



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE (UFCEG)
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA (CEEI)
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA (UAEE)

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

“Estudo e Construção de Indutores Lineares para Aplicações em Filtros”

Abinadabe Silva Andrade

Orientador: Talvanes Meneses Oliveira

Campina Grande/PB, Março 2010



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE (UFCG)
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA (CEEI)
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA (UAEE)

“Estudo e Construção de Indutores Lineares para Aplicações em Filtros”

Relatório do trabalho de conclusão de curso (TCC) realizado no Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamento de Máquinas, sob orientação do Professor Doutor Talvanes Meneses Oliveira, como pré-requisito para o título de Engenheiro Eletricista com ênfase em Controle e Automação pela Universidade Federal de Campina Grande

Abinadabe Silva Andrade

Campina Grande/PB, Março 2010

A553e Andrade, Abinadabe Silva.

Estudo e construção de indutores lineares para aplicações em filtros. / Abinadabe Silva Andrade. - Campina Grande - PB: [s.n], 2010.

30f.

Orientador: Professor Dr. Talvanes Meneses Oliveira.

Trabalho de Conclusão de Curso - Monografia; (Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande; Centro de Engenharia Elétrica e Informática.

1. Indutores lineares. 2. Campo magnético. 3. Efeito Orsted. 4. Lei de Faraday. 5. Permeabilidade relativa. 6. Indutor simétrico. 7. Lei dos circuitos magnéticos. 8. Analogia de Hopkinson. 9. Filtros e indutores. I. Oliveira, Talvanes Meneses. II. Título.

CDU:621.3(043.1)

Elaboração da Ficha Catalográfica:

Johnny Rodrigues Barbosa
Bibliotecário-Documentalista
CRB-15/626



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE (UFPG)
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA (CEEI)
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA ELÉTRICA (UAEE)

“Estudo e Construção de Indutores Lineares para Aplicações em Filtros”

Relatório do Trabalho de Conclusão de Curso aceito em __/03/2010

Banca Examinadora constituída pelos seguintes professores:

Prof. Dr. Talvanes Meneses Oliveira
Orientador

Prof. Dr. Benedito Antonio Luciano
Examinador

Campina Grande/PB, Março 2010

AGRADECIMENTOS

A minha família que foi minha motivação durante todo o curso, especialmente a minha esposa Erica Larissa Soares Silva Andrade, a minha mãe Arlete Silva Andrade e ao meu irmão Abdênego Felipe Silva Andrade.

Aos meus avós Eulalia Silva de Assis e Antônio Epifânio de Assis (avós maternos), Maria Ermita Batista (avó paterna) por teremorado incansavelmente pela minha felicidade.

Aos professores do curso de Engenharia Elétrica, que demonstram um grande carinho pelo curso e pelos alunos, em especial a Talvanes Meneses Oliveira que foi meu orientador de Iniciação Científica, de Estágio e TCC.

Aos meus amigos e companheiros do curso de Engenharia Elétrica, que enfrentaram junto comigo essa luta quase inacabável que é concluir este curso. Em especial a Antonio de Paula (Tony), Euller Gonsalves, Paulo de Tarso, Frederico Camusca (Fred), Rafaele Pinto, Julio Cesar.

Conteúdo

1. Introdução.....	6
2. Objetivo.....	6
3. Introdução Teórica	7
3.1. Campo Magnético	7
3.2. Efeito Orsted e Lei de Faraday.....	8
3.3. Indutor	10
3.3.1. Permeabilidade Relativa	11
3.4. Lei dos Circuitos Magnéticos: Analogia de Hopkinson	12
3.5. Indutores Usados em filtros	14
4. Montagem do Indutor.....	15
4.1. Material Utilizado.....	15
4.2. Metodologia	15
4.3. Aspectos Construtivos	17
4.3.1. Definição das Variáveis	17
4.3.2. Definição da quantidade de camadas de espiras.....	17
4.3.3. Comprimento do fio usado no indutor	19
4.3.4. Aplicação do Núcleo.....	20
4.4. Características Físicas e Elétricas do Indutor Simétrico.....	21
5. Resultados Obtidos	24
5.1. Definição da Resistência (Circuito cc)	24
5.2. Definição da Impedância (Circuito ca).....	26
5.3. Definição da Indutância.....	27
6. Conclusão	30
7. Bibliografia.....	31

1. Introdução

O indutor é um dispositivo composto por uma ou mais espiras e é capaz de armazenar energia elétrica, essa energia é armazenada no campo magnético criado pelas correntes que circulam nas espiras do indutor. Existe uma interdependência entre a tensão nos extremos do indutor e a corrente que circula por ele.

$$V_L = L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Onde v_L é a tensão nos terminais do indutor, L é a Indutância em Henry e $\frac{di}{dt}$ é variação da corrente num intervalo de tempo. A partir da equação (1) pode-se chegar às seguintes conclusões:

1. Quanto mais rápido variar a corrente numa dado intervalo de tempo, maior será a tensão nos terminais do indutor;
2. A corrente que circula através de um indutor não pode ter seu valor alterado de uma quantidade finita, instantaneamente, pois isto implicaria em uma tensão infinita neste instante (o indutor não aceita variações bruscas de corrente).

O fato de o indutor ter essas características faz com que ele seja um ótimo elemento para ser usados nos filtros dos conversores *ca/cc* e dos inversores de frequência – para aplicação no acionamento dos motores, dado que a carga desses conversores normalmente é um banco de capacitores.

2. Objetivo

O relatório de TCC objetiva o estudo e a construção de indutâncias lineares para aplicações em filtros de conversores.

3. Introdução Teórica

3.1. Campo Magnético

O campo magnético refere-se ao campo gerado por cargas em movimento ou por ímãs permanentes. Suponha uma carga sujeita a um campo magnético como ilustrada na figura 1.

