

Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Engenharia Elétrica
Coordenação de Graduação de Engenharia
Elétrica

Trabalho de Conclusão de Curso

Avaliação e Reprojeto de Controladores
Utilizando Experimentos com Relé

Marcus André Ramos Berger
marcusarb@yahoo.co.uk

Marcus A. R. Berger

Orientador:

Péricles Rezende Barros

Péricles Rezende Barros

Campina Grande, Junho de 2005



Biblioteca Setorial do CDSA. Fevereiro de 2021.

Sumé - PB

Conteúdo

1	Introdução	1
2	O Problema	3
2.1	O Projeto Ótimo Simétrico	3
3	A Estimação Baseada em Relé	4
3.1	O Experimento Com Relé	4
3.2	A Estimação do Pólo Rápido e a Avaliação do Controlador	5
4	Procedimento de Reprojeto do Controlador	8
5	Exemplos de Simulação	9
5.1	Exemplo 1	9
5.2	Exemplo 2	10
5.3	Exemplo 3	11
6	Conclusões	14

Lista de Figuras

1	A Malha Fechada.	3
2	Experimento de Relé para Estimação da Função de Transferência em Malha Fechada.	5
3	O experimento. Primeiro, um teste com relé é realizado e então a excitação derivada é aplicada ao setpoint.	6
4	Resposta ao Degrau $\frac{1}{(10s+1)(s+1)}$	10
5	Diagrama de Bode da Função de Malha $\frac{1}{(10s+1)(s+1)}$	11
6	Resposta ao Degrau $\frac{1}{(10s+1)(s+1)^2}$	12
7	Diagrama de Bode para o Ganho de Malha $\frac{1}{(10s+1)(s+1)^2}$	13
8	Resposta ao Degrau $\frac{1}{(s+1)^4}$	14
9	Diagrama de Bode para o Ganho de Malha $\frac{1}{(s+1)^4}$	15

Resumo

Neste trabalho é apresentado um procedimento para reprojeto de controladores em malha fechada utilizando experimentos baseados em relé. A malha fechada é avaliada em relação ao projeto Ótimo Simétrico. O ganho de malha é estimado em alguns poucos pontos de frequência através de um experimento derivado do experimento do relé. O controlador é então reprojeto para alcançar alguma margem de estabilidade utilizando um procedimento baseado no projeto Ótimo Simétrico. Exemplos com simulações ilustram as propriedades do projeto.

1 Introdução

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) é certamente o algoritmo de controle mais encontrado na indústria, em especial na química e petroquímica. Pesquisas revelam que em mais de 90% das malhas de controle da indústria são utilizados estes controladores. Geralmente, na maioria das indústrias a sintonia destes controladores não é automatizada e requer dedicação de técnicos durante um tempo considerável. Ainda, como a determinação manual de parâmetros de controle PID é uma tarefa árdua e dispendiosa pela forte interação existente entre estes parâmetros, muitas malhas não são sintonizadas para um desempenho ótimo, prejudicando a eficiência dos processos que controlam. Processos operando sob controladores bem sintonizados resultam em produtos com melhor qualidade e menor custo, pois ocorrerá menor variação do produto em relação às especificações de produção e menor consumo de energia e de insumos, levando à menores perdas econômicas. As técnicas utilizando realimentação à relé para sintonia de controladores têm grande aceitação na indústria, pois utilizam experimentos em malha fechada, os quais mantêm o processo sob controle e operando próximo o ponto de operação (setpoint), o que é preferível em relação a testes em malha aberta como, por exemplo, testes de resposta ao degrau os quais ainda são largamente utilizados na indústria. Ainda, o emprego da realimentação a relé traz outras vantagens, em processos lineares estáveis geralmente garante uma oscilação estacionária sustentável (ciclo limite) e, além disso, o uso destas técnicas não requer nenhuma informação anterior sobre as constantes do processo para garantir uma boa escolha do período de amostragem. Diante destas vantagens o uso de experimentos utilizando relé em técnicas de sintonia de controladores PID é algo valioso para indústria. Ainda, técnicas para identificação e reprojeto de controladores utilizando dados obtidos em malha fechada são muito atrativas para aplicações industriais. A identificação em malha fechada não causa paradas na operação do sistema ao contrário da identificação em malha aberta. Outras razões que poderiam ser listadas são a necessidade de segurança na operação do processo, processos instáveis e restrições de produção. Também é argumentado que em malha fechada é possível obter modelos de processo restritos em complexidade que podem ser utilizados para o reprojeto de controladores como PI e PID [HS95]. Isto é justificado pela dinâmica exibida pela planta com o controlador inicial que é relevante para o projeto do novo controlador. Por outro lado, existem diversos procedimentos para o projeto de controladores PID que não utilizam modelos, mas a informação de alguns poucos pontos de frequência da função de transferência. Um dos procedimentos mais conhecidos é o Método da Resposta em Frequência de Ziegler-Nichols [ZN42], do qual diversas técnicas foram derivadas. Geralmente, a informação é obtida utilizando experimentos de relé, os quais tem provado ser muito úteis para identificação de processos e sintonia de controladores on-line [ÅH95]. Quando reprojeto um controlador, especialmente quando utilizando pouca informação da função de transferência do processo, é importante

