



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

BRENDA SILVA MARTINS DE ALBUQUERQUE

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE
ENSINO: POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA**

CUITÉ - PB

2019

BRENDA SILVA MARTINS DE ALBUQUERQUE

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE
ENSINO: POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Monografia apresentada à Banca Examinadora,
como exigência parcial à conclusão do Curso de
Licenciatura em Matemática, da Universidade
Federal de Campina Grande campus Cuité.

Orientadora: Profa. Ms. Fabíola da Cruz Martins.

CUITÉ – PB

2019

A345r

Albuquerque, Brenda Silva Martins de.

A resolução de problemas como metodologia de ensino: possibilidades no ensino de geometria / Brenda Silva Martins de Albuquerque. – Cuité, 2019.

60 f. : il. color.

Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2019.

"Orientação: Profa. Ma. Fabíola da Cruz Martins".

Referências.

1. Geometria – Estudo e Ensino. 2. Educação Matemática. 3. Material Concreto. 4. Paralelepípedo Retângulo. I. Martins, Fabíola da Cruz. II. Título.

CDU 514(07)(043)

BRENDA SILVA MARTINS DE ALBUQUERQUE

**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE
ENSINO: POSSIBILIDADES NO ENSINO DE GEOMETRIA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande Campus Cuité, em cumprimento à exigência para conclusão do curso.

Aprovada em: ___/___/_____

BANCA EXAMINADORA

Profa. Ms. Fabíola da Cruz Martins / UFCG
Orientadora

Prof. Ms. Leonardo Lira de Brito / UFCG
Examinador Interno

Prof. Dr. Tiêgo dos Santos Freitas / CEFET/RJ e SEECT/PB
Examinador Externo

CUITÉ - PB

2019

Dedico este trabalho aos meus pais Adailson e Betânia e aos meus avós Adonias e Rita.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, pois sei que todas as coisas em nossas vidas são planos perfeitos Dele e que tudo acontece em Seu tempo.

Agradeço aos meus pais, por tudo o que sempre fizeram e fazem por mim, por todo amor. Aos meus pais devo toda gratidão, por se dedicarem a minha educação e sempre me apoiarem e incentivarem em todos os momentos.

A minha irmã, pelo carinho, companheirismo, incentivo e apoio de sempre.

Aos meus avós maternos por todo amor e carinho.

A minha orientadora, Profa. Ms. Fabíola da Cruz Martins pelos ensinamentos, pela motivação, conselhos, e principalmente, pela dedicação e paciência em me orientar.

Ao meu namorado Renato, por todo carinho, incentivo e apoio.

Ao meu primo Sidney, por me ajudar no desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus amigos, Layane, Michelly e Marcellus.

A minha amiga e companheira de curso, Alane, por todos os momentos compartilhados.

Aos meus colegas de curso Anderson, André e Isaac por me ajudarem nas disciplinas mais difíceis.

Aos professores do Centro de Educação e Saúde que fizeram parte da minha vida acadêmica, agradeço por todo ensinamento, conhecimento e paciência, em especial, aos professores Maria de Jesus, Leonardo e Fabíola.

Aos professores participantes da banca avaliadora Ms. Leonardo de Lira Brito e Ms. Tiêgo dos Santos Freitas por aceitarem o convite e pelas contribuições.

Finalmente agradeço a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização deste trabalho e na minha vida acadêmica.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo investigar e compreender como ocorre o processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos através da Resolução de Problemas e de que forma essa metodologia contribui para um ensino-aprendizagem com mais compreensão. A Resolução de Problemas ainda é uma metodologia de ensino pouco utilizada em sala, uma vez que, requer tempo e dedicação por parte dos professores, no entanto, promove a construção do conhecimento de forma significativa e um ensino satisfatório da matemática. O ensino de Geometria, que por muito tempo foi deixado de lado, é importante não só no desenvolvimento de conceitos matemáticos, mas também no desenvolvimento de habilidades fundamentais na nossa vida, por isso, se faz necessário discutirmos sobre isso. A presente pesquisa caracteriza-se como uma investigação qualitativa na modalidade de pesquisa pedagógica, na qual, apresenta e está dividida em quatro partes: aspectos históricos e a concepção de autores sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas; aspectos históricos, a importância e possibilidades do ensino de Geometria, e apresentamos algumas pesquisas desenvolvidas na área; procedimentos metodológicos; descrição e análise dos resultados da aplicação do problema geométrico. Alguns fatores limitaram momentos da resolução da atividade aplicada para a coleta de dados, no entanto, com o auxílio de métodos como, o uso do roteiro do GTERP, a mediação-refutação e o uso de materiais concretos foi possível minimizar e sanar essas limitações. Concluímos que o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas proporciona ao aluno a autonomia de construir seu próprio conhecimento, motivando e potencializando a aprendizagem no ensino de Geometria, em particular, essa metodologia possibilita ao aluno reconhecer propriedades, discutir sobre características geométricas percebidas e, investigar e comprovar suas afirmações.

Palavras-chaves: Ensino-aprendizagem. Educação matemática. Material concreto. Paralelepípedo retângulo.

ABSTRACT

This research aims to investigate and understand how the teaching-learning process of geometric concepts occurs through Problem Solving and how this methodology contributes to a more understanding teaching-learning. Problem Solving is still a little used teaching methodology in class, since it requires time and dedication by teachers, however, promotes the construction of knowledge significantly and a satisfactory teaching of mathematics. The teaching of geometry, which has long been set aside, is important not only in the development of mathematical concepts, but also in the development of fundamental skills in our lives, so it is necessary to discuss this. This research is characterized as a qualitative investigation in the pedagogical research modality, in which it presents and is divided into four parts: historical aspects and the authors' conception of mathematics teaching and learning through Problem Solving; historical aspects, the importance and possibilities of the teaching of geometry, and we present some research developed in the area; methodological procedures; description and analysis of the results of the application of the geometric problem. Some factors limited moments of resolution of the activity applied to data collection, however, with the help of methods such as the use of GTERP script, mediation-refutation and the use of concrete materials, it was possible to minimize and remedy these limitations. We conclude that teaching-learning through problem solving gives students the autonomy to build their own knowledge, motivating and enhancing learning in geometry teaching, in particular, this methodology enables students to recognize properties, discuss about perceived geometric characteristics and, investigate and substantiate their claims.

Key-words: Teaching-learning. Mathematical education. Concrete material. Parallelepiped rectangle.

LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

GEPEP – Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade

GPRPEM – Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática

GTERP – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SciELO - *Scientific Electronic Library Online*

UFCG/CES – Universidade Federal de Campina Grande – Centro de Educação e Saúde

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Ilustração do problema | 41 |
| Figura 2 – Primeiro problema proposto | 42 |
| Figura 3 – Segundo problema proposto | 42 |
| Figura 4 – Registro da resolução do A1 | 45 |
| Figura 5 – Registro da resolução do A2 | 45 |
| Figura 6 – Material manipulável concreto | 48 |
| Figura 7 – Registro da resolução do A5 | 49 |
| Figura 8 – Registro da resolução do A6 | 50 |
| Figura 9 – Registro da resolução do A8 | 51 |

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 11 |
| 2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DA MATEMÁTICA | 13 |
| 2.1. SITUANDO HISTORICAMENTE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS | 13 |
| 2.2. EXERCÍCIO E PROBLEMA | 18 |
| 2.3. ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS | 23 |
| 3. GEOMETRIA | 28 |
| 3.1. O ENSINO DE GEOMETRIA | 28 |
| 3.2. PESQUISAS DESENVOLVIDAS EM GEOMETRIA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS | 28 |
| 4. METODOLOGIA | 39 |
| 4.1. ELABORAÇÃO DO PROBLEMA | 40 |
| 4.2. CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO E DOS SUJEITOS DA PESQUISA | 42 |
| 5. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE E ANÁLISE DOS DADOS | 43 |
| 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 53 |
| REFERÊNCIAS | 55 |
| LISTA DE APÊNDICE | 57 |
| ANEXOS | 58 |

1. INTRODUÇÃO

Desde criança tive muito interesse pela matemática, pois sempre tive certa facilidade com números, o tempo foi passando e então escolhi qual profissão desejava seguir, Engenharia Civil. Em 2015, cursando o terceiro ano do ensino médio, escolhi como primeira opção de curso a Engenharia Civil e como segunda opção a Licenciatura em Matemática, ficando na lista de espera para primeira opção, decidi iniciar o segundo curso escolhido. Assim, em 2016, iniciei o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande, campus Cuité.

No primeiro período do curso ainda tinha em mente o desejo de cursar Engenharia Civil, no entanto, nesse mesmo período, decidi que eu continuaria a cursar Licenciatura em Matemática, e quando tive contato com a disciplina de Metodologia I, o desejo de prosseguir aumentou. Eu tinha certeza do que queria, no entanto, lecionar ainda me causava medo e nervosismo, as disciplinas de Metodologia II e III, foram para mim um verdadeiro desafio, porém me fizeram amadurecer.

No período 2018.1, fui selecionada para o Programa de Residência Pedagógica, o qual me proporcionou experiências únicas em sala de aula. As atividades realizadas no programa me fizeram perder o medo, o nervosismo e as dúvidas que ainda me restavam em relação a escolha de ser professora. No período seguinte, ao cursar a disciplina de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, conheci a Resolução de Problemas como metodologia de ensino e isso despertou em mim bastante interesse.

Com o amadurecimento no Programa Residência Pedagógica surgiram alguns questionamentos sobre as metodologias tradicionais comumente utilizadas nas aulas de matemática e como metodologias alternativas poderiam influenciar no ensino significativo da disciplina, que causa nos alunos tanto desinteresse e repulsa. Levando em consideração isso, comecei a pensar sobre o tema do meu Trabalho de Conclusão de Curso, então decidi que queria estudar mais sobre a Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

No entanto, o que influenciou minha escolha pelo ensino de Geometria foi algo que sempre me incomodou, pois durante meu Ensino Médio percebia a falta da Geometria e de como o ensino era superficial, isso me gerou consequências. No Ensino Superior, senti dificuldades em conceitos básicos. Quando tive contato com a sala de aula percebi a mesma coisa, que o ensino de Geometria,

na maioria das vezes, é deixado de lado. Desta forma, considerando meu interesse, decidimos desenvolver esse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) com o objetivo de investigar e compreender o processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos através da resolução de problemas.

Para isso, apresentamos no segundo capítulo deste trabalho os aspectos históricos sobre a Resolução de Problemas no ensino de matemática, as principais concepções sobre o ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas baseando-se em autores como Onuchic (1999) e Andrade, S. (1998, 2017), tendo em vista compreender as principais potencialidades dessa metodologia de ensino.

Posteriormente, apresentamos no terceiro capítulo, discutimos sobre a importância e os desafios do ensino de Geometria, apresentando, embora de forma breve, aspectos históricos sobre o processo de desvalorização sofrido pela Geometria ao longo dos anos, tendo em vista compreender as consequências geradas, para então compreendamos a importância da Geometria no ensino de matemática.

No quarto capítulo, são discutidos os aspectos metodológicos, o tipo de pesquisa, a elaboração do problema, a caracterização do campo e dos sujeitos. Por fim, no quinto capítulo, apresentamos a descrição e análise dos dados de nossa pesquisa.

2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo discutimos sobre a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, os principais aspectos históricos, as concepções dos principais autores da área e de como essa metodologia auxilia de forma significativa para o ensino-aprendizagem da matemática.

2.1. SITUANDO HISTORICAMENTE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas é algo existente na matemática há muito tempo, no entanto como metodologia de ensino da matemática é uma teoria que vem sendo investigada recentemente e devido ao crescimento de pesquisas vem ganhando mais espaço nas salas de aulas. A seguir, discorreremos sobre o desenvolvimento da Resolução de Problemas no contexto escolar, sob a influência de algumas concepções e pesquisas importantes.

Allevato e Onuchic (2014), mencionam que embora a resolução de problemas esteja presente em registros históricos da matemática antiga utilizada pelas civilizações – egípcia, chinesa e grega, ainda que haja muitas pesquisas desenvolvidas nesta temática e apesar de sua importância na formação escolar em todos os níveis de escolaridade seja inquestionável, a forma de incorporá-la, de modo a promover uma aprendizagem com compreensão, parece ainda não está clara para alguns professores de Matemática.

