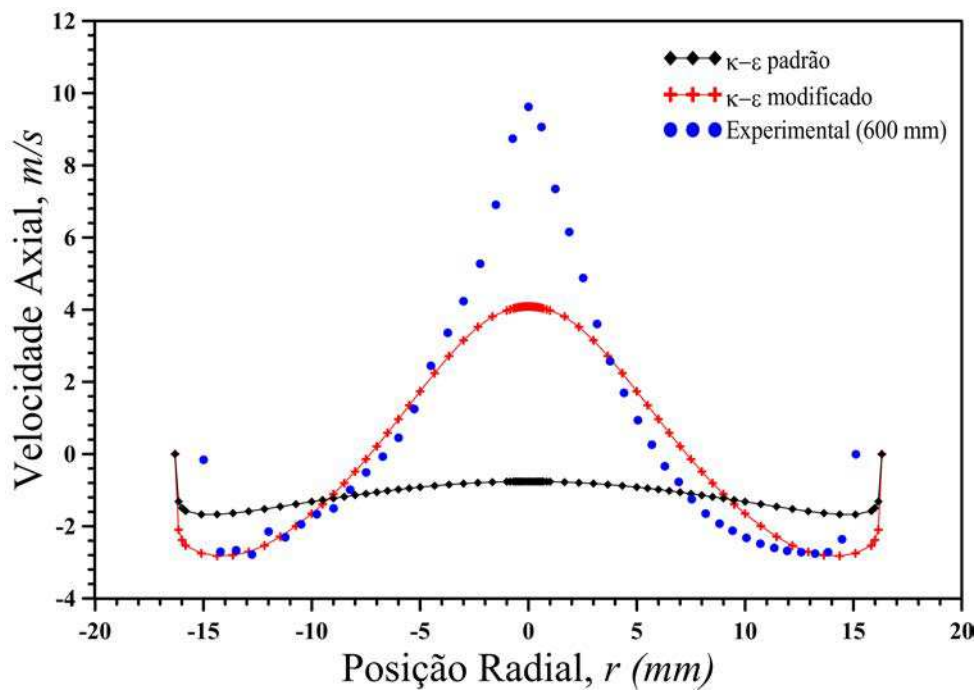


Figura 4.6 - Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $\kappa$ - $\epsilon$  e  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) na posição axial 180 mm.

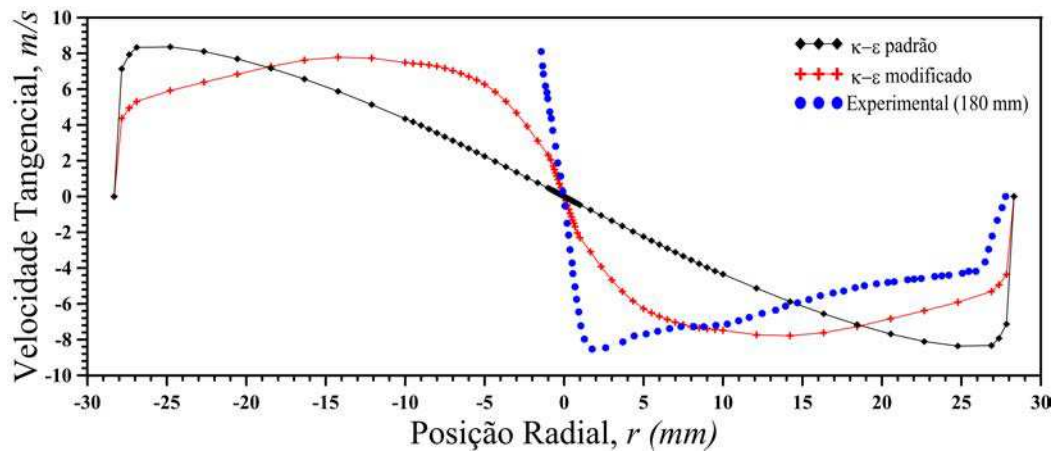


(a)

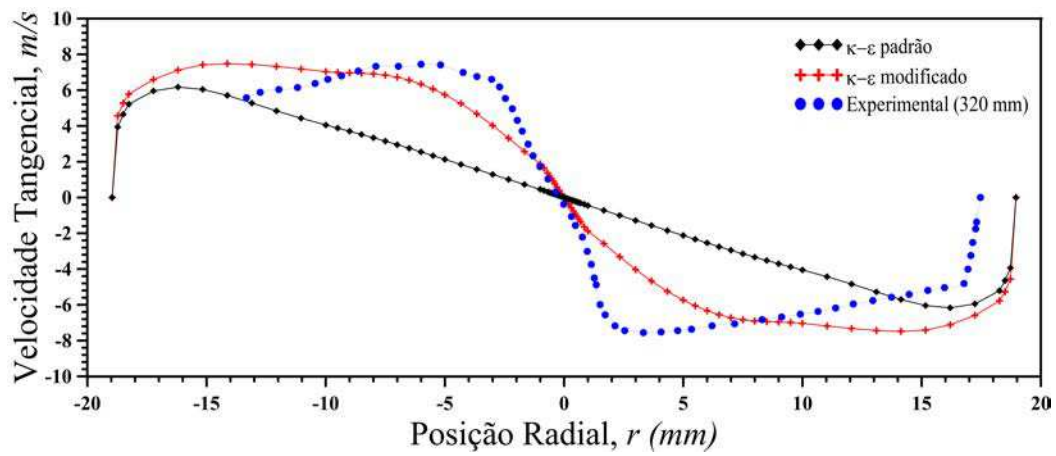


(b)

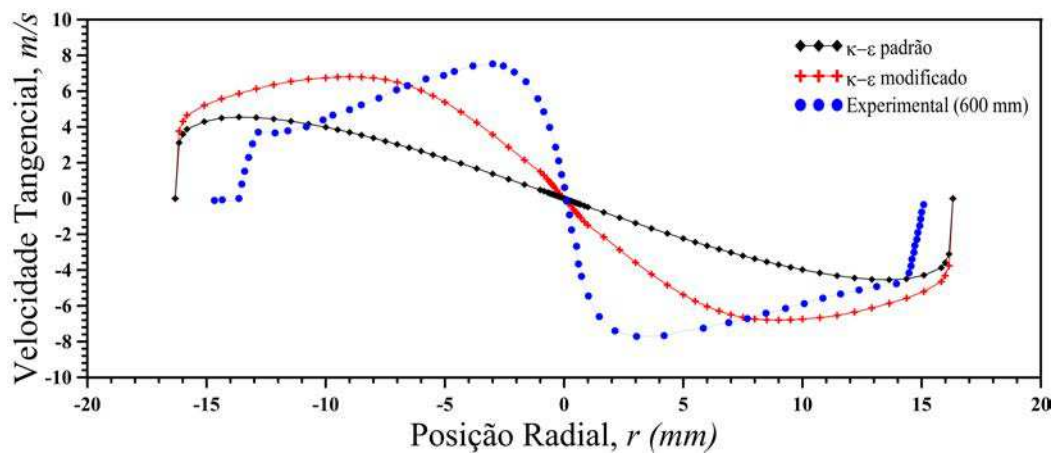
Figura 4.7 - Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $\kappa-\epsilon$  e  $\kappa-\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm e (b) 600 mm.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.8 - Comparações dos perfis de velocidade tangencial, obtidos numericamente ( $\kappa$ - $\epsilon$  e  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 320 mm e (c) 600 mm.



#### 4.1.2.2 Modelo $RNG \kappa-\epsilon$ padrão e $RNG \kappa-\epsilon$ modificado

Nas Figuras 4.9 a 4.11 estão representados os perfis de velocidade axial e tangencial nas posições axiais de 180, 320 e 600 mm no hidrociclone empregando os modelos de turbulência  $RNG \kappa-\epsilon$  padrão e o  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado, bem como os dados experimentais de Marins (2007).

Os resultados obtidos usando o modelo  $RNG \kappa-\epsilon$  padrão apresentaram o mesmo comportamento observado ao se utilizar o modelo  $\kappa-\epsilon$  padrão. Estes resultados ratificam igualmente as observações feita, por Dias (2009), Hoekstra *et al.* (1999) e Salvo (2009). No entanto, ao se introduzir o termo de correção na produção de turbulência que leva em consideração os efeitos da curvatura (Equação 2.19 na Seção 2.5.3.3) obteve-se uma substancial melhora na previsão do comportamento dos perfis de velocidade axial e tangencial, tal qual fora observado quando se utilizou-se o modelo  $\kappa-\epsilon$  modificado.

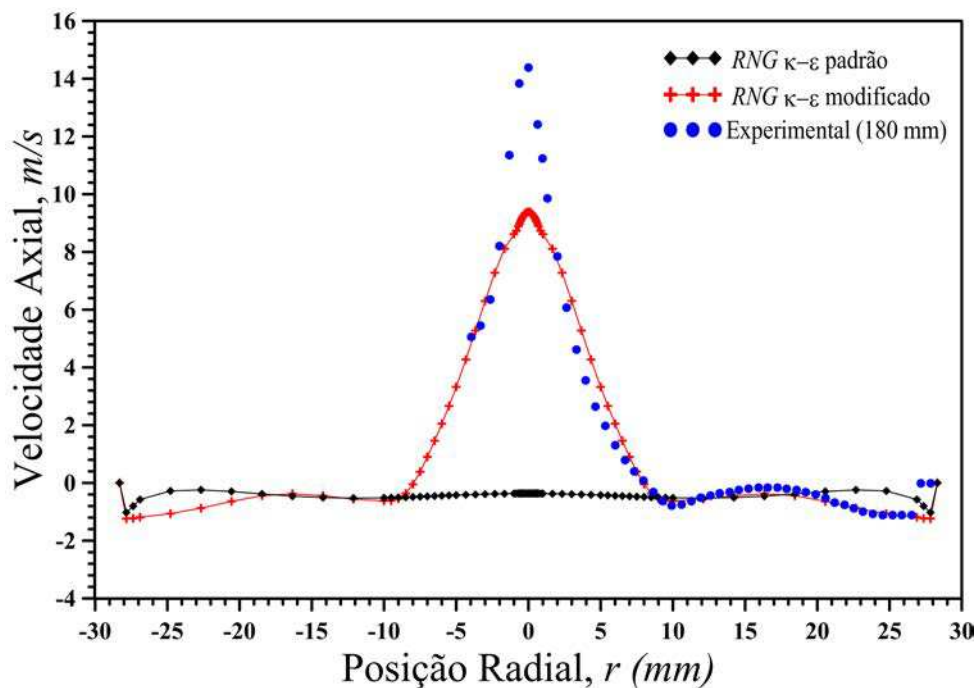
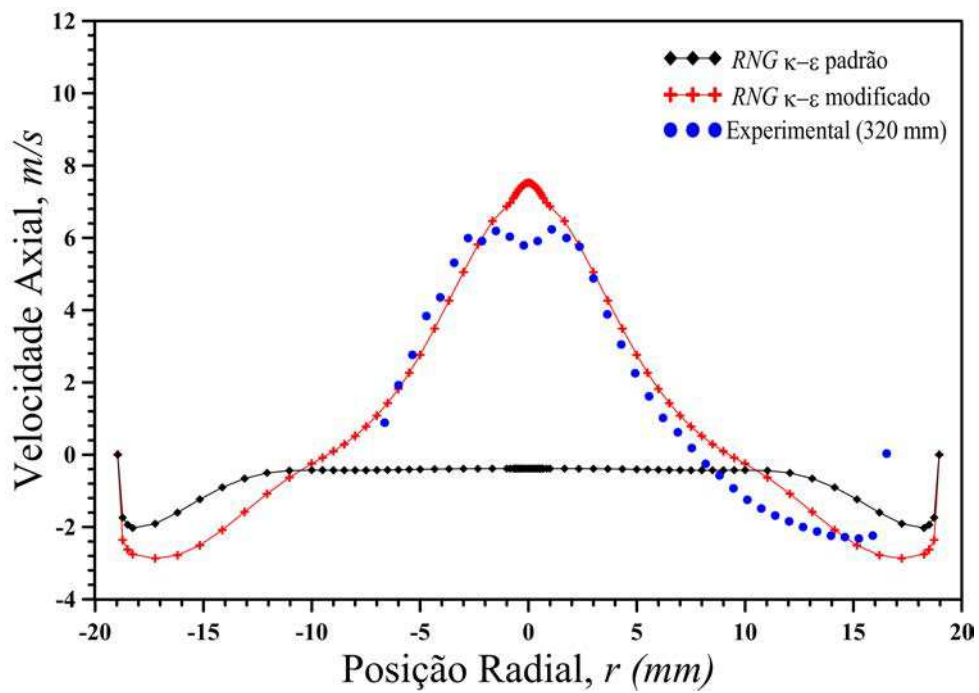
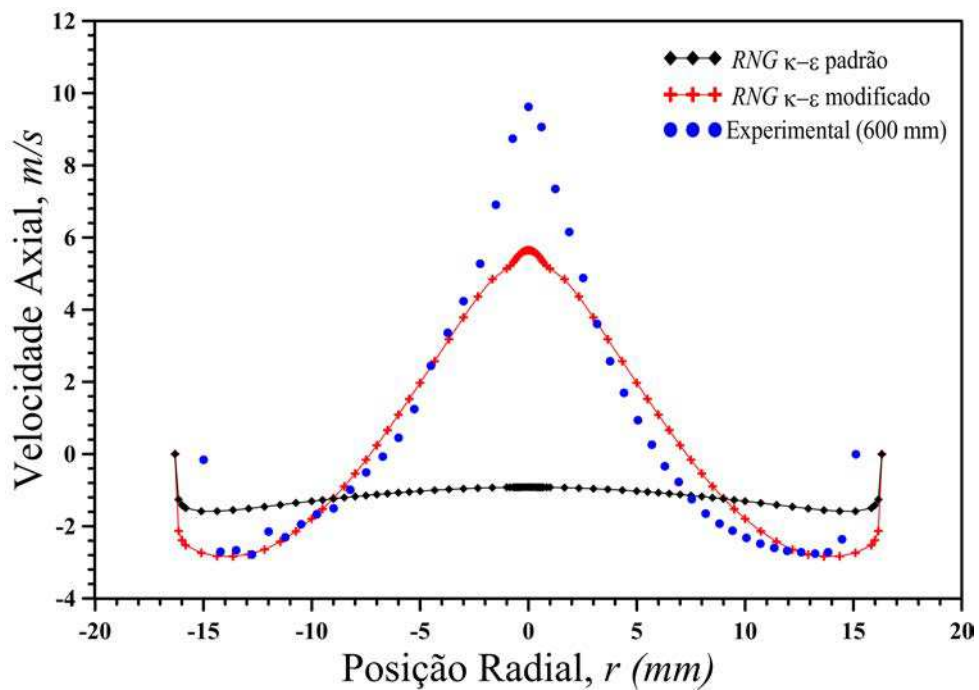


Figura 4.9 - Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $RNG \kappa-\epsilon$  e  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) na posição axial 180 mm.

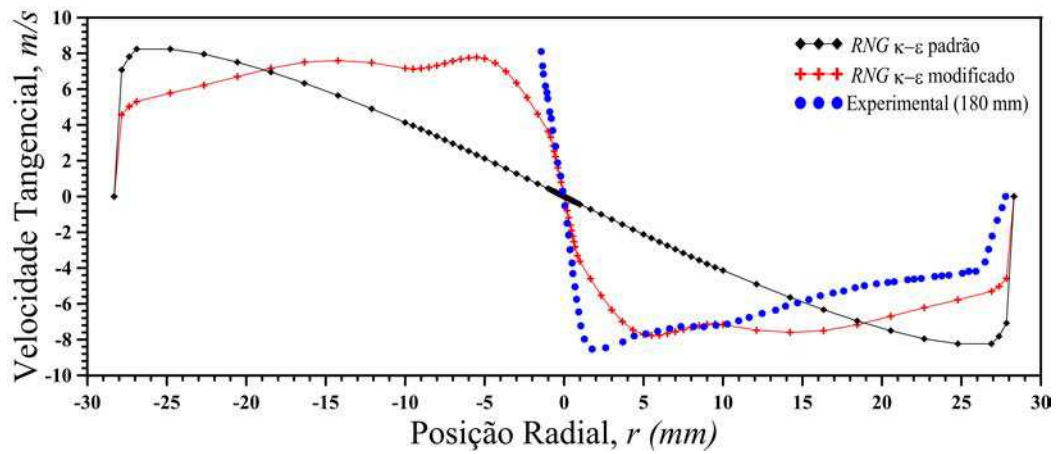


(a)

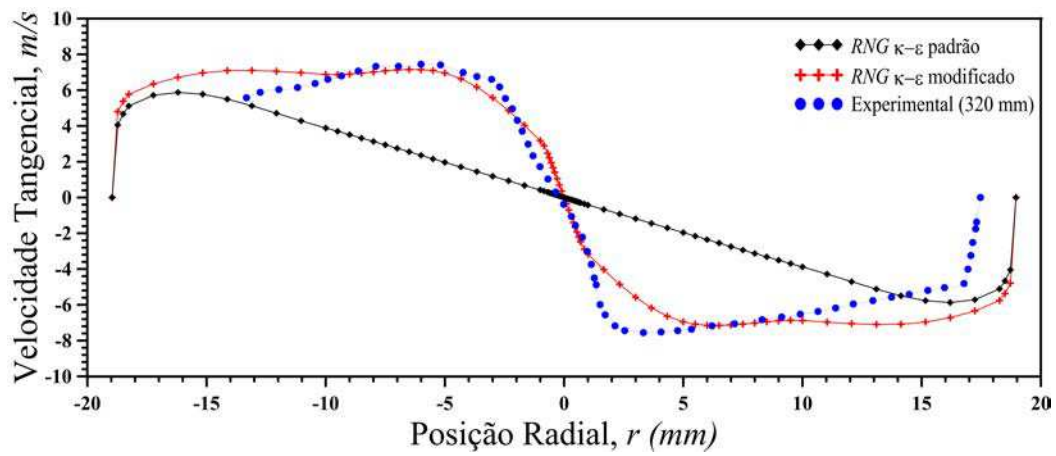


(b)

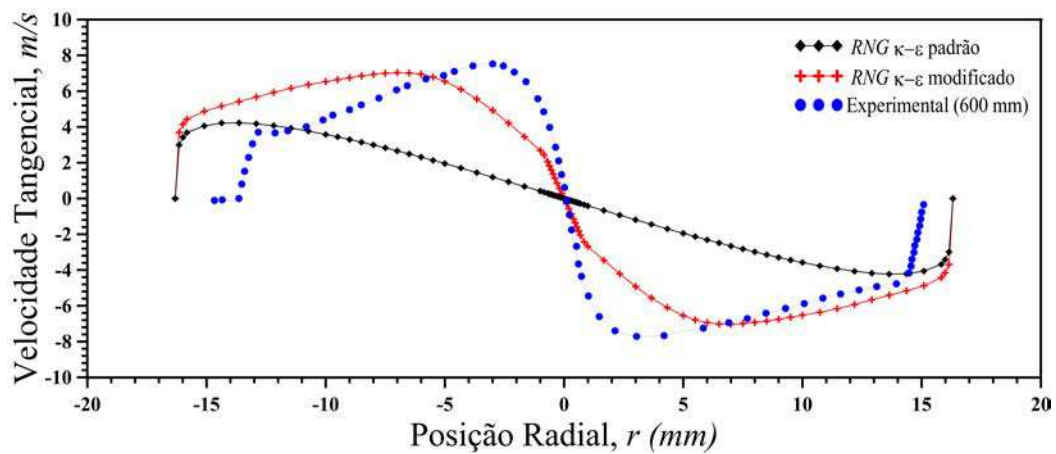
Figura 4.10 - Comparações dos perfis de velocidade axial, obtidos numericamente ( $RNG \kappa-\epsilon$  e  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm e (b) 600 mm.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.11 - Comparações dos perfis de velocidade tangencial, obtidos numericamente ( $\kappa$ - $\epsilon$  e  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado) e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 320 mm e (c) 600 mm.

Os resultados apresentados nas Seções 4.1.2.1 e 4.1.2.2 indicam que o modelo  $\kappa-\epsilon$  e *RNG*  $\kappa-\epsilon$  padrão apresentam uma maior discrepância com relação as velocidades axiais e tangenciais medidas experimentalmente por Marins (2007). Por outro lado, ao se adotar os efeitos da curvatura nesses modelos de turbulência, os modelos de turbulência  $\kappa-\epsilon$  modificado e *RNG*  $\kappa-\epsilon$  modificado apresentaram, uma melhora bastante significativa na previsão do componente das velocidades axiais e tangenciais. Na próxima seção é feita uma comparação entre estes dois modelos visando averiguar quem proporciona melhor previsão.

#### 4.1.2.3 Modelo $\kappa-\epsilon$ modificado e *RNG* $\kappa-\epsilon$ modificado

Nesta seção apresenta-se uma comparação entre os resultados numéricos empregando os modelos de turbulência  $\kappa-\epsilon$  modificado e *RNG*  $\kappa-\epsilon$  modificado e os reportado experimentalmente por Marins (2007). Estes resultados estão representados nas Figuras 4.14 a 4.18 na forma de perfis de velocidade axial e tangencial ao longo de diferentes posições axial (180, 200, 220, 320, 440 e 600 mm ao longo do hidrociclone conforme ilustra a Figura 3.1.

Os resultados das velocidades axial e tangencial apresentados nas Figuras 4.14 a 4.18 mostram, de uma maneira geral, que o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa-\epsilon$  modificado leva uma vantagem significativa com relação  $\kappa-\epsilon$  modificado na previsão do comportamento apresentado experimentalmente. Ao se observar atentamente os perfis de velocidade axial nota-se que o modelo *RNG*  $\kappa-\epsilon$  modificado proporciona uma melhor previsão na região central, especialmente na posição axial igual a 220 mm. Esta melhor previsão esta relacionado no fato de que o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa-\epsilon$  padrão determina teoricamente as constantes e funções do modelo, enquanto que o modelo  $\kappa-\epsilon$  padrão as determinam de forma empírica. No presente trabalho adotou-se os valores padrão nos dois modelos e foi acrescentado uma correção no termo de produção de turbulência, na qual considera-se os efeitos da curvatura proposto por Spalart e Shur (1997) que está disponível na versão 12 do ANSYS CFX. Todavia, Marins (2007) ressalta que a componente axial no eixo central na seção transversal 220 mm foi subestimada, devido a “impossibilidade” de realizar uma boa medida nesse ponto. Esse autor atribui este fato às imperfeições geométricas e problemas de refração luminosa que poderia ter levado a essas distorções.

Na Figura 4.15(b) pode ser observado nas proximidades do eixo central do hidrociclone que há uma comportamento diferenciado do perfil de velocidade axial me-

dido experimentalmente em comparação as posições axiais ao longo do hidrociclone. Marins (2007) relata que essa redução no pico da componente axial no centro do hidrociclone pode ser explicada devido a proximidade da transição das regiões cônicas de conicidade de  $1^\circ$  para o de conicidade de  $15^\circ$  (trechos  $L_3$  para  $L_2$  na Figura 3.1) que provoca uma rápido aumento da área para o escoamento, proporcionando uma desaceleração do fluido que se dirige em direção a saída superior. Deve-se ressaltar que os modelos de turbulência  $\kappa-\epsilon$  modificado e  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado não conseguiram prever adequadamente o comportamento do perfil axial de velocidade na posição axial igual a 320 mm, conforme relatado por Marins (2007).

Os perfis das componentes de velocidade tangencial obtidos numericamente ( $\kappa - \epsilon$  modificado e  $RNG \kappa - \epsilon$  modificado) mostraram um boa concordância com os dados experimentais de Marins (2007). Mas, as previsões do comportamento foram melhor descrita pelo modelo  $RNG \kappa - \epsilon$  modificado, tanto na região de vortex livre (região central) como na região de vortex forçado (nas proximidade da parede do hidrociclone).

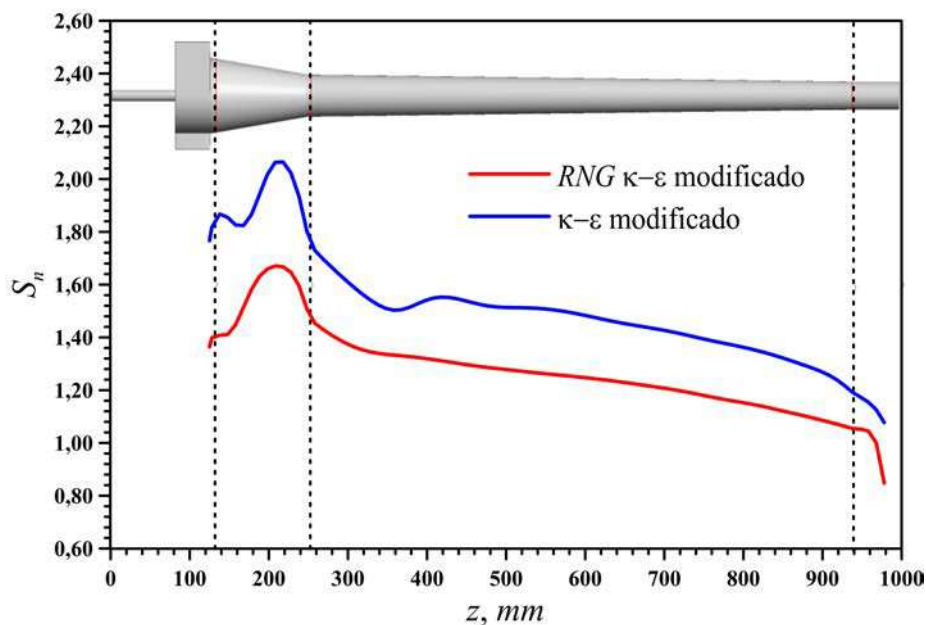


Figura 4.12 - Intensidade turbilhonar média,  $S_n$ , ao longo do hidrociclone

O fato a ser destacado é que os modelos de turbulência, aqui estudados, especialmente o  $RNG \kappa - \epsilon$  modificado, consegue prever a conservação do momento angular

ao longo do hidrociclone, como pode ser observado nas linhas de fluxo representados na Figura 4.13, nas curvas de intensidade turbilhonar,  $S_n$ , ao longo do hidrociclone, Figura 4.12 e a evolução dos perfis de velocidade tangencial ao longo do hidrociclone (Figuras 4.17 e 4.18). Este fato está associado a angulação das paredes do hidrociclone que mantém um valor elevado da componente da velocidade tangencial de modo que a eficiência de separação não sofre redução significativa ao longo do hidrociclone.

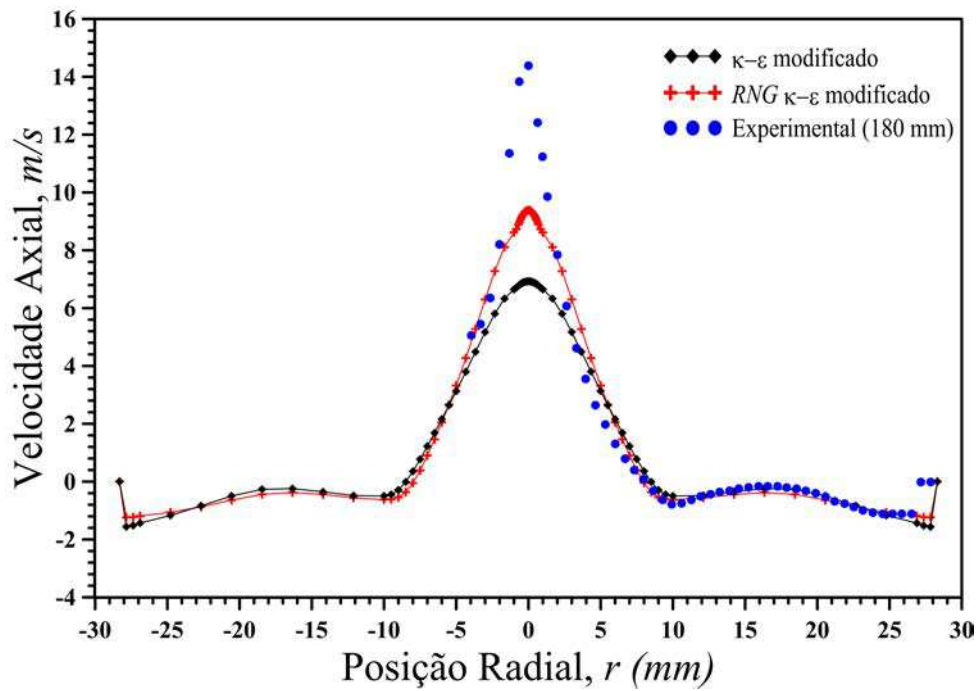


(a)

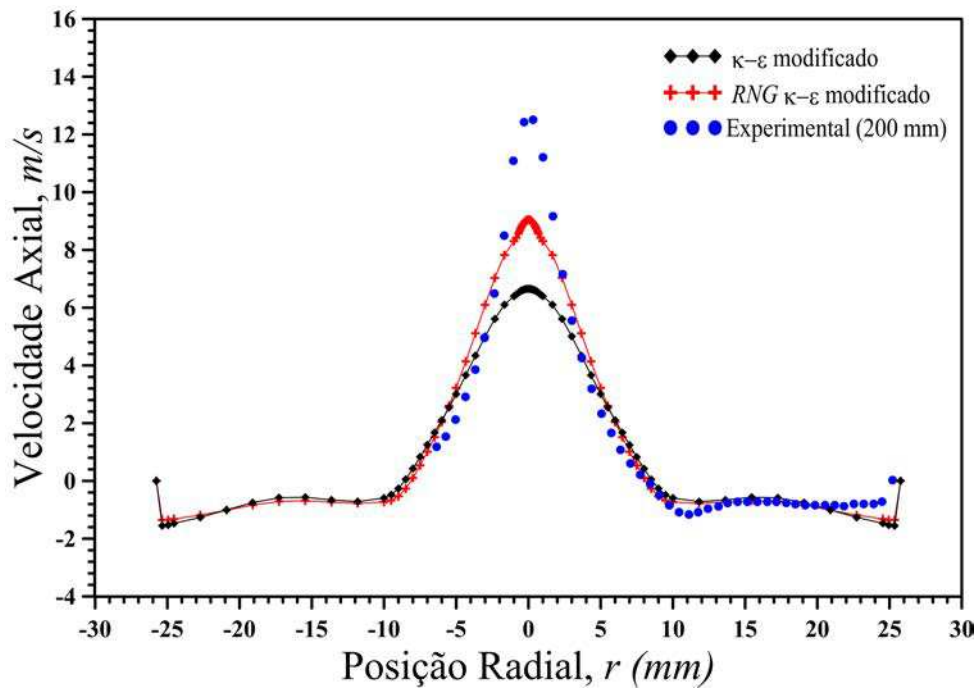


(b)

Figura 4.13 - Linhas de fluxo no interior do hidrociclone. (a) modelo  $\kappa\text{-}\epsilon$  modificado; (b) modelo  $RNG \kappa\text{-}\epsilon$  modificado.

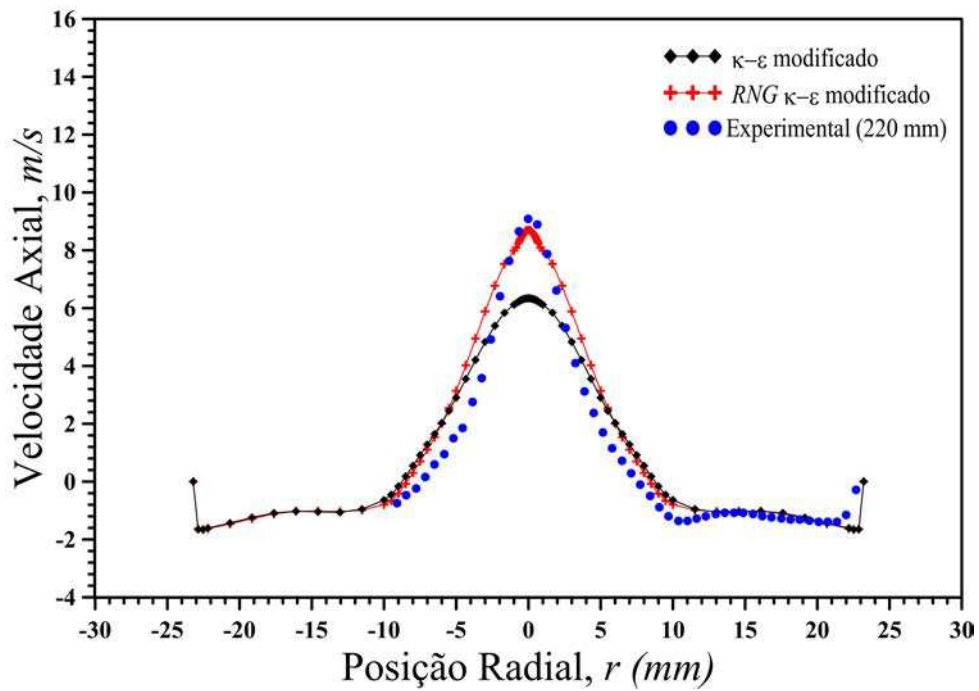


(a)

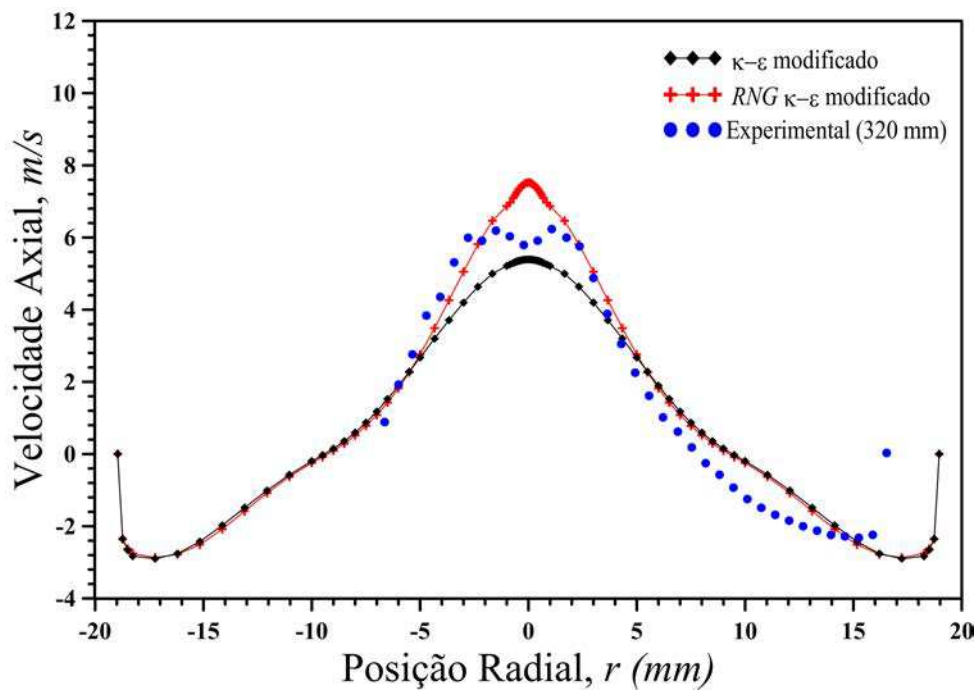


(b)

Figura 4.14 - Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\epsilon$  modificado e  $RNG \kappa\text{-}\epsilon$  modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm.



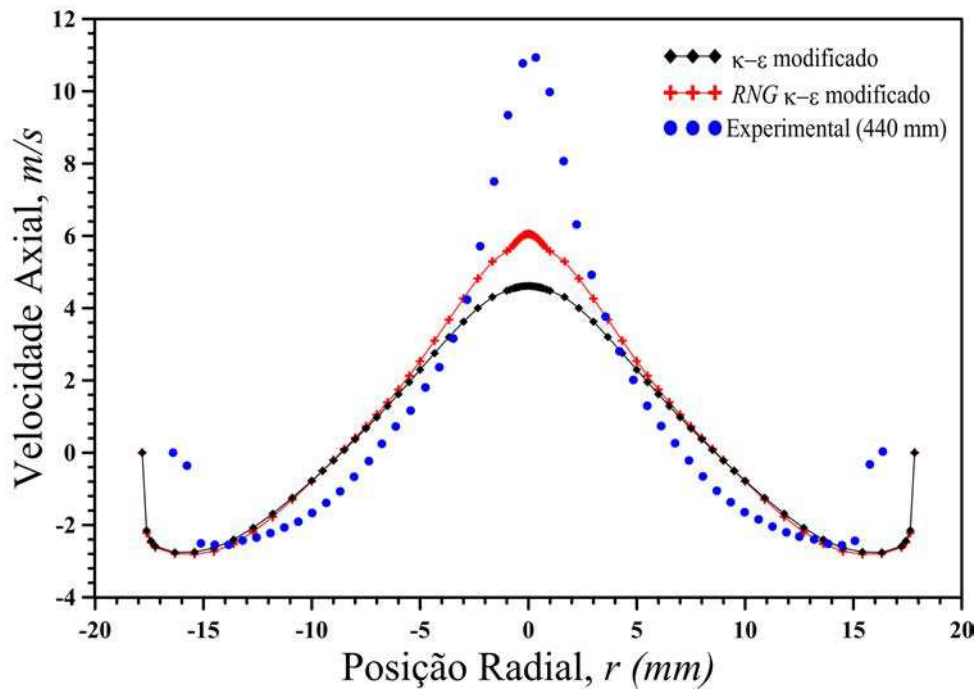
(a)



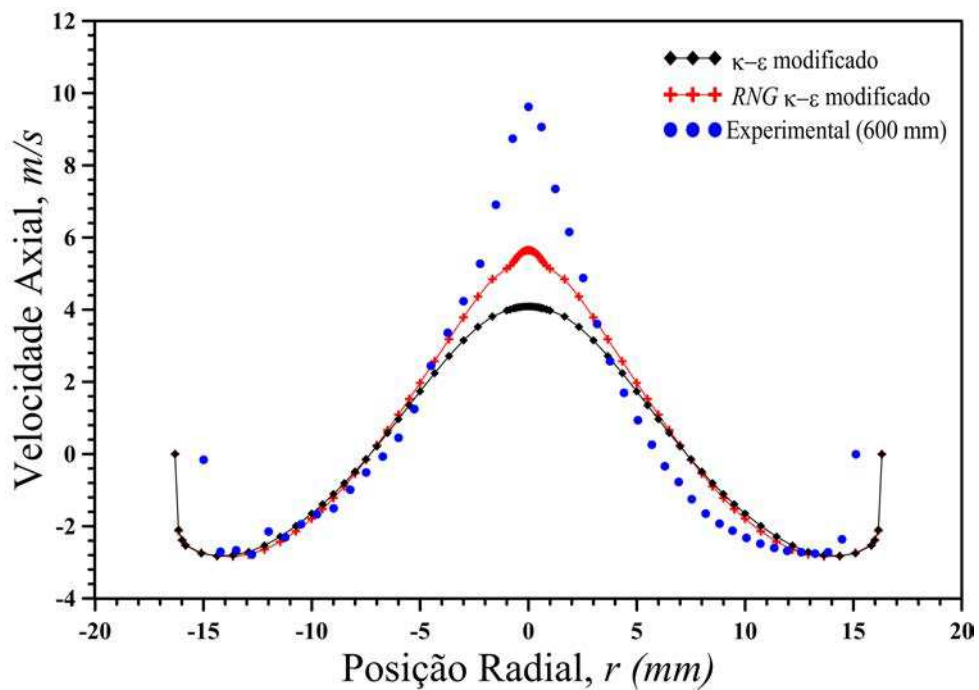
(b)

Figura 4.15 - Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado e *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm.



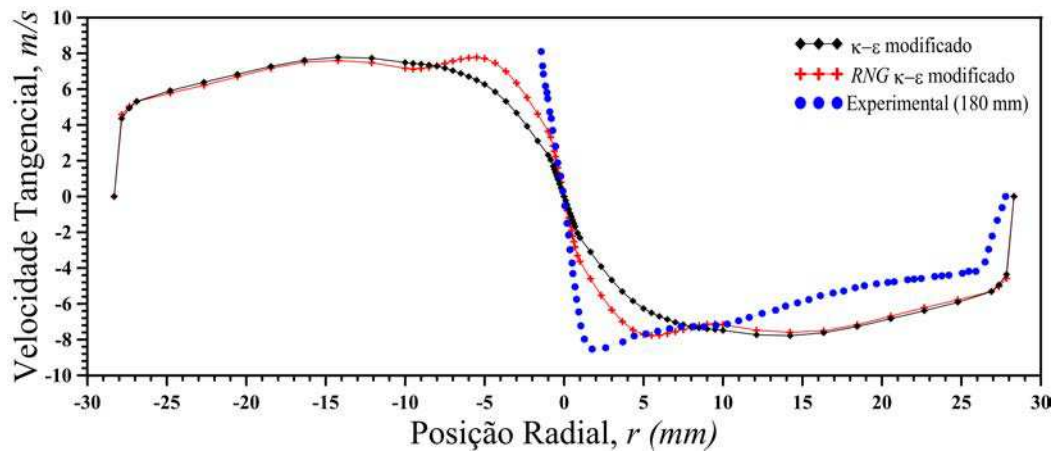


(a)

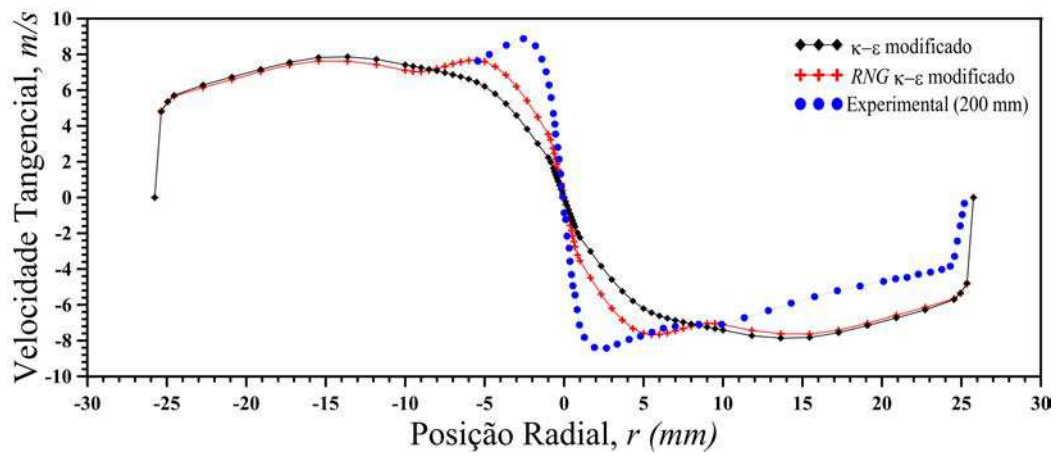


(b)

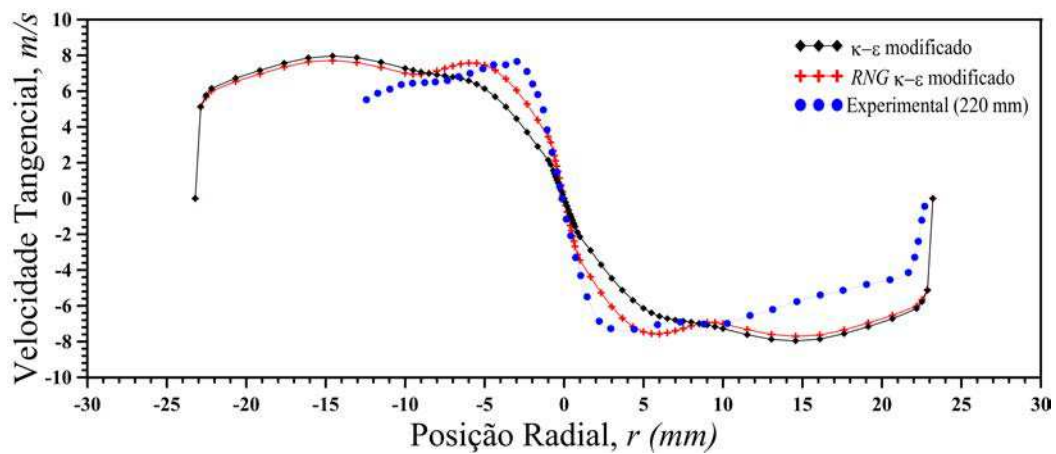
Figura 4.16 - Perfis de velocidade axial obtidos usando o modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\epsilon$  modificado e  $RNG \kappa\text{-}\epsilon$  modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm.



(a)

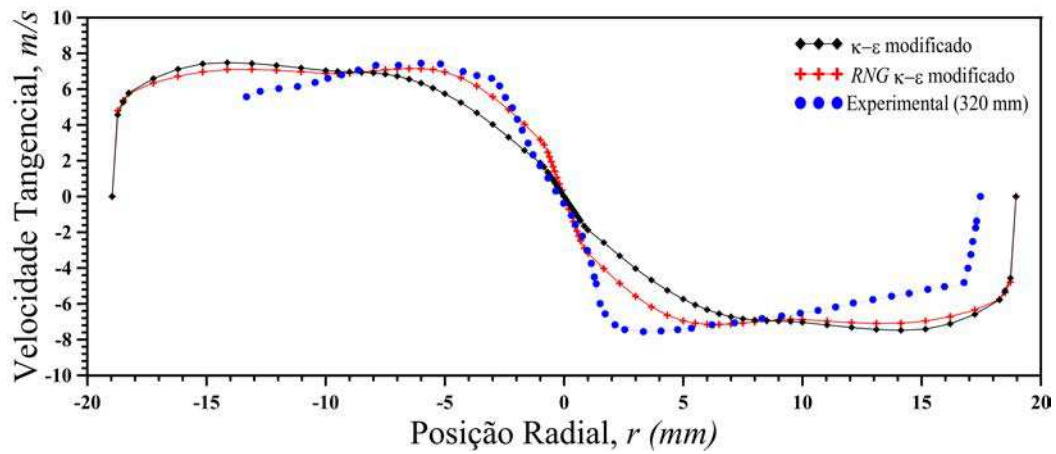


(b)

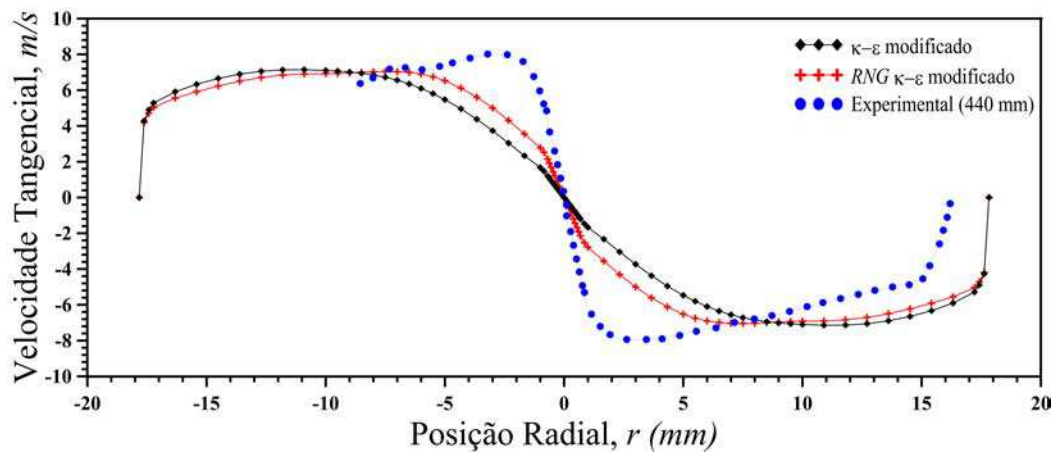


(c)

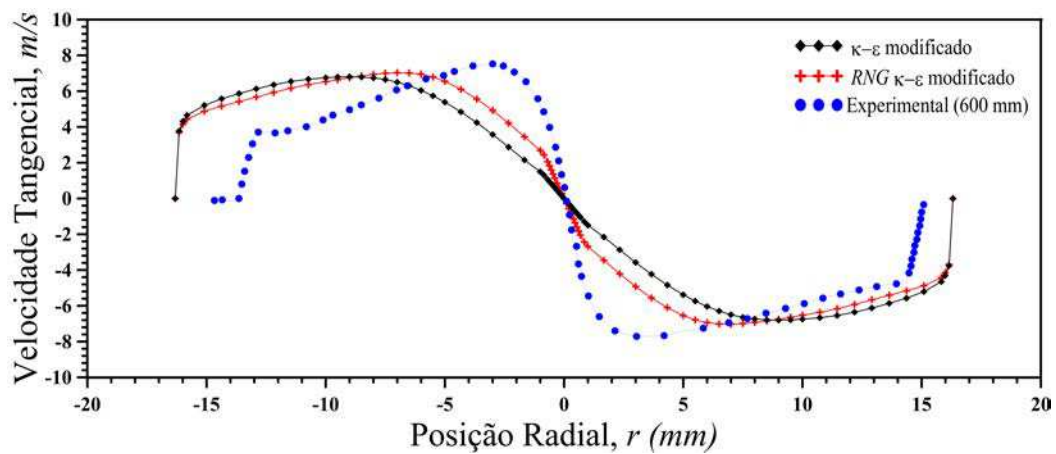
Figura 4.17 - Perfis de velocidade tangencial usando os modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\epsilon$  modificado e  $RNG \kappa\text{-}\epsilon$  modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm, (b) 200 mm e (c) 220 mm.



(a)



(b)



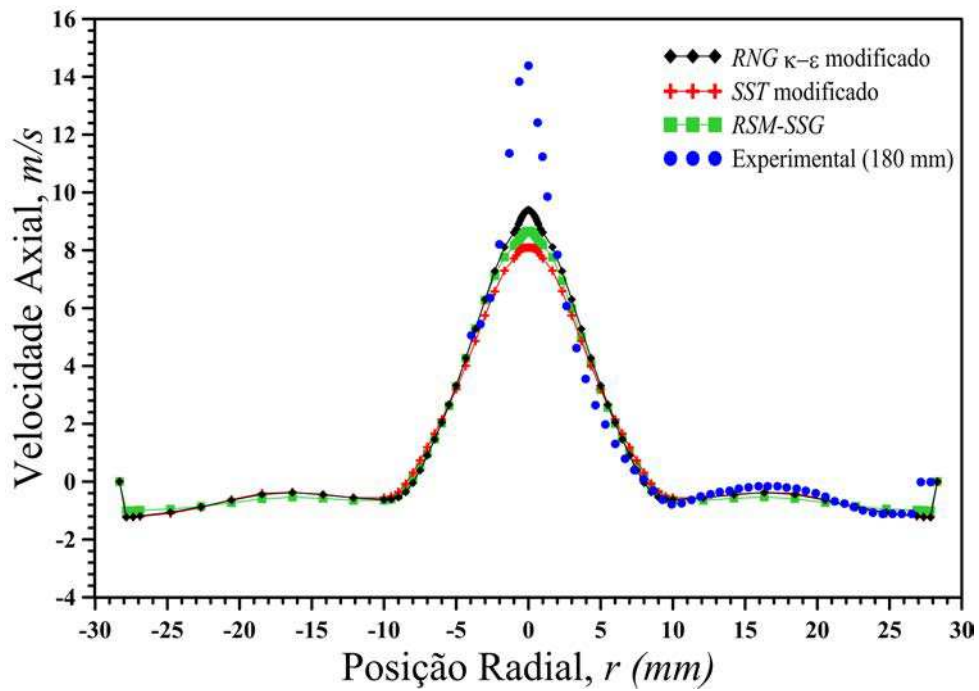
(c)

Figura 4.18 - Perfis de velocidade tangencial usando os modelo de turbulência  $\kappa\text{-}\epsilon$  modificado e  $RNG \kappa\text{-}\epsilon$  modificado e experimentais (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm, (b) 440 mm e (c) 600 mm.