avaliar as propriedades de robustez da malha existente e reprojeter o controlador levando em consideração alguma margem de segurança para o caso de erros no modelo assumido. Uma abordagem comum é avaliar a Margem de Ganho e de Fase e utilizar esta informação para reprojeter o controlador como apresentado em [dAB03a]. Neste projeto, a avaliação e reprojeto do controlador são baseados na técnica Ótimo Simétrico [Kes58]. A técnica possui vantagens como aspectos de robustez (margem de fase, margem de ganho, sensibilidade, dinâmica desprezada), características desejadas em malha fechada e cobre um domínio amplo de aplicações reais e atuais. Esta recebeu alguma atenção nos anos recentes já que leva em consideração a existência de dinâmica rápida através de um pólo. O pólo é utilizado como fator limitante para a frequência de cruzamento, por isso resultando em uma malha fechada com alguma margem de estabilidade. O Método Ótimo Simétrico e os experimentos utilizando relé foram recentemente utilizados em [VL95], com bons resultados, mas no contexto de experimentos em malha aberta. Neste projeto uma técnica para avaliação de controladores e reprojeto baseado no método Ótimo Simétrico é apresentada. Um experimento utilizando relé para malha fechada é utilizado para definir uma excitação periódica que será o sinal de referência. A resposta em frequência da malha fechada em alguns pontos é estimada e o ganho de malha nestas frequências calculado. A variação da resposta em frequência do ganho de malha entre os pontos de frequência estimados é analisada para determinar a presença de dinâmica não modelada no intervalo de frequência. A nova frequência de cruzamento é definida através desta informação e o controlador reprojeto. Aqui, o desenvolvimento foi restrito apenas ao caso do controlador PI, mas o procedimento pode ser facilmente estendido para o caso do controlador PID. Exemplos de simulações são utilizados pra ilustrar a avaliação em malha fechada proposta e a técnica de projeto em malha fechada.

2 O Problema

Considera-se a malha fechada apresentada na figura 1. O função de transferência do processo é dada por $G(s)$ enquanto que o controlador é dado por $C(s)$. A função de transferência da malha fechada do sinal de referência $r(t)$ para a saída do processo $y(t)$ é

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (1)$$

onde $L(s) = G(s)C(s)$ é a Função de Transferência de Ganho de Malha.

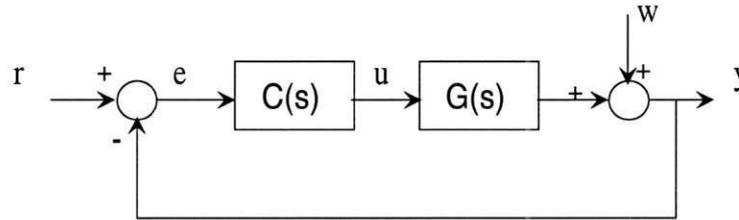


Figura 1: A Malha Fechada.

2.1 O Projeto Ótimo Simétrico

A técnica de projeto Ótimo Simétrico assume um modelo simples do processo com dois pólos, em zero e em $\omega_{\Sigma} = -1/T_{\Sigma}$ e

$$G_{SO}(s) = \frac{K}{s(s + 1/T_{\Sigma})}.$$

O modelo assume uma dinâmica lenta dominante capturada pelo integrador e um pólo em ω_{Σ} representando toda dinâmica rápida, incluindo atrasos no tempo.

