



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE  
UNIDADE ACADÊMICA DE EDUCAÇÃO  
LICENCIATURA EM FÍSICA

**CONTRIBUIÇÕES DE MAXWELL PARA O ELETROMAGNETISMO**

Adriano dos Santos Oliveira

Cuité - PB

- 2015 -

Adriano dos Santos Oliveira

## CONTRIBUIÇÕES DE MAXWELL PARA O ELETROMAGNETISMO

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Física, da Unidade Acadêmica de Educação, do Centro de Educação e Saúde, da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito de obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Orientador: Prof. Dr. Fábio Ferreira de Medeiros

Cuité - PB

- 2015 -



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCCG

O48c Oliveira, Adriano dos Santos.  
Contribuições de Maxwell para o eletromagnetismo / Adriano dos Santos  
Oliveira. – Cuité, 2015.  
77 p. : il. color.

Monografia (Licenciatura Plena em Física) – Universidade Federal de Campina  
Grande, Centro de Educação e Saúde, 2014.

"Orientação: Prof. Dr. Fábio Ferreira de Medeiros.

Referências.

1. Eletromagnetismo. 2. James Clerk Maxwell. 3. Ondas. I. Medeiros, Fábio  
Ferreira de. II. Título.

CDU 537.8(043)

Adriano dos Santos Oliveira

## CONTRIBUIÇÕES DE MAXWELL PARA O ELETROMAGNETISMO

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Física, da Unidade Acadêmica de Educação, do Centro de Educação e Saúde, da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito de obtenção do título de Graduado em Licenciatura em Física.

Aprovada em 20 de Março de 2015.

BANCA EXAMINADORA:



**Prof. Dr. Fábio Ferreira de Medeiros**

(Presidente - UFCG/CES/UAE)



**Prof. Dr. Joseclésio Dutra Dantas**

(Membro - UFCG/CES/UAE)



**Prof. Dr. Jair Stefanini Pereira de Ataíde**

(Membro - UFCG/CES/UAE)

*"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como a oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade a qual seu trabalho pertencer ."*

*(Albert Einstein)*

*Dedico esse trabalho a minha família, dos quais cito meu pai Zé Flor, minha mãe Zefa que sempre me apoiaram nessa caminhada.*

# Agradecimentos

A Deus por ser meu guia e nunca me abandonar.

Aos meus Pais que sempre me apoiaram de maneira incondicional.

A minha namorada Renata Medeiros que estar sempre ao meu lado, ajudando a superar os momentos difíceis.

Ao meu orientador Fábio Medeiros que sempre me apoiou na realização deste trabalho.

Aos professores que fizeram parte da minha formação acadêmica.

A Acácio Melo amigo desde sempre ao meu lado, dando força pra continuar.

A professora Letícia Giesta, sempre presente além da universidade.

Aos amigos da Residência, Joelson, Robson, Suênia, Karlinhos, Victor, Francinildo, Kauan, Bob e Roberto.

A Clodoaldo Melo que desde de cedo me incentivou aos estudos de Ciências.

A todos que vivenciaram esta etapa tão importante para minha vida.

# Resumo

O Eletromagnetismo é uma área da Física que mais rendeu frutos para a Ciência, sendo crucial para o avanço moderno, proporcionando a humanidade sair da escuridão e criar novas tecnologias. Surgiu em decorrência da observação de fenômenos naturais do magnetismo e da eletrização e foi evoluindo gradativamente. Este trabalho faz um estudo histórico do Eletromagnetismo, colocando o físico escocês James Clerk Maxwell como personagem principal para a consolidação do Eletromagnetismo. Em particular, analisando o antes e o depois de Maxwell. Veremos os primeiros passos da Eletricidade, do Magnetismo e da Óptica, e também uma breve biografia de Maxwell e suas contribuições para a descoberta das ondas eletromagnéticas e a unificação da luz com o Eletromagnetismo.

Palavras-Chave: Eletromagnetismo. James Clerk Maxwell. Ondas eletromagnéticas.



# Abstract

The Electromagnetism is an area of physics that more paid off for Science, being crucial for the modern advancement, providing humanity out of the darkness and create new technologies. It arose due to the observation of natural phenomena of magnetism and electricity and it was being studied gradually. This work makes a historical study of Electromagnetism, putting the Scottish physicist James Clerk Maxwell as main personage for the consolidation of Electromagnetism in particular. Reviewing this part of physics before and after Maxwell. We will see the first steps of Electricity, Magnetism and Óptics, will also be present in this paper a brief biography of Maxwell and his deeds that would come the discovery of electromagnetic waves and the unification of light with electromagnetism.

Keywords: Electromagnetism. James Clerk Maxwell. Electromagnetic waves.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Evolução do Eletromagnetismo até Maxwell</b>	<b>12</b>
2.1	Eletricidade . . . . .	12
2.2	Magnetismo . . . . .	20
2.3	Galvanismo . . . . .	21
2.4	Óptica . . . . .	30
<b>3</b>	<b>As contribuições de Maxwell para o eletromagnetismo</b>	<b>35</b>
3.1	Introdução . . . . .	35
3.2	Uma breve biografia de Maxwell . . . . .	35
3.3	As equações de Maxwell . . . . .	43
3.3.1	Lei de Gauss para eletrostática . . . . .	43
3.3.2	Lei de Gauss para magnetostática . . . . .	47
3.3.3	Lei de Ampère . . . . .	49
3.3.4	Lei de indução de Faraday . . . . .	53
3.3.5	Lei de Ampère-Maxwell . . . . .	55
3.3.6	Luz e eletromagnetismo . . . . .	59
<b>4</b>	<b>Avanços pós-Maxwell</b>	<b>63</b>
4.1	Introdução . . . . .	63
4.2	O experimento de Hertz . . . . .	64
4.3	O éter . . . . .	65
4.4	O experimento de Michelson-Morley . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>71</b>

# Lista de Figuras

2.1	<i>Girolamo Cardano(1501-1576).</i> Fonte: página do Forbidden Histories. . . .	13
2.2	<i>William Gilbert(1544-1603).</i> Fonte: página do The Simple Phisicist. . . .	13
2.3	<i>Otto Von Guericke(1602-1686), gravura por C. Galle, 1649, após um retrato por Anselmus Von Hulle.</i> . . . . .	15
2.4	<i>Gerador eletrostático idealizado por Otto Von Guericke.</i> Fonte: página do History of Electrostatic Generators. . . . .	15
2.5	<i>A máquina de Hauksbee.</i> Fonte: página do Alchetron. . . . .	16
2.6	<i>Experiência de Stephen Gray demonstrando que a eletricidade fluia pelo garoto.</i> Fonte: adaptado de [BOSS, 2010]. . . . .	17
2.7	<i>Garrafa de Leyden.</i> Fonte: adaptado de [ASSIS, 2011]. . . . .	18
2.8	<i>Benjamim Franklin (1706 -1790).</i> Fonte: página do The Simple Phisicist. .	19
2.9	<i>Luiqi Galvani(1737-1798).</i> Fonte: página do The Simple Phisicist. . . . .	22
2.10	<i>Representação da bancada onde estava sendo feita a aula.</i> Fonte: página do gettyimages. . . . .	22
2.11	<i>Rãs suspensas numa grade de ferro.</i> Fonte: página do Nova Acta. . . . .	23
2.12	<i>Alessandro Volta(1745-1827).</i> Fonte: adaptado de [GALLI, 2003]. . . . .	23
2.13	<i>Esquematização da pilha de Volta.</i> Fonte: página do Ciências Físico-Química. . . . .	24
2.14	<i>Hans Christian Oersted(1777- 1851).</i> Fonte: página do Magcraft. . . . .	25
2.15	<i>André Marie Ampère(1775-1836).</i> Fonte: página do Explicatorium. . . . .	27
2.16	<i>Retrato de Michael Faraday(1791-1867), pintado por Alexander Blaikley, fonte: Royal Society.</i> . . . . .	28
2.17	<i>O dínamo era um disco de cobre que girava entre um imã em envergadura. Faraday na época não sabia, mas enquanto o disco gira, os elétrons em movimento são levados para a extremidade do disco deixando o centro do disco com carga positiva.</i> Fonte: adaptado de [BALDINATO, 2008]. . . . .	29

2.18	<i>Dependendo do ângulos de incidência e da superfície pode ocorrer refração, reflexão e a reflexão total. a) A refração ocorre quando o raio incidente muda de meio de propagação, que apresenta densidade óptica diferente, ocorrendo a mudança de velocidade e direção do raio refratado. b) A refração está ocorrendo do meio mais refringente para um meio menos refringente, afastando-se da reta normal à superfície; dependendo do ângulo de incidência não teremos mais refração, esse ângulo é chamado de ângulo crítico. c) Na reflexão, o raio incidente toca na superfície e é refletido com o mesmo ângulo em relação a reta normal à superfície, não havendo passagem do raio para o meio <math>n_2</math>, dizemos que a reflexão foi total.</i> . . . . .	31
2.19	<i>Christian Huygens (1629-1695).</i> Fonte: adaptado de [PIRES, 2011]. . . . .	32
2.20	<i>Thomas Young(1773-1829).</i> Fonte: adaptado de [PIRES, 2011]. . . . .	33
2.21	<i>Esquema do experimento de fenda dupla, a primeira fenda é colocada para se obter um raio de luz coerente, atualmente os experimentos de interferência utilizam o Laser que descarta o uso da primeira fenda.</i> Fonte: página do Só Física . . . . .	34
3.1	<i>Trinity College.</i> Fonte: página do wikimedia commons. . . . .	37
3.2	<i>Maxwell e Mary Katherine Dewar em 1869.</i> Fonte: página do biografias e curiosidades. . . . .	39
3.3	<i>Diagrama de Maxwell do modelo de vórtices.</i> Fonte: adaptada de: [DARRIGOL, 2000].	39
3.4	<i>Laboratório de Cavendish, Universidade de Cambridge.</i> Fonte: página do Kings collections. . . . .	42
3.5	<i>Representação geométricas a)representação vetorial, b) representação em linhas de força.</i> Fonte: adaptada da página Aprendendo Física. . . . .	45
3.6	<i>Representação geométrica de uma superfície S na extremidade de uma mangueira.</i> . . . . .	45
3.7	<i>Limalhas de ferro próximas de um ímã, podemos perceber o alinhamento da limalha com o campo magnético do ímã.</i> Fonte: adaptada de [MOURA, 2010].	48
3.8	<i>Um ímã quando partido, sempre dará origem a outros dois ímãs.</i> Fonte: página do Educação.Física. . . . .	48

3.9	<i>a) Campo magnético circulando em torno do fio devido a uma corrente. b) Regra da mão direita: polegar na direção da corrente ao fechar a mão os outros dedos indicam o sentido do campo magnético. Fonte: página do Uol educação. . . . .</i>	50
3.10	<i>Representação de uma corrente na direção de <math>\hat{z}</math>, saindo do papel. Fonte adaptada de : [MACHADO, 2007a] . . . . .</i>	51
3.11	<i>Circuito do capacitor com curva ampereana <math>C</math>, de superfícies diferentes, Fonte: adaptada de [MACHADO, 2007b]. . . . .</i>	56
4.1	<i>Circuito de Hertz para gerar ondas eletromagnéticas. Fonte : página do eFísica. . . . .</i>	64
4.2	<i>O raio de luz quando separado pelo espelho semi-refletor segue dois caminhos, um na direção do espelho <math>E_1</math> com velocidade <math>c + v</math> (na ida) e <math>c - v</math> (na volta). O outro segue perpendicularmente na direção do espelho <math>E_2</math> com velocidade <math>\sqrt{c^2 + v^2}</math> (ida e volta). Fonte : página do MSPC. . . . .</i>	67

# Capítulo 1

## Introdução

O eletromagnetismo é uma das quatro forças fundamentais da natureza e a única que o homem domina. Graças a esta força, a humanidade usufruiu dos avanços tecnológicos que temos hoje, porém algumas pessoas não têm conhecimento como esses avanços aconteceram, e num simples ato de ligar o interruptor e acender a lâmpada, não imaginam como foi difícil chegar a esse ponto.

A Física é uma Ciência da natureza que sempre esteve sujeita a modificações e foi assim que o eletromagnetismo evoluiu, decorrente de muitos estudos e das pessoas que se debruçaram sobre o tema. O Eletromagnetismo é formado por três ramos: eletricidade, magnetismo e óptica, onde até o Séc. XVIII eram vistas como áreas distintas. Na passagem do Séc. XVIII para o Séc. XIX surgiu o galvanismo que culminou com a criação da eletricidade contínua com a invenção da pilha voltaica. Esta descoberta é um marco na evolução do Eletromagnetismo, e proporcionou vários experimentos. Um desses experimentos, utilizando eletricidade contínua e uma bússola, provou-se que a eletricidade e o magnetismo interagem entre si.

No Séc. XIX a única parte da Física que teve grandes avanços foi o Eletromagnetismo, com as contribuições de vários físicos como Oersted, Ampère, Thomson e Faraday que abriram o caminho para James Clerk Maxwell, personagem principal deste trabalho.

Antes de Maxwell, os estudos sobre Eletromagnetismo estavam soltos, Maxwell sintetizou as leis sobre Eletromagnetismo e interpretou os estudos de Faraday para uma linguagem matemática. Com seu requinte matemático e intuição, fez um acréscimo na lei de Ampère que permitiu a ele encontrar uma equação de onda e posteriormente englobar a luz como parte do eletromagnetismo. Para mostrar a grande importância de sua obra, a Teoria Eletromagnética de Maxwell proporcionou a elaboração da Teoria da Relatividade

Especial consolidada por Albert Einstein.

No segundo capítulo faremos uma breve explanação da evolução do Eletromagnetismo até Maxwell, falando separadamente da Eletricidade, do Magnetismo e da Óptica, mostrando os personagens históricos e suas contribuições para cada tema.

No terceiro capítulo será apresentada uma pequena biografia de Maxwell, sua infância em Glenlair, sua formação superior em Cambridge, os artigos “*Sobre as Linhas de forças de Faraday*”, “*A Física das linhas de força*” e a “*Teoria Dinâmica do Campo eletromagnética*” e o seu livro “*Tratado sobre eletricidade e magnetismo*”, apresentaremos também as quatro equações que levam seu nome, na forma integral e diferencial, e a unificação da luz com o eletromagnetismo.

No último capítulo mostraremos as consequências das contribuições de Maxwell, a comprovação da sua teoria com o experimento de Hertz e a procura do meio de propagação das ondas eletromagnéticas com o experimento de Michelson-Morley. Terminando com a tentativa de salvar a teoria do éter, criando a teoria da Relatividade Especial.

## Capítulo 2

# Evolução do Eletromagnetismo até Maxwell

### 2.1 Eletricidade

As primeiras constatações de fenômenos elétricos teriam sido realizadas pelo filósofo Tales de Mileto<sup>1</sup> no Séc. VI a.C, quando atritou o âmbar com pele de carneiro. Tales percebeu que o âmbar atraía pequenos pedaços de palha e penas, porém não deu tanta importância ao fenômeno, atribuindo-lhe as mesmas características da magnetita<sup>2</sup> [CAVALCANTE, 2012].

A Grécia foi o berço do conhecimento, lugar onde os filósofos tinham grande prestígio por serem sábios, mas também das primeiras evidências do surgimento da eletricidade. As próximas contribuições, houve uma pausa de mais de 1000 anos, fator que pode ser explicado em parte pela invasão do Império Romano do Ocidente, de Rômulo Augusto<sup>3</sup>, em 476, dando início a Idade Média, que acabou com a tomada de Constantinopla pelos turcos, pondo fim ao Império Bizantino em 1453. Antes disso, o Cristianismo se expandiu fortemente, dando um grande poder aos Papas, que mantiveram a escolástica, fazendo que todo conhecimento se ligasse ao divino. Talvez por isso que a ciência ficou presa sem poder desafiar os dogmas católicos [CRUZ, 1985]. No entanto outras áreas se difundiram bastante como a Arquitetura e a Filosofia. Mas o conhecimento grego não se perdeu, graças aos Árabes. Bons astrônomos e criadores da álgebra, se apropriaram das ideias gregas e as

---

<sup>1</sup>Tales de Mileto- Filósofo grego, nasceu por volta de 623 a.C em Mileto e viveu até aproximadamente 546 a.C. Fundador da escola Jônica, acreditava que tudo que existia provinha de um único elemento, a água.

<sup>2</sup>Óxido de ferro, fórmula química  $Fe_3O_4$ , é um mineral magnético, tem esse nome devido ser encontrada em grande abundância na Magnésia, região da Grécia.

<sup>3</sup>Rômulo Augusto foi Imperador de Roma em 475, quando tinha 17 anos de idade, o Império Romano do Ocidente estava enfraquecido e após sucessivas invasões o império foi tomado pelos bárbaros, dando início ao Império Bizantino, Rômulo é considerado pelos historiadores como o último Imperador Romano.



aperfeiçoaram. Mas os estudos sobre a Eletricidade só voltariam a surgir no século XVI, início do Renascimento, resgatando os costumes e as ideias grega-romanas, a exemplo do italiano Girolamo Cardano<sup>4</sup>(1501-1576), Figura (2.1)<sup>5</sup>, que investigou os fenômenos elétricos e magnéticos e foi pioneiro em diferenciar os dois, observando que o âmbar atraía objetos leves de qualquer natureza e o ímã atraía apenas o ferro [ROCHA, 2002].



Figura 2.1: *Girolamo Cardano*(1501-1576).Fonte: página do Forbidden Histories.

No século XVII os estudos sobre a eletricidade começariam a ser investigados pelo método científico de William Gilbert (1544-1603), Figura (2.2)<sup>6</sup>, que estudou Medicina



Figura 2.2: *William Gilbert*(1544-1603). Fonte: página do The Simple Phisicist.

na Universidade de Cambridge e tornou-se médico da rainha Elizabeth I, mas foi com seus estudos sobre eletricidade e magnetismo que Gilbert ficou conhecido. Publicou vários livros sobre o tema, e o seu livro mais importante foi o *De magnete*, em 1600, que

<sup>4</sup>Um matemático italiano que fez estudos em diversas áreas como Medicina, Matemática, Física, Religião e Música.

<sup>5</sup>Disponível em < <http://www.forbiddenhistories.com/?p=829> > Acesso em Dez.2014.

<sup>6</sup>Disponível em < [http://thesimplephysicist.com/?page\\_id=1250](http://thesimplephysicist.com/?page_id=1250) > Acesso em Dez.2014.

resumia seus estudos de 20 anos e continha todo o conhecimento até então sobre o tema [ROCHA, 2002]. Descobriu que outros objetos adquiriam as características do âmbar ao serem atritados, por exemplo, o vidro e o diamante. Chamou de Elétricos os matérias que se comportavam como âmbar, devido o âmbar em grego ser chamado de *electron* e de não elétricos os que não se comportavam como tal. Gilbert acreditava que quando um objeto era atritado se retirava o humor e um *effluvium* emanava do objeto. Segundo [CHERMAN, 2005]“Se trocarmos a palavra humor por cargas e *effluvium* por campo, percebemos que Gilbert estava no caminho certo” .

