



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DOUTORADO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS



**TRANSFERÊNCIA DE CALOR DURANTE O PROCESSO DE
PASTEURIZAÇÃO DE POLPAS DE FRUTAS
ARMAZENADAS EM RECIPIENTES OBTIDOS POR
REVOLUÇÃO DE ÁREAS PLANAS**

Tese de Doutorado submetida à Coordenação do Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

AUTOR: **Jair Stefanini Pereira de Ataíde**
ORIENTADOR: **Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva**

Campina Grande – PB
Outubro de 2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

A862t Ataíde, Jair Stefanini Pereira de.
Transferência de calor durante o processo de pasteurização de polpas de frutas armazenadas em recipientes obtidos por revolução de áreas planas / Jair Stefanini Pereira de Ataíde. – Campina Grande, 2014.
259 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva."
Referências.

1. Condução de Calor – Engenharia de Processos. 2. Segurança Alimentar. 3. Solução Numérica. 4. Geometrias Complexas.
I. Silva, Wilton Pereira da. II. Título.

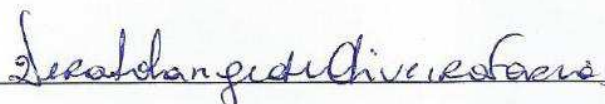
CDU 620.1:536.2(043)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **JAIR STEFANINI PEREIRA DE ATAÍDE** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE.

Tese de Doutorado **aprovada com distinção** em 24 de outubro de 2014



Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva
UAF/CCT/UFCG – Orientador



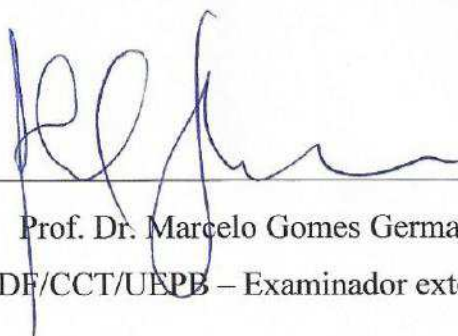
Profª Drª Vera Solange de Oliveira Farias
UAE/CES/UFCG – Examinadora interna



Profª Drª Cleide Maria Diniz Pereira da Silva e Silva
UAF/CCT/UFCG – Examinadora externa



Profª Drª Maria Elieidy Gomes de Oliveira
UAS/CES/UFCG – Examinadora externa



Prof. Dr. Marcelo Gomes Germano
DE/CCT/UEPB – Examinador externo

Campina Grande, 24 de outubro de 2014

Este exemplar corresponde à versão final da Tese de Doutorado em Engenharia de Processos, defendida por Jair Stefanini Pereira de Ataíde e aprovada pela banca examinadora em 24 de outubro de 2014.



Prof. Dr. Wilton Pereira da Silva

UAF/CCT/UFCG – Orientador

Com todo amor e carinho, às pessoas mais importantes da minha vida: meus pais Osvaldo Vieira e Creusa Pereira (in memoriam), DEDICO.



“Eu não vou saber me acostumar, sem suas mãos pra me acalmar; sem seu olhar pra me entender; sem seu carinho amor sem você... Eu conto os dias, conto as horas pra te ver, eu não consigo te esquecer, cada minuto é muito tempo sem você.” (Michael Sullivan).

“Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar no sonho que se tem, ou que seus planos nunca vão dar certo, ou que você nunca vai ser alguém [...] Quem acredita sempre alcança”. (Renato Russo).

AGRADECIMENTOS

Quando iniciamos um trabalho dessa natureza, não calculamos o quanto as pessoas que nos rodeiam podem nos ajudar na conclusão dessa tarefa. Pesquisar, produzir conhecimento, inovar é uma tarefa muito difícil, que se torna prazerosa se no caminho contarmos com a companhia de preciosos amigos – confidentes e interlocutores – que se colocam a nossa disposição para qualquer tipo de ajuda. Portanto, quando chega a hora de agradecer, tememos ser traídos pela nossa memória cometendo alguma injustiça. Mas, esse é um risco que devemos correr.

Agradeço a todos que de alguma forma colaboraram direta ou indiretamente para a conclusão desse trabalho, em especial à:

- ◆ Primeiramente, a Deus por ter me guiado de forma a realizar com êxito este trabalho;
- ◆ A minha família, principalmente meus pais e meus irmãos, eterno e sólido alicerce que me faz superar as barreiras mais sólidas e me ergue a alturas inimagináveis;
- ◆ A meus filhos, Maria Creusa e Jair Jr., pelo apoio, companheirismo, e pela fonte de inspiração para não fraquejar durante todo o curso;
- ◆ A minha querida esposa Susy Larrinny, pelo seu amor, amizade, compreensão, incentivo e apoio. Por ser minha fortaleza nas horas mais difíceis;
- ◆ Ao professor Wilton Pereira da Silva, pela oportunidade, orientação, paciência em retirar minhas dúvidas, confiança, ensinamentos ministrados e por ter acreditado na minha capacidade em realizar este trabalho;
- ◆ A Vera Solange por toda ajuda, ensinamentos, broncas, amizade, confidências e acima de tudo em acreditar na minha capacidade e proporcionar o início de tudo;

- ◆ A Cleide, pelas broncas iniciais, pelos ensinamentos, correções e toda colaboração na realização deste;
- ◆ A professora Elieidy, por toda ajuda, ensinamentos, correções, parceria, consultoria, disponibilização dos laboratórios, amizade, enfim, pela enorme contribuição que sem ela grande parte deste trabalho não teria sido realizado;
- ◆ A Marcelo Germano pelos ensinamentos vindos desde a graduação, por ter sido o primeiro a se dispor me orientar, peço-lhe desculpas por não ter insistido e continuado na área, mas sou grato por toda ajuda e disponibilidade desprendida em todos os momentos;
- ◆ Ao Curso de Doutorado em Engenharia de Processos da Universidade Federal de Campina Grande;
- ◆ Aos professores e funcionários da Pós-Graduação, pela transmissão de conhecimentos, assistência e compreensão;
- ◆ A todos que fazem o Centro de Educação e Saúde da UFCG, em especial ao Curso de Licenciatura em Física;
- ◆ A todos os meus companheiros de sala de aula, com os quais compartilhei o conhecimento, dúvidas, sofrimentos e aprendizados;
- ◆ A Fernando Gama e Waldemir, grandes companheiros de solavancos por ocasião de nossas aulas, pela amizade e pelas intermináveis discussões.
- ◆ A sociedade brasileira que financiou toda minha educação e pesquisa através do pagamento de seus impostos. Espero poder retribuir ao menos na mesma proporção que recebi.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	xvi
LISTA DE TABELAS.....	xxvii
NOMENCLATURAS.....	xxix
RESUMO.....	xxxiv
ABSTRACT.....	xxxv
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....	01
1.1 Objetivo geral.....	04
1.2 Objetivos específicos.....	04
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	06
2.1 Aspectos gerais.....	06
2.2 Conservação dos alimentos.....	09
2.2.1 Conservação pelo frio.....	10
2.2.2 Conservação pelo controle de umidade.....	12
2.2.3 Conservação por defumação.....	12
2.2.4 Conservação pela adição de sal.....	13
2.2.5 Conservação pelo uso de radiação.....	13
2.2.6 Conservação por fermentação.....	14
2.2.7 Conservação pela adição de açúcar.....	15
2.2.8 Conservação pela utilização de aditivos.....	15
2.2.9 Conservação pelo calor.....	16
2.2.9.1 Branqueamento.....	18

2.2.9.2 Tindalização.....	18
2.2.9.3 Esterilização.....	19
2.2.9.4 Pasteurização.....	19
2.3 O processo de pasteurização.....	21
2.4 Transferência de energia térmica.....	27
2.5 O problema geral de transporte e a equação de difusão.....	28
2.6 Soluções para a equação de difusão.....	30
2.6.1 Soluções analíticas.....	31
2.6.2 Soluções numéricas.....	31
2.6.2.1 Método dos elementos finitos.....	32
2.6.2.2 Método das diferenças finitas.....	33
2.6.2.3 Método dos volumes finitos.....	33
2.6.2.4 Alguns trabalhos envolvendo soluções analíticas e numéricas.....	34
2.7 Sistemas de eixos em coordenadas generalizadas.....	42
2.7.1 Métricas de uma transformação.....	43
2.7.2 Comprimento ao longo de um eixo curvilíneo.....	46
2.7.3 Área definida por vetores elementares sobre eixos curvilíneos.....	47
2.8 Trabalhos envolvendo coordenadas generalizadas em processos difusivos.....	49
2.9 Frutos pesquisados.....	53
2.9.1 Mamão.....	54
2.9.2 Caju.....	55
CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E MÉTODOS.....	58
PARTE A – MODELAGEM MATEMÁTICA.....	58
3.1 Aspectos gerais.....	58
3.2 Equação de difusão em coordenadas generalizadas.....	59

3.3 Equação de difusão aplicada a sólidos em translação.....	60
3.4 Discretização da equação de difusão bidimensional.....	62
3.4.1 Volumes internos.....	63
3.4.2 Discretização em coordenadas generalizadas: fronteira norte.....	68
3.4.3 Discretização em coordenadas generalizadas: volume de controle a sudeste.....	71
3.5 Sólidos obtidos por revolução de áreas.....	74
3.5.1 Os teoremas de Pappus-Guldin.....	74
3.5.2 Área.....	74
3.5.3 Volume.....	75
3.6 Equação de difusão aplicada a sólidos obtidos por revolução de áreas.....	75
3.7 Definição de malha.....	79
3.7.1 Geração de malhas bidimensionais.....	81
3.8 Metodologia computacional.....	84
3.8.1 O código fonte proposto.....	84
3.8.2 Validação do código computacional desenvolvido.....	85
3.8.3 Aplicação do código computacional desenvolvido.....	86
3.9 Otimização.....	86
PARTE B – METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....	88
3.10 Matéria-prima.....	88
3.10.1 Preparo das amostras.....	88
3.10.2 Características físico-químicas e microbiológicas das amostras.....	90
3.11 Confeção dos recipientes.....	90
3.12 Procedimentos experimentais.....	92
3.13 O pasteurizador.....	94
3.14 Pasteurização.....	95

CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	98
4.1 Considerações preliminares.....	98
4.2 A definição da malha para validação.....	98
4.3 Validação do programa proposto para sólidos obtidos por extrusão.....	102
4.4 O código fonte aplicado a sólidos obtidos por revolução de áreas.....	104
4.5 Validação do programa proposto para sólidos de revolução.....	105
4.6 Malha para o sólido obtido por revolução.....	106
4.7 Penetração do calor no mamão.....	108
4.7.1 Superfície interna do recipiente.....	109
4.7.2 Centro geométrico do recipiente.....	111
4.8 Penetração do calor no caju.....	112
4.8.1 Superfície interna do recipiente.....	112
4.8.2 Centro geométrico do recipiente.....	114
4.9 Solução numérica.....	116
4.9.1 Interface gráfica do <i>software</i> para solução numérica.....	117
4.9.2 <i>Menus</i> e caixas de diálogos.....	117
4.10 Arquivos gerados pela simulação numérica.....	123
4.11 A penetração do calor.....	124
4.12 Resultados das otimizações.....	124
4.12.1 Experiência M1.....	125
4.12.2 Experiência M2.....	127
4.12.3 Experiência M3.....	129
4.12.4 Experiência M4.....	131
4.12.5 Média para o mamão.....	133
4.12.6 Experiência C1.....	137
4.12.7 Experiência C2.....	139

4.12.8 Experiência C3.....	141
4.12.9 Experiência C4.....	143
4.12.10 Experiência C5.....	145
4.12.11 Média para o caju.....	147
4.13 Simulações com os valores médio dos dados.....	150
4.13.1 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M1.....	151
4.13.2 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M2.....	152
4.13.3 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M3.....	154
4.13.4 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M4.....	156
4.13.5 Simulação com a média dos valores experimentais para o mamão.....	157
4.13.6 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C1.....	159
4.13.7 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C2.....	161
4.13.8 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C3.....	162
4.13.9 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C4.....	164
4.13.10 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C5.....	165
4.13.11 Simulação com a média dos valores experimentais para o caju.....	167
4.14 Discussão dos resultados obtidos.....	169
4.14.1 Resultados das análises físico-químicas.....	172
4.14.2 Resultados das análises microbiológicas.....	173
4.15 Simulações para outras geometrias.....	175
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	181
5.1 Considerações preliminares.....	181
5.2 Conclusões.....	181
5.3 Sugestões para futuros trabalhos de pesquisa.....	183

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	184
APÊNDICE A: Dados experimentais.....	195
APÊNDICE B: Programa desenvolvido.....	218

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	Sistema bidimensional de coordenadas cartesianas e de coordenadas generalizadas.....	43
FIGURA 2.2	Destaque para um comprimento elementar ΔL_{ξ} ao longo do eixo curvilíneo ξ	46
FIGURA 2.3	Área elementar ΔS definida pelos vetores ΔL_{ξ} e ΔL_{η}	47
FIGURA 2.4	(a) Domínio físico; (b) domínio transformado.....	48
FIGURA 2.5	Matérias-primas utilizadas nos experimentos: (a) caju (<i>Anacardium occidentale L.</i>); (b) mamão papaia (<i>Carica papaya</i>).....	56
FIGURA 3.1	Sólido obtido por translação de uma área no plano xy na direção do eixo z.....	60
FIGURA 3.2	Regiões com volumes de controle distintos.....	63
FIGURA 3.3	Volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos ao norte (N), ao sul (S), a leste (E), a oeste (W), a nordeste (NE), a noroeste (NW), a sudeste (SE) e a sudoeste (SW).....	64
FIGURA 3.4	Fragmento da malha no domínio transformado mostrando o volume de controle norte (P) e seus vizinhos ao sul (S), a leste (E), a oeste (W), a sudoeste (SW) e a sudeste (SE).....	68
FIGURA 3.5	Fragmento da malha no domínio transformado mostrando o volume de controle P a sudeste e seus vizinhos ao norte (N), a oeste (W) e a noroeste (NW).....	71
FIGURA 3.6	(a) Volume de controle P obtido pela rotação, em torno do eixo y, de uma área contida num plano vertical. As faces “f”, “b”, “n”, “s”, “e” e “w” são referentes, respectivamente, a <i>front</i> (anterior), <i>back</i> (posterior), norte, sul, leste e oeste; (b) Sistema de coordenadas generalizadas definido pelos eixos ξ , η e γ sobre os contornos do volume de controle.....	76
FIGURA 3.7	(a) Preparo das amostras; (b) Multiprocessador utilizado na	

	obtenção das polpas; (c) Polpa acondicionada em recipiente plástico de 250 ml com tampa.....	89
FIGURA 3.8	Contador de colônias manual.....	90
FIGURA 3.9	Recipiente que foi utilizado para acomodar as polpas no processo de pasteurização.....	91
FIGURA 3.10	Paquímetro universal PANTEC.....	91
FIGURA 3.11	Posicionamento dos termopares no recipiente.....	92
FIGURA 3.12	(a) Polpas inseridas nos recipientes; (b) Recipiente pronto para a pasteurização.....	92
FIGURA 3.13	Termômetro digital portátil.....	93
FIGURA 3.14	Dados armazenados em arquivo com formato <i>txt</i>	93
FIGURA 3.15	Pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L.....	94
FIGURA 3.16	A polpa de fruta em processo de pasteurização.....	95
FIGURA 3.17	Termômetro de espeto.....	96
FIGURA 4.1	(a) Circunferência dividida em quatro quadrantes pelos eixos cartesianos; (b) Circunferência dividida em quatro quadrantes com eixos cartesianos girados em 45° com contornos Norte (N), Sul (S), Leste (E) e Oeste (W).....	99
FIGURA 4.2	(a) Representação geométrica de uma malha circular com 10 linhas ξ , 10 linhas η e 81 volumes de controle; (b) Malha circular refinada com 37 linhas ξ , 37 linhas η e 1296 volumes de controle.....	101
FIGURA 4.3	(a) Gráfico da Temperatura (°C) no centro do cilindro obtidos a partir de dados experimentais para o agar gel. (b) Gráfico da Temperatura (°C) no centro do cilindro com o programa proposto neste trabalho.....	103
FIGURA 4.4	Gráfico da superposição das temperaturas (°C) no centro do cilindro obtidas a partir de dados experimentais e com o programa proposto neste trabalho.....	103
FIGURA 4.5	Gráfico da superposição das temperaturas (°C) no centro do	

	cilindro obtidas a partir de dados experimentais para o purê de tomate com o programa utilizado neste trabalho.....	106
FIGURA 4.6	Recipiente utilizado para a geração da malha.....	106
FIGURA 4.7	Área geratriz para a obtenção da metade simétrica do sólido de revolução.....	107
FIGURA 4.8	Sequência de cliques para a digitalização dos pontos de contorno de uma malha.....	107
FIGURA 4.9	(a) Malha inicial gerada através da digitalização dos pontos do contorno; (b) Malha refinada 32x24.....	108
FIGURA 4.10	Gráfico da temperatura na superfície interna obtida dos dados experimentais do aquecimento do mamão para os experimentos: (a) M1; (b) M2; (c) M3 e (d) M4.....	109
FIGURA 4.11	Gráfico da temperatura na superfície interna obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do mamão.....	110
FIGURA 4.12	Gráfico da temperatura no centro geométrico do recipiente obtida dos dados do aquecimento do mamão para os experimentos: (a) M1; (b) M2; (c) M3 e (d) M4.....	111
FIGURA 4.13	Gráfico da temperatura no centro geométrico, obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do mamão.....	112
FIGURA 4.14	Gráfico da temperatura na superfície interna do recipiente obtida através dos dados experimentais do aquecimento do caju para os experimentos: (a) C1; (b) C2; (c) C3; (d) C4 e (e) C5.....	113
FIGURA 4.15	Gráfico da temperatura na superfície interna do recipiente obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do caju.....	114
FIGURA 4.16	Gráfico da temperatura no centro do recipiente obtida através dos dados experimentais do aquecimento do caju aquecimento do caju para os experimentos: (a) C1; (b) C2; (c) C3; (d) C4 e	

	(e) C5.....	115
FIGURA 4.17	Gráfico da temperatura no centro geométrico do recipiente obtida da média dos dados experimentais do aquecimento do caju.....	116
FIGURA 4.18	Tela principal do <i>software Diffusion Revolution and Extrusion</i>	117
FIGURA 4.19	<i>Menu</i> “Arquivo”.....	118
FIGURA 4.20	O primeiro item da caixa de diálogos “Carregar uma Malha”...	118
FIGURA 4.21	Arquivo com dados que serão informados pelo usuário.....	119
FIGURA 4.22	<i>Menu</i> Simulação.....	120
FIGURA 4.23	Caixa de diálogo para escolher o tipo de problema a ser determinado.....	120
FIGURA 4.24	Tela que apresenta o processo de simulação da cinética de penetração do calor.....	121
FIGURA 4.25	Mostra as vinte expressões de difusividade disponíveis no <i>software</i>	121
FIGURA 4.26	Itens do <i>menu</i> “Resultados”.....	122
FIGURA 4.27	Itens do <i>menu</i> “Geral”.....	122
FIGURA 4.28	Itens do <i>menu</i> “Informações”.....	123
FIGURA 4.29	Arquivo com dados informados para otimização da experiência M1.....	125
FIGURA 4.30	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	126
FIGURA 4.31	Arquivo com dados informados para otimização da experiência M2.....	127
FIGURA 4.32	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente	

	para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	128
FIGURA 4.33	Arquivo com dados informados para otimização da experiência M3.....	129
FIGURA 4.34	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	130
FIGURA 4.35	Arquivo com dados informados para otimização da experiência M4.....	131
FIGURA 4.36	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	132
FIGURA 4.37	Arquivo com a média dos dados a serem informados para otimização da média das experiências para o mamão.....	133
FIGURA 4.38	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e as médias dos pontos obtidos experimentalmente para o mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	134
FIGURA 4.39	As cinco melhores funções para a difusividade térmica do mamão.....	135
FIGURA 4.40	Função difusividade térmica aparente da polpa do mamão, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 22,4 °C e 65,4 °C.....	136
FIGURA 4.41	Arquivo com dados informados para otimização da experiência C1.....	137
FIGURA 4.42	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com	

	geometria arbitrária.....	138
FIGURA 4.43	Arquivo com dados informados para otimização da experiência C2.....	139
FIGURA 4.44	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	140
FIGURA 4.45	Arquivo com dados informados para otimização da experiência C3.....	141
FIGURA 4.46	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	142
FIGURA 4.47	Arquivo com dados informados para otimização da experiência C4.....	143
FIGURA 4.48	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	144
FIGURA 4.49	Arquivo com dados informados para otimização da experiência C5.....	145
FIGURA 4.50	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	146
FIGURA 4.51	Arquivo com dados informados para otimização da média das experiências para o caju.....	147
FIGURA 4.52	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura média do caju no centro do recipiente com	

	geometria arbitrária.....	148
FIGURA 4.53	As cinco melhores funções para a difusividade térmica para polpa do caju.....	149
FIGURA 4.54	Função difusividade térmica aparente da polpa do caju, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 22,2 °C e 65,0 °C.....	150
FIGURA 4.55	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M1 no final do processo.....	151
FIGURA 4.56	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M1.....	152
FIGURA 4.57	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M2 no final do processo.....	153
FIGURA 4.58	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M2.....	154
FIGURA 4.59	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M3 no final do processo.....	155
FIGURA 4.60	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M3.....	155

FIGURA 4.61	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M4 no final do processo.....	156
FIGURA 4.62	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M4.....	157
FIGURA 4.63	Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas médias no interior do mamão: (a) 100 s; (b) 200 s; (c) 400 s; (d) 600 s; (e) 750 s.....	157
FIGURA 4.64	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para os dados médios da polpa do mamão.....	158
FIGURA 4.65	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos médios obtidos experimentalmente para o mamão.....	159
FIGURA 4.66	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C1 no final do processo.....	160
FIGURA 4.67	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C1.....	160
FIGURA 4.68	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C2 no final do processo.....	161

FIGURA 4.69	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C2.....	162
FIGURA 4.70	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C3 no final do processo.....	163
FIGURA 4.71	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C3.....	163
FIGURA 4.72	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C4 no final do processo.....	164
FIGURA 4.73	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C4.....	165
FIGURA 4.74	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C5 no final do processo.....	166
FIGURA 4.75	Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C5.....	166
FIGURA 4.76	Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas médias no interior do caju: (a) 100 s; (b) 200 s; (c) 400 s; (d) 600 s; (e) 750 s.....	167

FIGURA 4.77	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para os dados médios da polpa do caju no final do processo.....	168
FIGURA 4.78	Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos médios obtidos experimentalmente para o caju.....	168
FIGURA 4.79	Gráfico representando as funções da difusividade térmica aparente da polpa do mamão e do caju.....	171
FIGURA 4.80	Análise microbiológica para a polpa do mamão: (a) Antes da pasteurização; (b) Depois da pasteurização.....	174
FIGURA 4.81	Análise microbiológica para a polpa do caju: (a) Antes da pasteurização; (b) Depois da pasteurização.....	174
FIGURA 4.82	(a) Recipiente modificado; (b) Malha refinada 32x24.....	175
FIGURA 4.83	Gráfico representando a penetração de calor na polpa do mamão a partir da simulação numérica para a temperatura no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	176
FIGURA 4.84	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a simulação no final do processo.....	177
FIGURA 4.85	(a) Recipiente modificado; (b) Malha refinada 32x24.....	178
FIGURA 4.86	Gráfico representando a penetração de calor na polpa do mamão a partir da simulação numérica para a temperatura no centro do recipiente com geometria arbitrária.....	179
FIGURA 4.87	(a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a simulação no final do processo.....	179
FIGURA 4.88	Contornos das isotermas representando a distribuição das	

temperaturas no interior do mamão: (a) 100 s; (b) 200 s; (c)
400 s; (d) 600 s..... 180

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1	Coordenadas Cartesianas (x ; y) dos pontos da circunferência.....	100
TABELA 4.2	Valores da temperatura em um determinado tempo para Lins (2013), para o algoritmo proposto neste trabalho e a discrepância entre os referidos valores.....	104
TABELA 4.3	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	126
TABELA 4.4	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	128
TABELA 4.5	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	130
TABELA 4.6	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M4, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	132
TABELA 4.7	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente para a média das experiências com o mamão, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	134
TABELA 4.8	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	138
TABELA 4.9	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	140
TABELA 4.10	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	142

TABELA 4.11	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C4, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	144
TABELA 4.12	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C5, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	146
TABELA 4.13	Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente para a média das experiências de caju, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.....	148
TABELA 4.14	Algumas difusividades térmica aparente de frutas.....	170
TABELA 4.15	Valores médios das análises físico-químicas realizadas com mamão <i>in natura</i> e pasteurizado.....	172
TABELA 4.16	Valores médios das análises físico-químicas realizadas com caju <i>in natura</i> e pasteurizado.....	173
TABELA 4.17	Contagem padrão em placas de mamão <i>in natura</i> e submetido à pasteurização.....	173
TABELA 4.18	Contagem padrão em placas de caju <i>in natura</i> e submetido à pasteurização.....	175

NOMENCLATURA

Letras Latinas

A_p, A_w, A_e, A_n, A_s – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
A_f, A_b, A_{ne}, A_{nw} – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_{se}, A_{sw}, A_{fe}, A_{fw}$ – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
$A_{be}, A_{bw}, A_{fn}, A_{fs}$ – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
A_{bn}, A_{bs} – Coeficientes da equação de difusão discretizada	[-]
Bi – Número de Biot	[-]
B – Termo independente de Φ na equação de difusão discretizada	[-]
c_p – Calor específico à pressão constante	[J kg ⁻¹ K ⁻¹]
D – Coeficiente de difusão de massa	[m ² s ⁻¹]
D_{ef} – Coeficiente de difusão efetivo de massa	[m ² s ⁻¹]
DT – Vetor no domínio transformado	[-]
DF – Vetor no domínio físico	[-]
f_e, f_{ne}, f_{se} – Fatores para a condição de contorno convectiva	[-]
h – Coeficiente de transferência de calor por convecção	[W m ⁻² K ⁻¹]
h_f – Coeficiente de transferência de calor por convecção na fronteira	[W m ⁻² K ⁻¹]
i, j, k – Índices para uma posição de pontos na malha	[-]
J – Jacobiano da transformação	[-]
\vec{J} – Fluxo difusivo de massa	[kg m ⁻² s ⁻¹]
k – Condutividade térmica	[W m ⁻¹ K ⁻¹]

L_c – Comprimento característico	[m]
L – Espessura de parede infinita	[m]
L – Largura de retângulo	[m]
$\Delta L_\xi, \Delta L_\eta, \Delta L_\gamma$ – Distância elementar ao longo de ξ , η e γ	[m]
M – Teor de umidade numa dada posição de um corpo	[kg kg ⁻¹]
\bar{M} – Teor de umidade de um corpo	[kg kg ⁻¹]
\bar{M}_i – Teor de umidade inicial de um corpo	[kg kg ⁻¹]
\bar{M}_e – Teor de umidade de equilíbrio de um corpo	[kg kg ⁻¹]
m – Massa	[kg]
N, S, E, W, F, B, P – Pontos nodais	[-]
N_η – Número de linhas η no domínio	[-]
N_ξ – Número de linhas ξ no domínio	[-]
Δn – Distância de ponto nodal à face de um contorno	[m]
\vec{n} – Vetor normal a uma área elementar	[-]
\vec{q} – Taxa de calor	[J s ⁻¹ m ⁻²]
Q, E, F, G – Fatores usados na equação de transformação	
r – Coordenada radial	[m]
\vec{r} – Vetor posição	[m]
R – Constante universal dos gases ideais	[J mol ⁻¹ K ⁻¹]
RH – Umidade relativa do ar	[%]
Δs – Distância elementar	[m]
ΔS – Área superficial elementar	[m ²]
S – Termo fonte da equação de difusão	[-]

S^Φ – Termo fonte da equação de transporte	[-]
t – Tempo	[s]
T – Temperatura	[°C]
T_i – Temperatura inicial	[°C]
T_∞ – Temperatura de fluido	[°C]
\vec{v} – Velocidade do meio	[ms ⁻¹]
ΔV – Volume elementar	[m ³]
$\Delta V'_{ij}$ – Volume de volume de controle	[m ³]
V – Volume	[m ³]
V_{ij} – Componente de tensor métrico	[-]
x, y, z – Eixos cartesianos	[-]
$x_\xi, y_\xi, z_\xi, x_\eta, y_\eta, z_\eta, x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma$ – Derivadas de x, y e z em relação a ξ, η e a γ	[m]
$\Delta x_\xi, \Delta y_\xi$ – Projeções de $\overline{\Delta L}_\xi$ em x e em y	[m]
$\Delta x_\eta, \Delta y_\eta$ – Projeções de $\overline{\Delta L}_\eta$ em x e em y	[m]

Letras Gregas

α_{ij} – Parâmetros da equação de difusão discretizada	[-]
α – Difusividade térmica	[m ² s ⁻¹]
Φ – Variável de transporte	[-]
Φ_∞ – Variável de transporte para fluido no contorno	[-]
$\Phi_P, \Phi_E, \Phi_W, \Phi_N, \Phi_S, \Phi_F, \Phi_B, \Phi_{BN}, \Phi_{BS}$ – Variáveis dependentes em equação discretizada	[-]

$\Phi_{NE}, \Phi_{NW}, \Phi_{SE}, \Phi_{SW}, \Phi_{FE}, \Phi_{FW}, \Phi_{BE}, \Phi_{BW}, \Phi_{FN}, \Phi_{FS}$	[-]
Variáveis dependentes em equação discretizada	
ϕ'	Fluxo de Φ [-]
ϕ''	Fluxo de Φ por unidade de área [-]
ϕ_e''	Fluxo de Φ por unidade de área no contorno leste [-]
Γ^Φ	Coeficiente de transporte [-]
λ	Coeficiente de transporte [-]
ξ, η, γ	Eixos curvilíneos [-]
ρ	Densidade (massa específica) [kg m ⁻³]
τ	Tempo no domínio transformado [s]
∇	Gradiente [-]
$\nabla \cdot$	Divergente [-]
∇^2	Laplaciano [-]
Δ	Varição [-]
ζ_n	Raízes de equação transcendental [-]

Sobrescritos

- 0 – Tempo anterior
- e – Face leste do volume de controle
- P – Nó do volume de controle em estudo
- q – Expoente da posição radial r

Subscritos

- e, w, s, n, f, b – Fronteiras de um volume de controle

i – Inicial

w - Água

RESUMO

O aumento na demanda por produtos alimentícios por parte da população requer uma indústria alimentícia moderna e de qualidade, na qual se faz necessário avaliar e ter conhecimento profundo, dentre outras coisas, das propriedades termofísicas dos alimentos, principalmente daqueles submetidos a uma tecnologia de conservação pelo uso do calor. Neste estudo, o fenômeno da difusão transiente de calor foi estudado em gêneros alimentícios pastosos contidos em recipientes com forma geométrica arbitrária. Dessa forma, tem-se o intuito de disponibilizar as análises das implicações da consideração de uma difusividade térmica constante (ou dependente da temperatura média) no estudo de transferência de calor durante a pasteurização de produtos cuja forma possa ser obtida pela revolução de áreas planas. Em adição, propôs que a difusividade térmica seja uma função da temperatura local no interior do produto, possibilitando uma maior precisão na descrição da transferência de calor. Para isso, foi discretizada e resolvida numericamente a equação de difusão escrita em coordenadas generalizadas, através do método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita, para condições de contorno de primeiro tipo. O código computacional foi desenvolvido em FORTRAN, usando o estúdio CVF 6.6.0, na plataforma Windows XP. As ferramentas numéricas foram validadas através de dados obtidos na literatura para o cilindro infinito. Para comprovação da eficiência do método de pasteurização realizou-se análises físico-químicas e microbiológicas antes e após o tratamento térmico. A análise e comparação dos resultados mostraram que ocorre uma redução dos micro-organismos totais, sem proporcionar tanta alteração nutricional, particularmente no valor proteico das polpas, proporcionando segurança alimentar com um menor gasto energético. Bem como, uma vez conhecida a expressão da difusividade térmica em função da temperatura local, é possível definir o tempo necessário para que o alimento acondicionado em um recipiente com uma geometria qualquer e simetria de revolução, entre em equilíbrio térmico com uma temperatura previamente definida, através de simulações. Dessa forma, torna-se desnecessário a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente for utilizado para acondicionar o produto.

Palavras-chave: Segurança alimentar, condução de calor, solução numérica, geometrias complexas.

ABSTRACT

The increase in demand for food products by the population requires a modern and quality food industry, where it is necessary to evaluate and have deep knowledge, among other things, the thermophysical properties of foods, especially those subjected to a conservation technology by use of heat. In this study, the phenomenon of transient heat diffusion was studied in pasty foodstuffs in containers of arbitrary geometric shape. Thus, it has been the aim of the analysis of the implications of an account (or dependent on the average temperature) to study the transfer of heat during pasteurisation of products whose shape can be obtained by the flat areas provide thermal diffusivity constant revolution. In addition, proposed that the thermal diffusivity is a function of the local temperature inside the product, providing greater precision in the description of the heat transfer. For it was discretized and numerically solved the diffusion equation written in generalized coordinates by the finite volume method with a fully implicit formulation for boundary conditions of the first kind. The computer code was developed in FORTRAN, using the CVF Studio 6.6.0 on Windows XP platform. The numerical tools were validated using data from the literature for the infinite cylinder. To prove the efficiency of the pasteurization method was carried out physicochemical and microbiological before and after heat treatment analysis. The analysis and comparison of the results showed that a reduction in total micro-organisms occurs, without providing much nutritional changes, particularly in the pulp protein value of providing food security to a lower energy expenditure. And, once known the thermal diffusivity of the expression depending on the local temperature, it is possible to set the time required for the food packed in a container with any geometry and symmetry of revolution, comes into thermal equilibrium with a previously set temperature, through simulations. Thus, it becomes unnecessary to perform experiments each time a new container is used for packaging the product.

Keywords: Food security, heat conduction, numerical solution, complex geometries.

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

O Brasil encontra-se em pleno crescimento econômico e, com isso, ocorre um aumento na demanda por produtos alimentícios, acarretando a exigência de uma indústria alimentícia moderna e de qualidade. Estas exigências fazem com que essa indústria busque altos índices de rentabilidade através de processos produtivos com estreita margem de desperdícios, e mantendo a qualidade final do produto. Dessa forma, faz-se necessário um número maior de pesquisas referentes ao processamento de alimentos em busca de se conhecer melhor suas propriedades físicas.

Através do exposto, verifica-se que o setor industrial, de pesquisa e de desenvolvimento tecnológico tem a necessidade de avaliar e ter conhecimento profundo de todas as etapas produtivas e, sobretudo, das propriedades termofísicas dos alimentos com o intuito de se adequar às especificações e aos requisitos dos produtos para que se possam projetar equipamentos com a maior eficiência possível. Atualmente, encontram-se diversos trabalhos publicados sobre as propriedades termofísicas dos alimentos (BHUMBLA e SINGH, 1989; BRADY e KULKARNI, 1996; DE MOURA et al., 1998; CARCIOFI et al., 2002; OLIVEIRA et al., 2003; CARBONERA et al., 2003; MARKOWSKI et al., 2004; SARRIA e HONÓRIO, 2004; KUROZAWA et al., 2005; GLAVINA et al., 2006; KUBÁSEK et al., 2006; BAÏRI et al. 2007; WOODFIELD et al., 2007; MONTEAU, 2008; UKRAINCZYK, 2009; BETTA et al., 2009; KIZILTAS et al., 2010; SILVA, 2011; TRES et al., 2011; LINS, 2013). Contudo, poucos tratam da condutividade térmica e difusividade térmica de frutos tropicais (KUROZAWA et al., 2005). Ressalta-se que poucos trabalhos consideram tais propriedades variáveis como uma função da temperatura local.

Propriedades termofísicas de interesse na indústria de alimentos são a densidade, o calor específico, a condutividade e a difusividade térmica. No princípio, usavam-se valores constantes dessas propriedades térmicas nas análises de aquecimento e/ou resfriamento de produtos alimentícios, o que tornava as análises muito imprecisas. Atualmente, através da

consideração de que as propriedades térmicas dos alimentos variam com a temperatura média à medida que o produto é aquecido e/ou resfriado, aumentou-se consideravelmente a precisão das técnicas de análise de transferência de calor em alimentos.

Na indústria alimentícia, como forma de evitar que o produto seja danificado nutricional e sensorialmente, é de extrema importância o controle da temperatura durante os processos de aquecimento, resfriamento, congelamento, descongelamento, fritura, pasteurização, esterilização, armazenagem, transporte e comercialização, bem como, na análise dos custos de produção e consumo de energia durante o cozimento e transformação. Dessa forma, a regulação térmica correta é extremamente importante no controle de mecanismos microbiológicos que intervêm diretamente sobre a qualidade e características do produto final (WANG e SUN, 2001; TIJSKENS et al., 2001; BAÏRI, et al., 2007; BETTA, et al., 2009).

A condutividade térmica é uma propriedade de transporte que mede como o calor pode ser conduzido através de um material. Os métodos experimentais para determinar a condutividade térmica de um material podem ser diretos e/ou inversos. Nos métodos diretos a experiência é projetada para se obter as propriedades desejadas de uma maneira simples e direta, tendo conhecimento das condições de contorno e dos parâmetros ou propriedades relevantes. No método inverso a abordagem é mais ambiciosa, pois, um dos objetivos é estimar um determinado número de parâmetros possíveis a partir de uma única experiência. Em um processo termofísico transiente determinam-se as propriedades diretamente como uma função da temperatura (MENDONÇA et al., 2005; OLIVEIRA, 2009). De forma geral, o método inverso é uma técnica eficaz na utilização de dados para a estimativa de constantes que aparecem nos modelos matemáticos e para ajudar na modelagem de um fenômeno físico (SILVA, 2007; OLIVEIRA, 2009).

Outra propriedade de transporte é a difusividade térmica que é uma das mais impactantes em todos os problemas que envolvem a condução de calor durante os processos transientes. Em outras palavras, a difusividade térmica é uma medida da velocidade de propagação de calor por meio de um material e combina a condutividade térmica, o calor específico e a densidade (BRADY e KULKARNI, 1996; BAÏRI, et al., 2007; UKRAINCZYK, 2009).

Na literatura encontra-se vários modelos empíricos, específicos para cada produto estudado, que são úteis na predição dos valores da difusividade térmica de alimentos. Muitas vezes esses valores são publicados sem a devida informação das condições em que os experimentos foram realizados (OLIVEIRA, 2009). Contudo, tem-se que considerar que a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro do mesmo produto (TRES et al., 2011).

A transferência de calor é um dos métodos mais antigos utilizados para a conservação de alimentos, e tem por objetivo eliminar ou reduzir ao máximo os níveis de micro-organismos presentes em um alimento e desnaturar a maior parte das enzimas presentes, as quais provocam alterações, muitas vezes indesejáveis. Entre os métodos, destaca-se a pasteurização (PLAZL et al., 2006; PELAIS et al., 2008; RAMPELOTTO, 2012).

A pasteurização é um termo aplicado a tratamentos térmicos suaves que agem na conservação de alimentos baseando-se em um binômio tempo-temperatura com o intuito de inativar os micro-organismos patogênicos e deteriorantes mais termorresistentes que variam de acordo com as características físico-químicas e microbiológicas (AZEREDO, 2004; SCREMIN, 2007; RAMPELOTTO, 2012). Para isso, utilizam-se temperaturas inferiores a 100 °C, o que acarreta alterações mínimas do valor nutritivo dos alimentos e nas suas características sensoriais, além de aumentar a vida útil do alimento (PELAIS et al., 2008). O processo de pasteurização é empregado em alimentos que não propiciam condições de desenvolvimento aos micro-organismos de alta resistência térmica ($\text{pH} < 7$); e associada a métodos de preservação como refrigeração e congelamento em alimentos que permitem o crescimento de micro-organismos de alta resistência térmica (SCREMIN, 2007). Seu estudo necessita da seleção de parâmetros (físico-químicos, nutricionais e sensoriais), ajuste do processo para cada produto (cada um terá um binômio temperatura-tempo de pasteurização) e avaliação da qualidade geral do produto submetido à armazenagem com controle de temperatura (TEIXEIRA et al., 2006).

A necessidade de estudos de processos de pasteurização, com reflexos na qualidade do produto final a custos mais acessíveis, faz deste trabalho de pesquisa uma atividade importante para a indústria brasileira de gêneros alimentícios. Dessa forma, este trabalho pretende contribuir na solução de problemas específicos relativos à segurança

alimentar, através da determinação de parâmetros termofísicos com uma precisão maior do que aquela determinada até então. O trabalho pode, ainda, viabilizar inovações tecnológicas particularmente no desenvolvimento de novos recipientes com geometrias definidas pelo designer da indústria. Além disso, o resultado desta pesquisa deve permitir simulações prevendo o tempo necessário de inativação dos micro-organismos para esses novos recipientes.

1.1 Objetivo geral

A partir de um estudo teórico-experimental este trabalho tem como objetivo viabilizar a aplicação de soluções numéricas da equação de difusão para descrever o processo de pasteurização de produtos alimentares, pressupondo condição de contorno constante de primeiro tipo. Tais soluções foram aplicadas na descrição da penetração e/ou remoção de calor nos produtos estudados, envolvendo a determinação de parâmetros termofísicos relativos a tais produtos.

1.2 Objetivos específicos

Especificamente, este trabalho busca atingir os seguintes objetivos:

- Apresentar uma solução numérica, em coordenadas generalizadas, para o problema de difusão transiente de calor nos produtos investigados, supondo condição de contorno constante de primeiro tipo, baseando-se na lei de Fourier;
- Aplicar a solução numérica da equação de difusão em sólidos simétricos com geometria arbitrária e gerados por revolução de áreas planas;
- Criar o código de um otimizador, a ser acoplado às soluções numéricas, visando determinar parâmetros termofísicos a partir de dados experimentais da cinética de aquecimento dos produtos;
- Desenvolver um *software* computacional, na plataforma *Windows*, para simular o processo de difusão de calor em processos de pasteurização e determinar parâmetros

termofísicos, via otimização, a partir de dados experimentais, usando o estúdio CVF 6.6.0 de programação Visual em Fortran;

- Realizar experimentos para obter a distribuição de temperatura no interior dos produtos estudados, bem como a sua respectiva cinética de aquecimento e/ou resfriamento;
- Considerar a difusividade térmica aparente, dos produtos estudados, variável com a temperatura local;
- Estudar e testar várias funções para a difusividade térmica e obter a melhor que descreva o fenômeno nos produtos estudados;
- Simular a distribuição de temperatura no interior dos produtos estudados, bem como a sua respectiva cinética de aquecimento (e/ou resfriamento), utilizando-se de modelos matemáticos a serem desenvolvidos;
- Verificar a eficácia do método de pasteurização através das análises microbiológicas e nutricionais antes e após o processo térmico;
- Comparar os resultados das simulações numéricas com os resultados experimentais, e determinar os coeficientes de transferência de calor para as várias condições experimentais estudadas;
- Estudar os efeitos das considerações adotadas nos diversos modelos, sobre os coeficientes de transporte.

Dessa forma, nesta pesquisa, tem-se o intuito de disponibilizar as análises das implicações da consideração de uma difusividade térmica constante (ou dependente da temperatura média) no estudo de transferência de calor durante a pasteurização de produtos cuja forma possa ser obtida pela revolução de áreas planas. Em adição, propor que a difusividade seja uma função da temperatura local no interior do produto, possibilitando uma maior precisão na descrição da transferência de calor. Para este fim, uma solução numérica da equação de difusão escrita em coordenadas generalizadas será empregada, usando o método dos volumes finitos. Tal solução será acoplada a um otimizador baseado no método inverso. Várias simulações serão realizadas para investigar se um modelo matemático para a difusividade térmica em função da temperatura local no produto é mais adequado que os modelos usuais para uma descrição precisa dos processos de pasteurização investigados.

Este trabalho envolve os seguintes capítulos: Capítulo 1, Introdução; Capítulo 2, Revisão Bibliográfica; Capítulo 3, Materiais e Métodos; Capítulo 4, Resultados e Discussões; Capítulo 5, Conclusões e Sugestões.

CAPÍTULO 2

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Aspectos gerais

Os alimentos são produtos de composição complexa que, em estado natural, processados ou cozidos, são consumidos pelo homem como fonte de nutrientes, dos quais o organismo utiliza, transforma e incorpora aos seus próprios tecidos.

A riqueza em nutrientes, a elevada atividade de água (a_w) e o pH tornam os alimentos propícios ao crescimento de grande variedade de micro-organismos que chegam ao produto aleatoriamente. Quando a taxa de micro-organismos atinge certos níveis, eles provocam profundas modificações sensoriais (liberação de odores anômalos, aparecimento de limosidade, acúmulo de ácidos, dentre outros), físico-químicas (precipitação das proteínas, dentre outros) e os metabolitos produzidos acumulam-se nos alimentos, convertendo-os, frequentemente, em produtos de natureza tóxica para o homem que, se ingeridos, podem causar doenças ou mesmo a morte.

A crescente melhoria das condições higiênico-sanitária, dos programas de controle de qualidade microbiológica utilizados durante o processamento, transporte, armazenamento e distribuição dos alimentos, tem tornado cada vez mais raros os casos de doenças de origem microbiana transmitida através da ingestão de alimentos contaminados. Contudo, existe sempre certa probabilidade de um alimento sofrer contaminações por agentes patogênicos decorrentes de eventuais incorreções na sua manipulação e utilização, ou até mesmo em seu processamento.

Os alimentos podem transmitir ao homem doenças causadas por vários agentes, através de produtos químicos (metais pesados e pesticidas), toxinas naturais de plantas e animais (alcaloides e histaminas), vírus (hepatite e poliovírus), parasitos (amebas e helmintos), bactérias patogênicas e fungos toxicogênicos. Ao que se refere às bactérias

patogênicas encontradas nos alimentos e causadoras de doenças, caso sejam ingeridas, tem-se: *Bacillus cereus*, *Clostridium botulinum*, *Clostridium perfringens*, *Listeria monocytogenes*, *Salmonella spp.*, *Shigella spp.*, *Staphylococcus aureus*, *Yersinia enterocolitica*, *Vibrio cholerae* e *Vibrio parahaemolyticus*, as quais podem ser eliminadas ou evitadas no alimento a partir de métodos de conservação de alimentos (PEREDA et al., 2005; WOJSLAW, 2013).

Com a revolução industrial e a acentuada mudança da vida rural para a vida urbana, sentiu-se as primeiras necessidades de se estudar técnicas para a produção, conservação e preparo dos alimentos. Dessa forma, em 1992, o *Institute of Food Technologists* dos Estados Unidos definiu a Ciência dos Alimentos como a disciplina que utiliza as ciências biológicas, físicas, químicas e a engenharia para o estudo da natureza dos alimentos, das causas de sua alteração e dos princípios em que repousa o processamento dos alimentos, enquanto a Tecnologia dos Alimentos seria a aplicação da Ciência de Alimentos para a seleção, conservação, transformação, acondicionamento, distribuição e uso de alimentos nutritivos e seguros (PEREDA et al., 2005).

A Tecnologia de Alimentos tem o objetivo primordial de garantir o abastecimento de alimentos nutritivos e saudáveis para o homem, que necessita suprir suas necessidades energéticas mediante o consumo de diversos produtos procedentes dos reinos animal, vegetal e mineral. A grande maioria dos produtos procedentes dos dois primeiros reinos é altamente perecível e, por isso, sua vida útil é extremamente curta. Porém, o homem necessita alimentar-se diariamente, e vários dos alimentos que consome são produzidos sazonalmente e/ou em pontos muito distantes dos locais de consumo (WOJSLAW, 2013).

Dessa forma, o abastecimento regular dos alimentos requer seu armazenamento e transporte, operações que demandam certo tempo, durante o qual é preciso evitar que os alimentos fiquem expostos à ação deletéria de todo tipo de agentes.

No mundo globalizado que se vive hoje, estima-se que mais da metade dos alimentos que o homem consome são processados de alguma forma. Uma indústria dessa natureza não pode se basear em métodos inspirados na arte e no empirismo, mas requer métodos seguros que proporcionem alimentos estáveis, agradáveis, de qualidade uniforme e que garantam a segurança alimentar dos consumidores. Para isso, a indústria da produção de alimentos normalmente envolve um estágio em que calor é removido de, e/ou transferido para os produtos. Este estágio é essencial para a preservação de vários tipos de produtos.

Obviamente, esta operação tem um determinado custo, e este está diretamente relacionado aos valores dos parâmetros termofísicos dos produtos. Então, a fim de determinar o custo desta operação, é necessário conhecer os valores ou as expressões que possibilitam calcular tais parâmetros (ORDÓÑEZ, 2005).

Como mencionado anteriormente, a fim de estimar a quantidade de calor que é transferida para os produtos durante um processo de aquecimento (ou deles removida durante um resfriamento), os parâmetros termofísicos destes produtos devem ser conhecidos. Entre esses parâmetros, a condutividade térmica, o calor específico e a densidade. Por outro lado, levando em consideração que a condução de calor é descrita pela equação de difusão, tal equação deve ser resolvida no estudo deste processo. Existem, basicamente, dois métodos utilizados para resolver esta equação, em regime transiente: o método analítico e o método numérico. No caso da solução analítica, a geometria do produto deve ser simples. Além disso, os parâmetros termofísicos envolvidos devem ser considerados constantes. Se a geometria do produto for complexa, ou ainda se os parâmetros termofísicos forem variáveis, normalmente uma solução numérica é utilizada. No caso da solução numérica, o método de diferenças finitas, elementos finitos, ou volumes finitos são normalmente empregados.

Um dos métodos utilizados para determinação de parâmetros termofísicos durante a condução de calor, explorando os dados experimentais da cinética de resfriamento ou aquecimento de um dado produto, é o método inverso, que é utilizado através de algum algoritmo de otimização. Se o intervalo de temperatura envolvido não for muito grande, geralmente os parâmetros termofísicos da equação de difusão podem ser considerados constantes e, portanto, esta equação pode ser resolvida analítica ou numericamente. Às vezes, até mesmo para grandes variações de temperatura, alguns autores usam a difusividade térmica com valor constante em suas pesquisas (CARCIOFI et al., 2002; PLAZL et al., 2006; HUANG, 2007; BETTA et al., 2009). Mas, se o intervalo de temperatura for muito grande, o uso de parâmetros termofísicos constantes, particularmente a difusividade térmica, pode resultar em ajustes tendenciosos, quando as otimizações são realizadas. O mais adequado poderia ser a consideração de uma difusividade térmica variável e, neste caso, geralmente, uma solução numérica para a equação de difusão é necessária. Poucos trabalhos estão disponíveis na literatura dando este enfoque à solução do problema, e os que são encontrados limitam-se a determinar expressões que dão a dependência da difusividade térmica como uma

função da temperatura média dos produtos estudados (PLAZL et al., 2006; BAÏRI et al., 2007).

A seguir serão apresentados os fundamentos dos processos de conservação pelo calor, seu significado físico-químico bem como a influência da temperatura no controle microbiológico. Também é apresentada a equação de difusão, suas soluções e os sistemas de eixos em coordenadas generalizadas.

2.2 Conservação dos alimentos

A conservação de alimentos vem sendo praticada pelo homem ao longo da história, associada à necessidade de sobrevivência. Tal conservação, muito tem a ver com o fato dos alimentos serem susceptíveis a alterações que se iniciam na colheita dos vegetais e abate dos animais. No princípio, pelas características nômades das civilizações primitivas, os alimentos eram constituídos basicamente da caça, pesca, frutas e raízes, procurados conforme as necessidades do momento (período Paleolítico). Com o tempo, grupos tribais começaram a se estabelecer em determinadas regiões, e então iniciaram o cultivo agrícola, domesticação de animais, aprimoramento de técnicas de pesca, entre outros, assim como o desenvolvimento de métodos rudimentares de conservação, visto que em alguns dias, a caça não era tão boa e em alguns períodos, os alimentos não eram abundantes (FIOREZE, 2004; VASCONCELOS e MELO FILHO, 2010).

Com os gregos e romanos, a agricultura começou a se desenvolver através da rotação de cultivos, técnicas de avaliação do solo e uso dos fertilizantes. Já a idade do Ferro (1500 anos a.C.) proporcionou o surgimento do comércio em grande escala, por mar e por terra, que conseqüentemente fez-se melhorar as ferramentas na lavoura. Na época das grandes navegações, algumas técnicas de conservação de alimentos foram fundamentais para a sobrevivência e o sucesso das expedições, pois tripulações inteiras morriam por falta de alimentos ou pelo péssimo estado de conservação destes. Outro fato importante é que muitos alimentos que eram típicos de determinadas regiões foram disseminados pelo mundo. Em um caso mais particular, os tropeiros utilizavam a salga das suas caças para o transporte em um clima muito hostil (VASCONCELOS e MELO FILHO, 2010).

De maneira geral, a história não tem registro preciso de como e quando foram descobertos os meios de conservação dos alimentos. Entretanto, foram surgindo necessidades que levaram às descobertas e ao desenvolvimento de novas técnicas. Tanto a embalagem quanto o acondicionamento passaram a ter um papel de destaque neste processo evolutivo. Atualmente, esses assuntos são objetos de estudos em muitos centros de pesquisas e universidades em todo o mundo, em um processo contínuo de descobertas de novas metodologias de otimização da economia dos processos e da qualidade do produto com o intuito de que o alimento não cause nenhum dano à saúde da população consumidora.

Dentre as principais técnicas de conservação dos alimentos podem-se citar a secagem, a defumação, a salga, a fermentação, o congelamento, a ação do calor. As mesmas têm o objetivo de preservar os alimentos (processados ou *in natura*), pelo maior período de tempo possível, sob condições sanitárias e organolépticas satisfatórias. Os processos de conservação baseiam-se na eliminação parcial ou total dos agentes capazes de alterar os alimentos. Em outras palavras, tem-se que modificar ou suprimir um ou mais fatores do desenvolvimento microbiano, de maneira que o alimento propicie condições adversas a qualquer manifestação vital dos agentes patogênicos (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; ORDÓÑEZ, 2005; PEREDA et al., 2005; FELLOWS, 2006; WOJSLAW, 2013).

As diferenças que existem nos métodos de preservação de alimentos estão relacionadas com fatores tais como: a natureza do alimento, o período de tempo pelo qual se deseja conservá-lo, a economia do processo de conservação, os agentes de deterioração envolvidos, a qualidade microbiológica desse alimento, entre outros. Em todos os casos, busca-se manter a segurança alimentar através de um alimento com o máximo possível das suas características originais e com o menor grau de alterações que possa ser conseguida (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006; WOJSLAW, 2013).

2.2.1 Conservação pelo frio

A conservação de alimentos pelo frio são utilizadas de temperaturas abaixo das temperaturas ambiente com o intuito de retardar as reações químicas e as atividades enzimáticas, bem como, retardar ou inibir o crescimento e a atividade dos micro-organismos nos alimentos. Apesar do decréscimo da temperatura nos alimentos reduzir satisfatoriamente a

velocidade de crescimento dos micro-organismos, a atividade metabólica continua, ainda que lentamente, até certo limite (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004).

Pode-se conservar um alimento pelo frio de duas maneiras: pelo resfriamento e pelo congelamento. Contudo, em ambos os casos, deve-se levar em consideração alguns princípios, entre eles o alimento deve ser sadio, pois o frio não restitui uma qualidade perdida; a aplicação do frio deve ser feita o mais breve possível, logo depois da colheita ou do preparo dos alimentos e, em momento algum a conservação sob o frio pode ser interrompida (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

A refrigeração é empregada na conservação de alimentos por curtos períodos de tempo, com vistas para os intervalos de comercialização e estocagem doméstica, no qual utiliza-se temperaturas um pouco acima do ponto de congelamento. Cada alimento reage ao armazenamento refrigerado de sua própria maneira. Entretanto, a maior parte dos alimentos perecíveis pode ser conservada por refrigeração durante um tempo limitado, no qual não se evitam, mas podem ser retardadas, as atividades microbianas e enzimáticas (AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

No congelamento, utilizam-se temperaturas mais baixas do que na refrigeração. Quanto menor a temperatura de armazenamento, mais lenta serão as atividades enzimáticas, até um determinado ponto, onde ocorrerá uma paralisação total (SILVA, 2000). Este método de conservação busca períodos de estocagem mais prolongados, necessários na distribuição dos alimentos para as regiões distantes das áreas de produção e períodos entre as safras e quebras de produção. Pode ser utilizado, ainda, para estocar os alimentos perecíveis produzidos em grandes quantidades, em curtos períodos de tempo, com a finalidade de manter a indústria transformadora ou aguardar melhores oportunidades de comercialização (AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

O congelamento é bastante utilizado, uma vez que esse processo é capaz de manter basicamente todas as características naturais dos produtos. Os fatores mais importantes são a composição do alimento, o custo do processo, a finalidade do produto depois do congelamento e o tempo que se deseja preservar o produto congelado. O tempo necessário para o congelamento é inversamente proporcional à temperatura utilizada no processo, ou seja, quanto menor a temperatura, maior o tempo necessário para alcançá-la (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

2.2.2 Conservação pelo controle de umidade

A secagem é uma das práticas mais antigas de conservação de alimentos desenvolvida pelo homem. Grande parte dos alimentos contém umidade, o que permite a ação de suas próprias enzimas e de micro-organismos que nele se encontram. Dessa forma, para preservá-los, faz-se necessária a remoção da maior quantidade de água possível (SILVA, 2000; FIOREZE, 2004).

A secagem ou a desidratação pode ser natural ou artificial. A água é um dos componentes dos alimentos que os micro-organismos mais necessitam para o seu desenvolvimento. Para reduzir as atividades das enzimas responsáveis por determinadas alterações nos alimentos, faz-se necessário reduzir as condições de desenvolvimento microbiano. Para isso, eleva-se a pressão osmótica do alimento através da redução da água livre (SILVA, 2000; FIOREZE, 2004; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

Bactérias patogênicas não se desenvolvem, se a atividade crítica da água estiver abaixo de 0,85, enquanto leveduras e bolores são mais tolerantes à redução da atividade da água, 0,8. Usualmente, nenhum micro-organismo cresce com atividade de água em torno de 0,62 (SABLANI, 2006).

Nas operações de secagem, o alimento perde naturalmente parte do seu teor de água, com a conseqüente elevação da concentração dos nutrientes por unidade de peso, quando comparando com o produto fresco. Já o tempo necessário para a secagem depende das propriedades físico-químicas da matéria-prima, principalmente de seu maior ou menor teor de água, como também do tamanho e da geometria do produto (SILVA, 2000; FELLOWS, 2006).

2.2.3 Conservação por defumação

Defumação é um processo de conservação de alimentos bastante antigo, produzida pela combustão incompleta de algumas madeiras previamente selecionadas, serragem, carvão, dentre outros. O processo de defumação não é empregado apenas com o objetivo de conservar os alimentos, mas também como parte de uma tecnologia capaz de conferir aos produtos defumados características organolépticas como cor, sabor e aroma agradáveis. A perda de

água e a ação dos constituintes da fumaça conferem ao alimento barreiras físicas e químicas eficientes contra a penetração e a atividade dos micro-organismos (EVANGELISTA, 2008; BARUFFALDI e OLIVEIRA, 1998; GAVA, 2009).

O processo de defumação pode ser dividido em três etapas distintas: a primeira é a secagem responsável pela remoção da umidade superficial. Na segunda etapa a defumação é feita pela deposição de fumaça. A etapa final é o cozimento da carne que pode ser com água ou vapor, na câmara de defumação ou em outros recipientes que sejam adequados, para ser utilizados nessa operação. Ao que se refere à coloração dos produtos defumados, varia de amarelo dourado até marrom escuro (BARUFFALDI e OLIVEIRA, 1998; EVANGELISTA, 2008).

2.2.4 Conservação pela adição de sal

A salga é um processo de conservação de alimentos, que se conhece desde a antiguidade. No entanto, ainda hoje é bastante utilizado, não mais apenas para preservar, mas também para conferir características organolépticas especiais ao alimento. A ação preservativa do sal é devido a sua atuação sobre o estado coloidal das proteínas e pela redução da atividade de água do produto que perde a água livre por osmose. A adição de sal pode ser feita pela salga a seco ou em salmoura (SILVA, 2000; GAVA, 2009).

A maioria dos micro-organismos deteriorantes é sensível à presença do sal. Algumas espécies patogênicas apresentam uma relativa tolerância a sua presença. De maneira geral, o sal é um eletrólito forte e consegue retirar parte da água ligada das proteínas, tornando-as desnaturadas. Esta desnaturação também ocorre nas células dos micro-organismos presentes nos produtos salgados, aumentando, porém, a sua conservação.

2.2.5 Conservação pelo uso da radiação

O uso da radiação na conservação de alimentos é relativamente recente. É mais um recurso que pode ser utilizado como conservação de alimentos ou como complemento para reforçar a ação de outros processos aplicados. O seu relacionamento com a saúde pública

é conturbado, devido à sociedade ter receio da radiação. As pessoas, em sua maioria, tendem a se preocupar com o assunto.

Ao que se refere à tecnologia, o emprego da radiação satisfaz plenamente o objetivo de proporcionar aos alimentos a estabilidade química e microbiológica, condições de salinidade e longo período de armazenamento (SILVA, 2000; FELLOWS, 2006; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007; GAVA, 2009).

No espectro eletromagnético existem dois tipos de radiações: a calórica e a ionizante. As radiações calóricas baseiam-se no movimento eletrônico e molecular para originar o calor e apresentam pouca eficiência na conservação de alimentos. Já as radiações ionizantes são de alta frequência e podem ser utilizadas com maior efetividade na preservação dos alimentos. A penetrabilidade das radiações ionizantes depende da natureza do alimento e das características das radiações. A eficiência das radiações depende não só da penetrabilidade dos raios, como também da sua habilidade de remover elétrons dos substratos, cujos efeitos podem ser diretos e indiretos (SILVA, 2000).

Para inativar micro-organismos na superfície dos alimentos, são empregadas radiações da faixa ultravioleta, devido ao seu baixo poder de penetração. Das radiações ionizantes, apenas os raios gama e as partículas beta apresentam eficiência na conservação dos alimentos. As radiações com alta energia não devem ser utilizadas, pois podem tornar os alimentos radioativos (FELLOWS, 2006).

2.2.6 Conservação por fermentação

Os processos de fermentação não são exclusivamente utilizados como meio de conservação de alimentos, mas terminam por exercer essa função especialmente pelas características típicas que lhes conferem, aumentando suas possibilidades de consumo. Muitas vezes os produtos fermentados têm palatabilidade, suculência, valor nutritivo e vida de prateleira superiores a matéria-prima que lhe deram origem (SILVA, 2000; FELLOWS, 2006).

A fermentação dos alimentos pode ser alcoólica, acética ou láctica. Em qualquer um dos casos é um processo que utiliza o crescimento controlado de micro-organismos

selecionados, capazes de modificar sua textura, sabor e aroma, como também suas propriedades nutricionais (FELLOWS, 2006; GAVA, 2009).

2.2.7 Conservação pela adição de açúcar

Quando aliado a um tratamento térmico, o açúcar é um bom agente de conservação para diversos alimentos, principalmente os produtos derivados de frutas. Através do açúcar, ocorre o aumento da pressão osmótica do meio e, conseqüentemente a redução da atividade de água do substrato, gerando condições desfavoráveis para o crescimento da maioria dos micro-organismos. Em outras palavras, os alimentos que possuem altos teores de açúcar, apenas os microrganismos osmofílicos têm capacidade de desenvolver, no entanto, podem ser destruídos, aliando-se a adição de açúcar a outros métodos de conservação, como o calor ou o aumento da acidez (SILVA, 2000; GAVA, 2009).

2.2.8 Conservação pela utilização de aditivos

Atualmente, vem se observando que paralelamente ao consumo dos alimentos naturais há um consumo crescente de produtos industrializados decorrente da diversificação e descobertas de alimentos do ponto de vista químico e biológico. Tal fato acabou originando um problema para a saúde pública devido à necessidade de avaliação cuidadosa e criteriosa que garanta o uso adequado e apropriado de aditivos alimentares. Os anúncios de televisão estimulam a compra de certos alimentos normalmente de alta densidade energética e de baixo valor nutritivo. Além disso, grande parte desses produtos contém aditivos alimentares, principalmente corantes, conservadores e antioxidantes artificiais, que podem trazer riscos à saúde tais como: transtorno do déficit de atenção, hiperatividade, hipersensibilidade não específica, rinite, urticária e angioedema provocadas pelos aditivos, em particular pelos corantes artificiais (POLÔNIO e PERES, 2009).

Contudo, os aditivos podem contribuir muito para a conservação dos alimentos, auxiliando no impedimento do desperdício do excedente das safras. Porém, a ingestão excessiva de alimentos conservados por aditivos químicos pode provocar perturbações no

equilíbrio fisiológico do consumidor (GAVA, 2009). O conceito de aditivo alimentar é bastante variável de um país para outro. No Brasil, as normas sobre a utilização de aditivos em alimentos, os produtos aos quais podem ser incorporados e o limite máximo permitido são regulamentadas pela Associação Brasileira de Alimentos e são constantemente atualizadas (POLÔNIO e PERES, 2009; GAVA, 2009). A legislação brasileira reconhece e permite o uso dos seguintes aditivos em alimentos: corantes; aromatizantes; conservante; antioxidante; estabilizante; espumífero; espessante; edulcorante; umectante; anti-umectante; acidulante.

Segundo Gava (2009), o uso de aditivo com segurança alimentar para o consumidor pode ser tecnologicamente justificado, desde que sirva a um dos seguintes propósitos: aumentar o valor nutritivo do alimento; aumentar sua conservação ou estabilidade, com resultante redução nas perdas de alimentos; tornar o alimento mais atrativo ao consumidor, porém sem levá-lo a engano ou confusão; fornecer condições essenciais ao processamento de alimento.

Entretanto, o uso de aditivos não é justificável e nem permitido nas seguintes situações: quando houver evidência ou suspeita de que o aditivo possui toxicidade real ou potencial; quando interferir sensível e desfavoravelmente no valor nutritivo do alimento; quando servir para encobrir falhas no processamento e nas técnicas de manipulação do alimento; quando encobrir alterações da matéria-prima ou do produto já elaborado; quando induzir o consumidor a erro, engano ou confusão; quando não satisfizer a legislação de aditivos para alimentos (SILVA, 2000).

2.2.9 Conservação pelo calor

Os processos de conservação pelo calor e por radiações agem diretamente, eliminando os micro-organismos, enquanto os demais processos de conservação têm ação indireta, ou seja, inibem o seu desenvolvimento pelas modificações que provocam sobre os substratos (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007; GAVA, 2009).

A destruição dos micro-organismos pela ação letal do calor é um dos procedimentos físicos de que dispõe a Tecnologia de Alimentos para aumentar a vida útil dos

mesmos. A temperatura é um dos agentes que mais influem no crescimento microbiano, na atividade das enzimas e na velocidade de muitas reações químicas (LEWIS, 2000; AZEREDO 2004). Dessa forma, à medida que a temperatura do meio diminui, a atividade enzimática diminui proporcionalmente. Contudo, quando a referida atividade aumenta, chega um momento em que se perde a linearidade, devido à desativação da enzima pela ação do calor.

A maioria dos micro-organismos patogênicos e deterioradores não resiste a temperaturas elevadas por determinados períodos de tempo, utilizadas nos processamentos, tanto domésticos como industriais empregados na produção ou na preparação dos alimentos. A escolha do tempo e da temperatura a serem empregados no tratamento de um determinado alimento dependerá de diversos fatores intrínsecos (tipo de micro-organismos e a forma como se encontram) e extrínsecos (o pH, a atividade de água e a composição do meio de aquecimento); e de outros métodos de conservação que serão aplicados posteriormente como embalagens herméticas, refrigeração ou o emprego simultâneo de dois ou mais métodos de conservação (SILVA 2000; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007; GAVA, 2009).

Do ponto de vista bacteriológico, a bactéria encontra-se morta quando perde sua capacidade de reprodução. Dessa forma, o tratamento térmico deve destruir os micro-organismos prejudiciais e retardar ou prevenir o desenvolvimento dos que conseguiram sobreviver ao tratamento. Entretanto, a intensidade e o tempo de exposição ao calor, além de sua vigorosa ação sobre os micro-organismos, poderão alterar também o valor nutritivo e modificar a natureza histológica, física e química do alimento, reduzindo as suas qualidades organolépticas e nutricionais, tornando-o inadequado ao consumo humano e conseqüentemente, reduzindo seu valor comercial. Em outras palavras, a aplicação do calor como método de conservação necessita de um rigoroso controle, sob pena de destruir o alimento, ao invés de contribuir para a sua conservação (SILVA, 2000; AZEREDO 2004; FELLOWS, 2006; GAVA, 2009).

Nos processos de conservação pela ação do calor, os mais frequentemente utilizados são: o branqueamento, a tindalização, a esterilização e a pasteurização. No que se refere a este estudo, dá-se ênfase à pasteurização.

2.2.9.1 Branqueamento

O branqueamento é um tratamento térmico, de curto tempo de aplicação, usualmente aplicado a vegetais, com características de pré-tratamento, pois precede o início de outros processos de elaboração industrial. Os objetivos desse tratamento dependem do processo que se seguirá. Alimentos congelados ou desidratados, não submetidos a este tratamento, sofrem rapidamente alterações em atributos como cor, aroma, sabor, textura e valor nutritivo (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006).

Os principais fatores que determinam o tempo de branqueamento são o tipo e o tamanho do produto, a temperatura utilizada no processo e o sistema de aquecimento. Este tratamento é uma das operações do processamento de diversos tipos de alimentos, tais como: alimento infantil à base de maçã, batata pré-frita congelada, catchup, ervilha em conserva, milho em conserva e seleta de legumes. Com ele, a superfície do alimento torna-se mais brilhante, pois o alimento, previamente preparado, é mergulhado em água fervente ou insufla vapor sobre ele, durante certo tempo, em seguida será imediatamente resfriado em água fria corrente, para evitar que o produto seja submetido a um sobreaquecimento desnecessário (SILVA, 2000; AZEREDO, 2004).