O controlador PI, dado por

$$C_{SO}(s) = \frac{K_p(s + 1/T_i)}{s},$$

é projetado utilizando as seguintes equações

$$K_p = \frac{2\omega_g}{K}, \quad T_i = \frac{2}{\omega_g}, \quad \omega_g = \frac{1}{2T_{\Sigma}}.$$

A função de transferência de ganho de malha resultante é

$$L_{SO}(s) = \frac{\omega_g (2s + \omega_g)}{s^2 (s + 2\omega_g)}.$$

O polo estimado está localizado na frequência $2\omega_g$ enquanto que o zero do controlador é adicionado na frequência $\omega_g/2$. O ganho de malha resultante tem um decaimento assintótico de 20db/década no intervalo de frequência $[\omega_g/2, 2\omega_g]$, com a frequência de cruzamento (onde o ganho de malha é unitário) ω_g . Estas características resultam em boas propriedades de robustez (ver [VL95]).

O problema está então estabelecido: Dado um sistema em malha fechada, avaliar a malha fechada em relação ao projeto ótimo simétrico. Se está muito longe, reprojeter o controlador para aproximadamente e seguramente aproximar-se da especificação ótimo simétrico. Isto é realizado comparando frequência de cruzamento atual da malha fechada com a metade do pólo estimado da função de transferência.

3 A Estimação Baseada em Relé

Neste projeto não é desejado estimar um modelo para a planta, ao invés disso apenas poucos pontos de frequência da malha fechada são avaliados. As frequências são a frequência de cruzamento e sua segunda e quarta harmônicas. A excitação é derivada depois de um experimento com relé como descrito em a seguir.

3.1 O Experimento Com Relé

Um procedimento básico para estimação de vários pontos de frequência de uma dada função de transferência utilizando realimentação a relé é apresentado em [dAB03b]. A estrutura da realimentação aplicada para estimação da função de transferência de malha é apresentada na figura 2. As condições de operação em ciclo limite são definidas pela seguinte proposição.

Considere o sistema em malha fechada apresentado na Fig (2). Assuma que para uma malha fechada estável $T(s)$ e um número positivo real r , a função de transferência

$$F(s) = \frac{2}{r} \frac{T(s)}{T(s) \left(\frac{1-r}{r}\right) + 1} - 1 \quad (2)$$

é também estável. Então se o ciclo limite ocorre, este oscila na frequência ω_o tal que

$$|L(j\omega_o)| \approx r.$$

Ver [dAB03b].

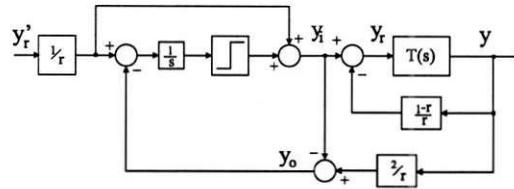


Figura 2: Experimento de Relé para Estimação da Função de Transferência em Malha Fechada.

Selecionando $r = 1$, a frequência de cruzamento ω_g pode ser estimada. A estimativa é denotada $\hat{\omega}_g$. Neste caso, a estrutura reduz-se aquela apresentada em [Sch92].

Com o objetivo de estimar o ganho de malha em frequências adicionais $2\omega_g$ e $4\omega_g$, um sinal de excitação é composto com três ondas quadradas com as frequências especificadas e ponderadas por pesos de $0.4d$, $0.3d$ and $0.3d$ respectivamente, onde d é amplitude máxima desejada. Estas frequências definem o vetor $W = \{\omega_g, 2\omega_g, 4\omega_g\}$. Um exemplo desta excitação é apresentado na Fig.3.

A Função de Transferência nas frequências escolhidas é estimada utilizando DFT no sinal de referência y_r e no sinal de saída y , computando o ganho de malha fechada T_i e então recuperando o ganho de malha L_i utilizando as equações de malha

$$L_i(j\omega) = \frac{T_i(j\omega)}{1 - T_i(j\omega)}.$$

3.2 A Estimação do Pólo Rápido e a Avaliação do Controlador

A resposta em frequência do Ganho de Malha nos pontos de frequência estimados é analisada para determinar a presença de um pólo rápido dentro dos intervalos de frequência definidos por W . Da estimativa do Ganho de Malha nestas frequências, é possível avaliar em qual intervalo o pólo não modelado ω_Σ está localizado utilizando o seguinte procedimento.