Com a divulgação dos trabalhos de Gilbert, *De Magnete* ficou conhecido por toda a Europa, e no ano de 1602, Niccolò Cabeo(1586 – 1650), um jesuíta italiano se interessou sobre o tema e começou a se aprofundar na área, pois estava curioso sobre o movimento da Terra. E graças ao seus estudos acabou descobrindo a repulsão elétrica, algo que havia passado despercebido por Gilbert. Niccolò percebeu que ao tocar um corpo eletrizado em corpos neutros, ele se repelem mutuamente, porém ele não soube explicar corretamente tal fenômeno, dizendo que era de natureza mecânica [BASSÁLO, 2007]. Quem acabou explicando corretamente como se dava a repulsão elétrica foi Thomas Brawne<sup>7</sup> 44 anos depois [PIRES, 2011].

Uma das invenções mais importante para o desenvolvimento da eletricidade foi a construção do gerador eletrostático. Na história, tem-se duas versões de quem realmente inventou o gerador, a primeira invenção foi atribuída a Otto Von Guericke<sup>8</sup>(1602-1686), Figura (2.3), que idealizou uma esfera de enxofre que girava com o auxílio de uma manivela, ao ser parada com a mão, a esfera ficava eletrizada, Figura (2.4)<sup>9</sup>. Guericke, na verdade, estava estudando a rotação da Terra. Por isso, a quem atribua a verdadeira invenção do gerador eletrostático ao físico experimental Francis Hauksbee<sup>10</sup>(1602-1713),

<sup>7</sup>Thomas Brawne(1633-1682), inglês, se formou em Medicina na Universidade de Oxford e atuou em vários ramos do conhecimento como Ciências, Religião e Esoterismo.

<sup>8</sup>Otto Von Guericke, físico alemão, estudou Matemática e Direito na Univerdidade de Leiden, se contrapôs as ideias de Aristóteles que dizia que a natureza teria *horror* ao vácuo, o eliminando rapidamente. Com isso, Guericke construiu uma bomba de sucção de ar que conseguia evacuar cilindros de vidro, demonstrando que poderia apagar velas nesses cilindros e que o som de um sino não se propagava no interior do mesmo, comprovando a ausência de ar.Certa vez, fez uma exibição em Magdeburgo, sua cidade natal, com hemisférios de ferro que ao conectá-los e fazer o vácuo, não conseguiam descolar nem com o auxílio de cavalos, puxando em direções opostas.

<sup>9</sup>Disponível em < [http : //www.hp - gramatke.net/history/english/page4000.htm](http://www.hp-gramatke.net/history/english/page4000.htm) >Acesso em Dez.2014.

<sup>10</sup>Francis Hauksbee foi um físico inglês que se interessava pela eletricidade, fazendo várias máquinas elétricas. Foi nomeado experimentalista da *Royal Society* pelo então presidente da sociedade Sir Isaac Newton, onde se dedicou a fazer vários experimentos ajudando Isaac Newton em seus estudos.



Figura 2.3: *Otto Von Guericke*(1602-1686), gravura por *C. Galle*, 1649, após um retrato por *Anselmus Von Hulle*.

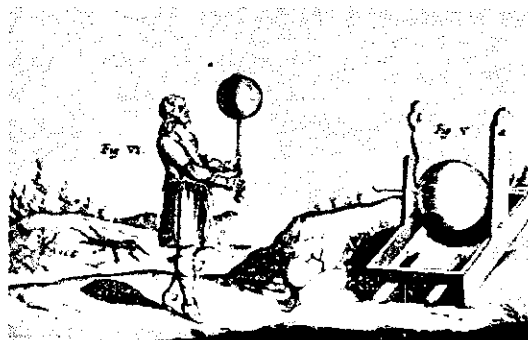


Figura 2.4: *Gerador eletrostático idealizado por Otto Von Guericke*. Fonte: página do *History of Electrostatic Generators*.

que utilizou uma esfera de vidro evacuada, Figura (2.5)<sup>11</sup>, que ao ser girada com o auxílio de uma manivela e ao aproximar a mão, uma faísca fantasmagórica surgia dançando no contorno da sua mão, não sabia ele que estava dando um grande passo para a revolução elétrica [GALLI, 2003]. Graças a essas invenções, os eletricitistas, pessoas que se interessavam pela eletricidade, que eram mágicos e ilusionistas, foram aperfeiçoando os seus experimentos e ganhando dinheiro com apresentações de soltar faíscas e levitar folhas de ouro, como um passe de mágica. Parece um pouco frustrante que algo que viria ser um alicerce do desenvolvimento humano não tivesse notoriedade na comunidade científica. Devido a esta falta de atenção, a eletricidade caminhava a passos lentos.

No início do Séc. XVIII, Stephen Gray<sup>12</sup> (1666-1736), surgiria com importantes

<sup>11</sup>Disponível em < <https://alchetron.com/Francis-Hauksbee> > Acesso em Dez.2014.

<sup>12</sup>Segundo [BOSS, 2010] não há nenhum retrato de Stephen Gray. Ele também tinha dificuldades de



Figura 2.5: A máquina de Hauksbee. Fonte: página do Alchetron.

contribuições para eletricidade. Um físico inglês conhecido por descobrir a condução de eletricidade e a eletrização por indução, atuou no ramo da astronomia, observando eclipses do sol, da lua e dos satélites de Júpiter. Muitas de suas descobertas foram perdidas e até plagiadas devido a sua dificuldade de publicá-las [BOSS, 2010].

Stephen Gray interessou-se por eletricidade ao ler os artigos de Francis Hauksbee publicados no periódico *Philosophical Transaction* de 1704 a 1707. No seu estudos sobre eletricidade Gray utilizava um tubo oco de vidro chamado de *flint-glass*, vidro a base de chumbo, que as extremidades eram tampadas com rolha, que Gray acreditava obter melhor resultado de eletrização. O tubo de vidro tinha 1 metro de comprimento, que era segurado com a mão e com a outra mão atritava uma extremidade do tubo de vidro, este era o seu gerador elétrico [BOSS, 2010].

Nas suas primeiras experiências, atritou o tubo de vidro e soltando uma pena próxima ao tubo, viu que a pena era ligeiramente atraída para a rolha, fato que o deixou curioso, pois havia atritado apenas o tubo e não a rolha. Em outra experiência ligou uma corda ao bastão com a outra extremidade ligada a uma bola de marfim, com um pedaço da mesma corda fez um laço e a suspendeu numa viga com um gancho. A experiência era para investigar se a bola de marfim atrairia lâminas metálicas próximas a ela. Após o atrito do tubo, a bola não conseguiu atrair as lâminas de ferro, Stephen Gray concluiu que nesse caso a virtude elétrica fluía do laço para a viga, não chegando mais a bola [ASSIS, 2011].

Realizou outro experimento, relatada em pinturas, diante de uma grande plateia onde colocou um garoto deitado sobre balanços sustentados por fios de seda e apenas aproximando o bastão de vidro eletrizado dele, seu rosto e suas mãos conseguiam atrair

---

publica seus estudos devido ser amigo de Robert Hooke, não agradando Newton que era o diretor da Royal Society, dificultando suas publicações.

folhas de ouro que estavam colocadas sob o garoto, Figura (2.6), Gray pode interpretar

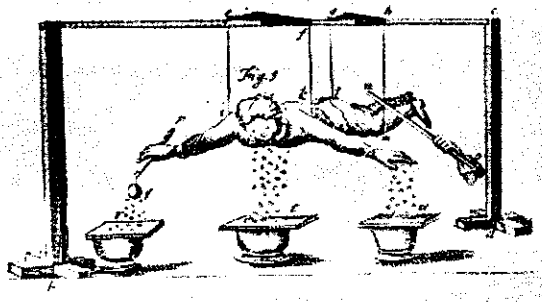


Figura 2.6: *Experiência de Stephen Gray demonstrando que a eletricidade fluia pelo garoto.* Fonte: adaptado de [BOSS, 2010].

esse fenômeno como indução elétrica. Stephen Gray também é responsável por conduzir eletricidade por longas distâncias com uma longa corda suspensa por fios de sedas, com uma extremidade ligada ao tubo de vidro e a outra a bola de marfim. Com a corda muito longa, em certo momento a linha de seda se rompeu por não suportar o peso da corda, no lugar da seda que se rompeu foi colocado um fio de latão, daí em diante a transmissão da virtude elétrica não mais ocorria. Gray descobriu quais materiais conduziam eletricidade e quais não conduziam e chegou a propagar a eletricidade por uma distância de 270 metros[ASSIS, 2011].

Na Europa, assim como na Biblioteca de Alexandria, idealizada por Alexandre e construída pelo Faraó Ptolomeu I no Egito, Séc.III a.C, estava sendo criadas sociedades financiadas pelas monarquias para debater ciência e difundir o conhecimento, como por exemplo a *Royal Society*<sup>13</sup> de Londres, assim tudo que surgia de novo era levado e apresentado perante os membros destas sociedades. Foi assim que o francês Charles Dufay<sup>14</sup>(1698-1739) tomou conhecimento dos trabalhos de Gray e passou a realizar seus próprios experimentos sobre a eletricidade. Dufay percebeu que ao eletrizar duas esferas com bastões de materiais diferentes ocorria a atração e com bastões iguais ocorria a repulsão. Chamou um tipo de eletricidade vítrea, conhecida hoje como positiva e a outra de resinosa, que conhecemos como negativa. Como a eletricidade parecia escoar nos corpos

<sup>13</sup>Royal Society é uma instituição inglesa fundada em 1660, destinada a promover o conhecimento científico, por onde passaram grandes nomes como Robert Hooke e Isaac Newton como diretores da mesma. A sociedade continua na atualidade financiando estudos para seus membros desenvolverem a Ciência.

<sup>14</sup>Charles Dufay foi Capitão do exército francês, diplomata, estudou Química e se tornou membro da *Academia Francesa*; com a máquina eletrostática de Guericke, desenvolveu seus estudos em eletricidade baseado na existência de fluidos elétricos.

condutores e havia um grande apelo pela conexão com a mecânica, surgiu assim o conceito de fluido [BOSS, 2007]. E como tinham dois tipos de eletricidade, difundiram a ideia de ter dois fluidos, que na ausência de um dos fluidos, teríamos os fenômenos de atração ou repulsão e se anulariam em mesmas quantidades, deixando os corpos sem eletricidade.

A eletricidade gerada na máquina de Hauksbee fluía pelo corpo do garoto e rapidamente desaparecia. Com isso, grande foram os esforços para conseguir reter o fluido elétrico por mais tempo. Feito esse foi alcançado em 1745 por Pietr Von Musschenbroek (1692-1761), que utilizando um gerador eletrostático conseguiu armazenar carga numa jarra que recebeu o nome de garrafa de Leyden, Figura (2.7) (cidade onde fora inven-

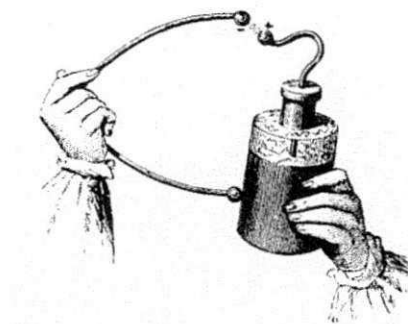


Figura 2.7: *Garrafa de Leyden*. Fonte: adaptado de [ASSIS, 2011].

tada) [CINDRA, 2005]. Foram várias tentativas, porém quando ele conseguiu armazenar o fluido, Musschenbroek levou um grande choque, e nas suas anotações, alertou que outras pessoas tivessem cuidado para não passarem pelo mesmo acontecido. A grande utilidade da garrafa não tinha caráter científico, ela passou a ser utilizada nos bailes da realeza, servindo de atração, liberando faíscas e choques nos convidados.

No século XVIII surgia na Europa o movimento Iluminista<sup>15</sup>, onde as pessoas queriam se desvencilhar das crenças e dos dogmas divinos e passar a usar a razão. A ciência passou a ser tema de grande interesse popular, levando um grande número de pessoas a participarem de palestras científicas. As pessoas estavam interessadas em compreender os fenômenos naturais. Este interesse cultural se espalhou por toda a Europa e atravessou o Atlântico, chegando a América do Norte e alcançando grandes cientistas.

Um destes grandes foi o estadista Benjamim Franklin (1706-1790), Figura (2.8)<sup>16</sup>

<sup>15</sup>Iluminismo foi um movimento intelectual que surgiu com o fim da Idade Média, onde defendia o uso da razão em protesto ao antigo regime que dominava a Europa. Membros da elite intelectual europeia atribuíram a Idade Média o conceito de idade das trevas, onde eles eram contra a economia, política e o poder centralizador da Igreja Católica e defendiam o conhecimento crítico para melhorar a sociedade.

<sup>16</sup>Disponível em < [http://thesimplephysicist.com/?page\\_id=1250](http://thesimplephysicist.com/?page_id=1250) > Acesso em Dez.2014.

que era um ferrenho defensor da independência dos Estados Unidos dos colonizadores ingleses. Franklin viria a ser o primeiro ícone da ciência americana, pois deu grandes contribuições para o avanço da eletricidade. Após ter conhecimento da garrafa de Leyden,

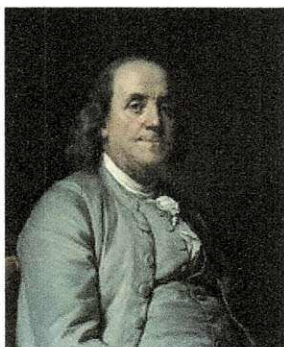


Figura 2.8: *Benjamim Franklin (1706 -1790)*. Fonte: página do The Simple Phisicist.

Franklin fez diversas análises sobre as teorias dos fluidos elétricos, e se contrapondo sugeriu a teoria do fluido único que existiria em todos os corpos; assim os corpos que tivessem excesso deste fluido teria eletricidade positiva e a falta deste fluido teria eletricidade negativa [SILVA, 2008]. Podemos perceber uma analogia com saldo e débito bancário feita por Franklin devido ele ter vínculos com contabilidades bancárias. Mas quando falamos em Benjamim Franklin logo lembramos da cena inusitada retratada nos livros, onde o mesmo aparece empinando uma pipa que tem uma chave presa a linha e segurando uma garrafa de Leyden em meio a uma tempestade, pois Franklin queria comprovar se a natureza do raio era elétrica. Não há relatos que ele teria realmente feito esta perigosa experiência, Franklin teria idealizado outra experiência mais segura que foi realizada pelos seus seguidores franceses Conde de Buffon<sup>17</sup>(1707-1788) e Thomas François Dallibar<sup>18</sup>(1703-1779) em Marly(cidadezinha das redondezas da França). Em maio de 1752 conseguiram capturar um raio, utilizando um vergalhão de 12 metros de comprimento sustentado por um tripé de madeira e a ponta do vergalhão foi colocada dentro de uma garrafa de vinho vazia, que iria funcionar como uma garrafa de Leyden [ESCOLA, 2011]. Quando um dos assistentes foi pegar a garrafa, uma faísca saltou do ferro e queimou a sua mão, tinham assim comprovado que o raio era da mesma natureza elétrica criada pelo homem. Esta

<sup>17</sup>George Louis Leclerc(Conde de Buffon) grande biólogo naturalista francês que influenciou as ideias naturalistas de Lamarc e Darwin, filósofo, filho de uma família rica, estudou Direito, Física e Matemática. Devido sua notoriedade intelectual e política, o Rei da França, Luis XV, nomeou-o Conde de Buffon.

<sup>18</sup>Thomas François Dallibar foi o primeiro naturalista francês, tornou-se amigo de Franklin em uma de suas viagens a França e ajudou o Conde de Buffon a realizar a experiência de capturar raios, idealizada por Franklin.

experiência foi realizada várias vezes e também na presença do Rei da França que se interessou bastante pela tal descoberta, levando a conhecimento da sociedade francesa os trabalhos de Franklin, o deixando famoso primeiro na Europa antes mesmo de sua cidade natal.

Os estudos sobre a eletricidade até Benjamin Franklin eram de caráter qualitativo e não havia nenhuma lei ou equação que quantificasse a eletricidade. Mas no ano de 1767, Benjamin Franklin enviou as anotações dos seus trabalhos para o inglês Joseph Priestley<sup>19</sup>(1733-1804) que era um grande conhecedor da mecânica newtoniana. Um fato nos trabalhos de Franklin chamou a atenção de Priestley que constatou que no interior de um condutor não haveria presença de cargas, do mesmo modo que a gravidade no interior de uma massa em forma de casca esférica também é nula, então Priestley sugeriu que a eletricidade era uma força que caíria com inverso do quadrado da distância assim como a força gravitacional. A força elétrica seria encontrada experimentalmente em 1785 pelo físico francês Charles Coulomb<sup>20</sup>(1736-1806), utilizando uma balança de torção. Coulomb foi homenageado tendo seu nome como unidade de carga elétrica. A eletricidade surgiu da experiência, evoluindo a cada observação, Coulomb deu um caráter quantitativo a eletrostática, encontrando uma força que dependia do produto das cargas, do inverso do quadrado da distância entre elas e dos sinais das cargas, onde esta força é conhecida como a lei de Coulomb, dada por:

$$\vec{F}_e(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2} \hat{r}, \quad (2.1)$$

onde  $\epsilon_0$  é uma constante, a permissividade do vácuo, pelo sistema internacional de medida seu valor é:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \quad (2.2)$$

## 2.2 Magnetismo

Imagine o quanto era difícil para os filósofos gregos buscarem respostas para tudo. Imagine como explicar o fato de uma pedra escura ter a capacidade de atrair metal. Com

---

<sup>19</sup>Joseph Priestley inglês que estudou Teologia, Filosofia Natural e Matemática, famoso por descobrir o gás oxigênio é considerado o precursor da Química Moderna, incentivado por Franklin a conhecer seus trabalhos, se interessou pela eletricidade e publicou em 1767 um artigo intitulado *História e situação atual da eletricidade*, onde previu a lei do inverso do quadrado para a força elétrica.

<sup>20</sup>Charles Coulomb, Físico e engenheiro militar francês, utilizou uma balança de torção, do modelo aperfeiçoado de Henry Cavendish que media a atração gravitacional, provando que a atração elétrica dependia das massas das cargas e diminuía com o inverso do quadrado da distância.



isso surgia hipóteses como se houvesse uma alma nesse objeto que atraía o ferro. A palavra magnetismo surgiu na Grécia numa região próxima a Mileto chamada de Magnésia. Nesse local havia grande concentração do tetróxido de tri-ferro ( $Fe_3O_4$ ) que ficou conhecido como magnetita ou magnetos. As primeiras evidências do uso do magnetismo foi dada pelos chineses que usaram o magneto para se orientarem em caravanas terrestres e em navegações, pois constataram que a magnetita apontava sempre na mesma direção. Mesmo sem terem a noção de campo magnético ou pólos haviam inventado a bússola a 2000 a.C.

Petrus Peregrinus<sup>21</sup>(1220-1270) era engenheiro do exército francês e estudou as propriedades dos magnetos minuciosamente, compilando os seus relatos na carta sobre *O magneto*. Pode verificar nos magnetos, esféricos principalmente, que haviam pólos norte e sul. Estabeleceu que um magneto por menor que seja, sempre hávera dois pólos e verificou a repulsão e atração magnética entre os pólos [JUNIOR, 2010].