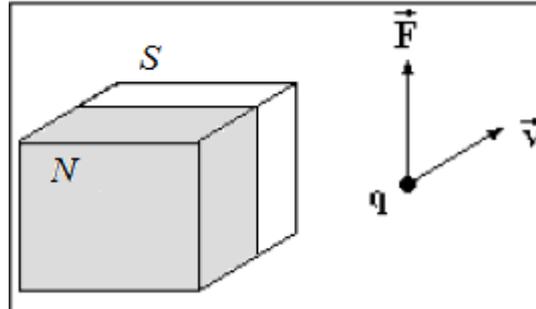


Figura 1: Carga sujeita a um campo magnético

Verificou-se experimentalmente que:

- ✚ \vec{F} É diretamente proporcional a q ;
- ✚ \vec{F} é diretamente proporcional a $|\vec{v}|$;
- ✚ Para uma determinada direção de $\vec{v} \Rightarrow \vec{F} = 0$;
- ✚ Caso a velocidade não esteja na direção que provoque o efeito de $\vec{F} = 0$, \vec{F} sempre é perpendicular a \vec{v} ;

A partir da análise destes fatos experimentais formulou-se a seguinte equação:

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

Onde B é o vetor indução magnética ou densidade de fluxo magnético, \vec{v} é a velocidade da carga e q é o valor da carga. Como na equação (2) há um produto vetorial, o seu módulo é dado por:

$$|\vec{F}| = q * |\vec{v}| * |\vec{B}| * \sin \theta \quad (3)$$

Portanto, como \vec{F} é um produto vetorial entre a velocidade e a indução magnética a sua direção é perpendicular ao plano formado pelos vetores \vec{v} e B , formando o triedro conforme ilustrado na figura 2.

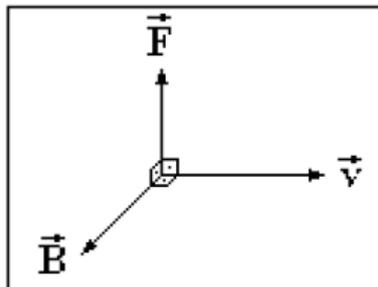


Figura 2: Triedro que representa as forças envolvidas em uma carga sujeita a um campo magnético

Essa relação entre as cargas em movimento com campo magnético é uma are do eletromagnetismo que foi estudados por vários pesquisadores, entre eles pode-se citar o Orsted, responsável pelo efeito orsted, Faraday e Lenz responsáveis pela lei de Faraday-Lenz.

3.2. Efeito Orsted e Lei de Faraday

Em 1820, Hans Christian Orsted, observou que ao aproximar uma bússola de um fio percorrido por uma corrente, há deflexão da agulha da bússola. Observou também que ao inverter o sentido da corrente a bússola girava 180°. A esse fenômeno denominou-se efeito orsted. A figura 3 ilustra o campo magnético que aparecem em torno de um fio condutor percorrido por corrente bem como a indução magnética que surge em uma bobina também percorrida por corrente.

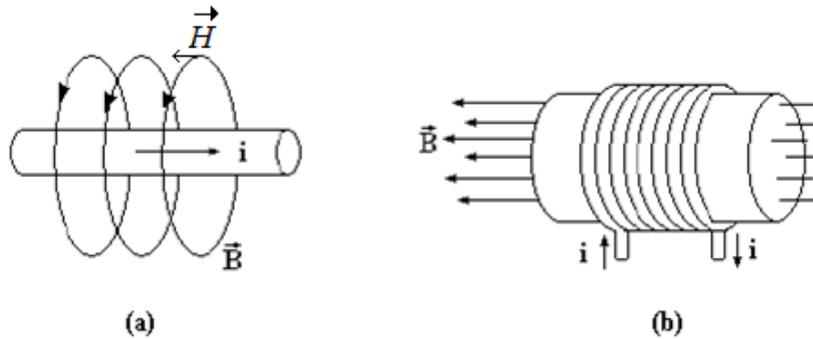


Figura 3: a) campo magnético em torno de um fio percorrido por corrente b) indução magnética gerado em uma bobina devido à corrente i.

A lei de Faraday-Neumann-Lenz, ou lei da indução eletromagnética, é uma lei da física que quantifica a indução eletromagnética, que é o efeito do surgimento da corrente elétrica em um circuito colocado sob efeito de um campo magnético variável ou por um circuito em movimento em um campo magnético constante.

Tal lei é derivada da união de diversos princípios. A lei da indução de Faraday, elaborada por Michael Faraday em 1831, afirma que a corrente elétrica induzida em um circuito fechado por um campo magnético, é proporcional ao número de linhas do fluxo que atravessa a área envolvida do circuito, na unidade de tempo.

$$\oint_c E \cdot ds = -\frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

Sendo E o campo elétrico induzido, ds é um elemento infinitesimal do circuito e $\frac{d\phi}{dt}$ é a variação do fluxo magnético.

E a lei, expressa matematicamente na forma elaborada por Franz Ernst Neumann em 1845 em termos da força eletromotriz, que é dada por:

$$fem = -\frac{d\phi}{dt} \quad [\text{Lei de Faraday-Lenz}] \quad (5)$$

A lei de Faraday-Lenz enuncia que a força eletromotriz induzida num circuito elétrico é igual a *variação* do fluxo magnético conectado ao circuito. É importante notar que um campo magnético constante não dá origem ao fenômeno da indução. Por esta razão, não é possível colocar um magneto no interior de um solenoide e obter energia

elétrica. É necessário que o magneto ou o solenóide movam-se, consumindo energia mecânica. Por esse motivo que um transformador só funciona com corrente alternada.

A contribuição fundamental de Heinrich Lenz foi a direção da força eletromotriz (o sinal negativo na fórmula). A corrente induzida no circuito é de fato gerada por um campo magnético, e a lei de Lenz afirma que o sentido da corrente é o oposto da variação do campo magnético que a gera.

Se o campo magnético concatenado ao circuito está diminuindo, o campo magnético gerado pela corrente induzida irá na mesma direção do campo original (se opõem a diminuição), se, pelo contrário, o campo magnético concatenado está aumentando, o campo magnético gerado irá em direção oposta ao original (se opõem ao aumento).

3.3. Indutor

O indutor é um dispositivo de dois terminais composto por um fio condutor enrolado em espiral como ilustra a figura 4.