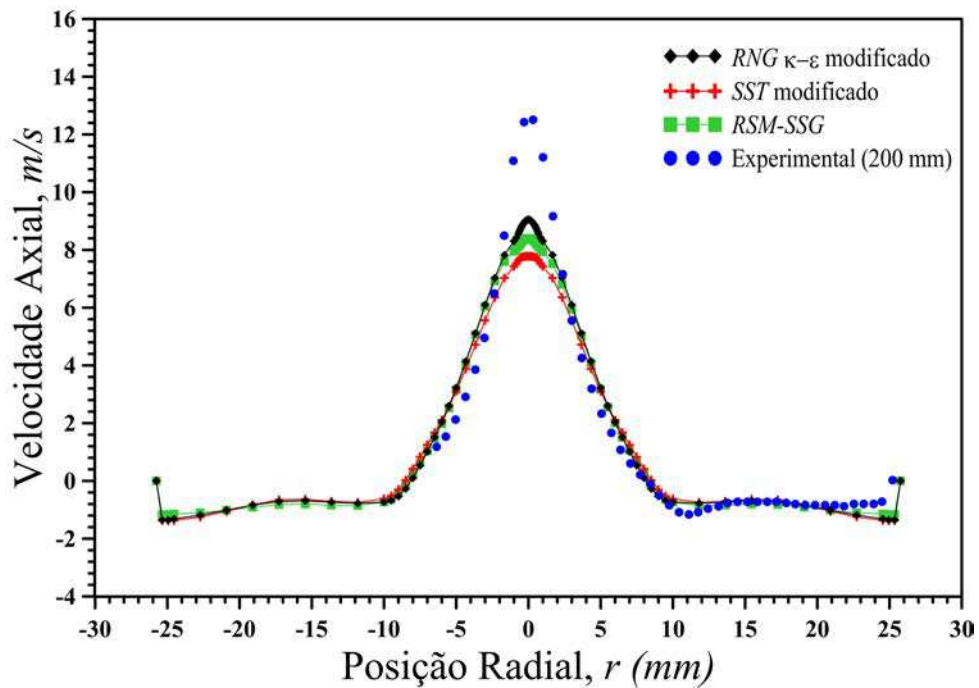
#### 4.1.2.4 Modelo $RNG \kappa-\epsilon$ modificado, $SST$ modificado e $RSM-SSG$

Esta seção tem por objetivo confrontar os resultados numéricos empregando o modelo de turbulência  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado com os modelos  $SST$  (*Shear Stress Transport*) modificado e o  $RSM-SSG$  (*SSG-Reynolds Stress Model*) que de acordo com o que se é reportado na literatura, em especial o  $RSM$ , é um dos modelos de turbulência mais adequado para prever o comportamento em ciclones se comparados com os dados experimentais (WANG; YU, 2006; COKLJAT *et al.*, 2006; RAPOSO, 2008). Neste sentido estão representados nas Figuras 4.19 a 4.23 os perfis de velocidade axial e tangencial em diferentes posições axiais (180; 200; 220; 320; 440 e 600 mm) ao longo do hidrociclone (Figura 3.1). Vale ressaltar que no modelo  $RSM-SSG$  não foi realizada nenhuma modificação das constantes, mostrando a aplicabilidade desta abordagem no estudo do escoamento no interior do hidrociclone.

Ao observar-se as Figuras 4.19 a 4.21, nota-se que os resultados obtidos das simulações numéricas empregando os modelos de turbulência  $RNG-\kappa-\epsilon$  modificado,  $SST$  modificado e  $RSM-SSG$  prevêem muito bem o escoamento ascendente do fluido na região junto ao eixo central em direção a saída superior e do escoamento descendente do fluido próximo as paredes na direção da saída inferior. Evidência, ainda, que há uma aceitável discrepância nos perfis de velocidade axial e tangencial (Figuras 4.22 a 4.23) obtidos numericamente ao se empregar estes modelos de turbulência ( $RNG \kappa-\epsilon$  modificado,  $SST$  modificado e  $RSM-SSG$ ), com exceção nas proximidades do eixo central do hidrociclone e na posição posição axial igual 600 mm onde o modelo  $RSM-SSG$  captura melhor o comportamento experimental em comparação aos modelos  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado e  $SST$  modificado. Como fora observado na seção anterior, os modelos de turbulência utilizados no presente trabalho não chegaram a prever o comportamento do perfil de velocidade nas proximidade do eixo central do hidrociclone medidos experimentalmente por Marins (2007) que, conforme já discutido anteriormente, a redução no pico de velocidade axial nas proximidade do eixo do hidrociclone pode estar relacionado com aproximação da região cônica de conicidade de  $1^\circ$  com a conicidade de  $15^\circ$ . Todavia, nota-se que o modelo de turbulência  $RSM-SSG$  é capaz de perceber a redução no pico da componente de velocidade axial nas proximidades do eixo do hidrociclone, mas numa posição mais afastada da região cônica de conicidade de  $15^\circ$ , ou seja, na posição axial igual a 440 mm, mas apresenta uma discordância considerável com relação as componentes de velocidade axial medidas experimentalmente (MARINS, 2007).

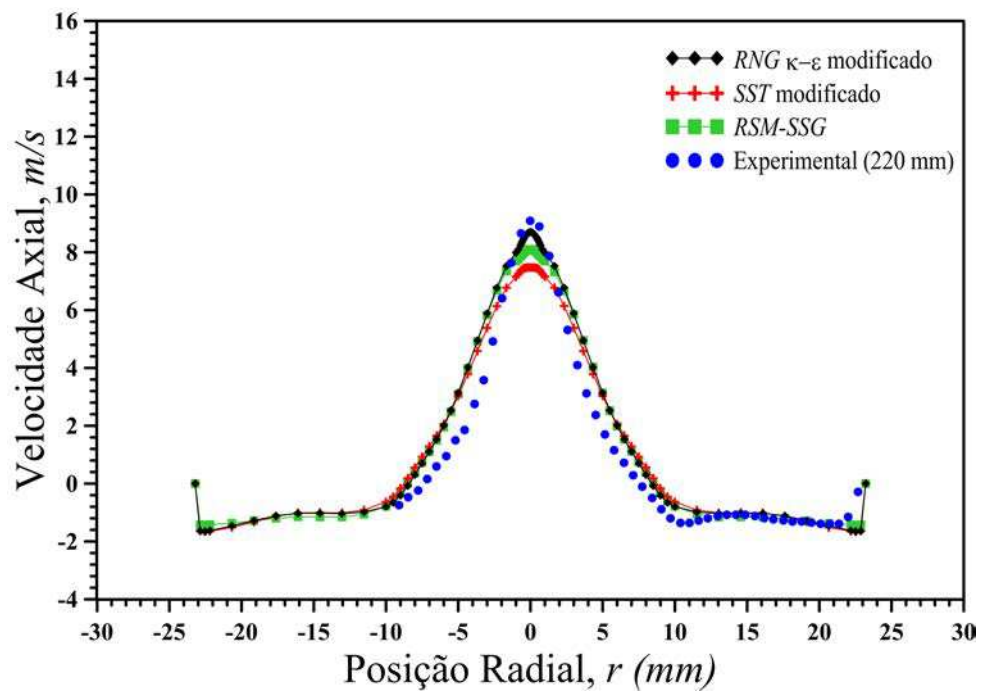


(a)

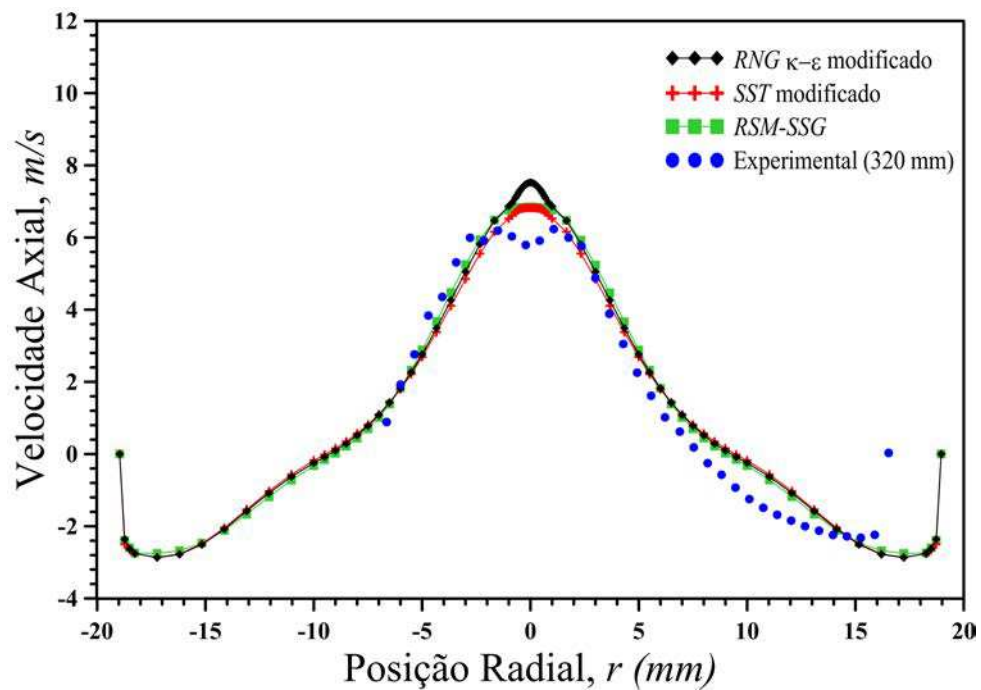


(b)

Figura 4.19 - Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado,  $SST$  modificado e  $RSM-SSG$  e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm.

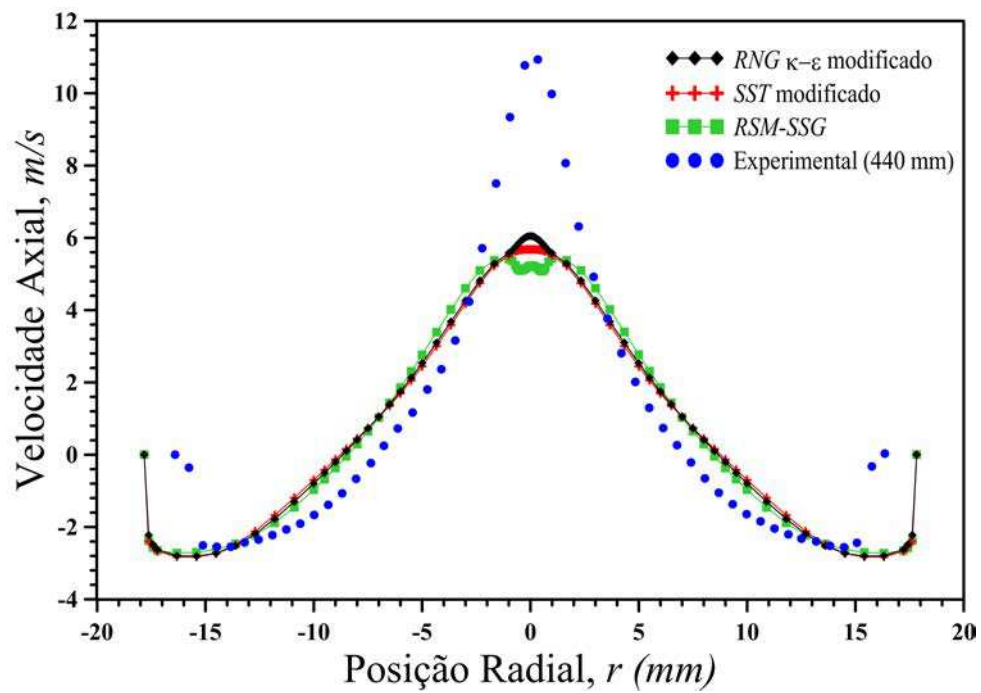


(a)

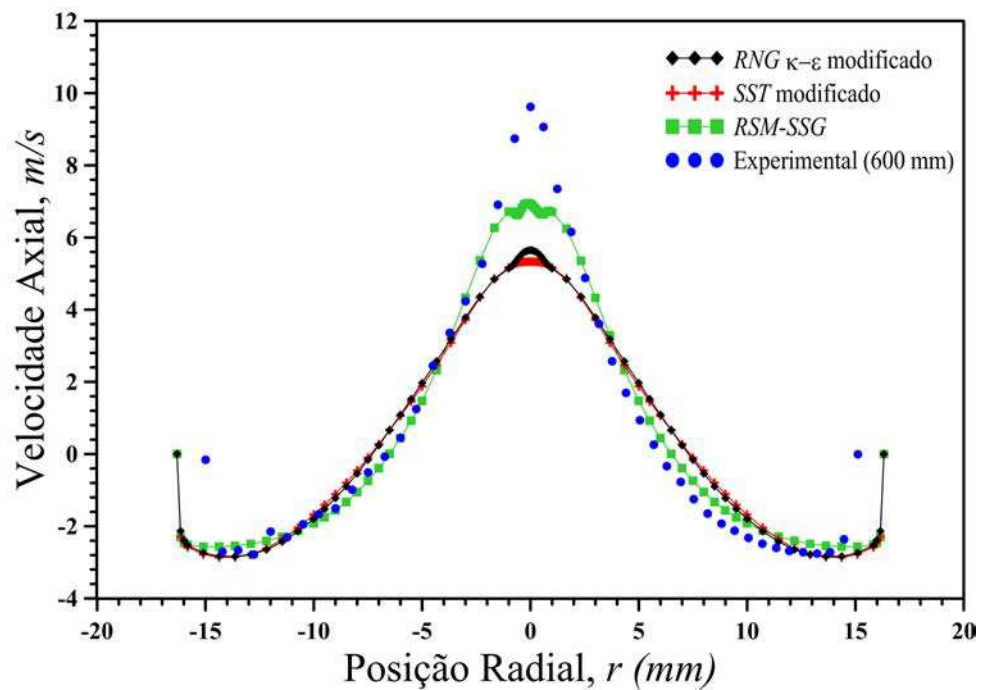


(b)

Figura 4.20 - Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado, *SST* modificado e *RSM-SSG* e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm.

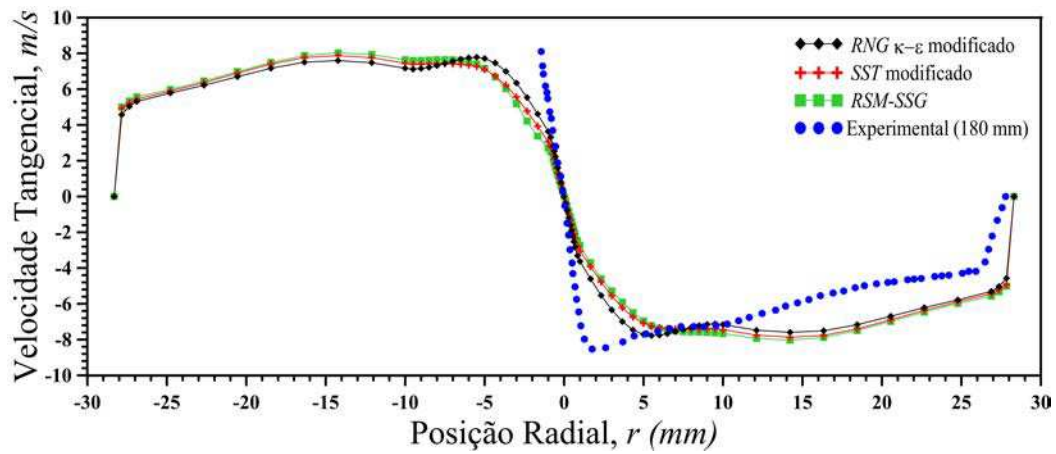


(a)

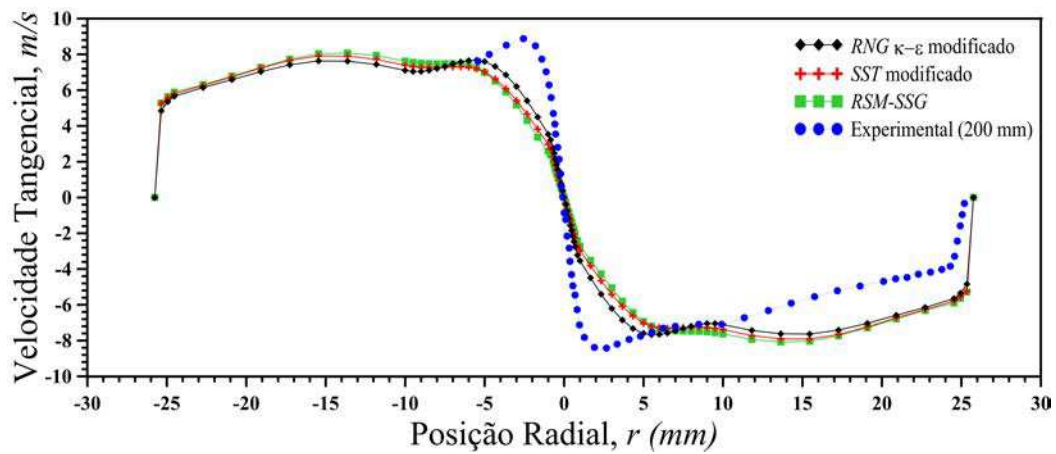


(b)

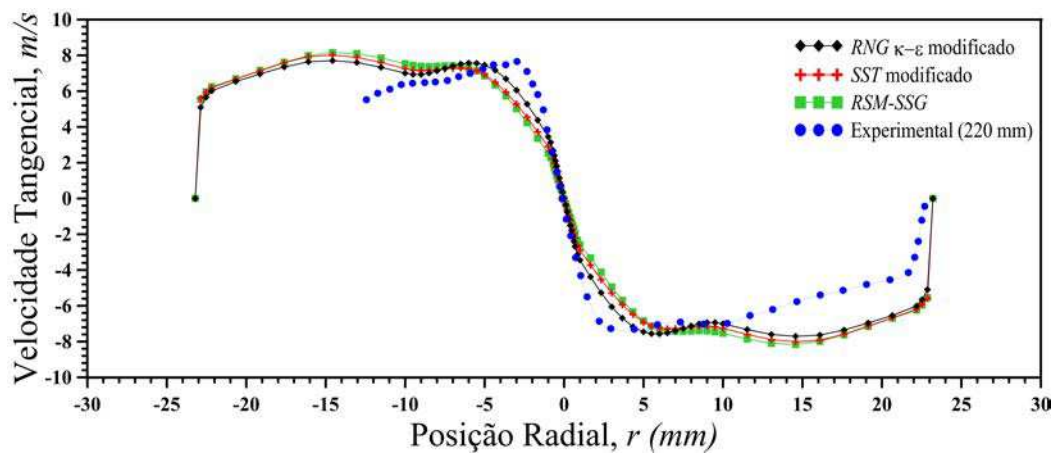
Figura 4.21 - Perfis de velocidade axial usando os modelos de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado, *SST* modificado e *RSM-SSG* e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm.



(a)



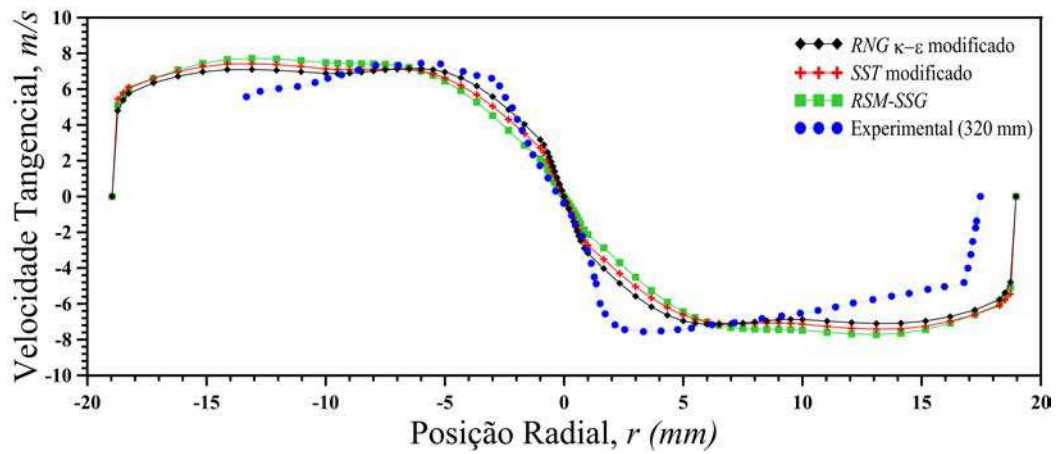
(b)



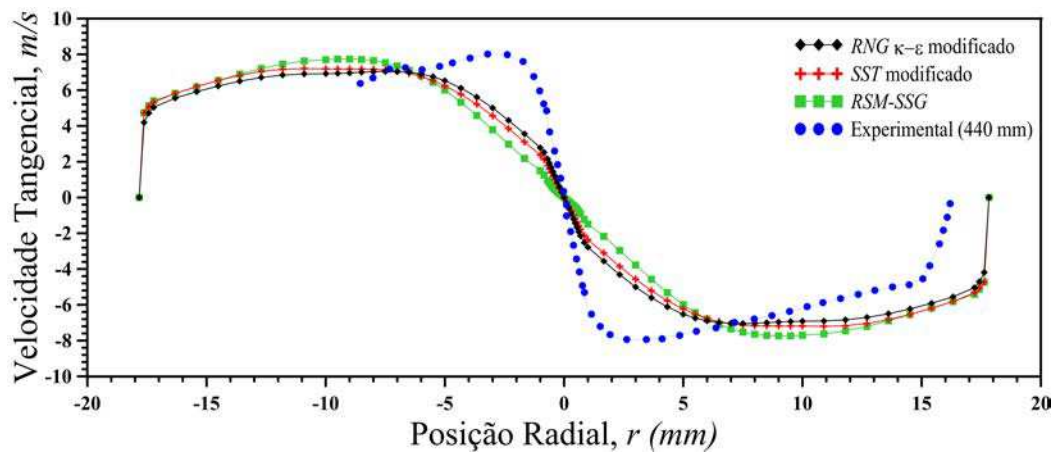
(c)

Figura 4.22 - Perfis de velocidade tangencial usando os modelos de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado, *SST* modificado e *RSM-SSG* e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a)180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm.

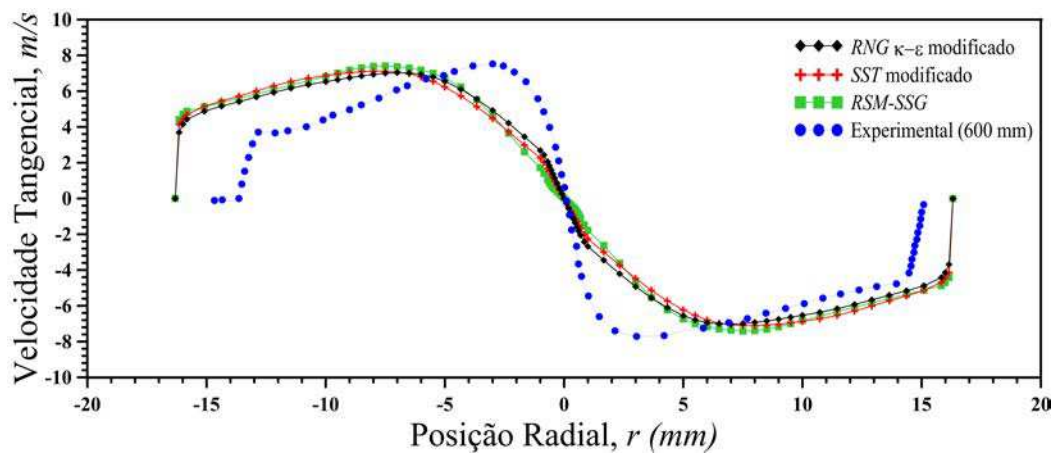




(a)



(b)



(c)

Figura 4.23 - Perfis de velocidade tangencial usando os modelos de turbulência *RNG κ-ε* modificado, *SST* modificado e *RSM-SSG* e experimental (MARINS, 2007) nas posições axiais: (a) 320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm.

#### 4.1.2.5 Performance do hidrociclone para diversos modelos de turbulência

As influências dos modelos de turbulência estudadas no presente trabalho sobre os cálculos do  $DPR$ , queda de pressão e porcentagem de rejeito ao longo do hidrociclone estão apresentados na Tabela 4.2. Estes resultados indicam, de uma maneira geral, que praticamente não há uma influência significativa do modelo de turbulência sobre os resultados das componentes de velocidade axial e tangencial apresentadas na Seção 4.1.2.

Tabela 4.2 - Influência do modelo de turbulência sobre  $DPR$ , queda de pressão e porcentagem de rejeito calculada ao longo do hidrociclone.

Caso	Modelo de turbulência	$DPR$	Queda de pressão (bar)	Porcentagem de rejeito ( $R_{rej}$ )	Erro relativo (%)		
					$DPR$	Queda de pressão	$R_{rej}$
1	$\kappa$ - $\epsilon$ padrão	2,230	0,692	36,758	18,87	28,66	5,02
2	$\kappa$ - $\epsilon$ modificado	2,209	0,705	36,297	17,75	27,32	3,71
3	$RNG$ $\kappa$ - $\epsilon$ padrão	2,277	0,666	37,592	21,38	31,34	7,41
4	$RNG$ $\kappa$ - $\epsilon$ modificado	2,172	0,730	36,895	15,78	24,74	5,41
5	$SST$ modificado	2,145	0,746	37,143	14,34	23,09	6,12
6	$RSM$ - $SSG$	2,103	0,773	36,783	12,10	20,31	5,09
Experimental (Marins, 2010)		1,876	0,930	35,000	-	-	-

#### 4.1.3 Avaliação geométrica (simplificação na seção de alimentação do hidrociclone)

Nesta seção é apresentada uma comparação dos resultados da simulação numérica do escoamento monofásico no hidrociclone adotando a simplificação proposta por Raposo (2008), ou seja, a substituição da entrada involuta (Figura 2.4) por duas entradas tangenciais.

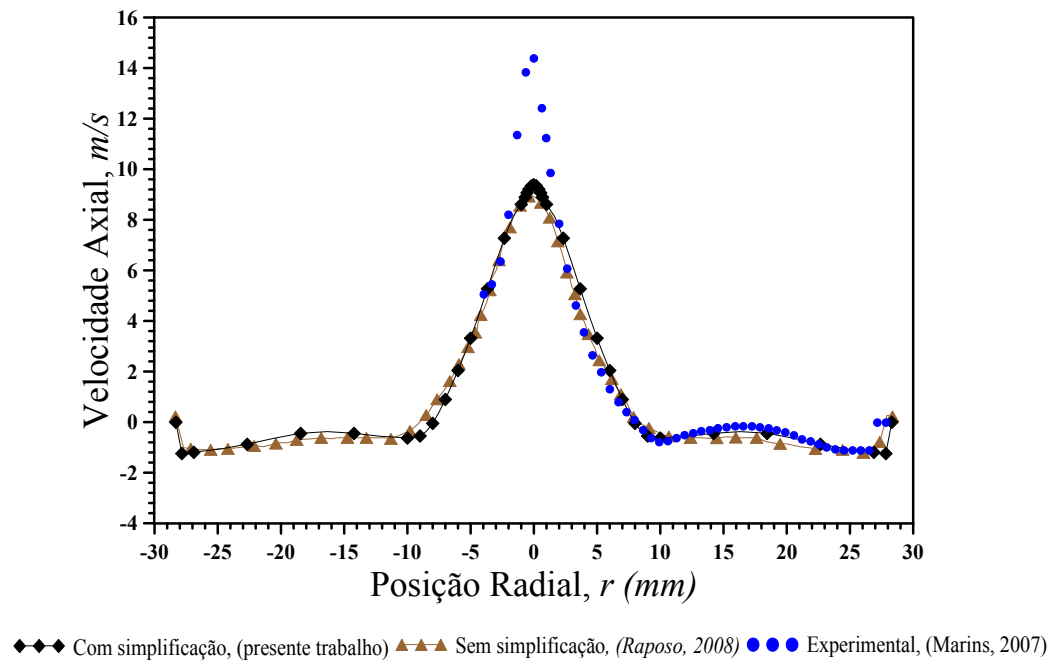
Nas Figuras 4.24 e 4.25 estão representados, respectivamente, os perfis de velocidade axial e tangencial nas posições longitudinais iguais a 180 e 220 mm, referentes ao trabalho experimental de Marins (2007) e numérico de Raposo (2008), estes autores adotam a forma geométrica da seção de entrada idêntica ao experimental, e do presente trabalho, onde é considerado a mesma simplificação adotada por Raposo (2008), substituindo as entradas involuta por duas entradas tangenciais. Ao

se comparar os resultados obtidos, com e sem simplificação na seção de entrada do hidrociclone, tem-se que a distribuição radial da componente axial de velocidade não apresenta praticamente nenhuma diferença (Figura 4.24). Quanto à componente tangencial de velocidade, Figura 4.25, nota-se que, em ambos os casos - com simplificação na seção de entrada (presente trabalho) e sem simplificação (RAPOSO, 2008) - a mesma inclinação do perfil de velocidade na em direção ao centro, mas com valores superestimados. Observa-se uma maior discrepância entre os resultados obtidos por Raposo (2008) com relação aos dados experimentais. Vale salientar que esses autores utilizaram uma malha com 2,8 milhões de volumes de controle, ou seja, aproximadamente 9 vezes mais refinada do que a do presente trabalho. A melhor aproximação obtida da distribuição de velocidade tangencial pode estar relacionada com a utilização da correção do termo de produção que leva em consideração os efeitos da curvatura das paredes do hidrociclone.

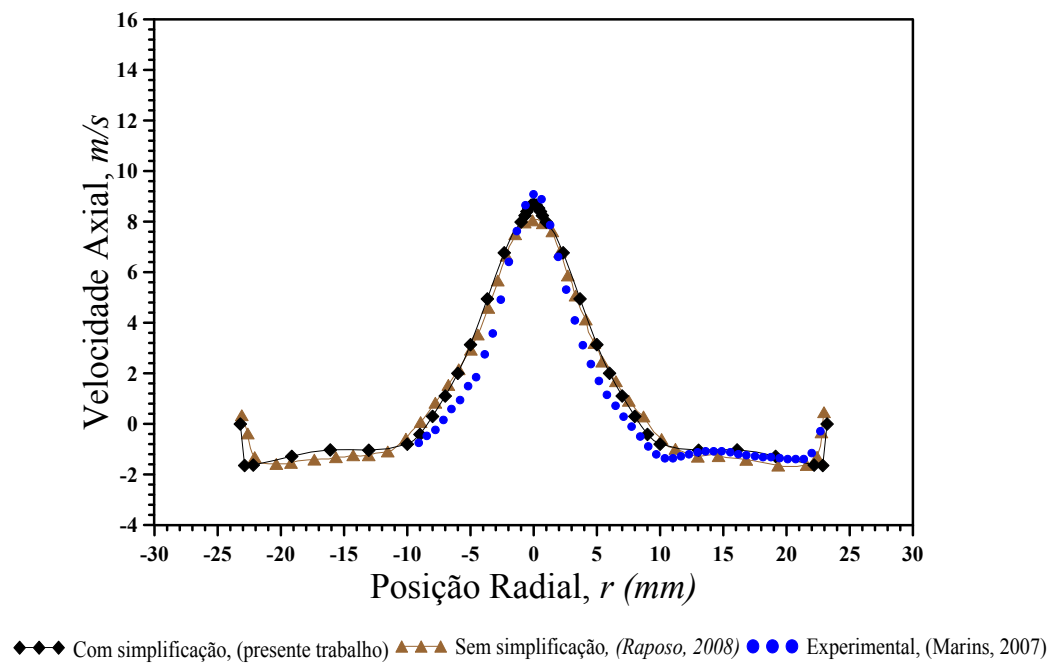
Raposo (2008) adotou a mesma simplificação na seção de entrada feita no presente trabalho e utilizou o código computacional Fluent com uma malha de 1 milhão de volumes de controle. Os resultados desse autor foram confrontados com os do presente trabalho, onde percebeu-se que as componentes de velocidade axial (Figura 4.26) apresentaram praticamente o mesmo comportamento, com exceção na região central onde é observada uma pequena discrepância.

Por outro lado, as componentes tangenciais de velocidade, Figura 4.27, obtidas numericamente superestimam os valores medidos experimentalmente e sendo mais proeminente os obtidos por Raposo (2008), que pode estar relacionado ao fato desse autor não ter levado em consideração o efeito de curvatura no termo de produção no modelo de turbulência.

Na Tabela 4.3 está representada os valores da queda de pressão obtida ao se considerar ou não a simplificação da seção de entrada ou alimentação do hidrociclone, bem como o erro relativo a queda de pressão medida experimentalmente por Marins (2007). Estes resultados põem em evidência que a previsão numérica da queda de pressão no hidrociclone não é afetada ao se considerar ou não mudança na forma de se introduzir o fluido no interior do hidrociclone (por entrada involuta ou por entradas tangenciais), pois não foi encontrada nenhuma diferença nos valores obtidos por Raposo (2008) e no presente trabalho, mantendo-se também o mesmo erro relativo aos dados experimentais de Marins (2007).

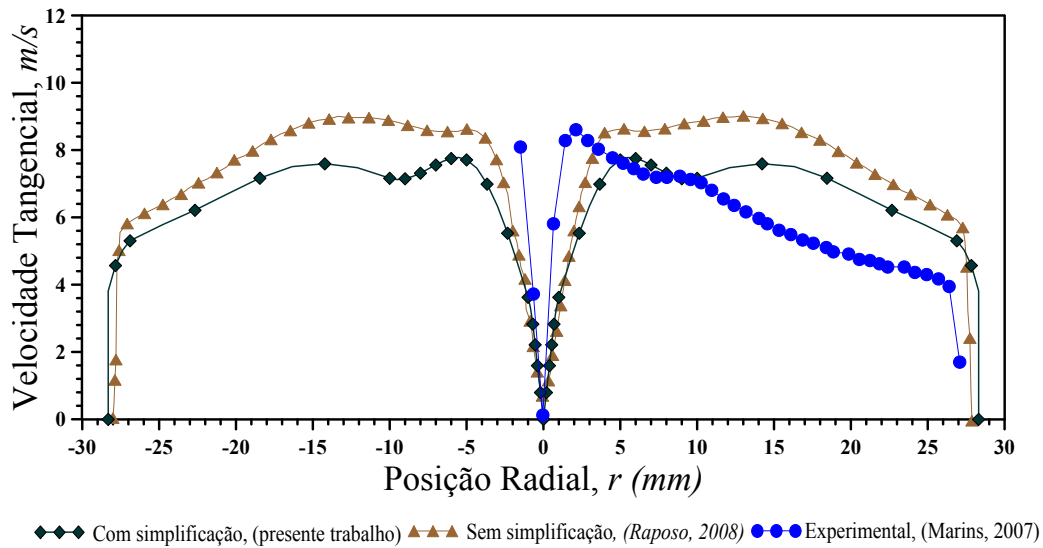


(a)

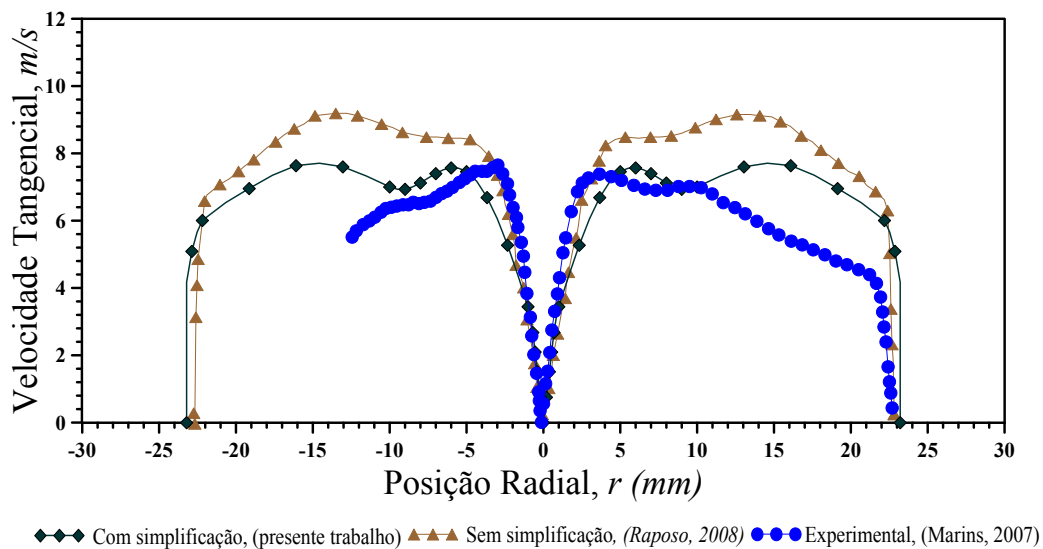


(b)

Figura 4.24 - Comparação dos perfis de velocidade axial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm.

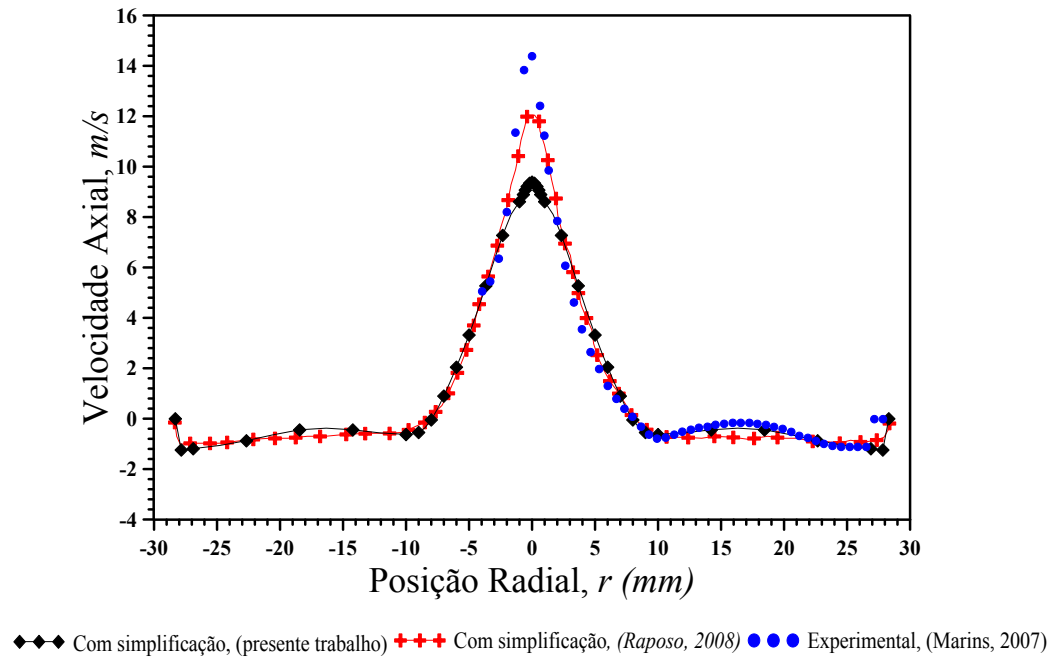


(a)

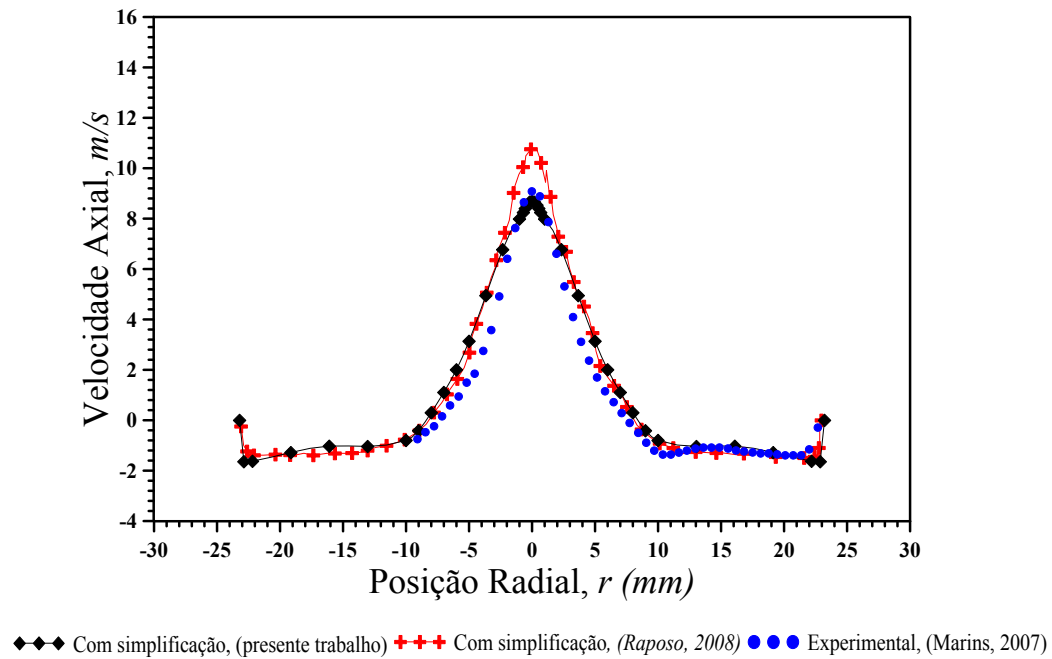


(b)

Figura 4.25 - Comparação dos perfis de velocidade tangencial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm.

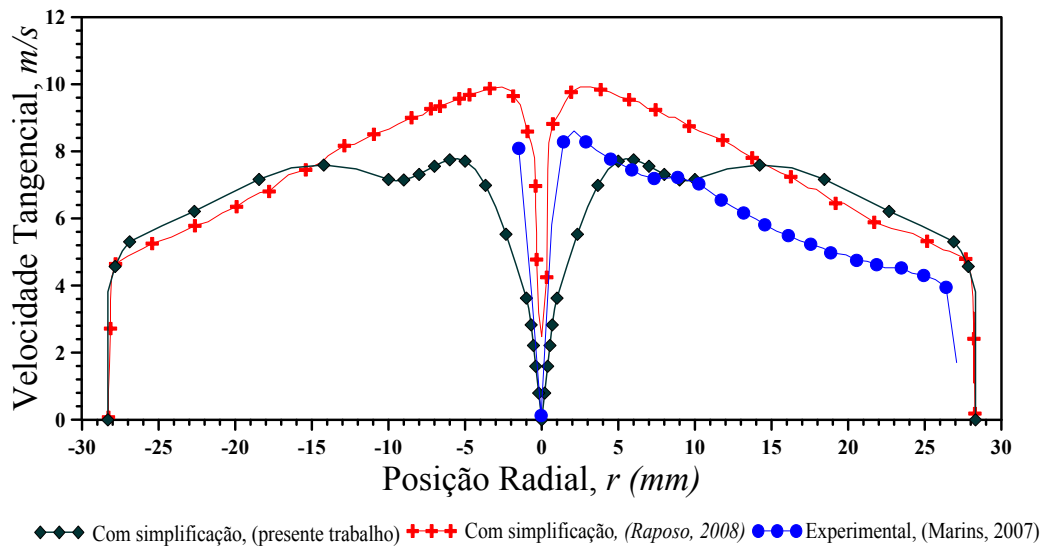


(a)

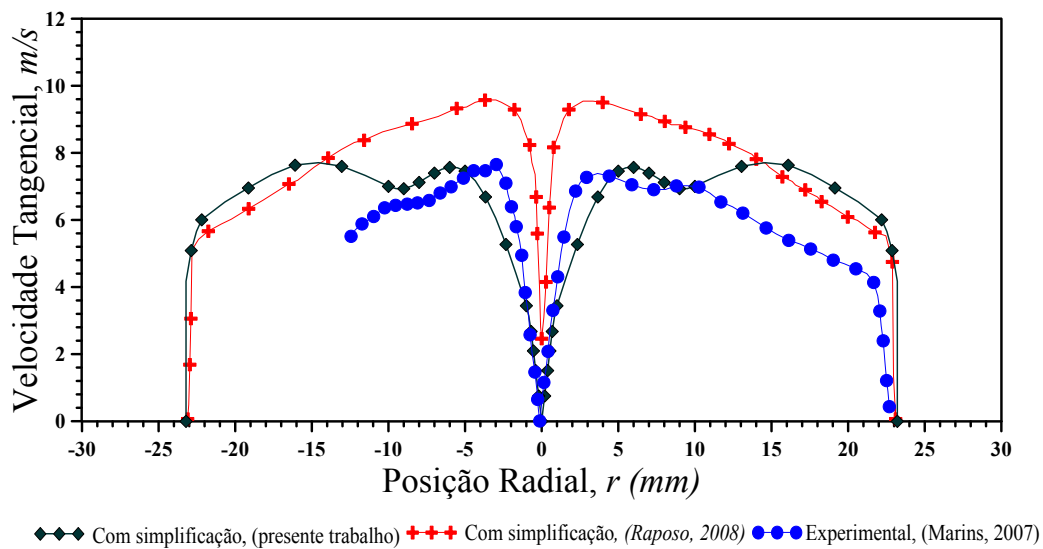


(b)

Figura 4.26 - Comparação dos perfis de velocidade axial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm.



(a)



(b)

Figura 4.27 - Comparação dos perfis de velocidade tangencial do presente trabalho (com simplificação na seção de entrada), Raposo (2008) (sem simplificação na seção de entrada) e Marins (2007) (experimental) nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 220 mm.

Tabela 4.3 - Influência da simplificação na seção de entrada na queda de pressão no hidrociclone.

Caso	Simplificação na seção de entrada	Queda de pressão (bar)	Erro relativo (%)
Presente trabalho	Sim	0,654	4,80
Raposo (2008)	Não	0,654	4,80
Raposo (2008)	Sim	0,631	8,15
Marins (2007)	Não	0,930	–

#### 4.1.4 Avaliação do esforço computacional

Problemas complexos, a exemplo de escoamento multifásico no interior de hidrociclone, emanam em uma quantidade de parâmetros e variáveis físicas a serem manipuladas a partir do estabelecimento de modelos matemáticos robustos que, em geral, recaem em sistemas de equações diferenciais parciais ou ordinárias de elevado número de incógnitas. A solução destas equações demanda a utilização de códigos computacionais apropriados desenvolvidos com auxílio de eficientes métodos numéricos. Esta solução por, sua vez, requer um grande esforço computacional principalmente à medida que se deseje uma solução cada vez mais realista.

O esforço computacional é geralmente medido pelo tempo de processamento para se realizar uma simulação de um problema físico de interesse. O tempo computacional tem mostrado ser fortemente influenciado pela quantidade de elementos ou volumes de controle presentes no domínio físico (geometria) discretizado, conhecido por malha, e pelo número de equações presentes no modelo matemático.

Visando por em evidência estas observações foi representado na Figura 4.28 o tempo computacional em função das três malhas utilizadas no presente trabalho para simular o escoamento monofásico (água) no interior do hidrociclone. Pode ser observado que com o aumento da densidade de elementos da malha há uma elevação considerável do tempo de simulação de 1,9 vezes da malha *M2* (292216 elementos) e 1,2 vezes da malha *M3* (300258 elementos) se comparados com o obtido pela malha *M1* (158898 elementos). Vale ressaltar que estes resultados foram obtidos adotando-se o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado.

Com o objetivo de avaliar se a escolha do modelo de turbulência tem alguma in-



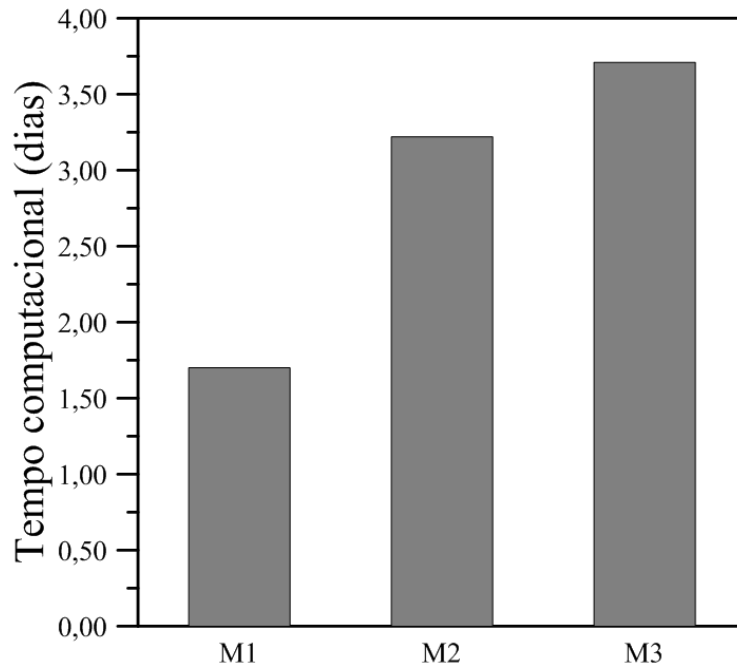


Figura 4.28 - Tempo de processamento para diferentes malhas  $M1$  (158898 elementos),  $M2$  (292216 elementos) e  $M3$  (300258 elementos).

fluência no tempo de simulação foram representados os tempos de processamento obtidos para os diferentes modelos de turbulência utilizados no presente trabalho. A Figura 4.29 expõe o tempo computacional de processamento para obtenção dos resultados do escoamento no interior do hidrociclone ao se empregar os modelos de turbulência estudado no presente trabalho. Os resultados indicam que o modelo de turbulência  $\kappa-\epsilon$  padrão é o que apresenta o menor esforço computacional, enquanto o modelo  $RSM-SSG$  tem o mais elevado. Este esforço computacional maior é recompensado pela qualidade dos resultados obtidos pelo  $RSM-SSG$  se comparado como o modelo  $\kappa-\epsilon$  padrão. Porém, o modelo  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado e  $SST$  modificado apresentam praticamente o mesmo tempo computacional diferindo apenas em 2 s (Tabela 4.4).

Ao se reportar na literatura, por exemplo, os trabalhos de Gimbun *et al.* (2005), Karagoz e Kaya (2007) e Bhaskar *et al.* (2007) relatam que, embora o modelo  $RSM-SSG$  tenha apresentado melhores resultados, estes autores adotaram o modelo de turbulência  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado, aplicando modificação nos parâmetros do modelo de turbulência, para estudo em seus trabalhos devido ao baixo custo computacional (baixo tempo computacional) e maior robustez (fácil convergência).

Tabela 4.4 - Esforço computacional associado à influência dos modelos de turbulência.

Caso	Modelo de turbulência	Tempo computacional em processamento				
		Dias	Horas	Minutos	Segundos	Total (s)
1	$\kappa$ - $\epsilon$ padrão	0	18	53	30	$6,801 \times 10^4$
2	$\kappa$ - $\epsilon$ modificado	1	11	0	39	$1,260 \times 10^5$
3	<i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ padrão	1	2	11	51	$9,431 \times 10^4$
4	<i>RNG</i> $\kappa$ - $\epsilon$ modificado	2	29	20	23	$2,78 \times 10^5$
5	<i>SST</i> modificado	2	29	20	30	$2,784 \times 10^5$
6	<i>RSM-SSG</i>	4	18	51	48	$4,135 \times 10^5$

Com base nestas informações e os resultados apresentados e analisados nesta seção 4.1.2 adotou-se no presente trabalho o modelo de turbulência *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  com modificação no termo de produção de turbulência em que se leva em consideração os efeitos de curvatura proposto por Spalart e Shur (1997) dada pela Equação (2.19) que permite capturar os efeitos das curvaturas das linhas de corrente e forças de campo relevantes no escoamento no interior do hidrociclone.

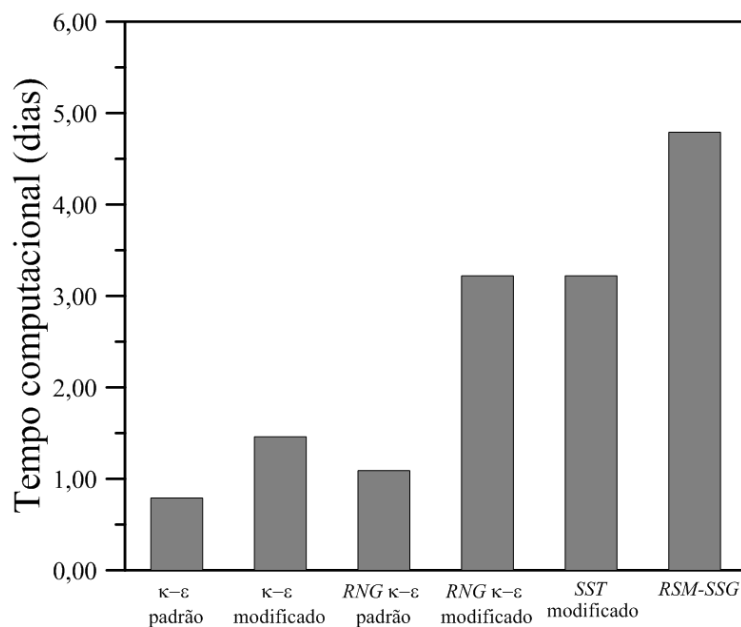


Figura 4.29 - Tempo de processamento para diferentes modelos de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão e modificado, *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  padrão e modificado, *SST* modificado e *RSM-SSG*.

Como um dos objetivos do presente trabalho é estudar o processo de separação água-óleo-areia e/ou gás utilizando o hidrociclone foram realizadas algumas simulações visando avaliar se os recursos computacionais disponibilizados nos Laboratórios de Pesquisa em Fluidodinâmica e Imagem (LPFI) e o Laboratório Computacional de Térmica e Fluidos (LCTF) viabilizaria a avaliação dos resultados com rapidez, baixo custo e confiabilidade. Os resultados destas simulações estão apresentados na Figura 4.30. Nesta figura estão representados os tempos de processamento para os escoamentos monofásico (água), bifásico (água-óleo), trifásico (água-óleo-areia) e tetrafásico (água-óleo-areia-gás) utilizando a malha com 158844 elementos ( $M1$ ) e o modelo de turbulência  $RNG \kappa-\epsilon$  modificado.