No projeto Ótimo Simétrico, entre a frequência de cruzamento ω_g e $2\omega_g$ o ganho de malha apresenta um decaimento assintótico como um sistema puro de

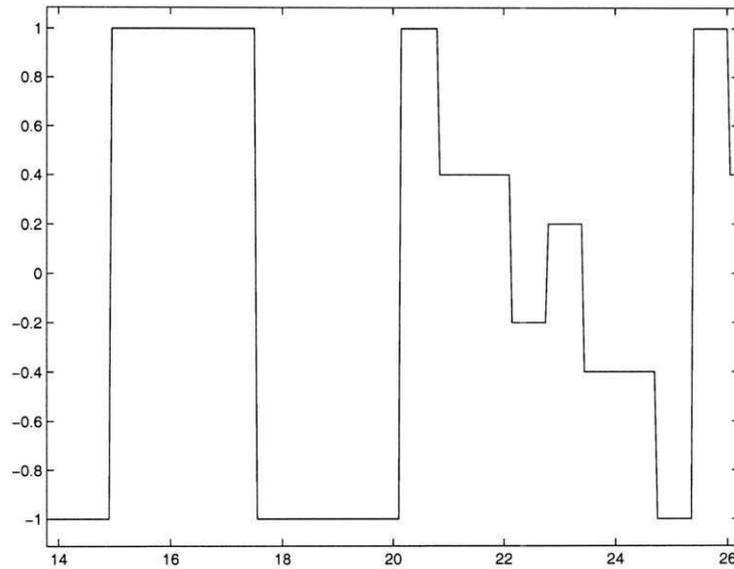


Figura 3: O experimento. Primeiro, um teste com relé é realizado e então a excitação derivada é aplicada ao setpoint.

primeira ordem, ou seja, 20db/década ou 6db/oitava. O procedimento de avaliação é realizado levando em consideração a contribuição de um pólo de primeira ordem.

O decaimento real para um pólo real de primeira ordem inclui o desconto de 3db na localização do pólo e 1db uma oitava acima. Utilizando esta informação, a contribuição do pólo real para o decaimento da magnitude nos intervalos $[\omega_g, 2\omega_g]$ e $[2\omega_g, 4\omega_g]$ pode ser especificada como:

Tabela 1: Contribuição do pólo para o decaimento da magnitude dentro de intervalos de frequência.

Pólo	$[\omega_g, 2\omega_g]$	$[2\omega_g, 4\omega_g]$
ω_g	10 db	11 db
$2\omega_g$	8 db	10 db
$4\omega_g$	7 db	8 db

Baseado nos dados acima , dois testes são definidos: o primeiro analisando o

decaimento no intervalo $[\omega_g, 2\omega_g]$, e o segundo no intervalo $[2\omega_g, 4\omega_g]$. O primeiro teste utiliza a seguinte regra:

Tabela 2: Decaimento da magnitude no intervalo $[\omega_g, 2\omega_g]$ relacionado com a localização estimada do pólo.

Intervalo de Decaimento	Posição estimada do pólo ($\hat{\omega}_\Sigma$)
≥ 11	$\hat{\omega}_g/2$
$[10,11)$	$\hat{\omega}_g$
$[8,10)$	$2\hat{\omega}_g$
$[6,8)$	$4\hat{\omega}_g$
< 6	$8\hat{\omega}_g$

O segundo utiliza:

Tabela 3: Decaimento da magnitude do intervalo $[2\omega_g, 4\omega_g]$ relacionado com a localização estimada do pólo.

Intervalo de Decaimento	Posição Estimada do Pólo ($\hat{\omega}_\Sigma$)
≥ 12	$\hat{\omega}_g/2$
$[11,12)$	$\hat{\omega}_g$
$[10,11)$	$2\hat{\omega}_g$
$[8,10)$	$4\hat{\omega}_g$
< 8	$8\hat{\omega}_g$

A localização estimada do pólo $\hat{\omega}_\Sigma$ é escolhida de forma conservadora como o menor localização do pólo estimado obtida através dos dois testes.