Quem ganhou o nome de Pai do Magnetismo, por ter realizado um grande estudo na área, foi o inglês William Gilbert com o seu livro intitulado *De Magnete* em 1600, ele fez um grande apanhado do que se sabia na época sobre os magnetos, sobre os corpos que ficavam imantados e sobre a bússola. Nas observações da bússola, Gilbert percebeu que ao mesmo tempo que a agulha imantada apontava numa direção, a bússola também sofria uma inclinação como se quisesse entrar na terra, assim ele concluiu que a terra era um ímã gigante, e por isso que a bússola apontava na direção do pólo.

## 2.3 Galvanismo

O surgimento da eletricidade contínua iria alavancar os estudos sobre eletricidade e magnetismo no Séc. XVIII, que na época ficou conhecida como Galvanismo, que a princípio foi idealizado por Luigi Galvani(1737-1798), Figura (2.9)<sup>22</sup>, médico e físico italiano. Um certo dia numa aula de anatomia Galvani havia dissecado uma rã e de maneira casual em uma bancada ao lado tinha uma máquina elétrica que estava sendo manuseada por um de seus assistentes, Figura (2.10)<sup>23</sup>. Na ausência de Galvani um aluno aproximou um

<sup>21</sup>Petrus Peregrinus também era conhecido como Pedro de Maricourt, não se tem muitos relatos de sua vida, as poucas informações do seu trabalho foram encontradas devido as correspondências que ele mantinha com seus conterrâneos, manipulava muito bem os metais, inventando armaduras para o exército de Luis IX.

<sup>22</sup>Disponível em < [http://thesimplephysicist.com/?page\\_id=1250](http://thesimplephysicist.com/?page_id=1250) > Acesso em Dez.2014.

<sup>23</sup>Disponível em < <http://www.gettyimages.com/detail/illustration/study-on-contractions-of-frog-muscles-by-luigi-galvani-stock-graphic/722243859> > Acesso em Dez.2014.

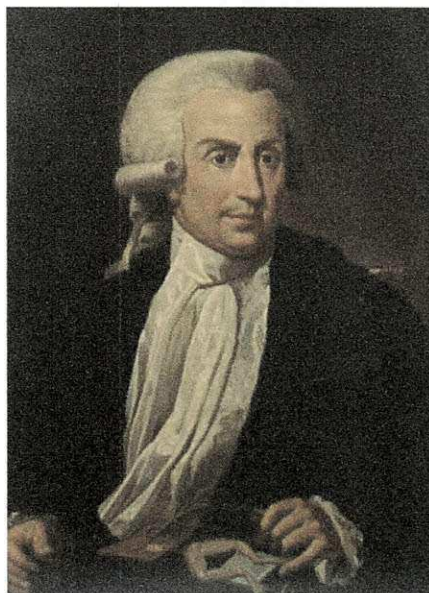


Figura 2.9: *Luigi Galvani*(1737-1798). Fonte: página do The Simple Phisicist.

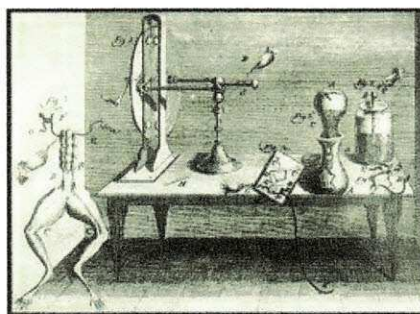


Figura 2.10: *Representação da bancada onde estava sendo feita a aula.* Fonte: página do gettyimages.

bisturi dos nervos crurais da rã no momento em que a máquina soltava centelhas e para seu espanto os músculos da rã se contraíram com fortes convulsões. Quando Galvani foi relatado do acontecido, ficou muito curioso e realizou diversas vezes a mesma experiência e também investigou se o mesmo fenômeno acontecia com descargas maiores, como em uma tempestade. Galvani suspendeu várias rãs com latão em um corrimão que havia no exterior do laboratório, Figura (2.11)<sup>24</sup>, e pode perceber que mesmo na ausência de faíscas elétricas as rãs apresentavam as mesmas contrações ao tocarem as pernas no ferro do corrimão. Galvani concluiu que tal fenômeno era a eletricidade animal e publicou, em 1791, os seus estudos no livro *Comentários sobre o efeito da eletricidade no movimento*

<sup>24</sup>Disponível em < <http://airblog-pq.blogspot.com.br/2015/03/719-luigi-galvani.html> > Acesso em Dez.2014.

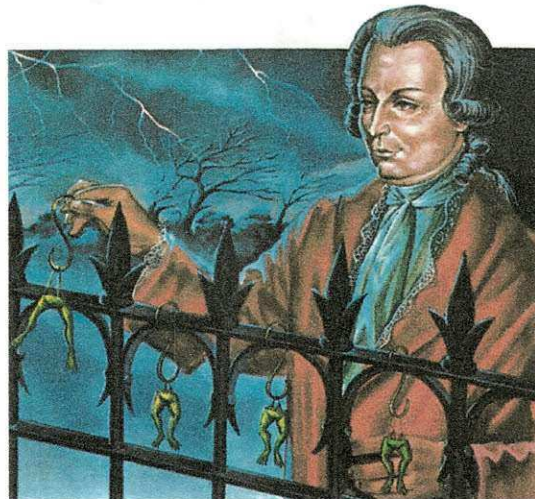


Figura 2.11: *Rãs suspensas numa grade de ferro*. Fonte: página do Nova Acta.

*muscular* [TOLENTINO, 2000].

O grande físico Alessandro Volta<sup>25</sup>(1745-1827), Figura (2.12), que iria ganhar o



Figura 2.12: *Alessandro Volta*(1745-1827). Fonte: adaptado de [GALLI, 2003].

título de Conde graças as suas invenções, não concordou com a conclusão de Galvani, onde acreditava que as contrações dos músculos da rã eram de caráter sensorial, ou seja, que sentiam a eletricidade. Então Volta teria que provar que a eletricidade poderia ser feita de maneira inorgânica para assim poder derrubar o conceito de eletricidade animal de Galvani. No ano de 1800, Volta consegue produzir energia contínua com uma bateria que ficou conhecida como Pilha Voltaica, Figura (2.13)<sup>26</sup>, que consistia de uma pilha de chapas de cobre e zinco intercaladas por papelões embebidos por uma solução salina, que

<sup>25</sup> Alessandro Volta foi um físico italiano que estudou a química dos gases, descobriu o gás metano e a produção de eletricidade dos metais, foi convidado por Napoleão Bonaparte para demonstrar sua pilha voltaica, impressionado com seu trabalho em eletricidade, Napoleão nomeou-o Conde em 1810.

<sup>26</sup> Disponível em < <http://a.fonsodelgado.blogspot.com.br/> > Acesso em Dez.2014.

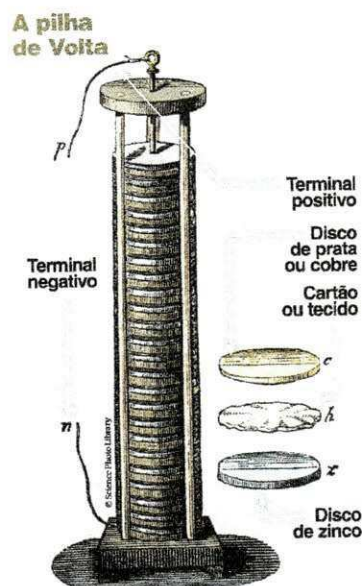


Figura 2.13: *Esquemática da pilha de Volta*. Fonte: página do Ciências Físico-Química.

tinha a capacidade de gerar energia contínua e com grande duração. Com isso Volta derruba o conceito de eletricidade animal de Galvani e contribui fortemente para o que viria a ser a unificação da eletricidade e magnetismo.

A produção de eletricidade contínua pelas pilhas voltaicas foi um passo considerável para o desenvolvimento da eletricidade e magnetismo, pois com a garrafa de Leyden tinha-se fortes descargas que, dependendo da sua capacidade, derrete até o ferro; e diferentemente, as pilhas voltaicas tinha seu efeito contínuo e suave que possibilitou uma gama de experimentos. O próximo nome que iria marcar a História por fazer a unificação da eletricidade com o magnetismo foi Hans Christian Oersted (1777- 1851), Figura (2.14)<sup>27</sup>, físico dinamarquês que teve uma boa educação, na Universidade de Copenhague dominando áreas como Física, Química, Literatura e Filosofia. Oersted viu que uma corrente elétrica mudava a orientação de uma bússola. Alguns físicos como Hansteen<sup>28</sup> (1784-1873) tentaram diminuir a descoberta de Oersted, afirmando que sua descoberta foi feita por acaso, onde qualquer outro físico poderia ter descoberto o mesmo acidentalmente. Em uma carta de Hansteen para Faraday ele descreve o que viu em uma apresentação de Oersted quando ministrava um curso sobre eletricidade e magnetismo no ano de 1820:

<sup>27</sup>Disponível em < <https://www.magcraft.com/hans-christian-oersted> > Acesso em Dez.2014.

<sup>28</sup>Christopher Hansteen, norueguês que inicialmente estudava Direito na Universidade de Copenhague, decidiu estudar Matemática e Física, foi influenciado pelas palestras de Oersted, passando a estudar magnetismo onde fez um mapeamento do campo magnético da Terra.



Figura 2.14: *Hans Christian Oersted*(1777- 1851). Fonte: página do Magcraft.

*Oersted sempre colocou o fio condutor de sua pilha em ângulo reto sobre a agulha magnética sem notar movimentos perceptíveis. Uma vez, após sua aula, em que empregara uma forte pilha para outras experiências disse-nos : “ Experimentemos colocar o fio paralelamente à agulha” . Fazendo isto, ficou perplexo ao ver a agulha oscilar com força, quase em ângulo reto com o meridiano magnético. “Invertamos - disse depois- a direção da corrente”. E então a agulha se desviou na direção contrária . Deste modo foi feita a grande descoberta. Há razão em dizer-se que tropeçou com sua descoberta por acaso. Assim como outros não teve ideia alguma de que a força poderia ser transversal( HANSTEEN, carta para Faraday, apud MARTINS, 1986, P. 97 ).*

Essa versão de Hansteen é contraditória, pois a busca de relações entre fenômenos elétricos e magnéticos eram frequentes nos século XIX. Oersted e outros sabiam que em dias de tempestades, as bússolas ficavam desorientadas chegando, algumas vezes, a ter sua polaridade invertida pelas descargas dos raios. Na sua veia filosófica Oersted acreditava na unicidade de todos os fenômenos como luz, calor, eletricidade e magnetismo. E do mesmo modo que a luz e o calor emanam em todas as direções, Oersted imagina que no fio o campo magnético fluísse radialmente, onde pelos argumentos de Hansteen, não teria lógica. Oersted achava que o sentido do campo fosse na mesma direção da corrente elétrica (MARTINS, 1986).

Na realidade o curso que Hansteen assistiu ocorreu muito depois da descoberta de Oersted que a princípio usou uma pilha voltaica pequena, não observando uma mudança

na direção da agulha satisfatória, logo viu que tinha que utilizar uma pilha maior.

*No mês de julho de 1820, ele novamente retomou a experiência utilizando um aparelho galvânico muito mais poderoso. O sucesso foi agora evidente, embora os efeitos fossem ainda fracos nas primeiras repetições do experimento, pois empregou apenas fios muito finos, supondo que o efeito magnético não ocorreria quando a corrente galvânica não produzisse calor e luz; mas logo descobriu que condutores com diâmetro maior proporcionam maior efeito; e então descobriu, por experiências continuadas durante alguns dias, a lei fundamental do eletromagnetismo, a saber, que o efeito magnético da corrente elétrica tem um movimento circular em torno dela [MARTINS, 1986].*

Depois da divulgação do trabalho de Oersted, muitos duvidaram do movimento magnético ser circular. Se colocarmos um condutor munido de corrente elétrica sobre uma bússola, faz a agulha girar em um sentido e se colocar a bússola acima do mesmo, teremos o giro na direção oposta, essa explicação não foi suficiente para muitos cientistas. Mesmo sem explicações satisfatórias sobre o efeito da corrente, Oersted ganhou a fama por ser o descobridor do eletromagnetismo, e todos que tivessem uma bússola e uma pilha realizavam o experimento de Oersted. Porém sua fama foi passageira, sendo rapidamente superada por outras descobertas de físicos que tinham laboratórios modernos. “ Seu nome cedo tornou-se apenas o descobridor “casual” de um efeito qualitativo, cabendo o mérito do desenvolvimento das leis do eletromagnetismo a Ampère e outros”(MARTINS, 1986, P. 105).

Após a descoberta de Oersted, as publicações sobre eletricidade e magnetismo cresceram de forma significativa, Jean Baptiste Biot<sup>29</sup>(1774-1862) e Félix Savart<sup>30</sup>(1791-1841) anunciaram quantitativamente a força magnética exercida em um ponto por uma corrente elétrica em um condutor. Ao saber dos estudos de Oersted, André Marie Ampère<sup>31</sup>(1775-

---

<sup>29</sup>Jean Baptiste Biot foi um físico, matemático e astrônomo francês, estudou a polarização da luz em soluções aquosas. Na Física estudou a relação entre eletricidade e magnetismo, enunciando a lei de Biot-Savart com a ajuda de Félix Savart.

<sup>30</sup>Félix Savart foi um médico francês que fez estudos sobre acústica na voz humana, no canto dos pássaros, deu uma explicação para o funcionamento do violino e na óptica inventou o quartzo de Savart para estudar a polarização da luz.

<sup>31</sup>Ampère foi um gênio autodidata, sem frequentar a escola estudava sempre em casa, viveu em plena Revolução Francesa. Seu pai era um rico comerciante de sedas que por sua influência foi nomeado juiz de paz da cidade de Lion, na França, e teve que sentenciar à morte na guilhotina um líder jacobino. Quando a Revolução Francesa chegou ao fim e os jacobinos assumiram o poder, seu pai teve a mesma sentença

1836), Figura (2.15)<sup>32</sup>, passou a se dedicar totalmente ao tema, por ter uma mente bri-



Figura 2.15: *André Marie Ampère*(1775-1836). Fonte: página do Explicatorium.

lhante, logo iria dar suas contribuições. Buscou uma explicação para a relação entre a eletricidade e o magnetismo, acreditando que o efeito magnético estava sempre associado a correntes em movimento. No caso dos corpos magnetizados, os átomos formariam pequenos circuitos circulares e o magnetismo seria uma propriedade intrínseca desse movimento, quando os circuitos estivessem na mesma direção.

*“Cada molécula, ele escreveu, continha dentro de si, uma corrente circular, como se fosse um diminuto eletro-ímã. Num corpo qualquer, essas correntes estavam orientadas aleatoriamente em todas as direções cancelando-se umas às outras e o resultado líquido era nulo.”*[PIRES, 2011]

Em experiências Ampère determinou que correntes elétricas no mesmo sentido se atraem e se repelem em sentidos contrários. Criou o primeiro medidor de corrente, batizado de galvanômetro. Foi o idealizador do eletro-ímã, ao determinar que um condutor enrolado em espiral e ligado a uma pilha se comportava como um ímã comum, que Ampère chamou de solenóide, e também é de sua autoria o termo eletrodinâmica ao se referir a cargas elétricas em movimento.

Outro físico que marcou o século XIX por sua genialidade e requinte experimental, foi Michael Faraday (1791-1867), Figura (2.16), inglês pertencente a uma família humilde,

e morreu na guilhotina. Ampère que estava com 18 anos de idade caiu em uma grande depressão, falido por ter seus bens confiscados. Ampère passou a dar aula particular de matemática. Em 1804 conseguiu um emprego como professor de Física na Escola Politécnica de Paris e em 1814 tornou-se membro da Academia de Ciência Francesa. Durante três anos, estudando eletricidade e magnetismo, ao saber da descoberta de Oersted, criou sua teoria que explicava os efeitos magnéticos das correntes. Para Ampère esses efeitos eram devido a correntes circulares no interior dos corpos, as “famosas correntes amperianas”, reconhecido por Maxwell como “O Newton da Eletricidade” [BELENDEZ, 2008].

<sup>32</sup>Disponível em < [http : //www.explicatorium.com/biografias/ampere – andre – marie.html](http://www.explicatorium.com/biografias/ampere-andre-marie.html) > Acesso em Dez.2014.

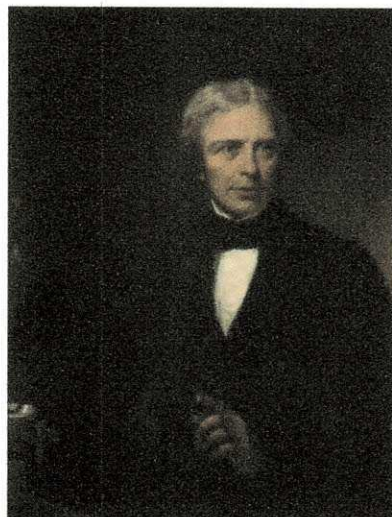


Figura 2.16: Retrato de Michael Faraday(1791-1867), pintado por Alexander Blaikley, fonte: Royal Society.

não teve uma educação formal, aprendendo a ler, escrever e um pouco de aritmética em pouco tempo que frequentou o colegial. Em 1805, aos quatorze anos foi contratado como aprendiz de encadernador pelo imigrante francês, Sr. George Riebau. Faraday passou a ter acesso a todos os livros enquanto trabalhava, ao ler um livro da Inciclopédia Britânica, interessou-se pelos artigos de eletricidade, de onde começou a elaborar experimentos sobre eletricidade num laboratório improvisado. Depois de assistir uma palestra de *Sir Humphry Davy*(1778-1829)<sup>33</sup>, que fazia a decomposição de gases, aplicando uma corrente elétrica na água, fenômeno conhecido como eletrólise, Faraday mandou para Davy uma encadernação com seus esboços de experimentos. Faraday aproveitou a situação e pediu um emprego para trabalhar em qualquer função relacionada com a ciência, fazendo com que Davy o contratasse como seu assistente de laboratório da *Royal Institution* [BALDINATO, 2008]. Faraday agora estava inserindo no meio científico, seguindo os passos de Davy, fazendo vários estudos na Química, mas ficou conhecido pelos estudos de eletricidade e magnetismo. Trabalhando com Davy, Faraday pode viajar por toda a Europa, acompanhando-o em suas palestras e conhecendo os grandes cientistas da época. Anos depois Faraday se tornou membro assistente científico da *Royal Institution* e passou a dar suas próprias aulas. Faraday ficava por horas observando o efeito descoberto por Oersted, idealizando um outro experimento que consistia de um circuito vertical, com um fio suspenso mergulhado num cilindro de mercúrio que continha um ímã no seu interior,

<sup>33</sup>Humphry Davy foi um famoso químico britânico, membro da Royal Society, especialista em descobrir gases, a exemplo: o gás hilariante(óxido nitroso). Uma vez perguntado sobre qual havia sido sua maior descoberta, ele respondeu: foi ter descoberto Michael Faraday.



ao fechar o circuito, o fio passou a girar em torno do imã. Faraday havia criado movimento a partir da eletricidade. Em 1831 Faraday teve a ideia de enrolar dois circuitos em um anel, um isolado do outro; um dos circuitos conectado a uma pilha e o outro conectado a um aparelho galvânico. Ao ligar a pilha, o aparelho galvânico denunciou o surgimento de uma corrente que rapidamente parava e quando desligava a pilha observava uma corrente no sentido contrário. A questão era: Por que, com um campo magnético constante, a corrente no outro circuito não era mais observada? Faraday explicou o fenômeno aplicando limalha de ferro sobre um imã e observando o padrão que se formava, o que ele chamou de linhas de força magnética, identificando a intensidade magnética pelo acréscimo de linhas de força em determinada região [TORT, 2004].