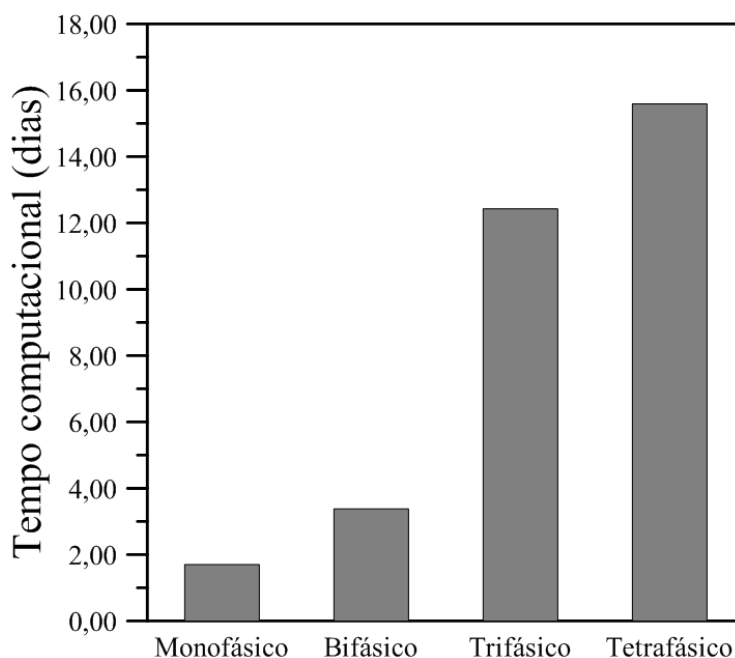


Figura 4.30 - Tempo de processamento para diferentes tipos de escoamentos empregando a malha  $M1$ (158844 elementos): monofásico (água), bifásico (água-óleo), trifásico (água-óleo-areia) e tetrafásico (água-óleo-areia-gás).

Os resultados apresentados na Figura 4.30 indicam que ao se introduzir uma segunda fase (óleo) para formação de um escoamento bifásico (água-óleo), sendo considerada a água como a fase contínua e o óleo a fase dispersa na forma de gotículas, houve praticamente uma duplicação no tempo de processamento indicando, assim, um maior esforço computacional para prever o comportamento físico

do problema. Por outro lado, para os casos tri e tetrafásicos observou-se um aumento de aproximadamente 7,3 e 9,2 vezes, respectivamente, se comparado com o escoamento monofásico. Deve-se salientar que estas grandezas podem variar dependendo de outros parâmetros que se utilizem para representar melhor a física do problema (coeficiente de arrasto, se há ou não transferência de massa entre as fases, se é considerado ou não o efeito da temperatura sobre o escoamento, entre outros parâmetros).

Ao se repetir o procedimento para as malhas  $M2$  (292144 elementos) e  $M3$  (300204 elementos), mais especificamente para os escoamentos tri e tetrafásicos não foi possível obter resultados em virtude da limitação de memória dos equipamentos (computadores) disponibilizados e utilizados no presente trabalho. No entanto, os resultados apresentados e discutidos na Seção 4.1.1 indicam uma pequena variação dos perfis de velocidade axial e tangencial ao se utilizar a malha  $M1$  (158844 elementos) quando comparados com os dados experimentais disponibilizados no trabalho de Marins (2007) e, especialmente, se comparados com os resultados apresentados com as malhas mais refinadas. Ou seja, o esforço computacional exigido pelas malhas  $M2$  e  $M3$  não justificaria, a princípio, a utilização destas malhas nas simulações dos processos de separação, especialmente, para os casos tri e tetrafásicos a serem analisados no presente trabalho.

## 4.2 Avaliação dos aspectos geométricos sobre o comportamento no escoamento do hidrociclone

Nesta seção serão apresentados e discutidos os efeitos das modificações geométricas sobre o comportamento do fluido no interior do hidrociclone. As seguintes configurações foram estudadas:

- Hidrociclone com uma ou duas entradas;
- Hidrociclone com e sem o *vortex finder*;
- Combinações entre estas modificações.

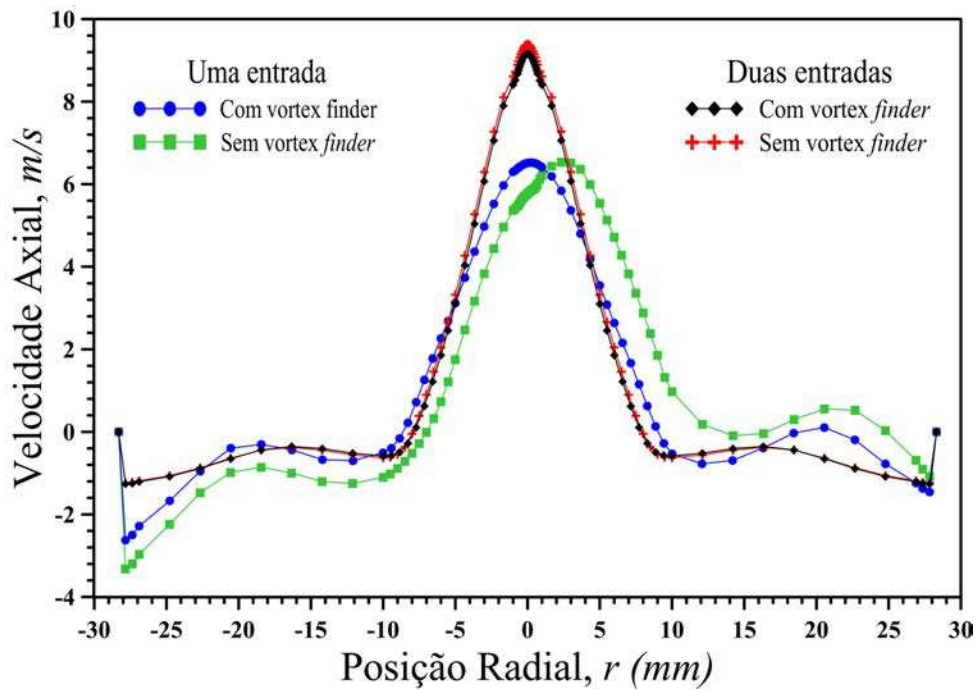
### 4.2.1 Influência do número de entradas

Nas Figuras 4.31 a 4.35 estão representados os perfis de velocidade axial e tangencial em função da posição radial em diferentes posições ao longo do hidrociclone com

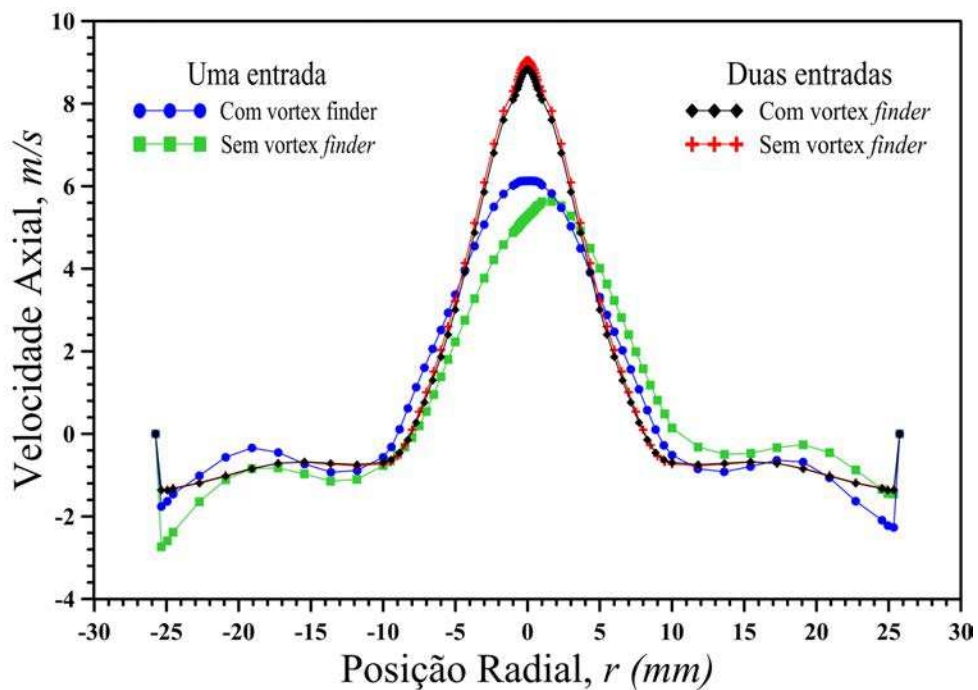
ou sem *vortex finder*, munidos de uma ou duas entradas tangenciais para uma vazão de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ . Os resultados mostraram o quão é dependente estes perfis de velocidade do número de entradas tangenciais no hidrociclone. Nota-se que as componentes de velocidade axial apresentaram valores maiores quando se tem duas entradas, do que aquelas obtidas com o hidrociclone contendo apenas uma única entrada. Este fato é mais proeminente nas proximidades do eixo do hidrociclone. Por outro lado, percebe-se um comportamento diferenciado ao se observar os perfis de velocidade tangencial (Figuras 4.34 e 4.35); esta variável mostra-se mais importante para o caso do hidrociclone com uma única entrada do que quando se tem duas entradas tangenciais e opostas. Isto se deve ao aumento das pressões nas proximidades das paredes cilíndrico-cônica, como pode ser observado nas Figuras 4.36 e 4.37 onde estão representados os campos de pressão nos os planos  $xy$  e  $xz$ , levando-se em consideração os aspectos geométricos estudados (uma ou duas entradas tangenciais e com ou sem o *vortex finder*).

### 4.3 Influência do *vortex finder*

Ao se analisar agora o efeito da presença ou não do *vortex finder* sobre os perfis de velocidade axial e tangencial, percebe-se, de uma maneira geral que, ao se considerar o hidrociclone com duas entradas tangenciais não houve praticamente nenhuma influência sobre o comportamento do fluido como pode ser observado nas Figuras 4.31 a 4.35 e nas Figuras 4.38 a 4.41. Por outro lado ao se usar o hidrociclone com apenas uma única entrada vê-se uma influência significativa da presença ou não do *vortex finder*, tanto nos perfis de velocidade axial como tangencial ao longo do hidrociclone. Ao se observar as Figuras 4.40(c) e 4.40(d) é nítida esta influência sobre o campo de velocidade tangencial nos planos  $xy$  e  $xz$ . Vê-se claramente um comportamento ondulado próximo ao eixo quando não se tem a presença do *vortex finder*. Comportamento semelhante foi igual neste, observando sobre o campo de velocidade axial nos planos  $xy$  e  $xz$  como representadas nas Figuras 4.38 e 4.39

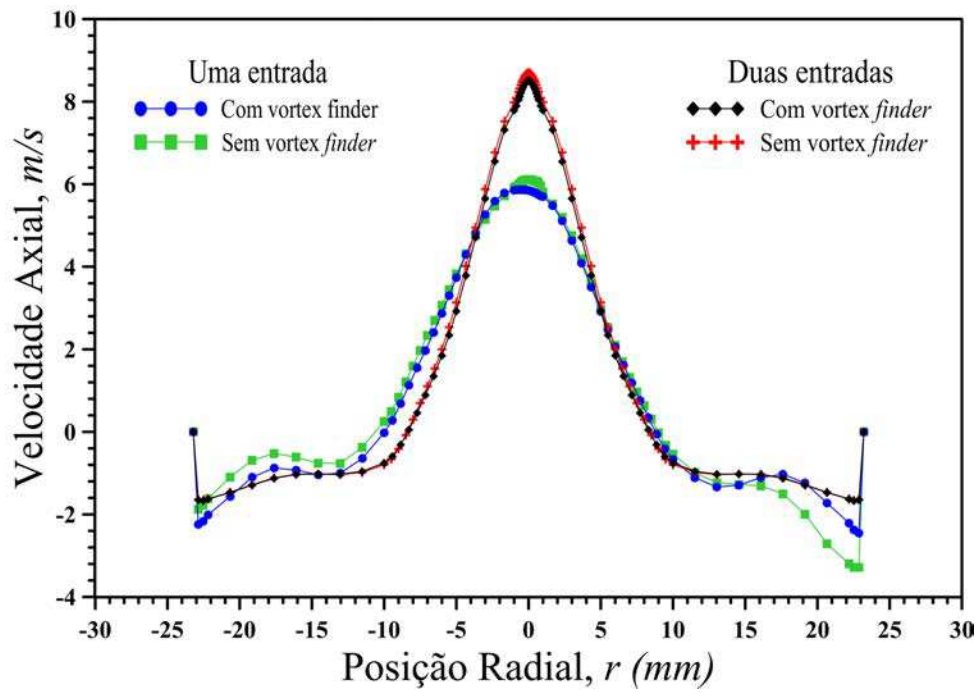


(a)

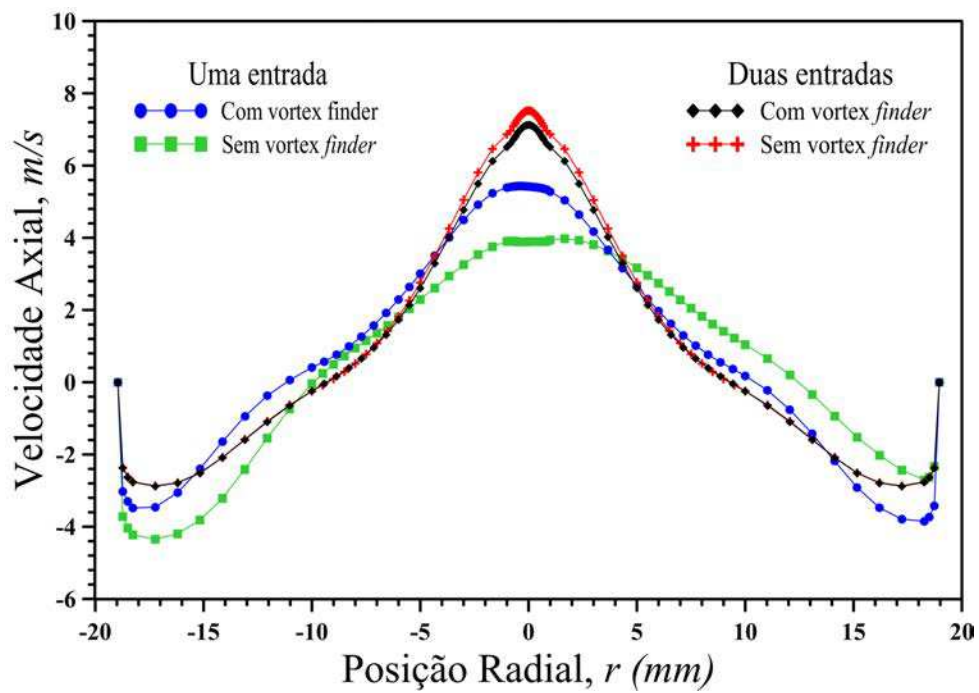


(b)

Figura 4.31 - Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o *vortex finder* munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm e (b) 200 mm.

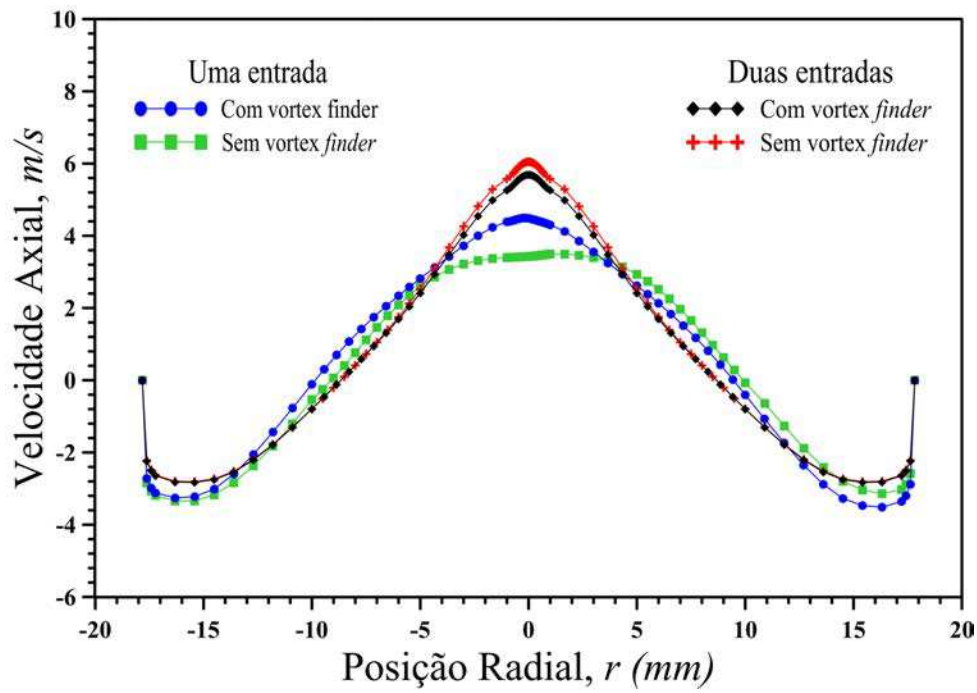


(a)

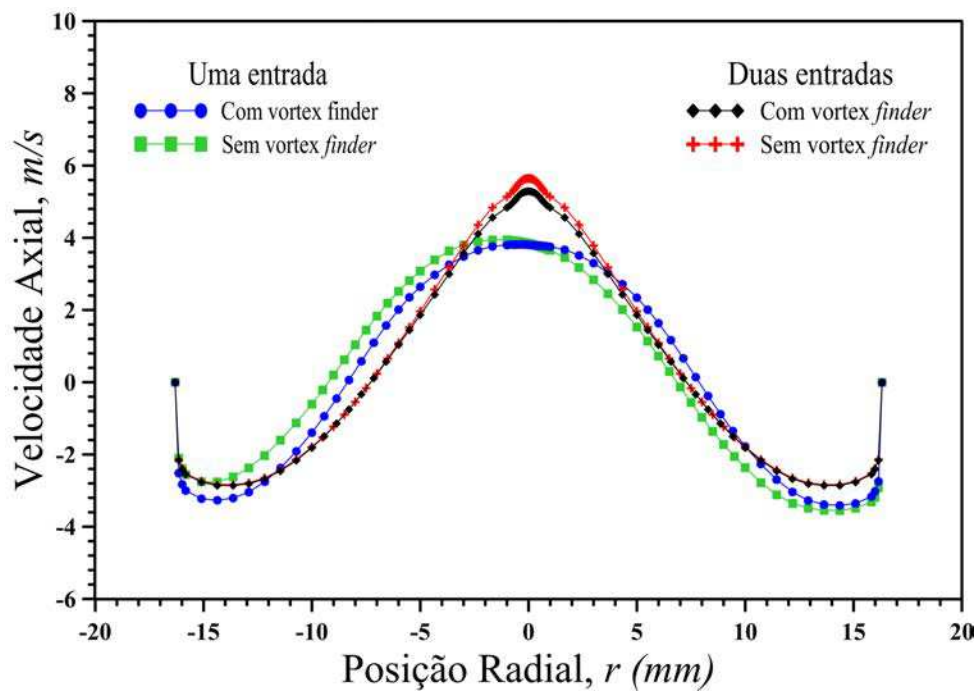


(b)

Figura 4.32 - Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o *vortex finder* munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 220 mm e (b) 320 mm.



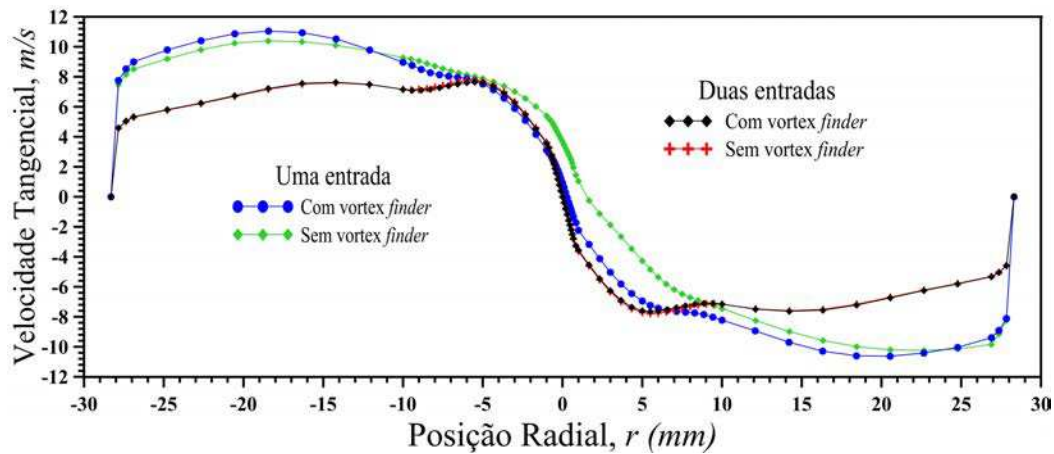
(a)



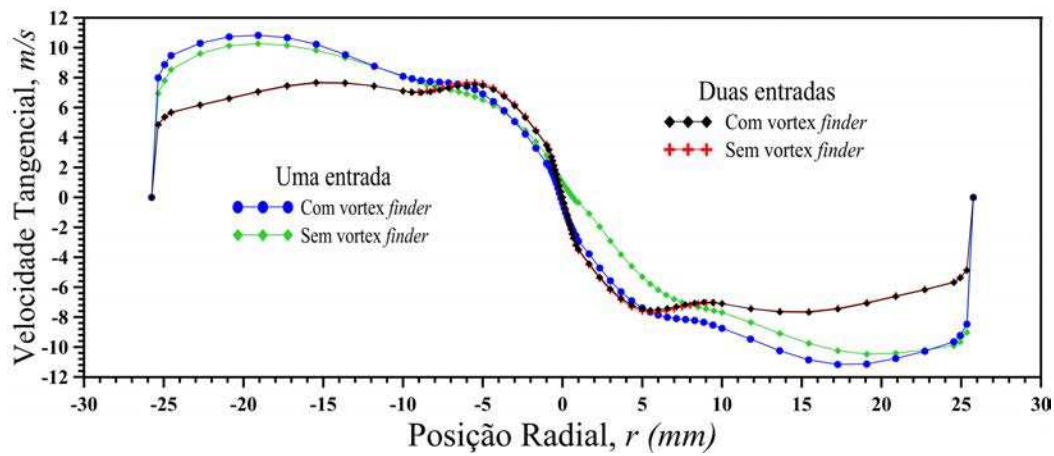
(b)

Figura 4.33 - Perfis de velocidade axial para os hidrociclones com ou sem o *vortex finder* munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 440 mm e (b) 600 mm.

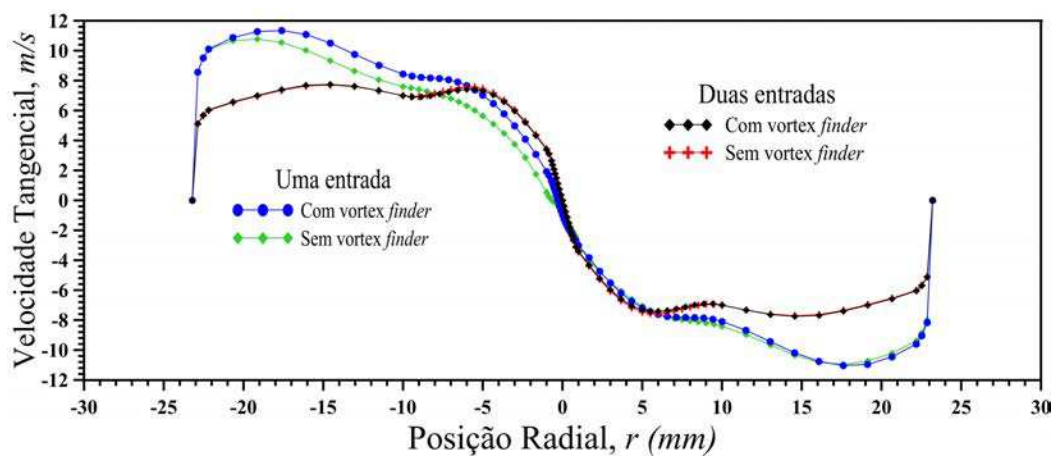




(a)

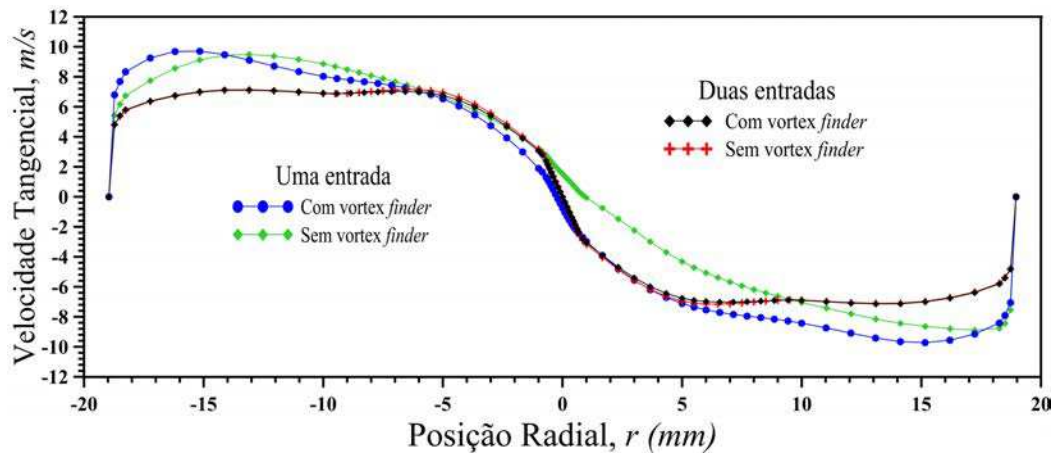


(b)

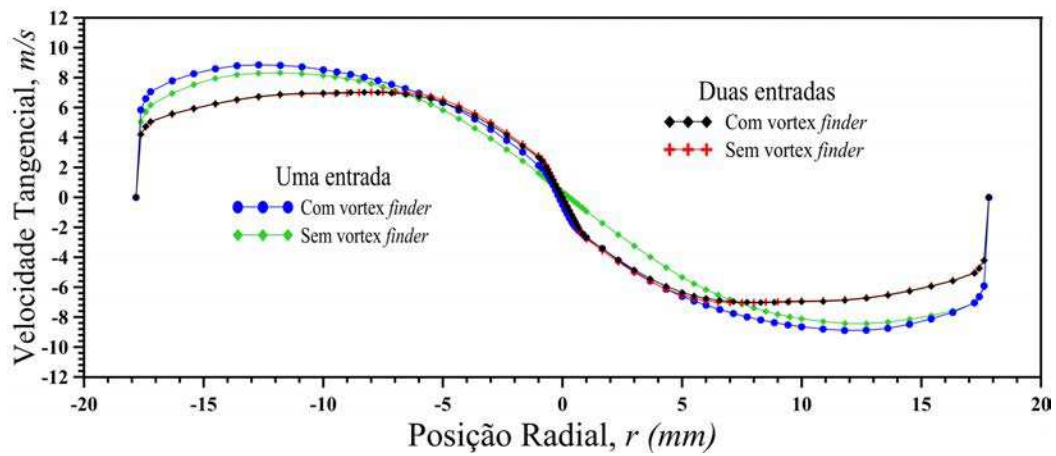


(c)

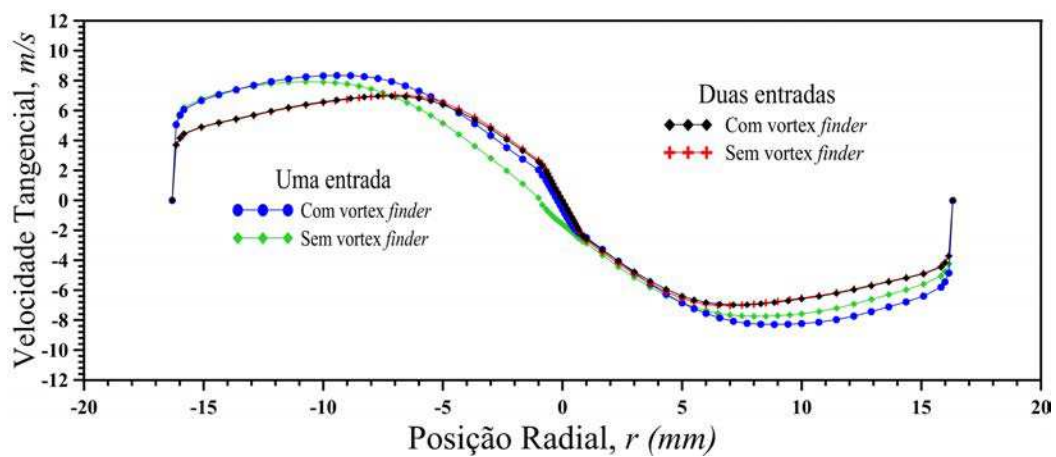
Figura 4.34 - Perfis de velocidade tangencial para os hidrociclones com ou sem o *vortex finder* munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm



(a)



(b)



(c)

Figura 4.35 - Perfis de velocidade tangencial para os hidrociclones com ou sem o *vortex finder* munidos de uma ou duas entradas nas posições longitudinais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm

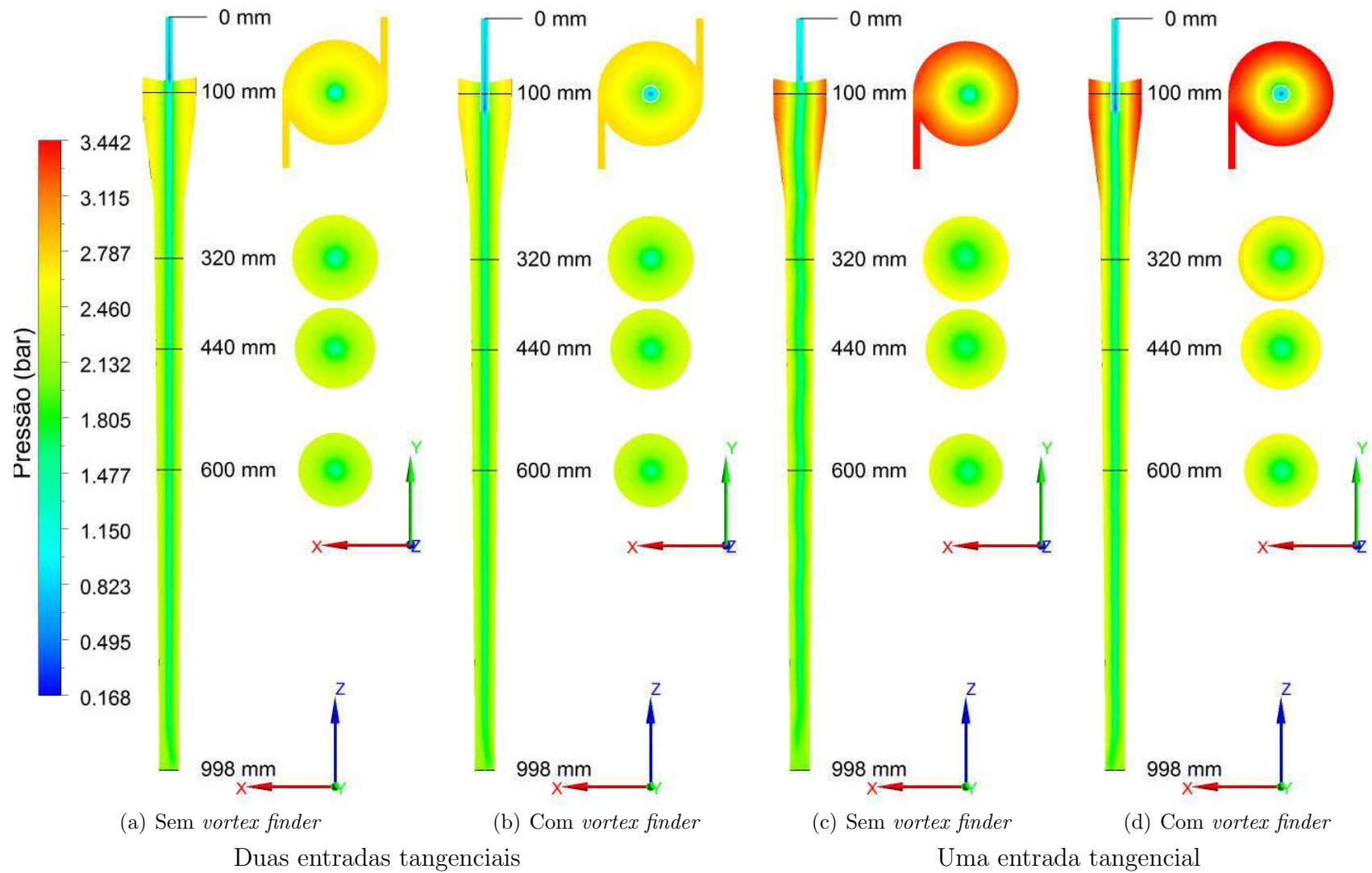
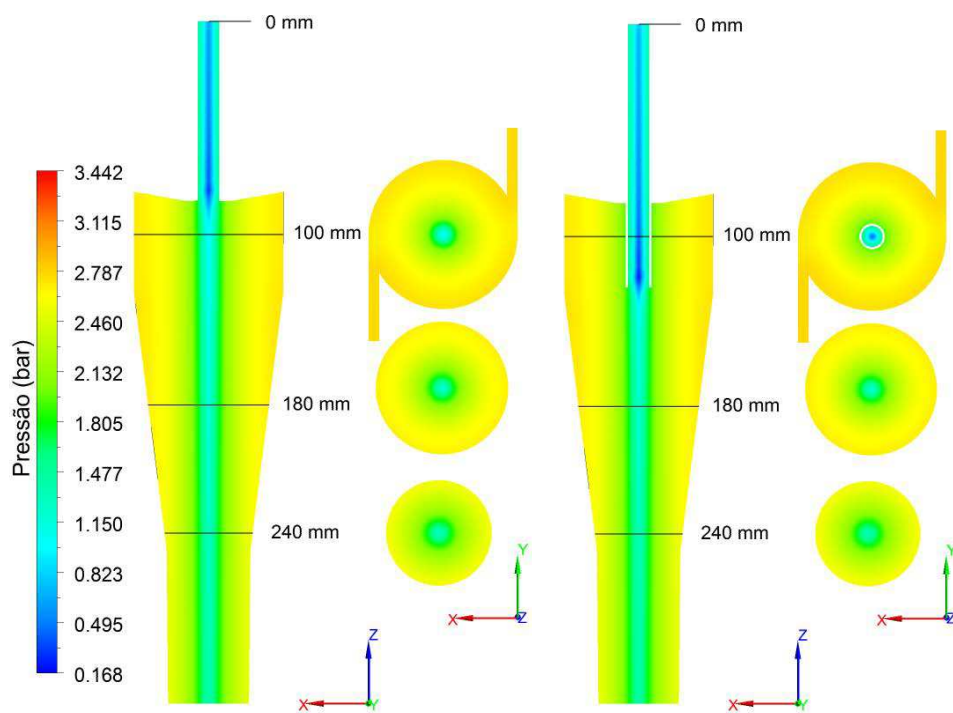


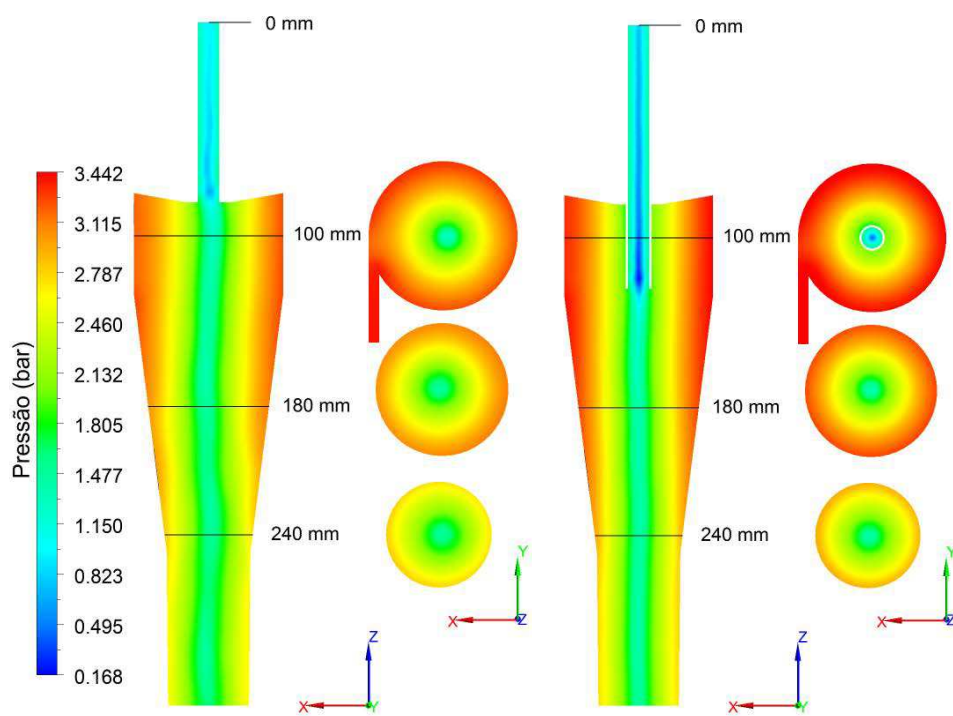
Figura 4.36 - Representação do campo de pressão nos planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ , para os Casos na Situação C.



(a) Sem *vortex finder*

(b) Com *vortex finder*

Duas entradas tangenciais



(c) Sem *vortex finder*

(d) Com *vortex finder*

Uma entrada tangencial

Figura 4.37 - Representação da componente de velocidade axial nos planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ , para os Casos na Situação C.

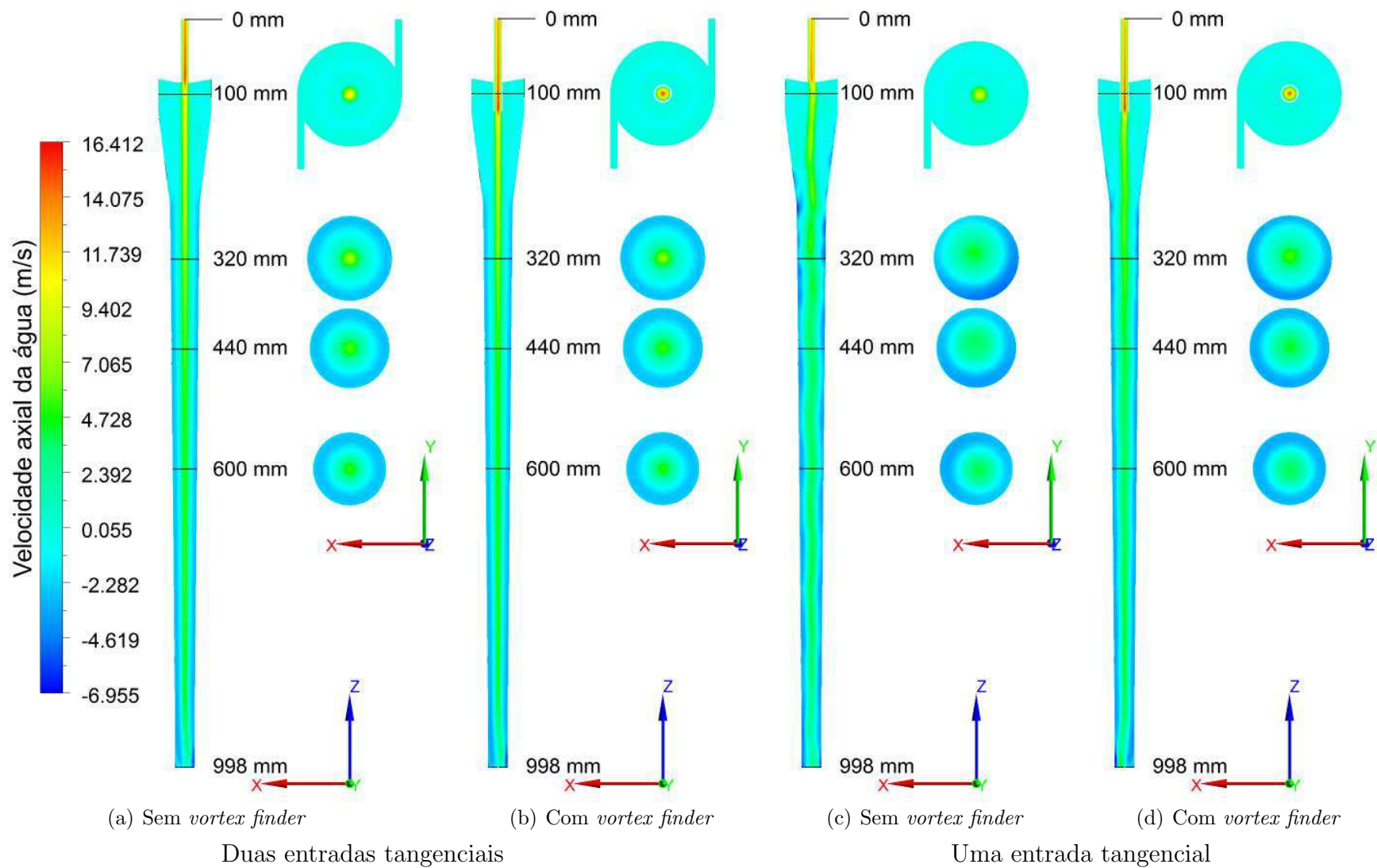
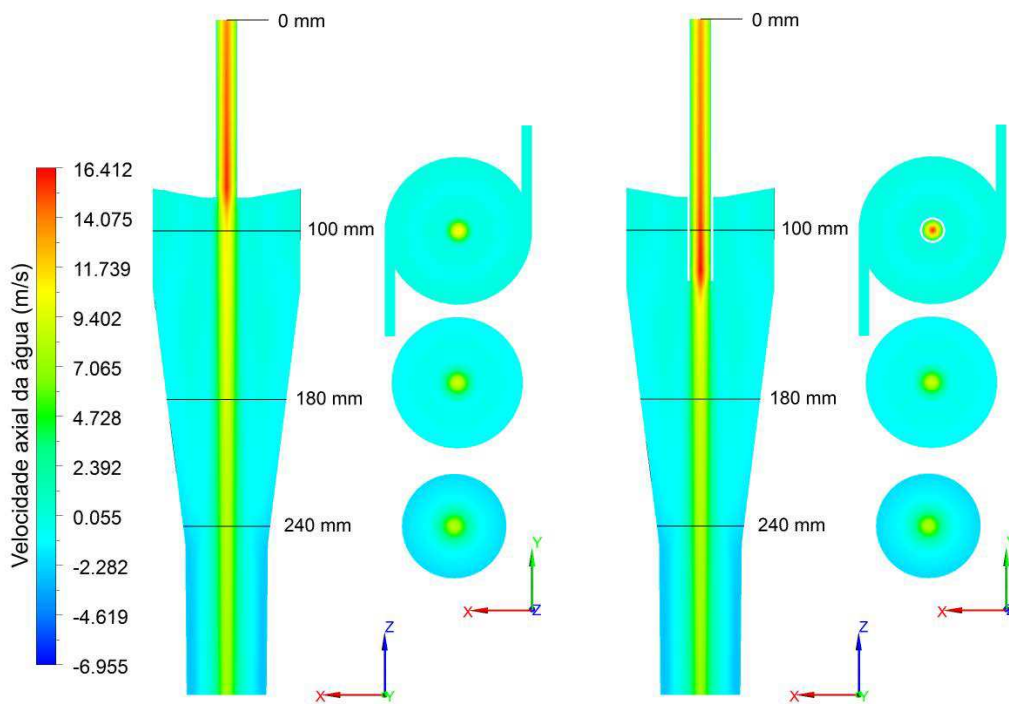


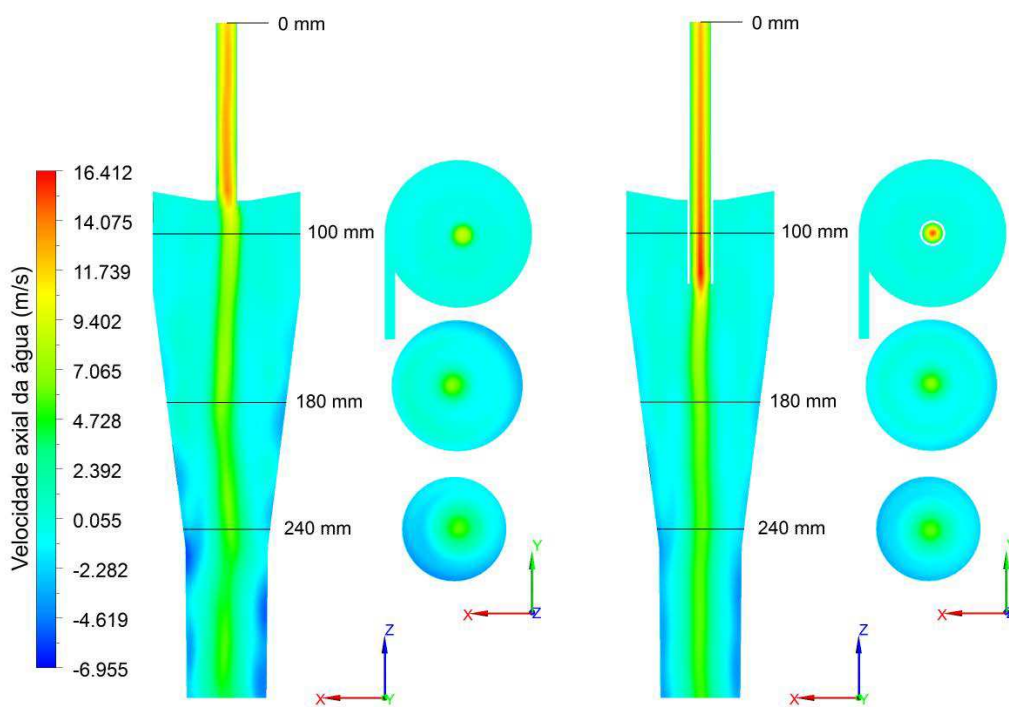
Figura 4.38 - Representação da componente de velocidade axial nos planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .



(a) Sem *vortex finder*

(b) Com *vortex finder*

Duas entradas tangenciais



(c) Sem *vortex finder*

(d) Com *vortex finder*

Uma entrada tangencial

Figura 4.39 - Representação da componente de velocidade axial nos planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

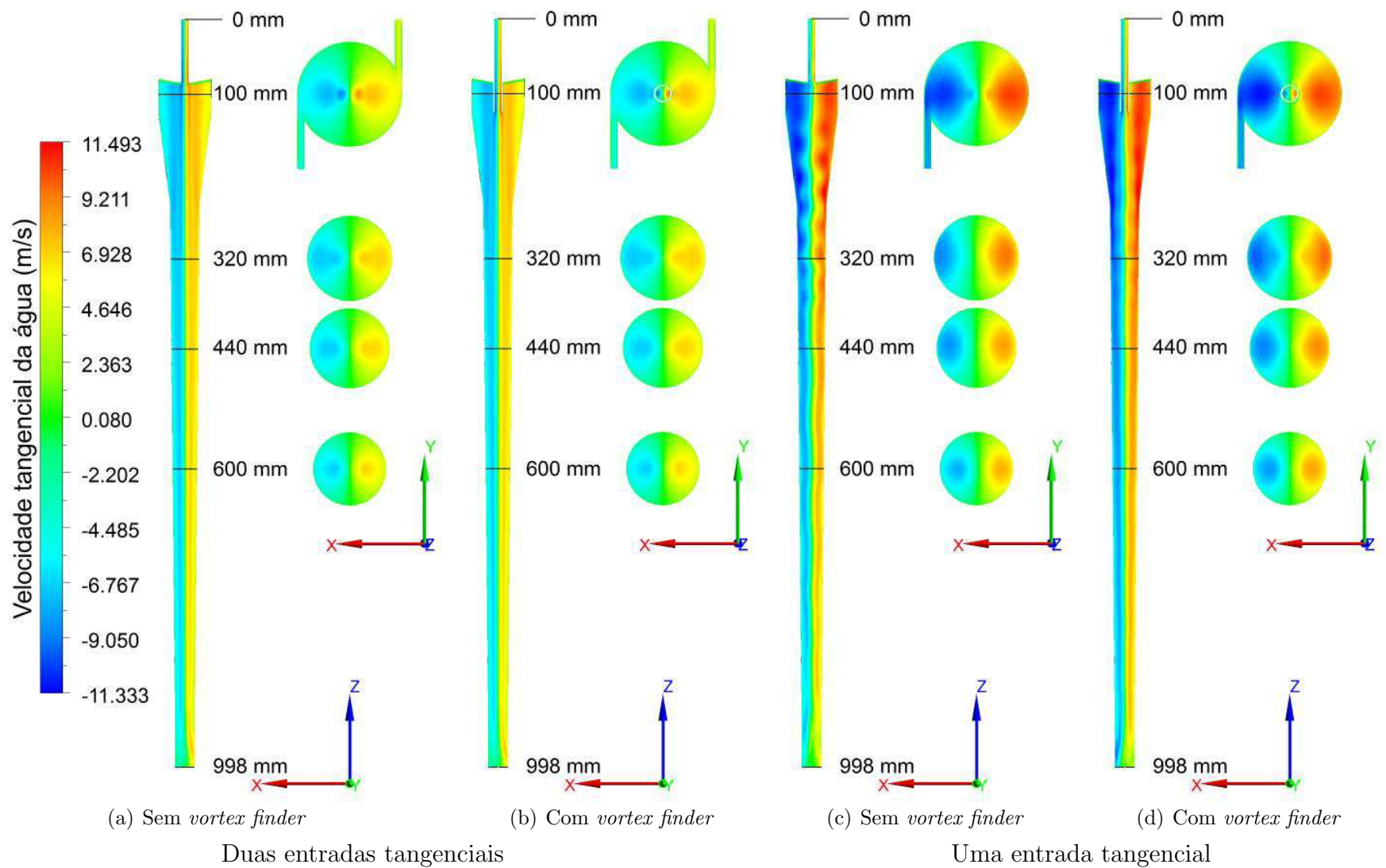
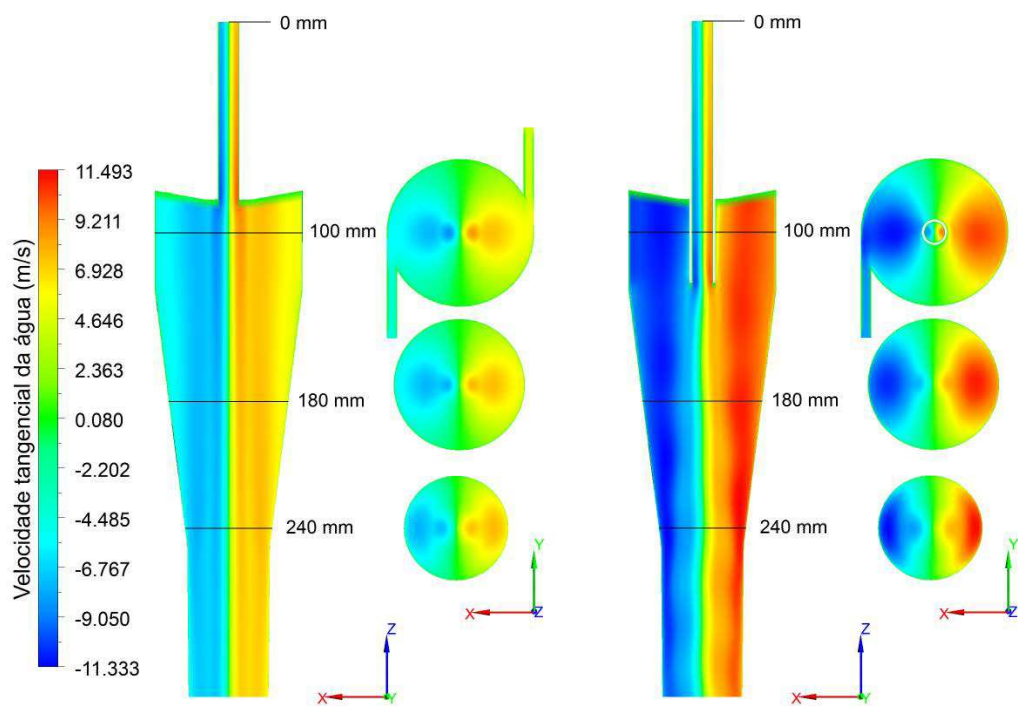


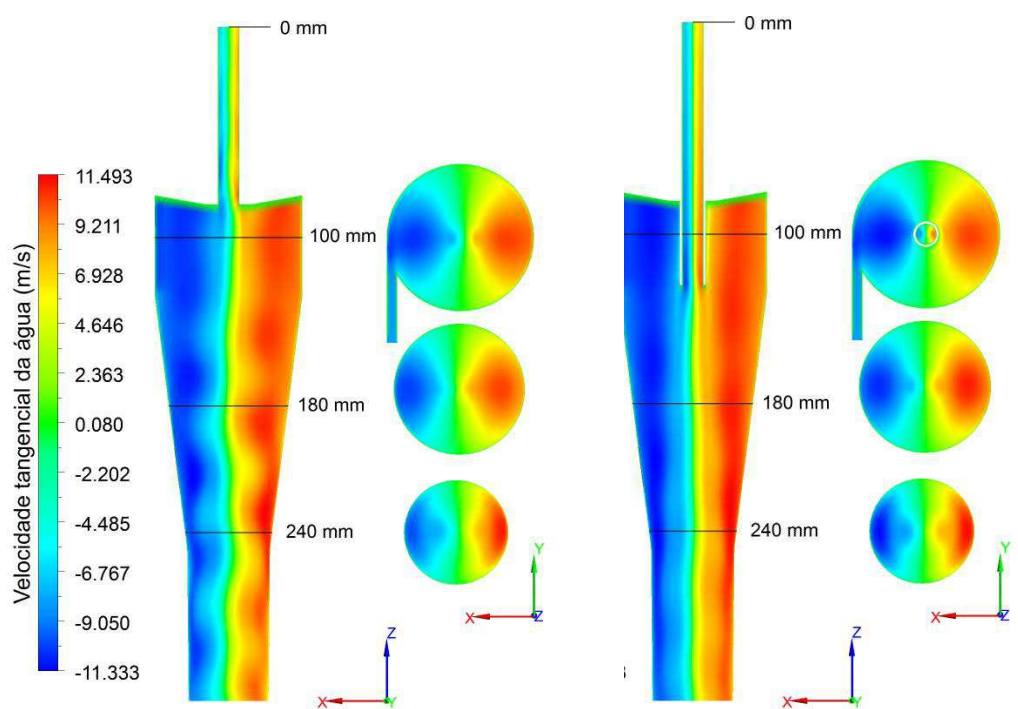
Figura 4.40 - Representação da componente de velocidade tangencial n os planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .



