UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

CAMPUS II

MESTRADO EM ENGENHARIA DE MINAS

IMPLEMENTAÇÃO ELASTOPLÁSTICA DO CRITÉRIO DE RUPTURA DE HOEK-BROWN PARA MACIÇO ROCHOSO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE MINAS

POR: MARCONI EDSON DE ALCÂNTARA

ORIENTADO POR: PROF. AARÃO DE ANDRADE LIMA

CAMPINA GRANDE - 1997

Marconi Edson de Alcântara

Implementação elastoplástica do critério de ruptura de Hoek-Brown para maciço rochoso.

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado em Engenharia de Minas da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Minas.

Área de concentração: Lavra de Minas

Orientador: Prof. Dr. Aarão de Andrade Lima.

Campina Grande

1997

A347i Alcântara, Marconi Edson de.
Implementação elastoplástica do critério de ruptura de Hoek-Brown para maciço rochoso / Marconi Edson de Alcântara. - Campina Grande, 1997.
132 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Minas) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1997.
"Orientação : Prof. Dr. Aarão de Andrade Lima".
Referências.

1. Minas e Recursos Minerais. 2. Mineralogia. 3. Dissertação - Engenharia de Minas. I. Lima, Aarão de Andrade. II. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). III. Título

CDU 622.01(043)

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências e Tecnologia - Campus II
Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia de Minas

PARECER FINAL DO JULGAMENTO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO ALUNO
MARACONI EDSON DE ALCÂNTARA

TÍTULO: **"Implantação Elastoplástica do Critério de Ruptura de Hoek-Brown para Maciço Rochoso"**

COMISSÃO EXAMINADORA:	*ASSINATURA:*
DR. AARÃO DE ANDRADE LIMA	Aarão de Andrade Lima
DR. JOSÉ LINS ROLIM FILHO	
DR. NATANAEL VICTOR DE OLIVEIRA	Natanael Victor de Oliveira

CAMPINA GRANDE, 26 DE SETEMBRO DE 1997

UFPB - CAMPUS II - AV. APRÍGIO VELOSO, 882 - BODOCONGÓ
FONE: (083) 310 1175 -- FAX (083) 310 1011
58109-000 - CAMPINA GRANDE - PARAÍBA

AGRADECIMENTOS

Agradeço à CAPES (Coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior), à Universidade Federal da Paraíba, aos organismos que, sabiamente, lutam pela manutenção e crescimento da educação, ciência e tecnologia, atributos capazes de resolver a esmagadora maioria dos nossos problemas, em especial ao Mestrado em Engenharia de Minas e seu corpo administrativo, por ter me proporcionado a oportunidade de experimentar meus instintos científicos.

Sinceros agradecimentos reservo aos distintos colegas de curso, pela convivência participativa e fraterna durante este trabalho.

Agradeço de forma especial ao meu orientador e amigo Dr. Aarão de Andrade Lima por sua sutileza, sagacidade e conhecimento sobre o assunto abordado, sem o qual seria impossível este trabalho.

Gostaria ainda de externar meus sinceros agradecimentos à banca examinadora pelas críticas e sugestões as quais muito contribuíram para enriquecimento deste trabalho.

Por fim, agradeço de forma carinhosamente especial a minha família.

RESUMO

Esta pesquisa é desenvolvida no contexto da mecânica de rocha no que se refere ao dimensionamento e análise de estabilidade de escavações em rocha, através de métodos numéricos.

É implementado o critério de ruptura de Hoek-Brown em regime elastoplástico para análise da estabilidade de escavações em maciços rochosos, codificado através do método dos elementos finitos no programa de OWEN & HINTON, em linguagem FORTRAN.

É analisada a correlação entre os critérios de ruptura de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb confirmando-se, através de exemplos, a implementação do critério de Hoek-Brown tangente realizada por Andrade Lima [3], na qual correlacionam-se os parâmetros de resistência c, ϕ, σ_c, e β do critério de Mohr-Coulomb com os parâmetros s, m e σ_c do critério de Hoek-Brown.

Utilizando-se sistemas de classificação de maciço rochoso ou curvas de efeito escala, analisa-se a possibilidade de se inferir as propriedades de resistência para maciços rochosos a partir das propriedades de amostras de laboratório (rocha intacta).

Para o critério de Hoek-Brown, determina-se a correlação entre os parâmetros m e s referentes ao plano (σ_1 , σ_3) com os parâmetros A e B referentes ao plano (τ , σ).

A implementação do critério de Hoek-Brown é validada através de exemplos, tendo-se obtido resultados coerentes com a implementação tangente.

É desenvolvida a codificação de um programa para desenhar as superfícies de escoamento dos critérios de ruptura de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown em três dimensões, através do programa de computador Matlab.

ABSTRACT

This research is developed in the context of rock mechanics regarding to design of excavations in rock by mean of numerical method.

Hoek-Brown failure criterion for analysis of stability in rock masses excavations is implemented in elastoplastic system by means of OWEN & HINTON finite elements program coded in FORTRAN language.

The correlation between Mohr-Coulomb and Hoek-Brown failure criteria are analyzed, confirming the Andrade Lima [3] implementation using tangents to Hoek-Brown envelopes, where the relationship between c, ϕ, σ_c, and β resistance parameters of Mohr-Coulomb criterion with s, m, and σ_c from Hoek-Brown criterion are established.

It has also been analyzed the possibility of estimating rock masses resistance properties from laboratory properties of intact rock, by means of rock masses classifications systems or scale effects curves.

The correlation between parameters m and s in (σ_1 , σ_3) plane with A and B in (τ , σ) plane from Hoek-Brown criterion is analyzed.

The implementation of Hoek-Brown criterion in elastoplastic system is validated by means of sample problems. The results have showed very close agreement with the tangent approach.

It is developed a code for plotting a three dimensions yielding surfaces of Mohr-Coulomb and Hoek-Brown by mean of Matlab software.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS

{a} - Vetor fluxo na teoria da elastoplasticidade;

c - Coesão de uma rocha;

c' - Coesão aparente ou instantânea do critério de Hoek-Brown;

c_M - Coesão do maciço rochoso com confinamento zero, ou seja para $\sigma_3 = 0$;

$c_{ij\,kl}$ - Tensor de constantes elásticas em notação indicial;

f_s - Fator de segurança em um ponto baseado em análise de tensões;

$\dot{k}$ - Parâmetro *work hardening*;

m - Parâmetro de aumento de resistência com o confinamento no critério de Hoek-Brown;

m_i - Valor de m para rocha intacta, determinado em teste triaxial;

s - Parâmetro relacionado à resistência do maciço rochoso no critério de Hoek-Brown;

z - Profundidade de uma camada de rocha;

A - Parâmetro de resistência no critério de Hoek-Brown no plano (τ , σ);

A_t - Área de influência de um pilar;

A_p - Área do pilar;

B - Fator exponencial no critério de Hoek-Brown no plano (τ , σ);

C_i , i = 1,2,3 - Constantes escalares para implementação dos vários critérios de escoamento em computador;

D - Tamanho da aresta de uma amostra de rocha em forma de cubo;

D_c - Tamanho da aresta de um espécime de rocha em forma de cubo ou diâmetro de uma amostra cilíndrica, em escala de laboratório;

D_M - Tamanho de uma amostra cuja resistência à compressão é igual à do maciço rochoso;

[D] - Matriz simétrica de constantes elásticas;

E - Módulo de elasticidade;

E_T - Inclinação da curva tensão-deformação para material com comportamento elastoplástico;

ESR - Índice de suporte de escavação;

H_p - Altura de um pilar;

H' - Inclinação da contribuição de deformação *hardening* à curva tensão-deformação depois de eliminada a contribuição de deformação elástica;

J_1 - Primeiro invariante de tensões;

J_2' - Segundo invariante das tensões desviatórias;

J_3' - Terceiro invariante das tensões desviatórias;

J_a - Número de descontinuidades com alteração relativo ao índice Q;

J_n - Número de famílias de descontinuidades relativo ao índice Q;

J_r - Número de descontinuidades sem alteração relativo ao índice Q;

J_w - Fator de redução das descontinuidades hidratadas relativo ao índice Q;

L_p - Comprimento de um pilar retangular em mina subterrânea;

Q - Índice de determinação da qualidade de maciço rochoso, segundo Barton;

RMR - Parâmetro de qualidade do maciço rochoso para o sistema de classificação de Bieniawski;

RQD - Razão entre o total de partes intactas com 100 mm ou mais de comprimento de testemunho recuperado em relação ao comprimento total do furo para testemunho de 50 mm de diâmetro;

S_p - Tensão média em um pilar baseada no método das áreas de influência;

SRF - Fator de redução de tensão;

W_o - Vão das galerias em lavra de depósitos tabulares;

W_p - Largura do pilar, considerada como a sua menor dimensão em planta;

α - Fator exponencial para a relação tamanho versus resistência de uma amostra de rocha;

β - Ângulo de inclinação da reta que representa o critério de Mohr-Coulomb no plano (σ_1 , σ_3);

β' - Ângulo de inclinação da reta tangente ao critério de Hoek-Brown no plano (σ_1 , σ_3);

β_M - Ângulo de inclinação da reta tangente ao critério de Hoek-Brown no plano (σ_1 , σ_3), para $\sigma_3 = 0$;

δ_{ij} - Delta de Kronecker;

ε_{ij} - Componentes de deformação em notação indicial;

ε - Deformação longitudinal;

$\bar{\varepsilon}_p$ - Medida escalar da deformação plástica total ou efetiva;

$\{\dot{\varepsilon}\}$ - Incremento de deformação;

$\{\dot{\varepsilon}_e\}$ - Incremento de deformação elástica;

$\{\dot{\varepsilon}_p\}$ - Incremento de deformação plástica;

ϕ - Ângulo de atrito interno de uma rocha;

ϕ' - Ângulo de atrito interno aparente ou instantâneo no critério de Hoek-Brown;

ϕ_M - Ângulo de atrito interno no critério de Hoek-Brown para $\sigma_3 = 0$;

γ - Peso específico médio da rocha sobrejacente;

$\dot{\lambda}$ - Constante de proporcionalidade na teoria da elastoplasticidade;

λ e μ - Constantes de Lamé;

ν - Coeficiente de Poisson;

σ - Tensão normal no plano de quebra de uma partícula;

σ_1 - Tensão principal máxima;

σ_2 - Tensão principal intermediária;

σ_3 - Tensão principal mínima;

σ_c - Resistência à compressão de um corpo de prova em escala de laboratório;

σ_c' - Resistência à compressão uniaxial aparente ou instantânea no critério de Hoek-Brown

σ_M - Resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso, quando $\sigma_3 = 0$;

σ_D - Resistência à compressão de uma amostra cúbica com aresta igual a D;

σ_h - Componente horizontal do campo de tensões virgens;

σ_t - Resistência à tração da rocha;

σ_v - Componente vertical do campo de tensões virgens;

σ_y - Tensão de escoamento;

σ_y^0 - Resistência ao escoamento antes do início do fluxo plástico;

σ_{ij} - Componentes de tensão em notação indicial;

σ_{ij}' - Componentes desviatórios do tensor de tensões;

$\{\dot{\sigma}\}$ - Incremento de tensão;

τ - Tensão de cisalhamento atuando no plano de quebra de uma partícula;

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

A mecânica de rocha é atualmente uma poderosa ferramenta na resolução de problemas de engenharia envolvendo escavações subterrâneas e a céu aberto em formações rochosas.

A crescente complexidade dos projetos de mineração e o avanço a níveis cada vez mais profundos de exploração exigem técnicas cada vez mais precisas de dimensionamento. Neste aspecto, a mecânica de rocha tem experimentado um extraordinário desenvolvimento, apesar de ser um ramo relativamente novo da ciência aplicada, tendo se tornado uma disciplina da engenharia em meados da década de l960.

As técnicas de computação numérica, entre as quais os métodos dos elementos finitos e dos elementos de fronteira, têm dado uma grande contribuição à solução de problemas de engenharia calcados na análise de tensões, substituindo completamente os modelos analíticos e físicos.

Além das técnicas numéricas, a classificação geomecânica dos maciços rochosos fornece os parâmetros necessários ao dimensionamento dos projetos de escavações em rocha.

Nesta pesquisa será dada uma contribuição nesta área de estudo, pela implementação em computador da análise de estabilidade de escavações usando o critério de ruptura de Hoek-Brown em regime elastoplástico. codificada através do método de elementos finitos.

1.2 Tema proposto

Esta pesquisa tem como objetivo a implementação em computador, no programa codificado através de elementos finitos pelos professores OWEN & HINTON. de um módulo para análise da estabilidade de escavações em rocha usando o critério de ruptura de Hoek-Brown em regime elastoplástico, de modo que esta análise seja executada de forma precisa.

Este estudo se faz necessário, tendo em vista que o critério de ruptura de Hoek-Brown é o mais usado atualmente em análise de estabilidade de escavações, porém tradicionalmente utilizado em regime elástico para cálculo de fator de segurança.

Como em escavações para extração de bens minerais é comum se encontrar o maciço rochoso em regime de pós-ruptura, é muito importante generalizar-mos o critério de Hoek-Brown para este regime. Além disso, este critério foi concebido através de base muito sólida, onde os autores usaram uma extensa base de dados experimentais sobre ruptura de rocha em estado triaxial de tensões, e detalhada análise estatística, o que o torna, atualmente, um critério utilizado mundialmente.

Além do programa citado usaremos um programa gerador de malhas que nos dará uma grande flexibilidade e segurança na geração dos elementos dos modelos, ou seja, os parâmetros referentes a geometria.

1.3 Motivação

Ainda não atingimos um estágio de exploração plena dos métodos numéricos em projetos de explorações mineiras. A dificuldade consiste na interligação de parâmetros empíricos referentes à mecânica de rocha aos métodos de base teórica.

Como atualmente dispomos de recursos computacionais cada vez mais poderosos e técnicas de modelamento muito potentes a exemplo do método dos elementos finitos, se faz cada vez mais necessário esta junção, a fim de que resolva-se os complexos problemas relacionados à geomecânica no dimensionamento de escavações em maciços rochosos.

1.4 Metodologia

Neste primeiro Capítulo discutimos, a princípio, de forma generalizada o presente trabalho de pesquisa, situando-o no contexto da área de estudo em que esta inserido, ou seja, o problema de dimensionamento de escavações em rocha no que se refere à estabilidade, utilizando o método dos elementos finitos.

No Capítulo 2 é abordado o tema maciço rochoso, desde sua definição até os sistemas de classificação, dando ênfase aos sistemas RMR de Bieniawski e ao Q de Barton. Também são abordados os critérios de ruptura de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, além da correlação entre ambos.

No Capítulo 3 é tratada a teoria matemática da elastoplasticidade e sua aplicação aos critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, dando ênfase ao desenvolvimento matemático para implementação deste em computador, em regime elastoplástico através de codificação pelo método dos elementos finitos.

No Capítulo 4 é avaliada esta implementação comparando-a em seguida com a implementação do mesmo critério pelo método tangente, desenvolvido anteriormente por Andrade Lima no mesmo programa de Owen & Hinton, bem como comparando-o com o critério de Mohr-Coulomb em regime elastoplástico.

No Capítulo 5 apresentam-se as conclusões desta pesquisa.

2. CRITÉRIO DE RUPTURA DE HOEK-BROWN

2.1 Introdução

Os projetos de escavações para mineração em rocha são freqüentemente desenvolvidos levando-se em consideração o regime de pós ruptura do maciço rochoso, haja vista ser essa a condição de campo que possibilita a viabilidade econômica da mina. Sendo assim, desenvolveram-se os vários métodos de dimensionamento e análise empregados em mecânica de rochas

De forma genérica podemos subdividi-los em [3]:

- métodos experimentais de laboratório;
- métodos experimentais aplicados *in situ*;
- métodos observacionais com instrumentação;
- métodos empíricos e
- métodos analíticos e numéricos.

Tendo em vista que o critério de ruptura de Hoek-Brown está compreendido no contexto de sistemas de classificações de maciço rochoso, será abordado a seguir o tópico sistemas de classificação de maciço rochoso, que está inserido entre os métodos empíricos, os quais unem experiência baseada em informações literárias com aproximações teóricas. Serão definidas também as propriedades mecânicas relevantes ao tema, terminologia e simbologia envolvidas nos problemas de engenharia relacionados às escavações para mineração.

2.2 Conceito de Maciço Rochoso

Do ponto de vista geológico um maciço rochoso é um sistema constituído de rocha, descontinuidades e água.

As rochas são divididas em três grandes grupos, a depender da sua formação, quais sejam: rochas sedimentares, metamórficas e igneas. As rochas sedimentares são constituídas da reunião de partículas detríticas e possivelmente cristais de outras rochas, em matriz de materiais como minerais argilosos, calcita, quartzo, etc. As metamórficas são resultantes da ação do calor, tensão ou fluídos quentes sobre outras rochas, sedimentares ou ígneas. E as rochas ígneas consistem da cristalização de minerais de origem magmática tais como: quartzo, piroxênios, ortoclásio, mica, etc.

Na natureza é muito raro encontrar-se massa de rocha com as propriedades mecânicas uniformes. Normalmente as condições dos maciços rochosos variam muito de local para local a ponto de haver variações significantes nas características do maciço em uma mesma obra. Portanto se faz necessário classificar-se os maciços rochosos em domínios, bem como partir-se do caso particular para o geral, ou seja, da rocha intacta (amostra de mão) ao maciço como um todo.

A estrutura mecânica da rocha apresenta várias aparências diferentes, dependendo da escala e detalhes em que é enfocada. As propriedades mecânicas da rocha dependem de todas as feições estruturais da mesma. Contudo aspectos individuais têm variados graus de importância em diferentes circunstâncias.

Muitas vezes é necessário atribuírem-se valores numéricos para as propriedades mecânicas da rocha, os quais são obtidos em testes de laboratório utilizando-se espécimes de rocha.

2.2.1 Correlação Entre as Resistências da Rocha Intacta e do Maciço Rochoso

A previsão da resistência do maciço rochoso a partir da resistência de amostras de laboratório (rocha intacta) constitui um dos tópicos de maior relevância na mecânica de rochas, sendo atualmente uma área intensamente pesquisada [4].

O fenômeno de diminuição da resistência da rocha com o aumento do volume da amostra, o chamado efeito escala [4], foi implicitamente considerado nas equações empíricas de dimensionamento de pilares de minas desenvolvidas já a partir de 1939 [5]. A Figura 2.1 proporciona de forma simplificada uma visualização do efeito escala na resistência do maciço rochoso.

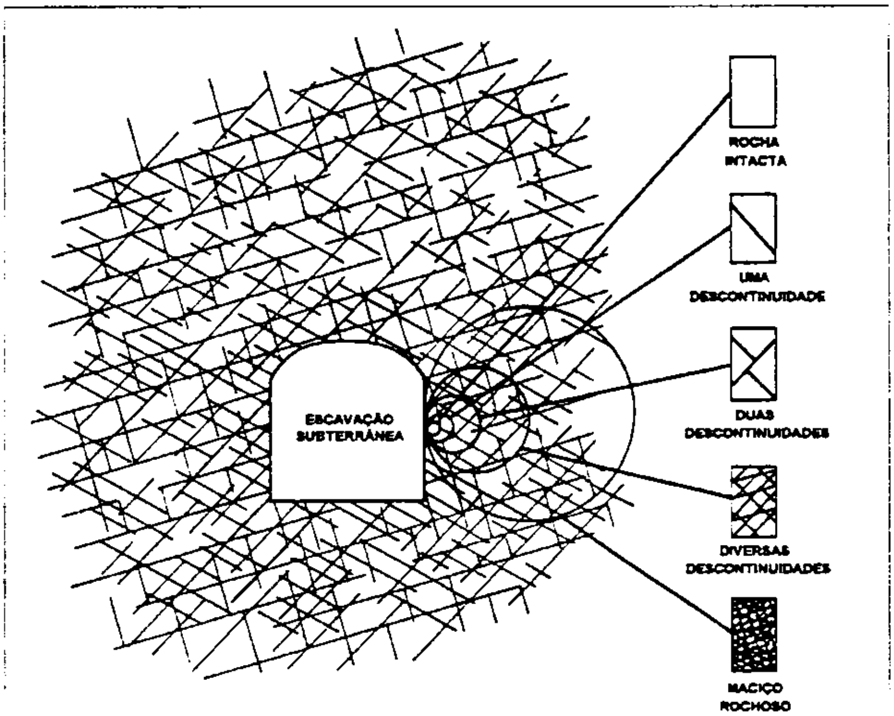

Figura 2.1 Transição da rocha intacta ao maciço rochoso com o aumento do tamanho da amostra, efeito escala [6].

Se considerarmos um espécimen em forma de um cubo cuja aresta tenha tamanho D, a resistência à compressão simples é dada pela seguinte equação [6]:

$$\sigma_D = \sigma_c \left(\frac{D_c}{D}\right)^{\alpha}, \quad D < D_M \tag{2.18}$$

ou

$$\sigma_D = \sigma_M, \quad D \geq D_M \tag{2.19}$$

onde σ_c é a resistência de uma amostra de laboratório (rocha intacta) em forma de cubo com a aresta medindo D_c ; D_M é o chamado tamanho crítico para um maciço rochoso, além do qual a resistência à compressão de qualquer amostra é assumida constante com valor igual a σ_M, e α é um parâmetro variável para diferentes tipos de rocha. Através da Figura 2.2 os conceitos destas variáveis podem ser melhor entendidos.

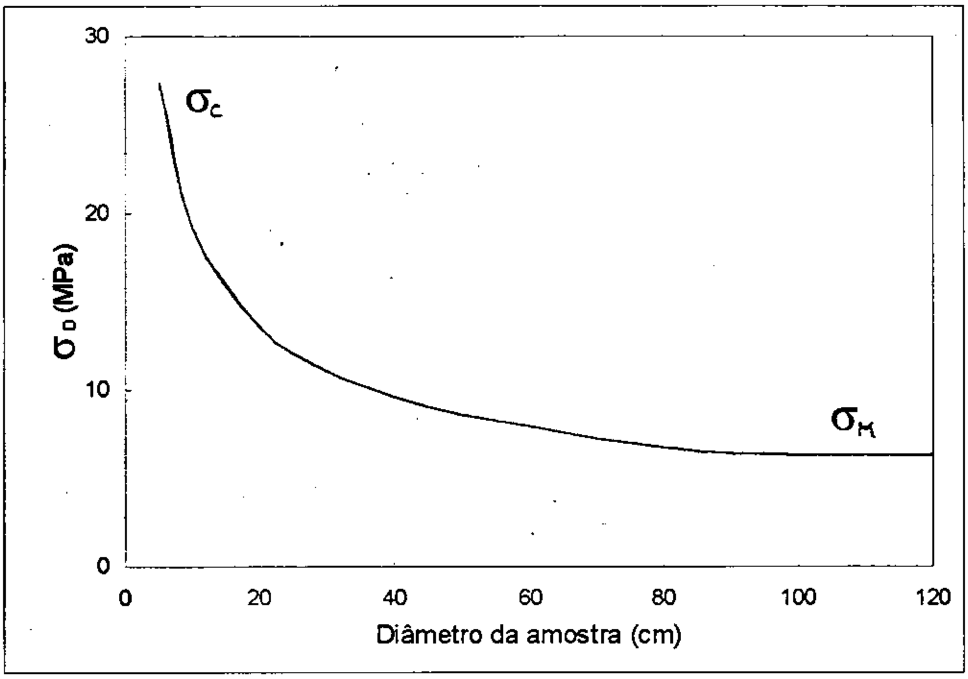

Figura 2.2 Resistência à compressão uniaxial *versus* tamanho da amostra [3].

Para rochas em geral, exceto carvão, D_c se refere ao diâmetro de corpos de provas cilíndricos medindo geralmente 5 cm. Para o carvão podem se considerar tipicamente α = 0,5 e D_M medindo entre 0,9 e 1,5 metros [7, 8], enquanto que para outras rochas α tem valores menores que 0,5 [6, 4, 9].

2.2.2 Características Mecânicas dos Maciços Rochosos

Rochas metamórficas foliadas e rochas sedimentares laminadas, estratificadas ou acamadas têm propriedades físicas (mecânicas, hidráulicas e térmicas) que variam com a direção dessas feições, portanto são ditas anisotrópicas [11]. A anisotropia pode ser constituída de camadas ou acamamentos alternados de diferentes tipos de rocha podendo ser encontrada em formações vulcânicas; em formações sedimentares intactas laminadas, estratificadas ou acamadas e em formações metamórficas foliada intacta. Pode ser encontrada em diferentes escalas, ou seja, desde amostra de mão até maciço rochoso. A anisotropia também está presente em rochas ígneas, ocorrendo por intermédio do mecanismo de formação das mesmas, ou seja, tanto do fluxo e diferenciação magmática, quanto proveniente de esforços tectônicos posteriores à formação das mesmas.

As rochas mencionadas acima foram classificadas por Barla [11, 12], como rochas anisotrópicas de classe B. Por outro lado, as rochas anisotrópicas de classe A são aquelas que exibem propriedades anisotrópicas, apesar de aparente isotropia. Alguns granitos intactos pertencem a este grupo.

2.2.3 Resistência em Regime Triaxial de Tensões

As partículas de rocha em torno de uma escavação, bem como em todo maciço rochoso, estão sujeitas a um estado de tensões triaxial. Portanto, é de grande interesse, em mecânica de rochas, a resistência em regime triaxial de tensões.

Na caracterização da resistência dos materiais submetidos a campos triaxiais de tensões, são utilizados os *critérios de ruptura* ou *escoamento* para materiais friáveis ou dúcteis, respectivamente.

Dispomos atualmente de programas para computador que elaboram todas as fases de análise da estabilidade de uma escavação. Para tanto os parâmetros geomecânicos são obtidos através de ensaios de laboratório e no campo, bem como da experiência dos profissionais envolvidos na resolução dos problemas, que fornecem os dados de coesão, ângulo de atrito interno, módulo de deformabilidade do maciço, etc.

Merecem destaque neste contexto, os trabalhos desenvolvidos por alguns autores na tentativa de caracterizar mecanicamente maciços rochosos a partir de ensaios em laboratório e experiências vividas no dia a dia, bem como através de dados experimentais sobre ruptura de rocha em estado triaxial de tensões, e em análises estatísticas de inúmeros dados disponíveis na literatura especializada. Entre eles citamos os critérios de Hoek-Brown e de Mohr-Coulomb.

2.2.4 Classificação de Maciço Rochoso

Na classificação geomecânica de um maciço rochoso pretende-se, a partir de determinados critérios, mapear o maciço rochoso em domínios distintos, cada qual com seu comportamento estrutural. Para caracterizar-se um maciço rochoso deve-se levar em conta os seguintes fatores: a rocha intacta, as juntas, as falhas, as diaclases, os contatos geológicos, a pressão d'água, as tensões pré-existentes no maciço, etc.

Baseado em vasta experiência adquirida através da construção de túneis rodoviários, Terzaghi produziu um trabalho pioneiro nesta área, descrevendo variados tipos de terreno e várias faixas de carregamento devido as rochas, em diferentes condições locais, tendo proposto em 1946 um sistema simples de classificação de rocha para uso na estimativa de cargas a serem suportadas por arcos metálicos em túneis. Para mais detalhes ver Referência 6 pp. 14-17.

Outro pioneiro nesta área foi Rabcewicz, tendo utilizado pela primeira vez em abertura de túnel a técnica por ele desenvolvida, NATM (Novo Método Austríaco de Abertura de Túneis), entre 1956 e 1958 na Venezuela. Os elementos básicos do método foram desenvolvidos baseados em estudos teóricos e sua experiência em abertura de túnel durante várias décadas, observando rotineiramente o comportamento das estruturas de suporte aplicadas às escavações e o maciço rochoso circunvizinho, para diferentes condições geológicas, durante e após as escavações [53].

Posteriormente, em 1963, Deere [13] propôs o índice de qualidade do maciço rochoso (RQD), baseado na recuperação de testemunhos de sondagem.

Estes conceitos têm sido gradativamente aprimorados até se atingir o estágio atual de classificação geomecânica de maciço rochoso [14, 15, 16, 17].

O RQD foi definido originalmente em função do diâmetro do testemunho de sondagem NX (2,125 pol), como sendo a razão entre o total de fragmentos intactos com 4 pol (≈100 mm) ou mais de comprimento do testemunho recuperado (em outras palavras, despreza-se fragmentos de testemunho menores que duas vezes o seu diâmetro), em relação ao comprimento total do furo [54]. Portanto:

$$RQD(\%) = 100 \times \frac{\text{Comprimento em partes de testemunho} \geq 100\text{mm}}{\text{Comprimento total do furo}}$$

Deere [13] propôs a seguinte relação entre o valor numérico do RQD e a qualidade da rocha, do ponto de vista da engenharia:

Tabela 2.1 Valor do RQD em função da qualidade da rocha [2].

RQD	Qualidade da Rocha
< 25%	muito ruim
25 - 50%	ruim
50 - 75%	razoável
75 - 90%	boa
90 - 100%	muito boa

As classificações destinadas a obras de túneis são as mais usadas atualmente em obras subterrâneas, destacando-se entre elas as classificações de Bieniawski [1], Barton [2] e Laufer [18].

Vale a pena ressaltar aqui a diferença entre caracterização e classificação. Na caracterização consideram-se todas as informações relacionadas a questão específica, enquanto na classificação consideram-se somente as informações relevantes para o problema.

Normalmente uma classificação geomecânica tem como objetivos [19]:

- dividir o maciço rochoso em grupos de comportamento geomecânico similar;
- fornecer um bom embasamento para o entendimento das características do maciço rochoso;
- fornecer dados quantitativos que auxiliem o planejamento e projetos de sustentação de escavações e
- fornecer uma base comum para comunicação entre pessoal de diferentes áreas, envolvidos com problemas geomecânicos.

Uma classificação é bem sucedida se levar em consideração os seguintes fatores:

- ser simples, ter termos claros e terminologia universal;
- incluir apenas as propriedades mais relevantes dos maciços rochosos;
- considerar parâmetros mensuráveis através de ensaios de campo expeditos e acessíveis financeiramente;
- basear-se em um sistema de ponderação capaz de dosar a importância relativa de cada parâmetro e
- ser geral o bastante de modo que uma rocha possua a mesma qualidade, independentemente do uso a que se destina.

O número e a diversidade de classificações geomecânicas de materiais, maciços e estruturas rochosas estão relacionados às diferenças existentes entre materiais e propriedades, além dos objetivos visados pela classificação e das dimensões da obra de engenharia a ser construída [20, 21]. Entre estas poderíamos citar o sistema RMR de Bieniawski [1], o sistema Q de Barton, Lunde e Lien [2] e o sistema MR de Rocha [52]. Os resultados de uma classificação normalmente não são universalmente aplicáveis, restringindo-se a priori àqueles casos para os quais a classificação foi originalmente determinada [20, 21]. A fim de evitar conseqüências desastrosas é necessário analisar a mecânica do problema [22], verificando se a classificação pode ser aplicada ao caso em estudo. Não existe uma classificação universal, porém uma classificação mais adequada a determinadas condições. A universalidade deve estar na metodologia de elaboração das classificações [20, 23].

A finalidade de se classificar um maciço rochoso é utilizar os resultados obtidos correlacionando-os com o comportamento do maciço no campo. A partir de então, prever o máximo vão livre estável sem escoramento ou o tipo de suporte necessário para determinada escavação, a estabilidade de taludes para cava a céu aberto, o índice de fragmentação, etc., os quais estão diretamente relacionados ao projeto de viabilidade econômica de uma obra de engenharia, como por exemplo, um projeto para exploração de uma determinada jazida.

2.2.5. Classificação de Maciço Rochoso através do Sistema RMR

Os parâmetros geomecânicos básicos para classificação de maciço rochoso fraturado através do sistema RMR, criado por Bieniawski entre 1972 e 1973 e atualizado em 1988 [1], são:

- A resistência à compressão uniaxial da rocha intacta;
- O RQD, qualidade do testemunho de perfuração;
- O espaçamento das descontinuidades;
- As condições das descontinuidades e
- As condições de água subterrânea.

O termo descontinuidade é aqui usado como sinônimo de juntas, fraturas, falhas, planos de acamamentos, diaclases, contatos geológicos e outras superfícies de fraqueza da rocha. Por outro lado, as condições das descontinuidades dizem respeito a separação ou abertura das juntas, sua continuidade, a aspereza das superfícies, as condições das paredes, e a presença de preenchimento nas mesmas.

Neste contexto um número de pontos ou taxa é atribuído a cada faixa de valor dos parâmetros geomecânicos, e a soma dos valores de todos os parâmetros produz um valor básico para o RMR. Este valor será ajustado considerando-se a orientação das descontinuidades com respeito à escavação, resultando no valor final RMR, que é apresentado resumidamente na Tabela 2.2.

Os dados utilizados como base para o desenvolvimento de um sistema de classificação podem indicar o seu campo de aplicabilidade [1]. No sistema RMR, esta base é composta de 351 casos históricos, sendo que praticamente 2/3 foram obras executadas em maciços rochosos sedimentares, constituídos em sua maioria por folhelhos e argilitos, de qualidade razoável a boa ($41 < RMR < 70$), cujas profundidades variaram entre 50 e 200 m, com vão livre entre 3 e 10 m [25].

Este sistema tende a ser bastante conservador, principalmente quando aplicado em mineração [26], porque foi calibrado em obras que não apresentaram ruptura, portanto trazem embutido fatores de segurança desconhecidos que podem ser muito altos. Isto pode ser contornado através de monitoramento do comportamento do maciço durante a escavação e conseqüente ajuste da classificação às condições locais [1].

Tabela 2.2 Sistema RMR para classificação de maciço rochoso fraturado [1].

Resistência à compressão uniaxial (MPa)	>250 (15)	100-250 (12)	50-100 (7)	25-50 (4)	<25 (2-0)
RQD (%)	90-100 (20)	75-90 (17)	50-75 (13)	25-50 (8)	<25 (3)
Espaçamento entre fraturas (m)	>2 (20)	0.6 - 2.0 (15)	0.2 - 0.6 (10)	0.06 - 0.2 (8)	<0.06 (5)
Condições das fraturas	muito rugosas, fechadas, sem alteração. (30)	pouco alteradas, pouco rugosas, c/abertura < 1 mm. (25)	muito alteradas, pouco rugosas, c/abertura < 1 mm. (20)	enchimento argiloso c/espessura < 5 mm ou abertura 1-5 mm diaclases contínuas. (10)	enchimento argiloso c/espessura > 5 mm ou abertura > 5 mm diaclases contínuas. (0)
Água subterrânea (fluxo /10m de túnel)	0 seco (15)	<10 l/min. úmido (7)	10 - 25 l/min. molhado (7)	25 - 125 l/min. gotejando (4)	> 125 l/min. corrente (0)
Orientação das fraturas	muito favorável (0)	favorável (-2)	razoável (-5)	desfavorável (-10)	muito desfavorável (-12)
RMR	81 - 100	80 - 61	60 - 41	40 - 21	≤ 20
CLASSE	I	II	III	IV	V
Descrição	muito boa	boa	razoável	má	muito má
Coesão do maciço rochoso (KPa)	> 400	300 - 400	200 - 300	100 - 200	< 100
Ângulo de atrito interno	> 45°	45 - 35°	35 - 25°	25 - 15°	< 15°
Período estável sem escoramento	10 anos para um vão de 15 m.	seis meses para um vão de 8 m.	uma semana para um vão de 5.0 m.	dez horas para um vão de 2.50 m.	30 minutos para um vão de 1.0 m.

Ligeiras adaptações tornam os resultados produzidos por este sistema mais condizentes com a realidade observada em mineração [1, 27]. A introdução de fatores de correção para alguns dos parâmetros usados pelo sistema original permite considerar especificidades relacionadas a atividade mineira, tais como danos induzidos no maciço por detonações, presença de falhas ou de descontinuidades muito penetrativas e influência das tensões virgens (*in situ*) e das mudanças no estado de tensões induzidas pela própria mineração.

De posse do valor RMR e consequentemente da classe do maciço, a Referência 1, pp. 25, Tabela 4, recomenda o método construtivo e o suporte adequado para cada tipo de obra, além disso o valor RMR determina o tempo máximo que um vão ativo, sem suporte, permanece estável conforme a Figura 2.3.

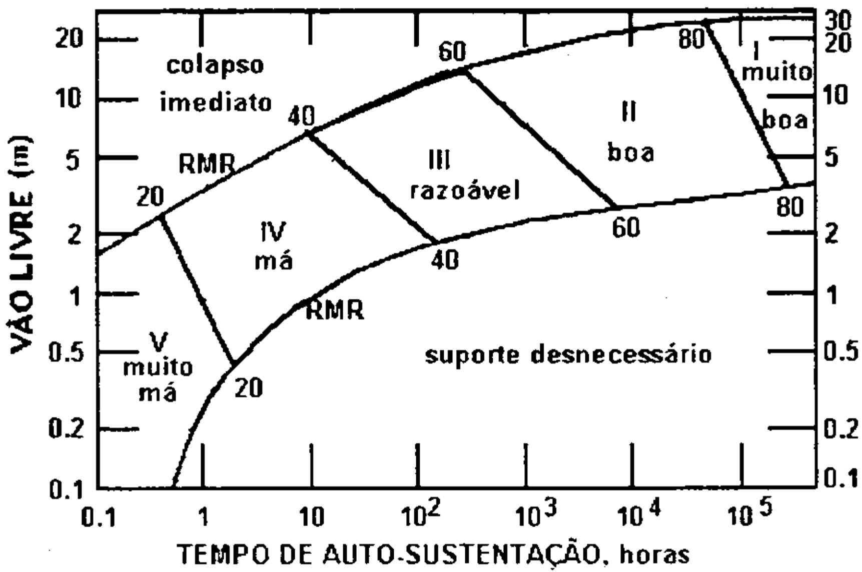

Figura 2. 3 Relação entre o valor RMR e o tempo de auto sustentação de uma escavação subterrânea sem suporte, segundo Bieniawski [15]

2.2.6 Classificação de Maciço Rochoso Através do Sistema Q

Barton, Lunde e Lien [2], do Instituto Geotécnico Norueguês (NGI), com base em análises de um grande número de escavações subterrâneas propuseram em 1974, com revisão em 1988 [28], um índice denominado Q, para a determinação da qualidade do maciço rochoso em escavação de túnel.