Faraday percebeu que só poderia induzir uma corrente de um circuito para outro, quando houvesse a passagem de linhas de força por ele. Importante descoberta conhecida como indução eletromagnética de Faraday, que aperfeiçoou o seu conceito de indução para obter um efeito contínuo de eletricidade em vez de pequenos pulsos. Faraday desenvolveu um simples e brilhante instrumento que podia criar eletricidade, Figura (2.17), um

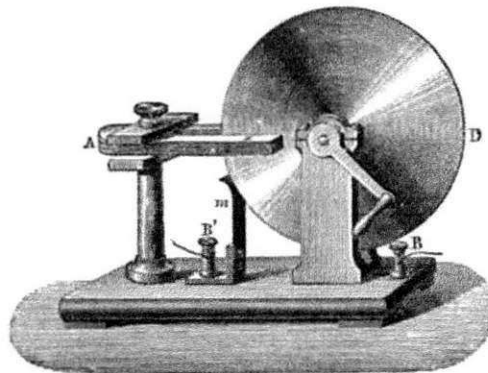


Figura 2.17: *O dínamo era um disco de cobre que girava entre um imã em envergadura. Faraday na época não sabia, mas enquanto o disco gira, os elétrons em movimento são levados para a extremidade do disco deixando o centro do disco com carga positiva.* Fonte: adaptado de [BALDINATO, 2008].

disco de cobre girando entre pólos magnéticos, imã em envergadura, assim os elétrons do disco interagem com as linhas de força magnética forçando elétrons a se acumularem na extremidade do disco, gerando uma corrente no condutor que era identificada no galvanômetro.

Faraday não dominava a matemática, com isso, para demonstrar seus estudos fez o uso de simbologismo. Para o efeito magnético e elétrico, ele viu linhas de força como

um fluido em tubos, que depois modificaria esse conceito para campos, onde as linhas de força elétricas e magnéticas seriam o próprio campo. Faraday não aceitava a ideia de ação distância na eletricidade e magnetismo. A noção de campo era mais confortável; saber que a propagação da força é sentida pela zona de influência do campo das cargas eletrostáticas e das correntes. Outra descoberta de Faraday, menos conhecida é o efeito magneto-óptico. Faraday fez várias experiências com a luz e magnetismo sem sucesso, mas quando colocou um pedaço de vidro pesado na presença de um forte campo magnético e incidiu no vidro uma luz polarizada na mesma direção do campo magnético, ele observou uma rotação no ângulo de polarização da luz, comprovando experimentalmente que a luz e o magnetismo eram fenômenos interligados [SILVA, 2006].

Faraday é um grande exemplo de abstração mental, conseguiu ir além de muitos físicos com ótimas formações matemáticas, marcando a história da eletricidade sem deduzir sequer uma única fórmula. Maxwell, que era admirador declarado de Faraday, iria se apropriar de suas contribuições, dando a elas o conceito matemático, nos artigos “*Sobre as linhas de força de Faraday*” em 1856 e “*A Física das linhas de força*” entre 1861 e 1862, que veremos no próximo capítulo [CREASE, 2011].

## 2.4 Óptica

Para fazermos um estudo geral do eletromagnetismo devemos incluir a luz que no momento, pode parecer irrelevante, mas a diante Maxwell irá prever uma conexão entre a luz, a eletricidade e o magnetismo.

A luz desde os gregos antigos provocava uma inquietação sobre a sua natureza, ondulatória ou corpuscular. Para os filósofos mais notáveis já surgiam ideias conflitantes. Por exemplo, temos Demócrito<sup>34</sup>(460-370 a.C), que pensava que um raio luminoso partia dos objetos e entrava no nosso olho formando a imagem. Demócrito era um atomista que acreditava que existia uma menor partícula indivisível chamada átomo.

Para Aristóteles<sup>35</sup>(384-322 a.C), a luz emanava dos objetos por um movimento vibracional que causaria um movimento de um meio que ele próprio cunhou de diáfano, onde nossos olhos sentiriam essa vibração formando as imagens. Esta questão da natureza

---

<sup>34</sup>Demócrito de Abdera foi um filósofo grego, discípulo de Leucipo de Mileto, membros da Escola Atomista.

<sup>35</sup>Aristóteles foi um filósofo grego, discípulo de Platão e professor de Alexandre, o Grande. Sua linha de pensamentos englobava Lógica, Retórica, Ética, Física, Metafísica, Biologia e a Zoologia.

da luz iria perdurar até meados do século XX, mas vamos por partes.

Os fenômenos de reflexão e refração eram conhecidos desde a Grécia Antiga onde, sendo sucinto, reflexão ocorre quando um raio de luz toca numa superfície e o seu ângulo de incidência será igual ao ângulo refletido, Figura (2.18). Se a superfície for polida

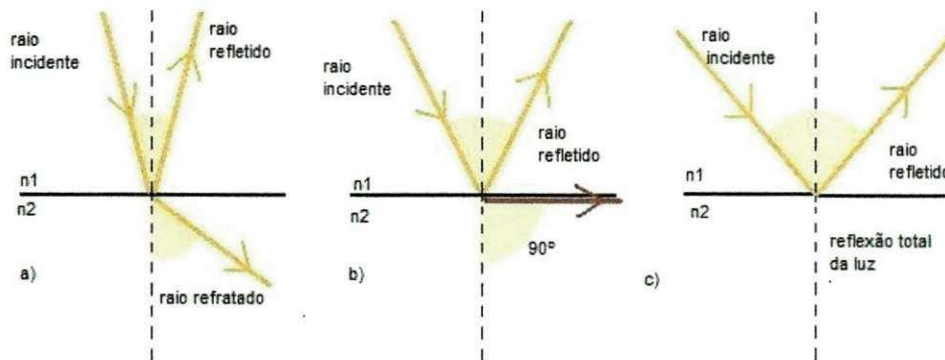


Figura 2.18: Dependendo do ângulos de incidência e da superfície pode ocorrer refração, reflexão e a reflexão total. a) A refração ocorre quando o raio incidente muda de meio de propagação, que apresenta densidade óptica diferente, ocorrendo a mudança de velocidade e direção do raio refratado. b) A refração está ocorrendo do meio mais refringente para um meio menos refringente, afastando-se da reta normal à superfície; dependendo do ângulo de incidência não teremos mais refração, esse ângulo é chamado de ângulo crítico. c) Na reflexão, o raio incidente toca na superfície e é refletido com o mesmo ângulo em relação a reta normal à superfície, não havendo passagem do raio para o meio  $n_2$ , dizemos que a reflexão foi total.

ocorrerá a reflexão total, se a superfície for opaca teremos a reflexão difusa. A refração é o fenômeno onde ocorre a mudança da direção do raio de luz ao passar por meios de densidades ópticas diferentes. Esses fenômenos são estudados pela ótica geométrica que se baseia no conceito da luz se propagando em linha reta, onde favorecia a ideia corpuscular.

A partir do século XVII a discussão sobre a natureza da luz deixou de ser filosófica e passou para o cenário científico com a experimentação e no ano de 1665 dois fenômenos foram descobertos o de Difração por Francesco Grimaldi<sup>36</sup>(1618-1663) que só foi publicado dois anos depois de sua morte e o de interferência por Robert Hooke<sup>37</sup>(1635-1703) [SILVA, 2007]. Esse dois fenômenos não eram explicados pela teoria corpuscular pois eram tipicamente ondulatórios. A teoria ondulatória iria ganhar um grande defensor na figura

<sup>36</sup>Francesco Grimaldi foi um padre jesuíta italiano, teólogo, físico, matemático que lecionava na Universidade Jesuíta em Bolonha, se interessava preferencialmente por Física e Astronomia.

<sup>37</sup>Robert Hooke, cientista inglês, era inicialmente assistente de laboratório de R. Boyle, tornou-se um ótimo experimentalista que criaria a lei da elasticidade que leva seu nome, e acabou sendo diretor da *Royal Society*.

de Christian Huygens<sup>38</sup>(1629-1695), Figura (2.19), que publicou no ano de 1690 *O tratado*



Figura 2.19: *Christian Huygens (1629-1695)*. Fonte: adaptado de [PIRES, 2011].

*da Luz*, que explicava a propagação da luz pelo *Princípio de Huygens*<sup>39</sup>, buscando uma analogia com a onda sonora que precisa de um meio para se propagar. Huygens propôs haver um meio chamado por ele de éter luminífero e que seria a vibração deste meio que teríamos a luz.

Do lado da teoria corpuscular da luz tinham os grandes nomes como Fermat<sup>40</sup> e Newton<sup>41</sup>(1643-1727)(atribuem a Newton a defesa desta teoria, porém ele nunca afirmou com certeza que a luz era corpuscular)(PIRES, 2011) que se apegavam no fato da luz ser rebatida após uma colisão numa superfície e também pelo fato da luz não contornar objetos(hoje sabemos que para contornar objetos a onda tem que ser da mesma ordem de grandeza do objeto) como as ondas sonoras o fazem. Para explicar o fenômeno de refração Newton acreditava que a luz sofria um terrível choque ao mudar o seu meio de propagação, apoiado pelo princípio de mínima ação de Fermat(que a luz preferiria o caminho mais fácil

<sup>38</sup>Christian Huygens, holandês, foi um físico, matemático e astrônomo, teve uma ótima formação na Universidade de Leyden, explicou os anéis de Saturno, descobriu Titã, uma lua de Saturno, e o princípio de propagação retilínea da luz, chamado o princípio de Huygens.

<sup>39</sup>Na propagação da luz cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma nova fonte de ondas elementares.

<sup>40</sup>Pierre de Fermat foi um matemático e cientista francês, seus trabalhos foram limitados por falta de interesse de publicá-los, adorava resolver problemas matemáticos, pai da Geometria Analítica, famoso pelo trabalho na teoria dos números, com o teorema conhecido como *O último teorema de Fermat*, que diz: *Não existe nenhum conjunto de inteiros positivos  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , e  $n$  maior que 2 que satisfaz a equação  $x^n + y^n = z^n$* . Deixou este teorema sem resposta nas margens do Aritmética de Diofanto, uma tradução do texto valioso que não se perdeu da Biblioteca de Alexandria.

<sup>41</sup>Sir Isaac Newton foi um físico e matemático inglês, descobriu a lei da gravidade e a leis do movimento, preveu a passagem do cometa Halley, no estudo da luz descobriu que a luz branca poderia ser decomposta nas cores do arco-íris utilizando um prisma. Ainda estudou Alquimia, Astrologia e Teologia sendo um grande conhecedor da Bíblia. Em 1703 assumiu a diretoria da Royal Society, onde permaneceu até o fim da vida.

e não o mais curto). Newton acreditava que a luz aumentaria sua velocidade ao passar de um meio menos denso para um meio mais denso, diferentemente das ideias ondulatórias de Huygens que dizia o oposto [SILVA, 2009]. Com isso houve uma grande mobilização dos cientistas da época na busca da medida da velocidade da luz, para assim poder fazer um experimento que pudesse validar uma das duas teorias.

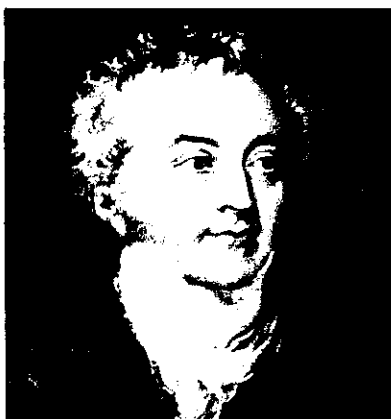


Figura 2.20: *Thomas Young(1773-1829)*. Fonte: adaptado de [PIRES, 2011].

Antes mesmo de conseguirem calcular a velocidade da luz, um médico inglês, que se tornaria físico ao se interessar pela fisiologia do olho humano, iria dar uma grande contribuição na distinção da natureza da luz, Thomas Young(1773-1829), Figura (2.20), ficou conhecido pelo experimentos da fenda dupla, que segundo a teoria corpuscular, no anteparo surgiria duas faixas claras bem definidas, Thomas esperava obter uma figura de interferência embasado na teoria ondulatória da luz, ao realizar o experimento evidenciou a interferência com as franjas claras e escuras, e com isso resurgiu o conceito de que a luz seria um fenômeno ondulatório [CAVALCANTE, 2012], ver Figura (2.21)<sup>42</sup>.

A importância dessa descoberta reforçou a ideia da existência do éter, meio de propagação da luz e com isso a busca da sua comprovação.

---

<sup>42</sup>Disponível em < <http://www.sofisica.com.br/conteudos/Ondulatoria/Ondas/experienciadeyoung.php> >  
Acesso em Dez. 2014

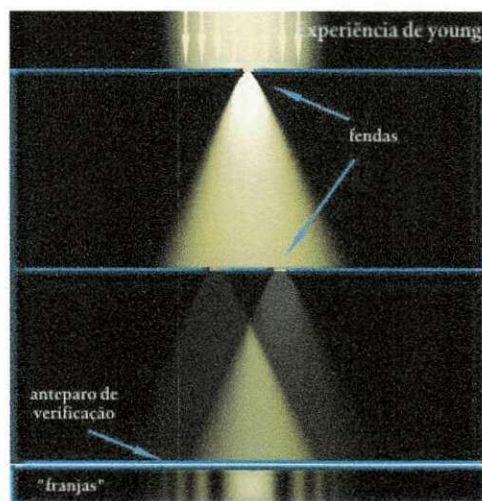


Figura 2.21: *Esquema do experimento de fenda dupla, a primeira fenda é colocada para se obter um raio de luz coerente, atualmente os experimentos de interferência utilizam o Laser que descarta o uso da primeira fenda.* Fonte: página do Só Física

## Capítulo 3

# As contribuições de Maxwell para o eletromagnetismo

### 3.1 Introdução

No Séc. XIX a Física vislumbrava o surgimento do eletromagnetismo, com os méritos à descoberta da eletricidade contínua por Alessandro Volta, que possibilitou a Oersted realizar a experiência com uma bússola e eletricidade contínua, onde fazia passar eletricidade por um fio, e desse modo, mudava a orientação da bússola, mostrando que a eletricidade contínua interferia no campo magnético da bússola. Muitas experiências se desenvolveram nesse sentido, com Ampère, e Faraday; e coube a um físico escocês a genialidade de unificar as teorias vigentes na época, a eletricidade o magnetismo e a óptica, assim como Newton unificou a mecânica da Terra com a mecânica dos corpos celestes. Mas como explicar essa relação matematicamente não era uma tarefa fácil. James clerk Maxwell fez um trabalho belíssimo, explicando e prevendo matematicamente fenômenos físicos, igualando-se aos grandes nomes da Física como, Newton e Einstein. Maxwell criou a Teoria Eletromagnética que engloba a óptica, onde o conjunto de equações que levam o seu nome regem o funcionamento do eletromagnetismo.

### 3.2 Uma breve biografia de Maxwell

James Clerk Maxwell nasceu em Edimburgo na Escócia, em 13 de junho de 1831, ano em que Michael Faraday enunciou a lei de indução eletromagnética e morreu em 1879, ano de nascimento de Einstein, prematuramente aos 48 anos de idade.

Filho de uma família com boas condições financeira, seu pai Jonh Clerk Maxwell, que era advogado, gostaria que o filho seguisse os mesmos passos e estudasse advocacia,

mas este não era o seu interesse, desde pequeno Maxwell mostrava ser uma criança curiosa que observava a natureza e fazia brinquedos engenhosos [CAMPBELL, 1882].

Maxwell perdeu sua mãe muito cedo, aos 8 anos de idade, ela foi acometida de uma doença grave. John teve que criá-lo com ajuda da irmã de sua falecida esposa. A família se mudou para a calma fazenda de sua propriedade em Glenlair, onde seu pai colocou um tutor para lhe dar os conhecimentos iniciais, mas naquela época a forma como os tutores tratavam os educandos era de uma maneira agressiva, para coibir a desobediência e Maxwell sofreu alguns castigos, após relatar a sua família as agressões, John Maxwell cancelou as aulas com o tutor e no ano de 1841, Maxwell foi mandado para estudar na *Academia de Edimburgo*. Assim com 11 anos de idade Maxwell vai para a escola com roupas camponesas, bem diferente das vestimentas usadas pelos seus colegas, sendo alvo de várias brincadeiras e apelidos que o castigaram no início do colegial. Ficou na escola por 5 anos, onde estudou Francês, Alemão, Lógica, Filosofia, Química e Matemática e aos 15 anos publicou o seu primeiro artigo sobre a geometria de curvas cônicas, demonstrando como fazer elipses com pregos fincados numa tábua e barbante, esse trabalho não era pioneiro, mas impressionou seus professores. Com 16 anos de idade entrou para a Universidade de Edimburgo para estudar Filosofia Natural, (Física nos dias atuais), Matemática e Lógica; fez amizade com dois colegas físicos Peter Tait<sup>1</sup> (1831-1901) e William Thomson<sup>2</sup> (1824-1907) conhecido como Lord Kelvin.

Durante 3 anos Maxwell estudou na Universidade de Edimburgo, porém ele queria estudar em uma das universidades mais importantes da época e com maior chance de conseguir uma bolsa de estudos, que era a Universidade de Cambridge, muito conceituada e não admitia alunos que tivessem um diploma superior de outra universidade. No ano de 1850 Maxwell foi aceito e escolhido para estudar no *Trinity College*, Figura (3.1)<sup>3</sup>, um dos mais conceituados centros de Cambridge, por onde havia passada, ninguém menos que, *Sir Isaac Newton*; passou a estudar matemática junto com William Thomson, seu

---

<sup>1</sup>Peter Tait foi um físico e matemático escocês, amigo de Maxwell, co-autor do livro "*Treatise on Natural Philosophy*", junto com William Thomson. Contribuiu para a criação da topologia como ramo da matemática, fazendo estudos iniciais sobre a teoria dos nós.

<sup>2</sup>William Thomson foi um físico e matemático irlandês, estudou em Cambridge, foi professor de Física e depois de Física Experimental em Glasgow, fez vários estudos principalmente na termodinâmica, determinou a 2ª lei (Entropia), escoamento capilares, vórtices, formulou a lei de conservação e dissipação de energia. Famoso por criar a escala absoluta ou escala kelvin. Foi intitulado pela Rainha Vitória, Lord Kelvin de Largs em 1892, Escócia.

<sup>3</sup>Disponível em < [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Great\\_Gate,\\_Trinity\\_College,\\_Cambridge\\_\(inside\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Great_Gate,_Trinity_College,_Cambridge_(inside).jpg) > Acesso em Dez.2014.