2.2.9.2 Tindalização

O método de tindalização é assim conhecido por sua vinculação ao físico inglês John Tindall. É um processo pouco usado por ser demorado e de custos elevados. Nesse processo, o aquecimento é feito de maneira descontínua. Dependendo de cada produto e do rigor térmico desejado, as temperaturas utilizadas variam de 60 a 90 °C, durante alguns minutos. As células bacterianas que se encontram na forma vegetativa são destruídas, porém, os esporos sobrevivem. Depois do resfriamento, os esporos entram em processo de germinação e depois de 24 h a operação é repetida (3 a 12 vezes até a obtenção da esterilização completa). A vantagem desse processo é que podem ser mantidos praticamente todos os nutrientes e as qualidades organolépticas do produto em proporções maiores do que quando se utiliza outros tratamentos térmicos (BROWN, et. al., 1979; SILVA, 2000; GAVA, 2009).

2.2.9.3 Esterilização

A esterilização pelo calor é aquele tratamento que consiste no aquecimento de alimentos a uma temperatura elevada, durante minutos ou segundos, com a finalidade de destruir todos os micro-organismos presentes e inativar as enzimas capazes de deteriorar o alimento durante o armazenamento (FELLOWS, 2006).

Além do custo elevado, a esterilização também possui como desvantagens a perda do valor nutritivo e das características organolépticas do alimento. A temperatura de esterilização é aquela suficiente para conseguir a morte térmica dos micro-organismos. De maneira bastante ampla, os tempos e as temperaturas utilizadas na esterilização dos alimentos dependem dos seguintes fatores: resistência térmica de enzimas e micro-organismos envolvidos; meio de aquecimento (tipo autoclave); pH do alimento; tamanho do recipiente; estado físico do alimento (LEWIS, 2000; SILVA, 2000; AZEREDO, 2004; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007).

As esterilizações realizadas a altas temperaturas são denominados Ultra High Temperature – UHT, e ocorrem em trocadores de calor otimizados antes do envase. Este processo minimiza os problemas de penetração de calor e permite tempos de aquecimento e resfriamento muito curtos, enquanto que minimiza as mudanças indesejáveis no sabor e nas propriedades nutricionais do produto. O mesmo tem sido largamente utilizado no tratamento térmico de produtos líquidos ou pastosos como sucos de frutas, leite e creme de leite (LEWIS, 2000).

2.2.9.4 Pasteurização

A pasteurização é um processo de conservação que consiste basicamente em aquecer certos alimentos e bebidas a temperaturas inferiores a 100 °C, por um determinado tempo (obedecendo ao binômio tempo-temperatura), e depois baixar bruscamente a temperatura do alimento, realizando um choque térmico que, conseqüentemente, inativa grande parte das bactérias.

Este tratamento térmico, que foi desenvolvido por Pasteur em 1864, é realizado através da utilização de calor que têm por objetivo reduzir ao máximo os micro-organismos patogênicos e desnaturar uma grande quantidade de enzimas, de baixa resistência ao calor, presentes nos alimentos. Sua utilização é indicada quando processos mais rigorosos poderiam afetar as propriedades organolépticas e nutricionais dos alimentos. O mesmo visa oferecer ao consumidor um produto seguro, com vida útil aceitável, para ser consumido em pouco tempo (YEN e LIN, 1996; LEWIS, 2000; FROMM e BOOR, 2004; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006; PLAZL et al., 2006; SCREMIN, 2007; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007; PELAIS et al., 2008; FONTANA, 2009; RAMPELOTTO, 2012).

Como exposto acima, verifica-se que a pasteurização é um tratamento térmico suave, ao contrário da esterilização, que é um tratamento térmico muito mais intenso e que tem a finalidade de eliminar completamente os micro-organismos encontrados nos produtos alterando suas propriedades, ocasionalmente.

Existem duas modalidades de pasteurização:

- LHT (*low temperature holding*) ou pasteurização baixa: é um sistema descontínuo, adequado quando se pretende pasteurizar volumes pequenos. Empregam-se tempos longos (aproximadamente 30 minutos) e temperaturas baixas (62 °C a 68 °C) sendo realizada em tanques de paredes dupla providos de agitador e de termômetro. Pela parede dupla circulam o fluido calefator e o refrigerador.
- HTST (*high temperature, short time*) ou pasteurização alta: esse método é realizado em sistemas de fluxo contínuo com trocadores de calor (tubulares ou de placas). Empregam-se temperaturas elevadas (72 °C a 85 °C) e tempos curtos (15 a 20 segundos). Esse método se assemelha aos processos UHT (ultra high temperature) indiretos.

A intensidade do tratamento e a sua influência sobre a vida de prateleira são determinados, principalmente pelo pH do alimento. Nos alimentos de baixa acidez (pH > 4,5), o principal objetivo da pasteurização consiste na destruição das bactérias patogênicas, enquanto que nos alimentos ácidos (pH < 4,5), sua função principal é destruir os micro-organismos deterioradores e a inativação de enzimas, tanto as produzidas pelos próprios

micro-organismos, como aquelas pré-existentes no alimento (LEWIS, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006; HOLDSWORTH e SIMPSON, 2007).

Após a pasteurização os produtos deverão ser mantidos sob refrigeração com o objetivo de inibir o desenvolvimento dos micro-organismos sobreviventes. Além disso, os alimentos pasteurizados devem ser acondicionados em embalagens apropriadas como forma de evitar a sua recontaminação.

2.3 O processo de pasteurização

Grande parte das técnicas sobre fermentação e controle de micro-organismos foram elaboradas pelo cientista francês Louis Pasteur no século XIX. Atualmente, em consequência do crescimento da bioquímica e do surgimento de pesquisas mais sofisticadas, o efeito da pasteurização tornou-se melhor compreendido.

Sabe-se que a série de reações químicas no interior da célula por meio das quais ela se alimenta e, com isso, pode sobreviver e se reproduzir, é feita por reações enzimáticas através dos chamados catalisadores biológicos. Estas proteínas revelam a presença de ácidos complexos chamadas nucleoproteínas (VARNAM e SUTHERLAND, 1994; FONTANA, 2009). Dessa forma, a pasteurização atua de imediato na estabilização da desnaturação proteica. Em seguida, sobre a respiração celular que é realizada através de processos fermentativos (reações oxidativas) que permitem a absorção de energia necessária à manutenção da célula, ou seja, os carboidratos também são destruídos, devido ao calor, diminuindo a quantidade de alimento para a célula (FONTANA, 2009).

De maneira geral, pode-se afirmar que a pasteurização atua inicialmente sobre os componentes mais importantes da vida celular através da desnaturação proteica (inativação dos micro-organismos, impedindo sua reprodução) e sobre a respiração celular (morte dos micro-organismos). Partindo do conceito de que para se realizar uma boa pasteurização utilizam-se temperaturas baixas e tempos curtos, pode parecer que se utilizar temperaturas mais elevadas em tempos menores se obteria o mesmo efeito bacteriológico. Isso ocorre até certo ponto, pois, alguns alimentos em altas temperaturas desencadeiam acelerações em suas reações químicas e em seus processos físico-químicos, podendo inutilizar o produto final e, ao

que se refere aos micro-organismos termorresistentes, a pasteurização seria ineficaz (LEWIS, 2000; AZEREDO, 2004; FELLOWS, 2006; FONTANA, 2009).

Segundo Gava (2009), para que ocorra uma boa pasteurização convém analisar a qualidade e quantidade dos micro-organismos a destruir; o pH do produto; a velocidade de penetração do calor da periferia até o centro do recipiente; a temperatura e tempo de pasteurização; a temperatura inicial do produto. Estes itens devem ser estabelecidos para cada produto de forma qualitativa e quantitativa por meio de análise bacteriológica laboratorial.

De acordo com Fontana (2009), uma má pasteurização ocorre quando não há destruição dos micro-organismos desejados (subpasteurização), quando o produto permanece tempo excessivo sob a temperatura de pasteurização ou quando essa temperatura é alta demais (superpasteurização). Todas as situações geram alterações no produto final.

Lau e Tang (2002) estudaram a aplicação de tempo curto de pasteurização por micro-ondas em aspargos descascados e colocados em garrafas de vidro. O efeito desse processo foi estudado na qualidade textural dos produtos em comparação com o método convencional de pasteurização de água quente. Para atingir os objetivos, os pesquisadores utilizaram micro-ondas com 915 MHz de frequência para aquecer a 88 °C, 1,8 kg de aspargos em garrafas de vidro e assim, determinaram a uniformidade de aquecimento através de sensores de temperatura de fibra óptica.

Em uma transferência de calor por radiação, a onda eletromagnética atua diretamente no corpo, proporcionando um aquecimento rápido. Os pesquisadores tinham o objetivo de avaliar a textura do aspargo quando submetido a um tratamento térmico alternativo, a uma temperatura de 88 °C em um período inferior a 15 min. A qualidade textural dos aspargos foi avaliada em ensaios de cisalhamento.

No mesmo trabalho, Lau e Tang (2002) também analisaram os dados obtidos através da pasteurização convencional e a pasteurização através de fornos de micro-ondas de 915 MHz, com potência de 1 kW e 2 kW. Os pesquisadores verificaram que o tempo necessário para que a garrafa atingisse a temperatura de 88 °C em seu centro, era de 30 minutos na pasteurização convencional, 15 minutos usando o forno de micro-ondas com potência de 1 kW e 9 minutos usando o de 2 kW. Por fim, concluíram que a pasteurização de aspargos descascados usando micro-ondas de 915 MHz resulta em um aquecimento uniforme

e o tempo do processo é reduzido pela metade em comparação ao método convencional de pasteurização com água quente além de ter reduzido acentuadamente a degradação térmica.

Collet et al. (2005) estudaram o comportamento da inativação *pectina esterase* no suco de laranja “pêra” extraído na hora e pasteurizado a temperaturas de 82,5 °C, 85,0 °C e 87,5 °C usando trocadores de calor de placas. Realizaram cinco testes com tempos diferentes para cada uma das temperaturas. As curvas isotérmicas mostraram desvios esperados e os dados foram tratados estatisticamente aplicando uma regressão não linear. Em 82,5 °C, as isotermas mostraram uma assíntota diferente de zero, mostrando que a inativação a esta temperatura não pode ser completa. A 87,5 °C obteve-se a maior isoterma e inativação entre as temperaturas estudadas. Os resultados obtidos para inativação concordam com os encontrados na literatura, contudo o tempo de retenção necessário para se ter uma inativação satisfatória foi significativamente inferior ao encontrado na literatura, o que sugere que o modelo proposto pode ser utilizado para desenhar processos contínuos com maior precisão.

Teixeira et al. (2006), estudaram a pasteurização da polpa de graviola, visando estabelecer condições simples e eficientes para sua conservação. Inicialmente os pesquisadores realizaram análises microbiológica, enzimática e de cor da polpa, para identificar parâmetros a serem utilizados no acompanhamento da pasteurização. O produto foi submetido a tratamento térmico, em copos de inox, em diferentes tempos (1 a 300 s) e temperaturas (70 °C a 90 °C), para identificar o efeito destas variáveis sobre parâmetros de qualidade do produto. As pasteurizações foram realizadas em escala piloto, a 80 °C e 90 °C; sendo os produtos estocados a 25 °C e avaliados durante 120 dias. Ao fim, os pesquisadores verificaram a redução da atividade da peroxidase, da concentração de bactérias, bolores e leveduras a níveis aceitáveis, e a manutenção da cor. Assim, demonstraram a eficiência dos processos térmicos e a não necessidade da adição de conservante na polpa.

Plazl et al. (2006), apresentaram um modelo matemático para a pasteurização industrial de tomates em recipientes de vidro. A equação de condução de calor em três dimensões foi resolvida através do método numérico das diferenças finitas. Para isso, os pesquisadores consideraram condição inicial e de contorno variáveis e determinaram a difusividade térmica aparente para o molho de tomate, na pasteurização industrial. O modelo segue o processo de pasteurização por cinco zonas (duas de aquecimento e três de resfriamento), de um pasteurizador industrial com diferentes condições operacionais. O molho

de tomate era inserido em frascos de vidros que, hermeticamente fechados se deslocavam, com velocidade constante, através de correias transportadoras. A primeira região realizava um pré-aquecimento por 5 minutos a uma temperatura de 70 °C. A segunda região realizava a pasteurização propriamente dita, através de uma temperatura de 90 °C durante 30 minutos. Posteriormente às etapas descritas, realiza-se o resfriamento a princípio por 12,1 minutos a uma temperatura de 70 °C, em seguida a uma temperatura de 50 °C por 7,2 minutos e, por fim, também por 7,2 minutos, a uma temperatura de 20 °C.

As previsões de temperatura obtidas permitem a otimização considerável do processo de pasteurização industrial de molhos de tomate em recipientes de vidro. De acordo com os pesquisadores, o processo térmico com placas trocadoras de calor, pode ser usado no controle industrial da pasteurização de vários outros alimentos, realizando pequenas modificações. Ainda segundo os autores, o modelo matemático desenvolvido foi testado com sucesso e melhorou a compreensão da pasteurização industrial de alimentos contidos em frascos de vidro.

Huang (2007) objetivou desenvolver métodos para simular o processo de transferência de calor durante a pasteurização de salsichas em pacotes de camadas simples por imersão em água quente com o intuito de desativar a *Listeria monocytogenes*. O autor desenvolveu um programa de simulação computacional com base na análise das diferenças finitas para simular as distribuições de temperatura no interior das embalagens. O programa foi utilizado para estimar a difusividade térmica aparente e os coeficientes de transferência de calor na superfície durante o aquecimento e resfriamento das salsichas. Os resultados da simulação indicou que a história da temperatura simulada foi concordante com as curvas observadas experimentalmente tanto no centro quanto na superfície dos pacotes. O modelo de simulação computacional foi biologicamente validado com salsichas devido à redução bacteriana observada.

Pelais et al. (2008), estudaram o processo de pasteurização da polpa do muruci avaliando a vida-de-prateleira do produto. Inicialmente foram realizados testes, em escala de bancada, em três temperaturas (70, 80 e 90 °C) e três tempos (1, 60 e 300s). A pasteurização realizada destruiu os fungos e reduziu a carga bacteriana, contudo, provocou uma variação significativa nos parâmetros de cor, em poucas amostras (menor que 1%). O processo de pasteurização utilizado foi o *hot fill*, com duas temperaturas (80 e 90 °C). Em algumas

amostras foi adicionado conservante. Posteriormente, as amostras foram armazenadas a 25 °C por um período de 120 dias. Os pesquisadores concluíram que os tratamentos foram eficientes em relação às variáveis avaliadas, em todas as condições, estando os produtos aptos para o consumo, de acordo com a legislação brasileira. Entretanto, a pasteurização das amostras, sem adição de conservante, mostrou-se adequada para a produção em pequena escala.

Fontana (2009) investigou os fenômenos de transferência de calor que ocorrem na pasteurização de cerveja engarrafada bem como elaborou um modelo analítico visando permitir um controle do processo térmico. Para a obtenção dos valores dos coeficientes de transferência de calor, foi projetada e construída uma bancada de testes que permitia recriar as mesmas condições existentes nas máquinas reais, bem como permitiu analisar os coeficientes de transferência de calor e suas relações com a massa e geometria do vasilhame em estudo. Os coeficientes obtidos atingiram uma boa confiabilidade do modelo para o caso estudado, além de permitir um conhecimento mais profundo sobre o processo térmico e seu comportamento fluidodinâmico.

Posteriormente, Fontana (2009) realizou simulações numéricas para visualizar melhor as características do processo através dos campos de temperatura e velocidade, como forma de comprovação das observações efetuadas nos estudos experimentais. O modelo de transferência de calor proposto para o controle do processo, com seus coeficientes, juntamente com o equacionamento da intensidade de pasteurização, permitiram a construção de uma máquina que atingiu uma eficiência de processo da ordem de 95%, suficiente para a consolidação da solução junto ao mercado.

Durante o processamento de alimentos em conserva (sólido-líquido), a condução e a convecção ocorrem simultaneamente. No entanto, não foi encontrado na literatura, estudo de simulação completa no qual um número considerável de produtos em conserva seja investigado. Nessa concepção, Kiziltas et al. (2010) objetivaram determinar mudanças de temperatura dentro de uma lata contendo mistura sólido-líquido de alimentos. Para esta finalidade, utilizou-se ervilhas enlatadas em conserva com uma configuração 2D (axi-simétrica). O software Ansys V11 foi usado para resolver as equações de energia, continuidade e momento. Para os experimentos, foram preparadas amostras de latas contendo 500 g de ervilhas em conserva e o processo de aquecimento foi conduzido em condições de

pasteurização a 98 °C. As mudanças de temperatura foram medidas através de termopares tipo agulha e os resultados da simulação foram validados em relação aos dados experimentais.

Rampellotto (2012) desenvolveu novas metodologias para a pasteurização de salsichas com o uso de ultrassom e micro-ondas com o objetivo de reduzir a carga bacteriana com mais eficiência energética e com baixo impacto sobre as características do produto. A pesquisadora dividiu as salsichas aleatoriamente em 22 grupos, dos quais um foi o controle, que não recebeu nenhum tratamento, e os demais receberam tratamentos em micro-ondas em diferentes condições, variando tempo e potência. O efeito das micro-ondas foi avaliado em salsichas tratadas com e sem banho-maria, na presença e na ausência de embalagem. Salsichas tratadas com micro-ondas fora da embalagem em condições que não as alteraram visualmente apresentaram redução de bactérias lácticas e mesófilas estatisticamente significativa, porém em taxa pouco expressiva para a utilização prática. Quando foram tratadas embaladas, foi observado que a embalagem comumente utilizada em salsichas tem pouca resistência para a pasteurização em micro-ondas, sendo observados rompimentos em alguns casos. Foi necessário utilizar banho-maria para preservar e manter a integridade das embalagens. Os dados obtidos sobre a pasteurização de salsicha com micro-ondas sugerem que é necessário o desenvolvimento de embalagens adequadas e a adaptação dos equipamentos para um aquecimento mais uniforme e controlado.

Para a pasteurização com ultrassom analisou-se a efetividade das frequências de 25 kHz e 130 kHz na redução de bactérias lácticas e mesófilas e o efeito das frequências sobre a cor, oxidação lipídica e pH. Avaliou-se também o potencial bactericida do ultrassom de 25 kHz frente às bactérias patogênicas *Staphylococcus aureus* e *Bacillus cereuse*, o efeito do armazenamento sobre os aspectos microbiológicos, oxidação lipídica, cor, pH e textura das salsichas pasteurizadas com ultrassom. A frequência de 25 kHz, foi a mais eficiente na redução de bactérias lácticas e mesófilas sem alterar cor e pH, além de produzir menor oxidação lipídica. O ultrassom teve efeito sobre a destruição de *Bacillus cereuse*, aparentemente, não afetou as células de *Staphylococcus aureus*. Nas condições de armazenamento avaliadas, o ultrassom promoveu inibição do crescimento de bactérias lácticas, mesófilas e psicrotróficas e menor oxidação lipídica até 60 dias de armazenagem, apresentando pouca alteração de cor e pH sem afetar a textura.

2.4 Transferência de energia térmica

O calor é energia térmica em trânsito devido a um gradiente de temperatura. Ou seja, sempre que houver uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios ocorrerá transferência de calor que flui das temperaturas mais altas (moléculas com maior energia cinética) para as temperaturas mais baixas (moléculas com menor energia cinética). Essa energia térmica cessa quando não houver mais esta diferença de temperatura (equilíbrio térmico). Existem três mecanismos de transferência de calor, que podem ser reconhecidos como:

- **Condução** – transferência de energia que ocorre em um meio estacionário, cujo estado físico pode ser um sólido ou um fluido. Na condução a energia cinética dos átomos e moléculas é transferida por colisões entre átomos e moléculas em contato físico direto;
- **Convecção** – transferência de energia que ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento. O fluido com maior temperatura é menos denso que o fluido com menor temperatura de modo que o fluido de menor temperatura desce e força o fluido de maior temperatura a subir. O fluido de menor temperatura é então aquecido pela fonte de calor e o processo é repetido;
- **Radiação** – quando, na ausência de um meio interveniente, existe uma troca líquida de energia (emitida na forma de ondas eletromagnéticas) entre duas superfícies. A transferência de calor por radiação geralmente envolve a faixa do espectro conhecida por infravermelho. Qualquer objeto libera energia radiante, entretanto, as qualidades físicas de um objeto é que determinam a capacidade do mesmo absorver ou refletir radiação.

Para descrever a transferência de calor para o tipo de produto estudado, as propriedades termofísicas referentes a condução, convecção, radiação devem ser conhecidas. Contudo, em muitas ocasiões apenas o mecanismo de condução é utilizado para descrever a transferência de calor e, conseqüentemente, os parâmetros envolvidos no processo são considerados como aparente (FARIAS et al., 2012b; SILVA et al., 2014).

2.5 O Problema geral de transporte e a equação de difusão

De forma genérica, a equação de transporte em sua forma infinitesimal para um volume elementar pode ser expressa da seguinte maneira (BIRD et al., 2001; MALISKA, 2004; SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA C., 2012):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda \vec{v} \Phi) = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi) + S^\Phi, \quad (2.1)$$

em que:

Φ é a variável dependente de interesse;

Γ e λ são coeficientes de transporte;

\vec{v} é o vetor velocidade do meio;

S^Φ é o termo fonte.

De maneira geral, o primeiro termo (termo transiente) da equação acima representa a variação temporal da grandeza de interesse em um volume infinitesimal. O segundo termo (termo advectivo) fornece a variação da grandeza na unidade de tempo em consequência do seu movimento com o meio a uma velocidade \vec{v} . O terceiro termo (termo difusivo) indica a variação da grandeza na unidade de tempo por difusão. Por fim, o quarto termo (termo fonte) fornece a taxa de geração da grandeza dentro de um volume de controle.

Se os termos advectivo e fonte da Equação (2.1) forem zero, obtém-se a equação de difusão que descreve o transporte de uma grandeza em um meio estacionário:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^\Phi \nabla \Phi). \quad (2.2)$$

Na Equação (2.2) acima, caso $\lambda = \rho c_p$, $\Gamma^\Phi = k$ e $\Phi = T$, tem-se a equação de condução de calor:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T), \quad (2.3)$$

em que: T é a temperatura; ρ é a densidade do meio; c_p é o calor específico à pressão constante; k é a condutividade térmica do meio.

Na equação da condução de calor (2.3) a grandeza transportada é a energia interna e a variável dependente é a temperatura. No segundo membro da Equação (2.3), o termo entre parêntesis é caracterizado pela taxa de transferência de calor por unidade de área perpendicular à direção de transferência (fluxo de calor), conhecido por lei de Fourier cuja unidade, no Sistema Internacional, é $J/(s \cdot m^2)$ ou w/m^2 (INCROPERA e DEWITT, 1992; SILVA, 2007):

$$\vec{q} = -k\nabla T. \quad (2.4)$$

Nos casos em que a densidade (ρ) e o calor específico à pressão constante (c_p) forem constantes, a Equação (2.3) pode tornar-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla T). \quad (2.5)$$

Dessa forma:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p}, \quad (2.6)$$

em que α é definida como difusividade térmica.

De outra maneira, caso consideremos na Equação (2.1) que $\lambda = 1$, $\Phi = M$, $\Gamma^\Phi = D_{ef}$ e $\vec{v} = 0$, tem-se a equação da difusão da massa:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{ef} \nabla M), \quad (2.7)$$

no qual, D_{ef} é a difusividade efetiva de massa e M é o teor de umidade em um volume infinitesimal no instante t .

No segundo membro da Equação (2.7) o termo interno nos parêntesis é caracterizado como o negativo da taxa de difusão de água por unidade de área, ou seja, o

fluxo de água por unidade de área em relação a um determinado referencial, definido pela equação abaixo e conhecida como primeira Lei de Fick:

$$\vec{J} = -D_{ef} \nabla M . \quad (2.8)$$

2.6 Soluções para a equação de difusão

A solução da equação de difusão necessita basicamente das informações sobre as condições iniciais e da escolha das condições de contorno mais adequadas. As condições de contorno são enunciados matemáticos que especificam a variável dependente ou sua derivada, nos limites ou fronteiras do domínio do problema. De forma fundamental, a análise de qualquer situação física dispõe de três maneiras para resolver o problema relacionado à situação estudada: soluções analíticas, soluções numéricas e experimentação em laboratório (MALISKA, 2004; FARIAS, 2011).

A grande vantagem da experimentação em laboratório (método experimental) se dá pelo fato de tratar a configuração real do problema. Contudo, seu alto custo e questões de segurança poderão tornar a sua realização inviável.

As soluções analíticas e numéricas fazem parte do chamado método teórico e requer um modelo matemático que descreva o fenômeno físico. Tal procedimento resulta em um conjunto de equações diferenciais cuja complexidade é definida pelo problema físico, pela geometria do corpo, pelas condições iniciais e de contorno.

Podendo considerar variáveis as propriedades termofísicas usadas no modelo e aplicá-las em qualquer domínio para resolver problemas complexos com condições de contorno gerais, as soluções numéricas praticamente não apresentam restrições. Já as soluções analíticas podem fornecer uma solução exata das equações diferenciais em um domínio contínuo. Para qualquer ponto em qualquer instante, pode-se obter o valor da grandeza de interesse. Para isso, o modelo de difusão é utilizado na descrição do processo físico, a forma do corpo em estudo pode ser aproximada para uma geometria regular e as condições de contorno podem ser simplificadas, reduzindo a dificuldade em obter a solução analítica da equação. Contudo, as soluções analíticas muitas vezes podem se distanciar demasiadamente

do fenômeno físico real devido ao universo das complexas equações necessárias para descrever situações reais.

2.6.1 Soluções analíticas

A utilização de soluções analíticas proporciona a possibilidade de se conhecer a variável de interesse em qualquer instante de tempo e em qualquer ponto do domínio. Para isso, devem ser estabelecidas hipóteses simplificadoras tais como difusividade constante, geometria simples, meio homogêneo e isotrópico, dentre outras. As soluções analíticas também servem para validar as soluções numéricas de determinado estudo.

O método analítico, apesar de suas limitações, é bastante utilizado principalmente na validação das soluções numéricas. Na literatura pesquisada são encontrados vários trabalhos nos quais a equação de difusão é resolvida analiticamente (INCROPERA e DEWITT, 1992; BIRD et al., 2001; LIMA et al., 2004; MARKOWSKI et al., 2004; GLAVINA et al., 2006; FARIAS et al., 2009; SAYKOVA et al., 2009).

2.6.2 Soluções numéricas

O grande desenvolvimento tecnológico atual permite utilizar de computadores cada vez mais velozes e com maior capacidade de armazenamento. Dessa forma, mesmo reconhecendo a importância das soluções analíticas para problemas de difusão, tornou-se mais frequente pelos pesquisadores a utilização de técnicas numéricas na solução de problemas complexos nas mais diversas áreas de interesse (FARIAS, 2011; SILVA L., 2012).

No método analítico se resolve um sistema de equações diferenciais no qual obtém-se uma solução de forma fechada e é possível, assim, calcular os valores das variáveis dependentes para um número infinito de pontos. No método numérico, por sua vez, se resolve uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvam a função incógnita, obtendo-se um sistema de equações no qual as variáveis são os valores da grandeza a ser calculada. Dessa forma, a solução obtida é dada

para um número discreto de pontos, com um determinado erro ϵ , quanto maior for esse número de pontos, mais perto da solução exata será a solução numérica. Uma vantagem evidente da solução numérica sobre a analítica reside na possibilidade de aproximar o modelo objeto de estudo para as condições físicas reais (MALISKA, 2004; SILVA, 2007; FARIAS, 2011).

O modelo matemático é o ponto de partida de qualquer método numérico. Dessa forma, a escolha de um modelo apropriado é fundamental na resolução do método numérico que é normalmente desenvolvido com o intuito de encontrar uma solução aproximada de um conjunto particular de equações. Isso decorre devido ser impraticável criar um método de resolução que seja aplicável em todas as situações.

Após ser selecionado o modelo matemático, escolhe-se o método de discretização que melhor se adéqua. Em outras palavras, busca-se um método de aproximar as equações diferenciais em um sistema de equações algébricas com o intuito de que as variáveis do problema sejam obtidas em localizações discretas no espaço e no tempo.

Tradicionalmente, os métodos mais utilizados na solução numérica de equações diferenciais são: Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Diferenças Finitas (MDF) e Método dos Volumes Finitos (MVF). Se a malha (conjunto de elementos adjacentes que limitam um espaço numa estrutura reticular) for suficientemente boa, todos os tipos de métodos produzem o mesmo resultado. Entretanto, alguns métodos são mais apropriados para determinadas classes de problemas.

2.6.2.1 – Método dos elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos é similar ao Método dos Volumes Finitos em vários aspectos. Sua solução baseia-se numa “integral” da equação e faz-se a aproximação da solução por uma função definida num subdomínio resultante da discretização do domínio. O aspecto que diferencia os referidos métodos é o fato das equações utilizadas no Método dos Elementos Finitos serem multiplicadas por uma *função peso* antes de serem integradas sobre todo o domínio.

Uma vantagem do Método dos Elementos Finitos é a capacidade para lidar com geometrias arbitrárias. As malhas são facilmente refinadas em regiões de interesse, tornando relativamente fácil a análise matemática. O principal inconveniente, que é partilhado com todos os métodos que usam malhas não estruturadas, é o fato das matrizes das equações linearizadas não serem tão bem estruturadas como as das malhas estruturadas fazendo com que seja mais difícil encontrar métodos de resolução eficientes (GONÇALVES, 2007).

2.6.2.2 – Método das diferenças finitas

Este é um método de resolução de Equações Diferenciais Parciais no qual, sua solução consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico. O ponto de partida é a conservação da equação na forma diferencial.

Inicialmente, o Método das Diferenças Finitas pode ser aplicado a qualquer tipo de malha, entretanto, este método tem sido aplicado a malhas estruturadas no qual se torna muito simples e eficaz. As desvantagens deste método é o fato da conservação não ser inerente ao mesmo, com algumas exceções. Outra desvantagem refere-se às geometrias simples quando se tem problemas complexos.

2.6.2.3 – Método dos volumes finitos

O Método dos Volumes Finitos utiliza como ponto de partida a forma integral da equação da conservação. Sua solução consiste em dividir o domínio físico sob estudo em um número finito de subdomínios de volumes elementares denominados de volumes de controle ou volumes finitos e satisfaz a conservação da propriedade em questão em nível desses volumes elementares. A discretização é feita integrando todos os termos da equação que governa o fenômeno, sobre cada volume de controle, no espaço e no tempo. A solução resultante implica que a conservação da grandeza de interesse é satisfeita em qualquer volume de controle e, conseqüentemente, em todo domínio físico estudado (MALISKA, 2004; FARIAS, 2011).

O Método dos Volumes Finitos possui a vantagem de poder ser aplicado a qualquer tipo de malha e, conseqüentemente, adapta-se às geometrias complexas. Já a desvantagem, em relação ao Método das Diferenças Finitas, dá-se pelo fato de métodos superiores a segunda ordem, serem mais difíceis de desenvolver em problemas tridimensionais, com malhas não estruturadas.

2.6.2.4 – Alguns trabalhos envolvendo soluções analíticas e numéricas

Brady e Kulkarni (1996) estudaram o método transiente de vídeo termografia pulsada. Os procedimentos para a normalização dos parâmetros e o método numérico são combinados com os dados experimentais para mapear com precisão a distribuição da difusividade térmica sobre toda superfície da amostra. Foram testados materiais cuja difusividade térmica variou ao longo de três ordens de grandeza. A precisão dos resultados de vídeo termografia pulsada foi avaliada por meio de comparação dos valores locais com os obtidos pelo teste padrão de difusividade térmica pelo laser flash. Em muitas aplicações é desejável o conhecimento das distribuições de componentes bidimensionais das propriedades dos materiais no interior de um corpo como uma ferramenta de avaliação da qualidade. A termografia transiente é uma maneira rápida, barata, on-line, de técnica não-destrutiva, que pode ser usada para determinar a distribuição bi-dimensional das propriedades dos materiais.

Os estudos de penetração de calor em polpas de graviola, foram realizados por Jaramillo-Flores e Hernandez-Sanchez (2000) em latas pequenas, que foram consideradas como cilindros finitos. A polpa foi obtida a partir de frutos pertencentes ao mesmo lote e testado em dois experimentos, com dois diferentes níveis de maturidade (maduros e imaturos). O pH, teor de umidade e da quantidade de sólidos solúveis (°Brix) foram determinados nas polpas. As latas foram completamente cheias com a polpa da graviola e uma sonda termopar foi inserida no centro geométrico da lata, em seguida a tampa colocada no lugar. O aparelho foi calibrado com água antes de usar. Os experimentos foram realizados em três faixas de temperatura diferentes, incluindo as de congelamento. A princípio a polpa é congelada a -19 °C, posteriormente coloraram a polpa em banho térmico a 29 °C até que a polpa atingisse 24 °C. No segundo experimento a polpa, à temperatura ambiente era colocada em um banho térmico a 89 °C até que atingisse 87 °C. Os resultados mostraram que a difusividade térmica tiveram valores dezesseis vezes mais baixa em temperaturas menores

que 0 °C. Para temperaturas acima de 0 °C, os resultados se encontram de acordo com os publicados por outros autores para outros vegetais. Ao que se refere à difusividade térmica para as polpas de frutas maduras e imaturas, não se verificou diferença significativa.

Carciofi et al. (2002) objetivaram estudar os aspectos da transferência de calor no processo de cozimento da mortadela e a utilização de perfis reais de temperatura transiente para estimar a eficácia da difusividade térmica (α). Para isso, utilizaram dois métodos de estimativa da difusividade térmica efetiva da mortadela. A equação de Ball e Olson (1957) foi usada, no primeiro método, para determinar um comportamento durante o processo de cozimento, no qual se verificou um duplo aumento após a desnaturação de proteínas, próximo a 70 °C. No segundo método, utilizaram a equação de difusão com o objetivo de verificar a capacidade do modelo de transferência de calor por condução para prever a curva de penetração de calor. Como forma de simplificar o problema, os autores consideraram a mortadela um cilindro finito de raio R, comprimento 2L e difusividade térmica efetiva constante. Apesar da solução da equação de difusão poder ser obtida pelo método analítico, já que a difusividade térmica foi considerada constante e a geometria usada foi cilindro finito, Carciofi et al. (2002) resolveram a equação de difusão numericamente através do método das diferenças finitas, dividindo o eixo do cilindro em vinte intervalos, o raio em dez intervalos e incremento temporal de um segundo. Os resultados demonstraram que é possível estimar a eficácia da difusividade térmica usando o histórico da temperatura experimental e o modelo de condução de calor, mesmo que as condições de contorno variem com o tempo.

Carbonera et al. (2003) realizaram a comparação de três métodos de determinação da difusividade térmica aparente de uma massa de tomate comercial. O método de Ball e Olson (1957), o método da otimização associado ao modelo condutivo e o outro baseado na própria definição da difusividade térmica aparente. No arranjo experimental, os autores colocaram um termopar na parede interna do recipiente de vidro, na metade de sua altura, e outro na extremidade de uma agulha, foi inserido no centro da tampa do recipiente, de modo a penetrar no eixo da amostra quando do fechamento da mesma. Os métodos utilizados pelos autores não são comuns para se determinar a difusividade térmica aparente de alimentos. Os mais usados são os métodos de Sweat (1986), Choi e Okos (1983a) e Choi e Okos (1983b) e a terceira possibilidade é a partir do histórico da temperatura num ponto do interior da amostra durante o aquecimento ou resfriamento.

Como a temperatura da superfície variou durante o experimento, Carbonera et al. (2003) utilizaram o método das diferenças finitas, método explícito. Os resultados obtidos pelo método de otimização e pela definição de difusividade térmica foram próximos ($1,63 \times 10^{-7}$ e $1,52 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, respectivamente); pelo método de Ball e Olson (1957) foi $1,3 \times 10^{-7} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Os pesquisadores concluíram que o método proposto por Sweat (1986) é válido para a determinação da difusividade térmica aparente em alimentos pastosos. Como as condições experimentais não favoreciam a aplicação do método de Ball e Olson (1957), os autores não obtiveram nenhuma conclusão.

Outro método para medir as propriedades térmicas dos alimentos é através do método da sonda que pode ser utilizado para a determinação simultânea da condutividade e difusividade térmicas. Ela consiste na aplicação de um fluxo de calor constante para um sólido semi-infinito por uma fonte linear de calor com diâmetro infinitesimal e comprimento infinito. O aumento da temperatura em um ponto perto da fonte linear de calor é uma função do tempo, das propriedades térmicas do material e da fonte de energia. As vantagens desta técnica são curto espaço de tempo, simplicidade, baixo custo e possibilidade de utilização de pequenas amostras.

Uma metodologia analítica para prever o transporte de massa em elipsoides de revolução (esferoides oblatos e prolatos) usando o método de Galerkin foi apresentada por Lima et al. (2004). Os pesquisadores resolveram a equação de difusão em coordenadas cilíndricas para uma condição de contorno de equilíbrio. Para isso, consideraram o coeficiente de difusão constante durante todo o processo. Os pesquisadores apresentaram e analisaram a distribuição do teor de umidade nos sólidos, em seguida, concluíram que os resultados obtidos estavam consistentes e que o modelo matemático desenvolvido pode ser empregado para resolver problemas que envolvam o processo de difusão, desde que a forma geométrica do corpo seja a de um disco circular, um cilindro infinito, uma esfera ou elipsoides.

Markowski et al. (2004) utilizaram o método de imersão em água para cozimento e resfriamento de salsichas, do tipo *Iyoner*, feitas de carne bovina e de carne de suína picadas. Dois métodos foram utilizados para o cálculo da difusividade térmica: o primeiro baseia-se na solução analítica simplificada da equação de condução de calor em sólidos e a outra na solução numérica da equação de condução de calor. As alterações de temperatura com o tempo foram medidas no centro da amostra, durante o tratamento térmico. Os autores

verificaram que os valores determinados pelo primeiro método diferem significativamente dos dados publicados para produtos a base de carnes. Para o segundo método, os resultados calculados estão de acordo com os resultados da literatura e variaram entre $1,35 \times 10^{-7}$ e $1,52 \times 10^{-7}$ m²/s para cozimento e $1,41 \times 10^{-7}$ para $1,75 \times 10^{-7}$ m²/s para refrigeração.

Markowski et al. (2004) também concluíram que a difusividade térmica aparente das salsichas tipo *Iyoner* dependiam não apenas das propriedades termofísicas, mas também de sua estrutura interna, ou seja, seus valores foram distintos, dependendo assim, da quantidade de água e gordura contida nas salsichas.

Glavina et al. (2006) estudaram a difusividade térmica efetiva através do método da função de transferência (STEPHANOPOULOS, 1984), método log (HOLDSWORTH, 1997) e o método analítico. Os materiais pesquisados foram poliamida, batata e carne picada acondicionados em recipientes cilíndricos. Através da solução da equação de difusão, os pesquisadores estimaram a difusividade térmica aparente dos produtos usando o método analítico. Para tal, consideraram os materiais isotrópicos, a condutividade térmica e as condições de contorno constantes.

A razão entre a variável de saída $y(s)$ e a de entrada $x(s)$ definem o método da função de transferência de um sistema no domínio da transformada de Laplace (STEPHANOPOULOS, 1984). Para o estudo de Glavina et al. (2006), a variável de entrada correspondia a temperatura ambiente e a de saída correspondia a temperatura no centro geométrico do produto pesquisado. Posteriormente, colocou-se a amostra em banho térmico e estimaram a difusividade térmica aparente dos produtos pesquisados, através da equação de Ball e Olson (1957). O método log faz uso da equação empírica de Holdsworth (1997) para obter a temperatura adimensional no centro do cilindro. Este método, de forma subjetiva, usa apenas alguns pontos da curva de aquecimento para a determinação da difusividade térmica aparente.

Os autores concluíram que a utilização de funções de transferência aplicáveis à transformada de Laplace fornece um método para a estimativa rápida desta propriedade, embora ela conduza a valores inferiores aos obtidos por outros métodos. No entanto, o modelo derivado através da utilização de funções de transferência fornece uma aproximação muito boa para os dados experimentais. Verificaram também que as vantagens da função de transferência durante o método de solução analítica seria um modelo matemático mais

simples para estimar os parâmetros e o fato da metodologia poder ser aplicada a outros perfis de temperatura no meio. Já em relação ao método log, as vantagens seriam devido a considerar todos os valores experimentais para estimar os parâmetros além de poder ser aplicado a outras funções.

Saykova et al. (2009) realizaram um estudo analítico para prever o coeficiente de difusão efetivo para sólidos na forma de paralelepípedos e placas retangulares a partir de curvas experimentais obtidas na secagem de materiais biológicos. Para isso, os autores basearam-se na lei de Fick tridimensional em coordenadas cartesianas, empregando condições de contorno de Dirichlet, para obterem o modelo matemático no qual estenderam as soluções analíticas unidimensionais para sistemas bi e tridimensionais pelo princípio da superposição. Os autores perceberam que quando o corpo em estudo pode ser aproximado para uma parede infinita, retângulo ou paralelepípedo é necessário usar apenas a equação de difusão num sistema de coordenadas cartesianas. Nos casos em que a difusão ocorre em corpos com a forma cilíndrica ou esférica, deve-se usar sistemas de coordenadas cilíndricas e esféricas, respectivamente, pois as fronteiras da região coincidam com as superfícies coordenadas. A análise vale para as situações uni, bi ou tridimensionais.

Em especial para o caso unidimensional, pode-se compactar a equação de difusão transiente nos sistemas de coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas de acordo com a Equação (2.9) mostrada a seguir (SILVA, 2007; FARIAS, 2011):

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^n \Gamma^\Phi \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right), \quad (2.9)$$

em que: $n = 0$ implica coordenadas cartesianas; $n = 1$ implica coordenadas cilíndricas; $n = 2$ implica coordenadas esféricas, sendo que Γ^Φ e λ são os parâmetros de transporte.

Poucos trabalhos publicados sobre as propriedades térmicas das frutas tropicais estão disponíveis. Neste contexto, Kurozawa et al. (2008) tiveram como objetivo determinar a condutividade e difusividade térmicas do mamão e do caju em função da temperatura utilizando a técnica de sonda. Para isso, utilizou-se uma sonda com um fio aquecedor que aplica uma corrente elétrica constante de 3,6 A. A sonda mede simultaneamente a condutividade e a difusividade térmicas e foi totalmente inserida nas amostras de frutas. Preliminarmente, Kurozawa et al. (2008) realizaram testes na sonda para determinar as

propriedades térmicas da água. As propriedades térmicas do mamão foram medidas para o intervalo de temperatura de 20 a 40 °C no qual, a condutividade térmica variou de 0,58 w/m°C para 0,62 w/m°C, e a difusividade térmica variou de $1,03 \times 10^{-7}$ m²/s para $1,18 \times 10^{-7}$ m²/s. Para o caju, foram medidas para o intervalo de temperatura de 25 a 45 °C no qual, a condutividade térmica variou de 0,57 w/m°C para 0,61 w/m°C, e a difusividade térmica variou de $0,98 \times 10^{-7}$ m²/s para $1,16 \times 10^{-7}$ m²/s. De maneira geral, os autores verificaram que ambas as propriedades foram induzidas a aumentar com a elevação da temperatura. Em decorrência dessa indução, as propriedades térmicas variaram linearmente com a temperatura, como era esperado.

Kubásek et al. (2006) pesquisaram sobre o azeite nas condições do seu tratamento com alta pressão e fizeram uma estimativa da sua difusividade térmica por meio de análise numérica dos dados experimentais da queda de temperatura. O óleo foi colocado em um recipiente pequeno no meio de uma câmara de dispositivo de alta pressão. A câmara de dispositivo foi preenchida com água pressurizada. O método numérico dos elementos finitos foi usado no ambiente do programa COSMOS para modelar o resfriamento do óleo, sem considerar a convecção livre no óleo. Durante o cálculo, a temperatura foi sendo variada propositadamente por muito tempo até que uma razoável concordância na diminuição da temperatura do azeite calculada e medida no tempo foram alcançadas. Verificou-se que as dependências da temperatura obtidas da difusividade térmica aparente são uma função da temperatura inicial da experiência e são, portanto, influenciadas pela convecção livre, em valores de azeite, assim, não são ganho de valores da propriedade física. Ou seja, para estimar a difusividade térmica real do óleo fez-se necessário alcançar o estado de equilíbrio térmico, ao fim da experiência, quando a convecção livre já não mais existe. Os pesquisadores demonstraram que é necessário levar em consideração não só a condução do calor, mas também a convecção livre ao modelar a evolução da temperatura dos alimentos líquidos viscosos, durante o tratamento de alta pressão.

Baïri et al. (2007) apresentaram um método simples para a determinação da difusividade térmica aparente, em uma dimensão, de alimentos. Os autores utilizaram a solução analítica da equação de Fourier aplicada à geometria cilíndrica. A forma pela qual o calor se propaga através de um cilindro, depende da relação entre o raio e o comprimento. Para cilindros muito longos, por exemplo, a propagação do calor se dá quase que pela totalidade através da superfície lateral, o que transforma o problema da difusão de calor em

unidimensional. Na referida pesquisa, o cilindro foi considerado infinito. Dessa forma, o método baseia-se na análise da solução da equação de Fourier 1D aplicado a um cilindro. Os autores determinaram a difusividade térmica aparente do azeite de oliva e da carne vermelha picada com uma precisão de cerca de 4%, aceitáveis para a maioria das aplicações de engenharia, em particular na indústria alimentar.

Woodfield et al. (2007) apresentaram um processo modificado para o cálculo da difusividade térmica de sólidos com base em medições de temperatura em dois pontos e do estado limite semi-infinito. O método inverso faz uso de uma solução para o problema da condução transiente unidimensional de calor para o sólido semi-infinito. O procedimento dá resultados precisos com base em mudanças de temperatura produzidos por uma fonte de fluxo de calor flutuante arbitrária no contorno. Hoje em dia, o estudo de processos é feito usando simulações computacionais. Os parâmetros dos modelos utilizados são determinados através de ensaios ou usando métodos de identificação chamados métodos inversos.

Monteau (2008) realizou um estudo com o objetivo de apresentar um método inverso para determinar a condutividade térmica do pão de sanduiche por registro de temperatura durante o processo de resfriamento por convecção. O pesquisador utilizou sete pães de sanduiche na experiência de refrigeração, em convecção natural ou forçada, para estimar a variação da condutividade térmica com a temperatura e o teor de água local. A condutividade térmica estimada é dada como um polinômio de temperatura e teor de umidade. Neste estudo, Monteau (2008) utilizou-se de um software de elementos finitos para resolver o problema direto, isto é, para alcançar as simulações. O autor verificou a possibilidade de acoplamento entre os softwares Femlab/Comsol com Matlab e suas rotinas de otimização. Tal acoplamento possibilita que o simulador leve em conta geometrias complexas. Por fim, Monteau (2008) concluiu que este método pode ser estendido para utilização no estudo da influência de outras variáveis na variável considerada. A utilização de métodos inversos para a determinação de outros parâmetros como a difusividade de massa, que não é tão fácil de determinar, em relação à temperatura e teor de umidade, pode ser previstas. Finalmente, a utilização de métodos inversos para outros processos de resfriamento de pão sanduíche parece mostrar perspectivas de aplicações possíveis.

Ukrainczyk (2009) a partir da solução da equação da condução de calor unidimensional em coordenadas cilíndricas, estimou a difusividade térmica aparente do

glicerol, da areia de Ottawa e do agar gel. Ao invés de assumir uma temperatura de excitação ideal, foi utilizado uma medida limite de temperatura do material. Para resolver o problema inverso é utilizado um processo iterativo, baseado na minimização de uma função de soma de quadrados com o método de Levenberg-Marquardt. O software Matlab foi utilizado para estimativa da difusividade térmica pelo método inverso, cuja interface gráfica é constituída para permitir o uso fácil mesmo para os usuários que não possuam habilidades em programação. O autor mostrou que a condição de contorno do primeiro tipo pode ser utilizada devido à rápida variação da temperatura na fronteira do cilindro, quando o sistema era imerso em banho térmico. Os resultados mostraram que o método numérico das diferenças finitas proporciona uma ferramenta para investigar o modelo de condução do calor utilizado para descrever a transferência de calor em materiais complexos, úmido e poroso.

Betta et al. (2009) desenvolveram um método confiável, rápido e de fácil utilização para estimativa da difusividade térmica aparente. A solução da equação de difusão foi encontrada através do método das diferenças finitas. Os pesquisadores desenvolveram um software baseado no método das diferenças finitas e dos mínimos quadrados não lineares para obter a solução da equação de Fourier. Os autores projetaram e desenvolveram uma célula (cilindro finito) com o intuito de aumentar a precisão no posicionamento do termopar. O método foi validado experimentalmente e os resultados foram comparados com os obtidos por outros três métodos disponíveis. Vários alimentos (produtos de tomate, molhos de massa de baixa acidez, pasta de azeitona, creme custard e geleia de damasco), foram testados e em cada caso o método provou ser eficaz. O software desenvolvido também permitiu a estimativa da difusividade térmica através de curvas de penetração de calor obtidos por meio de tratamentos de temperatura variável. Por isso, tem sido também possível excluir a contribuição do material do recipiente a partir da estimativa da difusividade térmica de alimentos embalados. O método proposto torna-se uma ferramenta útil para a concepção científica de vários processos, tais como a esterilização e pasteurização, e para o controle correto de armazenamento, transporte e distribuição de alimentos.

Em seu trabalho, Betta et al. (2009) enfatizam que conhecer o coeficiente de difusividade térmica em alimentos é de fundamental importância para a indústria alimentícia, pois, esta propriedade termofísica é que possibilita calcular a transferência de calor nas substâncias.

Tres et al. (2011) montaram um aparato experimental com o objetivo de determinar o coeficiente de difusividade térmica dos alimentos, bem como a construção de uma rotina computacional para simulação do processo de transferência de calor em coordenadas cilíndricas. Os resultados obtidos mostraram uma tendência de que quanto maior a temperatura, maior será o coeficiente de difusividade térmica, ou seja, a difusividade térmica é função da temperatura. O programa em linguagem FORTRAN simulou com grande confiabilidade os resultados experimentais, sendo que este pode ser utilizado para outras simulações, utilizando alimentos líquidos e pastosos.

Lins (2013) realizou um estudo analítico e numérico das propriedades termofísicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica. Para isso, o autor solucionou a equação de difusão com condição de contorno do primeiro tipo, cujo objetivo foi estudar o fenômeno da difusão transiente de calor em alimentos pastosos (agar gel, purê de tomate e creme custard) contidos em recipientes cilíndricos. Dessa forma, o autor desenvolveu ferramentas analíticas para a descrição da difusão de calor na qual foram validadas através de dados obtidos por simulação numérica tanto para o cilindro infinito quanto para o finito.

Segundo a pesquisa, o método numérico se mostrou mais eficiente do que o analítico, na descrição do processo de difusão de calor nos produtos estudados. O autor atribui esse resultado a versatilidade que o método numérico possui de permitir a obtenção da solução da equação de difusão considerando a difusividade térmica variável com a temperatura local. Também foi verificado que os resultados obtidos para a difusividade térmica aparente de agar gel, purê de tomate e creme custard corroboraram com os resultados encontrados na literatura.

2.7 Sistemas de eixos em coordenadas generalizadas

Para os casos em que se tem um corpo cuja geometria seja arbitrária, é necessário criar um sistema de coordenadas que seja adaptável a sua geometria para que a equação de difusão possa ser resolvida numericamente. Para tal, deve-se generalizar o sistema de eixos coordenados, admitindo que os mesmos possam ser curvilíneos e deve-se, ainda, eliminar a restrição de que eles sejam ortogonais (MALISKA, 2004; SILVA, 2007; FARIAS, 2011;

FARIAS et al., 2012a). Uma revisão detalhada dos fundamentos sobre coordenadas generalizadas pode ser encontrada em Maliska (2004), Silva (2007) e Silva et al. (2009b).

Observando a situação da Figura 2.1, para o caso bidimensional, verifica-se que o ponto P pode ser identificado através de dois sistemas de eixos, sendo que um deles é um sistema de eixos em coordenadas cartesianas, xy e o outro um sistema de eixos em coordenadas generalizadas, $\xi\eta$. Verifica-se que o sistema de eixos em coordenadas generalizadas (sistema transformado) possui eixos curvilíneos que podem ser dispostos em qualquer direção.

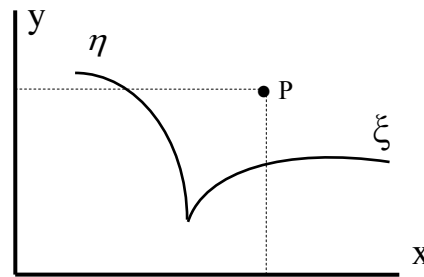


Figura 2.1 Sistema bidimensional de coordenadas cartesianas e de coordenadas generalizadas.

As coordenadas curvilíneas do ponto P da Figura 2.1 podem se relacionar às coordenadas cartesianas pelas seguintes equações de transformação:

$$\xi = \xi(x, y) \quad (2.10)$$

$$\eta = \eta(x, y) \quad (2.11)$$

2.7.1 Métricas de uma transformação

As métricas de uma transformação são, por exemplo, as expressões que possibilitam transformar as coordenadas do ponto P da Figura 2.1 de um sistema de eixos para outro. Nas Equações (2.10) e (2.11), $\xi(x,y)$ e $\eta(x,y)$ são funções de x e y . Assim, a representação matricial das diferenciais totais destas funções pode ser expressa do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde, ξ_x , ξ_y , η_x e η_y são as derivadas parciais de ξ e η em relação a x e y , respectivamente.

Compactamente, pode-se escrever a Equação (2.12) como segue:

$$[DT] = [A][DF] \quad (2.13)$$

no qual $[DT]$, frequentemente chamado de domínio transformado, é um vetor no sistema de coordenadas generalizadas (ξ, η) e $[DF]$, conhecido por domínio físico, é o correspondente deste vetor no sistema de coordenadas cartesianas (x, y) .

Conhecidas as coordenadas do ponto P no domínio transformado, Figura 2.1, suas coordenadas no domínio físico podem ser obtidas, de modo inverso ao que foi feito anteriormente.

$$x = x(\xi, \eta) \quad (2.14)$$

$$y = y(\xi, \eta) \quad (2.15)$$

De forma similar ao que foi feito anteriormente, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ou compactamente,

$$[DF] = [B][DT] \quad (2.17)$$

Multiplicando a Equação (2.17), em ambos os termos, pela matriz inversa de $[B]$, dada por $[B]^{-1}$, e lembrando que uma matriz identidade é fornecida por um produto do tipo $[B]^{-1}[B]$, obtém-se a relação:

$$[DT] = [B]^{-1} [DF] \quad (2.18)$$

Comparando as Equações (2.13) e (2.18), verifica-se que:

$$[A] = [B]^{-1} \quad (2.19)$$

Sabe-se que a inversa de uma matriz é a transposta da matriz dos cofatores dividida pelo determinante da matriz original. Dessa forma, define-se o Jacobiano da transformação como o inverso do determinante da matriz [B] que também é igual ao determinante da matriz [A]. A partir da matriz [B], o jacobiano pode ser escrito como:

$$\frac{1}{J} = \det \begin{bmatrix} x_\xi & x_\eta \\ y_\xi & y_\eta \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

podendo também ser expresso como:

$$J = [x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi]^{-1} \quad (2.21)$$

As relações que transformam as coordenadas cartesianas em coordenadas curvilíneas, denominadas métricas da transformação do sistema (x, y) para o sistema (ξ , η) são dadas a seguir:

$$\xi_x = J y_\eta \quad (2.22)$$

$$\xi_y = -J x_\eta \quad (2.23)$$

$$\eta_x = -J y_\xi \quad (2.24)$$

$$\eta_y = J x_\xi \quad (2.25)$$

As métricas da transformação inversa são dadas por:

$$x_\xi = \frac{\eta_y}{J} \quad (2.26)$$

$$x_\eta = -\frac{\xi_y}{J} \quad (2.27)$$

$$y_{\xi} = -\frac{\eta_x}{J} \quad (2.28)$$

$$y_{\eta} = \frac{\xi_x}{J} \quad (2.29)$$

Após estabelecer as equações de transformação através das quais um sistema de coordenadas cartesianas pode ser convertido num sistema de coordenadas curvilíneas e vice-versa, faz-se necessário encontrar expressões gerais que calculem comprimentos e áreas nesse novo sistema de eixos generalizados.

2.7.2 Comprimento ao longo de um eixo curvilíneo

A Figura (2.2) destaca um dado segmento situado na direção do eixo curvilíneo ξ .

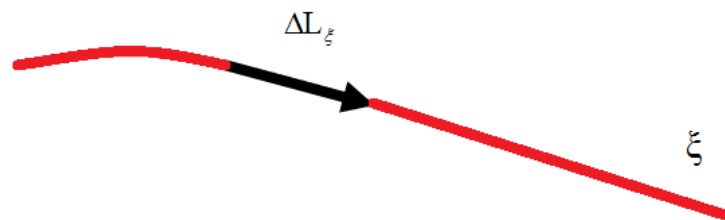


Figura 2.2 Destaque para um comprimento elementar ΔL_{ξ} ao longo do eixo curvilíneo ξ .

FONTE: Silva et al. (2009a).

A expressão para o cálculo do seu comprimento é fornecida por:

$$\Delta L_{\xi} = \sqrt{x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2} \Delta \xi \quad (2.30)$$

De maneira semelhante podem ser calculada a distância elementar ΔL_{η} ao longo do eixo η :

$$\Delta L_{\eta} = \sqrt{x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2} \Delta \eta \tag{2.31}$$

no qual:

ΔL_{ξ} comprimento ao longo do eixo ξ

ΔL_{η} comprimento ao longo do eixo η

2.7.3 Área definida por vetores elementares sobre eixos curvilíneos

Dados dois vetores no plano, a área da superfície por eles definida pode ser calculada como o módulo do produto vetorial entre eles. A Figura (2.3) mostra detalhes de como determinar o valor de uma área elementar definida pelos vetores ΔL_{ξ} e ΔL_{η} .

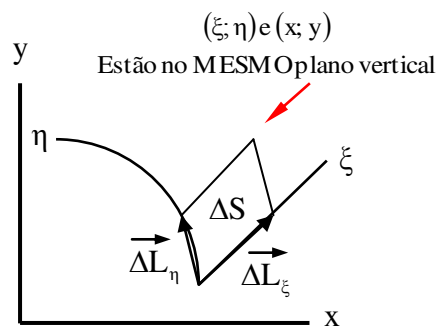


Figura 2.3 Área elementar ΔS definida pelos vetores ΔL_{ξ} e ΔL_{η} .

FONTE: Silva (2007).

A expressão para a área é mostrada a seguir:

$$\Delta S = \left| \vec{\Delta L}_{\xi} \times \vec{\Delta L}_{\eta} \right| \tag{2.32}$$

Logo:

$$\Delta S = (x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi}) \Delta \xi \Delta \eta \tag{2.33}$$

Pode-se verificar que o termo entre parêntesis é o inverso do Jacobiano numa situação bidimensional. Dessa forma, pode-se expressar a área da seguinte maneira:

$$\Delta S = \frac{1}{J} \Delta \xi \Delta \eta \tag{2.34}$$

onde $\Delta \xi \Delta \eta$ é a área no domínio transformado.

A seguir, mostra-se uma figura geométrica qualquer definida no domínio físico e sua correspondente no domínio transformado.

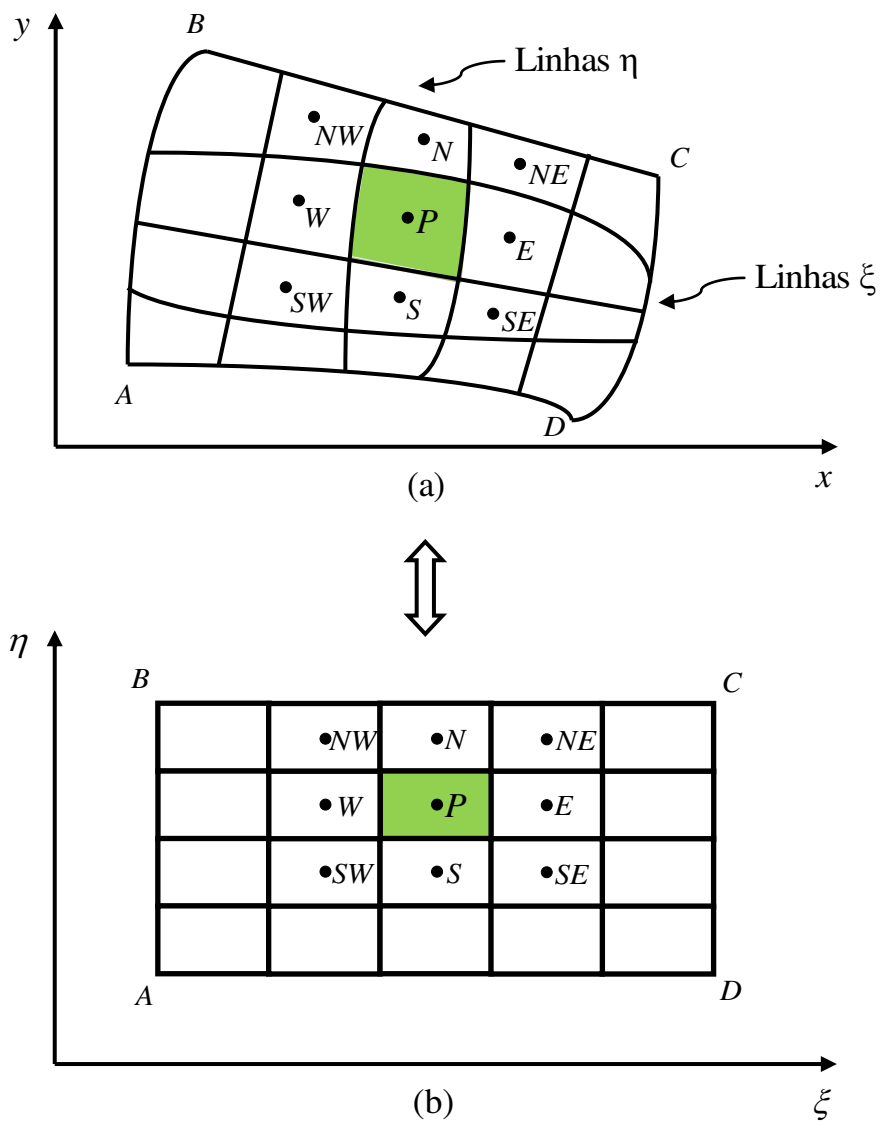


Figura 2.4 – (a) Domínio físico; (b) domínio transformado.

2.8 Trabalhos envolvendo coordenadas generalizadas em processos difusivos

Wu et al. (2004) utilizaram o método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita para descrever a transferência de calor e massa, em três dimensões, dentro de um único grão de arroz durante o processo de secagem. Os pesquisadores consideraram a difusividade constante e, devido à irregularidade na forma geométrica do grão, utilizaram coordenadas generalizadas, malhas ortogonais e um código computacional em linguagem FORTRAN 90 com base no método dos volumes finitos para resolver simultaneamente as equações de temperatura e umidade. Os autores concluíram que o modelo matemático tridimensional usado para descrever a transferência de calor e o transporte de massa dentro de um único grão de arroz durante a secagem fornecem resultados satisfatórios, bem como, os dados experimentais contemplaram as previsões teórica. Por fim, verificaram que uma simulação 2D é suficiente para determinar os campos de umidade no interior de um grão de arroz e os gradientes de tempo de umidade máxima para a secagem de arroz.

Silva et al. (2009a) estudaram a influência da geometria na cinética de secagem de bananas utilizando dados experimentais disponíveis na literatura. Para isso, utilizaram soluções numéricas da equação de difusão para três modelos geométricos (cilindro finito, cilindro infinito e elipsoide). Nesta comparação, os pesquisadores consideraram a difusividade como uma função do teor de umidade local no interior da banana e, suas expressões foram determinadas através de otimizações usando o método inverso. Dessa forma, a equação de difusão foi resolvida numericamente para as três geometrias através do método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita, considerando a condição de contorno do primeiro tipo, utilizando coordenadas cilíndricas e generalizadas. Os pesquisadores verificaram que quanto mais a forma usada na simulação se aproxima da forma geométrica da banana, melhores são os resultados obtidos para o ajuste da curva simulada com os dados experimentais sobre a cinética de secagem. Os mesmos concluíram que o melhor modelo foi considerar a banana uma elipsoide. Contudo, a decisão sobre o modelo geométrico que representa a banana deve levar em consideração a relação custo-benefício desejada na simulação, haja vista que o tempo de otimização de um elipsoide é 100 vezes maior que o tempo para o cilindro infinito.

Silva et al. (2011a) utilizaram soluções numéricas para a equação de difusão visando determinar os parâmetros termofísicos e comparar a cinética de resfriamento de pepinos, considerando três formas geométricas para o vegetal: cilindro infinito, cilindro finito e elipsoide. A fim de conseguir isto, a equação de difusão foi resolvida numericamente através do método dos volumes finitos considerando condição de contorno do terceiro tipo, com uma formulação totalmente implícita e usando coordenadas cilíndricas e generalizadas. Para todas as formas, a difusividade térmica e o coeficiente de transferência de calor por convecção foram determinados através da otimização, utilizando o método inverso. Os pesquisadores verificaram que a condutividade térmica aumenta e o coeficiente de transferência de calor por convecção diminui quando a geometria considerada se aproxima da forma real do pepino. Identicamente ao que ocorreu em Silva et al. (2009a), a discussão centrada em Silva et al. (2011a), refere-se à influência da geometria utilizada na simulação numérica, neste caso, o resfriamento de pepinos, no qual os pesquisadores também obtiveram os melhores resultados quando consideraram o pepino um elipsoide. Contudo, o processo de otimização em uma malha elipsoidal é cerca de 66 vezes mais lento que em uma malha de um cilindro infinito.

Através de um modelo que utiliza a geometria arbitrária dos corpos, considerando constante os parâmetros de transporte e as dimensões do sólido, Farias et al. (2012a) modelaram e apresentaram, para uma aplicação em secagem de telhas cerâmicas, a solução numérica da equação de difusão tridimensional, com condição de contorno do primeiro tipo, escrita em coordenadas generalizadas, usando o método dos volumes finitos com uma formulação totalmente implícita e malhas estruturadas. Os autores validaram a solução proposta usando soluções analíticas e numéricas da equação de difusão para geometrias diferentes (malhas ortogonais e não ortogonais). O modelo de difusão utilizado descreveu a cinética de secagem de forma satisfatória para telhas cerâmicas, significando que a utilização da condição de contorno do primeiro tipo é aceitável para secagem de telhas de cerâmica a uma temperatura baixa (55,6 °C). Também concluíram que o código numérico desenvolvido é válido para descrever qualquer fenômeno de difusão em sólido com geometria arbitrária, como exemplo pode-se citar a transferência de massa e a difusão de calor.

Silva et al. (2010) estudaram a transferência de calor e massa em sólidos de revolução por meio de simulações numéricas utilizando o método de volumes finitos e coordenadas generalizadas para a condição de contorno de Cauchy. Para o referido caso, os

autores propuseram uma solução numérica da equação de difusão, explorando a simetria dos corpos. Em outras palavras, a equação de difusão foi resolvida numericamente para sólidos obtidos pela revolução de superfícies planas arbitrárias bidimensionais, no qual se fixa um dos eixos no mesmo plano. O referido estudo justifica-se pelo fato da simetria diminuir o esforço exigido pelo cálculo, em relação ao uso de malhas tridimensionais.

Sabe-se que a utilização de malhas ortogonais simplifica a solução numérica. Contudo, são aplicáveis apenas a algumas formas geométricas. No mesmo trabalho, com o intuito de estudar formas geométricas arbitrárias, Silva et al. (2010) pressupuseram variáveis os parâmetros termofísicos e o volume dos corpos; e usaram malhas estruturadas não ortogonais. A solução numérica foi acoplada a um otimizador baseado no método inverso e o software resultante pode ser utilizado para simular a cinética de difusão de vários fenômenos físicos, e também para determinar parâmetros do processo de otimização. O referido software foi aplicado para descrever a secagem das bananas (elipsoide), o resfriamento de pepinos (cilindro finito) e a secagem do arroz (cilindro finito) supondo difusividade da água variável.

Os autores concluíram que a difusão para sólidos de revolução podem ser estudados através de malhas estruturadas bidimensionais e não ortogonais, o que simplifica a solução numérica deste tipo de problema e reduz o esforço computacional em comparação com as soluções típicas tridimensionais. Além disso, a solução numérica proposta é válida também para os corpos sólidos longos obtidos por extrusão. Este fato faz com que seja possível afirmar que esta solução é mais geral do que as soluções típicas 2D comumente disponíveis na literatura. Concluíram também que a solução numérica proposta não só pode ser aplicada à transferência de massa, mas também à difusão do calor e, obviamente, na descrição da cinética de secagem de sólidos porosos, o que envolve a difusão simultânea de calor e de massa. Ao que refere-se às aplicações apresentadas para a secagem de bananas e refrigeração de pepinos, os resultados obtidos garantem que a solução proposta funciona bem tanto para malhas não ortogonais como para ortogonais. Por fim, para a secagem do arroz, o software apresentou resultados coerentes para a difusividade variável e a condição de contorno do primeiro tipo.

Baseado na presente justificativa, existe um interesse especial em sólidos de formas geométricas arbitrárias provenientes do grande número de produtos industrializados e a frequência com que são encontrados na natureza. O fato de poucos trabalhos estarem

disponíveis para geometrias arbitrárias, especialmente usando o método de volumes finitos e coordenadas generalizadas, motivou Silva et al. (2009b) a pesquisarem sobre o assunto. Tal pesquisa contempla, por exemplo, a necessidade de obter uma descrição rigorosa do processo de secagem de um sólido de qualquer forma, no qual, as coordenadas cartesianas, cilíndricas ou esféricas não são adequadas.