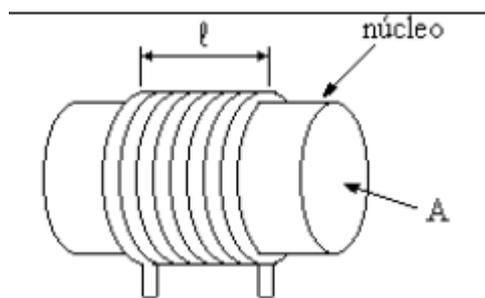


Figura 4: Aspectos construtivos do indutor.

Como o indutor é composto pelo equivalente de várias espiras, a tensão em seus terminais, pela lei de Faraday, é:

$$v = -N \frac{d\phi}{dt} = -\frac{dN\phi}{dt} \quad (6)$$

Onde N é o número de espiras do indutor. Experimentalmente, verifica-se que:

$$L \cdot i = N \cdot \phi \quad (7)$$

Onde L é a indutância do indutor. Então, conjuntamente, as equações (6) e (7) resultam em:

$$v = -L \frac{di}{dt} \quad (8)$$

O sinal negativo da equação (8) depende do sentido de enrolamento da bobina e, para a análise de circuitos elétricos, este sinal será desconsiderado e a equação ficará da seguinte forma:

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (9)$$

Para equacionar a corrente em função da tensão basta seguir os seguintes passos:

$$\int_{i_0}^i di = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt \quad (10)$$

$$i - i_0 = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt \quad (11)$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt + i_0 \quad (12)$$

A partir da análise da equação (12) é possível concluir que em níveis de corrente contínua o indutor se comporta como um curto-circuito ($v = 0$) e, ainda, é possível afirmar que a corrente no indutor não pode variar abruptamente, pois caso contrário não haverá derivada neste ponto.

3.3.1. Permeabilidade Relativa

A permeabilidade magnética representa o grau de magnetização de um material em resposta a um campo magnético, ela é representada pelo símbolo μ . Denomina-se a *permeabilidade absoluta* a relação $\mu = \frac{B}{H}$. Onde: B é a indução magnética (ou

densidade de fluxo magnético) dado por $B = \frac{\phi}{A}$; e H o campo magnético dado por

$$H = \frac{iN}{l}.$$

A permeabilidade absoluta dos materiais magnéticos varia com a densidade de fluxo, conforme ilustra a figura 5.

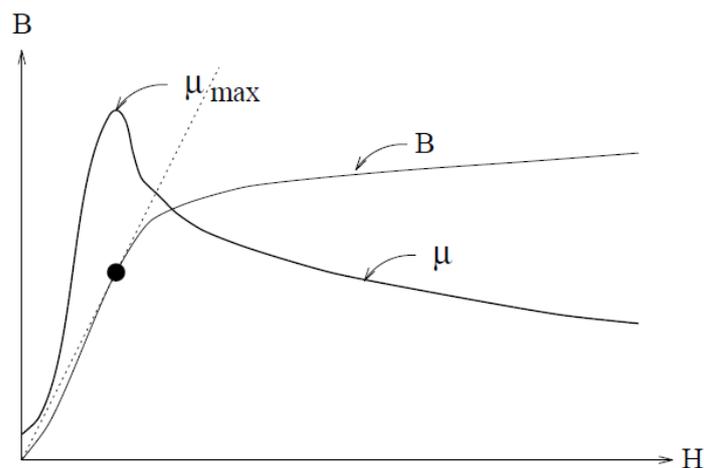


Figura 5: Curva de Permeabilidade

Para critério de estudo utiliza-se a permeabilidade relativa, que a permeabilidade dos materiais magnético em relação a permeabilidade do vácuo, que vale $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Assim,
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} .$$

A permeabilidade relativa, μ_r , de materiais não-magnéticos como o ar, o cobre, a madeira, o vidro e o plástico é igual a 1. Por outro lado, o μ_r de materiais magnéticos como o cobalto, o níquel, o ferro, o aço e suas ligas é muito maior do que 1; além disto, não é constante

A indutância pode ser aumentada variando-se os fatores geométricos, o número de espiras ou ainda escolhendo-se material com permeabilidade relativa maior. Assim, para uma dada bobina (com fatores geométricos e número de espiras fixos) a permeabilidade relativa atua como um amplificador da indutância.

3.4. Lei dos Circuitos Magnéticos: Analogia de Hopkinson

Quando um circuito magnético comporta várias malhas, várias excitações e, eventualmente, materiais de permeabilidade ou seções diferentes, existem relações entre fluxos que circulam em seus diferentes trechos e as f.m.m. (forças magnetomotrizes) que lhes são aplicadas.

Para facilitar a determinação das equações do circuito, é possível utilizar a analogia, conhecida como analogia do Hopkinson, muito prática porque ela toma o cálculo de um circuito magnético análogo ao de um circuito elétrico. Considerando, para isso, quantidades equivalentes. Basta, neste caso, aplicar as leis de Kirchoff (lei das malhas e dos nós).

Introduzindo esta analogia, vamos considerar um circuito simples, constituído de uma malha com três materiais de permeabilidade μ_1 , μ_2 , e μ_3 (ver figura 5).

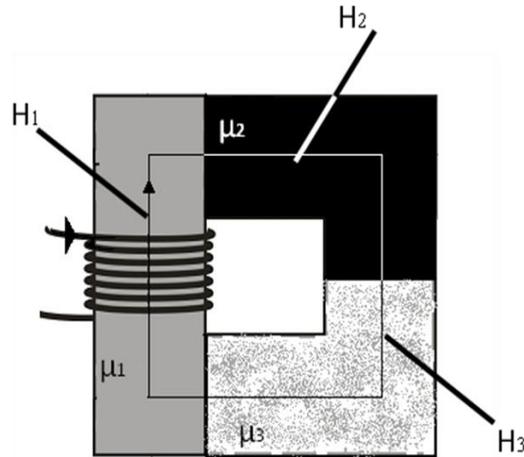


Figura 6: Núcleo com materiais magnéticos de permeabilidade diferentes

Aplicando a Lei de Ampère, relaciona-se os campos magnéticos H_1 , H_2 e H_3 , criados pela f.m.m. ($n \cdot i$), nas três partes relativas às diferentes permeabilidades:

$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 = n \cdot i \quad (13)$$

Considerando que a seção magnética seja a mesma para todo o núcleo e que todo o fluxo também o seja, tem-se:

$$B = \frac{\phi}{A} = \mu_1 \cdot H_1 = \mu_2 \cdot H_2 = \mu_3 \cdot H_3 \quad (14)$$