Nesse sentido, corroboramos com as autoras, pois, embora o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas tenha uma relevância inquestionável e desempenhe um importante papel na Educação Matemática, é comum encontrar professores que afirmem ter dificuldades para trabalhá-la em sala de aula e incorporá-la no currículo escolar.

Nas últimas décadas, os currículos de matemática sofreram diversas mudanças. Ao longo dos anos foram desenvolvidas diferentes teorias que orientaram os currículos escolares. Na passagem do século XIX para o século XX a Teoria da Disciplina Mental, desenvolvida por Christian Wolff, orientava o currículo escolar e o ensino era focado no desenvolvimento de uma

faculdade¹ ou capacidade mental e não nos conteúdos ensinados, pois acreditava-se que o desenvolvimento da mente ocorreria por transferência geral desenvolvendo uma das faculdades.

Com os avanços da sociedade e com o questionamento da efetividade da Teoria da Disciplina Mental, na década de 1920, surgiu uma nova teoria, denominada por Conexionismo. Idealizada por Thorndike², a teoria do Conexionismo compreende que a aprendizagem resulta de adição, eliminação e da organização de conexões e divide o processo de ensino em lei do efeito, lei da prontidão e lei da repetição. Thorndike escreveu o livro “Os Novos Métodos na Aritmética” e dedicou um capítulo a técnica de resolução de problemas.

Mais adiante, no ano 1942, o matemático Húngaro George Polya foi reconhecido como o propulsor da Resolução de Problemas nos Estados Unidos, publicando seus estudos e ministrando cursos e palestras. Em 1945, Polya publicou o livro intitulado “How to Solve it”, o qual é conhecido no Brasil como “A arte de resolver problemas”, que tem como intuito auxiliar professores e alunos no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. O autor afirma que “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”. (POLYA, 1945, p. v).

A obra traz uma reflexão sobre a fundamental importância do professor na construção do conhecimento dos alunos com indagações e sugestões que, inicialmente, auxiliam na resolução de alguns problemas e que, posteriormente, leva o aluno a desenvolver a capacidade de resolver problemas por si próprio.

Neste livro, Polya apresenta ao professor quatro passos para a resolução de um problema. O primeiro consiste na compreensão do problema, ou seja, interpretar o problema, seus dados e entender o que se procura, a incógnita. Segundo, estabelecer um plano, encontrar uma relação entre os dados e a incógnita e idealizar a resolução do problema. O terceiro passo é a execução do plano, colocar em prática o que foi idealizado. Quarto, retrospecto, que consiste em analisar a solução e discutir sobre.

¹ Faculdades mentais são o conjunto de recursos intelectuais e psíquicos próprios da mente humana, isto é, a capacidade natural ou adquirida de realizar determinadas atividades. Disponível em: <http://www.curingao.com.br/curingao/faculment.htm>. Acesso em: 13 dez. 2019.

² Edward Lee Thorndike (1874 – 1949), psicólogo americano, considerado um dos grandes teóricos da aprendizagem. Autor das obras *The Principles of Teaching Based on Psychology* (1906), *Education: A First Book* (1912) e *Educational Psychology* (1913-1914), entre outras, que contribuíram para a aplicação da psicologia nas aulas de aritmética, álgebra, leitura e escrita. Disponível em: <https://piscosophia.webnode.com/vertentes-psicologicas2/behaviorismo/edward-lee-thorndike/>. Acesso em: 13 dez. 2019.

Enquanto isso, outras teorias orientavam os currículos escolares, como a Teoria de Gestalt (1930-1950) que tinha como foco a compreensão de ideias e habilidades aritméticas e a aplicação da matemática em problemas do mundo real.

Em meados da década de 1950 até o início da década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna orientou o currículo escolar no Brasil e em outros países, e tinha como foco a compreensão da estrutura da disciplina através da lógica dedutiva. Entretanto, não obteve os resultados esperados e o currículo escolar voltou a basear-se no Conexionismo.

Foi neste momento, durante a década de 1980, que a Resolução de Problemas se apoiando principalmente no Construtivismo e na teoria sociocultural que tem Vygotsky como principal teórico, ganhou espaço no currículo escolar dos Estados Unidos e em seguida outros países do mundo, tendo como foco o retorno à aprendizagem por descoberta através da resolução de problemas.

Contudo, não havia coerência e direção necessária para alcançar bons resultados, isto é, não existia concordância quanto à forma pela qual esse objetivo seria alcançado. Onuchic (1999, p. 206) esclarece que “essa falta de aceitação ocorreu, provavelmente, pelas diferenças de concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de resolução de problemas ser o foco da matemática escolar”.

Quanto a essa divergência de concepções, Schroeder e Lester (1989, p. 32-33) reconhecem três formas de abordar a resolução de problemas no ensino da matemática, a saber: i) Ensinando sobre Resolução de Problemas; ii) Ensinando para Resolução de Problemas; iii) Ensinando através da Resolução de Problemas.

Os autores explicam essas formas de abordagem da Resolução de Problemas da seguinte forma:

i) Ensinando sobre Resolução de Problemas – nessa concepção o professor destaca o modelo de solução de problemas de Polya, ou alguma pequena variação dele. De modo geral, este modelo descreve um conjunto de quatro fases interdependentes no processo de resolução de problemas de matemática: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e retrospecto. Os alunos são explicitamente ensinados sobre as fases que, de acordo com Polya, os solucionadores de problemas especialistas usam quando resolvem problemas de matemática, e são encorajados a se conscientizarem de sua própria evolução até quando eles próprios resolvem problemas.

Além disso, eles aprendem uma série de heurísticas, ou estratégias, a partir das quais podem escolher ou usar as ferramentas que devem usar para planejar e executar seus planos de solução de problemas. Algumas das estratégias normalmente ensinadas incluem procurar padrões, resolver um problema mais simples e discutir o resultado obtido. Na melhor das hipóteses, ensinar sobre solução de problemas também inclui experiências com a solução de problemas, mas sempre envolve muita discussão explícita e como os problemas são resolvidos.

ii) Ensinando para Resolução de Problemas – nessa concepção o professor concentra-se em maneiras pelas quais a matemática ensinada pode ser aplicada na solução de problemas rotineiros e não-rotineiros. Embora a aquisição de conhecimento matemático seja de importância primordial, o propósito essencial para aprender matemática é ser capaz de usá-lo. Conseqüentemente, os alunos recebem muitos exemplos dos conceitos matemáticos e estruturas que estão estudando e muitas oportunidades para aplicar essa matemática na resolução de problemas.

Além disso, o professor que ensina para resolver problemas está muito preocupado com a capacidade dos alunos de transferir o que aprenderam de um contexto problemático para outros. Um forte adepto dessa abordagem pode argumentar que a única razão para aprender matemática é poder aplicar o conhecimento adquirido para resolver problemas.

iii) Ensinando através da Resolução de Problemas – nessa concepção, os problemas são valorizados não apenas como um propósito para aprender matemática, mas também como um meio primário de fazê-lo. O ensino de um conceito matemático se dá com uma situação-problema que incorpora aspectos-chave do tópico. Um objetivo de aprender matemática é transformar certos problemas não rotineiros em rotineiros. O aprendizado da matemática dessa maneira pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como uma instância do conceito ou técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com estes símbolos).

Sintetizando as concepções de Schroeder e Lester (1989), podemos afirmar que ensinar sobre a resolução de problemas refere-se ao modelo de Polya, ou seja, a utilização do roteiro de quatro fases proposto por ele. Ensinar para a resolução de problemas consiste em como a matemática pode ser ensinada para que se aplique na resolução de problemas, sejam eles do cotidiano ou não. Ensinar através da resolução de problemas é algo mais amplo, pois considera o problema como o ponto de partida e como um meio para fazer e ensinar matemática.

Com relação a estas concepções, Onuchic (1999, p. 207) ressalta que “embora na teoria as três concepções de ensinar resolução de problemas possam ser separadas, na prática elas se superpõe e acontecem em várias combinações e seqüências”. Allevato (2014, p. 215) afirma que quando o professor trabalha a terceira concepção, isto é, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, “os alunos aprendem tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas”.

Em 1989, deram início as discussões a respeito das perspectivas didático-pedagógicas da Resolução de Problemas e então passa a ser analisada como metodologia de ensino. Em 1990 admite-se a Resolução de Problemas como um meio de ensinar matemática, considerando o problema como principal contribuinte na construção do conhecimento.

No Brasil, alguns trabalhos já são desenvolvidos nesta área há alguns anos. Alguns autores como Allevato (2009, 2014), Andrade, S. (1998, 2017), Dante (2007), Onuchic (1999) entre outros, são usados como referência para formação de professores, e em novas pesquisas.

Em 1998, a Resolução de Problemas apareceu no documento oficial Brasileiro - Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Este foi um grande avanço para Resolução de Problemas no currículo brasileiro, uma vez que em muitos momentos o documento enfatiza a importância e a contribuição desta nas aulas de matemática e no desenvolvimento dos alunos como protagonistas na construção da sua aprendizagem.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), o Problema pode ser resumido nos seguintes princípios:

- Como ponto de partida da atividade matemática e não como definição;
- Deve levar o aluno a interpretar o enunciado e assim estruturar a situação apresentada;
- Deve proporcionar aproximações sucessivas de um conceito que pode ser utilizado também em um outro momento, em um outro problema;
- Precisa articular um conceito matemático com outros conceitos, proporcionado assim a construção de um campo de conceitos;
- Não pode ser visto como atividade paralela, mas como uma orientação para a aprendizagem;

Posteriormente, foram criados no Brasil alguns grupos de estudos que desenvolvem pesquisas e trabalhos em Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, como o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Educação e Pós-modernidade (GEPEP) e o Grupo de Pesquisa em Resolução de Problemas e Educação Matemática (GPRPEM).

O GTERP é coordenado pela Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic e formado por alunos e ex-alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, UNESP – Rio Claro/SP. O grupo é responsável pela produção de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e atividades científicas na linha de Resolução de Problemas e Formação de Professores buscando o desenvolvimento de estudos que atinjam a sala de aula.

O GEPEP é coordenado pelo Prof. Dr. Silvanio de Andrade e é composto pelos seus orientandos e ex-orientandos do Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, UEPB – Campina Grande/PB. Neste grupo são desenvolvidas pesquisas em Ensino de Matemática, Formação de Professores, Ensino de Álgebra, dentre outros, tendo como foco principal o ensino da Matemática através da Resolução de Problemas.

O GPRPEM é coordenado pelo Prof. Dr. Roger Huanca e formado por seus orientandos e ex-orientandos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, UEPB – Campina Grande/PB e de graduandos do Centro de Ciências Humanas e Exatas da UEPB – Monteiro/PB. O grupo desenvolve trabalhos relacionados a Modelização Matemática, Modelagem, Tecnologias Digitais e Formação de Professores.

A existência destes grupos de pesquisas são de grande importância, sobretudo para fortalecer esta linha de pesquisa nas determinadas regiões e impulsionar o aumento destas investigações.

2.2. EXERCÍCIO E PROBLEMA

A Resolução de Problemas como metodologia de ensino vem sendo utilizada com mais frequência nas aulas de matemática, no entanto, existem controvérsias por parte de alguns professores ao trabalharem essa metodologia em sala de aula. Os principais equívocos encontrados são referentes à diferença entre exercício e problema e sobre o significado que os professores

atribuem ao termo “problema”, diante disso, se faz necessário distinguir exercício e problema (estes termos sob a perspectiva da resolução de problemas).

De acordo com Dante (2007) o exercício, serve para praticar determinado algoritmo, processo ou habilidade, por outro lado, o problema é uma busca por algo desconhecido e que não se tem de antemão nenhum algoritmo que garanta a solução. A definição dada por Dante (2007) é semelhante a definição de Echeverría e Pozo (1998, p. 16) que afirmam que “um problema diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata à solução”.

Frequentemente, é possível perceber a maneira equivocada de alguns professores utilizarem os problemas nas aulas de matemática. Os problemas são utilizados para fixar conhecimentos já adquiridos pelos alunos ou avaliar se a capacidade de aplicar os conceitos, técnicas ou executar alguma habilidade que lhe foi ensinado. Consideramos essa maneira como equivocada, por compreendermos que esta é uma perspectiva antiga de Resolução de Problemas, que de acordo com a literatura, já foi superada. Uma vez que, de acordo com as concepções estudadas a respeito do ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, podemos compreender que a principal finalidade do problema no ensino da matemática é de auxiliar o aluno na construção do seu conhecimento, sendo o problema o início de todo esse processo.