Deve ser enfatizado que a técnica pode ser extensa para avaliar o comportamento da fase, o que permitiria estimar a contribuição de atrasos no tempo o que não está sendo considerado aqui.

O pólo estimado é expressado da seguinte forma

$$\hat{\omega}_\Sigma = 2\alpha\hat{\omega}_g$$

com o parâmetro α indicando a estimativa do pólo relativa à frequência de cruzamento atual ω_g .

Então α pode ser calculado e ser utilizado para o procedimento de reprojeto do controlador a seguir.

4 Procedimento de Reprojetado do Controlador

A frequência de cruzamento é definida como $\omega'_g = \hat{\omega}_\Sigma/2 = \alpha\hat{\omega}_g$. O novo zero do controlador é alocado em

$$\omega_z = \omega'_g/2.$$

Deve ser observado que a estimação do pólo em intervalos resulta em um novo controlador mais conservador do que se o modelo fosse estimado devido à utilização do projeto Ótimo Simétrico junto à escolha da localização do pólo como foi explicado. O controlador obtido não é realmente um projeto Ótimo Simétrico.

Para evitar a estimativa do ganho do processo, o novo controlador é projetado através de uma modificação do controlador antigo. O modelo do processo é assumido ser

$$G_{SO}(s) = \frac{K}{s(s + 2\alpha\omega_g)}.$$

O PI antigo é dado por

$$C_1(s) = \frac{K_p^1(s + 1/T_i^1)}{s}$$

e o novo controlador PI

$$C_{SO2}(s) = \frac{K_p^2(s + \alpha\omega_g/2)}{s}.$$

O ganho K_p^2 pode ser computado observando que através do experimento

$$|G_{SO}(s)C_S(s)|_{s=j\omega_g} = 1$$

e para o projeto

$$|G_{SO}(s)C_{SO2}(s)|_{s=j\alpha\omega_g} = 1.$$

Igualando as duas equações, cancelando o ganho do processo K e resolvendo para K_p^2 é obtido

$$K_p^2 = 2K_p^1\alpha^2 \frac{\sqrt{\left(\frac{2\alpha}{T_i^1} - \omega_g\right)^2 + \left(\frac{1}{T_i^1} - 2\alpha\omega_g\right)^2}}{\omega_g(4\alpha^2 + 1)}.$$

5 Exemplos de Simulação

Nesta seção três exemplos de simulações que ilustram o uso da técnica são apresentados.

5.1 Exemplo 1

O processo é dado por

$$G(s) = \frac{1}{(10s + 1)(s + 1)}$$

e o controlador inicial é

$$C_1(s) = \frac{18.1246(s + 1/2.1272)}{s}.$$

Com as estimativas apresentadas na tabela (4)

Tabela 4: Pontos da Função de Transferência de Ganho de Malha real e estimados.

	$ L(j\omega) (db)$	$ \hat{L}(j\omega) (db)$
ω_1	0.1950	0.3112
ω_2	-10.6955	-10.6955
ω_4	-22.3471	-22.3471

o que leva a $\alpha = 0.5$ e a um novo controlador dado por

$$C_{SO2}(s) = \frac{3.9149(s + 1/3.3104)}{s}.$$

A resposta ao degrau e o ganho de malha para ambos os controladores são apresentados nas figuras 4 e 5.

Mesmo o processo não contendo um integrador e o ótimo simétrico sendo formulado para plantas contendo integradores, é possível notar que a robustez do método garante um melhor resultado para o teste da resposta ao degrau.