Os parâmetros geomecânicos básicos para a classificação de maciço rochoso baseado no índice Q, são:

- RQD;
- J_n número de famílias de descontinuidades;
- J_r parâmetro de rugosidade das descontinuidades;
- J_a parâmetro de alteração das descontinuidades;
- J_w parâmetro de redução da tensão normal devido à pressão hídrica e
- SRF parâmetro de redução da tensão total.

O valor numérico do índice Q é definido a partir destes parâmetros através da seguinte relação:

$$Q = \left(\frac{RQD}{J_n}\right)\left(\frac{J_r}{J_a}\right)\left(\frac{J_w}{SRF}\right)$$

onde: o primeiro fator corresponde ao tamanho e estrutura dos blocos de rocha; o segundo, representa as características friccional e de rugosidade das paredes e material de enchimento das descontinuidades; e o terceiro consiste de dois parâmetros de tensão que combinados resulta em um fator empírico representando a tensão ativa resultante da presença d'água e tensões atuando no maciço rochoso.

Os dados e comentários necessários para utilização deste sistema de classificação se encontram na Referência 29.

Observe que neste sistema a resistência à compressão simples, apesar de ser um parâmetro geomecânico em geral muito importante, não foi considerada, talvez porque para a base de dados históricos que motivou tal sistema, constituída dos maciços escandinavos que têm normalmente uma qualidade boa, este parâmetro não fosse a priori, muito relevante. Porém, como o sistema se tornou mundialmente utilizado observou-se que quando aplicado na sua forma original ele gera resultados insatisfatórios para maciços constituídos de rochas brandas, segundo Hoek e Brown [6]. Para otimizar a sua aplicação é conveniente calibrar o sistema para uso local, alterando valores atribuídos a alguns dos parâmetros por ele adotado. Vale salientar aqui que não foi incluída de forma explicita a orientação das descontinuidades. Porém, um dos fatores determinantes do comportamento geomecânico dos maciços que serviram de base para a criação deste sistema foi a natureza das descontinuidades, sendo ponderadas pelos parâmetros J_a, J_r e J_n. Como os parâmetros J_a e J_r referem-se a famílias de descontinuidades cuja orientação é a mais desfavorável possível, está implícito que o parâmetro orientação das descontinuidades é considerado. De modo geral o sistema Q proporciona melhores resultados quando aplicado a maciços constituídos de rochas duras e fraturadas.

A partir do valor encontrado para Q é estabelecida a classe do maciço rochoso. Barton [28] estabeleceu para cada tipo de obra, de acordo com a sua importância e vida útil esperada, um valor ESR (índice de suporte da escavação), conforme Tabela 2.3. De posse destes dados é possível se estabelecer uma correlação entre os mesmos e a razão (vão livre)/ESR (correspondente ao máximo vão livre), conforme mostrado na Figura 2.4. Além disso ele determinou o tipo de suporte a utilizar em caso de se projetar usando a metodologia empírica (Tabela 4 da Ref. 28, pp. 70-72).

O sistema Q foi estruturado com base em 212 casos históricos de escavações desenvolvidas entre 50 e 200 m de profundidade com vãos livres entre 5 e 15 m, em maciços rochosos constituídos de granitos, gnaisses, xistos e quartzitos, com predominância de três famílias de descontinuidades inalteradas ou preenchidas por minerais argilosos, cujas superfícies se apresentavam de forma lisa-planar, rugosa-planar ou lisa-ondulada (Jr = 1.0, 1.5 e 2.0 respectivamente) [24]. A condição de fluxo d'água predominante situava-se entre seco e úmido, ou seja, menos de 5 litros por minuto ($J_w = 1$). Quanto ao SRF, predominou zonas de fraqueza ocasionando relaxamento ou desmoronamento e nível moderado de tensões em rocha competente ($\sigma_c / \sigma_1 < 10$).

Segundo Hoek e Brown [6], o sistema Q não é adequado se o comportamento do maciço rochoso for dominado por aspectos estruturais, neste caso deve-se considerar a geometria do maciço rochoso bem como da escavação.

Tabela 2. 3 Índice de suporte de escavação ESR, segundo Barton [14].

CATEGORIA DA ESCAVAÇÃO	ESR
Escavações mineiras temporárias	3 - 5
Escavações mineiras permanentes, adutoras para usinas hidrelétricas, túneis pilotos, galerias laterais de grandes escavações.	1.6
Salões reservatórios, plantas de tratamento d'água, túneis rodoviários e ferroviários pequenos, túneis de acesso.	1.3
Casa de força, túnel rodoviário e ferroviário grandes, abrigo para defesa civil, interseções, portais.	1.0
Usina nuclear subterrânea, estação ferroviária, praça de esportes, instalações públicas, fábricas, etc.	0.8

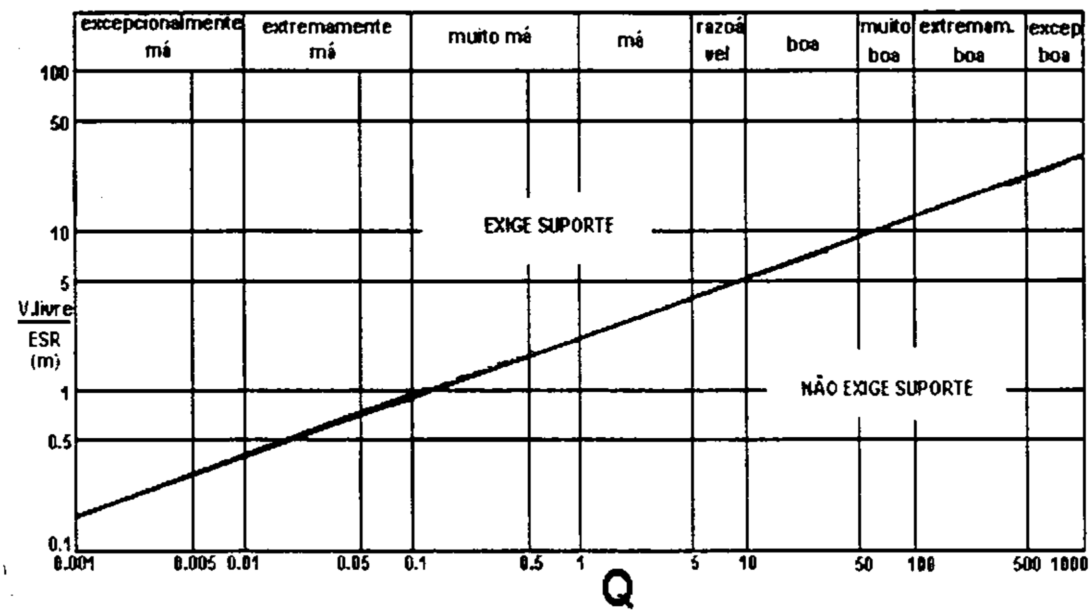

Figura 2.4 Relação entre o índice Q e a razão do máximo vão livre para o índice de suporte de escavação ESR, segundo Barton [2].

O universo de aplicação deste sistema se constitui de: mineração subterrânea, fundações, túneis para construção civil, entre outros.

2.3 *Correlação entre os sistemas RMR e Q*

Estabelecer correlações entre diferentes sistemas de classificação é prática bem difundida em mecânica de rochas. Esta sistemática é muito importante pois com isso pode-se aferir um sistema a partir de outro ou outros, bem como determinar qual sistema é mais adequado às condições locais da obra.

Hoek e Brown [33] baseados em estudo de Priest e Brown [32] e a fim de fornecerem uma base de ligação entre o seu critério de ruptura e observações ou medições que podem ser efetuadas no campo, sugeriram correlações entre o sistemas RMR e as constantes m e s do maciço rochoso. As constantes m e s do critério de Hoek-Brown, que são abordadas na Seção 2.5, estão relacionadas com o valor RMR através das equações definidas a seguir:

- Para maciços rochosos perturbados, ou seja, escavado:

$$\frac{m}{m_i} = \exp\left(\frac{RMR - 100}{14}\right), \quad s = \exp\left(\frac{RMR - 100}{6}\right)$$

- Para maciços rochosos não perturbado:

$$\frac{m}{m_i} = \exp\left(\frac{RMR - 100}{28}\right), \quad s = \exp\left(\frac{RMR - 100}{9}\right)$$

m_i refere-se à rocha intacta, determinado em teste triaxial de tensões [34]. Não dispondo-se de dados de laboratório estima-se m_i a partir da Tabela 2.4.

Tabela 2. 4 Valores aproximados de m_i para diferentes tipos de rocha [33].

Rochas carbonáticas com clivagem bem definida, tais como: dolomitos, calcários e mármores.	$m_i = 7$
Rochas argilosas litificadas, tais como: argilitos, folhelhos e filitos. Ensaiados perpendicular à estratificação.	$m_i = 10$
Rochas arenosas com cristais resistentes e clivagem de cristal pobremente desenvolvida, tais como: arenitos e quartzitos.	$m_i = 15$
Rochas ígneas cristalinas polimineralógicas de granulação fina, tais como: andesitos, doleritos, diabásios e riolitos.	$m_i = 17$
Rochas ígneas e metamórficas polimineralógicas de granulação grossa, tais como: anfibolitos, gabros, gnaisses, noritos e quartzo-dioritos.	$m_i = 25$

Bieniawski [15], baseado em centenas de casos históricos para os índices RMR e Q, correlacionou os dois sistemas de classificação através da seguinte equação:

$$RMR = 9 \ln Q + 44$$

2.4 Critério de Mohr-Coulomb

Os critérios de ruptura ou de escoamento determinam em que nível de tensões as partículas de um material entram em estado de ruptura ou escoamento plástico.

O critério de Mohr-Coulomb é um dos mais antigos, e o mais usado ao longo dos tempos com a finalidade de representar o comportamento de materiais quanto a ruptura em regime poliaxial de tensões, no presente caso rocha.

O critério de ruptura de Mohr-Coulomb, usando sinal positivo para a compressão, é estabelecido pela seguinte equação linear [30, 31]:

$$\tau = c + \sigma \tan\phi \tag{2.1}$$

sendo:

σ a tensão normal, atuando no plano de ruptura da partícula;

τ a tensão de cisalhamento, atuando no plano de ruptura da partícula;

c a coesão da rocha e

ϕ o ângulo de atrito interno da rocha.

2.4.1 Envoltória do Critério de Mohr-Coulomb no plano (τ , σ)

A representação gráfica do critério de Mohr-Coulomb, ou seja, a envoltória, bem como as variáveis σ e τ são mostradas na Figura 2.5. Neste caso, c e ϕ são suficientes para caracterizar a resistência de determinado material, sendo necessário apenas testes de laboratório em dois níveis de pressão de confinamento.

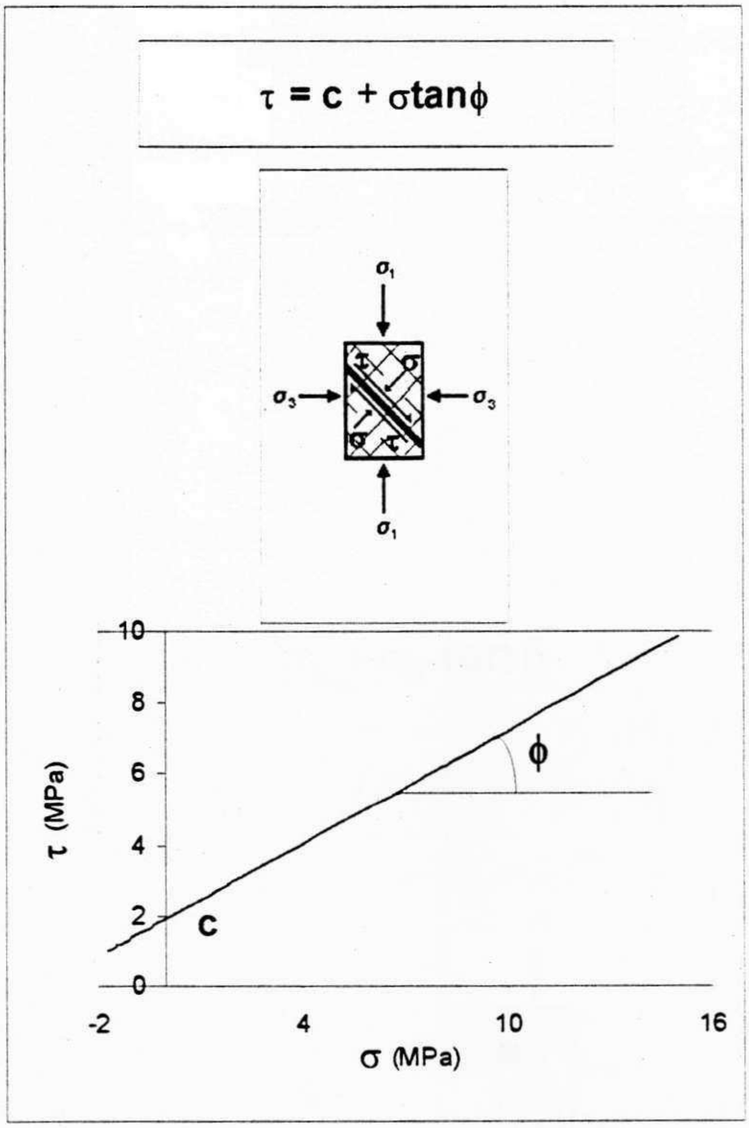

Figura 2.5 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb no plano (τ , σ) [3].

2.4.2 Envoltória do Critério de Mohr-Coulomb no plano (σ_1 , σ_3)

Expressando τ e σ em função das tensões principais máxima e mínima, σ_1 e σ_3 respectivamente, escrevemos o critério de Mohr-Coulomb da seguinte forma [30, 31]:

$$\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_3 \tan\beta \tag{2.2}$$

onde:

σ_c é a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e

β obedece a seguinte equação:

$$\tan\beta = \tan^2(45° + \frac{\phi}{2}) \qquad (2.3)$$

A envoltória e as variáveis em relação a este plano estão na Figura 2.6

Através das relações geométricas indicadas na Figura 2.6 é possível se estabelecer também a seguinte relação:

$$\sigma_c = \frac{2c\cos\phi}{1-\text{sen}\,\phi} \qquad (2.4)$$

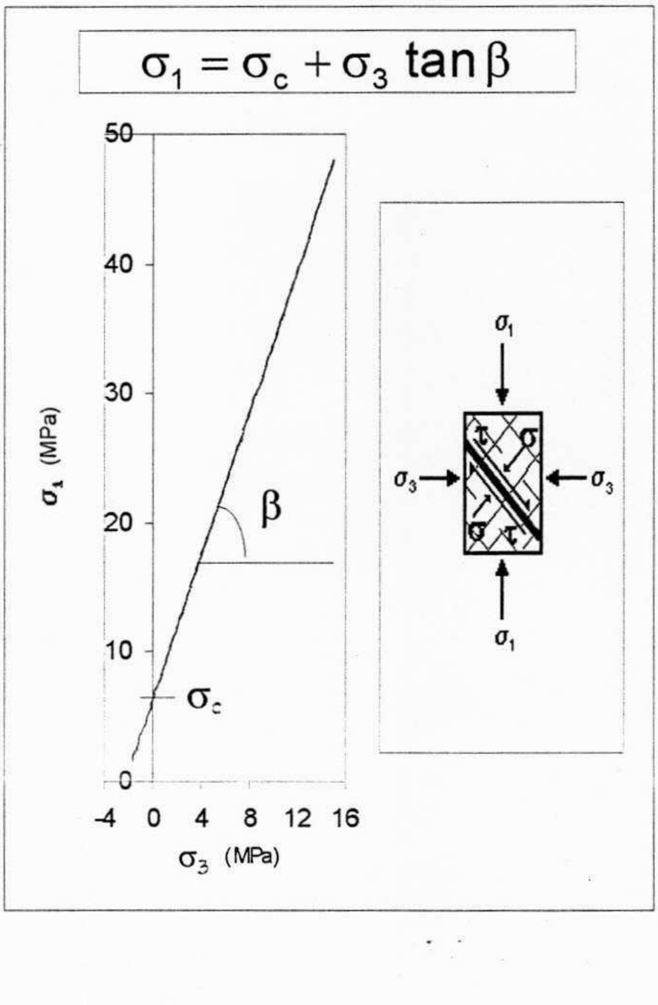

Figura 2.6 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb no plano (σ_1 , σ_3) [3].

2.5 *Critério de Hoek-Brown*

Hoek e Brown [6], baseados em dados experimentais e análises estatísticas, estabeleceram uma relação empírica, envolvendo as tensões principais na ruptura, denominada *critério de ruptura de Hoek-Brown,* definida pela seguinte equação:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \tag{2.5}$$

onde:

σ_1 é a tensão principal máxima na ruptura;

σ_3 é a tensão principal mínima na ruptura;

σ_c é a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e

m e s são constantes que dependem do tipo e características geológico-geotécnicas do maciço rochoso.

A envoltória do critério de Hoek-Brown em relação ao plano (σ_1, σ_3) é mostrada na Figura 2.7.

Os valores de m e s para diversas classes de rocha são reproduzidos na Tabela 2.5.

A curvatura da envoltória expressa pela equação 2.5, Figura 2.7, depende do valor de $m\sigma_c$, e sua distância em relação ao eixo σ_3 depende do valor de $s\sigma_c^2$.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\,\sigma_c\,\sigma_3 + s\,\sigma_c^2}$$

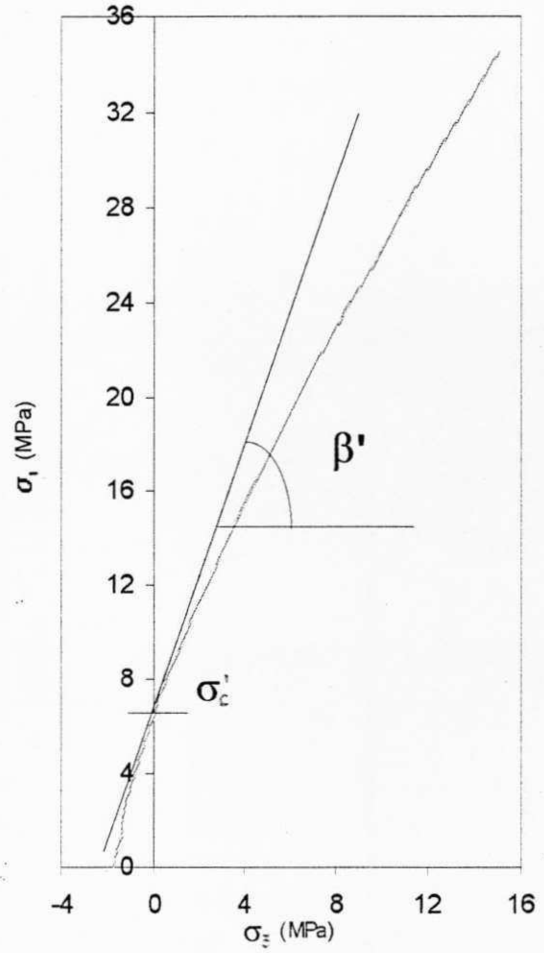

Figura 2.7 Critério de ruptura de Hoek-Brown no plano (σ_1 , σ_3) [3].

Tabela 2. 5 Valores de m e s para o critério de Hoek-Brown [10].

Critério de ruptura empírico $\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2}$ σ_1 = tensão principal máxima; σ_3 = tensão principal mínima; σ_c = resistência à compressão uniaxial da rocha intacta e m, s = parâmetros do maciço.	Rochas carbonáticas com clivagens bem definidas, tais como: dolomitos, calcários e mármores.	Rochas argilosas litificadas, tais como: argilitos, siltitos, folhelhos e filitos. Ensaiados perpendicular à estratificação.	Rochas arenosas com cristais resistentes e clivagem de cristal pobremente desenvolvida, tais como: arenitos e quartzitos.	Rochas ígneas cristalinas polimineralógicas de granulação fina, tais como: andesitos, doleritos, diabásios e riolitos.	Rochas ígneas e metamórficas polimineralógicas de granulação grossa, tais como: anfibolitos, gabros, gnaisses, noritos e quartzo-dioritos.
Rocha intacta Amostras de laboratório sem fraturas pré-existentes. **RMR = 100 e Q = 500**	m = 7 s = 1	m = 10 s = 1	m = 15 s = 1	m = 17 s = 1	m = 25 s = 1
Maciço de excelente qualidade Rocha sã muito embricada com fraturas rugosas pouco alteradas, espaçadas de 1 a 3 metros. **RMR = 85 e Q = 100**	m = 3.5 s = 0.1	m = 5 s = 0.1	m = 7.5 s = 0.1	m = 8.5 s = 0.1	m = 12.5 s = 0.1
Maciço de boa qualidade Rocha sã a pouco alterada, pouco perturbada com juntas espaçadas de 1 a 3 m. **RMR = 65 e Q = 10**	m = 0.7 s = 0.004	m = 1 s = 0.004	m = 1.5 s = 0.004	m = 1.7 s = 0.004	m = 2.5 s = 0.004
Maciço de qualidade regular Algumas famílias de fraturas moderadamente alteradas, espaçadas de 0.3 a 1 m. **RMR = 44 e Q = 1**	m = 0.14 s = 0.0001	m = 0.20 s = 0.0001	m = 0.30 s = 0.0001	m = 0.34 s = 0.0001	m = 0.50 s = 0.0001
Maciço de qualidade pobre Muitas fraturas alteradas, espaçadas de 0.3 a 0.05 m com algum preenchimento, enroncamento limpo, compactado. **RMR = 23 e Q = 0.1**	m = 0.04 s = 0.00001	m = 0.05 s = 0.00001	m = 0.08 s = 0.00001	m = 0.09 s = 0.00001	m = 0.13 s = 0.00001
Maciço rochoso muito pobre Muitas fraturas extremamente alteradas, espaçadas em menos de 0.05 m com preenchimento. Entulho. **RMR = 3 e Q = 0.01**	m = 0.007 s = 0	m = 0.010 s = 0	m = 0.015 s = 0	m = 0.017 s = 0	m = 0.025 s = 0

Obtém-se a resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso a partir da resistência de uma amostra de laboratório fazendo-se $\sigma_3 = 0$ na equação (2.5), acarretando:

$$\sigma_M = \sqrt{s\sigma_c^2} = \sqrt{s}\sigma_c \tag{2.6}$$

Para rocha intacta (quando s = 1), $\sigma_M = \sigma_c$. Por outro lado, para rocha fraturada, (s < 1) com pressão de confinamento zero, a resistência é dada pela equação (2.6), sendo σ_c a resistência à compressão uniaxial da rocha intacta. Este valor é uma medida da contribuição da coesão da rocha para com a resistência total do maciço rochoso.

Similarmente, obtém-se a resistência à tração fazendo-se $\sigma_1 = 0$ na equação (2.5), neste caso $\sigma_3 = \sigma_t$, ou seja:

$$\sigma_t + \sqrt{m\sigma_M\sigma_t + s\sigma_M^2} = 0$$

ou

$$\sigma_t^2 - m\sigma_M\sigma_t - s\sigma_M^2 = 0$$

portanto:

$$\sigma_t = \frac{\sigma_M}{2}\left(m - \sqrt{m^2 + 4s}\right) \tag{2.7}$$

Neste contexto os parâmetros m e s refletem a qualidade (classe) do maciço rochoso sob análise. Sendo assim, os autores definiram os parâmetros m e s em função da classe do maciço, usando a classificação de Bieniawski (índice RMR), conforme visto anteriormente na Seção 2.3.

Critério de Hoek-Brown de forma mais conveniente à análise de taludes. A análise de taludes através do critério de Hoek-Brown [36, 37], é feita através da seguinte equação:

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = A\left(\frac{\sigma}{\sigma_c} + \frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^B \tag{2.8}$$

onde A e B são parâmetros do maciço rochoso e σ_t é a resistência à tração da rocha intacta, satisfazendo a equação (2.7), cuja envoltória mostra-se na Figura 2.8.

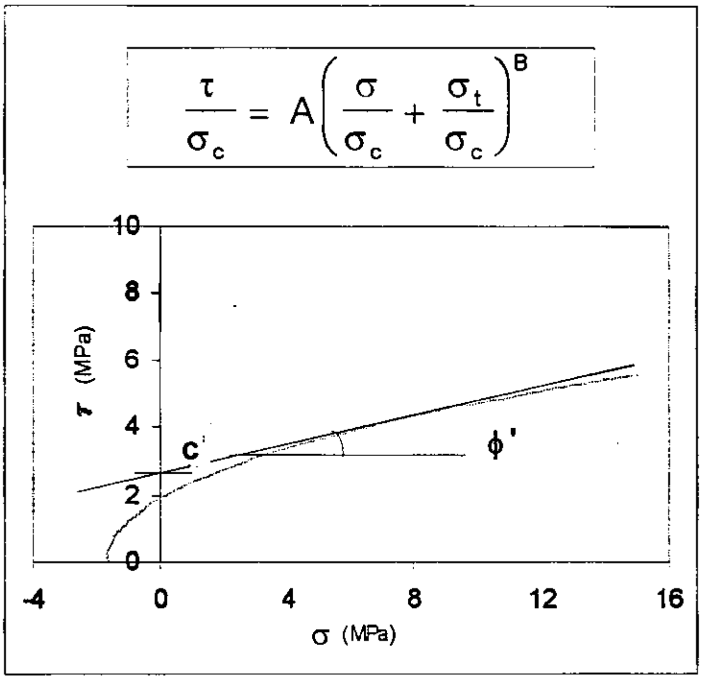

Figura 2.8 Critério de ruptura de Hoek-Brown para taludes [3].

2.6 Correlação Entre os Critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown

A importância de se correlacionarem diferentes critérios de ruptura advém da possibilidade de determinação dos parâmetros de um a partir dos parâmetros do outro, como ocorre entre os critérios clássicos de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager [38].

Como a maioria das análises utilizadas em estabilidade de escavações subterrâneas ou para cálculo da estabilidade de taludes têm sido tradicionalmente formuladas em função do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, uma questão relevante é como determinar valores equivalentes para o ângulo de fricção interna ϕ e a coesão c do critério de Mohr-Coulomb a partir da tangente à envoltória definida pelo critério de Hoek-Brown [3, 33, 35].

Nesta linha de raciocínio foi desenvolvida pesquisa anterior [3], onde o critério de Hoek-Brown pode ser substituído por envoltórias retilíneas tangentes às curvas representando as equações (2.8) ou (2.5), conforme ilustrado na Figura 2.9. O ângulo que a tangente forma com a horizontal ($\phi^{'}$) pode ser interpretado como o ângulo de atrito interno instantâneo ou aparente.

Interpretações similares podem ser estendidas aos parâmetros β' e σ_c', cujo gráfico é mostrado na Figura 2.7.

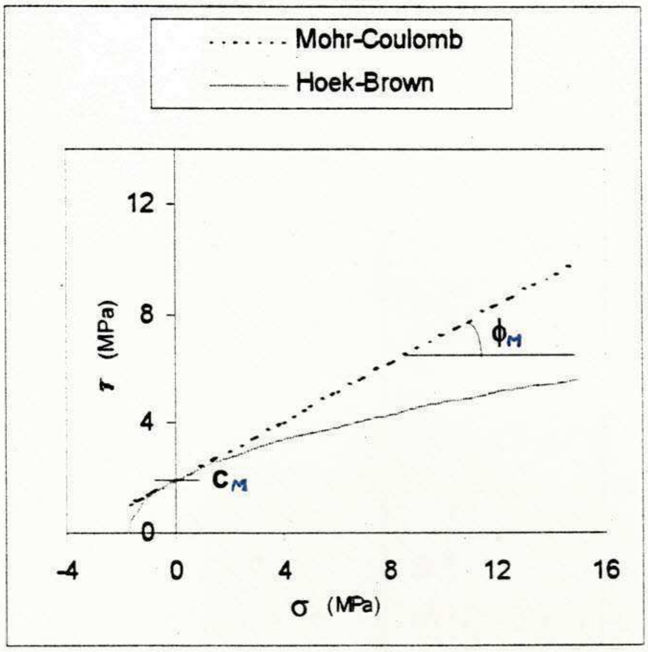

Figura 2.9 Correlação entre os critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown no plano (τ , σ) [3].

Para determinarmos o ângulo β', mostrado na Figura 2.7, deriva-se a equação (2.5) em relação a σ_3, de onde se obtém:

$$\tan\beta' = 1 + \frac{m\sigma_c}{2\sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2}} \tag{2.11}$$

Sendo assim, substituindo-se σ_c por σ_c' e β por β', a equação da envoltória de Mohr-Coulomb assume a seguinte forma:

$$\sigma_1 = \sigma_c' + \sigma_3 \tan\beta' \tag{2.12}$$

Por outro lado, σ_1 deve satisfazer a equação (2.5). Portanto:

$$\sigma_c' = (1 - \tan\beta')\sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \tag{2.13}$$

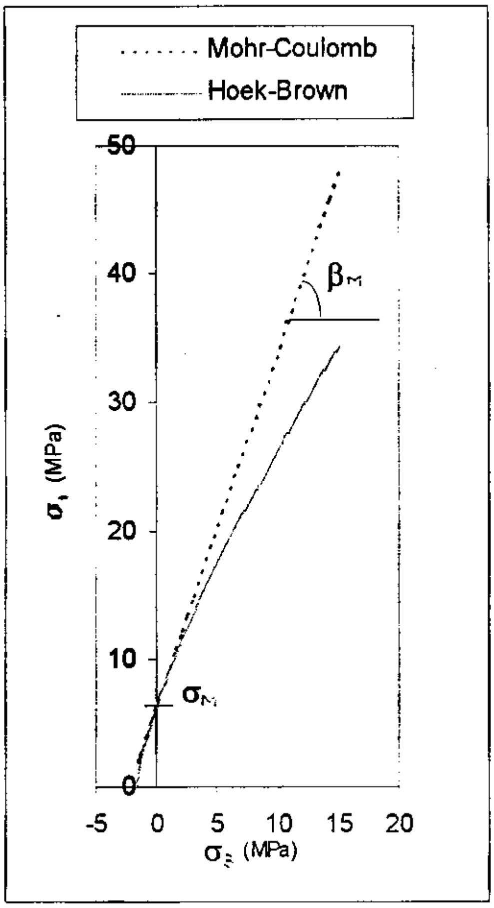

Figura 2.10 Correlação entre os critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown no plano (σ_1 , σ_3) [3].

Prosseguindo, de acordo com as equações (2.3) e (2.4), podemos calcular ϕ' e c' em função de $\tan\beta'$ e σ_c' , ou seja:

$$\phi' = 2[\arctan(\sqrt{\tan\beta'}) - 45°] \tag{2.14}$$

$$c' = \sigma_c' \frac{1 - \operatorname{sen}\phi'}{2\cos\phi'} \tag{2.15}$$

onde $\tan\beta'$ e σ_c' são fornecidos pelas equações (2.11) e (2.13), que tem como variável apenas σ_3. A partir daí concluímos que para cada valor de σ_3 a envoltória de Hoek-Brown possui valores diferentes para o ângulo de atrito interno e a coesão aparentes.

Para compararmos as duas envoltórias utilizamos os valores de β_M e σ_M no ponto $\sigma_3 = 0$, conforme mostrado na Figura 2.10.

Fazendo $\sigma_3 = 0$ nas equações (2.11) e (2.13) teremos:

$$\tan\beta_M = 1 + \frac{m}{2\sqrt{s}} \tag{2.16}$$

$$\sigma_M = \sigma_c\sqrt{s} \tag{2.17}$$

Finalmente, substituindo-se os valores de $\tan\beta_M$ e σ_M das equações (2.16) e (2.17), em que $\sigma_3 = 0$, nas equações (2.14) e (2.15) resulta em:

$$\phi_M = 2\left[\arctan\left(\sqrt{1 + \frac{m}{2\sqrt{s}}}\right) - 45°\right] \tag{2.18}$$

$$c_M = \sigma_c\sqrt{s}\,\frac{1 - \operatorname{sen}\phi'}{2\cos\phi'} \tag{2.19}$$

Dessa forma, as equações (2.16) a (2.19) estabelecem a correlação entre os parâmetros m, s e σ_c do critério de Hoek-Brown, com os parâmetros β_M e σ_M no plano (σ_1 , σ_3) ou ϕ_M e c_M no plano (τ , σ) do critério de Mohr-Coulomb. As envoltórias das Figuras 2.9 e 2.10 foram desenhadas com os valores numéricos dos parâmetros utilizados nos problemas dos pilares desenvolvidos no Capítulo 4.

Deve-se notar, através do que foi estabelecido, que os critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown coincidem para valores de confinamento nulo ($\sigma_3 = 0$). Por outro lado, o critério de Mohr-Coulomb prever resistências maiores à medida que a tensão de confinamento aumenta.

Por outro lado, obtém-se A e B da equação (2.8) através de manipulação matemática, ou seja: para $\sigma = 0$ verificamos que $\tau = \tan\phi = \dfrac{c}{\sigma_c}$, logo:

$$A\,B\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^{B-1} = \tan\phi \tag{2.9}$$

ou

$$A\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^{B} = \frac{c}{\sigma_c} \tag{2.10}$$

Daí, dividindo-se (2.9) por (2.10), teremos: $B\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^{-1} = \frac{\sigma_c \tan\phi}{c}$, logo:

$$B = \frac{\sigma_t \tan\phi}{c} \quad \text{e} \quad A = \left(\frac{c}{\sigma_c}\right)\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_t}\right)^B$$

2.7 Fator de Segurança

O fator de segurança em projetos de escavações é definido como sendo a razão entre a resistência da rocha e a distorção causada pelas tensões. É um parâmetro ao qual deve-se dar a devida atenção, visto que quando trabalha-se em regime elástico podem surgir domínios para os quais o fator de segurança apresenta-se menor que a unidade. Quando se adota o regime elastoplástico, esta inconsistência é eliminada devido à redistribuição das tensões excessivas em torno do domínio em questão.

Considerando como exemplo o critério de Mohr-Coulomb, o fator de segurança é definido da seguinte forma:

$$f_s = \frac{c + \sigma \tan\phi}{\tau}$$

Observa-se que o numerador representa a resistência da partícula, com uma componente de coesão e outra de fricção ou atrito, dependente da tensão normal σ.

Observa-se ainda que fatores de segurança calculados a partir da equação (2.2) ao invés da equação (2.1) apresentam valores diferentes, exceto se o ponto representando o estado de tensões da partícula estiver sobre a envoltória, onde os fatores de segurança calculados para ambas as equações apresentam valores unitários. Deve-se ressaltar também, que o fator de segurança obtido a partir da equação (2.1) é calculado em cada partícula do material, sendo portanto diferente de outros fatores de segurança utilizados na engenharia, como por exemplo na engenharia civil, onde se aplica o fator para um membro ou para a estrutura como um todo [3].

3. PROBLEMAS ELASTOPLÁSTICO EM DUAS DIMENSÕES

3.1 Introdução

Em sua essência o comportamento plástico de determinado material sob solicitação é caracterizado por uma deformação irreversível, independente do tempo, que só é iniciada ao se atingir um certo nível de tensão. Assim sendo, uma definição para plasticidade pode ser entendida como sendo a presença de deformação irreversível após a remoção do carregamento.

Problemas que se adaptam às condições de tensões no plano, deformações no plano ou modelos com eixo de simetria, representam a maioria dos padrões dos casos de engenharia relacionados à análise de tensões. O equacionamento destes problemas deve levar em conta dois aspectos importantes antes da análise numérica: primeiro, o potencial plástico e segundo, o princípio da normalidade (ou regra de fluxo).

Diferentes classes de materiais exibem diferentes características elastoplásticas; assim sendo, para análise de tensões em metais usam-se os critérios clássicos de von Mises ou o de Tresca, enquanto para solos e rochas usa-se os critérios de Mohr-Coulomb ou o de Drucker-Prager. Nesta pesquisa é implementado o critério de Hoek-Brown para uso em solos e rochas em regime elastoplástico.

3. 2 Teoria Matemática da Elastoplasticidade

Do ponto de vista teórico o modelo matemático da plasticidade descreve as relações entre tensão e deformação para materiais que tenham comportamento elastoplástico.

A fim de formular uma teoria consistente para a modelagem da deformação de materiais em estado elastoplástico, são necessárias as premissas a seguir [38]:

- identificar uma relação explícita entre tensão e deformação que descreva o comportamento do material sob condições elásticas, isto é, antes de experimentar deformação plástica;
- apresentar um critério de escoamento indicador do nível de tensão a partir do qual começa o fluxo plástico;
- identificar uma relação entre tensão e deformação para o comportamento do material após o escoamento, ou seja, quando a deformação apresenta componentes elástica e plástica e
- reconhecer o princípio da normalidade ou regra de fluxo, ou quando não aplicável, a direção do tensor de deformações plásticas em relação à superfície de escoamento.

3.2.1 Relação entre Tensão e Deformação para Materiais sob Condições Elásticas

Antes de iniciar o escoamento plástico a relação entre tensão e deformação, em notação indicial, Fung [43], é dada pela *equação elástica linear padrão*:

$$\sigma_{ij} = c_{ij\,kl}\,\varepsilon_{kl} \tag{3.1}$$

onde σ_{ij} e ε_{kl} são as componentes de tensão e deformação respectivamente e $c_{ij\,kl}$ é o tensor de constantes elásticas que para material isotrópico tem a forma:

$$c_{ij\,kl} = \lambda\delta_{ij}\,\delta_{kl} + \mu\delta_{ik}\,\delta_{jl} + \mu\delta_{il}\,\delta_{jk} \tag{3.2}$$

onde λ e μ são as constantes de Lamé e δ_{ij} é o delta de Kronecker, definido por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad i = j \\ 0 & \text{se} \quad i \neq j \end{cases} \tag{3.3}$$

3.2.2 Critério de Escoamento

O critério de escoamento é o determinante do nível de tensão aplicada a um material, para o qual tem início a deformação plástica, sendo equacionado através de uma função F da tensão e um ou mais parâmetros do material, determinado experimentalmente, ou seja, $F(\sigma_{ij}) = K(k)$.