Entre autores e pesquisadores que defendem o ensino da matemática através da resolução de problemas existem diferentes definições para problema. Segundo Onuchic (1999, p. 215) “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”, essa concepção abrange outras concepções como a de Hiebert et al (1997 *apud* VAN DE WALLE, 2009, p. 57) que reconhece um problema como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra prescrita, nem a percepção de que haja um método correto específico para obter à solução.

Dentro do estudo da Resolução de Problemas, além das distintas definições de problema, alguns autores classificam os problemas em vários tipos. Classificar os problemas não é algo simples, como afirma Echeverría e Pozo:

Existem inúmeras classificações das possíveis estruturas dos problemas, tanto em função da área à qual pertencem e do conteúdo dos mesmos como do tipo de operações e processos necessários para resolvê-los, ou de outras características. Assim, por exemplo, seria possível diferenciar entre problemas do tipo dedutivo ou do tipo indutivo, dependendo dos raciocínios que o sujeito precisasse realizar. (ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 20).

Echeverría e Pozo (1998) classificam os problemas em dois tipos, problemas bem definidos ou estruturado e problema mal definido ou mal estruturado. No primeiro tipo facilmente pode-se identificar se uma solução foi obtida. Um problema bem definido ou estruturado caracteriza-se pela clareza que apresenta tanto na proposição como na solução e no tipo de operação a ser utilizado para resolver o problema.

Por outro lado, um problema mal definido ou mal estruturado não tem tanta clareza, e neste tipo de problema possivelmente encontre-se várias soluções diferentes, todas válidas, utilizando métodos diferentes e também válidos. Assim, em um problema mal definido ou mal estruturado é difícil determinar o momento em que foi obtida uma solução clara, diferentemente do problema bem resolvido ou estruturado.

A classificação apresentada por Echeverría e Pozo (1998) é mais geral, não se tratando especificamente de problemas matemáticos. No entanto, alguns autores classificam de maneira mais específica problemas matemáticos, como por exemplo, Polya (1945), Dante (2007) e Stancanelli (2007).

Polya (1945) classifica os problemas matemáticos em quatro tipos: problema rotineiro, problemas de determinação, problemas de demonstração e problemas práticos. Polya (1945, p.142) explica que “um problema será rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo surgimento, passo a passo, de algum exemplo muito batido”.

O problema de determinação caracteriza-se por ter como objetivo encontrar a incógnita do problema, Polya (1945, p.142) esclarece ainda que “os problemas de determinação podem ser teóricos ou práticos, abstratos ou concretos, problemas sérios ou simples enigmas” e que “as partes principais são a incógnita, os dados e a condicionante”.

O problema de demonstração, classificado pelo autor, tem por objetivo mostrar se determinada afirmativa, enunciada claramente no problema, é verdadeira ou falsa. Deve-se responder de maneira conclusiva, provando se a afirmativa é verdadeira ou falsa. Segundo o autor um problema de demonstração matemático é formado por duas partes principais, a hipótese e a conclusão do teorema que deve ser provado ou refutado.

Por último, Polya (1945) classifica os problemas práticos, o autor explica que esses problemas são muito diferentes de problemas puramente matemáticos, apesar de que os principais motivos e processos são basicamente os mesmos em ambos. O autor esclarece que:

Num problema matemático perfeitamente formulado, todos os dados e todas as cláusulas da condicionante são essenciais e têm de ser levado em conta. Nos problemas práticos, temos uma grande multiplicidade de dados e de condicionante; tomamos em consideração tantos quanto pudermos, mas somos forçados a desprezar alguns. (POLYA, 1945, p. 147)

As classificações feitas por alguns autores são semelhantes à de outros, embora recebam nomes diferentes, qualificam-se por características similares. Na classificação feita por Polya (1945), o que ele chamou de problema rotineiro vai ao encontro da classificação feita por Dante (2007), nomeado problema-padrão. O problema-padrão envolve em sua resolução a aplicação direta de um ou mais algoritmos previamente aprendido sem exigir do aluno nenhuma estratégia, pois a solução já está contida no enunciado do problema, de modo geral este tipo de problema não desperta a curiosidade do aluno.

Dante (2007) classifica os problemas-padrão em dois tipos, os problemas-padrão simples e os problemas-padrão compostos. O primeiro caracteriza-se por permitir que a solução seja obtida a partir da utilização de uma única operação, por outro lado, os problemas-padrão compostos exigem que sejam utilizadas duas ou mais operações. Além de classificar os problemas-padrão, Dante (2007) classifica o problema em mais três tipos, problemas-processo ou heurísticos, problemas de aplicação e problemas de quebra-cabeça.

Os problemas-processo ou heurísticos, diferentemente do problema-padrão, caracterizam-se principalmente por desafiar e despertar a curiosidade do aluno. Este tipo de problema exige tempo, pois para chegar a solução é necessário ter tempo para pensar e elaborar um plano, uma vez que o enunciado não traz nenhum direcionamento da operação a ser utilizada ou da solução a ser obtida, desta forma, permite que o aluno desenvolva sua criatividade e seu espírito explorador.

Dante (2007) classifica como problemas de aplicação os problemas também conhecidos como situação-problema, que são aqueles que apresentam situações reais do cotidiano e exige o uso de conceitos ou técnicas matemáticas para serem resolvidos. Por último, Dante (2007, p.21) classifica os problemas de quebra-cabeça como “problemas que envolvem e desafiam grande parte dos alunos. Geralmente constituem a chamada Matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, que é a chave da solução”.

Stancanelli (2007) discute os tipos de problemas, no entanto, explica que não pretende classificá-los, mas fazer uma reflexão sobre os diferentes tipos de problemas que podem ser aplicados nas aulas de matemática. A autora caracteriza problema convencional, problema não-convencional, problemas sem solução, problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados, problemas de lógica e outros problemas não-convencionais.

A definição que a autora faz a respeito de problemas convencionais é semelhante as classificações de Dante (2007) e Polya (1945), problemas-padrão e problema rotineiro, respectivamente. Aos problemas que possuem várias soluções possíveis a autora deu o nome de problemas não-convencionais. Os problemas sem solução, segundo Stancanelli (2007), são responsáveis por romper a concepção de que todo problema tem solução, ajudando o aluno a desenvolver a habilidade de duvidar, o que faz parte do pensamento crítico.

De acordo com a autora os problemas com mais de uma solução são os responsáveis por romper com a concepção de que todo problema tem uma única solução, ou que há sempre uma maneira correta de resolver determinado problema. Os problemas com excesso de dados são caracterizados por não necessitarem de todos os dados disponíveis para serem resolvidos, esse tipo de problema permite a dúvida e ensina o aluno a selecionar os dados relevantes, tendo em vista que, a maioria dos problemas do cotidiano não são propostos de maneira objetiva e concisa.

O penúltimo problema descrito por Stancanelli (2007) são os problemas de lógica, que de acordo com a autora são os problemas do qual a resolução não tem base numérica e, exige raciocínio dedutivo. Por fim a autora descreve outros problemas não-convencionais como problemas mais favoráveis à problematização, ou seja, problemas que podem ser transformados em outros com alteração de alguns dados ou com questionamentos que o professor pode fazer de acordo com o objetivo da aula.

Se faz necessário que apresentemos estas diferentes classificações apresentadas sobre problema ao longo dos anos, para embasarmos teoricamente este trabalho de um modo mais profundo, como também para situarmos o leitor nesta pesquisa. No entanto, atualmente não se discute mais a respeito disso. Os pesquisadores da área, atualmente, trabalham apenas com problema, sem classificações.

Neste sentido, apresentamos a concepção de problema de acordo com Andrade, S. (2017), perspectiva a qual mais se aproxima da que consideramos o problema nesta pesquisa. O autor esclarece que problema é entendido como um projeto, uma questão, tarefa ou situação, na qual: i)

o aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução; ii) o aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo; iii) introduz e/ou leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo.

Neste trabalho iremos considerar essa concepção sobre o que se entende de problema, considerando-o como o ponto de partida para a construção do conhecimento do aluno. No tópico a seguir discutiremos com mais clareza e profundidade sobre como o problema é visto na Resolução de problemas como metodologia de ensino.

2.3. ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As reformas ocorridas no ensino de Matemática no século XX ocasionaram mudanças nas concepções de estudiosos e pesquisadores da área de Resolução de Problemas, que passaram a questionar e pesquisar sobre suas possibilidades como metodologia de ensino. A partir de então, a Resolução de Problemas passa a ser vista como um meio para ensinar a matemática. Onuchic (1999) esclarece que essa metodologia visa utilizar tudo o que as reformas anteriores tinham de bom, como a repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, resolver problemas e até o ensino tradicional.

A partir dessa concepção muitas pesquisas e estudos foram desenvolvidos. Neste tópico discutiremos sobre a metodologia de ensino-aprendizagem através da Resolução de Problemas e como ela é utilizada por alguns pesquisadores.

Andrade, S. (1998, 2017) denominou essa metodologia, inicialmente, em suas primeiras publicações, por “Ensino-Aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula” e atualmente utiliza-se “Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução, Proposição e Exploração de Problemas”.

A metodologia proposta por Andrade, S. (1998, 2017) admite o problema como ponto de partida para a construção do conhecimento, porém, admite também que um problema é capaz de trazer sempre algo novo a explorar, um questionamento diferente dos já esperados e até mesmo um novo problema, assim como, permite a exploração de conteúdos transversais. Essa metodologia

defende que através da codificação e decodificação, os alunos compreendem conceitos matemáticos explorando, resolvendo e propondo problemas.

O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução, Proposição e Exploração de Problemas propõe que “a exploração e a resolução de um problema são desenvolvidas a partir de um movimento aberto, não fechado, embora não solto, que temos denominado de Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado (P-T-RS-R)”. (ANDRADE, S., 2017, p. 365). Esse movimento denominado pelo autor de Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses-Resultado primeiramente propõe um problema e após os alunos resolverem o problema, professor e alunos debatem as resoluções num processo denominado reflexões e sínteses, chegando assim a solução do problema, a novos conteúdos, a novos problemas e novas reflexões.

A proposta dessa metodologia é que o aluno construa seus conhecimentos partindo de um problema, mas que a partir desse problema surjam novos problemas ou questionamentos que também contribuam para a aprendizagem dos alunos, ou seja, quando um problema é solucionado outros problemas surgem. A metodologia idealizada por Andrade, S. (1998, 2017) objetiva desenvolver a aprendizagem de modo que a compreensão de conceitos seja mais ampla e profunda, não se limitando apenas na busca de solução, mas indo além, explorando outros conceitos e propondo novos problemas.

A metodologia utilizada e desenvolvida pelos participantes do GTERP, liderado pela Profa. Lourdes de La Rosa Onuchic (1992), é intitulada como “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”. Essa concepção, assim como a utilizada por Andrade, S. (1998, 2017), considera o problema como ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e juntos, professor e alunos, constroem o conhecimento no decorrer da resolução.

Andrade, C. e Onuchic (2017) esclarecem que nessa metodologia:

O ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução de problema, integrando-se ao ensino como vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário. (ANDRADE, C.; ONUCHIC, 2017, p. 438-439).

Inicialmente, antes de adotarem a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na década de noventa, o grupo passou a utilizar o

termo ensino-aprendizagem, visto que, diante das reformas e estudos posou-se a compreender que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer de forma simultânea. Posteriormente, o conceito de avaliação e sua posição no processo de ensino-aprendizagem passou a ser repensado. Após estudos compreendeu-se a importância da avaliação durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas e a necessidade de incorporar concepções da avaliação contínua neste processo, assim sendo, o GTERP passou a utilizar o termo ensino-aprendizagem-avaliação.

O ensino da matemática através da Resolução de Problemas não impõe regras ou formas para que seja trabalhada em sala de aula, no entanto, o GTERP elaborou um roteiro para auxiliar o professor aplicar tal metodologia. A primeira versão desse roteiro foi elaborada com a participações de professores do projeto “Ensinando Matemática através da Resolução de Problemas” desenvolvido entre os anos 1997 e 1998. Esta versão apresentada explica as seguintes etapas: formar grupos-entregar uma atividade, o papel do professor, resultados na lousa, plenária, análise de resultados, consenso e formalização. (ONUChic, 1999, p. 216-217).