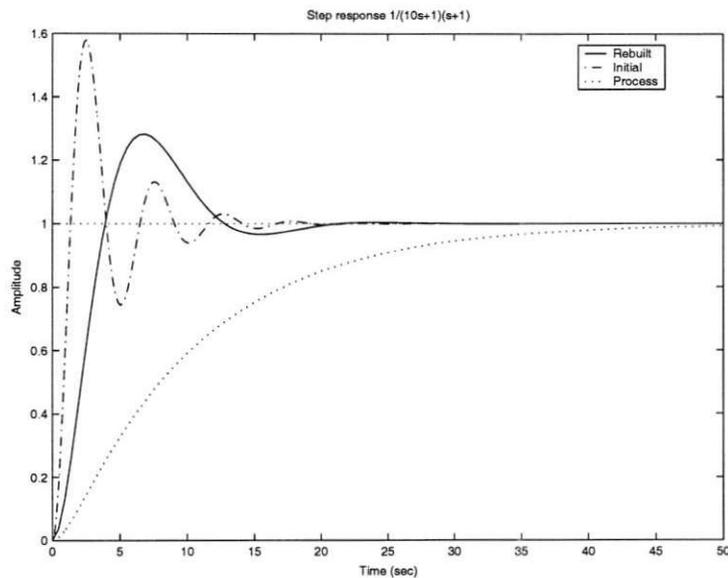


Figura 4: Resposta ao Degrau $\frac{1}{(10s+1)(s+1)}$.

5.2 Exemplo 2

O processo é dado agora por

$$G(s) = \frac{1}{(10s + 1)(s + 1)^2}$$

e o controlador inicial

$$C_1(s) = \frac{8.5491(s + 1/4.8119)}{s}$$

Com as estimativas apresentadas na tabela (5)

Tabela 5: Pontos da Função de Transferência de Ganho de Malha real e estimados.

Reprojeto	$ L(j\omega) (db)$	$ \hat{L}(j\omega) (db)$
ω_1	-0.0166	0.1531
ω_2	-11.6819	-11.3767
ω_4	-26.8685	-26.4242

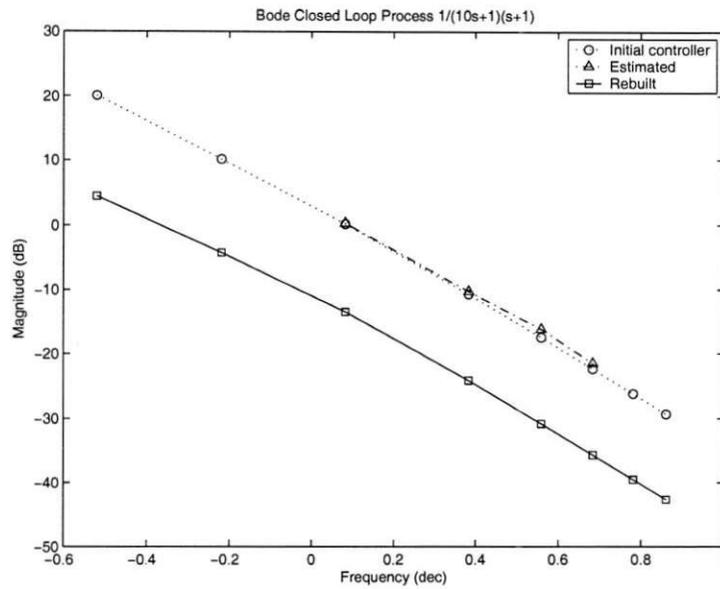


Figura 5: Diagrama de Bode da Função de Malha $\frac{1}{(10s+1)(s+1)}$.

é computado $\alpha = 0.5$ e o novo controlador é

$$C_{SO2}(s) = \frac{2.0328(s + 1/6.3025)}{s}.$$

A resposta ao degrau e o ganho de malha para ambos os controladores é apresentada nas figuras 6 e 7.

5.3 Exemplo 3

O processo é dado por

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$$

e o controlador inicial

$$C_1(s) = \frac{2.8955(s + 1/4.6840)}{s}.$$

Com a estimativa apresentada na tabela (6)