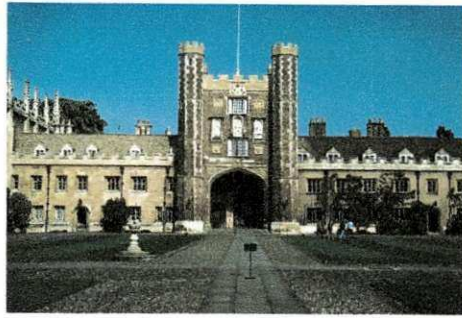


Figura 3.1: *Trinity College*. Fonte: página do wikimedia commons.

amigo desde Edimburgo, que tinha ideias filosóficas semelhantes a de Maxwell.

Em Cambridge havia anualmente um teste para aqueles alunos que gostavam de grandes desafios, o famoso *Triplos Matemática*, um teste pesadíssimo onde o aluno que obtivesse o primeiro lugar, receberia o título de *Senior Wrangler*, sendo uma grande honraria almejada por muitos [BELENDEZ, 2008]. O teste se dividia em duas etapas, a primeira etapa tinha duração de 4 dias, manhã e tarde, e a segunda etapa durava 5 dias, onde predominavam as questões de Matemática e Física Teórica. Os examinadores precisavam de 10 dias para a correção dos testes, o nível era muito alto, ao ponto de conter questões com problemas onde nem mesmo os examinadores sabiam da solução. A ideia, era que surgisse alguma mente brilhante que conseguisse solucionar o problema, a exemplo disto, temos, o *Teorema de Stokes* e o *vetor de Poynting* que foram criados nos testes do *Triplos*. Quando Maxwell participou do teste ficou acamado por alguns meses, de tão grande foi o seu esforço, porém não conseguiu o primeiro lugar, ficou em segundo, *Second Wrangler* assim como era chamado, perdeu para Edward Routh<sup>4</sup>(1831-1907) um Físico muito habilidoso que se aperfeiçoou em Mecânica Teórica, porém em relação ao legado deixado, Edward não se compara a grande obra de Maxwell.

Outro teste que havia em Cambridge, e que ainda existe, era o *Prêmio Adams* que foi criado em homenagem ao astrônomo John Couch Adams<sup>5</sup>, que previu a existência do planeta Netuno apenas com cálculos matemáticos. O *Prêmio Adams* ocorreria a cada 2 anos só para os graduados em Cambridge, com tema pré-estabelecido. No ano 1856, o tema era “*O movimento dos anéis de Saturno*”, onde se pensava na época, que os anéis eram formados por um material fluido, ideia um pouco contraditória. Maxwell apresentou

<sup>4</sup>Edward Routh foi um matemático inglês que ajudou a sistematizar a teoria matemática da Mecânica, no qual publicou um livro “*Dinamics of a Sisten of Rigid Bodies*” em 1867.

<sup>5</sup>Adams era um astrônomo britânico, quando estudava em Cambridge, propôs uma teoria matemática para explicar as irregularidades do planeta Urano, prevendo a existência do planeta Netuno. Foi presidente da Royal Astronomical Society e diretor do observatório de Cambridge.

um artigo em 1857 de nome “*Sobre a estabilidade dos anéis de Saturno*”, onde concluiu com base nos seus estudos matemáticos e exemplares mecânicos, que os anéis de Saturno eram compostos de pequenas partículas sólidas e soltas, como se fossem minúsculos satélites orbitando Saturno. Este artigo foi visto como uma bela aplicação matemática, onde sua teoria foi confirmada em 1895, pelo astrônomo estadunidense Keeler<sup>6</sup>.

Depois de formado em Cambridge, Maxwell concorreu a uma cadeira de Filosofia Natural na Universidade de Edimburgo, mas não foi escolhido, para a surpresa de todos, a vaga ficou para seu amigo, agora concorrente, Peter Tait. No ano de 1857 foi indicado para ocupar a cadeira de Filosofia Natural do *Mariscal College* em Aberdeen, norte da Escócia, onde ficou durante 4 anos. Foi nesse ano que Maxwell retomou os seus estudos, que havia começado na Universidade de Edimburgo, sobre eletricidade e Magnetismo. Estudou profundamente os trabalhos de Michael Faraday buscando entender as concepções de campo, criadas originalmente por Faraday, e nesse mesmo ano publicou o artigo “*Sobre as linhas de força de Faraday*”. Compreendeu o significado das linhas de força de Faraday, fazendo uma analogia física entre a eletrodinâmica e a dinâmica dos fluidos incompressíveis. No caso das linhas de força associou com tubos de corrente do fluido, potencial elétrico com a pressão do fluido, carga positiva com uma fonte do fluido e a carga negativa era como um sumidouro [BEZERRA, 2006]. Para fazer estas analogias Maxwell defendia que a força elétrica agia continuamente.

Enquanto trabalhava no *Mariscal College* conheceu Mary Katherine Dewar, ver Figura (3.2)<sup>7</sup>, filha do diretor da instituição, casou-se no ano de 1859, acreditando que ela não atrapalharia seus estudos, Katherine o auxiliava nas anotações. No ano de 1860 Maxwell foi indicado para ocupar a cadeira de Filosofia Natural do *King’s College* de Londres, onde trabalhou por 5 anos. Entre os anos de 1861 e 1862 Maxwell publicou mas um trabalho, “*Sobre a Física das linhas de força*”, desta vez, Maxwell cria um modelo mecânico para as linhas de força, ver Figura 3.3, deixando claro que é um modelo empírico para ajudar a compreender a indução eletromagnética, imaginou as linhas de campo magnético como eixos de tubos giratórios que tinham o mesmo sentido de rotação, mas para que isso ocorresse os vórtices eram separados por esferas rolantes. Nos condutores as

<sup>6</sup>James Edward Keeler foi um astrônomo estadunidense, fez observações de espectroscopia dos anéis de Saturno, percebendo que os anéis refletiam a luz com desvios Doppler devido as diferentes velocidades dos orbitais. Em sua homenagem as crateras em Marte e na Lua tem seu nome, assim como o asteroide 2261 Keeler.

<sup>7</sup>Disponível em < <http://biografiae curiosidade.blogspot.com.br/2014/08/biografia-de-james-clerk-maxwell.html> > Acesso em Dez.2014.



Figura 3.2: *Maxwell e Mary Katherine Dewar em 1869.* Fonte: página do biografias e curiosidades.

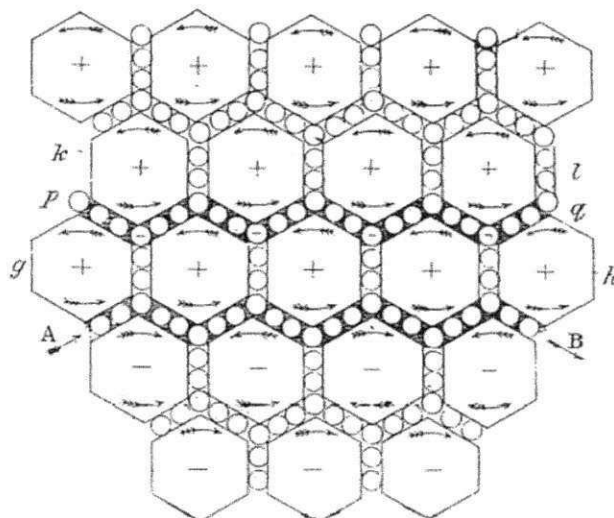


Figura 3.3: *Diagrama de Maxwell do modelo de vórtices.* Fonte: adaptada de: [DARRIGOL, 2000].

esferas podiam se deslocar formando uma corrente de deslocamento, fazendo os vórtices vizinhos entrarem em movimento. Nos isolantes, as esferas rolantes estariam pressas as células, assim qualquer deslocamento dessas esferas causaria uma deformação nas células, com isso, o surgimento de um campo elétrico [DARRIGOL, 2000]. No mesmo artigo Maxwell ainda faz manipulações nos vetores dos campos elétricos e magnéticos e chega na equação de onda, que ondularia no meio hipotético, o éter. Nessa época Fizeau<sup>8</sup> havia

<sup>8</sup>Armand Hyppolyte Louis Fizeau, Nascido na França, físico que tornou-se membro da Academia Francesa, desenvolveu um experimento para medir a velocidade da luz, com uma fonte luz, espelho, uma roda dentada que ficou conhecida como roda de Fizeau, com seu experimento obteve um valor velocidade da luz igual a  $315.000 \frac{Km}{s}$ .

descoberto o valor da velocidade da luz e quando Maxwell conseguiu calcular a velocidade da onda eletromagnética percebeu que ela apresentava um valor muito aproximada da velocidade da luz, onde em suas palavras, disse: “*Difícilmente podemos evitar inferir que a luz não seja outra coisa que ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos*” [BELENDEZ, 2008].

Em 1864 Maxwell apresenta mas uma obra, “*A teoria Dinâmica do campo eletromagnético*”, formulando a Teoria Eletromagnética, com a luz sendo parte desta teoria, que mudava a concepção mecânica dos vórtices para a dinâmica do campo eletromagnético. Maxwell utilizou a matemática do formalismo lagrangeano para substitui a força pela a energia elétrica, onde sabemos que no formalismo lagrangeano pode-se dispensar os vínculos mecânicos internos e trabalhar com a energia do sistema. Uma parte importante neste trabalho foi quando Maxwell encontrou outra forma de obter o campo magnético, além da lei de Ampère, com a corrente de deslocamento, mostrando mais uma simetria da natureza, que da mesma forma que um campo magnético variável gera um campo elétrico, o campo elétrico variável também gera um campo magnético, sendo assim a explicação de como se alimenta uma onda eletromagnética, onde os próprios campos elétricos e magnéticos se sustentam.

No ano de 1865 Maxwell volta para a fazenda em Glenlair dedicando-se a escrever seu famoso livro, “*O tratado sobre eletricidade e magnetismo*”, que publicou em 1873 e continha todo o seu estudo sobre o eletromagnetismo. De forma brilhante determinou os fundamentos da ciência Eletromagnética, propondo vinte equações nas quais interagem as variáveis dos campos elétricos e magnéticos. As equações de Maxwell que conhecemos hoje num conjunto de quatro equações foram sintetizadas em 1884 por Oliver Heaviside<sup>9</sup>(1850-1925) com a ajuda de Willard Gibbs<sup>10</sup>(1839-1903). Os admiradores de Maxwell esperavam que o livro do tratado contivesse toda a teoria de forma clara, mas a intenção de Maxwell quando escreveu o livro, foi de organizar suas ideias, mesmo assim o livro de Maxwell, que apresenta saltos de ideias e até contradições, tornou-se livro texto

---

<sup>9</sup>Oliver Heaviside foi um matemático inglês que fez um estudo de análise vetorial; introduziu o cálculo operacional, facilitando o cálculo de equações diferenciais dos circuitos. Os matemáticos criticaram seu trabalho por falta de formalismo, Heaviside argumentou: “*Pra que complicar algo que suponhamos que seja certo?*”. Previu a camada da terra formada por íons, a ionosfera, possibilitando a refração de ondas de rádio e telefonia, permitindo a comunicação por ondas eletromagnéticas entre continentes.

<sup>10</sup>Josiah Willard Gibbs foi um físico, matemático e químico estadunidense, na termodinâmica é de sua autoria a equação  $dU = TdS - PdV$ , introduziu termos como variáveis extensivas, energia interna e a entropia para a caracterização dos estados de equilíbrio de um sistema. Na mecânica estatística forneceu uma estrutura matemática para a teoria eletromagnética de Maxwell.

das aulas de eletromagnetismo em Cambridge.

O Sétimo Duque de Devonshire, William Cavendish<sup>11</sup> que era parente, não muito próximo, de Henry Cavendish, foi reitor da Universidade de Cambridge em 1870, estava interessado em construir um laboratório para que os pesquisadores tivessem todo o aparato para desenvolverem seus estudos. A dúvida inicial seria, quem nomear para o cargo de diretor e professor da cadeira de Física Experimental de Cambridge. Inicialmente o nome escolhido foi William Thomson que era considerado um ótimo físico experimental, mas Thomson recusou, optando por manter seu vínculo na Universidade de Glaslow, outra renomada universidade inglesa. Logo o segundo nome escolhido foi o de Maxwell que estava em Glenlair de férias aproveitando a calma e os ares da fazenda. Ao receber o convite, Maxwell, muito relutou a aceitar, mas o convenceram que ele ficasse por um curto prazo, deixando-o a vontade na opção de ausentar-se do cargo após um ano.

Em 8 de março de 1871, Maxwell assumiu a cadeira de Física Experimental de Cambridge, onde suas atribuições seria ensinar as leis do Calor, Eletricidade e Magnetismo. Na construção do laboratório, Maxwell teve um papel importantíssimo, projetando e supervisionando a sua construção; fez visitas aos laboratórios de *Sir* William Thomson em Glaslow e do professor de Clifton, em Oxford, para ajudar na estruturação do seu laboratório. Mas a maioria das ideias e instalações foram projetadas por ele.

O laboratório de Cavendish, ver Figura (3.4)<sup>12</sup>, seria um marco para o avanço da Física em Cambridge, por onde importantes cientistas marcariam sua história, como Joseph John Thomson<sup>13</sup>, que também foi diretor do laboratório, é considerado como sendo o descobridor do elétron quando determinou a razão entre a carga e a massa dessa partícula.

Maxwell passou a ser membro moderador do exame anual *Triplos Matemática* que estava com uma imagem atrasada em relação aos desenvolvimentos científicos, quando comparado com outras universidades. Improdutivo devido os *Wrangles* ficarem debruçados sobre questões matemáticas sem relevância científica, Maxwell englobou nos testes

---

<sup>11</sup>William Cavendish foi um latifundiário britânico e político, estudou na universidade de Cambridge e ficou conhecido pelo título de Lord Cavendish de Keighley, em 1832, financiou a construção do laboratório de Cavendish.

<sup>12</sup>Disponível em < [http : //www.kingscollections.org/exhibitions/archives/dna/background/clues](http://www.kingscollections.org/exhibitions/archives/dna/background/clues) > Acesso em Dez.2014.

<sup>13</sup>J.J. Thomson foi um físico britânico, era professor e experimentalista no laboratório de Cavendish, que estudando o feixe de partículas no tubo de raios catódicos desenvolveu seu modelo atômico, o pudim de passas, onde o átomo seria uma esfera de carga positiva e os elétrons de carga negativa estariam encrostados, neutralizando o átomo. Em 1906 ganhou o Prêmio Nobel pela descoberta do elétron.



Figura 3.4: *Laboratório de Cavendish, Universidade de Cambridge*. Fonte: página do Kings collections.

questões sobre o Calor, Eletricidade e outros assuntos relevantes, trazendo um ideal mais científico para o *Triplos Matemática* [CAMPBELL, 1882].

No ano de 1877, Maxwell começa a apresentar sintomas de Dispepsia, que é um termo médico usado para descrever dificuldade de digestão, e uma forte asfixia ao comer carne. Esses sintomas foram justificados quando diagnosticaram que Maxwell estava com câncer no intestino. Mesmo com a doença Maxwell mantém suas atividades em Cambridge, ministrando suas aulas e editando os documentos sobre eletricidade de Henry Cavendish<sup>14</sup>.

Em 1879 Maxwell retorna para Glenlair nas férias de verão, e sua saúde estava cada vez mais debilitada, fazendo com que sentisse fortes dores, impossibilitando até mesmo de caminhar, algo que poderia deixá-lo muito depressivo, pois caminhar ao redor do lago e ver as correntezas eram suas distrações em Glenlair. Porém Maxwell sempre manteve a sua serenidade e mente sã, sempre ao lado de sua amada esposa. Maxwell poupou a sua esposa em partes do seu sofrimento. Em outubro o Dr. Sanders, médico em

---

<sup>14</sup>Henry Cavendish foi um físico e químico britânico que descobriu o hidrogênio, chamado de ar inflamável. Henry estudou em Cambridge, mas não obteve o diploma pois não quis fazer os exames finais, de comportamento excêntrico e anti-social, dificilmente saía de casa a não ser para os encontros semanais da *Royal Society* da qual era membro, porém não falava com ninguém. Em sua casa, para não ter contato com a empregada, construiu uma escada para sair pelos fundos. Fez muitas descobertas mas não quis publicá-las, quando Maxwell assumiu a função de traduzir os trabalhos de Henry viu que ele tinha descoberto anteriormente várias leis, como a lei de Ohm, lei das pressões parciais, lei dos gases, princípios da condutividade elétrica e também a lei de Coulomb.

Edimburgo é chamado em Glenlair para avaliar sua situação, depois de examiná-lo dar a dura notícia que Maxwell tem apenas um mês de vida. Quase sem forças Maxwell retorna para Cambridge e mal consegue andar do trem para a carruagem. Desta vez como uma despedida, Maxwell providencia que nada falte para sua esposa após sua morte. Em 5 de novembro de 1879 Maxwell faleceu aos 48 anos de idade.

### 3.3 As equações de Maxwell

As equações que levam o nome de Maxwell, ficaram assim conhecidas uma vez que foi ele quem as sintetizou, juntando todas as equações que descreviam a Eletricidade e o Magnetismo. Elas aparecem juntas pela primeira vez no artigo “*A Teoria Dinâmica do Campo Eletromagnético*” em 1864 num conjunto de 20 equações que Maxwell escreveu na forma de componentes. As quatro equações que regem o eletromagnetismo que conhecemos hoje foram escritas por Oliver Heaviside na notação vetorial, mas que apresentam o mesmo significado, onde as outras equações são ditas auxiliares.

#### 3.3.1 Lei de Gauss para eletrostática

O estudo quantitativo da eletrostática começou com Coulomb que determinou experimentalmente em 1785 a força elétrica entre cargas, chamada lei de Coulomb:

$$\vec{F}_e(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2} \hat{r}, \quad (3.1)$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade do meio, nesse caso o vácuo. Temos que a força depende do produto das cargas e é inversamente proporcional a distância ao quadrado entre elas, se as cargas tiverem o mesmo sinal a força será repulsiva, sinais contrários a força será atrativa.

No caso de várias cargas agindo sobre uma carga, temos que cada carga exerce uma força que independe da carga vizinha, com isso podemos usar o princípio da superposição das forças:

$$\begin{aligned}
\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 \cdot Q}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2 \cdot Q}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots \right), \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots \right), \\
\vec{F} &= Q \cdot \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \right), \tag{3.2}
\end{aligned}$$

onde

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i. \tag{3.3}$$

E portanto,

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}. \tag{3.4}$$

$\vec{E}$  é o campo formado pelas cargas fontes, onde toda carga gera uma nuvem de fótons que perturba o espaço, propriedades das cargas chamada de campo elétrico [MACHADO, 2007a].

O campo elétrico devido a uma única carga pontual centrada na origem é dada por :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}. \tag{3.5}$$

Temos que  $\vec{E}$  é um campo vetorial que apresenta uma simetria esférica radial, ou seja, qualquer ponto a uma distância  $r$  da carga, teremos a mesma intensidade do campo.

Pela Figura (3.5)<sup>15</sup>, temos a representação do campo elétrico com setas diminuindo com a distância da carga, mostrando que o campo estar enfraquecendo com a distância. Na mesma figura temos a interpretação do campo feita pelas linhas de campo, introduzidas por Faraday, onde o valor do campo elétrico é dado pela densidade das linhas, logo quanto mais próximo da carga, maior será a densidade das linhas e conseqüentemente, maior será o campo elétrico.