Mais tarde esse roteiro foi reestruturado, a ele foram adicionados novos elementos e então foi proposto um segundo roteiro composto pelas seguintes etapas: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca do consenso e formalização do conteúdo. (ALLEVATO; ONUChic, 2009, p. 7-8). No entanto, após pesquisas realizadas com a aplicação desse roteiro o grupo observou a necessidade de modificá-lo novamente e então elaborou um terceiro roteiro, o qual foi acrescentado alguns elementos que vem sendo utilizado atualmente com o intuito de orientar os professores para a condução de suas aulas.

Andrade, C. e Onuchic (2017) apresentam o roteiro aplicado atualmente pelo GTERP que é composto pelas seguintes etapas:

1. Formar grupos.
2. Preparação do problema – O professor deve elaborar ou escolher o problema gerador, ou seja, o problema que será o ponto de partida para construção do novo conteúdo ou procedimento. É importante que o conteúdo necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.
3. Leitura individual – Distribuir ou expor o problema para os alunos e solicitar que realizem a leitura.

4. Leitura em conjunto – Solicitar que realizem a leitura do problema em grupo. O professor pode auxiliar os alunos nessa etapa realizando a leitura junto com eles, caso sintam dificuldade em interpretar o problema ou exista no enunciado algum termo ou palavra que os alunos não compreendam.
5. Resolução do problema – Após realizarem a leitura e interpretação do enunciado do problema os alunos, em conjunto, buscam resolvê-lo. Através do problema gerador o aluno irá construir seu conhecimento.
6. Observar e incentivar – O professor observa, analisa e estimula os alunos enquanto resolvem o problema. O professor deve mediar o processo de resolução fazendo questionamentos que façam com que os alunos a pensem e organizem suas ideias, provocando também a troca de ideias do grupo.
7. Registro das resoluções na lousa – Um aluno de cada grupo é convidado a registrar sua resolução na lousa. Todas as resoluções devem ser apresentadas para que os alunos analisem e discutam sobre os caminhos e resultados obtidos, sejam eles certos ou errados.
8. Plenária – Todos os alunos são convocados para discutir as resoluções registradas na lousa, para que possam expor suas opiniões e esclarecer possíveis dúvidas. O professor deve mediar as discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos. Este é um momento importante para a aprendizagem dos alunos, no qual realizam a troca de conhecimentos.
9. Busca de consenso – Após discutirem e analisar as resoluções e soluções, e tirarem suas dúvidas o professor motiva os alunos a chegar a um consenso sobre o resultado correto.
10. Formalização do conteúdo – Nesta etapa, denominada “formalização”, o professor registra na lousa uma apresentação “formal” da resolução, escrita em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos, dando destaque as técnicas e demonstrações.
11. Proposição de problemas – Nesta etapa tanto o professor como os alunos podem propor novos problemas. Para os professores, propor e estender os problemas enriquecesse a aprendizagem dos alunos, por outro lado, para o aluno propor seus próprios problemas aprofunda e amplia sua habilidade de resolver e compreender ideias matemáticas. A proposição de problemas é uma ferramenta importante para o ensino da matemática através da resolução de problemas.

A metodologia e o roteiro aplicados pelo grupo desenvolvem a concepção de Onuchic (1999) que estabelece problema como tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, ou seja, o problema passa a ser um ponto de partida para a aprendizagem e que, através da resolução de problema, surgem conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

É importante ressaltar que as metodologias propostas por Andrade, S. (1998, 2017) e pelo GTERP não vão contra a linha de pesquisa Resolução de Problemas ou são linhas distintas, é que algumas abordagens se limitam apenas na busca da solução e o que podemos compreender das metodologias aqui abordadas é que elas vão além disso, buscando explorar novos conceitos e propor novos problemas a partir de um outro inicialmente proposto. Para o desenvolvimento desse trabalho consideramos contribuições das duas concepções discutidas anteriormente, no entanto, o roteiro proposto pelo GTERP foi o que mais embasou nossa pesquisa.

3. GEOMETRIA

Neste capítulo será discutido sobre o ensino de Geometria no Brasil, trazendo aspectos relacionados ao abandono que a Geometria sofreu, como também sobre a importância do ensino de Geometria no desenvolvimento dos alunos e no ensino de matemática. Apresentamos pesquisas desenvolvidas na área de Geometria sob a perspectiva da Resolução de Problemas, tendo em vista, a importância de metodologias alternativas para o processo de ensino-aprendizagem significativo.

3.1. O ENSINO DE GEOMETRIA

A matemática é composta por diversos campos de conhecimento, nesse tópico trataremos de um campo específico – Geometria, o qual se faz presente em todos os níveis de ensino. A Geometria é destacada nos PCN (BRASIL, 1998) em dois blocos de conteúdos, de modo direto no bloco Espaço e forma e de modo interligado com outros campos, como Aritmética e Álgebra, no bloco Grandezas e Medidas. Já na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018), a Geometria aparece como unidade temática, sendo no Ensino Fundamental intitulada apenas por Geometria e no Ensino Médio por Geometria e Medidas.

Embora, o ensino de Geometria seja importante no processo de ensino-aprendizagem de matemática e no desenvolvimento de habilidades de outras áreas do conhecimento humano e em várias situações do cotidiano, por muito tempo a Geometria foi deixada de lado, costumava ser ignorada ou empurrada para final do ano letivo.

Pavanello (1989, 1993) esclarece que o processo que acarretou a desvalorização do ensino de Geometria no Brasil está ligado a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases de 1971 (Lei 5692/71), para o ensino de 1º e 2º graus, que concedeu a liberdade para que as escolas elaborassem seus currículos, fazendo com que os professores que tinham dificuldade ou insegurança em trabalhar a Geometria, não a incluíssem no currículo, dando ênfase ao ensino da Álgebra, assim a maioria dos alunos passou a estudar a Geometria apenas no 2º grau.

A autora ainda esclarece que o abandono do ensino de Geometria relaciona-se ao processo denominado por ela de processo de deterioração da escola pública, na qual, o acesso das classes menos favorecidas da sociedade a escola pública, implicou a transição das classes mais favorecidas

para as escolas particulares, que preservavam o ensino de Geometria, assim como as academias militares, elitizando o ensino desta disciplina.

Para Lorenzato (1995) muitas são as causas da desvalorização da Geometria no ensino da Matemática, no entanto, considera duas as principais causas: a falta de conhecimento por parte dos professores e a importância exagerada dada ao livro didático. A falta de domínio por parte dos professores fez com que muitos omitssem a Geometria ou a ensinassem de forma superficial, seguindo o livro didático, que a apresentava como um conjunto de definições e propriedades no final do livro.

Por outro lado, o movimento da Matemática Moderna também contribuiu para a desvalorização da Geometria. Nesse contexto, Lorenzato (1995) esclarece que:

O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje. (LORENZATO, 1995, p. 4).

Esses acontecimentos, como descritos pelos autores, ocasionaram o abandono do ensino de Geometria, que abriu uma grande lacuna no aprendizado do aluno, no entanto, em 1998 com a implantação dos PCN, ela passou a ser vista sob outra perspectiva, no qual considera que os conceitos geométricos são parte importante do currículo de Matemática, pois proporcionam ao aluno o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Recentemente, com a homologação da BNCC em 2018, o currículo escolar passou por uma reforma, que evidenciou ainda mais a Geometria, uma vez que, aparece como unidade temática. Essa reforma vem salientar um dos principais pontos que, segundo Lorenzato (1995), contribuiu para a desvalorização da Geometria.

Nesse sentido, acreditamos que por meio da BNCC pode haver um avanço no ensino da Geometria, sobretudo no que diz respeito a sua presença com mais frequência nas aulas de Matemática. Esperamos que isso aconteça por diversos fatores, mas, em especial, pelos livros didáticos que devem ser elaborados de acordo com o que é proposto pela BNCC (2018), assim, eles devem dar uma maior atenção a Geometria, o que pode ser também considerado pelo professor e que, conseqüentemente, venha tornar este ensino mais presente e significativo.

O ensino significativo da Geometria é importante para a aprendizagem da matemática como um todo. Segundo Van de Walle (2009) a rica compreensão da Geometria tem implicações para outras áreas curriculares e apresenta algumas conexões entre a Geometria e outras áreas da matemática. Segundo o autor, Medidas e Geometria relacionam-se claramente através do estudo de área, volume, perímetro e comprimento e, nesse contexto, esclarece que a relação pitagórica é, simultaneamente, uma relação algébrica, geométrica e métrica.

A Geometria relaciona-se com o Raciocínio Proporcional através de objetos geométricos, uma vez que, objetos semelhantes possibilitam excelente representação visual de proporcionalidade, já com a Álgebra a relação é vasta, o gráfico de coordenadas proporciona uma visão analítica do conceito de inclinação, a relação pitagórica aborda algebricamente a distância entre dois pontos em um plano e as transformações de formas podem ser descritas em termos de coordenadas, possibilitando a manipulação digital.

Para Van de Walle (2009), o universo da Animação Computadorizada se baseia no casamento da Geometria e da Álgebra. Diante disso, o autor apresenta a relação da Geometria com os Inteiros, que ocorre através do plano de coordenadas, uma vez, os números positivos e negativos são usados na descrição da posição no plano e no espaço.

Diante do campo vasto em que a Geometria se insere e de tantas possibilidades a serem consideradas em seu ensino, salientamos a necessidade de um ensino significativo, de modo que venha proporcionar ao aluno uma conexão das ideias existentes com novos conceitos, relacionando o abstrato ao mundo real. Pois, como destacado nos PCN, “o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente”. (BRASIL, 1998, p. 51).

De encontro a isto, consideramos o uso de materiais didáticos manipuláveis concretos e a Resolução de Problemas como potenciais aliadas no ensino de Geometria. Desta forma, se faz necessário compreendermos o que são estes materiais didáticos. Lorenzato (2006) define material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18).

Em meio a esta definição, o autor destaca o material didático manipulável concreto, o qual classifica como material manipulável estático, ou seja, material concreto que não permite a alteração da sua estrutura física a partir da sua manipulação e o material manipulável dinâmico,

que permite a alteração da sua estrutura física à medida que vai sofrendo transformações, por meio da manipulação.

Lorenzato (2006) afirma que se faz necessário partir do concreto para se chegar no abstrato, uma vez que, o material concreto pode ser um excelente catalisador para o aluno construir o seu saber matemático. Assim, acreditamos que o auxílio do material didático concreto é fundamental para que o aluno construa seu conhecimento, visto que, lhe permite a constatação de propriedades de forma dinâmica e prática.

3.2. PESQUISAS DESENVOLVIDAS EM GEOMETRIA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste tópico apresentamos alguns trabalhos publicados na área de Geometria e Resolução de Problemas publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e no *Scientific Electronic Library Online* (SciELO). Optamos por essas duas fontes por compreendermos o ENEM como o encontro mais importante no âmbito nacional para a Educação Matemática, em que a cada encontro reúne os diversos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da Pós-graduação e pesquisadores e visam discussões em busca de melhorias no ensino da Matemática. E o SciELO, por ser uma biblioteca eletrônica confiável que reúne uma vasta coleção de periódicos científicos brasileiros.

Analizamos trabalhos publicados nos anais do VIII ao XII ENEM, porém, no VIII ENEM não encontramos nenhum trabalho relacionado, diretamente, aos temas Resolução de Problemas e Geometria, nos demais encontramos trabalhos do tipo relato de experiência, pôsteres, comunicação oral e minicursos. No SciELO, utilizando o termo de busca “Resolução de Problemas e Geometria”, encontramos dois artigos. Abaixo apresentaremos a síntese destes trabalhos com as principais características e posteriormente um quadro no qual apresentamos as principais implicações dos mesmos.

1. O trabalho intitulado “As representações pictóricas de alunos do ensino médio na resolução de problemas de geometria: uma análise qualitativa”, da autora Odaléa Aparecida Viana, trata-se de um trabalho de comunicação científica apresentado e publicado nos anais do IX ENEM em 2007. Esta pesquisa é voltada para psicologia da educação matemática tem por objetivo analisar

as representações pictóricas externas feitas pelos alunos quando resolvem problemas sobre geometria espacial, ou seja, desenhos, esboços e outras formas de representação visual que os alunos fazem para auxiliar a resolução dos problemas.