Diante do exposto acima, Silva et al. (2009b) propuseram uma solução numérica da equação de difusão para sólidos obtidos pela revolução de superfícies planas arbitrária com o intuito de descrever a transferência de calor ou o transporte de massa. Para isso, discretizaram a equação de difusão escrita em coordenadas generalizadas, utilizando o método dos volumes finitos com formulação totalmente implícita, empregando a condição de contorno do primeiro tipo, podendo ser aplicada às malhas bidimensionais estruturadas (ortogonais ou não). Os autores analisaram a difusividade constante em esfera e difusividade constante e variável em cilindro finito. A solução proposta pelos pesquisadores explora a simetria dos corpos, o que reduz o problema para o caso bidimensional e diminui significativamente o esforço computacional em comparação com o método tridimensional. Tal solução foi aplicada à secagem de sólidos e a cinética de secagem obtida foi comparada com a cinética de secagem obtida com soluções analíticas da equação de difusão disponíveis na literatura. Os pesquisadores enfatizam que, ao contrário das soluções analíticas apresentadas em diversos trabalhos, a solução numérica disponibiliza a distribuição espacial do teor de umidade, em qualquer instante. Dessa forma, é possível analisar gradientes de teor de umidade e prever possíveis problemas relativos ao processo de secagem, a uma dada temperatura.

A solução numérica proposta em Silva et al. (2009b), também pode ser usada para difusão de uma simulação em sólidos longos obtidos por extrusão. Neste sentido, a solução proposta representa uma generalização da solução bidimensional típica disponível na literatura utilizando o método do volume finito, bem como, permite estabelecer uma expressão para a difusividade como uma função do teor de umidade local, o que é uma vantagem em relação às outras soluções que assumem a difusividade constante. Por fim, embora este estudo tenha sido inicialmente motivado para resolver problemas de secagem, deve notar-se que o método pode ser aplicado a qualquer propriedade física que pode ser descrita por uma equação de difusão.

Farias et al. (2013) apresentaram uma solução numérica da equação de difusão tridimensional escrita em coordenadas generalizadas, usando malhas estruturadas não ortogonais e o método dos volumes finitos, com uma formulação totalmente implícita. Os pesquisadores consideram que os corpos em estudo possuem geometria arbitrária, os parâmetros termofísicos variáveis e condição de contorno do primeiro tipo. Para que a equação de difusão fosse resolvida numericamente, desenvolveu-se um código computacional em linguagem FORTRAN. O transporte de massa no interior das telhas de cerâmica em diferentes condições de secagem, foi apresentado em gráficos de contorno que mostram a distribuição de umidade no interior das amostras em diferentes instantes.

Os resultados apresentados e analisados pelos pesquisadores foram compatíveis com os resultados esperados para todos os testes realizados. Isto significa que a solução numérica proposta pode ser aplicada ao estudo de qualquer processo difusivo em sólidos com quaisquer formas, desde que a condição de contorno do primeiro tipo seja usada. Além disso, ao contrário das soluções analíticas, a solução numérica disponibiliza a distribuição espacial do teor de umidade num instante previamente estipulado, independentemente da geometria. Assim, é possível analisar gradientes de teor de umidade e prever possíveis problemas relativos ao processo de secagem, a uma dada temperatura. Neste estudo, as temperaturas de secagem utilizadas foram 55,6 °C; 69,7 °C; 82,7 °C; 98,6 °C.

Farias et al. (2013) concluíram que o modelo de difusão com o uso da condição de contorno do primeiro tipo descreve a cinética de secagem de telhas cerâmicas de uma forma satisfatória pois, os parâmetros estatísticos podem ser considerados razoáveis. No que refere-se ao algoritmo de otimização, concluíram que os resultados produzidos são consistentes com os valores esperados para a difusividade efetiva. Por fim, verificou-se que a solução numérica proposta não só pode ser aplicada à transferência de massa, mas também para outros problemas de difusão, tais como, condução de calor.

2.9 Frutos pesquisados

Na alimentação humana, os frutos são componentes essenciais devido ao aporte significativo de vitaminas, minerais e carboidratos. Contudo, após a colheita as estruturas se encontram mais suscetíveis à degradação, e uma vez desligadas da planta, inicia-se um

contínuo processo de modificações metabólicas. Para aumentar a vida útil dos frutos e seu aproveitamento nutricional, são utilizados diversos procedimentos após a colheita.

O processamento é um dos procedimentos no qual permite que as frutas possam ser consumidas durante o período de entressafra, diminuindo as perdas durante a safra e ainda permitindo uma nova opção ao consumidor. Além de suprir o mercado interno, a industrialização dessas frutas abre e amplia divisas através das exportações.

A polpa congelada, por apresentar características de praticidade, vem ganhando grande popularidade, não só no consumo residencial, mas também em restaurantes, hotéis, lanchonetes, hospitais, entre outros, onde é utilizada, principalmente, na elaboração de sucos.

2.9.1 Mamão

A demanda do mercado por frutas tropicais tem crescido constantemente ao longo das últimas duas décadas. De acordo com a Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO, 2012), a estimativa é que a produção mundial de frutas tropicais atingirá 82 milhões de toneladas neste ano de 2014. Ganhando popularidade em todo o mundo, o mamão ocupa o terceiro lugar, com uma expectativa de produção de 13 milhões de toneladas para 2014, atrás da manga com 28,8 milhões de toneladas e abacaxi com 18,7 milhões de toneladas (EVANS e BALLEEN, 2012; MANJAVACAS, 2014). Em outras palavras, o mamão tornou-se um importante produto de exportação agrícola, principalmente para os países em desenvolvimento, no qual as receitas de exportação da fruta fornecem um meio de vida para milhares de pessoas, especialmente na Ásia e América Latina, tendo os Estados Unidos, a União Européia e o Japão como os maiores importadores mundial da fruta.

A árvore que produz o mamão chama-se mamoeiro que se adapta facilmente em solos de regiões de clima tropical e sua origem se dá na região sul do México, nos países vizinhos na América Central e norte da América do Sul. O mamoeiro não se adapta em regiões com intensas geadas e poucas características tropicais no clima. O fruto possui um formato oval e sua casca é lisa, quando está maduro apresenta-se na cor amarela. Sua polpa interna é macia de cor alaranjada, sendo que no centro existem muitas sementes. Quando maduro apresenta um sabor doce e suave.

No Brasil, as maiores plantações estão localizadas no estado do Espírito Santo e na região nordeste do país, pois, o clima destas regiões faz com que seja possível produzir e exportar mamão durante todo o ano. Apesar do Brasil ser o segundo maior exportador mundial de mamão, mais de 98% da produção nacional é destinada ao mercado interno (EVANS e BALLEEN, 2012).

O mamão pode ser definido como uma das frutas mais benéficas para a saúde humana. É uma fruta muito nutritiva, apresentando vitaminas A, C e do complexo B. Possui também sais minerais, tais como: ferro, cálcio e fósforo, também é rica em papaína, uma enzima muito útil nos casos de dificuldade de digerir alimentos (BALBACH e BOARIM, 1992; EVANS e BALLEEN, 2012).

2.9.2 Caju

O cajueiro (*Anacardium occidentale, L.*), planta xerófila e rústica nativa do Brasil, típica de clima tropical, principalmente das regiões Norte e Nordeste, disseminou-se para outros países, como Moçambique, Índia, Angola e Quênia, desde o século XVI (PARENTE et al., 1991; ALCÂNTARA et al., 2009). O fruto do cajueiro é o caju que é dividido em duas partes: o pseudofruto, a parte mais carnosa e succulenta do caju e o fruto, que é a sua castanha.

O caju é uma cultura de grande importância econômica e social para a região Nordeste do Brasil. Segundo a Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação, a produção mundial em 2006 foi de 3,1 milhões de toneladas. Os principais países produtores são o Vietnã (941.600 t), Nigéria (636.000 t), Índia (573.000 t), Brasil (243.770 t) e Indonésia (122.000 t). Ao que se refere às exportações de caju, em 2008, a Índia aparece como principal exportador, seguida do Brasil e da Indonésia. Contudo, o Brasil e a Índia exportam quase que unicamente a castanha de caju sem casca, também chamada de amêndoa, que corresponde ao produto industrializado e, portanto, de maior valor agregado. Dessa forma, cerca de 90% da produção nacional é destinada a exportação, tendo como maiores compradores os Estados Unidos, seguidos do Canadá e da Holanda (FUNDAÇÃO BANCO DO BRASIL, 2010).

Do processamento da castanha resulta também o líquido da castanha de caju (LCC), de elevado valor comercial por ser a matéria-prima básica para a fabricação de vernizes, tintas, plásticos, lubrificantes, inseticidas, e o tanino (composto fenólico), que é obtido da película da amêndoa, sendo utilizado com grande aplicação na indústria química.

O pedúnculo do caju tem a forma de pera é carnoso e pode ser amarelo, rosado ou vermelho. O consumo do pseudofruto fresco “*in natura*” ainda é limitado apesar de o suco ser amplamente aceito pela população. O Brasil é pioneiro e líder no aproveitamento de pedúnculo de caju. Entretanto, a adstringência decorrente da presença natural de tanino vem sendo tradicionalmente referida como um dos principais obstáculos contra o aumento das exportações dos pedúnculos de caju.

Em termos nutricionais o pedúnculo do caju é rico em vitamina C (de três a cinco vezes mais vitamina C que a laranja), ferro, cálcio, fósforo e outros nutrientes, além de ajudar a proteger as células do sistema imunológico contra os danos dos radicais livres (PARENTE et al., 1991; ALCÂNTARA et al., 2009).

Os principais produtos obtidos da fração líquida do pedúnculo são o suco integral, o néctar, a cajuína, bebidas fermentadas e destiladas. Já da fração fibrosa, os principais produtos obtidos são a polpa, condimentados e doces. Alguns produtores fabricam também mel e rapadura de caju.

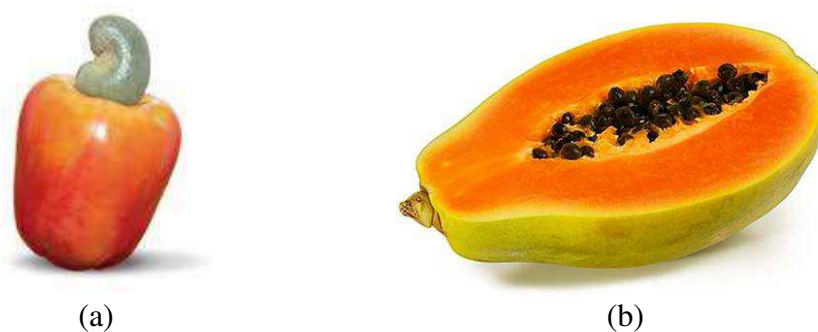


Figura 2.5 – Matérias-primas utilizadas nos experimentos: (a) caju (*Anacardium occidentale* L.); (b) mamão papaia (*Carica papaya*).

Com esta revisão bibliográfica, verificou-se que é comum encontrar na literatura autores que utilizam valores constantes para a difusividade térmica mesmo que o produto seja submetido a uma grande variação de temperatura. Neste trabalho, será investigado se a

difusividade térmica variável em função da temperatura local proporciona melhores resultados. Tal procedimento ocorrerá através de simulações mais precisas do processo experimental que possa sugerir uma diminuição no tempo de processo com segurança, garantindo que os agentes patogênicos sejam inativados ou eliminados. Dessa forma, deixam-se estabelecidos os fundamentos para a definição da modelagem matemática referente às ferramentas numéricas a serem desenvolvidas neste trabalho. No Capítulo 3, apresenta-se a referida modelagem.

CAPÍTULO 3

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo foi dividido em duas partes principais: modelagem matemática e metodologia experimental. Na etapa da modelagem matemática, apresenta-se os modelos matemáticos para o desenvolvimento das ferramentas disponibilizadas para a simulação da transferência de calor em sólidos obtidos por revolução de áreas planas em torno de um dos eixos coordenados do plano que o contém. Na metodologia experimental, descreve-se os equipamentos e procedimentos experimentais que foram realizados com o auxílio de um pasteurizador para obtenção da distribuição de temperatura em produtos durante a transferência de calor. Bem como, avaliar a influência do processo de pasteurização sobre as características físico-química e microbiológica das polpas de frutas.

PARTE A – MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Aspectos gerais

No capítulo anterior, foram estabelecidos os passos para que um sistema de coordenadas cartesianas possa ser transformado em outro sistema de coordenadas mais genérico. Neste capítulo, são apresentados os modelos matemáticos necessários para o desenvolvimento das ferramentas disponibilizadas para a simulação da transferência de calor em sólidos obtidos por revolução de áreas planas em torno de um dos eixos coordenados do plano que o contém. Dessa forma, torna-se evidente que este trabalho discorra sobre a geração de malhas bidimensionais.

Enfatiza-se que o processo de transferência de calor foi estudado no processo de pasteurização da polpa de caju (*Anacardium occidentale L.*) e mamão papaia (*Carica papaya*), em estado pastoso, acondicionado em recipientes cuja forma geométrica assemelha-se a um balão, no qual as extremidades possuem raios iguais a 12,65 mm e o centro 19,1 mm.

Destaca-se também que, em decorrência do estado pastoso, os efeitos advectivos foram desprezados, considerando-se a condução como a única forma de transferência de calor no interior do produto.

3.2 Equação de difusão em coordenadas generalizadas

Em coordenadas generalizadas, a Equação (2.2) é escrita na forma tridimensional do seguinte modo (MALISKA, 2004; SILVA, 2007; FARIAS, 2011; SILVA C., 2012):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\lambda \Phi}{J} \right) &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(V_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{12} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + V_{13} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(V_{21} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + V_{23} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(V_{31} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{32} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + V_{33} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] + \frac{S}{J}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde:

$$V_{11} = \xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2 \quad (3.2)$$

$$V_{12} = V_{21} = \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z \quad (3.3)$$

$$V_{22} = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2 \quad (3.4)$$

$$V_{13} = V_{31} = \xi_x \gamma_x + \xi_y \gamma_y + \xi_z \gamma_z \quad (3.5)$$

$$V_{23} = V_{32} = \eta_x \gamma_x + \eta_y \gamma_y + \eta_z \gamma_z \quad (3.6)$$

$$V_{33} = \gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2 \quad (3.7)$$

$$J = \left[x_\xi (y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) - x_\eta (y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) + x_\gamma (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) \right]^{-1} \quad (3.8)$$

3.3 Equação de difusão aplicada a sólidos em translação

Nesta seção, analisa-se a aplicação da Equação (3.1) para sólidos obtidos por uma área contida num plano xy em movimento de translação na direção do eixo z . Este tipo de sólido também é conhecido como sólido de extrusão (ver Figura 3.1).

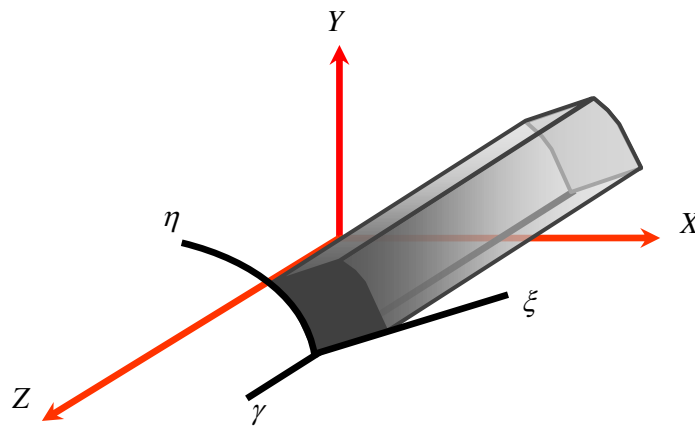


Figura 3.1 – Sólido obtido por translação de uma área no plano xy na direção do eixo z .

FONTE: Silva (2007).

A presente análise servirá de base para a proposição de uma solução numérica da equação de difusão para sólidos de revolução, a partir de uma malha bidimensional, reduzindo o esforço computacional em comparação com uma solução tipicamente tridimensional. Observando a Figura 3.1 verifica-se que uma área de contorno definida por ξ e η , inserida no plano físico xy com translação na direção z , gera um sólido que:

$$z = \gamma \quad (3.9)$$

No caso específico em que x e y independem de γ , assim como z independe de ξ e de η , bem como considerando a Equação (3.9), pode-se escrever:

$$x_\gamma = 0 \quad (3.10)$$

$$y_\gamma = 0 \quad (3.11)$$

$$z_\xi = 0 \quad (3.12)$$

$$z_\eta = 0 \quad (3.13)$$

$$z_\gamma = 1 \quad (3.14)$$

Sendo assim, o jacobiano da transformação é dado da seguinte maneira:

$$\frac{1}{J} = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & 0 \\ y_\xi & y_\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.15)$$

Com isso, obtém-se o jacobiano da transformação, definido na Equação (2.21) do Capítulo 2. Para um sólido que não tenha fluxo da grandeza de interesse Φ ao longo de γ , tem-se:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(V_{31} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{32} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + V_{33} \frac{\partial \Phi}{\partial \gamma} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] = 0. \quad (3.17)$$

Dessa forma, a equação de difusão bidimensional em domínio arbitrário pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\lambda \Phi}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(V_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{12} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(V_{21} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + V_{22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \frac{\Gamma^\Phi}{J} \right] + \frac{S}{J}. \quad (3.18)$$

A equação acima é também conhecida como equação de difusão bidimensional no domínio transformado. As Equações (3.2), (3.3) e (3.4) podem ser reescritas, para o caso bidimensional, do seguinte modo:

$$V_{11} = \xi_x^2 + \xi_y^2 \quad (3.19)$$

$$V_{12} = V_{21} = \xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y \quad (3.20)$$

$$V_{22} = \eta_x^2 + \eta_y^2 \quad (3.21)$$

Pode-se reescrever a Equação (3.18), fazendo $V_{ij} = J^2 \alpha_{ij}$, com i e j variando de 1 até 2, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\lambda \Phi}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\alpha_{11} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \alpha_{12} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) J \Gamma^\Phi \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\alpha_{21} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \alpha_{22} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) J \Gamma^\Phi \right] + \frac{S}{J}. \quad (3.22)$$

onde:

$$\alpha_{11} = x_\eta^2 + y_\eta^2 \quad (3.23)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = -(x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) \quad (3.24)$$

$$\alpha_{22} = x_\xi^2 + y_\xi^2 \quad (3.25)$$

3.4 Discretização da equação de difusão bidimensional

Integrando a Equação (3.22), no tempo e no espaço, para um volume $\Delta \xi \Delta \eta (\Delta \gamma = 1)$ (no domínio transformado), num intervalo de tempo $\Delta \tau$, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\lambda_p \Phi_p - \lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \right) \Delta \xi \Delta \eta = & \left[\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta \eta \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_e + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\Phi \Delta \eta \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \Big|_e \right] \\ & - \left[\alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta \eta \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_w + \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\Phi \Delta \eta \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \Big|_w \right] + \left[\alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta \xi \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_n + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\Phi \Delta \xi \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \Big|_n \right] \\ & - \left[\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta \xi \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \Big|_s + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\Phi \Delta \xi \Delta \tau \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \Big|_s \right] + \frac{S_p}{J_p} \Delta \xi \Delta \eta \Delta \tau \end{aligned} \quad (3.26)$$

no qual, os termos que possuem o zero no sobrescrito devem ser avaliados em um tempo anterior ao tempo de interesse; os termos que não possuem sobrescrito são avaliados no tempo de interesse; os subscritos “n”, “s”, “e” e “w” significam as fronteiras norte, sul, leste e oeste, respectivamente, de um volume de controle considerado, enquanto P é o ponto nodal deste volume (ver Figura 3.3).

Para que a Equação (3.26) seja aplicada, dividiu-se o domínio transformado em uma malha com nove (9) tipos de volumes de controle distintos (ver Figura 3.2).

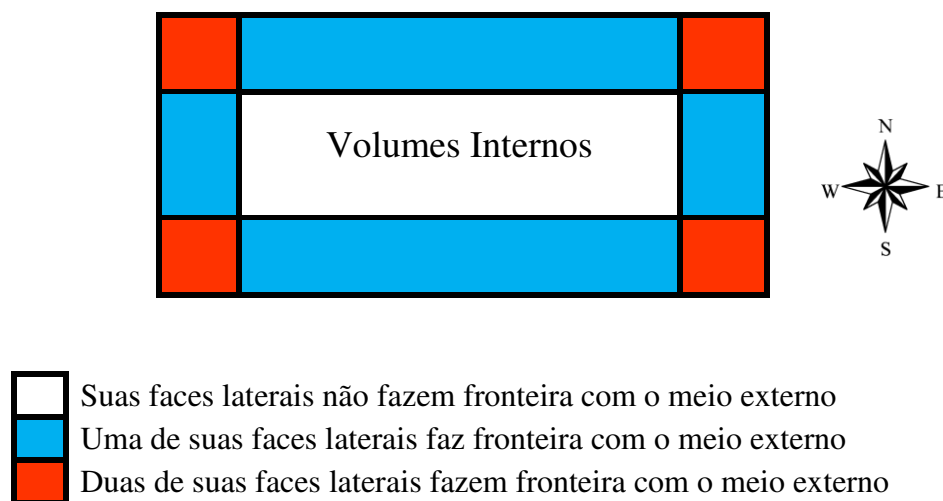


Figura 3.2 – Regiões com volumes de controle distintos.

De acordo com a Figura 3.2, percebe-se que, para o caso bidimensional, o domínio transformado é dividido em uma malha com nove (9) tipos de volumes de controle distintos no qual tem-se um conjunto de elementos que não fazem fronteira com o meio externo; quatro conjuntos de elementos que apenas uma de suas faces faz fronteira com o meio externo e estão localizados a norte, a sul, a leste e a oeste; e, por fim, quatro conjuntos de elementos que duas de suas faces fazem fronteira com o meio externo e localizam-se a nordeste, a sudeste, a sudoeste e a noroeste da malha.

3.4.1 Volumes internos

Por não ter contato com o meio externo, os volumes de controle internos possuem vizinhos ao leste, a oeste, a norte e a sul. As expressões derivadas da Equação (3.26) podem ser obtidas através de uma análise na Figura 3.3 na qual é destacado um volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos, em um fragmento de malha do domínio transformado bidimensional.

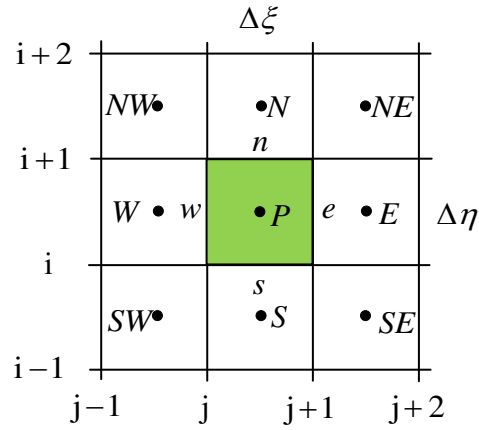


Figura 3.3 – Volume de controle interno de ponto nodal P e seus vizinhos ao norte (N), ao sul (S), a leste (E), a oeste (W), a nordeste (NE), a noroeste (NW), a sudeste (SE) e a sudoeste (SW).

Realizando uma inspeção na Figura 3.3 podem-se definir as derivadas da Equação (3.26) da seguinte maneira:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta \xi} \quad (3.27)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_e = \frac{\frac{\Phi_N + \Phi_{NE}}{2} - \frac{\Phi_S + \Phi_{SE}}{2}}{2\Delta \eta} = \frac{\Phi_N + \Phi_{NE} - \Phi_S - \Phi_{SE}}{4\Delta \eta} \quad (3.28)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_w = \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta \xi} \quad (3.29)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_w = \frac{\frac{\Phi_{NW} + \Phi_N}{2} - \frac{\Phi_{SW} + \Phi_S}{2}}{2\Delta \eta} = \frac{\Phi_{NW} + \Phi_N - \Phi_{SW} - \Phi_S}{4\Delta \eta} \quad (3.30)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_n = \frac{\frac{\Phi_{NE} + \Phi_E}{2} - \frac{\Phi_{NW} + \Phi_W}{2}}{2\Delta \xi} = \frac{\Phi_{NE} + \Phi_E - \Phi_{NW} - \Phi_W}{4\Delta \xi} \quad (3.31)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_n = \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta \eta} \quad (3.32)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_s = \frac{\frac{\Phi_E + \Phi_{SE}}{2} - \frac{\Phi_W + \Phi_{SW}}{2}}{2\Delta\xi} = \frac{\Phi_E + \Phi_{SE} - \Phi_W - \Phi_{SW}}{4\Delta\xi} \quad (3.33)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta\eta} \quad (3.34)$$

Substituindo as Equações de (3.27) a (3.34) na Equação (3.26) e dividindo a expressão resultante por $\Delta\tau$, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_p \Phi_p}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} = & \left[\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \Delta\eta \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta\xi} \right) + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi \left(\frac{\Phi_N + \Phi_{NE} - \Phi_S - \Phi_{SE}}{4} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \Delta\eta \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta\xi} \right) + \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \left(\frac{\Phi_{NW} + \Phi_N - \Phi_{SW} - \Phi_S}{4} \right) \right] \\ & + \left[\alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \left(\frac{\Phi_{NE} + \Phi_E - \Phi_{NW} - \Phi_W}{4} \right) + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \Delta\xi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta\eta} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \left(\frac{\Phi_E + \Phi_{SE} - \Phi_W - \Phi_{SW}}{4} \right) + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \Delta\xi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta\eta} \right) \right] \\ & + \left(\frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta\xi\Delta\eta \right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Organizando os termos de forma apropriada, é obtida a seguinte equação para os volumes de controle internos:

$$A_p \Phi_P = A_w \Phi_W + A_e \Phi_E + A_s \Phi_S + A_n \Phi_N + A_{sw} \Phi_{SW} + A_{se} \Phi_{SE} + A_{nw} \Phi_{NW} + A_{ne} \Phi_{NE} + B, \quad (3.36)$$

em que:

$$A_p = \frac{\lambda_p}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} + \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} + \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} \quad (3.37)$$

$$A_w = \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} - \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.38)$$

$$A_e = \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} + \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.39)$$

$$A_s = \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} - \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \quad (3.40)$$

$$A_n = \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} + \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \quad (3.41)$$

$$A_{sw} = \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \quad (3.42)$$

$$A_{se} = -\frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.43)$$

$$A_{nw} = -\frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.44)$$

$$A_{ne} = \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.45)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta \tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta \xi \Delta \eta \quad (3.46)$$

A determinação dos componentes do tensor métrico $\alpha_{11}, \alpha_{12} = \alpha_{21}, \alpha_{22}$ e do jacobiano J pressupõe o conhecimento das métricas da transformação, isto é, das derivadas parciais x_ξ, y_ξ, x_η e y_η conforme pode ser verificado nas Equações de (3.37) a (3.46) e na Equação (3.26). Assim, devem-se estabelecer expressões para estas derivadas, tanto para o ponto nodal P do volume de controle em análise, quanto para seus vizinhos ao norte, a sul, a leste e a oeste. Apesar da Figura 3.3 apresentar um fragmento de malha no domínio transformado, pode-se usá-la para determinar as expressões para as derivadas das coordenadas x e y do ponto interno P em relação à ξ e η , aproximadas com segue:

$$x_{\xi}^P = \frac{x_e - x_w}{\Delta\xi} = \left[\frac{x_{i,j+1} + x_{i+1,j+1}}{2} - \frac{x_{i,j} + x_{i+1,j}}{2} \right] \frac{1}{\Delta\xi} \quad (3.47)$$

$$x_{\eta}^P = \frac{x_n - x_s}{\Delta\eta} = \left[\frac{x_{i+1,j} + x_{i+1,j+1}}{2} - \frac{x_{i,j} + x_{i,j+1}}{2} \right] \frac{1}{\Delta\eta} \quad (3.48)$$

$$y_{\xi}^P = \frac{y_e - y_w}{\Delta\xi} = \left[\frac{y_{i,j+1} + y_{i+1,j+1}}{2} - \frac{y_{i,j} + y_{i+1,j}}{2} \right] \frac{1}{\Delta\xi} \quad (3.49)$$

$$y_{\eta}^P = \frac{y_n - y_s}{\Delta\eta} = \left[\frac{y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1}}{2} - \frac{y_{i,j} + y_{i,j+1}}{2} \right] \frac{1}{\Delta\eta} \quad (3.50)$$

no qual, x e y são coordenadas no domínio físico. Será mostrado que, na geração da malha, os pontos conhecidos são aqueles oriundos dos cruzamentos de uma linha ξ com uma linha η . Assim, observando novamente a Figura 3.3 pode-se perceber que o volume de controle do ponto nodal P é limitado, no domínio transformado, pelas linhas $\xi = j$ e $\xi = j+1$ e pelas linhas $\eta = i$ e $\eta = i+1$, no qual x e y são as coordenadas das intersecções destas linhas no domínio físico.

De maneira similar, podem-se determinar as métricas para as faces norte, sul, leste e oeste. Para a fronteira norte de um volume de controle interno P , por exemplo, pode-se escrever:

$$x_{\xi}^n = \left[\frac{x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j}}{\Delta\xi} \right] \quad (3.51)$$

$$x_{\eta}^n = \left[\frac{x_{i+2,j} + x_{i+2,j+1}}{2} - \frac{x_{i,j} + x_{i,j+1}}{2} \right] \frac{1}{2\Delta\eta} \quad (3.52)$$

$$y_{\xi}^n = \left[\frac{y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j}}{\Delta\xi} \right] \quad (3.53)$$

$$y_{\eta}^n = \left[\frac{y_{i+2,j} + y_{i+2,j+1}}{2} - \frac{y_{i,j} + y_{i,j+1}}{2} \right] \frac{1}{2\Delta\eta} \quad (3.54)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_n = \frac{\Phi_{ne} - \Phi_{nw}}{2\Delta\xi} \quad (3.59)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_n = \frac{\Phi_n - \Phi_P}{\frac{\Delta\eta}{2}} = \frac{2\Phi_n - 2\Phi_P}{\Delta\eta} \quad (3.60)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_s = \frac{\frac{\Phi_E + \Phi_{SE}}{2} - \frac{\Phi_W + \Phi_{SW}}{2}}{2\Delta\xi} = \frac{\Phi_E + \Phi_{SE} - \Phi_W - \Phi_{SW}}{4\Delta\xi} \quad (3.61)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta\eta} \quad (3.62)$$

Substituindo as Equações de (3.55) a (3.62) na Equação (3.26) e dividindo a expressão resultante por $\Delta\tau$, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_p \Phi_p}{J_p} \frac{\Delta\xi \Delta\eta}{\Delta\tau} = & \left[\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \Delta\eta \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta\xi} \right) + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi \left(\frac{2\Phi_{ne} + 2\Phi_n - (\Phi_E + \Phi_{SE} + \Phi_P + \Phi_S)}{4} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \Delta\eta \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta\xi} \right) + \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \left(\frac{2\Phi_n + 2\Phi_{nw} - (\Phi_P + \Phi_S + \Phi_W + \Phi_{SW})}{4} \right) \right] \\ & + \left[\alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \left(\frac{\Phi_{ne} - \Phi_{nw}}{2} \right) + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \Delta\xi \left(\frac{2\Phi_n - 2\Phi_P}{\Delta\eta} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \left(\frac{\Phi_E + \Phi_{SE} - \Phi_W - \Phi_{SW}}{4} \right) + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \Delta\xi \left(\frac{\Phi_P - \Phi_S}{\Delta\eta} \right) \right] \\ & + \left(\frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta\xi \Delta\eta}{\Delta\tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta\xi \Delta\eta \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Organizando os termos semelhantes da Equação (3.63), esta pode ser reescrita como:

$$A_p \Phi_P = A_w \Phi_W + A_e \Phi_E + A_s \Phi_S + A_{sw} \Phi_{SW} + A_{se} \Phi_{SE} + B \quad (3.64)$$

em que:

$$A_p = \frac{\lambda_p}{J_p} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta \tau} + \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} + \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} + 2\alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} + \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \quad (3.65)$$

$$A_w = \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} + \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.66)$$

$$A_e = \alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta \eta}{\Delta \xi} - \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.67)$$

$$A_s = \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} - \frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \quad (3.68)$$

$$A_{sw} = \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.69)$$

$$A_{se} = -\frac{1}{4} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \quad (3.70)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta \tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta \xi \Delta \eta + \frac{1}{2} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi (\Phi_n + \Phi_{ne}) - \frac{1}{2} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi (\Phi_n + \Phi_{nw}) + 2\alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta} \Phi_n + \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \left(\frac{\Phi_{ne} - \Phi_{nw}}{2\Delta \xi} \right) \quad (3.71)$$

No caso de um volume de controle do contorno norte, as derivadas para a determinação de α_{11} , $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, α_{22} e J são as mesmas utilizadas para um volume de controle interno, com exceção de x_η^n e y_η^n . Para estas duas derivadas devem ser impostas as expressões $x_\eta^n = x_\eta^p$ e $y_\eta^n = y_\eta^p$. Uma observação semelhante deve ser feita também para cada um dos demais contornos da malha: sul, leste e oeste.

3.4.3 Discretização em coordenadas generalizadas: volume de controle a sudeste

Como exemplo, a discretização da equação de difusão ainda será feita para o volume de controle a sudeste, o qual é apresentado na Figura 3.5.

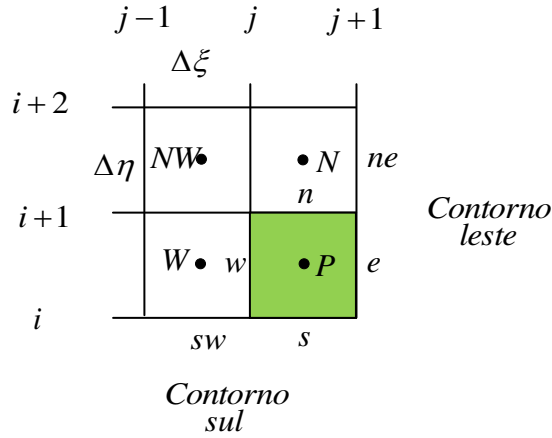


Figura 3.5 – Fragmento da malha no domínio transformado mostrando o volume de controle P a sudeste e seus vizinhos ao norte (N), a oeste (W) e a noroeste (NW).

Para a variável Φ prescrita, realizando uma inspeção na Figura 3.5 podem-se definir as derivadas da Equação (3.26) da seguinte forma:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_e = \frac{\Phi_e - \Phi_P}{\frac{\Delta \xi}{2}} = \frac{2\Phi_e - 2\Phi_P}{\Delta \xi} \quad (3.72)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_e = \frac{\frac{(\Phi_{ne} + \Phi_e)}{2} - \Phi_s}{\Delta \eta} = \frac{\Phi_{ne} + \Phi_e - 2\Phi_s}{2\Delta \eta} \quad (3.73)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_w = \frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta \xi} \quad (3.74)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_w = \frac{\frac{(\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W)}{4} - \frac{(\Phi_s + \Phi_{sw})}{2}}{\Delta \eta} = \frac{\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W - 2\Phi_s - 2\Phi_{sw}}{4\Delta \eta} \quad (3.75)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_n = \frac{\frac{(\Phi_{ne} + \Phi_e)}{2} - \frac{(\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W)}{4}}{\Delta \xi} = \frac{2\Phi_{ne} + 2\Phi_e - (\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W)}{4\Delta \xi} \quad (3.76)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_n = \frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta \eta} \quad (3.77)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_s = \frac{\Phi_e - \frac{(\Phi_s + \Phi_{sw})}{2}}{\Delta \xi} = \frac{2\Phi_e - (\Phi_s + \Phi_{sw})}{2\Delta \xi} \quad (3.78)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_s = \frac{\Phi_P - \Phi_s}{\frac{\Delta \eta}{2}} = \frac{2\Phi_P - 2\Phi_s}{\Delta \eta} \quad (3.79)$$

Substituindo as Equações de (3.72) a (3.79) na Equação (3.26) e dividindo a expressão resultante por $\Delta \tau$, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_p \Phi_p}{J_p} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta \tau} = & \left[\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \Delta \eta \left(\frac{2\Phi_e - 2\Phi_P}{\Delta \xi} \right) + \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi \left(\frac{\Phi_{ne} + \Phi_e - 2\Phi_s}{2} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \Delta \eta \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta \xi} \right) + \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi \left(\frac{\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W - (2\Phi_s + 2\Phi_{sw})}{4} \right) \right] \\ & + \left[\alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \left(\frac{2\Phi_{ne} + 2\Phi_e - (\Phi_N + \Phi_P + \Phi_{NW} + \Phi_W)}{4} \right) + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \Delta \xi \left(\frac{\Phi_N - \Phi_P}{\Delta \eta} \right) \right] \\ & - \left[\alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi \left(\frac{2\Phi_e - (\Phi_s + \Phi_{sw})}{2} \right) + \alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \Delta \xi \left(\frac{2\Phi_P - 2\Phi_s}{\Delta \eta} \right) \right] \\ & + \left(\frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta \xi \Delta \eta}{\Delta \tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta \xi \Delta \eta \right) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Organizando os termos semelhantes da Equação (3.80), tem-se:

$$A_p \Phi_p = A_w \Phi_w + A_n \Phi_n + A_{nw} \Phi_{nw} + B \quad (3.81)$$

em que:

$$A_p = \frac{\lambda_p}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} + \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} + \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} + 2\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} + 2\alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} + \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi + \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.82)$$

$$A_w = \alpha_{11w} J_w \Gamma_w^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} - \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.83)$$

$$A_n = \alpha_{22n} J_n \Gamma_n^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} - \frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.84)$$

$$A_{nw} = -\frac{1}{4} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi - \frac{1}{4} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi \quad (3.85)$$

$$B = \frac{\lambda_p^0 \Phi_p^0}{J_p} \frac{\Delta\xi\Delta\eta}{\Delta\tau} + \frac{S_p}{J_p} \Delta\xi\Delta\eta + 2\alpha_{11e} J_e \Gamma_e^\phi \frac{\Delta\eta}{\Delta\xi} \Phi_e + 2\alpha_{22s} J_s \Gamma_s^\phi \frac{\Delta\xi}{\Delta\eta} \Phi_s + \frac{1}{2} \alpha_{12w} J_w \Gamma_w^\phi (\Phi_s + \Phi_{sw}) + \frac{1}{2} \alpha_{21n} J_n \Gamma_n^\phi (\Phi_{ne} + \Phi_e) + \frac{1}{2} \alpha_{12e} J_e \Gamma_e^\phi (\Phi_{ne} + \Phi_e - 2\Phi_s) - \frac{1}{2} \alpha_{21s} J_s \Gamma_s^\phi [2\Phi_e - (\Phi_s + \Phi_{sw})] \quad (3.86)$$

No caso de um volume de controle do contorno sudeste, as derivadas para a determinação de α_{11} , $\alpha_{12} = \alpha_{21}$, α_{22} e J são as mesmas utilizadas para um volume de controle interno, com exceção de x_ξ^e ; y_ξ^e ; x_η^s e y_η^s . Para estas quatro derivadas devem ser impostas as expressões $x_\xi^e = x_\xi^P$; $y_\xi^e = y_\xi^P$; $x_\eta^s = x_\eta^P$ e $y_\eta^s = y_\eta^P$.

Equações similares podem ser obtidas para os volumes de controle nordeste, noroeste e sudoeste, usando o mesmo raciocínio.

3.5 Sólidos obtidos por revolução de áreas

Aproximadamente no ano de 320 em Alexandria - Grécia, o matemático Pappus compôs uma obra com o título *Coleção* (Synagoge), formada por oito livros. A princípio, sua obra fornece um registro histórico muito valioso de partes da matemática grega que de outro modo não conheceríamos. Como exemplos, destacam-se relatos da descoberta por Arquimedes dos treze poliedros semirregulares ou “sólidos arquimedianos”; novas provas e lemas suplementares para proposições das obras de Euclides, Arquimedes, Apolônio e Ptolomeu; bem como, descobertas e generalizações novas, não encontradas em nenhuma obra anterior, a qual se destaca o desenvolvimento de duas fórmulas que fornecem meios relativamente simples de calcular áreas e volumes de superfícies e, volumes de revolução, respectivamente (BOYER, 1996).

3.5.1 Os teoremas de Pappus-Guldin

No Livro VII da Coleção encontram-se vários teoremas. Destaca-se um que aparece pela primeira vez e, em geral, tem o nome de Paul Guldin, matemático do século XVII, em que diz: Se uma área plana gira em torno de uma reta que não a corta, o volume do sólido gerado é obtido tomando o produto da área limitada pela distância percorrida durante a revolução pelo centro de gravidade da área. Existe a possibilidade de que esse teorema de Guldin represente uma interpolação no manuscrito da coleção. De fato, este se configura como o teorema mais geral envolvendo o cálculo que se encontra na antiguidade. Pappus, de forma análoga em um teorema afirma que a área da superfície gerada pela revolução de uma curva em torno de uma reta que não a corta, é igual ao produto do comprimento da curva pela distância percorrida pelo centroide da curva durante a revolução. Estes teoremas são atalhos para cálculos que, de outra maneira, seriam extensos (BOYER, 1996).

3.5.2 Área

Se um arco C de uma curva suave localizada em um plano for girado em um ângulo θ ($0 < \theta < 2\pi$) em torno de um eixo localizado no plano e que não intercepta o arco C ,

a área de superfície gerada pelo arco C à medida que ele gira o ângulo θ é igual ao comprimento de C vezes o comprimento do caminho percorrido pelo centroide de C durante a rotação θ .

Se o comprimento do arco é L e r é a distância do eixo de rotação ao centroide do arco, a área da superfície S gerada pelo arco à medida que ele gira de um ângulo θ é:

$$S = Lr\theta \quad (3.87)$$

3.5.3 Volume

Se uma área A localizada em um plano for girada em um ângulo θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) em torno de um eixo localizado no plano e que não intercepta a área A , o volume gerado pela área A à medida que ela gira o ângulo θ é igual à área A vezes o comprimento do caminho percorrido pelo centroide de A durante a rotação θ .

Se r é a distância do eixo de rotação ao centroide da área plana, o volume V gerado pela área à medida que ela gira de um ângulo θ é:

$$V = Ar\theta \quad (3.88)$$

3.6 Equação de difusão aplicada a sólidos obtidos por revolução de áreas

O volume de controle gerado por rotação de um ângulo θ , em torno do eixo y , de área elementar contida no plano xy , pode ser obtido conforme mostra a Figura 3.6. Ocorrendo difusão axi-simétrica com relação à y , não haverá fluxo da grandeza Φ na direção γ perpendicular a área de geratriz do volume de controle (SILVA, 2007; SILVA C., 2012).

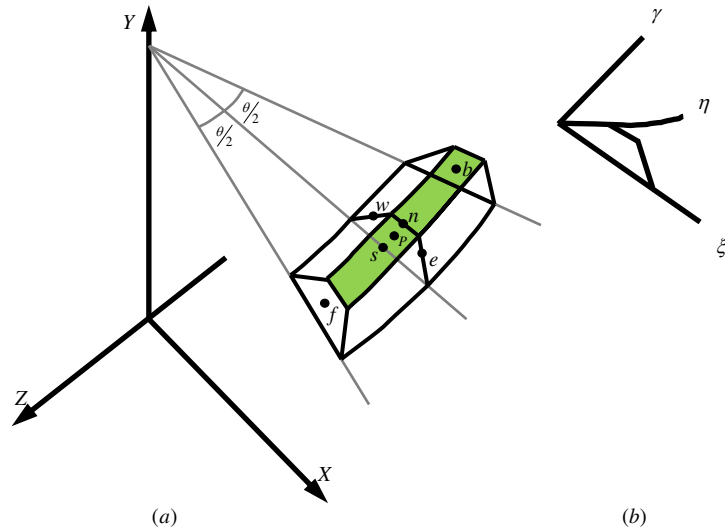


Figura 3.6 – (a) Volume de controle P obtido pela rotação, em torno do eixo y, de uma área contida num plano vertical. As faces “f”, “b”, “n”, “s”, “e” e “w” são referentes, respectivamente, a *front* (anterior), *back* (posterior), norte, sul, leste e oeste; (b) Sistema de coordenadas generalizadas definido pelos eixos ξ , η e γ sobre os contornos do volume de controle. FONTE: Silva (2007).

Observa-se na Figura 3.6 que, para o volume de controle de revolução, a área definida por ξ e η está contida no plano físico xy e, dessa forma, são perpendiculares ao eixo z acarretando que as derivadas de x e de y em relação à γ e as derivadas de z em relação à ξ e a η sejam:

$$x_\gamma = 0 \tag{3.89}$$

$$y_\gamma = 0 \tag{3.90}$$

$$z_\xi = 0 \tag{3.91}$$

$$z_\eta = 0 \tag{3.92}$$

Isto já foi verificado através das Equações (3.10), (3.11), (3.12) e (3.13), para um volume de controle de sólido de extrusão. Em outras palavras, nos dois casos (sólidos de extrusão e sólidos de rotação), a área geratriz está contida num plano vertical $\xi\eta$, enquanto γ e z estão contidos no plano horizontal. Portanto, a estrutura do determinante, através do qual o jacobiano da transformação é determinado, é dada do seguinte modo:

$$\frac{1}{J} = \begin{vmatrix} x_\xi & x_\eta & 0 \\ y_\xi & y_\eta & 0 \\ 0 & 0 & z_\gamma \end{vmatrix}. \quad (3.93)$$

Dessa forma, o jacobiano da transformação é dado por:

$$J^{-1} = z_\gamma (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \quad (3.94)$$

Supondo que o sólido de revolução não disponha de fluxo da grandeza definida por Φ ao longo de γ , as condições fornecidas pelas Equações (3.16) e (3.17) são aplicáveis a este sólido no qual o fenômeno de difusão é descrito pela Equação (3.22). Considerando as Equações (3.89), (3.90), (3.91) e (3.92) e as métricas da transformação dadas pelas Equações de (2.22) a (2.25), pode-se reescrever as métricas da seguinte forma:

$$\xi_x = J y_\eta z_\gamma \quad (3.95)$$

$$\xi_y = -J x_\eta z_\gamma \quad (3.96)$$

$$\xi_z = 0 \quad (3.97)$$

$$\eta_x = -J y_\xi z_\gamma \quad (3.98)$$

$$\eta_y = -J x_\xi z_\gamma \quad (3.99)$$

$$\eta_z = 0 \quad (3.100)$$

Lembrando que $V_{ij} = J^2 \alpha_{ij}$ e usando as Equações de (3.19) a (3.21) e as Equações de (3.95) a (3.100), pode-se determinar as componentes do tensor métrico α_{11} , $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ e α_{22} :

$$\alpha_{11} = z_\gamma^2 (x_\eta^2 + y_\eta^2) \quad (3.101)$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = -z_\gamma^2 (x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) \quad (3.102)$$

$$\alpha_{22} = z_\gamma^2 (x_\xi^2 + y_\xi^2) \quad (3.103)$$

É notório que as Equações (3.94), (3.101), (3.102) e (3.103), relativas à revolução, podem ser reduzidas, respectivamente, às Equações (2.21), (3.23), (3.24) e (3.25) já que para a translação (extrusão), conforme foi visto, $z_\gamma = 1$. Dessa forma, as equações propostas neste trabalho nada mais são que uma generalização daquelas usualmente encontradas na literatura para o tipo de problema difusivo estudado.

Quando discretiza-se a Equação (3.22), obtém-se a Equação (3.26), o que significa que o termo J deve ser calculado em P para cada volume de controle e também nas fronteiras norte, sul, leste e oeste destes volumes. Para a métrica z_γ^P , com uma inspeção na Figura 3.6, obtém-se:

$$z_\gamma^P = \frac{z_f^P - z_b^P}{\Delta\gamma} = \theta r_P \frac{1}{\Delta\gamma} \quad (3.104)$$

No qual os índices “f” e “b” referem-se, respectivamente, a *front* e *back*, conforme pode ser observado na Figura 3.6. Deve-se observar que a distância do ponto nodal P ao eixo de rotação y é dada por r_P , assim:

$$r_P = \frac{x_{i,j} + x_{i,j+1} + x_{i+1,j+1} + x_{i+1,j}}{4} \quad (3.105)$$

Contudo, para a fronteira norte de um volume de controle interno, as derivadas das coordenadas x e y em relação à ξ e a η são dadas através das Equações (3.51), (3.52), (3.53) e (3.54). Já a derivada de z em relação à γ também é dada pela Equação (3.104), mas r_P passa a ser definido por:

$$r_P = \frac{x_{i+1,j+1} + x_{i+1,j}}{2} \quad (3.106)$$

Com um raciocínio similar às equações discretizadas que foram obtidas para os volumes de controle nas fronteiras norte e sudeste, podem-se obter equações discretizadas para os volumes de controle a sul, a leste, a oeste, a nordeste, a noroeste e a sudoeste da malha obedecendo às mesmas imposições de algumas derivadas feitas para sólidos de extrusão. Dessa forma, um sistema de equações em Φ é obtido e pode ser resolvido, por exemplo, usando o método de Gauss-Seidel.

3.7 Definição de malha

Para obter soluções aproximadas de equações diferenciais através de métodos numéricos, discretiza-se o domínio no qual estas equações foram obtidas, numa quantidade finita de subdomínios denominados de elementos e/ou volumes de controle. Segundo Maliska (2004), o elemento é um ente geométrico que cobre todo o domínio transformado sem superposição e sem pedaços nas fronteiras. Já o volume de controle interno, em uma discretização estruturada, terá sempre dois, quatro ou seis vizinhos em problemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais, respectivamente. Entretanto, para uma discretização não estruturada, os volumes de controle conectam-se entre si de forma arbitrária, e o número de volumes vizinhos é, conseqüentemente, variável no domínio.

Por sua vez, o conjunto gerado pela união destes elementos, os quais podem compartilhar apenas nós, arestas e faces com elementos adjacentes, é a representação discreta do domínio contínuo conhecida como malha. Em outras palavras, malha nada mais é que uma representação discretizada do domínio geométrico no qual o problema será resolvido. Quanto à classificação as malhas podem ser estruturadas, não-estruturadas e híbridas.

Nas malhas estruturadas, os volumes de controle são obtidos através de uma discretização que segue um sistema de coordenadas globais, ou seja, os volumes da malha possuem uma determinada lei de construção proporcionando que seus elementos sejam dispostos em famílias de linhas, no qual membros de uma determinada família não se cruzam uns com os outros e atravessam cada membro de outras famílias apenas uma vez. Isto proporciona que seus nós internos possuam um número constante de elementos adjacentes e permite que as linhas de um determinado conjunto sejam numeradas, consecutivamente, a fim de se obter matrizes diagonais com 3, 5 e 7 diagonais para problemas uni, bi e tridimensional, respectivamente.

Caso a malha seja ordenada aleatoriamente utiliza-se de diferentes esquemas de interpolação para diferentes volumes, a malha, apesar de ser estruturada, originará matrizes de coeficientes que não possuem diagonais definidas. Dessa forma, faz-se necessário que se ordene os volumes de controle com o intuito de tirar o maior proveito possível dessa estrutura.

As malhas estruturadas podem ser cartesianas ou generalizadas e os elementos mais frequentes são quadriláteros e hexaedros. Infelizmente, os problemas reais, em função da

complexidade da geometria, não permitem que malhas estruturadas sejam empregadas. Assim como, podem-se desperdiçar recursos ao refinar a malha obtendo-se uma concentração desnecessária de células numa determinada região da malha, em detrimento a outras regiões do domínio.

As malhas não-estruturadas são aquelas que não obedecem a nenhuma lei de construção na qual, os volumes de controle não se alinham com um determinado sistema de coordenadas. Dessa forma, elas possuem nós internos com um número de elementos adjacentes variável. Contudo, para discretização de domínios com geometrias arbitrárias, as malhas não-estruturadas são mais indicadas por apresentarem maior facilidade de se adaptar a geometrias irregulares com cantos e saliências. Sendo assim, em muitos problemas, apenas malhas não-estruturadas conseguem discretizar adequadamente o domínio.

O que foi mencionado no parágrafo anterior gera, na malha, dificuldade de ordenação, o que dá origem a matrizes não diagonais requerendo maior tempo computacional e algoritmos de resolução do sistema de equações mais elaborados e, normalmente, recursivos.

Apesar das malhas não-estruturadas poderem ser construídas com quadriláteros, hexaedros, prismas e pirâmides, os elementos mais frequentes são os triângulos e tetraedros. As malhas não-estruturadas, geralmente são usadas com elementos finitos e, crescentemente, com volumes finitos. Os códigos computacionais para malhas não estruturadas não necessitam ser alterados quando a malha é localmente refinada, ou quando elementos ou volumes de controle de diferentes formas são usados, contudo, a geração de malhas e o pré-processamento são habitualmente mais complexos.

As malhas híbridas não possuem características bem definidas e são resultadas de combinações entre as malhas estruturada e não-estruturada. A obtenção de relações de conectividade em malhas híbridas depende de qual combinação de malhas esta resulta. As mesmas também são empregadas em domínios arbitrários, entretanto, a automatização do processo de geração destas é mais complexo do que em malhas não estruturadas.

Dessa forma, verifica-se que existem vantagens e desvantagens em cada uma das discretizações, assim, a escolha dependerá da natureza do problema.

3.7.1 Geração de malhas bidimensionais

A geração de malhas de elementos finitos consiste, de uma forma geral, em dividir um determinado domínio de interesse em subdomínios. Essa divisão é feita com aplicação de um método de geração de malhas. Diversos algoritmos de geração de malhas foram e ainda são desenvolvidos para atender a diversas finalidades.

As investigações sobre os métodos numéricos e a geração numérica de malhas têm sido aperfeiçoadas para a resolução de problemas de mecânica computacional. Sabe-se que uma malha que esteja convenientemente adaptada ao problema físico, possibilitará explorar toda a potencialidade do algoritmo de resolução das equações de Navier-Stokes.

Para calcular o escoamento em geometrias regulares que se podem descrever através de um sistema de coordenadas cartesianas, não requer o uso de meios sofisticados de geração de malhas. Contudo, no caso de se tratar de um escoamento em torno de geometrias irregulares, para as quais seja necessário recorrer a um sistema de coordenadas generalizadas, em geral, o processo de geração de malha torna-se mais complexo.

Já foi observado que a derivação das equações de transporte em domínio arbitrário requer a transformação das equações originais, escritas no domínio físico (x, y, z) , para o domínio transformado (ξ, η, γ) . De maneira geral, para que a discretização das equações no domínio transformado seja executada, a malha deverá preencher os seguintes requisitos:

- Deverá existir uma relação única entre as coordenadas escritas no domínio físico e as respectivas coordenadas escritas no domínio transformado;
- A razão entre as dimensões lineares características de dois volumes de controle adjacentes deve ser próxima da unidade. Em outras palavras, a malha deve ser “suave”;
- Deve existir uma maior concentração de elementos em regiões em que sejam previstos elevados gradientes das variáveis de interesse.

O primeiro requisito justifica-se devido o processo de discretização e integração das equações de transporte se basear no pressuposto de que existe continuidade entre as

fronteiras dos volumes de controle sem sobreposição dos mesmos. Os demais requisitos destinam-se a reduzir a possibilidade de erros provenientes da discretização das equações.

Podem-se dividir os métodos de geração de malha em métodos algébricos e métodos numéricos. Os métodos algébricos são computacionalmente poucos dispendiosos e utilizam funções de interpolação para o cálculo das coordenadas dos elementos no interior do domínio. Sua vantagem se dá quando se resolve problemas com malhas adaptadas. Já um de seus problemas é a sua tendência para transmitir a informação da fronteira para o interior do domínio, o que é ruim se a fronteira for pouco suave ou apresentar descontinuidades. Em suma, a geração analítica apresenta algumas limitações, podendo conduzir a um processo moroso, matematicamente complicado e pouco geral, sobretudo no caso de geometrias tridimensionais.

Os métodos numéricos de geração de malha em termos de esforço de cálculo são mais dispendiosos, caracterizando-se por uma elevada robustez e generalidade, pois, as malhas resultantes têm uma “suavidade” característica e seus parâmetros são relativamente fáceis de controlar. A consequência disso decorre ao fato que, os métodos numéricos baseiam-se na resolução de equações diferenciais elípticas, as quais exprimem uma relação matemática entre o domínio físico e o domínio transformado.

As malhas utilizadas no presente trabalho foram do tipo malhas estruturadas, não-ortogonais e bidimensionais, cujas vantagens decorrem ao fato delas poderem se adaptar a qualquer geometria e são determinadas através de um sistema de coordenadas coincidente com os contornos (FARIAS et al., 2012b). As referidas malhas possuem uma geração relativamente simples e são importantes em estudos de difusão que envolva sólidos obtidos por extrusão ou revolução de áreas planas, como neste estudo.

Por tratar-se de um método de geração numérica, serão utilizadas as equações elípticas no processo de geração de malhas bidimensionais, inicialmente através da equação de Laplace.

$$\nabla^2 \xi = 0 \quad (3.107)$$

$$\nabla^2 \eta = 0 \quad (3.108)$$

Para que a solução destas equações não proporcione uma concentração desnecessária de linhas numa determinada região da malha, e vice-versa, é habitual o uso da equação de Poisson, mostradas a seguir, que nada mais é que a equação de Laplace acrescida de um termo comumente chamado de termo fonte.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P(\xi, \eta) \quad (3.109)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\xi, \eta) \quad (3.110)$$

Nas Equações (3.109) e (3.110), ξ e η são os eixos das coordenadas generalizadas e representam as linhas da malha no domínio transformado. As linhas ξ interligam os contornos norte e sul enquanto as linhas η interligam os contornos leste e oeste. Maliska (2004), Silva (2007) e Farias et al. (2012b) definem as funções P e Q como a possibilidade de atração de linhas por linhas ou linhas por pontos, da seguinte forma:

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^{N_\xi} a_{\xi j} \frac{(\xi - \xi_j)}{|\xi - \xi_j|} \exp(-c_{\xi j} |\xi - \xi_j|) - \sum_{i=1}^{M_\xi} b_{\xi i} \frac{(\xi - \xi_i)}{|\xi - \xi_i|} \exp\left\{-d_{\xi i} [(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2]^{1/2}\right\} \quad (3.111)$$

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{j=1}^{N_\eta} a_{\eta j} \frac{(\eta - \eta_j)}{|\eta - \eta_j|} \exp(-c_{\eta j} |\eta - \eta_j|) - \sum_{i=1}^{M_\eta} b_{\eta i} \frac{(\eta - \eta_i)}{|\eta - \eta_i|} \exp\left\{-d_{\eta i} [(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2]^{1/2}\right\} \quad (3.112)$$

Nas equações acima, o primeiro termo após a igualdade representa os fatores de atração, previamente estipulado, de todas as linhas ξ e η da malha pelas linhas N_ξ e N_η do índice j (ξ_j e η_j), respectivamente. Já o segundo termo após a igualdade representam os fatores que atraem todas as linhas M_ξ e M_η da malha para os pontos de índice i (ξ_i e η_i), respectivamente e também estipulados previamente.

Para criar uma malha é necessário ter conhecimento dos valores de x e y como uma função dos valores previstos para ξ e η . Dessa forma, tem-se que transformar as Equações (3.109) e (3.110) do domínio físico para o domínio transformado, o que resulta nas seguintes equações abaixo. Em Silva (2007) encontram-se detalhadamente todos os procedimentos para obtenção das equações a seguir.

$$\alpha_{11}x_{\xi\xi} + \alpha_{22}x_{\eta\eta} - 2\alpha_{12}x_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2} [x_{\xi}P(\xi, \eta) + x_{\eta}Q(\xi, \eta)] = 0 \quad (3.113)$$

$$\alpha_{11}y_{\xi\xi} + \alpha_{22}y_{\eta\eta} - 2\alpha_{12}y_{\xi\eta} + \frac{1}{J^2} [y_{\xi}P(\xi, \eta) + y_{\eta}Q(\xi, \eta)] = 0 \quad (3.114)$$

As equações acima são conhecidas como equações de geração e podem ser resolvidas numericamente. As mesmas foram implementadas no *software* “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a). Lembrando que $\alpha_{11}, \alpha_{12} = \alpha_{21}$ e α_{22} são as componentes do tensor métrico e J o Jacobiano da transformação, no qual todos os termos já foram definidos anteriormente.

3.8 Metodologia computacional

Para implementar a modelagem computacional, faz-se necessário determinar as definições que tornem possível a solução completa do problema da difusão. A princípio define-se a malha informando suas dimensões e o número de volumes de controle a serem estabelecidos; posteriormente definem-se os parâmetros físicos e as condições iniciais e de contorno. Não se pode deixar de definir a forma pela qual a modelagem matemática desenvolvida deve ser implementada, no qual a mesma viabiliza a criação de um código computacional para resolver a equação de difusão em coordenadas generalizadas. Os resultados são apresentados na forma de tabelas que podem ser visualizados através de gráficos detalhando a evolução da grandeza de interesse no decorrer do tempo.

Ressalta-se que o código computacional desenvolvido neste trabalho, não propõe geração de malha. Dessa forma, as malhas foram geradas pelo *software* “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a).

3.8.1 O código fonte proposto

Como já foi mencionado, um dos programas usados neste trabalho tem como objetivo solucionar a equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas, para sólidos em translação. Para alcançar tal objetivo, o *software* possui um código fonte (ver

Apêndice B) compilado no *Compaq Visual Fortran (CVC) 6.6.0 Professional Edition* usando a opção *Quick Win Application* e a plataforma do Windows Vista.

No código fonte, a princípio estipula-se as bibliotecas a serem usadas, em seguida são definidas as variáveis e a alocação de memória. Após essa fase, o código fonte realiza a leitura da malha. Para isso, o usuário deve informar o nome e a localização do arquivo de malha, em extensão *txt*, para o qual ele necessita que a equação de difusão seja resolvida.

Após a leitura da malha, o programa realiza a leitura das condições iniciais, dos parâmetros termofísicos e das condições de contorno para cada volume de controle. Através das Equações (3.36), (3.64), (3.81) e outras equações similares obtidas através do mesmo raciocínio, obtém-se um sistema de equações que é resolvido por Gauss-Seidel em cada estepe de tempo. Nessa fase, inicia-se o teste de convergência de todos os volumes de controle com o intuito de saber se pode haver o avanço no tempo.

Por fim, o *software* abre um arquivo (extensão *txt*), onde armazena os resultados obtidos para cada volume de controle. Os referidos resultados são apresentados na forma de tabelas podendo ser visualizados através de gráficos e de figuras da malha, detalhando a evolução temporal da grandeza estudada. Esta etapa é conhecida por pós-processamento. Mais adiante, serão apresentados todos os passos desenvolvidos para a realização de experimentos visando apresentar uma aplicação do estudo desenvolvido na pasteurização de produtos pastosos (polpa de caju e mamão papaia).

3.8.2 Validação do código computacional desenvolvido

No que se trata a validação do algoritmo desenvolvido realizou-se estudos teóricos para o transporte da grandeza e simulações para uma solução numérica conhecida cuja forma geométrica é de um cilindro infinito (o raio do cilindro é muito menor do que seu comprimento), impondo a condição de contorno do primeiro tipo com os parâmetros termofísicos do processo constantes e conhecidos, bem como as dimensões do sólido.

Inicialmente, realizaram-se simulações para verificar a consistência e coerência do referido algoritmo, explorando as condições de simetria para o cilindro infinito com condição

de contorno prescrita em todas as faces do sólido através de uma difusão em regime transiente para sólidos gerados por malhas curvilíneas.

3.8.3 Aplicação do código computacional desenvolvido

As possibilidades de aplicação do código computacional são amplas, podendo ser utilizado em qualquer situação que envolva o transporte da grandeza de interesse através da difusão em um domínio arbitrário. Podem-se exemplificar as possíveis aplicações em condução de calor, transferência de massa, secagem, aquecimento, resfriamento, entre outros. Entretanto, deve-se salientar que a condição de contorno é do primeiro tipo. Com o intuito de verificar a exatidão do código computacional proposto, analisou-se o conjunto de dados experimentais obtidos por Lins (2013) referentes à difusividade do agar gel, no qual serão apresentados no Capítulo 4.

3.9 Otimização

Basicamente, dois métodos são usados para determinar as propriedades termofísicas de produtos agrícolas durante um processo de difusão transiente: correlações empíricas (Karim e Hawlader, 2005; Perussello et al., 2013) e otimização (Lima et al., 2002; Silva et al., 2011a; Silva et al., 2012; Silva et al., 2013). No presente trabalho, usa-se o método da otimização, no qual, utiliza-se o qui-quadrado para reduzir a dispersão entre os dados experimentais da grandeza de interesse Φ_i^{exp} , com os valores da mesma grandeza obtidos por simulação Φ_i^{sim} :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} (\Phi_i^{\text{exp}} - \Phi_i^{\text{sim}})^2 \frac{1}{\sigma_i^2}, \quad (3.115)$$

no qual, N_p é o número de pontos experimentais, Φ_i^{exp} é o *i-ésimo* valor experimental de Φ medido em um ponto dentro de qualquer geometria, Φ_i^{sim} é o *i-ésimo* valor simulado obtido a partir da solução analítica e $1/\sigma_i^2$ é o peso estatístico do *i-ésimo* ponto. Caso os pesos

estatísticos não tenham sido medidos no experimento, todos deverão ter o mesmo peso, por exemplo, 1 (um).

Pela Equação (3.115) verifica-se que o qui-quadrado depende de Φ_i^{sim} , que por sua vez depende do parâmetro Γ^Φ . Caso o processo de difusão envolva a propriedade Γ^Φ com valores variáveis, os valores nos pontos nodais são obtidos através de uma função do tipo:

$$\Gamma^\Phi = f(\Phi, a, b). \quad (3.116)$$

Os parâmetros a e b podem ser determinados através da minimização da função objetivo, Equação (3.116), a qual é realizada em ciclos envolvendo os seguintes passos:

- **Passo 1** - Informar o valor inicial do parâmetro “a” e “b” da Equação (3.116). Resolver a equação de difusão e determinar o qui-quadrado;
- **Passo 2** - Apresentar o valor para a correção de “a”;
- **Passo 3** - Corrigido o parâmetro “a” e, mantendo-se o parâmetro “b” com um valor constante, resolve-se a equação de difusão e se calcula o quiquadrado;
- **Passo 4** - Comparar o último valor calculado do qui-quadrado com o valor anterior. Se o último for menor, volte para o passo 2; caso contrário, diminua a última correção do valor de “a” e vá ao passo 5;
- **Passo 5** - Informar o valor para a correção de “b”;
- **Passo 6** - Corrigir o parâmetro "b" e manter o parâmetro "a" com um valor constante. Resolva a equação de difusão e calcule o qui-quadrado;
- **Passo 7** - Comparar o último valor calculado do qui-quadrado com o anterior. Se o último valor for menor, retorne para o passo 5; caso contrário, diminua a última correção do valor de “b” e proceda ao passo 8;
- **Passo 8** - Começar um novo ciclo, voltando ao passo 2, até que a convergência estipulada para os parâmetros “a” e “b” seja alcançada.

Segundo Silva et al. (2011a) e Lins (2013), em cada ciclo, a correção de cada parâmetro pode ser inicialmente pequena, compatível com a tolerância da convergência imposta ao problema. Para um dado ciclo, que se retorne ao passo 2 ou 5, a nova correção pode ser multiplicada pelo fator 2. Se a correção informada não minimizar a função objetiva,

então, no próximo ciclo, a correção pode ser multiplicada pelo fator -1. Com este procedimento, o algoritmo permite aumentar ou diminuir o valor do parâmetro, sempre diminuindo a função objetiva. Note que, mesmo começando-se cada ciclo com um valor corretivo pequeno para o parâmetro, tais correções crescem geometricamente, assegurando-se um processo de otimização rápida. Outro aspecto importante para a duração do processo de otimização é o valor inicial de cada parâmetro a ser determinado. Os valores iniciais dos parâmetros podem ser estimados dos valores obtidos de produtos similares já disponíveis na literatura ou através de alguma correlação empírica. Por outro lado, se Γ^Φ for suposta constante, os passos 5, 6 e 7 não serão necessários.

PARTE B – METODOLOGIA EXPERIMENTAL

3.10 Matéria-prima

Utilizou-se como matérias-primas neste estudo: o mamão papaia (*Carica papaya*) e o caju (*Anacardium occidentale L.*). Estes produtos foram adquiridos na feira livre de Campina Grande – PB. Sua escolha caracterizou-se por frutos saudáveis que apresentavam polpa firme e isentos de manchas nas cascas.

Para o transporte até o laboratório, os frutos foram acondicionados em uma caixa térmica, contendo gelo, mantendo-os refrigerados até o instante de preparação das polpas que ocorreu imediatamente a chegada ao laboratório de Tecnologia de Alimentos do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, localizada na cidade de Cuité – PB.

3.10.1 Preparo das amostras

Antes do preparo das amostras, realizou-se a assepsia e esterilização de toda bancada, recipientes e instrumentos. Para tal, utilizou-se de água destilada, água fervendo e álcool 70°. Também se utilizou de luvas e máscaras para evitar contaminações indesejáveis durante todo o procedimento experimental.

Nesta pesquisa, para obter a polpa, tanto do caju quanto do mamão papaia *in natura*, os frutos foram lavados em água corrente para a remoção de sujeira, sanitizados em solução de hipoclorito de sódio a 0,2% (200 mg/L) por 15 min e lavados novamente em água corrente. Após a assepsia, os frutos foram cortados e/ou descascados e postos em um Multiprocessador (Modelo Cadence Efficace Plus – 600W), sem adição de água, para a obtenção da polpa, que logo em seguida foram acondicionadas em recipientes plásticos com tampas. Tal procedimento forneceu para cada fruta 750 ml de polpa, o que preencheu, por completo, três recipientes plásticos com 250 ml cada um (Figura 3.7).



(a)



(b)



(c)

Figura 3.7 – (a) Preparo das amostras; (b) Multiprocessador utilizado na obtenção das polpas; (c) Polpa acondicionada em recipiente plástico de 250 ml com tampa.