(a) Sem *vortex finder*

(b) Com *vortex finder*

Duas entradas tangenciais



(c) Sem *vortex finder*

(d) Com *vortex finder*

Uma entrada tangencial

Figura 4.41 - Representação da componente de velocidade axial nos planos  $xz$  e  $xy$  para uma vazão de alimentação de  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

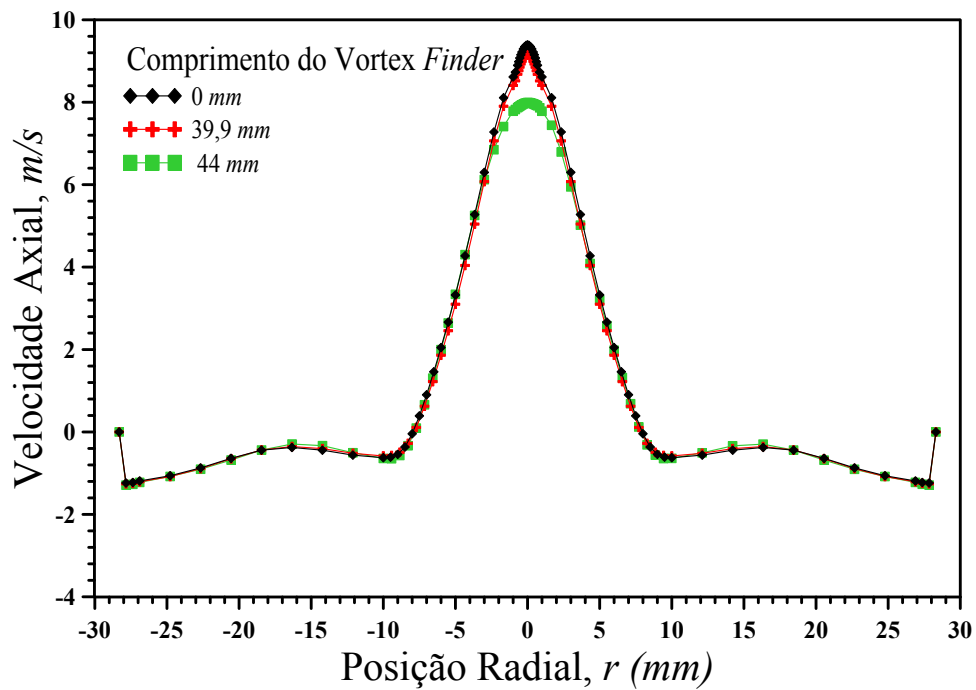


### 4.3.1 Influência do comprimento do vortex finder

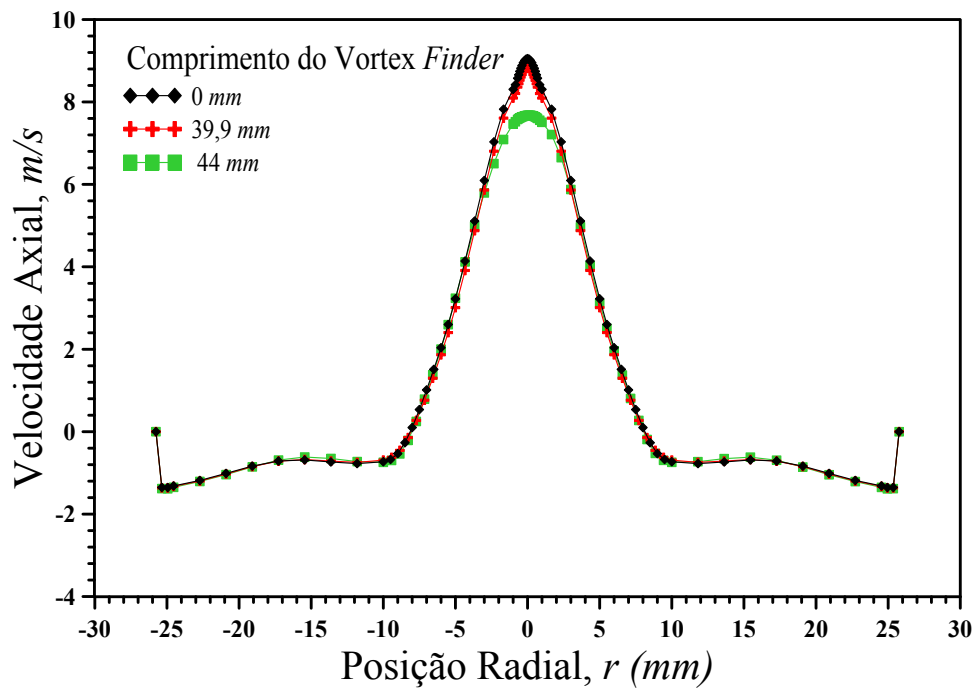
Vários trabalhos publicados na literatura como, por exemplos, Zhu e Lee (1999) e Martínez *et al.* (2008), relatam que o tamanho *vortex finder* é uma dimensão muito importante, que afeta significativamente o desempenho do ciclone e tem um papel crítico no desenvolvimento do campo de fluxo no interior do ciclone. Neste sentido, são apresentados a seguir os perfis de velocidade axial e tangencial, bem como os campos de velocidade (axial e tangencial) e de pressão para se analisar os efeitos do comprimento do *vortex finder* na performance do hidrociclone. Estes resultados estão representados sequencialmente nas Figuras 4.42 a 4.52.

Quando se observam os perfis de velocidade axial (Figuras 4.42 a 4.44), nota-se que, com o aumento do comprimento do *vortex finder*, ocorre uma leve variação das componentes de velocidade axial próxima à região central. Este tipo de comportamento se mantém ao longo do hidrociclone, conforme poder ser visto nas Figuras 4.47 e 4.48. Por outro lado, as componentes tangenciais de velocidade praticamente não foram afetadas pelo comprimento do *vortex finder* (Figuras 4.45 e 4.46 e Figuras 4.49 e 4.50). Comportamento semelhante foi observado por Lacerda (2007) ao utilizar um ciclone filtrante na separação de sólidos em suspensão de uma corrente gasosa. Por outro lado, Abdullah *et al.* (2009) mostraram que a componente de velocidade axial aumenta e a tangencial decresce com o aumento do comprimento do hidrociclone proporcionando um decréscimo na eficiência de separação. Martínez *et al.* (2008) relatam que a ausência de *vortex finder* evita uma nítida separação em consequência dos redemoinhos gerados na parte superior do hidrociclone, verifica-se que à medida que o comprimento do *vortex finder* aumenta, há uma diminuição substancial na eficiência que pode ser observado devido aos redemoinhos gerados na saída inferior do hidrociclone.

A pequena influência do comprimento do *vortex finder* sobre o comportamento do fluido no interior do hidrociclone observado no presente trabalho conduziu a uma discreta elevação na queda de pressão e uma baixa redução na razão de queda de pressão, DPR, como pode ser observada na Tabela 4.5.

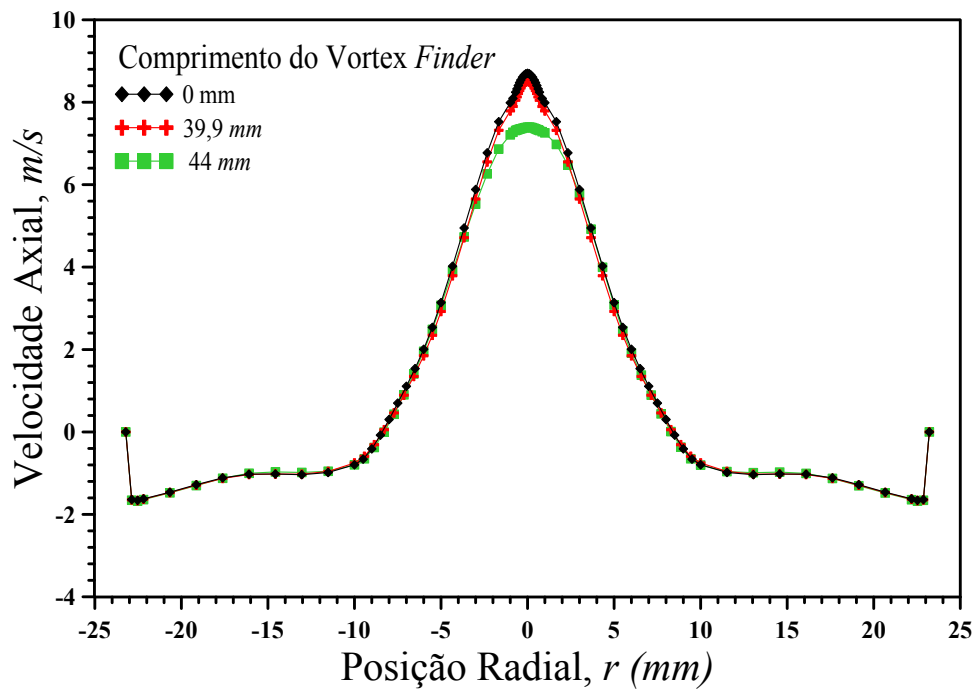


(a)

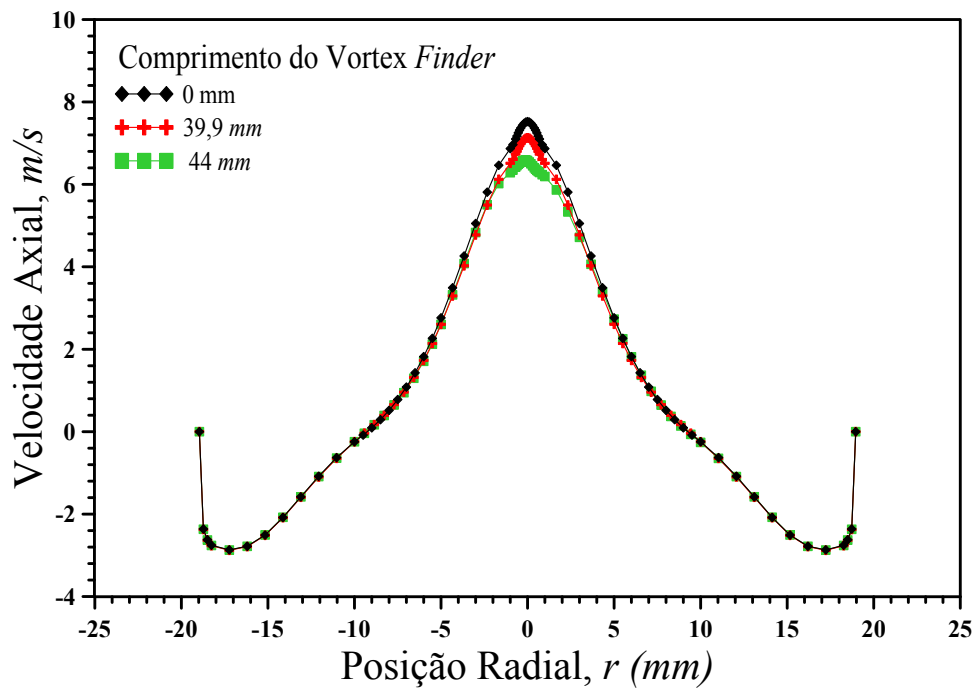


(b)

Figura 4.42 - Influência do comprimento do *vortex finder* na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm.

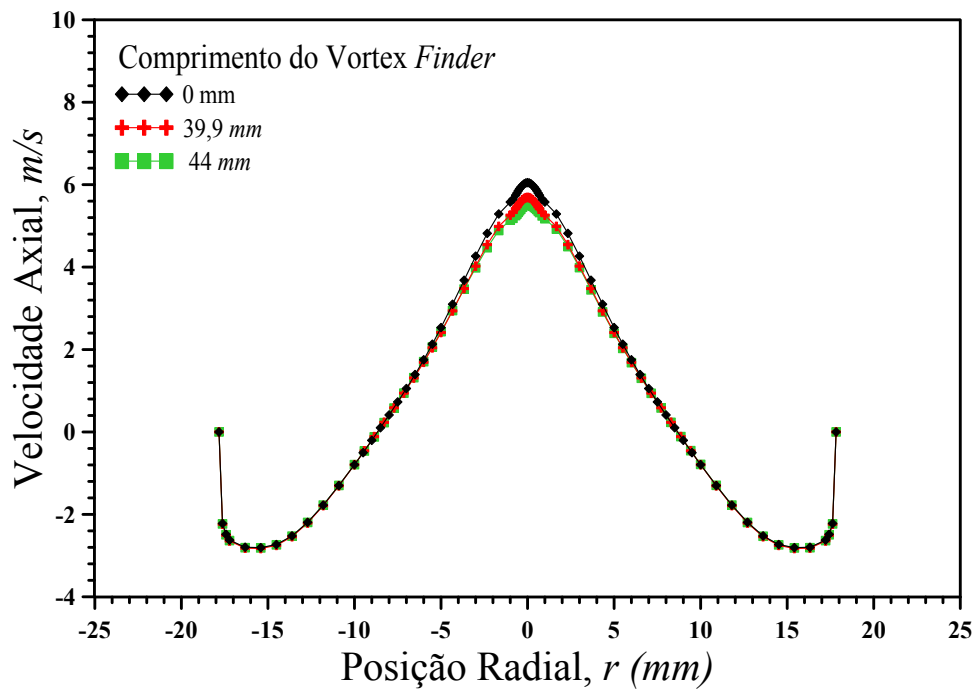


(a)

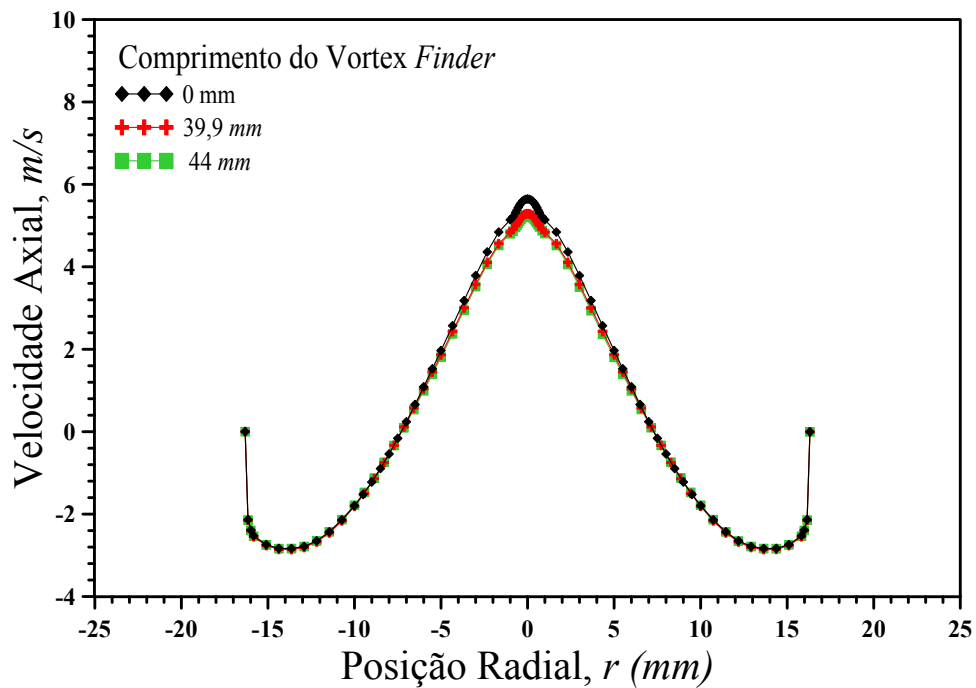


(b)

Figura 4.43 - Influência do comprimento do *vortex finder* na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm.

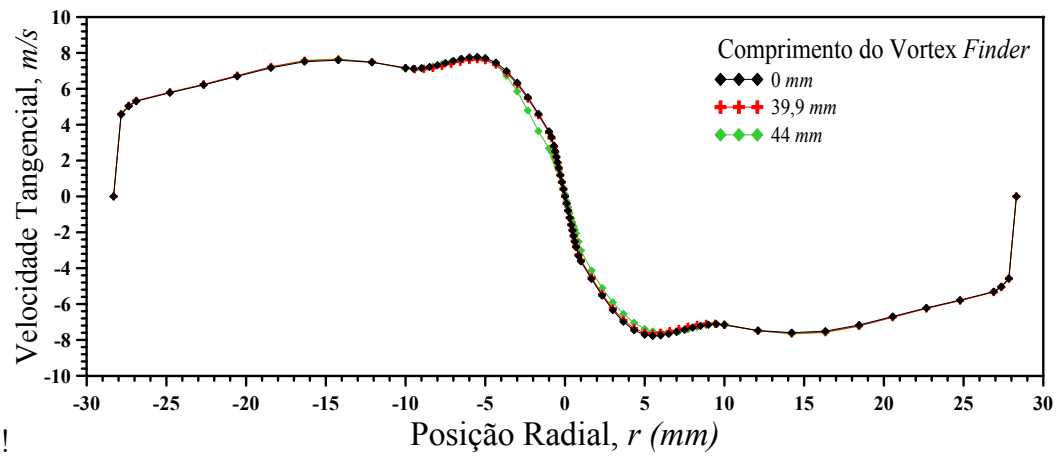


(a)

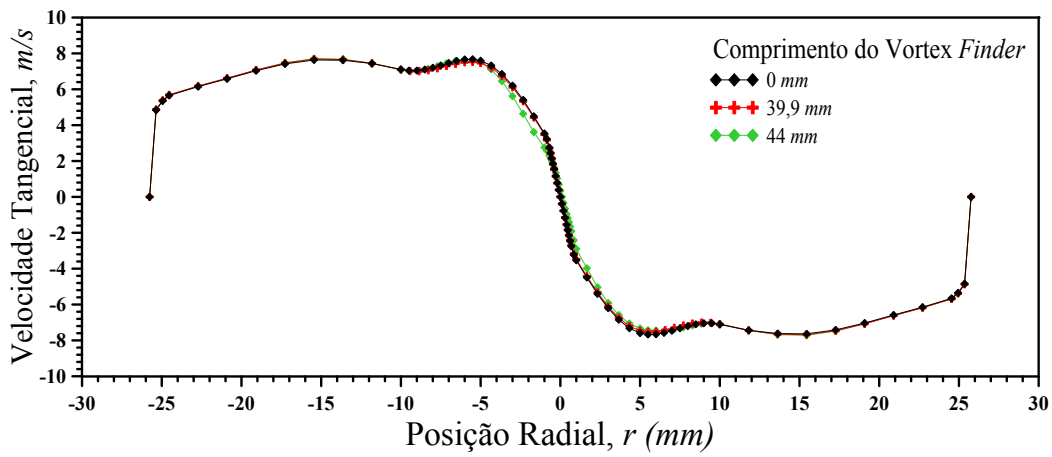


(b)

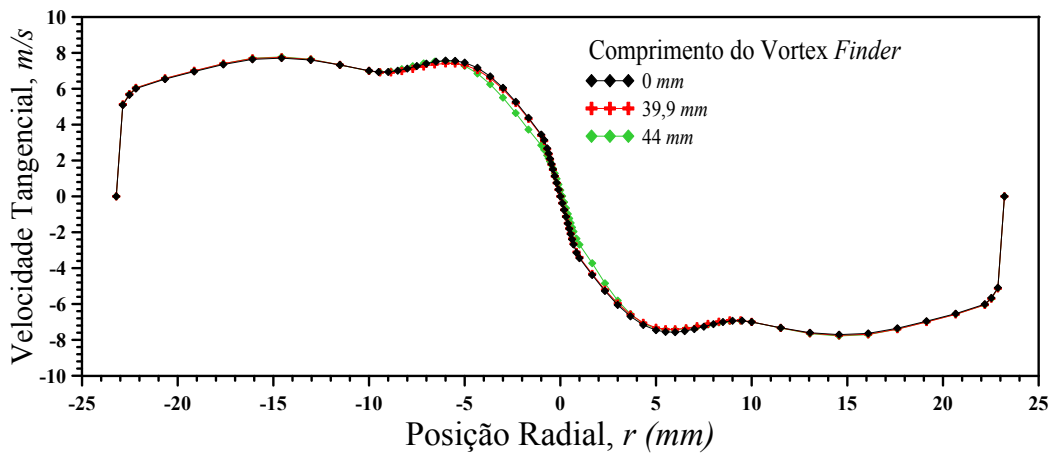
Figura 4.44 - Influência do comprimento do *vortex finder* na componente de velocidade axial da água, nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm.



(a)

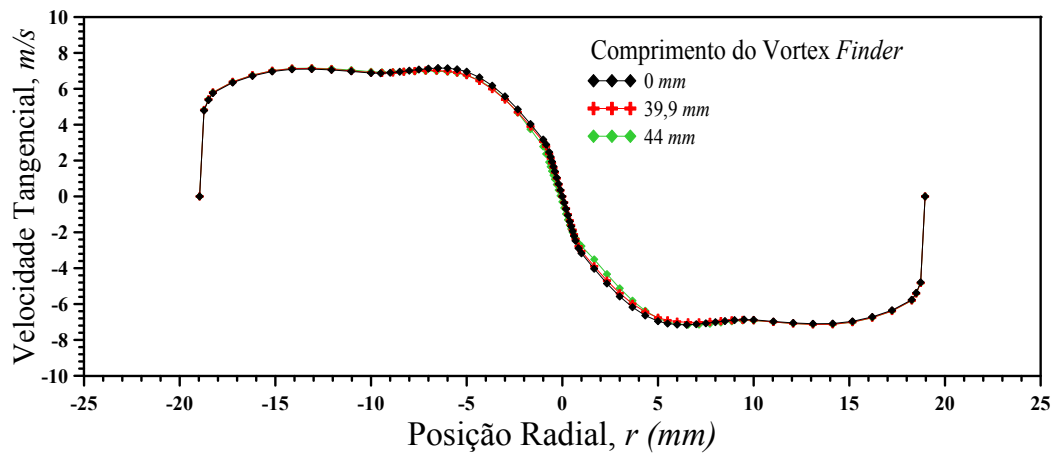


(b)

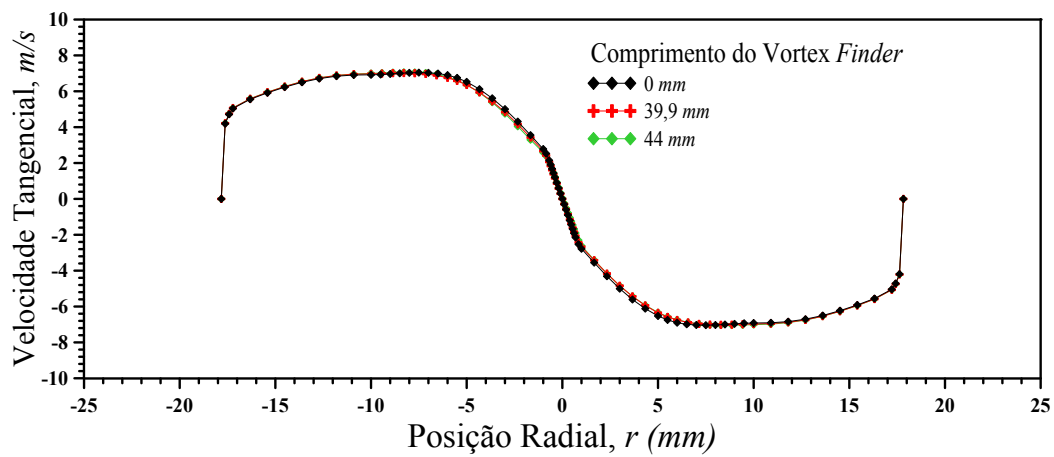


(c)

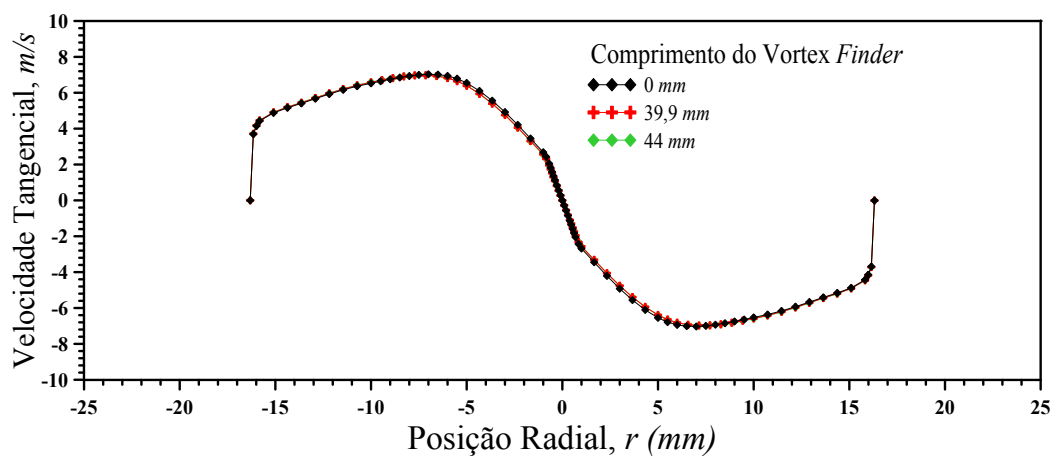
Figura 4.45 - Influência do comprimento do *vortex finder* na componente de velocidade tangencial da água, nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.46 - Influência do comprimento do *vortex finder* na componente de velocidade tangencial da água, nas posições axiais: (a) 320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm.

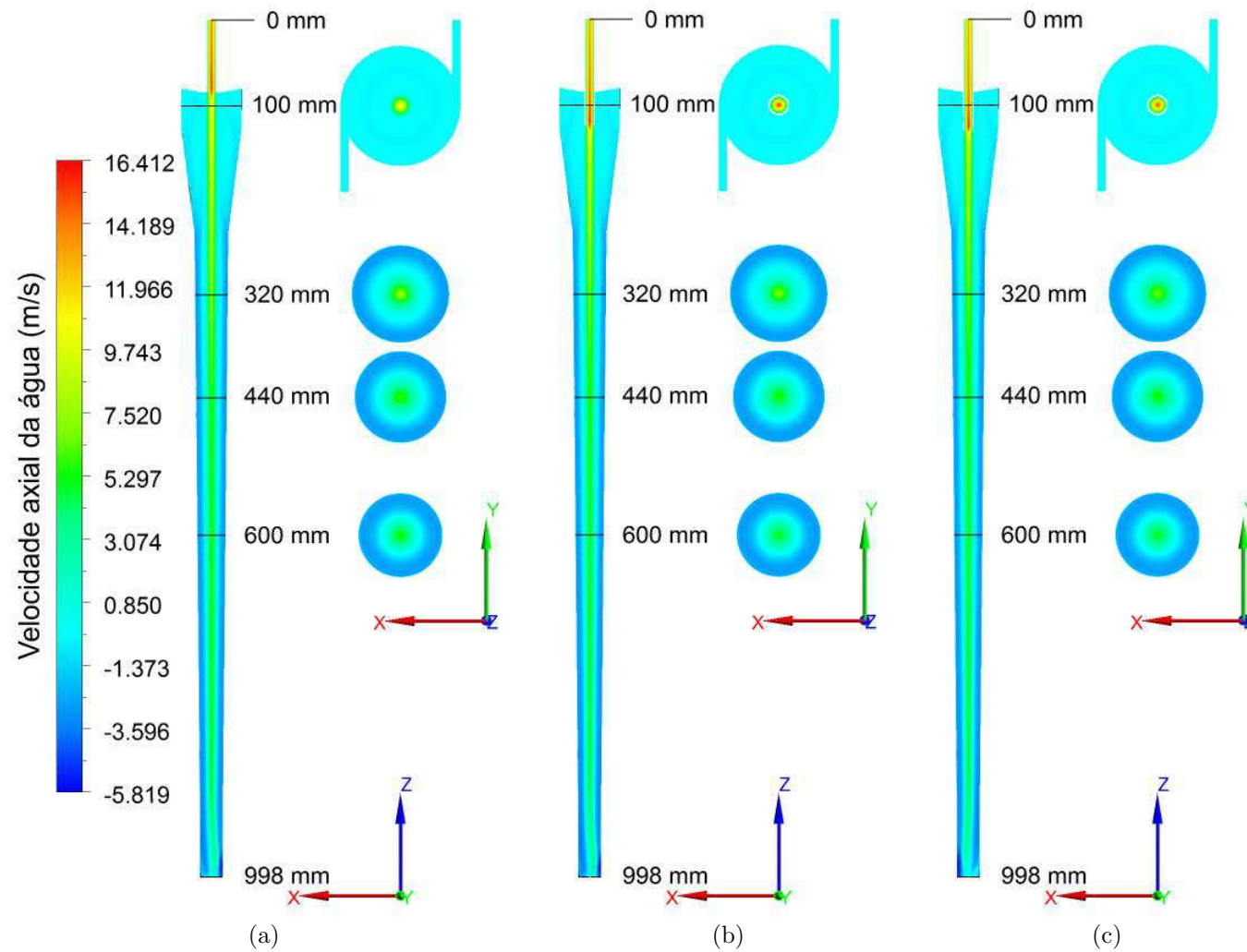


Figura 4.47 - Influência do comprimento do vortex finder na distribuição da componente de velocidade axial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm

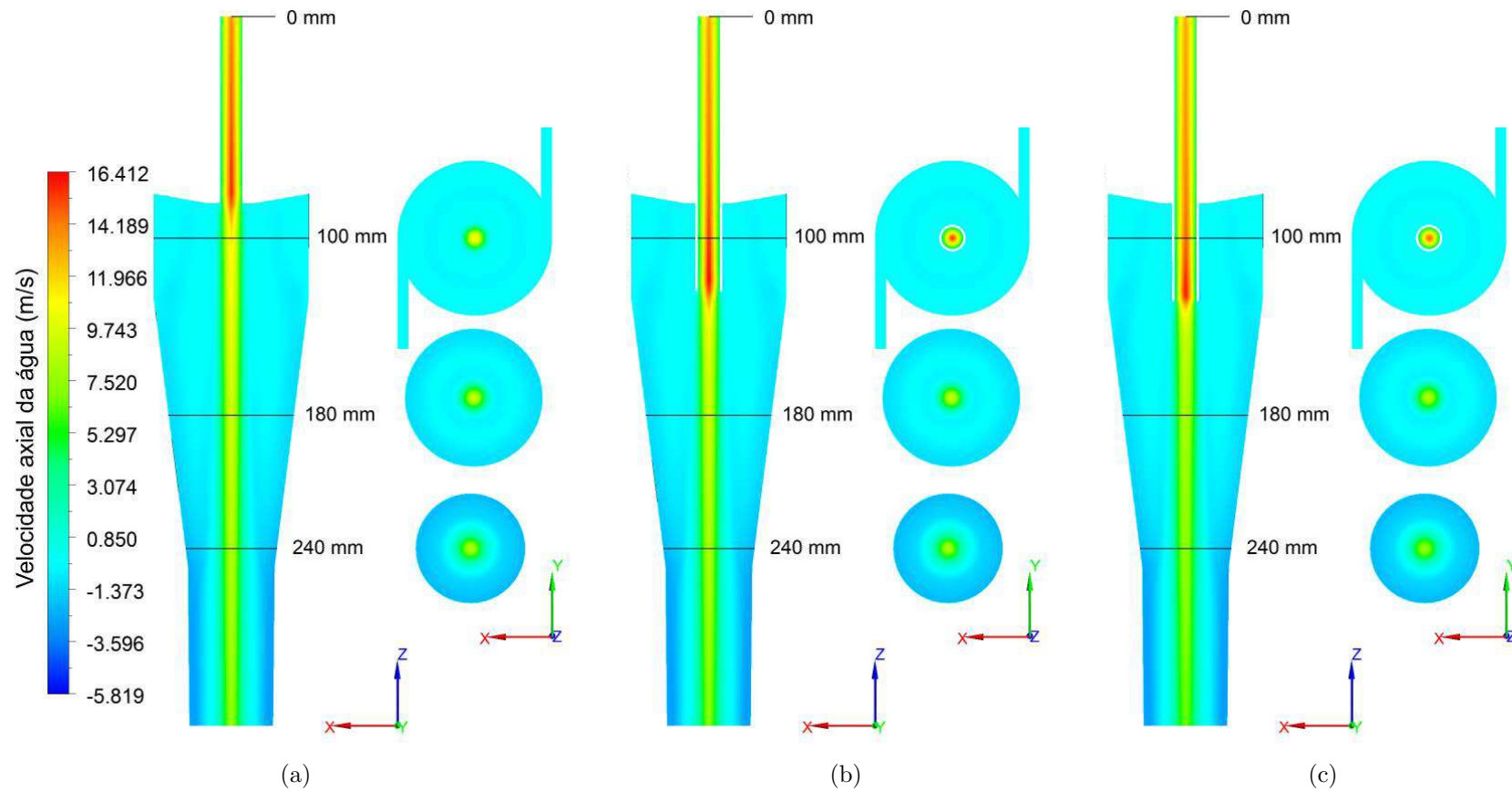


Figura 4.48 - Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do vortex finder na distribuição da componente de velocidade axial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm



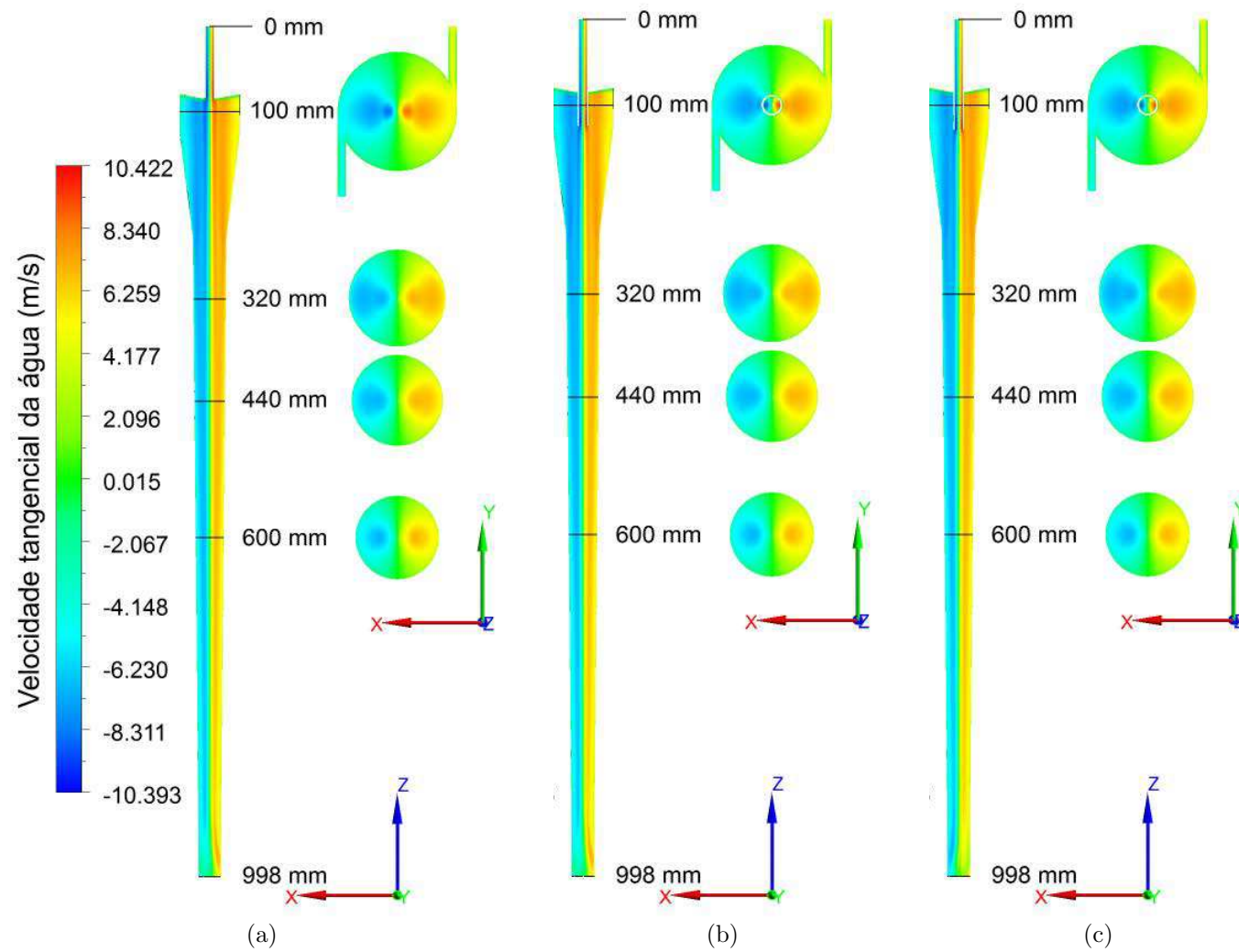


Figura 4.49 - Influência do comprimento do vortex finder na distribuição da componente de velocidade tangencial da água: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm

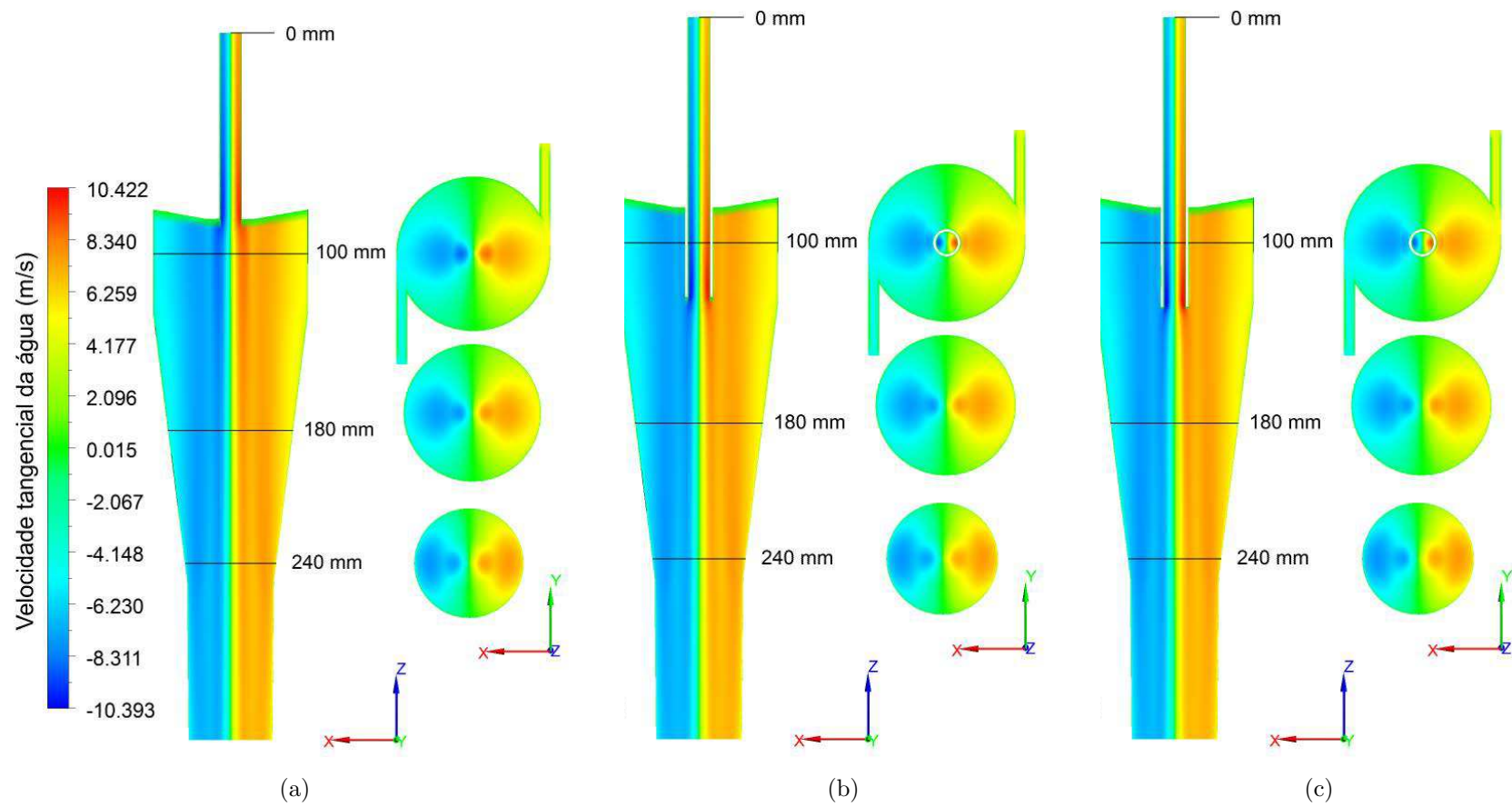


Figura 4.50 - Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do vortex finder na distribuição da componente de velocidade tangencial da água (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm

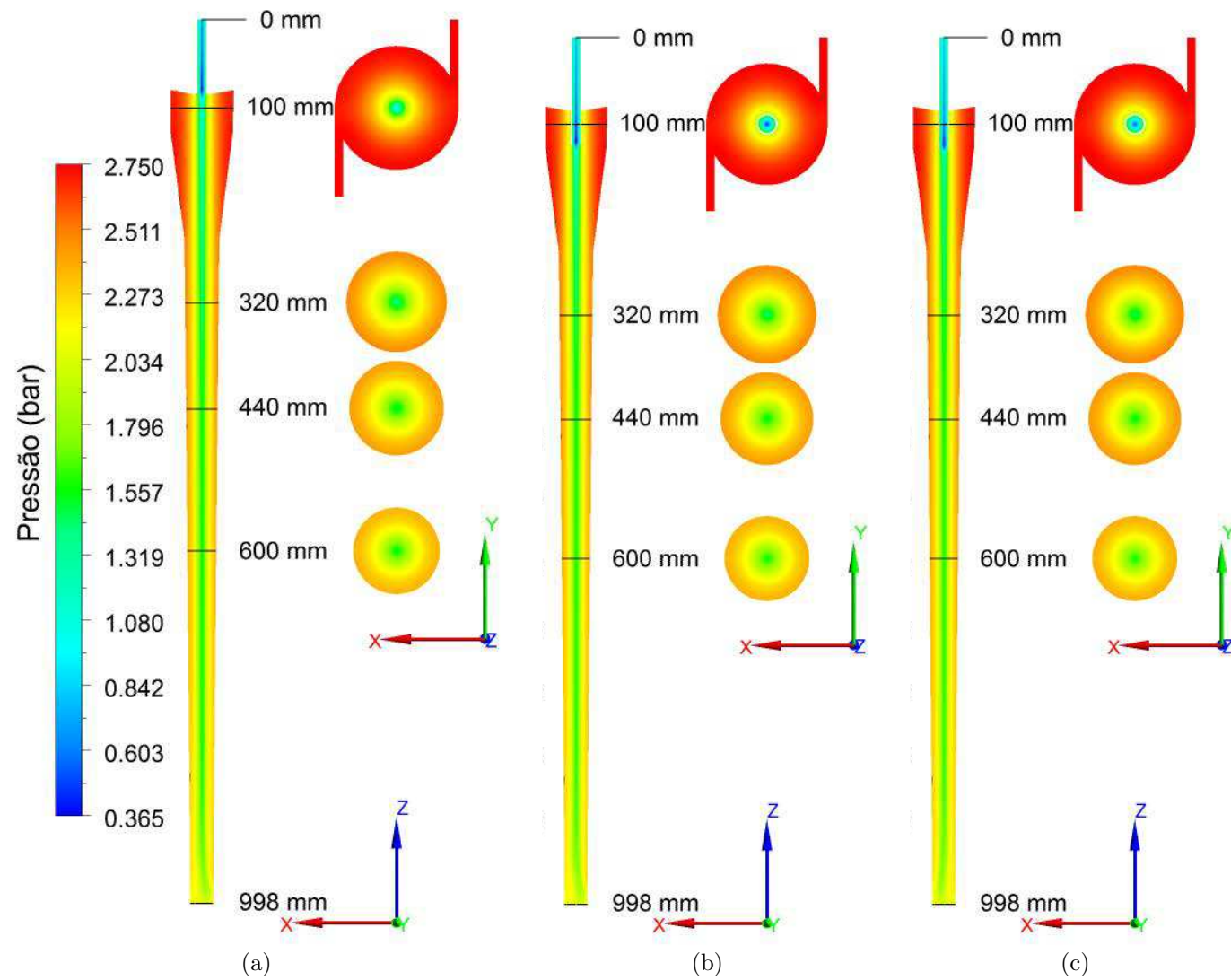


Figura 4.51 - Influência do comprimento do vortex finder na distribuição de pressão ao longo do hidrociclone: (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm

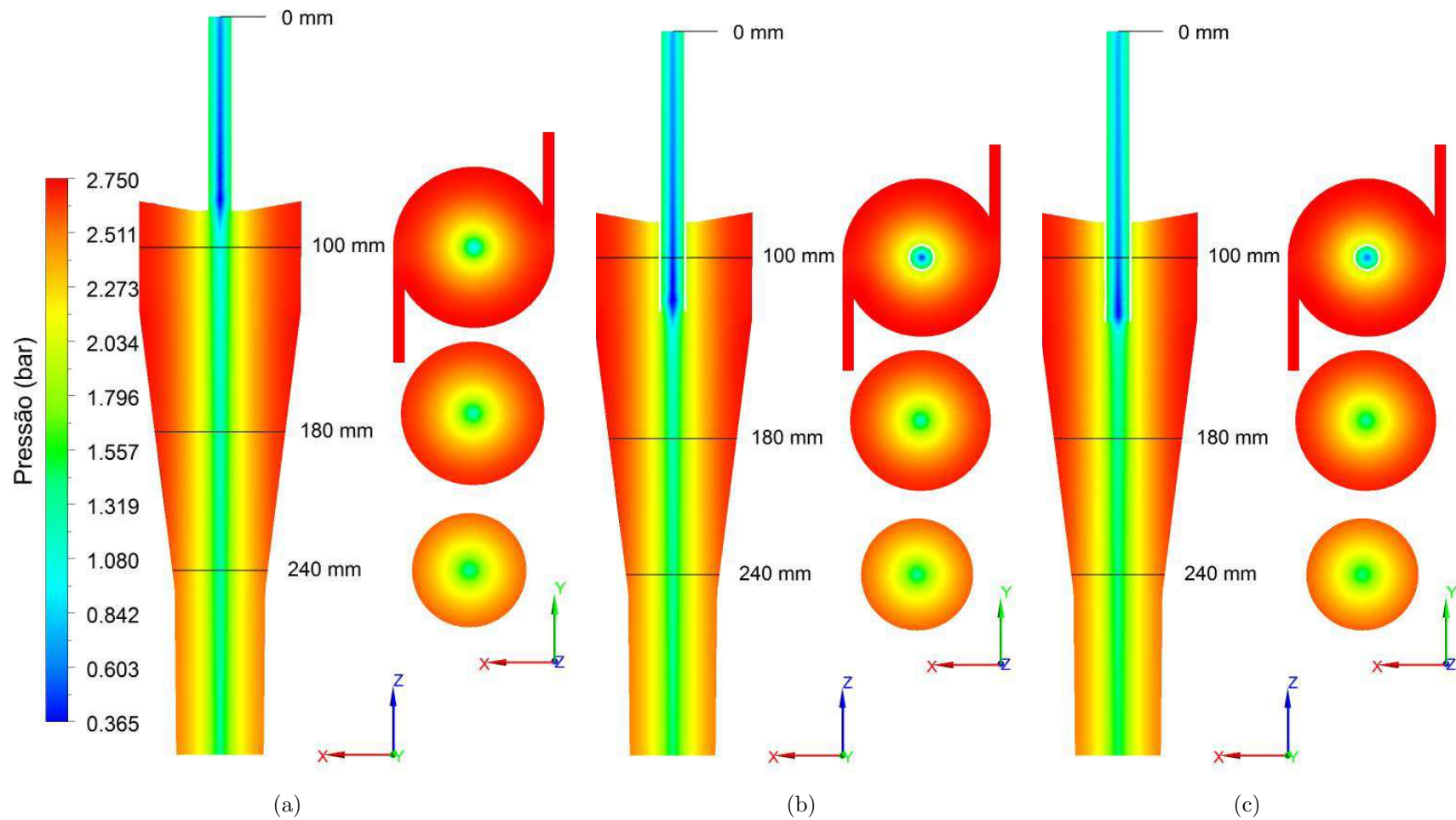


Figura 4.52 - Ampliação da região do topo do hidrociclone: Influência do comprimento do vortex finder na distribuição de pressão (a) 0 mm (b) 39,9 mm e (c) 44 mm

Ao analisar a Tabela 4.5, observa-se que, houve um aumento na queda de pressão devido ao aumento do comprimento do *vortex finder*, mas nota-se também, que há uma diminuição na porcentagem de rejeito, devido a influência do *vortex finder*, resultados semelhantes foram observados por Wang e Yu (2008).

Tabela 4.5 - Influência do comprimento do *vortex finder* na performance do hidrociclone.

Casos	Malha	Comprimento do <i>vortex</i> <i>finder</i> (mm)	Porcentagem de rejeito (%)	Queda de pressão	
				Absoluta (bar)	Relativa ( <i>DPR</i> )
2	M2	0	36,896	0,729	2,172
4	M4	39,9	35,526	0,740	2,154
5	M5	44,0	35,783	0,746	2,145

#### 4.4 Escoamento bifásico

Inicialmente realizou-se as análises qualitativa e quantitativa do escoamento bifásico (água-óleo) onde a fase dispersa (óleo) tem uma concentração tal que não afete significativamente o comportamento do escoamento da fase contínua. Na Tabela 3.1 estão representados os parâmetros adotados nos experimentos numéricos. Um dos objetivos desta seção é por em evidência que o modelo multifásico proposto (Seção 3.3) é capaz de prever adequadamente o escoamento e processo de separação das fases no presente trabalho.