A autora classificou as representações quanto à funcionalidade, coerência com as informações do problema e detalhamento dos processos utilizados pelo estudante na solução dos problemas. Os resultados baseados na psicologia cognitiva indicam que as representações deram indícios para entendimento dos mecanismos comuns aos processos mentais relativos à percepção e aos processos de formação e manipulação de imagens.

2. O trabalho intitulado “Explorando os conceitos de geometria analítica e funções via resolução de problemas: o caso dos problemas de otimização”, tendo como autor Dênis Emanuel da Costa Vargas, foi apresentado por meio de um pôster e publicado nos anais do IX ENEM em 2007, teve como objetivo trabalhar uma aplicação de geometria analítica e funções com os alunos do ensino médio através resolução de problemas. Para tanto, abordou-se a teoria de otimização como aplicação desses conceitos e utilizou-se o software Winplot como auxílio.

O autor aplicou os problemas e utilizou o software para que os alunos visualizassem os gráficos das funções. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois tendo em vista que o objetivo inicial da pesquisa foi alcançado, além disso, os resultados evidenciam que metodologias alternativas, em particular as utilizadas na pesquisa, motivam os alunos e facilitam a aprendizagem.

3. O trabalho nomeado “Procedimentos de resolução utilizados por alunos do ensino básico na construção de figuras por simetria de reflexão” da autora Iranete Lima, foi apresentado e publicado nos anais do IX ENEM em 2007. O trabalho do tipo comunicação científica tem por objetivo estudar as concepções dos alunos na resolução de alguns casos de problemas de simetria de reflexão e os procedimentos que eles utilizam nesta resolução.

Este trabalho busca ainda estudar a problemática da decisão didática, ou seja, a maneira como os professores tomam decisões com o objetivo de levar o aluno a aprender determinado conceito, e os fatores que influenciam estas decisões. No entanto, o resultado evidenciado no trabalho, o qual foi obtido após a aplicação dos dois problemas propostos na pesquisa, não foi satisfatório, pois a metodologia não permitiu uma compreensão adequada das ações realizadas pelos alunos na resolução dos problemas, fazendo-se necessário uma nova aplicação e uma nova análise.

4. O trabalho intitulado “Confiança x desempenho em geometria: resolução de problemas e demonstrações”, dos autores Andréia Aparecida da Silva Brito-Nascimento e Nelson Antonio Pirola, trata-se de um trabalho de comunicação científica apresentado e publicado nos anais de X ENEM em 2010. Este trabalho tem por objetivo verificar se existe e quais são as relações entre a confiança na solução de problemas geométricos e o desempenho em geometria com enfoque na resolução de problemas tratando os conhecimentos do tipo declarativo, conhecimento do tipo procedimental, e os dois conjuntamente, em situações de demonstração.

Para a coleta de dados utilizaram provas de conhecimentos e teste de confiança relativo à prova. Com essa pesquisa pode-se concluir que a confiança está diretamente relacionada com o conhecimento e que o desempenho é diferente quando mesmo conteúdo é apresentado em situações que utilizam diferentes tipos de conhecimentos.

5. O trabalho intitulado “Geometria: resolução de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas com formas irregulares” da autora Eliane Ramos da Rocha Lins, trata-se de um pôster apresentado e publicado nos anais do X ENEM em 2010. Este estudo teve como objetivo analisar coletivamente um problema sobre cálculo da área de figura plana com forma irregular, problema pouco comum no ensino básico, paralelo a isso, relacionar a prática do professor, a teoria do matemático Guy Rousseau e a Metodologia de Resolução de Problemas estudada pelo grupo de alunos especiais do mestrado.

O problema foi aplicado pelos alunos do mestrado em suas turmas ou turmas de colegas. Os resultados obtidos pela pesquisa, mostram que os alunos da educação básica utilizaram apenas uma forma de resolver o problema, uma fórmula passada pelo professor para o cálculo de áreas de figuras de forma definida, o que atesta o fato dos alunos apresentarem muita dificuldade em resolver problemas e buscarem sempre por fórmulas memorizadas para resolver questões relacionadas a geometria.

6. O minicurso intitulado “Matemática ou matemáticas? Reflexões sobre o ensino integrado entre aritmética, álgebra e geometria” dos autores Cicero da Silva Pereira, Débora Janaina Ribeiro e José Luiz Cavalcante, apresentado e publicado nos anais de X ENEM em 2010. O objetivo deste minicurso é a reflexão das potencialidades do processo de ensino e aprendizagem integrado entre aritmética, álgebra e geometria. Diante das dificuldades de professores atuantes e licenciandos em perceber as conexões e possibilidades de trabalhar essas três áreas de forma integrada esse

minicurso utiliza problemas para debater sobre as potencialidades e desafios para o desenvolvimento desse trabalho nas salas de aula de matemática.

7. O trabalho intitulado “Geometria espacial abordada por meio da metodologia resolução de problemas”, tendo como autores Joselene Marques e Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa, trata-se de um relato de experiência apresentado e publicado nos anais do XI ENEM em 2013. Esse trabalho relata uma situação de prática de ensino desenvolvida em um projeto de extensão de formação continuada para professores de matemática da educação básica com o objetivo de mostrar que um conteúdo matemático, quando abordado por meio de uma metodologia diferenciada, pode propiciar aos futuros professores experiências que poderão ser utilizadas no exercício de sua profissão.

Para o desenvolvimento da pesquisa foi aplicada um problema sobre prismas e os resultados obtidos foram satisfatórios tendo em vista o interesse dos alunos e a satisfação relatada pelas autoras em promover o ensino da Matemática de maneira prazerosa resultando em uma aprendizagem significativa.

8. O minicurso intitulado “Resolução de problemas: combinatória em geometria” de autoria de Heitor Achilles Dutra da Rosa, foi apresentado e publicado nos anais do XI ENEM em 2013. Este minicurso tem por objetivo apresentar e discutir a possibilidade de conexão entre combinatória e geometria através da resolução de problemas. Para isso, são abordados problemas elementares e avançados, com o intuito de discutir a escolha de técnicas adequadas e estratégias eficientes para resolução dos problemas.

9. O artigo “Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula”, dos autores Gilberto Vieira, Rosa Monteiro Paulo e Norma Suely Gomes Allevato publicado em 2013 está disponível no site da revista SciELO. Baseando-se numa pesquisa desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática este trabalho tem como objetivo apresentar uma possibilidade de trabalhar a simetria no ensino fundamental.

Para coleta de dados utiliza-se uma sequência didática de acordo com a perspectiva do ensino de Matemática através da resolução de problemas desenvolvida na pesquisa que embasa esse trabalho. Os resultados obtidos constataam que o ensino de simetria através da resolução de problemas potencializa a aprendizagem e que um ambiente de investigação capacita o aluno a

identificar propriedades, argumentar sobre as características geométricas percebidas e justificar suas afirmações.

10. O trabalho intitulado “Análise dos conhecimentos de futuros pedagogos na resolução de problemas geométricos”, tendo como autores Marcelo Carlos de Proença e Érika Janine Maia, trata-se de um trabalho de comunicação científica apresentado e publicado nos anais do XII ENEM em 2016. Este trabalho tem como objetivo investigar os conhecimentos de estudantes de Pedagogia acerca da resolução de problemas, envolvendo a geometria dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, os autores utilizaram uma prova escrita com o intuito de analisar as principais dificuldades dos participantes nas seguintes etapas de resolução de problemas: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Os resultados obtidos mostraram que as maiores dificuldades dos alunos na resolução dos problemas desenvolvidos estavam na etapa de representação, ou seja, interpretar o problema e representá-lo de maneira que os levem a uma melhor compreensão e resolução.

11. O trabalho nomeado “Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre desenvolvimento conceitual de figuras planas nas séries iniciais do ensino fundamental”, tendo como autores Evandro Tortora e Nelson Antonio Pirola, trata-se de um trabalho do tipo comunicação científica, apresentado e publicado nos anais XII ENEM em 2016. Este trabalho traz a análise parcial de uma dissertação de mestrado sobre as principais características dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental quanto ao desenvolvimento conceitual de figuras planas na resolução de problemas. Os dados da pesquisa foram coletados através de entrevistas e uma avaliação composta por 10 problemas geométricos.

Os resultados mostraram que as crianças tinham poucos conhecimentos sobre as definições das figuras planas apresentadas, o que as levou a ter dificuldades na definição e representação dos conceitos que definiriam figuras da mesma classe, mostrando-se dependentes de representações concretas.

12. O trabalho intitulado “Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias” dos autores Gerson Pastre de Oliveira e Mariana Dias Gonçalves publicado em 2018, está disponível no site da revista SciELO. Este artigo teve como objetivo estudar os processos de construção do conhecimento em geometria euclidiana plana e do teorema de Pitágoras, propondo problemas e utilizando uma versão do software Logo, com o

intuito de observar como este processo ocorre de forma significativa, e a maneira que as tecnologias digitais influenciam na construção de conjecturas.

Os resultados obtidos foram satisfatórios tendo em vista as contribuições que o software associado aos problemas proporcionou para o ensino de geometria plana, principalmente na construção do conhecimento relacionado ao teorema de Pitágoras.

Quadro 1: Síntese dos trabalhos analisados

| Título | Autores (Ano) | Fonte | Implicações / Resultados |
|---|---------------|---------|--|
| As representações pictóricas de alunos do ensino médio na resolução de problemas de geometria: uma análise qualitativa | Viana (2007) | IX ENEM | Baseado na psicologia cognitiva, pôde-se afirmar que as representações deram indícios para entendimento dos mecanismos comuns aos processos mentais relativos à percepção e aos processos de formação e manipulação de imagens. |
| Explorando os conceitos de geometria analítica e funções via resolução de problemas: o caso dos problemas de otimização | Vargas (2007) | IX ENEM | Os resultados obtidos foram considerados pelo autor satisfatórios, tendo em vista que o objetivo inicial da pesquisa foi alcançado, além disso, os resultados evidenciam que metodologias alternativas, em particular as utilizadas na pesquisa, motivam os alunos e facilitam a aprendizagem. |
| Procedimentos de resolução utilizados por alunos do ensino básico na construção de figuras por simetria de reflexão | Lima (2007) | IX ENEM | Os resultados obtidos após a aplicação dos dois problemas propostos na pesquisa não foram satisfatórios, pois a metodologia não permitiu uma compreensão adequada das ações realizadas pelos alunos na resolução dos problemas, fazendo-se necessário uma nova aplicação e uma nova análise. |

| | | | |
|---|--------------------------------------|----------|--|
| Confiança x desempenho em geometria: resolução de problemas e demonstrações | Nascimento e Pirola (2010) | X ENEM | Com essa pesquisa pode-se concluir que a confiança está diretamente relacionada com o conhecimento e que o desempenho é diferente quando mesmo conteúdo é apresentado em situações que utilizam diferentes tipos de conhecimentos. |
| Geometria: resolução de problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas com formas irregulares | Lins (2010) | X ENEM | Os resultados obtidos pela pesquisa, mostram que os alunos da educação básica utilizaram apenas uma forma de resolver o problema, uma fórmula passada pelo professor para o cálculo de áreas de figuras de forma definida, o que atesta o fato dos alunos apresentarem muita dificuldade em resolver problemas e buscarem sempre por fórmulas memorizadas para resolver questões relacionadas a geometria. |
| Matemática ou matemáticas? Reflexões sobre o ensino integrado entre aritmética, álgebra e geometria | Pereira, Ribeiro e Cavalcante (2010) | X ENEM | O minicurso foi importante para os professores ao proporcionar reflexões sobre as potencialidades do processo de ensino e aprendizagem integrado entre aritmética, álgebra e geometria. |
| Geometria espacial abordada por meio da metodologia resolução de problemas | Marques e Sousa (2013) | XI ENEM | Os resultados obtidos foram satisfatórios tendo em vista o interesse dos alunos e a satisfação relatada pelas autoras em promover o ensino da Matemática de maneira prazerosa resultando em uma aprendizagem significativa. |
| Resolução de problemas: combinatória em geometria | Rosa (2013) | XI ENEM | Este minicurso foi importante pois discutiu sobre as possibilidades de conexão entre combinatória e geometria através da resolução de problemas, abordando problemas elementares e avançados. |
| Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula | Vieira, Paulo e Allevalo (2013) | SciELO | Os resultados obtidos constataam que o ensino de simetria através da resolução de problemas potencializa a aprendizagem e que um ambiente de investigação capacita o aluno a identificar propriedades, argumentar sobre as características geométricas percebidas e justificar suas afirmações. |
| Análise dos conhecimentos de futuros pedagogos na resolução de problemas geométricos | Proença e Maia (2016) | XII ENEM | As principais dificuldades dos alunos na resolução dos problemas estão presentes na etapa de representação, ou seja, na interpretação do problema e na representação de maneira que leve a melhor compreensão e resolução. |

| | | | |
|--|--|----------|---|
| Resolução de problemas geométricos: um estudo sobre desenvolvimento conceitual de figuras planas nas séries iniciais do ensino fundamental | Tortora e Nelson Antonio Pirola (2016) | XII ENEM | Os resultados mostraram que as crianças tinham poucos conhecimentos sobre as definições das figuras planas apresentadas, o que as levou a ter dificuldades na definição e representação dos conceitos que definiriam figuras da mesma classe, mostrando-se dependentes de representações concretas. |
| Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias | Oliveira e Gonçalves (2018) | SciELO | Os resultados obtidos foram satisfatórios tendo em vista as contribuições que o software associado aos problemas proporcionou para o ensino de geometria plana, principalmente na construção do conhecimento relacionado ao teorema de Pitágoras. |

FONTE: Organizado pela pesquisadora.