Se considerarmos o comportamento uniaxial do material, como mostrado na Figura 3.1(a), apenas uma relação não linear representativa do carregamento não é suficiente para determinar se o mesmo exibe comportamento elástico não linear ou plástico. No descarregamento do corpo percebemos a diferença, ou seja, material elástico segue a mesma trajetória da fase de carregamento enquanto que material plástico segue trajetória diferente.

Muitos materiais apresentam comportamento *plástico ideal,* para estes existe uma tensão de escoamento limite σ_y na qual as deformações são indeterminadas. Para tensões abaixo deste limite de escoamento é assumida uma relação de elasticidade linear, ilustrada na Figura 3.1(b).

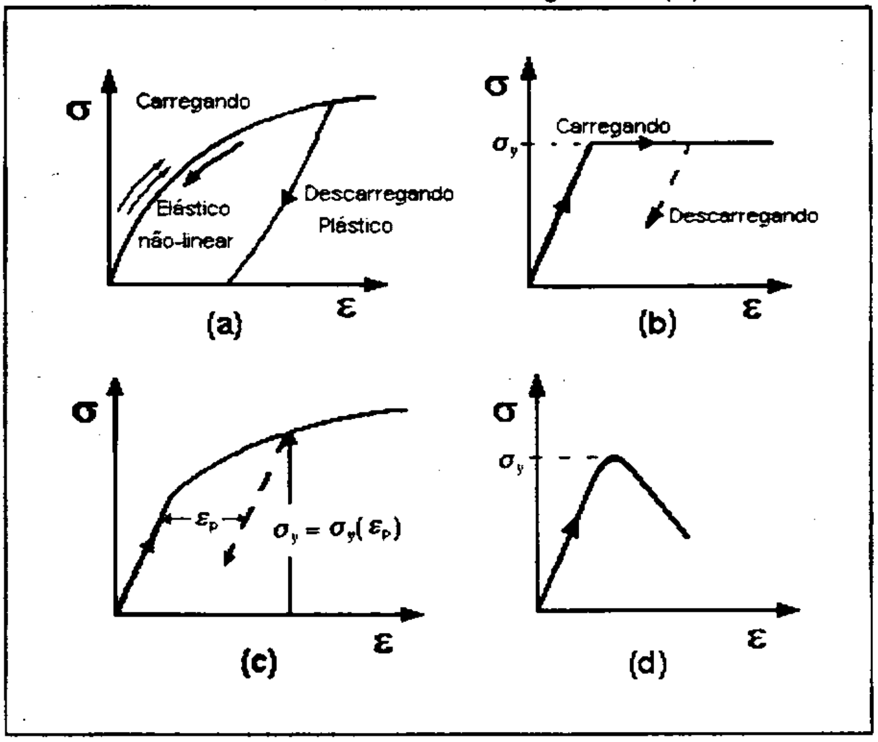

Figura 3.1 Comportamento uniaxial do material: (a) Modelo elástico e plástico não linear, (b) Plasticidade ideal, (c) Plasticidade *strain hardening* e (d) Plasticidade *strain softening,* modificado de [42].

Um refinamento para este modelo é o que considera o material *hardening/softening* plástico no qual a tensão de escoamento depende de algum parâmetro k (como por exemplo, deformação plástica ε_p), ilustrado na Figura 3.1(c) e (d) [39, 40, 42].

Em um estado geral de tensões σ_{ij} ampliamos a teoria, e o conceito de tensões de escoamento precisa ser generalizado.

Superfície de Escoamento. É geralmente postulado, como um fato experimental, que o escoamento só pode ocorrer se as tensões σ satisfazem o critério de escoamento geral:

$$F(\sigma_{ij}, k) = 0 \tag{3.4}$$

onde k é um parâmetro *hardening/softening*.

Os termos *work hardening* ou *strain hardening* são utilizados para denotar o fato de que após o escoamento inicial de determinado material o nível de tensões que provoca deformações plásticas subsequentes é função do grau de deformação corrente. Consequentemente a superfície de escoamento se altera a cada alteração na deformação plástica, sendo as superfícies subsequentes dependentes das deformações plásticas. Através da Figura 3.2 entendemos melhor este conceito. A Figura 3.2(a) representa um material *plástico perfeito*, ou seja, material para o qual o nível de tensão de escoamento não depende do grau de plastificação. Na Figura 3.2(b) está representado um material cujo modelo *strain hardening* chamamos *strain hardening* isotrópico pois as superfícies de escoamento subsequentes são expansões uniformes, sem translação, da superfície original. Por último, a Figura 3.2(c) representa um material cujas superfícies de escoamento subsequentes preservam a forma e orientação originais porém com translação no espaço de tensões, como um corpo rígido, neste caso usamos o termo *strain hardening* cinemático.

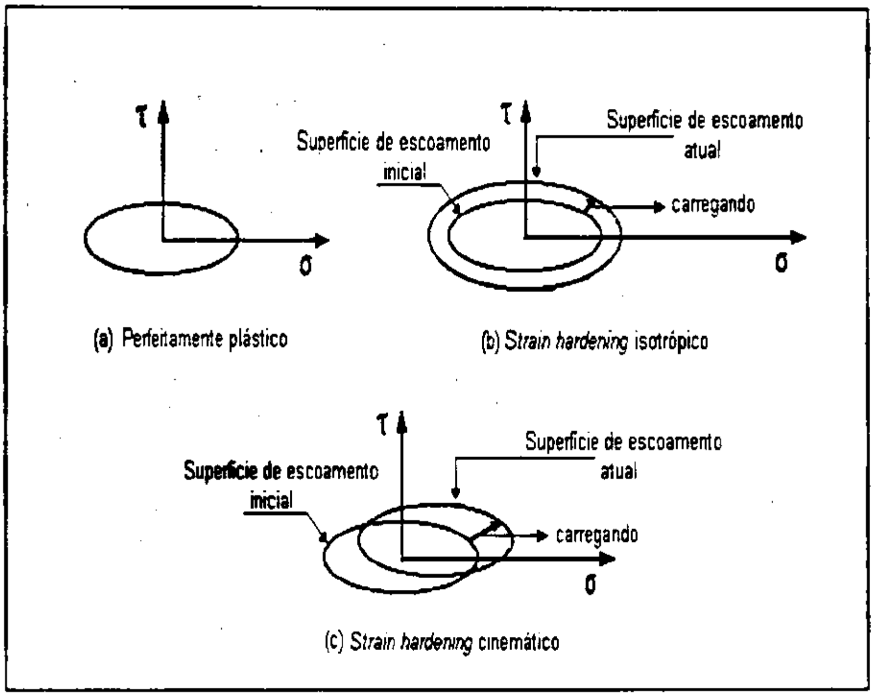

Figura 3.2 Modelo matemático representativo da superfície de escoamento para material com comportamento *strain hardening* [38].

Para alguns materiais como rocha e solo, por exemplo, a superfície de escoamento pode não ter comportamento *strain hardening* (encruamento) e sim *strain softening*. Nestes casos o nível de tensão de escoamento em um ponto decresce com o aumento da deformação plástica. Sendo assim, para um sistema isotrópico, a superfície de escoamento se contrai progressivamente sem translação, dessa forma o escoamento provoca ruptura local e o critério de escoamento transforma-se em critério de ruptura.

A expansão gradual da superfície de escoamento pode ser definida relacionando-se a tensão de escoamento com a deformação plástica por intermédio do parâmetro *hardening*, que pode ser feita de duas maneiras: através do grau de *work hardening* baseado na energia de deformação plástica (trabalho de deformação plástica total); ou em função da medida escalar da deformação plástica total, denominada *deformação plástica efetiva, generalizada ou equivalente*, conforme desenvolvimento na Seção 3.2.4.

3.2.3 Regra de Fluxo (Princípio da Normalidade)

Originalmente von Mises [39] sugeriu a relação básica constitutiva definindo os incrementos de deformação plástica em relação à superfície de escoamento, tendo sido gradativamente aperfeiçoada até alcançar o nível atual que veremos a seguir.

Se $\dot{\varepsilon}_p$ denota o incremento de deformação plástica, então [44, 46]:

$$\{\dot{\varepsilon}_p\} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial\{\sigma\}} \quad \text{ou} \quad \{\dot{\varepsilon}_p\} = \dot{\lambda}\{a\} \tag{3.5}$$

sendo: $\{a\} = \dfrac{\partial F}{\partial\{\sigma\}}$ e $\dot{\lambda}$ um parâmetro de proporcionalidade a ser determinado. Esta regra, mostrada na Figura 3.3, é conhecida como *princípio de normalidade* tendo em vista que a equação (3.5) pode ser interpretada como exigindo a normalidade do vetor *incremento de deformação plástica* à superfície de escoamento no espaço de tensões.

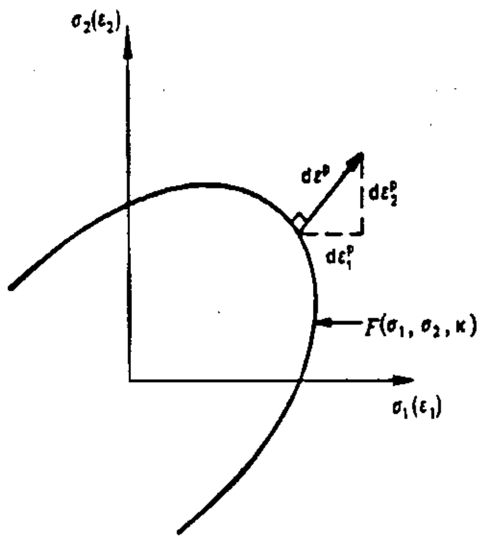

Figura 3.3 Superfície de escoamento e princípio da normalidade em espaço de tensão bidimensional [42].

3.2.4 Relação Tensão-Deformação Total

Durante um incremento de tensão infinitesimal, conforme mostrado na Figura 3.4, as variações na deformação apresentam componentes elástica e plástica, representadas pela seguinte equação:

$$\{\dot{\varepsilon}\} = \{\dot{\varepsilon}_e\} + \{\dot{\varepsilon}_p\} \tag{3.6}$$

Os incrementos de deformação estão relacionados com os incrementos de tensão, através da matriz simétrica de constantes elásticas [D], por intermédio das relações a seguir:

$$\{\dot{\sigma}\} = [D]\{\dot{\varepsilon}_e\} \tag{3.7}$$

Por outro lado, os incrementos de tensão elástica estão relacionados com os incrementos de deformação, através da matriz [D], pela relação a seguir:

$$\{\dot{\sigma}_e\} = [D]\{\dot{\varepsilon}\} \tag{3.8}$$

Estas relações são observadas na Figura 3.4.

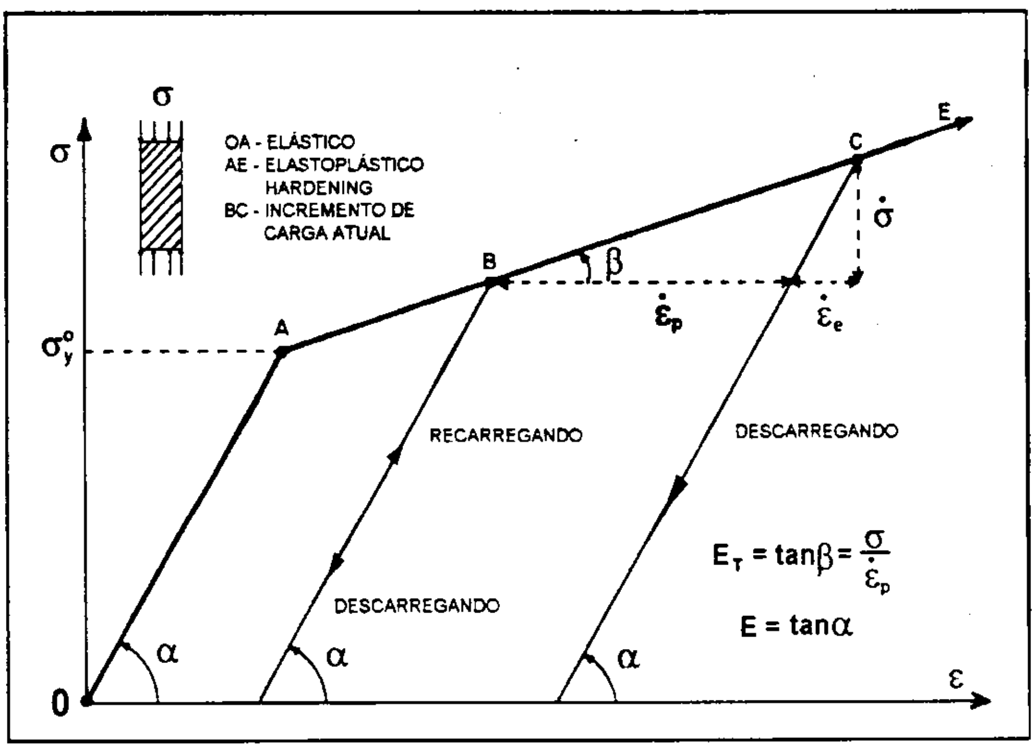

Figura 3.4 Definição do parâmetro *hardening* H' para curva tensão-deformação uniaxial [41].

A seguir veremos uma análise mais detalhada do parâmetros de fluxo plástico $\dot{\lambda}$ e do incremento de tensão plástica $\{\dot{\sigma}_p\}$.

Para um ponto de um corpo sob escoamento plástico é válido o critério de escoamento expressado pela equação (3.4), ou seja, quando está ocorrendo escoamento plástico as tensões estão sobre a superfície de escoamento, e portanto, deve ser satisfeita a seguinte forma incremental:

$$\dot{F} = \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T \{\dot{\sigma}\} + \frac{\partial F}{\partial k}\dot{k} = 0 \quad \text{ou} \quad dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_1}d\sigma_1 + \frac{\partial F}{\partial \sigma_2}d\sigma_2 + \ldots + \frac{\partial F}{\partial k}dk = 0 \tag{3.9}$$

De (3.5) sabe-se que: $\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T = \{a\}^T$ que substituindo-se em (3.9) obtém-se:

$$\{a\}^T\{\dot{\sigma}\} + \frac{\partial F}{\partial k}\dot{k} = 0 \tag{3.10}$$

ou seja

$$\{a\}^T\{\dot{\sigma}\} - A\,\dot{\lambda} = 0 \tag{3.11}$$

onde:

$$A = -\frac{1}{\dot{\lambda}}\frac{\partial F}{\partial k}\dot{k} \tag{3.12}$$

Com a substituição das equações (3.6) e (3.5) em (3.7) obtém-se:

$$\{\dot{\sigma}\} = [D]\{\dot{\varepsilon}\} - \dot{\lambda}[D]\{a\} \tag{3.13}$$

fazendo-se $[D]\{a\} = \{d\}$, tem-se:

$$\{\dot{\sigma}\} = [D]\{\dot{\varepsilon}\} - \dot{\lambda}\{d\} \tag{3.14}$$

a eliminação de $\{\dot{\sigma}\}$ da equação (3.11) através da equação (3.14) acarreta:

$$\{a\}^T[D]\{\dot{\varepsilon}\} - \dot{\lambda}\{a\}^T\{d\} - A\,\dot{\lambda} = 0 \tag{3.15}$$

daí $\dot{\lambda}$ pode ser expresso como:

$$\dot{\lambda} = \frac{\{a\}^T[D]\{\dot{\varepsilon}\}}{A + \{a\}^T\{d\}} \qquad (3.16)$$

Finalmente, substituindo-se a equação (3.8) na equação (3.16), obtém-se:

$$\dot{\lambda} = \frac{\{a\}^T\{\dot{\sigma}_e\}}{A + \{a\}^T\{d\}} \qquad (3.17)$$

Significado do Parâmetro A. Para a plasticidade ideal, sem *hardening*, A é simplesmente zero. Porém, considerando-se *hardening* deve-se dar atenção a natureza do parâmetro (ou parâmetros) k do qual dependem as substituições da superfície de escoamento.

O parâmetro *work hardening* k pode ser representado pelo total de trabalho plástico desenvolvido durante a deformação plástica, ou seja:

$$\dot{k} = \{\sigma\}\{\dot{\varepsilon}_p\} \quad \text{ou} \quad dk = \sigma_1 d\varepsilon_1^p + \sigma_2 d\varepsilon_2^p + \ldots + \sigma^T d\varepsilon_p \qquad (3.18)$$

ou alternativamente pode ser expresso em termos da deformação plástica efetiva, como:

$$\dot{k} = \sigma_y \dot{\bar{\varepsilon}}_p \qquad (3.19)$$

substituindo-se a regra de fluxo, equação (3.5) em (3.18), tem-se:

$$\dot{k} = \dot{\lambda}\{\sigma\}^T\{a\} \qquad (3.20)$$

agora, substituindo-se (3.20) em (3.9) elimina-se $\dot{\lambda}$ da definição de A, ou seja:

$$A = -\frac{\partial F}{\partial k}\{\sigma\}^T\{a\} \qquad (3.21)$$

que é explicitamente determinado se é conhecida a relação entre F e k.

Uma definição de A no contexto de ensaio uniaxial do material também é possível. Para tanto começa-se redefinindo $F(\{\sigma\}, k)$, ou seja:

$$F(\{\sigma\}, k) = f(\{\sigma\}) - \sigma_y(k) = \bar{\sigma} - \sigma_y(k) = 0 \qquad (3.22)$$

de modo que:

$$\frac{\partial F}{\partial k} = -\frac{\dot{\sigma}_y}{\dot{k}} \qquad (3.23)$$

logo:

$$A = \frac{\dot{\sigma}_y}{\dot{k}} \{\dot{\sigma}\}^T \{a\} \qquad (3.24)$$

Analisando o diagrama tensão-deformação para carregamento uniaxial, Figura 3.4, conclui-se que σ_y pode ser definido da seguinte forma:

$$\sigma_y = \sigma_y^0 + H' \bar{\varepsilon}_p \qquad (3.25)$$

onde: σ_y^0 é a resistência ao escoamento antes do início do fluxo plástico; $\bar{\varepsilon}_p$ é a medida escalar da deformação plástica total ou efetiva e H' é a taxa $\frac{\dot{\sigma}_y}{\dot{\bar{\varepsilon}}_p}$ que representa a inclinação da contribuição de deformação *hardening* à curva tensão-deformação depois de eliminada a contribuição de deformação elástica. Para plasticidade perfeita H' é zero.

Por outro lado, H' pode ser calculado a partir dos módulos de elasticidade E e tangente E_T, conforme Figura 3.4, a saber:

$$H' = \frac{E_T}{1 - E_T / E} \qquad (3.26)$$

O teorema de Euler para funções homogêneas assegura que:

$$\left\{\frac{\partial f}{\partial \sigma}\right\}^T \{\dot{\sigma}\} = f(\{\sigma\}) \qquad (3.27)$$

que aplicada à equação (3.22) resulta em:

$$\{\dot{\sigma}\}^T \{a\} = \sigma_y \qquad (3.28)$$

Finalmente, substituindo-se as equações (3.28) e (3.19) juntamente com a identidade $\dot{\sigma} = H'\dot{\varepsilon}_p$ na equação (3.23) teremos:

$$A = \frac{H'\dot{\bar{\varepsilon}}_p}{\sigma_y \dot{\bar{\varepsilon}}_p}\sigma_y \tag{3.29}$$

ou

$$A = H' \tag{3.30}$$

Uma introspecção a mais sobre a natureza de $\dot{\lambda}$ pode ser obtida aplicando-se as equações (3.19) e (3.28) na equação (3.20), ou seja:

$$\dot{k} = \dot{\lambda}\{\sigma\}^T\{a\} \quad \Rightarrow \quad \sigma_y \dot{\bar{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda}\sigma_y \quad \Rightarrow \quad \dot{\lambda} = \dot{\bar{\varepsilon}}_p \tag{3.31}$$

3.3 Critério de Escoamento Para Aplicações Numéricas

A formulação mais adequada para implementação numérica dos critérios de escoamento em computador é através dos invariantes de tensões, a qual deve-se a Nayak [45]. Sua principal vantagem é permitir a codificação em computador da função escoamento e a regra de fluxo de forma genérica, necessitando tão somente a especificação de três constantes C_1, C_2 e C_3 para cada critério [38].

Os invariantes de tensão em notação indicial [38], são definidos da seguinte maneira:

$$J_1 = \sigma_{kk} \tag{3.32}$$

$$J'_2 = \frac{1}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \tag{3.33}$$

$$J'_3 = \frac{1}{3}\sigma'_{ij}\sigma'_{jk}\sigma'_{ki} \tag{3.34}$$

onde σ'_{ij} são os componentes desviatórios do tensor de tensões, definidos como:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{J_1}{3}\delta_{ij} \tag{3.35}$$

Podemos ainda usar o invariante de tensão θ ao invés de J_3', que é definido da seguinte forma:

$$\operatorname{sen} 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3'}{\left(J_2'\right)^{3/2}} \tag{3.36}$$

Os desviatórios de tensões σ_1', σ_2' e σ_3' podem ser obtidos através das raízes da seguinte equação cúbica [47]:

$$t^3 - J_2' \, t - J_3' = 0 \tag{3.37}$$

que por intermédio de identidades trigonométricas pode-se escrevê-la como:

$$\operatorname{sen}^3 \theta - \frac{3}{4}\operatorname{sen}\theta + \frac{1}{4}\operatorname{sen} 3\theta = 0 \tag{3.38}$$

Usando $t = r\operatorname{sen}\theta$ na equação (3.37), teremos:

$$\operatorname{sen}^3 \theta - \frac{J_2'}{r^2}\operatorname{sen}\theta - \frac{J_3'}{r^3} = 0 \tag{3.39}$$

Comparando a equação (3.38) com a equação (3.39), concluímos que:

$$r = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(J_2'\right)^{1/2} \tag{3.40}$$

e

$$\operatorname{sen} 3\theta = -\frac{4J_3'}{r^3} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3'}{\left(J_2'\right)^{3/2}} \tag{3.41}$$

A primeira raiz da equação (3.41), com θ determinado a partir de 3θ no intervalo $\pm \pi/2$, fornece uma alternativa conveniente para o terceiro invariante J_3'. Como $\operatorname{sen}(3\theta + 2n\pi)$ é periódica temos três, e somente três, valores possíveis para $\operatorname{sen}\theta$ que definem as três tensões principais. As tensões principais desviatórias são obtidas a partir da equação $t = r\operatorname{sen}\theta$ através da substituição dos três valores de senθ no intervalo. Substituindo-se r, definido pela equação (3.40), e adicionando-se as componentes de tensão hidrostática principais do meio obtém-se as tensões principais totais, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \frac{2\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\sqrt{3}} \begin{Bmatrix} \mathrm{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \mathrm{sen}\theta \\ \mathrm{sen}\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \end{Bmatrix} + \frac{J_1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{3.42}$$

com $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ e $-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$.

3.3.1 Determinação do Vetor Fluxo {a}

Em condições de deformações no plano, onde $\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ o vetor fluxo {a} é dado por:

$$\{a\}^T = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma_{11}} \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_{22}} \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_{12}} \quad \frac{\partial F}{\partial \sigma_{33}} \right\} \tag{3.43}$$

onde σ_{33} é a componente de $\{\sigma\}$ fora do plano.

A maneira mais conveniente para o cálculo de {a} em função dos invariantes de tensões é obtida por intermédio da seguinte equação:

$$\{a\}^T = \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} = \frac{\partial F}{\partial J_1} \left\{ \frac{\partial J_1}{\partial \{\sigma\}} \right\} + \frac{\partial F}{\partial \left(J_2^{'}\right)^{1/2}} \left\{ \frac{\partial \left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial \{\sigma\}} \right\} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}} \right\} \tag{3.44}$$

onde:

$$\left\{ \frac{\partial J_1}{\partial \{\sigma\}} \right\} = \left\{ \frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{11}} \quad \frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{22}} \quad \frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{12}} \quad \frac{\partial J_1}{\partial \sigma_{33}} \right\},$$

formas similares são aplicáveis para:

$$\frac{\partial \left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial \{\sigma\}} \quad \mathrm{e} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \{\sigma\}}.$$

Como θ não é definido explicitamente em função de $\{\sigma\}$, calcula-se $\left\{\frac{\partial\theta}{\partial\{\sigma\}}\right\}$ diferenciando-se a equação (3.41), de onde concluímos que:

$$\left\{\frac{\partial\theta}{\partial\{\sigma\}}\right\} = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta}\left[\frac{1}{\left(J_2^{'}\right)^{3/2}}\left\{\frac{\partial J_3^{'}}{\partial\{\sigma\}}\right\} - \frac{3J_3^{'}}{\left(J_2^{'}\right)^2}\left\{\frac{\partial\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial\{\sigma\}}\right\}\right] \tag{3.45}$$

agora substituindo-se $J_3^{'}$ obtido da equação (3.41) na equação (3.45), teremos:

$$\left\{\frac{\partial\theta}{\partial\{\sigma\}}\right\} = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta}\left[\frac{1}{\left(J_2^{'}\right)^{3/2}}\left\{\frac{\partial J_3^{'}}{\partial\{\sigma\}}\right\} - \frac{\tan 3\theta}{\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}\left\{\frac{\partial\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial\{\sigma\}}\right\}\right] \tag{3.46}$$

Resumindo, a aplicação da equação (3.46) na equação (3.44) fornece:

$$\{a\}^T = C_1\left\{\frac{\partial J_1}{\partial\{\sigma\}}\right\} + C_2\left\{\frac{\partial\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial\{\sigma\}}\right\} + C_3\left\{\frac{\partial\left(J_3^{'}\right)}{\partial\{\sigma\}}\right\} \tag{3.47}$$

ou

$$\{a\} = C_1\{a_1\} + C_2\{a_2\} + C_3\{a_3\} \tag{3.48}$$

De modo que:

$$\{a_1\}^T = \left\{\frac{\partial J_1}{\partial\{\sigma\}}\right\} = \{1 \quad 1 \quad 0 \quad 1\} \tag{3.49}$$

$$\{a_2\}^T = \left\{\frac{\partial\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}{\partial\{\sigma\}}\right\} = \frac{1}{2\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}\{\sigma_{11}^{'} \quad \sigma_{22}^{'} \quad \sigma_{12}^{'} \quad \sigma_{33}^{'}\} \tag{3.50}$$

$$\{a_3\}^T = \left\{\frac{\partial J_3^{'}}{\partial\{\sigma\}}\right\} = \left\{(\sigma_{22}^{'}\sigma_{33}^{'} + \frac{J_2^{'}}{3}) \quad (\sigma_{11}^{'}\sigma_{33}^{'} + \frac{J_2^{'}}{3}) \quad (-2\sigma_{33}^{'}\sigma_{12}^{'}) \quad (\sigma_{11}^{'}\sigma_{22}^{'} - \sigma_{12}^{2} + \frac{J_2^{'}}{3})\right\} \tag{3.51}$$

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial J_1} \tag{3.52}$$

$$C_2 = \frac{\partial F}{\partial\left(J_2^{'}\right)^{1/2}} - \frac{\tan 3\theta}{\left(J_2^{'}\right)^{1/2}}\frac{\partial F}{\partial\theta} \tag{3.53}$$

$$C_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta}\frac{1}{\left(J_2^{'}\right)^{3/2}}\frac{\partial F}{\partial\theta} \tag{3.54}$$

Nota-se que são necessárias apenas as constantes C_i, i = 1,2,3 para definir a superfície de escoamento, portanto conclui-se que só estes parâmetros escalares variam conforme a utilização dos diferentes critérios de escoamento.

3.3.2 Critérios de Escoamento em Função dos Invariantes de Tensão

Os critérios de escoamento em função de J_1, J_2' e θ se apresentam da seguinte maneira [38]:

- ***Critério de Escoamento de Tresca.***

Este critério é definido pela seguinte equação:

$$2\left(J_2'\right)^{1/2}\cos\theta = \sigma_y(k) \tag{3.55}$$

onde $\sigma_y(k)$ é a tensão de escoamento uniaxial;

- ***Critério de escoamento de Von Mises.***

Este critério é definido pela seguinte equação:

$$\sqrt{3}\left(J_2'\right)^{1/2} = \sigma_y(k) \tag{3.56}$$

- ***Critério de escoamento de Mohr-Coulomb.***

Este critério é definido pela seguinte equação:

$$\frac{1}{3}J_1\,\mathrm{sen}\phi + \left(J_2'\right)^{1/2}\left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\phi\right) = c\cos\phi \tag{3.57}$$

onde c é a coesão e ϕ é o ângulo de atrito interno do material;

- ***Critério de escoamento de Drucker-Prager.***

Este critério é definido pela seguinte equação:

$$\alpha J_1 + \left(J_2'\right)^{1/2} = k' \tag{3.58}$$

onde k' e α são as propriedades do material relacionadas à coesão e ao ângulo de atrito interno do material respectivamente. Para deformações no plano podem ser calculadas por:

$$k' = \frac{6c\cos\phi}{\sqrt{3}(3-\text{sen}\phi)} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{2\,\text{sen}\phi}{\sqrt{3}(3-\text{sen}\phi)} \tag{3.59}$$

Analisa-se agora mais detalhadamente, do ponto de vista matemático, os critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, este último ainda não equacionado nos termos que aqui apresenta-se para uso em regime elastoplástico, tal como já se encontram disponíveis na literatura os demais critérios.

3.4 Implementação do Critério de Mohr-Coulomb em Computador

Este critério de escoamento é uma generalização da lei de ruptura por fricção de Coulomb (1773) definida pela seguinte equação:

$$\tau = c - \sigma\tan\phi$$

onde:

τ é a tensão de cisalhamento atuando no plano de ruptura da partícula;

σ é a tensão normal atuando no plano de ruptura da partícula;

c é a coesão do material e

ϕ é o ângulo de fricção interna do material.

Para utilização em mecânica de rochas na análise de estabilidade de escavações o critério de escoamento proposto por Mohr-Coulomb é mais adequado na sua abordagem tradicional que considera a compressão positiva, ou seja:

$$\tau = c + \sigma\tan\phi \tag{3.60}$$

Pode-se também equacioná-lo em função das tensões principais máxima e mínima, através da seguinte equação:

$$\sigma_{max} = \sigma_c + \sigma_{min}\tan\beta \quad \text{ou} \quad \sigma_1 = \sigma_c + \sigma_3\tan\beta \tag{3.61}$$

onde σ_c é a resistência à compressão axial do material, dada por: $\sigma_c = \dfrac{2\,c\cos\phi}{1-\operatorname{sen}\phi}$,

e β obedece a seguinte equação: $\tan\beta = \tan^2\left(45° + \dfrac{\phi}{2}\right)$.

Portanto a equação (3.61) assume a seguinte forma:

$$\sigma_1 = \frac{2\,c\cos\phi}{1-\operatorname{sen}\phi} + \frac{1+\operatorname{sen}\phi}{1-\operatorname{sen}\phi}\sigma_3$$

onde:

σ_1 é a tensão principal máxima, responsável pela distorção;

$\dfrac{2\,c\cos\phi}{1-\operatorname{sen}\phi}$ é a constante de resistência do material;

$\dfrac{1+\operatorname{sen}\phi}{1-\operatorname{sen}\phi}$ é o coeficiente de fricção interna do material e

σ_3 é a tensão principal mínima, responsável pelo confinamento.

Graficamente a equação (3.61) representa uma reta tangente aos círculos das tensões principais máximas.

Utilizando as tensões principais $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ com a compressão positiva, é mais conveniente escrever-se a equação (3.61) da seguinte forma:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\operatorname{sen}\phi = 2\,c\cos\phi$$

ou

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3)\operatorname{sen}\phi - 2\,c\cos\phi = 0 \qquad (3.62)$$

Como as tensões máxima e mínima em função dos invariantes são obtidas através das equações (3.42), tem-se:

$$\sigma_1 = \frac{(J_2')^{1/2}}{\sqrt{3}}\left[\sqrt{3}\cos\theta - \operatorname{sen}\theta\right] + \frac{J_1}{3} \qquad (3.63)$$

$$\sigma_3 = \frac{(J_2')^{1/2}}{\sqrt{3}}\left[-\sqrt{3}\cos\theta - \operatorname{sen}\theta\right] + \frac{J_1}{3} \qquad (3.64)$$

adicionando-se (3.63) a (3.64) obtém-se:

$$\left(\sigma_1 + \sigma_3\right) = -\frac{2}{\sqrt{3}}\left(J_2^{'}\right)^{1/2} \operatorname{sen}\theta + \frac{2}{3} J_1 \tag{3.65}$$

por outro lado, subtraindo-se (3.64) de (3.63), tem-se:

$$\left(\sigma_1 - \sigma_3\right) = 2 \cos\theta\left(J_2^{'}\right)^{1/2} \tag{3.66}$$

Agora, substituindo-se as equações (3.65) e (3.66) em (3.62) e rearranjando-se os seus termos, obtém-se F em função dos invariantes J_1, $(J_2^{'})^{1/2}$ e θ, ou seja:

$$F\left(J_1, (J_2^{'})^{1/2}, \theta\right) = \frac{J_1}{3} \operatorname{sen}\phi + (J_2^{'})^{1/2}\left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\right) - c\cos\phi = 0 \tag{3.67}$$

Por intermédio das equações (3.52) a (3.54) que fornecem as constantes necessárias para definir uma superfície de escoamento e manipulando-se matematicamente a equação (3.67) obtém-se as constantes necessárias para implementação do critério de Mohr-Coulomb em computador, ou seja:

$$C_1 = \frac{1}{3} \operatorname{sen}\phi$$

$$C_2 = \cos\theta\left[(1 + \tan\theta \tan 3\theta) + \operatorname{sen}\phi(\tan 3\theta - \tan\theta) / \sqrt{3}\right]$$

$$C_3 = \frac{(\sqrt{3} \operatorname{sen}\theta - \cos\theta \operatorname{sen}\phi)}{(2J_2^{'} \cos 3\theta)}$$

A superfície de escoamento completa para este critério é obtida considerando-se todas as combinações de tensões possíveis de causar escoamento. No espaço de tensões principais a superfície de escoamento tem forma piramidal conforme mostra-se na Figura 3.5, cujos detalhes apresentam-se no anexo I.

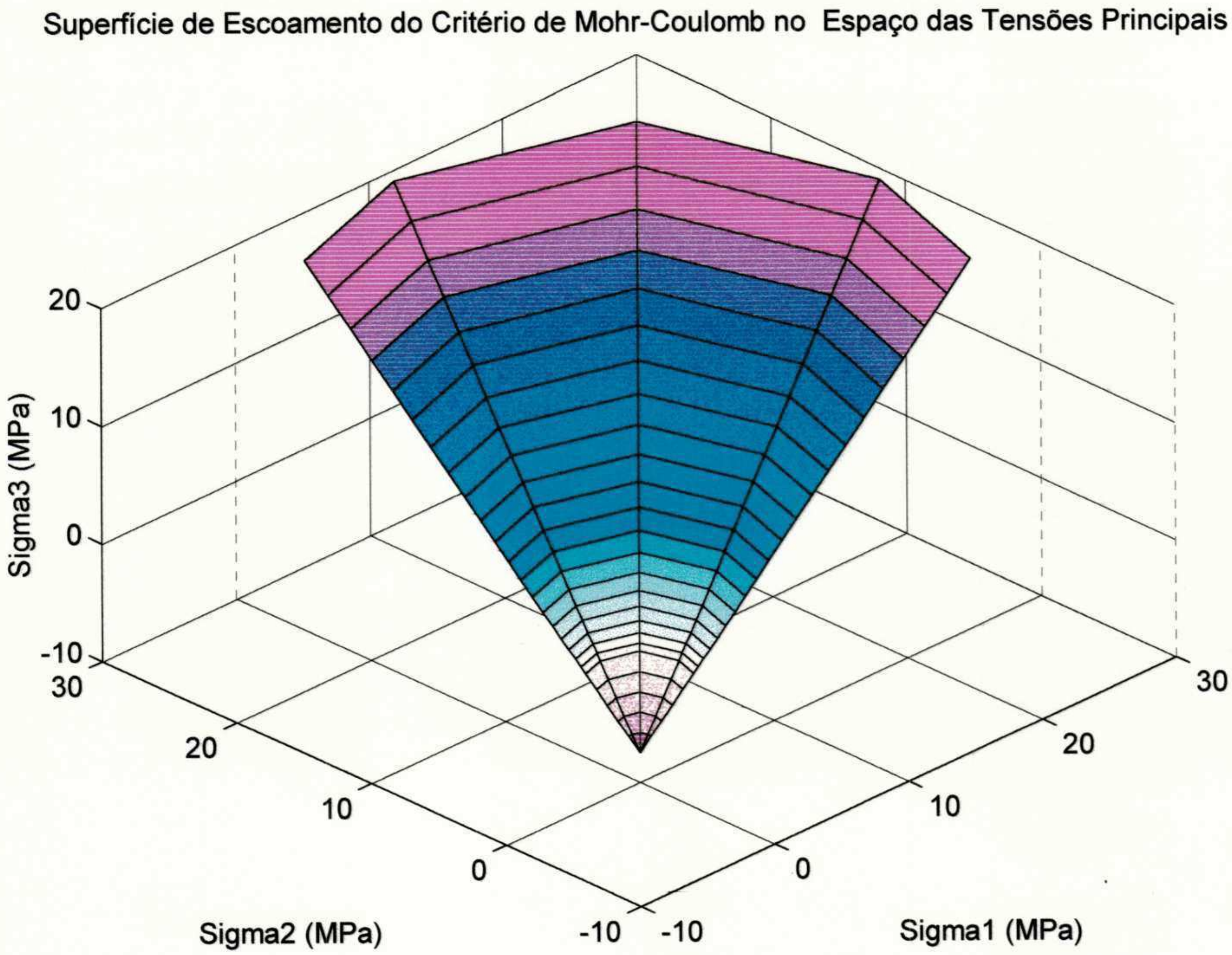

Figura 3.5 Superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb no espaço de tensões principais.