De posse das polpas acondicionadas, colocou-se um dos recipientes dentro do freezer (temperatura -18 °C) para utilizá-las nas análises físico-químicas e microbiológicas

antes do processo de pasteurização. Os demais recipientes foram deixados sobre a bancada do laboratório, por aproximadamente 24 h, para que a polpa estivesse em equilíbrio térmico com o ambiente que possui climatização controlada. Após esse tempo, iniciou-se os procedimentos experimentais.

3.10.2 Características físico-químicas e microbiológicas das amostras

Foi realizada uma análise físico-química (acidez, pH, umidade, cinzas, lipídeos, proteínas e carboidratos) de acordo com IAL (2005), Folch et al. (1957) e AOAC (2000). Também foi feita uma análise microbiológica (contagem total de micro-organismos em placa) de acordo com Vanderzant e Spilttstoesser (1992) e Brasil (2003) cuja contagem dos micro-organismos foi feita em log UFC/g em um contador de colônias manual da marca Phoenix modelo CP608 (Figura 3.8). Estas análises foram realizadas antes e após a realização dos processos de pasteurização, como medida de avaliação da eficiência deste método de conservação. Tais análises ocorreram no Laboratório de Bromatologia e Microbiologia de Alimentos, respectivamente, do Centro de Educação e Saúde, da Universidade Federal de Campina Grande, localizada na cidade de Cuité – PB.



Figura 3.8 – Contador de colônias manual.

3.11 Confeção dos recipientes

Os recipientes foram compostos pela junção de dois copos idênticos, confeccionados em inox cujas dimensões e formato estão representados na Figura 3.9. Para a

medição do comprimento e dos diâmetros dos recipientes, foi utilizado um paquímetro universal, marca Pantec, com precisão de 0,05 mm e escala máxima de 150 mm (Figura 3.10).

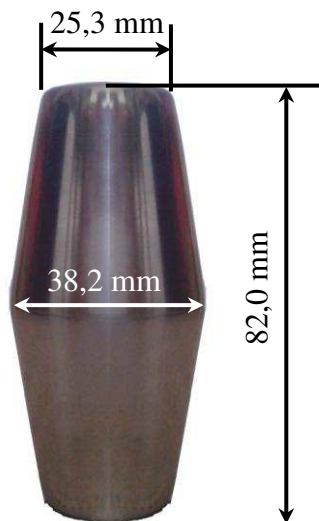


Figura 3.9 – Recipiente que foi utilizado para acomodar as polpas no processo de pasteurização.



Figura 3.10 – Paquímetro universal PANTEC.

A princípio, em um dos copos, realizou-se dois furos em sua parte inferior para que fosse possível passar dois termopares (Tipo k). Um termopar foi posicionado na superfície interna do copo através de adesivo de silicone acético transparente (resistente a temperaturas de $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $150\text{ }^{\circ}\text{C}$). O outro termopar foi posicionado no centro da borda do copo com o auxílio de uma linha presa nas bordas através de adesivo líquido de secagem instantânea (Figura 3.11). Após a colocação dos termopares através dos furos realizados na parte inferior do copo, os mesmos foram vedados com o adesivo de silicone no intuito de melhorar a fixação dos termopares e impedir que houvesse vazamento dos produtos ou mesmo a penetração de água durante o processo de pasteurização.



Figura 3.11 – Posicionamento dos termopares no recipiente.

3.12 Procedimentos experimentais

O processo de pasteurização foi realizado no Laboratório de Tecnologia de Alimentos, do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba. Após o equilíbrio térmico das polpas com o ambiente, estas foram colocadas dentro dos recipientes (Figura 3.12a), com o auxílio de uma colher, até se encontrarem totalmente preenchidos. Em seguida, os copos foram unidos pelas extremidades abertas de tal forma que não existisse nenhum desencontro entre os copos. Para fixá-los, utilizou-se dois pedaços de fita adesiva com 1,9 cm de largura e 4,0 cm de comprimento, dispostas longitudinalmente ao longo do recipiente, de tal forma que as mesmas não estivessem posicionadas próximo ao termopar localizado na superfície interna (Figura 3.12b).



(a)



(b)

Figura 3.12 – (a) Polpas inseridas nos recipientes; (b) Recipiente pronto para a pasteurização.

Em seguida, conectou-se os termopares ao termômetro digital portátil, modelo TH – 095, que possui dois canais e pode ser alimentado através de uma bateria ou uma fonte de 9 V (Figura 3.13).



Figura 3.13 – Termômetro digital portátil.

Nesta montagem, os dados são transmitidos instantaneamente do termômetro para um computador através de um cabo RS – 232. O termômetro é acompanhado do *software* DL 2005 que possibilita o armazenamento dos dados em um arquivo de formato *txt*. Nesta experiência, os dados coletados pelos termopares foram armazenados com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo (Figura 3.14). Tal procedimento se deu simultaneamente com a pasteurização.

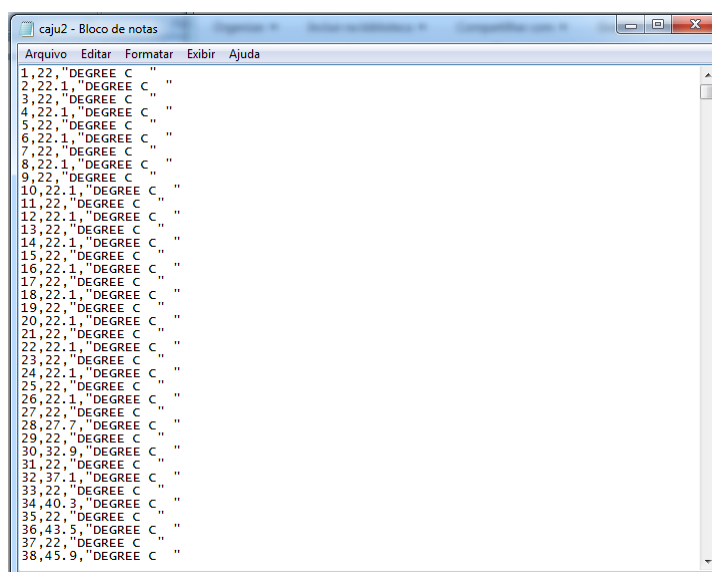


Figura 3.14 – Dados armazenados em arquivo com formato *txt*.

Observa-se que as três informações no arquivo são separadas por vírgulas. A primeira informação é um número que expressa o tempo em que a temperatura foi medida pelos termopares. Nesta experiência, os números ímpares representaram a leitura do termopar localizado no centro geométrico da amostra e, os números pares o termopar localizado na superfície interna do experimento. A segunda informação também foi um número e, neste caso, representou a temperatura da amostra. Já a terceira informação expressou à unidade de medida na qual se encontra a temperatura (pode ser informada em °C ou K).

3.13 O pasteurizador

O pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L foi desenvolvido pela fábrica da Etiel localizada na cidade de Gramado – RS. O equipamento é confeccionado em Aço inoxidável AISI 304, com medidas internas iguais a 395 mm (comprimento), 248 mm (largura) e 325 mm (altura), possibilitando uma capacidade nominal de 30 litros (Figura 3.15). O espaço entre os dois tanques para a circulação de água é de 20 mm na lateral e 33 mm na parte inferior.



Figura 3.15 – Pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L.

Além do tanque de processamento, o pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L vem acompanhado dos seguintes acessórios de conexão:

- 01 ligação flexível de água fria e quente 1/2”;
- 01 ligação flexível de água fria e quente 3/4”;
- 01 Nipel 1/2”;

- 01 Nipel 3/4”;
- 02 Conexões tipo engate rápido;
- 01 Torneira de 1/2”.

Para realizar a instalação do pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L foi desejável que houvesse rede de água próxima ao equipamento. O mesmo foi colocado sobre uma fonte de calor, de forma que a mesma estivesse centralizada na parte de baixo do equipamento. O aquecimento também pode ser efetuado com circulação de água quente proveniente de caldeira. Em seguida conectou-se a parte metálica de um dos conjuntos à entrada de água localizada na parte inferior do tanque, e esta pelo engate rápido a uma mangueira. Por fim, repetiu-se a operação anterior para a saída da água, localizada na parte superior do tanque.

3.14 Pasteurização

Com o pasteurizador e processador Etiel PP – 30 L corretamente instalado colocou-se água no tanque interno, abriu-se a circulação de água para o espaço entre os dois tanques, até que ela começasse a sair para fechar a entrada de água. Em seguida, ligou-se o aquecimento, que neste estudo foi realizado por dois fogões elétricos com termostato e 750 watt de potência cada um. Como o pasteurizador não possui agitação mecânica, a cada 3 ou 4 minutos, realizou-se a homogeneização da água com um agitador, em movimentos de cima para baixo, em toda extensão do tanque. Quando a água contida no interior (10 litros) atingia a temperatura de 65 °C, colocava-se a polpa dentro do recipiente e, em sequência, colocava-o no pasteurizador (Figura 3.16).



Figura 3.16 – A polpa de fruta em processo de pasteurização.

Tal procedimento de pasteurização foi realizado quatro vezes para o mamão e cinco vezes para o caju. Essas experiências, para controle e análises, receberam um código composto por uma letra seguida de um número no qual, a letra representou a origem da polpa (M – mamão; C – caju) e o número representou a ordem experimental (1 – primeira experiência; 2 – segunda experiência; e assim sucessivamente). Em todas as experiências os dados coletados pelos termopares foram armazenados com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo, em que ao final foi realizado a média aritmética, em cada intervalo de tempo equivalente, das quatro experiências realizadas com a polpa do mamão e das cinco experiências para a polpa do caju. Todos os valores de temperatura e seus respectivos instantes foram tabelados e encontram-se dispostos, de forma resumida, nas Tabelas A1 a A22 (Apêndice A).

O controle de temperatura durante todo o processo de pasteurização foi realizado manualmente, onde a temperatura da água foi verificada com o auxílio de um termômetro de espeto, modelo WT – 1, com uma capacidade de leitura de -50 °C a 300 °C (Figura 3.17). Tal procedimento não é tão eficiente, contudo, manteve a temperatura do pasteurizador em 65 °C (± 3 °C), que é a variação aceitável na temperatura de pasteurização lenta.



Figura 3.17 – Termômetro de espeto.

Em linhas gerais a pasteurização é um tratamento térmico realizado nos alimentos em três etapas: aquecimento, tempo de retenção e resfriamento. Nesta experiência, o intuito foi propor um tratamento térmico no qual o centro geométrico da amostra estivesse em equilíbrio térmico com toda a amostra. Dessa forma, as amostras foram pasteurizadas de forma lenta, em banho-maria a 65 °C por 30 minutos. O resfriamento foi realizado imediatamente após a retirada dos recipientes do pasteurizador através da inserção deles em uma caixa térmica contendo uma mistura de água e gelo a uma temperatura de aproximadamente 2 °C. O processo foi concluído quando a temperatura do termopar, localizado no centro geométrico do recipiente, atingia a temperatura de 20 °C.

Em seguida, as polpas pasteurizadas foram acondicionadas em recipientes plásticos com tampas e acondicionadas no freezer (-18 °C) para a realização das análises

físico-químicas e microbiológicas. Tais análises foram utilizadas para verificar a validade do procedimento de pasteurização. Enfatiza-se que o processo de resfriamento foi realizado, porém, para o cálculo da difusividade térmica aparente apenas o aquecimento foi considerado.

Desta forma, encerra-se a apresentação dos modelos matemáticos para a simulação da transferência de calor em sólidos obtidos por extrusão e revolução de áreas planas em torno de um dos eixos coordenados do plano que o contém, bem como a metodologia experimental utilizada neste trabalho. No próximo capítulo ocorrerá a validação e discussão do *software* utilizado, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aqueles disponíveis na literatura, bem como a apresentação e discussão dos resultados obtidos nos procedimentos experimentais.

CAPÍTULO 4

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Considerações preliminares

No capítulo anterior, foram apresentados os modelos matemáticos necessários para o desenvolvimento das ferramentas disponibilizadas para a simulação da transferência de calor em sólidos obtidos por extrusão e revolução de áreas planas em torno de um dos eixos coordenados do plano que o contém, bem como a metodologia experimental utilizada neste trabalho. No capítulo que aqui se inicia, será feita a validação e discussão do *software* utilizado, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aqueles disponíveis na literatura, bem como a apresentação e discussão dos resultados obtidos.

4.2 A definição da malha para validação

A definição da malha é o primeiro requisito para a solução da equação de difusão em geometria arbitrária. Para gerar uma malha faz-se necessário que os pontos do contorno do recipiente sejam conhecidos, o que pode ser concebido através da digitalização de pontos de uma figura contida em um arquivo de extensão *bmp* ou, como realizado neste caso, informar as coordenadas dos pontos de uma figura. A geração da malha é conhecida como etapa de pré-processamento na solução do problema de difusão, e também é composta pela definição das condições iniciais e de contorno, assim como dos parâmetros termofísicos.

Com o intuito de validar o programa utilizado, gerou-se uma malha através da figura de uma circunferência, dividindo-a em quatro quadrantes. Esse procedimento é idêntico ao que ocorre quando se coloca um sistema de eixos coordenados cartesianos no qual a origem se dá no centro da circunferência (Figura 4.1a). Sabe-se que o processo descrito proporciona a divisão dos 360° da circunferência em quatro quadrantes iguais a 90° cada um.

Posteriormente, girou em 45° o conjunto de eixos em torno da circunferência com o intuito de melhor caracterizar as orientações Norte (N), Sul (S), Leste (E) e Oeste (W) na geração da malha (Figura 4.1b).

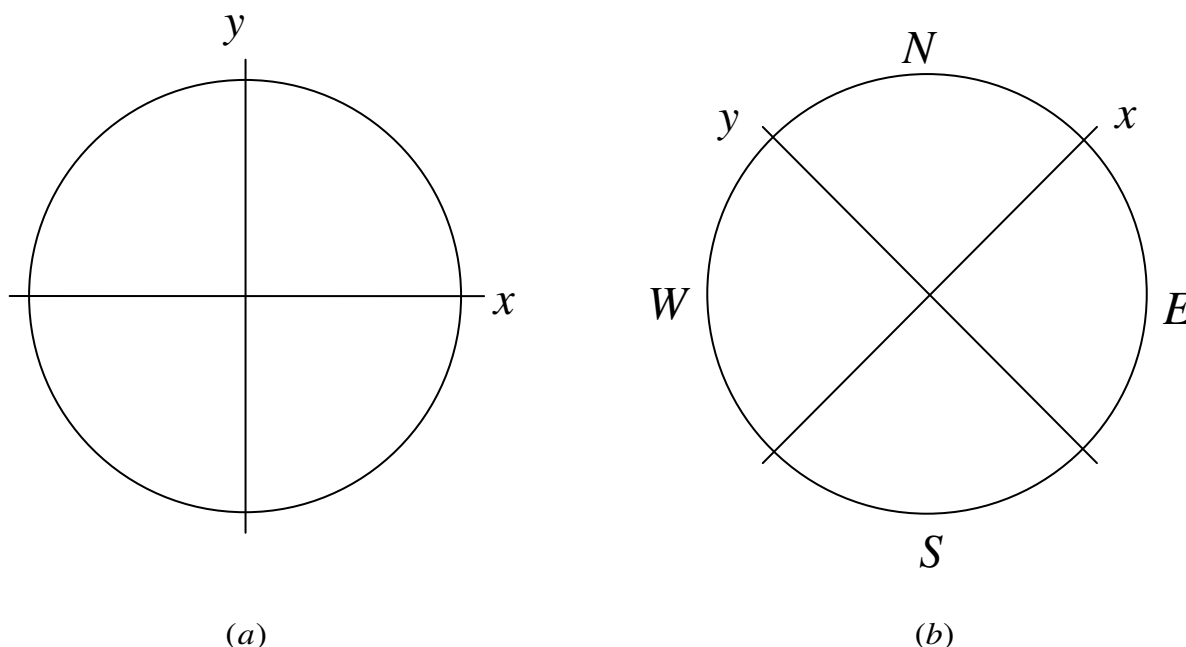


Figura 4.1 – (a) Circunferência dividida em quatro quadrantes pelos eixos cartesianos; (b) Circunferência dividida em quatro quadrantes com os eixos cartesianos girados em 45° com contornos Norte (N), Sul (S), Leste (E) e Oeste (W).

Como cada quadrante possui igualmente 90° , cada um foi subdividido em nove setores iguais no qual cada um ficou com o corresponde a 10° da circunferência. Posteriormente, para determinar as coordenadas cartesianas (x; y) expressaram-se os valores dos ângulos em radianos obtendo seus respectivos valores de seno e cosseno, no qual, utilizando a definição matemática de setor de circunferência e atribuindo o valor de 1,3 cm para o raio da circunferência, tornou-se possível determinar as coordenadas cartesianas (x; y) referente a cada ângulo pré-determinado. Os respectivos valores foram Tabelados e são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Coordenadas cartesianas (x; y) dos pontos da circunferência.

Local	Graus	Radianos	Cosseno do ângulo	Senos do ângulo	Coordenada X (m)	Coordenada Y (m)
E	5	0,087266	0,9961947	0,087155725	1,295053E-02	1,133024E-03
	15	0,261799	0,96592584	0,258818992	1,255704E-02	3,364647E-03
	25	0,436332	0,906307825	0,422618179	1,178200E-02	5,494036E-03
	35	0,610865	0,819152117	0,573576332	1,064898E-02	7,456492E-03
N	45	0,785398	0,707106897	0,707106666	9,192390E-03	9,192387E-03
	55	0,959931	0,5735766	0,81915193	7,456496E-03	1,064898E-02
	65	1,134464	0,422618476	0,906307687	5,494040E-03	1,178200E-02
	75	1,308997	0,258819308	0,965925756	3,364651E-03	1,255703E-02
	85	1,483530	0,08715605	0,996194671	1,133029E-03	1,295053E-02
	95	1,658062	-0,087155399	0,996194728	-1,133020E-03	1,295053E-02
	105	1,832595	-0,258818677	0,965925925	-3,364643E-03	1,255704E-02
	115	2,007128	-0,422617883	0,906307964	-5,494032E-03	1,178200E-02
	125	2,181661	-0,573576065	0,819152305	-7,456489E-03	1,064898E-02
135	2,356194	-0,707106435	0,707107128	-9,192384E-03	9,192393E-03	
W	145	2,530727	-0,819151742	0,573576868	-1,064897E-02	7,456499E-03
	155	2,705260	-0,906307549	0,422618772	-1,178200E-02	5,494044E-03
	165	2,879793	-0,965925671	0,258819624	-1,255703E-02	3,364655E-03
	175	3,054326	-0,996194643	0,087156376	-1,295053E-02	1,133033E-03
	185	3,228858	-0,996194757	-0,087155074	-1,295053E-02	-1,133016E-03
	195	3,403391	-0,96592601	-0,258818361	-1,255704E-02	-3,364639E-03
	205	3,577924	-0,906308102	-0,422617587	-1,178201E-02	-5,494029E-03
	215	3,752457	-0,819152492	-0,573575797	-1,064898E-02	-7,456485E-03
S	225	3,926990	-0,707107359	-0,707106203	-9,192396E-03	-9,192381E-03
	235	4,101523	-0,573577135	-0,819151555	-7,456503E-03	-1,064897E-02
	245	4,276056	-0,422619068	-0,906307411	-5,494048E-03	-1,178200E-02
	255	4,450589	-0,258819939	-0,965925587	-3,364659E-03	-1,255703E-02
	265	4,625122	-0,087156701	-0,996194614	-1,133037E-03	-1,295053E-02
	275	4,799654	0,087154748	-0,996194785	1,133012E-03	-1,295053E-02
	285	4,974187	0,258818046	-0,965926094	3,364635E-03	-1,255704E-02
	295	5,148720	0,422617291	-0,90630824	5,494025E-03	-1,178201E-02
	305	5,323253	0,573575529	-0,81915268	7,456482E-03	-1,064898E-02
	315	5,497786	0,707105972	-0,70710759	9,192378E-03	-9,192399E-03
E	325	5,672319	0,819151367	-0,573577403	1,064897E-02	-7,456506E-03
	335	5,846852	0,906307273	-0,422619364	1,178199E-02	-5,494052E-03
	345	6,021385	0,965925502	-0,258820255	1,255703E-02	-3,364663E-03
	355	6,195918	0,996194586	-0,087157027	1,295053E-02	-1,133041E-03

De posse das referidas coordenadas cartesianas (x; y), estes valores foram escritos em um arquivo com formato *txt*, e podem ser lidos pelo *software* “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a). O referido *software* solicita a quantidade de linhas ξ e η , posteriormente,

solicita o arquivo no formato *txt*. Após essa fase, o *software* gera a malha e fornece ao usuário, a princípio, uma representação geométrica de uma malha. Em seu *menu* “Ações”, o *software* disponibiliza, dentre outras opções, uma referente às coordenadas de todas as interações de linhas da malha, armazenadas em um arquivo de extensão *txt*. O usuário necessita deste arquivo pois, o mesmo, será utilizado no programa para a solução do problema da difusão.

Para este caso, utilizou-se, a princípio, uma malha circular com 10 linhas ξ , 10 linhas η e, conseqüentemente, 81 volumes de controle (Figura 4.2a). Em seguida, a malha foi refinada e passou a ser composta por 37 linhas ξ e 37 linhas η o que perfaz um total de 1296 volumes de controle (Figura 4.2b).

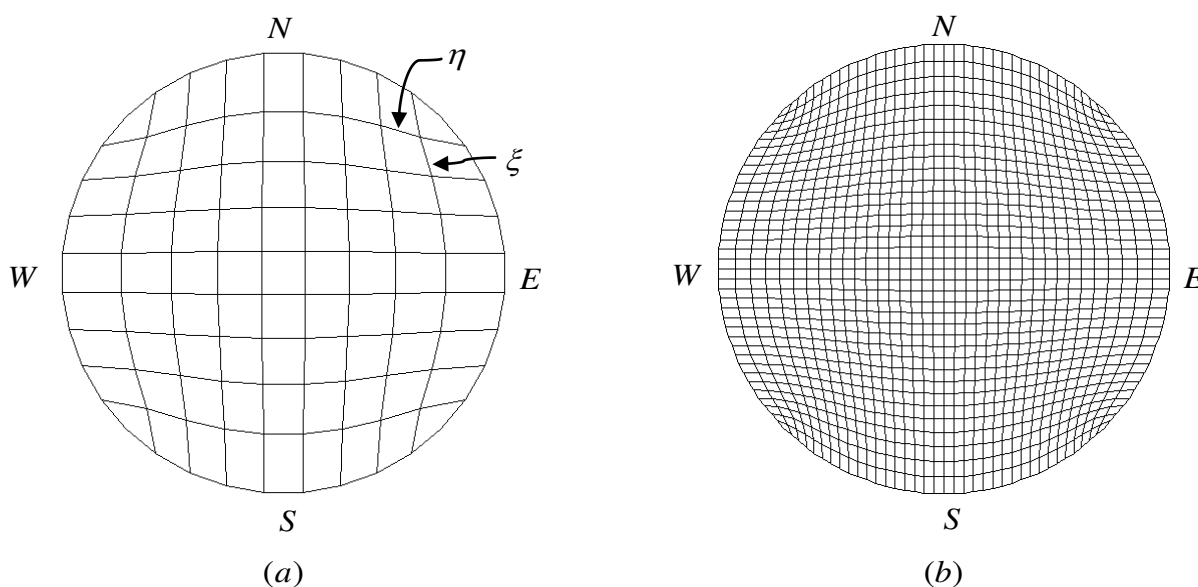


Figura 4.2 – (a) Representação geométrica de uma malha circular com 10 linhas ξ , 10 linhas η e 81 volumes de controle; (b) Malha circular refinada com 37 linhas ξ , 37 linhas η e 1296 volumes de controle.

Conhecida a malha, e também as condições iniciais e de contorno, bem como os parâmetros termo-físicos do problema de difusão, tal problema pode ser resolvido através da modelagem teórica definida no capítulo anterior. Contudo, faz-se necessário definir como tal modelagem deve ser implementada computacionalmente. Esta etapa é conhecida como processamento. A seguir, serão apresentados os delineamentos necessários para a validação

do *software* proposto para obtenção da solução da equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas para sólidos em translação.

4.3 Validação do programa proposto para sólidos obtidos por extrusão

A modelagem matemática apresentada, através da discretização da equação de difusão resultou num sistema de equações lineares a ser resolvido em cada estepe de tempo. Para validar o programa proposto neste trabalho, utilizou-se um *software* descrito anteriormente (ver Apêndice B).

Os dados obtidos por Lins (2013), em sua pesquisa, foram utilizados para validar o algoritmo proposto. Sendo assim, utilizou-se os dados referentes à difusividade do agar gel contidas na Tabela A6 do trabalho de Lins (2013), no qual o autor realizou uma regressão não-linear, o que possibilitou difusividade térmica e o qui-quadrado. Isto foi feito através da remoção de pontos experimentais do agar gel, a região na qual χ^2 assume um valor mínimo e o valor de α que melhor descreve analiticamente o comportamento dos pontos que representam as temperaturas obtidas experimentalmente.

De acordo com Lins (2013), o valor da difusividade que melhor descreve o comportamento das temperaturas é $\alpha = 1,4366 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Para isso, o autor considerou um cilindro infinito, de cobre cujo diâmetro é de 26 mm, comprimento de 250 mm e espessura da parede do recipiente de 0,7 mm, com uma temperatura inicial de 20,14 °C e temperatura final de 24,94 °C.

O cilindro, apesar de ter um comprimento finito, é considerado um cilindro infinito, pois o seu raio R é muito menor que seu comprimento L ($L \geq 10R$). Dessa forma, utilizando os valores obtidos por Lins (2013) no programa deste trabalho, obtém-se um conjunto de dados de temperatura em função do tempo no centro do cilindro.

Conhecidos o conjunto de pontos em diversos instantes que representam as temperaturas experimentais no centro do cilindro com agar gel, a partir dos dados da referida Tabela, utilizou-se o programa LAb Fit Curve Fitting *Software* (SILVA e SILVA, 2009), no qual gerou-se o gráfico da Figura 4.3(a). O mesmo procedimento foi realizado com o conjunto de dados obtidos pelo algoritmo deste trabalho, gerando a Figura 4.3(b).

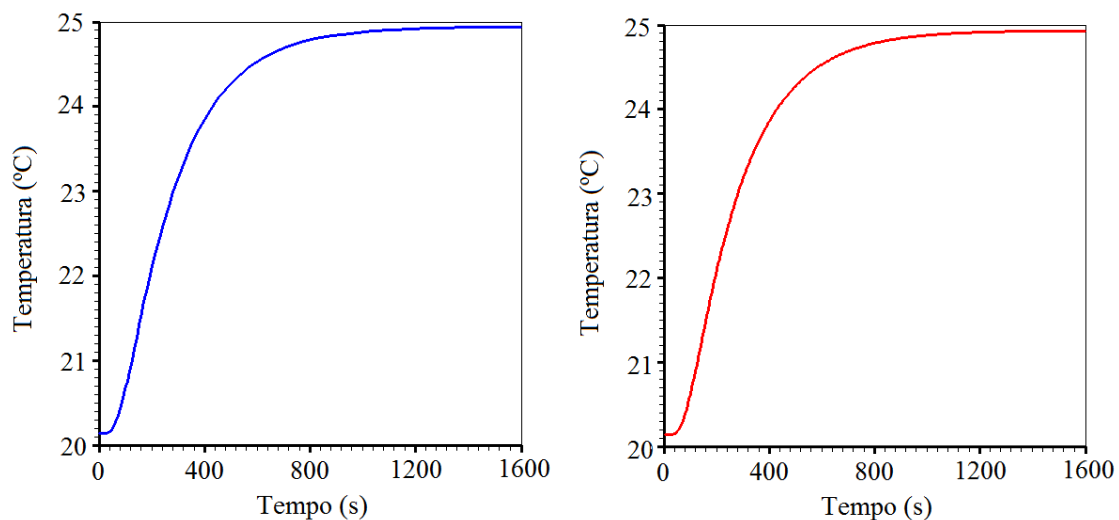


Figura 4.3 – (a) Gráfico da temperatura (°C) no centro do cilindro obtida a partir de dados experimentais para o agar gel; (b) Gráfico da temperatura (°C) no centro do cilindro com o programa proposto neste trabalho.

Ao fazer a superposição dos resultados obtidos por Lins (2013) e por este estudo, obtém-se a Figura 4.4. Verifica-se uma similaridade entre ambos os casos relatados. Contudo, com a intenção de se determinar a discrepância entre os resultados, realizou-se uma comparação de dados deste trabalho com sete dados de Lins (2013), obtendo a Tabela 4.2.

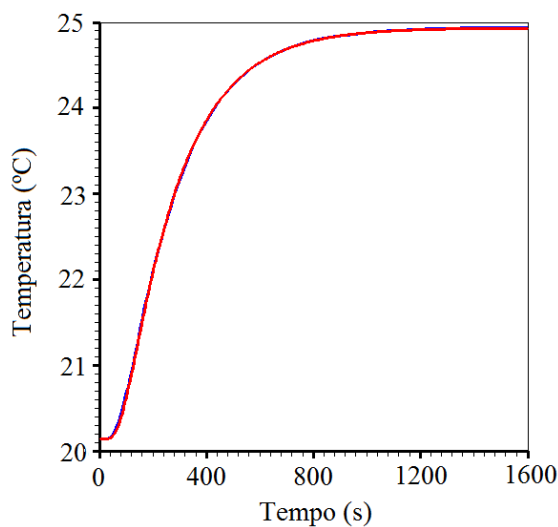


Figura 4.4 – Gráfico da superposição das temperaturas (°C) no centro do cilindro obtidas a partir de dados experimentais e com o programa proposto neste trabalho.

A partir dos valores da temperatura obtida pelos dados de Lins (2013) e dos valores obtidos utilizando o programa proposto, possibilitou-se calcular a discrepância entre os métodos. A seguir, exemplifica-se um valor:

$$\text{discrepância} = \frac{24,7013 - 24,7084}{24,7084} \times 100 = -0,03\%$$

A conclusão é que os resultados obtidos com o programa utilizado neste trabalho são compatíveis com o *software* desenvolvido por Lins (2013) para a geometria cilíndrica.

Tabela 4.2 – Valores da temperatura em um determinado tempo para Lins (2013), para o algoritmo proposto neste trabalho e a discrepância entre os referidos valores.

Tempo (s)	Lins (2013)	Programa Proposto	Discrepância (%)
15,2866	20,1404 °C	20,1404 °C	0,00
114,6500	20,8747 °C	20,8152 °C	- 0,29
198,7260	22,0626 °C	22,0589 °C	- 0,02
379,6180	23,7365 °C	23,7412 °C	0,02
710,8280	24,7084 °C	24,7013 °C	- 0,03
1184,7100	24,9136 °C	24,9125 °C	0,00
1543,9500	24,9352 °C	24,9313 °C	- 0,02

4.4 O código fonte aplicado a sólidos obtidos por revolução de áreas

Após verificar a validade do programa em solucionar a equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas para sólidos em translação, fazem-se as permutas, respectivamente, das Equações (2.21), (3.23), (3.24) e (3.25) relativas à translação (extrusão), pelas Equações (3.94), (3.101), (3.102) e (3.103), relativas à revolução. Tais permutas são realizadas no código fonte, exatamente nas linhas de comando achureadas (ver Apêndice B). Tais modificações são necessárias e permite solucionar a equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas para sólidos obtidos por revolução de áreas planas.

4.5 Validação do programa proposto para sólidos de revolução

Nesta validação, também se utilizou os dados obtidos por Lins (2013), para analisar as modificações no algoritmo proposto, no sentido de obtenção de sólidos de revolução. Os dados utilizados foram referentes à difusividade do purê de tomate, e são apresentados na Tabela A18 do trabalho de Lins (2013). O autor utilizou um cilindro finito ($R = 40$ mm; $L = 62,5$ mm) como recipiente. Através de uma regressão não-linear, Lins (2013) determinou α e χ^2 através da remoção de pontos experimentais do purê de tomate. A região na qual χ^2 assume valor mínimo e o valor de α que melhor descreve analiticamente o comportamento dos pontos que representam as temperaturas foram obtidos usando-se dados experimentais.

De acordo com Lins (2013), a função que melhor descreve a difusividade térmica aparente em função da temperatura local é $be^{(aT^{1/2})}$ com uma temperatura inicial de 5 °C e temperatura final de 80 °C, $b = 1,2187117 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ e $a = 2,8203180 \times 10^{-2}$.

Nesta simulação, utilizou-se do *software Diffusion Revolution and Extrusion*, desenvolvido por Silva (2008b). A razão é que o referido *software*, além de uma melhor interface gráfica, disponibiliza ao usuário a geração de malhas através do próprio *2D Grid Generation* (SILVA, 2008a), além de várias opções geração, arquivamento e comparação de gráficos e Tabelas em todas as etapas de processamento.

Conhecidos o conjunto de pontos em diversos instantes que representam as temperaturas experimentais no centro do cilindro com purê de tomate, a partir dos dados da Tabela A18 do trabalho de Lins (2013) juntamente com o conjunto de dados obtidos pelo algoritmo deste trabalho, utilizou-se o programa *LAB Fit Curve Fitting Software*, (SILVA e SILVA, 2009) e realizou-se a superposição dos resultados dados através do gráfico da Figura 4.5.

Para este caso, também se verifica uma similaridade entre ambas as situações relacionadas. Dessa forma, conclui-se que os resultados obtidos com o *software Diffusion Revolution and Extrusion* (SILVA, 2008b) são compatíveis com o *software* desenvolvido por Lins (2013).

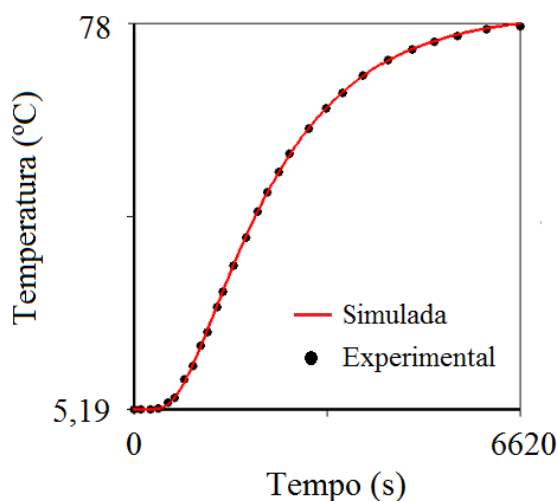


Figura 4.5 – Gráfico da superposição das temperaturas (°C) no centro do cilindro obtidas a partir de dados experimentais para o purê de tomate com o programa utilizado neste trabalho.

4.6 Malha para o sólido obtido por revolução

Visando resolver a equação de difusão numericamente para a geometria utilizada, inicialmente será gerada uma malha que, devido à simetria do recipiente (radial e axial), possibilita a geração de apenas um quarto do mesmo, como pode ser visto na Figura 4.6. Esta referida simetria proporciona uma grande economia em tempo de processamento computacional, em alocação de memória e em energia.



Figura 4.6 – Recipiente utilizado para a geração da malha.

De posse das dimensões e da foto do recipiente, gerou-se uma malha. A princípio obteve-se a área geratriz através do desenho do contorno de um quarto do recipiente, de acordo com a Figura 4.7, na qual a geração do sólido ocorrerá pela revolução da referida área.

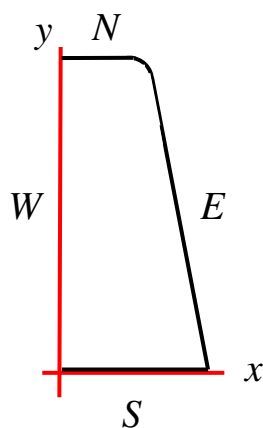


Figura 4.7 – Área geratriz para a obtenção da metade simétrica do sólido de revolução.

Posteriormente, com a Figura 4.7, criou-se um arquivo com extensão *bmp* e, utilizando o *software* “2D Grid Generation” (SILVA, 2008a) e inseriu o referido arquivo no programa digitalizador de pontos, seguindo o exemplo da sequência da Figura 4.8.

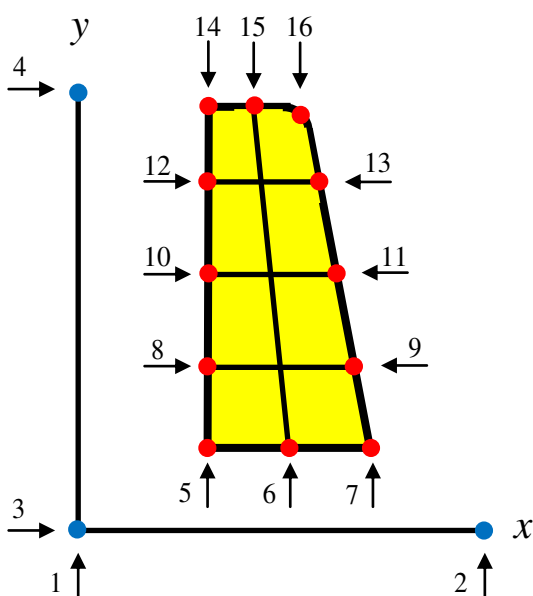


Figura 4.8 – Sequência de cliques para a digitalização dos pontos de contorno de uma malha.

Vale ressaltar que a Figura 4.8 é apenas um exemplo da sequência de digitalização dos pontos. Neste estudo, o eixo *y* deve coincidir com a extremidade esquerda do desenho do contorno de um quarto do recipiente (Figura 4.7), pois quando revolucionar sua área obtém-se o sólido desejado.

Concluído o processo de digitalização, a malha inicial é desenhada na tela do *software* e, posteriormente, refinada. Inicialmente, a malha possuía 7 linhas ξ , 9 linhas η e 48 volumes de controle (Figura 4.9a). Em seguida, a malha foi refinada e passou a ser composta por 25 linhas ξ e 33 linhas η o que perfaz um total de 768 volumes de controle (Figura 4.9b).

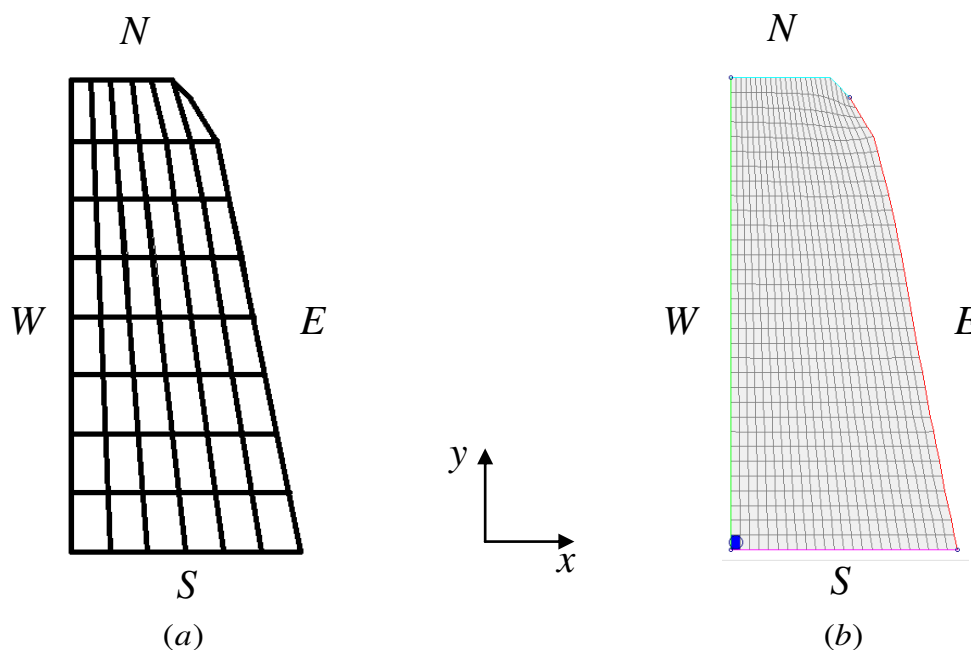


Figura 4.9 – (a) Malha inicial gerada através da digitalização dos pontos do contorno; (b) Malha refinada 32x24.

De posse da malha, conhecendo-se as condições iniciais e de contorno, bem como os parâmetros físicos do problema de difusão, adicionado da modelagem teórica definida anteriormente e da modelagem computacional, o problema da difusão transiente pode finalmente ser otimizado e simulado.

4.7 Penetração do calor no mamão

Com o intuito de verificar a penetração do calor na polpa do mamão, foram realizadas quatro experiências (M1, M2, M3, M4) com um termopar na superfície interna da parede do recipiente e outro no centro geométrico. Embora o produto tenha sido submetido a um resfriamento rápido, após o processo de aquecimento, apenas este último será analisado. Os resultados obtidos estão descritos a seguir.

4.7.1 Superfície interna do recipiente

Os dados sobre o aquecimento da superfície interna do recipiente para o mamão foram obtidos pelas experiências M1, M2, M3 e M4. Conhecido o conjunto de pontos que representa as temperaturas experimentais na superfície interna do recipiente, em vários instantes, foi possível, através do LAB Fit Curve Fitting *Software* (SILVA e SILVA, 2009), transformar esse conjunto de pontos nos gráficos da Figura 4.10, cujos dados encontram-se nas Tabelas A.1, a A.4, respectivamente.

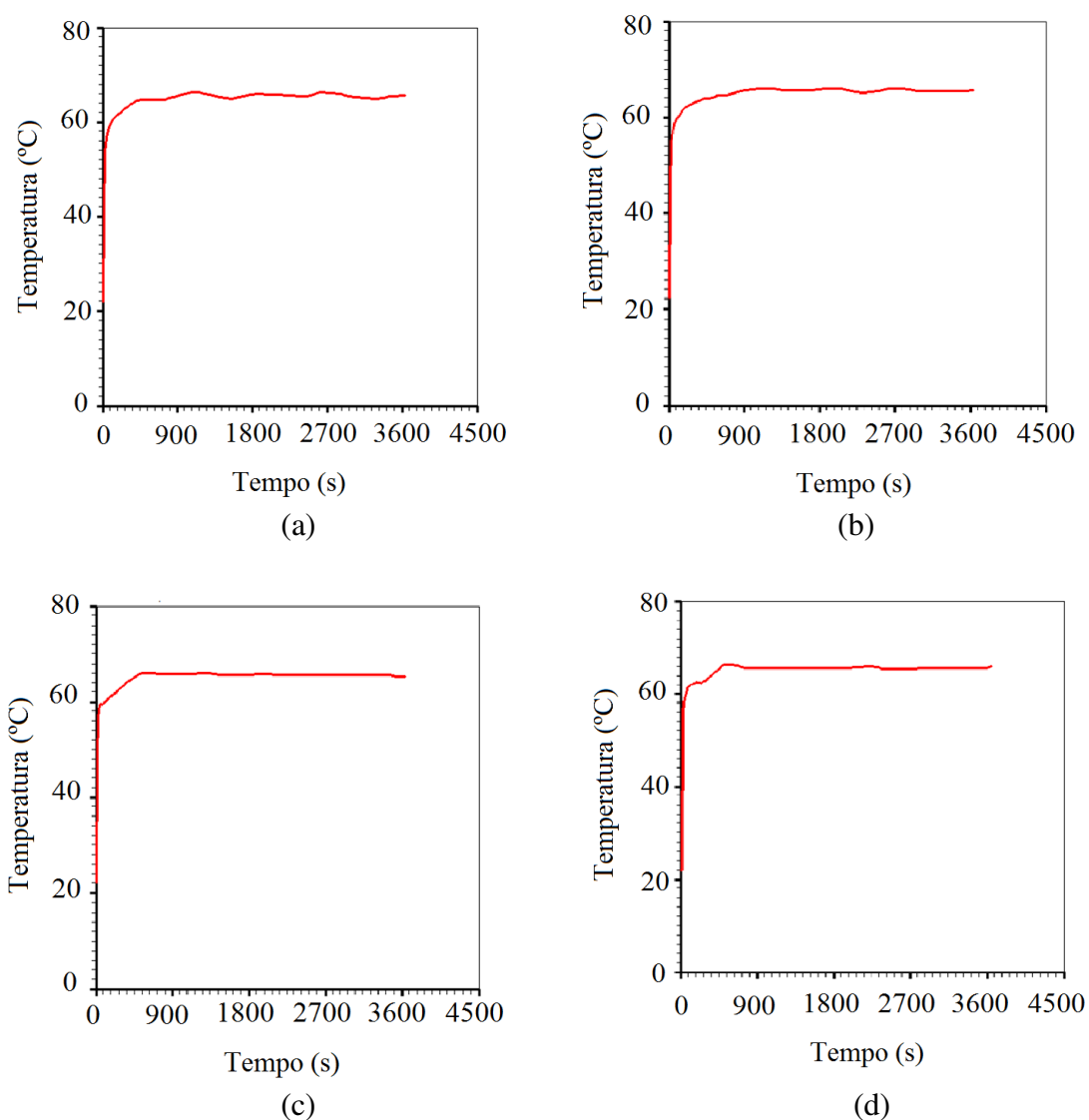


Figura 4.10 – Gráfico da temperatura na superfície interna obtida dos dados experimentais do aquecimento do mamão para os experimentos: (a) M1; (b) M2; (c) M3 e (d) M4.

Para cada instante, a média aritmética das temperaturas dos quatro conjuntos de dados foram calculadas. Assim, para todos os instantes de tempo, pode-se obter a Figura 4.11, cujos dados encontram-se na Tabela A.5.

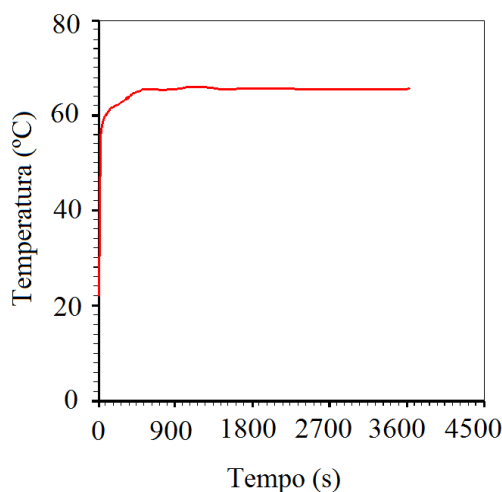


Figura 4.11 – Gráfico da temperatura na superfície interna do recipiente obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do mamão.

Os gráficos das Figuras 4.10 e 4.11 indicam que a temperatura da parede interna do recipiente não assume instantaneamente a temperatura da água após a imersão. Apesar disto, identicamente ao que ocorreu nos trabalhos de Ukrainczyk et al. (2009), Betta et al. (2009), Lins (2013) e Silva et al. (2014), a condição de contorno do primeiro tipo pode ser considerada uma boa aproximação para essas situações físicas apresentadas.

É possível verificar também nas referidas figuras que, apesar da temperatura na parede interna do recipiente não assumir instantaneamente a temperatura da água após a imersão, ocorre uma rápida elevação na temperatura até aproximadamente 58 °C. Posteriormente, faz-se uma curva em torno de 500 s e, por fim, atinge a temperatura de equilíbrio no qual se realiza pequenas oscilações em torno desta temperatura. Tais oscilações ocorrem pelo fato do processo para se manter a temperatura constante ser um processo manual que, por tanto, a resposta para voltar ao ponto anterior não foi tão eficiente. Contudo, mantinha a temperatura entre 62 °C e 68 °C, que é a variação aceitável na temperatura de pasteurização lenta.

4.7.2 Centro geométrico do recipiente

Considerando os dados sobre a temperatura no centro geométrico para o mamão, obtidos pelas experiências M1, M2, M3 e M4, foi possível através do LAB Fit Curve Fitting Software (SILVA e SILVA, 2009), transformar esse conjunto de pontos nos gráficos da Figura 4.12, cujos dados encontram-se nas Tabelas A.6 a A.9.

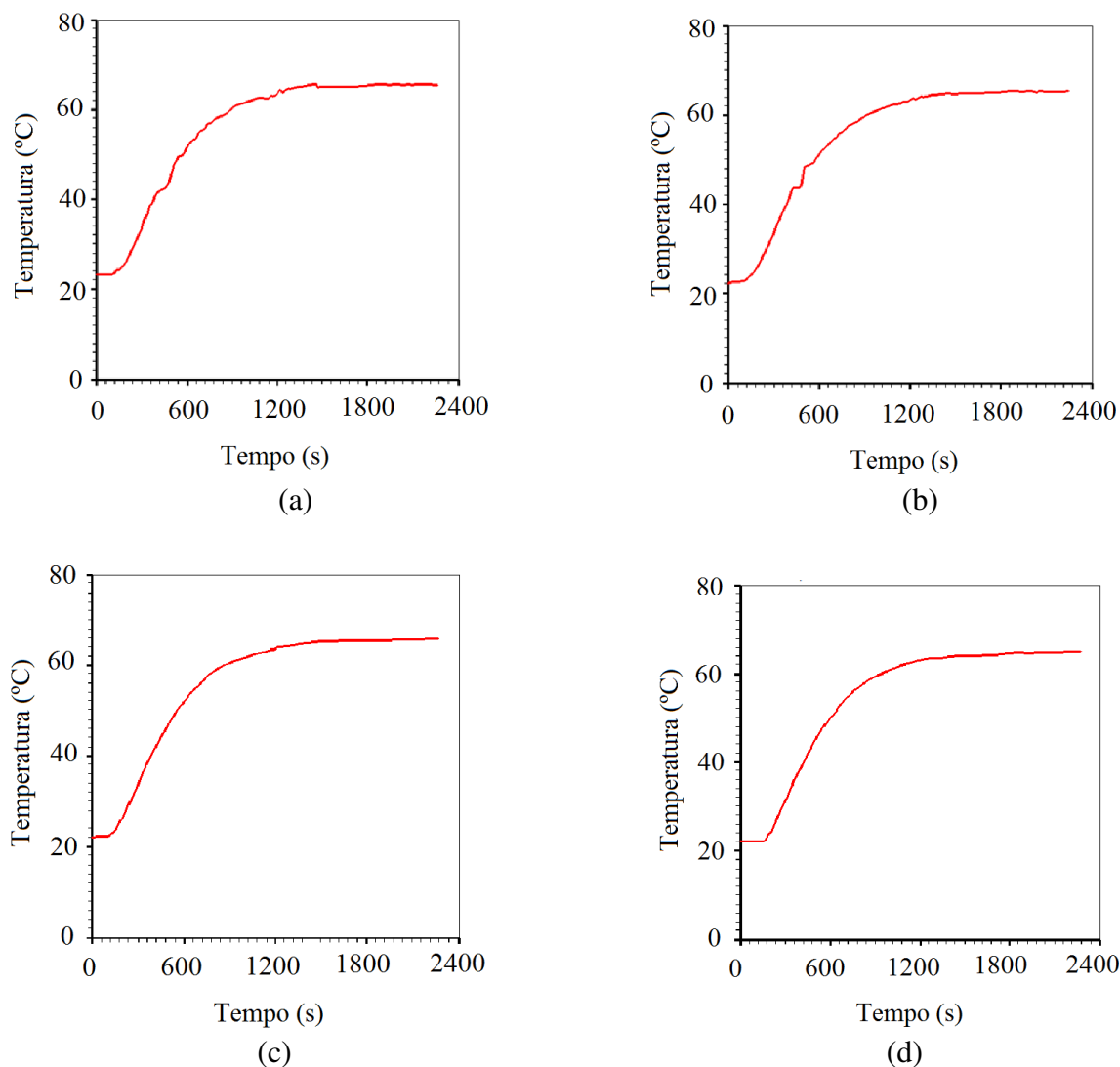


Figura 4.12 – Gráfico da temperatura no centro geométrico do recipiente obtida dos dados do aquecimento do mamão para os experimentos: (a) M1; (b) M2; (c) M3 e (d) M4.

De posse dos quatro conjuntos de pontos que expressam as temperaturas experimentais no centro geométrico do recipiente, em vários instantes, foi possível transformar os valores médios desses conjuntos de pontos, mostrados no gráfico da Figura 4.13, cujos dados encontram-se na Tabela A.10.

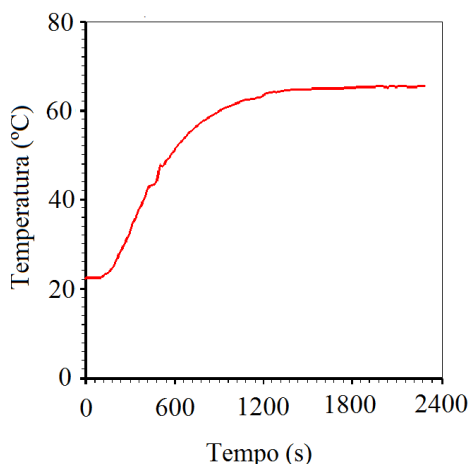


Figura 4.13 – Gráfico da temperatura no centro geométrico, obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do mamão.

A maior variação de temperatura, nos instantes iniciais do processo de aquecimento, ocorre no termopar que se encontra na superfície interna do recipiente. Já as curvas que representam a temperatura do termopar no centro geométrico apresentam uma variação de temperatura, no início do aquecimento, menor do que aquelas que estão na superfície interna do recipiente, bem como um fator de atraso em torno de 150 s (Figuras 4.12 e 4.13). É possível verificar que a temperatura de equilíbrio no centro é atingida entre 1200 e 1800 s.

4.8 Penetração do calor no caju

Para verificar a penetração do calor na polpa do caju, realizou-se cinco experiências com um termopar na superfície interna do recipiente e outro no centro geométrico. Como no caso dos experimentos com a pasteurização do mamão, apenas a etapa do aquecimento será analisada no caso da polpa de caju.

4.8.1 Superfície interna do recipiente

De posse de cada conjunto de pontos que representa as temperaturas experimentais na borda do recipiente, em vários instantes, foi possível obter os gráficos da Figura 4.14. Tais dados encontram-se nas Tabelas A.11 a A.15.

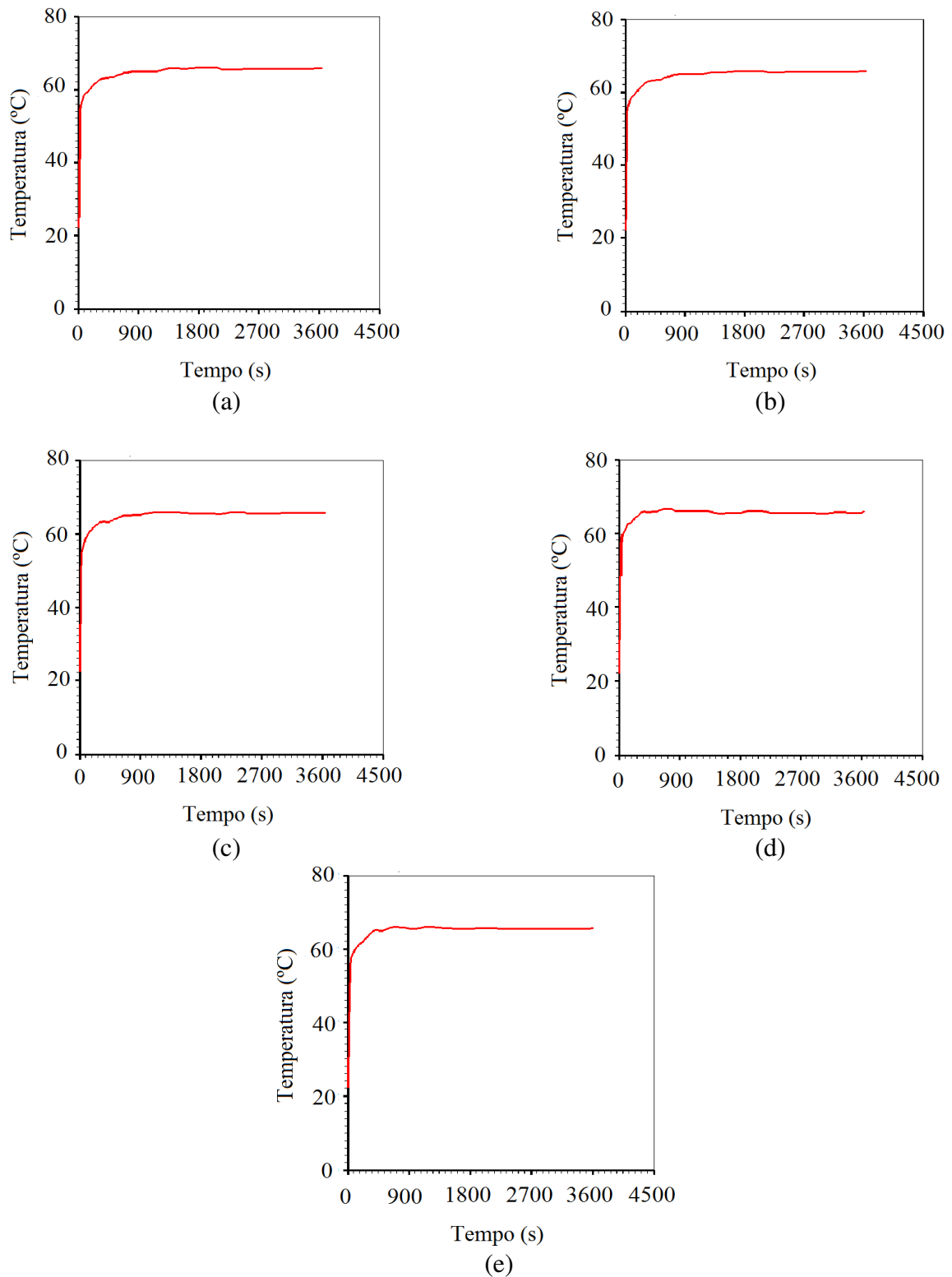


Figura 4.14 – Gráfico da temperatura na superfície interna do recipiente obtida através dos dados experimentais do aquecimento do caju para os experimentos: (a) C1; (b) C2; (c) C3; (d) C4 e (e) C5.

O conjunto de pontos que representam as temperaturas experimentais na superfície interna do recipiente possibilitou obter a média destes pontos em vários instantes e transformar esses conjuntos de pontos no gráfico da Figura 4.15, cujos dados encontram-se na Tabela A.16.

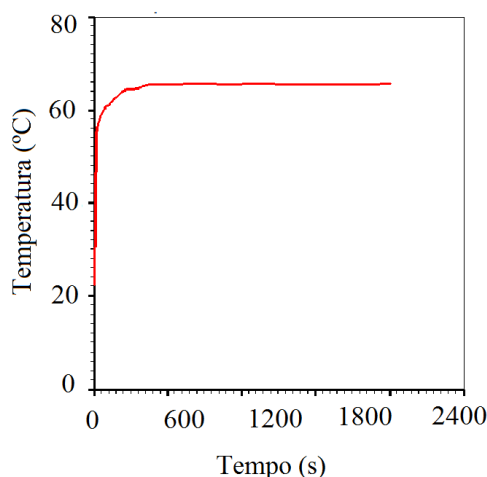


Figura 4.15 – Gráfico da temperatura na superfície interna do recipiente obtida pela média dos dados experimentais do aquecimento do caju.

Identicamente ao que foi obtido nos gráficos para o mamão, nos gráficos para o caju percebe-se que a temperatura da parede interna do recipiente não assume instantaneamente a temperatura da água após a imersão. Mesmo assim, da mesma forma que ocorreu nos trabalhos de Ukrainczyk et al. (2009), Betta et al. (2009), Lins (2013) e Silva et al. (2014), a condição de contorno do primeiro tipo pode ser considerada uma boa aproximação para essa situação física.

4.8.2 Centro geométrico do recipiente

Para finalizar, são apresentados os dados obtidos pelas experiências C1, C2, C3, C4 e C5 sobre a cinética de penetração do calor para o caju. Conhecido o conjunto de pontos que representa as temperaturas experimentais no centro geométrico do recipiente, em vários instantes, foi possível através do LAB Fit Curve Fitting Software (SILVA e SILVA, 2009), transformar esse conjunto de pontos nos gráficos da Figura 4.16, cujos dados encontram-se nas Tabelas A.17 a A.21.

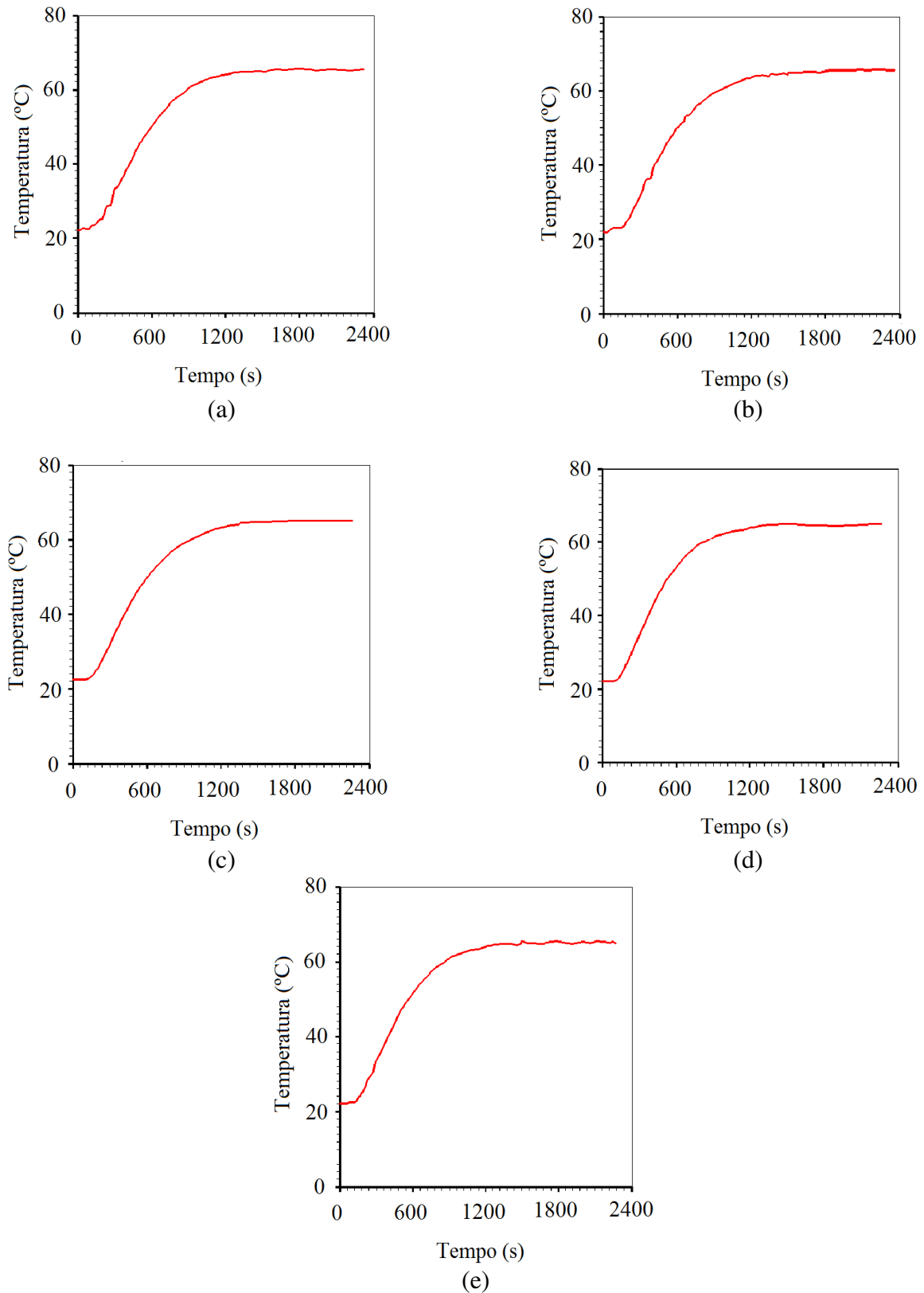


Figura 4.16 – Gráfico da temperatura no centro do recipiente obtida através dos dados experimentais do aquecimento do caju para os experimentos: (a) C1; (b) C2; (c) C3; (d) C4 e (e) C5.

Os conjuntos de pontos que representam as temperaturas experimentais no centro geométrico do recipiente possibilitou obter a média desses, os quais são apresentados no gráfico da Figura 4.17, cujos dados encontram-se na Tabela A.22.

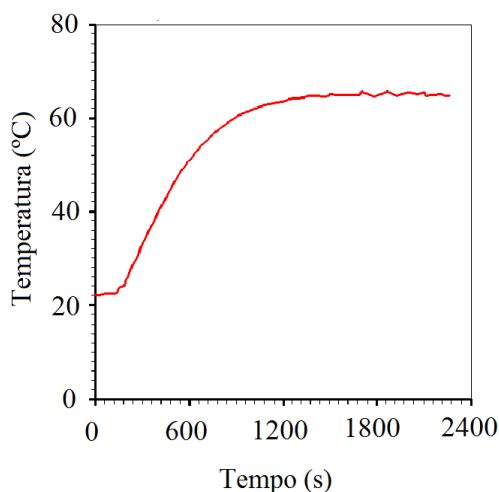


Figura 4.17 – Gráfico da temperatura no centro geométrico do recipiente obtida da média dos dados experimentais do aquecimento do caju.

Identicamente ao que ocorreu com a polpa do mamão, percebe-se que a maior variação de temperatura, nos instantes iniciais do processo de aquecimento, ocorre no termopar que se encontra na superfície interna da parede do recipiente. Assim, as temperaturas deste termopar são as que se aproximam mais rapidamente da temperatura de equilíbrio (Figuras 4.14 e 4.15). Já para o termopar no centro geométrico do recipiente, a variação de temperatura no início do aquecimento inicia-se com um fator de atraso em torno de 150 s (Figuras 4.16 e 4.17). Verifica-se que a temperatura de equilíbrio no centro é atingida por volta de 1800 s, bem depois que se atinge a temperatura na superfície interna.

4.9 Solução numérica

Posteriormente, a apresentação e discussão dos resultados experimentais referentes à penetração de calor, buscou-se determinar a função que melhor representa essa penetração. Para isso, utilizou-se o *software* desenvolvido neste trabalho e também o *software Diffusion Revolution and Extrusion* desenvolvido por Silva (2008b) que apresenta gráficos para a interpretação dos resultados numéricos obtidos. Tal *software* também simula a

transferência de calor usando condição de contorno do primeiro ou terceiro tipo em corpos de geometria arbitrária, que podem ser representados através de extrusão ou rotação de áreas planas. A seguir, será feita uma breve apresentação do *software*.

4.9.1 Interface gráfica do *software* para solução numérica

A tela principal do *software* que utiliza a solução numérica da equação de difusão tem o aspecto mostrado na Figura 4.18.



Figura 4.18 – Tela principal do *software* *Diffusion Revolution and Extrusion*.

A interface gráfica do *software* foi desenvolvida com o propósito de torná-lo o mais simples possível, para que qualquer usuário, mesmo inexperiente, possa usá-lo. A seguir, serão apresentados os *menus* da interface gráfica.

4.9.2 *Menus* e caixas de diálogos

Ao clicar no *menu* “Arquivo” o usuário deve seguir a ordem proposta na caixa de diálogo que se abre.

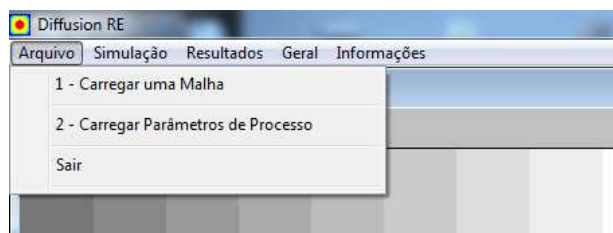


Figura 4.19 – Menu “Arquivo”.

O primeiro item da caixa de diálogos, “Carregar uma Malha” é usado para a criação ou escolha de uma malha que será utilizada na simulação ou otimização (Figura 4.20).



Figura 4.20 - O primeiro item da caixa de diálogos “Carregar uma Malha”.

Após “carregar uma malha” através do *menu* “Arquivo”, o usuário irá, no mesmo *menu*, “Carregar Parâmetros de Processo” para informar um conjunto de dados (Figura 4.21), na qual mostra as informações necessárias que devem ser prestadas pelo usuário com o intuito do *software* simular ou otimizar a difusividade térmica aparente constante ou variável de qualquer produto pastoso contido em um recipiente com geometria arbitrária.