E a relação da equação (13), poderá ser escrita como:

$$\left(\frac{l_1}{\mu_1 \cdot A} + \frac{l_2}{\mu_2 \cdot A} + \frac{l_3}{\mu_3 \cdot A} \right) \phi = n \cdot i \quad (15)$$

Onde as grandezas $\frac{l_1}{\mu_1 \cdot A}$, $\frac{l_2}{\mu_2 \cdot A}$ e $\frac{l_3}{\mu_3 \cdot A}$ são as relutâncias das diferentes

partes:

$$\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 \phi = n \cdot i \quad (16)$$

A forma da equação (16), permite uma analogia com um circuito elétrico de 1 malha (ver figura 6), onde a *f.e.m.* (força eletromotriz) E é equivalente a *f.m.m.* (força magnetomotriz), as três relutâncias seriam representadas por três resistências R_1 , R_2 e R_3 , que seriam percorridas por uma corrente elétrica i equivalente ao fluxo ϕ .

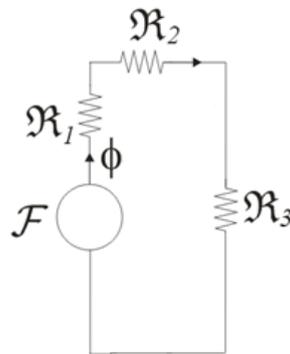


Figura 7: Circuito magnético equivalente

De uma maneira geral, a analogia de Hopkinson consiste em substituir o circuito magnético, por seu análogo elétrico. É bom notar que esta analogia é apenas um guia e não a expressão do fenômeno físico tendo um significado real: ela é, sobretudo útil quando é possível considera a permeabilidade μ constante, ou seja, quando a relutância também o é, e não varia em função do fluxo.

3.5. Indutores Usados em filtros

Um dos elementos nas fontes de alimentação é a bobina. Ela é usada para suavizar variações em corrente de alimentação. As bobinas de filtro são geralmente projetadas para suportar correntes de intensidades relativamente altas. Elas são enroladas sobre núcleos laminados de ferro.

A figura 7 ilustra o circuito proposto para o uso de uma bobina de filtro num circuito de alimentação, os sinais + nos capacitores indicam que são capacitores eletrolíticos, ou seja, são polarizados.

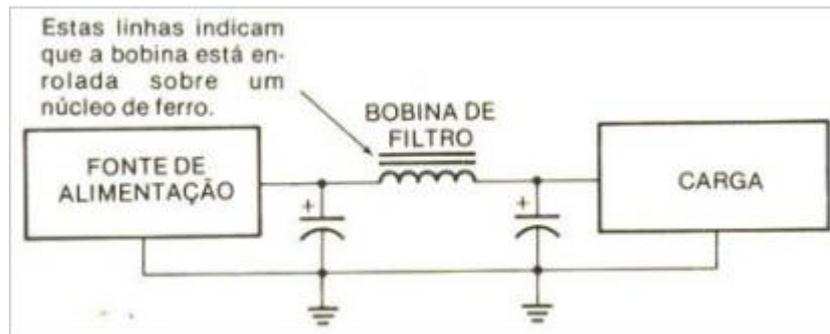


Figura 8: Representação de um Indutor usado em um filtro

Outra importância dos indutores de filtro é a proteção que ele provê quando ocorrem surtos de corrente. Sendo assim, a construção de indutores se faz necessário para as aplicações que se usam filtros.

4. Montagem do Indutor

4.1. Material Utilizado

Os materiais utilizados para a construção dos indutores são:

- ✚ Chapa de acrílico;
- ✚ Cano de PVC;
- ✚ Fio de cobre esmaltado;
- ✚ Lâminas de ferro-silício;
- ✚ Cola Super Bonder;
- ✚ Verniz para enrolamento de motor;

4.2. Metodologia

O indutor foi bobinado sob um carretel construído por um cano de PVC e duas chapas de acrílico (ver figura 09). Para que o indutor seja simétrico ao eixo vertical, ele deve possuir dimensões de $2 \cdot A \times A$, onde A é a altura do indutor (ver figura 10).



(a)

(b)

(c)

Figura 9: (a) Chapa de acrílico - 120mm x 120mm (b) Tubo de PVC - 60mm x 85mm (c) Carretel para a construção do indutor

No Laboratório de Eletrônica Industrial e Acionamentos de Máquinas (LEIAM) foi construído carretel com a seguinte dimensão: 59,1 mm de altura e 84,4 mm de diâmetro, como mostrado na figura 10.

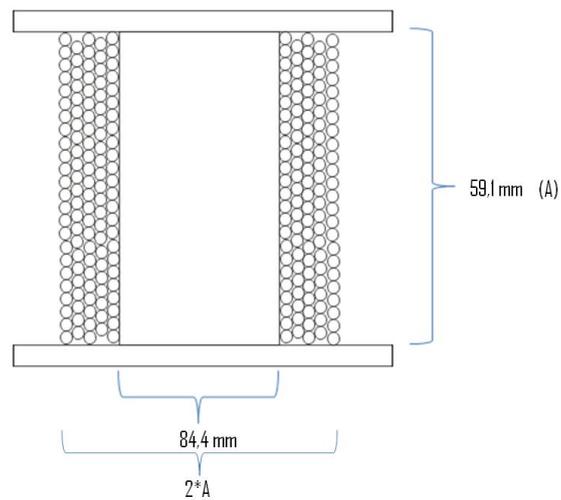


Figura 10: Esboço do Indutor.

4.3. Aspectos Construtivos

4.3.1. Definição das Variáveis

d_f - diâmetro do fio;

h - altura do indutor;

n_i - número de espiras por camada;

N - número de espiras total;

d_c - diâmetro externo do cano;

r_f - raio do fio;

r_c - raio externo do cano;

r_i - raio da espira;

cp_i - comprimento de uma Espira;

ci - comprimento do fio usando em uma camada de espira.