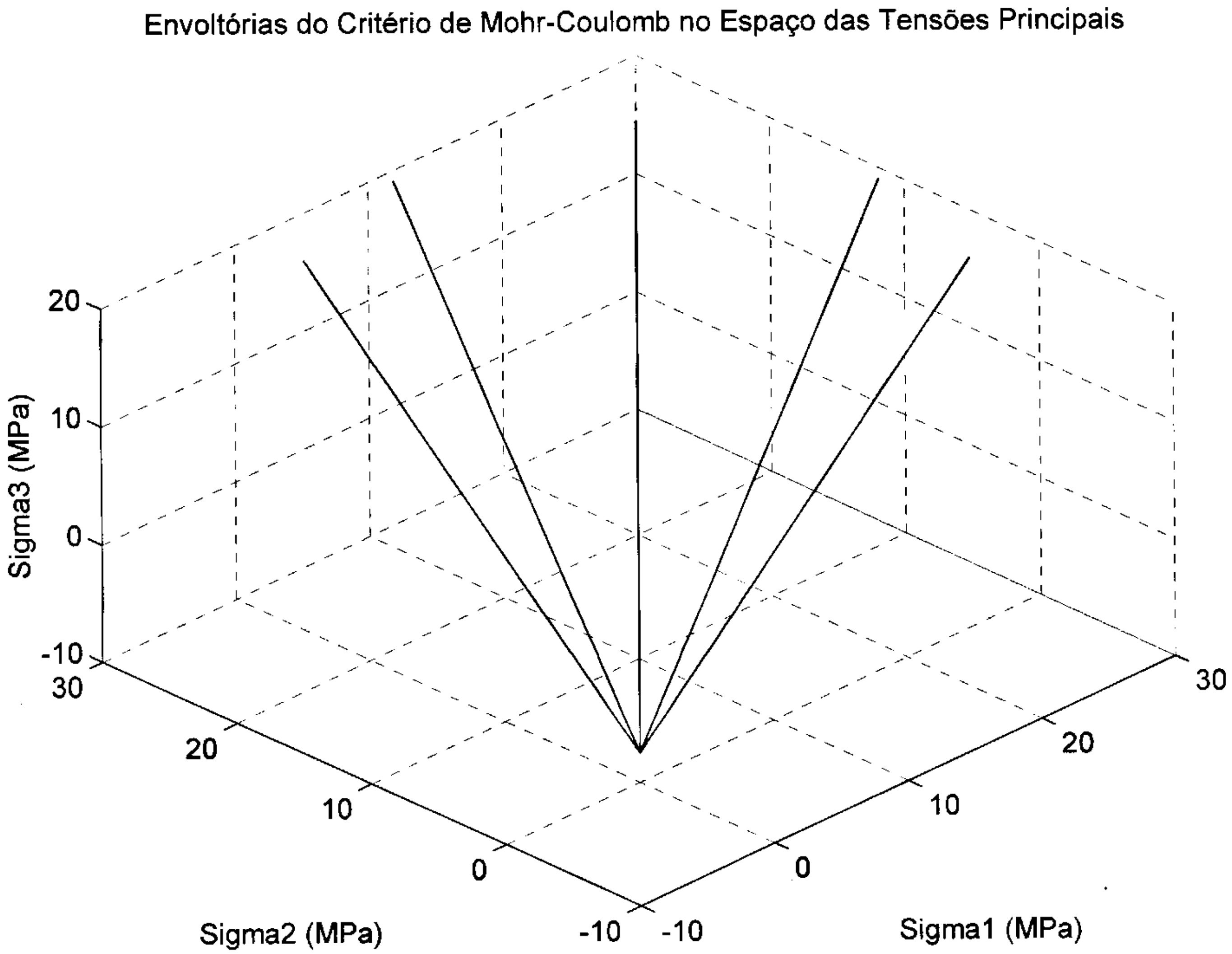

Figura 3. 6 Envoltória do critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais

3.5 *Implementação do Critério de Hoek-Brown em Computador*

O critério de escoamento de Hoek-Brown é definido pela seguinte equação:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\,\sigma_c \sigma_3 + s\,\sigma_c^2} \tag{3.70}$$

onde:

σ_1 é a tensão principal máxima na ruptura;

σ_3 é a tensão principal mínima na ruptura;

σ_c é a resistência à compressão da rocha intacta e

m e s são parâmetros que dependem da qualidade do maciço rochoso, conforme visto no Capítulo 2.

Com raciocínio similar ao adotado para o critério de Mohr-Coulomb em relação à convenção de sinais (compressão positiva), e a partir da equação (3.70), obtém-se:

$$-\sigma_3 = -\sigma_1 + \sqrt{-m\,\sigma_c \sigma_1 + s\,\sigma_c^2} \quad \text{ou} \quad (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + m\,\sigma_c \sigma_1 - s\,\sigma_c^2 = 0 \tag{3.71}$$

logo, a função escoamento terá a seguinte forma:

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + m\,\sigma_c \sigma_1 - s\,\sigma_c^2 \tag{3.72}$$

Agora substituindo-se as equações (3.66) e (3.63) em (3.71) obtém-se F em função dos invariantes de tensão, ou seja:

$$\begin{aligned} F(J_1, (J_2')^{1/2}, \theta) = {} & 4\cos^2\theta\left[(J_2')^{1/2}\right]^2 + m\,\sigma_c \cos\theta (J_2')^{1/2} \\ & - \frac{m\,\sigma_c}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}\theta (J_2')^{1/2} + \frac{m\,\sigma_c}{3} J_1 - s\,\sigma_c^2 = 0 \end{aligned} \tag{3.73}$$

Daí obtém-se:

$$\frac{\partial F}{\partial J_1}=\frac{m\sigma_c}{3} \tag{3.74}$$

$$\frac{\partial F}{\partial (J_2^{'})^{1/2}}=8\cos^2\theta(J_2^{'})^{1/2}+m\sigma_c\cos\theta-\frac{m\sigma_c}{\sqrt{3}}\operatorname{sen}\theta \tag{3.75}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta}=-\cos\theta(J_2^{'})^{1/2}\left[8\operatorname{sen}\theta(J_2^{'})^{1/2}+m\sigma_c\tan\theta+\frac{m\sigma_c}{\sqrt{3}}\right] \tag{3.76}$$

Finalmente substituindo-se estes valores nas equações (3.52) a (3.54) obtém-se:

$$C_1=\frac{m\sigma_c}{3}$$

$$C_2=\cos\theta\left[8(J_2^{'})^{1/2}(\cos\theta+\operatorname{sen}\theta\tan 3\theta)+m\sigma_c(1+\tan\theta\tan 3\theta)+\frac{m\sigma_c}{\sqrt{3}}(\tan 3\theta-\tan\theta)\right]$$

$$C_3=\frac{\sqrt{3}}{2\cos 3\theta}\frac{\cos\theta}{J_2^{'}}\left[(8\operatorname{sen}\theta(J_2^{'})^{1/2})+m\sigma_c(\tan\theta+\frac{\sqrt{3}}{3})\right]$$

A superfície de escoamento para o critério de Hoek-Brown é obtida considerando-se todas as combinações de tensões possíveis de causar escoamento. No espaço de tensões principais a superfície de escoamento tem forma piramidal conforme mostra-se na Figura 3.6, cujos detalhes mostram-se no anexo I.

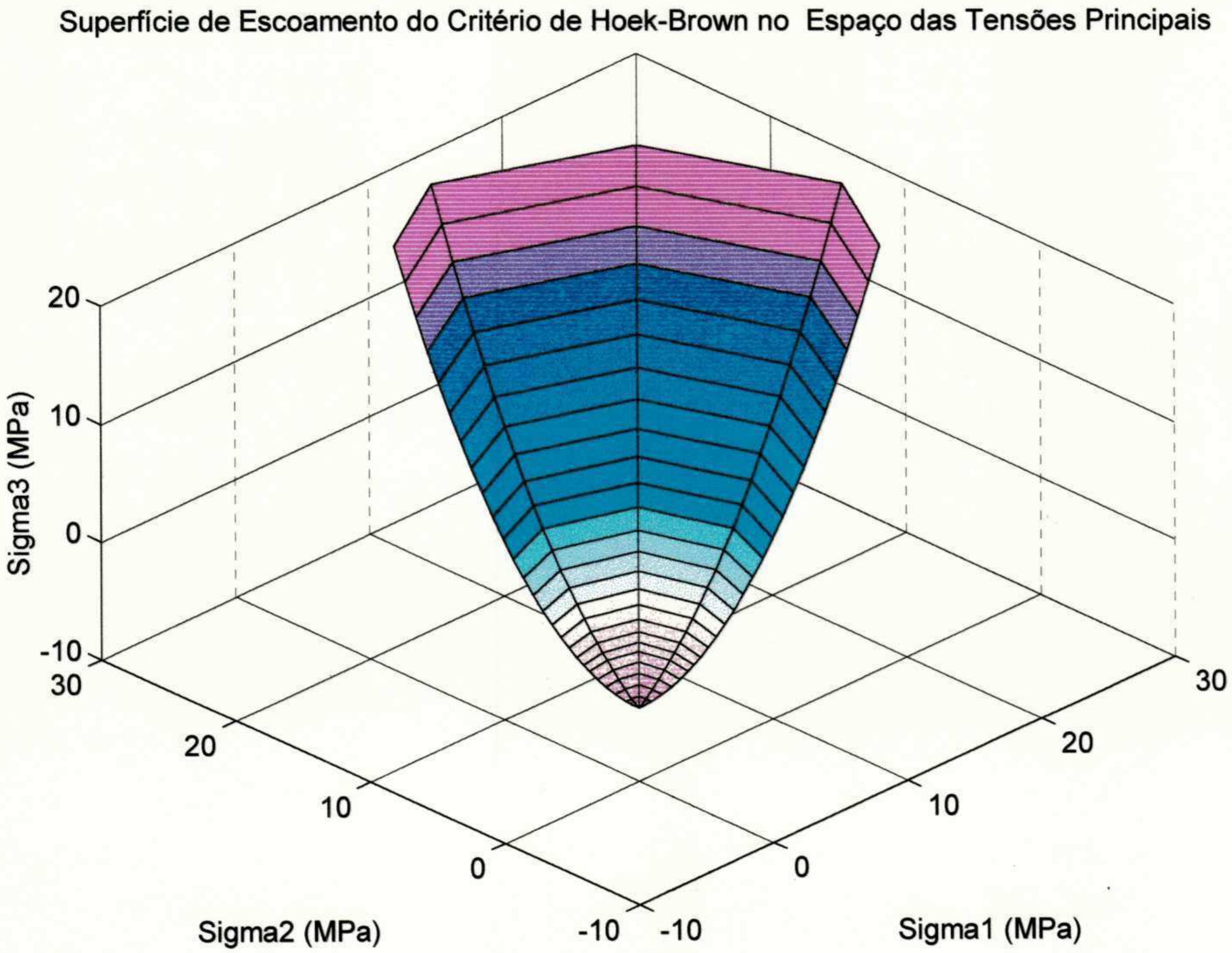

Figura 3. 7 Superfície de escoamento do critério de Hoek-Brown no espaço de tensões principais.

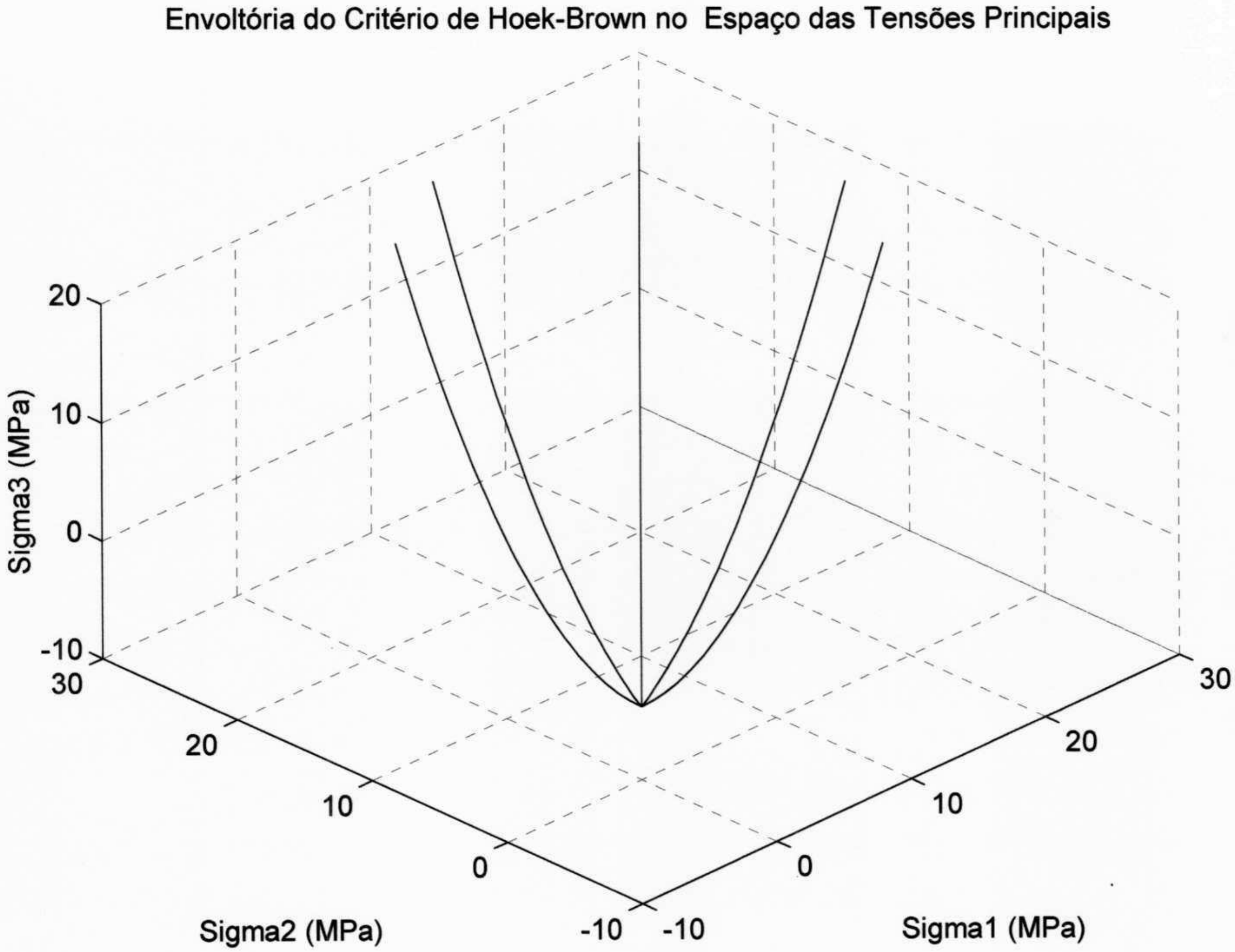

Figura 3. 8 Envoltória do critério de Hoek-Brown no espaço das tensões principais.

4. VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO

4.1. Introdução

Para validar a implementação do critério de Hoek-Brown em regime elastoplástico através de codificação pelo método de elementos finitos são usados exemplos clássicos referentes a pilares e túnel em escavações subterrânea.

As soluções obtidas serão analisadas através dos critérios de ruptura de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown tangente, implementado anteriormente [3] e Hoek-Brown rigoroso implementado neste trabalho, ambos codificados através do método dos elementos finitos no programa de OWEN & HINTON, em linguagem FORTRAN [38].

Os parâmetros para comparação são: tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3), e fator de segurança. Estes parâmetros serão analisados em seção horizontal passando pelo centro do pilar. Similarmente, o caso do problema do túnel analisa-se as soluções em uma seção horizontal passando pelo seu centro. Optou-se por uma seção deste tipo por ser a mais crítica em termos de estabilidade para ambos os tipos de problema.

Para a definição de um problema mecânico típico são necessários os seguintes parâmetros: geometria do corpo, condições de contorno (carregamento e apoios) e propriedades de resistência e deformabilidade do material, as quais serão abordadas oportunamente.

4.2 Problemas sobre Pilares Longos

A tensão média em um pilar, usando-se o método das áreas de influência é obtida através da seguinte equação:

$$S_p = \gamma z \frac{A_t}{A_p} \tag{4.1}$$

onde γ é o peso específico médio da rocha sobrejacente, z é a profundidade da camada de rocha, A_t é a área total ou de influência do pilar e A_p é a área do pilar. Nota-se que γz representa a componente vertical do campo de tensões virgens.

A geometria dos pilares apresenta as seguintes características: as dimensões W_p = 12,00 m (largura do pilar) e W_o = 6,00 m (largura da escavação) foram mantidas as mesmas para os dois pilares, ao passo que para H_p (altura do pilar) foram atribuídos os valores 12,00 m para o pilar 1 e 4,00 m para o pilar 2 representando um estado de menor e maior confinamento respectivamente.

O teto da escavação é representado por um pacote de rocha com 30 metros de espessura, sobre o qual é simulada a aplicação de uma carga representativa da tensão vertical (σ_v), devido ao peso da rocha até a superfície.

As condições de contorno dizem respeito ao carregamento e pontos de apoio. A malha de elementos finitos, juntamente com a geometria do corpo, são mostradas na Figura 4.1, a mesma é constituída por 209 elementos com 4 nós cada um perfazendo um total de 240 nós, apresentando restrições em 40 nós da fronteira. Alem destes dados, considerou-se também os dois tipos de rocha.

Como os domínios adotados são simétricos os problemas foram reduzidos a um quarto, com ganho significativo em termos de processamento.

As tensões que atuam no topo dos pilares não são uniformes, e de acordo com a equação (4.1) e a geometria do problema adotada aqui, assume o seguinte valor médio:

$$S_p = 1{,}5\sigma_v \tag{4.2}$$

Simula-se a tensão vertical σ_v em quatro incrementos, cujos valores obtidos por tentativas, permitiram S_p atingir os valores máximos toleráveis pelos pilares.

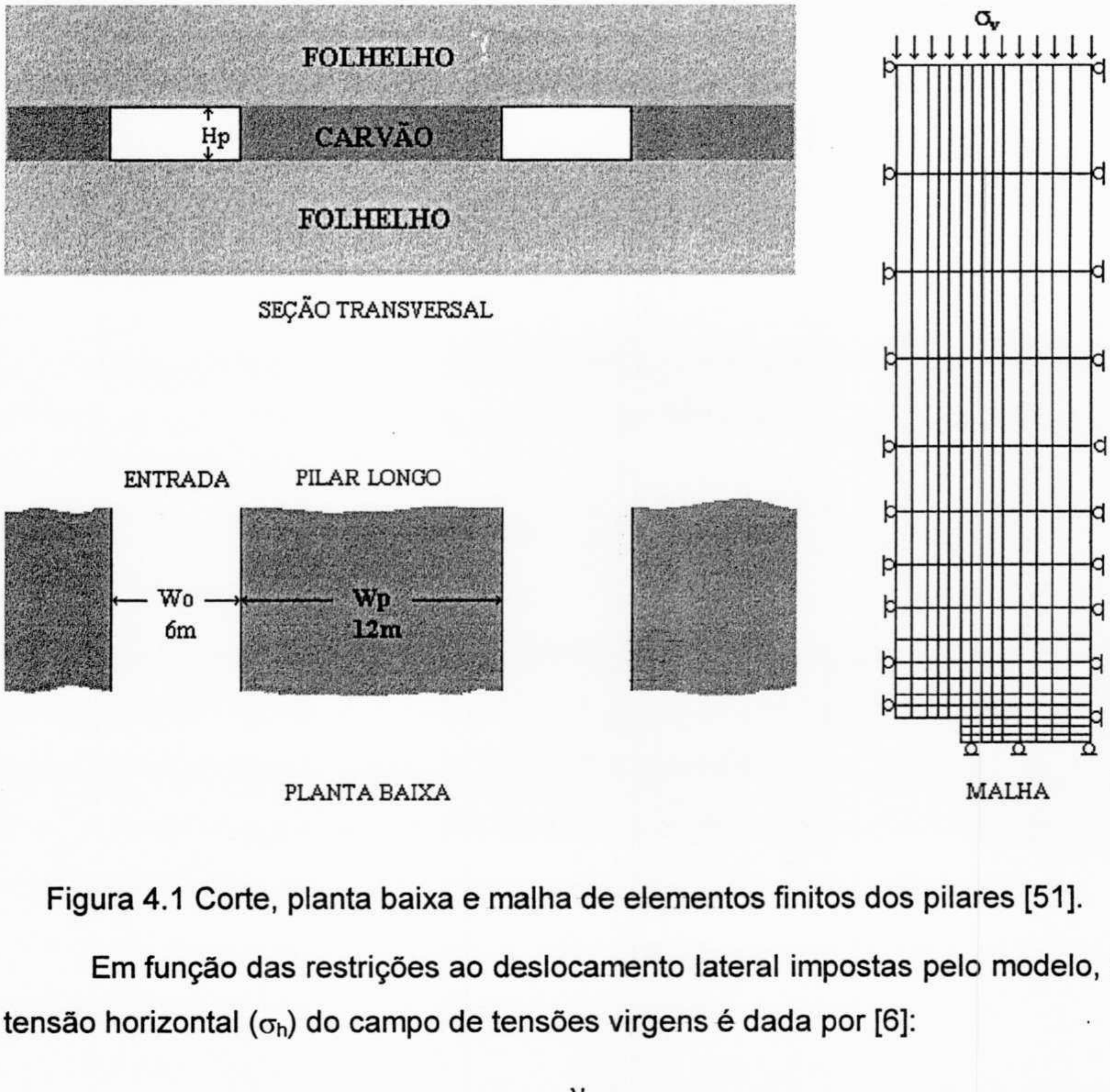

Figura 4.1 Corte, planta baixa e malha de elementos finitos dos pilares [51].

Em função das restrições ao deslocamento lateral impostas pelo modelo, a tensão horizontal (σ_h) do campo de tensões virgens é dada por [6]:

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_v \tag{4.3}$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

Considera-se a resistência à compressão do carvão como sendo a resistência do maciço, ou seja, σ_M = 6,412 MPa. O ângulo de atrito interno utilizado aqui é típico recomendado na literatura [48, 49], ou seja, ϕ = 28°. Substituindo-se estes valores na equação (2.4) do Capítulo 2 obtém-se para a

4.2.1 Pilar 1 Incremento de carga 1 (3,0 MPa)

Para o pilar 1.1 observa-se, a partir da Figura 4.2, compatibilidade total entre os valores das tensões principais máxima (σ_1) e mínima (σ_3), representadas na legenda por S1 e S3 respectivamente, para os critérios Hoek-Brown rigoroso (HB), Hoek-Brown tangente (HBt) e Mohr-Coulomb (MC).

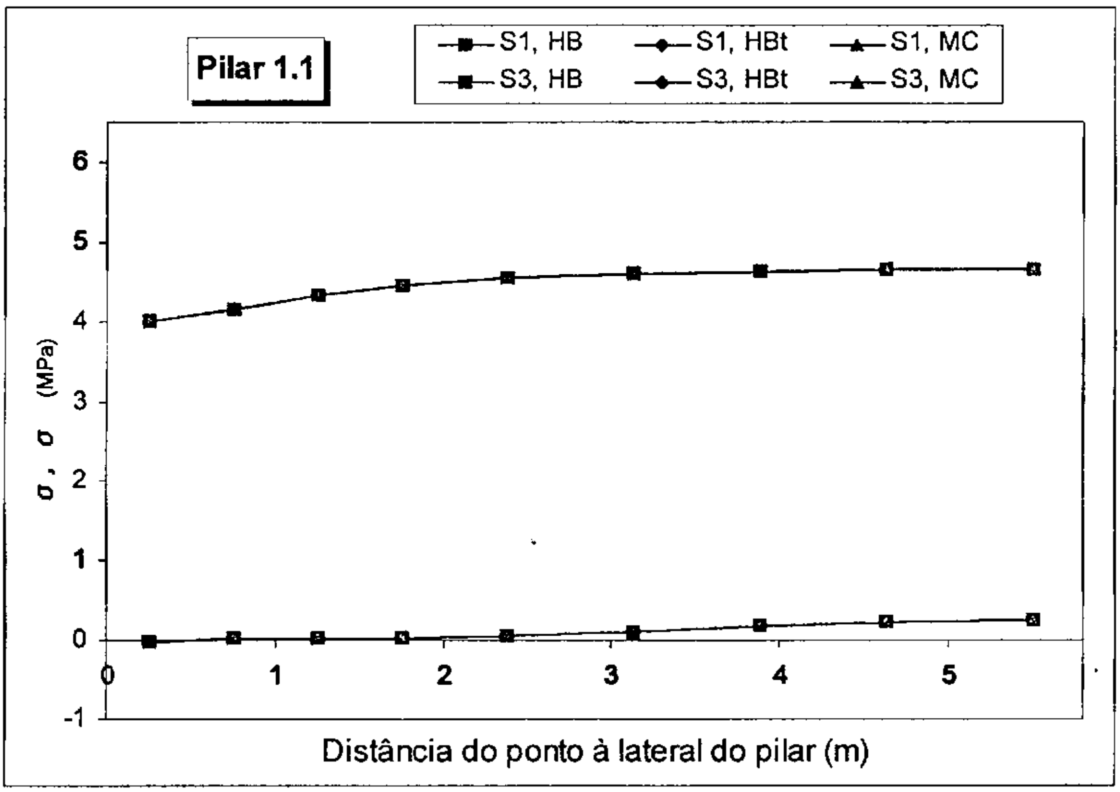

Figura 4.2. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) através do pilar 1.1.

Por outro lado, a partir da Figura 4.3 a seguir, observa-se coincidência nos fatores de segurança para os critérios de Mohr-Coulomb (Fs, MC) e Hoek-Brown tangente (Fs, HBt), ao passo que observa-se uma variação do mesmo parâmetro entre 0,14 e 0,19 a mais para o critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação aos outros dois critérios, ou seja, uma variação média uniforme de 11%.

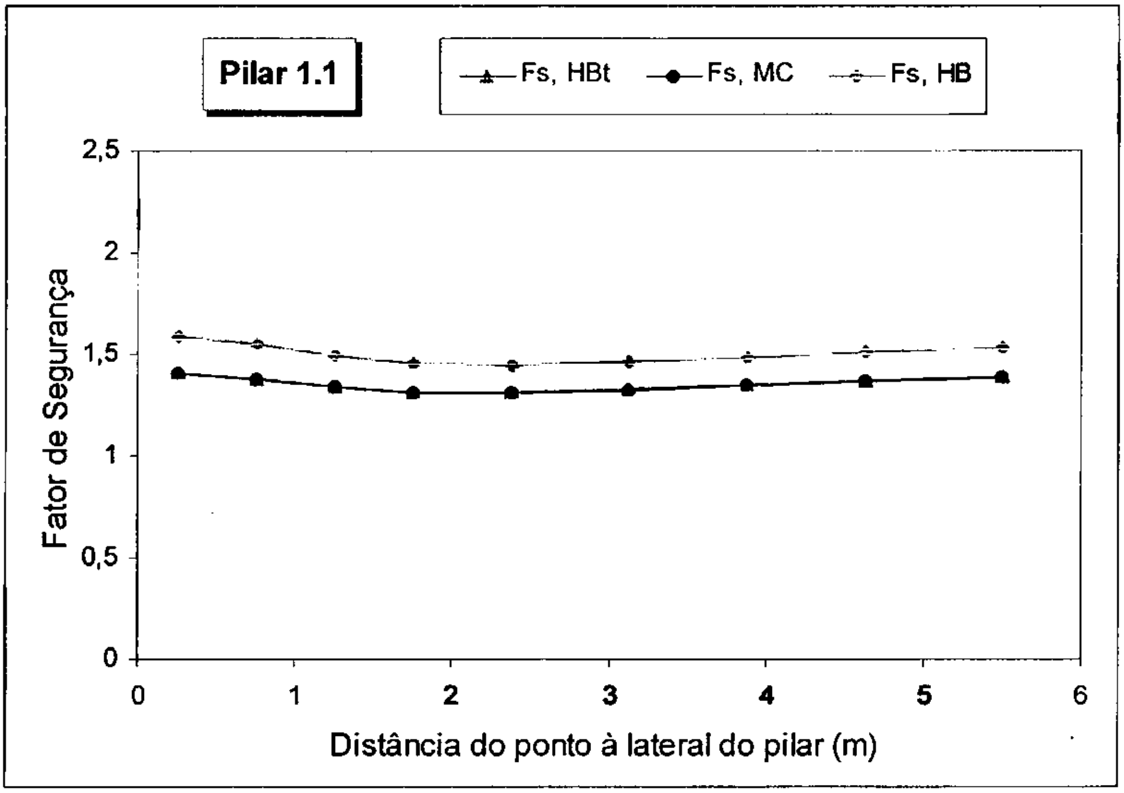

Figura 4.3. Distribuição do fator de segurança através do pilar 1.1.

4.2.2 Pilar 1 Incremento de carga 3 (5,0 MPa)

Para o pilar 1.3 observa-se, a partir da Figura 4.4, uma compatibilidade excelente no que se refere à distribuição das tensões principais máxima e mínima através do pilar, representadas na legenda por S1 e S3 respectivamente, referente aos três critérios. Apresentando discrepância máxima entre os critérios de Hoek-Brown tangente (HBt) e Mohr-Coulomb (MC) em relação ao critério de Hoek-Brown rigoroso (HB) em torno de 0,15 MPa ou aproximadamente 2% a mais para os critérios Hoek-Brown rigoroso e Mohr-Coulomb em relação ao Hoek-Brown tangente.

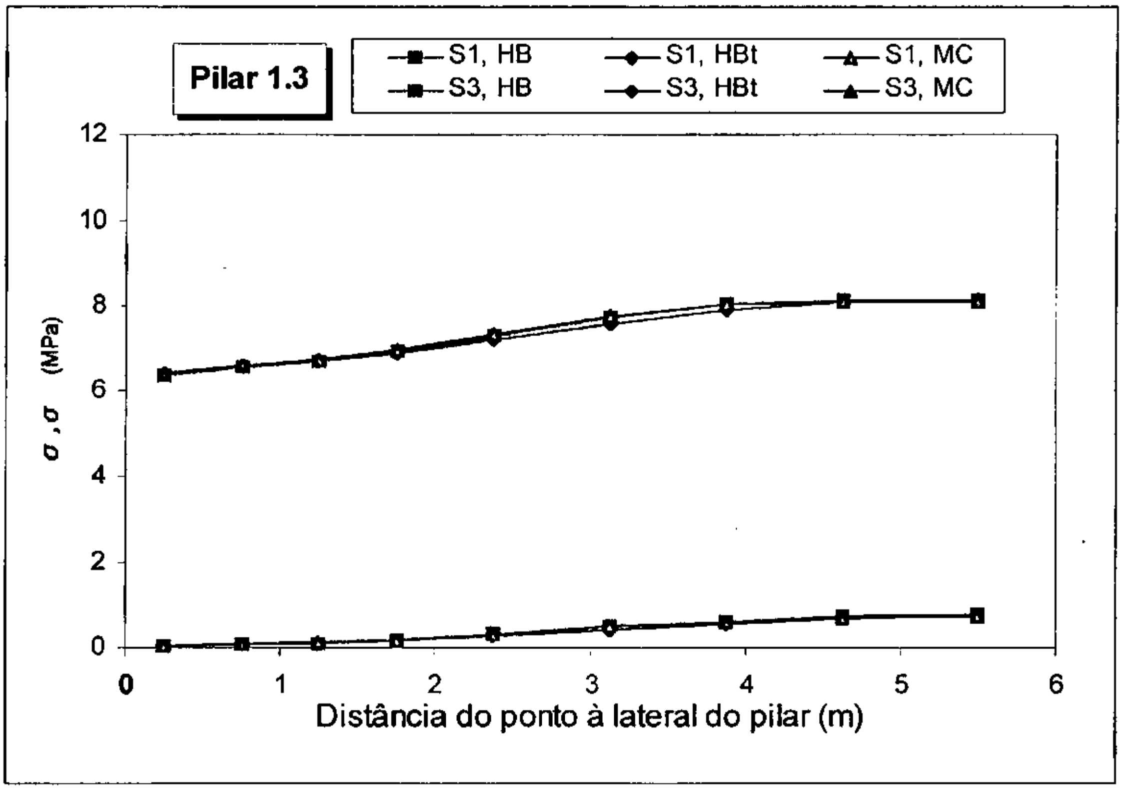

Figura 4.4. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) através do pilar 1.3.

coesão o valor 1,926 MPa. Por outro lado, através da equação (2.3) do Capítulo 2 obtém-se $\tan\beta_M = 2,770$.

Considerando σ_M como propriedade de resistência em substituição a σ_c, o parâmetro s da equação (2.5), Capítulo 2, deve assumir o valor 1. Substituindo-se os valores $\tan\beta_M = 2,770$ e $s = 1$ na equação (2.16), Capítulo 2 tem-se $m = 3,54$. Estes dados são suficientes para caracterização da envoltória do critério de ruptura de Hoek-Brown.

Procedendo da mesma forma obtém-se os parâmetros para o pacote de rocha (folhelho) que constitui teto e piso da escavação, ou seja: σ_M = 13,856 MPa, $\phi = 30°$, $c = 4,00$ MPa, $\tan\beta_M = 3,00$, $s = 1,00$ e $m = 4,00$.

As propriedades de deformabilidade foram obtidas através da literatura [48, 49], ou seja: $E = 2800$ MPa e $\nu = 0,3$ para o carvão, enquanto $E = 9700$ MPa e $\nu = 0,3$ para o folhelho.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para os dois pilares, em dois incrementos de cargas para cada pilar, representativos do problema. Para o pilar 1 usou-se como incremento 1 $\sigma_v = 3,0$ MPa e como incremento 3 $\sigma_v = 5,0$ MPa, enquanto que para o pilar 2 usamos $\sigma_v = 12,0$ MPa como incremento 1 e $\sigma_v = 14,0$ MPa como incremento 2. Denominaram-se os gráficos da seguinte forma: pilar 1.1 para o pilar 1, incremento 1, pilar 1.2 para o pilar 1 incremento 2 e assim sucessivamente.

A seguinte notação é usada nas legendas dos problemas:

Fs, HBt - Fator de segurança para o critério de Hoek-Brown tangente.
Fs, HB - Fator de segurança para o critério de Hoek-Brown rigoroso.
Fs, MC - Fator de segurança para o critério de Mohr-Coulomb.
S1, HB - Tensão principal máxima para o critério de Hoek-Brown rigoroso.
S3, HB - Tensão principal mínima para o critério de Hoek-Brown rigoroso.
S1, HBt - Tensão principal máxima para o critério de Hoek-Brown tangente.
S3, HBt - Tensão principal mínima para o critério de Hoek-Brown tangente.
S1, MC - Tensão principal máxima para o critério de Mohr-Coulomb.
S3, MC - Tensão principal mínima para o critério de Mohr-Coulomb.

Por outro lado, na Figura 4.5, observa-se uma variação do fator de segurança entre 0,01 e 0,02 a mais para o critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação ao critério tangente (Fs, HBt), ou seja, uma variação percentual em torno de 1%, enquanto que para o critério de Mohr-Coulomb o fator de segurança (Fs, MC) se mantém numa faixa intermediária.

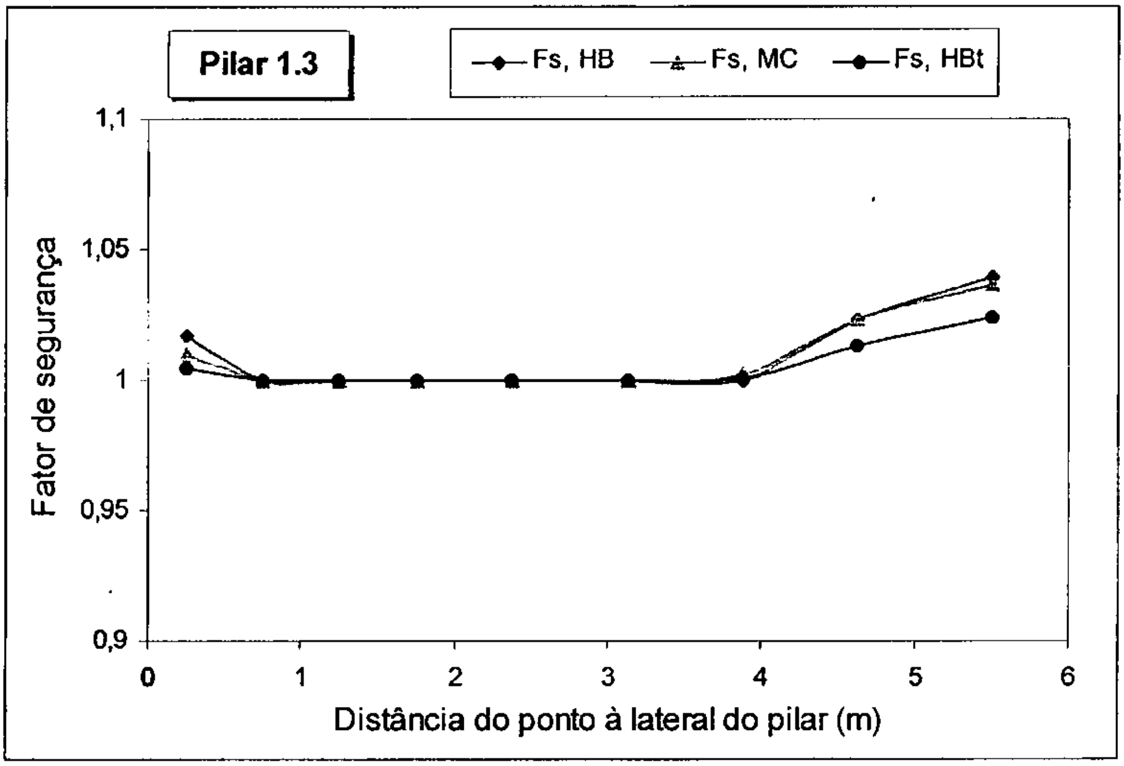

Figura 4.5. Distribuição do fator de segurança através do pilar 1.3.