Na primeira linha o usuário informa a tolerância da solução do sistema de equações via Gauss-Seidel, já na segunda linha, informa-se a tolerância para que se obtenha o regime permanente. A terceira linha complementa a primeira, isto é, caso a condição do Gauss-Seidel não seja atingida, o programa deve passar para o próximo passo quando atingir o número máximo indicado de iterações. A quarta linha informa o número de passos no tempo que o programa deve executar. No exemplo da Figura 4.21, 2262 passos perfazendo um

tempo total de 2262 s, pois, na linha seguinte é informado o intervalo de tempo de cada passo, 1 s.

```

Arquivo  Editar  Formatar  Exibir  Ajuda
1.0d-08      <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08      <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000     <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2262        <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00     <= Delta t
revolucao   <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07    <= número de steps para atualização de gamma_phi
1           <= número de steps para atualização do termo fonte
0.0d+00
1           <= número de steps para atualização do volume
1.0         <= número de steps para atualização do volume
0           <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
23.2d+00    <= valor inicial de phi no dominio
3           <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1           <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.0d+00    <= valor de phi (ao norte)
1           <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.0d+00    <= valor de phi e (a leste)
3           <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1         <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2           <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1           <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2           <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.21 – Arquivo com dados que serão informados pelo usuário.

A sexta linha solicita que seja informado se o sólido é gerado por revolução ou extrusão. Da linha sete a dezesseis, são informados o número de *steps* para atualização da densidade, calor específico, difusividade térmica, termo fonte e do volume, respectivamente. Na linha dezessete deve-se informar se a geometria utilizada pela malha é inteira ou um pedaço simétrico do corpo. Na décima oitava linha o *software* pede que informe os instantes de tempo que devem ser apresentados os resultados sobre a cinética de penetração de calor, em um máximo de cinco instantes. Posteriormente, a décima nona linha solicita informações sobre a temperatura inicial do sistema. A vigésima e vigésima primeira solicita, respectivamente, o tipo de condição de contorno e o valor do fluxo, ambos a oeste. Os valores iguais a 1 seguidos, logo abaixo, de um outro valor, significa que a condição de contorno é do primeiro tipo cuja temperatura é exatamente esse valor; os valores iguais a 3 seguidos, logo abaixo, de um valor igual a zero, significa que não há fluxo de calor nesta face. Estas informações repetem-se da vigésima segunda a vigésima sétima linha, para os contornos

norte, leste e sul, nesta ordem. Observe que, devido à simetria o sólido pode ser gerado por revolução. Neste trabalho, como mencionado anteriormente, a simetria possibilita dividir a geometria do corpo em quatro partes simétricas, na qual se escolheu a localizada a nordeste. Sendo assim, o valor de T a oeste e a sul será zero.

Nas quatro últimas linhas o *software* solicita que informe, nesta ordem, o volume de controle no qual deseja verificar a evolução da temperatura (neste trabalho, 11 – volume de controle localizado na primeira linha e primeira coluna, ou seja, no centro do corpo); as cores dos gráficos; a possibilidade de colocar a malha sobre o gráfico e a qualidade do mesmo.

Posteriormente, a informação do conjunto de dados contido no arquivo da Figura 4.21, é necessário salvá-lo. Em seguida, deve-se selecionar o segundo *menu* do *software*, “simulação”. Ao clicar neste *menu* abre-se o item simulação (Figura 4.22).

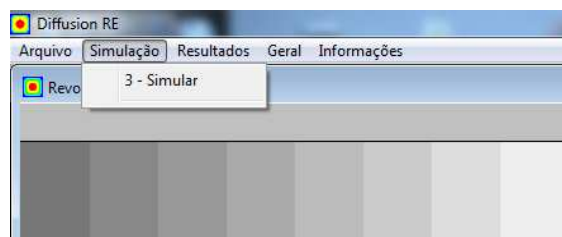


Figura 4.22 – Menu Simulação.

O item deste *menu* é “Simular” que, clicado, apresenta uma caixa de diálogo no qual se escolhe entre simular o problema carregado a partir de uma função já conhecida para Γ^Φ ou pesquisar uma função que represente Γ^Φ (Figura 4.23).

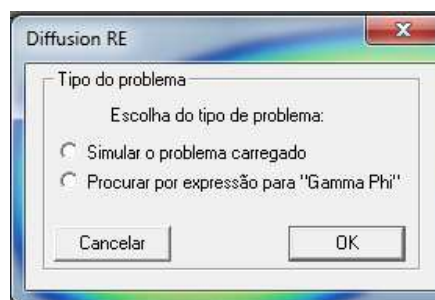


Figura 4.23 – Caixa de diálogo para escolher o tipo de problema a ser determinado.

Caso o usuário opte pela simulação, o *software* inicia o processo de simulação e abre-se uma nova tela que simula a cinética de penetração de calor na geometria escolhida e representada pela malha (Figura 4.24).

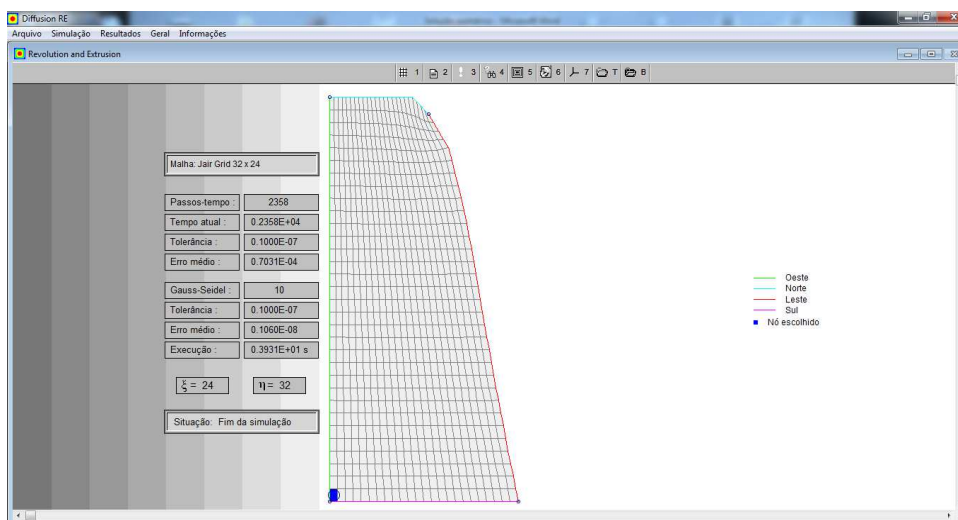


Figura 4.24 – Tela que apresenta o processo de simulação da cinética de penetração do calor.

Caso o usuário opte por pesquisar uma função que represente Γ^Φ (Figura 4.23), o *software* apresenta uma caixa de diálogo para que seja informada qual das expressões apresentadas se deseja otimizar (Figura 4.25).

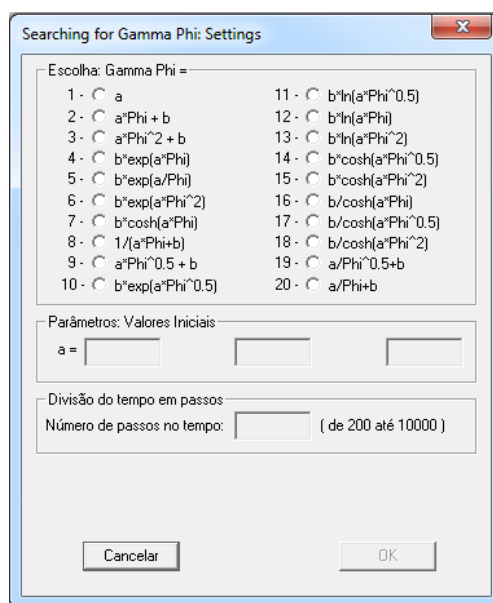


Figura 4.25 – Mostra as vinte expressões de difusividade disponíveis no *software*.

Com exceção da primeira, para as demais funções apresentadas, é preciso estimar dois valores iniciais: a e b e, posteriormente, quantos passos de tempo o *software* deve operar para atingir o regime estacionário. Concluída a otimização, o *software* apresenta o melhor valor para os coeficientes a e b .

O *menu* “Resultados” abre os itens – Abrir Arquivos de Resultados; Gerar Gráfico de Contorno; Animar Gráficos de Contorno; Gráficos 2D e 3D; Abrir Diretório com Arquivo no formato *txt* e Abrir Diretório com Arquivo no formato *bmp* – como mostrado na Figura 4.26.

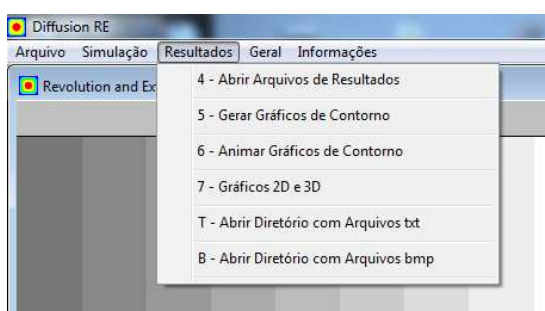


Figura 4.26 - Itens do *menu* “Resultados”.

No *menu* “Geral”, o primeiro item disponibiliza a calculadora do sistema operacional, o segundo item disponibiliza a calculadora do *software* que possibilita obter resultados de expressões e o terceiro item possibilita escolher a linguagem do *software* entre inglês e português (Figura 4.27).

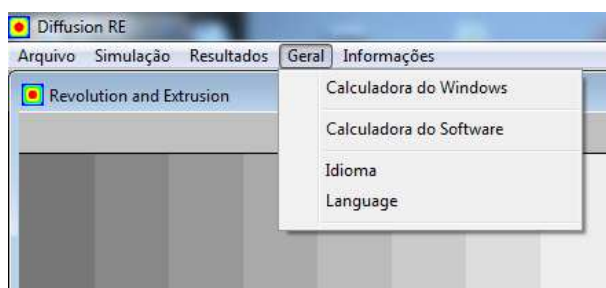


Figura 4.27 - Itens do *menu* “Geral”.

Por fim, tem-se o *menu* “Informações”. No primeiro item do *menu*, “Ajuda do Difusão RE”, são obtidas informações de ajuda sobre a utilização do *software*. No segundo item, “Ajuda do Windows”, obtém-se ajuda do sistema operacional. No terceiro item, “Home

Page”, o usuário acessa o site do *software*. No quarto item existe a opção do envio de e-mail para o autor e no último obtêm-se informações gerais sobre o *software* (Figura 4.28).

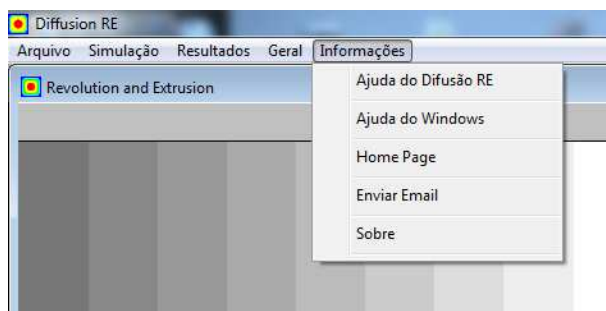


Figura 4.28 – Itens do *menu* “Informações”.

4.10 Arquivos gerados pela simulação numérica

Para cada simulação solicitada pelo usuário, o *software* gera os seguintes arquivos:

- Contour 0.txt; Contour 1.txt; Contour 2.txt; Contour 3.txt; Contour 4.txt; Contour 5.txt; Contour 6.txt – Apresenta, a posição do ponto nodal do volume de controle e o correspondente valor da temperatura, para traçar a distribuição de temperatura, nos seguintes instantes inicial (0), escolhido pelo usuário (1, 2, 3, 4 e 5) e final (6);
- Current Data – Apresenta os parâmetros utilizados na simulação;
- Gamma 0.txt; Gamma 1.txt; Gamma 2.txt; Gamma 3.txt; Gamma 4.txt; Gamma 5.txt; Gamma 6.txt – Apresenta o valor da difusividade térmica nas interfaces de cada volume de controle, nos seguintes instantes: inicial (0), escolhidos pelo usuário (1, 2, 3, 4 e 5) e final (6);
- Grid 0.txt; Grid 1.txt; Grid 2.txt; Grid 3.txt; Grid 4.txt; Grid 5.txt; Grid 6.txt – Apresenta a relação entre as coordenadas generalizadas (ξ , η) e as coordenadas cartesianas (x , y) das intersecções das linhas na malha retangular que gera a geometria utilizada, nos seguintes instantes: inicial (0), escolhidos pelo usuário (1, 2, 3, 4 e 5) e final (6);

- Results 0.txt; Results 1.txt; Results 2.txt; Results 3.txt; Results 4.txt; Results 5.txt; Results 6.txt – Apresenta, na forma matricial, o valor da temperatura em cada volume de controle da malha, nos instantes: inicial (0), escolhido pelo usuário (1, 2, 3, 4 e 5) e final (6);
- Unsteady for Average .txt – Apresenta a variação média do valor da temperatura para o corpo todo, escolhido ao longo do tempo determinado;
- Unsteady for Node .txt – Apresenta a variação do valor da temperatura para o volume de controle escolhido ao longo do tempo determinado;
- Volume.txt – Apresenta o volume do corpo a cada instante.

4.11 A penetração do calor

É sabido que a difusividade térmica aparente é sensível à temperatura de um produto no qual ocorre transferência de calor. Se existir uma distribuição de temperatura no produto, a consideração de uma expressão para a difusividade térmica aparente em função da temperatura local $\alpha(T)$, é uma opção para melhorar os resultados obtidos na discretização da equação de transferência de calor. O *Software Diffusion Revolution and Extrusion* (SILVA, 2008b) possibilita que se estime qual a melhor função, $\alpha(T)$, dentre vinte funções disponibilizadas pelo *software* (Figura 4.25). Devido a este fato, foram realizadas otimizações para a cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando várias expressões crescentes para a difusividade térmica aparente da polpa do mamão e do caju, como função da temperatura local.

4.12 Resultados das otimizações

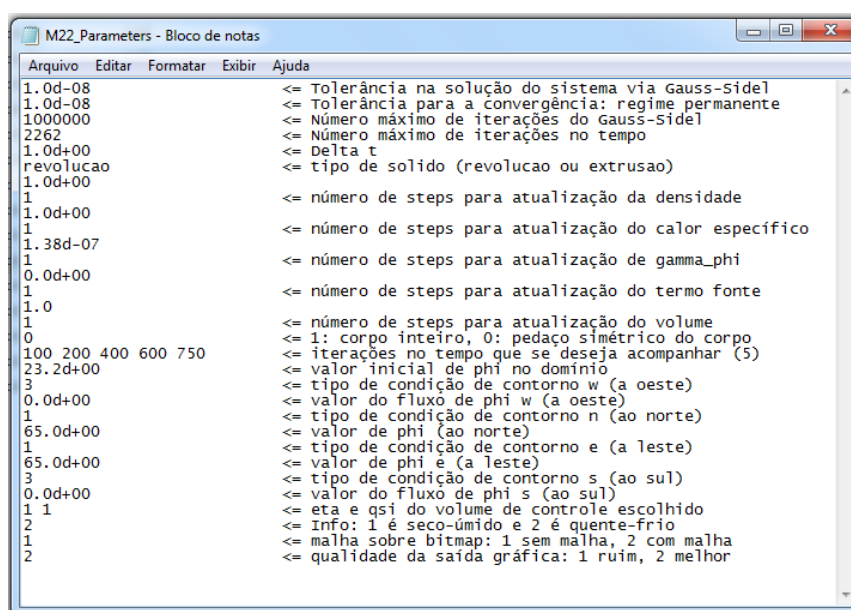
A partir desta seção, apresenta-se os resultados obtidos nas otimizações para as quatro experiências com a polpa do mamão e nas cinco experiências para a polpa do caju. Analisou-se 11 funções dentre aquelas disponíveis no *software Diffusion Revolution and Extrusion* (SILVA, 2008b) (Figura 4.25), em cada uma das experiências realizadas, com o objetivo de melhor representar o fenômeno estudado. Ressalta-se que em todas as otimizações

utilizou-se um valor qualquer para a difusividade térmica constante, pois, nesta fase, o valor da difusividade térmica é apenas lido, não é usado pelo *software*.

De posse dos resultados obtidos nos processos de otimização, em todas as experiências, as funções foram colocadas em Tabelas, por ordem crescente do valor do χ^2 . Tal fato ocorre, pois a melhor função corresponde a que possui menor χ^2 e maior R^2 . Contudo, em todas as funções, mesmo nas que apresentaram os piores valores para o χ^2 , os valores de R^2 obtidos são muito bons.

4.12.1 Experiência M1

Nesta experiência, para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente, utilizou-se os dados da Tabela A.6 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.29).



```

M22_Parameters - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08 <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08 <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000 <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2262 <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00 <= Delta t
revolucao <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00 <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00 <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07 <= número de steps para atualização de gamma_phi
0.0d+00 <= número de steps para atualização do termo fonte
1.0 <= número de steps para atualização do volume
0 <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
23.2d+00 <= valor inicial de phi no dominio
3 <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1 <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.0d+00 <= valor de phi (ao norte)
1 <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.0d+00 <= valor de phi e (a leste)
3 <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1 <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2 <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1 <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2 <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.29 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência M1.

Os resultados obtidos nos processos de otimização para os dados da experiência M1 são apresentados em uma Tabela, em ordem crescente do valor do χ^2 (Tabela 4.3).

Tabela 4.3 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R ²
1	$bcosh(aT^2)$	$1,8003049 \times 10^{-4}$	$1,2563034 \times 10^{-7}$	30,99805	0,9989150
2	$be^{(aT^2)}$	$7,0577407 \times 10^{-5}$	$1,1774512 \times 10^{-7}$	31,59230	0,9989194
3	$bcosh(aT)$	$1,2721787 \times 10^{-2}$	$1,1634479 \times 10^{-7}$	31,71049	0,9989054
4	aT^2+b	$9,7214459 \times 10^{-12}$	$1,1649837 \times 10^{-7}$	31,77363	0,9989230
5	$be^{(aT)}$	$6,6149859 \times 10^{-3}$	$1,0168178 \times 10^{-7}$	31,93945	0,9989129
6	$be^{(aT^{1/2})}$	$8,9255713 \times 10^{-2}$	$7,5595445 \times 10^{-8}$	32,13302	0,9989144
7	$aT+b$	$8,1009466 \times 10^{-10}$	$1,0115369 \times 10^{-7}$	32,31686	0,9989747
8	$be^{(aT)}$	-12,07286	$1,8258390 \times 10^{-7}$	32,83155	0,9989322
9	$bcosh(aT^{1/2})$	$8,4156036 \times 10^{-2}$	$1,1924674 \times 10^{-7}$	38,59974	0,9990298
10	$aT^{1/2}+b$	$3,0443887 \times 10^{-9}$	$1,1905860 \times 10^{-7}$	46,13504	0,9989845
11	a	$1,3981207 \times 10^{-7}$	0	56,87352	0,9988702

O gráfico da Figura 4.30 mostra a evolução da temperatura no centro do recipiente com mamão simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ e também os dados experimentais.

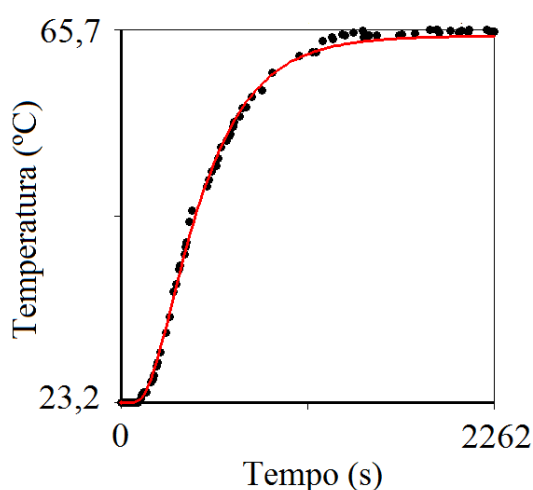
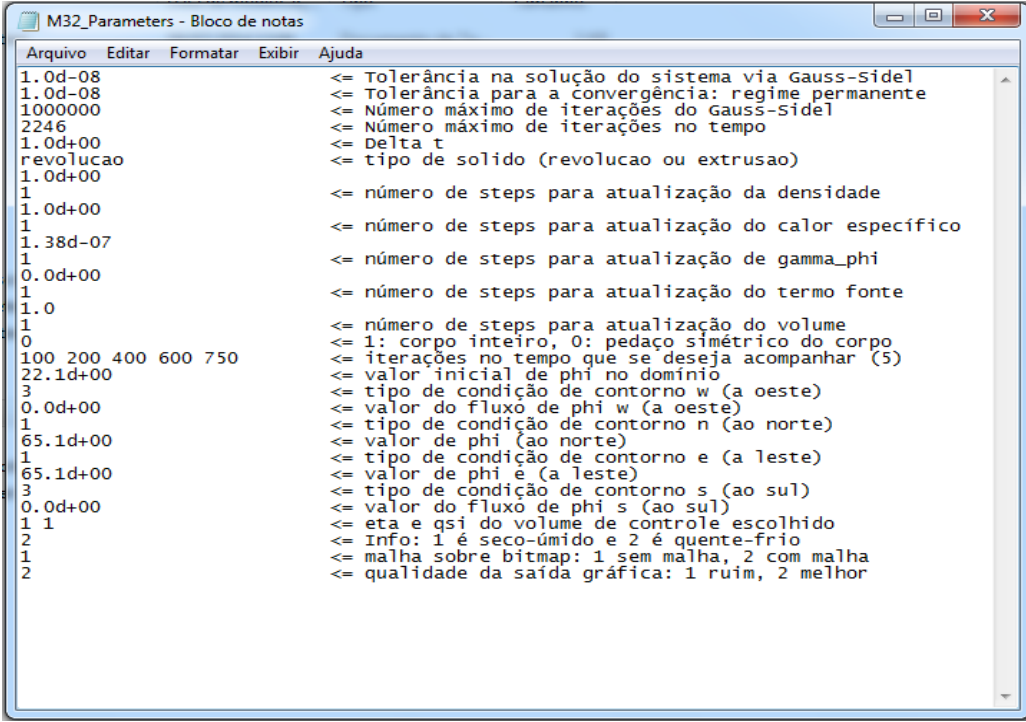


Figura 4.30 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Como se pode observar nos resultados expostos anteriormente, o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente do mamão na experiência M1, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são melhores que aqueles obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente. Note-se que o qui-quadrado diminuiu cerca de 1,8 vezes, nesta experiência.

4.12.2 Experiência M2

Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente na experiência M2, utilizou-se os dados da Tabela A.7 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.31).



```

Arquivo  Editar  Formatar  Exibir  Ajuda
1.0d-08      <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08      <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000     <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2246        <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00     <= Delta t
revolucao   <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00     <= número de steps para atualização da densidade
1           <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07    <= número de steps para atualização de gamma_phi
1           <= número de steps para atualização do termo fonte
1.0         <= número de steps para atualização do volume
0           <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.1d+00    <= valor inicial de phi no dominio
3           <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1           <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.1d+00    <= valor de phi (ao norte)
1           <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.1d+00    <= valor de phi e (a leste)
3           <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1         <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2           <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1           <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2           <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.31 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência M2.

Após as otimizações, inseriu-se os resultados obtidos na Tabela 4.4, em ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado.

Tabela 4.4 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$1,1661253 \times 10^{-4}$	$1,3265247 \times 10^{-7}$	21,06313	0,9991928
2	$be^{(aT^2)}$	$2,8131715 \times 10^{-5}$	$1,2968988 \times 10^{-7}$	22,28284	0,9991636
3	$bcosh(aT)$	$7,6575805 \times 10^{-3}$	$1,2955356 \times 10^{-7}$	22,33893	0,9991618
4	aT^2+b	$3,6766627 \times 10^{-12}$	$1,2998824 \times 10^{-7}$	22,36661	0,9991634
5	$be^{(aT)}$	$2,3284128 \times 10^{-3}$	$1,2414812 \times 10^{-7}$	22,95189	0,9991493
6	$bcosh(aT^{1/2})$	$6,9758147 \times 10^{-2}$	$1,2408246 \times 10^{-7}$	22,99763	0,9991487
7	$aT+b$	$2,6051794 \times 10^{-10}$	$1,2637088 \times 10^{-7}$	23,12981	0,9991561
8	$be^{(aT^{1/2})}$	$3,2445598 \times 10^{-2}$	$1,1104770 \times 10^{-7}$	23,32111	0,9991351
9	$aT^{1/2}+b$	$2,6317379 \times 10^{-9}$	$1,2073764 \times 10^{-7}$	23,72219	0,9991558
10	$be^{(aT)}$	-3,333688	$1,4945797 \times 10^{-7}$	24,23823	0,9991286
11	a	$1,3877006 \times 10^{-7}$	0	26,57926	0,9991444

O gráfico da Figura 4.32 mostra a evolução da temperatura no centro do recipiente com mamão simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$, que foi a função que melhor representou a penetração do calor.

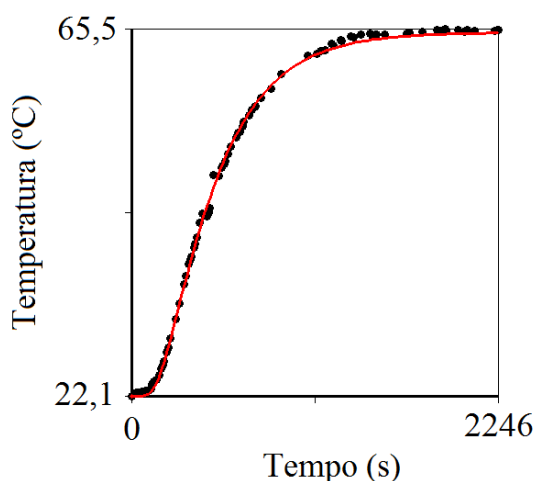
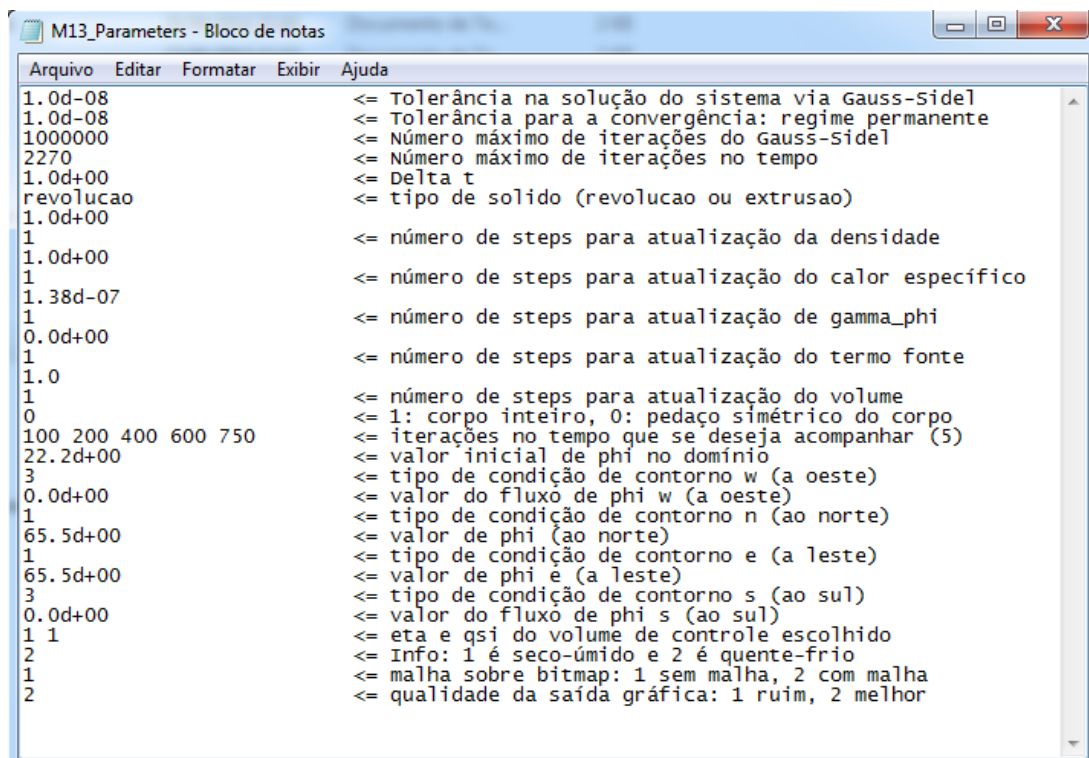


Figura 4.32 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Pode-se observar, nos resultados acima, que o indicador estatístico χ^2 da difusividade térmica aparente para o mamão na experiência M2, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$, são melhores que aqueles obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente.

4.12.3 Experiência M3

Os mesmos procedimentos realizados anteriormente foi feito nesta experiência, utilizando-se os dados da Tabela A.8 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.33).



```

Arquivo  Editar  Formatar  Exibir  Ajuda
1.0d-08      <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08      <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000     <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2270        <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00     <= Delta t
revolucao   <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07
1           <= número de steps para atualização de gamma_phi
0.0d+00
1           <= número de steps para atualização do termo fonte
1.0
1           <= número de steps para atualização do volume
0           <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.2d+00    <= valor inicial de phi no dominio
3           <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1           <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.5d+00    <= valor de phi (ao norte)
1           <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.5d+00    <= valor de phi e (a leste)
3           <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1         <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2           <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1           <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2           <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.33 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência M3.

As funções que melhor representaram a difusividade térmica, para esta experiência, estão dispostas na Tabela 4.5, em ordem crescente do valor do qui-quadrado.

Tabela 4.5 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$1,4809764 \times 10^{-4}$	$1,3017537 \times 10^{-7}$	5,035215	0,9998374
2	$be^{(aT^2)}$	$4,7315119 \times 10^{-5}$	$1,2484911 \times 10^{-7}$	6,727174	0,9997860
3	$bcosh(aT)$	$9,9884514 \times 10^{-3}$	$1,2474182 \times 10^{-7}$	6,865026	0,9997848
4	aT^2+b	$6,4766213 \times 10^{-12}$	$1,2448224 \times 10^{-7}$	6,944179	0,9997819
5	$be^{(aT)}$	$4,1016685 \times 10^{-3}$	$1,1500547 \times 10^{-7}$	7,897921	0,9997530
6	$bcosh(aT^{1/2})$	$9,6660927 \times 10^{-2}$	$1,1366637 \times 10^{-7}$	8,046920	0,9997467
7	$aT+b$	$4,7738352 \times 10^{-10}$	$1,1727615 \times 10^{-7}$	8,317561	0,9997616
8	$be^{(aT^{1/2})}$	$4,7723442 \times 10^{-2}$	$1,0086664 \times 10^{-7}$	8,615774	0,9997478
9	$aT^{1/2}+b$	$4,1720658 \times 10^{-9}$	$1,1147142 \times 10^{-7}$	10,54271	0,9997461
10	$be^{(aT)}$	-6,324436	$1,6114224 \times 10^{-7}$	10,60337	0,9996803
11	a	$1,4007797 \times 10^{-7}$	0	19,18085	0,9996294

Utilizando a função que melhor representou a difusividade térmica na experiência M3, $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$, gerou-se o gráfico da Figura 4.34 que mostra a evolução da temperatura no centro do recipiente com mamão simulada numericamente.

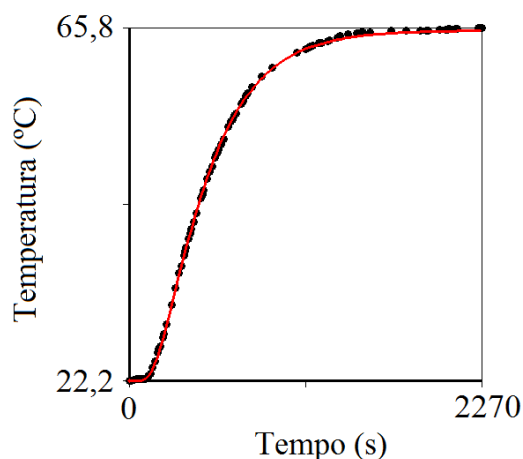
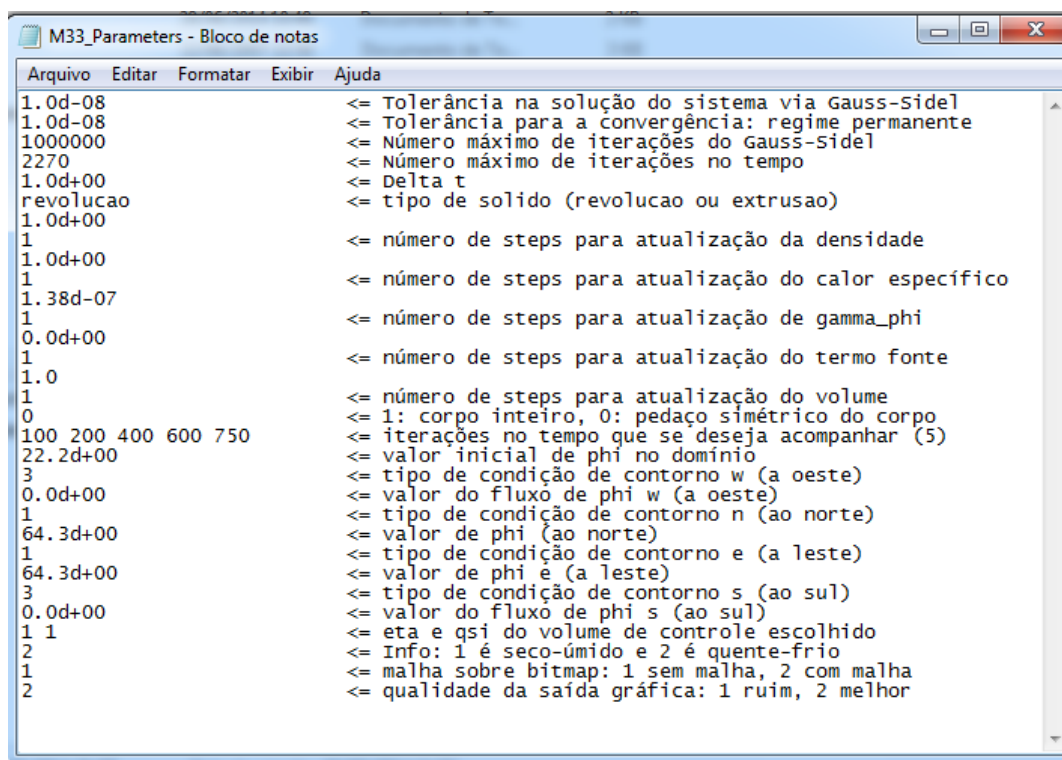


Figura 4.34 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Verifica-se nos resultados expostos anteriormente, que o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente para o mamão na experiência M3, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são, aproximadamente, 4 vezes melhores que aqueles obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente, e o R^2 é melhor.

4.12.4 Experiência M4

Para finalizar os experimentos com a polpa do mamão e encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente na experiência M4, utilizou-se os dados da Tabela A.9 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.35).



```

M33_Parameters - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08 <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08 <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000 <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2270 <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00 <= Delta t
revolucao <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07 <= número de steps para atualização de gamma_phi
1
0.0d+00 <= número de steps para atualização do termo fonte
1
1.0
1 <= número de steps para atualização do volume
0 <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.2d+00 <= valor inicial de phi no domínio
3 <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1 <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
64.3d+00 <= valor de phi (ao norte)
1 <= tipo de condição de contorno e (a leste)
64.3d+00 <= valor de phi e (a leste)
3 <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1 <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2 <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1 <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2 <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.35 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência M4.

As funções encontradas foram inseridas e classificadas em ordem crescente na Tabela 4.6, de acordo com o valor do qui-quadrado.

Tabela 4.6 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência M4, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$2,5358956 \times 10^{-4}$	$1,0926691 \times 10^{-7}$	12,49570	0,9996780
2	$be^{(aT^2)}$	$1,2697141 \times 10^{-4}$	$9,8075908 \times 10^{-8}$	13,68645	0,9996755
3	$bcosh(aT)$	$1,7689615 \times 10^{-2}$	$9,5463207 \times 10^{-8}$	14,23093	0,9996513
4	aT^2+b	$1,6517922 \times 10^{-11}$	$9,4345076 \times 10^{-8}$	14,61354	0,9996546
5	$be^{(aT)}$	$1,1557752 \times 10^{-2}$	$7,6520038 \times 10^{-8}$	15,32859	0,9996238
6	$be^{(aT^{1/2})}$	0,1518541	$4,6866361 \times 10^{-8}$	16,45753	0,9996027
7	$bcosh(aT^{1/2})$	0,1912569	$6,6475316 \times 10^{-8}$	16,48903	0,9995363
8	$aT+b$	$1,2123116 \times 10^{-9}$	$7,5592389 \times 10^{-8}$	19,14867	0,9997209
9	$be^{(aT)}$	-20,11666	$2,0763933 \times 10^{-7}$	21,35645	0,9994406
10	$aT^{1/2}+b$	$7,6340507 \times 10^{-9}$	$8,0325250 \times 10^{-8}$	49,66011	0,9994035
11	a	$1,3208339 \times 10^{-7}$	0	103,6625	0,9984812

A Figura 4.36 apresenta o gráfico da evolução da temperatura no centro do recipiente para a experiência M4, simulada numericamente através da função $a(T)=bcosh(aT^2)$ e também os dados experimentais.

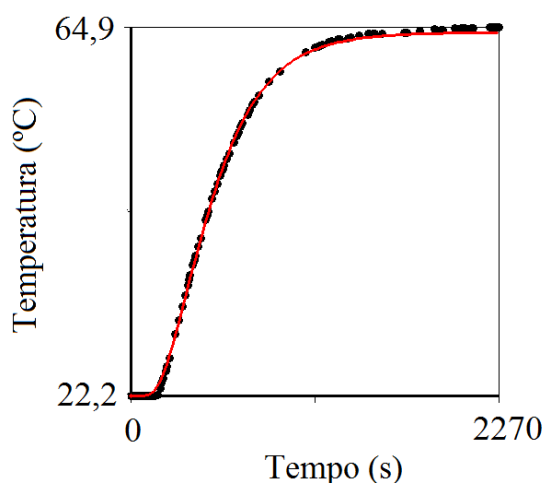


Figura 4.36 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Nota-se novamente que o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente do mamão na experiência M4, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são melhores que aqueles obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente, com uma diminuição de 8,3 vezes no valor do qui-quadrado.

4.12.5 Média para o mamão

De posse dos dados originais obtidos com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo nas experiências M1, M2, M3 e M4, para o mamão, fez-se a média aritmética desses dados os quais encontram-se dispostos, de forma resumida na Tabela A.10 (Apêndice A). Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente utilizou-se os dados da Tabela A.10 (Apêndice A) e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.37).

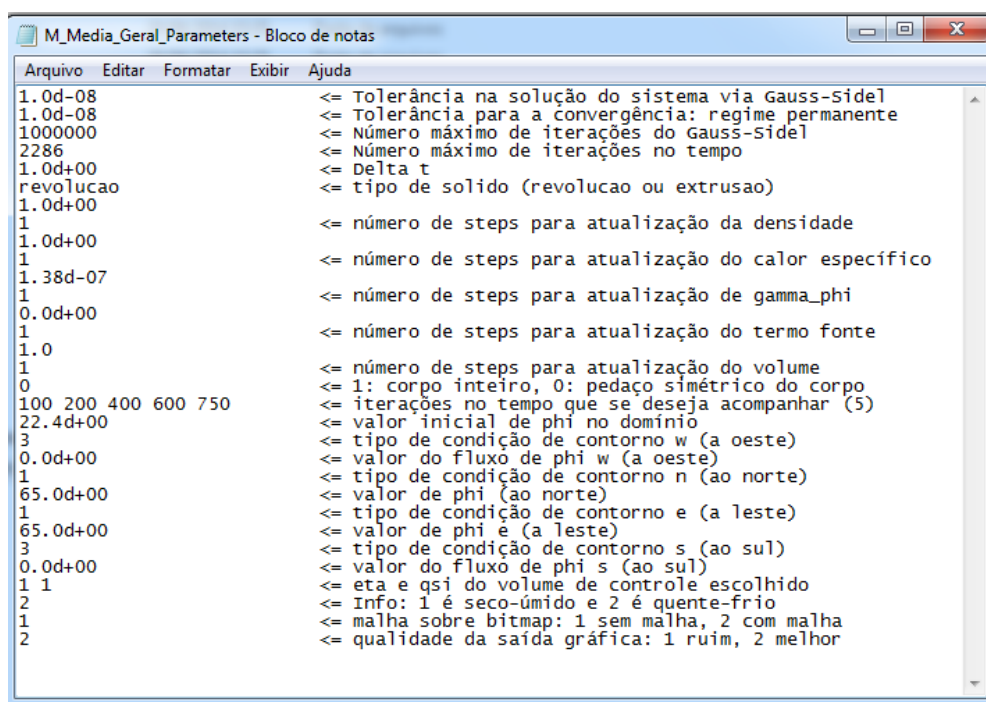


Figura 4.37 – Arquivo com a média dos dados a serem informados para otimização da média das experiências para o mamão.

Identicamente ao que foi realizado anteriormente, as funções obtidas foram classificadas em ordem crescente para os valores médios do qui-quadrado e encontram-se na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente para a média das experiências com o mamão, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R ²
1	$bcosh(aT^2)$	$1,7563526 \times 10^{-4}$	$1,2433716 \times 10^{-7}$	13,62506	0,9995167
2	$be^{(aT^2)}$	$6,6771485 \times 10^{-5}$	$1,1695271 \times 10^{-7}$	15,21006	0,9994777
3	$bcosh(aT)$	$1,2118561 \times 10^{-2}$	$1,1635159 \times 10^{-7}$	15,42183	0,9994757
4	aT^2+b	$8,9616890 \times 10^{-12}$	$1,1606156 \times 10^{-7}$	15,53946	0,9994724
5	$be^{(aT)}$	$5,9826118 \times 10^{-3}$	$1,0314034 \times 10^{-7}$	16,37410	0,9994482
6	$bcosh(aT^{1/2})$	0,1169689	$1,0217830 \times 10^{-7}$	16,58376	0,9994557
7	$aT+b$	$7,9637591 \times 10^{-10}$	$9,9493597 \times 10^{-8}$	16,71353	0,9994436
8	$be^{(aT^{1/2})}$	$7,9968914 \times 10^{-2}$	$7,9282870 \times 10^{-8}$	17,05604	0,9994293
9	$be^{(aT)}$	-9,979097	$1,7144248 \times 10^{-7}$	19,27716	0,9993911
10	$aT^{1/2}+b$	$4,6032218 \times 10^{-9}$	$1,0587759 \times 10^{-7}$	23,84062	0,9994333
11	a	$1,3737640 \times 10^{-7}$	0	38,27939	0,9992166

O gráfico da Figura 4.38 mostra a evolução da temperatura média no centro do recipiente com mamão simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$.

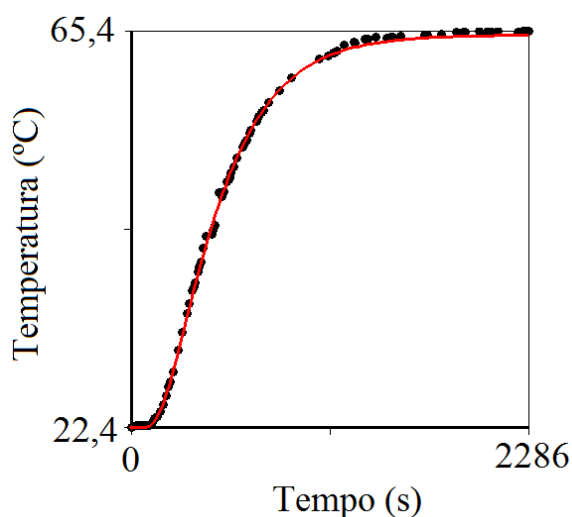


Figura 4.38 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e as médias dos pontos obtidos experimentalmente para o mamão no centro do recipiente com geometria arbitrária.

É notório nos resultados expostos acima, que o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente para a média dos dados obtidos para o mamão, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$, são melhores que aqueles obtidos quando se considerou as demais funções. Quando considera-se constante a difusividade térmica aparente, verifica-se que a melhor função possui uma diminuição de aproximadamente 3 vezes no valor do qui-quadrado.

Buscando uma melhor descrição na análise da difusividade térmica da polpa do mamão, observa-se que as funções que melhor representaram a cinética de penetração de calor, permaneceram na mesma ordem de significância em todos os experimentos. Sendo assim, gerou-se o gráfico da Figura 4.39, que mostra as cinco melhores expressões que descrevem a difusividade térmica aparente do mamão em função da temperatura local. Percebe-se, no referido gráfico, que as funções encontram-se muito próximas umas das outras, denotando, assim, uma precisão dos resultados obtidos.

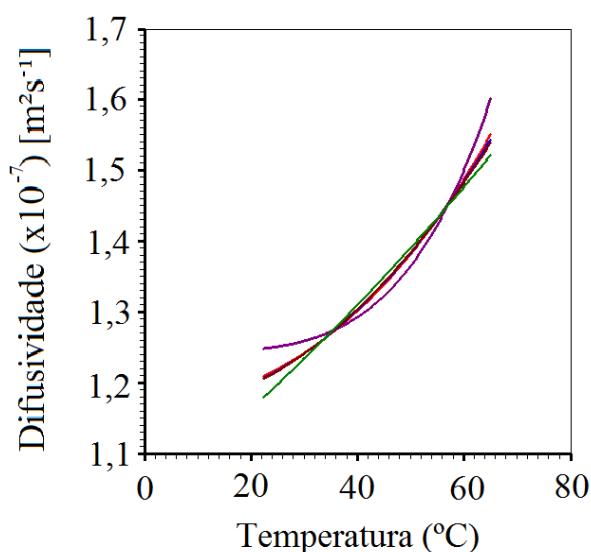


Figura 4.39 – As cinco melhores funções para a difusividade térmica do mamão.

Nestes experimentos descritos até o momento, a equação de difusão foi resolvida com o objetivo de estudar a cinética de penetração de calor na polpa do mamão inserida em recipientes com geometria arbitrária, considerando as seguintes simplificações: $\lambda = 1$, $\Gamma^{\Phi} = \alpha = k/(\rho c_p)$, e $\Phi = T$. Foi verificado que a malha com 32x24 elementos, como mostrada na

Figura 4.9(b), é apropriada para uma solução numérica da equação de difusão, principalmente, quando se deseja explorar as simetrias envolvidas na geometria em estudo. Nos processos de otimização, o tempo foi dividido em valores superiores a 3600 passos, com o objetivo de garantir um adequado refinamento para a solução numérica da equação de difusão. Como a temperatura interna do produto atinge e se mantém em equilíbrio térmico com o sistema em aproximadamente 1800 passos, desprezou-se valores superiores a 2400 passos como forma de reduzir a utilização do tempo de memória. Tal fato não influencia os resultados obtidos.

Verifica-se, também, nos experimentos para a polpa do mamão que o aquecimento ocorre entre as temperaturas de 22 °C e 66 °C. Para as situações analisadas, os dados experimentais estão no estado transiente do processo de aquecimento e a difusividade térmica aparente deve ser relacionada à temperatura local, do interior da polpa do mamão.

A difusividade térmica aparente da polpa do mamão dada pela função $bcosh(aT^2)$, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre as temperaturas de 22,4 °C e 65,4 °C são mostradas na Figura 4.40.

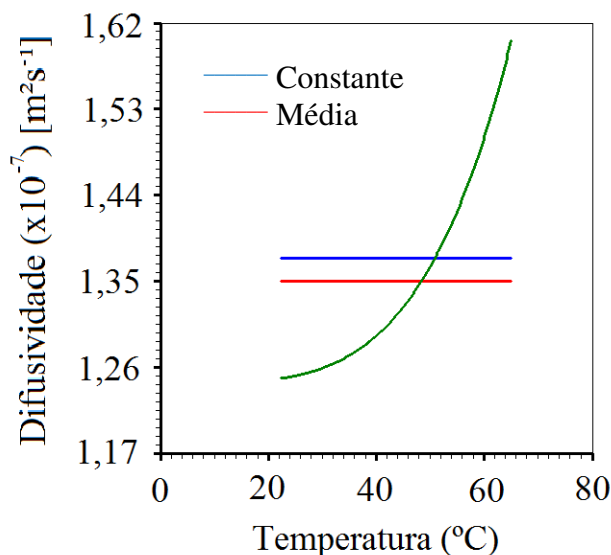


Figura 4.40 – Função difusividade térmica aparente da polpa do mamão, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 22,4 °C e 65,4 °C.

Por fim, observa-se que há compatibilidade entre os valores obtidos para a difusividade térmica constante, $\alpha = 1,37 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ e a média da difusividade térmica variável com a temperatura local, $\alpha = 1,35 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Assim como a difusividade térmica em função da temperatura para o mamão é fornecida pela Equação (4.1).

$$\alpha = 1,243 \times 10^{-7} \cosh(1,756 \times 10^{-4} T^2) \quad (4.1)$$

4.12.6 Experiência C1

A partir desta seção serão analisados os dados das cinco experiências, para a determinação da função que melhor representa a difusividade térmica aparente da polpa do caju. Nesta primeira experiência, utilizou-se os dados da Tabela A.17 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.41). De posse dos resultados obtidos nas otimizações, as funções foram classificadas por ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado, e encontram-se dispostas na Tabela 4.8.

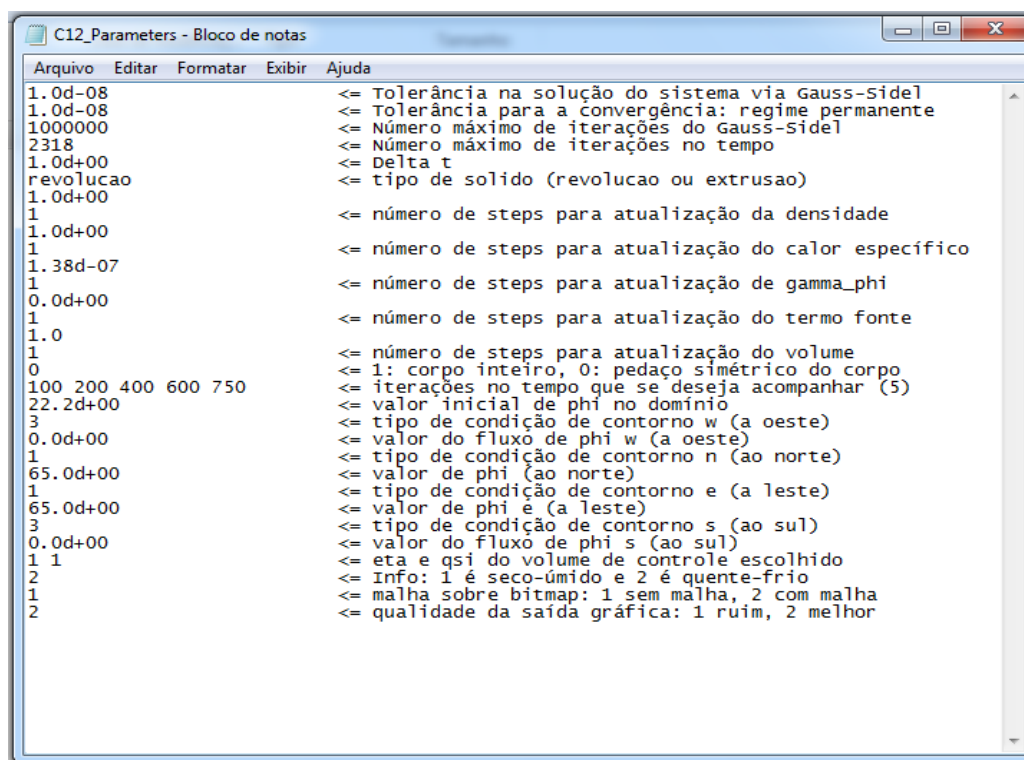


Figura 4.41 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência C1.

Tabela 4.8 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C1, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$2,1541334 \times 10^{-4}$	$1,1458193 \times 10^{-7}$	29,34116	0,9987610
2	$be^{(aT^2)}$	$8,7716049 \times 10^{-5}$	$1,0747549 \times 10^{-7}$	36,76395	0,9984586
3	$bcosh(aT)$	$1,4465507 \times 10^{-2}$	$1,0535239 \times 10^{-7}$	37,80949	0,9984193
4	aT^2+b	$1,1599269 \times 10^{-11}$	$1,0526968 \times 10^{-7}$	38,51218	0,9983962
5	$be^{(aT)}$	$8,0488883 \times 10^{-3}$	$9,0256336 \times 10^{-8}$	41,84811	0,9982535
6	$be^{(aT^{1/2})}$	$9,5901504 \times 10^{-2}$	$6,8648625 \times 10^{-8}$	44,86037	0,9981546
7	$aT+b$	$7,4937351 \times 10^{-10}$	$9,7181790 \times 10^{-8}$	46,28520	0,9981861
8	$be^{(aT)}$	-12,64392	$1,7569326 \times 10^{-7}$	53,69259	0,9978045
9	$aT^{1/2}+b$	$4,9358184 \times 10^{-9}$	$9,8986916 \times 10^{-8}$	60,38680	0,9978988
10	$bcosh(aT^{1/2})$	$3,6012542 \times 10^{-9}$	$1,3271514 \times 10^{-7}$	82,38166	0,9974585
11	a	$1,3269283 \times 10^{-7}$	0	82,38185	0,9974543

O gráfico da Figura 4.42 mostra a evolução da temperatura no centro do recipiente com caju simulada numericamente através da função $a(T)=bcosh(aT^2)$, e os respectivos pontos experimentais.

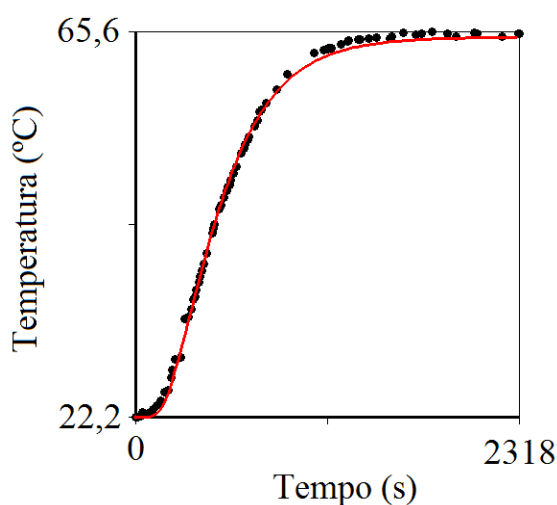


Figura 4.42 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Como se pode observar nos resultados expostos na Tabela 4.8, o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente para o caju, na experiência C1, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são melhores dentre todos e, quando se considerou constante a difusividade térmica aparente, o valor do qui-quadrado aumentou 2,8 vezes, nesta experiência.

4.12.7 Experiência C2

Nesta experiência, para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente, utilizou-se os dados da Tabela A.18 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.43). Posteriormente, as funções encontradas foram classificadas em ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado e encontram-se dispostas na Tabela 4.9. Por fim, gerou-se o gráfico da Figura 4.44 com o intuito de mostrar a evolução da temperatura no centro do recipiente com caju simulada numericamente através da função que melhor descreve o fenômeno $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$.

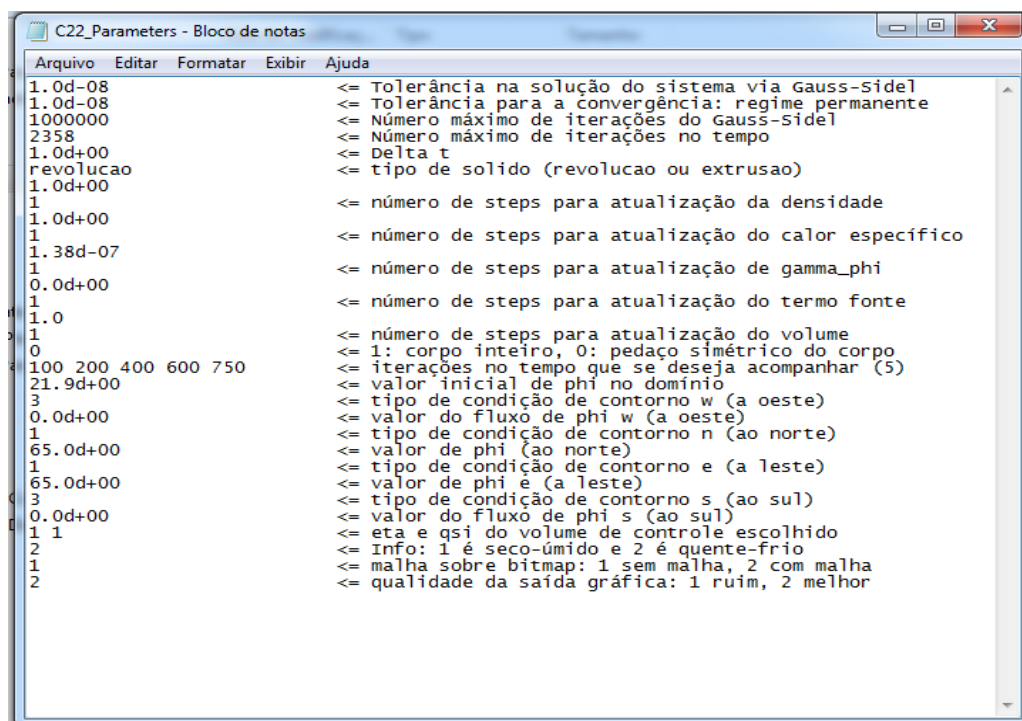


Figura 4.43 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência C2.

Tabela 4.9 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C2, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$1,9938496 \times 10^{-4}$	$1,1563296 \times 10^{-7}$	22,95089	0,9989673
2	$be^{(aT^2)}$	$7,8929028 \times 10^{-5}$	$1,0858839 \times 10^{-7}$	27,11740	0,9988205
3	aT^2+b	$1,0116369 \times 10^{-11}$	$1,0733487 \times 10^{-7}$	28,08550	0,9987903
4	$bcosh(aT)$	$1,3654214 \times 10^{-2}$	$1,0661441 \times 10^{-7}$	28,26874	0,9987659
5	$be^{(aT)}$	$7,1973461 \times 10^{-3}$	$9,2960242 \times 10^{-8}$	30,67500	0,9986885
6	$be^{(aT^{1/2})}$	$9,3342870 \times 10^{-2}$	$6,9146665 \times 10^{-8}$	31,82301	0,9986457
7	$bcosh^{(aT^{1/2})}$	0,1501293	$8,2738332 \times 10^{-8}$	32,58755	0,9985542
8	$aT+b$	$6,9468820 \times 10^{-10}$	$9,8337374 \times 10^{-8}$	32,74974	0,9987230
9	$be^{(aT)}$	-11,37600	$1,6894813 \times 10^{-7}$	38,02421	0,9984515
10	$aT^{1/2}+b$	$4,0471533 \times 10^{-9}$	$1,0360844 \times 10^{-7}$	46,13478	0,9985605
11	a	$1,3094835 \times 10^{-7}$	0	66,69202	0,9982442

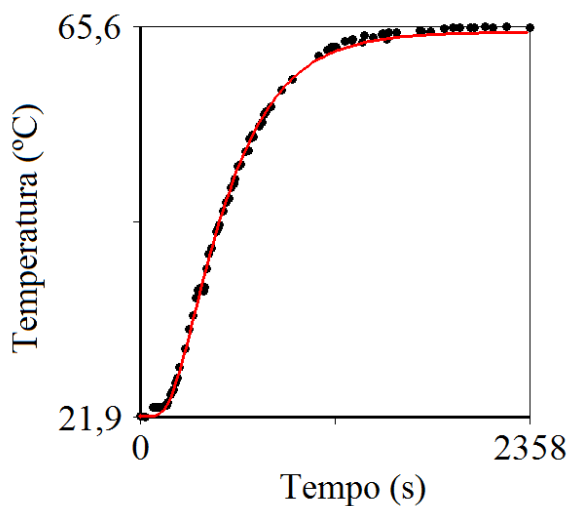
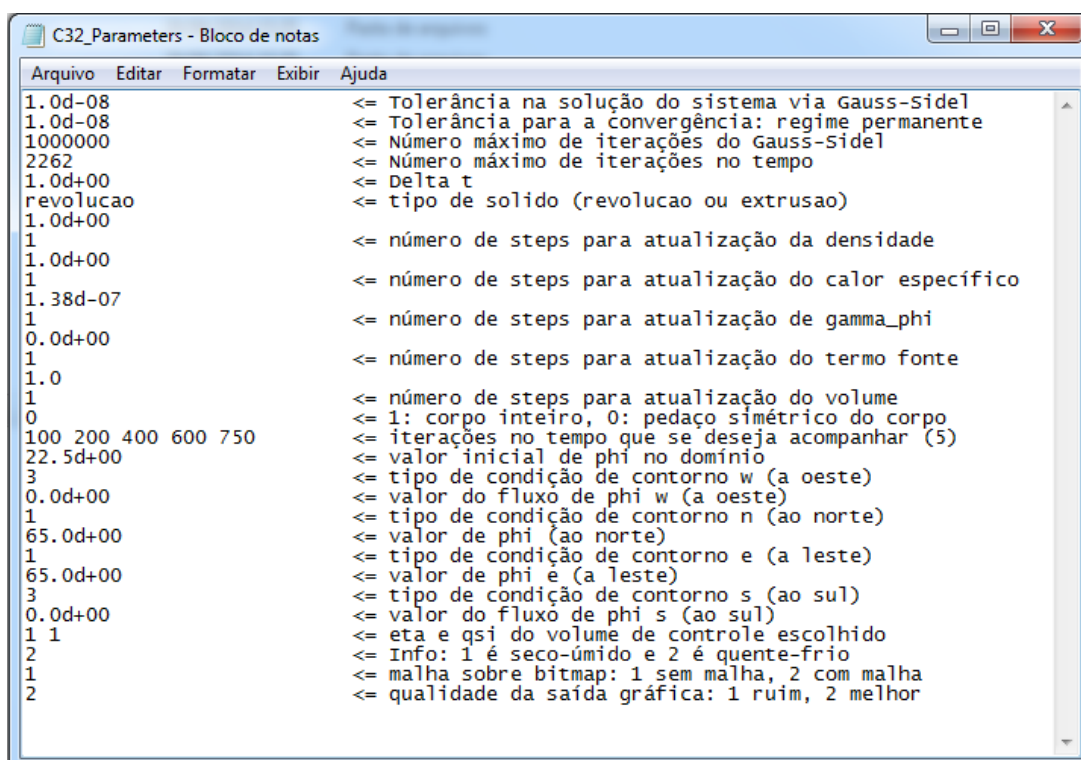


Figura 4.44 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Verifica-se, nos resultados obtidos, que a função com o melhor indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente para o caju na experiência C2 é expressa por $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$. Ao comparar tais indicadores com os indicadores estatísticos obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente, verifica-se que o qui-quadrado sofre uma redução de 2,9 vezes, nesta experiência.

4.12.8 Experiência C3

Para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente para a polpa do caju, utilizou-se dos dados da Tabela A.19 e os parâmetros mostrados na Figura 4.45. Após obter os resultados das otimizações, classificou as funções utilizadas nesse processo, em ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado (Tabela 4.10).



```

C32_Parameters - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08 <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08 <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000 <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2262 <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00 <= Delta t
revolucao <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00 <= número de steps para atualização da densidade
1 <= número de steps para atualização do calor específico
1.0d+00 <= número de steps para atualização de gamma_phi
1.38d-07 <= número de steps para atualização do termo fonte
1 <= número de steps para atualização do volume
1.0 <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
0 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
100 200 400 600 750 <= valor inicial de phi no dominio
22.5d+00 <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
3 <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
0.0d+00 <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
1 <= valor de phi (ao norte)
65.0d+00 <= tipo de condição de contorno e (a leste)
1 <= valor de phi e (a leste)
65.0d+00 <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
3 <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
0.0d+00 <= eta e qsi do volume de controle escolhido
1 1 <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
2 <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
1 <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor
2

```

Figura 4.45 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência C3.

Tabela 4.10 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C3, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R ²
1	$bcosh(aT^2)$	$1,8788142 \times 10^{-4}$	$1,1574736 \times 10^{-7}$	7,622430	0,9997627
2	$be^{(aT^2)}$	$7,2659721 \times 10^{-5}$	$1,0882763 \times 10^{-7}$	10,34872	0,9996860
3	$bcosh(aT)$	$1,2888948 \times 10^{-2}$	$1,0758491 \times 10^{-7}$	10,74259	0,9996650
4	aT^2+b	$9,3730362 \times 10^{-12}$	$1,0737994 \times 10^{-7}$	10,95638	0,9996644
5	$be^{(aT)}$	$6,4781336 \times 10^{-3}$	$9,5046644 \times 10^{-8}$	12,31907	0,9996260
6	$aT+b$	$7,5747220 \times 10^{-10}$	$9,3635940 \times 10^{-8}$	13,05055	0,9996384
7	$be^{(aT^{1/2})}$	$8,9817360 \times 10^{-2}$	$6,9912005 \times 10^{-8}$	13,53189	0,9995689
8	$be^{(aT)}$	-10,70763	$1,6442000 \times 10^{-7}$	17,02207	0,9994992
9	$aT^{1/2}+b$	$6,7578818 \times 10^{-9}$	$8,3357271 \times 10^{-8}$	17,45299	0,9996516
10	$bcosh(aT^{1/2})$	$8,8864788 \times 10^{-2}$	$1,0868216 \times 10^{-7}$	18,33285	0,9996499
11	a	$1,2959650 \times 10^{-7}$	0	40,42020	0,9993713

Em sequência, apresenta-se no gráfico da Figura 4.46 a evolução da temperatura no centro do recipiente simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$, e os respectivos pontos experimentais.

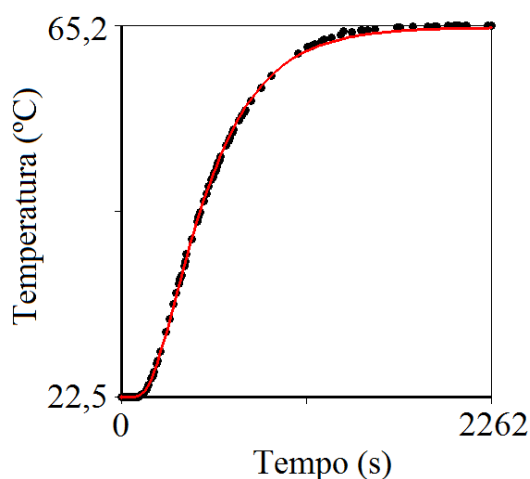
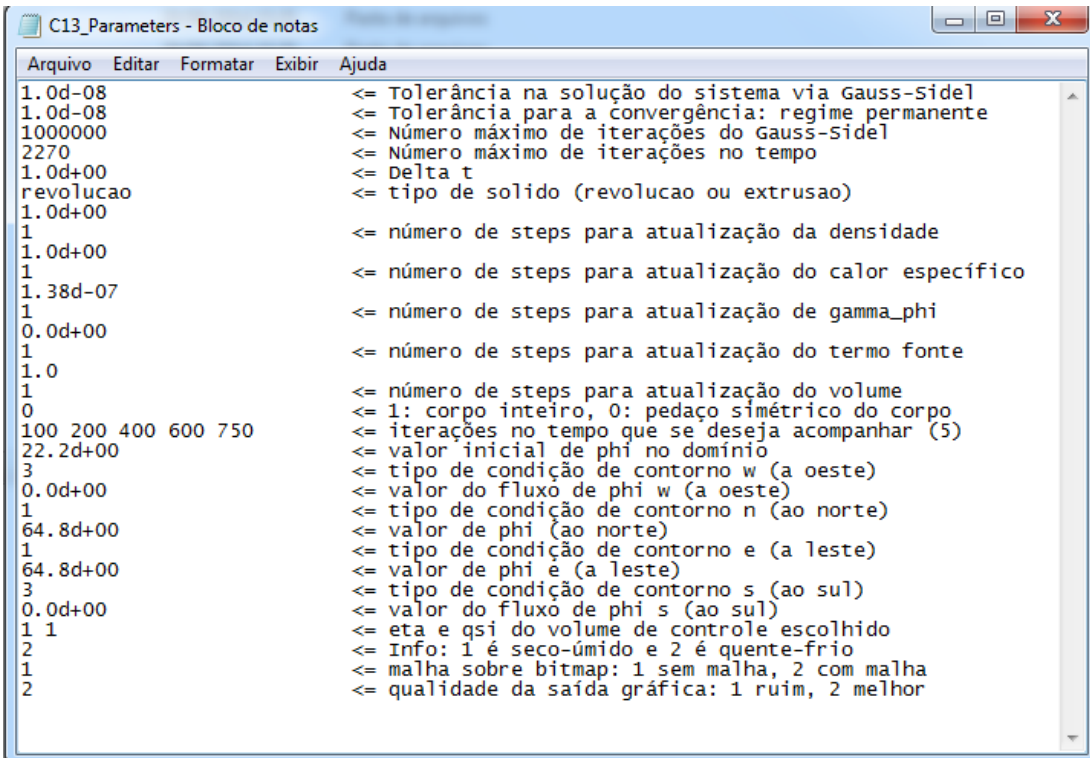


Figura 4.46 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Os resultados da Tabela 4.10 deixam explícitos o indicador estatístico χ^2 da difusividade térmica aparente para a polpa do caju na experiência C3. É possível perceber que a função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ é a que obtém o menor valor para o qui-quadrado. Percebe-se também que ao considerar a difusividade térmica constante, tem-se um qui-quadrado 5,3 vezes maior que a função que melhor se comportou.

4.12.9 Experiência C4

Na quarta experiência com a polpa do caju para encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente, utilizou-se os dados da Tabela A.20 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.47). Na Tabela 4.11 encontram-se as funções classificadas por ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado.



```

C13_Parameters - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08      <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08      <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000     <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2270        <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00     <= Delta t
revolucao   <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1           <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07    <= número de steps para atualização de gamma_phi
1           <= número de steps para atualização do termo fonte
0.0d+00
1           <= número de steps para atualização do volume
1.0         <= número de steps para atualização do volume
0           <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.2d+00    <= valor inicial de phi no domínio
3           <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1           <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
64.8d+00    <= valor de phi (ao norte)
1           <= tipo de condição de contorno e (a leste)
64.8d+00    <= valor de phi e (a leste)
3           <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00     <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1         <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2           <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1           <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2           <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.47 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência C4.

Tabela 4.11 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C4, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$2,0230257 \times 10^{-4}$	$1,3059756 \times 10^{-7}$	6,533054	0,9997308
2	$be^{(aT^2)}$	$8,3492778 \times 10^{-5}$	$1,2170133 \times 10^{-7}$	9,587441	0,9996144
3	$bcosh(aT)$	$1,3762848 \times 10^{-2}$	$1,2056076 \times 10^{-7}$	10,08441	0,9995975
4	aT^2+b	$1,2085290 \times 10^{-11}$	$1,2018992 \times 10^{-7}$	10,37926	0,9995864
5	$be^{(aT)}$	$7,3775221 \times 10^{-3}$	$1,0452391 \times 10^{-7}$	12,09099	0,9995210
6	$aT+b$	$9,5129116 \times 10^{-10}$	$1,0369904 \times 10^{-7}$	13,30341	0,9994960
7	$be^{(aT^{1/2})}$	$9,0078399 \times 10^{-2}$	$8,0148631 \times 10^{-8}$	13,65963	0,9994720
8	$be^{(aT)}$	-11,80408	$1,9352829 \times 10^{-7}$	18,61618	0,9992871
9	$aT^{1/2}+b$	$6,0503522 \times 10^{-9}$	$1,0756675 \times 10^{-7}$	24,81239	0,9992609
10	$bcosh(aT^{1/2})$	0,1547792	$9,1410357 \times 10^{-8}$	14,63422	0,9994242
11	a	$1,4895237 \times 10^{-7}$	0	47,39944	0,9987606

A evolução da temperatura no centro do recipiente com a polpa do caju foi simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ e encontra-se representada, juntamente com os respectivos pontos experimentais, no gráfico da Figura 4.48.