Onde, $i = 1,2,3,4,\dots$ (representa a camada da espira)

4.3.2. Definição da quantidade de camadas de espiras

O raio final do indutor é definido pelo raio do cano PVC mais a parte composta pelo fio de cobre. O cálculo da quantidade de camadas de espiras não é feito de forma direta devido a sua configuração (ver figura 11), para isso usa-se o Teorema de Pitágoras. O raio da espira possui duas contribuições, uma é devido ao cano (que é fixa) e a outra é devido à quantidade de camadas de espiras (que é variável) que contém o indutor.

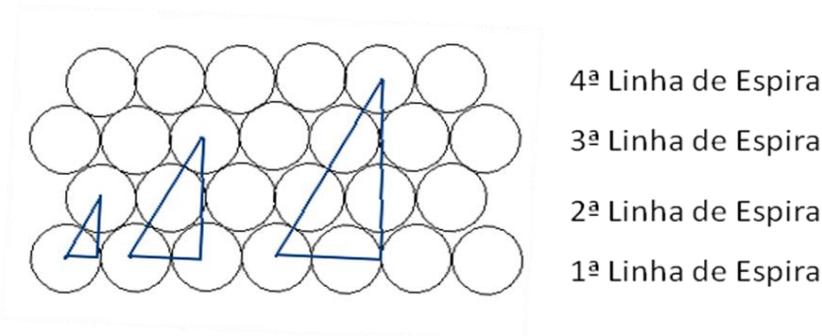


Figura 11: Configuração das Camadas das Espiras

O fio utilizado possui um diâmetro de 2,2 mm. Sendo assim, o raio da espira é calculado resolvendo o sistema ilustrado pela figura 12.



Figura 12: Representação da altura em função da linha de espira.

$$\left(r_f \right)^2 = \left(r_f \right)^2 + \left(2r_i \right)^2 \Rightarrow r' = r_f \sqrt{3}. \quad (17)$$

Analisando a equação (17), percebe-se que a cada camada de espira o raio aumenta em $r_f \sqrt{3}$. Desta forma, o raio da espira por camada é dada pela seguinte relação de recorrência:

$$r_i = r_{i-1} + r_f \sqrt{3}. \quad (18)$$

Onde $i=2,3,4\dots$

Resolvendo a equação de recorrência até que o raio da espira fique aproximadamente igual à altura do indutor (condição necessária para que o indutor seja simétrico) chega-se a conclusão de que a quantidade de camadas de espiras são oito, como pode ser vista na seqüência de cálculo a seguir:

$$r_1 = r_c + r_f = 42,2 + 1,1 \Rightarrow r_1 = 43,3mm$$

$$r_2 = r_1 + r_f \sqrt{3} = r_1 + 1,90 \Rightarrow r_2 = 45,2mm$$

$$r_3 = r_2 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_3 = 47,1mm$$

$$r_4 = r_3 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_4 = 49mm$$

$$r_5 = r_4 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_5 = 50,9mm$$

$$r_6 = r_5 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_6 = 52,8mm$$

$$r_7 = r_6 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_7 = 54,7mm$$

$$r_8 = r_7 + r_f \sqrt{3} \Rightarrow r_8 = 56,6mm$$

Na quarta camada do indutor foi feita uma derivação, podendo escolher em usar a metade do indutor com quatro camadas de espiras, contendo aproximadamente 102 espiras (terminais 1 e 2 – ver figura 13) ou usar o indutor completo com as oito camadas de espiras contendo aproximadamente 204 espiras (terminais 2 e 3 – ver figura 13).



Figura 13: Representação dos terminais do Indutor

Para facilitar o entendimento, o indutor com quatro camadas será representado por Indutor_01, enquanto que o indutor com as oito camadas de Indutor_02.

4.3.3. Comprimento do fio usado no indutor

Para calcular o comprimento de fio utilizado para a construção do indutor, primeiro define-se a quantidade de espira por camada para cada configuração de indutor, sendo assim, tem-se:

$$n_1 = \frac{h}{d_f} = \frac{59,1}{2,2} = 26,86 \Rightarrow n_1 = 26. \quad (19)$$

Observando a configuração das camadas percebe-se que para as camadas pares a quantidade de espiras é diminuída em uma unidade, ou seja, as camadas 1,3, 5 e 7 terão 26 espiras e as camadas 2, 4, 6 e 8 terão 25 espiras.

Já o comprimento da espira é definido pela seguinte equação de recorrência:

$$cp_i = cp_{i-1} + 2 \cdot \pi \cdot r_f \cdot \sqrt{3} \quad (20)$$

Onde $i = 2,3,4,5,6,7,8$

A tabela 1 apresenta os resultados obtidos para o comprimento do fio.

Tabela 1: Resultado para o cálculo do comprimento do fio para o indutor

Camada da espira	Comprimento de Uma Espira (mm)	Quantidade de Espira por Camada	Comprimento do Fio em Uma Camada de Espira (m)
1	272,06	26	7,07
2	284,03	25	7,1
3	296	26	7,7
4	307,97	25	7,7
5	319,94	26	8,3
6	331,91	25	8,3
7	343,88	26	8,94
8	355,85	25	8,9
		TOTAL	64,02

4.3.4. Aplicação do Núcleo

Parte do núcleo do indutor é constituído por lâminas de ferro-silício (ver figura 14), material ferromagnético com permeabilidade relativa muito alta varia (varia em torno de 1500 e 2000 [5]). O ferro-silício foi acrescido ao núcleo de forma gradativa, com a intenção de se obter uma indutância de 2mH para o Indutor_01 e aproximadamente 7mH para o Indutor_02, que são os valores de indutâncias usados no LEIAM.