Os resultados obtidos para o pilar 1 estão coerentes com a teoria apresentada na literatura especializada. Estes resultados mostram uma consistência muito boa em função das condições do pilar, ou seja, pelo fato de ser um pilar pouco confinado, em que a largura e a altura são iguais.

4.2.3 Pilar 2 Incremento de carga 1 (12,0 MPa)

Para o pilar 2.1 observa-se, a partir da Figura 4.6, uma divergência de 0,90 MPa ou 7% a mais para a tensão máxima no critério de Hoek-Brown rigoroso (S1, HB) em relação ao tangente (S1, HBt) a 1,75 metros da lateral do pilar (elemento 4), enquanto para a tensão mínima esta divergência foi de 0,41 MPa ou 16% na mesma posição, já com relação ao critério de Mohr-Coulomb observa-se uma divergência para menos na tensão máxima (S1, MC) de 8,04 MPa ou aproximadamente 37% a 2,37 metros da lateral do pilar (elemento 5) e 2,99 MPa ou cerca de 38% em relação a tensão mínima a 5,50 metros da lateral do pilar, próximo ao centro do mesmo (elemento 9).

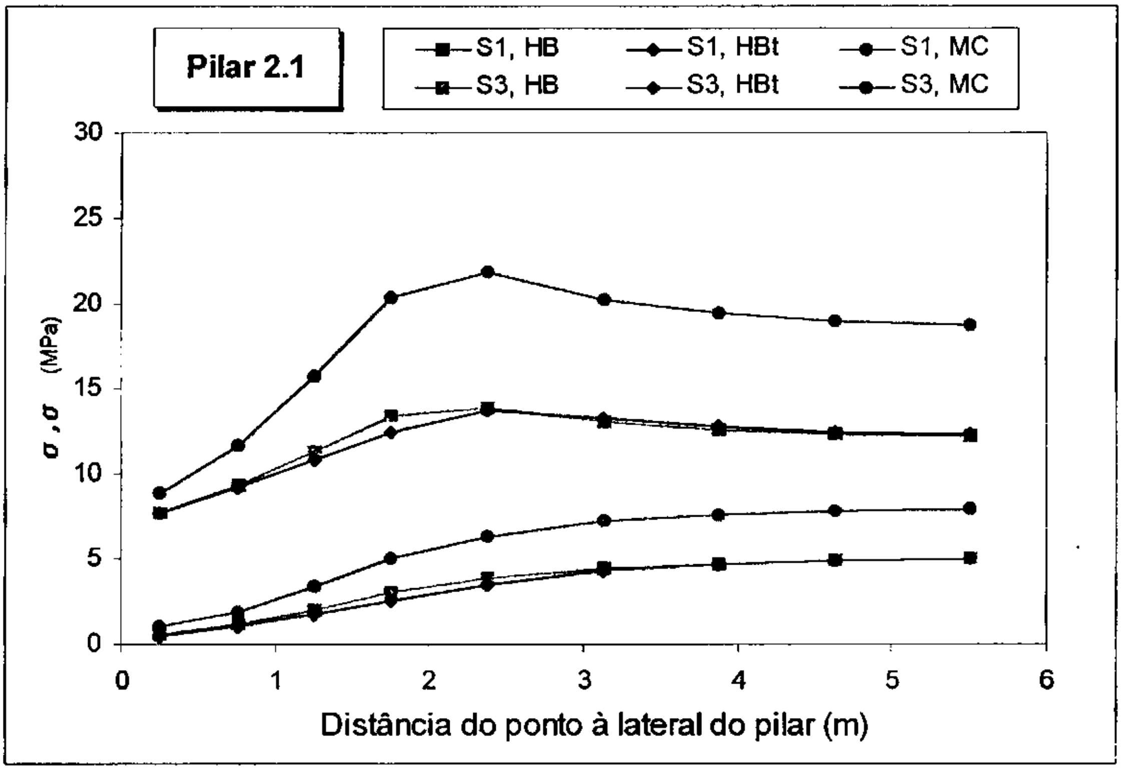

Figura 4.6. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) através do pilar 2.1.

Em relação ao fator de segurança, Figura 4.7, observa-se divergência a partir de 1,75 metros da lateral do pilar (elemento 4), atingindo um máximo de 0,18 a 5,50 metros, próximo ao centro do pilar (elemento 9) ou aproximadamente 11%, para o critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação ao critério de Mohr-Coulomb (Fs, MC), enquanto que para o critério de Hoek-Brown tangente (Fs, HBt) o fator de segurança se mantém numa faixa intermediária entre os outros dois.

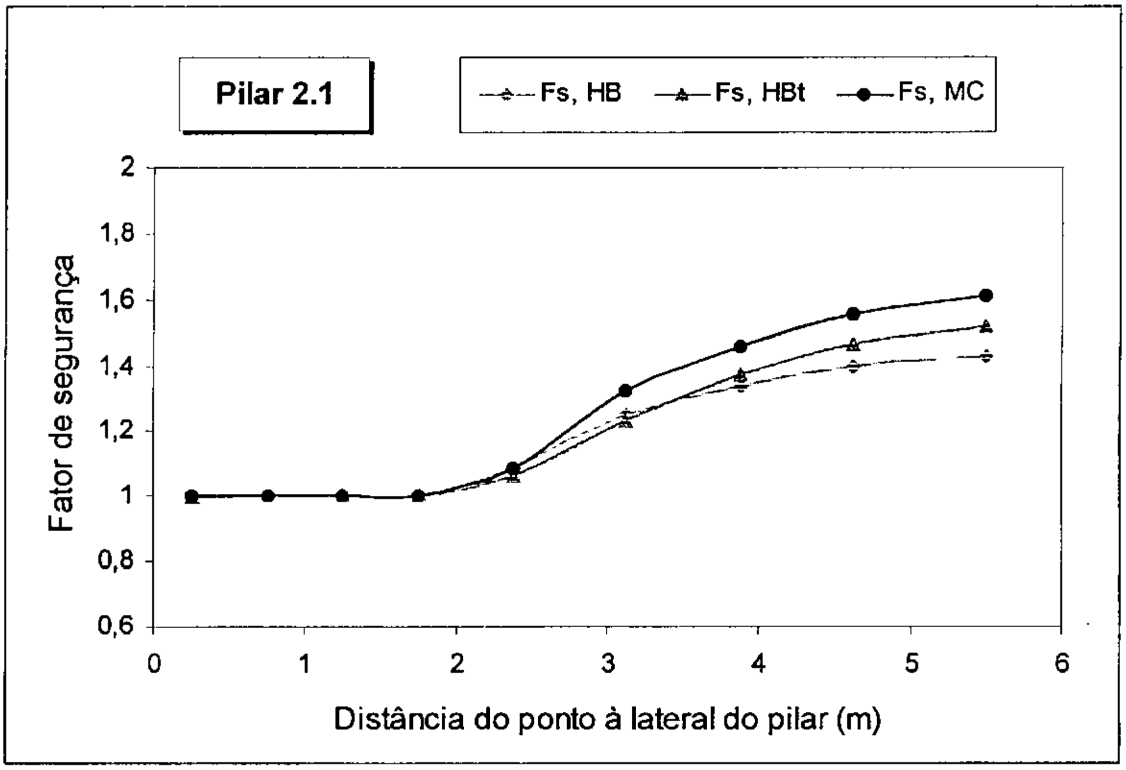

Figura 4.7. Distribuição do fator de segurança através do pilar 2.1.

4.2.4 Pilar 2 Incremento de carga 2 (15,0 MPa)

Para o pilar 2.2 observa-se, a partir da Figura 4.8, uma divergência de 0,45 MPa ou aproximadamente 3% a mais para a tensão máxima no critério de Hoek-Brown rigoroso (S1, HB) em relação ao tangente (S1, Hbt) a 2,37 metros da lateral do pilar (elemento 5), enquanto que a tensão mínima (S3, HB) apresentou divergência de 0,47 MPa ou cerca de 10%, na mesma posição, já com relação ao critério de Mohr-Coulomb observa-se uma divergência para menos na tensão máxima (S1, MC) de 8,53 MPa ou aproximadamente 32% a 2,37 metros da lateral do pilar (elemento 5) e 2,82 MPa ou cerca de 30% na tensão mínima (S3, MC) a 5,50 metros (elemento 9), próximo ao centro do mesmo.

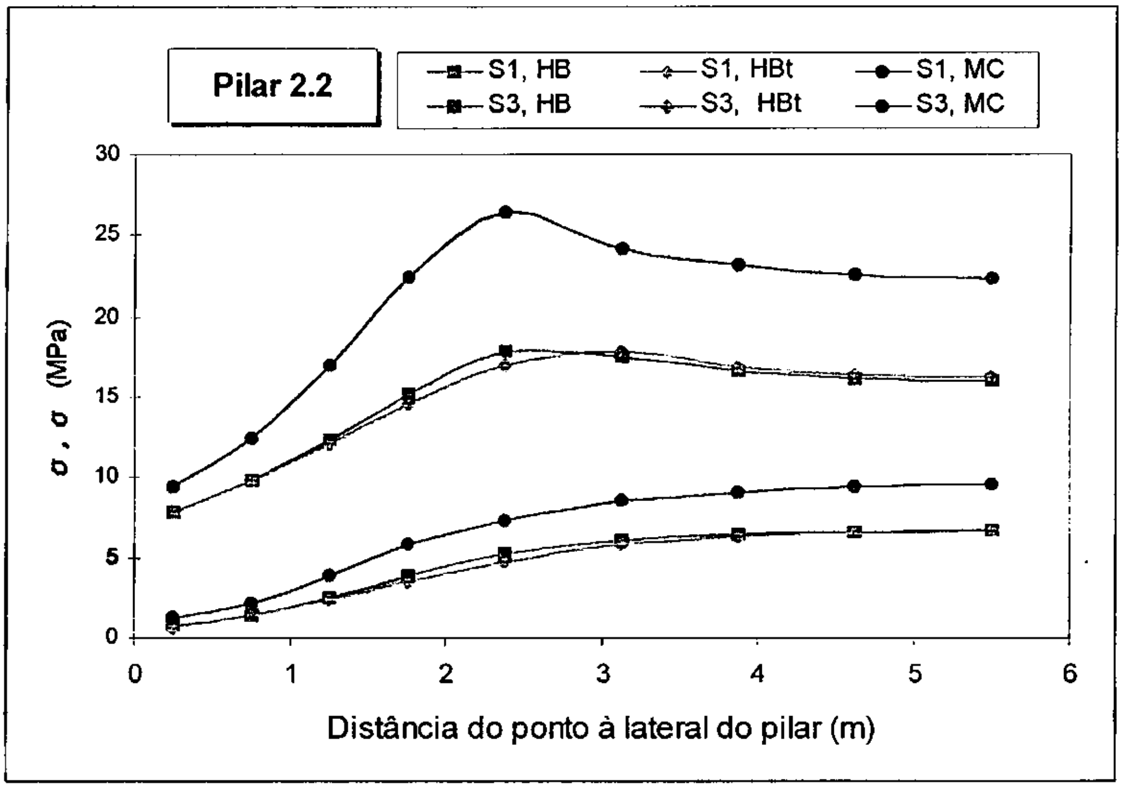

Figura 4.8. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) através do pilar 2.2.

O fator de segurança no pilar 2.2, Figura 4.9, apresenta divergência a partir de 1,75 metros de sua lateral (elemento 4), atingindo um máximo de 0,26 ou cerca de 17% para o critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação ao critério de Mohr-Coulomb (Fs, MC) a 5,50 metros, próximo ao seu centro (elemento 9), enquanto que para o critério de Hoek-Brown tangente o fator de segurança (Fs, HBt) se mantém numa faixa intermediária entre os outros dois, bastante próximo do critério rigoroso.

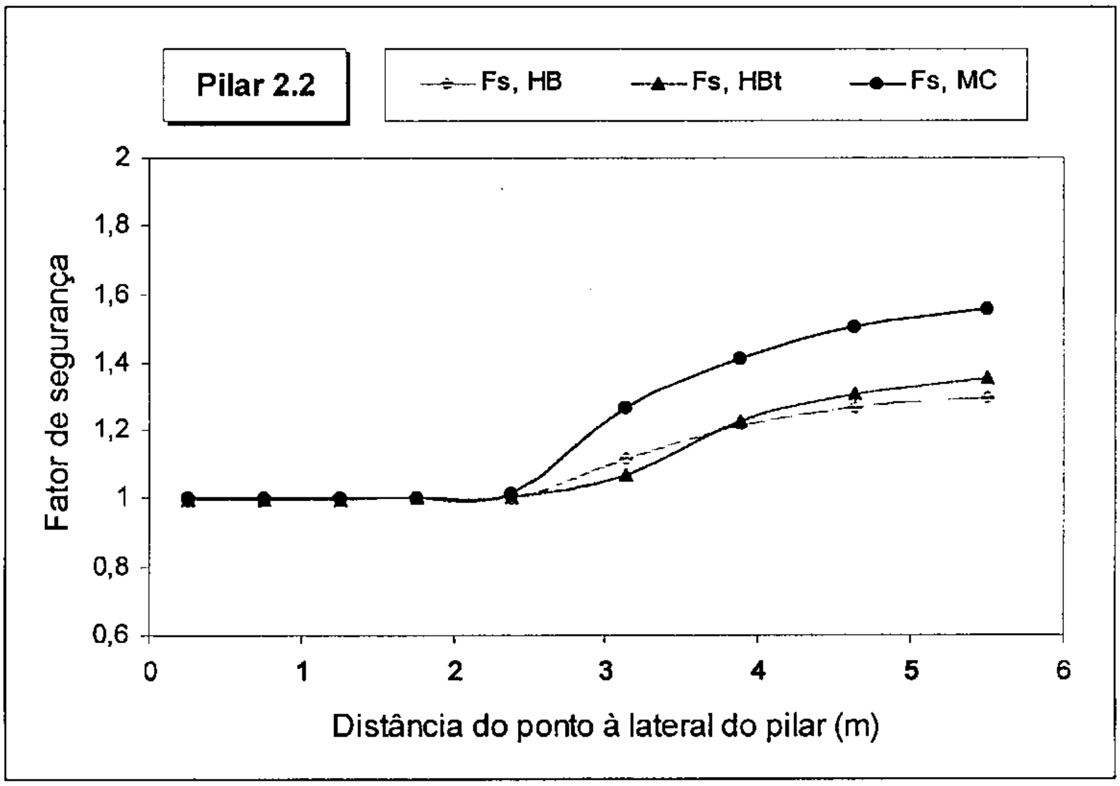

Figura 4.9. Distribuição do fator de segurança através do pilar 2.2.

Os dados obtidos para o pilar 2 estão de acordo com a literatura especializada que prever grandes divergências entre os critérios de ruptura de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, com o aumento no nível de confinamento, que neste caso é representado pela diferença entre largura e altura do pilar, visto que a largura é três vezes maior que sua altura.

4.3 Problema do Túnel em Rocha Elastoplástica

Este é um problema clássico de abertura de túnel em rocha com comportamento elastoplástico muito usado para validação de técnicas numéricas, [41, 50].

A geometria do problema é constituída por um túnel circular com raio de 10 pés (3,048 m), escavado (modelado) em um pacote de rocha elastoplástica, cujo raio é 10 vezes o raio do túnel.

A malha representativa do problema é constituída de 60 elementos com 8 nós cada um perfazendo um total de 213 nós, entre estes, 64 estão na fronteira dos quais 42 apresentam restrições. A malha juntamente com a geometria da escavação é mostrada na Figura 4.10.

Os parâmetros do problema são os seguintes: módulo de elasticidade $E = 500000$ PSI (3.447,32 MPa), coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$, coesão $c =$ 280 PSI (1,93 MPa), ângulo de atrito interno $\phi = 30°$. De posse destes dados procede-se de forma similar ao feito para os pilares, obtendo-se $\sigma_c = 969,95$ PSI (6,69 MPa), $s = 1$ e $m = 4$, referente ao critério de Hoek-Brown, equação (3.70) do Capítulo 3.

Simula-se o túnel com dois incrementos de carga representativos do problema, usando para incremento 1 um fator de carga 0,50 e para o incremento 2 um fator de carga 1,00. Denominam-se os gráficos como: túnel 1.1 e túnel 1.2 para os incrementos de carga 1 e 2 respectivamente.

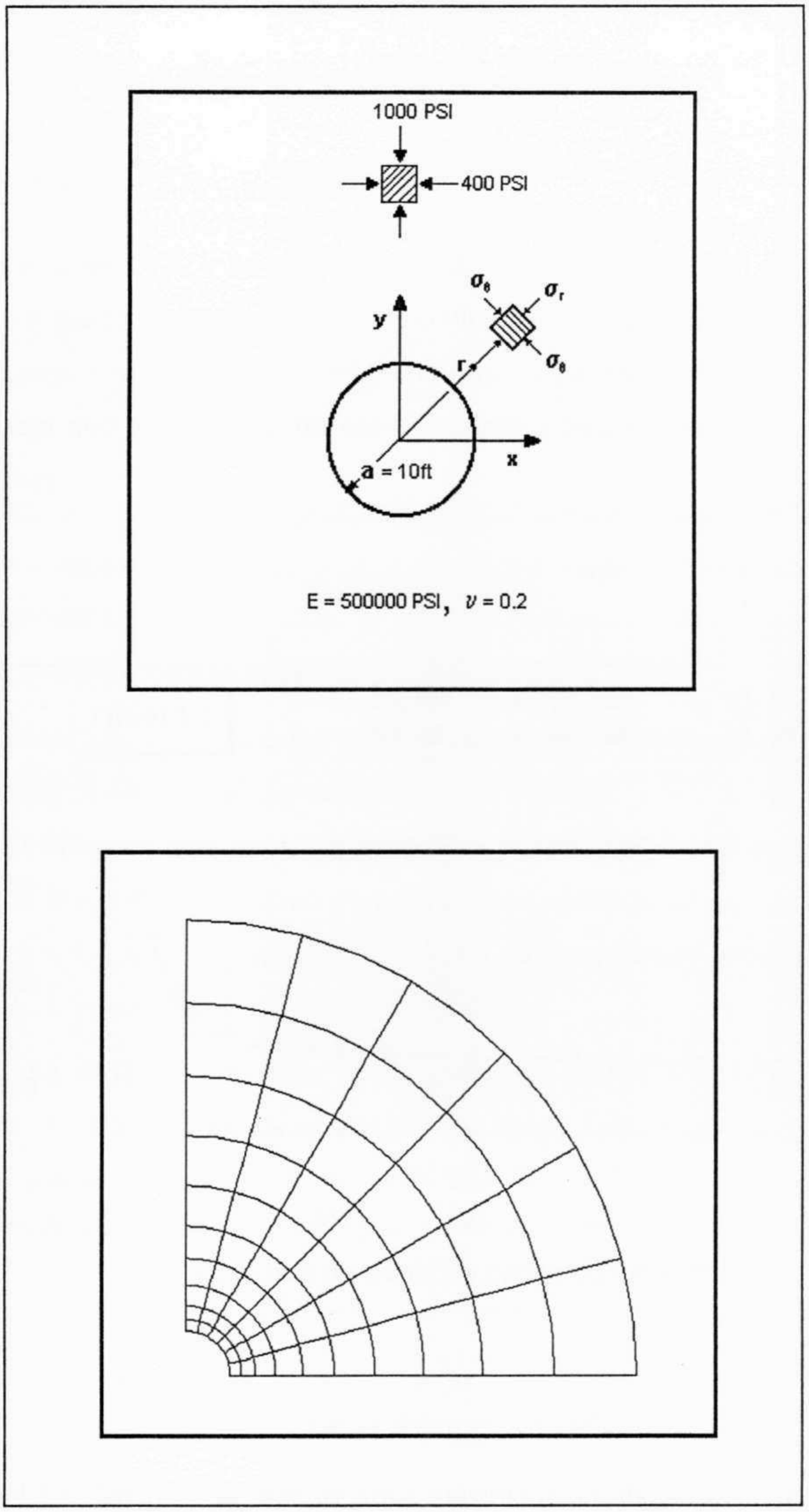

Figura 4. 10. Geometria e malha de elementos finitos para o túnel [41].

Apresentam-se a seguir os resultados obtidos para os problemas dos túneis.

4.3.1 Túnel 1 Carregamento 1

Para o túnel 1 (σ_v = 500 PSI (3,447 MPa) e σ_h = 200 PSI (1,379 MPa)) observa-se, a partir da Figura 4.11, compatibilidade total entre os valores das tensões máxima e mínima para os três critérios utilizados. Este fato é coerente tendo em vista que a este nível de carregamento a escavação apresenta-se em regime elástico.

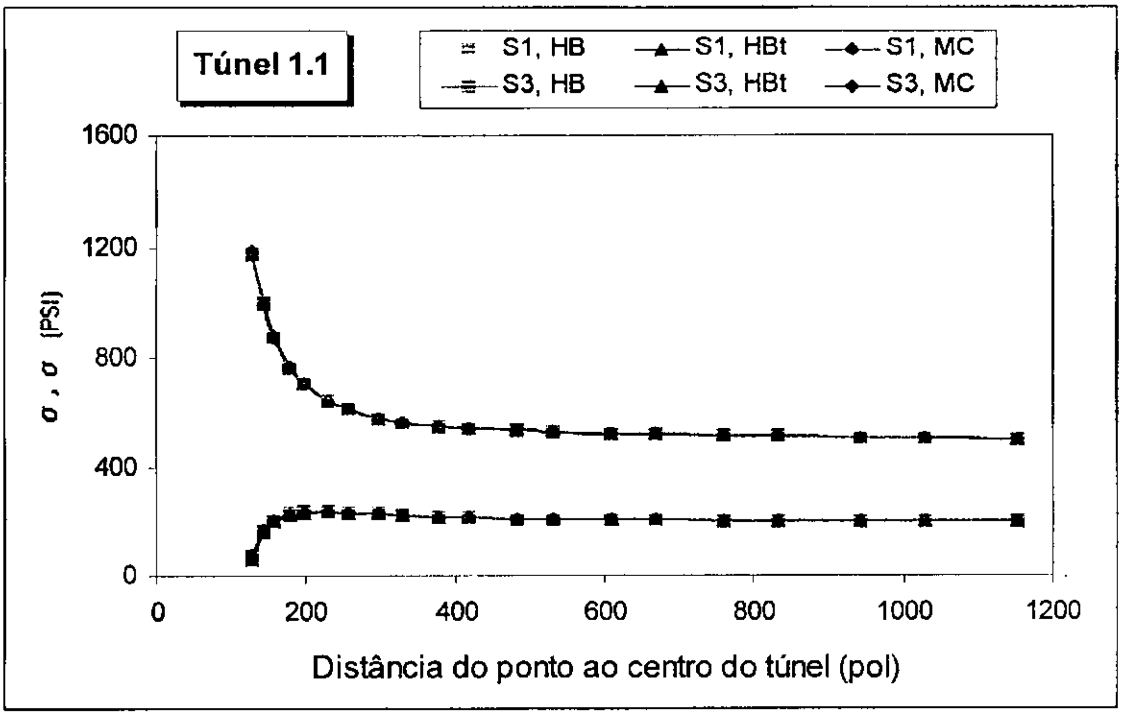

Figura 4.11. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) ao redor do túnel 1.1.

O fator de segurança para o túnel 1.1, Figura 4.12, apresenta uma discrepância máxima de 0,37 ou aproximadamente 11% para o critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação ao critério de Mohr-Coulomb (Fs, MC) que é praticamente coincidente com o critério de Hoek-Brown tangente (Fs, HBt), divergindo no máximo em aproximadamente 0,44%.

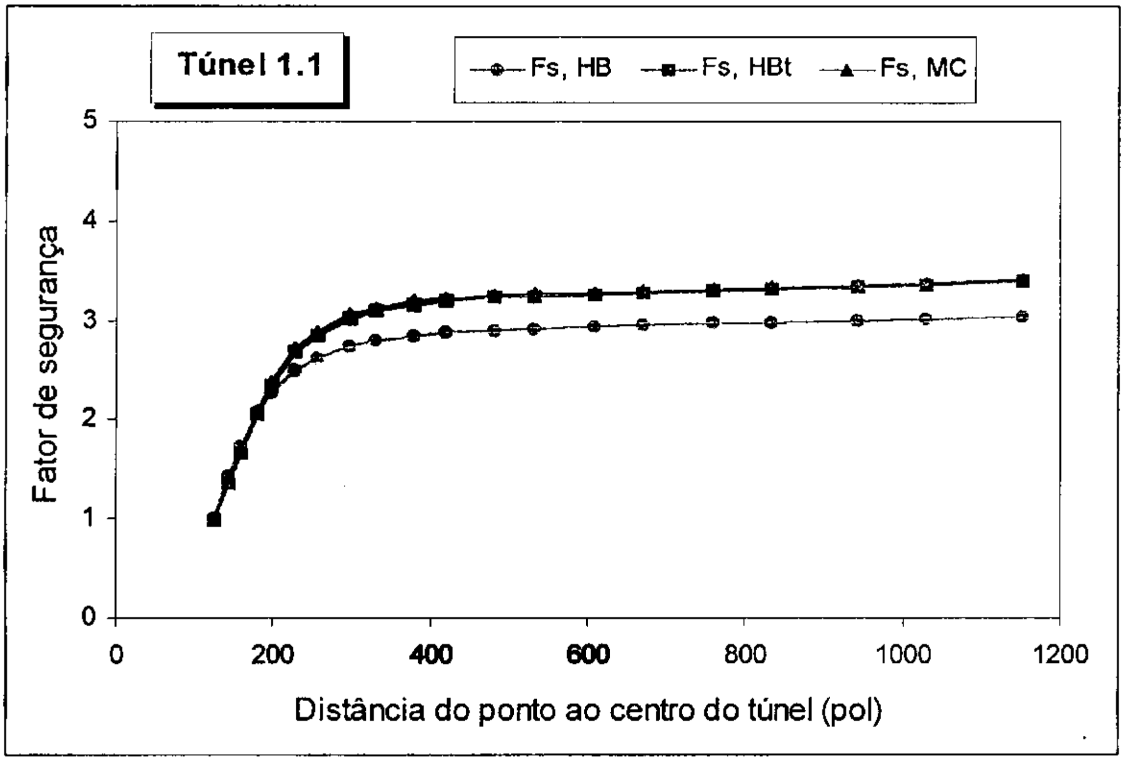

Figura 4.12. Distribuição do fator de segurança ao redor do túnel 1.1.

4.3.2 Túnel 1 Carregamento 2

Para o túnel 2, ou seja, incremento de carga 2, (σ_v = 1000 PSI (6,895 MPa) e σ_h = 400 PSI (2,758 MPa)) observa-se, a partir da Figura 4.13, uma discrepância de 198,08 PSI (1,366 MPa) ou aproximadamente 9% a menos na tensão máxima para o critério Hoek-Brown rigoroso (S1, HB) em relação ao critério de Mohr-Coulomb (S1, MC) a 37,36 pol (94,89 cm) da lateral do túnel (elemento 3) e praticamente nenhuma em relação ao critério de Hoek-Brown tangente (S1, HBt), bem como em relação a tensão mínima relativamente aos três critérios. Esta discrepância deve-se ao fato de o critério de Mohr-Coulomb exibir menor região plástica o que aumenta muito a tensão máxima próximo à superfície da escavação. Por outro lado, o critério de Hoek-Brown proporciona uma maior redistribuirão de tensões (através de escoamento plástico).

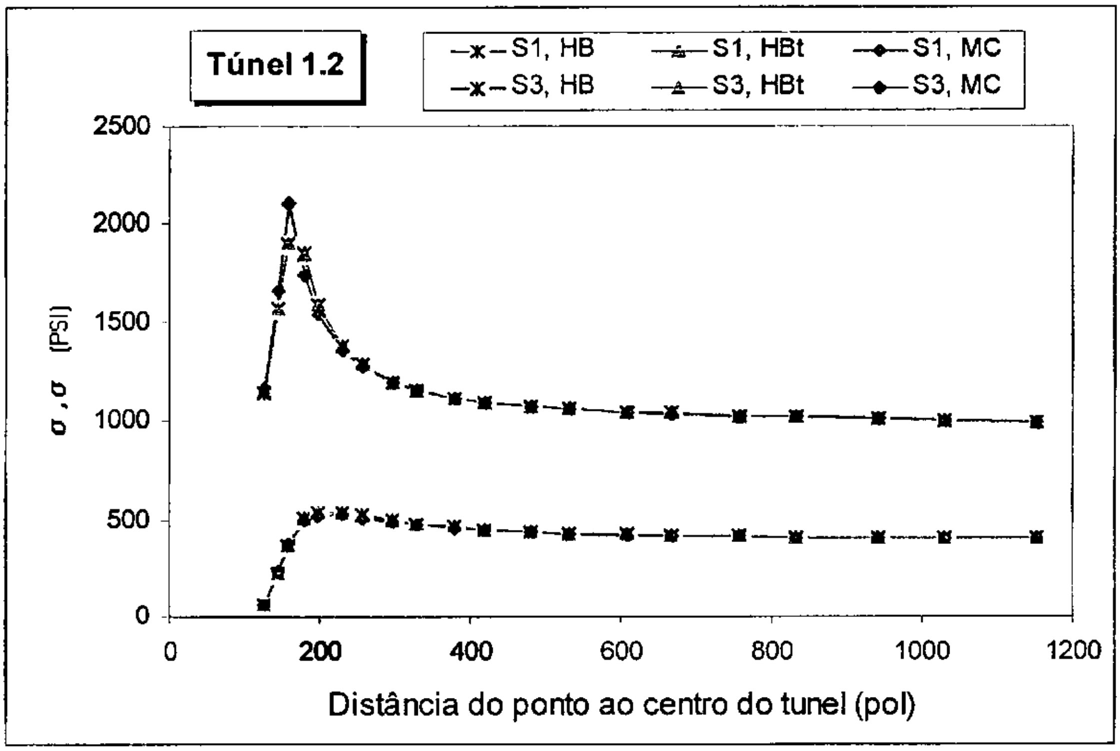

Figura 4.13. Distribuição das tensões máxima (σ_1) e mínima (σ_3) ao redor do túnel 1.2.

O fator de segurança referente ao túnel 1.2, Figura 4.14, apresenta divergência menor no critério de Hoek-Brown rigoroso (Fs, HB) em relação ao critério de Mohr-Coulomb (Fs, MC), a partir de 37,36 pol (94,89 cm) da lateral do túnel, ponto 3, atingindo um máximo a 1032,57 polegadas (26,23 m), ponto 20, de 0,33 ou aproximadamente 14%, enquanto que o método tangente situa-se numa faixa intermediária entre os outros dois.

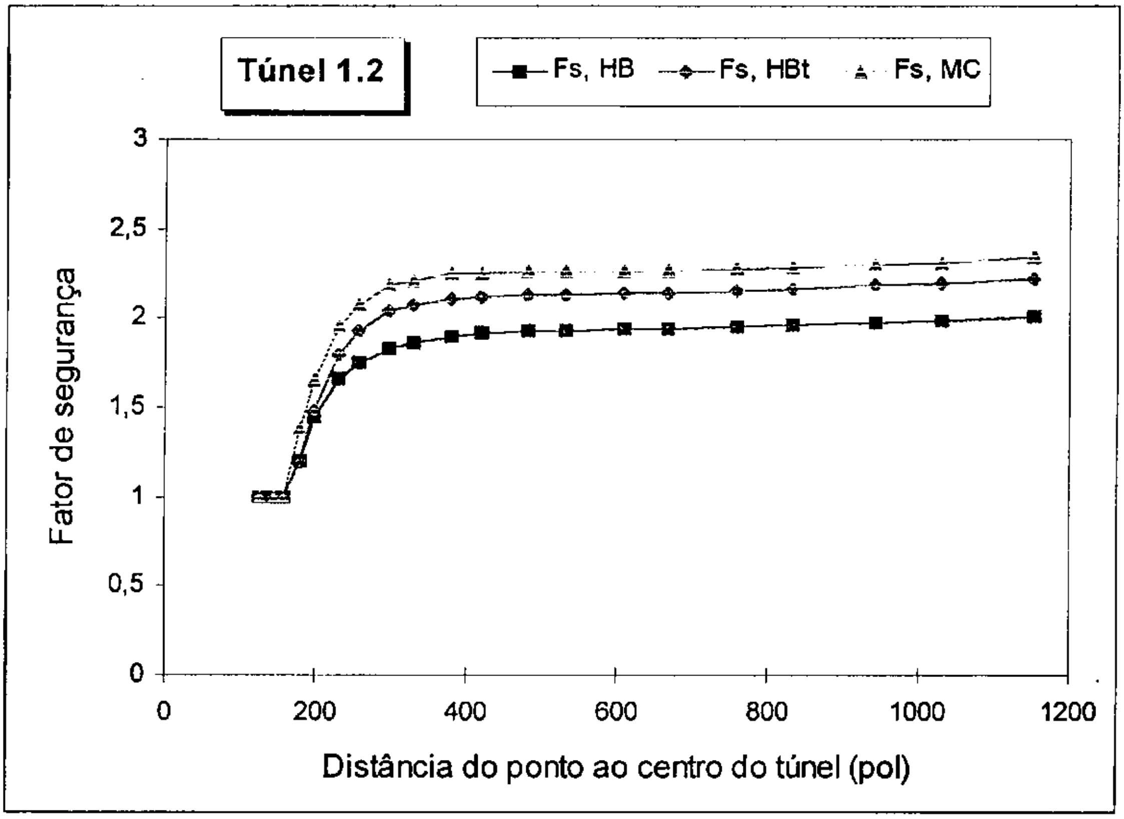

Figura 4.14. Distribuição do fator de segurança ao redor do túnel 1.2.

4.3.3 Comparação entre Soluções Elásticas e Elastoplástica.

A utilização de resultados baseados em soluções que assumem o comportamento puramente elástico do maciço rochoso é bastante generalizada para o dimensionamento de escavações subterrâneas. Observa-se entretanto que as escavações destinadas à extração de bens minerais geralmente exibem comportamento de pós-ruptura (modelo elastoplástico no presente estudo) em porções consideráveis do domínio de interesse.

Uma comparação entre os fatores de segurança de soluções baseadas em modelo elástico e no modelo elastoplástico aqui proposto se torna oportuna para o critério de Hoek-Brown, haja vista que este critério tem sido extensivamente adotado nas implementações de programas comerciais para análise de tensões associadas a escavações em rocha.

Vale ressaltar que fator de segurança igual a unidade sugere o estado limite de equilíbrio, quando menor que a unidade estado de ruptura e quando maior que a unidade sugere estabilidade.

Observa-se a seguir a comparação entre os modelos elástico e elastoplástico através do critério de Hoek-Brown, conforme as Figuras 4.15 e 4.16.

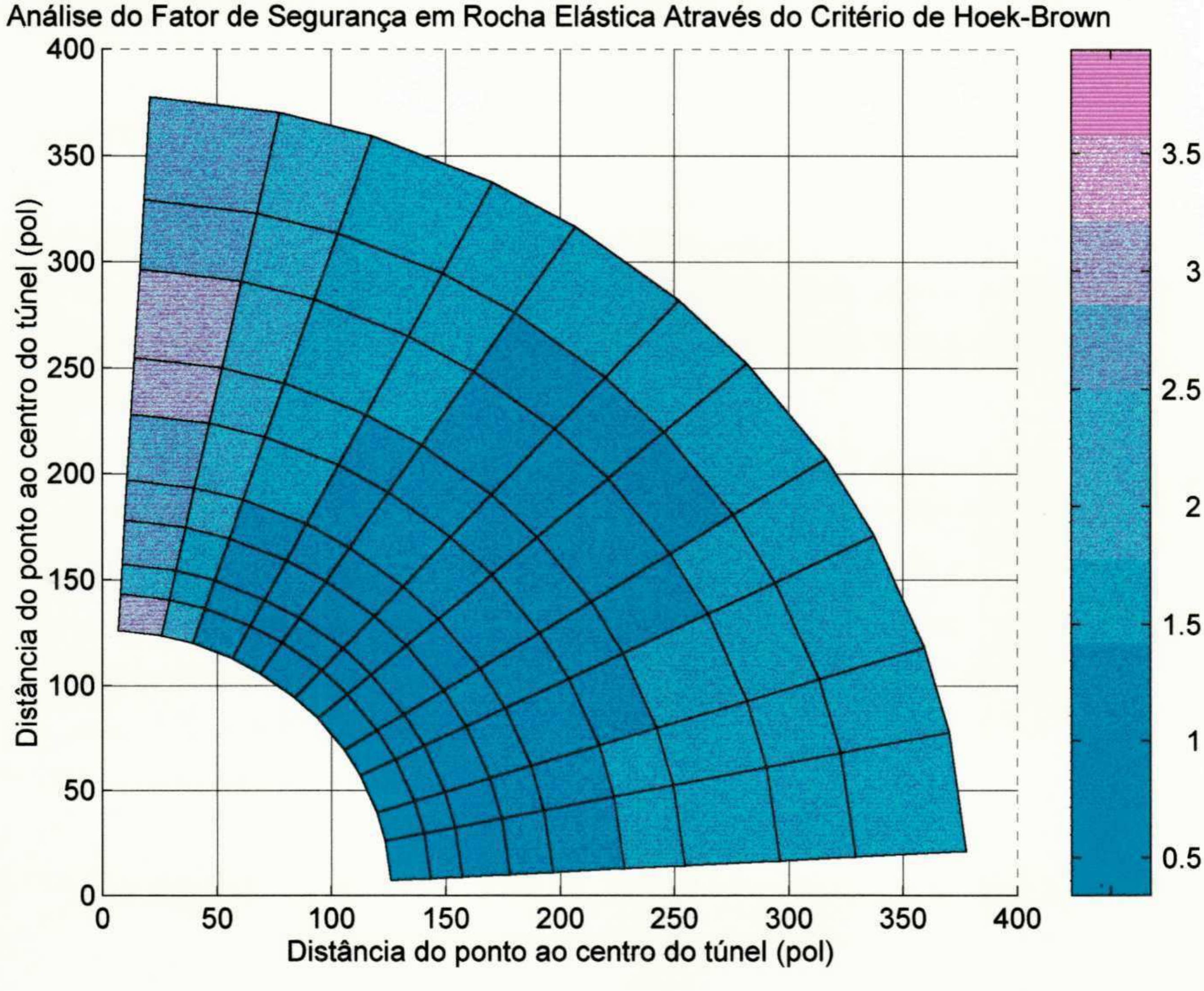

Figura 4.15. Fator de segurança ao redor do túnel, obtido através do critério de ruptura de Hoek-Brown rigoroso em solução elástica.