O desenvolvimento destas pesquisas mostra que os educadores matemáticos, ao passar dos anos, têm mostrado interesse pela Resolução de Problemas e em especial, no ensino de Geometria, no entanto, são pesquisas, em sua maioria, que valorizam mais os resultados.

Nossa pesquisa, por sua vez, busca compreender o processo de ensino-aprendizagem da Geometria através da Resolução de Problemas como o todo, no qual, nos inserimos na sala de aula e investigamos de forma efetiva como essa metodologia auxilia o ensino.

4. METODOLOGIA

A seguir, serão explanados os procedimentos metodológicos de nossa pesquisa, a qual caracteriza-se como uma investigação qualitativa na modalidade de pesquisa pedagógica. Optou-se por essa modalidade de pesquisa, tendo em vista sua contribuição para o âmbito escolar.

Segundo Lankshear e Knobel (2008), uma das finalidades da pesquisa pedagógica é melhorar a formação dos alunos, uma vez que, permite aos professores pesquisadores investigar seus métodos de ensino e testar a eficácia de intervenções ou abordagens que acreditam que possam melhorar a aprendizagem. Diante disso, os professores têm a possibilidade de fazer mudanças e buscar alternativas para melhorar seu ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem de seus alunos.

É importante ressaltar que essa modalidade de pesquisa não beneficia apenas o professor pesquisador, pois os conhecimentos e experiências adquiridos podem ser divulgados cientificamente e dessa forma, compartilhar o conhecimento e colaborar no processo de ensino-aprendizagem mediados por outros profissionais.

Dessa forma, tendo em vista nosso objetivo de investigar e compreender o processo de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos através da resolução de problemas, entendemos que a investigação qualitativa é a mais adequada, uma vez que investiga o fenômeno como um todo, isto é, como se dá o processo e não meramente o resultado.

Bogdan e Biklen (1994) caracterizam a investigação qualitativa da seguinte forma:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN E BIKLEN, 1994, p. 47-51).

Na modalidade de pesquisa escolhida para o desenvolvimento dessa pesquisa identificamos essas características, uma vez que, a pesquisa pedagógica possibilita que os professores pesquisadores investiguem as salas de aula e os métodos de ensino de forma direta e imediata, permitindo que os dados sejam coletados de forma natural, sendo o pesquisador o principal instrumento da pesquisa.

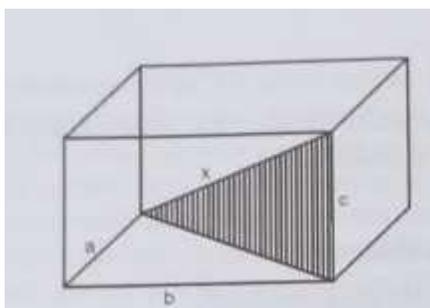
Os dados de nossa pesquisa foram coletados por meio de observações, anotações, áudios e imagens. As observações feitas foram descritas logo após a aplicação que realizamos para a coleta de dados, tendo em vista, a importância que o processo como o todo tem para o nosso trabalho. A partir da descrição analisamos os dados de forma indutiva.

4.1. ELABORAÇÃO DO PROBLEMA

Durante o levantamento bibliográfico e elaboração do referencial teórico dessa pesquisa, ao explorar o livro “A arte de resolver problemas” do autor George Polya (1945), o seguinte problema nos chamou atenção e então resolvemos adaptá-lo para nossa pesquisa.

Problema: “Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo no qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura”. (POLYA, 1945, p.6).

Figura 1: Ilustração do problema



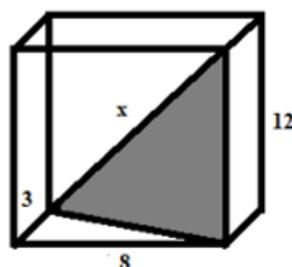
Fonte: (POLYA, 1945, p. 10)

Posteriormente, realizamos uma primeira aplicação do problema em uma turma de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande, UFCG/CES. Realizamos essa primeira aplicação por compreendermos as inúmeras contribuições que os alunos, que já tinham conhecimentos teórico-metodológicos sobre a Resolução de Problemas, poderiam dar para esta pesquisa.

Baseando-se no roteiro do GTERP, apresentado no capítulo 2, realizamos a aplicação no dia 20 de setembro de 2019 na referida turma. Durante a aplicação observamos alguns pontos que precisavam mudar no problema apresentado (figura 2), e durante a aplicação propomos um segundo problema (figura 3), e então quando os alunos terminaram de resolver os dois problemas propostos e pedimos que dessem suas contribuições.

Figura 2: Primeiro problema proposto

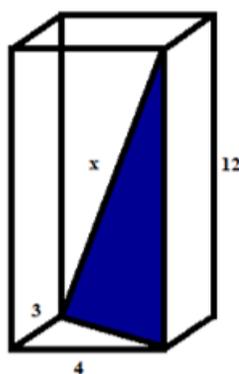
Calcular a diagonal de um paralelepípedo retângulo do qual são conhecidos o comprimento, a largura e a altura.



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 3: Segundo problema proposto

O paralelepípedo retângulo abaixo, como podemos observar, tem base de lados 3 cm e 4 cm, e altura igual a 12 cm. Quanto mede sua diagonal?



Fonte: Arquivo pessoal

A maioria sugeriu que precisávamos modificar o primeiro problema, tendo em vista o nível de ensino no qual desenvolveríamos a pesquisa. Um ponto importante que percebemos durante essa aplicação, está relacionada a abstração e assim resolvemos que na aplicação da atividade com os alunos da educação básica usaríamos um material didático manipulável concreto como auxílio. Por fim, após algumas análises e mudanças chegamos ao problema (apêndice A) que foi aplicado para o desenvolvimento desta pesquisa.

4.2. CARACTERIZAÇÃO DO CAMPO E DOS SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual de ensino médio integral, localizada no município de Cuité, Curimataú Paraibano. Na referida escola, a pesquisadora atua como bolsista do Programa de Residência Pedagógica, sendo, portanto, seu campo de estágio, tendo como preceptor e supervisor o professor que concedeu o espaço para a realização desta pesquisa.

A atividade foi aplicada em uma de turma 2º ano, composta por 38 alunos, com idades entre 15 e 17 anos, no entanto, no dia da aplicação apenas 32 alunos estavam presentes. A aplicação aconteceu em 2 aulas de 50 minutos cedidas pelo professor titular da turma no dia 03 de outubro de 2019.

Para a descrição dessa atividade iremos identificar a professora-pesquisadora apenas como pesquisadora e para preservar a identidade dos alunos iremos identifica-los como A1 (aluno 1), A2 (aluno 2), e assim sucessivamente.

5. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE E ANÁLISE DOS DADOS

A aplicação da atividade de pesquisa baseia-se principalmente no roteiro atualmente utilizado pelo GTERP, no entanto, não seguimos de forma assídua o que é proposto, tendo em vista a situação na qual foi aplicada a atividade. O roteiro do GTERP, apresentado no capítulo 2, é composto pelas seguintes etapas: 1 - Formar grupos; 2 - Preparação do problema; 3 - Leitura individual; 4 - Leitura em conjunto; 5 - Resolução de problemas; 6 - Observar e incentivar; 7 - Registro das resoluções na lousa; 8 - Plenária; 9 - Busca de consenso; 10 - Formalização do conteúdo; 11 - Proposição de problemas.

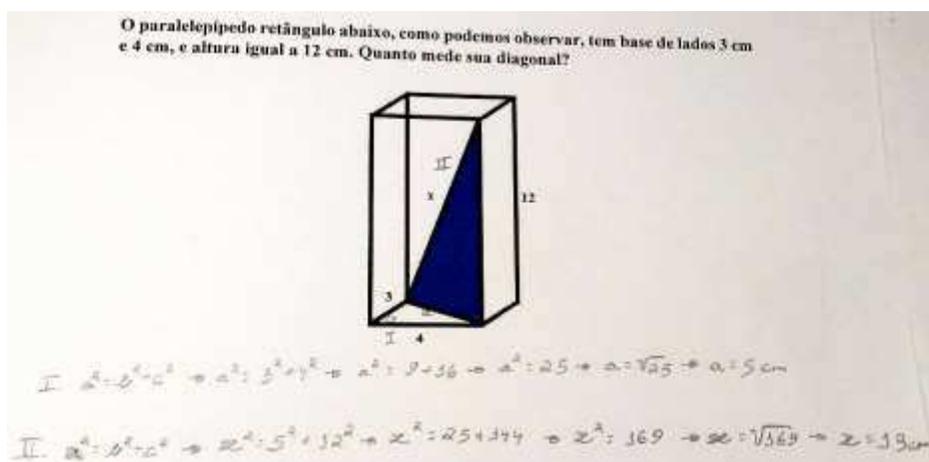
Inicialmente, o professor titular da turma nos apresentou e comunicou que as aulas seriam ministradas com o objetivo de contribuir para nossa pesquisa, após isso falamos aos alunos sobre nossa pesquisa e explicamos que ela se desenvolve na área de Geometria e Resolução de Problemas. Posteriormente, iniciamos a aplicação fazendo alguns questionamentos breves sobre a os conceitos que seriam abordados na atividade, tais como: Vocês já estudaram os sólidos geométricos? (Sim); Quais? O cubo? A esfera? (Sim); Vocês já estudaram a diagonal? Todos sabem o que é diagonal? (Alguns sabiam, outros não).

Esses questionamentos foram feitos com o intuito de investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos matemáticos que seriam utilizados no problema, pois como destaca Van de Walle (2009), o professor deve estar seguro que o aluno compreendeu o problema antes de trabalhar nele. Assim, a partir e diante da maioria de respostas, percebemos que os alunos possuem um nível de conhecimento matemático coerente a série que frequentam.

Desta forma, baseando-se no roteiro do GTERP, nossa aplicação foi dividida em etapas. A primeira etapa foi formar duplas ou grupos e entregar a atividade (apêndice A), em seguida, solicitamos que realizassem a leitura individual do problema e quando todos assim o fizeram, realizamos a leitura em conjunto, cumprindo com a terceira e quarta etapa do roteiro. Em seguida, partimos para a quinta etapa, a resolução do problema, explicamos que seria dado a eles um tempo para que iniciassem a resolução e que podiam solicitar assistência se achassem necessário, porém, mesmo sem que solicitassem, após alguns minutos começamos a observar as duplas e grupos de perto, executando a etapa “observar e incentivar”.

No primeiro instante a maioria dos alunos releu o problema, e como podemos observar nas figuras 4 e 5 alguns alunos logo conseguiram compreender o problema, identificar o conceito a ser aplicado, estabelecer seu plano de resolução e executá-lo.