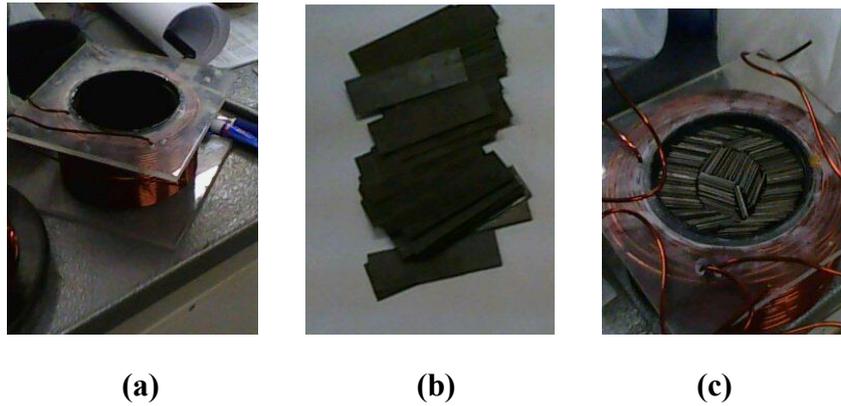


Figura 14: (a) Carretel bobinado (b) Laminas de ferro-silício (c) Indutor com o núcleo preenchido pelo ferro-silício

Foram utilizados 203 lâminas de dimensões 0,5mm x 20mm x 60 mm e 111 lâminas de dimensões 0,5mm x 40mm x 60mm. Isto proporcionou um Fator de Empilhamento de 65,34 %, ou seja, 65,34 % do núcleo é constituído do ferro-silício e os 34,66 % restantes é constituído de ar.

4.4. Características Físicas e Elétricas do Indutor Simétrico

O fluxo gerado pelas espiras passa pelo núcleo do indutor, que é composto por um material ferromagnético e o ar, completando o caminho pelo ar (ver figura 15). O núcleo possui uma área $A_1 = \pi R_c^2$, onde R_c é o raio do cano, e um fator de empilhamento de 65,34 % (como visto na seção 4.4.) e A_2 é a área da região lateral onde o fluxo completa o caminho.

A figura 15 ilustra as linhas de fluxo magnético no indutor, pode-se perceber que o caminho que o fluxo percorre pelo ar é bem maior do que o caminho percorrido pelo material magnético. Esse fato tem como implicação a não saturação do material ferro magnético, ou seja, o ferro-silício não saturando a relação $B \times H$ permanece constante, em outras palavras, o a relação $\phi \times i$ permanece constante. Como a indutância é proporcional ao fluxo, pode-se dizer que a própria indutância permanece linear em relação a corrente.

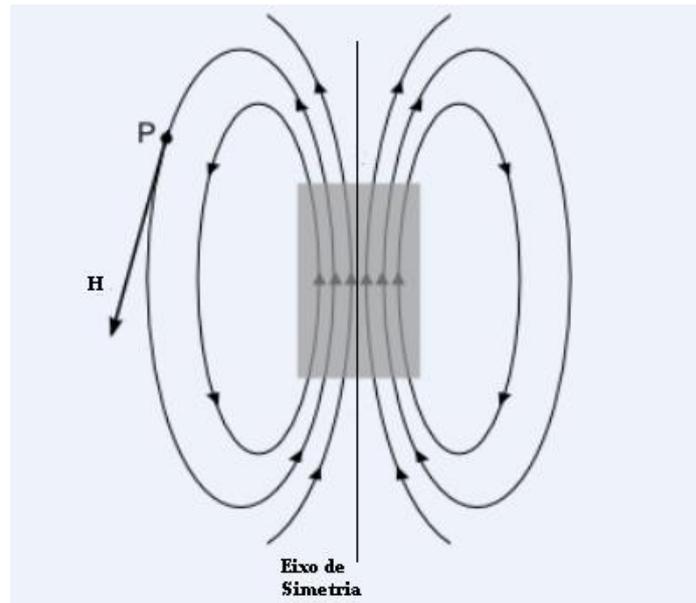


Figura 15: Esquema das linhas de fluxo no Indutor

Aplicando a analogia de Hopkinson pode-se obter o circuito magnético equivalente do indutor ilustrado pela figura 16. Onde, \mathcal{R}_1 é a relutância devido ao núcleo do indutor, \mathcal{R}_2 e \mathcal{R}_3 são as relutâncias devido ao caminho percorrido pelo ar e \mathcal{F} é a força magnetomotriz.

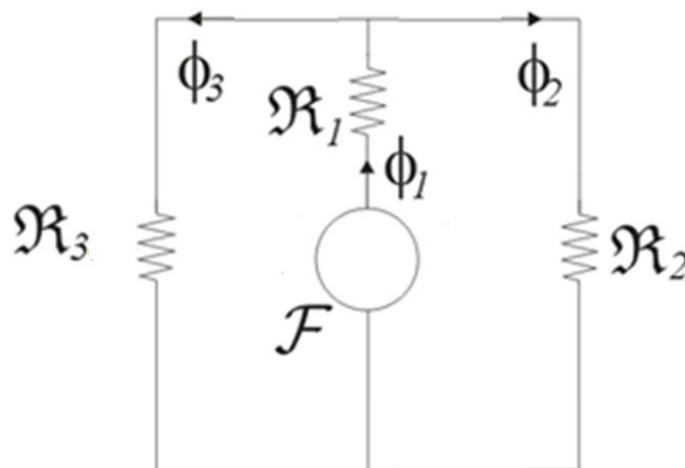


Figura 16: Circuito magnético equivalente do indutor

Como o fator de empilhamento é 65,34 % a relutância \mathfrak{R}_1 pode ser apresentada em função de dois termos, um relacionado ao material ferromagnético denominada de \mathfrak{R}_r e o outro termo relacionado ao ar, denominado de \mathfrak{R}_{ar} . Usando este artifício e que $\mathfrak{R}_{2eq} = \mathfrak{R}_2 // \mathfrak{R}_3$, simplifica-se o circuito magnético para uma malha apenas (ver figura 17).