##### 4.4.1 Resultados Qualitativos para o escoamento bifásico

Na Figura 4.53 está representado o campo de pressão sobre o plano  $xz$  passando pelo eixo central do hidrociclone. Ao se observar esta figura é possível perceber que a região de menor pressão encontra-se distribuído axialmente ao longo do hidrociclone. Isto é, há uma queda de pressão predominante na direção radial que decresce até o centro e com os maiores gradientes de pressão nas proximidades das paredes cilíndrico-cônica do hidrociclone, como pode ser observado na Figura 4.54. A região de menor pressão encontra-se localizada no tubo de saída superior. Este comportamento pode ser atribuído ao fato de que o óleo se move de fora do vórtice para seu interior e é, então, acelerado proporcionando uma redução da pressão estática. Hoffmann e Stein (2008) afirmam que o vórtice proporciona a transformação da

pressão estática em pressão dinâmica. Isto porque o atrito nas paredes proporciona a dissipação de energia mecânica que conduz a um aumento na queda de pressão decorrente da energia armazenada na forma de pressão dinâmica na componente tangencial de velocidade no hidrociclone.

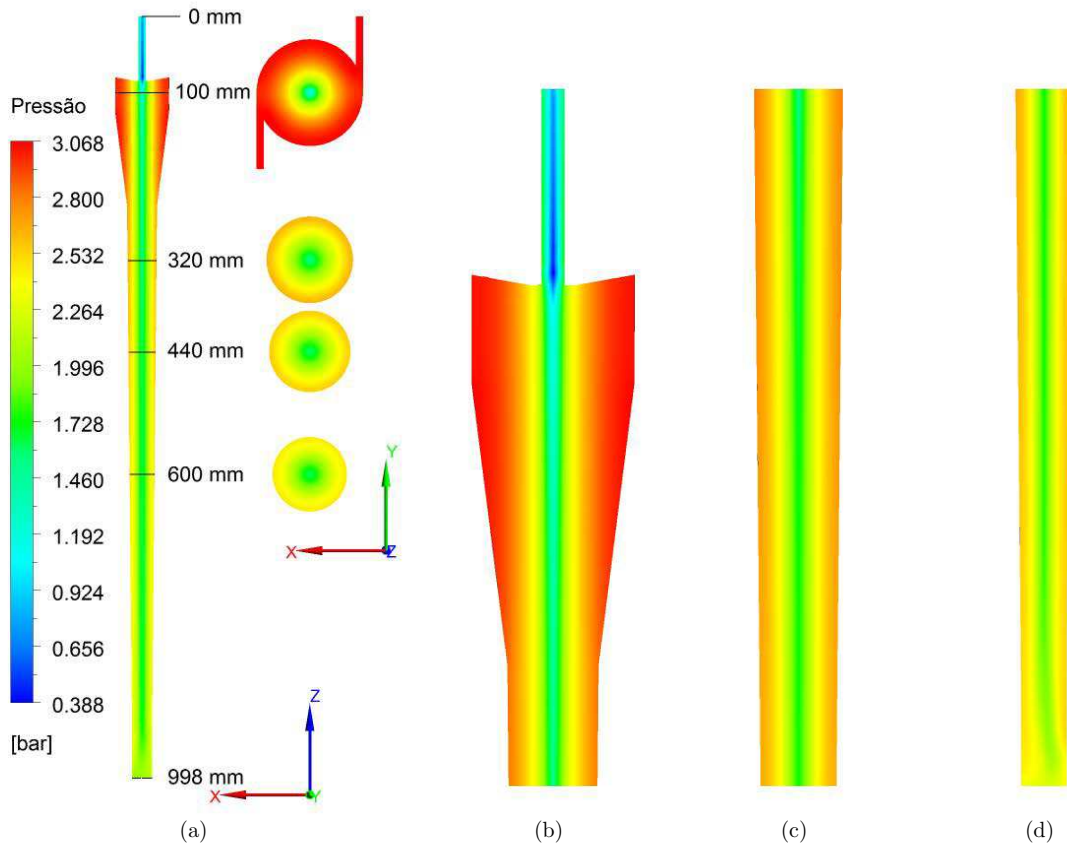


Figura 4.53 - Distribuição de pressão no interior do hidrociclone: (a) plano  $zx$ ,  $y = 0$  mm; (b)  $z \leq 300$  mm; (c)  $300 \text{ mm} < z < 600$  mm e (d)  $z \geq 600$  mm (Caso 17 na Situação B).

A Figura 4.55 esboça a distribuição de pressão sobre as paredes do hidrociclone representando, assim, as forças por unidade de área ali exercida pela mistura água-óleo escoando pelas entradas tangenciais. Observa-se que os maiores valores se concentram na seção cilíndrica, imediatamente após os dutos de entrada da mistura, e que decresce em direção a saída inferior. As Figuras 4.55(a) e 4.55(b) põem em evidência a região de menor queda de pressão, o tubo de rejeito, que pode estar rela-

cionado com a zona de reversão de óleo para seguir em direção a saída superior. Uma observação interessante é o comportamento aproximadamente simétrico do campo de pressão ao longo do hidrociclone, como pode ser observado nas Figuras 4.54 e 4.55(c).

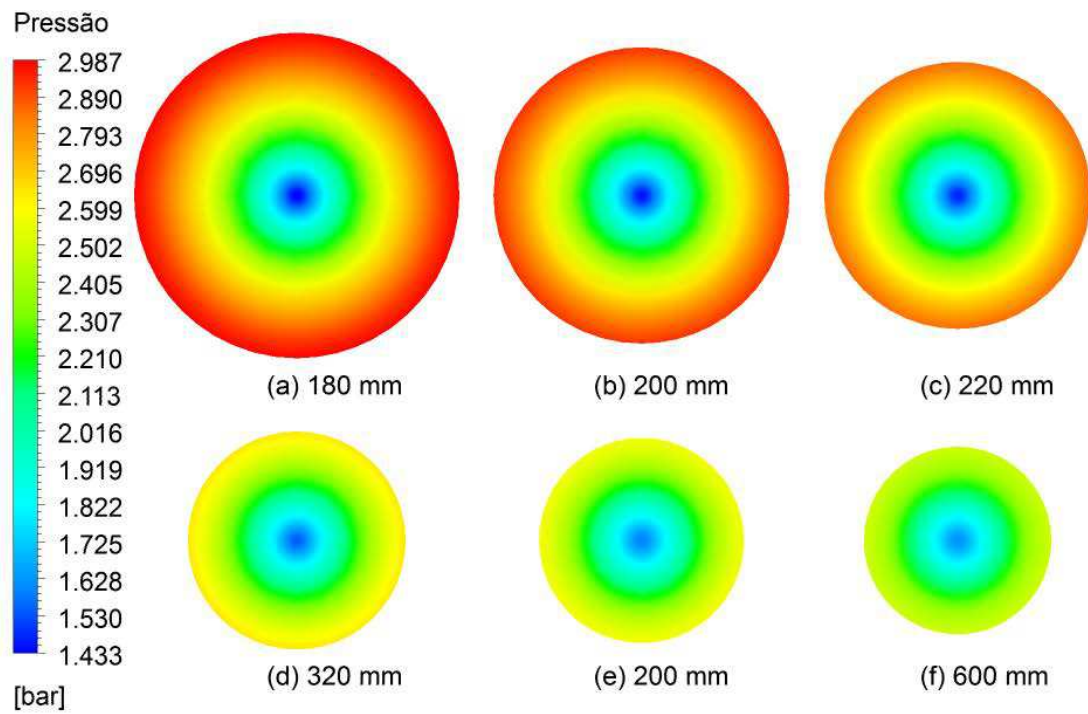


Figura 4.54 - Distribuições de pressões ao longo do hidrociclone nos planos transversais  $xy$  nas posições axiais  $z = 180, 200, 220, 320, 440$  e  $600$  mm, respectivamente.

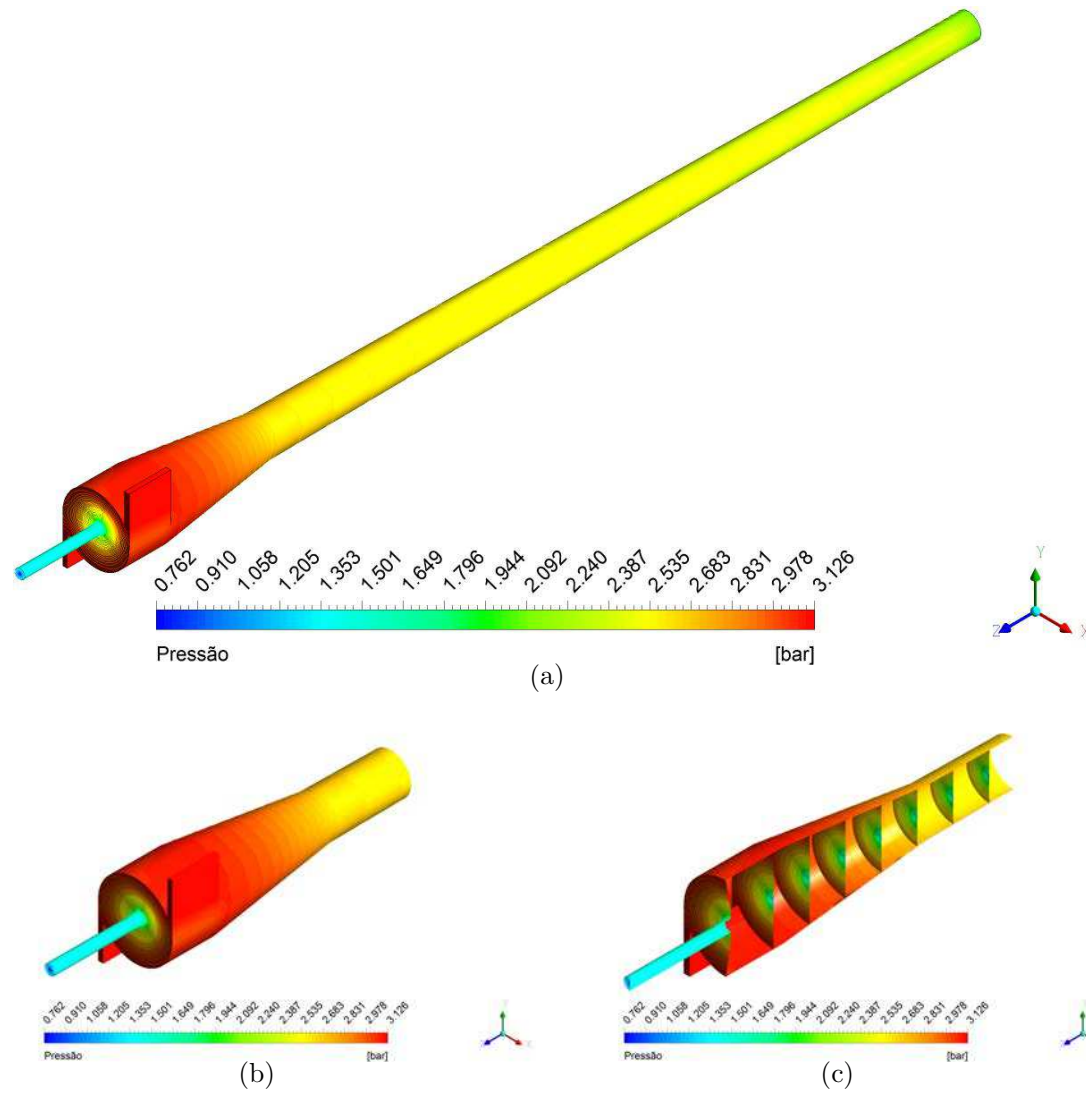


Figura 4.55 - (a) Distribuição de pressão ao longo da parede do hidrociclone; (b) Detalhe da região cilíndrico-cônica próximas as entradas tangenciais; (c) Detalhe da região de entrada cortada longitudinalmente com varios planos  $xy$



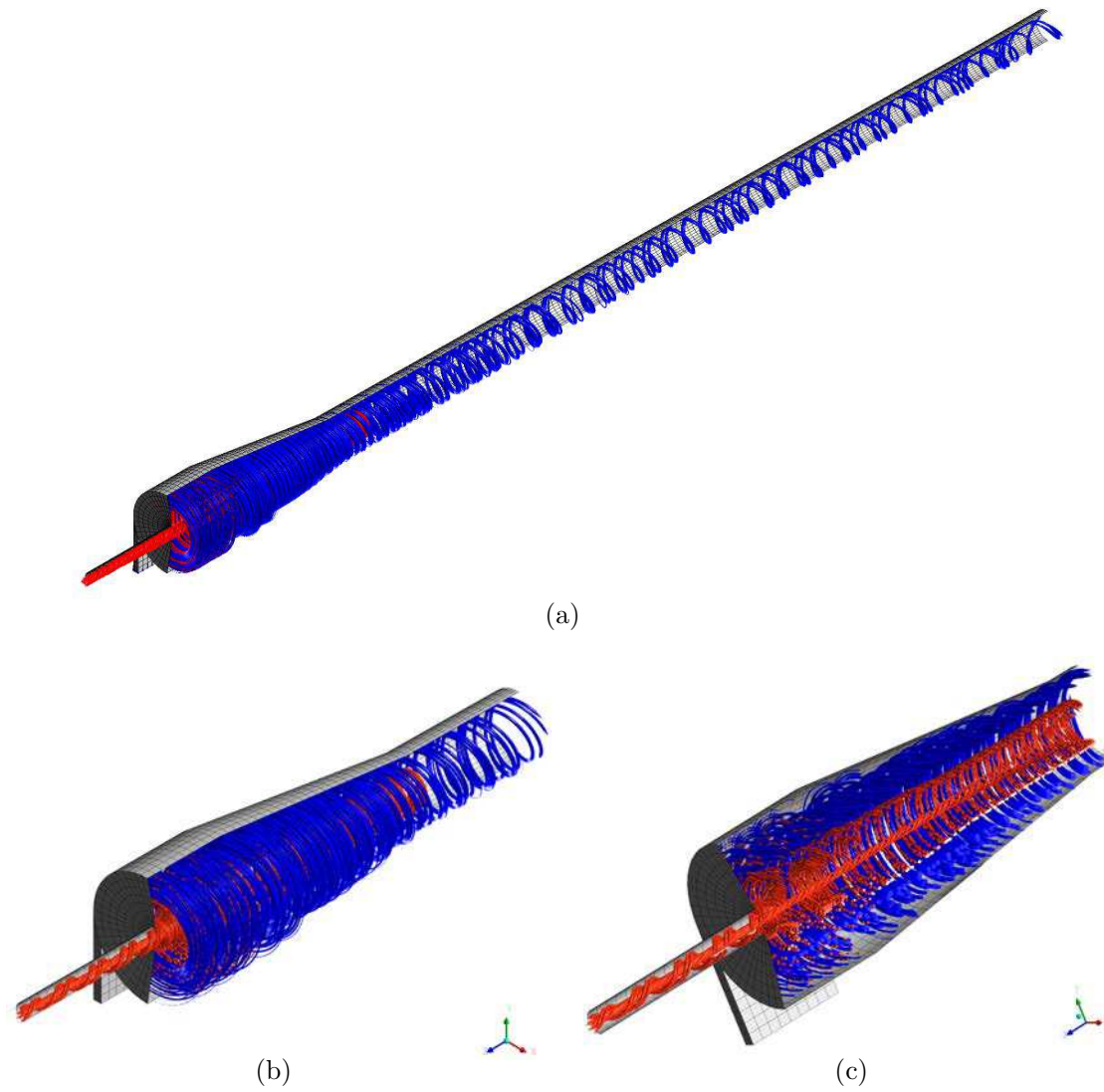


Figura 4.56 - Linhas de fluxo das fases água e óleo: (a) ao longo do hidrociclone; (b) detalhe da região cilíndrico-cônica nas proximidades das entradas tangenciais; (c) corte da região cilíndrico-cônica.

Este tipo de comportamento pode ser mais bem compreendido ao se observar o comportamento das linhas de fluxo da fase contínua, água, e da dispersa, óleo, ilustrado na Figura 4.56. Observa-se claramente nesta figura a formação de duas correntes em espirais bem distintas, sendo uma descendente (corrente de água) e outra ascendente (corrente de óleo) ratificando o que vem sendo observado na literatura empregando ciclones ou hidrociclones (Cooper e Alley (1994); Loyola et al., 1996; Svarovsky, 2000; Fisher e Flack (2002); Leahy-Dios e Medronho (2003); Xiang e Lee (2005); Farias (2006); Neesse e Dueck (2007); Farias *et al.* (2008b); Farias *et al.* (2008a); Farias et al., 2008b; Farias et al., 2009; Farias *et al.* (2010); Souza *et al.* (2010)). Um ponto interessante a ser observado na Figura 4.56, mais especificamente no detalhe apresentado na Figura 4.56(c), representando um corte longitudinal nas linhas de fluxo da água e do óleo na região cilindro-cônica próximo as entradas tangenciais. Nela é possível ver claramente o momento em que ocorre a reversão da corrente de óleo (ver região destacada por um círculo tracejado) que seguia em direção a saída inferior nas proximidades do centro do hidrociclone para seguir, agora, em direção ao tubo de rejeito praticamente na linha central ou eixo do hidrociclone. Observa-se ainda nesta figura, outra região de reversão (ver área destacada por um retângulo tracejado) menos proeminente e que segue em direção a saída superior. É interessante notar que esta corrente de óleo ao entrar no tubo na região superior circunda em espirais mais espaçadas, próxima a parede do tubo da saída superior; e a outra corrente de óleo que vem percorrendo junto ao eixo do hidrociclone. Este fato estar relacionado diretamente com zonas de baixa pressão comentado anteriormente e o comportamento das componentes de velocidades axial e tangencial no interior do hidrociclone.

Este tipo de comportamento fica evidente ao se observar as componentes vetoriais de velocidade na Figura 4.57.

Na Figura 4.58 está representada a distribuição das velocidades axial para as fases água e óleo sobre os planos  $xz$  e  $xy$  na região cilíndrico-cônica próxima às entradas tangenciais. Observa-se que as maiores velocidades estão concentradas no centro do hidrociclone e reduzindo em direção as paredes cilíndrica e cônica, chegando a apresentar valores negativos de velocidades. Estes valores negativos indicam um movimento descendente junto à parede, enquanto que há um movimento ascendente próximo ao eixo do hidrociclone.

Ao observar as Figuras 4.58 e 4.60 constata-se que praticamente, ou mesmo, não

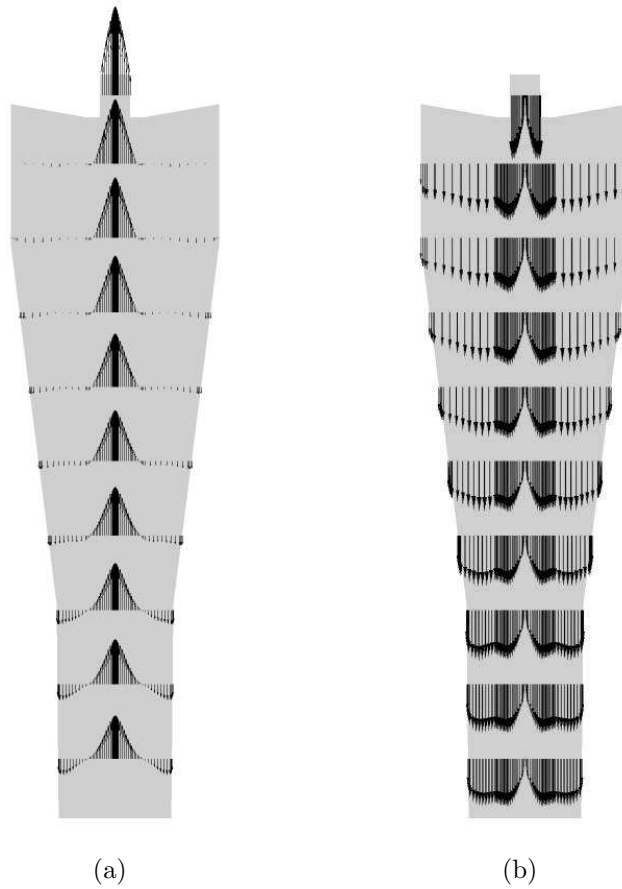


Figura 4.57 - Componentes da velocidade no plano  $xz$ : (a) axial; (b) tangencial

há diferenças no comportamento das velocidades axiais para a água e para o óleo. O mesmo foi observado para as componentes de velocidade tangenciais, como pode se ver na Figura 4.59 para coordenadas cilíndricas e cartesianas. Este tipo de comportamento pode estar relacionado com as dimensões das gotículas de óleo adotadas ( $dp = 10\mu m$ ) e com baixa concentração de óleo da mistura que alimenta o hidrociclone (0,897 g/L), como pode ser observado na Figura 4.60. Nesta figura está representada a distribuição da fração volumétrica de água e de óleo sobre os planos  $xy$  e  $xz$ . Percebe-se, portanto, que a distribuição da fração volumétrica de água (Figura 4.60(a)) ocupa praticamente todo o hidrociclone, exceto nas proximidades do eixo central e do tubo de rejeito do hidrociclone, onde se detecta a presença de óleo. Na Figura 4.60(b), ao se alterar a escala de apresentação tem-se uma visão melhor da distribuição da fração volumétrica de óleo ao longo do hidrociclone. Estes resultados oferecem uma importante possibilidade de se comparar os resultados do

escoamento bifásico com os do escoamento apenas com água apresentados na seção anterior, cuja comparação é realizada mais adiante.

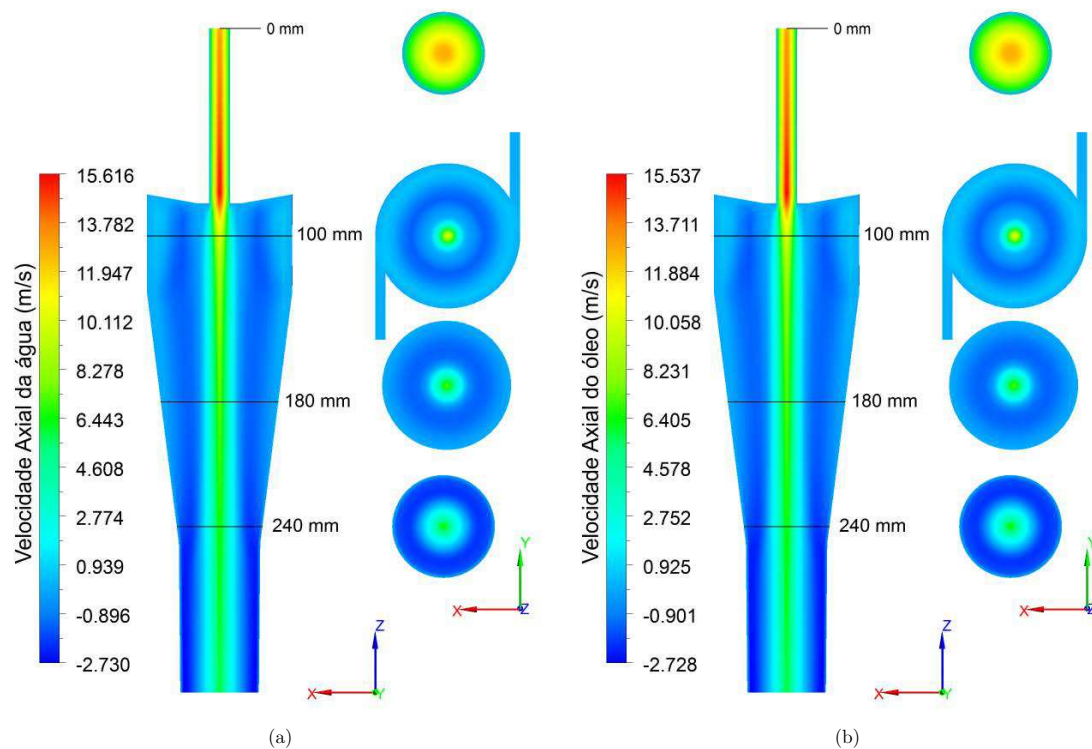


Figura 4.58 - Distribuição das velocidades axiais para as fases contínua (água) e dispersa (óleo).

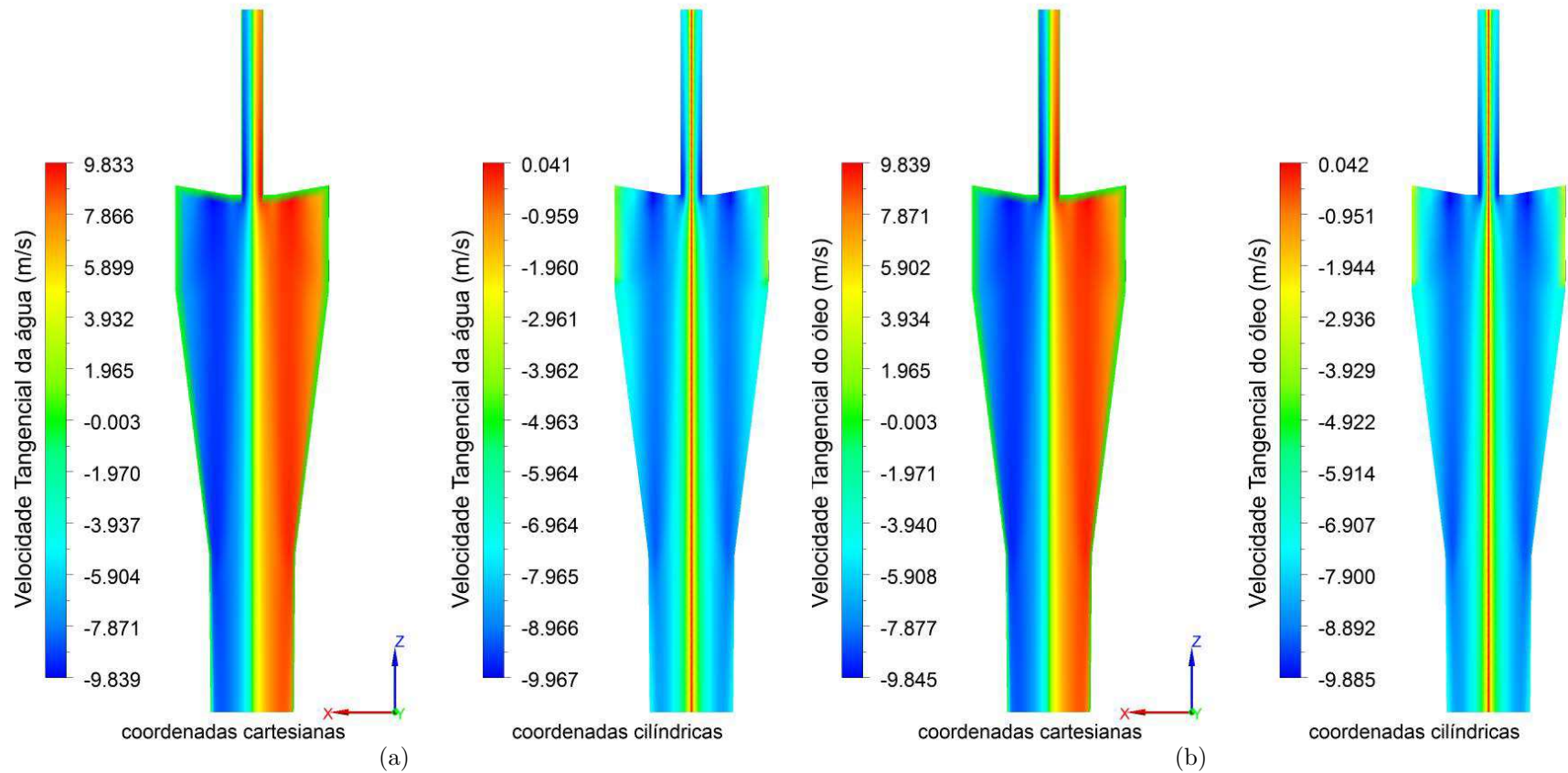


Figura 4.59 - Distribuição das velocidades tangenciais para as fases contínua (água) e dispersa (óleo): (a) água e (b) óleo.

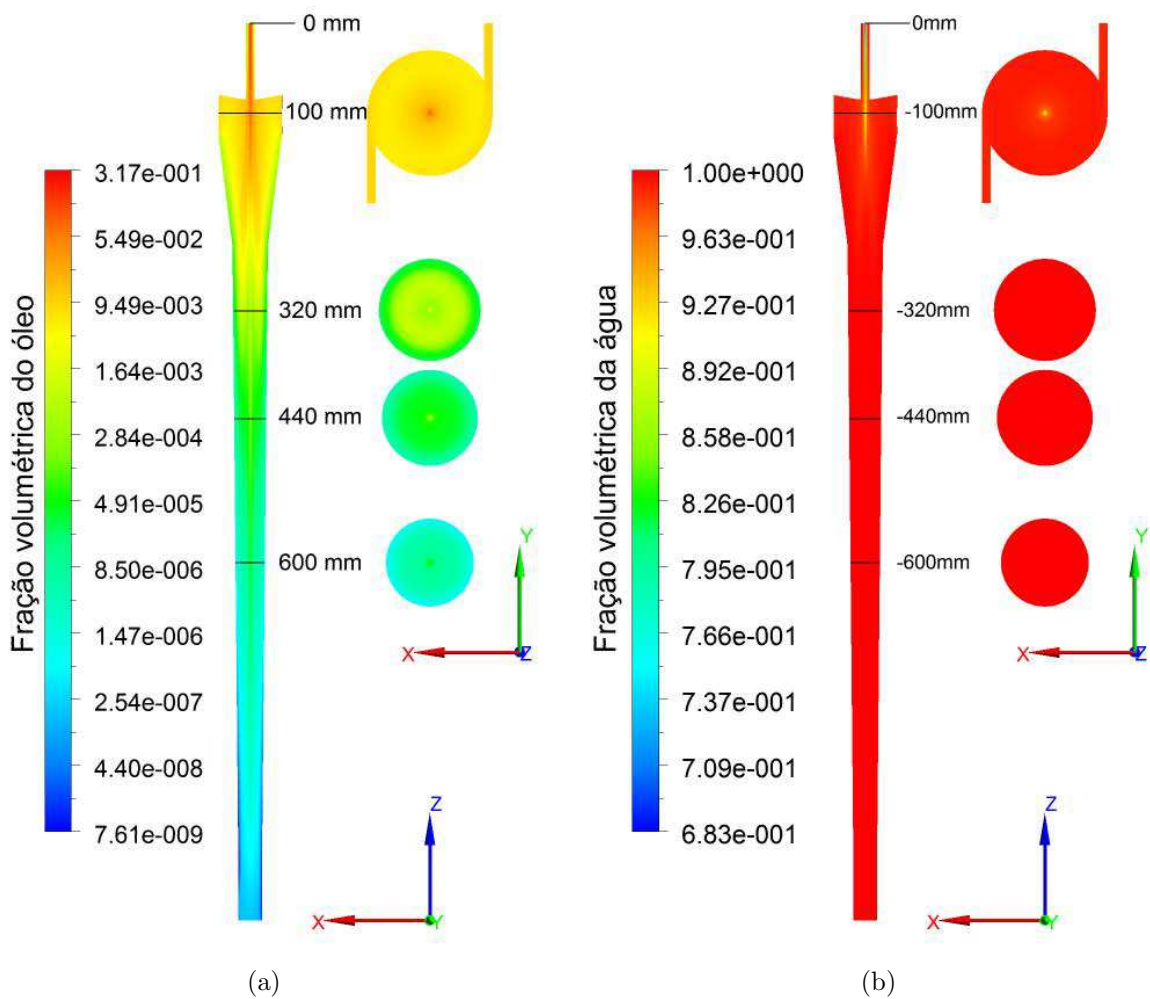


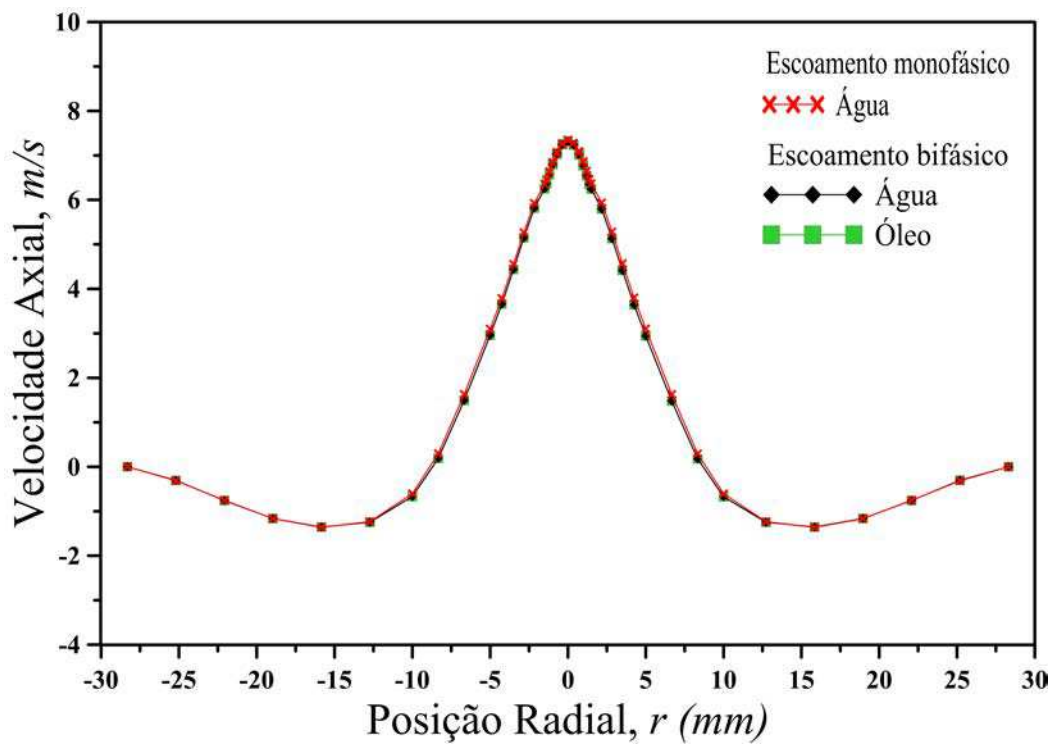
Figura 4.60 - Distribuição de fração volumétrica sobre os planos  $xy$  e  $xz$  para as fases contínua água (a) e para fase dispersa óleo (b).

#### 4.4.2 Resultados Quantitativos do escoamento bifásico

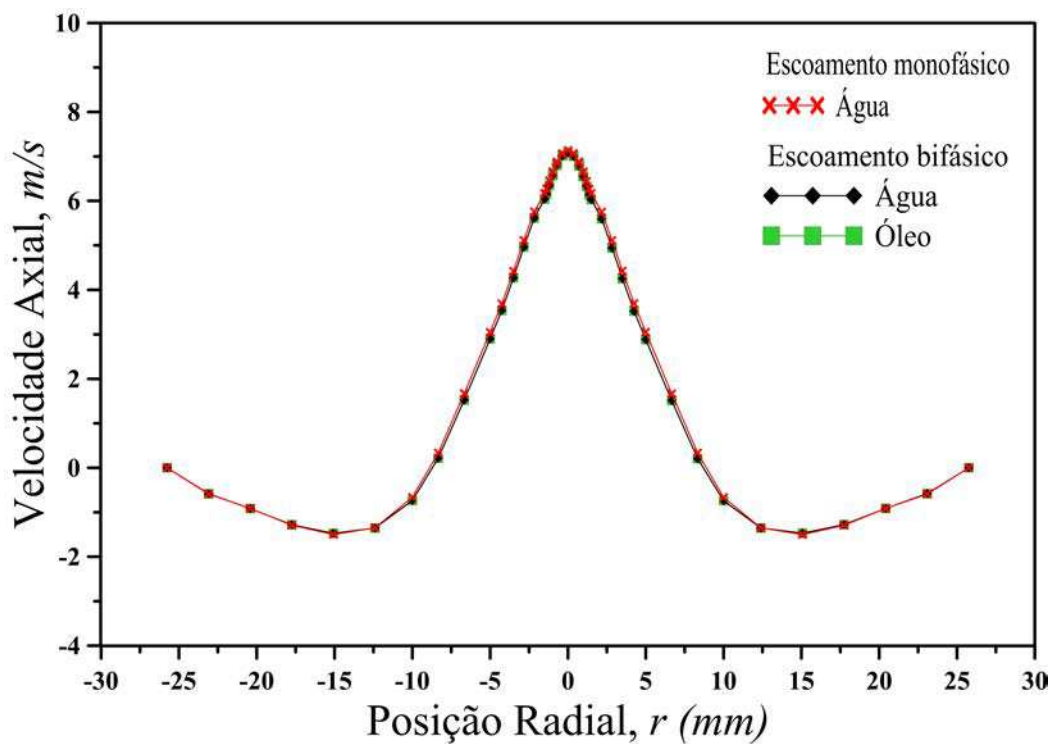
Os resultados numéricos da simulação do escoamento de água com óleo disperso são apresentados nas Figuras 4.61 a 4.65, através dos perfis de velocidade axial e tangencial juntamente com os obtidos para o escoamento monofásico de água apresentados na seção anterior. Observa-se nestas figuras que a presença de óleo (fase dispersa) não afeta o comportamento das componentes de velocidade axial e tangencial. Ao se examinar atentamente as Figuras 4.64 e 4.65, nas quais está representada a distribuição radial de velocidade tangencial observa-se uma pequena discrepância entre os perfis de velocidade para água e óleo no escoamento bifásico em

comparação ao escoamento monofásico de água. Neste sentido, pode-se concluir que o modelo de escoamento bifásico consegue prever de forma satisfatório o escoamento no interior do hidrociclone, tendo em vista que o confronto entre os resultados numéricos para o escoamento monofásico (água) com os dados experimentais disponibilizado no trabalho de Marins (2007) apresentou uma boa concordância.

Ao se observar atentamente a Figura 4.63 percebe-se uma pequena diferença entre os perfis de velocidade axiais para o escoamento apenas com água e para o escoamento bifásico água-óleo. Esta pequena discrepância pode estar relacionada com a redução da força de arraste perante a força de empuxo, o que sugere uma maior investigação dos fenômenos nesta região do hidrociclone, tendo em vista que foi a região onde se observou maiores discrepâncias quando comparado o escoamento monofásico (água) com os dados experimentais de Marins (2007).



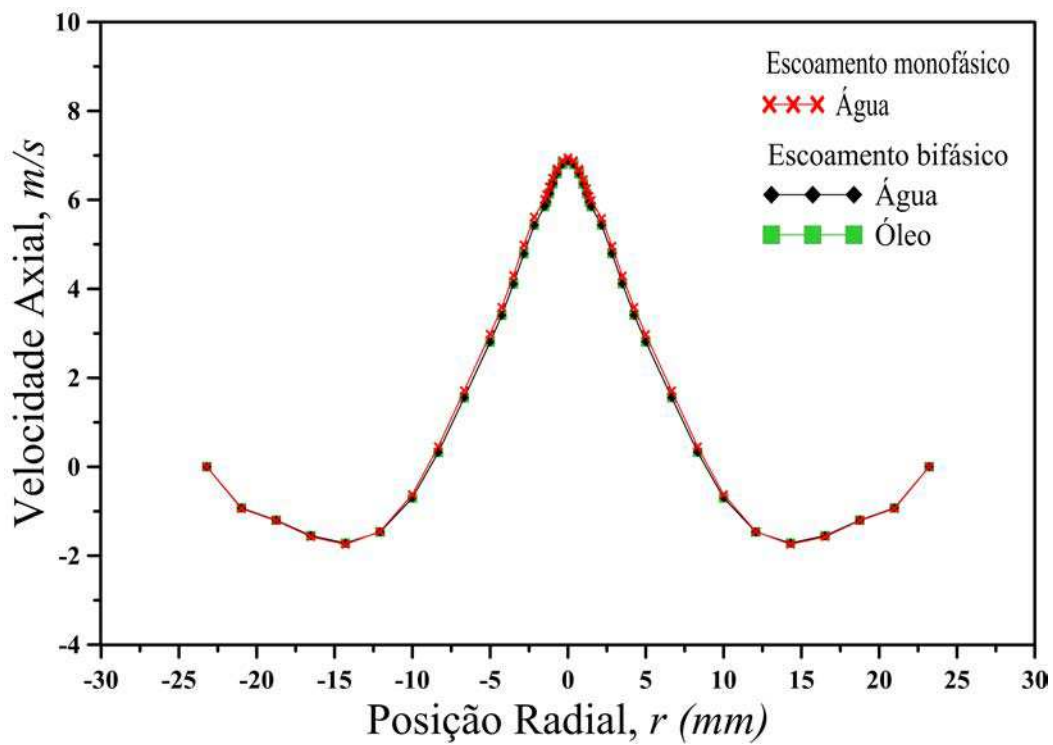
(a)



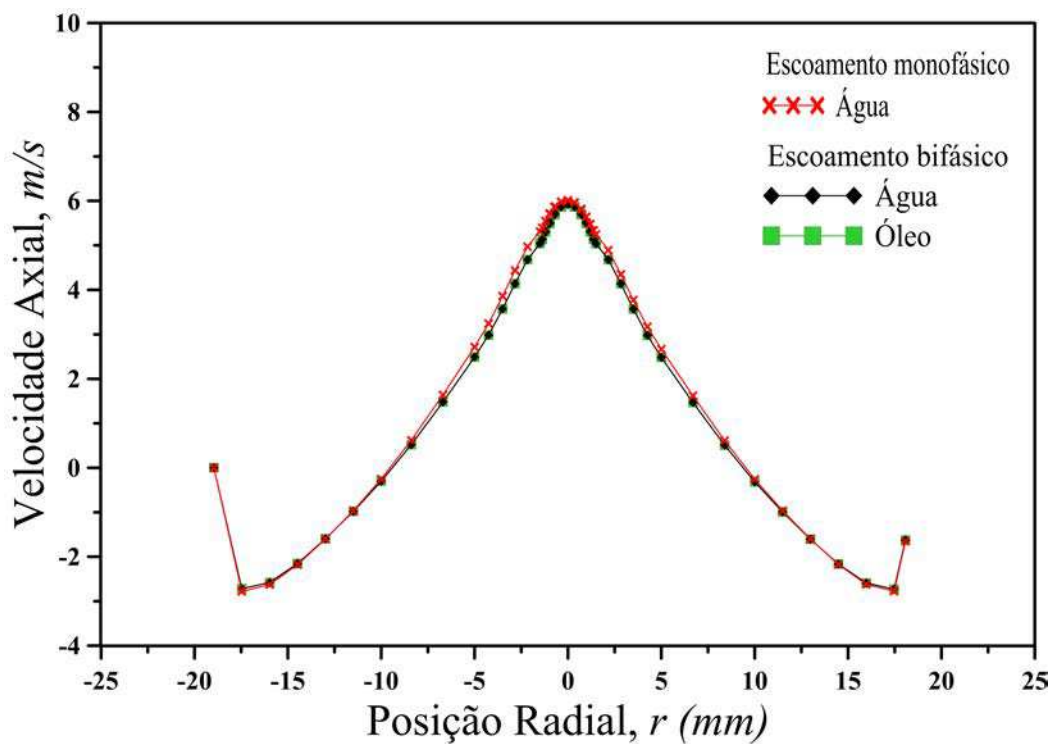
(b)

Figura 4.61 - Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 180 mm e (b) 200 mm.



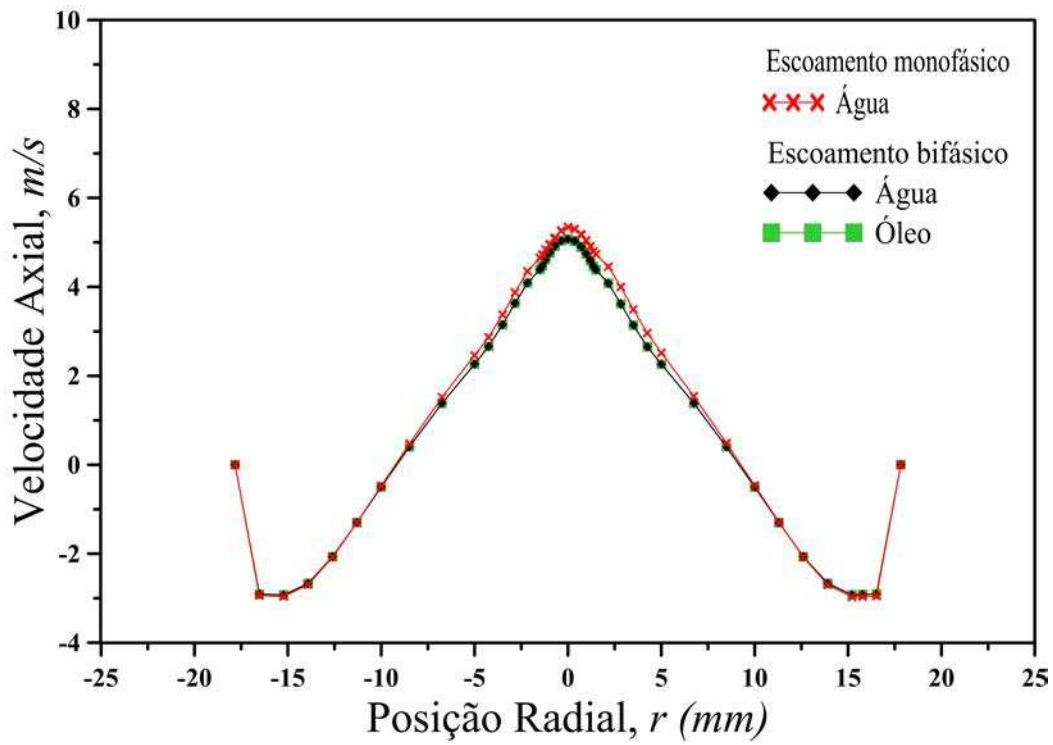


(a)

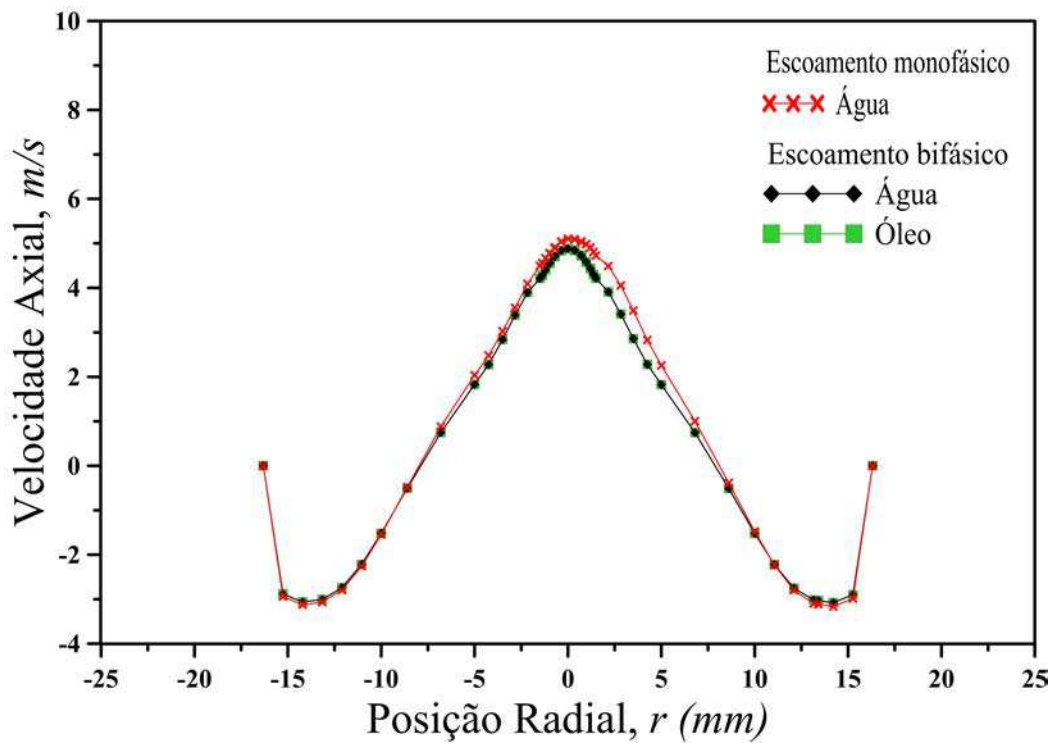


(b)

Figura 4.62 - Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 220 mm e (b) 320 mm.

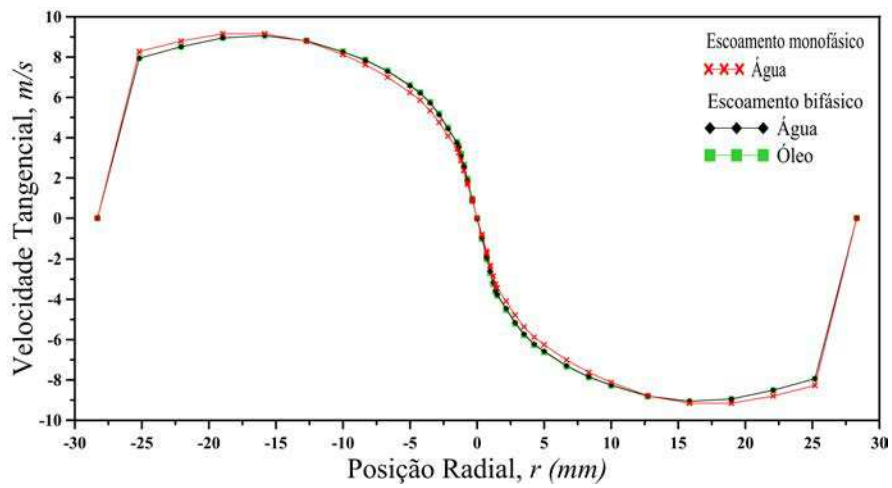


(a)

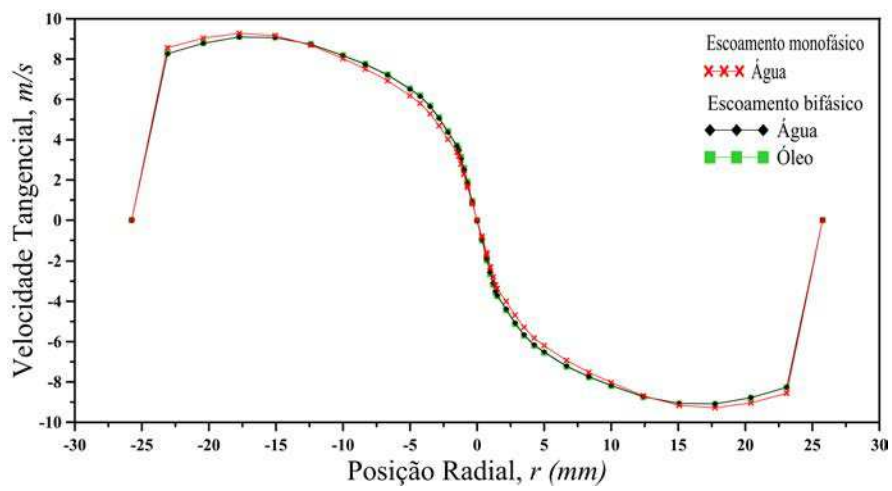


(b)

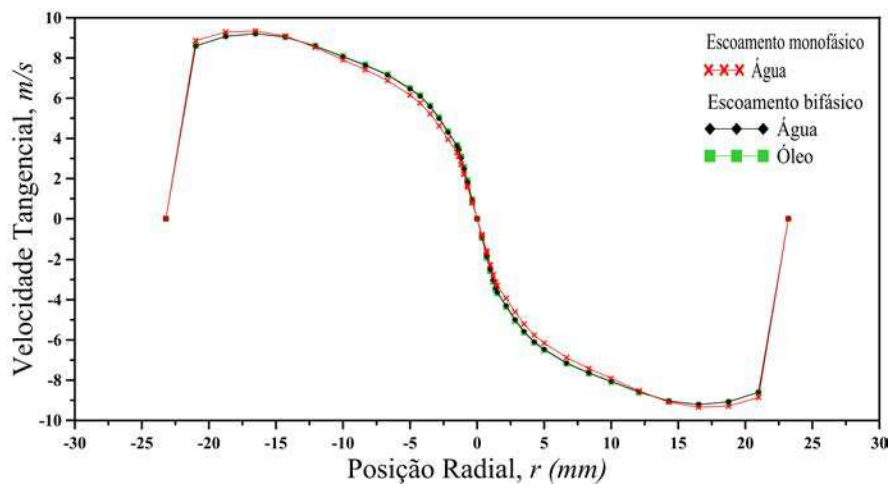
Figura 4.63 - Comparação entre os perfis da componente axial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 440 mm e (b) 600 mm.