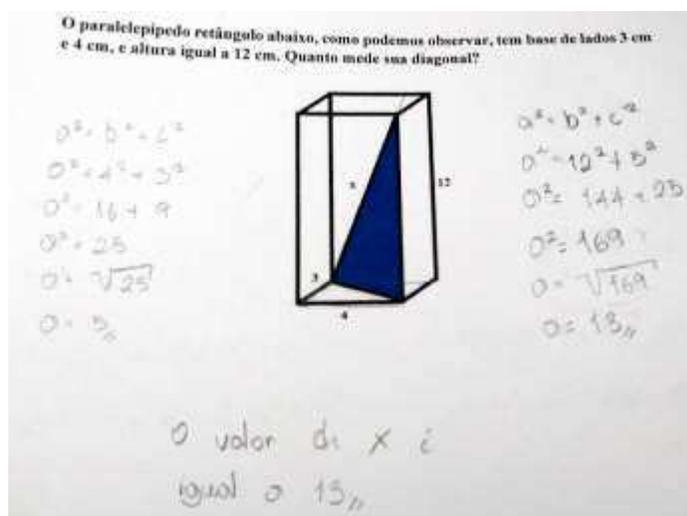
Figura 4: Registro da resolução do A1



Fonte: Arquivo pessoal

Um ponto negativo que observamos nas figuras e em muitas outras resoluções é que os alunos não utilizam a unidade de medida.

Figura 5: Registro da resolução do A2



Fonte: Arquivo pessoal

Por outro lado, grande parte sentiu dificuldades em relação a interpretação do problema e questionou se realmente estavam corretos, pois não tinham confiança na interpretação que havia feito. A interpretação é uma das principais dificuldades que os alunos sentem diante da resolução de problemas, acreditamos que isto é uma consequência dos métodos tradicionais utilizados em sala com frequência, no qual, o professor sugere sempre qual técnica ou conceito utilizar para resolver as atividades propostas, fazendo com que os alunos não precisem se esforçar para determinar que procedimento utilizar.

Durante a aplicação, percebemos a dificuldade por parte dos alunos em relação a interpretação, alguns não resolveram o problema, nem quiseram nenhum tipo de auxílio, apenas alegaram que leram, mas não compreenderam, e no fim copiaram dos colegas. Contudo, outras limitações nos chamaram mais atenção. Diversos alunos compreenderam o problema, identificaram que deveria usar o Teorema de Pitágoras, no entanto, não conseguiam organizar suas ideias para estabelecer um plano.

Abaixo apresentamos um diálogo no qual podemos perceber isso, o aluno sabe que deve aplicar o Teorema de Pitágoras, conhece o conceito, mas tem dificuldade em definir o plano para resolver o problema.

A3: Da certo usar Pitágoras aqui?

Pesquisadora: Você acha que dá certo?

A3: Não, porque Pitágoras são três incógnitas e aqui a gente tem quatro opções, ou então a gente tem que somar alguma coisa.

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Neste trecho, compreendemos que o aluno sabe aplicar o Teorema como exercício, quando o professor normalmente apresenta um triângulo retângulo com dois valores e uma incógnita.

Pesquisadora: Quando a gente usa Pitágoras? Para achar o que?

A3: Triângulo retângulo.

Pesquisadora: Aqui a gente tem triângulo retângulo?

A3: Sim

Pesquisadora: Quantos?

A3: Dois.

Pesquisadora: Aonde tá o primeiro e aonde tá o segundo?

A3: (indicou o triângulo azul e o do seu lado)

Pesquisadora: Tem outro?

A3: (indicou o da base)

Pesquisadora: Da pra usar Pitágoras?

A3: Não sei, não aprendi esse assunto direito.

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

O que podemos perceber é que muitas vezes o aluno somente memoriza a fórmula e não aprende de fato como aplicar o conceito.

Pesquisadora: Calma! Aqui é um triângulo retângulo? (Indicando o triângulo da base)

A3: Sim.

Pesquisadora: Você tem dois valores?

A3: Sim.

Pesquisadora: Da para encontrar alguma coisa?

A3: Sim, a hipotenusa desse triângulo (base). Mas quando a gente for fazer esse? Tem que fazer isso duas vezes?

Pesquisadora: Você me disse que quando fizer esse cálculo você encontra essa hipotenusa, certo? Quando você tiver esse valor, como você pode fazer para encontrar esse outro valor aqui? (Indicando o x do problema)

A3: Então vou ter mais dois valores e aí acho esse. É isso? Pitágoras?

Pesquisadora: Sim isso é Pitágoras.

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Como podemos observar, o aluno tem conhecimento suficiente para resolver o problema, no entanto, não consegue organizar suas ideias de maneira coesa e aplicar o conceito de forma adequada em virtude da maneira foi repassado para ele, é nesse momento que o professor assume papel fundamental para que o aluno consiga resolver o problema. “Nos primeiros momentos com a exploração de problemas, o professor-pesquisador precisa constantemente impulsionar o trabalho para que os alunos, com sua mediação-refutação, possam ir cada vez mais além da solução do problema”. (ANDRADE, S., 2017, p. 388-389).

Não só o professor pesquisador, mas todo professor que trabalha com a resolução de problemas deve ficar sempre atento e compreender o quão fundamental é o auxílio do professor para que o aluno construa seu conhecimento. Durante toda nossa aplicação pudemos comprovar a importância da mediação-refutação para que o aluno consiga organizar as suas ideias e estratégias. O professor deve instigar e incentivar com os questionamentos certos, respondendo às perguntas sempre com outras perguntas que façam o aluno pensar e refletir. E foi essa a estratégia utilizada por nós durante toda aplicação.

Podemos observar essa importância da mediação-refutação para que o aluno consiga organizar suas ideias, no diálogo a seguir.

A4: Aqui forma o ângulo de noventa graus e dá pra fazer com o Teorema de Pitágoras, só que a base aqui, a gente não sabe se é 3 ou 4 aí pensei que poderia fazer tipo duas seguidas, dois Teoremas de Pitágoras, só que aqui não forma o ângulo de noventa.

Pesquisadora: Será que não?

A4: Não.

Pesquisadora: Imagine que a base é um retângulo.

O aluno interrompeu.

A4: Mas aí será do mesmo jeito, só que eu não tô conseguindo formar um ângulo de noventa.

Pesquisadora: Imagine que a sala é um paralelepípedo retângulo certo? E a gente conhece o valor do lado, do outro lado e da altura. Se a gente quiser medir a diagonal, forma um triângulo retângulo aqui? (Indicando o chão, como base do paralelepípedo)

A4: Aqui forma um triângulo retângulo, do mesmo jeito que aqui né? Então estou indo por um caminho legal.

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Perceba que por meio da exemplificação com algo concreto o aluno conseguiu visualizar o problema com mais clareza, assim, percebemos que a mediação foi fundamental para que ele desse continuidade a resolução. Durante a aplicação de nossa atividade de pesquisa percebemos que a abstração foi um dos fatores que mais dificultou a resolução do problema.

Antes da aplicação já tínhamos pensado no uso do material didático manipulável, no entanto, preferimos não o utilizar em um primeiro momento para observar o nível de abstração dos alunos. Após alguns minutos de resolução percebemos a grande dificuldade de alguns alunos mesmo utilizando a comparação do problema com a sala de aula e então resolvemos introduzir o material concreto.

Figura 6: Material manipulável concreto



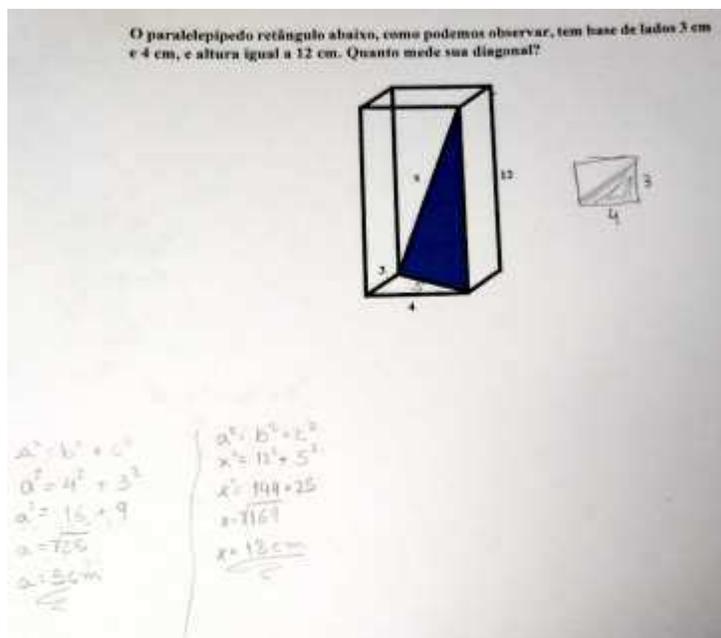
Fonte: Arquivo pessoal

Com o material concreto em mãos, percebemos que os alunos conseguiram compreender melhor o problema. Lorenzato (2006) explica que é imprescindível partir do concreto para se

chegar ao abstrato, uma vez que, é muito difícil ou até mesmo impossível que caracterizemos um objeto sem antes ter visto, tocado ou utilizado em algum momento.

Alguns alunos não tiveram muita dificuldade e utilizaram outro método para compreender o problema, apenas planificando a base conseguiram visualizar o triângulo retângulo e resolver o problema.

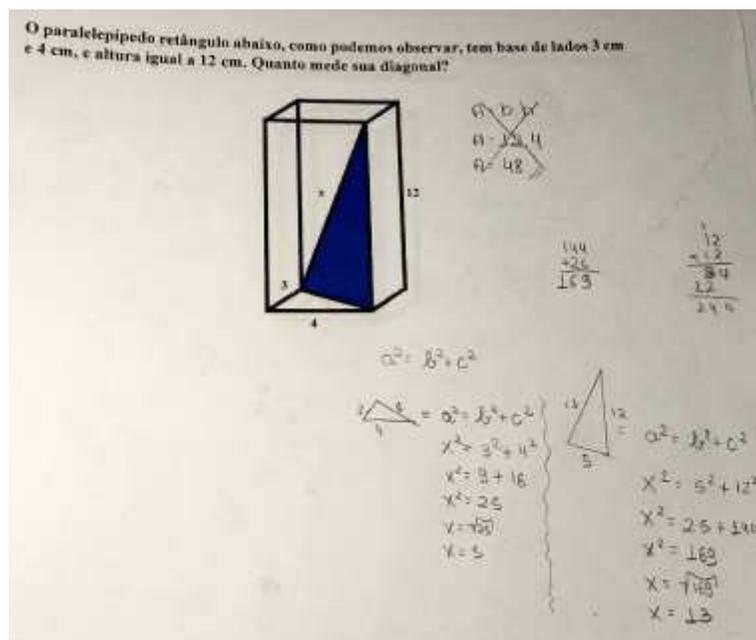
Figura 7: Registro da resolução do A5



Fonte: Arquivo pessoal

Este outro aluno, como podemos observar, desenhou os dois triângulos fora do paralelepípedo para resolver o problema, no entanto, antes de resolver o problema, pelo Teorema de Pitágoras, ele tentou utilizar outra fórmula, a fórmula da área, e não foi o único. Muitos alunos tentaram resolver o problema calculando a área da figura.

Figura 8: Registro da resolução do A6



Fonte: Arquivo pessoal

Muitos alunos memorizam as fórmulas, no entanto, na linguagem verbal não conseguem traduzir o que a linguagem algébrica representa e relacionam as incógnitas de forma equivocada, confundindo, nestes casos, a letra A da fórmula de Pitágoras com a letra A de área. No diálogo abaixo note que o aluno confunde esses conceitos.

A7: Estou usando Pitágoras para calcular a área dessa figura azul.

Pesquisadora: Calma! O problema tá pedindo o que? Vamos ler novamente.

O aluno releu o problema.

A7: Tá pedindo a diagonal.

Pesquisadora: Certo. O que nós temos nesse problema? Quais dados?

A7: Temos esse 3, esse 4 e esse 12.

Pesquisadora: Esses valores são equivalentes a que lados?

O aluno indicou os lados. Então foi questionado o fato do aluno ter esses dados e querer encontrar a área da figura quando o problema pede a diagonal.

A7: Mas eu sei que aqui quando a gente tem um triângulo a gente usa Pitágoras e encontra a área. (Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Vejamos que o aluno ainda não consegue assimilar o problema e separar os conceitos, utilizando o conceito certo de maneira equivocada.