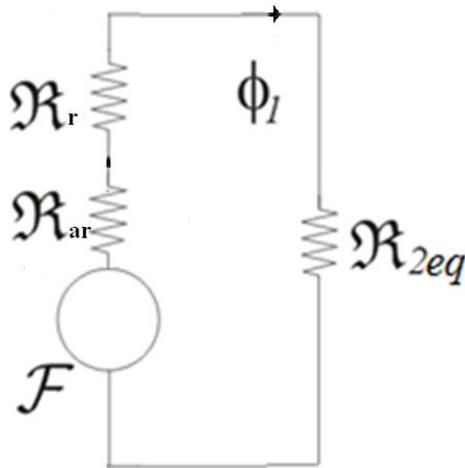


Figura 17: Circuito simplificado

Aplicando a Lei das Malhas de Kirchoff, tem-se:

$$\left(\mathfrak{R}_r + \mathfrak{R}_{ar} + \mathfrak{R}_{2eq} \right) \phi = \mathfrak{F} \quad (21)$$

$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\left(\mathfrak{R}_r + \mathfrak{R}_{ar} + \mathfrak{R}_{2eq} \right)} \quad (22)$$

Como a permeabilidade relativa do ferro-silício varia em torno de 1500 a 2000 [5] a relutância do ferro-silício é muito pequena, desta forma a equação (22) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\left(\mathfrak{R}_{ar} + \mathfrak{R}_{2eq} \right)} \quad (23)$$

Como se pode perceber os fluxos não depende da permeabilidade relativa do ferro-silício (μ_r). Isto faz com que o ferro-silício não sature e por conseqüência mantenha o fluxo constante em relação à corrente. Isto ocorre porque o fluxo do indutor simétrico ao eixo vertical tenha 2/3 do seu caminho percorrido pelo ar.

Pela equação (5) pode-se escrever a indutância como sendo:

$$L = \frac{N\phi}{i} \quad (24)$$

Ou seja, como a indutância é diretamente proporcional ao fluxo, ela também passa a ser linear em relação à corrente.

5. Resultados Obtidos

Para mostrar que a indutância é linear foram desenvolvidos dois experimentos, o primeiro é feito em *cc*, onde define-se a resistência (R) do indutor, e o segundo em *ca*, onde define-se a impedância (Z). Com essas duas informações é possível calcular a indutância do indutor.

5.1. Definição da Resistência (Circuito *cc*)

O circuito para o experimento em *cc* é bastante simples, utiliza-se apenas uma fonte de corrente e o indutor (ver figura 18).

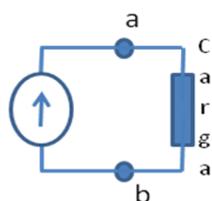


Figura 18: Circuito para experimento em *cc*

Após montar o circuito varia-se a corrente e a tensão, e usando a lei de Ohm define-se a resistência (R) do indutor. O experimento é feito tanto para o Indutor_01 quanto para o Indutor_02. Os resultados estão apresentados pelas tabelas 2 e 3.

Tabela 2: Definição da resistência do Indutor_01

Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência (Ω)
0,189	0,99	0,1909
0,258	1,37	0,1883
0,431	2,30	0,1874
0,644	3,45	0,1867
0,848	4,55	0,1864
1,032	5,53	0,1866
1,202	6,45	0,1864
1,432	7,68	0,1865
1,652	8,86	0,1865
1,757	9,42	0,1865
	Resistência Média	0,1872

Tabela 3: Definição da resistência do Indutor_02

Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência (Ω)
0,313	0,84	0,3726
0,693	1,87	0,3706
0,911	2,46	0,3703
1,270	3,44	0,3692
1,652	4,47	0,3696
2,135	5,79	0,3687
2,404	6,51	0,3693
2,739	7,41	0,3696
3,111	8,41	0,3699
3,455	9,33	0,3773
	Resistência Média	0,3707

5.2. Definição da Impedância (Circuito ca)

Para o segundo experimento utiliza-se um variômetro (com corrente máxima de 10 A) um voltímetro e um amperímetro, esses dois últimos são usados para fazer as devidas leituras de tensão e corrente. A figura 19 ilustra o circuito a ser montado.

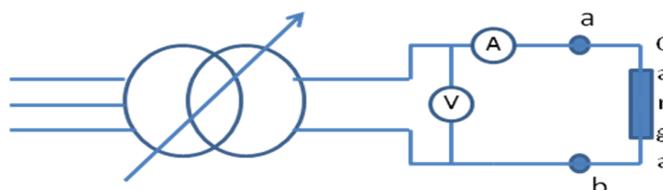


Figura 19: Circuito para experimento em ca

Da mesma maneira que foi feita no circuito *cc*, varia-se a corrente e tensão tanto para o circuito com o Indutor_01 quanto para o Indutor_02, a fim de se obter a impedância (Z) do indutor. Os resultados estão apresentados pelas tabelas 4 e 5.

Tabela 4: Definição da Impedância do Indutor_01

Tensão (V)	Corrente (A)	Impedância (Ω)
0,752	0,99	0,7596
1,041	1,37	0,7599
1,754	2,30	0,7626
2,622	3,45	0,7600
3,442	4,55	0,7565
4,170	5,53	0,7541
4,870	6,45	0,7550
5,780	7,68	0,7526
6,660	8,86	0,7517
7,090	9,42	0,7527

Tabela 5: Definição da Impedância do Indutor_02

Tensão (V)	Corrente (A)	Impedância (Ω)
2,193	0,84	2,6107
4,873	1,87	2,6059
6,386	2,46	2,5959
8,920	3,44	2,5930
11,550	4,47	2,5839
14,920	5,79	2,5769
16,720	6,51	2,5684
19,050	7,41	2,5709
21,570	8,41	2,5648
23,920	9,33	2,5638

5.3. Definição da Indutância

A relação da resistência, indutância e impedância do indutor é dada por:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (25)$$

Onde, $X_L = \omega L$ que é a reatância indutiva e ω é a frequência angular da fonte. Sendo assim, a indutância é definida pela equação (26).

$$L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}} \quad (26)$$

Usando os dados da resistência e da impedância obtidos nos itens 5.2. e 5.3. calcula-se a indutância em função da corrente que circula no indutor. As indutâncias estão apresentadas nas tabelas 6 e 7.