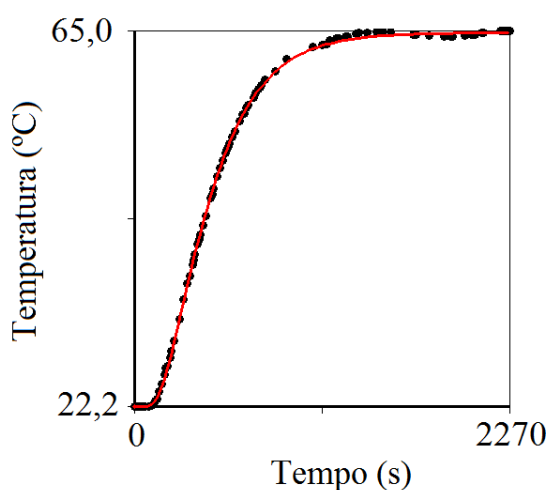
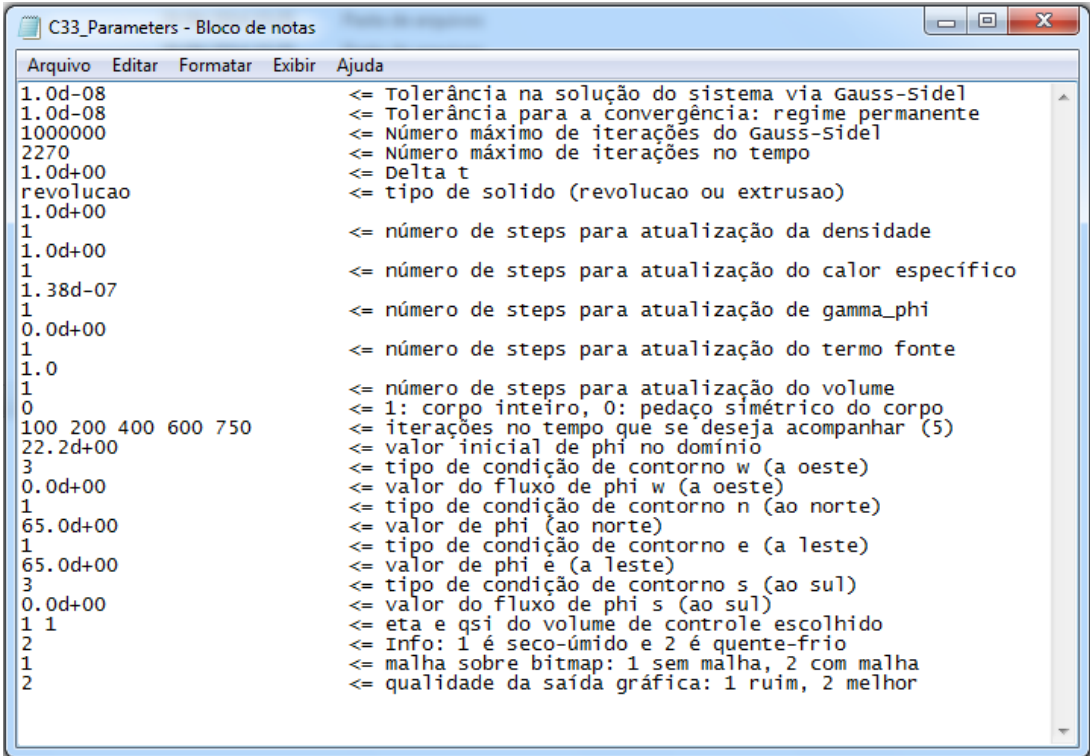


Figura 4.48 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Os resultados obtidos na Tabela 4.11 mostram que o indicador estatístico χ^2 da difusividade térmica aparente para a polpa do caju na experiência C4, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são melhores que todas as demais funções. É notório também que a difusividade térmica aparente expressa pela melhor função quando comparadas com a difusividade térmica aparente constante, o valor do qui-quadrado é 7,3 vezes menor.

4.12.10 Experiência C5

Para finalizar a busca pela função que melhor representa a difusividade térmica aparente da polpa do caju, utilizou-se os dados da Tabela A.21 e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.49). Em seguida, colocou-se na Tabela 4.12, todas as funções em ordem crescente do valor obtido para o qui-quadrado.



```

Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08 <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08 <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000 <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2270 <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00 <= Delta t
revolucao <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07 <= número de steps para atualização de gamma_phi
1
0.0d+00 <= número de steps para atualização do termo fonte
1
1.0 <= número de steps para atualização do volume
0 <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.2d+00 <= valor inicial de phi no dominio
3 <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1 <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.0d+00 <= valor de phi (ao norte)
1 <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.0d+00 <= valor de phi e (a leste)
3 <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1 <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2 <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1 <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2 <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.49 – Arquivo com dados informados para otimização da experiência C5.

Tabela 4.12 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente na experiência C5, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R ²
1	$bcosh(aT^2)$	$2,0268651 \times 10^{-4}$	$1,2259183 \times 10^{-7}$	12,32368	0,9995241
2	$be^{(aT^2)}$	$8,2541505 \times 10^{-5}$	$1,1457833 \times 10^{-7}$	16,67059	0,9993730
3	$bcosh(aT)$	$1,3824982 \times 10^{-2}$	$1,1301780 \times 10^{-7}$	17,33362	0,9993460
4	aT^2+b	$1,1233066 \times 10^{-11}$	$1,1316880 \times 10^{-7}$	17,73802	0,9993395
5	$be^{(aT)}$	$7,4252938 \times 10^{-3}$	$9,7944259 \times 10^{-8}$	19,93140	0,9992538
6	$be^{(aT^{1/2})}$	$9,2164792 \times 10^{-2}$	$7,4196109 \times 10^{-8}$	21,80308	0,9992019
7	$aT+b$	$8,3425256 \times 10^{-10}$	$1,0020969 \times 10^{-7}$	21,89647	0,9992496
8	$be^{(aT)}$	-11,63107	$1,8104913 \times 10^{-7}$	27,85160	0,9989974
9	$aT^{1/2}+b$	$6,5727392 \times 10^{-9}$	$9,4846271 \times 10^{-8}$	30,78952	0,9991291
10	$bcosh(aT^{1/2})$	$8,5666157 \times 10^{-2}$	$1,1870299 \times 10^{-7}$	31,32335	0,9991241
11	a	$1,3984457 \times 10^{-7}$	0	56,36311	0,9986846

O gráfico da Figura 4.50 mostra a evolução da temperatura no centro do recipiente com caju simulada numericamente através da função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ e os respectivos pontos experimentais.

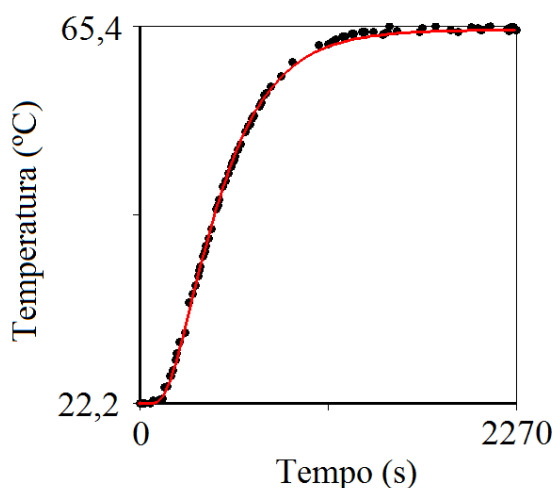
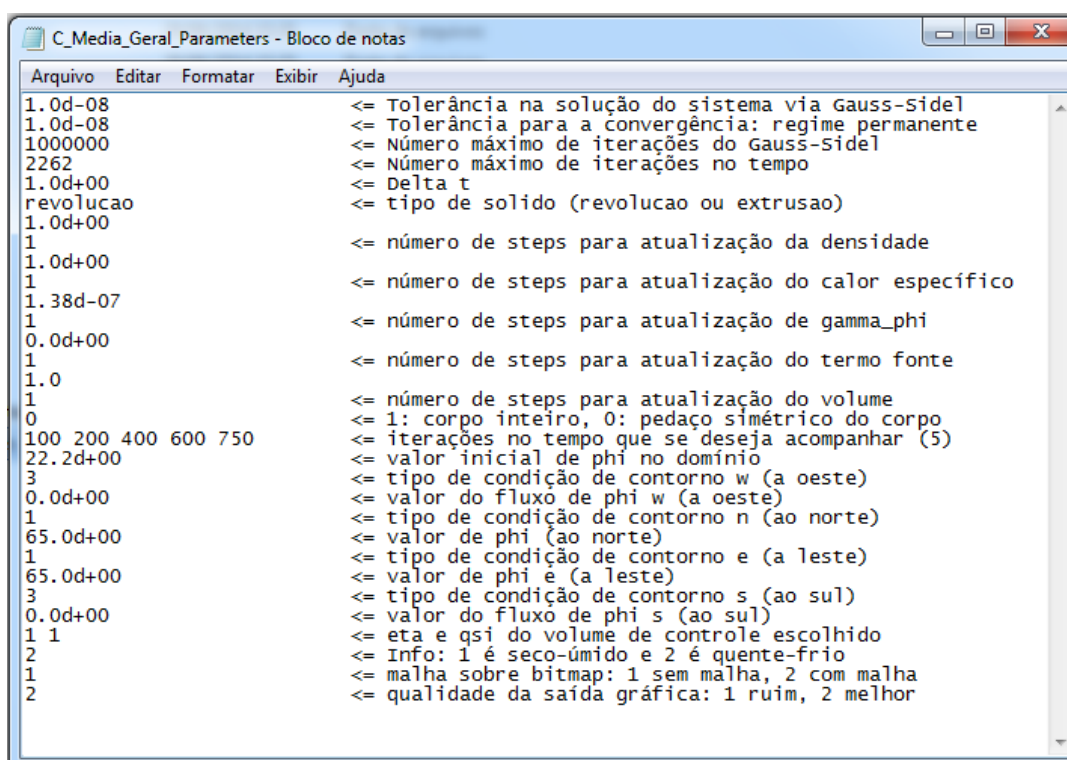


Figura 4.50 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Os resultados expostos na Tabela 4.12, mostram que o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente da polpa do caju na experiência C5, quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ são melhores e com valores 4,6 vezes menores que aqueles obtidos quando se considerou constante a difusividade térmica aparente.

4.12.11 Média para o caju

Nesta seção, de posse dos dados originais obtidos com um intervalo de tempo de 1 (um) segundo nas experiências C1, C2, C3, C4 e C5, para o caju, fez-se a média aritmética desses dados os quais encontram-se dispostos, de forma resumida na Tabela A.22 (Apêndice A). Em busca de encontrar a função que melhor representa a difusividade térmica aparente utilizou-se os dados da Tabela A.22 (Apêndice A) e os parâmetros mostrados a seguir (Figura 4.51). Identicamente ao que foi realizado anteriormente para o mamão, a Tabela 4.13 apresenta as funções obtidas em ordem crescente para os valores médios do qui-quadrado.