(a)

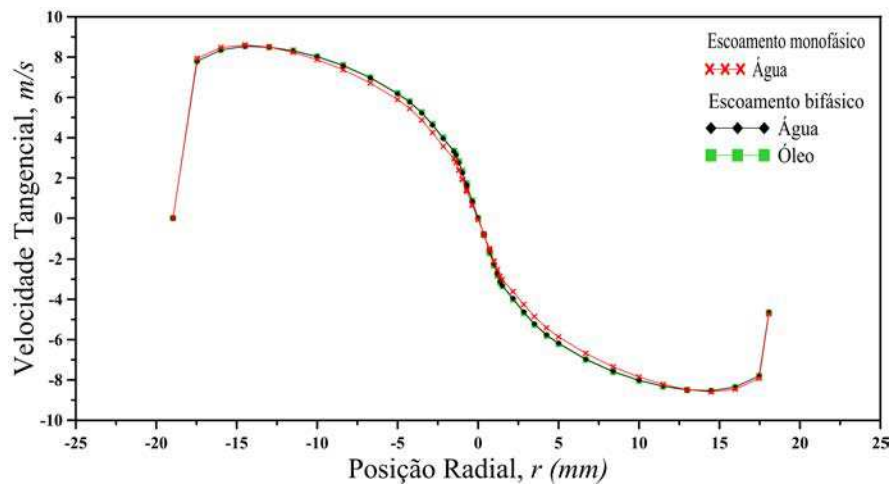


(b)

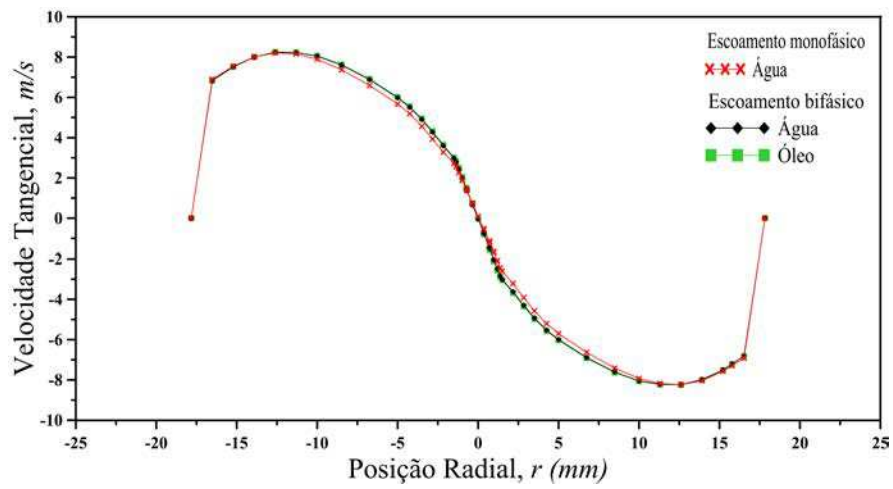


(c)

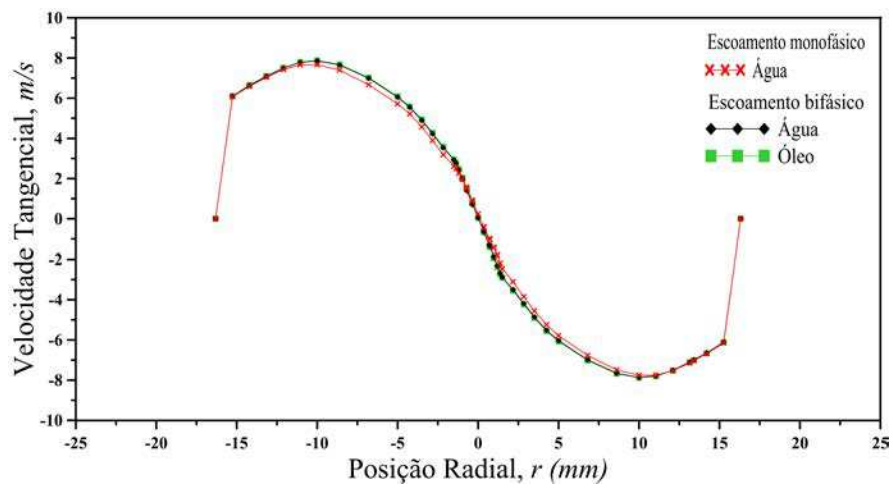
Figura 4.64 - Comparação entre os perfis da componente tangencial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 180 mm; (b) 200 mm e (c) 220 mm



(a)



(b)



(c)

Figura 4.65 - Comparação entre os perfis da componente tangencial da velocidade no escoamento bifásico (água-óleo) e escoamento monofásico (água), nas posições axiais: (a) 320 mm; (b) 440 mm e (c) 600 mm

Nas Figuras 4.66 e 4.67 estão representadas os valores numéricos da queda de pressão ( $\Delta p$ ) e da razão de queda de pressão ( $DPR$ ) em função do diâmetro da partícula (gotícula de óleo) avaliadas no presente trabalho. Os resultados mostram que, de uma maneira geral, não há praticamente uma variação significativa na queda de pressão com o aumento do diâmetro da partícula, ou seja, o valor de  $\Delta p$  se mantém praticamente constante. Este fato pode estar relacionado com a baixa concentração de óleo que alimenta o hidrociclone fazendo com que haja uma maior dispersão do óleo na água, como pode ser observado na Figura 4.60(b) afetando, assim, as forças de arraste e de empuxo.

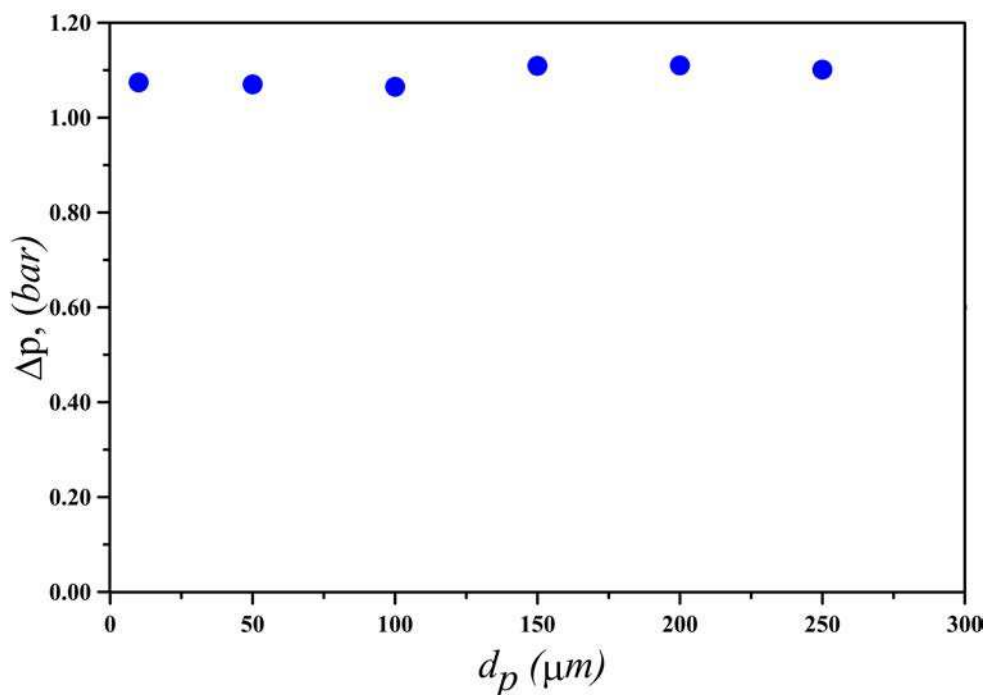


Figura 4.66 - Queda de pressão do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo,  $d_p$ .

Na Figura 4.67 estão representados os valores da relação de pressão ou razão de queda de pressão ( $DPR$ ) em função do diâmetro da gota de óleo. Os resultados indicam que a  $DPR$  se mantém praticamente constante o que, segundo Marins (2007), leva a porcentagem do rejeito ( $R_{rej}$ ) se manter também constante como pode ser observado na Figura 4.68. Esta afirmativa se manteve mesmo variando o diâmetro da partícula.

Na situação experimental de laboratório realizada por Marins (2007), onde se utilizou somente água como fluido de processo e trabalhando com um DPR em torno de 1,8 chegou-se a vazão de rejeito próxima a 40% da entrada. No presente trabalho, na presença de um escoamento bifásico com baixa concentração de óleo (0,897g/L) e com um  $DPR$  em torno de 1,9 chegou-se a vazão de rejeito próxima a 35% da entrada. Estes resultados se mostraram ser independentes do diâmetro da gota de óleo dentro do intervalo estudado.

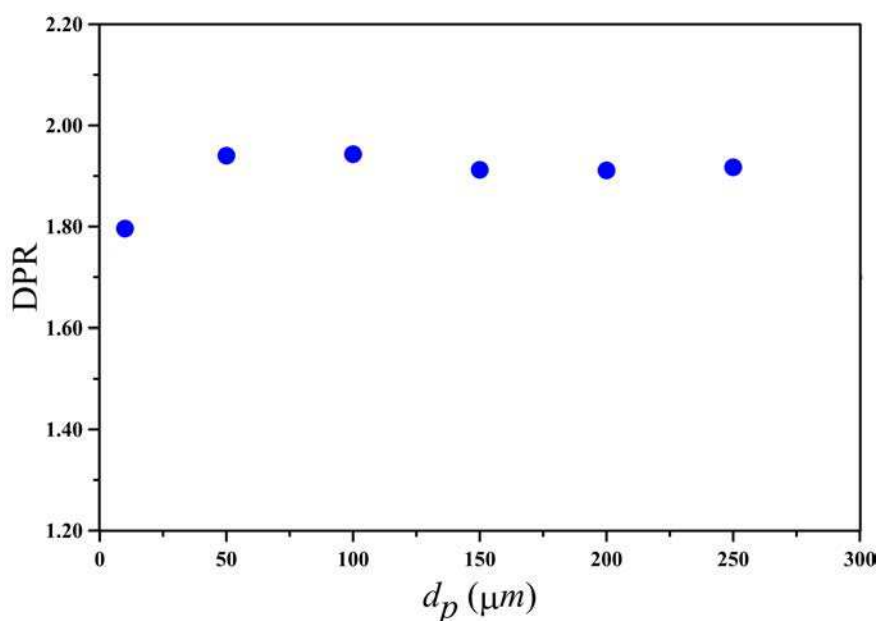


Figura 4.67 - Razão de queda de pressão do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo,  $d_p$ .

As Figuras 4.69 e 4.70 apresentam o comportamento da eficiência de separação água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gota de óleo. Na Figura 4.69, constata-se que o hidrociclone é capaz de remover praticamente todo o óleo presente na corrente de água oleosa variando sua eficiência entre 96-97 e 100%. Observa-se ainda que a eficiência de separação decresce com o aumento do diâmetro da gota de óleo o que diverge com o que é reportado, em alguns trabalhos, na literatura a exemplo de Xiaodong *et al.* (2003), Yoshida *et al.* (2004), Bennett e Williams (2004), Fonseca e Secchi (2006), Silva (2006), Souza *et al.* (2010) e Farias *et al.* (2010). Este fato pode estar relacionado a baixa concentração de óleo na entrada do hidrociclone (0,897g/L) que pode afetar as forças que atuam no hidrociclone, em especial a força

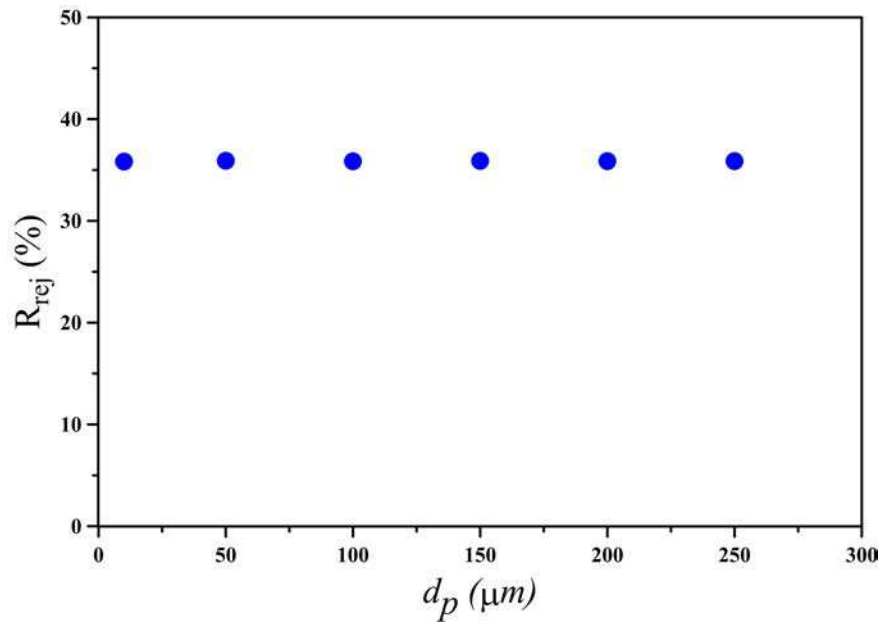


Figura 4.68 - Percentagem do rejeito do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo,  $d_p$ .

de arrasto na direção do *underflow*.

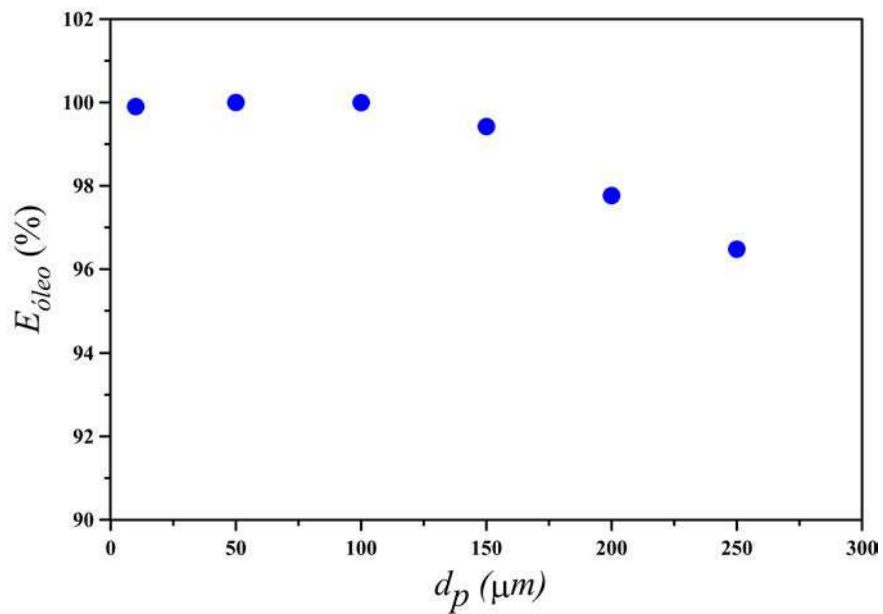


Figura 4.69 - Eficiência de remoção de óleo do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo,  $d_p$ .

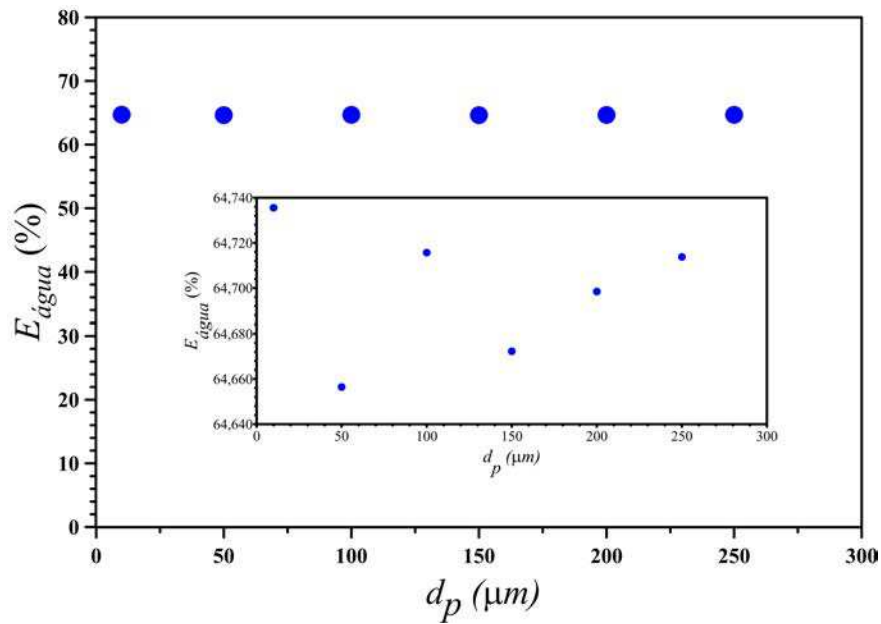


Figura 4.70 - Eficiência de remoção de água do escoamento bifásico água-óleo no hidrociclone em função do diâmetro da gotícula de óleo,  $d_p$ .

Observando-se ainda a Figura 4.69 nota-se que a variação do diâmetro da fase dispersa (óleo) influenciou a eficiência de remoção de óleo. Isto é, à medida que se aumenta o diâmetro da fase dispersa (óleo), há uma diminuição na eficiência da remoção de óleo, devido ao arrasto da fase dispersa na direção da saída inferior.

## 4.5 Escoamento trifásico

### 4.5.1 Resultados Qualitativos para o escoamento trifásico

A Figura 4.71 descreve o campo de pressão sobre os planos  $xz$  e  $xy$  para diferentes vazões totais de alimentação (soma das vazões nas duas entradas tangenciais) do hidrociclone (5,5; 6,5; 7,5 e 8,5  $\text{m}^3/\text{h}$ ). Como esperado a pressão descreve um comportamento radial em direção ao centro do hidrociclone a partir das paredes cilindro-cônico. Este fenômeno é mais evidente nas proximidades das entradas tangenciais e torna-se mais acentuado à medida que se aumenta a vazão de alimentação, como pode ser observado na Figura 4.72. Nesta figura é possível observar que os maiores gradientes de pressão se localizam nas proximidades da parede cilíndrica e nas entradas tangenciais por conta das forças de arraste e centrífuga serem mais importantes nesta região do hidrociclone.



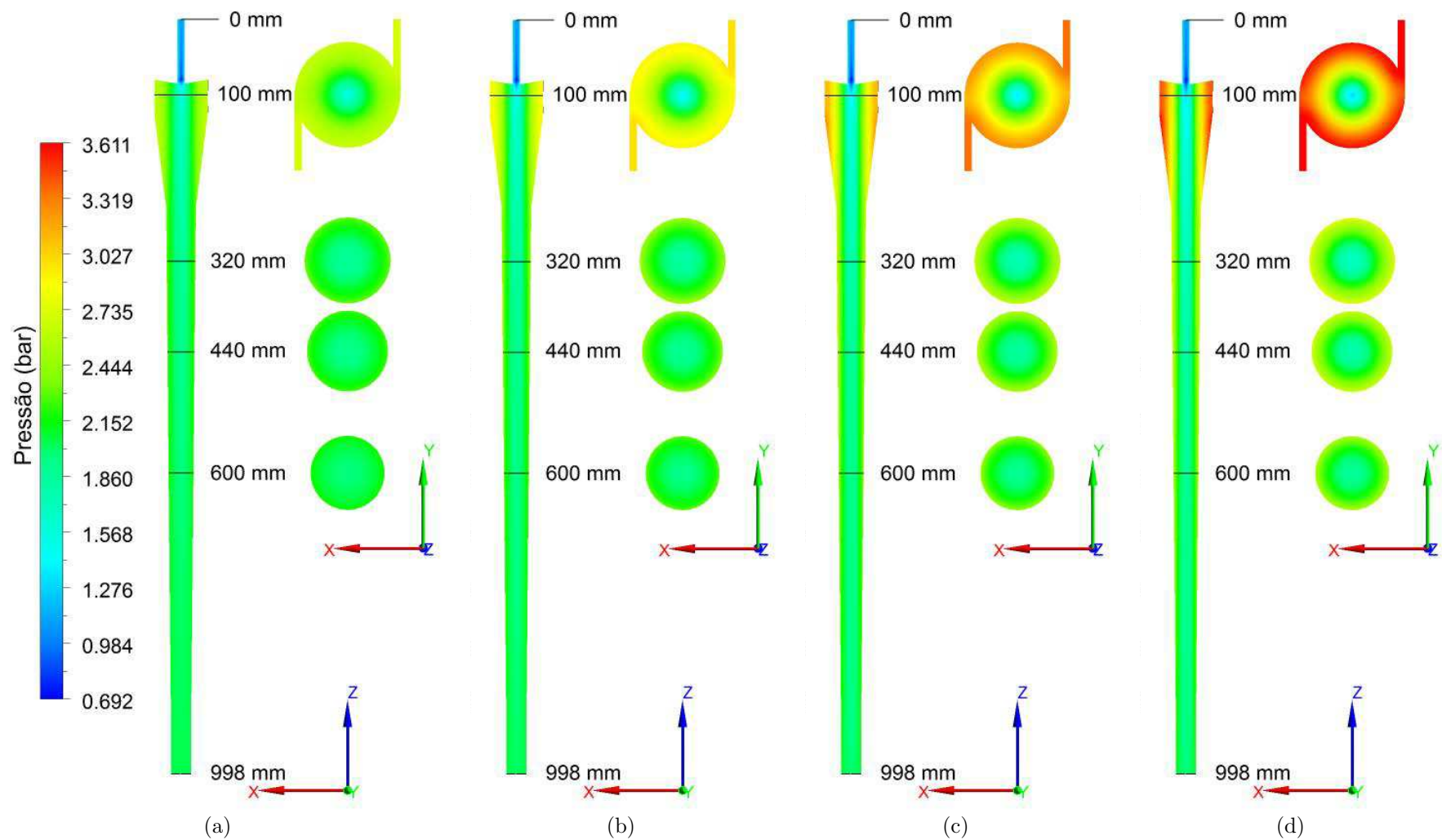


Figura 4.71 - Representação da distribuição de pressão sobre os planos  $zx$  e  $xy$  para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h.

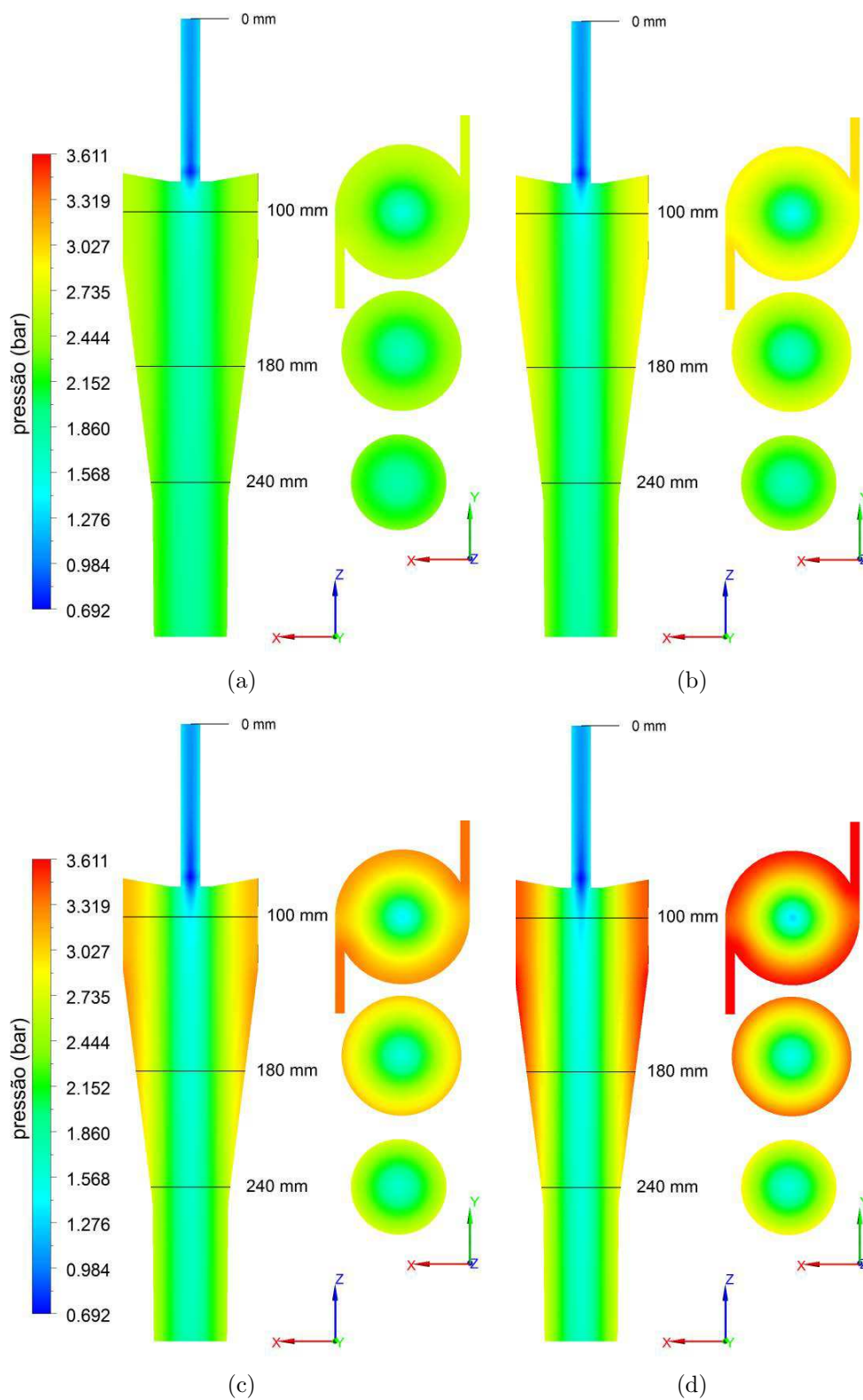


Figura 4.72 - Representação do campo de pressão nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h

A Figura 4.73 expõe a distribuição de pressão sobre as paredes cilindro-cônica do hidrociclone onde se constata que o efeito das forças exercidas pelo fluido decorrentes da vazão total de alimentação nas entradas tangenciais. Estes resultados ratificam o comportamento simétrico observado no campo de pressão. Pode-se, ainda, observar que nas proximidades da entrada tangencial aparecem os valores mais expressivos da pressão indicando que esta é a região mais afetada pela ação direta do choque das partículas de areia o que pode proporcionar um desgaste das paredes do hidrociclone.

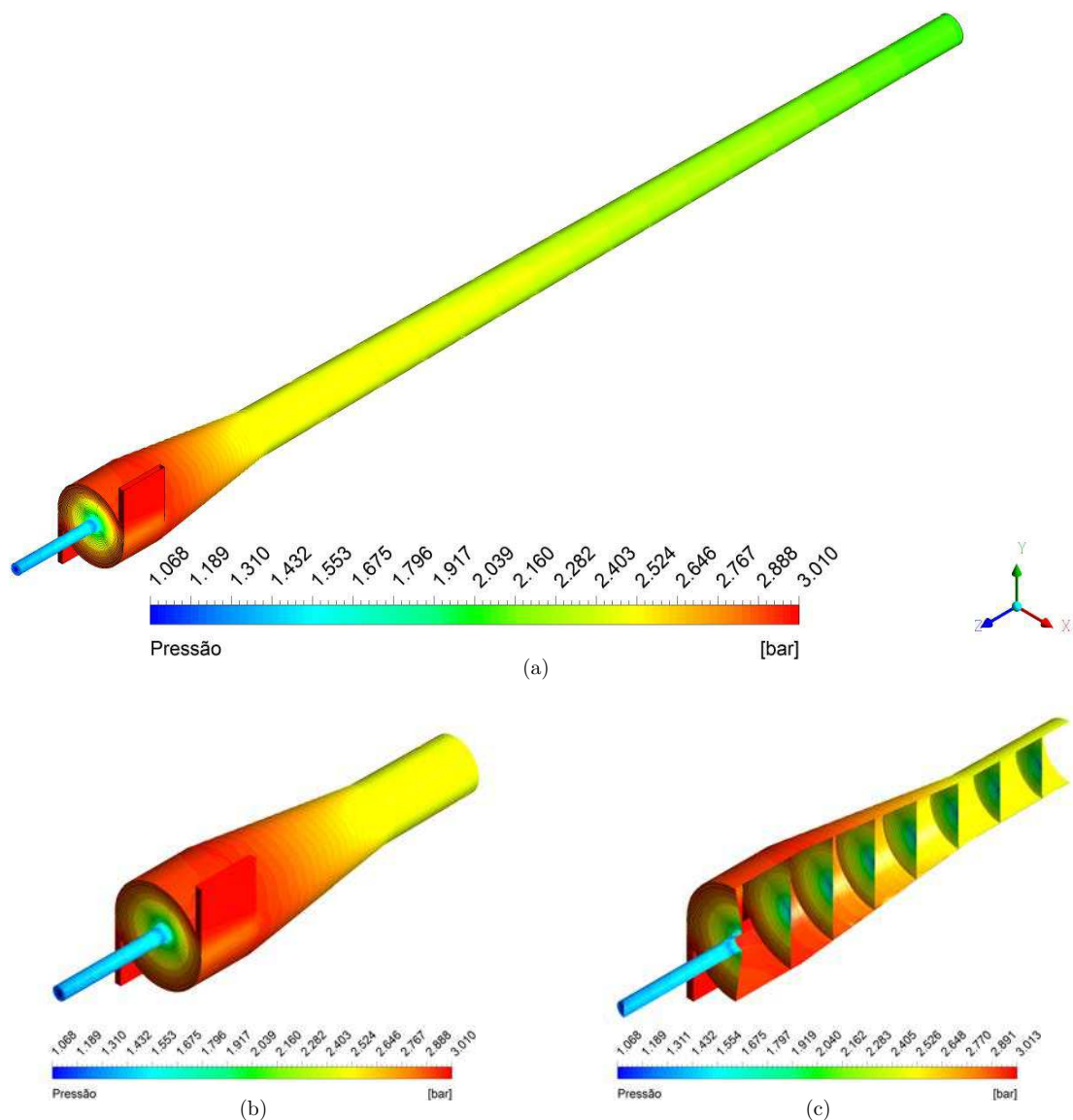


Figura 4.73 - Distribuição de pressão ao longo das paredes do hidrociclone para uma vazão total de alimentação igual a  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$  (ou  $3,25 \text{ m}^3/\text{h}$  em cada entrada).

Na Figura 4.74 está representada a distribuição de pressão sobre as paredes cilíndrico-cônica do hidrociclone para diferentes vazões totais de alimentação (5,5; 6,5; 7,5 e 8,5 m<sup>3</sup>/h). Como esperado, quanto maior a vazão de alimentação maiores são as pressões exercidas pelos fluidos e sólidos sobre as paredes do hidrociclone. Ao se analisar estes resultados o leitor deve levar em consideração a escala de cores, que foi definida tomando-se a vazão mínima de 5,5 m<sup>3</sup>/h e a máxima de 8,5 m<sup>3</sup>/h. Neste caso, os resultados para baixas vazões dão a entender que o campo de pressão apresenta uma distribuição quase que uniforme.

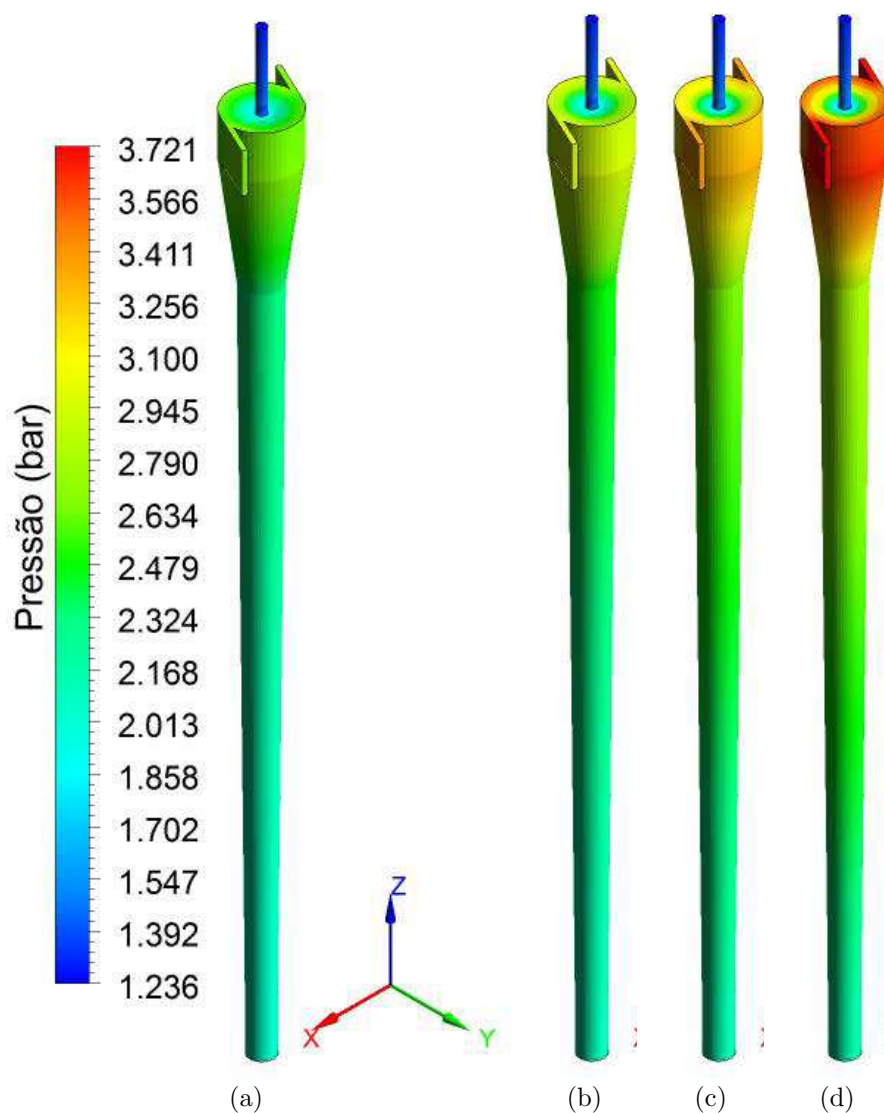


Figura 4.74 - Representação da distribuição pressão sobre as paredes do hidrociclone para diferentes vazões volumétrica no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (d) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (e) 8,5 m<sup>3</sup>/h.

Nas Figuras 4.75 e 4.76 estão expostas a distribuição da fração volumétrica do óleo sobre os planos longitudinal  $xz$  e transversal  $xy$  ao longo do hidrociclone para diferentes vazões totais de entrada no hidrociclone (5,5; 6,5; 7,5 e 8,5 m<sup>3</sup>/h). Estas figuras mostram que o óleo se concentra nas proximidades do eixo do hidrociclone e decresce radialmente em direção à parede cilíndrico-cônica. Este comportamento é decorrente da intensidade turbilhonar induzida pelas entradas tangenciais e que se prolonga ao longo do hidrociclone traduzido pelas correntes helicoidais descendentes e ascendentes dos fluidos (água e óleo). Pode-se também dizer que este comportamento é igualmente afetado pelas partículas sólidas dispersas presentes na corrente contínua, onde as forças de arraste, peso e centrífugas estão em constante “disputa” e com isto as partículas sólidas são lançadas contra as paredes do hidrociclone e, então, carregadas para a saída inferior.

Ao se olhar atentamente a Figura 4.76 percebe-se que há um aumento da concentração de óleo, (fração volumétrica) nas proximidades do eixo, onde se percebe nitidamente a formação de um núcleo de óleo. Isto se dá em consequência do aumento da vazão total da mistura nas entradas tangencias do hidrociclone proporcionando, assim, um aumento da força de arraste e, conseqüentemente, na força centrífuga no interior do hidrociclone. Isto faz com que a diferença de densidade entre as fases, água, óleo e areia, conduzam o óleo em direção à região central e, por conseguinte, a água e areia sejam lançadas contra as paredes cilíndrico-cônica do hidrociclone, como pode ser observado nas Figuras 4.77 a 4.80. Destaca-se ainda que a fração volumétrica de água se concentra na região intermediária entre o núcleo de óleo e as paredes cilíndrico-cônica do hidrociclone, enquanto que a areia fica imediatamente nas proximidades das paredes do hidrociclone.

Outro ponto interessante a ser destacado pode ser observado na Figura 4.75 é o aumento da concentração de água (ou fração volumétrica) a medida que se afasta da entrada tangencial. Este comportamento fica mais evidente ao se aumentar a vazão total de alimentação do hidrociclone. Isto leva a um aumento no momento angular conduzindo um acréscimo na quantidade de água em direção a saída de fundo. Comportamento semelhante foi observado nas Figuras 4.79 e 4.80, onde as frações volumétricas de areia se concentram nas proximidades das paredes e, devido ao efeito da força da gravidade, seguem em direção a saída inferior do hidrociclone.

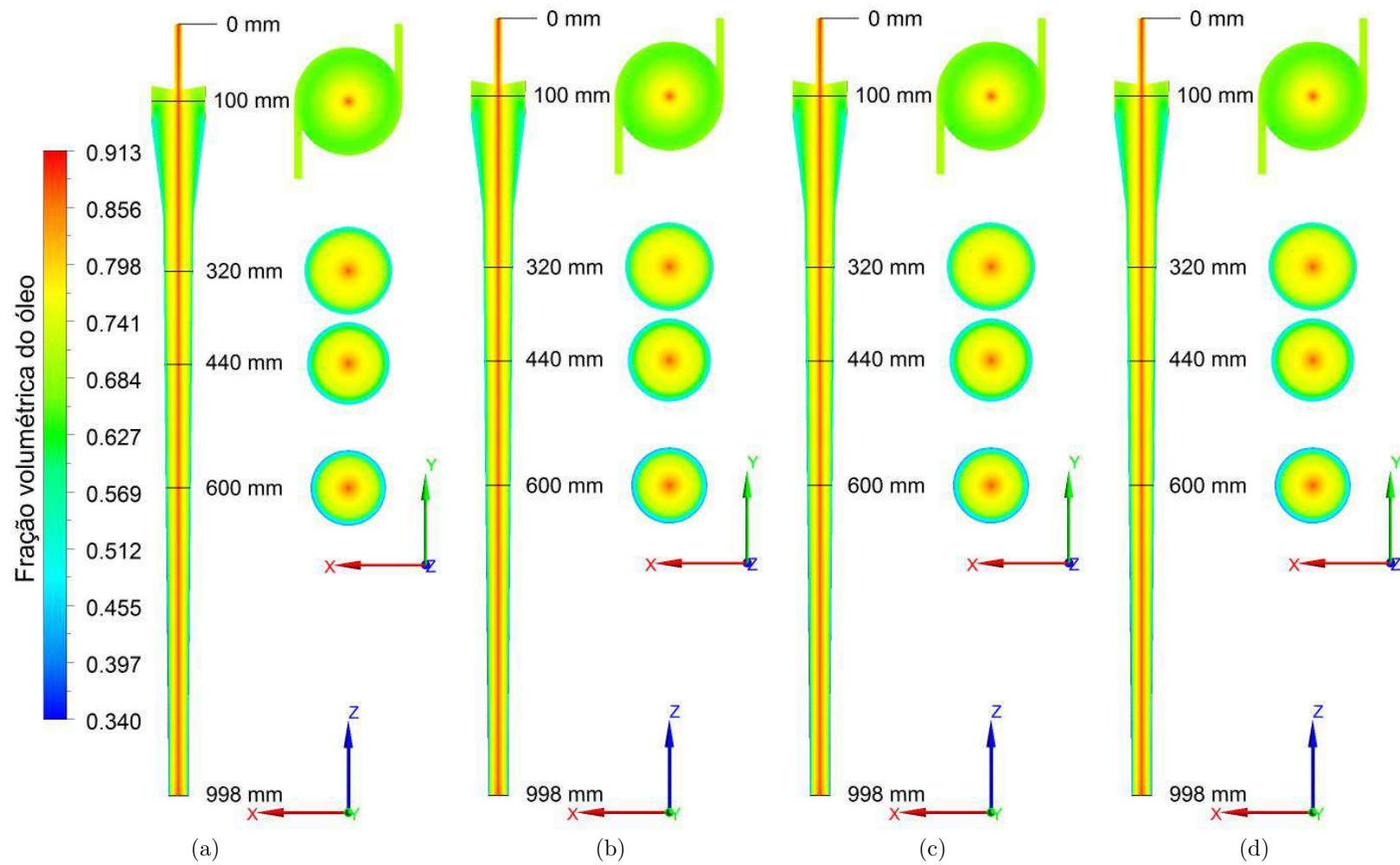


Figura 4.75 - Representação da distribuição da fração volumétrica de óleo sobre os planos  $zx$  e  $xy$  para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone: (a)  $5,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b)  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (c)  $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$  e (d)  $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

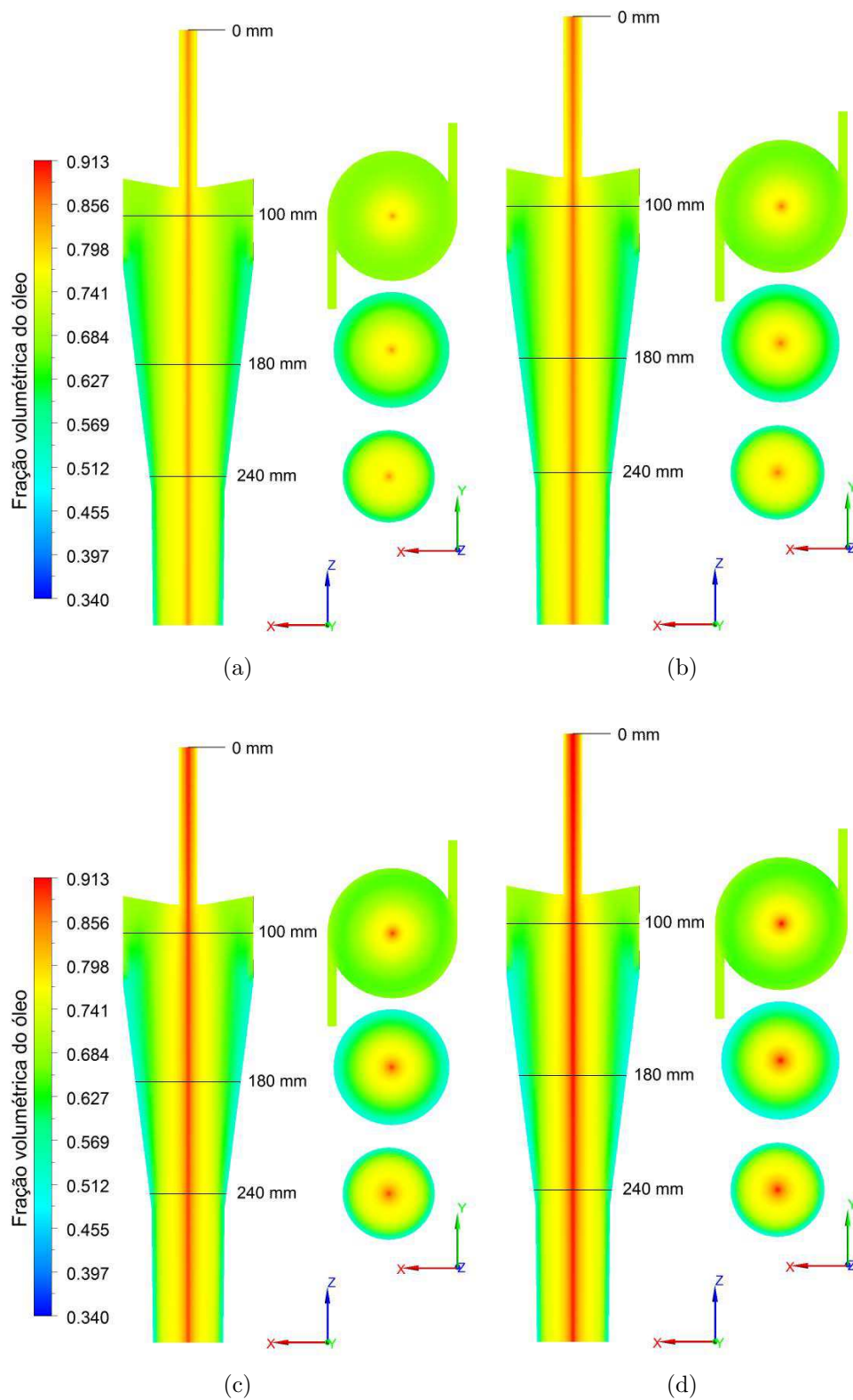


Figura 4.76 - Representação da distribuição da fração volumétrica de óleo nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h

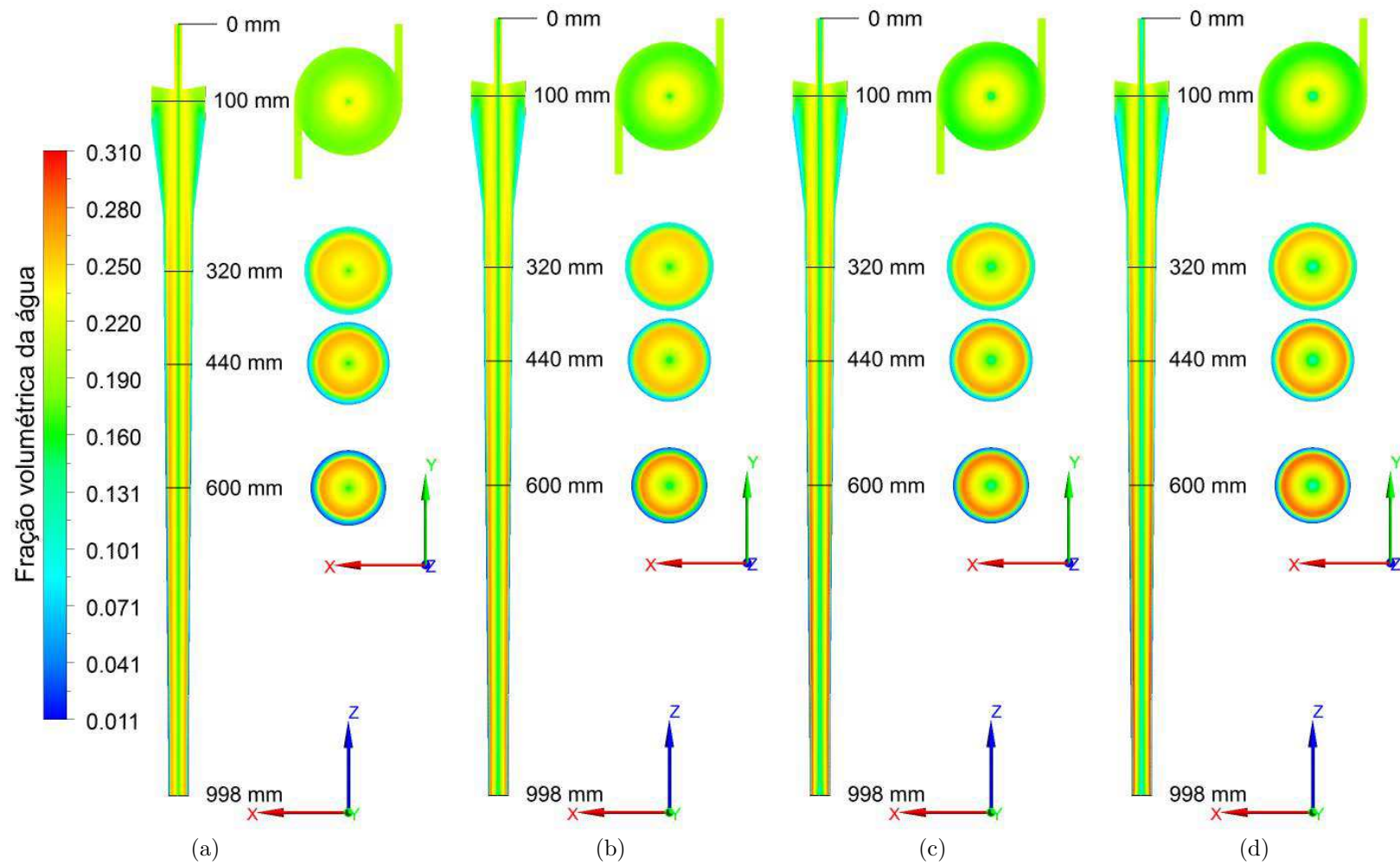


Figura 4.77 - Representação da distribuição da fração volumétrica de água sobre os planos  $zx$  e  $xy$  para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h.



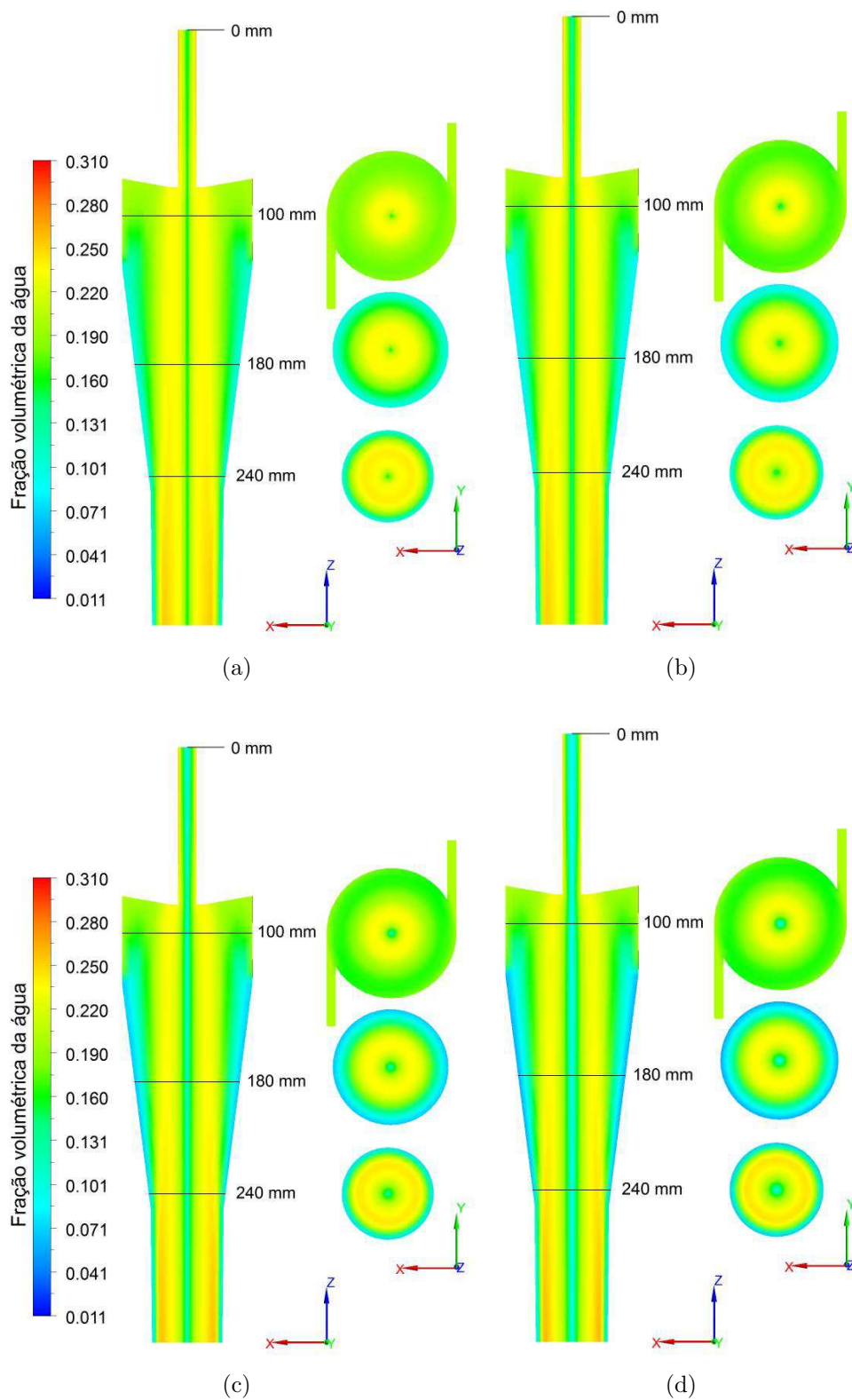


Figura 4.78 - Representação da distribuição da fração volumétrica de água nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h.