Tabela 6: Indutância do Indutor_01

Resistência (Ω)	Impedância (Ω)	Indutância (mH)
0,1909	0,7596	1,9502
0,1883	0,7599	1,9527
0,1874	0,7626	1,9609
0,1867	0,7600	1,9542
0,1864	0,7565	1,9448
0,1866	0,7541	1,9380
0,1864	0,7550	1,9408
0,1865	0,7526	1,9341
0,1865	0,7517	1,9316
0,1865	0,7527	1,9342
	Indutância Média	1,9442

Tabela 7: Indutância do Indutor_02

Resistência (Ω)	Impedância (Ω)	Indutância (mH)
0,3726	2,6107	6,8542
0,3706	2,6059	6,8421
0,3703	2,5959	6,8155
0,3692	2,5930	6,8081
0,3696	2,5839	6,7835
0,3687	2,5769	6,7650
0,3693	2,5684	6,7420
0,3696	2,5709	6,7485
0,3699	2,5648	6,7322
0,3773	2,5638	6,7293
	Impedância Média	6,7820

As figuras 20 e 21 ilustram as curvas que especificam as indutâncias do Indutor_01 e do Indutor_02 respectivamente como função da corrente. Como se pode perceber a variação das indutâncias em detrimento da corrente é de 1,5% para o Indutor_01 e de 1,82% para o Indutor_02. Ou seja, o indutor construído possui uma característica linear para uma alta variação de corrente como visto na seção 4.4.

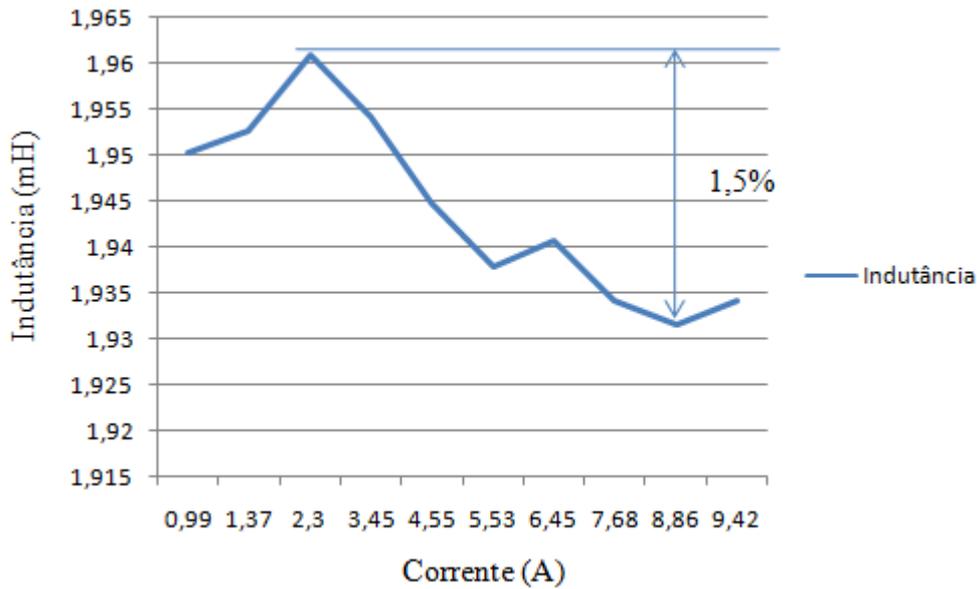


Figura 20: Indutância versus Corrente (Indutor_01)

Figura 21:

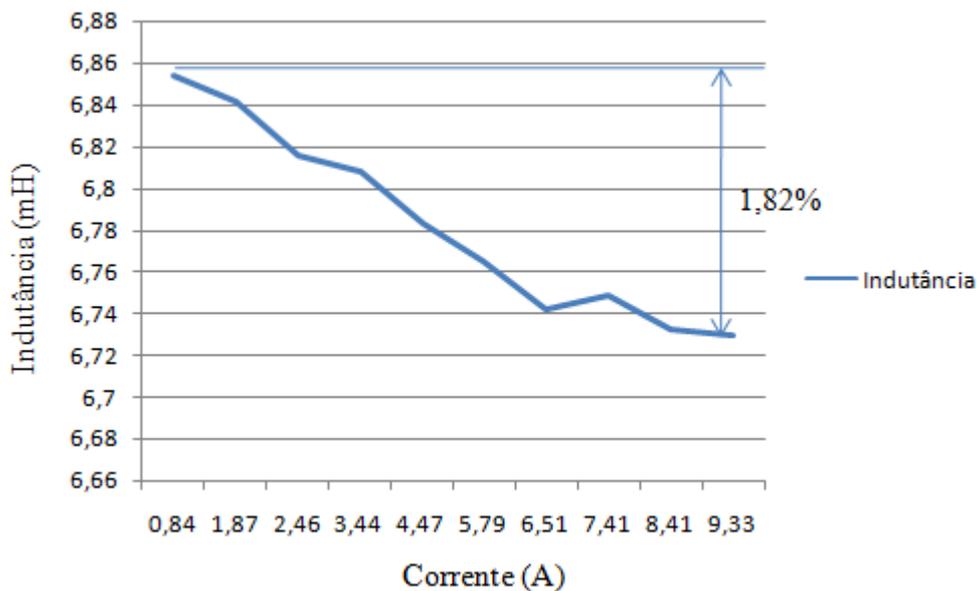


Figura 22: Indutância versus Corrente (Indutor_02)

6. Conclusão

O trabalho de conclusão de curso foi uma oportunidade que o aluno teve de colocar em prática alguns dos conhecimentos adquiridos durante o curso de graduação de engenharia elétrica.

Este trabalho também permitiu constatar que os indutores simétricos possuem indutâncias lineares. E essa característica linear da indutância permite que o indutor atue numa grande variação de corrente.

7. Bibliografia

- ✚ [1] Fitzgerald, A. E. Máquinas elétricas; A. E. FitzGerald, Charles Kingsley Jr., Alexander Kusko; tradução Josafá A. Neves.- Rio de Janeiro : McGraw-hill do Brasil, 1975
- ✚ [2] Del Toro, V. Fundamentos de máquinas elétricas; tradução Onofre de Andrade Martins. Rio de Janeiro : Prentice-Hall do Brasil, 1994.
- ✚ [3] Luciano, B. A. Fundamentos de Circuitos Magnéticos e Transformadores, REECCT – 1999 Edição do Autor. Campina Grande/PB.
- ✚ [4] Experimento 4 – Indutores e Circuitos RL com Onda Quadrada, obtida pelo site omnis.if.ufrj.br/~fisexp3/Roteiro/Aula4.pdf (acessado em fevereiro 2010)
- ✚ [5] ELETROTÉCNICA, Circuitos RC e RL séries, obtida pelo site <http://www.dsee.fee.unicamp.br/~sato/ET016/T2.pdf>