As linhas de campo apresentam algumas características importantes, como:

- As linhas de campo “nascem” nas cargas positivas, que podemos interpretar como uma fonte e “morrem” nas cargas negativas, que funcionam como sumidouros;

<sup>15</sup>Disponível em < <https://aprendendofisica.wordpress.com/page/2/> > Acesso em Dez.2014.



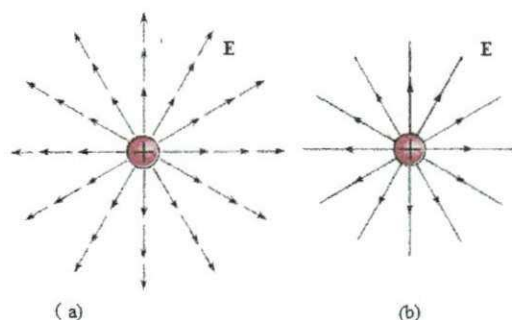


Figura 3.5: *Representação geométrica a) representação vetorial, b) representação em linhas de força.* Fonte: adaptada da página Aprendendo Física.

- As linhas de campo não se cruzam, pois se isso ocorresse, em um mesmo ponto teríamos duas direções de campo elétrico;
- O número de linhas de campo é proporcional ao valor da carga, por hipótese, se uma carga  $Q$  tem 6 linhas de campo, então  $2Q$  terá 12 linhas de campo;
- O número de linhas que atravessam uma superfície  $S$  normal as linhas numa região do espaço, é proporcional à intensidade de  $\vec{E}$  nesse ponto;

Uma forma de medir a intensidade do campo elétrico seria contar as linhas de campo que passa num ponto do espaço, fazendo uma analogia com o fluxo de um fluido numa mangueira, ocorrendo de forma contínua, onde a quantidade de fluxo que sai da mangueira é a mesma que entrou, de forma que, dentro da mangueira não se tem fontes nem sumidouros. Logo imaginando uma superfície  $S$  na extremidade da mangueira, ver Figura 3.6, podemos determinar o fluxo por uma integral de superfície:

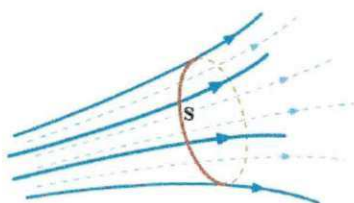


Figura 3.6: *Representação geométrica de uma superfície  $S$  na extremidade de uma mangueira.*

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{a}, \quad (3.6)$$

onde  $\vec{E} \cdot d\vec{a}$  é proporcional ao número de linhas que passam pela área infinitesimal  $d\vec{a}$ .

Com isso, se a superfície envolver toda a carga, o fluxo das linhas de campo pela superfície fechada, trará o valor total do campo elétrico:

$$\Phi_{E_{total}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} \quad (3.7)$$

onde o elemento infinitesimal  $d\vec{a}$  para uma superfície esférica oca é  $d\vec{a} = r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \hat{r}$ , e usando a Eq. (3.5) temos :

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot (r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \hat{r}) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cdot r^2 \int_0^\pi \text{sen}\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2\pi \cdot \cos\theta \Big|_0^{2\pi} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \\ &= \frac{q}{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

No caso de várias cargas, usando o princípio de superposição:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n E_i. \quad (3.9)$$

A superfície que envolve todas as cargas determinará o fluxo elétrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \sum_{i=1}^n \left( \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{a} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0}, \quad (3.10)$$

onde  $q_i = q_{enc}$  a carga encerrada por toda a superfície:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}. \quad (3.11)$$

Esta é a lei de Gauss para a eletrostática. Em outras palavras significa que o campo elétrico depende apenas das cargas envolvidas pela superfície. Se a superfície envolve uma distribuição de cargas de densidade  $\rho(\vec{r})$  a lei de Gauss pode ser escrita desta forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV. \quad (3.12)$$

Com isso, se a superfície envolver toda a carga, o fluxo das linhas de campo pela superfície fechada, trará o valor total do campo elétrico:

$$\Phi_{E_{total}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} \quad (3.7)$$

onde o elemento infinitesimal  $d\vec{a}$  para uma superfície esférica oca é  $d\vec{a} = r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \hat{r}$ , e usando a Eq. (3.5) temos :

$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r^2} \hat{r} \right) \cdot (r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \hat{r}) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \text{sen}\theta d\theta d\phi \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cdot r^2 \int_0^\pi \text{sen}\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2\pi \cdot \cos\theta \Big|_0^{2\pi} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \\ &= \frac{q}{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

No caso de várias cargas, usando o princípio de superposição:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n E_i. \quad (3.9)$$

A superfície que envolve todas as cargas determinará o fluxo elétrico:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \sum_{i=1}^n \left( \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{a} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0}, \quad (3.10)$$

onde  $q_i = q_{enc}$  a carga encerrada por toda a superfície:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}. \quad (3.11)$$

Esta é a lei de Gauss para a eletrostática. Em outras palavras significa que o campo elétrico depende apenas das cargas envolvidas pela superfície. Se a superfície envolve uma distribuição de cargas de densidade  $\rho(\vec{r})$  a lei de Gauss pode ser escrita desta forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV. \quad (3.12)$$

A lei de Gauss estar na forma integral, mas podemos transformá-la numa equação diferencial, aplicando o teorema do divergente (ou teorema de Gauss<sup>16</sup>):

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV. \quad (3.13)$$

Substituindo o lado direito da Eq 3.12, no teorema do divergente, temos:

$$\begin{aligned} \int_V (\nabla \cdot \vec{E}) dV &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV, \\ \int_V \left( \nabla \cdot \vec{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0} \right) dV &= 0, \\ \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Esta é a lei de Gauss na forma diferencial.

### 3.3.2 Lei de Gauss para magnetostática

Reverendo o contexto histórico, a primeira utilização do magnetismo foi feita pelos chineses que inventaram a bússola a 2000 anos a.C, um instrumento que aponta sempre na mesma direção, proporcionando aos desbravadores navegantes, traçarem rotas marítimas e descobrirem novas terras. A bússola consiste de uma agulha magnética que aponta para o norte geográfico com uma pequena variação, daí vem a inspiração de chamar as extremidades do ímã de pólos norte e sul. Numa experiência simples podemos perceber os pólos magnéticos, colocando uma folha sobre um ímã e salpicando limalha de ferro, sobre a folha formará linhas de um pólo para o outro devido ao alinhamento da limalha com o campo magnético, Figura (3.7).

Uma propriedade do magnetismo ligada aos ímãs é que eles sempre apresentam um pólo norte e um pólo sul, se um ímã, qualquer que seja seu formato, for dividido, dois novos ímãs surgiram, Figura (3.8)<sup>17</sup>. Isso ocorre pelo fato das linhas de campo magnético serem linhas fechadas, onde o pólo norte não é uma fonte e sim uma região que concentra um grande número de linhas de campo saindo para a superfície e o pólo sul é a região que

<sup>16</sup>O matemático alemão Johann Carl Friedrich Gauss(1777-1855) criou o teorema da divergência que permite calcular o fluxo vetorial sem a necessidade de sabermos a quantidade de fontes fazendo uma integral de volume envolvendo o divergente:  $\int_V \nabla \cdot \vec{A} dV = \Phi_A$ . O teorema nos permite transformar a integral de volume do divergente do vetor  $\vec{A}$  em uma integral de área sobre uma superfície S que define o volume:  $\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{a} = \int_V (\nabla \cdot \vec{A}) dV$  [ÇENGEL, 2006].

<sup>17</sup>Disponível em < [http : //educacao.globo.com/fisica/assunto/eletromagnetismo/imas - e - magnetismo.html](http://educacao.globo.com/fisica/assunto/eletromagnetismo/imas-e-magnetismo.html) > Acesso em Dez.2014.

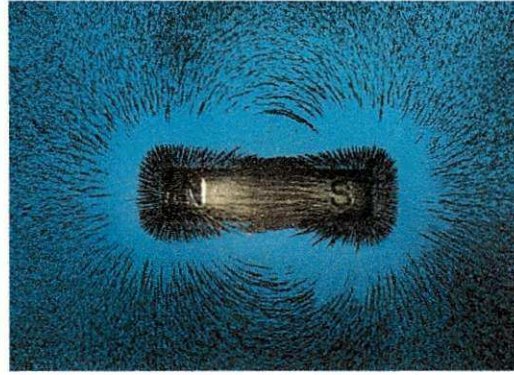


Figura 3.7: Limalhas de ferro próximas de um ímã, podemos perceber o alinhamento da limalha com o campo magnético do ímã. Fonte: adaptada de [MOURA, 2010].

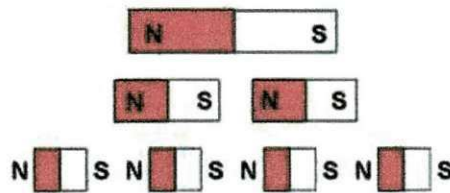


Figura 3.8: Um ímã quando partido, sempre dará origem a outros dois ímãs. Fonte: página do Educação.Física.

concentra um grande número de linhas de campo entrando no ímã.

A força que orienta uma bússola é uma força magnética, provamos isso aproximando um ímã da bússola e vemos a perturbação causada na agulha. William Gilbert nos seus estudos em 1600 descartou a força elétrica aproximando um bastão de vidro carregado de uma bússola que nada ocorreu. Mas pela experiência de Oersted, em 1820, demonstrou que uma corrente elétrica também perturbava a orientação de uma bússola, de forma que dependendo do sentido da corrente os efeitos ocorriam na direção oposta da primeira.

Jean Baptiste Biot e Félix Savart, após a experiência de Oersted, estudaram os efeitos magnéticos de uma corrente elétrica em um fio, perceberam que o campo era proporcional a corrente e a distância do fio, a força magnética na forma vetorial é obtida integrando a equação:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}, \quad (3.15)$$

onde  $d\vec{l}$  é o comprimento infinitesimal do fio, e  $\mu_0$  é uma constante de permeabilidade magnética do vácuo.

Como vimos anteriormente o fluxo elétrico é dado por :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}. \quad (3.16)$$

Por analogia física poderíamos sugerir que o fluxo magnético seria causado pelas cargas magnéticas envolvidas por uma superfície fechada, no entanto o resultado é:

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0. \quad (3.17)$$

Pelo fato de não terem encontrado experimentalmente cargas ou monopólos magnéticos, o que não quer dizer que não existam [SCHONBERG, 1939]. Poderíamos colocar uma superfície fechada envolvendo um dos pólos de um ímã, para assim calcularmos o fluxo, no entanto, como as linhas de campo magnético são linhas fechadas, o mesmo número de linhas que saem pela superfície será igual ao que entra, dando um resultado de fluxo  $\Phi_B = 0$ .

Para escrevermos a lei de Gauss para a magnetostática na forma diferencial, aplicamos o teorema da divergência na Eq. (3.17):

$$\begin{aligned} \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV &= \oint_s \vec{B} \cdot d\vec{a}, \\ \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV &= 0, \end{aligned} \quad (3.18)$$

já que S é qualquer superfície, seu volume também será qualquer, de forma que o integrando será sempre zero, logo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (3.19)$$

Está é a lei de Gauss para a magnetostática na forma diferencial. O que nos mostra uma assimetria entre a eletrostática e a magnetostática, por não haver monopolos magnéticos.

### 3.3.3 Lei de Ampère

A lei de Gauss para a magnetostática nos diz que o fluxo magnético, em uma superfície fechada, é nulo por não haver monopolos magnéticos, com isso não conseguimos calcular a intensidade de campo magnético com esta equação. Para calcular o campo magnético devido a uma corrente num fio, usamos a lei de Biot-Savart, mas em muitos casos,

torna-se um cálculo cansativo, da mesma forma que a lei de Gauss para a eletrostática se beneficia de algumas simetrias do campo elétrico, precisava de uma lei que aproveitasse as simetrias do campo magnético, e esta lei é a lei de Ampère.

O estudo da magnetostática se refere aos efeitos das correntes estacionárias num fio ou distribuição de correntes. O termo corrente estacionária significa que a corrente é igual em todos os pontos, não havendo acúmulos de cargas em algumas regiões, desta forma a densidade de corrente não varia no tempo, ou seja:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (3.20)$$

e a Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0, \quad (3.21)$$

logo

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.22)$$

Este resultado significa que não há fonte nem sumidouros na corrente.

A corrente elétrica gera um campo magnético circular em torno do fio, para saber o sentido do campo, faz-se uso da regra da mão direita, colocando o polegar no sentido da corrente, ao fechar a mão, os outros dedos mostrarão o sentido do campo magnético, ver Figura (3.9)<sup>18</sup>.



Figura 3.9: a) Campo magnético circulando em torno do fio devido a uma corrente. b) Regra da mão direita: polegar na direção da corrente ao fechar a mão os outros dedos indicam o sentido do campo magnético. Fonte: página do Uol educação.

<sup>18</sup>Disponível em < <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/fisica/campo-magnetico-conductor-retilineo-aplicacoes-da-lei-de-ampere.htm> > Acesso em Dez.2014.

Pela lei de Biot-Savart o campo magnético em torno do fio é :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho} \hat{\theta}, \quad (3.23)$$

onde  $\rho$  é o raio da curva que circula o fio. Das observações de Biot-Savart, temos que o campo magnético é proporcional a intensidade da corrente elétrica e é tangente à curva que circula o fio, Figura 3.10. Vamos considerar o caso de uma corrente fluindo no fio na

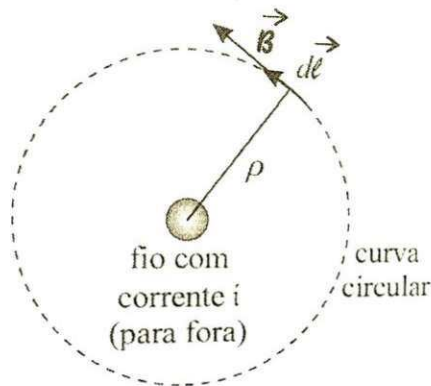


Figura 3.10: Representação de uma corrente na direção de  $\hat{z}$ , saindo do papel. Fonte adaptada de : [MACHADO, 2007a]

direção de  $\hat{z}$ . Logo o campo magnético está orientado em  $\hat{\theta}$  em coordenadas cilíndricas e o elemento de comprimento infinitesimal  $d\vec{l} = d\rho\hat{\rho} + \rho d\theta\hat{\theta} + dz\hat{z}$ , ficará  $d\vec{l} = \rho d\theta\hat{\theta}$ , fazendo o produto escalar de  $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho} \hat{\theta}$  com  $d\vec{l}$ , temos :

$$\begin{aligned} \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \frac{\mu_0 i}{2\pi\rho} \hat{\theta} \cdot \rho d\theta\hat{\theta}, \\ \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot d\theta. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Integrando no caminho de toda a curva :

$$\begin{aligned} \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_C \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot d\theta, \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta, \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \theta \Big|_0^{2\pi}, \\ &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot 2\pi, \\ \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 i. \end{aligned} \quad (3.25)$$



Esta equação mostra que o campo magnético depende apenas da corrente elétrica estacionária e pode ser calculado envolvendo um circuito em torno de um fio. Da mesma forma que, na eletrostática podemos simplificar o cálculo do campo elétrico com a lei de Gauss, na magnetostática podemos simplificar o cálculo do campo magnético com a lei de Ampère, em alguns casos de simetria do campo magnético.

Escrevendo a corrente como uma densidade superficial de corrente, ou seja, a quantidade de corrente que passa por uma superfície:

$$i = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}. \quad (3.26)$$

A lei de Ampère pode ser reescrita, como:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}. \quad (3.27)$$

Para passar a lei de Ampère para a forma diferencial, temos que usar o teorema de Stokes<sup>19</sup>

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}. \quad (3.28)$$

No teorema de Stokes, substituindo o lado direito da equação, pela lei de Ampère com a corrente escrita na forma de densidade superficial de corrente, segue que:

$$\begin{aligned} \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} &= \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \\ \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} - \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a} &= 0, \\ \int_S [\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_0 \vec{J}] \cdot d\vec{a} &= 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Essa é a lei de Ampère na forma diferencial, que Maxwell irá acrescentar mais um termo na sua correção.

<sup>19</sup>George G. Stokes(1819-1903) era um matemático e físico britânico que estudou em Cambridge, fez uma generalização do teorema de Green que é válido para superfícies planas. No teorema de Stokes, que também é conhecido como teorema do rotacional, é válido para superfícies curvas no espaço, convertendo a integral de superfície do rotacional de um vetor sobre uma superfície S em uma integral de linha do vetor ao longo do contorno C.

### 3.3.4 Lei de indução de Faraday

Michael Faraday, em 1831, descobriu a indução eletromagnética. Joseph Henry<sup>20</sup> também deduziu a lei de forma independente, porém Faraday publicou a sua descoberta primeiro ficando com o crédito [RIBEIRO, 2012]. Com inspiração para criar experimentos e com isso desenvolver seus estudos, e vendo as contribuições de Oersted e Ampère no estudo das correntes elétricas que produzem campos magnéticos, Faraday se perguntou se o processo contrário seria possível: Campos magnéticos constantes teriam a capacidade de gerar corrente elétrica ? Na busca de repostas Faraday desenvolveu um experimento: Primeiro enrolou uma espira isolada num circuito de ferro, esta espira estaria conectada a uma fonte de *fem*, uma pilha, uma outra espira enrolada ao circuito de ferro estava conectada a um galvanômetro, que iria medir a corrente. A ideia era induzir corrente elétrica numa espira a partir do campo magnético constante criado pela outra espira.

Inicialmente ao ligar a espira primária, o galvanômetro detectou uma corrente, mas rapidamente cessou, mesmo com a corrente produzindo um campo magnético constante, o galvanômetro não detectava mais a corrente induzida. E ao desligar a corrente, novamente surgia uma corrente induzida na outra espira, mas desta vez em sentido contrário.

Faraday analisou cuidadosamente o experimento e pode tirar suas conclusões, com sua noção de campo como uma entidade física real. Quando a espira primária é ligada a uma fonte de *fem*, a corrente elétrica aumenta até atingir seu ponto constante, nesse pequeno intervalo de tempo que a corrente varia, o campo magnético também varia e quando a espira primária é desligada, a corrente elétrica e o campo magnético variam até acabar. A indução de corrente na espira secundária ao ligar e desligar a fonte de *fem* foi associado a variação do campo magnético [CARVALHO, 2012].

Faraday após suas experiências enunciou a lei de indução eletromagnética que diz: a *fem* induzida em uma espira é igual a variação do fluxo magnético no tempo, assim:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad (3.30)$$

onde o sinal negativo é devido a oposição do campo magnético induzido ao campo primário, chamado de lei de Lenz<sup>21</sup>.

<sup>20</sup>Joseph Henry foi um físico estadunidense que ajudou Samuel Morse no desenvolvimento do telégrafo. Era especialista no aperfeiçoamento de eletroímãs, em 1829 construiu um eletroíma que suportava 1 tonelada e foi no estudos de eletroímãs que Henry descobriu a indução eletromagnética onde em sua homenagem a unidade de indutância é o henry(H) e ainda construiu o primeiro motor elétrico.