```

Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
1.0d-08 <= Tolerância na solução do sistema via Gauss-Sidel
1.0d-08 <= Tolerância para a convergência: regime permanente
1000000 <= Número máximo de iterações do Gauss-Sidel
2262 <= Número máximo de iterações no tempo
1.0d+00 <= Delta t
revolucao <= tipo de solido (revolucao ou extrusao)
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização da densidade
1.0d+00
1 <= número de steps para atualização do calor específico
1.38d-07 <= número de steps para atualização de gamma_phi
1
0.0d+00 <= número de steps para atualização do termo fonte
1
1.0
1 <= número de steps para atualização do volume
0 <= 1: corpo inteiro, 0: pedaço simétrico do corpo
100 200 400 600 750 <= iterações no tempo que se deseja acompanhar (5)
22.2d+00 <= valor inicial de phi no domínio
3 <= tipo de condição de contorno w (a oeste)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi w (a oeste)
1 <= tipo de condição de contorno n (ao norte)
65.0d+00 <= valor de phi (ao norte)
1 <= tipo de condição de contorno e (a leste)
65.0d+00 <= valor de phi e (a leste)
3 <= tipo de condição de contorno s (ao sul)
0.0d+00 <= valor do fluxo de phi s (ao sul)
1 1 <= eta e qsi do volume de controle escolhido
2 <= Info: 1 é seco-úmido e 2 é quente-frio
1 <= malha sobre bitmap: 1 sem malha, 2 com malha
2 <= qualidade da saída gráfica: 1 ruim, 2 melhor

```

Figura 4.51 – Arquivo com dados informados para otimização da média das experiências para o caju.

Tabela 4.13 - Apresenta os valores de a e b das funções da difusividade térmica aparente para a média das experiências de caju, do qui-quadrado e do coeficiente de determinação.

Classificação	Função	A	b (m ² s ⁻¹)	χ^2	R^2
1	$bcosh(aT^2)$	$1,9790769 \times 10^{-4}$	$1,2013403 \times 10^{-7}$	11,36656	0,9995585
2	$be^{(aT^2)}$	$7,7224315 \times 10^{-5}$	$1,1309206 \times 10^{-7}$	15,03114	0,9994416
3	$bcosh(aT)$	$1,3439582 \times 10^{-2}$	$1,1132978 \times 10^{-7}$	15,51078	0,9994190
4	aT^2+b	$1,0337784 \times 10^{-11}$	$1,1168373 \times 10^{-7}$	15,86442	0,9994149
5	$be^{(aT)}$	$7,1169185 \times 10^{-3}$	$9,6851664 \times 10^{-8}$	17,66540	0,9993444
6	$aT+b$	$8,3647866 \times 10^{-10}$	$9,6462323 \times 10^{-8}$	18,87871	0,9993398
7	$be^{(aT^{1/2})}$	$9,3577325 \times 10^{-2}$	$7,1589533 \times 10^{-8}$	19,19639	0,9992905
8	$bcosh(aT^{1/2})$	0,1510332	$8,5394277 \times 10^{-8}$	20,20199	0,9992123
9	$be^{(aT)}$	-11,36495	$1,7531225 \times 10^{-7}$	24,22870	0,9991397
10	$aT^{1/2}+b$	$6,7231638 \times 10^{-9}$	$9,0146798 \times 10^{-8}$	26,26819	0,9992645
11	a	$1,3612772 \times 10^{-7}$	0	51,83862	0,9988381

A evolução da temperatura média no centro do recipiente com caju simulada numericamente através da função $a(T)=bcosh(aT^2)$, juntamente com os respectivos pontos experimentais, é apresentada no gráfico da Figura 4.52.

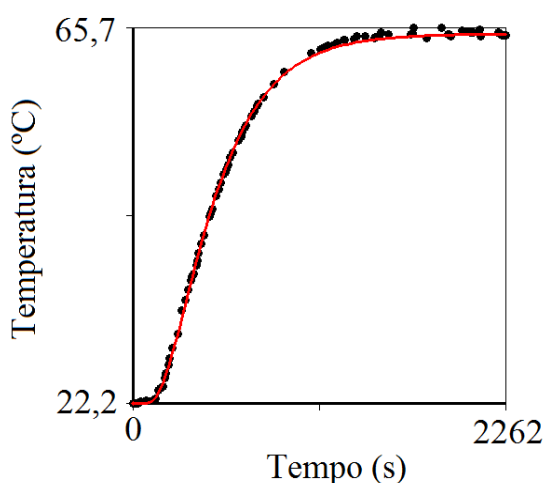


Figura 4.52 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica e os pontos obtidos experimentalmente para a temperatura média do caju no centro do recipiente com geometria arbitrária.

É possível observar nos resultados que o indicador estatístico χ^2 para a difusividade térmica aparente para a média dos dados obtidos para o caju, são melhores quando expressa pela função $\alpha(T)=bcosh(aT^2)$ do que aqueles obtidos quando se considerou as demais funções. Quando considera-se constante a difusividade térmica aparente, verifica-se que a melhor função diminui 4,6 vezes no valor do qui-quadrado.

Em busca de uma melhor descrição na análise da difusividade térmica da polpa do caju, observa-se que as funções que melhor representaram a cinética de penetração de calor, permaneceram na mesma ordem de significância em todos os experimentos. Sendo assim, gerou-se o gráfico da Figura 4.53, que mostra as cinco melhores expressões que descrevem a difusividade térmica aparente do caju em função da temperatura local. Percebe-se, no referido gráfico, que as funções encontram-se muito próximas umas das outras, denotando, assim, uma precisão dos resultados obtidos.

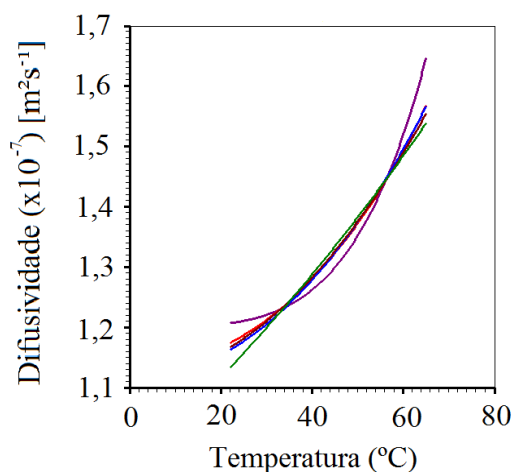


Figura 4.53 – As cinco melhores funções para a difusividade térmica para polpa do caju.

Nos experimentos para a polpa do caju, o aquecimento ocorre entre as temperaturas de 22 $^{\circ}\text{C}$ e 66 $^{\circ}\text{C}$. Da mesma forma que ocorreu com as experiências para o mamão, nos experimentos descritos para o caju inserido em recipientes com geometria arbitrária, a equação de difusão foi resolvida com o objetivo de estudar a cinética de penetração de calor, considerando as simplificações: $\lambda = 1$, $\Gamma^{\Phi} = \alpha = k/(\rho c_p)$, e $\Phi = T$. Utilizou-se de uma malha de 32x24 elementos, como mostrada na Figura 4.9(b), é apropriada para uma solução numérica da equação de difusão, principalmente, quando se deseja explorar

as simetrias envolvidas na geometria em estudo. Em todas as situações analisadas, os dados experimentais estão no estado transiente do processo de aquecimento e a difusividade térmica aparente deve ser relacionada à temperatura local, do interior da polpa do caju.

A difusividade térmica aparente da polpa do caju é dada pela função $bcosh(aT^2)$, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre as temperaturas de 22,2 °C e 65,0 °C são mostradas na Figura 4.54.

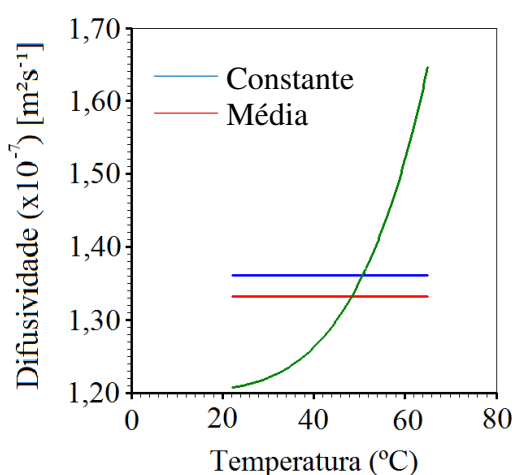


Figura 4.54 – Função difusividade térmica aparente da polpa do caju, a difusividade média desta função e a difusividade constante entre 22,2 °C e 65,0 °C.

Por fim, verifica-se que há concordância entre os valores obtidos para a difusividade térmica constante, $\alpha = 1,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ e a média da difusividade térmica variável com a temperatura local, $\alpha = 1,33 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Assim como a difusividade térmica em função da temperatura para o caju é fornecida pela Equação (4.2).

$$\alpha = 1,201 \times 10^{-7} \cosh(1,979 \times 10^{-4} T^2) \quad (4.2)$$

4.13 Simulações com os valores médio dos dados

O *software Diffusion Revolution and Extrusion* (SILVA, 2008b) possibilita, também, mostrar a cinética de penetração de calor através das curvas isotérmicas. Estas

curvas são mostradas, para cinco instantes diferentes, num plano formado pela área geratriz do recipiente utilizado.

Como forma de obter informações a partir dos resultados encontrados, utilizou-se as Equações (4.1) e (4.2) para a polpa do mamão e para a polpa do caju, respectivamente, com o intuito de descrever a cinética de transferência de calor e a distribuição de temperatura no interior do recipiente. Estas equações foram substituídas nas experiências realizadas (M1, M2, M3, M4, C1, C2, C3, C4 e C5) obtendo os resultados que se apresentam a seguir.

4.13.1 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M1

Ao simular as condições experimentais para o mamão na experiência M1 no final do processo, obteve-se o gráfico 3D, no domínio transformado, como mostrado na Figura 4.55 em que, através do código de cores, o azul representa 64,96 °C e o vermelho 65,00 °C.

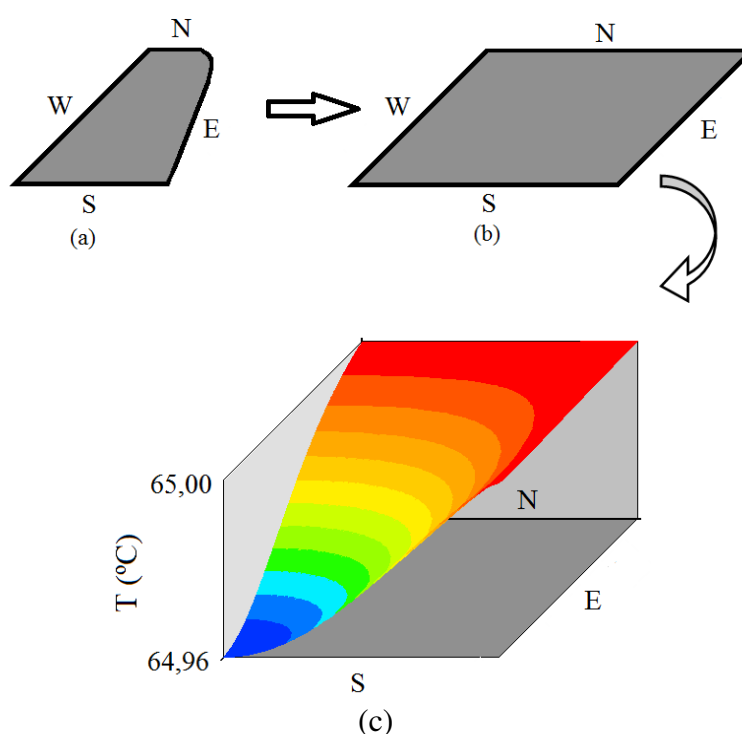


Figura 4.55 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M1 no final do processo.

O gráfico da Figura 4.55 mostra a distribuição da temperatura no interior do recipiente para a experiência M1, e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,04 °C. Isto é importante para se ter uma garantia de que a região central do produto também alcançou a temperatura de inativação previamente imposta ao processo estudado.

Também foi gerado o gráfico da Figura 4.56 que representa a simulação com a Equação (4.1) e os dados experimentais utilizados na experiência M1. Dessa forma, é possível verificar que ocorre uma concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.1), gerando um desvio padrão de apenas 0,7 °C.

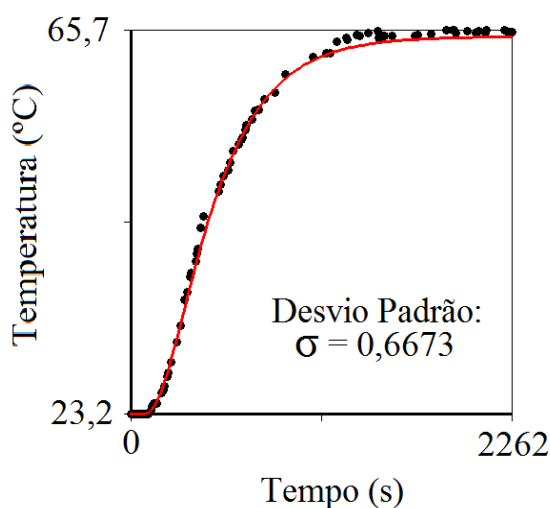


Figura 4.56 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M1.

4.13.2 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M2

Simulando a distribuição de temperatura no interior do recipiente usando a Equação (4.1) nas condições da experiência M2, foi possível obter o gráfico 3D, no final do processo, no domínio transformado, como mostrado na Figura 4.57 em que, através do código de cores, o azul representa 65,05 °C e o vermelho 65,10 °C.

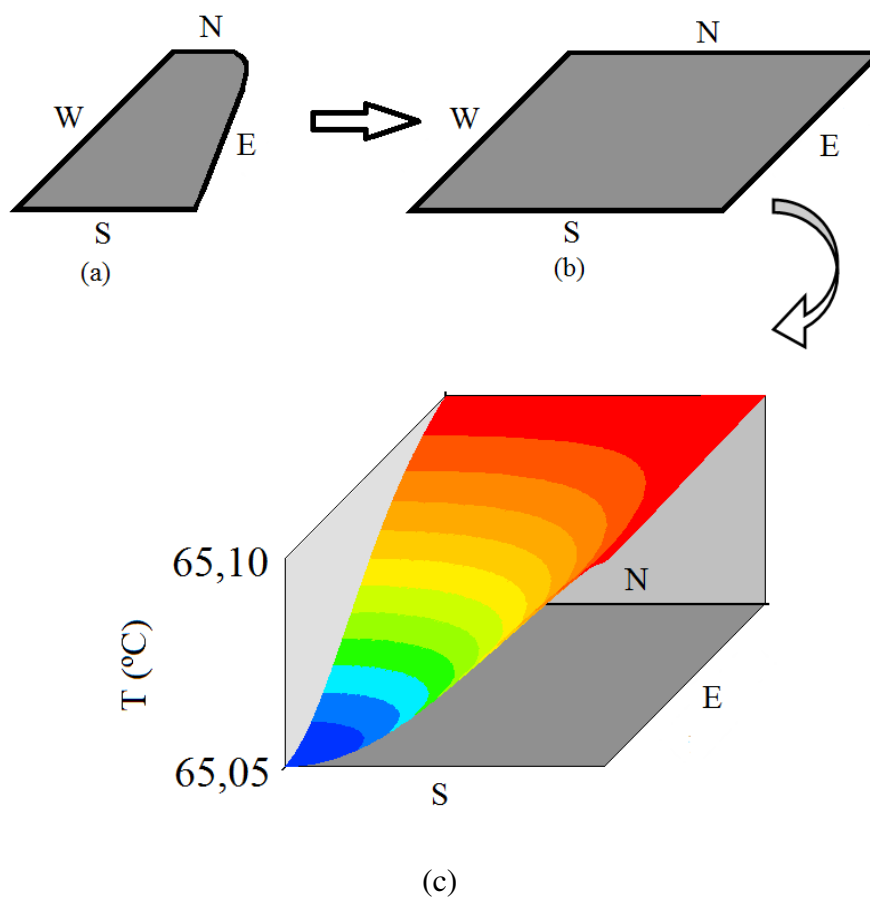


Figura 4.57 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M2 no final do processo.

A distribuição da temperatura no interior do recipiente para a experiência M2 é exposta no gráfico da Figura 4.57 e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,05 °C. Assim, toda a polpa encontra-se praticamente em equilíbrio térmico, na temperatura previamente estipulada para inativação dos micro-organismos.

Gerou-se também o gráfico da Figura 4.58 que representa a simulação com a Equação (4.1) e os dados experimentais utilizados na experiência M2.

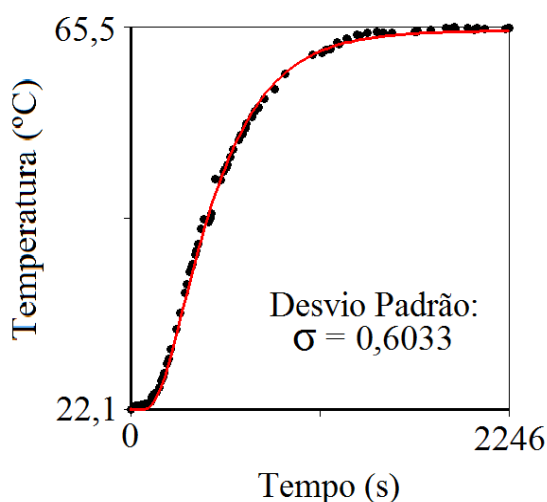


Figura 4.58 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M2.

Verifica-se que o desvio padrão é de apenas 0,6 °C, enfatizando a concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação 4.1.

4.13.3 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M3

Através da simulação para o mamão na experiência M3, gerou-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo, como mostrado na Figura 4.59 em que, através do código de cores, o azul representa 65,46 °C e o vermelho 65,50 °C. É possível notar que a diferença entre as temperaturas da superfície interna e do centro do recipiente é 0,04 °C. Em termos práticos, toda a polpa encontra-se na temperatura estipulada inicialmente.

O gráfico da Figura 4.60 representa a simulação com a Equação (4.1) e os dados experimentais utilizados na experiência M3. É perceptível que ocorre uma concordância entre estes dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.1), gerando um desvio padrão de apenas 0,4 °C.

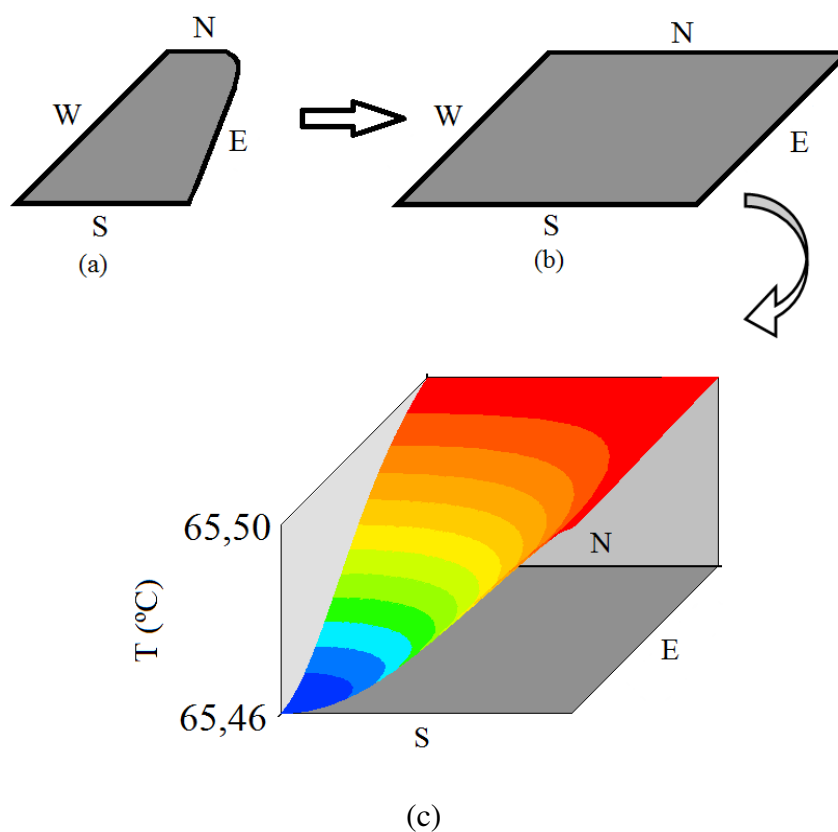


Figura 4.59 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M3 no final do processo.

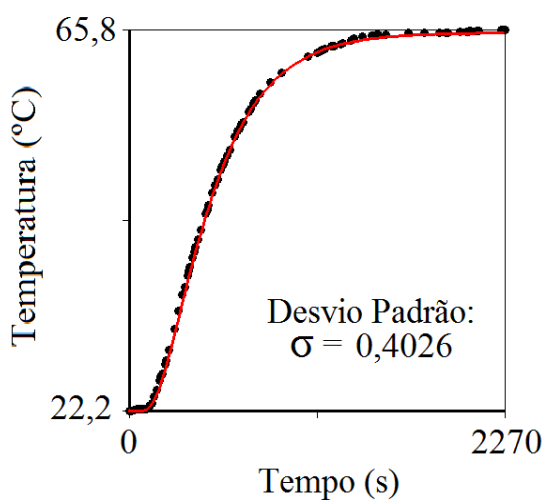


Figura 4.60 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M3.

4.13.4 Simulação com a Equação (4.1) e os dados da experiência M4

Utilizando a simulação das condições experimentais para o mamão na experiência M4, obteve-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo, como mostrado na Figura 4.61 em que, através do código de cores, o azul representa 64,25 °C e o vermelho 64,30 °C, explicitando a distribuição da temperatura no interior do recipiente e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,05 °C, comprovando que toda a polpa encontra-se na temperatura inicialmente estipulada.

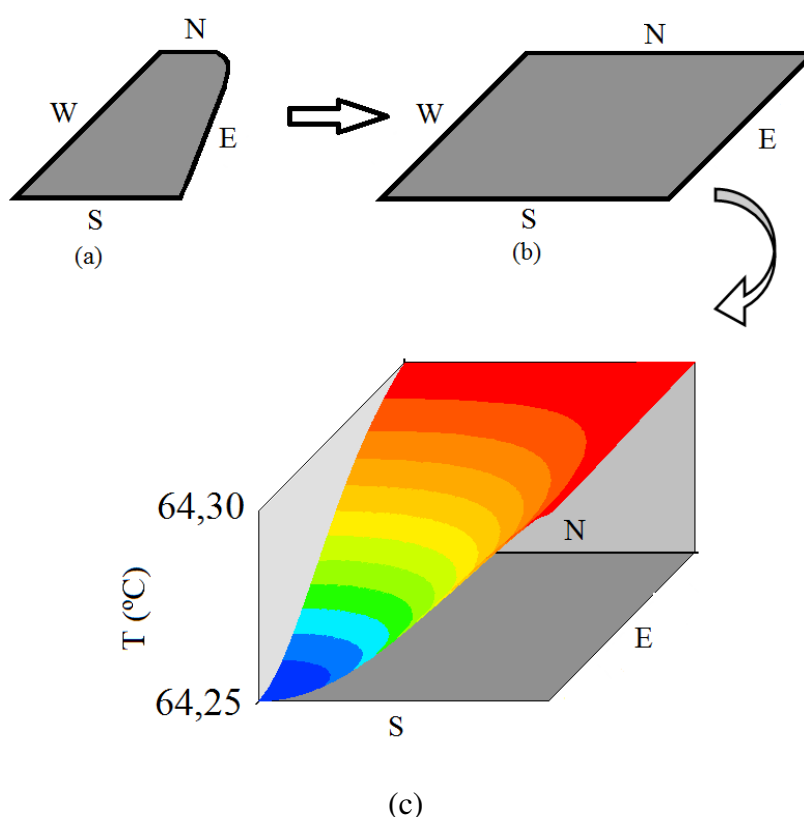


Figura 4.61 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência M4 no final do processo.

A Figura 4.62 mostra o gráfico que representa a simulação com a Equação (4.1) e os dados experimentais utilizados na experiência M4. Assim, é possível verificar que ocorre uma concordância entre a simulação usando o resultado da Equação (4.1) e esses dados, gerando um desvio padrão de apenas 0,8 °C.

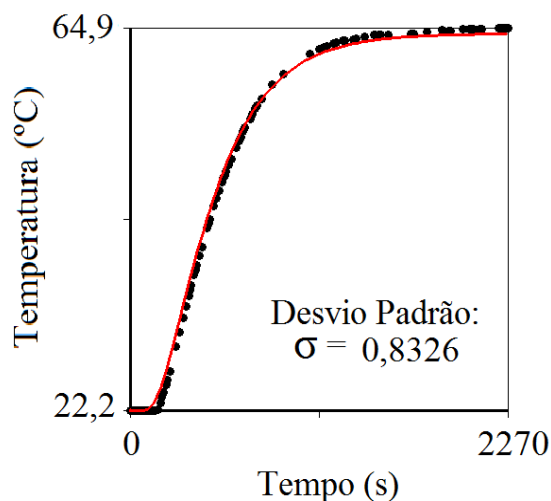


Figura 4.62 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência M4.

4.13.5 Simulação com a média dos valores experimentais para o mamão

É possível observar, na Figura 4.63, os contornos das isotermas para a polpa do mamão em cinco instantes do processo de aquecimento. As curvas isotérmicas mostram que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro no qual, o gradiente da temperatura, em qualquer ponto, possui a mesma forma geométrica do corpo sem apresentar variação na direção.

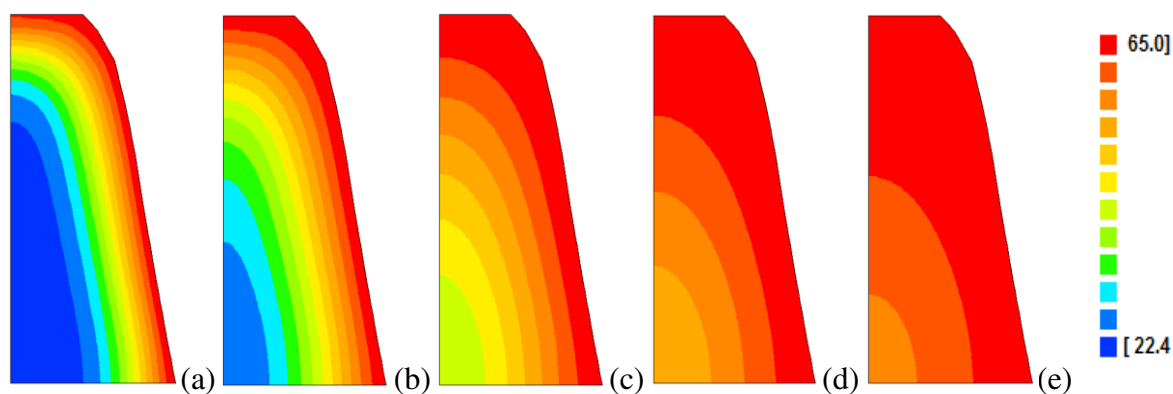


Figura 4.63 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas médias no interior do mamão: (a) 100 s; (b) 200 s; (c) 400 s; (d) 600 s; (e) 750 s.

Igualmente ao que foi realizado com as experiências anteriores, simula-se as condições experimentais para os dados médios da polpa do mamão e obteve-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo, como mostrado na Figura 4.64 que explicita a distribuição da temperatura no interior do recipiente, e é possível perceber que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é $0,04\text{ }^{\circ}\text{C}$. Em outras palavras, o gráfico da Figura 4.64 em que, através do código de cores, o azul representa $64,96\text{ }^{\circ}\text{C}$ e o vermelho $65,00\text{ }^{\circ}\text{C}$, mostra que toda a polpa no interior do recipiente, encontra-se em equilíbrio térmico na temperatura estipulada previamente.

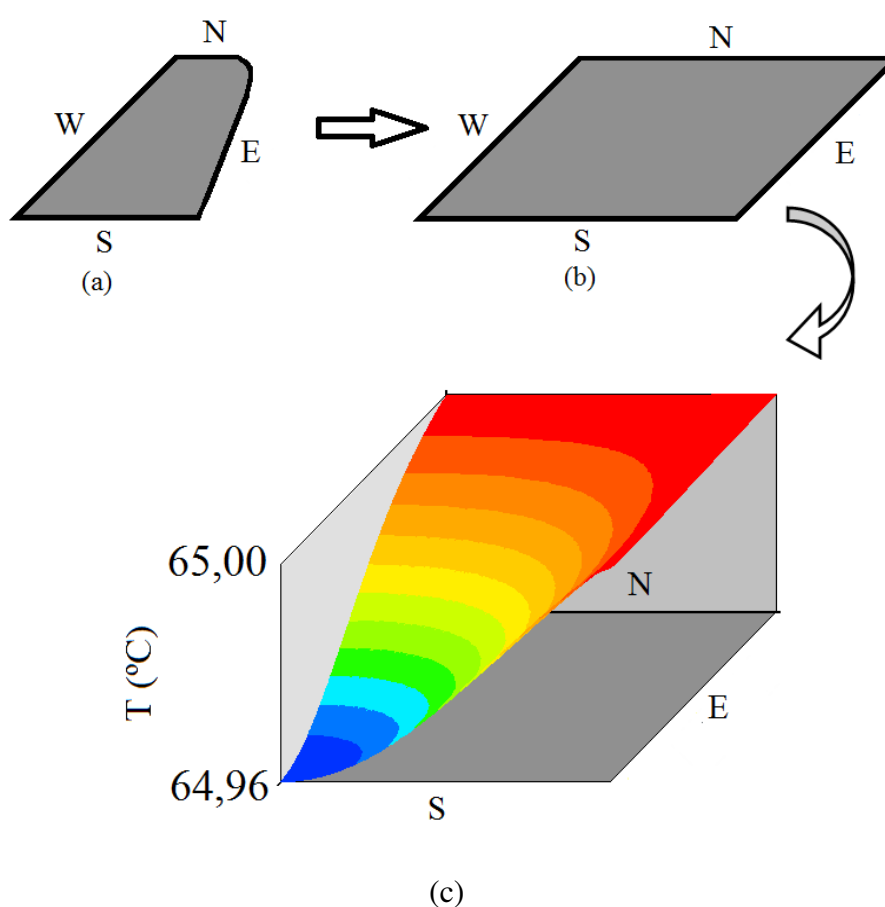


Figura 4.64 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para os dados médios da polpa do mamão.

Note que as escalas de cores das Figuras 4.63 e 4.64 são diferentes e é assim que tais escalas, embora envolvendo as mesmas cores, devem ser interpretadas. A Figura 4.65 apresenta um gráfico que representam a simulação com a Equação (4.1) e os dados médios

experimentais. É fácil verificar que há uma concordância entre estes dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.1) gerando um desvio padrão de apenas 0,4 °C.

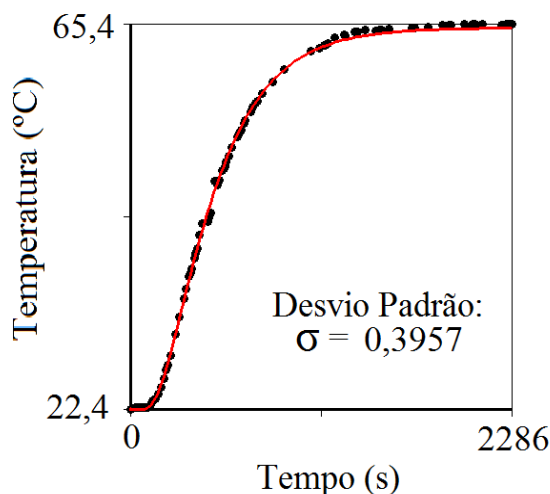


Figura 4.65 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.1) e os pontos médios obtidos experimentalmente para o mamão.

4.13.6 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C1

Da mesma forma que se fez para as experiências com a polpa do mamão, apresenta-se a seguir os resultados para a polpa do caju. Simulando as condições experimentais para o caju na experiência C1, obteve-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo. O gráfico da Figura 4.66 em que, através do código de cores, o azul representa 64,97 °C e o vermelho 65,00 °C, mostra a distribuição da temperatura no interior do recipiente para a experiência C1, e é possível notar que toda a polpa encontra-se em equilíbrio térmico com a temperatura estipulada previamente, pois, a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é a 0,03 °C.

Também foi gerado o gráfico da Figura 4.67 que representa a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais utilizados na experiência C1.

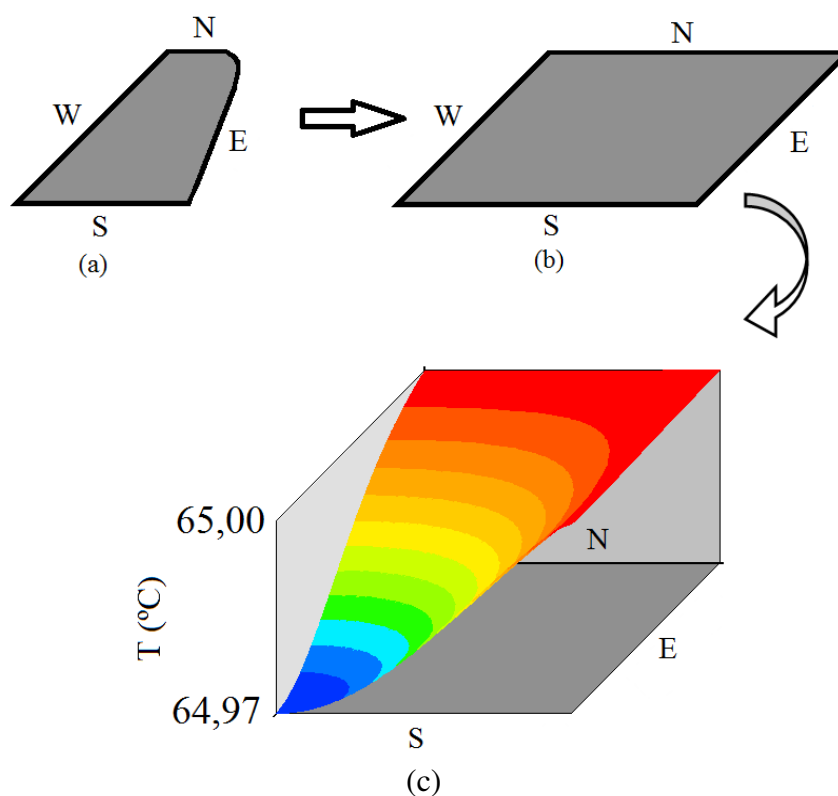


Figura 4.66 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C1 no final do processo.

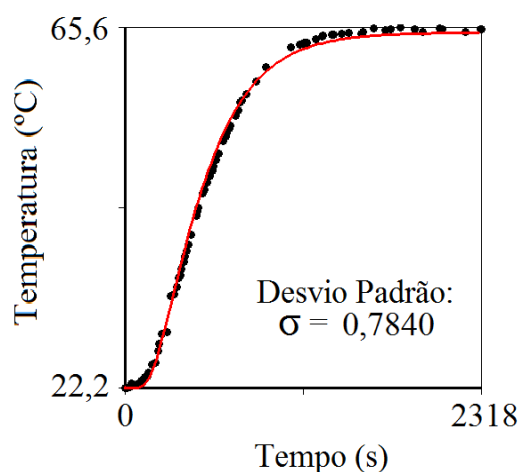


Figura 4.67 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C1.

Dessa forma, é possível verificar que ocorre uma concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.2), gerando um desvio padrão de apenas 0,8 °C.

4.13.7 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C2

Simulando as condições experimentais para o caju na experiência C2, gerou-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo, como mostrado na Figura 4.68 em que, através do código de cores, o azul representa 64,97 °C e o vermelho 65,00 °C. O gráfico explicita a distribuição da temperatura no interior do recipiente e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,03 °C. Percebe-se que tal diferença é bastante pequena, ou seja, a polpa encontra-se na temperatura estipulada inicialmente.

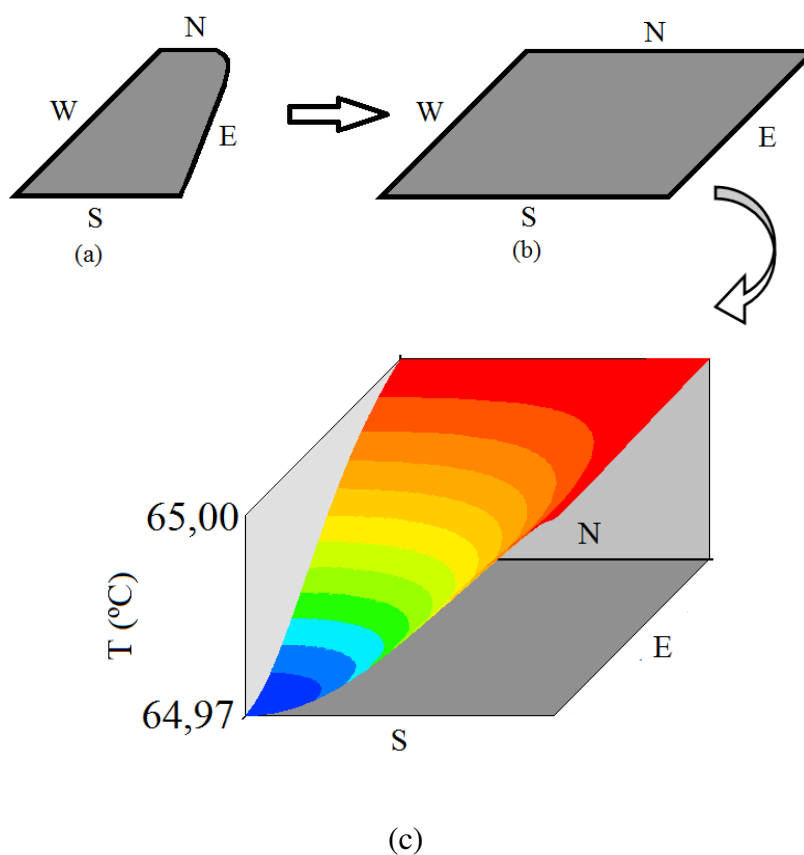


Figura 4.68 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C2 no final do processo.

Gerou-se também o gráfico da Figura 4.69 que representa a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais utilizados na experiência C2. Assim, é possível verificar que ocorre uma concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.2), gerando um desvio padrão de apenas 0,9 °C.

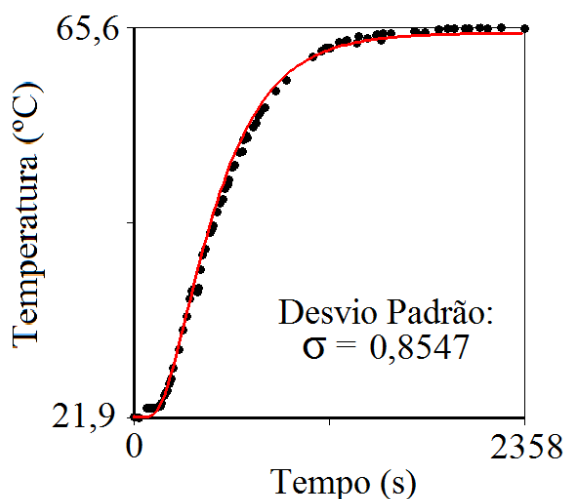


Figura 4.69 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C2.

4.13.8 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C3

O gráfico 3D no domínio transformado, no final do processo como mostrado na Figura 4.70 foi obtido quando simulou-se as condições experimentais para o caju na experiência C3.

O gráfico da Figura 4.70 em que, através do código de cores, o azul representa 64,96 °C e o vermelho 65,00 °C mostra que toda a polpa do caju na experiência C3 encontra-se em equilíbrio térmico com a temperatura estipulada inicialmente. Ou seja, mostra a distribuição da temperatura no interior do recipiente para a experiência C3, e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,04 °C.

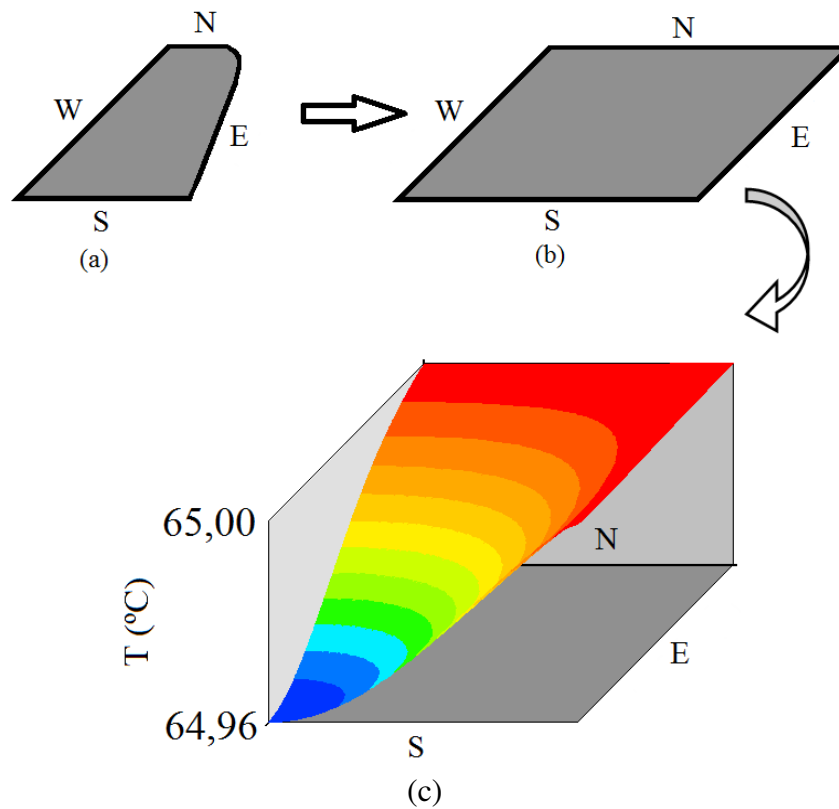


Figura 4.70 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C3 no final do processo.

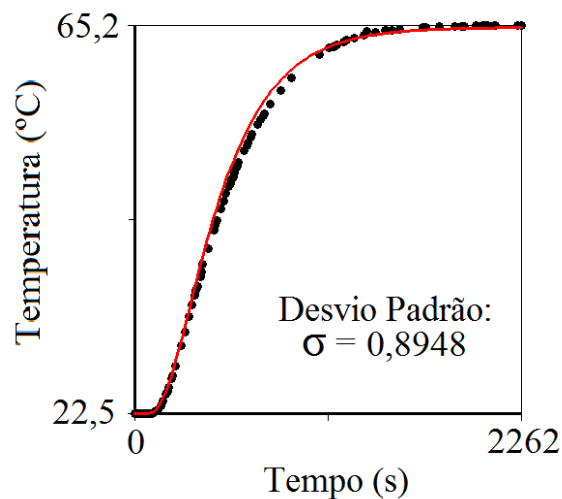


Figura 4.71 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C3.

A Figura 4.71 exibe um gráfico que representa a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais utilizados na experiência C3. Observa-se que o desvio padrão foi de apenas 0,9 °C, mostrando uma concordância entre a simulação usando o resultado da Equação (4.2) e estes dados.

4.13.9 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C4

O gráfico da Figura 4.72 em que, através do código de cores, o azul representa 64,76 °C e o vermelho 64,80 °C mostra a distribuição da temperatura no interior do recipiente ao simular as condições experimentais para o caju na experiência C4. Usando a equação da difusividade (Equação 4.2) obtida para os valores médios, é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,04 °C, possibilitando o equilíbrio térmico, na temperatura estipulada previamente.

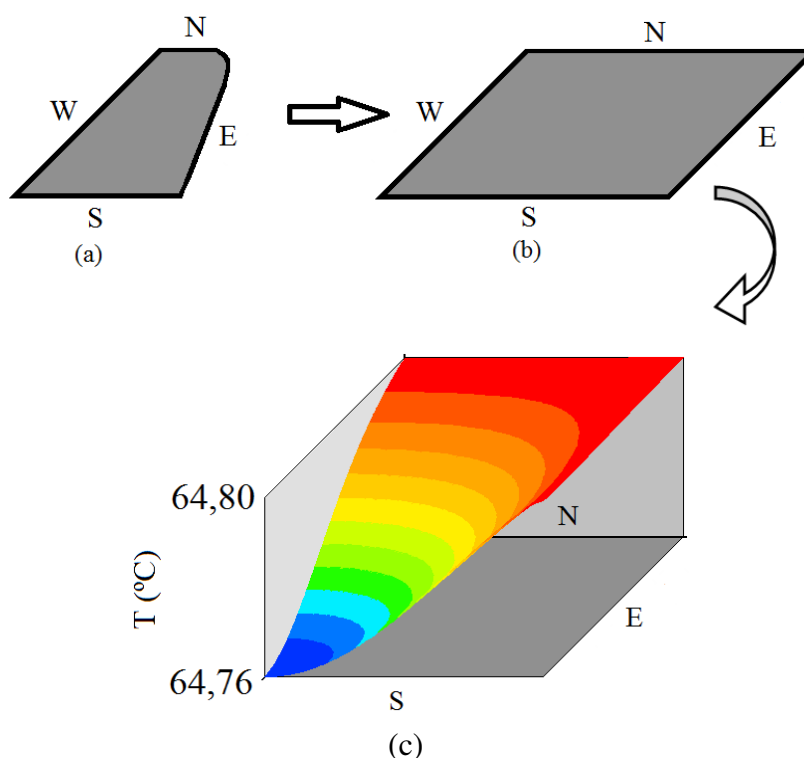


Figura 4.72 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C4 no final do processo.

Também foi gerado o gráfico da Figura 4.73 representando a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais utilizados na experiência C4. Nota-se que, apesar de se obter o maior desvio padrão, 1,5 °C, existe uma concordância entre os dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.2).

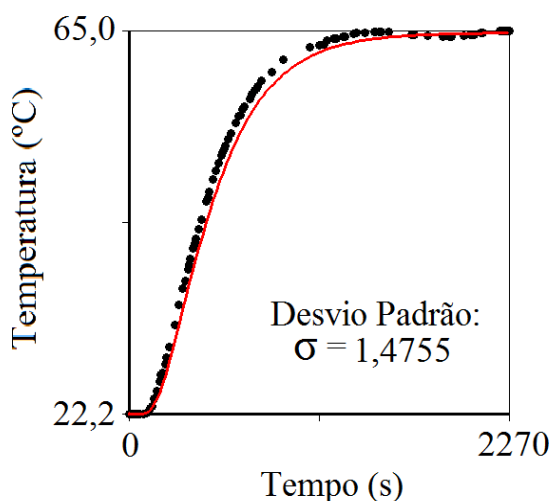


Figura 4.73 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C4.

4.13.10 Simulação com a Equação (4.2) e os dados da experiência C5

Simulando as condições experimentais para o caju na experiência C5, tem-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo, como mostrado na Figura 4.74 em que, através do código de cores, o azul representa 64,96 °C e o vermelho 65,00 °C. Percebe-se a distribuição da temperatura no interior do recipiente para a experiência C5, e é possível notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,04 °C, enfatizando que toda a polpa encontra-se na mesma temperatura previamente estipulada.

O gráfico da Figura 4.75 representa a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais utilizados na experiência C5, no qual é possível verificar que ocorre uma concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.2), gerando um desvio padrão de apenas 0,6 °C.

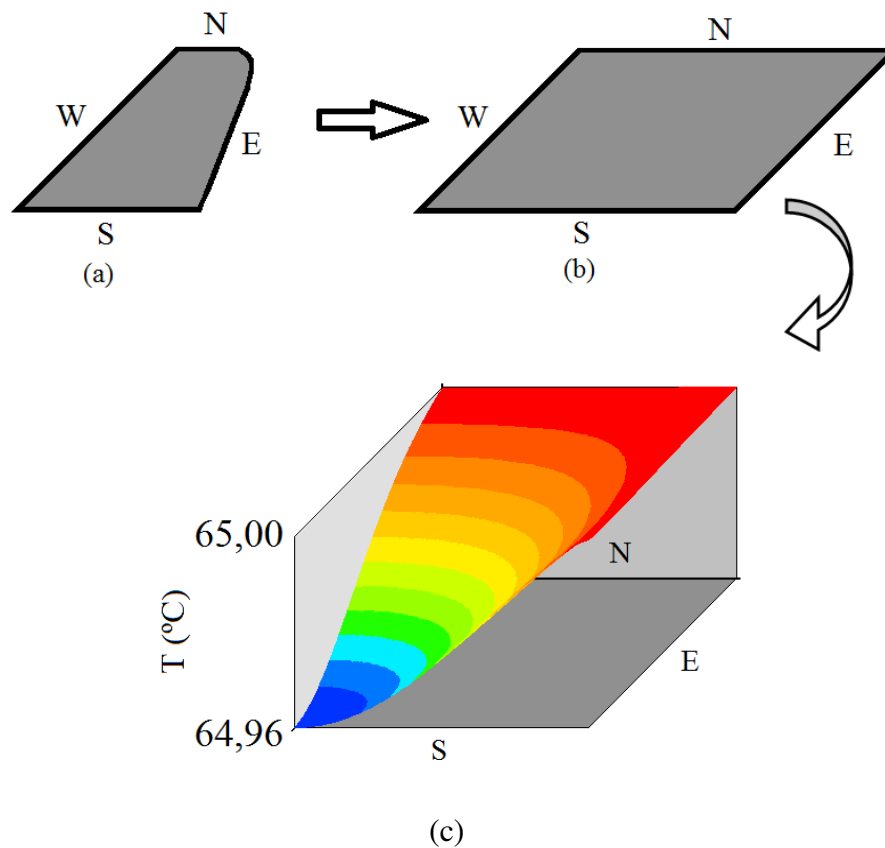


Figura 4.74 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a experiência C5 no final do processo.

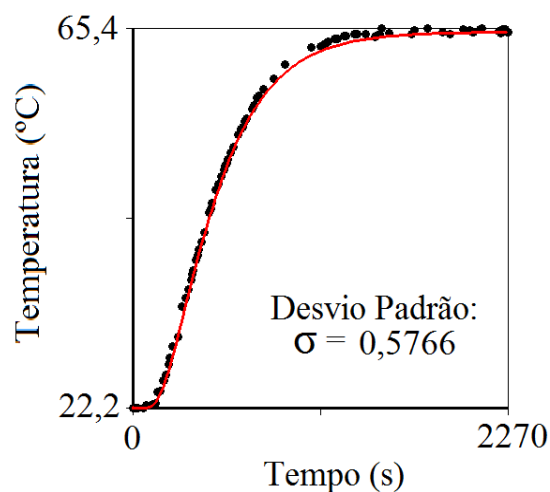


Figura 4.75 – Gráfico representando a variação de temperatura no centro do recipiente a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos obtidos experimentalmente para a experiência C5.

4.13.11 Simulação com a média dos valores experimentais para o caju

Identicamente ao que ocorreu com a simulação para o mamão, também é possível observar os contornos das isotermas para a polpa do caju em cinco instantes do processo de aquecimento (Figura 4.63). As curvas isotérmicas mostram que a cinética da propagação do calor ocorre da superfície interna para o centro no qual, o gradiente da temperatura, em qualquer ponto, possui a mesma forma geométrica do corpo sem apresentar variação na direção. Qualquer deslocamento na direção do eixo do recipiente não apresenta variação de temperatura, corresponde a deslocamentos sobre superfícies isotérmicas.

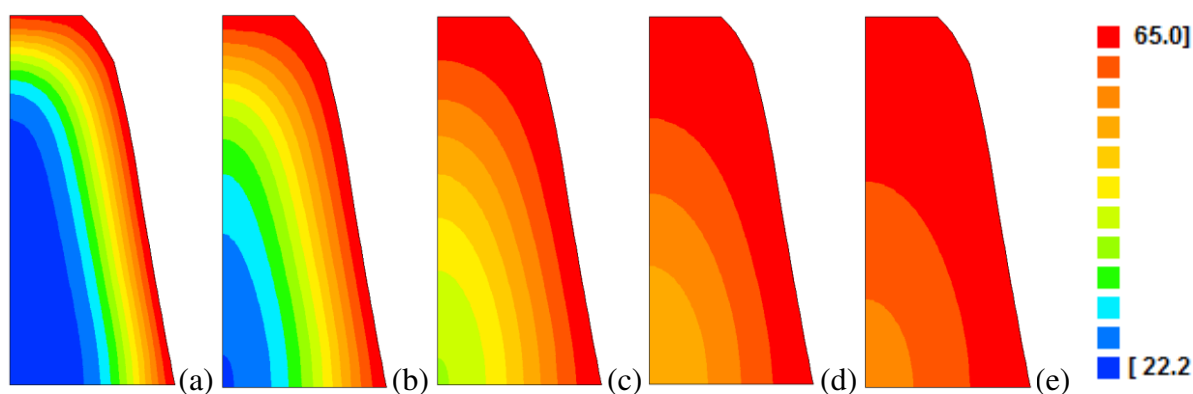


Figura 4.76 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior do caju: (a) 100 s; (b) 200 s; (c) 400 s; (d) 600 s; (e) 750 s.

Ao simular as condições experimentais para os dados médios da polpa do caju, obteve-se o gráfico 3D, no domínio transformado, no final do processo como mostrado na Figura 4.77 em que, através do código de cores, o azul representa 64,96 °C e o vermelho 65,00 °C.

Ainda com relação à Figura 4.77, é possível perceber que a diferença de temperatura entre a superfície interna e o centro do recipiente é 0,04 °C. Em outras palavras, o gráfico da Figura 4.77 mostra que toda a polpa, no interior do recipiente, encontra-se com a mesma temperatura estipulada inicialmente.

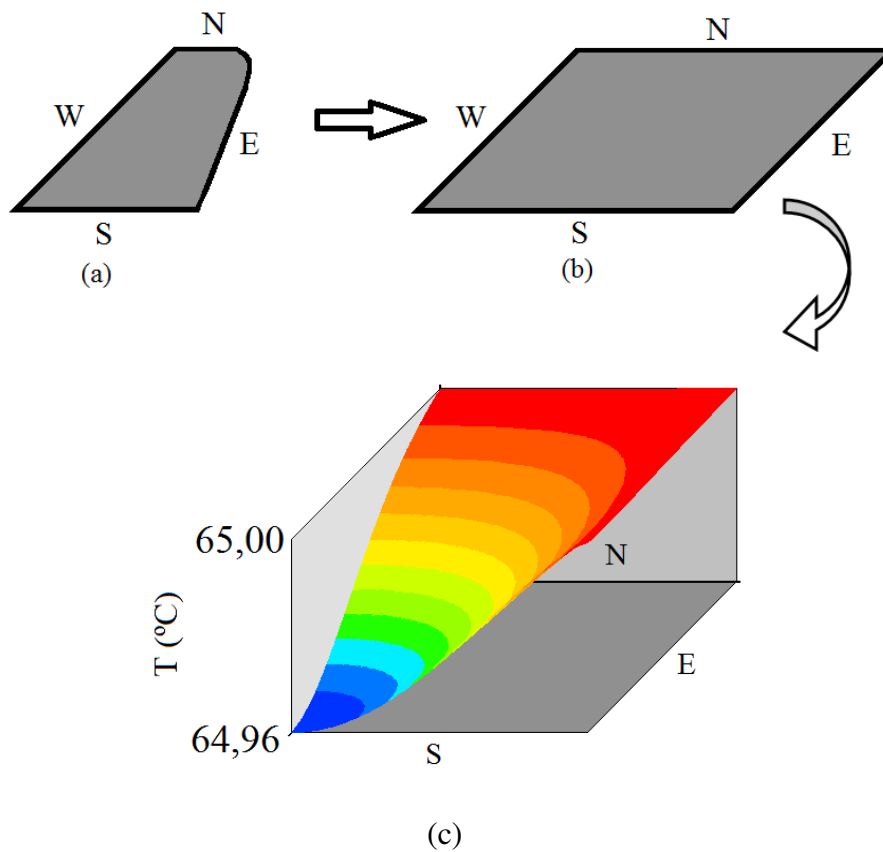


Figura 4.77 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para os dados médios da polpa do caju no final do processo.

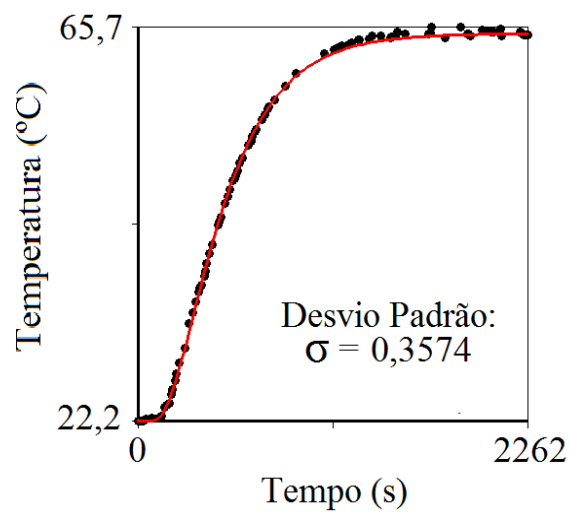


Figura 4.78 – Gráfico representando a penetração de calor a partir da simulação numérica usando a Equação (4.2) e os pontos médios obtidos experimentalmente para o caju.

Na Figura 4.78 gerou-se o gráfico que representa a simulação com a Equação (4.2) e os dados experimentais médios. Assim, é possível verificar que ocorre uma concordância entre esses dados e a simulação usando o resultado da Equação (4.2), gerando um desvio padrão de apenas 0,4 °C.

4.14 Discussão dos resultados obtidos

Nos processos de aquecimento e resfriamento, é de fundamental importância, o conhecimento dos parâmetros termofísicos dos produtos com o intuito de descrever tal processo, definir o tempo, os custos destas operações e garantir a segurança alimentar (TRES et al., 2011; FARIAS et al., 2012b). Na pasteurização, em particular, é preciso assegurar que a temperatura correta será alcançada em todos os pontos do produto, inativando os agentes patogênicos. Nesta pesquisa, de posse dos parâmetros termofísicos, pode-se realizar simulações da penetração do calor nos pontos mais desfavoráveis, de modo a determinar o tempo necessário para inativar tais agentes.

A difusividade térmica de um material é influenciada pela temperatura, umidade, massa específica e porosidade. Os frutos não fogem à regra, assim, o conhecimento dessas propriedades são fundamentais para obter a difusividade térmica dos frutos. Os trabalhos de Carbonera et al. (2003); Tres et al. (2011); Farias et al. (2012b), são alguns que enfatizam a variação da difusividade térmica em consequência da variação da temperatura e da umidade do produto, durante o processamento. Ademais, muitos produtos alimentícios não são homogêneos e a difusividade térmica pode variar de um local para outro dentro do mesmo produto.

Apesar do que foi exposto acima, é comum encontrar na literatura diversos resultados que expressa constante, a difusividade térmica aparente dos produtos pesquisados (CARCIOFI et al., 2002; CARBONERA et al., 2003; MARKOWSKI, et al., 2004; LEMMON et al., 2005; GLAVINA et al., 2006; PLAZL et al., 2006; BAÏRI et al., 2007; HUANG, 2007; BETTA et al., 2009; UKRAINCZYK, 2009).

Neste trabalho, quando se considerou constante a difusividade térmica aparente obteve-se o valor de $\alpha = 1,37 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ para o mamão e $\alpha = 1,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ para o caju.

Estes valores mostram que não há diferenças significativas quando comparados com os encontrados na literatura para frutas (SINGH e HELDMAN, 1993; JARAMILLO-FLORES e HERNANDEZ-SANCHEZ, 2000; CARBONERA et al., 2003; PLAZL et al., 2006; BETTA et al., 2009).

Tabela 4.14 – Algumas difusividades térmica aparente de frutas.

Fruta	Pesquisador	Temperatura (°C)	α ($\times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$)
Maçã vermelha	Singh e Heldman (1993)	28	1,37
Banana	Singh e Heldman (1993)	5	1,18
Banana	Singh e Heldman (1993)	65	1,42
Limão	Singh e Heldman (1993)	40	1,07
Pêssego	Singh e Heldman (1993)	27	1,39
Morango	Singh e Heldman (1993)	5	1,27
Graviola verde	Jaramillo-flores e Hernandez-sanchez (2000)	29	1,55
Graviola verde	Jaramillo-flores e Hernandez-sanchez (2000)	29	2,22
Graviola madura	Jaramillo-flores e Hernandez-sanchez (2000)	89	1,76
Graviola madura	Jaramillo-flores e Hernandez-sanchez (2000)	89	2,56
Tomate	CARBONERA et al. (2003)	90	1,63
Tomate	PLAZL et al. (2006)	90	1,32
Tomate	BETTA et al. (2009)	119	2,10

Analisando os valores expostos na Tabela 4.14 juntamente com os valores deste trabalho, apesar de não existir diferenças significativas, eles não expressam a difusividade térmica aparente com precisão. Dessa forma, é possível encontrar na literatura alguns autores que assumem a difusividade térmica aparente como uma função da temperatura local (KUROZAWA, et al., 2008; TRES et al., 2011; FARIAS et al., 2012b; LINS, 2013; SILVA et al., 2014).

Nos experimentos descritos neste trabalho, o produto foi inserido em recipientes com geometria arbitrária e a equação de difusão foi resolvida com o objetivo de estudar a cinética de penetração de calor, considerando as simplificações: $\lambda = 1$, $\Gamma^\Phi = \alpha = k/(\rho c_p)$, e $\Phi = T$. É bom lembrar que a Equação (3.22) foi discretizada pressupondo $\alpha(T)$. Assim, a difusividade térmica aparente foi relacionada com a temperatura local no interior do recipiente, pois os dados experimentais estavam em estado transiente do processo de aquecimento, com uma grande variação entre as temperaturas inicial e final. Devido a este fato, realizou-se otimizações para a cinética de penetração do calor no centro do recipiente usando várias expressões crescentes que representam a difusividade térmica aparente como função da temperatura local.

Em todas as situações analisadas, a função com os melhores indicadores estatísticos e que melhor representou a difusividade térmica aparente é expressa por $\alpha(T) = bcosh(aT^2)$. Assim, obteve-se a média e definiu que $\alpha(T) = 1,243 \times 10^{-7} cosh(1,756 \times 10^{-4} T^2)$ e $\alpha(T) = 1,201 \times 10^{-7} cosh(1,979 \times 10^{-4} T^2)$ para as Equações (4.1) e (4.2), como aquelas que representam a difusividade térmica aparente variável com a temperatura local, para o mamão e o caju, respectivamente. Nos trabalhos de Kurozawa et al. (2008), Tres et al. (2011), Silva, et al. (2011b), entre outros, consideram para as frutas que a difusividade térmica aparente é variável com a temperatura local.

Apesar dos frutos estudados serem diferentes e possuírem peculiaridades próprias, pode-se observar através das Equações (4.1) e (4.2) que as difusividades térmicas para ambos os frutos possuem expressões compatíveis, o que pode ser observado através da Figura 4.79.

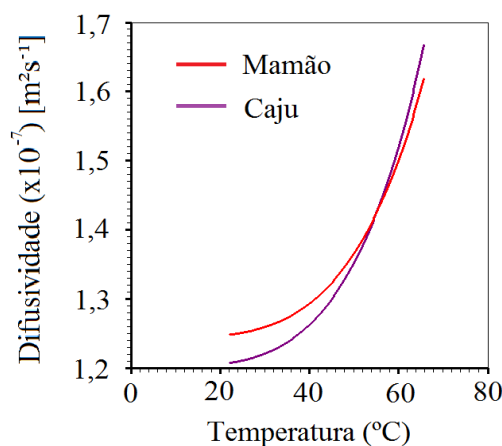


Figura 4.79 – Gráfico representando as funções da difusividade térmica aparente da polpa do mamão e do caju.

É bem verdade que Lins (2013) determinou expressões para a difusividade térmica $\alpha(T)$ de produtos pastosos, e na ocasião encontrou uma função na forma $\alpha(T)=be^{(aT^{1/2})}$. Como se pode observar, a função encontrada por Lins (2013) é diferente da encontrada neste trabalho. Isto pode ser atribuído ao fato da pesquisa de Lins (2013) ter focado purê de tomate e Agar gel e, nesta pesquisa, o foco foi polpa de mamão e de caju.

4.14.1 Resultados das análises físico-químicas

Os resultados obtidos nas análises físico-químicas para a polpa do mamão antes e após a pasteurização encontram-se expostos na Tabela 4.15 e expressam que ocorreu uma redução da acidez, das cinzas e dos lipídeos ($p < 0,05$). Percebe-se que o mamão possui uma grande umidade e que a pasteurização não alterou significativamente as proteínas ($p > 0,05$).

Tabela 4.15 - Valores médios das análises físico-químicas realizadas com mamão *in natura* e pasteurizado.

Variável (%)	Mamão <i>in natura</i>	Mamão pasteurizado
Acidez Molar	3,77 \pm 0,02*	3,60 \pm 0,01
Umidade	86,43 \pm 0,72	87,89 \pm 0,12
EST**	13,57 \pm 0,72	12,11 \pm 0,12
Cinzas	0,63 \pm 0,02*	0,55 \pm 0,01
Proteínas	0,36 \pm 0,06	0,40 \pm 0,01
Lipídios	0,89 \pm 0,01*	0,18 \pm 0,01
Açúcares totais	11,69 \pm 0,64	10,98 \pm 0,12
Calorias (Kcal/100 g)	56,23 \pm 2,90	37,61 \pm 7,43

*Médias \pm desvio-padrão com letras diferentes na mesma linha diferiram entre si pelo teste t-Student ($p < 0,05$).

**Extrato Seco Total

Para as análises físico-químicas da polpa do caju antes e após a pasteurização, os resultados encontram-se expostos na Tabela 4.16 e expressam que não houve uma diferença significativa, então não ocorreu redução dos lipídeos e nem da acidez. As cinzas aumentaram ($p < 0,05$), e dessa forma, acredita-se que o processo de pasteurização deve ter contribuído para tal aumento. Ao que refere-se à umidade, esta se apresentou elevada e permaneceu

praticamente constante. Por fim, percebe-se que a pasteurização do caju não proporcionou diferença no valor proteico.

Tabela 4.16 - Valores médios das análises físico-químicas realizadas com caju *in natura* e pasteurizado.

Variável (%)	Caju <i>in natura</i>	Caju pasteurizado
Acidez Molar	5,22 ±0,03	5,15 ±0,58
Umidade	86,81±0,39	86,66±0,25
EST**	13,19±0,39	13,34±0,25
Cinzas	0,27 ±0,03	0,41 ±0,01*
Proteínas	1,25 ±0,05	1,01 ±0,17
Lipídios	0,21 ±0,01	0,13 ±0,04
Açúcares totais	11,36 ±0,43	12,16 ±0,63
Calorias (Kcal/100 g)	52,70 ±1,42	51,56 ±3,52

*Médias ± desvio-padrão com letras diferentes na mesma linha diferiram entre si pelo teste t-Student ($p < 0,05$).

**Extrato Seco Total

Diante das análises físico-químicas realizadas nos casos estudados, destaca-se a manutenção do valor proteico. Tal fato é importante para a indústria alimentar, pois, geralmente ocorre perda no valor proteico dos alimentos.

4.14.2 Resultados das análises microbiológicas

Os resultados obtidos nas análises microbiológicas para a polpa do mamão antes e após a pasteurização encontram-se expostos na Tabela 4.17. Neste resultado, é possível verificar que o processo de pasteurização foi eficiente proporcionando, para o caso do mamão uma redução total dos micro-organismos totais, sem proporcionar tanta alteração nutricional (Figura 4.80).

Tabela 4.17 – Contagem padrão em placas de mamão *in natura* e submetido à pasteurização.

Análise	Mamão <i>in natura</i>	Mamão pasteurizado
Contagem padrão em placas (log UFC/g)	2,70 ±0,01	nd*

*nd: Não detectado.



Figura 4.80 – Análise microbiológica para polpa do mamão: (a) Antes da pasteurização; (b) Depois da pasteurização.

Uma observação da Figura 4.80(a) possibilita identificar, antes da pasteurização da polpa do mamão, várias colônias, enquanto na Figura 4.80(b) apresenta eliminação total dos micro-organismos, após a pasteurização.

Os resultados das análises microbiológicas da polpa do caju antes e após a pasteurização, encontram-se expostos na Tabela 4.18 onde se verifica, identicamente como ocorreu com a polpa do mamão, que o processo de pasteurização foi eficiente e não proporcionou alteração nutricional na polpa do caju. Para o caju houve uma redução de aproximadamente 2 log UFC/g dos micro-organismos totais (Figura 4.81).

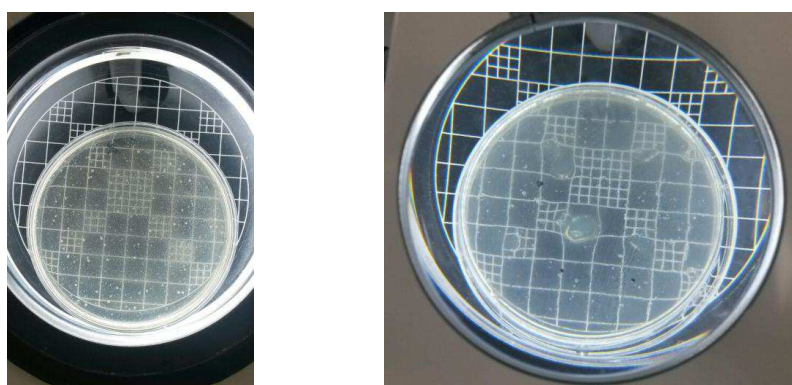


Figura 4.81 – Análise microbiológica para polpa do caju: (a) Antes da pasteurização; (b) Depois da pasteurização.

Ao observar a Figura 4.81(a) verifica-se que, antes da pasteurização da polpa do caju, várias colônias cresceram (6,38 log UFC/g), enquanto que na Figura 4.81(b) observa-se que, após a pasteurização, houve uma redução dos micro-organismos para 4,71 log UFC/g.

Tabela 4.18 – Contagem padrão em placas de caju *in natura* e submetido à pasteurização.

Análise	Caju <i>in natura</i>	Caju pasteurizado
Contagem padrão em placas (log UFC/g)	6,38 ±0,11*	4,71 ±0,10

*Médias ± desvio-padrão com letras diferentes na mesma linha diferiram entre si pelo teste t-Student ($p < 0,05$).

4.15 Simulações para outras geometrias

Com o *software* desenvolvido e a expressão da difusividade térmica determinada, é possível simular a distribuição de temperatura, em um instante qualquer, para qualquer geometria. Como exemplo, a seguir será mostrada a geometria utilizada neste trabalho com um aumento de 1,5 vezes em seus raios, conforme a Figura 4.82(a). Para este recipiente foi criada a malha 32 x 24 mostrada através da Fig. 4.82(b). É possível observar que, apesar do aumento dos raios, o ponto mais desfavorável permanece no mesmo local que aquele das experiências utilizadas neste trabalho, conforme é mostrado o volume de controle em azul, na parte sudoeste da Figura 4.82(b): ponto central do recipiente.

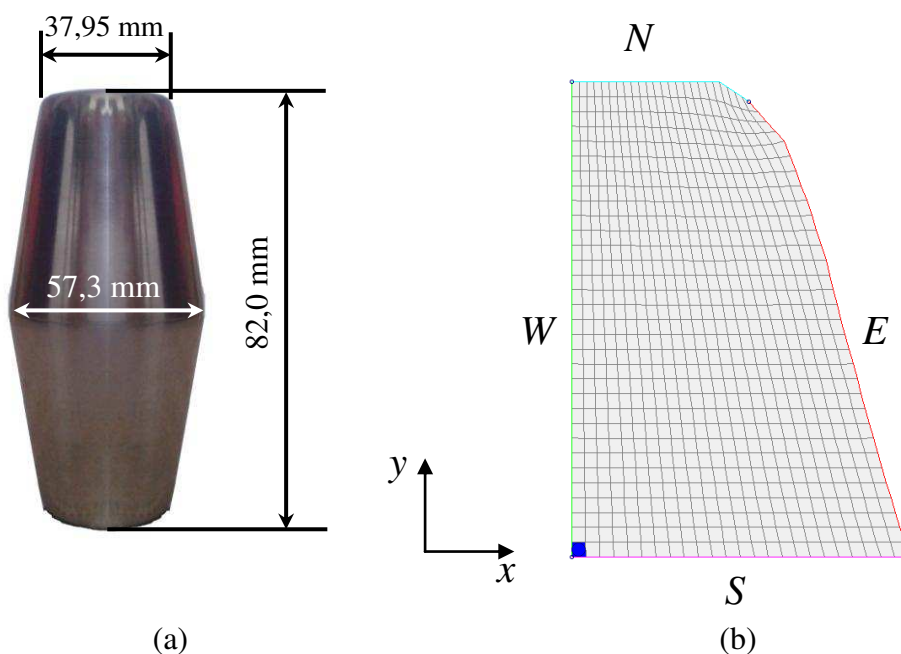


Figura 4.82 – (a) Recipiente modificado; (b) Malha refinada 32x24.

O gráfico da Figura 4.83 apresenta a evolução da temperatura simulada numericamente no ponto central para a polpa de mamão, usando-se a difusividade térmica dada através da Equação (4.1). É possível observar que o comportamento da temperatura é semelhante ao que foi evidenciado neste trabalho. Em outras palavras, a curva que representa a temperatura no centro geométrico apresenta uma evolução de temperatura, no início do aquecimento, com um fator de atraso. Entretanto, também se verifica que a temperatura de equilíbrio no centro é atingida com um tempo maior que aqueles obtidos nas experiências para a polpa do mamão, em que os raios dos recipientes eram menores: cerca de 4200 s. Obviamente, este tempo maior para que o equilíbrio térmico seja atingido está relacionado diretamente com o aumento dos raios dos recipientes simulados, e pode ser previsto através do *software* desenvolvido neste trabalho, sem a necessidade de novos experimentos.

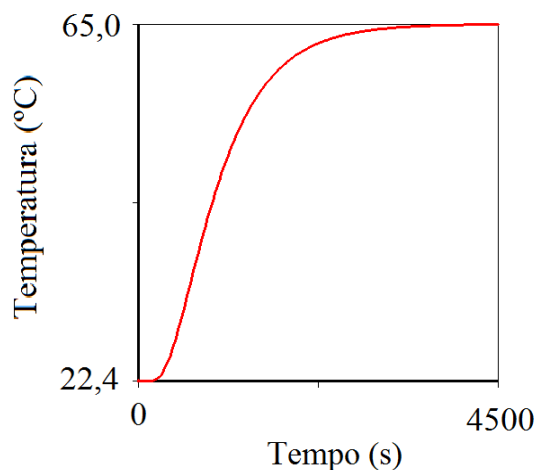


Figura 4.83 – Gráfico representando a penetração de calor na polpa do mamão a partir da simulação numérica para a temperatura no centro do recipiente com geometria arbitrária.

Ao simular as condições experimentais para o mamão nesta nova geometria, obteve-se o gráfico 3D no final do processo ($t = 4500$ s), para o domínio transformado, como é mostrado na Figura 4.84 em que, através do código de cores, o azul representa $64,95$ °C e o vermelho $65,00$ °C.

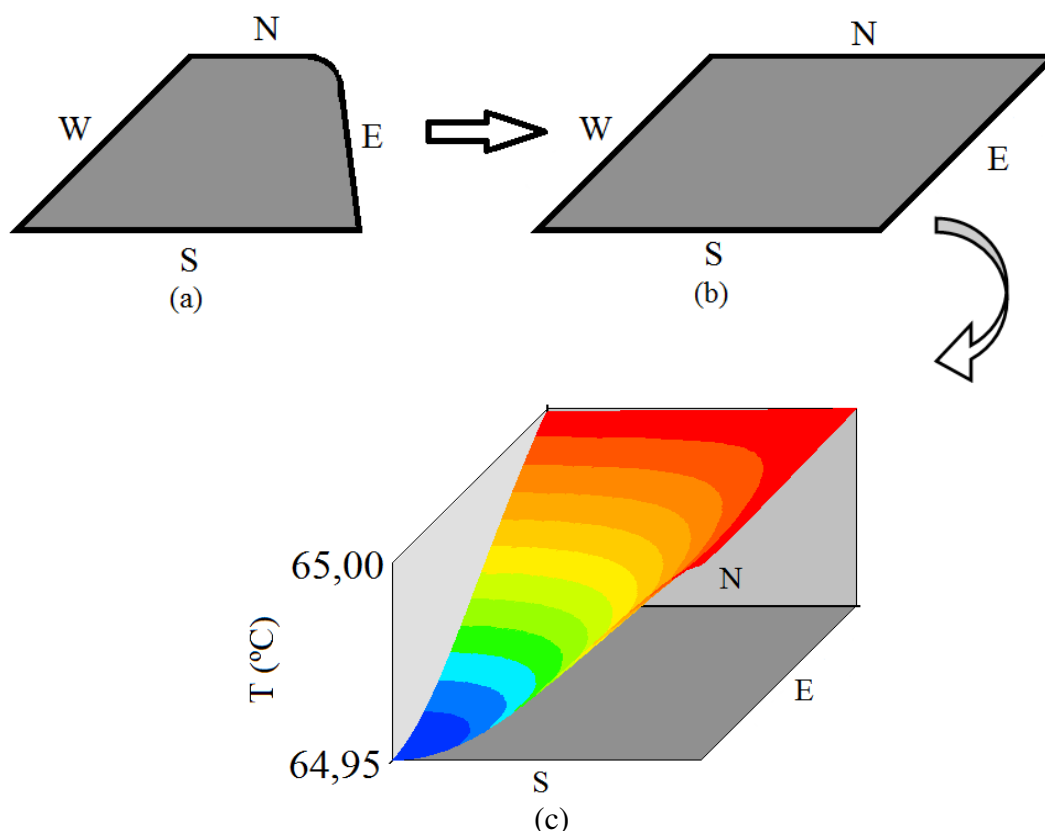


Figura 4.84 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a simulação no final do processo.

O gráfico da Figura 4.84(c) simula a distribuição de temperatura no interior do recipiente contendo polpa de mamão, e neste gráfico se percebe os valores atingidos no centro e nos contornos do recipiente, possibilitando notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna do recipiente e o seu centro é 0,05 °C. Este resultado é importante para ter uma garantia de que a região central do produto também tenha alcançado a temperatura de inativação previamente imposta ao processo, e pode ser obtido por simulação, sem que novos experimentos sejam realizados em decorrência de uma modificação nas dimensões do recipiente.

Outro exemplo é apresentado a seguir, e nele se propõe uma geometria em que o centro do recipiente possua raio inferior ao raio de suas extremidades, conforme é mostrado na Figura 4.85(a). Uma malha 32 x 24 na metade simétrica do novo recipiente é definida

como pode ser observado na Figura 4.85(b). É possível observar que a geometria escolhida faz com que o ponto mais desfavorável mude de local em comparação com as experiências anteriores realizadas neste trabalho. O volume de controle menos favorável é identificado através da análise dos resultados obtidos em várias simulações, e é apresentado no contorno oeste da malha apresentada Fig. 4.85(b).

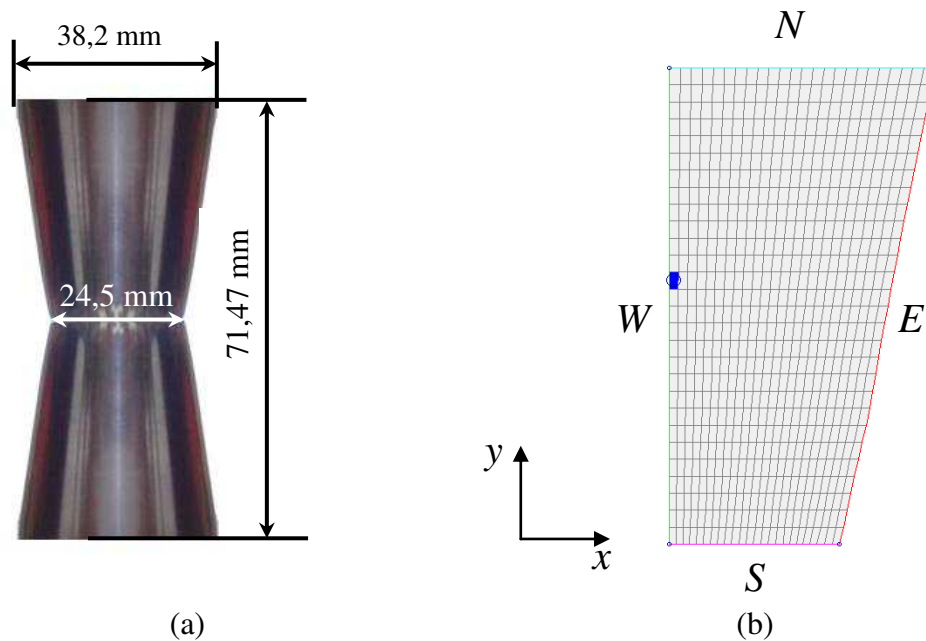


Figura 4.85 – (a) Recipiente modificado; (b) Malha refinada 32x24.

O gráfico da Figura 4.86 apresenta a evolução da temperatura simulada numericamente para a polpa do mamão, usando a difusividade térmica obtida através da Equação (4.1). Mais uma vez, é notório que o comportamento da temperatura no ponto menos favorável é similar ao que foi evidenciado neste trabalho, ou seja: a curva que representa a temperatura de tal ponto apresenta uma evolução de temperatura em que, no início do aquecimento, existe um fator de atraso. No presente caso também se verifica que a temperatura de equilíbrio no ponto mais desfavorável é atingida em um tempo menor (cerca de 1600 s) que aqueles obtidos nos experimentos com polpa do mamão. Tal fato está relacionado diretamente com a mudança das dimensões e da geometria dos recipientes utilizados.

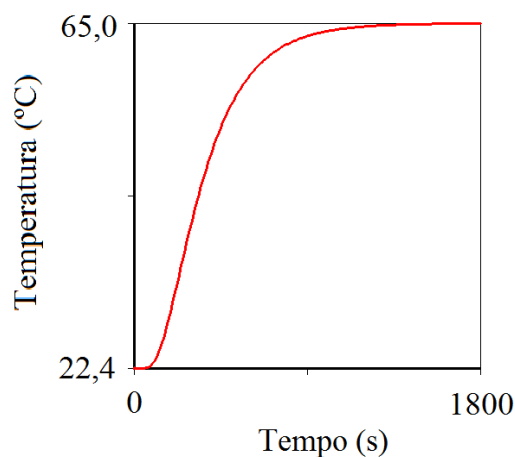


Figura 4.86 – Gráfico representando a penetração de calor na polpa do mamão a partir da simulação numérica para a temperatura no centro do recipiente com geometria arbitrária.

A simulação das condições experimentais para o mamão nesta nova geometria proporciona o gráfico 3D no final do processo ($t = 1800$ s), para o domínio transformado, como é mostrado na Figura 4.87 em que, através do código de cores, o azul representa $64,98$ °C e o vermelho $65,00$ °C.

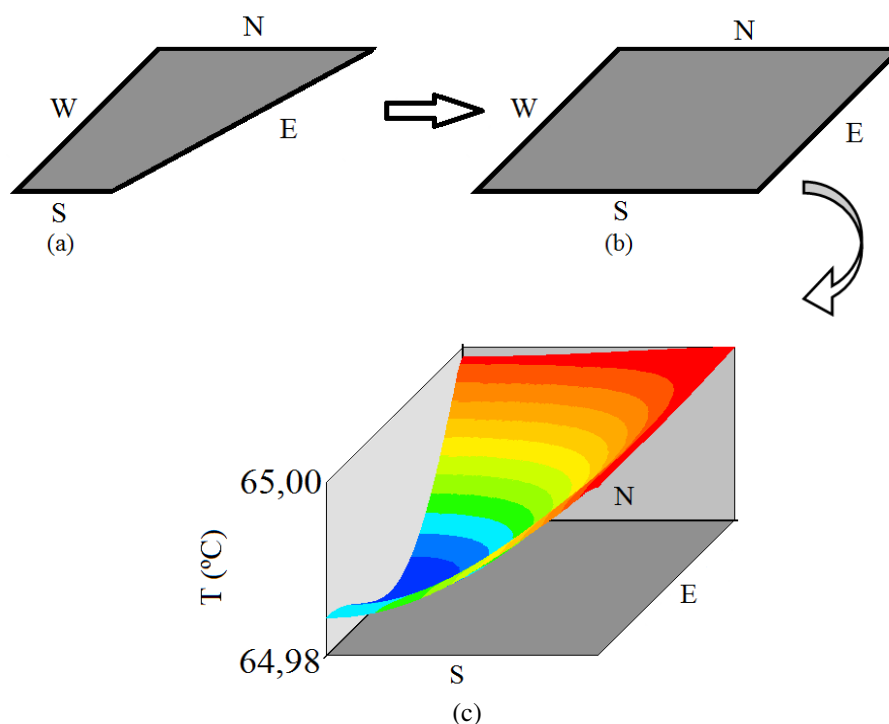


Figura 4.87 – (a) Representação do domínio físico; (b) Representação do domínio transformado; (c) Gráfico 3D representando a distribuição de temperatura no domínio transformado para a simulação no final do processo.

O gráfico da Figura 4.87(c) simula a distribuição de temperatura no interior o recipiente contendo polpa de mamão, e neste gráfico se percebe os valores atingidos no ponto menos favorável e nos contornos do recipiente, possibilitando notar que a diferença de temperatura entre a superfície interna do recipiente e neste ponto mencionado é 0,02 °C. Com a finalidade de proporcionar uma melhor interpretação e visualização da Figura 4.87(c), gerou-se a Figura 4.88 onde é possível observar os contornos das isotermas para a polpa do mamão em quatro instantes do processo de aquecimento.

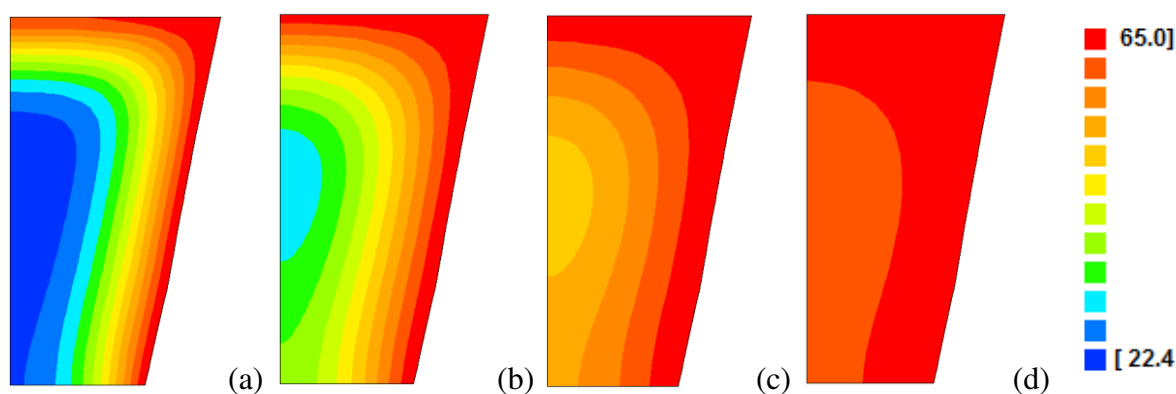


Figura 4.88 – Contornos das isotermas representando a distribuição das temperaturas no interior do mamão: (a) 100 s; (b) 200 s; (c) 400 s; (d) 600 s.

É perceptível que este resultado é importante, pois garante que apenas por simulação, a região menos favorável do produto também tenha alcançado a temperatura de inativação previamente imposta ao processo. Isto é alcançado, sem que novos experimentos sejam realizados em decorrência de uma modificação na geometria do recipiente.

Diante de tudo que foi exposto, é notório que esta pesquisa é importante por possibilitar a simulação de aquecimento e/ou resfriamento de produtos contidos em recipientes com as mais diferentes formas geométricas, desde que possam ser obtidas através da revolução ou extrusão de uma área plana, o que é uma vantagem do ponto de vista industrial. Isto porque, no atendimento do mercado, este trabalho possibilita que a indústria altere a geometria das embalagens sem que para isso se faça necessário o investimento em experimentos, possibilitando a redução dos custos. Em outras palavras, pode-se alterar as embalagens fazendo-se necessário apenas realizar uma simulação com o *software* desenvolvido neste trabalho, com o intuito de verificar o tempo necessário em que todo o produto estará na temperatura de inativação dos agentes patogênicos.

CAPÍTULO 5

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 Considerações preliminares

No capítulo anterior, realizou-se a validação e discussão do software desenvolvido, por comparação dos resultados obtidos com as ferramentas desenvolvidas neste trabalho e aqueles disponíveis na literatura, bem como a apresentação e discussão dos resultados obtidos. No capítulo que aqui se inicia, são apresentadas as principais conclusões obtidas, bem como sugestões para trabalhos futuros.

5.2 Conclusões

Diante dos resultados obtidos, tanto nos testes de validação quanto nas aplicações aos dados experimentais das polpas de mamão e caju, é possível apresentar algumas conclusões que serão enumeradas a seguir.

- A solução numérica da equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas apresentou resultados consistentes e coerentes, em todos os testes realizados com dados disponíveis na literatura.
- O *software* desenvolvido para simular o processo de difusão de calor em processos de pasteurização e determinar parâmetros termofísicos forneceu resultados condizentes com a literatura para o caso da extrusão de uma área plana.
- O *software* desenvolvido, utilizado neste trabalho para simular a difusão de calor em processos de pasteurização e determinar parâmetros termofísicos, forneceu resultados condizentes com a literatura para o caso da revolução de áreas planas.

- O *software* utilizado neste trabalho foi validado a partir de vários conjuntos de dados obtidos por simulação numérica. Os resultados obtidos com o uso do *software* proposto para o cálculo da difusividade térmica aparente foram compatíveis com os valores apresentados na literatura para este parâmetro.
- O *software* desenvolvido, bem como o *Diffusion Revolution and Extrusion*, foi bem sucedido na descrição do processo de difusão de calor para a condição de contorno do primeiro tipo em corpos com geometria arbitrária.
- Várias funções crescentes podem ser usadas para expressar a difusividade térmica como uma função da temperatura de polpa de frutas. Dentre as funções estudadas a melhor foi do tipo $\alpha(T) = bcosh(aT^2)$.
- Como resultado desta pesquisa, estimou-se que a melhor função para representar a difusividade térmica variável da polpa do mamão é crescente com a temperatura local, sendo expressa por $\alpha(T) = 1,243 \times 10^{-7} cosh(1,756 \times 10^{-4} T^2)$.
- Os indicadores estatísticos das cinéticas de aquecimento melhoram sensivelmente quando se considera a difusividade térmica aparente do mamão variável, pois, em todos os casos investigados, o qui-quadrado diminuiu enquanto o coeficiente de determinação aumentou.
- Para a polpa do caju, como no caso do mamão, a melhor função para representar a difusividade térmica variável, também é crescente com a temperatura local e é expressa por $\alpha(T) = 1,201 \times 10^{-7} cosh(1,979 \times 10^{-4} T^2)$.
- A exemplo do mamão há uma melhora considerável nos indicadores estatísticos quando se considera a difusividade térmica aparente do caju variável. O qui-quadrado diminuiu enquanto o coeficiente de determinação aumentou em todos os casos estudados.
- Uma vez conhecida a expressão da difusividade térmica em função da temperatura local, é possível definir o tempo necessário para que a polpa acondicionada em um

recipiente com uma geometria qualquer, com simetria de revolução, entre em equilíbrio térmico com uma temperatura previamente definida, através de simulações. Dessa forma, torna-se desnecessário a realização de experimentos a cada vez que um novo recipiente for utilizado para acondicionar o produto. Apenas simulações numéricas com o software desenvolvido são necessárias para se estabelecer o tempo de processo adequado para a inativação de agentes patogênicos.

- As análises físico-química e microbiológica dos produtos armazenados no recipiente originalmente utilizado nesta pesquisa possibilita afirmar que a pasteurização proporcionou uma redução dos micro-organismos totais, sem proporcionar tanta alteração nutricional, particularmente no valor proteico das polpas.
- As análises físico-químicas e microbiológicas dos produtos armazenados em recipientes modificados, após tratamento térmico de acordo com as simulações realizadas, apresentaram resultados similares àqueles obtidos para os produtos armazenados nos recipientes originais.
- O software desenvolvido é capaz de identificar o ponto com maior fator de atraso no processo de pasteurização e, assim, possibilitar que a cinética de aquecimento de tal ponto do produto possa ser acompanhada, de forma a garantir que a temperatura de inativação dos agentes patogênicos seja atingida.

5.3 Sugestões para futuros trabalhos de pesquisa

- Aplicar a metodologia proposta para outros produtos alimentícios em estado pastoso.
- Estudo da viabilidade de aplicação da metodologia para outros produtos alimentícios em estado líquido.
- Aplicar a metodologia proposta nesta pesquisa para produtos acondicionados em recipientes não metálicos, implicando em condição de contorno variável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALCÂNTARA, S. R.; ALMEIDA, F. A. C.; SILVA, F. L. H.; GOMES, J. P. Isotermas de adsorção do pedúnculo seco do caju. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.13, n.1, Campina Grande, 2009.

AOAC. **Official methods of analysis**. EUA: Gaithersburg, Association of Official Analytical Chemists. 2000.

AZEREDO, H. M. C. **Fundamentos de Estabilidade de alimentos**. 2. ed. Fortaleza: Embrapa Agroindústria Tropical, 2004.

BAÏRI, A.; LARAQI, N.; GARCÍA DE MARÍA, J. M. Determination of thermal diffusivity of foods using 1 D Fourier cylindrical solution. **Journal of food engineering**, v. 78, n. 2, p. 669 – 675, 2007.

BALBACH, A.; BOARIM, D. **As frutas na medicina natural**. Editora Missionária; São Paulo, 1992.

BALL, C. O.; OLSON, F. C. W. Sterilization in food technology. **Theory, Practice and Calculation**. McGraw Hill Book Co., New York, 1957.

BARUFFALDI, R.; OLIVEIRA, M. N. **Fundamentos de tecnologia de alimentos**. São Paulo: Atheneu, 1998.

BETTA, G.; RINALDI, M.; BARBANTI, D.; MASSINI, R. A quick method for thermal diffusivity estimation: Application to several foods. **Journal of food engineering**, v. 91, n. 1, p. 34 – 41, 2009.

BHUMBLA, V. K.; SINGH, Y. Prediction of thermal conductivity of fruit juices by a thermal resistance model. **Journal of Food Science**, v. 54, n. 4, p. 1007 – 1012, 1989.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.
- BRADY, R. P.; KULKARNI, M. R. Determination of thermal diffusivity distribution for three types of materials by transient thermography. **NDT&E International**, v. 29, n. 4. p. 205 – 211, 1996.
- BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Instrução Normativa n° 62, de 26 de agosto de 2003. Métodos Analíticos para Análises Microbiológicas para Controle de Produtos de Origem Animal e Água. **Diário Oficial da União**, Brasília, 18 de setembro de 2003.
- BROWN, J.V.; WILES, R.; PRENTICE, G.A. The effect of a modified Tyndallization process upon the sporeforming bacteria of milk and cream. **Journal of Society of Dairy Technology**, v. 32, n. 2, p. 109 – 112, 1979.
- CARBONERA, L.; CARCIOFI, B. M.; HUBER, E.; LAURINDO, J. B. Determinação experimental da difusividade térmica de uma massa de tomate comercial. **Brazilian Journal of food Technology**, v. 6, n. 2, p. 285 – 290, 2003.
- CARCIOFI, B. A. M.; FAISTEL, J.; ARAGÃO, G. M. F.; LAURINDO, J. B. Determination of thermal diffusivity of mortadella using actual cooking process data. **Journal of food engineering**, v. 55, n. 1, p. 89 – 94, 2002.
- CHOI, Y.; OKOS, M. R. The thermal properties of tomato juice concentrates. **Transactions of ASAE**, v. 26, p. 305-311, 1983a.
- CHOI, Y.; OKOS, M. R. The thermal properties of liquid foods-review. II. **Proceedings of the winter meeting of the American society of agricultural engineers**. Paper n. 83-6516, Chicago, 1983b.
- COLLET, L. S. F. C. A.; SHIGEOKA, D. S.; BADOLATO, G. G.; TADINI, C. C. A kinetic study on pectinesterase inactivation during continuous pasteurization of orange juice. **Journal of food engineering**, v. 69, n. 1, p. 125 – 129, 2005.

DE MOURA, S. C. S. R.; GERMER, S. M.; JARDIM, D. C. P.; SADAHIRA, M. S. Thermophysical properties of tropical fruit juices. **Brazilian Journal of Food Technology**, v. 1, n. (1,2), p. 70 – 76, 1998.

EVANGELISTA, J. **Tecnologia de Alimentos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Atheneu, 2008.

EVANS, E. A.; BALLEEN, F. H. An Overview of Global Papaya Production, Trade, and Consumption. **The Food and Resource Economics Department**, Florida Cooperative Extension Service, Institute of Food and Agricultural Sciences, University of Florida, Gainesville, FL, 2012.

FAO. **The State of Food Insecurity in the World**. Economic growth is necessary but not sufficient to accelerate reduction of hunger and malnutrition. Rome, 2012.

FARIAS, V. S. O.; SOUZA, J. A. R.; SILVA, W. P.; NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B. Estudo da cinética de secagem de telhas cerâmicas através do modelo de difusão usando solução analítica e método inverso. In: **XXXIV Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados**, Campinas – SP, 2009.

FARIAS, V. S. O. **Difusão 3D em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas**. 2011. 265 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LIMA, A. G. B. Three-Dimensional Diffusion in Arbitrary Domain Using Generalized Coordinates for the Boundary Condition of the First Kind: Application in Drying. **Defect and Diffusion Forum**, v. 326-328, p. 120-125, 2012a.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; DELGADO, J. M. P. Q.; NETO, S. R. F.; LIMA, A. G. B. Transient Diffusion in Arbitrary Shape Porous Bodies: Numerical Analysis Using Boundary-Fitted Coordinates. In: **Numerical Analysis of Heat and Mass Transfer in Porous Media**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 85 – 119, 2012b.

FARIAS, V. S. O.; SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; ROCHA, V. P. T.; LIMA, A. G. B. Drying of solids with irregular geometry: numerical study and application using a three-dimensional model. **Heat Mass Transfer**, v. 49, n. 5, p. 695 – 709, 2013.

FELLOWS, P. **Food processing technology**: principles and practice. CRC. 2. ed., 2006.

FIGUEIREDO, R. **Princípios de secagem de produtos biológicos**. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004.

FOLCH, J., LESS, M., STANLEY, S. A simple method for the isolation and purification of total lipids from animal tissues. **Journal Biological. Chemistry**, v. 226, n. 1, p. 497 – 509, 1957.

FONTANA, D. H. G. **Elaboração de um modelo para o controle do processo de pasteurização em cerveja envasada (in-package)**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

FROMM, H. I.; BOOR, K. J. Characterization of Pasteurized Fluid Milk Shelf-life Attributes. **Journal of Food Science**, v. 69, n. 8, p. M207 – M214, 2004.

FUNDAÇÃO BANCO DO BRASIL. **Desenvolvimento Regional Sustentável**. Fruticultura – Caju v. 4, Brasília, 2010.

GAVA, A. J. **Princípio de Tecnologia de alimentos**. 2. ed. São Paulo: Nobel, 2009.

GLAVINA, M. Y.; SCALA, K. C. D.; ANSOARENA, R.; VALLE, C. E. **Estimation of thermal diffusivity of foods using transfer functions**. LWT, 2006.

GONÇALVES, N. D. F. **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas**. 2007. 71 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Matemática) – Faculdade de Ciências da Universidade do Porto – Portugal.

HOLDSWORTH, S. D. **Thermal processing of packaged foods**. 1. ed. London, Chapman & Hall, 1997.

HOLDSWORTH, D.; SIMPSON, R. **Thermal processing of packaged foods**. 2. ed. Springer, 2007.

HUANG, L. Computer simulation of heat transfer during in-package pasteurization of beef frankfurters by hot water immersion. **Journal of food engineering**, v. 80, n. 3, p. 839 – 849, 2007.

IAL. Normas Analíticas do Instituto Adolfo Lutz. **Métodos químicos e físicos para análise de Alimentos**. 3. ed., v. 1, São Paulo: Instituto Adolfo Lutz, 2005.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. Rio de Janeiro: LTC, 1992.

JARAMILLO-FLORES, M. E.; HERNANDEZ-SANCHEZ, H. Thermal diffusivity of soursop (*Annona muricata* L.) pulp. **Journal of food engineering**, v. 46, n. 2, p. 139 – 143, 2000.

KARIM, M. A.; HAWLADER, M. N. A. Drying characteristics of banana: Theoretical modelling and experimental validation. **Journal of Food Engineering**, v. 70, n. 1, p. 35 – 45, 2005.

KIZILTAS, S.; ERDOGDU, F.; KORAY PALAZOGLU, T. Simulation of heat transfer for solid-liquid mixtures in cans and model validation under pasteurization conditions. **Journal of food engineering**, v. 97, n. 4, p. 449 – 456, 2010.

KUBÁSEK, M.; HOUSKA, M.; LANDFELD, A.; STROHALM, J.; KAMARÁD, J.; ZITNÝ, R. Thermal diffusivity estimation of the olive oil during its high-pressure treatment. **Journal of food engineering**, v. 74, n. 3, p. 286 – 291, 2006.

KUROZAWA, L. E.; EL-AOUAR, A. A.; SIMÕES, M. R.; AZOUBEL, P. M.; MURR, F. E. X. Determination of thermal conductivity and thermal diffusivity of papaya (*Carica papaya* L.) as a function of temperature. In: **Mercosur congress on chemical engineering, 2.; Mercosur congress on process systems engineering, 4.**, 2005, Rio de Janeiro: UFRJ, 2005.

KUROZAWA, L. E.; EL-AOUAR, A. A.; SIMÕES, M. R.; AZOUBEL, P. M.; MURR, F. E. X. Thermal conductivity and thermal diffusivity of papaya (*Carica papaya* L.) and cashew apple (*Anacardium occidentale* L.). **Brazilian Journal Food Technology**, v. 11, n. 1, p. 78-85, 2008.

LAU, M. H.; TANG, J. Pasteurization of pickled asparagus using 915 MHz microwaves. **Journal of food engineering**, v. 51, n. 4, p. 283 – 290, 2002.

LEMMON, E. W.; MCLINDEN, M. O.; FRIEND, D. G. **Thermophysical properties of fluid systems**. In: Linstrom PJ, Mallard WG, editors. NIST chemistry WebBOOK, NIST standard reference database number 69. Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology, 2005.

LEWIS, M. **Continuous thermal processing of foods: pasteurization and UHT sterilization**. Aspen Publishers, 2000.

LIMA, A. G. B.; QUEIROZ, M. R.; NEBRA, A. S. Simultaneous moisture transport and shrinkage during drying of solids with ellipsoidal configuration. **Chemical Engineering Journal**, v. 86, n. 1 – 2, p. 85 – 93, 2002.

LIMA, D. R.; FARIAS, S. N.; LIMA, A. G. B. Mass transport in spheroids using the Galerkin method. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 21, n. 4, p. 667 – 680, 2004.

LINS, M. A. A. **Estudo analítico e numérico das propriedades termo-físicas durante o processo de transferência de calor em produtos de forma cilíndrica**. 2013. 262 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB, 2013.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. Rio de Janeiro: LTC Editora S. A., 2004.

MANJAVACAS, M. **La producción mundial de fruta tropical alcanzará 82 millones de toneladas en 2014**. In: <<http://www.valenciafruits.com/agrocultivos/general/1152-la-produccion-mundial-de-fruta-tropical-alcanzara-82-millones-de-toneladas-en-2014>>. Acesso em 02/08/2014.

MARKOWSKI, M.; BIALOBRZEWSKI, I.; CIERACH, M.; PAULO, A. Determination of thermal diffusivity of Lyoner type sausages during water bath cooking and cooling. **Journal of food engineering**, v. 65, n. 4, p. 591 – 598, 2004.

MENDONÇA, S. L. R.; FILHO, C. R. B.; DA SILVA, Z. E. Transient conduction in spherical fruits: Method to estimate the thermal conductivity and volumetric thermal capacity. **Journal of Food Engineering**, v. 67, n. 3, p. 261 – 266, 2005.

MONTEAU, J. Estimation of thermal conductivity of sandwich bread using an inverse method. **Journal of food engineering**, v. 85, n. 1, p. 132 – 140, 2008.

OLIVEIRA, E. P. **Estimação da difusividade térmica de iogurtes comerciais – aplicação do método flash**. 2009. 120 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.

OLIVEIRA, G. S.; LOPES FILHO, J. F.; THOMÉO, J. C. Difusividade térmica do presunto cozido e seus constituintes sólidos principais. **Brazilian Journal of food technology**, v. 6, n. 2, p. 137 – 142, 2003.

ORDÓÑEZ, J. A. Tecnologia de alimentos – **Componente dos alimentos e processos**. Editora Artmed, v.1, Porto Alegre - RS, 2005.

PARENTE, J.I.G.; PESSOA, P. F.A.P.; NAMEKATA, Y. **Diretrizes para recuperação da cajucultura no Nordeste**. EMBRAPA, Fortaleza, 1991.

PELAIS, A. C. A.; ROGEZ, H.; PENA, R. S. Estudo da pasteurização da polpa de murici. **Alimentos e Nutrição**, v. 19, n. 1, p. 17 – 24, 2008.

PEREDA, J. A. O.; RODRIGUEZ, M. I. C.; ÁLVAREZ, L. F.; SANZ, M. L. G.; MINGUILLÓN, G. D. G. F.; PERALES, L. H.; CORTECERO, M. D. S. **Tecnologia de Alimentos: Componentes dos Alimentos e Processos**. Porto Alegre: Artmed, 1. ed. v. 1. 2005.

PERUSSELLO, C. A.; KUMAR, C.; DE CASTILHOS, F.; KARIM, M. A. Heat and mass transfer modeling of the osmo-convective drying of yacon roots (*Smallanthus sonchifolius*). **Applied Thermal Engineering**, v. 63, n. 1, p. 23 – 32, 2013.

PLAZL, I.; LAKNER, M.; KOLOINI, T. Modeling of temperature distributions in canned tomato based dip during industrial pasteurization. **Journal of food engineering**, v. 75, n. 3, p. 400 – 406, 2006.

POLÔNIO, M. L. T.; PERES, F. Consumo de aditivos alimentares e efeitos à saúde: desafios para a saúde pública brasileira. **Caderno de Saúde Pública**, Rio de Janeiro, v. 25, n. 8, p. 1653 – 1666, 2009.

RAMPELOTTO, C. **Pasteurização de Salsichas com Ultrassom e Micro-ondas**. 2012. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ciência e Tecnologia de Alimentos) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Santa Maria, 2012.

SABLANI, S. S. Drying of fruits and vegetables: retention of nutritional/functional quality. **Drying Technology**, v. 24, p. 428-432. 2006.

SARRIA, S. D.; HONÓRIO, S. L. Condutividade e difusividade térmica do figo (*Ficus carica* L.) “roxo de valinhos”. **Engenharia Agrícola**, v. 24, n. 1, p. 185 – 194, 2004.

SAYKOVA, I.; CWICKLINSKI, G.; CASTELLE, P. Analytical approach for predicting effective diffusion coefficients in multidimensional slab geometry. **Journal of the University of Chemical Technology and Metallurgy**, v. 44, n. 1, p. 44-49, 2009.

SCREMIN, F. F. **Influência do estado de maturação e das etapas de processamento na reologia e caracterização físico-química da polpa de goiaba (*Psidium guajava* L.) pasteurizada**. 2007. 145 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Alimentos) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

SILVA, C. M. D. P. S. **Ferramentas analíticas e numéricas para a descrição da secagem de sólidos na forma de cilindros e elipsóides**. 2012. 254 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB, 2012.

SILVA, J. A. **Tópicos da Tecnologia de Alimentos**. São Paulo – SP. Livraria Varela, 2000.

SILVA, L. D. **Técnicas analíticas e numéricas para a secagem de sólido na forma de paralelepípedo: Uma abordagem tridimensional**. 2012. 182 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2012.

SILVA, M. A. C. **Aplicação do método flash para a estimação da difusividade térmica da geleia de acerola**. 2011. 120 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2011.

SILVA, W. P. **Transporte Difusivo em Sólidos com forma arbitrária usando Coordenadas Generalizadas**. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2007.

SILVA, W. P. **Software “2D Grid Generation”** (2008a) Disponível em <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/gg.htm>>, Acesso em: 2 de outubro de 2013.

SILVA, W. P. **Software “Diffusion RE”** (2008b) Disponível em <<http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/diffusion.htm>>, Acesso em: 5 de dezembro de 2013.

SILVA, W.P.; SILVA, C. M. D. P. S. **Lab fit curve fitting software** (2009) Disponível em: <www.labfit.net>, Acesso em: 10 de fevereiro de 2013.

SILVA, W. P. da; SILVA, C. M. D. P. S. SILVA, D. D. P. S.; SILVA C. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; Influence of the geometry on the numerical simulation of isothermal drying kinetics of bananas. **World Applied Sciences Journal**, v. 7, n. 7, p. 846 – 855, 2009a.

SILVA, W. P.; PRECKER, J. W.; SILVA, D. D. P. S.; SILVA C. D. P. S.; LIMA, A. G. B. Numerical simulation of diffusive processes in solids of revolution via the finite volume method and generalized coordinates, **International Journal of Heat Mass Transfer**, v. 52, n. 21 – 22, p. 4976-4985, 2009b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SILVA, D. D. P. S.; NEVES, G. A.; LIMA, A. G. B.; Mass and heat transfer study in solids of revolution via numerical simulations using finite volume method and generalized coordinates for the Cauchy boundary condition. **International Journal of Heat Transfer**, v. 53, n. 5 – 6, p. 1183-1194, 2010.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; NASCIMENTO, P. L.; CARMO, J. E. F.; SILVA, D. D. P. S.; Influence of the geometry on the numerical simulation of the cooling kinetics of cucumbers. **Spanish Journal of Agricultural Research**, v. 9, n. 1, p. 242-251, 2011a.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A. Determination of expressions for the thermal diffusivity of canned foodstuffs by the inverse method and numerical simulations of heat penetration. **International Journal of Food Science and Technology**, v. 46, n. 4, p. 811–818, 2011b.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; FARIAS, V. S. O.; GOMES, J. P. Diffusion models to describe the drying process of peeled bananas: optimization and simulation. **Drying Technology**, v. 30, n. 1, p. 164 – 174, 2012.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; GOMES, J. P. Drying description of cylindrical pieces of bananas in different temperatures using diffusion models. **Journal of Food Engineering**, v. 117, n. 3, p. 417 – 424, 2013.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; LINS, M. A. A.; COSTA, W. S. Optimal removal of experimental points to determine apparent thermal diffusivity of canned products. **International Journal of Food Engineering**, v. 10, n. 2, p. 223–231, 2014.

SINGH, R. P.; HELDMAN, D. R. **Introduction to food engineering**. Academic. San Diego, 1993.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical process control: An introduction to theory and practical**. Englewood Cliffs, NJ 07632, USA Prentice-Hall, 1984.

SWEAT, V. E. **Thermal properties of foods, engineering Properties of Foods**. M. A. Rao & S. S. H. Rizvi, Marcel Dekker Inc., 1986.

TEIXEIRA, C. K. B.; NEVES, E. C. A.; PENA, R. S. Estudo da pasteurização da polpa de graviola. **Alimentos e Nutrição**, v. 17, n. 3, p. 251 – 257, 2006.

TIJSKENS, L. M. M., SCHIJVENS, E. P. H. M.; BICKMAN, E. S. A. Modelling the change in colour of broccoli and green beans during blanching. **Innovative Food Science & Emerging Technologies**, 2001.

TRES, M. V.; BORGES, G. R.; CORAZZA, M. L.; ZAKRZEWSKI, C. A. Determinação da difusividade térmica de alimentos: Medidas experimentais e simulação numérica. **Perspectiva**, v. 35, n. 131, p. 43 – 56, 2011.

UKRAINCZYK, N. Thermal diffusivity estimation using numerical inverse solution for 1 D heat conduction. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, n. 25 – 26, p. 5675 – 5681, 2009.

VANDERZANT, C.; SPLITTSTOESSER, D. F. Compendium of methods for the microbiological examination of foods. 3th. ed. Washington: **American Public Health Association**, 1992.

VARNAM, A. H.; SUTHERLAND, J. P. **Bebidas: Tecnologia, Química y Microbiología**. Zaragoza: Acribia, 1994.

VASCONCELOS, M. A. S.; MELO FILHO, A. B. **Conservação de alimentos**. Recife: EDUFRPE, 2010.

WANG, L.; SUN, D. W. Rapid cooling of porous and moisture foods by using vacuum cooling technology. **Trends in Food Science & Technology**, v. 12, n. 5 – 6, p. 174 – 184, 2001.

WOJSLAW, E. B. **Tecnologia de alimentos**. Brasília, 2013.

WOODFIELD, P. L.; MONDE, M.; MITSUTAKE, Y. On estimating thermal diffusivity using analytical inverse solution for unsteady one-dimensional heat conduction. **International Journal of Heat and Mass Transfer**. v. 50, n. 5 – 6, p. 1202 – 1205, 2007.

WU, G.; YANG, W.; JIA, C. A three-dimensional numerical simulation of transient heat and mass transfer inside a single rice kernel during the drying process. **Biosystems Engineering**, v. 87, n. 2, p. 191-299, 2004.

YEN, G.; LIN, H. Comparison of high pressure treatment and thermal pasteurization effects on the quality and shelf life of guava puree. **International Journal of Food Science & Technology**, v. 31, n. 2, p. 205 – 213, 1996.

APÊNDICE A:

Dados experimentais

Tabela A.1 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 1 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22	358	63,9	1782	65,8
14	40,4	366	64	1870	66
30	53,8	382	64,3	1998	65,9
46	56,7	390	64,4	2038	65,9
62	58,2	398	64,4	2102	65,9
78	58,9	414	64,6	2222	65,6
86	59,3	430	64,6	2398	65,4
102	59,9	462	64,7	2462	65,4
118	60,4	470	64,7	2526	65,9
126	60,6	478	64,7	2606	66,3
134	60,8	502	64,8	2862	66,1
150	61,1	662	64,8	2902	65,7
166	61,4	758	64,7	3030	65,3
182	61,6	790	65,1	3278	64,9
190	61,7	854	65,3	3382	65,1
198	61,8	918	65,7	3438	65,4
214	62	1078	66,3	3550	65,4
222	62,1	1158	66,3	3606	65,6
238	62,4	1222	66,1	3614	65,6
270	62,9	1286	65,8	3622	65,6
294	63,2	1358	65,5	3630	65,6
318	63,5	1406	65,3	3638	65,6
334	63,8	1550	65		
350	63,9	1686	65,4		

Tabela A.2 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 2 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,3	358	63,3	1134	66,1
14	44,6	366	63,4	1238	66
30	54,9	382	63,5	1358	65,6
46	57	390	63,6	1406	65,6
62	58,3	398	63,6	1502	65,6
78	59	414	63,8	1694	65,6
86	59,3	430	63,8	1782	65,8
102	59,9	462	63,8	1870	66
118	60,2	470	63,8	2046	66,1
126	60,4	478	63,9	2222	65,3
134	60,6	518	64,1	2318	65,1
150	60,9	550	64,2	2414	65,3
166	61,4	558	64,3	2526	65,6
182	61,7	566	64,5	2582	65,8
190	61,8	590	64,5	2638	66
198	61,9	678	64,6	2806	66
214	62,1	686	64,6	2902	65,7
222	62,2	718	64,7	3046	65,5
238	62,4	734	64,8	3118	65,4
270	62,7	758	64,9	3278	65,5
294	62,8	790	65,2	3326	65,5
318	63,1	854	65,4	3550	65,5
334	63,2	918	65,7	3630	65,6
350	63,3	1078	66		

Tabela A.3 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 3 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	318	63,4	1494	65,7
14	47,8	334	63,7	1710	65,6
30	57	350	64	2022	65,9
46	59,4	358	64	2222	65,4
62	59,6	366	64,2	2526	65,3
78	59,5	382	64,4	2670	65,7
86	59,6	390	64,5	2822	65,7
102	60	398	64,6	2902	65,1
118	60,3	414	64,7	3462	65,7
126	60,4	430	64,9	3470	65,5
134	60,6	470	65,3	3478	65,4
150	60,7	478	65,4	3486	65,4
166	61	502	65,8	3494	65,4
182	61,2	550	66	3502	65,4
190	61,3	678	66	3510	65,3
198	61,4	718	65,8	3518	65,3
214	61,7	1078	65,9	3526	65,3
222	61,8	1286	66	3534	65,3
238	62	1318	66	3550	65,3
270	62,6	1390	65,9	3630	65,3
294	63,1	1406	65,8	3638	65,3

Tabela A.4 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 4 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	238	62,5	662	66,2
14	22,2	270	62,9	718	65,9
30	56,3	294	63	934	65,7
46	59	318	63,6	1078	65,7
62	60,2	334	63,8	1254	65,7
78	61	350	64	1406	65,2
86	61,3	358	64,1	1702	65,7
102	61,5	366	64,2	1926	65,7
118	62,1	382	64,5	2222	66
126	62,1	390	64,6	2318	65,8
134	62,3	398	64,8	2526	65
150	62,5	414	65	2654	65,5
166	62,5	430	65,2	2742	65,5
182	62,8	462	65,6	2902	65,7
190	62,7	470	65,7	3022	65,7
198	62,7	478	66	3254	65,7
214	62,6	502	66,3	3550	65,3
222	62,6	574	66,3	3654	66

Tabela A.5 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a média das amostras do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	334	63,6	1078	66
14	38,8	350	63,8	1230	66
30	55,5	358	63,8	1310	65,8
46	58	366	64	1406	65,5
62	59,1	382	64,2	1534	65,5
78	59,6	390	64,3	1694	65,6
86	59,9	398	64,4	1750	65,6
102	60,3	414	64,5	2110	65,6
118	60,8	430	64,6	2222	65,6
126	60,9	462	64,9	2358	65,5
134	61,1	478	65	2526	65,5
150	61,3	502	65,3	2566	65,5
166	61,6	518	65,4	2878	65,5
182	61,8	534	65,4	2902	65,6
190	61,9	542	65,4	3150	65,4
198	62	582	65,5	3254	65,5
214	62,1	606	65,5	3390	65,5
222	62,2	670	65,4	3478	65,5
238	62,3	734	65,3	3550	65,4
270	62,8	870	65,4	3630	65,7
294	63	918	65,5	3638	65,7
318	63,4	958	65,7		

Tabela A.6 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 1 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	23,2	470	43	1278	64,8
14	23,2	478	43,5	1286	64,6
30	23,2	518	47,9	1342	65,2
46	23,2	534	48,6	1358	65,1
62	23,2	550	49,6	1406	65,4
78	23,2	558	49,6	1462	65,6
86	23,2	566	49,7	1470	64,9
102	23,2	574	50,2	1494	65,1
118	23,6	590	51	1502	65,1
126	24,1	606	52,3	1550	65,1
134	24,4	638	53,1	1686	65,1
150	24,4	654	53,6	1694	65,1
182	25,5	662	53,8	1702	65,2
190	25,9	678	54,7	1782	65,3
198	26,3	686	55,2	1870	65,7
214	27,3	718	55,8	1910	65,7
222	27,8	734	56,8	1918	65,7
238	28,9	750	56,9	1926	65,4
270	31,2	758	56,9	1998	65,6
294	33	790	58	2046	65,4
318	35,8	854	58,8	2054	65,5
334	36,7	918	60,8	2062	65,6
350	38,4	1078	62,7	2102	65,4
358	38,8	1134	62,4	2110	65,7
366	38,9	1158	63,1	2214	65,7
382	40,1	1166	62,9	2238	65,4
390	40,9	1182	63,2	2246	65,5
398	41,5	1222	64,4	2254	65,5
462	42,7	1238	63,8	2262	65,5

Tabela A.7 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 2 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,1	398	40,9	1222	63,8
14	22,3	414	42,6	1238	63,6
30	22,5	430	43,7	1278	64,2
46	22,5	470	43,8	1286	64,1
62	22,6	478	44,3	1342	64,6
78	22,6	502	48,3	1358	64,5
86	22,7	550	49,1	1406	64,8
102	22,7	558	49,3	1462	65
118	23	566	49,5	1470	64,7
126	23,5	574	49,9	1494	64,8
134	23,8	590	50,7	1502	64,8
150	24,1	606	51,6	1550	64,9
166	24,6	638	52,7	1686	65
182	25,4	654	53,2	1694	65
190	25,8	662	53,4	1702	65,1
198	26,2	678	54	1782	65,2
214	27,3	686	54,5	1870	65,4
222	27,8	718	55,3	1910	65,4
238	28,9	734	56	1918	65,5
270	31,2	750	56,3	1926	65,3
294	33,1	758	56,4	1998	65,4
318	35,3	790	57,4	2038	65,2
334	36,3	854	58,5	2046	65,3
350	37,7	918	60,2	2054	65,4
358	38,3	1078	62,3	2102	65,3
366	38,6	1134	62,6	2222	65,3
382	39,7	1158	62,9	2238	65,4
390	40,1	1182	63	2246	65,4

Tabela A.8 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 3 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	430	42,9	1222	64
14	22,2	462	44,8	1238	64
30	22,3	470	45,2	1278	64,2
46	22,4	478	45,7	1286	64,3
62	22,4	502	47,2	1342	64,6
78	22,4	518	48	1358	64,8
86	22,4	534	48,7	1406	65
102	22,4	550	49,8	1462	65,2
118	22,7	558	50,1	1470	65,2
126	22,9	566	50,4	1494	65,3
134	23,1	574	50,8	1502	65,3
150	23,8	590	51,4	1550	65,3
166	24,6	606	52,1	1686	65,5
182	25,7	638	53,6	1782	65,5
190	26,1	654	54,2	1870	65,5
198	26,4	662	54,5	1910	65,5
214	27,5	678	55	1918	65,5
222	28	686	55,2	1926	65,5
238	29,2	718	56,4	1998	65,6
270	31,6	734	56,8	2038	65,6
294	33,6	750	57,4	2046	65,6
318	35,5	758	57,7	2054	65,7
334	36,4	790	58,5	2062	65,7
350	37,7	854	59,8	2102	65,7
358	38,2	918	60,9	2110	65,7
366	38,7	1078	62,7	2246	65,8
382	39,8	1134	63,2	2254	65,8
390	40,4	1158	63,4	2262	65,8
398	40,9	1166	63,5	2270	65,8
414	41,8	1182	63,6		

Tabela A.9 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 4 do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	470	43,1	1286	63,5
14	22,2	478	43,6	1342	63,6
30	22,2	502	45	1358	63,7
46	22,2	518	45,9	1406	63,9
62	22,2	534	46,7	1462	64,1
78	22,2	550	47,7	1470	64,1
86	22,2	558	48,1	1494	64,1
102	22,2	566	48,5	1502	64,1
118	22,2	574	48,9	1550	64,1
134	22,2	590	49,6	1686	64,3
150	22,2	606	50,3	1694	64,3
166	22,3	638	51,6	1702	64,3
182	23,1	654	52,3	1782	64,5
190	23,7	662	52,7	1870	64,7
198	24,2	678	53,4	1910	64,6
214	25,1	686	53,8	1918	64,6
222	25,6	718	54,8	1926	64,6
238	26,6	734	55,3	1998	64,8
270	29,3	750	55,9	2038	64,8
294	31	758	56,2	2054	64,8
318	32,6	790	57	2062	64,8
334	33,8	854	58,6	2102	64,8
350	35	918	59,8	2110	64,8
358	35,6	1078	62	2214	64,9
366	36,2	1134	62,5	2230	64,9
382	37,4	1158	62,7	2238	64,9
390	37,9	1166	62,8	2254	64,9
398	38,4	1182	62,9	2262	64,9
414	39,5	1222	63,2	2270	64,9
430	40,5	1238	63,3		
462	42,6	1278	63,5		

Tabela A.10 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a média das amostras do mamão.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,4	462	43,4	1278	64,2
14	22,5	470	43,8	1286	64,1
30	22,6	478	44,3	1342	64,5
46	22,6	502	47,9	1358	64,5
62	22,6	518	47,4	1406	64,8
78	22,6	534	48	1470	64,7
86	22,6	550	49,1	1494	64,8
102	22,6	558	49,3	1502	64,8
118	22,9	566	49,5	1550	64,9
126	23,2	574	50	1686	65
134	23,4	590	50,7	1694	65
150	23,6	606	51,6	1702	65
166	24,1	638	52,8	1782	65,1
182	24,9	654	53,3	1870	65,3
198	25,8	662	53,6	1910	65,3
214	26,8	678	54,3	1918	65,3
222	27,3	686	54,7	1998	65,4
238	28,4	718	55,6	2038	65,2
270	30,8	734	56,2	2046	65,3
294	32,7	750	56,6	2054	65,4
318	34,8	758	56,8	2062	65,4
334	35,8	790	57,7	2102	65,3
350	37,2	854	58,9	2110	65,4
358	37,7	918	60,4	2222	65,3
366	38,1	1078	62,4	2254	65,4
382	39,3	1134	62,7	2262	65,4
390	39,8	1158	63	2278	65,4
398	40,4	1166	63	2286	65,4
414	41,9	1182	63,2		
430	43,1	1222	63,9		

Tabela A.11 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 1 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,4	366	63,4	1158	65,7
14	37,8	382	63,7	1208	65,1
30	53,2	390	63,8	1222	65,6
46	55	398	63,9	1262	65,4
62	56,2	414	64,1	1270	65,4
78	57	494	64,6	1278	65,4
86	57,3	534	64,7	1310	65,4
102	57,7	542	64,7	1334	65,5
118	58	550	64,7	1342	65,5
126	58,3	566	64,7	1350	65,5
134	58,5	574	64,7	1430	66
150	59,1	606	65	1590	65,5
166	59,5	614	65,1	1678	65,9
182	59,6	646	65,2	1876	66
190	59,7	654	65,3	1934	65,1
198	59,9	662	65,4	2070	65,3
214	60,1	670	65,4	2134	65,5
222	60,3	730	65,4	2252	65,1
238	60,8	750	65,4	2614	65,6
270	61,5	782	65,4	2790	65,2
294	62,1	790	65,4	3086	65,6
318	62,6	798	65,4	3478	65,4
334	62,9	830	65,4	3546	65,7
350	62,9	862	65,4	3608	65,9
358	63,3	934	65		

Tabela A.12 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 2 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,1	390	63	1262	65,3
14	27,7	398	63,1	1302	65,5
30	54,3	414	63,2	1486	65,5
46	56,4	494	63,3	1574	65,6
62	57,1	534	63,4	1678	65,9
78	58,1	542	63,5	1876	65,9
86	58,4	550	63,6	1902	65,9
102	58,9	566	63,7	2078	65,9
118	59,1	574	63,8	2150	65,5
126	59,2	598	64	2252	65,5
134	59,4	614	64,1	2358	65,5
150	59,8	622	64,2	2470	65,7
166	60,1	654	64,3	2558	65,7
182	60,4	662	64,4	2614	65,6
190	60,6	730	64,6	2758	65,6
198	60,8	750	64,6	2814	65,7
214	61	782	64,8	3086	65,6
222	61,3	790	64,9	3150	65,6
238	61,5	798	65	3302	65,6
270	62	830	65	3398	65,6
294	62,4	862	65	3478	65,6
318	62,7	934	65	3546	65,7
334	62,8	1158	65	3646	65,8
350	62,9	1208	65,1		

Tabela A.13 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 3 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,5	366	63,3	982	65,4
14	47,9	382	63,2	1014	65,5
30	54,6	390	63,2	1038	65,6
46	56,1	398	63,2	1054	65,7
62	57,2	438	63,2	1118	65,8
78	58,2	446	63,3	1208	65,8
86	58,6	454	63,5	1358	65,8
102	59,2	486	63,6	1478	65,8
118	59,8	494	63,7	1502	65,6
126	59,9	502	63,8	1678	65,5
134	60,1	510	63,9	1876	65,5
150	60,6	526	64	1934	65,4
166	60,9	542	64,1	2094	65,3
182	61,2	550	64,2	2150	65,5
190	61,5	566	64,3	2252	65,8
198	61,6	574	64,4	2438	65,8
214	61,9	582	64,5	2494	65,5
222	62	598	64,6	2614	65,4
238	62,3	622	64,8	2870	65,4
270	62,7	654	64,9	3086	65,6
294	63,1	730	64,9	3214	65,6
318	63,1	750	65	3310	65,6
334	63,2	806	65,2	3546	65,7
350	63,3	910	65,2	3646	65,7
358	63,3	942	65,3		

Tabela A.14 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 4 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	294	65	1910	66,1
14	40	318	65,4	2110	66
30	56,8	334	65,6	2252	65,5
46	59,7	350	65,7	2430	65,5
62	60,3	358	65,9	2574	65,5
78	60,7	406	65,6	2614	65,5
86	60,9	558	65,8	2702	65,5
102	61,6	606	66,2	2846	65,4
118	62,3	662	66,5	2990	65,3
126	62,7	730	66,6	3086	65,3
134	62,7	838	66,1	3102	65,3
150	62,6	1118	66,1	3110	65,3
166	62,8	1208	66,1	3118	65,5
182	63,1	1350	65,8	3278	65,6
190	63,3	1406	65,5	3342	65,6
198	63,6	1494	65,3	3406	65,5
214	63,7	1678	65,4	3502	65,4
222	63,7	1774	65,4	3546	65,4
238	64	1782	65,4	3606	65,5
270	64,4	1876	65,5	3638	65,8

Tabela A.15 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a amostra 5 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,3	350	64,5	1876	65,5
14	38,9	358	64,6	1918	65,7
30	55	366	64,8	2078	65,7
46	57,4	382	65	2158	65,6
62	58,3	390	65,1	2252	65,4
78	58,9	398	65,2	2342	65,4
86	59,1	494	65	2422	65,4
102	59,7	542	65,2	2470	65,4
118	60,2	590	65,5	2534	65,4
126	60,5	630	65,8	2614	65,5
134	60,6	730	66	2726	65,5
150	60,9	790	65,9	2814	65,5
166	61,2	838	65,8	2894	65,5
182	61,4	910	65,5	2966	65,5
190	61,5	990	65,5	3086	65,5
198	61,8	1054	65,6	3294	65,5
214	61,9	1134	66	3310	65,5
222	62	1208	66,1	3422	65,5
238	62,4	1302	65,8	3486	65,5
270	63	1430	65,7	3502	65,5
294	63,6	1502	65,6	3546	65,6
318	64	1566	65,4	3598	65,7
334	64,3	1678	65,5	3606	65,7

Tabela A.16 – Temperaturas experimentais com o sensor na borda do recipiente para a média das amostras do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,3	358	64	1382	65,7
14	38,5	366	64,1	1454	65,7
30	54,8	382	64,2	1526	65,4
46	56,9	390	64,3	1678	65,6
62	57,8	398	64,4	1718	65,5
78	58,6	494	64,4	1790	65,5
86	58,9	518	64,5	1876	65,7
102	59,4	542	64,6	1958	65,7
118	59,9	550	64,7	2078	65,6
126	60,1	574	64,8	2158	65,6
134	60,3	590	64,9	2238	65,4
150	60,6	598	65,1	2252	65,5
166	60,9	614	65,2	2422	65,5
182	61,1	622	65,3	2542	65,5
190	61,3	646	65,3	2614	65,5
198	61,5	654	65,4	2798	65,4
214	61,7	662	65,4	2862	65,5
222	61,9	670	65,5	2950	65,5
238	62,2	730	65,5	3086	65,5
270	62,7	838	65,5	3294	65,5
294	63,2	902	65,4	3414	65,5
318	63,6	1054	65,4	3546	65,6
334	63,8	1110	65,7	3606	65,7
350	63,9	1208	65,6		

Tabela A.17 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 1 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	430	40,6	1134	63,5
14	22,2	462	42,9	1158	63,7
30	22,3	470	43,5	1166	63,8
38	22,7	478	43,9	1182	63,8
78	22,6	502	45,6	1238	64,2
94	22,6	518	46,1	1278	64,5
102	23,1	534	46,9	1286	64,6
126	23,5	550	47,7	1342	64,7
142	23,6	558	48,1	1358	64,7
150	24	566	48,4	1406	64,8
174	25	574	48,9	1454	64,9
198	25,2	590	49,7	1534	64,8
214	26,6	606	50,4	1550	65,1
222	27,5	638	51,9	1614	65,5
238	28,7	654	52,5	1694	65,3
270	28,9	662	52,9	1726	65,4
294	33,3	678	53,5	1790	65,6
318	33,5	686	53,8	1886	65,4
334	34,3	718	55	1934	65,1
350	35,4	734	55,6	2046	65,5
358	35,8	750	56,6	2054	65,4
366	36,5	758	56,8	2062	65,4
382	37,4	790	57,6	2214	65,1
390	38	854	59,1	2310	65,4
398	38,7	918	60,8	2318	65,4
414	39,5	1078	63,2		

Tabela A.18 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 2 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	21,9	478	43,4	1182	63,3
30	21,9	502	45	1238	64
78	23	518	45,9	1278	64,1
94	23	534	46,4	1286	64,2
110	23	550	47,6	1342	63,9
142	23,1	566	48	1358	64,6
158	23,2	574	48,6	1406	64,4
166	23,5	590	50	1462	64,7
182	24,4	606	50,2	1470	64,8
190	24,6	638	51,6	1494	64,2
198	25	654	51,7	1502	64,9
214	25,7	662	53	1550	64,9
222	26,3	678	53,5	1694	65,2
238	27,5	686	53,3	1702	65,1
270	29,6	718	54,5	1758	65
294	31,7	734	54,9	1838	65,4
318	33,3	750	55,8	1894	65,5
334	35,2	758	56,1	1934	65,5
350	36,1	790	56,6	1998	65,5
390	36,4	854	58,5	2022	65,5
398	38,5	918	59,7	2086	65,6
414	40,1	1078	62,3	2134	65,5
430	40,8	1134	63	2214	65,6
462	42,7	1158	63,3	2358	65,5
470	43,1	1166	63,3		

Tabela A.19 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 3 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,5	430	40,7	1158	62,9
14	22,5	462	42,7	1166	62,9
30	22,5	470	43,2	1182	63,1
46	22,5	478	43,7	1222	63,4
62	22,5	502	45	1238	63,6
78	22,5	518	45,9	1286	63,8
86	22,5	534	46,7	1342	64,1
102	22,5	550	47,5	1358	64,6
118	22,7	558	47,8	1406	64,5
126	22,8	566	48,2	1462	64,7
134	22,9	574	48,6	1470	64,7
150	23,4	582	49	1502	64,7
166	23,9	590	49,4	1550	64,8
182	24,6	598	49,7	1686	65
190	25	606	50,1	1694	65
198	25,4	638	51,4	1702	65
214	26,3	654	52	1782	65,1
222	26,7	662	52,3	1870	65,1
238	27,7	678	52,9	1910	65,1
270	30	686	53,2	1918	65,1
294	31,5	718	54,3	1926	65,1
318	33,2	734	54,8	1998	65,2
334	34,5	750	55,3	2038	65,2
350	35,5	758	55,5	2054	65,2
358	36,1	790	56,5	2062	65,2
366	36,5	854	58,1	2102	65,2
382	37,6	918	59,4	2110	65,2
390	38,1	1078	62	2238	65,2
398	38,9	1134	62,7	2262	65,2

Tabela A.20 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 4 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	470	46,4	1286	64,4
14	22,2	478	47	1342	64,7
30	22,2	502	48,4	1358	64,8
46	22,2	518	49,4	1406	64,8
62	22,2	534	50,2	1462	64,9
86	22,2	550	51,1	1470	64,9
102	22,3	558	51,4	1494	64,9
118	22,6	566	51,8	1502	64,9
126	22,8	574	52,2	1550	64,9
134	23,1	590	52,9	1686	64,6
150	23,9	606	53,5	1694	64,6
166	24,8	638	54,7	1702	64,6
182	25,8	654	55,5	1782	64,5
190	26,6	662	55,6	1870	64,4
198	26,8	678	56,2	1910	64,4
214	27,8	686	56,5	1918	64,4
222	28,5	718	57,4	1926	64,4
238	29,7	734	57,9	1998	64,5
270	32,2	750	58,4	2038	64,6
294	34,4	758	58,6	2046	64,6
318	36,2	766	58,8	2054	64,6
334	37,1	790	59,4	2062	64,6
350	38,4	854	60,4	2102	64,8
358	38,9	918	61,8	2110	64,8
366	39,5	1078	63,2	2214	65
382	40,7	1134	63,4	2222	65
390	41,2	1166	63,5	2238	65
398	41,8	1182	63,9	2246	65
414	42,9	1222	64,1	2254	65
430	43,9	1238	64,1	2262	65
462	46	1278	64,4	2270	65

Tabela A.21 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a amostra 5 do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	478	45,5	1286	64,5
14	22,2	502	47	1342	64,7
30	22,2	518	47,7	1358	64,8
62	22,2	534	48,5	1406	64,8
78	22,5	550	49,3	1462	64,4
118	22,6	558	49,7	1470	64,5
126	22,5	566	50,1	1494	64,7
134	22,7	574	50,5	1502	65,4
150	24	590	51,3	1550	64,9
166	24,1	606	51,9	1686	64,8
182	25,3	638	53,3	1694	65
190	25,3	654	54	1702	65,2
198	26	662	54,2	1782	65,4
214	27,2	678	54,8	1870	65
222	27,9	686	55,1	1918	64,7
238	29,2	718	56,2	1998	65,3
270	30,3	734	56,7	2038	65,2
294	33,8	750	57,5	2046	65,1
318	34,7	758	57,7	2054	65
334	35,7	790	58,5	2062	65
350	36,8	854	59,7	2102	65,3
358	37,4	918	61,3	2110	65,4
366	37,9	1078	63,2	2214	65,1
382	39	1134	63,4	2222	64,9
390	39,6	1158	63,6	2238	65,3
398	40,2	1166	63,7	2246	65,3
414	41,1	1182	63,9	2254	65,3
430	42,2	1222	64,2	2262	65
462	44,4	1238	64,2	2270	65
470	44,9	1278	64,5		

Tabela A.22 – Temperaturas experimentais com o sensor no centro do recipiente para a média das amostras do caju.

Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	22,2	478	44,7	1286	64,3
14	22,2	502	46,2	1342	64,4
30	22,2	518	47	1358	64,7
46	22,4	534	47,8	1406	64,7
78	22,5	550	48,7	1462	64,5
118	22,5	558	49	1470	64,6
126	22,5	566	49,3	1494	64,7
134	22,7	574	49,8	1502	65,2
150	23,7	590	50,7	1550	64,9
166	23,9	606	51,2	1686	64,9
182	24,2	638	52,6	1694	65
190	25,1	654	53,1	1702	65,7
198	25,7	662	53,6	1782	64,5
214	26,7	678	54,2	1870	65,7
222	27,4	686	54,4	1910	64,9
238	28,6	718	55,5	1918	64,9
270	30,3	734	56	1926	64,7
294	33	750	56,7	1998	65,4
318	34,2	758	56,9	2038	65,3
334	35,4	790	57,7	2046	65,2
350	36,5	854	59,2	2054	65,2
358	36,9	918	60,6	2062	65,2
366	37,2	1078	62,8	2102	65,5
382	38,2	1134	63,2	2110	64,7
390	38,7	1158	63,4	2214	65,2
398	39,6	1166	63,4	2222	65
414	40,7	1182	63,6	2238	64,8
430	41,7	1222	63,7	2246	64,8
462	43,8	1238	64	2254	64,8
470	44,2	1278	64,3	2262	64,8

APÊNDICE B:

Programa desenvolvido

Código Fonte

Program principal