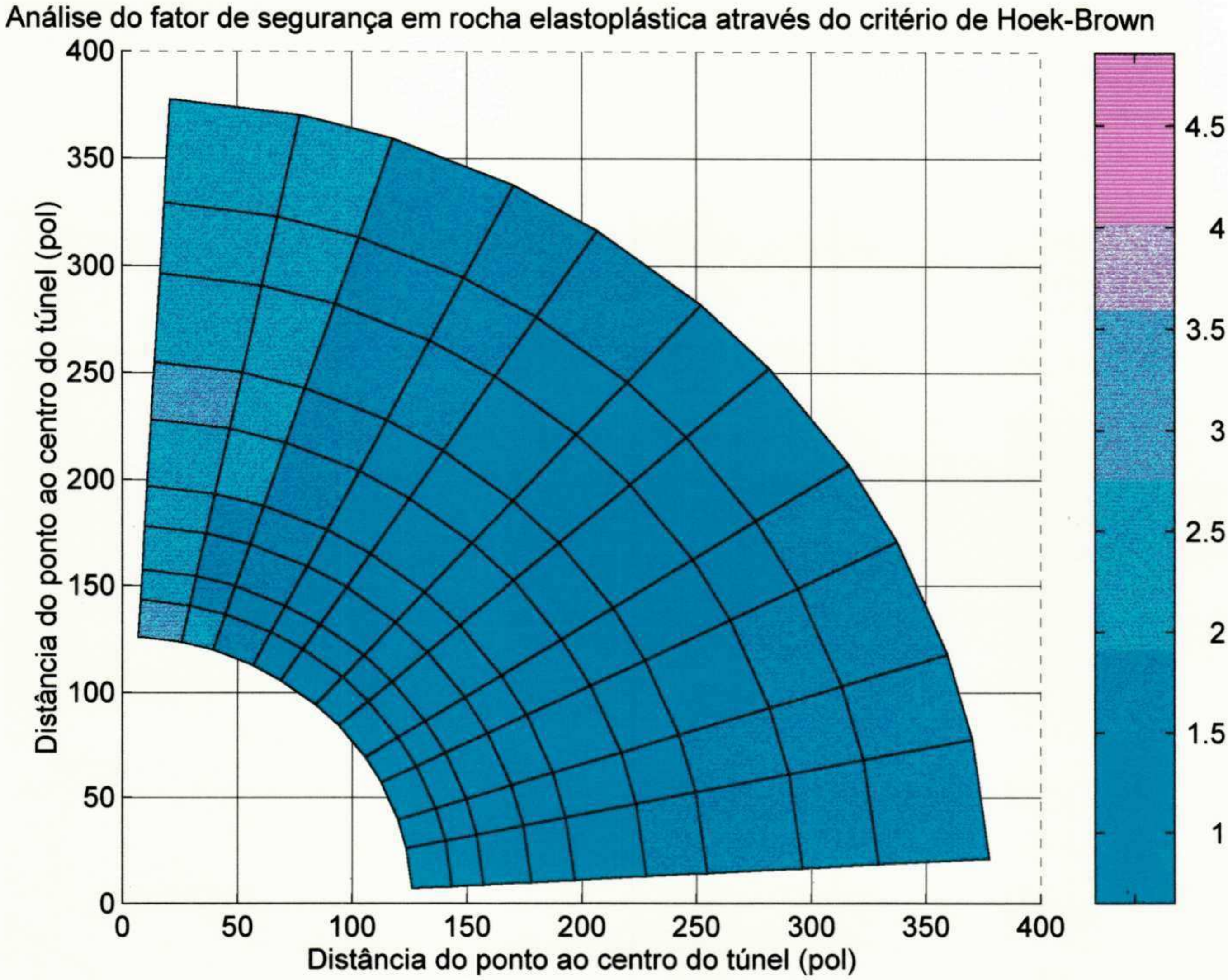

Figura 4.16. Fator de segurança ao redor do túnel, obtido através do critério de ruptura de Hoek-Brown rigoroso em solução elastoplástica.

4.4 Análise dos Resultados

Analisando os problemas apresentados neste Capítulo nota-se a coerência dos resultados a qual se baseia nas seguintes observações:

- no regime puramente elástico, pilar 1.1 e túnel 1.1, as tensões são idênticas para todos os critérios, ou seja, Hoek-Brown tangente, Hoek-Brown rigoroso e Mohr-Coulomb;

- os fatores de segurança calculados através do critério de Mohr-Coulomb são sempre maiores do que os calculados pelos outros dois critérios, conforme previsto pela teoria;

- as distribuições de tensões nas implementações do critério de Hoek-Brown rigoroso e tangente são bastante próximas;

- observa-se no problema do pilar que as tensões na lateral do pilar não são máximas, mesmo em regime elástico;

- os fatores de segurança nas implementações do critério de Hoek-Brown rigoroso e tangente são bem próximos. As discrepância são devidas às oscilações durante o processo interativo, causadas pelas simplificações introduzidas na metodologia de uso das tangentes e

- observa-se aumento da zona de plastificação com o incremento de carregamento. O que permite dimensionamento de estruturas de sustentação com maior precisão.

Pelo que foi apresentado neste Capítulo fica validada a implementação do critério de escoamento de Hoek-Brown em regime elastoplástico, de forma exata.

5. CONCLUSÕES

As conclusões mais importantes deste trabalho são as seguintes:

- Nesta pesquisa concluímos que realmente pode-se inferir as propriedades de resistência do maciço a partir da resistência da rocha intacta, calculada em laboratório, em conjunção com sistemas de classificação de maciço rochoso ou curva de efeito escala.

- Estabeleceu-se a correlação entre as propriedades c, ϕ, σ_c e β do critério de Mohr-Coulomb com s, m e σ_c do critério de Hoek-Brown, tendo sido constatada a sua exatidão numericamente através dos exemplos usando-se ambos os critérios.

- Observou-se através dos exemplos baseados na solução aproximada pelo método tangente ao critério de Mohr-Coulomb, que a implementação elastoplástica do critério de Hoek-Brown está correta.

- Estabeleceu-se a correlação entre os parâmetros m e s, usados no plano (σ_1 , σ_3), com os parâmetros A e B, usados no plano (τ , σ), do critério de Hoek-Brown.

- Observou-se através do critério de Hoek-Brown, o espalhamento da zona de plastificação ao redor do túnel para solução elastoplástica em relação a solução elástica.

- Através da plotagem das superfícies referentes aos critérios de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb conclui-se pela exatidão da formulação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] - Bieniawski, Z. T. 'The Rock Mass Rating (RMR) System (Geomechanics Classification)', in: Engineering practice, Kirkaldie, L. (ed). Rock classification system for engineering purposes (STP 984). Philadhelfia, USA, ASTM, pp. 17-34, 1988.

[2] - Barton, N., Lien, R. & Lund, E. J., 'Engineering Classification of Rock masses for the Design of Tunnel Support'. Rock Mechanics N°. 6, 1977.

[3] - Lima, A. A., 'Estudo comparativo entre métodos empíricos e elementos finitos para o dimensionamento de pilares de minas'. Tese para professor titular, Departamento de Mineração e Geologia, CCT, UFPB, 1992.

[4] - Silva, L. A. A. & Hennies, W. T., 'A methodology for rock mass compressive strenght characterization from laboratory tests', in: A. Pinto da Cunha, (Ed), 'Scale Effects in Rock Masses 93'. A. A. Balkema, Rotterdam, pp. 217-224, 1992.

[5] - Tsur-Lavie, Y. & Denekamp, S. A., 'Size and shape effect in pillar design', in: Farmer I. W. (Ed.). Strata Mechanics, pp. 245-248, Elsevier, Amsterdam, 1982.

[6] - Hoek, E. & Brown, E. T., 'Underground excavations in rock'. London, UK. The Institution of Mining & Metallurgy, 527p., 1980.

[7] - Bieniawski, Z. T. 'Improved design of room-and-pillar coal mines for U.S. conditions', In: Browner C. O. (Ed.). Proc. 1st Int. Conf. on Stability in Underground Mining. pp. 19-51, SME-AIME, New York, 1982.

[8] - Bieniawski, Z. T., 'An overview of ground support considerations in room and pillar coal mining', in: Chuck Y. P. (Ed.). Ground Control in Room and Pillar Mining, pp. 95-104, SME-AIME, New York, 1982.

[9] - Barton, N., 'Previsão do comportamento de aberturas subterrâneas em maciços rochosos'. Geotecnia, Vol. 53, pp. 07-48, 1988.

[10] - Hoek, E & Brown, E. T., 'Empirical strenght criterion for rock masses'. Journal Geotechinical Eng. Div. 106, ASCE, pp. 1013 - 1035, 1980.

[11] - Amadei., 'Schlumberger lecture award paper'. Int. Journal Num. Meth. Eng.,1992.

[12] - Barla, G., Rock anisotropy: 'Theory and laboratory testing in rock mechanics'. Edit by Müller L. pp.131-169. Udine, Italy, 1974.

[13] - Deere, D. U., 'Tecnical description of rock cores for Engineering purposes. Rock Mechanics and Engineering Geology'. Vol. 1, pp. 17-22, 1964.

[14] - Barton N. R., 'Recente experiences with the Q-System of tunnel support design', in: Bieniawski Z. T. (Editor). Exploration for Rock Engineering. Vol. 1, pp. 107-118, A. A. Balkema, Rotterdam, 1976.

[15] - Bieniawski, Z. T. 'Rock mass classification in rock engineering', in: Bieniawski Z. T. (Editor). Exploration for Rock Engineering. Vol. 1, pp. 97-106, A. A. Balkema, Rotterdam, 1976.

[16] - Goodman, R. E., 'Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rocks'. West Publishing Company, St. Paul, 1976.

[17] - Lama, R. D. & Vutukuri, V. S., 'Handbook on Mechanical Properties of Rocks'. Vol. IV, Trans. Tech Publications, Causthal, Germany, 1978.

[18] - Lauffer, M., 'Gebirgklassifizierung fur den Stollenhua'. Geologie und Bauwessen, 24, 1958.

[19] - Bieniawski, Z. T., 'Geomechanical classification of rock masses and its aplication in tunneling'. 3rd International Congress on Rock Mechanics, Denver, USA, ISRM. HA: 27-32, 1974.

[20] - Ojima, L. M., 'Metodologia de Classificação de Maciços Rochosos Aplicável a Túneis'. Síntese de Pós-Graduação N°. 1, ABGE, 1982.

[21] - Pincus, H. J., 'Opening remarks', in Engineering practice, Kirkaldie. L. (ed). Rock classification system for engineering purposes (STP 984). Philadelphia, USA, ASTM, pp. 01-03, 1988.

[22] - Brady, B. H. G. & Brown, E. T., 'Rock mechanics for underground mining'. Londn, UK, George Allen & Unwin, 527p., 1985.

[23] - Hudson, J. A.; Arnold, P. N. & Tamai, A., 'Rock engineering mechanisms information technology (REMIT)', Part I - The basic method; Part II - Ilustrative case examples. 7th. International Congress on Rock Mechanics. Aachen, Germany, ISRM, Vol. 2, pp., 1113-1119, 1991.

[24] - Vinueza, G., 'Classificação geomecânica subsidiando a modelagem numérica de uma mina subterrânea'. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-012A/94, Departamento de Engenharia civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 129p. 1994.

[25] - Bieniawski, Z. T., 'Engineering rock mass classifications'. New York, USA, John Wiley & Sons, 251p., 1989.

[26] - Albuquerque, R.; Pinto, S.; Rodrigues, R. L. & Nieble, C. M., 'Modelo geomecânico da mina de ouro de Fazenda Brasileiro - CVRD'. 6°. Congresso Brasileiro de Geologia de Engenharia / 9°. Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e de Engenharia de Fundações. Salvador, BA, ABGE / ABMS. Vol. 1, pp. 01-10, 1990.

[27] - Laubscher, D. H. & Taylor, H. W., 'The importance of geomechanics classification of jointed rock masses in mining operations', in: Bieniawski, Z. T. (Ed.). Exploration for Rock Engineering. Vol. 1, pp., 119-128, A. A. Balkema Rotterdam, 1976.

[28] - Barton, N., 'Rock mass classification and tunnel reinforcement selection using the Q-system', in: Kirkaldie, L. (Ed.). Rock classification system for engineering purpose (STP 984). Philadelphia, USA, ASTM, pp. 59-88, 1988.

[29] - Barton, N.; Lien, R. & Lund, J., 'Estimation of support requirements for underground excavations'. Proceedings 16th Symposium on Rock Mechanics, Minneapolis, USA, 1977.

[30] - Obert, L. & Duvall, W. I., 'Rock Mechanics and Design of Structures in Rock'. John Wiley, New York, 1967.

[31] - Jaeger, J. C. & Cook, N. G. W., 'Fundamentals of rock mechanics', 2nd ed. Chapman and Hall, London, 1976.

[32] - Priest, S. D. & Brown, E. T., 'Probabilistic stability analysis of variable rock slopes'. Trans. Instn. Min. Metall. 92, A1-A12, 1983.

[33] - Hoek, E., Tecnical Note. 'Estimating Mohr-Coulomb Friction and Cohesion Values from the Hoek-Brown Failure Criterion'. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Vol. 27, N°. 3, pp. 227-229, Great Britain, 1990.

[34] - Hoek, E., 23ª. 'Rankine lecture, strenght of jointed rock masses'. Géotechnique 33, pp. 187-223, 1983.

[35] - Hoek, E. & Brown, E. T., 'The Hoek-Brown failure criterion' a 1988 update. Proc. 15th Can. Rock Mech. Symp, University of Toronto, pp. 31-38, 1988.

[36] - Hoek, E. & Bray, J. W. 'Rock Slope Engineering', 3rd edition, The Institution of Mining and Metallurgy, London, 1981.

[37] - Hoek, E., 'Analysis of slope stability in very heavely jointed or weathered rock masses', in: Browner C. O. (Ed.). Proc. 3rd Int. Conf. on Stability in Surface Mining. SME-AIME, New York, 1982.

[38] - Owen, D. R. J. & Hinton, E., 'Finite Elements in Plasticity'. Pineridge Press, Swansea, 1980.

[39] - Mises, Huber-von, 'Mechanik der plastischen Formanderung der Kristallen'. Z. Angew. Math. Mech.,Vol. 8, pp. 161-85, 1928.

[40] - Nayak, G. C. & Zienkiewicz, O. C., 'Elasto-plastic stress analysis. Generalization for various constitutive relations including strain softening'. Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 5, pp. 113-35, 1972.

[41] - Lima, A. A. 'An Advanced Implementation of the Boundary Element Method for Plane-Strain Elastoplasticity'. University of Missouri-Rolla. 1988.

[42] - Zienkiewicz, O. C., - 'The Finite element method', 3th edition, McGraw-Hill Book Co. (U.K) Limited, Maidenhead, Berkshire, England, 1977.

[43] - Fung, Y.C., 'Fundations of Solid Mechanics'. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1965.

[44] - Drucker, D. C., 'A more fundamental approach to plastic stress-strain solutions'. Proc. 1st. U. S. Natn. Cong. Appl. Mech., pp. 478-91, 1951.

[45] - Nayak, G. C. & Zienkiewicz, O. C., 'Convenient form of stress invariants for plasticity'. J. of Struct. Div. Proc. of ASCE, pp. 949-953, 1972.

[46] - Koiter, W. T., 'Stress-strain relations. uniqueness and variational problems for elastis plastic materials with a singular yield surface'. Q. J. Appl. Math., Vol. 11, pp. 350-354, 1953.

[47] - Frederick, D. & Chang, T. S., 'Continuum mechanics'. Allyn and Bacon, 1965.

[48] - Peng, S. S. & Su, W. H., 'The Cause of Cyclic Excessive Convergence at the Longwall Tailentry'. Int. J. Mining Eng. Vol. 1, pp. 27-41, 1983.

[49] - Jeremic, M. L. & Lutley, H. J., 'Stress Analysis in Underground Extraction of Steeply Dipping Thick coal Seams'. Proc. 1st U. S. Symp. on Rock Mechanics, Missouri-Rolla, 1980.

[50] - Reyes, S. F. & Deeres, D. U., 'Elastic-plastic Analysis of Underground Openings by the Finite Element Method'. Proc. 1st Int. Congr. Rock Mechanics', Lisbon, pp. 477-483, 1966.

[51] - Lima, A. A., Gopinath, T. R. & Alcântara, M. E., 'Comparison of Pillar Strengths Calculated Using Empirical Equations and Finite Elements'. 16th. Conference on Ground Control in Mining, University of West Virginia, USA, pp. 274-281, 1997.

[52] - Pereira, A. S. C. & Carvalho, J. A. R., 'Rock mass classification to tunnel purpose, correlations between the systems proposed by Wickham et al., Bieniawski and Rocha'. 7th. Int. Congress on Rock Mechanics. Aachen, Germany, ISRM, Vol. 2, pp. 841-844, 1991.

[53] - Rabcewicz, L. V., 'Princípios e modos de aplicação do novo método austríaco de abertura de túneis, com atenção particular às condições geotécnicas e topográficas brasileiras' . ABGE, tradução n°. 8 por Horst Eckschmidt, 1979.

[54] - Goodman, R, E., ' Introduction to Rock Mechanics', John Wiley & Sons. New York, 2nd ed. , 562 p., 1989.

ANEXO I

PLOTAGEM DAS SUPERFÍCIES DE ESCOAMENTO DOS CRITÉRIOS DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB E HOEK-BROWN, NO ESPAÇO DE TENSÕES PRINCIPAIS.

A superfície de escoamento para determinado material, referente a um critério de ruptura ou escoamento é obtida utilizando as três combinações de tensões principais.

Para plotagem de uma superfície de escoamento, através do programa Matlab, deve-se conhecer a origem e uma seção normal genérica da mesma, a partir de então gera-se a superfície utilizando-se todas as combinações de tensões principais possíveis.

Começa-se determinando uma seção genérica normal ao eixo definido por $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ através dos pontos 1,2,...,6 da Figura AI.1. Observe que no ponto 1 $\sigma_1 = \sigma_3$, no ponto 2 $\sigma_2 = \sigma_3$, no ponto 3 $\sigma_1 = \sigma_2$, no ponto 4 $\sigma_1 = \sigma_3$, no ponto 5 $\sigma_2 = \sigma_3$ e no ponto 6 $\sigma_1 = \sigma_2$. Utilizaremos também, o invariante de tensões J_1 definido como segue:

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

A seguir tem-se um modelo para gerar as superfícies de escoamento dos critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown.

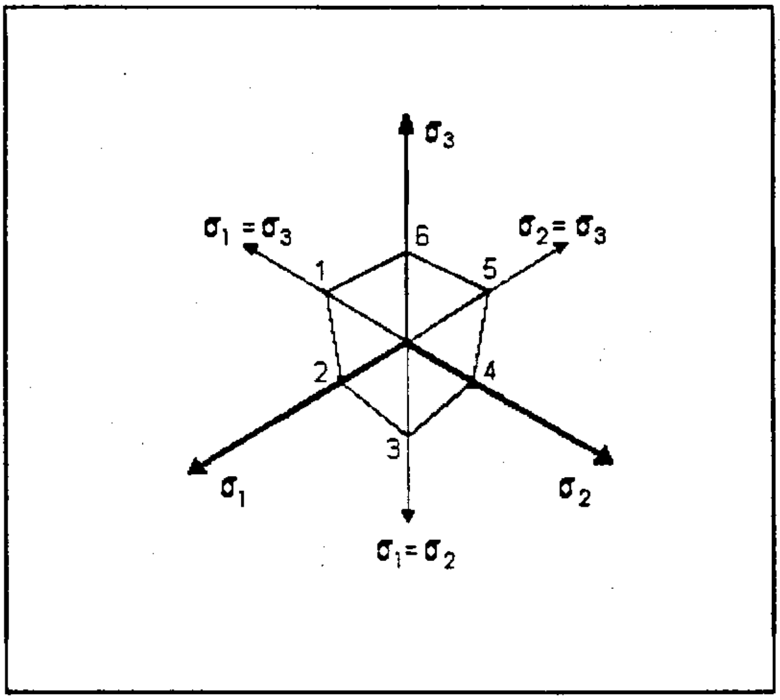

Figura AI.1. Esquema genérico de uma seção transversal às superfícies de escoamento dos critérios de ruptura de Hoek-Brown e Mohr-Coulomb.

1.1 Critério de Mohr-Coulomb no espaço σ_1, σ_2, σ_3.

O critério de Mohr-Coulomb é definido neste espaço pela seguinte equação:

$$\sigma_{max} = \sigma_c + \sigma_{min} \tan\beta$$

Sendo σ_1 a tensão principal máxima e σ_2 a tensão principal mínima, o critério de Mohr-Coulomb assume a seguinte forma:

$$\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_2 \tan\beta.$$

Sendo $\sigma_1 = \sigma_3$ e $J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, tem-se: $\sigma_2 = J_1 - 2\sigma_1$,

logo:

$$\sigma_1 = \sigma_c + (J_1 - 2\sigma_1)\tan\beta,$$

portanto:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_c + J_1 \tan\beta}{1+2\tan\beta} = \sigma_3 = a_1$$

e

$$\sigma_2 = J_1 - 2\left(\frac{\sigma_c + J_1 \tan\beta}{1+2\tan\beta}\right) \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \frac{J_1 - 2\sigma_c}{1+2\tan\beta} = a_2$$

Agora, sendo $\sigma_2 = \sigma_3$, tem-se: $\sigma_2 = \frac{1}{2}(J_1 - \sigma_1)$, logo:

$$\sigma_1 = \sigma_c + \frac{1}{2}(J_1 - \sigma_1)\tan\beta,$$

portanto:

$$\sigma_1 = \frac{2\sigma_c + J_1 \tan\beta}{2+\tan\beta} = b_1$$

e

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\left(J_1 - \frac{2\sigma_c + J_1 \tan\beta}{2+\tan\beta}\right) \quad \text{ou} \quad \sigma_2 = \frac{J_1 - \sigma_c}{2+\tan\beta} = \sigma_3 = b_2$$

A origem da superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb (J_1^0) se encontra no eixo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, conforme Figura AI.2

Através da equação $\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_3 \tan\beta$, conclui-se que:

$$\sigma_1^0 = \frac{\sigma_c}{1-\tan\beta}$$

logo:

$$J_1^0 = \frac{3\sigma_c}{1-\tan\beta}$$

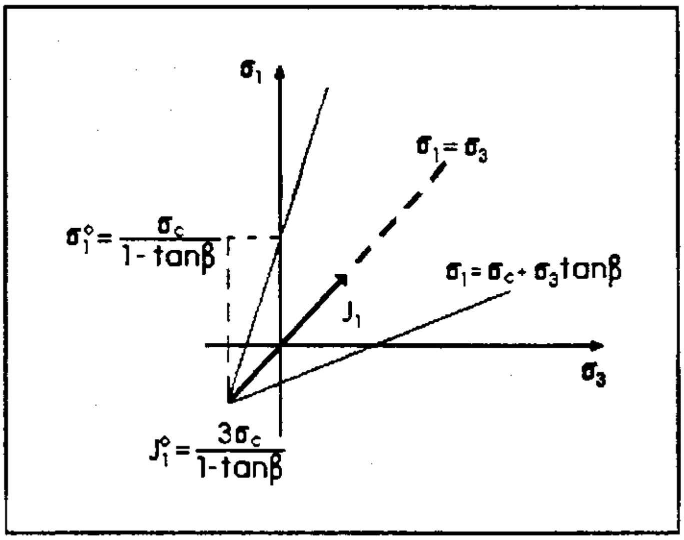

Figura AI. 2. Representação geométrica do vértice da superfície de escoamento do critério de Mohr-Coulomb.

1.2. Critério de Hoek-Brown no espaço σ_1, σ_2, σ_3.

O critério de Hoek-Brown neste espaço é definido pela seguinte equação:

$$\sigma_{máx} = \sigma_{min} + \sqrt{m\sigma_c\sigma_{min} + s\sigma_c^2} \quad \text{ou} \quad \sigma_1 = \sigma_2 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_2 + s\sigma_c^2}$$

Sendo $\sigma_1 = \sigma_3$ e $J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, obtém-se $\sigma_2 = J_1 - 2\sigma_1$, logo:

$$\sigma_1 = J_1 - 2\sigma_1 + \sqrt{m\,\sigma_c J_1 - 2m\,\sigma_c\sigma_1 + s\,\sigma_c^2}$$

então:

$$(3\sigma_1 - J_1)^2 = m\,\sigma_c J_1 - 2m\,\sigma_c\sigma_1 + s\,\sigma_c^2$$

ou

$$9\sigma_1^2 + 2(m\sigma_c - 3J_1)\sigma_1 + (J_1^2 - m\sigma_c J_1 - s\sigma_c^2) = 0$$

portanto:

$$\sigma_1 = \frac{3J_1 - m\sigma_c \pm \sqrt{(m\sigma_c - 3J_1)^2 - 9(J_1 - m\sigma_c J_1 - s\sigma_c^2)}}{9} = \sigma_3 = a_1$$

e

$$\sigma_2 = J_1 - 2\sigma_1 = a_2$$

Agora, sendo $\sigma_2 = \sigma_3$, obtém-se:

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(J_1 - \sigma_1),$$

logo:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(J_1 - \sigma_1) + \sqrt{\frac{m\,\sigma_c}{2}(J_1 - \sigma_1) + s\,\sigma_c^2}$$

então:

$$\left(\frac{3\sigma_1 - J_1}{2}\right)^2 = \frac{m\,\sigma_c}{2}(J_1 - \sigma_1) + s\,\sigma_c^2$$

ou

$$9\sigma_1^2 + (2m\sigma_c - 6J_1)\sigma_1 + (J_1^2 - 2m\sigma_c J_1 - 4s\sigma_c^2) = 0$$

portanto:

$$\sigma_1 = \frac{3J_1 - m\sigma_c \pm \sqrt{(m\sigma_c - 3J_1)^2 - 9(J_1^2 - 2m\sigma_c J_1 - 4s\sigma_c^2)}}{9} = b_1$$

e

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(J_1 - b_1) = \sigma_3 = b_2$$

A origem da superfície de escoamento no critério de Hoek-Brown se encontra no eixo $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

Através da equação $\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2}$ obtém-se $\sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} = 0$, de onde conclue-se que:

$$\sigma_3^0 = -\frac{s\sigma_c^2}{m\sigma_c} .$$

Como

$$J_1 = 3\sigma_3$$

tem-se:

$$J_1^0 = -3\frac{s\sigma_c^2}{m\sigma_c}$$

1.4. Programa Matlab para Desenhar as Superfícies de Escoamento dos Critérios de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown no Espaço σ_1, σ_2, σ_3

```
%*************************************************************************
% Programa Matlab para Plotar a Superficie de Escoamento Utilizando o
% Criterio de ruptura de Hoek-Brown em três dimensões
% Decodificado por Prof. Aarão de Andrade Lima
% Modificado em Parte por Prof. Natanael Victor de Oliveira 21/09/97
% Modificado por Marconi Edson de Alcântara em 30/09/97
% Nome do Arquivo darao4.m
% ***********************************************************************
 tic
 clear all
 N=input('Pts que deseja representar a Superficie de Escoamento N>=5,N=')
 M=input('Loop para geração e evolução da Superficie, M=')
%
% A=input('Para Critério Hoek-Brown, A=m*Tensão de Compressão, A=')
% B=input('Para Critério de Hoek-Brown, B=s*Tensão de Compressão^2, B=')
% t_beta=input('Para critério de Mohr-Coulomb, t_beta=')
% sc=input('Para Critério de Mohr-Coulomb, sc=')
%
  t_beta=2.77;
    sc=6.41;
     A=22.7;
```

```
    B=41.1;
 origem1=-3*B/A;
 sbarr(1)=origem1;
 for k=1:M;
 for i=2:N+k;
%
%        sbarr(i)=sbarr(i-1)-origem1/4
%
   sbarr(i)=sbarr(i-1)-origem1/(N+k-1);
%
   end;
%
%        for i=6:5*N+k;
%
   for i=(N+k+1):5*N+k;
%
         sbarr(i)=sbarr(i-1)+0.5+(i-5)*0.2;
          end;
  for i=1:5*N+k;
     delta=sqrt((A-3*sbarr(i))^2-9*(sbarr(i)^2-A*sbarr(i)-B));
     A1=(3*sbarr(i)-A+delta)/9;
     A2=sbarr(i)-2*A1;
     delta=sqrt((A-3*sbarr(i))^2-9*(sbarr(i)^2-2*A*sbarr(i)-4*B));
     B1=(3*sbarr(i)-A+delta)/9;
     B2=sbarr(i)/2-B1/2;
     S1(i,1)=A1;
     S2(i,1)=A2;
     S3(i,1)=A1;
     S1(i,2)=B1;
     S2(i,2)=B2;
     S3(i,2)=B2;
     S1(i,3)=A1;
     S2(i,3)=A1;
     S3(i,3)=A2;
     S1(i,4)=B2;
     S2(i,4)=B1;
     S3(i,4)=B2;
     S1(i,5)=A2;
     S2(i,5)=A1;
     S3(i,5)=A1;
     S1(i,6)=B2;
     S2(i,6)=B2;
     S3(i,6)=B1;
     S1(i,7)=A1;
     S2(i,7)=A2;
     S3(i,7)=A1;
    for j=1:7;
```

```
            color1(i,j)=sbarr(i);
             end;
               end;
  for kk=1:M;
  figure(1)
  surf(S1,S2,S3,color1)
 % axis([-10 30 -10 30 -10 20])
  %view(-45,75)
  grid on
  title('Superfície de Escoamento do Critério de Hoek-Brown no  Espaço das Tensões
Principais')
  xlabel('Sigma1 (MPa)')
  ylabel('Sigma2 (MPa)')
  zlabel('Sigma3 (MPa)')
  figure(2)
  plot3(S1,S2,S3)
  %axis([-10 30 -10 30 -10 20])
  grid on
  title('Envoltória do Critério de Hoek-Brown no  Espaço das Tensões Principais')
  xlabel('Sigma1 (MPa)')
  ylabel('Sigma2 (MPa)')
  zlabel('Sigma3 (MPa)')
  figure(3)
  surf(S1,S2,S3,color1)
 % axis([-10 30 -10 30 -10 30])
  grid on
  view([20,20,20])
  title('Superfície de Escoamento do critério de Hoek-Brown no Espaço das Tensões
Principais')
  xlabel('Sigma1 (MPa)')
  ylabel('Sigma2 (MPa)')
  zlabel('Sigma3 (MPa)')
  end;
     end;
        end;
           end;
              end;
%  pause
%
%*********************************************************************
% Programa Matlab para Desenhar a Superficie de Escoamento
% Utilizando o Criterio de Mohr-Coulomb em três dimensões.
%*********************************************************************
%
 origem=3*sc/(1-t_beta);
 sbar(1)=origem;
 for k=1:M;
```

```
 for i=2:N+k;
%
%    sbar(i)=sbar(i-1)-origem/4;
%
    sbar(i)=sbar(i-1)-origem/(N+k-1)
%
    end;
%
%     for i=6:5*N+k;
%
    for i=(N+k+1):5*N+k
         sbar(i)=sbar(i-1)+0.5+(i-5)*0.2;
          end;
  for i=1:5*N+k;
  a1=(sc+sbar(i)*t_beta)/(1+2*t_beta);
  a2=(sbar(i)-2*sc)/(1+2*t_beta);
  b1=(2*sc+sbar(i)*t_beta)/(2+t_beta);
  b2=(sbar(i)-sc)/(2+t_beta);
  s1(i,1)=a1;
  s2(i,1)=a2;
  s3(i,1)=a1;
  s1(i,2)=b1;
  s2(i,2)=b2;
  s3(i,2)=b2;
  s1(i,3)=a1;
  s2(i,3)=a1;
  s3(i,3)=a2;
  s1(i,4)=b2;
  s2(i,4)=b1;
  s3(i,4)=b2;
  s1(i,5)=a2;
  s2(i,5)=a1;
  s3(i,5)=a1;
  s1(i,6)=b2;
  s2(i,6)=b2;
  s3(i,6)=b1;
  s1(i,7)=a1;
  s2(i,7)=a2;
  s3(i,7)=a1;
        for j=1:7;
        color(i,j)=sbar(i);
           end;
              end;
  for kk=1:M;
  figure(4)
  surf(s1,s2,s3,color)
  %axis([-10 30 -10 30 -10 30])
```

```
grid on
title('Superfície de Escoamento do Critério de Mohr-Coulomb no  Espaço das Tensões
Principais')
xlabel('Sigma1 (MPa)')
ylabel('Sigma2 (MPa)')
zlabel('Sigma3 (MPa)')
figure(5)
plot3(s1,s2,s3)
%axis([-10 30 -10 30 -10 30])
grid on
title('Envoltória do Critério de Mohr-Coulomb no  Espaço das Tensões Principais')
xlabel('Sigma1 (MPa)')
ylabel('Sigma2 (MPa)')
zlabel('Sigma3 (MPa)')
figure(6)
surf(s1,s2,s3,color1)
grid on
view([25,25,25])
%axis([-10 35 -10 35 -10 25])
title('Superfície de Escoamento do critério de Mohr-Coulomb no Espaço das Tensões
Principais')
xlabel('Sigma1 (MPa)')
ylabel('Sigma2 (MPa)')
zlabel('Sigma3 (MPa)')
end;
  end;
    end;
      end;
        end;
toc
```

ANEXO II

INSTRUÇÕES PARA PREPARAÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS.

Neste anexo são apresentadas as instruções para preparação dos dados de entrada para análise elastoplástica em duas dimensões de problemas em planos e sólidos com eixo de simetria, programa desenvolvido por Owen & Hinton, (pp. 511 a 516, Ref. 38).

Conjunto de dados 01 - 01 linha, formato (12A6).

Colunas 1 a 72 título do problema com 72 caracteres alfanumérico.

Conjunto de dados 02 - 01 linha, formato (11I5).

Colunas 01 a 05 (NPOIN) - Número total de pontos nodais.

Colunas 06 a 10 (NELEM) - Número total de elementos.

Colunas 11 a 15 (NVFIX) - Número total de pontos restringidos da fronteira, onde um ou mais graus de liberdade estão restritos.

Colunas 16 a 20 (NTYPE) - Tipo do material.

Colunas 21 a 25 (NNODE) - Número de nós por elemento:

4 - Elemento linear quadrilateral;

8 - Elemento quadrático serependity e

9 - Elemento quadrático Lagrangeano.

Colunas 26 a 30 (NMATS) - Número total de materiais diferentes.

Colunas 31 a 35 (NGAUS) - Ordem da fórmula de integração para integração numérica:

2 - Regra da quadratura de Gauss para dois pontos e

3 - Regra da quadratura de Gauss para três pontos.

Colunas 36 a 40 (NALGO) - Parâmetro para solução não linear:

0) Solução elástica;

1) Método da rigidez inicial. A rigidez do elemento é calculada no início do processo de solução e permanece inalterada até o final;

2) Método da rigidez tangencial. A rigidez do elemento é recalculada para cada interação de cada incremento de carga;

3) Algoritmo combinado (versão i). A rigidez do elemento é recalculada apenas para cada primeira interação de cada incremento de carga e

4) Algoritmo combinado (versão ii). A rigidez do elemento é recalculada apenas para a segunda interação de cada incremento de carga.

Colunas 41 a 45 (NCRIT) - Parâmetro critério de escoamento:

1 - Tresca;

2 - Huber-von Mises;

3 - Mohr-Coulomb;

4 - Drucker-Prager;

5 - Hoek-Brown tangente e

6 - Hoek-Brown rigoroso.

Colunas 46 a 50 (NINCS) - Número de incrementos que o carregamento total é para ser aplicado.

Colunas 51 a 55 (NSTRE) - Número de componentes de tensão em um ponto:

3 - Tensão ou deformação no plano

4 - Simetria axial.

Conjunto de dados 03 - Dados dos elementos, formato (11I5), 01 linha para cada elemento.

Colunas 01 a 05 (NUMEL) - Número do elemento.

Colunas 06 a 10 - MATNO(NUMEL, 1). Número da propriedade do material.

Colunas 11 a 15 - LNODS(NUMEL, 2). Número da primeira conexão nodal.

Colunas 51 a 55 - LNODS(NUMEL, 9). Número da nona conexão nodal.

Notas:1) As colunas 31 a 55 ficam em branco para elementos com 4 nós.

2) As colunas 51 a 55 ficam em branco para elementos com 8 nós e

3) O número de conexões nodais deve ser listado em uma seqüência anti-horária, começando de qualquer nó de canto.