<sup>21</sup>Lei de Lenz : a corrente induzida por um campo magnético variável no tempo, sempre gera um campo

Faraday percebeu que o campo magnético que está variando induz um campo elétrico e é devido a este campo elétrico que se origina a *fem* induzida, onde :

$$\varepsilon = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (3.31)$$

O fluxo de campo magnético  $\Phi_B$  na superfície fechada é zero, mas numa superfície aberta qualquer o fluxo é dado por :

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a}. \quad (3.32)$$

Dai,

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{a}. \quad (3.33)$$

Esta é a lei de indução de Faraday na forma integral. É a primeira lei dinâmica do eletromagnetismo, que podemos reescrevê-la como:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}. \quad (3.34)$$

Para transformar a lei de Faraday na forma integral usamos o teorema de Stokes:

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}. \quad (3.35)$$

Modificando o lado direito da lei de Faraday, para uma integral de superfície:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a}. \quad (3.36)$$

Substituindo esta modificação na lei de indução de Faraday:

$$\begin{aligned} \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}, \\ \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} + \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a} &= 0, \\ \int_S \left[ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right] \cdot d\vec{a} &= 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Esta é a lei de indução de Faraday na forma diferencial. Para o caso de campos magnéticos constantes, recai na eletrostática, onde  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ , pois a campo elétrico magnético que se opõe a mudança daquele campo.

pela força coulombiana é conservativo. Em outras palavras a lei de Faraday corresponde na criação de um campo elétrico induzido numa região do espaço devido a um campo magnético variável no tempo.

### 3.3.5 Lei de Ampère-Maxwell

Quando Maxwell estudava para publicar seu artigo “*Teoria dinâmica do campo eletromagnético*” em 1864, Maxwell percebeu um problema teórico entre as leis de Ampère e Faraday, quando se aplicava o divergente em ambas equações, lembrando as leis de Faraday e Ampère:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.38)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}, \quad (3.39)$$

Na lei de Faraday, aplicando o divergente, temos:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}). \quad (3.40)$$

Da definição  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ , o divergente de um rotacional é nulo, logo o lado esquerdo é zero, e pela lei de Gauss para a magnetostática  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , o lado direito também é zero. Agora veremos o divergente na lei de Ampère:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}). \quad (3.41)$$

O lado esquerdo é zero, mas o lado direito nem sempre é zero. De acordo com a lei da continuidade, que garante a conservação da carga, temos

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.42)$$

Quando a densidade de cargas não varia no tempo, devido a corrente estacionária, as leis de Ampère e da continuidade são válidas, entretanto quando a densidade de cargas não é constante, devido ao acúmulos de cargas,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} \neq 0$ , com isso a lei de Ampère deve ser corrigida para garantir a conservação da carga elétrica.

Um exemplo físico do problema da lei de Ampère pode ser encontrado no carregamento de um capacitor, traçando uma curva amperiana, com uma superfície  $S_1$  em torno do fio, e a superfície  $S_2$  que tem o mesmo contorno mas sua superfície tenha a forma

de um balão envolvendo uma das placas do capacitor, Figura 3.11. Neste exemplo, para

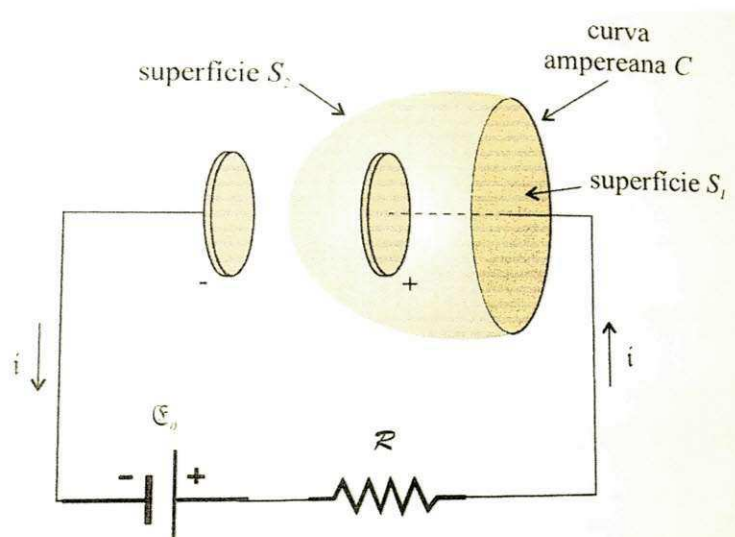


Figura 3.11: Circuito do capacitor com curva amperiana  $C$ , de superfícies diferentes, Fonte: adaptada de [MACHADO, 2007b].

facilitar o seu desenvolvimento, suponhamos um capacitor ideal, sem efeitos de bordas com as placas próximas uma da outra, com isso teremos um campo elétrico apenas na face plana do capacitor, onde o valor do campo elétrico entre as placas é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}, \quad (3.43)$$

onde  $\sigma$  é a densidade superficial de cargas, que devido ao acúmulo de cargas nas placas do capacitor, sua densidade está variando com o tempo, conseqüentemente, a variação do campo elétrico:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n} \right], \\ \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \hat{n}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

A densidade de carga é dada por:

$$\sigma = \frac{Q}{A}, \quad (3.45)$$

onde  $A$  é a área da placa e  $Q$  é a carga armazenada, com isso

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt}, \quad (3.46)$$

substituindo na variação do campo elétrico, temos:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} \hat{n}. \quad (3.47)$$

como  $i = \frac{dQ}{dt}$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{i}{\epsilon_0 A} \hat{n}. \quad (3.48)$$

Vamos considerar a integral na superfície  $S_2$ :

$$\begin{aligned} I &= \int_{S_2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n} da, \\ I &= \int_{S_2} \frac{i}{\epsilon_0 A} \hat{n} \cdot \hat{n} da, \\ I &= \frac{i}{\epsilon_0 A} \int_{S_2} da, \\ I &= \frac{i}{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Isolando  $i$ , temos:

$$\begin{aligned} i &= \epsilon_0 I, \\ i &= \epsilon_0 \int_{S_2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n} da, \end{aligned} \quad (3.50)$$

encontramos uma corrente fictícia, relacionada com a variação de campo elétrico.

Da lei de Ampère, temos:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i. \quad (3.51)$$

Substituindo  $i$  pelo valor da corrente fictícia :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \int_{S_2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n} da, \quad (3.52)$$

que é a correção de Maxwell, para a superfície que não há correntes estacionárias.

Concluimos que a criação de um campo magnético pode ser feita de duas maneiras, integrando a curva amperiana na superfície  $S_1$ , temos um campo magnético devido a uma corrente real  $i$  e integrando a curva na superfície  $S_2$ , temos um campo magnético devido a variação do campo elétrico no tempo, que Maxwell chamou de *corrente de deslocamento*<sup>22</sup>

<sup>22</sup>Maxwell atribuiu esse nome inspirado no seu modelo de vórtices que giravam rodeados por esferas que rolavam em torno do seu eixo. Nesse modelo a corrente elétrica era compreendida quando as esferas

[DIONÍSIO, 2010].

A lei de Ampère com a corrente escrita na forma de densidade de corrente é:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad (3.53)$$

juntando os dois resultados para a lei de Ampère, temos

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{a} + \mu_0 \epsilon_0 \int_{S_2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \hat{n} da, \quad (3.54)$$

chamando a corrente real de  $i$  e a corrente de deslocamento de  $i_D$ , segue:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i + i_D). \quad (3.55)$$

Para transformar esta equação para a forma diferencial, fazemos uso da equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.56)$$

Pela lei de Gauss:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0}, \\ \rho &= \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

substituindo na equação da Continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.58)$$

As derivadas espaciais e temporais independem entre si:

$$\vec{\nabla} \cdot \left[ \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (3.59)$$

Vamos unir os termos em um único divergente,

$$\vec{\nabla} \cdot \left[ \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \right] = 0. \quad (3.60)$$

Escrevendo  $\vec{J}_D$  para a corrente de deslocamento,

$$\vec{J}_D = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (3.61)$$

---

rotatórias se deslocavam das suas posições iniciais.

Logo a equação de continuidade fica:

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{J} + \vec{J}_D] = 0, \quad (3.62)$$

ou

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_t = 0, \quad (3.63)$$

onde  $J_t = J + J_D$  é a densidade de corrente total.

Da lei de Ampère na forma diferencial:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}. \quad (3.64)$$

Substituindo  $\vec{J}$ , pela densidade de corrente total, temos:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J}_t \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_D) \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.65)$$

Esta é a lei de Ampère - Maxwell na forma diferencial, que agora conta com campo elétrico dependente do tempo.

### 3.3.6 Luz e eletromagnetismo

Faraday propôs que a luz poderia ser gerada pelas vibrações das linhas de força elétricas e magnéticas, ou seja, uma onda criada por fenômenos eletromagnéticos. Maxwell também tinha a intenção de conectar a luz com o eletromagnetismo.

No estudo de ondas, a sua velocidade estar associada ao que a propaga, a exemplo : a velocidade do som no ar é  $v \approx \sqrt{\frac{P}{\rho}}$ , que depende da pressão P e da densidade do meio  $\rho$ , outro exemplo é a velocidade de uma onda de osciladores interligados que é  $v \approx d\sqrt{\frac{K}{m}}$ , onde K é constante da mola, m é a massa e d é a distância entre os osciladores.

Inspirado no desejo de encontrar a velocidade das supostas ondas criadas pelas vibrações das linhas de força, Maxwell analisou os valores experimentais que existiam para as constantes elétricas e magnéticas e obteve uma relação intrigante. Dividindo a constante elétrica de valor  $K_e = 9 \times 10^9 \text{Nm}^2 \cdot \text{C}^{-2}$  pela constante magnética de valor



$$K_m = 1 \times 10^{-7} \text{Ns}^2 \cdot C^{-2};$$

$$\frac{K_e}{K_m} = \frac{9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{1 \times 10^{-7} \frac{Ns^2}{C^2}}, \quad (3.66)$$

$$\frac{K_e}{K_m} = 9 \times 10^{16} \frac{m^2}{s^2}, \quad (3.67)$$

$$(3.68)$$

pela unidade do resultado que é  $(\frac{m}{s})^2$ , uma velocidade elevada ao quadrado, logo extraindo a raiz, obtemos:

$$\sqrt{\frac{K_e}{K_m}} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, \quad (3.69)$$

que é o valor aproximado da velocidade da luz. No entanto, Maxwell não tinha a expressão de uma onda eletromagnética, mas com a correção da lei de Ampère, relacionou os campos elétricos e magnéticos, e mais que isso, determinou por meio de manipulações matemáticas as equações da onda eletromagnética.

Considerando as equações de Maxwell no espaço vazio, ausência de cargas e correntes, podemos observar a simetria entre elas, graças a tão importante correção na lei de Ampère:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad (3.70)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.71)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.72)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (3.73)$$

Aplicando a seguinte identidade dos rotacionais,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}, \quad (3.74)$$

nas duas últimas equações, segue

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right), \quad (3.75)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \quad (3.76)$$

devido a ausência de cargas o  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$  e substituindo o  $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ ,

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad (3.77)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (3.78)$$

esta é a equação de onda para o campo elétrico.

Do mesmo modo para a lei de Ampère-Maxwell,

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times \left( \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right), \quad (3.79)$$

$$\nabla (\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E}), \quad (3.80)$$

como o  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  e substituindo o  $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ , segue

$$-\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right), \quad (3.81)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}, \quad (3.82)$$

e esta é a equação de onda para o campo magnético.

Fazendo uma comparação das equações de onda dos campos elétrico e magnético com a equação de uma onda tridimensional,

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}, \quad (3.83)$$

o termo  $v$  é a velocidade de propagação da onda, com isso, fazemos a relação;

$$\frac{1}{v^2} = \mu_0 \varepsilon_0, \quad (3.84)$$

$$v^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}, \quad (3.85)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}. \quad (3.86)$$

Quando Maxwell substituiu os valores das constantes experimentais da permissividade do espaço  $\varepsilon_0$  e da permeabilidade magnética do espaço  $\mu_0$ , ele obteve o valor da velocidade da sua onda eletromagnética:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, \quad (3.87)$$

nessa época os físicos Fourcort e Fizeau haviam determinado experimentalmente a ve-

locidade da luz, com a qual Maxwell pode comparar a velocidade da sua onda com a velocidade da luz e para a sua satisfação viu que elas tinham o mesmo valor aproximado. Isso levou a Maxwell concluir que a luz era causada pelos mesmos efeitos da onda eletromagnética.

Maxwell fez uma descoberta digna de entrar no *Hall* das grandes descobertas físicas, pois utilizando valores de constantes experimentais das leis de Coulomb e Biot-Savart, que nada tinha haver com a luz, pode chegar ao mesmo valor de sua velocidade. Daí que percebe-se o quão importante foi a correção de Maxwell para a lei de Ampère, pois sem ela não seria possível encontrar uma equação de onda e conseqüentemente não desenvolveria a teoria eletromagnética da luz [GRIFFITHS, 2011].

# Capítulo 4

## Avanços pós-Maxwell

### 4.1 Introdução

O grande trabalho de Maxwell não se resume a síntese das equações que levam o seu nome, mas também pela unificação da Óptica e do Eletromagnetismo, quando percebeu os valores iguais de propagação da onda eletromagnética e da luz. Lamentável que Maxwell morreu de forma precoce, parando drasticamente as suas contribuições para a Ciência. Sua teoria não era bem entendida e se não entendiam, não davam o devido valor, apenas alguns estudantes de Cambridge, seguidores de Maxwell, eram capazes de entender a sua obra e se intitulavam *Os Maxwellianos*, como, por exemplo os físicos Oliver Heaviside, Oliver Lodge<sup>1</sup>, George Fitzgerald e Henrich Hertz que ajudaram a confirmar a teoria eletromagnética de Maxwell.

A importância da obra de Maxwell seria confirmada por Heinrich Hertz, em 1887, que de forma experimental detectou a onda eletromagnética. A existência da onda eletromagnética proporcionaria um salto na comunicação à distância. Inicialmente com Oliver Lodge(1852-1940), que idealizou um sistema de emissão e captação das ondas eletromagnéticas, que no caso da captação, fecharia um circuito secundário tocando uma campainha. Lodge não percebeu que esse sistema poderia alavancar o sistema de comunicação sem fio. Coube a Marconi Guglielmo a fazer melhorias no sistema e transmitir e captar as ondas a grandes distâncias.

---

<sup>1</sup>Oliver Lodge era um físico inglês que perdeu duas chances de ficar famoso, primeiro por descobrir as ondas eletromagnéticas, mas antes de publicá-las decidiu tirar férias, quando voltou Hertz havia publicado a sua descoberta da onda eletromagnética. Mas adiante poderia ter sido o pioneiro na comunicação sem fio, mas perdeu pra Marconi que patenteou o sistema que proporcionaria melhorias com o telégrafo sem fio.

## 4.2 O experimento de Hertz

A teoria de Maxwell era ousada e a frente do seu tempo, com isso, os acadêmicos da época analisaram suas equações com uma certa cautela, mas com o decorrer da sua aceitação a *Academia de Ciências de Berlim*, em 1867, ofereceu um prêmio a quem provasse a existência das ondas eletromagnéticas, e quem saiu na frente foi o físico alemão Heinrich Rudolph Hertz na busca das ondas eletromagnéticas [BRENNAN, 2013].

Hertz usou um circuito de corrente alternada. Este circuito era formado por um solenóide cujo os extremos estavam conectados a um gerador chamado de “bobina de Ruhmkorff” que produzia corrente sob alta tensão, fazendo faíscas saltarem entre as esferas, ver Figura 4.1<sup>2</sup>.

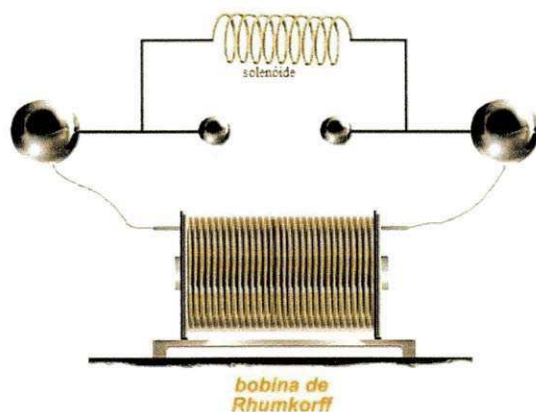


Figura 4.1: *Circuito de Hertz para gerar ondas eletromagnéticas.* Fonte : página do eFísica.

Com o circuito ligado, faíscas saltavam entre as esferas pequenas que estavam próximas, esse pulso de corrente criaria um campo magnético e pela lei de Faraday, um campo magnético variável cria um campo elétrico variável, ou seja, uma onda eletromagnética se propagaria no espaço, então para detectá-las Hertz criou um circuito receptor formado por um condutor circular que tinha suas extremidades bem próximas. O fundamento usado por Hertz, seria que, o circuito receptor captaria a onda eletromagnética ao passo que ela induziria uma corrente, fazendo uma faísca saltar entre os terminais do circuito receptor. A ideia era boa, porém, difícil de se detectar, fazendo Hertz ficar por longas semanas no quarto escuro observando com o auxílio de uma lupa na esperança de enxergar uma

<sup>2</sup>Disponível em: < [http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/ondas/oscilador\\_hertz/](http://efisica.if.usp.br/eletricidade/basico/ondas/oscilador_hertz/) > Acesso em Dez 2014.

pequena faísca [EBERHARDT, 2012].

Hertz, em 1887, conseguiu observar uma pequena faísca que seria a comprovação da onda eletromagnética, colocando o detector em vários locais pode mapear as ondas onde ás captou a uma distância de 12 metros. E em 1888, publicou seus resultados sobre como produzir ondas eletromagnéticas. Um anos depois Hertz morre inesperadamente aos 37 anos de idade, não podendo vivenciar o avanço que sua descoberta experimental proporcionaria nos anos seguintes, pelas emissões das ondas hertzianas. Hertz validou a teoria eletromagnética de Maxwell [DORIA, 2006]. Lembrando que esta teoria é baseada na existência de um meio responsável pelos fenômenos eletromagnéticos.

### 4.3 O éter

A existência do éter era fundamental na teoria eletromagnética de Maxwell, levando em conta a sua aversão de ação à distância, colocando o éter, não apenas como um meio mas também como criador de fenômenos elétricos e magnéticos, a partir de tensões e rotações do mesmo [MARTINS, 2005].

O éter sempre existiu, pelo menos na cabeça dos filósofos, para Aristóteles o mundo era constituído pelos quatro elementos de Empédocles: terra, água, ar e fogo. Após estes, teria o quinto elemento ou quintaessência, o éter, que seria responsável pela existência de todos os corpos celestes, estando em um movimento perpétuo, levando consigo todos os planetas. O éter de Aristóteles era incorruptível e perfeito, constituído de esferas que se encaixavam perfeitamente. Esta concepção garantia a não existência do vácuo<sup>3</sup>. O éter de Aristóteles foi aceito durante toda a Idade Média [CAMPOS, 2004].