Pesquisadora: O que diz o Teorema de Pitágoras? Escreva.

Então o aluno escreveu na sua folha " $a^2 = b^2 + c^2$ ".

Pesquisadora: O que esse teorema quer dizer? Esse "a" é o que?

A7: Área.

Foi realizada uma nova leitura do que o aluno havia escrito na folha, para que ele pudesse perceber seu equívoco, e nesse momento ele associou a fórmula de maneira correta.

A7: A soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Pesquisadora: E olhando pra figura?

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Foi nesse momento que o aluno conseguiu associar as incógnitas da fórmula com a hipotenusa e os catetos, e assim percebeu como utilizar o Teorema de Pitágoras para resolver o problema. Aqui percebemos novamente o quão é importante a mediação do professor, pois em nenhum momento afirmamos se as colocações do aluno estavam certas ou erradas, mas fizemos com que o aluno se questionasse e buscasse em seus conhecimentos meios de resolver o problema.

A7: Mas se eu aplicar direto aqui eu vou ter duas incógnitas.

Pesquisadora: E agora o que que a gente faz?

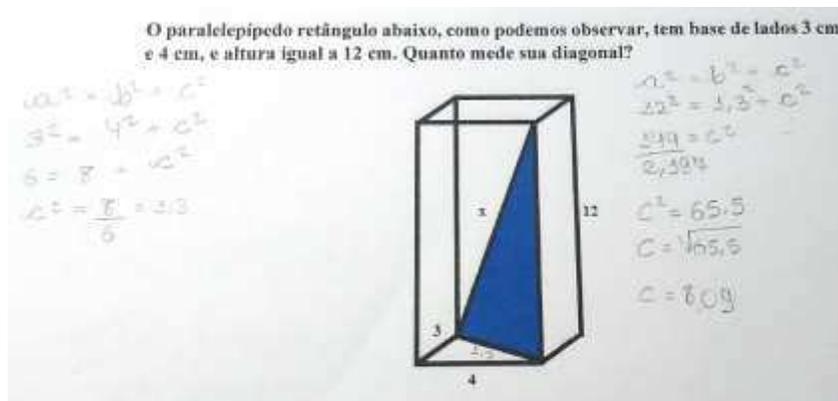
A7: Eu tenho que encontrar primeiro a base e depois é que eu vou conseguir encontrar esse valor aqui pra ficar somente com a incógnita x .

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

Nesse momento o aluno conseguiu compreender de fato o problema e elaborar seu plano para resolvê-lo, porém, não conseguiu abstrai-lo de modo que visualizasse de forma clara o triângulo da base e identificar o ângulo reto nele. Então, foi sugerido que ele utilizasse o material concreto para que conseguisse enxergar melhor a base do paralelepípedo e associar ao problema proposto.

É válido ressaltar que o professor aceite a resposta do aluno e permita que ele desenvolva a solução do problema sem que seja repreendido. Na imagem abaixo, podemos observar que o aluno interpretou bem o problema, aplicou o método esperado, porém de maneira equivocada, pois não substituiu na fórmula o valor correto dos catetos e a hipotenusa, o que influenciou no resultado do problema, no entanto, este aluno não se mostrou aberto a mediação e respeitamos isso.

Figura 9: Registro da resolução do A8



Fonte: Arquivo pessoal

O hábito do professor, na maioria das vezes, apresentar fórmulas faz com que os alunos queiram sempre fórmulas prontas. Um dos alunos ficou durante um tempo pensando, buscando uma fórmula que resolvesse um problema, foi então que questionou:

A9: Qual é a fórmula que usa? Eu não consigo lembrar da fórmula da diagonal.

Pesquisadora: Precisa de fórmula?

A9: Precisa.

Pesquisadora: Mas se a gente não souber da fórmula? Se não tiver memorizado? Tem outra forma de responder sem ir diretamente na fórmula?

A9: Usando Pitágoras.

(Diálogo entre professor e aluno, 2019).

E então, utilizando a mediação-refutação auxiliamos o aluno para que ele refletisse e explorasse seus conhecimentos até que ele estabeleceu seu plano para resolver o problema. Isso nos faz perceber a importância da Resolução de Problemas na construção do conhecimento do aluno. Pois quando trabalhamos apenas exercícios, estamos apenas aplicando e memorizando a fórmula a partir da repetição, por outro lado, um problema como esse aplicado em nossa pesquisa, faz com que o aluno compreenda e perceba que nem sempre precisamos de fórmulas prontas, que podemos desenvolver outros meios de resolver um problema.

Quando todos os alunos resolveram o problema, executamos a sétima etapa. Pedimos que cada um ficasse com a sua resolução em mãos e perguntamos qual havia sido o valor de “x” encontrado por eles. Todos que se manifestaram afirmaram que o valor de x era igual a 13. Então questionamos o caminho pelo qual haviam obtido esse valor, os alunos que responderam afirmaram ter chegado a esse valor utilizando o Teorema de Pitágoras.

Com a ajuda deles, fomos registrando a resolução do problema no quadro branco e então efetivamos a etapa denominada plenária. Diante disso, foi solicitado aos alunos uma explicação sobre esta resolução utilizando o Teorema de Pitágoras. Como todos utilizaram o mesmo procedimento e obtiveram o mesmo resultado, uma vez que o aluno que obteve um resultado diferente não se manifestou, a plenária ocorreu em paralelo com as outras duas etapas, a busca por um consenso e a formalização do problema.

Nesse último momento da nossa aplicação, discutimos sobre a atividade buscando investigar a percepção dos alunos sobre essa metodologia de ensino, e a fala de um dos alunos nos chamou bastante atenção.

Quando questionamos os alunos sobre a opinião deles em relação a atividade o aluno afirmou: “esse tipo de atividade é bom por que a gente se esforça, precisa pensar para resolver e com o exercício a gente só faz sem precisar pensar muito”.

Outros alunos falaram que prefere os exercícios pelo grau de dificuldade que o problema oferece, no entanto reconheceram que esse método é mais significativo para o ensino. No entanto, explicamos sobre a importância de cada metodologia no processo de ensino-aprendizagem, acreditamos que se faz necessário que o aluno compreenda o papel que cada um desempenha na construção do conhecimento.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa propôs analisar as potencialidades, limitações e principais contribuições do ensino-aprendizagem de conceitos geométricos através da Resolução de Problemas, que ocorreu através da aplicação de uma atividade em uma turma de segundo ano de uma escola estadual de ensino médio integral, localizada em Cuité – PB.

Durante o desenvolvimento da atividade percebemos que os alunos tiveram um bom desempenho, e a maioria obteve o resultado esperado, no entanto, alguns fatores limitaram momentos da resolução do problema. Inicialmente, pudemos perceber que a maioria dos alunos tiveram dificuldades na compreensão do problema, tanto ao que se refere a interpretação quanto a abstração. Porém, essas dificuldades foram sanadas baseando-se nos estudos que realizamos sobre o auxílio do roteiro proposto pelo grupo GTERP e da importância da mediação-refutação proposta por Andrade, S. (1998, 2017).

Assim, pudemos perceber o quanto a mediação-refutação é um fator fundamental no processo de resolução de problemas, uma vez que, como pudemos constatar durante a aplicação de nossa atividade alguns alunos abstraíram o problema de forma adequada após colocações e questionamentos feitos pela professora pesquisadora.

Outro fator importante que contribuiu para a abstração do problema foi o uso do material manipulável concreto, que permitiu aos alunos visualizar o sólido geométrico e compreender melhor o problema, tendo em vista que, no ensino da Geometria o uso de materiais didáticos auxiliam a abstração, desta forma, podemos afirmar que a utilização do material manipulável concreto é um recurso bastante eficaz.

Dentre as limitações, a que mais chamou atenção dos pesquisadores, está no fato dos alunos confundirem fórmulas matemáticas ou utilizá-las de maneira equivocada, o que nos fez perceber a importância da Resolução de Problemas no ensino, uma vez que, o método tradicional não permite ao aluno a descoberta, propondo exercícios e métodos repetitivos, o induzido a decorar fórmulas sem que o aluno compreenda a forma adequada da aplicação.

Diante da análise dos dados e das observações que realizamos, pudemos perceber o quanto a Resolução de Problemas pode contribuir para o ensino-aprendizagem da Geometria, assim como da matemática, proporcionando ao aluno autonomia na construção do conhecimento, permitindo a exploração de conceitos e a conexão com as mais diversas áreas do conhecimento.

No ensino de Geometria, em particular, essa metodologia proporciona o ensino prazeroso, uma vez que, possibilita ao aluno investigar, explorar e reconhecer propriedades, discutir sobre características geométricas percebidas e comprovar suas afirmações.

Compreendemos que nossa pesquisa é limitada diante a vasta área de ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas, no entanto, os resultados podem contribuir com pesquisas posteriores e mais amplas, assim como o trabalho em sala de aula. Entendemos ainda, que ela contribui para a reflexão sobre o ensino de Geometria e potencialidades da Resolução de Problemas nessa área do conhecimento.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun., 2014.
- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **BOLETIM DO GEPEM**, n. 55, p. 3-19, jul./dez., 2009.
- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino – Aprendizagem - Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Adresa Maria (org.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p, 35-52.
- ANDRADE, Cecília Pereira de. ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. *In*: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p, 433-466.
- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.
- ANDRADE, Silvanio. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. *In*: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (org.). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p, 355- 393.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Matemática. Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BOGDAN, Robert C; BIKLEN Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994. p, 47-51.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Editora Ática, 2007. p, 16-21.
- ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez; POZO, Juan Ignacio. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In*: POZO, Juan Ignacio (org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. p. 13-43.

<http://www.curingao.com.br/curingao/faculment.htm>. Acesso em: 13 dez. 2019.

<https://pisicosophia.webnode.com/vertentes-pisicologicas2/behaviorismo/edward-lee-thorndike-/>. Acesso em: 13 dez. 2019.

LANKSHEAR, Colin; KNOBEL, Michele. **Pesquisa Pedagógica: do projeto à implementação**. Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LORENZATO, Sergio Aparecido. Porque não ensinar geometria? *In: A Educação Matemática em Revista*. Blumenau: **SBEM**, ano III, n. 4, 1995, p. 3-13.

LORENZATO, Sergio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

MORAIS, Rosilda Santos dos; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Uma Abordagem Histórica da Resolução de Problemas. *In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Adresa Maria (org.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 17-34.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

PAVANELLO, Regina Maria. **O Abandono do Ensino de Geometria: Uma Visão Histórica**. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**, n. 1, p. 7-17, 1993.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. / G. Polya (1945); tradução Heitoe Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SCHRODER, Thomas L.; LESTER, Frank K., Jr. **Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving**. *In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, 1989.

STANCANELLI, Renata. **Conhecendo diferentes tipos de problemas**. *In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2007. *E-book*.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

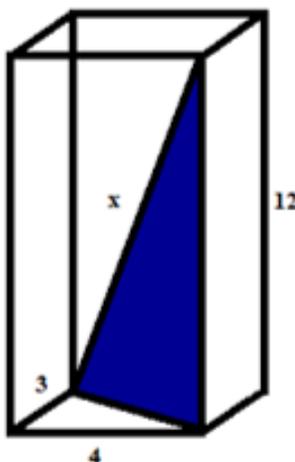
LISTA DE APÊNDICE

APÊNDICE A - ATIVIDADE APLICADA PARA A COLETA DE DADOS DA PESQUISA

ATIVIDADE DE PESQUISA

Esta atividade tem por objetivo analisar o ensino da geometria sob a perspectiva da Resolução de Problemas. As pesquisadoras responsáveis pela pesquisa são a aluna de licenciatura em Matemática Brenda Albuquerque e a professora, orientadora da pesquisa, Fabíola Martins. As resoluções obtidas serão usadas unicamente para fins de pesquisa e os dados serão tratados com sigilo. Não existem respostas certas ou erradas. Responda com tranquilidade. Sua colaboração é muito importante para nós. Obrigada pela sua participação!

O paralelepípedo retângulo abaixo, como podemos observar, tem base de lados 3 cm e 4 cm, e altura igual a 12 cm. Quanto mede sua diagonal?



ANEXOS

Figura 10: Socialização de resultados



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 11: Registro da resolução na lousa



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 12: Momento de resolução do problema



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 13: Discussão sobre o problema



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 14: Momento de resolução do problema



Fonte: Arquivo pessoal