Conjunto de dados 04 - Dados dos nós, formato (I5, 2F10.5), 01 linha para cada nó cujas coordenadas são dados de entrada.

Colunas 01 a 05 (IPOIN) - Número do ponto nodal.

Colunas 06 a 15 COORD(IPOIN,1)-Coordenada x (ou r) do nó.

Colunas 16 a 25 COORD(IPOIN,2)-Coordenada y (ou z) do nó.

Notas:1) O número total de linhas neste conjunto geralmente difere do NPOIN (conj. de dados 2) pois para elementos quadráticos cujos lados são lineares, só é necessário especificar os dados dos nós dos cantos, as coordenadas dos nós intermediários são interpoladas automaticamente se estiverem sobre linha reta;

2) Para elementos Lagrangeanos as coordenadas do nono nó(nó central) não são fornecidas e

3) As coordenadas do nó de maior número devem ser fornecidas apesar de ser ou não um nó central.

Conjunto de dados 05 - Dados dos nós restringidos, formato (1X, I4, 5X, 2F10.5), 01 linha para cada nó restringido. Total de linhas NVFIX (ver conjunto de dados 2).

Colunas 02 a 05 - NOFIX(IVFIX), número do nó restringido.

Colunas 11 a 15 - IFPRE, Código da restrição

10 Deslocamento nodal restringido na direção x(ou r).

01 Deslocamento nodal restringido na direção y(ou z).

11 Deslocamento nodal restringido em ambas direções.

Colunas 21 a 30 - PRESC(IVFIX , 1), valor prescrito da componente x (ou r) do deslocamento nodal.

Colunas 31 a 40 - PRESC(IVFIX , 2), valor prescrito da componente y (ou z) do deslocamento nodal.

Conjunto de dados 06 - Dados do material.

6(a) Dados de controle, formato (I5), uma linha.

Colunas 01 a 05 - NUMAT número de identificação do material.

6(b) Dados das propriedades, formato (7F10.5), uma linha para cada material diferente.

Colunas 01 a 10 - PROPS(NUMAT,1)módulo de elasticidade E.

Colunas 11 a 20 - PROPS(NUMAT,2)coeficiente de Poisson ν.

Colunas 21 a 30 - PROPS(NUMAT,3) espessura do material, t (fica em branco para problemas de plano de deformação e com eixo de simetria).

Colunas 31 a 40 - PROPS(NUMAT,4) densidade do material ρ.

Colunas 41 a 50 - PROPS(NUMAT,5) tensão de escoamento uniaxial (σ_y), ou coesão (c) para os critérios de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager, ou o parâmetro ($s\sigma_c^2$) para o critério de Hoek-Brown.

Colunas 51 a 60 - PROPS(NUMAT,6) parâmetro *Strain Hardening* (H').

Colunas 61 a 70 - PROPS(NUMAT,7) ângulo de fricção (ϕ) em graus para os critérios de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager e parâmetro ($m\sigma_c$) do critério de Hoek-Brown.

Nota: Este conjunto de dados é repetido para cada material diferente.

Conjunto de dados 07 - Título do tipo de carregamento, 01 linha, formato (12A6).

Colunas 01 a 72 - título. Título do tipo de carregamento limitado a 72 caracteres alfanumérico.

Conjunto de dados 08 - Dados de controle de carga, formato(3I5), 01 linha.

Colunas 01 a 05 - IPLOD. Parâmetro de controle de carga aplicada ao ponto:

0 - Nenhuma carga aplicada ao nó é considerada

1 - Considera-se carga aplicada ao nó.

Colunas 06 a 10 - IGRAV. Parâmetro de controle de carga gravitacional.

0 - Nenhuma carga gravitacional é considerada e

1 - Considera-se carga gravitacional.

Colunas 11 a 15 - IEDGE. Parâmetro de controle de carga distribuída na lateral do elemento:

0 - Nenhuma carga distribuída é considerada e

1 - Considera-se a carga distribuída na lateral do elemento.

Conjunto de dados 09 - Dados de carga aplicada, formato (I5,2F10.3), uma linha para cada ponto nodal carregado.

Colunas 01 a 05 - LODPT. Número do nó.

Colunas 06 a 15 - POINT(1). Componente de carga na direção x (ou r).

Colunas 16 a 25 - POINT(2). Componente de carga na direção y (ou z).

Notas:1) A última linha deve ser referente ao nó de maior número quer seja carregado ou não.

2) Para problemas com eixo de simetria os dados de entrada de carga devem ser a carga total sobre o anel circular passando no ponto nodal considerado.

3) Se IPLOD = 0 no conjunto 8, omite-se o conjunto 9.

Conjunto de dados 10 - Dados de carregamento gravitacional, formato(2F10.3), 01 linha.

Colunas 01 a 10 - THETA. Ângulo do eixo de gravidade medido a partir do eixo y positivo (Fig. 6.7 na Ref. 38).

Colunas 11 a 20 - GRAVY. Constante de gravidade, é um múltiplo da aceleração da gravidade, g.

Nota: Se IGRAV = 0 no conjunto 8, omite-se o conjunto 10.

Conjunto de dados 11 - Dados das cargas distribuídas na lateral do elemento.

11(a) Dados de controle, formato(I5), 01 linha.

Colunas 01 a 05 - NEDGE. Número de laterais do elemento sobre as quais as cargas são aplicadas.

11(b) Dados da topologia da face do elemento, formato(4I5).

Colunas 01 a 05 - NEASS. Número do elemento com o qual a lateral do elemento está associado.

Colunas 06 a 10 NOPRS(1), 11 a 15 NOPRS(2) e 16 a 20 NOPRS(3). Lista de pontos nodais dos nós que compõem a face do elemento no qual a carga distribuída atua, em seqüência anti-horária.

Nota: Elt° linear com 4 nós, colunas 16 a 20 ficam em branco.

11(c) Dados da carga distribuída, formato(6F10.3).

Colunas 01 a 10 - PRESS(1,1). Valor da componente normal da carga distribuída no nó NOPRS(1).

Colunas 11 a 20 - PRESS(1,2). Valor da componente tangencial da carga distribuída no nó NOPRS(1).

Colunas 21 a 30 - PRESS(2,1). Valor da componente normal da carga distribuída no nó NOPRS(2).

Colunas 31 a 40 - PRESS(2,2). Valor da componente tangencial da carga distribuída no nó NOPRS(2).

Colunas 41 a 50 - PRESS(3,1). Valor da componente normal da carga distribuída no nó NOPRS(3).

Colunas 51 a 60 - PRESS(3,2). Valor da componente tangencial da carga distribuída no nó NOPRS(3).

Notas:1) Para elementos lineares com 04 nós, as colunas 41 a 60 ficam em branco.

2) Os subconjuntos 11(b) e 11(c) devem ser repetidos em ciclo para todas laterais do elemento sobre as quais a carga distribuída atua. As laterais do elemento deve ser considerada em toda ordem.

Conjunto de dados 12 - Dados de controle dos incrementos de carga, formato(2F10.5,3I5), 01 linha para cada incremento de carga. Número total de linhas NINCS, ver conjunto 2.

Colunas 01 a 10 - FACTO. Fator de carga aplicada para este incremento, especificado como fator de entrada de carregamento nos conjuntos de dados 08 a 11.

Colunas 11 a 20 - TOLER. Fator tolerância da convergência.

Colunas 21 a 25 - MITER. Número máximo de interações permitidas para o incremento de carga.

Colunas 26 a 30 - NOUTP(1). Parâmetros que controlam as saídas dos resultados após a primeira interação:

0 - nenhuma saída;

1 - saída dos deslocamentos e

3 - saída dos deslocamentos, reações e tensões.

Colunas 31 a 35 - NOUTP(2). Parâmetros que controlam as saídas dos resultados que convergiram:

0 - nenhuma saída;

1 - saída dos deslocamentos;

2 - saída dos deslocamentos e reações e

3 - saída dos deslocamentos, reações e tensões.

Nota: Os fatores de carga aplicada são acumulativos. Se FACTO é definido como 0.6, 0.3, 0.2 para os três primeiros incrementos de carga, então a carga no terceiro incremento é 1.1, conforme especificada nos conjuntos de dados 08 a 11.

ANEXO III

CODIFICAÇÃO DO PROGRAMA DE OWEN & HINTON EM LINGUAGEM FORTRAN COM AS RESPECTIVAS ALTERAÇÕES REFERENTES A IMPLEMENTAÇÃO DO CRITÉRIO DE HOEK-BROWN EM REGIME ELASTOPLÁSTICO.

Neste anexo apresenta-se a codificação original do programa de Owen & Hinton com as modificações introduzidas em pesquisa anterior [3], bem como aquelas introduzidas nesta pesquisa.

Relativamente a esta pesquisa, nas instruções de preparação dos dados de entrada do programa apresentam-se as seguintes modificações:

Conjunto de dados 2

Colunas 41 a 45 NCRIT 6 - Critério de Hoek-Brown rigoroso.