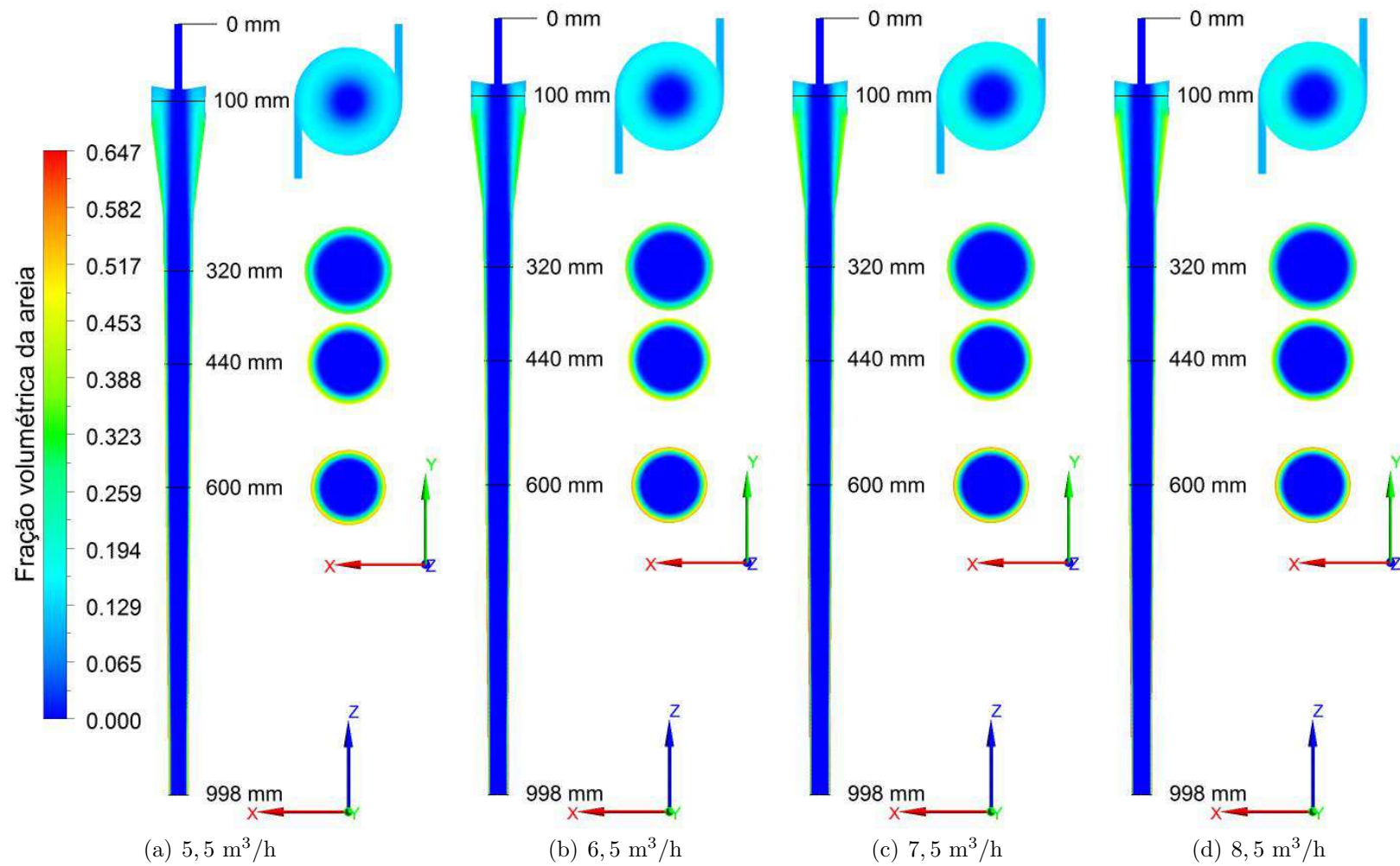


Figura 4.79 - Representação da distribuição da fração volumétrica da areia sobre os planos  $zx$  e  $xy$  para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a)  $5,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b)  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (c)  $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$  e (d)  $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

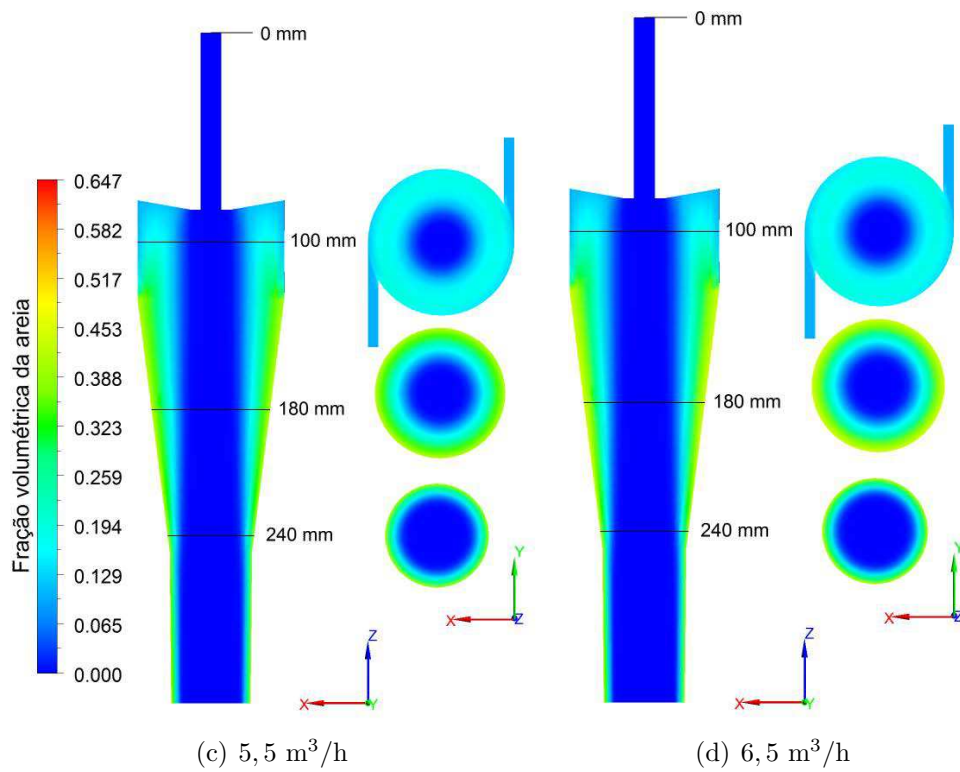
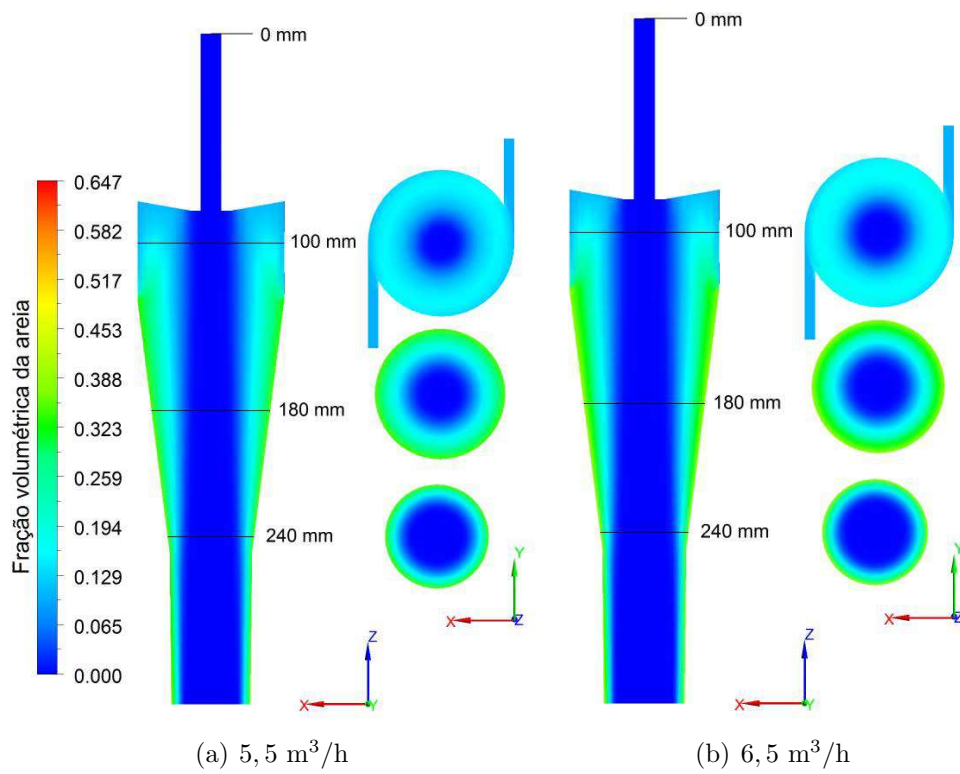


Figura 4.80 - Representação da distribuição da fração volumétrica da areia nas ampliações na região próxima as entradas de alimentação do hidrociclone para diferentes vazões volumétricas no hidrociclone: (a) 5,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (c) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (d) 8,5 m<sup>3</sup>/h.

#### 4.5.2 Resultados quantitativos para o escoamento trifásico

Com o objetivo de avaliar o desempenho do hidrociclone em condição de operação, de acordo com as Tabelas 3.1, 3.2 e 3.8, e utilizando as Equações 3.3 a 3.7, foram determinadas a queda de pressão média, razão da queda de pressão ( $DPR$ ) e as eficiências de remoções de água, óleo e areia no hidrociclone, e a percentagem de rejeito, para diferentes condições operacionais.

A Figura 4.81 apresenta os resultados numéricos da queda de pressão em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone avaliada no presente trabalho. Os resultados indicam um aumento na queda de pressão ( $\Delta p$ ) com o aumento da vazão volumétrica de alimentação da mistura (água - óleo - areia) ratificando o que vem sendo observado na literatura empregando ciclones ou hidrociclones, como por exemplo, Fabião (2010). Este comportamento pode ser atribuído ao fato de que a componente tangencial da velocidade da fase contínua é responsável pela maior parte da queda de pressão, devido ao maior consumo de energia para o arraste do fluido e conseqüentemente produz um aumento nos campos centrífugos.

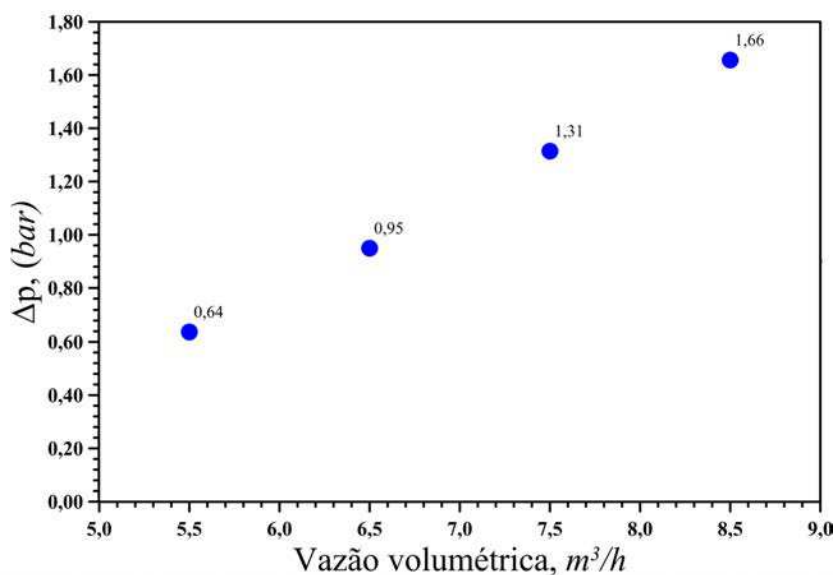


Figura 4.81 - Queda de pressão em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico.

A Figura 4.82 apresenta a influência da razão da queda de pressão ( $DPR$ ) em função da vazão volumétrica de alimentação. Os resultados mostram que a  $DPR$  decresce com o aumento da razão ratificando a redução da pressão no tubo de saída superior. Este fato afeta igualmente a vazão de fluido que sair do dispositivo pela saída superior, como pode ser observado na Figura 4.83. Nesta figura estão representados os valores numéricos da porcentagem de rejeito em função da vazão volumétrica de alimentação. Observa-se que a porcentagem de rejeito diminui com o aumento da vazão volumétrica de alimentação. Este comportamento está diretamente relacionado com o aumento da velocidade tangencial ao longo do hidrociclone como pode ser observado nas Figuras 4.84 e 4.85.

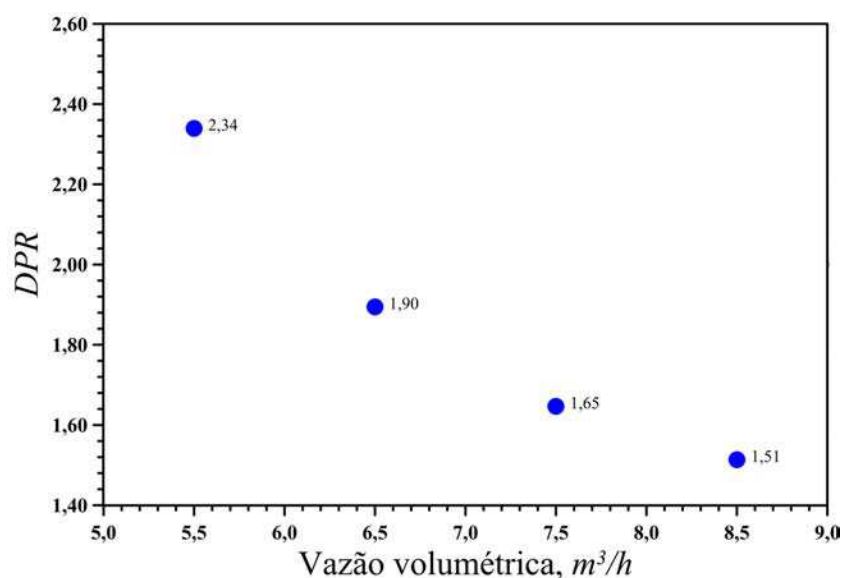


Figura 4.82 - Razão da queda de pressão em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico.

Estas figuras ilustram que com o aumento da vazão total de alimentação, há um aumento significativo das componentes tangenciais de velocidade proporcionando uma redução da pressão do centro do hidrociclone observados na Figuras 4.71 e 4.72. Esta situação possibilita ao óleo, que tem menor densidade, deslocar-se em direção ao eixo do hidrociclone (Figuras 4.75 e 4.76) proporcionando assim a sua captura não apenas pelo duto de saída superior como também pela saída inferior. Como resultado percebe-se que há uma redução na eficiência de separação, como poder ser observado na Figura 4.86, onde se tem a eficiência de separação versus vazão volumétrica de

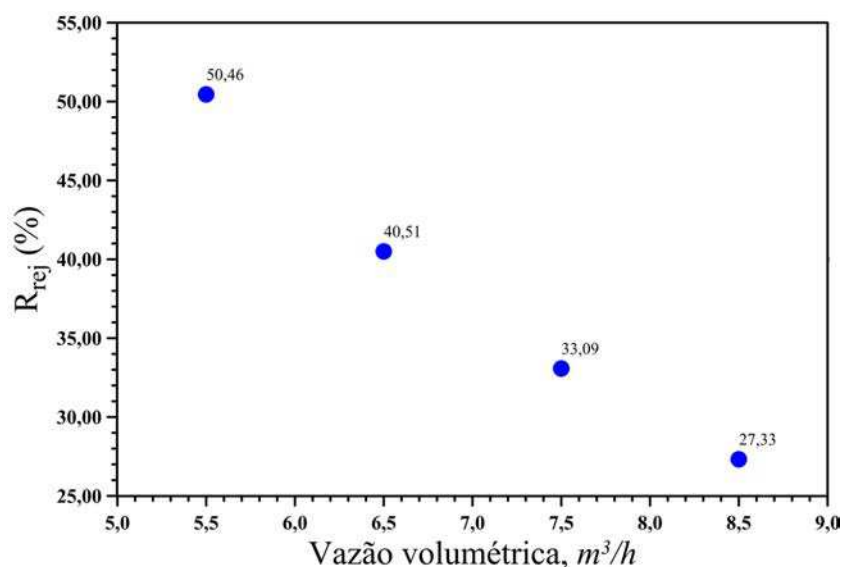
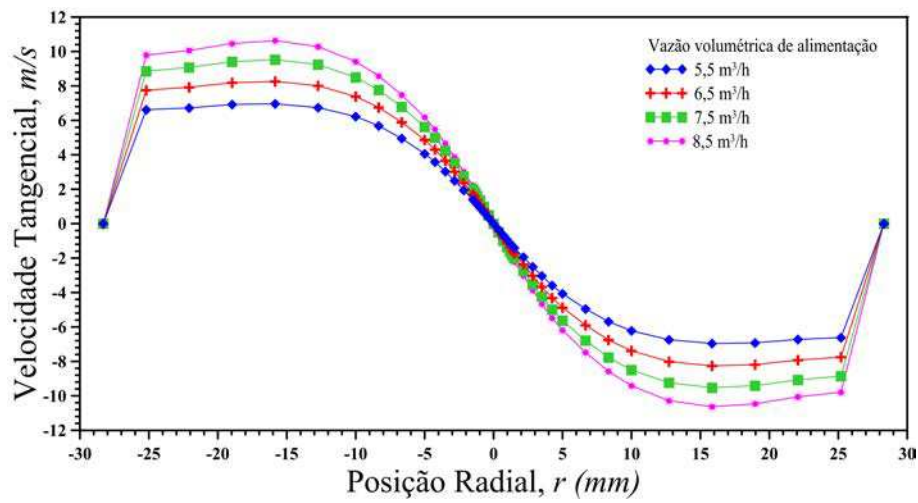


Figura 4.83 - Percentagem de rejeito em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico.

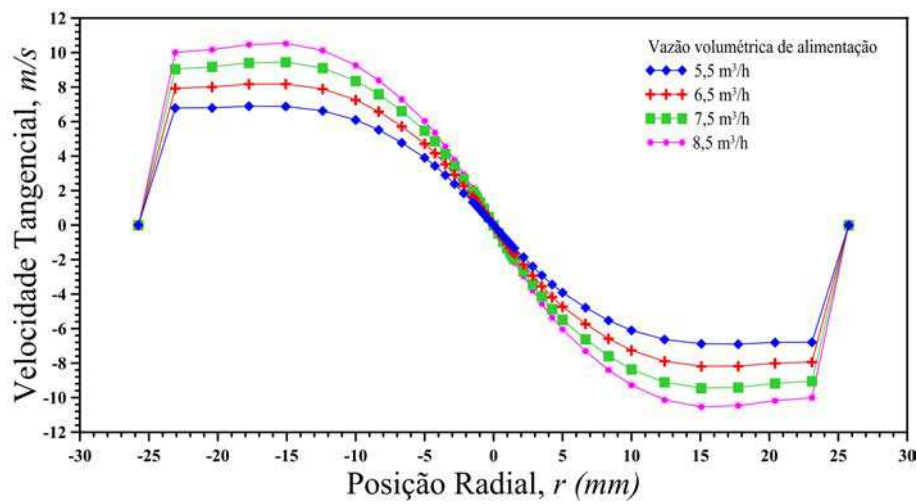
alimentação. Ver-se claramente que ao se aumentar a vazão volumétrica reduz-se a eficiência de separação.

Estes resultados discordam do que é reportado na literatura quando as fases presentes são apenas água e óleo. Este comportamento pode ser explicado pela presença da terceira fase, bem mais densa, e que ocupa as regiões próximas as paredes cilíndrico-cônico (Figuras 4.79 e 4.80), fazendo com que a água se mantenha uma região entre a fase óleo e areia (Figuras 4.77 e 4.78).

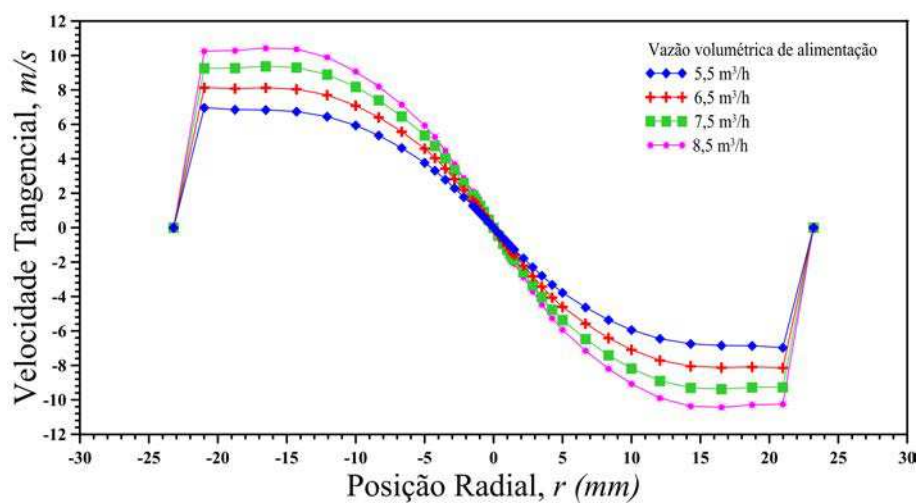
A Figura 4.87 apresenta o comportamento de eficiência de remoção de areia no hidrociclone em função da vazão de alimentação. Observa-se que a eficiência de separação da areia é mantida praticamente constante com o aumento da vazão volumétrica de alimentação. As partículas de areia ao entrarem no hidrociclone são lançadas contra as paredes cilíndrico-cônica e outra quantidade desliza em direção à saída de fundo. Este fato está relacionado com os parâmetros geradores da força centrífuga, vazão de alimentação e diferença de densidade entre as fases, fazendo com que a areia se concentre nas proximidades das paredes cilíndrico-cônicas (Figura 4.79 e 4.80). No entanto, uma pequena fração de areia ainda é arrastada pela corrente de fluidos ascendente próximo ao eixo, o que explica a eficiência de remoção de areia ser inferior a 100%.



(a)

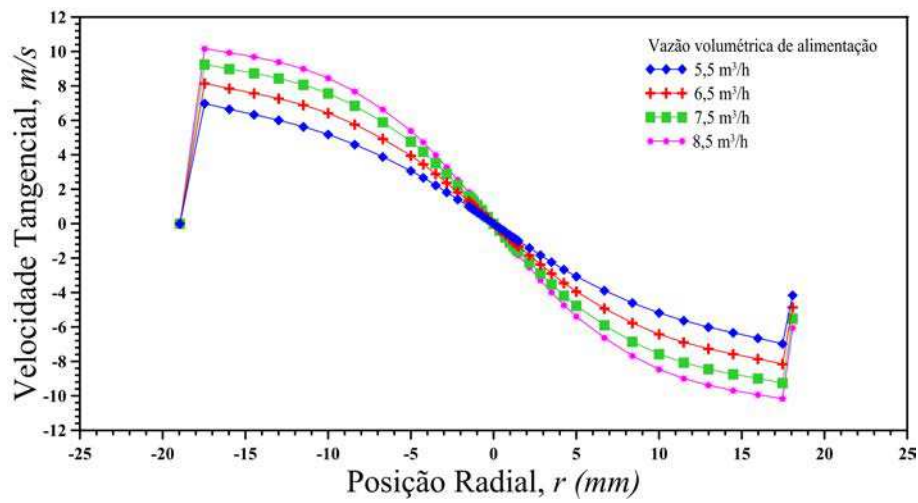


(b)

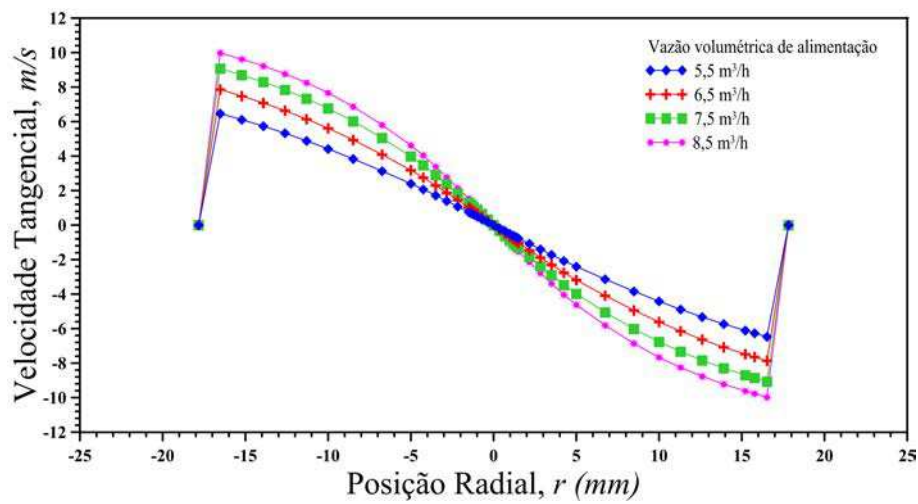


(c)

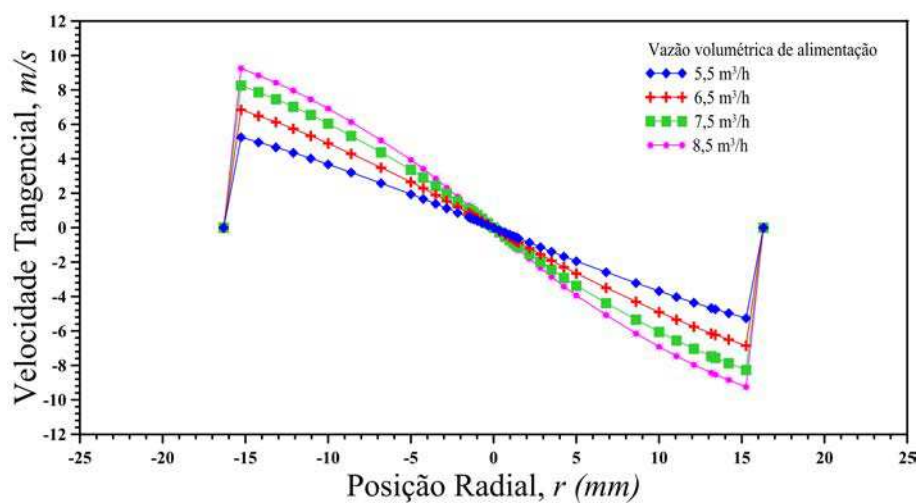
Figura 4.84 - Perfil da componente tangencial da velocidade da fase contínua, nas posições axiais: (a) 180 mm, (b) 200 mm e (c) 220 mm.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.85 - Perfil da componente tangencial da velocidade da fase contínua, nas posições axiais: (a) 320 mm, (b) 440 mm e (c) 600 mm.



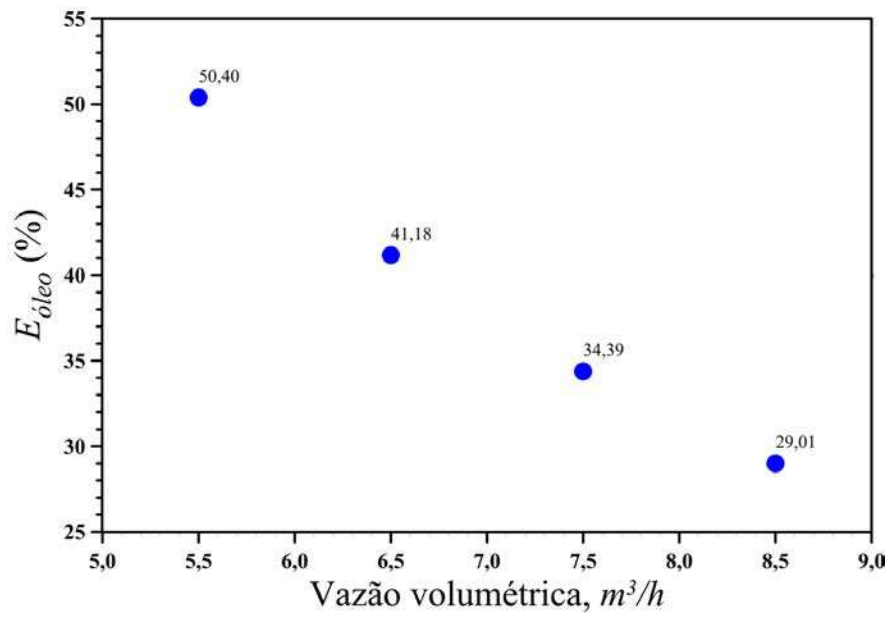


Figura 4.86 - Eficiência de remoção de óleo em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone para o escoamento trifásico.

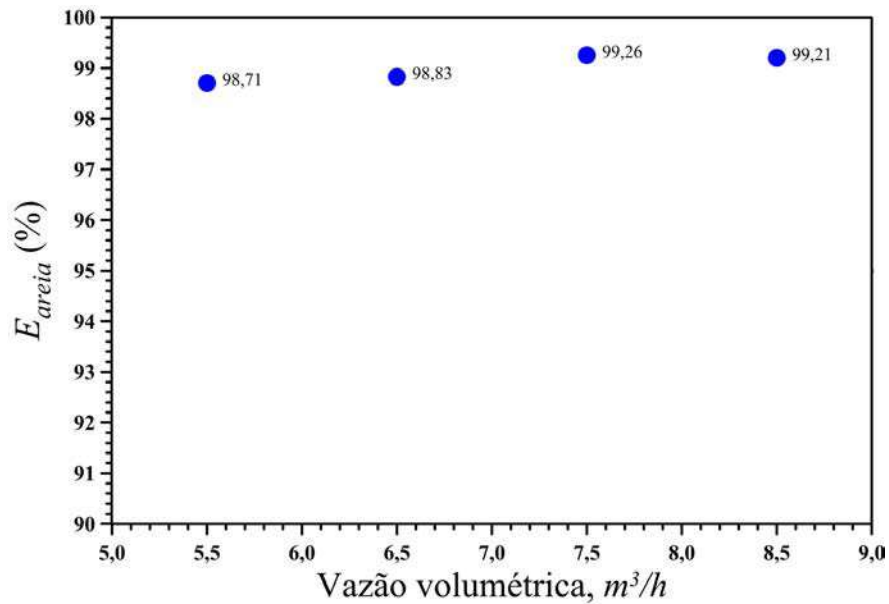


Figura 4.87 - Eficiência de remoção de areia em função da vazão volumétrica de alimentação nas entradas tangenciais do hidrociclone.

## 4.6 Escoamento tetrafásico

Nesta seção serão apresentados os resultados das simulações numéricas realizadas para prever o escoamento tetrafásico sem núcleo gasoso visando investigar a influência da vazão volumétrica de alimentação na eficiência de separação das fases, na queda de pressão, na porcentagem de líquido e razão da queda de pressão. Neste sentido, são apresentados nas Figuras 4.88 a 4.98 às distribuições de pressão, fração volumétrica da fase contínua (óleo) e dispersa (água, gás e areia) ao longo do hidrociclone, para diferentes vazões totais de alimentação (6, 5; 7, 5 e 8, 5 m<sup>3</sup>/h). Os resultados apresentados nestas figuras mostram de uma maneira geral um comportamento semelhante ao observado no caso trifásico (fase contínua óleo e dispersa água e areia), ou seja, as pressões crescem do centro do hidrociclone em direção as paredes cilíndrico-cônica. Os valores mais importantes se encontram na região próxima as entradas tangenciais (Figura 4.88). Sendo assim, a discussão dos resultados vai ater-se principalmente na influência da fase gasosa sobre o comportamento das outras fases.

Ao se comparar os campos de pressão para os fluxos tri e tetrafásicos (Figura 4.89, detalhe da Figura 4.88 com  $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação (6, 5; 7, 5 e 8, 5 m<sup>3</sup>/h) percebe-se que a presença do gás na corrente de fluidos no interior do hidrociclone proporcionou um aumento da pressão nas proximidades do eixo do hidrociclone. Já os gradientes de pressão são mais pronunciados nas proximidades da parede do hidrociclone (Figura 4.90)

Ao se observar atentamente para as Figuras 4.91 a 4.98, onde estão representados os campos de fração volumétrica do óleo, água, areia e gás, é possível constatar a significativa influência da fase gás sobre o comportamento das outras fases no interior do hidrociclone. Esta influência fica mais evidente nas Figuras 4.92, 4.94 e 4.96, nas quais estão representadas, respectivamente, as distribuições das frações volumétricas do óleo, da água e da areia obtidas para os fluxos tri e tetrafásicos para diferentes vazões de alimentação (6, 5; 7, 5 e 8, 5 m<sup>3</sup>/h) no hidrociclone. Observa-se claramente um aumento nas dimensões do núcleo de óleo para o escoamento tetrafásico se comparado com o trifásico à medida que a corrente de fluidos e partículas de areia se distanciam das entradas tangenciais.

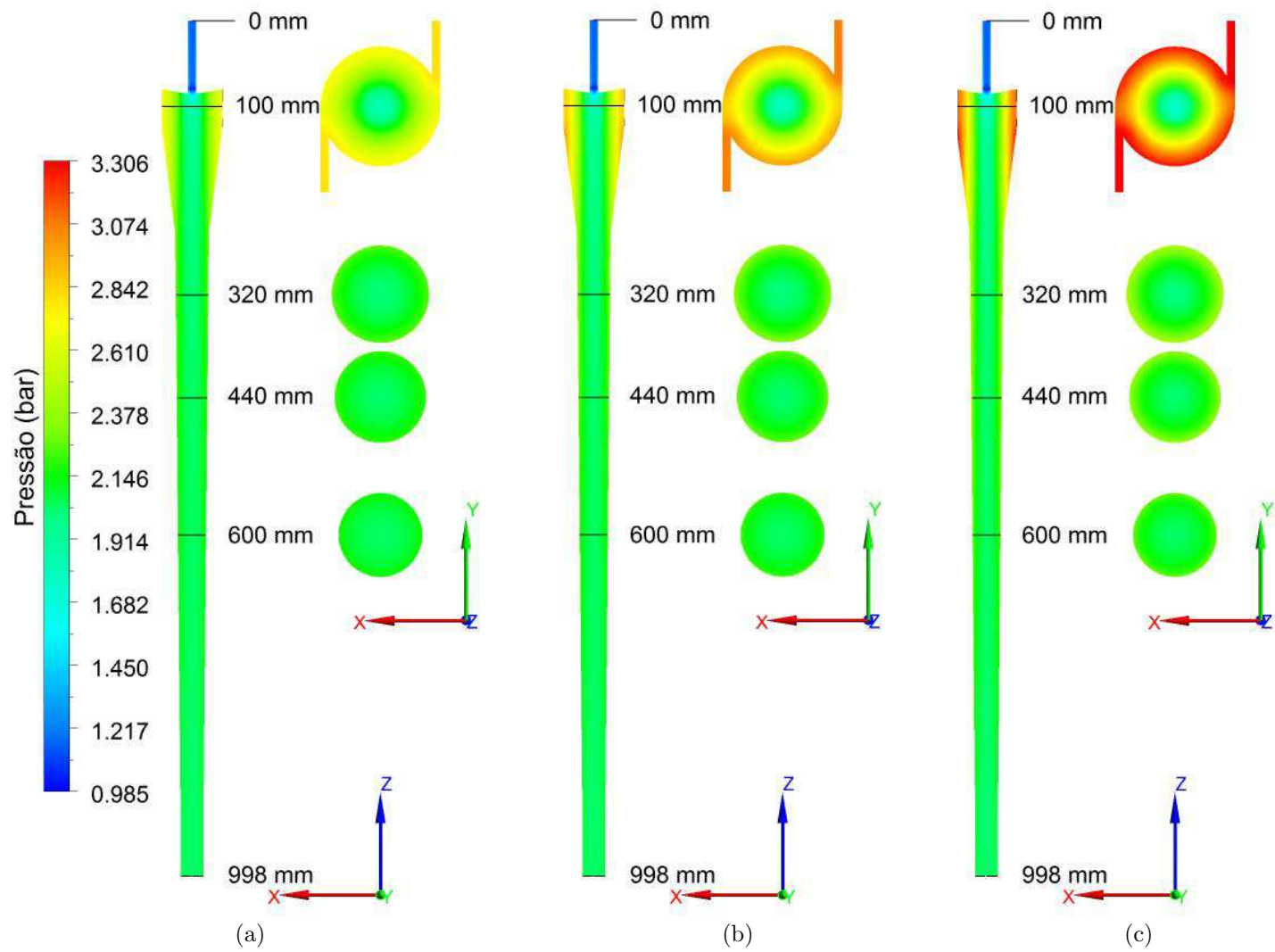


Figura 4.88 - Representação do campo de pressão para diferentes vazões volumétricas de alimentação sobre os planos  $zx$  e  $xy$ : (a) 6,5 m<sup>3</sup>/h; (b) 7,5 m<sup>3</sup>/h e (c) 8,5 m<sup>3</sup>/h.

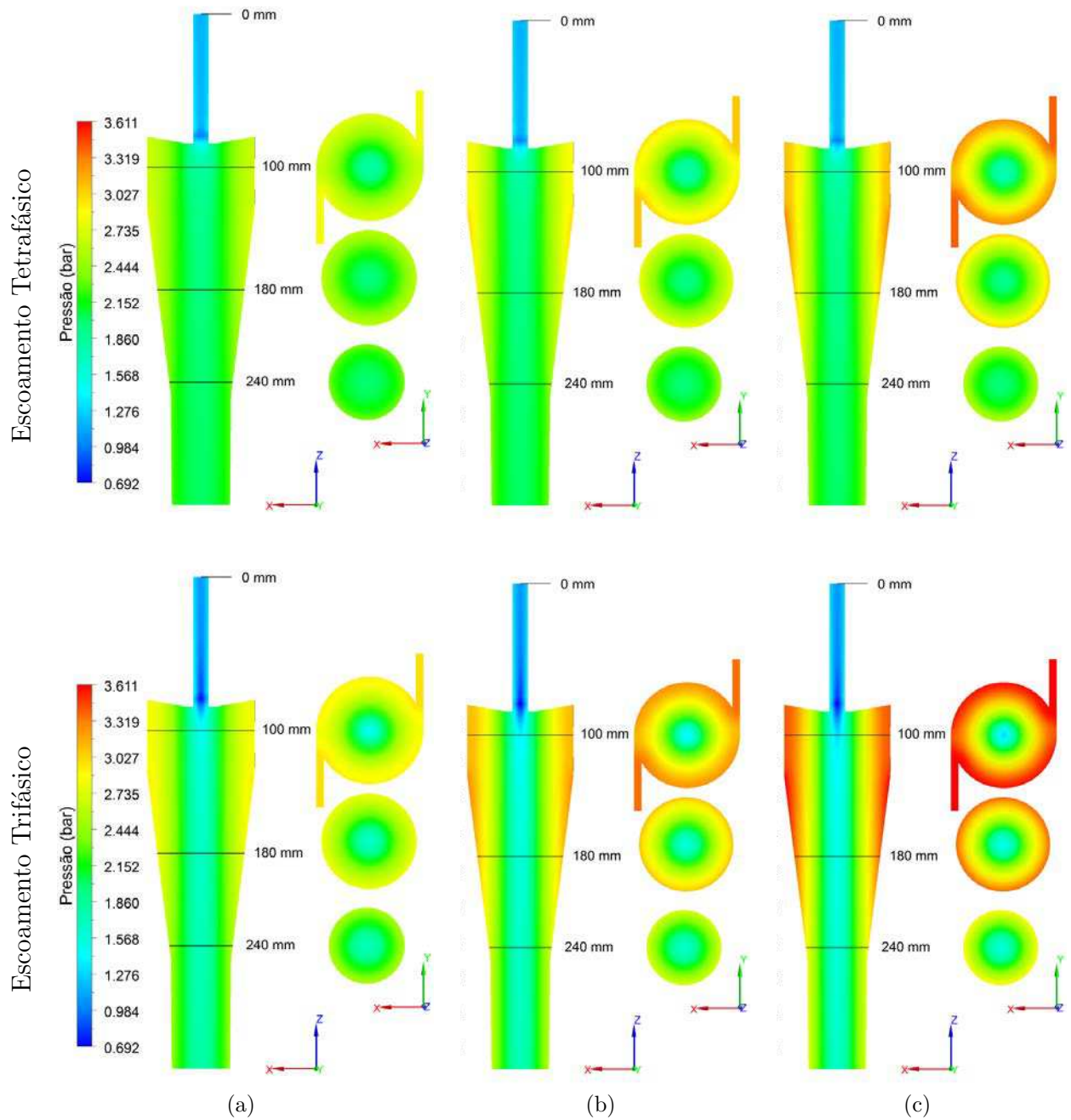


Figura 4.89 - Detalhe do campo de pressão ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões volumétricas de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos: (a)  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b)  $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$  e (c)  $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

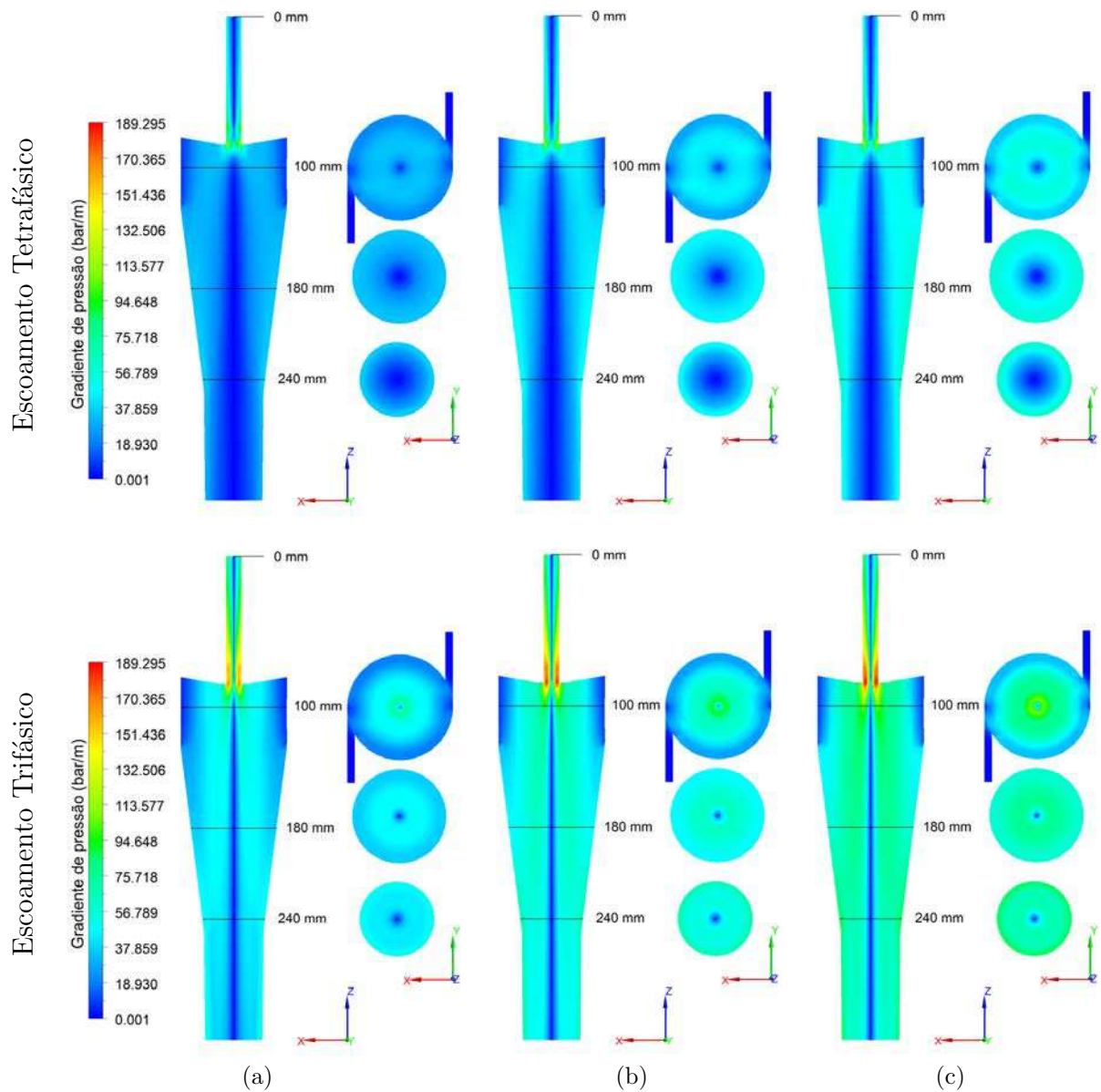


Figura 4.90 - Detalhe da distribuição do gradiente de pressão ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxo tri e tetrafásicos: (a)  $6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ ; (b)  $7,5 \text{ m}^3/\text{h}$  e (c)  $8,5 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Ao se olhar atentamente para as Figuras 4.97 e 4.98 percebe-se que a maior concentração de gás encontra-se na câmara cilíndrica-cônica, ou seja, região próxima das entradas tangenciais. Este fato fica mais evidente com o aumento da vazão volumétrica total de alimentação no hidrociclone. Ao se comparar os resultados numéricos dos fluxos tri e tetrafásico no interior do hidrociclone, mais especificamente sobre os planos  $xy$  e  $xz$ , nota-se que a presença do gás leva a dispersão da água conforme ilustra a Figura 4.93 e 4.94. Algo semelhante é também observado para a distribuição da areia, ver Figuras 4.95 e 4.96. Há um espalhamento da areia na região da câmara cilíndrica-cônica em direção ao centro reduzindo, assim, sua concentração nas proximidades da parede do hidrociclone, como pode ser visto na Figura 4.96 em que é feita a comparação dos fluxos tri e tetrafásico.

Outro fato interessante a ser observado, ao se comparar as frações volumétricas de óleo (corrente contínua), é a dispersão do núcleo com maior concentração de óleo observada para o escoamento trifásico no interior do hidrociclone (Figura 4.92) ao se levar em consideração a fase gasosa (escoamento tetrafásico) como pode ser observada nas Figuras 4.91 e 4.92. Uma provável explicação para este tipo de comportamento observado nas distribuições de fração volumétrica para o óleo, areia e água está na distribuição das pressões, conforme apresentada nas Figuras 4.88 e 4.89, sobre os planos  $xy$  e  $xz$ . Vê-se nestas figuras que as pressões nas vizinhanças do eixo do hidrociclone aumentam significativamente se comparado com o fluxo trifásico levando a crer que este fenômeno ocorre devido a uma redução na força centrífuga quando se introduz a corrente gasosa no escoamento trifásico (óleo, água e areia). Esta suposição pode ser averiguada ao se representar a distribuição dos gradientes de pressão sobre os planos  $xy$  e  $xz$ , representado a ampliação na região cilíndrica-cônica, definida por  $z \leq 320\text{mm}$  e a intensidade turbilhonar (relação entre o momento angular e momento axial) conforme se encontra representada nas Figuras 4.98 e 4.90, para os dois escoamento tri e tetrafásico.

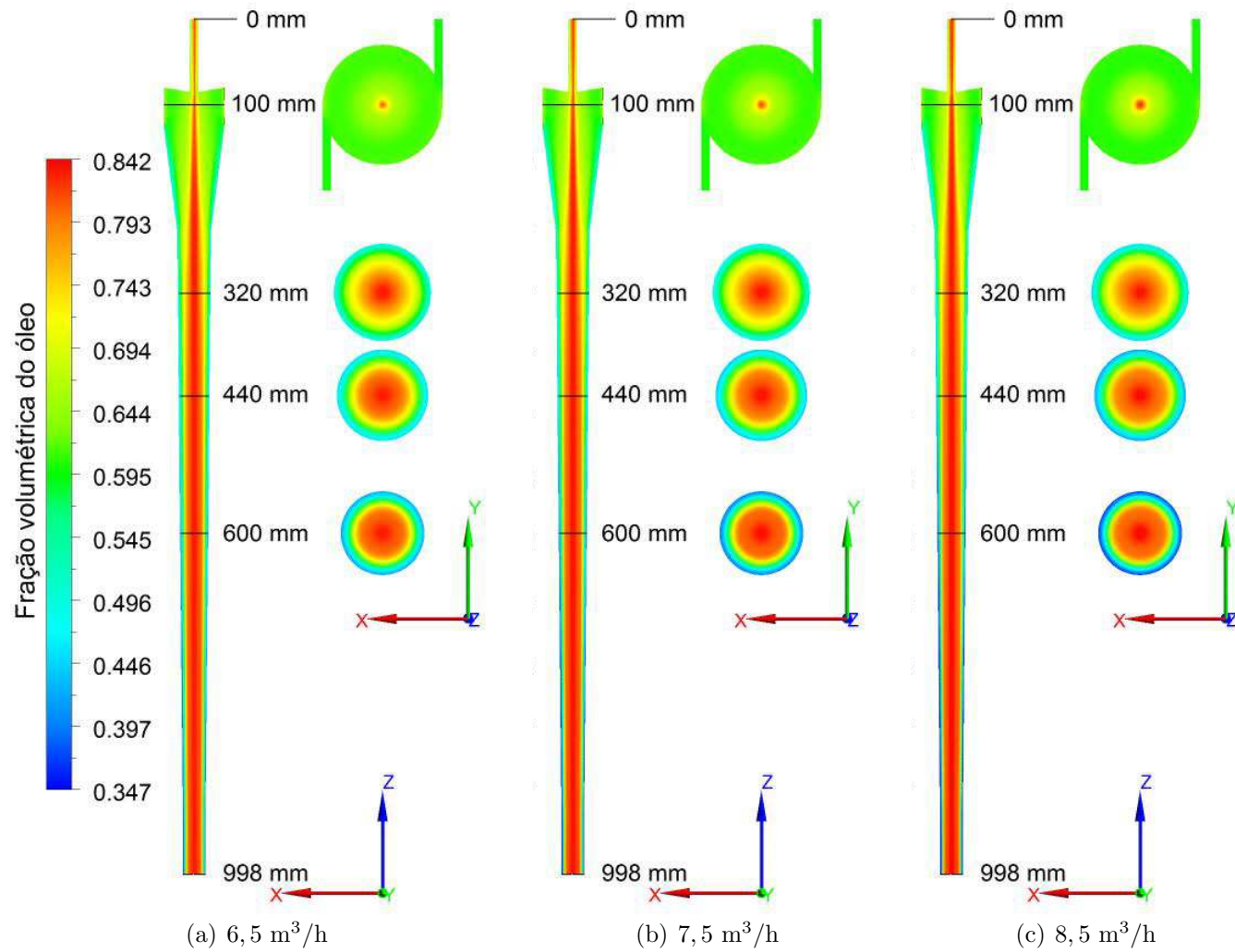


Figura 4.91 - Representação do campo de fração volumétrica do óleo (fase contínua) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos  $zx$  e  $xy$ .