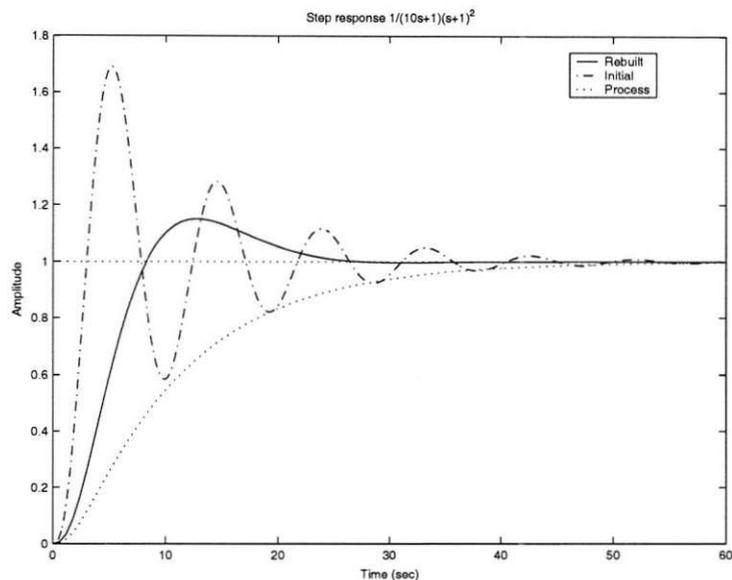


Figura 6: Resposta ao Degrau $\frac{1}{(10s+1)(s+1)^2}$

Tabela 6: Pontos da Função de Transferência de Ganho de Malha real e estimados.

Reprojeto 1	$ L(j\omega) (db)$	$ \hat{L}(j\omega) (db)$
ω_1	0.0701	0.2826
ω_2	-14.2674	-10.4078
ω_4	-34.6733	-25.6860

é calculado $\alpha = 0.5$ e o novo controlador

$$C_{SO_2}(s) = \frac{0.7663(s + 1/4.7110)}{s}$$

A malha fechada está muito lenta como pode ser observado na Figura 8 , então o procedimento é repetido para esta nova malha. Com as estimativas apresentadas na tabela 7

agora $\alpha = 2.0$ e o novo controlador é dado por

$$C_{SO_2}(s) = \frac{2.0007(s + 1/7.0028)}{s}$$

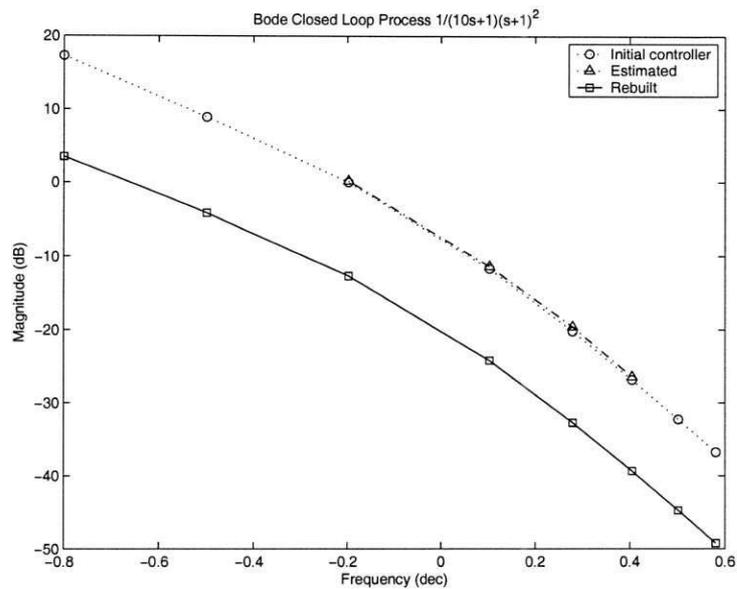


Figura 7: Diagrama de Bode para o Ganho de Malha $\frac{1}{(10s+1)(s+1)^2}$

A resposta ao degrau e o ganho de malha para os três controladores são apresentados nas Figuras 8 and 9.

Dos resultados pode ser observado que a técnica melhorou a estabilidade do sistema em malha fechada em ambos os experimentos.

Tabela 7: Pontos da Função de Transferência de Ganho de Malha real e estimados para o sistema reprojeto.

Reprojeto 2	$ L(j\omega) (db)$	$ \hat{L}(j\omega) (db)$
ω_1	2.4020	2.4050
ω_2	-1.7640	-1.7281
ω_4	-6.6553	-6.4807