```

!Autoria
!*****
!Solução da equação de difusão bidimensional em coordenadas generalizadas,
!para sólidos de TRANSLAÇÃO (depois será adaptado para sólidos de revolução)
!Autor do software inicial: Wilton Pereira da Silva
!Aluno de doutorado: Jair Stefanini
!*****
!Fim de Autoria

!Bibliotecas a serem usadas pelo programa inicial
!*****
use dflib
use dfport
use dfwin
!*****
!Fim de Bibliotecas a serem usadas pelo programa inicial

!Definições de variáveis e alocação de memória
!*****
implicit none
type (xycoord) xy
real tol_gauss, tol_temp, time1, soma_gauss, soma_tempo, vert, hori
character (50) text
double precision x, y, rho, gama_phi_e, gama_phi_w, gama_phi_n, gama_phi_s, cp, ap, aw,
&
    ae, as, an, asw, ase, anw, ane, b, delta_t, prop_phi, prop_phi_old, valor
double precision prop_phi_w, prop_phi_e, prop_phi_n, prop_phi_s
double precision x_qsi_e, y_qsi_e, y_eta_e, x_eta_e, alfa_e, gama_e, beta_e, jaco_e, &
    x_qsi_w, y_qsi_w, y_eta_w, x_eta_w, alfa_w, gama_w, beta_w, jaco_w, &
    x_qsi_n, y_qsi_n, y_eta_n, x_eta_n, alfa_n, gama_n, beta_n, jaco_n, &
    x_qsi_s, y_qsi_s, y_eta_s, x_eta_s, alfa_s, gama_s, beta_s, jaco_s, &
    x_qsi_p, y_qsi_p, y_eta_p, x_eta_p, jaco_p
integer n_eta, n_qsi, n, i, j, k, iret, lingua_cb, ierr, message, icontinua, itera, itera_max, &
    izero, iavante, itera_temp, itera_temp_max, iavx, iavy
common x(501,501), y(501,501), rho(500,500), gama_phi_e(500,500),
gama_phi_w(500,500), &
    gama_phi_n(500,500), gama_phi_s(500,500), cp(500,500), ap(500,500), aw(500,500), &
    ae(500,500), as(500,500), an(500,500), asw(500,500), ase(500,500), anw(500,500),
&
    ane(500,500), b(500,500), prop_phi(500,500), prop_phi_old(500,500)
!note que tem uma linha e uma coluna a mais que volumes de controle.

common prop_phi_w(500), prop_phi_e(500), prop_phi_n(500), prop_phi_s(500)
common x_qsi_e(500,500), y_qsi_e(500,500), y_eta_e(500,500), x_eta_e(500,500),

```

```

alfa_e(500,500), &
  gama_e(500,500), beta_e(500,500), jaco_e(500,500), &
  x_qsi_w(500,500), y_qsi_w(500,500), y_eta_w(500,500), x_eta_w(500,500),
alfa_w(500,500), &
  gama_w(500,500), beta_w(500,500), jaco_w(500,500), &
  x_qsi_n(500,500), y_qsi_n(500,500), y_eta_n(500,500), x_eta_n(500,500),
alfa_n(500,500), &
  gama_n(500,500), beta_n(500,500), jaco_n(500,500), &
  x_qsi_s(500,500), y_qsi_s(500,500), y_eta_s(500,500), x_eta_s(500,500),
alfa_s(500,500), &
  gama_s(500,500), beta_s(500,500), jaco_s(500,500), &
  x_qsi_p(500,500), y_qsi_p(500,500), y_eta_p(500,500), x_eta_p(500,500),
jaco_p(500,500)

```

```

allocatable vert(:,:), hori(:,:)

```

```

!*****

```

```

!Fim de Definições de variáveis e alocação de memória

```

```

!Colore a tela de branco

```

```

!*****

```

```

i = setbkcolorrgb(#ffffff)

```

```

call clearscreen($gclearscreen)

```

```

!*****

```

```

!Fim de Colore a tela de branco

```

```

!Definições provisórias aqui, estas informações devem ser lidas

```

```

!*****

```

```

lingua_cb = 2 !<-provisório, deve ser lido

```

```

tol_gauss = 1.0e-08 !<-provisório, deve ser lido

```

```

tol_temp = 1.0e-08 !<-provisório, deve ser lido

```

```

itera_max = 1000000 !<-provisório, deve ser lido

```

```

itera_temp_max = 1001 !<-provisório, deve ser lido

```

```

delta_t = 2000 !<-provisório, deve ser lido

```

```

!*****

```

```

!Fim de Definições provisórias aqui, estas informações devem ser lidas

```

```

!Leitura da malha

```

```

!*****

```

```

open(unit = 1, file = 'nome.txt')

```

```

!Número de linhas: n_eta Número de colunas: n_qsi

```

```

read(1, *) n_eta, n_qsi

```

```

if(n_eta > 501 .or. n_qsi > 501) then

```

```

  if(lingua_cb == 1) then

```

```

    message = messageboxqq('Máximo número para linhas "eta" ou "qsi":

```

```

501.'C,'Atenção'C,MB$ICONEXCLAMATION.or.MB$OK.or.MB$DEFBUTTON1)

```

```

  else

```

```

message = messageboxq('Maximum number for "eta" or "qsi" lines:
501'C,'Attention'C,MB$ICONEXCLAMATION.or.MB$OK.or.MB$DEFBUTTON1)

    end if
    stop

    !return <<<<<<<<<<<<<<<= colocar, depois

end if
do i = 1, n_eta
do j = 1, n_qsi

    !Leitura dos valores iniciais estimados para "x" e "y"
    !Atenção: para a linha inferior (sul) "eta=1" e para a superior (norte) "eta=n_eta"
    !    para a coluna esquerda (oeste) "qsi=1" e para a direita (oeste) "qsi=n_qsi"
    read(1, *, iostat = ierr) x(i,j), y(i,j)
    if(ierr /= 0) then
    if(lingua_cb == 1) then
        message = messageboxq('Arquivo de dados
incompatível!'C,'Atenção'C,MB$ICONEXCLAMATION.or.MB$OK.or.MB$DEFBUTTON1
)
        else
            message = messageboxq('Incompatible
dataset!'C,'Attention'C,MB$ICONEXCLAMATION.or.MB$OK.or.MB$DEFBUTTON1)
        end if
        stop
        !return <<<<<<<<<<<<<<<= colocar, depois
    end if
    end do
end do

close(1)
!*****
!Fim da Leitura da malha

!Definições iniciais para escrever informações na tela
!*****
!Define um número redondo para indicar o número parcial de iterações de Gauss-Sidel
n = 50
!fontes
i = initializefonts()
i = SETFONT ('t"Arial"h16')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"times new roman"h17')
if(i.eq.-1) i = setfont ('t"courier new"h16')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"Tahoma"h16')
if(i.eq.-1) i = SETFONT ('t"CAC FUTURA CASUAL"h16')
iavx = 5
iavy = 5

```


!Retângulos para anotações sobre os processos iterativos (Gauss-Sidel e tempo)

!Grupo do TEMPO

!-----

!À esquerda: passos no tempo

```
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx, 2+iavy, 107+iavx, 25+iavy)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 2+iavy, 107+iavx, 25+iavy)
call moveto (10+iavx, 5+iavy, xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Passos-tempo :')
else
  call outgtext('Steps - time :')
end if
```

!À direita: serão escritos os valores dos passos no tempo

```
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx+112, 2+iavy, 107+iavx+112, 25+iavy)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 2+iavy, 107+iavx+112, 25+iavy)
i = 0
write(text,*) i
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto (5+iavx+112, 5+iavy, xy)
call outgtext(trim(text))
```

!-----

!-----

!À esquerda: tempo atual

```
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx, 30+iavy, 107+iavx, 53+iavy)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 30+iavy, 107+iavx, 53+iavy)
call moveto (10+iavx, 33+iavy, xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Tempo atual :')
else
  call outgtext('Current time :')
end if
```

!À direita: valor do tempo atual (inicialmente, zero)

```
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx+112, 30+iavy, 107+iavx+112, 53+iavy)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 30+iavy, 107+iavx+112, 53+iavy)
write(text,'(e10.4)') 0.0
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto (12+iavx+112, 33+iavy, xy)
call outgtext(trim(text)//' s')
```

```

!-----
!-----
!À esquerda: tolerância no tempo
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx, 2+iavy+56, 107+iavx, 25+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 2+iavy+56, 107+iavx, 25+iavy+56)
call moveto (10+iavx, 5+iavy+56, xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Tolerância :')
else
  call outgtext('Tolerance :')
end if

!À direita: valor da tolerância no tempo
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx+112, 2+iavy+56, 107+iavx+112, 25+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 2+iavy+56, 107+iavx+112, 25+iavy+56)
write(text,'(e10.4)') tol_temp
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto(12+iavx+112,5+iavy+56,xy)
call outgtext(trim(text))
!-----
!-----
!À esquerda: erro médio no tempo
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx, 30+iavy+56, 107+iavx, 53+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 30+iavy+56, 107+iavx, 53+iavy+56)
call moveto (10+iavx, 33+iavy+56, xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Erro médio :')
else
  call outgtext('Average error :')
end if

!À direita: será escrito o valor do erro médio no tempo
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 2+iavx+112, 30+iavy+56, 107+iavx+112, 53+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 30+iavy+56, 107+iavx+112, 53+iavy+56)
!-----
!Grupo do GAUSS-SIDEL
!-----
!À esquerda: Gauss_Sidel
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx,70+iavy+56,107+iavx,93+iavy+56)

```

```

i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 70+iavy+56, 107+iavx, 93+iavy+56)
call moveto(10+iavx,73+iavy+56,xy)
call outgtext('Gauss-Sidel :')

```

!À direita: iterações no Gauss-Sidel

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx+112,70+iavy+56,107+iavx+112,93+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 70+iavy+56, 107+iavx+112, 93+iavy+56)

```

```

!-----
!-----

```

!À esquerda: tolerância do Gauss-Sidel

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx,98+iavy+56,107+iavx,121+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder,2+iavx,98+iavy+56,107+iavx,121+iavy+56)
call moveto(10+iavx,101+iavy+56,xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Tolerância :')
else
  call outgtext('Tolerance :')
end if

```

!À direita: valor da tolerância para o Gauss_Sidel

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx+112,98+iavy+56,107+iavx+112,121+iavy+56)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder,2+iavx+112,98+iavy+56,107+iavx+112,121+iavy+56)
write(text,'(e10.4)') tol_gauss
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto(12+iavx+112,101+iavy+56,xy)
call outgtext(trim(text))

```

```

!-----
!-----

```

!À esquerda: tolerância média

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx,70+iavy+112,107+iavx,93+iavy+112)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx, 70+iavy+112, 107+iavx, 93+iavy+112)
call moveto(10+iavx,73+iavy+112,xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Erro médio :')
else
  call outgtext('Average error :')
end if

```

!À direita: será escrito a tolerância média

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx+112,70+iavy+112,107+iavx+112,93+iavy+112)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder, 2+iavx+112, 70+iavy+112, 107+iavx+112, 93+iavy+112)

```

```
!-----
```

```
!-----
```

!À esquerda: tempo de execução

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx,98+iavy+112,107+iavx,121+iavy+112)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder,2+iavx,98+iavy+112,107+iavx,121+iavy+112)
call moveto(10+iavx,101+iavy+112,xy)
if(lingua_cb == 1) then
  call outgtext('Execução :')
else
  call outgtext('Running :')
end if

```

!À direita: será escrito o tempo de execução

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,2+iavx+112,98+iavy+112,107+iavx+112,121+iavy+112)
i = setcolorrgb(#000000)
i = rectangle($gborder,2+iavx+112,98+iavy+112,107+iavx+112,121+iavy+112)

```

```
!-----
```

!Fim de retângulos

```
!*****
```

!Fim de Definições iniciais para escrever informações na tela

!Leitura de valores iniciais (por enquanto não é lido, já está escrito o valor)

```
!*****
```

!valores iniciais da propriedade <= deve ser informado (lido)

```

do i = 1, n_eta-1
  do j = 1, n_qsi-1
    prop_phi(i,j) = 0.0d+0
  end do
end do

```

!Contorno oeste: prop_phi_w prescrito

```

do i = 1,n_eta-1
  prop_phi_w(i) = 1.0d+0
end do

```

!Contorno norte: prop_phi_n prescrito

```

do j = 1,n_qsi-1
! prop_phi_n(j) = dsin( 3.141592654 * (x(1,j) + (x(1,2)-x(1,1))/2.0d+0) )
  prop_phi_n(j) = 1.0d+0
end do

```



```

        prop_phi(i,j) = (hori(i,j) + vert(i,j)) / 2.0
    end do
end do
DEALLOCATE(vert, hori)
end if
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Fim de Interpolação dos valores de PHI. Isto é só uma tentativa de acelerar o processo de
cálculo do regime permanente,
!não é necessário estudar
!*****
!Fim de Leitura de valores iniciais (por enquanto não é lido, já está escrito o valor)

time1 = timef() ! inicia a contagem do tempo gasto na execução deste programa

!LLOOOOPP NNOO TTEEMMPPPOO
!*****
!-----
itera_temp = 0
5 continue
!-----

!Gauss-Sidel (retângulos coloridos para indicar valores na tela branca)
i = setcolorrgb(#FFFFFF)
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 71+iavy+112, 106+iavx+112, 92+iavy+112)
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 71+iavy+56, 106+iavx+112, 92+iavy+56)
itera_temp = itera_temp + 1

!Definição de prop_phi_old
!*****
do i = 1, n_eta-1
    do j = 1, n_qsi-1
        prop_phi_old(i,j) = prop_phi(i,j)
    end do
end do
!*****
!Definição dos parâmetros ap, aw, ae, as, an, asw, ase, anw, ane, b para CADA volume de
!controle
!*****

!Volume (1,1)
!-----
!Métricas: no Ponto P(i,j) com i = 1, j = 1
i = 1
j = 1

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
rho(i,j) = 19300.0d+0
cp(i,j) = 129.0d+0

```

$\text{gama_phi_e}(i,j) = 317.0\text{d}+0$
 $\text{gama_phi_w}(i,j) = 317.0\text{d}+0$
 $\text{gama_phi_n}(i,j) = 317.0\text{d}+0$
 $\text{gama_phi_s}(i,j) = 317.0\text{d}+0$
 !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)

$x_qsi_p(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0\text{d}+0$
 $y_qsi_p(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0\text{d}+0$
 $y_eta_p(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0\text{d}+0$
 $x_eta_p(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0\text{d}+0$
 $\text{jaco_p}(i,j) = 1.0\text{d}+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))$

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_e(i,j) = (x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 4.0\text{d}+0$
 $y_qsi_e(i,j) = (y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 4.0\text{d}+0$
 $y_eta_e(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i,j+1))$
 $x_eta_e(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i,j+1))$
 $\text{alfa_e}(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2$
 $\text{gama_e}(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2$
 $\text{beta_e}(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)$
 $\text{jaco_e}(i,j) = 1.0\text{d}+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))$

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_w(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0\text{d}+0$!<= imposição
 $y_qsi_w(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0\text{d}+0$!<= imposição
 $y_eta_w(i,j) = (y(i+1,j) - y(i,j))$
 $x_eta_w(i,j) = (x(i+1,j) - x(i,j))$
 $\text{alfa_w}(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2$
 $\text{gama_w}(i,j) = x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2$
 $\text{beta_w}(i,j) = x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j)$
 $\text{jaco_w}(i,j) = 1.0\text{d}+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_n(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i+1,j))$
 $y_qsi_n(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i+1,j))$
 $y_eta_n(i,j) = (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0\text{d}+0$
 $x_eta_n(i,j) = (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0\text{d}+0$
 $\text{alfa_n}(i,j) = x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2$
 $\text{gama_n}(i,j) = x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2$
 $\text{beta_n}(i,j) = x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j)$
 $\text{jaco_n}(i,j) = 1.0\text{d}+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$x_qsi_s(i,j) = (x(i,j+1) - x(i,j))$
 $y_qsi_s(i,j) = (y(i,j+1) - y(i,j))$
 $y_eta_s(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0\text{d}+0$!<= imposição
 $x_eta_s(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0\text{d}+0$!<= imposição

```

alfa_s(i,j) = x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2
gama_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2
beta_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j)
jaco_s(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))

```

```

ap(i,j) = rho(i,j) * cp(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t) + &
        alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + &
        beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + &
        2.0d+0 * alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + &
        gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0 + &
        2.0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)

```

```
aw(i,j) = 0.0d+0
```

```

ae(i,j) = alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) - &
        beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

```

```
as(i,j) = 0.0d+0
```

```

an(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + &
        gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) - &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

```

```
asw(i,j) = 0.0d+0
```

```
ase(i,j) = 0.0d+0
```

```
anw(i,j) = 0.0d+0
```

```

ane(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

```

```

b(i,j) = (prop_phi_s(1) + prop_phi_s(2)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 2.0d+0
&
        +2.0d+0 * alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) * prop_phi_w(1) + &
        beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) * (prop_phi_w(2) - prop_phi_w(1)) + &
        (prop_phi_w(2) + prop_phi_w(1)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 2.0d+0
&
        +2.0d+0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) * prop_phi_s(1) + &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) * (prop_phi_s(2) - prop_phi_s(1)) +
&
        rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

```

```
!-----
```

```
!Fim do volume (1,1)
```


!Volumes (i,1)

!-----

!Métricas: nos Pontos P(i,1) com i de 2 até (n_eta - 1)

j = 1

do i = 2, n_eta - 2

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

rho(i,j) = 19300.0d+0

cp(i,j) = 129.0d+0

gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)

x_qsi_p(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0

y_qsi_p(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0

y_eta_p(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0

x_eta_p(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0

jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)

x_qsi_e(i,j) = (x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 4.0d+0

y_qsi_e(i,j) = (y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 4.0d+0

y_eta_e(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i,j+1))

x_eta_e(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i,j+1))

alfa_e(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2

gama_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2

beta_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)

jaco_e(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

x_qsi_w(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0 !<= imposição

y_qsi_w(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0 !<= imposição

y_eta_w(i,j) = (y(i+1,j) - y(i,j))

x_eta_w(i,j) = (x(i+1,j) - x(i,j))

alfa_w(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2

gama_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2

beta_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j)

jaco_w(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

x_qsi_n(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i+1,j))

y_qsi_n(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i+1,j))

y_eta_n(i,j) = (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0d+0

x_eta_n(i,j) = (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0d+0

alfa_n(i,j) = x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2

$$\begin{aligned} \text{gama_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2 \\ \text{beta_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) \\ \text{jaco_n}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j)) \end{aligned}$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned} x_qsi_s(i,j) &= (x(i,j+1) - x(i,j)) \\ y_qsi_s(i,j) &= (y(i,j+1) - y(i,j)) \\ y_eta_s(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\ x_eta_s(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\ \text{alfa_s}(i,j) &= x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2 \\ \text{gama_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2 \\ \text{beta_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) \\ \text{jaco_s}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ap}(i,j) &= \text{rho}(i,j) * \text{cp}(i,j) / (\text{jaco_p}(i,j) * \text{delta_t}) + \& \\ &\quad \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) + \& \\ &\quad 2.0d+0 * \text{alfa_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \text{gama_phi_w}(i,j) + \& \\ &\quad \text{gama_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) + \& \\ &\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ &\quad \text{gama_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) - \& \\ &\quad \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\text{aw}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned} \text{ae}(i,j) &= \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) - \& \\ &\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ &\quad \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{as}(i,j) &= \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ &\quad \text{gama_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) + \& \\ &\quad \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{an}(i,j) &= -\text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ &\quad \text{gama_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) - \& \\ &\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\text{asw}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned} \text{ase}(i,j) &= \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ &\quad \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\text{anw}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned} \text{ane}(i,j) &= -\text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 - \& \\ &\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b}(i,j) &= 2.0d+0 * \text{alfa_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \text{gama_phi_w}(i,j) * \text{prop_phi_w}(i) + \& \\ &\quad (\text{prop_phi_w}(i+1) - \text{prop_phi_w}(i-1)) * \text{beta_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \end{aligned}$$

```

gama_phi_w(i,j) / 2.0d+0 + &
      (prop_phi_w(i+1) + prop_phi_w(i)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) /
2.0d+0 - &
      (prop_phi_w(i-1) + prop_phi_w(i)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) /
2.0d+0 + &
      rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
      !<- temporário, deve ser incluído o termo fonte
end do
!-----
!Fim dos volumes (i,1)

!Volume (n_eta-1,1)
!-----
!Métricas: no Ponto P(i,j) com i = n_eta-1, j = 1
i = n_eta-1
j = 1

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
rho(i,j) = 19300.0d+0
cp(i,j) = 129.0d+0
gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)
x_qsi_p(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_qsi_p(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_eta_p(i,j) = ( y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1) ) / 2.0d+0
x_eta_p(i,j) = ( x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1) ) / 2.0d+0
jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))
!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)
x_qsi_e(i,j) = ( x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 4.0d+0
y_qsi_e(i,j) = ( y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 4.0d+0
y_eta_e(i,j) = ( y(i+1,j+1) - y(i,j+1) )
x_eta_e(i,j) = ( x(i+1,j+1) - x(i,j+1) )
alfa_e(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2
gama_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2
beta_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)
jaco_e(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)
x_qsi_w(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0 !<= imposição
y_qsi_w(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0 !<= imposição
y_eta_w(i,j) = ( y(i+1,j) - y(i,j) )
x_eta_w(i,j) = ( x(i+1,j) - x(i,j) )
alfa_w(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2

```

$$\begin{aligned} \text{gama_w}(i,j) &= x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2 \\ \text{beta_w}(i,j) &= x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) \\ \text{jaco_w}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j)) \end{aligned}$$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned} x_qsi_n(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i+1,j)) \\ y_qsi_n(i,j) &= (y(i+1,j+1) - y(i+1,j)) \\ y_eta_n(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\ x_eta_n(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\ \text{alfa_n}(i,j) &= x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2 \\ \text{gama_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2 \\ \text{beta_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) \\ \text{jaco_n}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j)) \end{aligned}$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned} x_qsi_s(i,j) &= (x(i,j+1) - x(i,j)) \\ y_qsi_s(i,j) &= (y(i,j+1) - y(i,j)) \\ y_eta_s(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\ x_eta_s(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\ \text{alfa_s}(i,j) &= x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2 \\ \text{gama_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2 \\ \text{beta_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) \\ \text{jaco_s}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ap}(i,j) &= \text{rho}(i,j) * \text{cp}(i,j) / (\text{jaco_p}(i,j) * \text{delta_t}) + \& \\ & \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) - \& \\ & \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & 2.0d+0 * \text{alfa_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \text{gama_phi_w}(i,j) + \& \\ & 2.0d+0 * \text{gama_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) + \& \\ & \text{gama_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) - \& \\ & \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\text{aw}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned} \text{ae}(i,j) &= \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) + \& \\ & \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{as}(i,j) &= \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & \text{gama_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) + \& \\ & \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\text{an}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\text{asw}(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned} \text{ase}(i,j) &= \text{beta_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

anw(i,j) = 0.0d+0

ane(i,j) = 0.0d+0

b(i,j) = -(prop_phi_n(j) + prop_phi_n(j+1)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) /
2.0d+0 + &

2.0d+0 * alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) * prop_phi_w(i) + &
beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) * (prop_phi_w(i) - prop_phi_w(i-1)) + &

2.0d+0 * gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) * prop_phi_n(j) - &
beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) * (prop_phi_n(j+1) - prop_phi_n(j))

- &

(prop_phi_w(i) + prop_phi_w(i-1)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)
/ 2.0d+0 + &

rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)

!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

!

!-----
!Fim do volume (n_eta-1,1)

!Volumes (n_eta-1,j)

!

!-----
!Métricas: nos Pontos P(n_eta-1,j) com j de 2 até n_qsi - 2

i = n_eta-1

do j = 2, n_qsi-2

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

rho(i,j) = 19300.0d+0

cp(i,j) = 129.0d+0

gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0

gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)

x_qsi_p(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0

y_qsi_p(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0

y_eta_p(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0

x_eta_p(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0

jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)

x_qsi_e(i,j) = (x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 4.0d+0

y_qsi_e(i,j) = (y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 4.0d+0

y_eta_e(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i,j+1))

x_eta_e(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i,j+1))

$$\text{alfa}_e(i,j) = x_{\text{eta}_e(i,j)} ** 2 + y_{\text{eta}_e(i,j)} ** 2$$

$$\text{gama}_e(i,j) = x_{\text{qsi}_e(i,j)} ** 2 + y_{\text{qsi}_e(i,j)} ** 2$$

$$\text{beta}_e(i,j) = x_{\text{qsi}_e(i,j)} * x_{\text{eta}_e(i,j)} + y_{\text{qsi}_e(i,j)} * y_{\text{eta}_e(i,j)}$$

$$\text{jaco}_e(i,j) = 1.0d+0 / (x_{\text{qsi}_e(i,j)} * y_{\text{eta}_e(i,j)} - x_{\text{eta}_e(i,j)} * y_{\text{qsi}_e(i,j)})$$

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

$$x_{\text{qsi}_w(i,j)} = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1)) / 4.0d+0$$

$$y_{\text{qsi}_w(i,j)} = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1)) / 4.0d+0$$

$$y_{\text{eta}_w(i,j)} = (y(i+1,j) - y(i,j))$$

$$x_{\text{eta}_w(i,j)} = (x(i+1,j) - x(i,j))$$

$$\text{alfa}_w(i,j) = x_{\text{eta}_w(i,j)} ** 2 + y_{\text{eta}_w(i,j)} ** 2$$

$$\text{gama}_w(i,j) = x_{\text{qsi}_w(i,j)} ** 2 + y_{\text{qsi}_w(i,j)} ** 2$$

$$\text{beta}_w(i,j) = x_{\text{qsi}_w(i,j)} * x_{\text{eta}_w(i,j)} + y_{\text{qsi}_w(i,j)} * y_{\text{eta}_w(i,j)}$$

$$\text{jaco}_w(i,j) = 1.0d+0 / (x_{\text{qsi}_w(i,j)} * y_{\text{eta}_w(i,j)} - x_{\text{eta}_w(i,j)} * y_{\text{qsi}_w(i,j)})$$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$$x_{\text{qsi}_n(i,j)} = (x(i+1,j+1) - x(i+1,j))$$

$$y_{\text{qsi}_n(i,j)} = (y(i+1,j+1) - y(i+1,j))$$

$$y_{\text{eta}_n(i,j)} = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição}$$

$$x_{\text{eta}_n(i,j)} = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição}$$

$$\text{alfa}_n(i,j) = x_{\text{eta}_n(i,j)} ** 2 + y_{\text{eta}_n(i,j)} ** 2$$

$$\text{gama}_n(i,j) = x_{\text{qsi}_n(i,j)} ** 2 + y_{\text{qsi}_n(i,j)} ** 2$$

$$\text{beta}_n(i,j) = x_{\text{qsi}_n(i,j)} * x_{\text{eta}_n(i,j)} + y_{\text{qsi}_n(i,j)} * y_{\text{eta}_n(i,j)}$$

$$\text{jaco}_n(i,j) = 1.0d+0 / (x_{\text{qsi}_n(i,j)} * y_{\text{eta}_n(i,j)} - x_{\text{eta}_n(i,j)} * y_{\text{qsi}_n(i,j)})$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$x_{\text{qsi}_s(i,j)} = (x(i,j+1) - x(i,j))$$

$$y_{\text{qsi}_s(i,j)} = (y(i,j+1) - y(i,j))$$

$$y_{\text{eta}_s(i,j)} = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1)) / 4.0d+0$$

$$x_{\text{eta}_s(i,j)} = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1)) / 4.0d+0$$

$$\text{alfa}_s(i,j) = x_{\text{eta}_s(i,j)} ** 2 + y_{\text{eta}_s(i,j)} ** 2$$

$$\text{gama}_s(i,j) = x_{\text{qsi}_s(i,j)} ** 2 + y_{\text{qsi}_s(i,j)} ** 2$$

$$\text{beta}_s(i,j) = x_{\text{qsi}_s(i,j)} * x_{\text{eta}_s(i,j)} + y_{\text{qsi}_s(i,j)} * y_{\text{eta}_s(i,j)}$$

$$\text{jaco}_s(i,j) = 1.0d+0 / (x_{\text{qsi}_s(i,j)} * y_{\text{eta}_s(i,j)} - x_{\text{eta}_s(i,j)} * y_{\text{qsi}_s(i,j)})$$

$$\begin{aligned} \text{ap}(i,j) = & \text{rho}(i,j) * \text{cp}(i,j) / (\text{jaco}_p(i,j) * \text{delta}_t) + \& \\ & \text{alfa}_e(i,j) * \text{jaco}_e(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_e(i,j) - \& \\ & \text{beta}_e(i,j) * \text{jaco}_e(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_e(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & \text{alfa}_w(i,j) * \text{jaco}_w(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_w(i,j) + \& \\ & \text{beta}_w(i,j) * \text{jaco}_w(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_w(i,j) / 4.0d+0 + \& \\ & 2.0d+0 * \text{gama}_n(i,j) * \text{jaco}_n(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_n(i,j) + \& \\ & \text{gama}_s(i,j) * \text{jaco}_s(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_s(i,j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{aw}(i,j) = & \text{alfa}_w(i,j) * \text{jaco}_w(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_w(i,j) - \& \\ & \text{beta}_w(i,j) * \text{jaco}_w(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_w(i,j) / 4.0d+0 - \& \\ & \text{beta}_s(i,j) * \text{jaco}_s(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_s(i,j) / 4.0d+0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ae}(i,j) = & \text{alfa}_e(i,j) * \text{jaco}_e(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_e(i,j) + \& \\ & \text{beta}_e(i,j) * \text{jaco}_e(i,j) * \text{gama}_\text{phi}_e(i,j) / 4.0d+0 + \& \end{aligned}$$

```

beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

as(i,j) = beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
          beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
          gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)

an(i,j) = 0.0d+0

asw(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 - &
            beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

ase(i,j) = beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + &
            beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

anw(i,j) = 0.0d+0

ane(i,j) = 0.0d+0

b(i,j) = -(prop_phi_n(j) + prop_phi_n(j+1)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j)
/ 2.0d+0 + &
          (prop_phi_n(j) + prop_phi_n(j-1)) * beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) /
2.0d+0 + &
          2.0d+0 * gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) * prop_phi_n(j) - &
          (prop_phi_n(j+1) - prop_phi_n(j-1)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) *
gama_phi_n(i,j) / 2.0d+0 + &
          rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

end do
!-----
!Fim dos volumes (n_eta-1,j)

!Volume (n_eta-1,n_qsi-1)
!-----
!Métricas: no Ponto P(n_eta-1,n_qsi-1)
i = n_eta-1
j = n_qsi-1

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
rho(i,j) = 19300.0d+0
cp(i,j) = 129.0d+0
gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)

```

$$\begin{aligned}
x_qsi_p(i,j) &= (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0 \\
y_qsi_p(i,j) &= (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0 \\
y_eta_p(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 \\
x_eta_p(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 \\
jaco_p(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_e(i,j) &= (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\
y_qsi_e(i,j) &= (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\
y_eta_e(i,j) &= (y(i+1,j+1) - y(i,j+1)) \\
x_eta_e(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i,j+1)) \\
alfa_e(i,j) &= x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2 \\
gama_e(i,j) &= x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2 \\
beta_e(i,j) &= x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) \\
jaco_e(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_w(i,j) &= (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1)) / 4.0d+0 \\
y_qsi_w(i,j) &= (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1)) / 4.0d+0 \\
y_eta_w(i,j) &= (y(i+1,j) - y(i,j)) \\
x_eta_w(i,j) &= (x(i+1,j) - x(i,j)) \\
alfa_w(i,j) &= x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2 \\
gama_w(i,j) &= x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2 \\
beta_w(i,j) &= x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) \\
jaco_w(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_n(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i+1,j)) \\
y_qsi_n(i,j) &= (y(i+1,j+1) - y(i+1,j)) \\
y_eta_n(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\
x_eta_n(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\
alfa_n(i,j) &= x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2 \\
gama_n(i,j) &= x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2 \\
beta_n(i,j) &= x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) \\
jaco_n(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_s(i,j) &= (x(i,j+1) - x(i,j)) \\
y_qsi_s(i,j) &= (y(i,j+1) - y(i,j)) \\
y_eta_s(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\
x_eta_s(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\
alfa_s(i,j) &= x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2 \\
gama_s(i,j) &= x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2 \\
beta_s(i,j) &= x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) \\
jaco_s(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ap(i,j) &= rho(i,j) * cp(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t) + \& \\
& 2.0d+0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + \&
\end{aligned}$$


```

        alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + &
beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
        2.0d+0 * gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + &
        gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) + &
beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

```

```

aw(i,j) = alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) - &
        beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

```

```

ae(i,j) = 0.0d+0

```

```

as(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
        gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) - &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

```

```

an(i,j) = 0.0d+0

```

```

asw(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

```

```

ase(i,j) = 0.0d+0

```

```

anw(i,j) = 0.0d+0

```

```

ane(i,j) = 0.0d+0

```

```

b(i,j) = 2.0d+0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) * prop_phi_e(i) - &
        (prop_phi_e(i) - prop_phi_e(i-1)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + &
        (prop_phi_n(j-1) + prop_phi_n(j)) * beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) /
2.0d+0 + &
        2.0d+0 * gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) * prop_phi_n(j) - &
        (prop_phi_n(j) - prop_phi_n(j-1)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + &
        (prop_phi_e(i) + prop_phi_e(i-1)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 2.0d+0 +
&

```

```

        rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)

```

```

!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

```

```

!-----
!Fim do volume (n_eta-1,n_qsi-1)

```

```

!Volumes (i,n_qsi-1)

```

```

!-----
!Métricas: nos Pontos P(i,n_qsi-1) com i de 2 até n_eta - 2

```

```

j = n_qsi - 1

```

```

do i = 2, n_eta - 2

```

```

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

$\rho(i,j) = 19300.0d+0$
 $cp(i,j) = 129.0d+0$
 $gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0$
 $gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0$
 $gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0$
 $gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0$

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)

$x_qsi_p(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0$
 $y_qsi_p(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0$
 $y_eta_p(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0$
 $x_eta_p(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0$
 $jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))$

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_e(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j)) / 2.0d+0$!<= imposição
 $y_qsi_e(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j)) / 2.0d+0$!<= imposição
 $y_eta_e(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i,j+1))$
 $x_eta_e(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i,j+1))$
 $alfa_e(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2$
 $gama_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2$
 $beta_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)$
 $jaco_e(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))$

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_w(i,j) = (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1)) / 4.0d+0$
 $y_qsi_w(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1)) / 4.0d+0$
 $y_eta_w(i,j) = (y(i+1,j) - y(i,j))$
 $x_eta_w(i,j) = (x(i+1,j) - x(i,j))$
 $alfa_w(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2$
 $gama_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2$
 $beta_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j)$
 $jaco_w(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$x_qsi_n(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i+1,j))$
 $y_qsi_n(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i+1,j))$
 $y_eta_n(i,j) = (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0d+0$
 $x_eta_n(i,j) = (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0d+0$
 $alfa_n(i,j) = x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2$
 $gama_n(i,j) = x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2$
 $beta_n(i,j) = x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j)$
 $jaco_n(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$x_qsi_s(i,j) = (x(i,j+1) - x(i,j))$
 $y_qsi_s(i,j) = (y(i,j+1) - y(i,j))$

```

y_eta_s(i,j) = ( y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1) ) / 4.0d+0
x_eta_s(i,j) = ( x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1) ) / 4.0d+0
alfa_s(i,j) = x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2
gama_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2
beta_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j)
jaco_s(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))

ap(i,j) = rho(i,j) * cp(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t) + &
          2.0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + &
          alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + &
          gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) - &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0 + &
          gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) + &
          beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

aw(i,j) = alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0 - &
          beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

ae(i,j) = 0.0d+0

as(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
          gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) - &
          beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

an(i,j) = beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
          gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

asw(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 - &
          beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

ase(i,j) = 0.0d+0

anw(i,j) = beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

ane(i,j) = 0.0d+0

b(i,j) = 2.0d+0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) * prop_phi_e(i) - &
          (prop_phi_e(i+1) - prop_phi_e(i-1)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) /
2.0d+0 - &
          (prop_phi_e(i+1) + prop_phi_e(i-1)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) /
2.0d+0 + &
          (prop_phi_e(i) + prop_phi_e(i-1)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) *
gama_phi_s(i,j) / 2.0d+0 + &
          rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

```

```

end do
!-----
!Fim dos volumes (i,n_qsi-1)

!Volume (1,n_qsi-1)
!-----
!Métricas: no Ponto P(1,n_qsi-1)
i = 1
j = n_qsi-1

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
rho(i,j) = 19300.0d+0
cp(i,j) = 129.0d+0
gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

!Métricas: no Ponto P(i,j)
x_qsi_p(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_qsi_p(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_eta_p(i,j) = ( y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1) ) / 2.0d+0
x_eta_p(i,j) = ( x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1) ) / 2.0d+0
jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / ( x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j) )

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)
x_qsi_e(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0 !<= imposição
y_qsi_e(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0 !<= imposição
y_eta_e(i,j) = ( y(i+1,j+1) - y(i,j+1) )
x_eta_e(i,j) = ( x(i+1,j+1) - x(i,j+1) )
alfa_e(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2
gama_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2
beta_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)
jaco_e(i,j) = 1.0d+0 / ( x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j) )

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)
x_qsi_w(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1) ) / 4.0d+0
y_qsi_w(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1) ) / 4.0d+0
y_eta_w(i,j) = ( y(i+1,j) - y(i,j) )
x_eta_w(i,j) = ( x(i+1,j) - x(i,j) )
alfa_w(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2
gama_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2
beta_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j)
jaco_w(i,j) = 1.0d+0 / ( x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j) )

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

```

$$\begin{aligned}x_qsi_n(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i+1,j)) \\y_qsi_n(i,j) &= (y(i+1,j+1) - y(i+1,j)) \\y_eta_n(i,j) &= (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0d+0 \\x_eta_n(i,j) &= (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0d+0 \\alfa_n(i,j) &= x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2 \\gama_n(i,j) &= x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2 \\beta_n(i,j) &= x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) \\jaco_n(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))\end{aligned}$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}x_qsi_s(i,j) &= (x(i,j+1) - x(i,j)) \\y_qsi_s(i,j) &= (y(i,j+1) - y(i,j)) \\y_eta_s(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\x_eta_s(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 \text{ !<= imposição} \\alfa_s(i,j) &= x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2 \\gama_s(i,j) &= x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2 \\beta_s(i,j) &= x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) \\jaco_s(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ap(i,j) &= rho(i,j) * cp(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t) + \& \\& \quad 2.0d+0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + \& \\& \quad \quad alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) - \& \\& \quad \quad beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \& \\& \quad \quad gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) - \& \\& \quad \quad beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0 + \& \\& \quad \quad 2.0d+0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}aw(i,j) &= alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + \& \\& \quad beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \& \\& \quad beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0\end{aligned}$$

$$ae(i,j) = 0.0d+0$$

$$as(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned}an(i,j) &= beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \& \\& \quad gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + \& \\& \quad \quad beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0\end{aligned}$$

$$asw(i,j) = 0.0d+0$$

$$ase(i,j) = 0.0d+0$$

$$\begin{aligned}anw(i,j) &= beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \& \\& \quad beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0\end{aligned}$$

$$ane(i,j) = 0.0d+0$$

```

b(i,j) = 2.0d+0 * alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) * prop_phi_e(i) - &
      (prop_phi_e(i+1) - prop_phi_e(i)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) - &
      (prop_phi_s(j-1) + prop_phi_s(j)) * beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 2.0d+0
- &
      (prop_phi_e(i+1) + prop_phi_e(i)) * beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 2.0d+0
+ &
      2.0d+0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) * prop_phi_s(j) + &
      (prop_phi_s(j) - prop_phi_s(j-1)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) + &
      rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
!<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

```

```
!-----
```

```
!Fim do volume (1,n_qsi-1)
```

```
!Volumes (1,j)
```

```
!-----
```

```
!Métricas: nos Pontos P(1,j) com j de 2 até n_qsi-2
```

```
i = 1
```

```
do j = 2, n_qsi-2
```

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```

```
rho(i,j) = 19300.0d+0
```

```
cp(i,j) = 129.0d+0
```

```
gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0
```

```
gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0
```

```
gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0
```

```
gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0
```

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```

```
!Métricas: no Ponto P(i,j)
```

```
x_qsi_p(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0
```

```
y_qsi_p(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0
```

```
y_eta_p(i,j) = ( y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1) ) / 2.0d+0
```

```
x_eta_p(i,j) = ( x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1) ) / 2.0d+0
```

```
jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j))
```

```
!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)
```

```
x_qsi_e(i,j) = ( x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 4.0d+0
```

```
y_qsi_e(i,j) = ( y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 4.0d+0
```

```
y_eta_e(i,j) = ( y(i+1,j+1) - y(i,j+1) )
```

```
x_eta_e(i,j) = ( x(i+1,j+1) - x(i,j+1) )
```

```
alfa_e(i,j) = x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2
```

```
gama_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2
```

```
beta_e(i,j) = x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j)
```

```
jaco_e(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))
```

```
!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)
```

```
x_qsi_w(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1) ) / 4.0d+0
```

$$y_qsi_w(i,j) = (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1)) / 4.0d+0$$

$$y_eta_w(i,j) = (y(i+1,j) - y(i,j))$$

$$x_eta_w(i,j) = (x(i+1,j) - x(i,j))$$

$$alfa_w(i,j) = x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2$$

$$gama_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2$$

$$beta_w(i,j) = x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j)$$

$$jaco_w(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))$$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$$x_qsi_n(i,j) = (x(i+1,j+1) - x(i+1,j))$$

$$y_qsi_n(i,j) = (y(i+1,j+1) - y(i+1,j))$$

$$y_eta_n(i,j) = (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0d+0$$

$$x_eta_n(i,j) = (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0d+0$$

$$alfa_n(i,j) = x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2$$

$$gama_n(i,j) = x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2$$

$$beta_n(i,j) = x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j)$$

$$jaco_n(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$x_qsi_s(i,j) = (x(i,j+1) - x(i,j))$$

$$y_qsi_s(i,j) = (y(i,j+1) - y(i,j))$$

$$y_eta_s(i,j) = (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 2.0d+0 !<= imposição$$

$$x_eta_s(i,j) = (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 2.0d+0 !<= imposição$$

$$alfa_s(i,j) = x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2$$

$$gama_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2$$

$$beta_s(i,j) = x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j)$$

$$jaco_s(i,j) = 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))$$

$$ap(i,j) = rho(i,j) * cp(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t) + \&$$

$$alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) + \&$$

$$beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + \&$$

$$alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) - \&$$

$$beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \&$$

$$gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) + \&$$

$$2.0d+0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)$$

$$aw(i,j) = alfa_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) + \&$$

$$beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \&$$

$$beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0$$

$$ae(i,j) = alfa_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) - \&$$

$$beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - \&$$

$$beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0$$

$$as(i,j) = 0.0d+0$$

$$an(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + \&$$

$$beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + \&$$

$$gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j)$$

```

asw(i,j) = 0.0d+0

ase(i,j) = 0.0d+0

anw(i,j) = beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

ane(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
          beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

b(i,j) = (prop_phi_s(j) + prop_phi_s(j+1)) * beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) /
2.0d+0 - &
        (prop_phi_s(j) + prop_phi_s(j-1)) * beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) /
2.0d+0 + &
        2.0d+0 * gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) * prop_phi_s(j) + &
        (prop_phi_s(j+1) - prop_phi_s(j-1)) * beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) *
gama_phi_s(i,j) / 2.0d+0 + &
        rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
        !<- temporário, deve ser incluído o termo fonte
end do
!-----
!Fim dos volumes (1,j)

!Volumes internos
!-----
do i = 2, n_eta-2
do j = 2, n_qsi-2

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
rho(i,j) = 19300.0d+0
cp(i,j) = 129.0d+0
gama_phi_e(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_w(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_n(i,j) = 317.0d+0
gama_phi_s(i,j) = 317.0d+0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!Métricas: no Ponto P(i,j)
x_qsi_p(i,j) = ( x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_qsi_p(i,j) = ( y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 2.0d+0
y_eta_p(i,j) = ( y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1) ) / 2.0d+0
x_eta_p(i,j) = ( x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1) ) / 2.0d+0
jaco_p(i,j) = 1.0d+0 / ( x_qsi_p(i,j) * y_eta_p(i,j) - x_eta_p(i,j) * y_qsi_p(i,j) )

!Métricas: a LESTE do Ponto P(i,j)
x_qsi_e(i,j) = ( x(i,j+2) + x(i+1,j+2) - x(i,j) - x(i+1,j) ) / 4.0d+0
y_qsi_e(i,j) = ( y(i,j+2) + y(i+1,j+2) - y(i,j) - y(i+1,j) ) / 4.0d+0
y_eta_e(i,j) = ( y(i+1,j+1) - y(i,j+1) )

```


$$\begin{aligned}
x_eta_e(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i,j+1)) \\
\text{alfa_e}(i,j) &= x_eta_e(i,j) ** 2 + y_eta_e(i,j) ** 2 \\
\text{gama_e}(i,j) &= x_qsi_e(i,j) ** 2 + y_qsi_e(i,j) ** 2 \\
\text{beta_e}(i,j) &= x_qsi_e(i,j) * x_eta_e(i,j) + y_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) \\
\text{jaco_e}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_e(i,j) * y_eta_e(i,j) - x_eta_e(i,j) * y_qsi_e(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: a OESTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_w(i,j) &= (x(i,j+1) + x(i+1,j+1) - x(i,j-1) - x(i+1,j-1)) / 4.0d+0 \\
y_qsi_w(i,j) &= (y(i,j+1) + y(i+1,j+1) - y(i,j-1) - y(i+1,j-1)) / 4.0d+0 \\
y_eta_w(i,j) &= (y(i+1,j) - y(i,j)) \\
x_eta_w(i,j) &= (x(i+1,j) - x(i,j)) \\
\text{alfa_w}(i,j) &= x_eta_w(i,j) ** 2 + y_eta_w(i,j) ** 2 \\
\text{gama_w}(i,j) &= x_qsi_w(i,j) ** 2 + y_qsi_w(i,j) ** 2 \\
\text{beta_w}(i,j) &= x_qsi_w(i,j) * x_eta_w(i,j) + y_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) \\
\text{jaco_w}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_w(i,j) * y_eta_w(i,j) - x_eta_w(i,j) * y_qsi_w(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: ao NORTE do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_n(i,j) &= (x(i+1,j+1) - x(i+1,j)) \\
y_qsi_n(i,j) &= (y(i+1,j+1) - y(i+1,j)) \\
y_eta_n(i,j) &= (y(i+2,j) + y(i+2,j+1) - y(i,j) - y(i,j+1)) / 4.0d+0 \\
x_eta_n(i,j) &= (x(i+2,j) + x(i+2,j+1) - x(i,j) - x(i,j+1)) / 4.0d+0 \\
\text{alfa_n}(i,j) &= x_eta_n(i,j) ** 2 + y_eta_n(i,j) ** 2 \\
\text{gama_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) ** 2 + y_qsi_n(i,j) ** 2 \\
\text{beta_n}(i,j) &= x_qsi_n(i,j) * x_eta_n(i,j) + y_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) \\
\text{jaco_n}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_n(i,j) * y_eta_n(i,j) - x_eta_n(i,j) * y_qsi_n(i,j))
\end{aligned}$$

!Métricas: ao SUL do Ponto P(i,j)

$$\begin{aligned}
x_qsi_s(i,j) &= (x(i,j+1) - x(i,j)) \\
y_qsi_s(i,j) &= (y(i,j+1) - y(i,j)) \\
y_eta_s(i,j) &= (y(i+1,j) + y(i+1,j+1) - y(i-1,j) - y(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\
x_eta_s(i,j) &= (x(i+1,j) + x(i+1,j+1) - x(i-1,j) - x(i-1,j+1)) / 4.0d+0 \\
\text{alfa_s}(i,j) &= x_eta_s(i,j) ** 2 + y_eta_s(i,j) ** 2 \\
\text{gama_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) ** 2 + y_qsi_s(i,j) ** 2 \\
\text{beta_s}(i,j) &= x_qsi_s(i,j) * x_eta_s(i,j) + y_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) \\
\text{jaco_s}(i,j) &= 1.0d+0 / (x_qsi_s(i,j) * y_eta_s(i,j) - x_eta_s(i,j) * y_qsi_s(i,j))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ap}(i,j) &= \text{rho}(i,j) * \text{cp}(i,j) / (\text{jaco_p}(i,j) * \text{delta_t}) + \& \\
&\quad \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) + \& \\
&\quad \text{alfa_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \text{gama_phi_w}(i,j) + \& \\
&\quad \text{gama_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) + \& \\
&\quad \text{gama_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{aw}(i,j) &= \text{alfa_w}(i,j) * \text{jaco_w}(i,j) * \text{gama_phi_w}(i,j) + \& \\
&\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 - \& \\
&\quad \text{beta_s}(i,j) * \text{jaco_s}(i,j) * \text{gama_phi_s}(i,j) / 4.0d+0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ae}(i,j) &= \text{alfa_e}(i,j) * \text{jaco_e}(i,j) * \text{gama_phi_e}(i,j) - \& \\
&\quad \text{beta_n}(i,j) * \text{jaco_n}(i,j) * \text{gama_phi_n}(i,j) / 4.0d+0 + \&
\end{aligned}$$

```

        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0
as(i,j) = beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
        gama_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j)

an(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + &
        beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
        gama_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j)

asw(i,j) = -beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

ase(i,j) = beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 + &
        beta_s(i,j) * jaco_s(i,j) * gama_phi_s(i,j) / 4.0d+0

anw(i,j) = beta_w(i,j) * jaco_w(i,j) * gama_phi_w(i,j) / 4.0d+0 + &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

ane(i,j) = -beta_e(i,j) * jaco_e(i,j) * gama_phi_e(i,j) / 4.0d+0 - &
        beta_n(i,j) * jaco_n(i,j) * gama_phi_n(i,j) / 4.0d+0

        b(i,j) = rho(i,j) * cp(i,j) * prop_phi_old(i,j) / (jaco_p(i,j) * delta_t)
                !<- temporário, deve ser incluído o termo fonte

end do

end do
!-----
!Fim dos volumes internos

!*****
!Fim de Definição dos parâmetros ap, aw, ae, as, an, asw, ase, anw, ane, b para CADA
!volume de controle

!Gauss_Sidel
!*****
itera = 0

!LOOP DO GAUSS-SIDEL
!-----
10 continue
!-----

icontinua = 0 !parâmetro que indica a convergência de prop_phi no Gauss_sidel
soma_gauss = 0.0 !para calcular o erro médio em cada iteração
itera = itera + 1 !indica o número de iterações no Gauss_Sidel

!Volume (1,1)

```

```

!-----
valor = prop_phi(1,1) !para testar a convergência

prop_phi(1,1) = ( ae(1,1) * prop_phi(1,2) + an(1,1) * prop_phi(2,1) + &
                ane(1,1) * prop_phi(2,2) + b(1,1) ) / ap(1,1)

if(abs(prop_phi(1,1) - valor) > tol_gauss) iconcontinua = 1

!if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(1,1) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(1,1) - valor)
!-----
!Fim do volume (1,1)

!Volumes (i,1)
!-----
j = 1
do i = 2, n_eta - 2

    valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

    prop_phi(i,j) = ( ae(i,j) * prop_phi(i,j+1) + as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + &
                    an(i,j) * prop_phi(i+1,j) + ase(i,j) * prop_phi(i-1,j+1) + &
                    ane(i,j) * prop_phi(i+1,j+1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

    if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) iconcontinua = 1

    ! if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
    soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)

end do
!-----
!Fim dos volumes (i,1)

!Volume (n_eta-1,1)
!-----
i = n_eta - 1
j = 1
valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

prop_phi(i,j) = ( ae(i,j) * prop_phi(i,j+1) + as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + &
                ase(i,j) * prop_phi(i-1,j+1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) iconcontinua = 1

!if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
!-----
!Fim do volume (n_eta-1,1)

```

```

!Volumes (n_eta-1,j)
!-----
i = n_eta - 1
do j = 2, n_qsi - 2

    valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

    prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + ae(i,j) * prop_phi(i,j+1) + &
                    as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + asw(i,j) * prop_phi(i-1,j-1) + &
                    ase(i,j) * prop_phi(i-1,j+1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

    if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

! if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)

end do
!-----
!Fim dos volumes (n_eta-1,j)

!Volume (n_eta-1,n_qsi-1)
!-----
i = n_eta - 1
j = n_qsi - 1

valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + &
                asw(i,j) * prop_phi(i-1,j-1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

!if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
!-----
!Fim do volume (n_eta-1,n_qsi-1)

!Volumes (i,n_qsi-1)
!-----
j = n_qsi - 1
do i = 2, n_eta - 2

    valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

    prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + &
                    an(i,j) * prop_phi(i+1,j) + asw(i,j) * prop_phi(i-1,j-1) + &
                    anw(i,j) * prop_phi(i+1,j-1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

```

```

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

! if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)

end do
!-----
!Fim dos volumes (i,n_qsi-1)

!Volume (1,n_qsi-1)
!-----
i = 1
j = n_qsi - 1

valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + an(i,j) * prop_phi(i+1,j) + &
                anw(i,j) * prop_phi(i+1,j-1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

!if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
!-----
!Fim dos volumes (1,n_qsi-1)

!Volumes (1,j)
!-----
i = 1
do j = 2, n_qsi - 2

valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + ae(i,j) * prop_phi(i,j+1) + &
                an(i,j) * prop_phi(i+1,j) + anw(i,j) * prop_phi(i+1,j-1) + &
                ane(i,j) * prop_phi(i+1,j+1) + b(i,j) ) / ap(i,j)

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

! if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)

end do
!-----
!Fim dos volumes (i,j)

!Volumes internos

```

```

!-----
do i = 2, n_eta-2

do j = 2, n_qsi-2

valor = prop_phi(i,j) !para testar a convergência

prop_phi(i,j) = ( aw(i,j) * prop_phi(i,j-1) + ae(i,j) * prop_phi(i,j+1) + &
as(i,j) * prop_phi(i-1,j) + an(i,j) * prop_phi(i+1,j) + &
asw(i,j) * prop_phi(i-1,j-1) + ase(i,j) * prop_phi(i-1,j+1) + &
anw(i,j) * prop_phi(i+1,j-1) + ane(i,j) * prop_phi(i+1,j+1) +
&
b(i,j) ) / ap(i,j)

if(abs(prop_phi(i,j) - valor) > tol_gauss) icontinua = 1

! if( itera - (itera / n) * n == 0) soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)
soma_gauss = soma_gauss + abs(prop_phi(i,j) - valor)

end do

end do
!-----
!Fim dos volumes internos
if( itera - (itera / n) * n == 0 .or. icontinua == 0) then

!iteração do Gauss-Sidel
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,3+iavx+112,71+iavy+56,106+iavx+112,92+iavy+56)
write(text,*) itera
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto(5+iavx+112,73+iavy+56,xy)
call outgtext(trim(text))

!erro médio
i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior,3+iavx+112,71+iavy+112,106+iavx+112,92+iavy+112)
write(text,'(e10.4)') soma_gauss / float((n_eta-1)*(n_qsi-1))
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto(12+iavx+112,73+iavy+112,xy)
call outgtext(trim(text))

end if

!Teste de convergência para TODOS os volumes de controle
if(icontinua == 1 .and. itera < itera_max) goto 10

!*****

```

```
!Fim de Gauss_Sidel
```

```
!Teste de convergência no tempo (só para saber se o processo já entrou em regime permanente)
```

```
!*****
```

```
iavante = 0
```

```
do i = 1, n_eta-1
```

```
do j = 1, n_qsi-1
```

```
if(abs(prop_phi(i,j) - prop_phi_old(i,j)) > tol_temp) then
```

```
    iavante = 1
```

```
    goto 15
```

```
end if
```

```
end do
```

```
end do
```

```
!*****
```

```
!Fim de Teste de convergência no tempo (só para saber se o processo já entrou em regime permanente)
```

```
15 continue
```

```
if(iavante == 1 .and. itera_temp < itera_temp_max) then
```

```
    soma_tempo = 0.0
```

```
do i = 1, n_eta-1
```

```
do j = 1, n_qsi-1
```

```
    soma_tempo = soma_tempo + abs(prop_phi(i,j) - prop_phi_old(i,j))
```

```
    prop_phi_old(i,j) = prop_phi(i,j)
```

```
end do
```

```
end do
```

```
!iteração no tempo
```

```
i = setcolorrgb(FFF000)
```

```
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 3+iavy, 106+iavx+112, 24+iavy)
```

```
write(text,*) itera_temp
```

```
i = setcolorrgb(000000)
```

```
call moveto (5+iavx+112, 5+iavy, xy)
```

```
call outgtext(trim(text))
```

```
!tempo atual
```

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 31+iavy, 106+iavx+112, 52+iavy)
write(text,'(e10.4)') itera_temp * delta_t
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto(12+iavx+112,33+iavy,xy)
call outgtext(trim(text)// s')

```

!erro médio no tempo

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 31+iavy+56, 106+iavx+112, 52+iavy+56)
write(text,'(e10.4)') soma_tempo / float((n_qsi-1)*(n_eta-1))
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto (12+iavx+112, 33+iavy+56, xy)
call outgtext(trim(text))

```

goto 5

else

!Tempo final

```
soma_tempo = 0.0
```

```
do i = 1, n_eta-1
```

```
  do j = 1, n_qsi-1
```

```
    soma_tempo = soma_tempo + abs(prop_phi(i,j) - prop_phi_old(i,j))
```

```
  end do
```

```
end do
```

!erro médio no tempo (final)

```

i = setcolorrgb(#FFF000)
i = rectangle($gfillinterior, 3+iavx+112, 31+iavy+56, 106+iavx+112, 52+iavy+56)
write(text,'(e10.4)') soma_tempo / float((n_qsi-1)*(n_eta-1))
i = setcolorrgb(#000000)
call moveto (12+iavx+112, 33+iavy+56, xy)
call outgtext(trim(text))

```

end if

```
!*****
```

```
!Fim de LLOOOOPP NNOO TTEEMMPPPOO
```

```
time1 = timef() ! finaliza a contagem do tempo gasto na execução deste programa
```

```
!tempo de execução
```



```

if(n_qsi-1 > 400) then
  if(n_qsi-1 <= 450) then
    write(1,'(6x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6,
3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6,
3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6)') (prop_phi(i,j), j=401,n_qsi-1)
  else
    write(1,'(6x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6,
3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6,
3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6)') (prop_phi(i,j), j=401,450)
  end if
end if

if(n_qsi-1 > 450) then
  write(1,'(6x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6,
3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, &
    e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6, 3x,
e12.6, 3x, e12.6, 3x, e12.6)') (prop_phi(i,j), j=451,n_qsi-1)
  end if

  write(1,*) ''

end do

write(1,'(9x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3,
12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, &
    i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3,
12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, &
    i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3, 12x, i3,
12x, i3)') (j, j = 1, n_qsi-1)

close(1)
!*****
!Fim de Resultados escritos em arquivo (para cada volume de controle)

```

!Abre o arquivo com os resultados

!*****

iret = WinExec('notepad.exe Resultados.txt'C,sw_show)

!*****

!Fim de Abre o arquivo com os resultados

stop

end program