No Séc. XVII, a teoria o éter Aristotélico teria o seu fim, com os estudos dos discípulos de Galileu que acreditavam na existência do vazio, buscaram produzir o vácuo. E no ano de 1643, Evangelista Torricelli realizou uma experiência com um tubo de vidro e mercúrio, produzindo o vácuo. Muitos outros físicos posteriormente conseguiram produzir vácuo como Robert Boyle e Otto Von Guericke, colocando o éter em desuso. Mas outro éter surgiria no cenário da Física, com a aceitação da natureza ondulatória da luz, consolidada por Augustin Fresnel(1788-1827) e Thomas Young com os fenômenos de interferência em 1801; e como toda onda precisava de um meio para se propagar, o meio

---

<sup>3</sup>Para a Igreja, na época, a ideia de vácuo não era aceita, pois o vazio significaria a ausência de Deus, onde Deus é onipresente.

de propagação da luz era o “éter luminífero” , do latim *aether luminíferus*, onde este conceito de éter foi proposto por Huygens [CHERMAN, 2005].

A teoria eletromagnética de Maxwell foi elaborada pelas propriedades dinâmicas de um fluido, o éter eletromagnético, no qual os fenômenos elétricos e magnéticos seriam causados por tensões deste meio. Após a determinação de que a luz seria um tipo de onda eletromagnética, houve a redução para um único meio de propagação, o éter eletromagnético.

O éter agora apresentava características peculiares. É sabido que a velocidade de uma onda esta relacionada com a rigidez do meio, a exemplo da onda sonora que é mais rápida nos sólidos do que no ar, como a velocidade da luz é extremamente alta, o éter teria que ser extremamente rígido para suportar as tensões eletromagnéticas. Além disso, ele preencheria todo o espaço, de forma que seria imperceptível aos planetas que se deslocavam no éter, algo apenas explicado pela alta transparência e nenhuma viscosidade, caso contrário os planetas perderiam energia e iriam de encontro ao Sol.

No final do Séc. XIX, a existência do éter era amplamente aceita, faltava apenas comprovar experimentalmente, como a Terra estaria viajando no éter. Com um experimento óptico seria possível perceber uma adição de velocidade à velocidade da luz [MARTINS, 1993].

#### 4.4 O experimento de Michelson-Morley

Maxwell propôs alguns métodos de detecção do éter, mas estes métodos envolviam medições de pequenas quantidades, que relacionava a velocidade da Terra e da luz no éter. No caso de experimentos terrestres com a luz, seria necessário construir um aparelho que medisse o quadrado da razão  $\frac{v}{c}$ , conhecido na Física como efeitos de segunda ordem.

No ano de 1881 Albert Abraham Michelson<sup>4</sup>(1852-1931) em Berlim, desenvolveu um aparelho que seria capaz de identificar a existência do éter, chamado de interferômetro. Como o próprio nome diz, usaria interferência de feixes de luz. Primeiramente uma fonte luminosa é ligada na direção de um espelho semi-refletor, dividindo o feixe de luz em direções perpendiculares que após refletidos em espelhos se encontram novamente no espelho semi-refletor e são observados na tela do interferômetro, ver esquema na Figura

---

<sup>4</sup>Michelson era um alemão naturalizado estadunidense, perito da marinha norte americano, desenvolveu o interferômetro e era especialista em medidas, tornando-se o primeiro estadunidense a receber o prêmio Nobel pela invenção do interferômetro e pela precisão na medida da velocidade da luz.

4.2<sup>5</sup>.

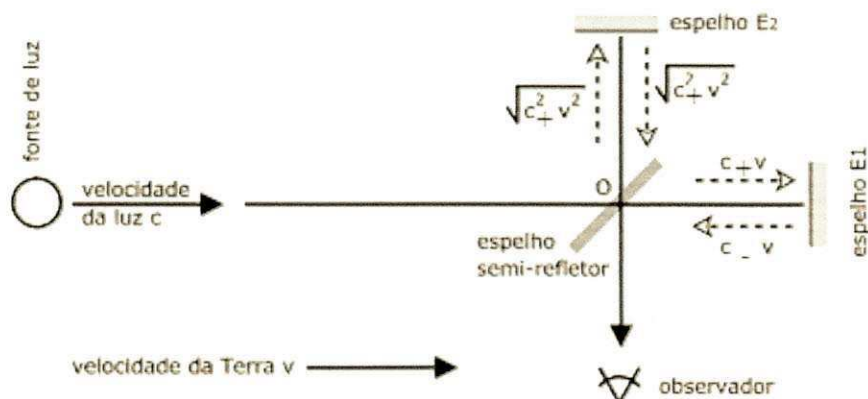


Figura 4.2: O raio de luz quando separado pelo espelho semi-refletor segue dois caminhos, um na direção do espelho  $E_1$  com velocidade  $c + v$  (na ida) e  $c - v$  (na volta). O outro segue perpendicularmente na direção do espelho  $E_2$  com velocidade  $\sqrt{c^2 + v^2}$  (ida e volta).  
 Fonte : página do MSPC.

De acordo com o movimento da Terra através do éter, os feixes percorreriam a mesma distância com velocidades diferentes, conseqüentemente não chegariam ao mesmo tempo, e o observador viria um desencontro das frentes de onda, ocasionando uma interferência destrutiva, formando na tela do interferômetro um ponto escuro rodeado de franjas claras e escuras. Mas para o desapontamento de Michelson o atraso de um dos feixes não aconteceu, eles sempre chegavam juntos. Michelson suspeitou que seu aparelho não fosse eficiente e pudesse sofrer variações externas, quando carruagens e pessoas passando nas ruas de Berlim prejudicavam as medidas. De volta para os Estados Unidos, em Cleveland, após 6 anos da experiência falha em Berlim, Michelson desta vez com ajuda de seu amigo, físico-químico, Eduard Morley(1838- 1923), fez melhorias no interferômetro minimizando oscilações e variações que prejudicavam as medidas; colocando o interferômetro numa base de arenito flutuando num reservatório de mercúrio, viram que o interferômetro ficou perfeitamente estabilizado podendo ser girado manualmente ocasionando nenhuma modificação na posição dos espelhos. E em 1887, o inesperado acontece novamente, a experiência não detectou nenhuma variação na interferência em nenhuma direção que posicionasse os braços do interferômetro, dando a entender que a luz viaja a mesma velocidade em qualquer direção, como se não percebesse a presença do éter.

<sup>5</sup>Disponível em < <http://www.mspc.eng.br/elemag/opt0110.shtml> > Acesso em Dez 2014.



Michelson se perguntava se a teoria do éter estava errada, mas passou os últimos dias de sua vida na busca do éter, achando que a não detecção havia sido um fracasso.

Em 1892, o físico Fitzgerald<sup>6</sup>(1851-1901) propôs uma justificativa para a não detecção do efeito do éter no interferômetro, afirmando que estaria ocorrendo uma contração de um dos braços do interferômetro na direção do movimento da Terra em relação ao éter. Muitos acharam a conclusão de Fitzgerald absurda, mas um grande físico Hendrik Antoon Lorentz<sup>7</sup>(1853-1928) que estudou profundamente a teoria eletromagnética de Maxwell, viu que esta afirmação poderia estar correta, atribuindo esta contração a uma propriedade do elétron, que havia sido descoberto por J. J. Thomson. Baseado na contração de Fitzgerald, afirmou que além da distância, o tempo seria afetado pelo movimento. Na cinemática newtoniana o tempo é absoluto e seu novo tempo variava de lugar para lugar, onde Lorentz chamou de “tempo local” o tempo daquele referencial. Além disso, desenvolveu transformações que determinam até que ponto o espaço se contrai e o tempo se dilata para que os fenômenos fossem iguais para qualquer referencial inercial. Para que observadores tenham uma descrição simultânea de algum evento, Lorentz criou o seguinte sistema de equações:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad (4.1)$$

$$y' = y, \quad (4.2)$$

$$z' = z, \quad (4.3)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad (4.4)$$

onde  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  é o fator de contração de Lorentz.

Henry Poincaré<sup>8</sup>(1854-1912) sugeriu uma generalização do princípio da relatividade, onde os fenômenos físicos devem ser os mesmos para qualquer observador parado ou em movimento uniforme. Assim as transformações de Galileu teriam que ser generalizadas para todos os fenômenos físicos, como Lorentz o fez. Poincaré viu outro conceito

---

<sup>6</sup>George Francis FitzGerald, professor irlandês de Física do Trinite College era considerado um dos *maxwellianos*, ajudando a confirmar a teoria de Maxwell do campo eletromagnético.

<sup>7</sup>Hendrik Antoon Lorentz foi um Físico-matemático holandês, estudou profundamente a Teoria Eletromagnética de Maxwell, ganhou o prêmio Nobel por suas pesquisas da influência do magnetismo sobre o fenômeno da radiação em 1902.

<sup>8</sup>Henri Poincaré foi um físico matemático filósofo, introduziu os princípios básicos da relatividade especial. Em 1889 foi premiado por seus trabalhos sobre o problema dos três corpos.

para o tempo local de Lorentz, como sendo o tempo que relógios em repouso em um referencial que se move através do éter marcariam se fossem sincronizados usando um sinal de luz, desconsiderando o movimento inercial, para que assim a velocidade da luz fosse constante [STACHEL, 2004].

No ano em que Maxwell morre, nasce um gênio Albert Einstein(1879-1955) na cidade de Ulm, Alemanha, pertencente a uma família de judeus não praticantes. Einstein passou sua infância se mudando devido ao trabalho do pai, passando por Munique, Milão e Suíça que na qual se formaria em Física e Matemática na Politécnica de Zurique, em 1900. Porém formado, não conseguiu emprego como professor, indo trabalhar no escritório suíço de registro de patentes e enquanto trabalhava no escritório, encontrou tempo para produzir suas obras.

Einstein publicou no ano de 1905, conhecido como seu ano miraculoso, cinco artigos na *Annalen der Physik*, famosa revista alemã, na qual um destes artigos era intitulado “*Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*” onde Einstein queria tornar consistente as leis da mecânica com a teoria do eletromagnetismo de Maxwell [STUDART, 2005]. Criou um sistema de coordenadas que garantia a invariância das leis físicas para qualquer referencial inercial. Diferentemente de Lorentz e Poincaré, Einstein seguiu um caminho diferente, em primeiro lugar enunciando dois postulados que são as bases de sua teoria:

1. As leis da Física são invariantes para qualquer referencial inercial;
2. A velocidade da luz é constante, seja ela emitida por um corpo em repouso ou por um corpo em movimento retilíneo uniforme;

Além dos postulados Einstein descarta a existência do éter, que seria irrelevante para a propagação da luz. Desta forma Einstein deduziu as mesmas transformações de Lorentz, estabelecendo a relatividade como um princípio fundamental da Física, interligando o espaço e o tempo. No caso de Lorentz, ele desenvolveu suas equações para explicar a experiência de Michelson-Morley num meio etéreo.

Einstein descartou a existência do éter, pensando que algo que não pode ser medido nem provado pode ser descartado [MARTINS, 2005]. Por outro lado o éter teve um papel fundamental para o desenvolvimento da relatividade especial e proporcionou a criação de conceitos como forças, pressões, energia, momento e massa ao campo eletromagnético.

Lembrando que para Maxwell, A. Michelson, Lorentz e Poincaré a existência do éter era fundamental para a teoria eletromagnética.

# Capítulo 5

## Considerações Finais

A construção do Eletromagnetismo ocorreu a passos lentos, onde cada personagem deu sua contribuição, possibilitando aos posteriores discordarem ou aperfeiçoarem algum conceito, assim como Newton citou que se enxergou mas longe, foi porque se apoiou sobre ombros de gigantes, se referindo aos estudos deixados por outros físicos na construção da Mecânica. Maxwell também se apoiou nos grandes físicos que vinham estudando o Eletromagnetismo.

Conhecer a História da Física é um aliado importantíssimo para ensinar Física. Dominar o conhecimento de como os fatos ocorreram em qual situação é muito importante para não ficar se resumindo a dados históricos e anedotas que muitas vezes são infundadas [MARTINS, 2001].

As Equações do Eletromagnetismo que levam o nome de Maxwell já estavam prontas, mas isso não diminui a importância de sua contribuição para o Eletromagnetismo, pois pensar assim é negligenciar os fatos históricos. Além das contribuições para o Eletromagnetismo que estavam a frente de seu tempo, Maxwell deu contribuições em outras áreas da Física, como na Termodinâmica, na Teoria Cinética do Gases, no estudos das cores e Astronomia. Tanto fez que Maxwell é considerado o grande físico do Séc. XIX.

## Referências Bibliográficas

- [ASSIS, 2011] ASSIS, André Koch Torres. 2011. *Os fundamentos Experimentais e Históricos da Eletricidade*. 1 edn. São Paulo: Livraria da Física.
- [BALDINATO, 2008] BALDINATO, José Otavio. 2008. Michael Faraday e A História Química de uma vela: Um estudo de caso sobre a Didática da Ciência. *Química Nova na Escola*, 16–23.
- [BASSÁLO, 2007] BASSÁLO, José Maria Filardo. 2007. *Eletrodinâmica Clássica*. 1 edn. São Paulo: Livraria da Física.
- [BELENDEZ, 2008] BELENDEZ, Augusto. 2008. La unificación de luz, electricidad y magnetismo. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **30**(2).
- [BEZERRA, 2006] BEZERRA, Valter Alnis. 2006. Maxwell, a teoria do campo e desmecanização da física. *Scientle Studia*, **4**(2), 177–220.
- [BOSS, 2007] BOSS, Sergio Luiz Bragatto. 2007. Os conceitos de eletricidade vítrea e eletricidade resinosa segundo Du Fay. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **29**(4), 635–644.
- [BOSS, 2010] BOSS, Sergio Luiz Bragatto. 2010. Uma breve biografia de Stephen Gray(1666-1736). *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **32**(1).
- [BRENNAN, 2013] BRENNAN, Richard P. 2013. *Gigantes da Física: Uma História da Física Moderna através de oito biografias*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.
- [CAMPBELL, 1882] CAMPBELL, Lewis. 1882. The life of James Clerk Maxwell. *Macmillan and CO*. London.
- [CAMPOS, 2004] CAMPOS, Alexandre. 2004. A natureza da região celeste em Aristóteles. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **36**(4).

- [CARVALHO, 2012] CARVALHO, R. T Silva H. B. 2012. A indução eletromagnética : análise conceitual e fenomenológica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **34**(4).
- [CAVALCANTE, 2012] CAVALCANTE, Matheus Araújo. 2012. Uso do espelho de Lloyd como método de ensino de óptica no Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **34**(4).
- [CHERMAN, 2005] CHERMAN, Alexandre. 2005. *Sobre ombros de gigantes: Uma história da Física*. 2 edn. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.
- [CINDRA, 2005] CINDRA, José Lourenço. 2005. A Evolução das ideias relacionadas aos fenômenos térmicos e elétricos: Algumas similaridades. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, **22**(3), 379–399.
- [CREASE, 2011] CREASE, Robert P. 2011. *As grandes Equações: A história das fórmulas matemáticas importantes e os cientistas que as criaram*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.
- [CRUZ, 1985] CRUZ, F. F. Souza. 1985. O conceito de força na idade média. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, **2**(2), 64–73.
- [DARRIGOL, 2000] DARRIGOL, Olivier. 2000. *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. New York: Oxford University Press.
- [DIONÍSIO, 2010] DIONÍSIO, Paulo Henrique. 2010. A força eletromotriz do movimento e os fundamentos da Teoria eletromagnética clássica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **32**(4).
- [DORIA, 2006] DORIA, Mauro M. 2006. *Ondas e Bits*. 1 edn. São Paulo: Livraria da Física.
- [EBERHARDT, 2012] EBERHARDT, Dario. 2012. Faça você mesmo: Produção e detecção de pulsos eletromagnéticos. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, **29**(3).
- [ESCOLA, 2011] ESCOLA, TV. 2011. *A História da Eletricidade: A faísca*.
- [GALLI, 2003] GALLI, Claudio. 2003. *Sobre Volta, batatas e fótons*. 1 edn. Porto Alegre: EDIPUCRS.

- [GRIFFITHS, 2011] GRIFFITHS, David J. 2011. *Eletrodinâmica*. 3 edn. São Paulo: Pearson Addison Wesley.
- [JUNIOR, 2010] JUNIOR, Osvaldo Pessoa. 2010. Modelo casual dos primórdios da Ciência do Magnetismo. *Scientiae Studia*, **8**(2), 195–212. São Paulo.
- [MACHADO, 2007a] MACHADO, Kleber Daum. 2007a. *Teoria do eletromagnetismo*. 3 edn. Vol. 1. Paraná: UEPG.
- [MACHADO, 2007b] MACHADO, Kleber Daum. 2007b. *Teoria do Eletromagnetismo*. 3 edn. Vol. 2. Paraná: UEPG.
- [MARTINS, 1986] MARTINS, Roberto Andrade. 1986. Oersted e a descoberta do eletromagnetismo. *Cadernos de História e filosofia da Ciência*, **99**.
- [MARTINS, 1993] MARTINS, Roberto Andrade. 1993 (Janeiro). *Em busca do nada: considerações sobre os argumentos a favor do vácuo e do éter*.
- [MARTINS, 2001] MARTINS, Roberto Andrade. 2001. Como não escrever sobre História da Física : Um manifesto historiográfico. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **23**(1).
- [MARTINS, 2005] MARTINS, Roberto Andrade. 2005. A dinâmica relativística antes de Einstein. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **27**(1), 11 – 26.
- [MOURA, 2010] MOURA, Jacó Izidro. 2010 (maio). *Monopolo magnético. Cadê meu norte?*
- [PIRES, 2011] PIRES, Antônio S. T. 2011. *Evolução das ideias da Física*. 2 edn. São Paulo: Livraria da Física.
- [RIBEIRO, 2012] RIBEIRO, Daniel Tiago. 2012. Indução eletromagnética em laboratório. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **34**(4).
- [ROCHA, 2002] ROCHA, José Fernando M. 2002. *Origens e evolução das ideias da Física*. Salvador: EDUFBA.
- [SCHONBERG, 1939] SCHONBERG, Mario. 1939. Sobre a existência de monopolos magnéticos. *Annais da Academia Brasileira de Ciências*, **11**(3), 267–271.

- [SILVA, 2006] SILVA, Cibelli Celestino. 2006. *Estudos da história e filosofia das ciências : Subsídios para aplicação no ensino médio*. São Paulo: Livraria da Física.
- [SILVA, 2008] SILVA, Cibelli Celestino. 2008. Uma análise da História da Eletricidade presentes em livros didáticos: o caso de Benjamin Franklin. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **25**(1), 141–159.
- [SILVA, 2007] SILVA, Fabio W. O. 2007. A evolução da teoria ondulatória da luz e os livros didáticos. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **29**(1), 149–159.
- [SILVA, 2009] SILVA, Fabio W. O. 2009. A teoria da luz de Newton nos textos de Young. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **31**(1).
- [STACHEL, 2004] STACHEL, John. 2004. 1905 e tudo o mais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **27**(1), 5–9.
- [STUDART, 2005] STUDART, Nelson. 2005. Einstein e o Ano Mundial da Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, **27**(1), 1–4.
- [TOLENTINO, 2000] TOLENTINO, Mário. 2000. O bicentenário da invenção da pilha elétrica. *Química Nova na Escola*, maio. a8.
- [TORT, 2004] TORT, Alexandre C. 2004. Uma tradução comentada de um texto de Maxwell sobre a ação a distância. *Revista Brasileira de ensino de Física*, **26**, 273– 282.
- [ÇENGEL, 2006] ÇENGEL, Yunus A. 2006. *Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações*. MC Graw Hill.