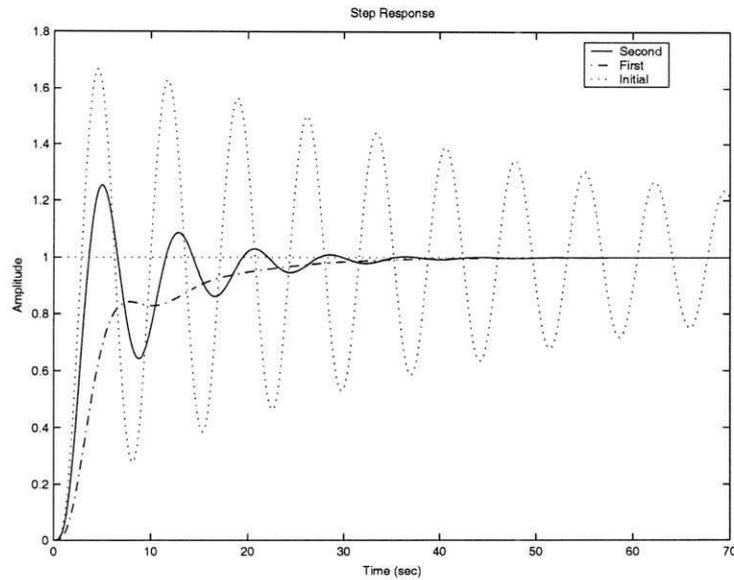


Figura 8: Resposta ao Degrau $\frac{1}{(s+1)^4}$.

6 Conclusões

Neste projeto foi apresentada uma técnica para avaliação e reprojetado de controladores PI. A Malha Fechada é avaliada através da estimativa da Resposta do Ganho de Malha na frequência de cruzamento e nas duas primeiras harmônicas de frequência pares. Então, utilizando o decaimento da função ganho de malha, a malha fechada é avaliada no contexto do projeto Ótimo Simétrico. O controlador é reprojetado utilizando um procedimento de projeto baseado no Ótimo Simétrico, utilizando uma avaliação aproximada e conservadora do pólo rápido. Exemplo simulados ilustram o uso da técnica.

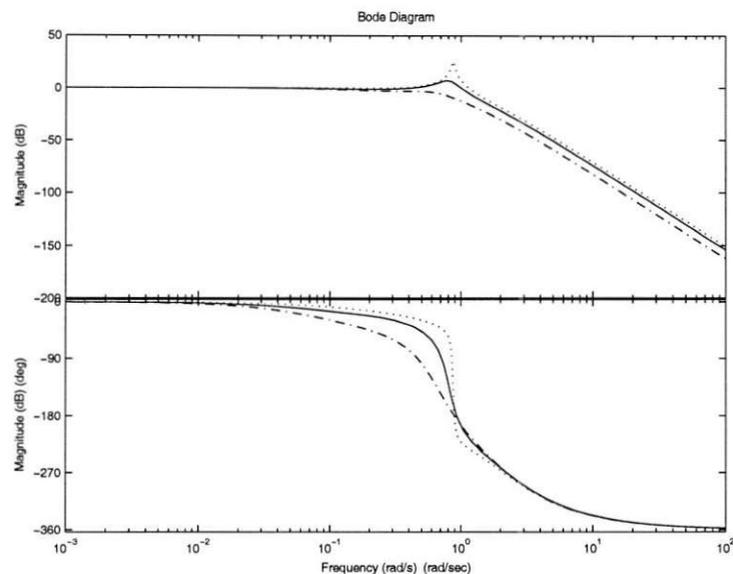


Figura 9: Diagrama de Bode para o Ganho de Malha $\frac{1}{(s+1)^4}$

Referências

- [ÅH95] Karl Johan Åström and Tore Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 2nd edition, 1995.
- [dAB03a] Gustavo Henrique Machado de Arruda and Péricles Rezende Barros. Relay based gain and phase margins PI controller design. *IEEE Transactions on Inst. and Meas. Tech.*, page to appear, October 2003.
- [dAB03b] Gustavo Henrique Machado de Arruda and Péricles Rezende Barros. Transfer function relay based frequency points estimation. *Automatica*, 39(2):309–315, 2003.
- [HS95] P. M. J. Van Den Hof and R. J. Schrama. Identification for control - closed loop issues. *Automatica*, 31(12):1751–1770, 1995.

- [Kes58] C. Kessler. Das symmetrisch optimum. *Regelungstechnik*, 6:395–400 and 432–436, 1958.
- [Sch92] Tor Steinar Schei. A method for closed loop automatic tuning of PID controllers. *Automatica*, 28(3):587–591, 1992.
- [VL95] A. A. Voda and I. D. Landau. A method for the auto-calibration of PID controllers. *Automatica*, 31(1):41–53, January 1995.
- [ZN42] John G. Ziegler and Nathaniel B. Nichols. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the ASME*, 42:759–768, 1942.