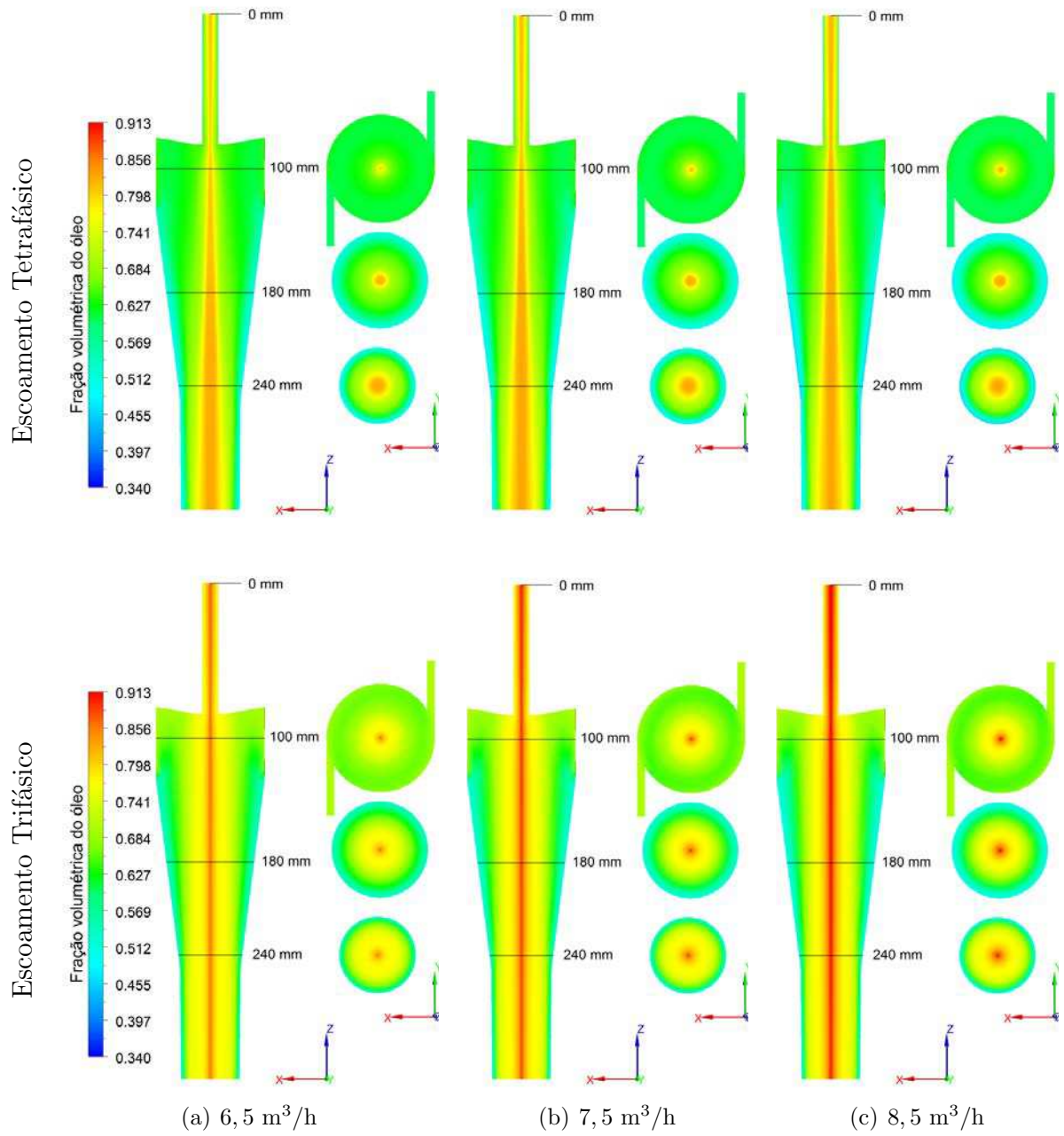


Figura 4.92 - Detalhe do campo de fração volumétrica de óleo ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxo tri e tetrafásicos



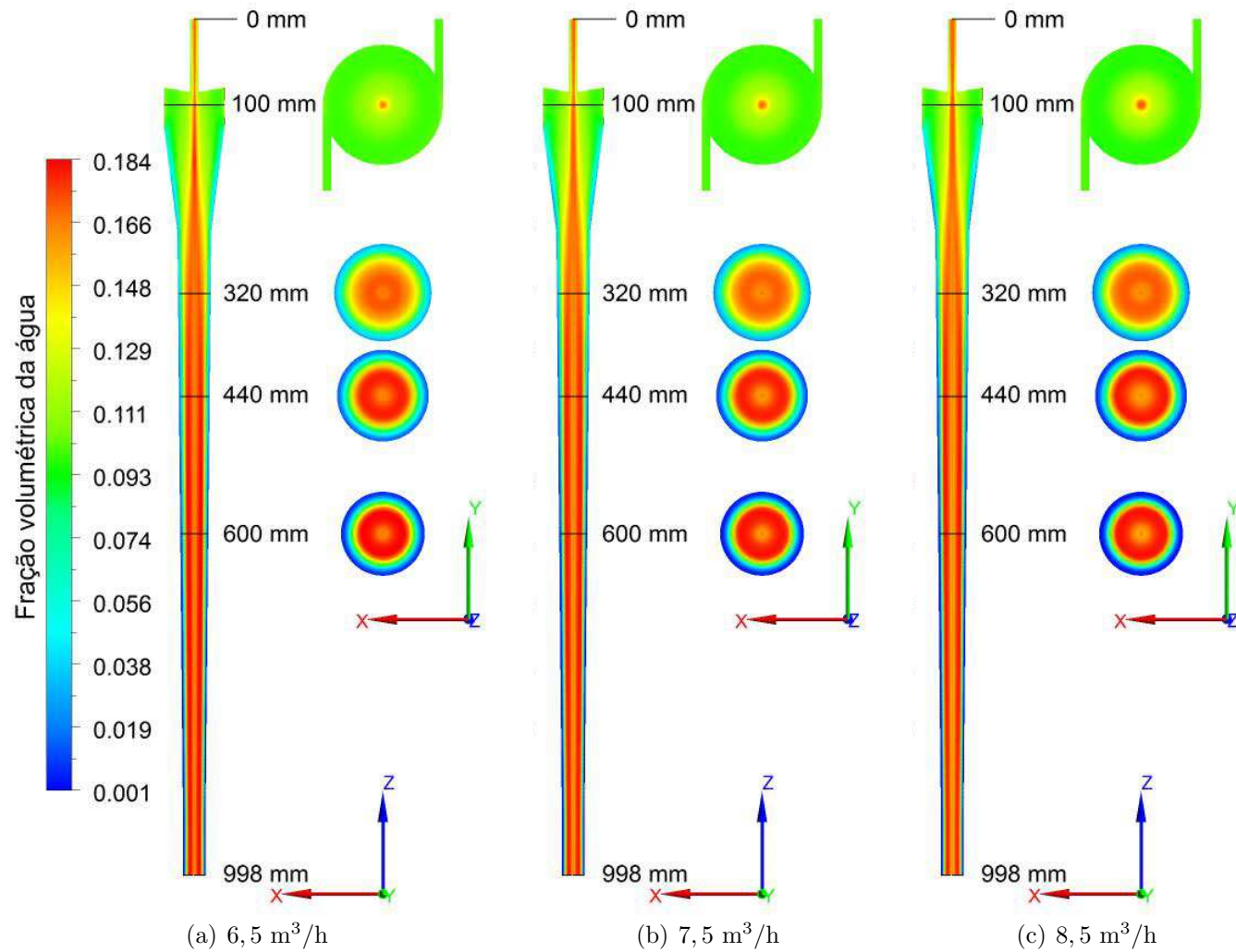


Figura 4.93 - Representação do campo de fração volumétrica de água (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos  $zx$  e  $xy$ .

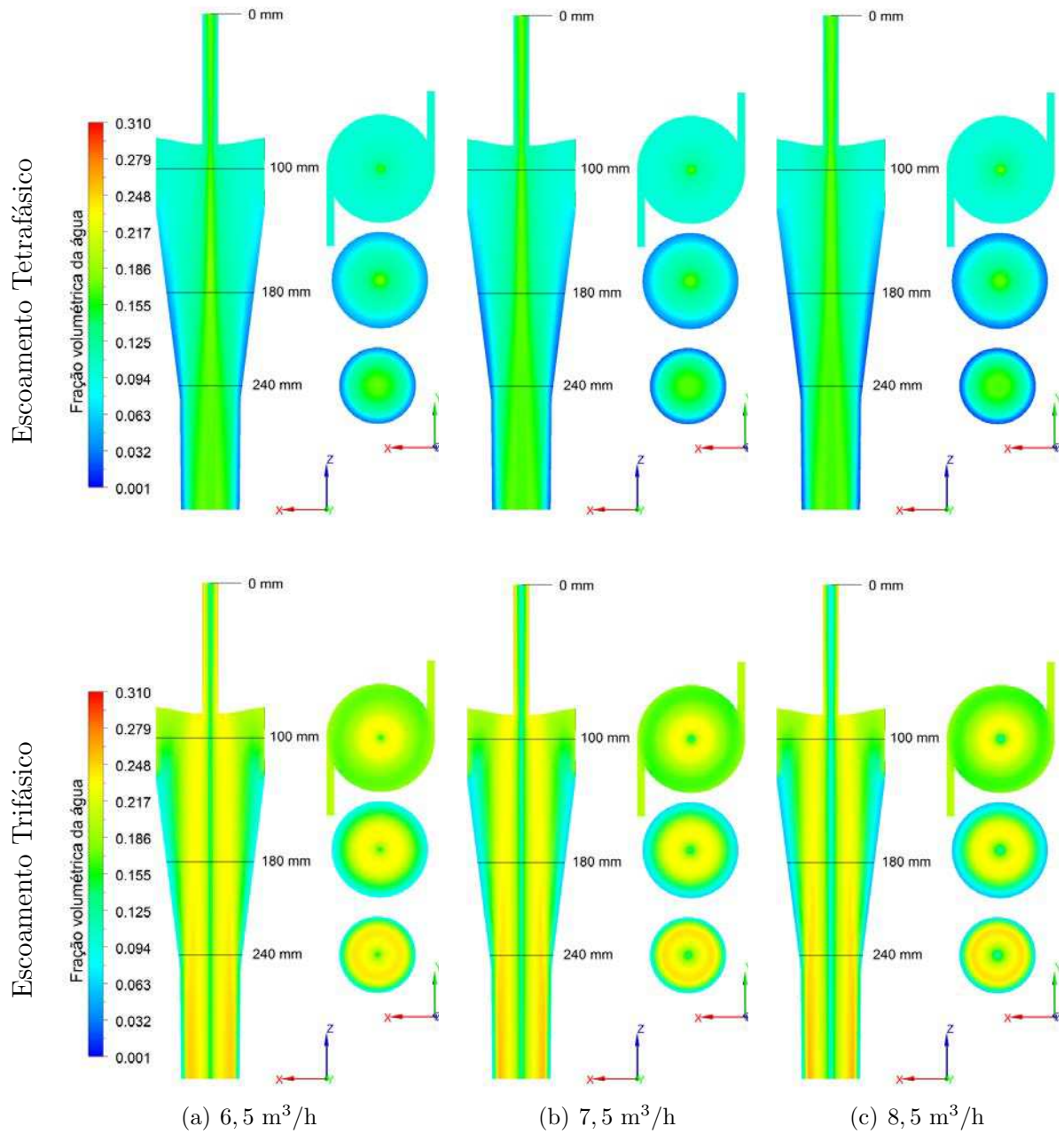


Figura 4.94 - Detalhe do campo de fração volumétrica de água ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos

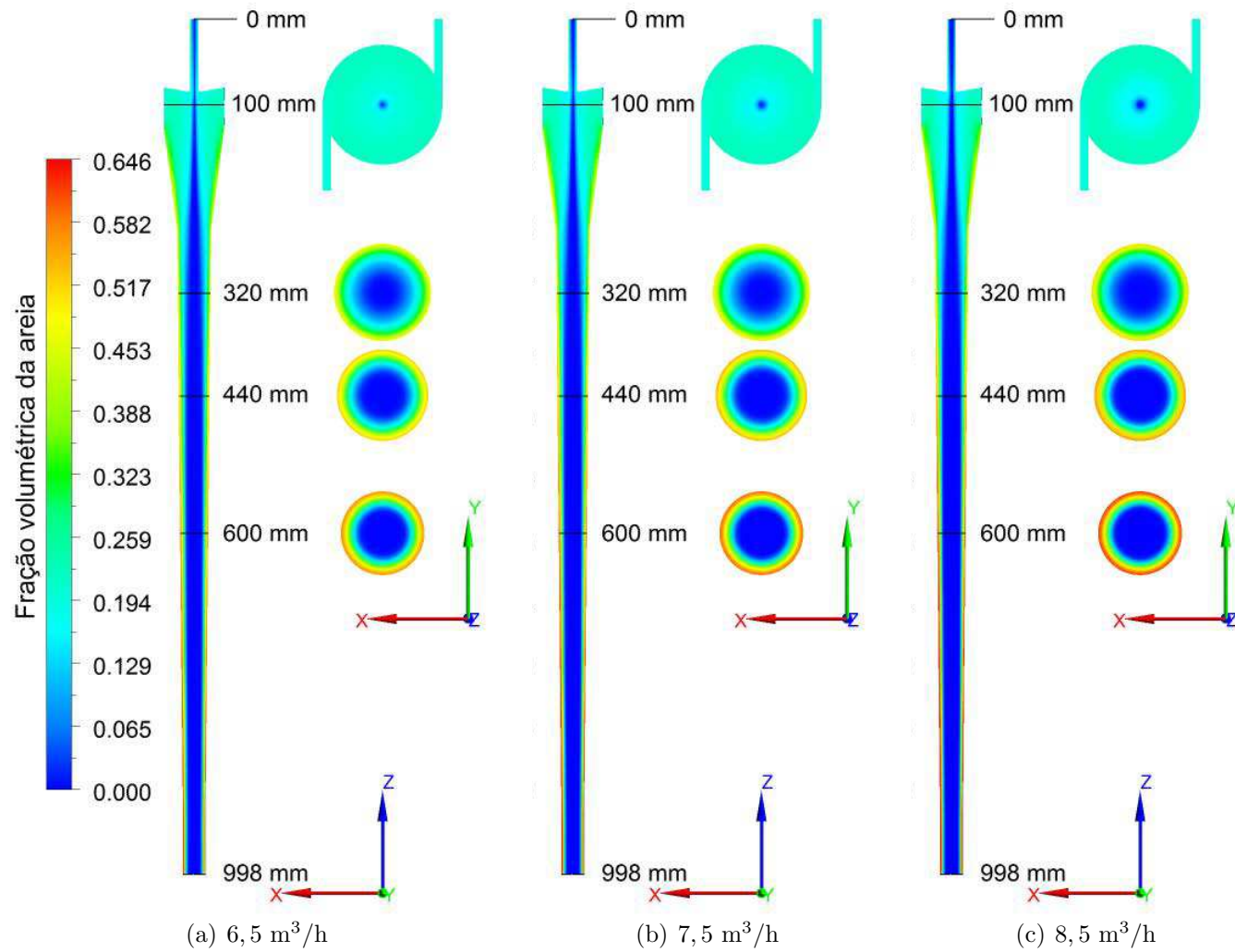


Figura 4.95 - Representação do campo da fração volumétrica da areia (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos  $zx$  e  $xy$ .

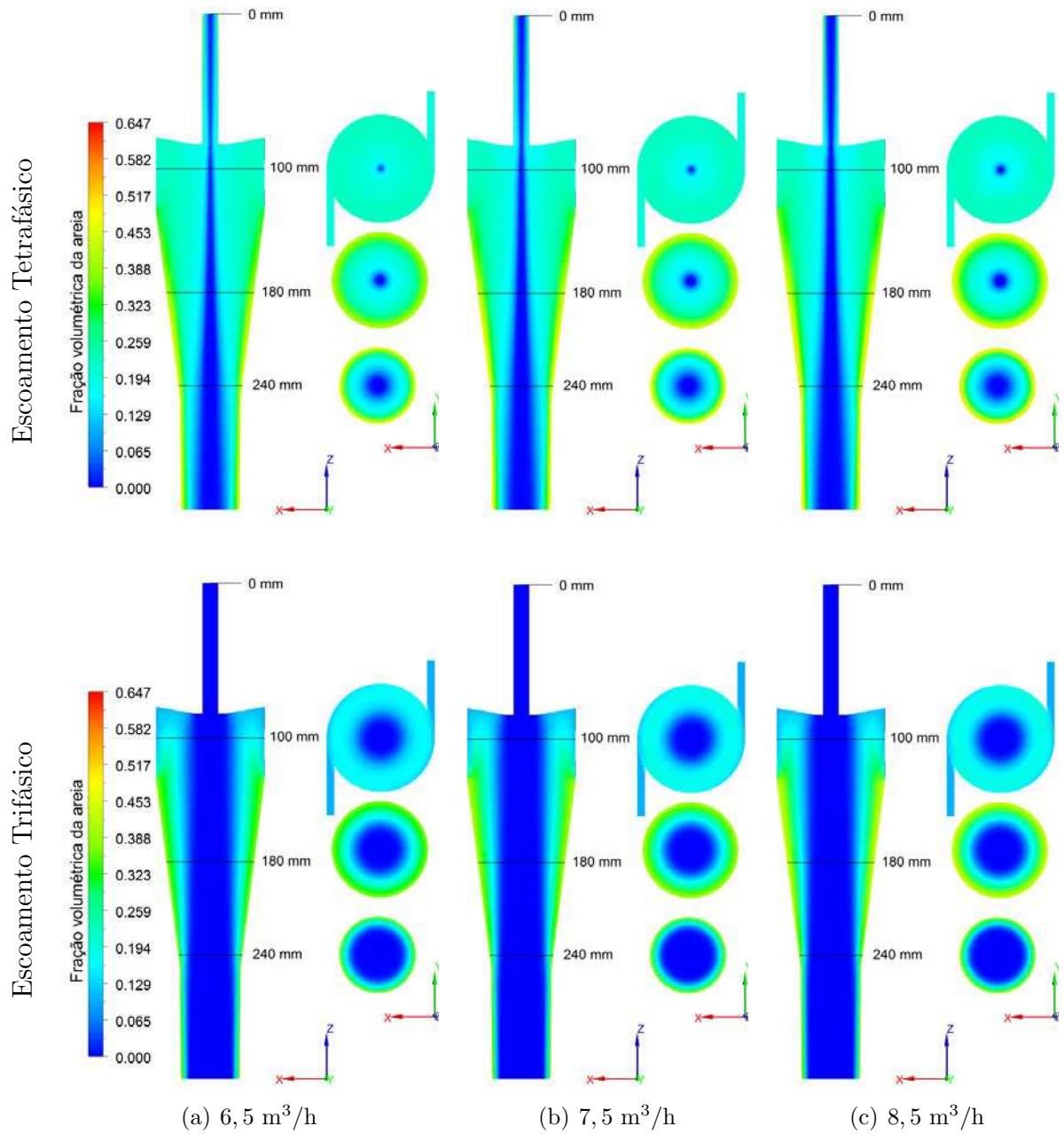


Figura 4.96 - Detalhe do campo da fração volumétrica da areia ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para os fluxos tri e tetrafásicos

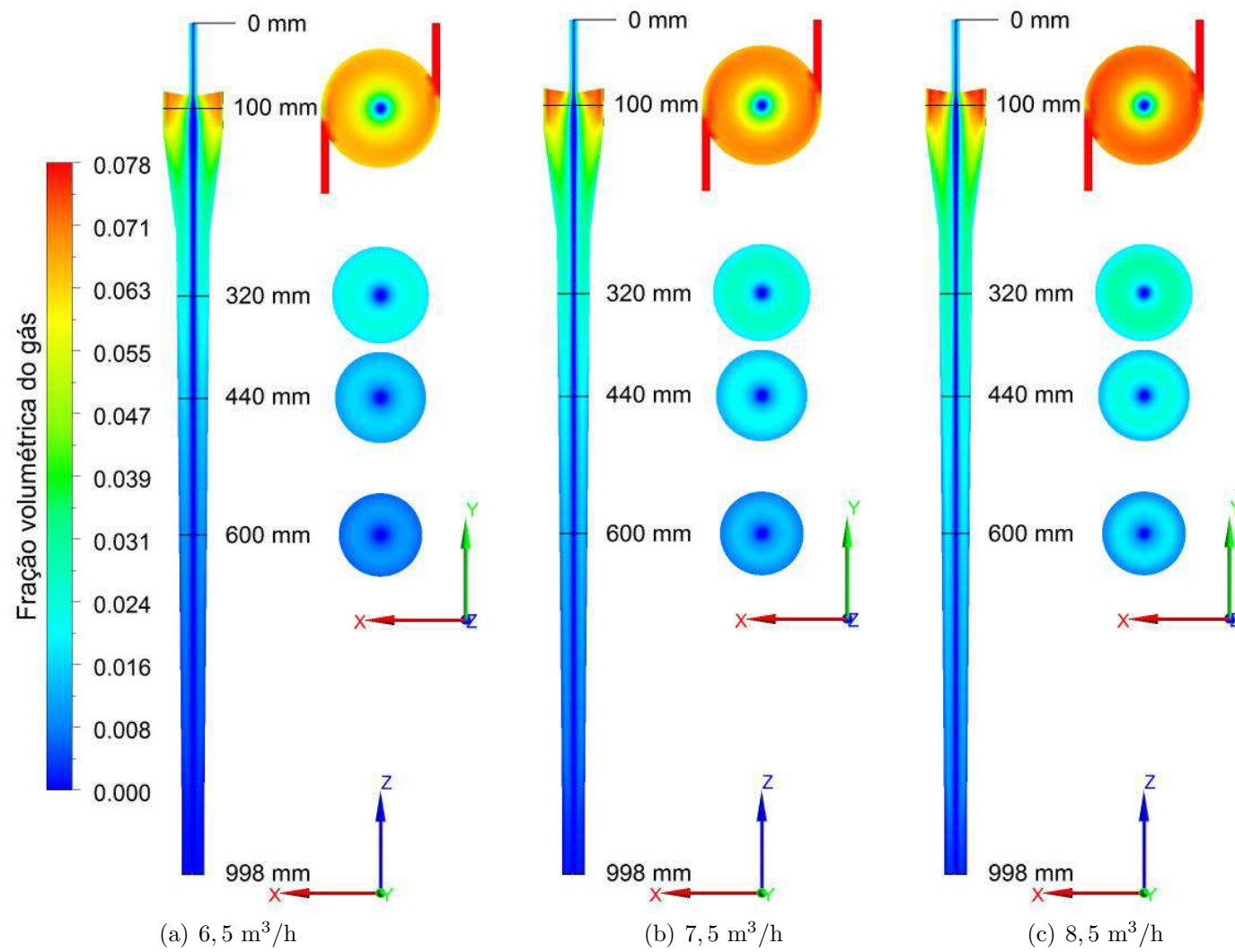


Figura 4.97 - Representação do campo da fração volumétrica do gás (fase dispersa) para diferentes vazões de alimentação sobre os planos  $zx$  e  $xy$ .

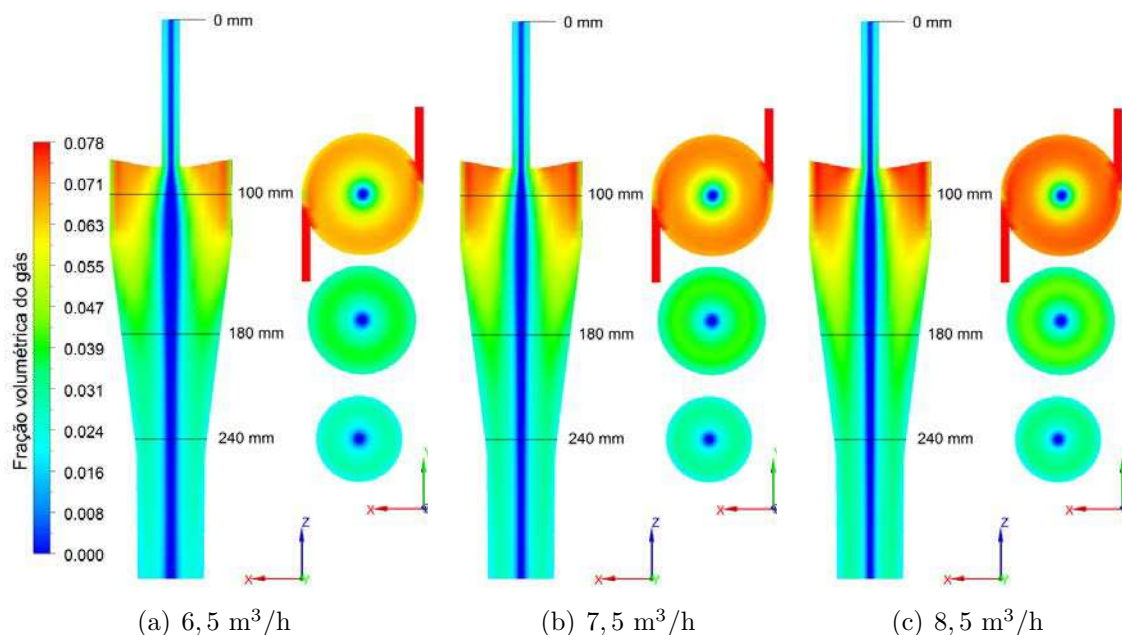


Figura 4.98 - Detalhe do campo da fração volumétrica do gás ( $z \leq 320\text{mm}$ ) para diferentes vazões de alimentação no hidrociclone para o fluxo tetrafásico

Na Figura 4.99 estão representados o comportamento da intensidade turbilhonar ao longo do hidrociclone para diferentes vazões de alimentação para os casos tri e tetrafásico, água-óleo-areia e água - óleo - areia - gás, respectivamente. Observa-se que o comportamento da intensidade turbilhonar nas duas situações é bem distinto. A intensidade turbilhonar aumenta à medida que se aumenta a vazão de alimentação para o caso trifásico, como era esperado. Por outro lado a presença de gás no escoamento tetrafásico proporcionou uma inversão de comportamento, ou seja, à medida que se aumentou a vazão de alimentação notou-se uma redução da intensidade turbilhonar. Este fato poder ser explicado pela amortização do escoamento das fases (água, óleo e areia) pela fase gasosa na região cônica - cilíndrica, caso pode ser observado na Figura 4.98.

Estes comportamentos, apresentados e discutidos até então, afetam diretamente a eficiência de separação das fases presentes, como pode ser observado na Tabela 4.6. Os resultados aqui apresentados demonstram que as eficiências de remoção de água, areia e óleo sofrem uma redução significativa ao se introduzir a corrente de gás. Os resultados dos desvios para o escoamento tetrafásico em comparação ao trifásico mostram que ao se aumentar a vazão de alimentação há um aumento no desvio para

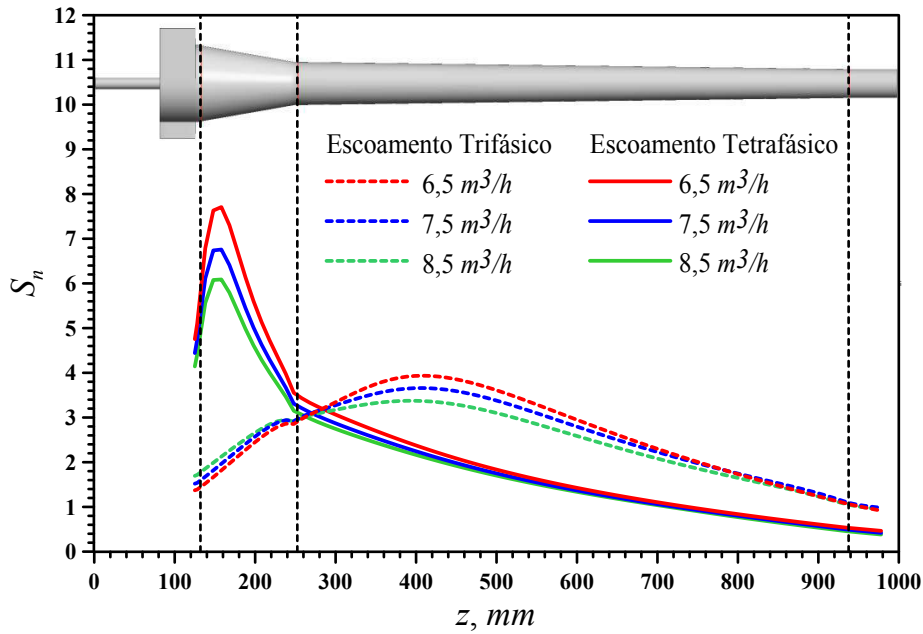


Figura 4.99 - Representação da intensidade turbilhonar da corrente de óleo para os escoamentos tri e tetrafásico no interior do hidrociclone.

fase água e uma redução dos desvios para as fases óleo e areia.

Tabela 4.6 - Comparação das eficiências de remoção de óleo, água, areia e gás entre os escoamentos trifásico e tetrafásico.

Escoamento	Vazão Volumétrica ( $m^3/h$ )	Eficiência de Remoção, $E$ (%)				Desvio (%)			
		Água	Óleo	Areia	Gás	Água	Óleo	Areia	Gás
Tetrafásico	6,5	41,54	37,75	82,00	4,92	32,66	25,10	17,03	–
	7,5	36,56	32,54	87,83	4,25	48,51	22,15	11,52	–
	8,5	33,07	28,64	92,52	3,81	57,55	16,72	6,74	–
Trifásico	6,5	61,69	50,40	98,83	–	$Desvio = \left  \frac{E_{tri} - E_{tetra}}{E_{tri}} \right  \times 100$			
	7,5	71,00	41,80	99,26	–				
	8,5	77,90	34,39	99,21	–				

A Tabela 4.7 apresenta a influência da vazão volumétrica sobre a queda de pressão, a razão de pressão ( $DPR$ ) e a porcentagem de rejeito ( $R_{rej}$ ) para o escoamento tetrafásico (óleo, água, areia e gás). Percebe-se, portanto, que a queda de pressão aumenta com o aumento da vazão volumétrica de alimentação e a razão da queda de

pressão apresenta um comportamento inverso da queda de pressão. Nota-se também uma redução da porcentagem de rejeito com o aumento da vazão de alimentação. Estes fatos podem ser explicados em virtude do aumento da componente tangencial da velocidade, responsável por parte da queda de pressão, do consumo de energia para o arraste das partículas e do aumento do campo centrífugo.

Tabela 4.7 - Influência da vazão volumétrica na queda de pressão e na porcentagem de rejeito para o escoamento tetrafásico.

Caso/ <i>M1</i>	Vazão	Porcentagem	Queda de pressão	
	Volumétrica ( $m^3/h$ )	de rejeito (%)	Absoluta (bar)	Relativa ( <i>DPR</i> )
27	6,5	38,312	0,762	2,112
28	7,5	33,139	1,028	1,824
29	8,5	29,300	1,346	1,630



## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

Levando-se em consideração os resultados numéricos obtidos neste trabalho podem ser enunciadas as seguintes conclusões:

- A análise dos resultados com relação à dependência de malha pôs em evidência uma pequena discrepância entre os perfis de velocidade axial e tangencial para as malhas utilizadas e, quando comparados com os dados experimentais apresentaram uma boa concordância. Por outro lado, o tempo de simulação cresce com o aumento do esforço do solver com o número de volumes da malha;
- Foi possível confirmar que os modelos de turbulência  $\kappa$ - $\epsilon$  e *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  padrões não são adequados na previsão do escoamento no hidrociclone, tendo em vista que os resultados numéricos apresentaram diferenças significativas com os perfis de velocidade axial e tangencial experimentais;
- A correção no termo de produção de turbulência levando em consideração os efeitos de curvatura nos modelos  $\kappa$ - $\epsilon$  e *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  proporcionou uma melhor previsão da distribuição radial das componentes de velocidade tangencial e axial em diferentes posições ao longo do hidrociclone. Entre os dois modelos a melhor previsão foi obtida pelo modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado tanto na região de vortex livre como na região de vortex forçado quando comparado com os dados experimentais;
- Observou-se que o modelo *RNG*  $\kappa$ - $\epsilon$  modificado foi capaz de prever o comportamento do escoamento no hidrociclone tão bem quanto o modelo *RSM*, o qual é considerado na literatura como sendo um dos modelos de turbulência mais adequados para prever o comportamento em ciclones ou hidrociclones, com menor esforço computacional;
- A simplificação da forma geométrica da seção de entrada do hidrociclone não alterou significativamente os resultados obtidos por simulação se comparados com os dados experimentais considerando a mesma forma geométrica do hidrociclone;

- Os resultados do escoamento água-óleo mostram que a presença de uma baixa concentração de óleo (fase dispersa) não influenciou significativamente o comportamento da corrente aquosa, permitindo validar os resultados numéricos do escoamento bifásico com os dados experimentais, para escoamento monofásico;
- A queda de pressão e a razão de queda de pressão ( $DPR$ ) não apresentaram variações significativas com o aumento do diâmetro da partícula (gota de óleo), o que possibilitou que a percentagem de rejeito se mantivesse constante;
- Os resultados numéricos da eficiência de separação água/óleo usando hidrociclone apresentaram valores dentro da faixa de 96 a 100%, mesmo quando se variou o diâmetro da gota de óleo no intervalo de 10  $\mu\text{m}$  a 250  $\mu\text{m}$ ;
- Ao se utilizar duas entradas tangenciais como simplificação da geometria experimental com entradas tangenciais involuta foi possível observar que houve a conservação do mesmo comportamento no interior do hidrociclone indicando que é possível aplicar esta simplificação no estudo;
- O estudo do efeito da utilização de uma ou duas entradas tangenciais mostraram uma forte influência sobre o desempenho do hidrociclone, principalmente nos perfis de velocidade axial e tangencial;
- A influência da presença ou não do vortex finder no comportamento do escoamento no hidrociclone com duas entradas tangenciais foi praticamente inexistente, por outro lado foi bastante significativa para o hidrociclone com apenas uma entrada tangencial;
- Foi observado um comportamento simétrico para as distribuição de pressão, velocidade e fração volumétrica, para os escoamentos monofásico e multifásico, quando se utiliza duas entradas tangenciais posicionadas em lados opostos no hidrociclone;
- Ao se aumentar a vazão de alimentação da mistura no hidrociclone usado na separação água/óleo/areia observou-se uma redução da eficiência de separação do óleo diferenciar-se do que é observado quando se utiliza o hidrociclone para separação água/óleo. Este fato é atribuído à presença da areia que, por ser mais denso, permanece nas proximidades das paredes

cilíndrico-cônica do hidrociclone, fazendo com que a água se mantenha na região entre as fases areia e óleo;

- Observou-se que a presença da areia no escoamento água-óleo no interior do hidrociclone pode ocasionar ocorrência de problemas com o desgaste das paredes do equipamento no processo de separação, principalmente nas proximidades da entrada tangencial, devido ao choque direto das partículas chegaram à parede o que indica a necessidade de uma atenção especial na escolha do material de confecção do hidrociclone;
- A presença da quarta fase, gás, no escoamento trifásico no interior do hidrociclone conduziu a um efeito amortecedor sobre o impacto da pressão da mistura sobre as paredes cilíndrico-cônica do hidrociclone. Este fato possibilita que se venha a tomar medidas de prevenção e controle dos efeitos abrasivos das partículas de areia, o que proporcionará maior durabilidade do equipamento;
- A introdução da fase gasosa no escoamento trifásico afeta diretamente na eficiência de separação água/óleo/areia/gás e na queda de pressão devido a dispersão das fases água e areia no interior do hidrociclone induzida pelo gás.

### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

- Avaliar o efeito da concentração de óleo sobre o processo de separação bifásico (água/óleo) e verificar sua influência no comportamento da corrente aquosa;
- Ampliar o estudo do processo de separação trifásico (água/óleo/areia) e tetrafásico (água/óleo/areia/gás) em outras condições operacionais;
- Avaliar o efeito da rugosidade da parede do hidrociclone na hidrodinâmica do escoamento;
- Estudar o processo de separação via hidrociclone na presença de efeitos térmicos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDULLAH, L. C.; GIMBUN, J.; CHOONG, T. S. Y.; FAKHRU'L-RAZI, A. A. A cfd analysis on the effect of vortex finder and cylindrical length on cyclone hydrodynamics centrifugal forces. **Journal - The Institution of Engineers Malaysia**, v. 71, n. 2, p. 51–58, 2009. Disponível em: <<http://www.myiem.org.my/assets/download/051-058-CFD.pdf>>. Acesso em: 7 de agosto de 2011. 118
- ALHO, A. T. P.; ILHA, A. Turbulência: Anais da v escola de primavera em transição e turbulência. In: \_\_\_\_\_. **5ª Escola de Primavera em Transição e Turbulência**. Rio de Janeiro, RJ: Associação Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica, ABCM, 2001. (Coleção Cadernos de Turbulência. Turbulência, v. 5, Tomo 1), cap. Simulação numérica de escoamentos complexos, p. 405–460. 26, 29
- ANTAL, S.; JR, R. L.; FLAHERTY, J. Analysis of phase distribution in fully developed laminar bubbly two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 17, n. 5, p. 635 – 652, 1991. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0301932291900293>>. 39
- AVCI, A.; KARAGOZ, I. Effects of flow and geometrical parameters on the collection efficiency in cyclone separators. **Journal of Aerosol Science**, v. 34, n. 7, p. 937 – 955, 2003. ISSN 0021-8502. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021850203000545>>. 11
- BANNWART, A. C.; TREVISAN, O. V. óleos pesados: Oportunidades e desafios para a pesquisa. **CEPETRO Online**, n. 19, p. 1–4, maio 2006. Disponível em: <<http://www.cepetro.unicamp.br/noticias/index.html>>. Acesso em: 21 de dezembro de 2008. 4
- BENNETT, M. A.; WILLIAMS, R. A. Monitoring the operation of an oil/water separator using impedance tomography. **Minerals Engineering**, v. 17, n. 5, p. 605 – 614, 2004. ISSN 0892-6875. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687504000792>>. 147
- BHASKAR, K. U.; MURTHY, Y. R.; RAMAKRISHNAN, N.; SRIVASTAVA, J.; SARKAR, S.; KUMAR, V. Cfd validation for flyash particle classification in

hydrocyclones. **Minerals Engineering**, v. 20, n. 3, p. 290 – 302, 2007. ISSN 0892-6875. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687506002664>>. 75, 102

BRADSHAW, P. Understanding and prediction of turbulent flow-1996. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 18, n. 1, p. 45 – 54, 1997. ISSN 0142-727X. Selected Papers from the Engineering Foundation Turbulent Heat Transfer Conference. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X96001348>>. 26

BRENNAN, M.; NARASIMHA, M.; HOLTHAM, P. Multiphase modelling of hydrocyclones - prediction of cut-size. **Minerals Engineering**, v. 20, n. 4, p. 395 – 406, 2007. ISSN 0892-6875. SPECIAL ISSUE: Selected papers from Ultrafine Grinding and Hydrocyclones, held in Falmouth, UK in June 2006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VDR-4MFJT9V-3/2/a1387a6d3e7ea3b3428f00ce7421e2cb>>. 13

BRUNAZZI, E.; PAGLIANTI, A.; TALAMELLI, A. Simplified design of axial-flow cyclone mist eliminators. **AIChE Journal**, v. 49, n. 1, p. 41–51, 2003. 11

CARLSON, J.; GURLEY, D.; KING, G.; PRICE-SMITH, C.; WATERS, F. Sand control: Why and how? **Oilfield Review**, v. 4, p. 41–53, 1992. 8

CHANGIRWA, R.; ROCKWELL, M. C.; FRIMPONG, S.; SZYMANSKI, J. Hybrid simulation for oil-solids-water separation in oil sands production. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 12, p. 1459–1468 (12), 1999. 12

CHEN, C. S.; CHANG, K. C. Modification of the  $\kappa - \epsilon$  turbulence model for swirling recirculating flow in a pipe expansion. **International Journal of Computational Fluid Dynamics**, v. 5, n. 3-4, p. 263–279, 1995. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10618569508940746>>. 75

COKLJAT, D.; SLACK, M.; VASQUEZ, S.; BAKKER, A.; MONTANTE, G. Reynolds-stress model for eulerian multiphase. **Progress in Computational Fluid Dynamics An International Journal**, v. 6, n. 1/2/3, p. 168 – 178, 2006. 89

COOPER, C. D.; ALLEY, F. C. **Air pollution control- A design approach**. Second edition. United States of America: [s.n.], 1994. 135

CUNHA, R. E. P. **Modelagem Matemática da Separação Gravitacional de Emulsões de Petróleo**. (in Portuguese). Tese (Mestrado em Engenharia de Processos) — Universidade Tiradentes-Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Aracaju - SE, 2007. 5, 7

DELGADILLO, J. A.; RAJAMANI, R. K. A comparative study of three turbulence-closure models for the hydrocyclone problem. **International Journal of Mineral Processing**, v. 77, n. 4, p. 217 – 230, 2005. ISSN 0301-7516.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030175160500058X>>. 75

DIAS, D. de B. **Avaliação de técnicas de fluidodinâmica computacional em ciclones**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) — Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Química Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Campinas, SP, 2009. 75, 78

FARIAS, F. P. M. **Theoretical study of thermal fluid dynamics in cyclonic dryers**. (in Portuguese). Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) — Federal University of Campina Grande, Campina Grande - PB, 2006. 11, 135

FARIAS, F. P. M.; BURITI, C.; LIMA, W.; FARIAS NETO, S. R.; LIMA, A. The effect of droplet diameter on the separation of heavy-oil from water using a hydrocyclone. **Defect and Diffusion Forum**, v. 303-304, p. 131–137, 2010. 135, 147

FARIAS, F. P. M.; LIMA, A. G. B.; NETO, S. R. F. Influência do duto de saída inferior do ciclone utilizado como secador: Modelagem e simulação. In: **XVII Congresso Brasileiro de Engenharia Química (COBEQ2010)**. Recife: [s.n.], 2008. p. 1–8. 135

FARIAS, F. P. M.; NETO, S. R. de F.; LIMA, A. G. B. de; BURITI, C. J. O. Performance of the water/glycerine separation by hydrocyclone. In: **The 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM 2008) & 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008)**. Venice: University of Padua and Politecnico di Milano, 2008. v. 1, p. 1–2. Disponível em:

<<http://www.iacm-eccomascongress2008.org/cd/offline/pdfs/a2462.pdf>>.

Acesso em: 21 de dezembro de 2008. 9, 11, 135

FASSANI, F. L.; GOLDSTEIN, J. L. A study of the effect of high inlet solids loading on a cyclone separator pressure drop and collection efficiency. **Powder Technology**, v. 11, p. 60–65, 2000. 11

FISHER, M. J.; FLACK, R. D. Velocity distributions in a hydrocyclone separator. **Experiments in Fluids**, Springer Berlin / Heidelberg, v. 32, p. 302–312, 2002. ISSN 0723-4864. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s003480100344>>. 135

FONSECA, R.; SECCHI, A. **Comparação de diferentes modelos de ciclones**. (in Portuguese). Dissertação (Trabalho de Conclusão em Engenharia Química) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul - RS, 2006. 147

GIDASPOW, D. **Multiphase flow and fluidization: continuum and kinetic theory descriptions**. Boston, USA: Academic Press, 1994. 492 p. 22, 36

GIDASPOW, D.; BEZBURUAH, R.; ; DING, J. Hydrodynamics of circulating fluidized beds, kinetic theory approach. In: **Fluidization VII**. Brisbane, Australia: Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization, 1992. p. 7582. 47

GIMBUN, J.; CHUAH, T. G.; FAKHRU'L-RAZI, A.; CHOONG, T. S. Y. The influence of temperature and inlet velocity on cyclone pressure drop: a cfd study. **Chemical Engineering and Processing**, v. 44, n. 1, p. 7 – 12, 2005. ISSN 0255-2701. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0255270104000509>>. 102

HEISKANEN, K. Experimental hydrocyclone roping models. **Chemical Engineering Journal**, v. 80, p. 289–293, 2000. 10

HOEKSTRA, A.; DERKSEN, J.; AKKER, H. V. D. An experimental and numerical study of turbulent swirling flow in gas cyclones. **Chemical Engineering Science**, v. 54, n. 13-14, p. 2055– 2065, 1999. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000925099800373X>>. 78

HOFFMANN, A.; STEIN, L. **Gas Cyclones and Swirl Tubes: Principles, Design, and Operation**. Second edition. Berlin: [s.n.], 2008. 130

ISHII, M.; ZUBER, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows. **AIChE Journal**, American Institute of Chemical Engineers, v. 25, n. 5, p. 843–855, 1979. ISSN 1547-5905. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/aic.690250513>>. 35, 36

KARAGOZ, I.; KAYA, F. Cfd investigation of the flow and heat transfer characteristics in a tangential inlet cyclone. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 34, n. 9-10, p. 1119 – 1126, 2007. ISSN 0735-1933. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0735193307001200>>. 102

KRAIPECH, W.; NOWAKOWSKI, A.; DYAKOWSKI, T.; SUKSANGPANOMRUNG, A. An investigation of the effect of the particle-fluid and particle-particle interactions on the flow within a hydrocyclone. **Chemical Engineering Journal**, v. 111, p. 189–197, 15 August 2005. 12

LACERDA, A. F. **Estudo dos efeitos das variáveis geométricas no desempenho de ciclones convencionais e filtrantes**. (in Portuguese). Tese (Doutorado em Engenharia Química) — Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Minas Gerais - ME, 2007. 118

LAUNDER, B. E.; REECE, G. J.; RODI, W. Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 68, n. 03, p. 537–566, 1975. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/S0022112075001814>>. 33

Leahy-Dios, A.; MEDRONHO, R. A. Simulação numérica da separação água-óleo em hidrociclones. In: **2º Congresso Brasileiro de P & D em Petróleo & Gás**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2003. 2, 12, 135

LUN, C.; SAVAGE, S. The effects of an impact velocity dependent coefficient of restitution on stresses developed by sheared granular materials. **Acta Mechanica**, v. 63, n. 1, p. 15–44, nov. 1986. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01182538>>. 48

MARINS, L.; DUARTE, D.; LOUREIRO, J.; MORAES, C.; FREIRE, A. S. Lda and piv characterization of the flow in a hydrocyclone without an air-core. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 70, n. 3-4, p. 168 – 176,



2010. ISSN 0920-4105. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092041050900240X>>. 15, 17

MARINS, L. P. M. **Caracterização experimental do escoamento no interior de um hidrociclone sem núcleo gasoso**. Dissertação (Mestrado em Ciência em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do Rio de Janeiro Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, Rio de Janeiro - RJ, 2007. vii, viii, ix, x, xvi, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 49, 55, 67, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 105, 140, 146, 147

MARTÍNEZ, L. F.; LAVÍN, A. G.; MAHAMUD, M. M.; BUENO, J. L. Vortex finder optimum length in hydrocyclone separation. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v. 47, n. 2, p. 192 – 199, 2008. ISSN 0255-2701. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0255270107001304>>. 118

MELO, E. M. **Estabilidade de Emulsões de Petróleo em Sistemas Pressurizados**. (in Portuguese). Tese (Mestrado em Engenharia de Processos) — Universidade Tiradentes-Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Aracaju - SE, 2007. 5, 6, 7

MINETO, A. T.; SOUZA, M. P. d.; SILVA, R. C. d.; CABEZAS-GÓMEZ, L.; MONTAGNOLI, A. N.; NAVARRO, H. A. Influência do diâmetro da partícula na simulação de escoamento gás-sólido em leito fluidizado borbulhante. In: **SProceedings of Seven Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, Dincon 2008**. FCT - Presidente Prudente, SP: Universidade Estadual Paulista - Julio de Mesquita Filho, 2008. Disponível em: <<http://www4.fct.unesp.br/dmec/dincon2008/poster.htm>>. Acesso em: 28 de julho de 2011. 36

MOLERUS, O.; GLUCKLER, M. Development of a cyclone separator with new design. **Powder Technology**, v. 86, p. 37–40, 1996. 11

MOTHÉ, C. G.; SILVA, C. da S. Petróleo pesado e ultrapesado - reservas e produção mundial. **Revista TN Petróleo**, v. 57, p. 76 – 81, 2008. 4, 5

MUCK, K. C.; HOFFMANN, P. H.; BRADSHAW, P. The effect of convex surface curvature on turbulent boundary layers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 161, p.

347–369, 1985. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1017/S002211208500297X>>. 26

NEESSE, T.; DUECK, J. Air core formation in the hydrocyclone. **Minerals Engineering**, v. 20, n. 4, p. 349 – 354, 2007. ISSN 0892-6875. Disponível em:

<[http:](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687507000271)

[//www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687507000271](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687507000271)>. 135

NORDVIK, A. B.; SIMMONS, J. L.; BITTING, K. R.; LEWIS, A.;

STROM-KRISTIANSEN, T. Oil and water separation in marine oil spill clean-up operations. **Spill Science & Technology Bulletin**, v. 3, n. 3, p. 107–122, 1996. 2

NUNES, G. C. **Concepção de unidade de separação trifásica compacta**. Rio de Janeiro: Cenpes, jan./jun. 2005. Disponível em:

<[http://www2.petrobras.com.br/tecnologia2/port/boletim\\_tecnico/v48\\_n1-2\\_jan-jun-2005/pdf/arquivo3.pdf](http://www2.petrobras.com.br/tecnologia2/port/boletim_tecnico/v48_n1-2_jan-jun-2005/pdf/arquivo3.pdf)>. Acesso em: 21 de dezembro de 2008. 2

PALADINO, E. E.; NUNES, G. C.; SCHWENK, L. Cfd analysis of the transient flow in a low-oil-concentration hydrocyclone. In: **Prepared for Presentation at AIChE 2005 Annual Meeting**. Cincinnati, Ohio: Conference Proceedings of the AIChE Annual Meeting, 2005. p. 646657. Disponível em:

<<http://www4.fct.unesp.br/dmec/dincon2008/poster.htm>>. Acesso em: 28 de julho de 2011. 22

PENG, W.; BOOT, P. J. A. J.; HOFFMANN, A. C.; DRIES, H. W. A.; KATER, J.; EKKER, A. Flow in the inlet region in tangencial inlet cyclones. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 40, n. 23, p. 5649–5655, 2001. 11

PERICLEOUS, K. A. Mathematical simulation of hydrocyclones. **Applied Mathematical Modelling**, v. 11, p. 242–255, 1987. 11

RAMALHO, J. **Avaliação da separação água-óleo em campo injetado desemulsificante através da linha de gás-lift**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2001.

Disponível em: <[http://www2.petrobras.com.br/tecnologia/port/boletim\\_tecnico/v44\\_n1-4\\_jan-dez-2001/pdf/avaliacaodaseparacao.pdf](http://www2.petrobras.com.br/tecnologia/port/boletim_tecnico/v44_n1-4_jan-dez-2001/pdf/avaliacaodaseparacao.pdf)>. Acesso em: 21 de dezembro de 2008. 1

RANADE, V. V. **Computational flow modeling for chemical reactor engineering**. San Diego: Academic Press, 2002. ISBN 0125769601. 22

- RAPOSO, G. M. **Simulação Numérica do Escoamento em Hidrociclone Destinado a Aplicações de Alto Teor de óleo**. Dissertação — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 2008. vii, x, 19, 20, 21, 49, 89, 95, 96, 97, 98, 100
- SALCEDO, R. L. R.; PINHO, M. J. Pilot and industrial scale experimental investigation of numerically optimized cyclones. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 42, n. 1, p. 145 – 154, 2003. 11
- SALVO, R. d. V. **Efeitos de modelos submalha em escoamentos em ciclones**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica Programa de Pós-Graduação m Engenharia Mecânica, Uberlândia - MG, 2009. 78
- SILVA, M. K. da. **Estudo de Modelagem Numérica Tridimensional de Ciclones do Tipo Lapple para Separação Gás-Sólido**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) — Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação m Engenharia Química da Universidade Federal de Santa Catarina, Florian, SC, 2006. 147
- SIMÕES, S. Q.; MARTINS, A. L.; GONÇALVES, C. J. de C.; MEDRONHO, R. A. Pré-separação de areia em plataformas de produção: Resultados preliminares. In: 2º **Congresso Brasileiro. de P & D em Petróleo & Gás**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2003. p. 1–2. 12
- SOLERO, G.; COGHE, A. Experimental fluid dynamic characterization of a cyclone chamber. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 27, p. 87–96, 2002. 11
- SOUZA, J.; PAIVA, M. K. N.; FARIAS, F. P. M.; NETO, S. R. F.; LIMA, A. G. B. Influência da temperatura no processo de separação água/óleo pesado via hidrociclone: Modelagem e simulação. In: **XVIII Congresso Brasileiro de Engenharia Química (COBEQ2010)**. Foz do Iguaçu - PR: UFRJ, 2010. v. 1, p. 1–6. 135, 147
- SPALART, P. R.; SHUR, M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. **Aerospace Science and Technology**, v. 1, n. 5, p. 297 – 302, 1997. ISSN 1270-9638. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963897900511>>. 28, 29, 59, 67, 74, 81, 103

SPEZIALE, C. G.; SARKAR, S.; GATSKI, T. B. Modelling the pressure strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 227, p. 245–272, 1991. Disponível em: <[http://www.journals.cambridge.org/abstract\\_S0022112091000101](http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112091000101)>. 75

SVAROVSKY, L. **Solid-Liquid Separation**. 2. ed. Londres: Butterworths, 1981. (Butterworths Monographs in Chemistry and Chemical Engineerings). 10

TAGHIPOUR, F.; ELLIS, N.; WONG, C. Experimental and computational study of gas-solid fluidized bed hydrodynamics. **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 6857–6867, 2005. 22

WALLIS, G. B. The terminal speed of single drops or bubbles in an infinite medium. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 1, n. 4, p. 491 – 511, 1974. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0301932274900032>>. 35

WANG, B.; YU, A. Numerical study of particle-fluid flow in hydrocyclones with different body dimensions. **Minerals Engineering**, v. 19, n. 10, p. 1022 – 1033, 2006. ISSN 0892-6875. Selected papers from Computational Modelling '05, Cape Town, South Africa. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S089268750600104X>>. 89

\_\_\_\_\_. Numerical study of the gas-liquid-solid flow in hydrocyclones with different configuration of vortex finder. **Chemical Engineering Journal**, v. 135, n. 1-2, p. 33 – 42, 2008. ISSN 1385-8947. Process Intensification and Innovation - Cleaner, Sustainable, Efficient Technologies for the Future - ECI Process Intensification S.I. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S138589470700246X>>. 13, 130

XIANG, R.; LEE, K. Numerical study of flow field in cyclones of different height. **Chemical Engineering and Processing**, v. 44, n. 8, p. 877 – 883, 2005. ISSN 0255-2701. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0255270104002867>>. 135

XIAODONG, L.; JIANHUA, Y.; YUCHUN, C.; MINGJIANG, N.; KEFA, C. Numerical simulation of the effects of turbulence intensity and boundary layer on

separation efficiency in a cyclone separator. **Chemical Engineering Journal**, v. 95, n. 1-3, p. 235 – 240, 2003. ISSN 1385-8947. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1385894703001098>>. 147

YOSHIDA, H.; TAKASHINA, T.; FUKUI, K.; IWANAGA, T. Effect of inlet shape and slurry temperature on the classification performance of hydro-cyclones. **Powder Technology**, v. 140, n. 1-2, p. 1 – 9, 2004. ISSN 0032-5910. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032591003003760>>. 147

ZHU, Y.; LEE, K. W. Experimental study on small cyclones operating at high flowrates. **Journal of Aerosol Science**, v. 30, n. 10, p. 1303 – 1315, 1999. ISSN 0021-8502. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021850299000245>>. 118