As demais modificações introduzidas são comentadas seguidas do sinal ' . ' repetido quatro vezes ou tendo no seu topo linhas de comentários seguidas do mesmo sinal até a coluna 72.

```
$DEBUG
C++++ MASTER PLAST                                                      MAS00010
C++++ NEXT CARD WAS ADDED TO CONVERT REAL VALUES TO DOUBLE PRECISION    MAS00020
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          MAS00030
C***********************************************************************MAS00040
C***  PROGRAM FOR THE ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF PLANE STRESS,          MAS00050
C     PLANE STRAIN AND AXISYMETRIC SOLIDS                               MAS00060
C++++ VERSION 2  SAFETY FACTOR ADDED ++++ MAY 16TH, 1985 ++++           MAS00070
C++++ VERSION 3  EXTENSIVE MODIFICATIONS IN ORDER TO INCLUDE :          MAS00080
C     SCALE EFFECT IN STRENGTH OF ROCK MASS,                            MAS00090
C     ELASTIC SOLUTIONS SKIPPING ELASTO-PLASTIC SECTIONS OF CODE,       MAS00100
C     AND HOEK-BROWN FAILURE CITERION  ++++ OCT. 30, 1992 ++++          MAS00110
C++++ VERSION 4  HOEK-BROWN ELASTOPLASTIC CRITERION ++++ NOV. 1992 ++++ MAS00120
C++++ ADDITION FEATURES ARE INDICATED BY COMMENT CARDS AS C++++         MAS00130
C.... Micro computer implementation started Nov. 1st, 1996
C.... Hoek-Brown true elastoplasticity implementation
C.... Marconi Edson de Alcantara M Sc thesis version
C***********************************************************************MAS00140
      DIMENSION ASDIS(1000),COORD(500,2),ELOAD(250,18),ESTIF(18,18),    MAS00090
     .          EQRHS(40),EQUAT(110,40),FIXED(1000),GLOAD(110),         MAS00100
     .          GSTIF(6105),                                            MAS00110
     .          IFFIX(1000),LNODS(250,9),LOCEL(18),MATNO(250),          MAS00120
     .          NACVA(110),NAMEV(40),NDEST(18),NDFRO(250),NOFIX(100),   MAS00130
     .          NOUTP(2),NPIVO(40),                                     MAS00140
     .          POSGP(4),PRESC(100,2),PROPS(5,7),RLOAD(250,18),         MAS00150
     .          STFOR(1000),TREAC(100,2),VECRV(110),WEIGP(4),           MAS00160
     .          STRSG(4,1350),TDISP(1000),TLOAD(250,18),                MAS00170
     .          TOFOR(1000),EPSTN(1350),EFFST(1350),                    MAS00180
     .          ELSIZ(300),SIZEF(300),SCALS(5,15),SCALF(5,15)           MAS00250
C.......................................................................
      CHARACTER*12 INPDAT, OUTDAT
      WRITE(*,6000)
 6000 FORMAT(//////////,' DIGITE O NOME DO ARQUIVO DE DADOS ===>',\)
      READ(*,6100) INPDAT
 6100 FORMAT(12A)
      WRITE(*,6200)
 6200 FORMAT(/,' DIGITE O NOME DO ARQUIVO PARA OS RESULTADOS===>',\)
      READ(*,6100) OUTDAT
      OPEN(5, FILE=INPDAT,STATUS='OLD')
      OPEN(6, FILE=OUTDAT,STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(9, FILE='POSTSOL.OUT',STATUS='UNKNOWN')
      OPEN(1,FILE ='TEMP1',FORM='UNFORMATTED',STATUS='UNKNOWN',
     .     BLOCKSIZE=20400)
      OPEN(2,FILE ='TEMP2',FORM='UNFORMATTED',STATUS='UNKNOWN',
     .     BLOCKSIZE=20400)
      OPEN(3,FILE ='TEMP3',FORM='UNFORMATTED',STATUS='UNKNOWN',
     .     BLOCKSIZE=20400)
      OPEN(4,FILE ='TEMP4',FORM='UNFORMATTED',STATUS='UNKNOWN',
     .     BLOCKSIZE=20400)
      OPEN(8,FILE ='TEMP8',FORM='UNFORMATTED',STATUS='UNKNOWN',
     .     BLOCKSIZE=20400)
      REWIND 5
      REWIND 6
      REWIND 9
C.......................................................................
C                                                                       MAS00260
C***  PRESET VARIABLES ASSOCIATED WITH DYNAMIC DIMENSIONING              MAS00270
C                                                                       MAS00280
      CALL DIMEN(MBUFA,MELEM,MEVAB,MFRON,MMATS,MPOIN,MSTIF,MTOTG,MTOTV, MAS00290
     .           MVFIX,NDOFN,NPROP,NSTRE)                               MAS00300
C                                                                       MAS00310
C***  CALL THE SUBROUTINE WHICH READS MOST OF THE PROBLEM DATA          MAS00320
C                                                                       MAS00330
      CALL INPUT(COORD,IFFIX,LNODS,MATNO,MELEM,MEVAB,MFRON,MMATS,       MAS00340
     .           MPOIN,MTOTV,MVFIX,NALGO,                               MAS00350
     .           NCRIT,NDFRO,NDOFN,NELEM,NEVAB,NGAUS,NGAU2,             MAS00360
     .           NINCS,NMATS,NNODE,NOFIX,NPOIN,NPROP,NSTRE,             MAS00370
     .           NSTR1,NTOTG,NTOTV,                                     MAS00380
     .           NTYPE,NVFIX,POSGP,PRESC,PROPS,WEIGP,                   MAS00390
     .           SCALS,SCALF,NSIZE,NSCAL)                               MAS00400
C                                                                       MAS00410
C***  INITIALIZE CERTAIN ARRAYS                                         MAS00420
C                                                                       MAS00430
      CALL ZERO(ELOAD,MELEM,MEVAB,MPOIN,MTOTG,MTOTV,NDOFN,NELEM,        MAS00440
     .          NEVAB,NGAUS,NSTR1,NTOTG,EPSTN,EFFST,                    MAS00450
     .          NTOTV,NVFIX,STRSG,TDISP,TFACT,                          MAS00460
     .          TLOAD,TREAC,MVFIX,SIZEF)                                MAS00470
C                                                                       MAS00480
```

```
C++++  CALCULATE SCALE EFFECT UPON ROCK MASS STRENGTH
C
      IF (NSIZE.NE.0)
     .CALL SCALEF(COORD,LNODS,MATNO,SCALS,SCALF,SIZEF,ELSIZ,NELEM,
     .            NPOIN,NNODE,NMATS,NSIZE,NSCAL,MPOIN,MELEM,MMATS)
C
C***  CALL THE SUBROUTINE WHICH COMPUTES THE CONSISTENT LOAD VECTORS
C     FOR EACH ELEMENT AFTER READING THE RELEVANT INPUT DATA
C
      CALL LOADPS(COORD,LNODS,MATNO,MELEM,MMATS,MPOIN,NELEM,
     .            NEVAB,NGAUS,NNODE,NPOIN,NSTRE,NTYPE,POSGP,
     .            PROPS,RLOAD,WEIGP,NDOFN,STRSG,MTOTG)
C
C***  LOOP OVER EACH INCREMENT
C
      DO 100 IINCS = 1,NINCS
C
C***  READ DATA FOR CURRENT INCREMENT
C
      CALL INCREM(ELOAD,FIXED,IINCS,MELEM,MEVAB,MITER,MTOTV,
     .            MVFIX,NDOFN,NELEM,NEVAB,NOUTP,NOFIX,NTOTV,
     .            NVFIX,PRESC,RLOAD,TFACT,TLOAD,TOLER)
C
C***  LOOP OVER EACH ITERATION
C
      DO 50 IITER=1,MITER
      write(*,1111) iincs, iiter
1111  format(' ... main ...   increment =',i2,'   iteration=',i2)
C
C***  CALL ROUTINE WHICH SELECTS SOLUTION ALGORITHM VARIABLE KRESL
C
      CALL ALGOR(FIXED,IINCS,IITER,KRESL,MTOTV,NALGO,
     .           NTOTV)
C
C***  CHECK WHETER A NEW EVALUATION OF THE STIFFNESS MATRIX IS REQUIRED
C
      IF(KRESL.EQ.1) CALL STIFFP(COORD,EPSTN,IINCS,LNODS,MATNO,
     .                MEVAB,MMATS,MPOIN,MTOTV,NELEM,NEVAB,NGAUS,NNODE,
     .                NSTRE,NSTR1,POSGP,PROPS,WEIGP,MELEM,MTOTG,
     .                STRSG,NTYPE,NCRIT)
C
C
C***  SOLVE EQUATIONS
C
      CALL FRONT(ASDIS,ELOAD,EQRHS,EQUAT,ESTIF,FIXED,IFFIX,IINCS,IITER,
     .           GLOAD,GSTIF,LOCEL,LNODS,KRESL,MBUFA,MELEM,MEVAB,MFRON,
     .           MSTIF,MTOTV,MVFIX,NACVA,NAMEV,NDEST,NDOFN,NELEM,NEVAB,
     .           NNODE,NOFIX,NPIVO,NPOIN,NTOTV,TDISP,TLOAD,TREAC,
     .           VECRV)
C
C***  CALCULATE RESIDUAL FORCES
C
      CALL RESIDU(ASDIS,COORD,EFFST,ELOAD,FACTO,IITER,LNODS,
     .            LPROP,MATNO,MELEM,MMATS,MPOIN,MTOTG,MTOTV,NDOFN,
     .            NELEM,NEVAB,NGAUS,NNODE,NSTR1,NTYPE,POSGP,PROPS,
     .            NSTRE,NCRIT,STRSG,WEIGP,TDISP,EPSTN,SIZEF,NALGO)
C
C***  CHECK FOR CONVERGENCE
C
      CALL CONVER(ELOAD,IITER,LNODS,MELEM,MEVAB,MTOTV,NCHEK,NDOFN,
     .            NELEM,NEVAB,NNODE,NTOTV,PVALU,STFOR,TLOAD,TOFOR,TOLER)
C
C***  OUTPUT RESULTS IF REQUIRED
C
      IF(IITER.EQ.1.AND.NOUTP(1).GT.0)
     .CALL OUTPUT(IITER,MTOTG,MTOTV,MVFIX,NELEM,NGAUS,NOFIX,NOUTP,
     .             NPOIN,NVFIX,STRSG,TDISP,TREAC,EPSTN,NTYPE,NCHEK,
     .             PROPS,MMATS,NCRIT,MATNO,MELEM,SIZEF)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ FACTOR OF SAFETY COMPUTATION
C
C***  IF SOLUTION HAS CONVERGED STOP ITERATING AND OUTPUT RESULTS
C
      IF(NCHEK.EQ.0) GO TO 75
   50 CONTINUE
C
C***
C
      IF(NALGO.EQ.2) GO TO 75
```

```
      STOP                                                              MAS01250
   75 CALL OUTPUT(IITER,MTOTG,MTOTV,MVFIX,NELEM,NGAUS,NOFIX,NOUTP,      MAS01260
     .             NPOIN,NVFIX,STRSG,TDISP,TREAC,EPSTN,NTYPE,NCHEK,     MAS01270
     .             PROPS,MMATS,NCRIT,MATNO,MELEM,SIZEF)                 MAS01280
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ FACTOR OF SAFETY COMPUTATION         MAS01290
  100 CONTINUE                                                          MAS01300
      REWIND 9                                                          MAS01310
      STOP                                                              MAS01320
      END                                                               MAS01330
      SUBROUTINE DIMEN(MBUFA,MELEM,MEVAB,MFRON,MMATS,MPOIN,MSTIF,MTOTG, DIM00010
     .                 MTOTV,MVFIX,NDOFN,NPROP,NSTRE)                   DIM00020
C***********************************************************************DIM00030
C                                                                       DIM00040
C**** THIS SUBROUTINE PRESETS VARIABLES ASSOCIATED WITH DYNAMIC         DIM00050
C     DIMENSIONING                                                      DIM00060
C                                                                       DIM00070
C***********************************************************************DIM00080
      MBUFA =40                                                         DIM00090
      MELEM =250                                                        DIM00100
      MFRON =110                                                        DIM00110
      MMATS =5                                                          DIM00120
      MPOIN =500                                                        DIM00130
      MSTIF =(MFRON*MFRON-MFRON)/2.0+MFRON                              DIM00140
      MTOTG =MELEM*9                                                    DIM00150
      NDOFN =2                                                          DIM00160
      MTOTV =MPOIN*NDOFN                                                DIM00170
      MVFIX =100                                                        DIM00180
      NPROP =7                                                          DIM00190
      MEVAB =NDOFN*9                                                    DIM00200
      RETURN                                                            DIM00210
      END                                                               DIM00220
      SUBROUTINE INPUT(COORD,IFFIX,LNODS,MATNO,MELEM,MEVAB,MFRON,MMATS, INP00010
     .                 MPOIN,MTOTV,MVFIX,NALGO,                         INP00020
     .                 NCRIT,NDFRO,NDOFN,NELEM,                         INP00030
     .                 NEVAB,NGAUS,NGAU2,                               INP00040
     .                 NINCS,NMATS,NNODE,NOFIX,NPOIN,NPROP,NSTRE,NSTR1, INP00050
     .                 NTOTG,NTOTV,NTYPE,NVFIX,POSGP,PRESC,PROPS,WEIGP, INP00060
     .                 SCALS,SCALF,NSIZE,NSCAL)                         INP00070
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               INP00080
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          INP00090
C***********************************************************************INP00100
C                                                                       INP00110
C**** THIS SUBROUTINE ACCEPTS MOST OF THE INPUT DATA                    INP00120
C                                                                       INP00130
C***********************************************************************INP00140
C++++ NEXT CARD HAS BEEN ADDED                                          INP00150
      REAL*8 TITLE(12)                                                  INP00160
      DIMENSION COORD(MPOIN,2),IFFIX(MTOTV),LNODS(MELEM,9),             INP00170
     .          MATNO(MELEM),NDFRO(MELEM),                              INP00180
     .          NOFIX(MVFIX),POSGP(4),PRESC(MVFIX,NDOFN),               INP00190
     .          PROPS(MMATS,NPROP),WEIGP(4),SCALS(MMATS,15),            INP00200
     .          SCALF(MMATS,15)                                         INP00210
      REWIND 1                                                          INP00220
      REWIND 2                                                          INP00230
      REWIND 3                                                          INP00240
      REWIND 4                                                          INP00250
      REWIND 8                                                          INP00260
      REWIND 9                                                          INP00270
C++++ NEXT TWO CARDS WERE ADDED ++++ TO INITIALIZE IFFIX                INP00280
      DO 5000 I=1,MTOTV                                                 INP00290
 5000 IFFIX(I)=0                                                        INP00300
      READ(5,920) TITLE                                                 INP00310
      WRITE(6,920) TITLE                                                INP00320
  920 FORMAT(12A6)                                                      INP00330
C                                                                       INP00340
C***  READ THE FIRST DATA CARD, AND ECHO IT IMMEDIATELLY                INP00350
C                                                                       INP00360
      READ(5,900) NPOIN,NELEM,NVFIX,NTYPE,NNODE,NMATS,NGAUS,            INP00370
     .NALGO,NCRIT,NINCS,NSTRE,NSIZE                                     INP00380
  900 FORMAT(12I5)                                                      INP00390
      NEVAB=NDOFN*NNODE                                                 INP00400
      NSTR1=NSTRE+1                                                     INP00410
      IF(NTYPE.EQ.3) NSTR1=NSTRE                                        INP00420
      NTOTV=NPOIN*NDOFN                                                 INP00430
      NGAU2=NGAUS*NGAUS                                                 INP00440
      NTOTG=NELEM*NGAU2                                                 INP00450
      WRITE(6,901)NPOIN,NELEM,NVFIX,NTYPE,NNODE,NMATS,NGAUS,NEVAB,      INP00460
     .NALGO,NCRIT,NINCS,NSTRE,NSIZE                                     INP00470
```

```
  901 FORMAT(//8H NPOIN =,I4,4X,8H NELEM =,I4,4X,8H NVFIX =,I4,4X,
     .8H NTYPE =,I4,4X,8H NNODE =,I4,//
     . 8H NMATS =,I4,4X,8H NGAUS =,I4,
     .                  4X,8H NEVAB =,I4,4X,8H NALGO =,I4//
     . 8H NCRIT =,I4,4X,8H NINCS =,I4,4X,8H NSTRE =,I4,
     . 4X,8H NSIZE =,I4)
      CALL        CHECK1(NDOFN,NELEM,NGAUS,NMATS,NNODE,NPOIN,
     .                  NSTRE,NTYPE,NVFIX,NCRIT,NALGO,NINCS)
C
C***  READ THE ELEMENT NODAL CONNECTIONS AND THE PROPERTY NUMBERS.
C
      WRITE(6,902)
  902 FORMAT(//8H ELEMENT,3X,8HPROPERTY,6X,12HNODE NUMBERS)
      DO 2 IELEM=1,NELEM
      READ(5,900) NUMEL,MATNO(NUMEL),(LNODS(NUMEL,INODE),INODE=1,NNODE)
C+++  SAVE PRINTOUT
    2 CONTINUE
c   2 WRITE(6,903) NUMEL,MATNO(NUMEL),(LNODS(NUMEL,INODE),INODE=1,NNODE)
c 903 FORMAT(1X,I5,I9,6X,8I5)
C
C***  ZERO ALL NODAL COORDINATES, PRIOR TO READING SOME OF THEM.
C
      DO 4 IPOIN=1,NPOIN
      DO 4 IDIME=1,2
    4 COORD(IPOIN,IDIME)=0.0
C
C***  READ SOME NODAL COORDINATES, FINISHING WITH THE LAST NODE OF ALL.
C
      WRITE(6,904)
  904 FORMAT(//5H NODE,10X,1HX,10X,1HY)
    6 READ(5,905) IPOIN,(COORD(IPOIN,IDIME),IDIME=1,2)
  905 FORMAT(I5,6F10.5)
      IF(IPOIN.NE.NPOIN) GO TO 6
C
C***  INTERPOLATE COORDINATES OF MID-SIDE NODES
C
      CALL        NODEXY(COORD,LNODS,MELEM,MPOIN,NELEM,NNODE)
c      DO 10 IPOIN=1,NPOIN
C++++ SAVE PRINTOUT
   10 IF(IPOIN.LT.50) WRITE(6,906) IPOIN,(COORD(IPOIN,IDIME),IDIME=1,2)
      WRITE(6,906) IPOIN,(COORD(IPOIN,IDIME),IDIME=1,2)
  906 FORMAT(1X,I5,3F10.3)
C
C***  READ FIXED VALUES.
C
      WRITE(6,907)
  907 FORMAT(//5H NODE,6X,4HCODE,6X,12HFIXED VALUES)
      DO 8 IVFIX=1,NVFIX
      READ(5,908) NOFIX(IVFIX),IFPRE,(PRESC(IVFIX,IDOFN),IDOFN=1,NDOFN)
      WRITE(6,908) NOFIX(IVFIX),IFPRE,(PRESC(IVFIX,IDOFN),IDOFN=1,NDOFN)
      NLOCA=(NOFIX(IVFIX)-1)*NDOFN
      IFDOF=10**(NDOFN-1)
      DO 8 IDOFN=1,NDOFN
      NGASH=NLOCA+IDOFN
      IF(IFPRE.LT.IFDOF) GO TO 8
      IFFIX(NGASH)=1
      IFPRE=IFPRE-IFDOF
    8 IFDOF=IFDOF/10
  908 FORMAT(1X,I4,5X,I5,5X,5F10.6)
C
C***  READ AVAILABLE SELECTION OF ELEMENT PROPERTIES
C
   16 WRITE(6,910)
  910 FORMAT(//7H NUMBER,6X,18HELEMENT PROPERTIES)
      DO 18 IMATS=1,NMATS
      READ(5,900) NUMAT
      READ(5,930) (PROPS(NUMAT,IPROP),IPROP=1,NPROP)
  930 FORMAT(8F10.5)
   18 WRITE(6,911) NUMAT,(PROPS(NUMAT,IPROP),IPROP=1,NPROP)
  911 FORMAT(1X,I4,3X,8E14.6)
C
C++++ READ AND PRINT SCALE FACTORS FOR ROCK MASS STRENGTH, IF
C     REQUIRED.  VERSION 3.
      IF(NSIZE.EQ.0) GO TO 22
      WRITE(6,2000)
 2000 FORMAT(//,42H SIZE VERSUS STRENGTH FACTORS OF ROCK MASS)
      READ(5,1000) NSCAL
 1000 FORMAT(I5)
```

```
      WRITE(6,2020) NSCAL                                               INP01260
 2020 FORMAT(49H NUMBER OF POINTS DEFINING STRENGTH VERSUS SIZE =,I3)   INP01270
      DO 20 IMAT=1,NMATS                                                INP01280
      READ(5,1000) NUMAT                                                INP01290
      READ(5,1020)  (SCALS(NUMAT,ISCAL),ISCAL=1,NSCAL)                  INP01300
      READ(5,1020)  (SCALF(NUMAT,ISCAL),ISCAL=1,NSCAL)                  INP01310
 1020 FORMAT(15F5.2)                                                    INP01320
      WRITE(6,2040) IMAT                                                INP01330
 2040 FORMAT(17H MATERIAL NUMBER=,I3)                                   INP01340
      WRITE(6,2060)  (SCALS(NUMAT,ISCAL),ISCAL=1,NSCAL)                 INP01350
 2060 FORMAT(18H SIZES            =,15F7.3)                             INP01360
      WRITE(6,2080)  (SCALF(NUMAT,ISCAL),ISCAL=1,NSCAL)                 INP01370
 2080 FORMAT(18H STRENGTH FACTORS=,15F7.3)                              INP01380
   20 CONTINUE                                                          INP01390
   22 CONTINUE                                                          INP01400
C                                                                       INP01410
C*** SET UP GAUSSIAN INTEGRATION CONSTANTS                              INP01420
C                                                                       INP01430
      CALL       GAUSSQ(NGAUS,POSGP,WEIGP)                              INP01440
      CALL       CHECK2(COORD,IFFIX,LNODS,MATNO,MELEM,MFRON,MPOIN,MTOTV,INP01450
     .                  MVFIX,NDFRO,NDOFN,NELEM,NMATS,NNODE,NOFIX,NPOIN,INP01460
     .                  NVFIX)                                          INP01470
C                                                                       INP01480
C++++ CALCULATE AND PRINT GAUSS POINT COORDINATES                        INP01490
C                                                                       INP01500
      CALL GPCOOR(COORD,LNODS,MPOIN,NELEM,NGAUS,NNODE,POSGP,            INP01510
     .            WEIGP,MELEM)                                          INP01520
      RETURN                                                            INP01530
      END                                                               INP01540
      SUBROUTINE CHECK1(NDOFN,NELEM,NGAUS,NMATS,NNODE,NPOIN,            CHE00010
     .                  NSTRE,NTYPE,NVFIX,NCRIT,NALGO,NINCS)            CHE00020
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               CHE00030
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          CHE00040
C***********************************************************************CHE00050
C                                                                       CHE00060
C**** THIS SUBROUTINE CHECKS THE MAIN CONTROL DATA                      CHE00070
C++++ ADDITIONAL CHECK FOR ELASTIC SOLUTION AND HOEK-BROWN CRITERION    CHE00080
C***********************************************************************CHE00090
      DIMENSION NEROR(24)                                               CHE00100
      DO 10 IEROR=1,13                                                  CHE00110
   10 NEROR(IEROR)=0                                                    CHE00120
C                                                                       CHE00130
C*** CREATE THE DIAGNOSTIC MESSAGES                                     CHE00140
C                                                                       CHE00150
      IF(NPOIN.LE.0) NEROR(1)=1                                         CHE00160
      IF(NELEM*NNODE.LT.NPOIN) NEROR(2)=1                               CHE00170
      IF(NVFIX.LT.2.OR.NVFIX.GT.NPOIN) NEROR(3)=1                       CHE00180
      IF(NINCS.LT.1) NEROR(4)=1                                         CHE00190
      IF(NTYPE.LT.1.OR.NTYPE.GT.3) NEROR(5)=1                           CHE00200
      IF(NNODE.LT.4.OR.NNODE.GT.9) NEROR(6)=1                           CHE00210
      IF(NDOFN.LT.2.OR.NDOFN.GT.5) NEROR(7)=1                           CHE00220
      IF(NMATS.LT.1.OR.NMATS.GT.NELEM) NEROR(8)=1                       CHE00230
C++++ IF(NCRIT.LT.1.OR.NCRIT.GT.4) NEROR(9)=1 ++++ VERSION 3 ++++       CHE00240
C      IF(NCRIT.LT.1.OR.NCRIT.GT.5) NEROR(9)=1                          CHE00250
C
C....  HOEK-BROWN VERSION 5...CRITERION 6...    (NEXT LINE)
C
      IF(NCRIT.LT.1.OR.NCRIT.GT.6) NEROR(9)=1
      IF(NGAUS.LT.2.OR.NGAUS.GT.3) NEROR(10)=1                          CHE00260
C++++ IF(NALGO.LT.1.OR.NALGO.GT.4) NEROR(11)=1 ++++ VERSION 3 ++++      CHE00270
      IF(NALGO.LT.0.OR.NALGO.GT.4) NEROR(11)=1                          CHE00280
      IF(NSTRE.LT.3.OR.NSTRE.GT.5) NEROR(12)=1                          CHE00290
C++++ ELASTIC SOLUTION ONLY WITH HOEK-BROWN CRITERION. VERSION 3        CHE00300
C++++ IF(NALGO.NE.0.AND.NCRIT.EQ.5) NEROR(13)=1  +++ VERSION 4 +++      CHE00310
C                                                                       CHE00320
C***  EITHER RETURN, OR ELSE PRINT THE ERRORS DIAGNOSED                 CHE00330
C                                                                       CHE00340
      KEROR=0                                                           CHE00350
      DO 20 IEROR=1,13                                                  CHE00360
      IF(NEROR(IEROR).EQ.0) GO TO 20                                    CHE00370
      KEROR=1                                                           CHE00380
      WRITE(6,900) IEROR                                                CHE00390
  900 FORMAT(//31H *** DIAGNOSIS BY CHECK1, ERROR,I3)                   CHE00400
   20 CONTINUE                                                          CHE00410
      IF(KEROR.EQ.0) RETURN                                             CHE00420
C                                                                       CHE00430
C***  OTHERWISE ECHO ALL THE REMAINING DATA WITHOUT FURTHER COMMENT     CHE00440
C                                                                       CHE00450
```

```
      CALL ECHO
      RETURN
      END
      SUBROUTINE NODEXY(COORD,LNODS,MELEM,MPOIN,NELEM,NNODE)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE INTERPOLATES THE MID SIDE NODES OF STRAIGHT
C     SIDES OF ELEMENTS AND THE CENTRAL NODE OF 9 NODED ELEMENTS
C
C***********************************************************************
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      DIMENSION COORD(MPOIN,2),LNODS(MELEM,9)
      ABS(REAL8)=DABS(REAL8)
      IF(NNODE.EQ.4) RETURN
C
C**** LOOP OVER EACH ELEMENT
C
      DO 30 IELEM=1,NELEM
C
C***  LOOP OVER EACH ELEMENT EDGE
C
      NNOD1=9
      IF(NNODE.EQ.8) NNOD1=7
      DO 20 INODE=1,NNOD1,2
      IF(INODE.EQ.9) GO TO 50
C
C**** COMPUTE THE NODE NUMBER OF THE FIRST NODE
C
      NODST=LNODS(IELEM,INODE)
      IGASH=INODE+2
      IF(IGASH.GT.8) IGASH=1
C
C**** COMPUTE THE NODE NUMBER OF THE LAST NODE
C
      NODFN=LNODS(IELEM,IGASH)
      MIDPT=INODE+1
C
C**** COMPUTE THE NODE NUMBER OF THE INTERMEDIATE NODE
C
      NODMD=LNODS(IELEM,MIDPT)
      TOTAL=ABS(COORD(NODMD,1))+ABS(COORD(NODMD,2))
C
C**** IF THE COORDINATES OF THE INTERMEDIATE NODE ARE BOTH ZERO
C     INTERPOLATE BY STRAIGHT LINE
C
      IF(TOTAL.GT.0.0) GO TO 20
      KOUNT=1
   10 COORD(NODMD,KOUNT)=(COORD(NODST,KOUNT)+COORD(NODFN,KOUNT))/2.0
      KOUNT=KOUNT+1
      IF(KOUNT.EQ.2) GO TO 10
   20 CONTINUE
      GO TO 30
   50 LNODE=LNODS(IELEM,INODE)
      TOTAL=ABS(COORD(LNODE,1))+ABS(COORD(LNODE,2))
      IF(TOTAL.GT.0.0) GO TO 30
      LNOD1=LNODS(IELEM,1)
      LNOD3=LNODS(IELEM,3)
      LNOD5=LNODS(IELEM,5)
      LNOD7=LNODS(IELEM,7)
      KOUNT=1
   40 COORD(LNODE,KOUNT)=(COORD(LNOD1,KOUNT)+COORD(LNOD3,KOUNT)
     . +COORD(LNOD5,KOUNT)+COORD(LNOD7,KOUNT))/4.0
      KOUNT=KOUNT+1
      IF(KOUNT.EQ.2) GO TO 40
   30 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE GAUSSQ(NGAUS,POSGP,WEIGP)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C*** THIS SUBROUTINE SETS UP THE GAUSS-LEGENDRE INTEGRATION CONSTANTS
C
C***********************************************************************
      DIMENSION POSGP(4),WEIGP(4)
```

```
      IF(NGAUS.GT.2) GO TO 4                                            GAU00100
    2 POSGP(1)=-0.577350269189626                                       GAU00110
      WEIGP(1)=1.0                                                      GAU00120
      GO TO 6                                                           GAU00130
    4 POSGP(1)=-0.774596669241483                                       GAU00140
      POSGP(2)=0.0                                                      GAU00150
      WEIGP(1)=0.555555555555556                                        GAU00160
      WEIGP(2)=0.888888888888889                                        GAU00170
    6 KGAUS=NGAUS/2                                                     GAU00180
      DO 8 IGASH=1,KGAUS                                                GAU00190
      JGASH=NGAUS+1-IGASH                                               GAU00200
      POSGP(JGASH)=-POSGP(IGASH)                                        GAU00210
      WEIGP(JGASH)=WEIGP(IGASH)                                         GAU00220
    8 CONTINUE                                                          GAU00230
      RETURN                                                            GAU00240
      END                                                               GAU00250
      SUBROUTINE GPCOOR(COORD,LNODS,MPOIN,NELEM,NGAUS,NNODE,POSGP,      GPC00010
     .                  WEIGP,MELEM)                                    GPC00020
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          GPC00030
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++GPC00040
C                                                                       GPC00050
C++++ THIS SUBROUTINE CALCULATES GLOBAL COORDINATES OF GAUSS POINTS     GPC00060
C     VERSION 3                                                         GPC00070
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++GPC00080
      DIMENSION COORD(MPOIN,2),DERIV(2,9),ELCOD(2,9),LNODS(MELEM,9),    GPC00090
     .          POSGP(4),SHAPE(9),WEIGP(4),GPCOD(2,9)                   GPC00100
      WRITE(6,2000)                                                     GPC00110
 2000 FORMAT(//,8H ELEMENT,4X,24H GAUSS POINT COORDINATES)              GPC00120
C++++ LOOP OVER EACH ELEMENT                                            GPC00130
C==== SAVE PRINTOUT                                                     GPC00140
      DO 60 IELEM=1,NELEM                                               GPC00150
C==   DO 60 IELEM=1,30                                                  GPC00160
C==== SAVE PRINTOUT                                                     GPC00170
C++++ EVALUATE THE COORDINATES OF THE ELEMENT NODAL POINTS              GPC00180
      DO 10 INODE=1,NNODE                                               GPC00190
      LNODE=IABS(LNODS(IELEM,INODE))                                    GPC00200
      DO 10 IDIME=1,2                                                   GPC00210
   10 ELCOD(IDIME,INODE)=COORD(LNODE,IDIME)                             GPC00220
C+++  4-NODE ELEMENTS. COORDINATES AT CENTER OF MASS                    GPC00230
C     IF(NNODE.NE.4) GO TO 6                                            GPC00240
C     SUMX=0.0                                                          GPC00250
C     SUMY=0.0                                                          GPC00260
C     DO 2 INODE=1,N                                                    GPC00270
C     SUMX=SUMX+ELCOD(1,INODE)                                          GPC00280
C   2 SUMY=SUMY+ELCOD(2,INODE)                                          GPC00290
C     SUMX=SUMX*0.25                                                    GPC00300
C     SUMY=SUMY*0.25                                                    GPC00310
C     WRITE(6,2010) IELEM,SUMX,SUMY                                     GPC00320
C     GO TO 60                                                          GPC00330
C+++6 CONTINUE                                                          GPC00340
      KGASP=0                                                           GPC00350
      DO 40 IGAUS=1,NGAUS                                               GPC00360
      EXISP=POSGP(IGAUS)                                                GPC00370
      DO 40 JGAUS=1,NGAUS                                               GPC00380
      ETASP=POSGP(JGAUS)                                                GPC00390
      KGASP=KGASP+1                                                     GPC00400
C++++ EVALUATE THE SHAPE FUNCTIONS                                      GPC00410
      CALL    SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)                       GPC00420
C++++ CALCULATE COORDINATES OF SAMPLING POINT                           GPC00430
      DO 20 IDIME=1,2                                                   GPC00440
      GPCOD(IDIME,KGASP)=0.0                                            GPC00450
      DO 20 INODE=1,NNODE                                               GPC00460
      GPCOD(IDIME,KGASP)=GPCOD(IDIME,KGASP)+ELCOD(IDIME,INODE)          GPC00470
     .*SHAPE(INODE)                                                     GPC00480
   20 CONTINUE                                                          GPC00490
   40 CONTINUE                                                          GPC00500
C++++ PRINT AND SAVE RESULTS                                            GPC00510
      WRITE(6,2010) IELEM,                                              GPC00520
     .              ((GPCOD(IDIME,IGAUS),IDIME=1,2),IGAUS=1,KGASP)      GPC00530
 2010 FORMAT(I6,6X,12F10.3)                                             GPC00540
      WRITE(9,2020) ((GPCOD(IDIME,IGAUS),IDIME=1,2),IGAUS=1,KGASP)      GPC00550
 2020 FORMAT(12F10.3)                                                   GPC00560
   60 CONTINUE                                                          GPC00570
      RETURN                                                            GPC00580
      END                                                               GPC00590
      SUBROUTINE CHECK2(COORD,IFFIX,LNODS,MATNO,MELEM,MFRON,MPOIN,MTOTV,CHE00010
     .                  MVFIX,NDFRO,NDOFN,NELEM,NMATS,NNODE,NOFIX,NPOIN,CHE00020
     .                  NVFIX)                                          CHE00030
```

```
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C*********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE CHECKS THE REMAINDER OF THE INPUT DATA
C
C*********************************************************************
      DIMENSION COORD(MPOIN,2),IFFIX(MTOTV),LNODS(MELEM,9),
     .          MATNO(MELEM),NDFRO(MELEM),NEROR(24),NOFIX(MVFIX)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      ABS(REAL8)=DABS(REAL8)
C
C***  CHECK AGAINST TWO IDENTICAL NONZERO NODAL COORDINATES
C
      DO 5 IEROR=13,24
    5 NEROR(IEROR)=0
      DO 10 IELEM=1,NELEM
   10 NDFRO(IELEM)=0
      DO 50 IPOIN=2,NPOIN
      KPOIN=IPOIN-1
      DO 30 JPOIN=1,KPOIN
      DO 20 IDIME=1,2
      IF(COORD(IPOIN,IDIME).NE.COORD(JPOIN,IDIME)) GO TO 30
   20 CONTINUE
      NEROR(13)=NEROR(13)+1
   30 CONTINUE
   40 CONTINUE
C
C***  CHECK THE LIST OF ELEMENT PROPERTY NUMBERS
C
      DO 50 IELEM=1,NELEM
   50 IF(MATNO(IELEM).LE.0.OR.MATNO(IELEM).GT.NMATS) NEROR(14)=NEROR(14)
     . +1
C
C***  CHECK FOR IMPOSSIBLE NODE NUMBERS
C
      DO 70 IELEM=1,NELEM
      DO 60 INODE=1,NNODE
      IF(LNODS(IELEM,INODE).EQ.0) NEROR(15)=NEROR(15)+1
   60 IF(LNODS(IELEM,INODE).LT.0.OR.LNODS(IELEM,INODE).GT.NPOIN) NEROR(
     .16)=NEROR(16)+1
   70 CONTINUE
C
C*** CHECK FOR ANY REPETITION OF A NODE NUMBER WITHIN AN ELEMENT
C
      DO 140 IPOIN=1,NPOIN
      KSTAR=0
      DO 100 IELEM=1,NELEM
      KZERO=0
      DO 90 INODE=1,NNODE
      IF(LNODS(IELEM,INODE).NE.IPOIN) GO TO 90
      KZERO=KZERO+1
      IF(KZERO.GT.1) NEROR(17)=NEROR(17)+1
C
C***  SEEK FIRST,LAST AND INTERMEDIATE APPEARANCES OF NODE IPOIN
C
      IF(KSTAR.NE.0) GO TO 80
      KSTAR=IELEM
C
C***  CALCULATE INCREASE OR DECREASE IN FRONTWIDTH AT EACH ELEMENT STAGE
C
      NDFRO(IELEM)=NDFRO(IELEM)+NDOFN
   80 CONTINUE
C
C***  AND CHECK THE SIGN OF THE LAST APPEARANCE OF EACH NODE
C
      KLAST=IELEM
      NLAST=INODE
   90 CONTINUE
  100 CONTINUE
      IF(KSTAR.EQ.0) GO TO 110
      IF(KLAST.LT.NELEM) NDFRO(KLAST+1)=NDFRO(KLAST+1)-NDOFN
      LNODS(KLAST,NLAST)=-IPOIN
      GO TO 140
C
C***  CHECK THAT COORDINATES FOR AN UNUSED NODE HAVE NOT BEEN SPECIFIED
C
  110 WRITE(6,900) IPOIN
```

```
  900 FORMAT(/15H CHECK WHY NODE,I4,14H NEVER APPEARS)                  CHE00820
      NEROR(18)=NEROR(18)+1                                             CHE00830
      SIGMA=0.0                                                         CHE00840
      DO 120 IDIME=1,2                                                  CHE00850
  120 SIGMA=SIGMA+ABS(COORD(IPOIN,IDIME))                               CHE00860
      IF(SIGMA.NE.0.0) NEROR(19)=NEROR(19)+1                            CHE00870
C                                                                       CHE00880
C***  CHECK THAT AN UNUSED NODE NUMBER IS NOT A RESTRAINED NODE         CHE00890
C                                                                       CHE00900
      DO 130 IVFIX=1,NVFIX                                              CHE00910
  130 IF(NOFIX(IVFIX).EQ.IPOIN) NEROR(20)=NEROR(20)+1                   CHE00920
  140 CONTINUE                                                          CHE00930
C                                                                       CHE00940
C***  CALCULATE THE LARGEST FRONTWIDTH                                  CHE00950
C                                                                       CHE00960
      NFRON=0                                                           CHE00970
      KFRON=0                                                           CHE00980
      DO 150 IELEM=1,NELEM                                              CHE00990
      NFRON=NFRON+NDFRO(IELEM)                                          CHE01000
  150 IF(NFRON.GT.KFRON) KFRON=NFRON                                    CHE01010
      WRITE(6,905) KFRON                                                CHE01020
  905 FORMAT(//33H MAXIMUN FRONTWIDTH ENCOUNTERED =,I5)                 CHE01030
      IF(KFRON.GT.MFRON) NEROR(21)=1                                    CHE01040
C                                                                       CHE01050
C*** CONTINUE CHECKING THE DATA FOR THE FIXED VALUES                    CHE01060
C                                                                       CHE01070
      DO 170 IVFIX=1,NVFIX                                              CHE01080
      IF(NOFIX(IVFIX).LE.0.OR.NOFIX(IVFIX).GT.NPOIN) NEROR(22)=NEROR(22)CHE01090
     . +1                                                               CHE01100
      KOUNT=0                                                           CHE01110
      NLOCA=(NOFIX(IVFIX)-1)*NDOFN                                      CHE01120
      DO 160 IDOFN=1,NDOFN                                              CHE01130
      NLOCA=NLOCA+1                                                     CHE01140
  160 IF(IFFIX(NLOCA).GT.0) KOUNT=1                                     CHE01150
      IF(KOUNT.EQ.0) NEROR(23)=NEROR(23)+1                              CHE01160
      KVFIX=IVFIX-1                                                     CHE01170
      IF(KVFIX.EQ.0) KVFIX=1                                            CHE01180
      DO 170 JVFIX=1,KVFIX                                              CHE01190
  170 IF(IVFIX.NE.1.AND.NOFIX(IVFIX).EQ.NOFIX(JVFIX)) NEROR(24)=NEROR(24CHE01200
     . )+1                                                              CHE01210
      KEROR=0                                                           CHE01220
      DO 180 IEROR=13,24                                                CHE01230
      IF(NEROR(IEROR).EQ.0) GO TO 180                                   CHE01240
      KEROR=1                                                           CHE01250
      WRITE(6,910) IEROR,NEROR(IEROR)                                   CHE01260
  910 FORMAT(//31H *** DIAGNOSIS BY CHECK2, ERROR,I3,6X,18H ASSOCIATED NCHE01270
     .UNBER,I5)                                                         CHE01280
  180 CONTINUE                                                          CHE01290
      IF(KEROR.NE.0) GO TO 200                                          CHE01300
C                                                                       CHE01310
C***  RETURN ALL NODAL CONNECTION NUMBERS TO POSITIVE VALUES            CHE01320
C                                                                       CHE01330
      DO 190 IELEM=1,NELEM                                              CHE01340
      DO 190 INODE=1,NNODE                                              CHE01350
  190 LNODS(IELEM,INODE)=IABS(LNODS(IELEM,INODE))                       CHE01360
      RETURN                                                            CHE01370
  200 CALL ECHO                                                         CHE01380
      RETURN                                                            CHE01390
      END                                                               CHE01400
      SUBROUTINE ECHO                                                   ECH00010
C***********************************************************************ECH00020
C                                                                       ECH00030
C**** IF DATA ERRORS HAVE BEEN DETECTED BY SUBROUTINES CHECK1 OR        ECH00040
C     CHECK2, THIS SUBROUTINE READS AND WRITES THE REMAINING DATA CARDS ECH00050
C                                                                       ECH00060
C***********************************************************************ECH00070
      DIMENSION NTITL(80)                                               ECH00080
      WRITE(6,900)                                                      ECH00090
  900 FORMAT(//50H NOW FOLLOWS A LISTING OF POST-DISASTER DATA CARDS/)  ECH00100
   10 READ(5,905) NTITL                                                 ECH00110
  905 FORMAT(80A1)                                                      ECH00120
      WRITE(6,910) NTITL                                                ECH00130
  910 FORMAT(20X,80A1)                                                  ECH00140
      GO TO 10                                                          ECH00150
      END                                                               ECH00160
      SUBROUTINE ZERO(ELOAD,MELEM,MEVAB,MPOIN,MTOTG,MTOTV,NDOFN,NELEM,  ZER00010
     .                NEVAB,NGAUS,NSTR1,NTOTG,EPSTN,EFFST,              ZER00020
     .                NTOTV,NVFIX,STRSG,TDISP,TFACT,                    ZER00030
```

```
     .              TLOAD,TREAC,MVFIX,SIZEF)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C*********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE INITIALISES VARIOUS ARRAYS TO ZERO
C
C*********************************************************************
      DIMENSION ELOAD(MELEM,MEVAB),STRSG(4,MTOTG),TDISP(MTOTV),
     .          TLOAD(MELEM,MEVAB),TREAC(MVFIX,2),EPSTN(MTOTG),
     .          EFFST(MTOTG),SIZEF(MELEM)
      TFACT=0.0
      DO 30 IELEM=1,NELEM
      DO 30 IEVAB=1,NEVAB
      ELOAD(IELEM,IEVAB)=0.0
   30 TLOAD(IELEM,IEVAB)=0.0
      DO 40 ITOTV=1,NTOTV
   40 TDISP(ITOTV)=0.0
      DO 50 IVFIX=1,NVFIX
      DO 50 IDOFN=1,NDOFN
   50 TREAC(IVFIX,IDOFN)=0.0
      DO 60 ITOTG=1,NTOTG
      EPSTN(ITOTG)=0.0
      EFFST(ITOTG)=0.0
      DO 60 ISTR1=1,NSTR1
   60 STRSG(ISTR1,ITOTG)=0.0
C++++ VERSION 3
      DO 70 IELEM=1,NELEM
   70 SIZEF(IELEM)=1.0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SCALEF(COORD,LNODS,MATNO,SCALS,SCALF,SIZEF,ELSIZ,
     .                  NELEM,NPOIN,NNODE,NMATS,NSIZE,NSCAL,
     .                  MPOIN,MELEM,MMATS)
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
C
C**** THIS SUBROUTINE CALCULATES SCALE EFFECT FOR ROCK MASS
C     COHESIVE PROPERTY AT ALL ELEMENTS. IT IS ACTIVE ONLY IF NSIZE
C     IS DIFFERENT FROM ZERO. CODDED OCT. 16, 1992
C
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION COORD(MPOIN,2),LNODS(MELEM,9),MATNO(MELEM),
     .          SCALF(MMATS,15),SCALS(MMATS,15),SIZEF(MELEM),
     .          ELSIZ(MELEM),XE1(2,9),XE2(2,9)
      SQRT(X)=DSQRT(X)
      ABS(X)=DABS(X)
C
C++++ LOOP OVER ELEMENTS AND CALCULATE THEIR MEAN SIZES
C
      DO 40 IELEM=1,NELEM
      DO 10 INODE=1,NNODE
      LNOD=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      DO 10 IDIME=1,2
      XE1(IDIME,INODE)=COORD(LNOD,IDIME)
   10 CONTINUE
      IF(NNODE.EQ.8) GO TO 20
      ELSIZ(IELEM)=SQRT((XE1(1,1)-XE1(1,2))**2+(XE1(2,1)-XE1(2,2))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,2)-XE1(1,3))**2+(XE1(2,2)-XE1(2,3))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,3)-XE1(1,4))**2+(XE1(2,3)-XE1(2,4))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,4)-XE1(1,1))**2+(XE1(2,4)-XE1(2,1))**2)
      GO TO 30
   20 ELSIZ(IELEM)=SQRT((XE1(1,1)-XE1(1,3))**2+(XE1(2,1)-XE1(2,3))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,3)-XE1(1,5))**2+(XE1(2,3)-XE1(2,5))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,5)-XE1(1,7))**2+(XE1(2,5)-XE1(2,7))**2)
     .            +SQRT((XE1(1,7)-XE1(1,1))**2+(XE1(2,7)-XE1(2,1))**2)
   30 ELSIZ(IELEM)=ELSIZ(IELEM)*0.25
   40 CONTINUE
C
C++++ ADD SIZES OF NEIGHBOUR ELEMENTS IF THIS OPTION IS IN EFFECT
C
      IF(NSIZE.EQ.1) GO TO 180
      DO 140 IELEM=1,NELEM
      SUMS2=0.0
      DO 60 INODE=1,NNODE
      LNOD=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      DO 60 IDIME=1,2
   60 XE1(IDIME,INODE)=COORD(LNOD,IDIME)
```

```
      DO 120 JELEM=1,NELEM
      IF(JELEM.EQ.IELEM) GO TO 120
      DO 70 INODE=1,NNODE
      LNOD=IABS(LNODS(JELEM,INODE))
      DO 70 IDIME=1,2
   70 XE2(IDIME,INODE)=COORD(LNOD,IDIME)
      IF(NNODE.EQ.8) GO TO 80
C++++ FOUR NODE ELEMENT
      IF( (ABS(XE1(1,1)-XE2(1,4)) + ABS(XE1(2,1)-XE2(2,4)))
     .   *(ABS(XE1(1,2)-XE2(1,1)) + ABS(XE1(2,2)-XE2(2,1)))
     .   *(ABS(XE1(1,3)-XE2(1,2)) + ABS(XE1(2,3)-XE2(2,2)))
     .   *(ABS(XE1(1,4)-XE2(1,3)) + ABS(XE1(2,4)-XE2(2,3))).
     .   NE.0.0 ) GO TO 120
      SUMSZ=SUMSZ+ELSIZ(JELEM)
      GO TO 120
C++++ EIGHT NODE ELEMENT
   80 CONTINUE
      IF( (ABS(XE1(1,2)-XE2(1,6)) + ABS(XE1(2,2)-XE2(2,6)))
     .   *(ABS(XE1(1,4)-XE2(1,8)) + ABS(XE1(2,4)-XE2(2,8)))
     .   *(ABS(XE1(1,6)-XE2(1,2)) + ABS(XE1(2,6)-XE2(2,2)))
     .   *(ABS(XE1(1,8)-XE2(1,4)) + ABS(XE1(2,8)-XE2(2,4))).
     .   NE.0.0 ) GO TO 120
      SUMSZ=SUMSZ+ELSIZ(JELEM)
  120 CONTINUE
C++++ SAVE SIZE OF ELEMENT CLUSTER INTEMPORARY ARRAY
      SIZEF(IELEM)=0.5*SUMSZ+ELSIZ(IELEM)
  140 CONTINUE
      DO 160 IELEM=1,NELEM
  160 ELSIZ(IELEM)=SIZEF(IELEM)
C
C++++ NOW CALCULATE THE SCALE FACTORS
C
  180 CONTINUE
      DO 210 IELEM=1,NELEM
      IMAT=MATNO(IELEM)
      SIZE=ELSIZ(IELEM)
      IF(SIZE.LE.SCALS(IMAT,1).OR.SIZE.GE.SCALS(IMAT,NSCAL)) GO TO 200
      DO 190 ISIZ=1,NSCAL
      SIZ1=SCALS(IMAT,ISIZ)
      FAC1=SCALF(IMAT,ISIZ)
      IF(SIZE.GE.SIZ1) GO TO 190
      SIZ2=SCALS(IMAT,ISIZ+1)
      FAC2=SCALF(IMAT,ISIZ+1)
      SIZEF(IELEM)=FAC1-((SIZE-SIZ1)/(SIZ2-SIZ1))*(FAC1-FAC2)
  190 CONTINUE
      GO TO 220
  200 CONTINUE
      IF(SIZE.LE.SCALS(IMAT,1)) SIZEF(IELEM)=SCALF(IMAT,1)
      IF(SIZE.GE.SCALS(IMAT,NSCAL)) SIZEF(IELEM)=SCALF(IMAT,NSCAL)
C++++ DEBUG
  220 WRITE(6,2000) IELEM, ELSIZ(IELEM),SIZEF(IELEM)
 2000 FORMAT('   ELEMENT=',I5,'  SIZE=',F10.2,'  SCALE FACTOR=',F8.3)
C++++ DEBUG
  210 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE LOADPS(COORD,LNODS,MATNO,MELEM,MMATS,MPOIN,NELEM,
     .                  NEVAB,NGAUS,NNODE,NPOIN,NSTRE,NTYPE,POSGP,
     .                  PROPS,RLOAD,WEIGP,NDOFN,STRSG,MTOTG)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE CONSISTENT NODAL FORCES FOR EACH
C     ELEMENT
C
C***********************************************************************
C++++ NEXT CARD HAS BEEN ADDED
      REAL*8 TITLE(12)
      DIMENSION CARTD(2,9), COORD(MPOIN,2),DERIV(2,9),DGASE(2),
     .          DMATX(4,4),ELCOD(2,9),LNODS(MELEM,9),MATNO(MELEM),
     .          NOPRS(4),PGASH(2),POINT(2),POSGP(4),PRESS(4,2),
     .          PROPS(MMATS,7),RLOAD(MELEM,18),SHAPE(9),STRAN(4),
     .          STRES(4),
     .          WEIGP(4),GPCOD(2,9),STRSG(4,MTOTG),BMATX(4,18)
C++++ NEXT 2 CARDS WERE ADDED
      SIN(REAL8)=DSIN(REAL8)
      COS(REAL8)=DCOS(REAL8)
```

```
      TWOPI=6.283185308
      DO 10 IELEM=1,NELEM
      DO 10 IEVAB=1,NEVAB
   10 RLOAD(IELEM,IEVAB)=0.0
      READ(5,901) TITLE
  901 FORMAT(12A6)
      WRITE(6,903) TITLE
  903 FORMAT( //, 12A6)
C
C***  READ DATA CONTROLLING LOADING TYPES TO BE INPUTTED
C
      READ(5,919) IPLOD,IGRAV,IEDGE
      WRITE(6,919) IPLOD,IGRAV,IEDGE
  919 FORMAT(3I5)
C
C***  READ NODAL POINT LOADS
C
      IF(IPLOD.EQ.0) GO TO 500
   20 READ(5,931) LODPT,(POINT(IDOFN),IDOFN=1,2)
      WRITE(6,931) LODPT,(POINT(IDOFN),IDOFN=1,2)
  931 FORMAT(I5,2F10.3)
C
C***  ASSOCIATE THE NODAL POINT LOADS WITH AN ELEMENT
C
      DO 30 IELEM=1,NELEM
      DO 30 INODE=1,NNODE
      NLOCA=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      IF(LODPT.EQ.NLOCA) GO TO 40
C++++ NEXT CARD WAS ADDED ++++ REMOVE EXTENSION
   30 CONTINUE
   40 DO 50 IDOFN=1,2
      NGASH=(INODE-1)*2+IDOFN
   50 RLOAD(IELEM,NGASH)=POINT(IDOFN)
     .                  +RLOAD(IELEM,NGASH)
C++++ PREVIOUS CARD ADDED ++++ VERSION 2
      IF(LODPT.LT.NPOIN) GO TO 20
  500 CONTINUE
      IF(IGRAV.EQ.0) GO TO 600
C
C***  GRAVITY LOADING SECTION
C
C
C** READ GRAVITY ANGLE AND GRAVITATIONAL CONSTANT
C
      READ(5,906) THETA,GRAVY
  906 FORMAT(2F10.3)
      WRITE(6,911) THETA,GRAVY
  911 FORMAT( //,16H GRAVITY ANGLE =,F10.3,19H GRAVITY CONSTANT =,F10.3)
      THETA=THETA/57.295779514
C
C***  LOOP OVER EACH ELEMENT
C
      DO 90 IELEM=1,NELEM
C
C***  SET UP PRELIMINARY CONSTANTS
C
      LPROP=MATNO(IELEM)
      THICK=PROPS(LPROP,3)
      DENSE=PROPS(LPROP,4)
      IF(DENSE.EQ.0.0) GO TO 90
      GXCOM=DENSE*GRAVY*SIN(THETA)
      GYCOM=-DENSE*GRAVY*COS(THETA)
C
C***  COMPUTE COORDINATES OF THE ELEMENT NODAL POINTS
C
      DO 60 INODE=1,NNODE
      LNODE=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      DO 60 IDIME=1,2
   60 ELCOD(IDIME,INODE)=COORD(LNODE,IDIME)
C
C***  ENTER LOOPS FOR AREA NUMERICAL INTEGRATION
C
      KGASP=0
      DO 80 IGAUS=1,NGAUS
      DO 80 JGAUS=1,NGAUS
      EXISP=POSGP(IGAUS)
      ETASP=POSGP(JGAUS)
C
```

```
C***  COMPUTE THE SHAPE FUNCTION AT THE SAMPLING POINTS AND ELEMENTAL
C     VOLUME
C
      CALL      SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)
      KGASP=KGASP+1
      CALL      JACOB2(CARTD,DERIV,DJACB,ELCOD,GPCOD,IELEM,KGASP,
     .                NNODE,SHAPE)
      DVOLU=DJACB*WEIGP(IGAUS)*WEIGP(JGAUS)
      IF(THICK.NE.0.0) DVOLU=DVOLU*THICK
      IF(NTYPE.EQ.3) DVOLU=DVOLU*TWOPI*GPCOD(1,KGASP)
C
C***  CALCULATE LOADS AND ASSOCIATE WITH ELEMENT NODAL POINTS
C
      DO 70 INODE=1,NNODE
      NGASH=(INODE-1)*2+1
      MGASH=(INODE-1)*2+2
      RLOAD(IELEM,NGASH)=RLOAD(IELEM,NGASH)+GXCOM*SHAPE(INODE)*DVOLU
   70 RLOAD(IELEM,MGASH)=RLOAD(IELEM,MGASH)+GYCOM*SHAPE(INODE)*DVOLU
   80 CONTINUE
   90 CONTINUE
  600 CONTINUE
      IF(IEDGE.EQ.0) GO TO 713
C
C***  DISTRIBUTED EDGE LOAD SECTION
C
      READ(5,932) NEDGE
  932 FORMAT(I5)
      WRITE(6,912) NEDGE
  912 FORMAT( //,5X,21HNO. OF LOADED EDGES =,I5)
      WRITE(6,915)
  915 FORMAT( //,5X,38HLIST OF LOADED EDGES AND APPLIED LOADS)
      NODEG=3
      NCODE=NNODE
      IF(NNODE.EQ.4) NODEG=2
      IF(NNODE.EQ.9) NCODE=8
C
C***  LOOP OVER EACH LOADED EDGE
C
      DO 160 IEDGE=1,NEDGE
C
C***  READ DATA LOCATING THE LOADED EDGE AND APPLIED LOAD
C
      READ(5,902) NEASS,(NOPRS(IODEG),IODEG=1,NODEG)
  902 FORMAT(4I5)
      WRITE(6,913) NEASS,(NOPRS(IODEG),IODEG=1,NODEG)
  913 FORMAT(I10,5X,3I5)
      READ(5,914)  ((PRESS(IODEG,IDOFN),IDOFN=1,2),IODEG=1,NODEG)
      WRITE(6,914)  ((PRESS(IODEG,IDOFN),IDOFN=1,2),IODEG=1,NODEG)
  914 FORMAT(1X,6F10.3)
      ETASP=-1.0
C
C***  CALCULATE THE COORDINATES OF THE NODES OF THE ELEMENT EDGE
C
      DO 100 IODEG=1,NODEG
      LNODE=NOPRS(IODEG)
      DO 100 IDIME=1,2
  100 ELCOD(IDIME,IODEG)=COORD(LNODE,IDIME)
C
C***  ENTER LOOP FOR LINEAR NUMERICAL INTEGRATION
      DO 150 IGAUS=1,NGAUS
      EXISP=POSGP(IGAUS)
C
C***  EVALUATE THE SHAPE FUNCTION AT THE SAMPLING POINTS
C
      CALL      SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)
C
C***  CALCULATE COMPONENTS OF THE EQUIVALENT NODAL LOADS
C
      DO 110 IDOFN=1,2
      PGASH(IDOFN)=0.0
      DGASH(IDOFN)=0.0
      DO 110 IODEG=1,NODEG
      PGASH(IDOFN)=PGASH(IDOFN)+PRESS(IODEG,IDOFN)*SHAPE(IODEG)
  110 DGASH(IDOFN)=DGASH(IDOFN)+ELCOD(IDOFN,IODEG)*DERIV(1,IODEG)
      DVOLU=WEIGP(IGAUS)
      PXCOM=DGASH(1)*PGASH(2)-DGASH(2)*PGASH(1)
      PYCOM=DGASH(1)*PGASH(1)+DGASH(2)*PGASH(2)
      IF(NTYPE.NE.3) GO TO 115
```

```
      RADUS=0.0                                                         LOA01790
      DO 125 IODEG=1,NODEG                                              LOA01800
  125 RADUS=RADUS+SHAPE(IODEG)*ELCOD(1,IODEG)                           LOA01810
      DVOLU=DVOLU*TWOPI*RADUS                                           LOA01820
  115 CONTINUE                                                          LOA01830
C                                                                       LOA01840
C***  ASSOCIATE THE EQUIVALENT NODAL EDGE LOADS WITH AN ELEMENT         LOA01850
C                                                                       LOA01860
      DO 120 INODE=1,NNODE                                              LOA01870
      NLOCA=IABS(LNODS(NEASS,INODE))                                    LOA01880
      IF(NLOCA.EQ.NOPRS(1)) GO TO 130                                   LOA01890
C++++ NEXT CARD WAS ADDED ++++ REMOVE EXTENSION                          LOA01900
  120 CONTINUE                                                          LOA01910
  130 JNODE=INODE+NODEG-1                                               LOA01920
      KOUNT=0                                                           LOA01930
      DO 140 KNODE=INODE,JNODE                                          LOA01940
      KOUNT=KOUNT+1                                                     LOA01950
      NGASH=(KNODE-1)*NDOFN+1                                           LOA01960
      MGASH=(KNODE-1)*NDOFN+2                                           LOA01970
      IF(KNODE.GT.NCODE) NGASH=1                                        LOA01980
      IF(KNODE.GT.NCODE) MGASH=2                                        LOA01990
      RLOAD(NEASS,NGASH)=RLOAD(NEASS,NGASH)+SHAPE(KOUNT)*PXCOM*DVOLU    LOA02000
  140 RLOAD(NEASS,MGASH)=RLOAD(NEASS,MGASH)+SHAPE(KOUNT)*PYCOM*DVOLU    LOA02010
  150 CONTINUE                                                          LOA02020
  160 CONTINUE                                                          LOA02030
  713 CONTINUE                                                          LOA02040
C===  WRITE(6,907)                                                      LOA02050
C 907 FORMAT( //,5X,36H TOTAL NODAL FORCES FOR EACH ELEMENT)            LOA02060
C     DO 290 IELEM=1,NELEM                                              LOA02070
C 290 WRITE(6,905) IELEM,(RLOAD(IELEM,IEVAB),IEVAB=1,NEVAB)             LOA02080
C=905 FORMAT(1X,I4,5X,8E12.4/(10X,8E12.4))                              LOA02090
      RETURN                                                            LOA02100
      END                                                               LOA02110
      SUBROUTINE SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)                    SFR00010
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               SFR00020
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          SFR00030
C********************************************************************** SFR00040
C                                                                       SFR00050
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES SHAPE FUNCTIONS AND THEIR DERIVATIVES   SFR00060
C     FOR LINEAR,QUADRATIC LAGRANGIAN AND SERENDIPITY                   SFR00070
C     ISOPARAMETRIC 2-D ELEMENTS                                        SFR00080
C                                                                       SFR00090
C***********************************************************************SFR00100
      DIMENSION DERIV(2,9), SHAPE(9)                                    SFR00110
      S=EXISP                                                           SFR00120
      T=ETASP                                                           SFR00130
      IF(NNODE.GT.4) GO TO 10                                           SFR00140
      ST=S*T                                                            SFR00150
C                                                                       SFR00160
C***  SHAPE FUNCTIONS FOR 4 NODED ELEMENT                               SFR00170
C                                                                       SFR00180
      SHAPE(1)=(1-T-S+ST)*0.25                                          SFR00190
      SHAPE(2)=(1-T+S-ST)*0.25                                          SFR00200
      SHAPE(3)=(1+T+S+ST)*0.25                                          SFR00210
      SHAPE(4)=(1+T-S-ST)*0.25                                          SFR00220
C                                                                       SFR00230
C***  SHAPE FUNCTION DERIVATIVES                                        SFR00240
C                                                                       SFR00250
      DERIV(1,1)=(-1+T)*0.25                                            SFR00260
      DERIV(1,2)=(+1-T)*0.25                                            SFR00270
      DERIV(1,3)=(+1+T)*0.25                                            SFR00280
      DERIV(1,4)=(-1-T)*0.25                                            SFR00290
      DERIV(2,1)=(-1+S)*0.25                                            SFR00300
      DERIV(2,2)=(-1-S)*0.25                                            SFR00310
      DERIV(2,3)=(+1+S)*0.25                                            SFR00320
      DERIV(2,4)=(+1-S)*0.25                                            SFR00330
      RETURN                                                            SFR00340
   10 IF(NNODE.GT.8) GO TO 30                                           SFR00350
      S2=S*2.0                                                          SFR00360
      T2=T*2.0                                                          SFR00370
      SS=S*S                                                            SFR00380
      TT=T*T                                                            SFR00390
      ST=S*T                                                            SFR00400
      SST=S*S*T                                                         SFR00410
      STT=S*T*T                                                         SFR00420
      ST2=S*T*2.0                                                       SFR00430
C                                                                       SFR00440
C***  SHAPE FUNCTIONS FOR 8 NODED ELEMENT                               SFR00450
```

```
C
      SHAPE(1)=(-1.0+ST+SS+TT-SST-STT)/4.0
      SHAPE(3)=(-1.0-ST+SS+TT-SST+STT)/4.0
      SHAPE(5)=(-1.0+ST+SS+TT+SST+STT)/4.0
      SHAPE(7)=(-1.0-ST+SS+TT+SST-STT)/4.0
      SHAPE(2)=(1.0-T-SS+SST)/2.0
      SHAPE(4)=(1.0+S-TT-STT)/2.0
      SHAPE(6)=(1.0+T-SS-SST)/2.0
      SHAPE(8)=(1.0-S-TT+STT)/2.0
C
C***  SHAPE FUNCTION DERIVATIVES
C
      DERIV(1,1)=(T+S2-ST2-TT)/4.0
      DERIV(1,2)=-S+ST
      DERIV(1,3)=(-T+S2-ST2+TT)/4.0
      DERIV(1,4)=(1.0-TT)/2.0
      DERIV(1,5)=(T+S2+ST2+TT)/4.0
      DERIV(1,6)=-S-ST
      DERIV(1,7)=(-T+S2+ST2-TT)/4.0
      DERIV(1,8)=(-1.0+TT)/2.0
      DERIV(2,1)=(S+T2-SS-ST2)/4.0
      DERIV(2,2)=(-1.0+SS)/2.0
      DERIV(2,3)=(-S+T2-SS+ST2)/4.0
      DERIV(2,4)=-T-ST
      DERIV(2,5)=(S+T2+SS+ST2)/4.0
      DERIV(2,6)=(1.0-SS)/2.0
      DERIV(2,7)=(-S+T2+SS-ST2)/4.0
      DERIV(2,8)=-T+ST
      RETURN
   30 CONTINUE
      SS=S*S
      ST=S*T
      TT=T*T
      S1=S+1.0
      T1=T+1.0
      S2=S*2.0
      T2=T*2.0
      S9=S-1.0
      T9=T-1.0
C
C***  SHAPE FUNCTIONS FOR 9 NODED ELEMENT
C
      SHAPE(1)=0.25*S9*ST*T9
      SHAPE(2)=0.5*(1.0-SS)*T*T9
      SHAPE(3)=0.25*S1*ST*T9
      SHAPE(4)=0.5*S*S1*(1.0-TT)
      SHAPE(5)=0.25*S1*ST*T1
      SHAPE(6)=0.5*(1.0-SS)*T*T1
      SHAPE(7)=0.25*S9*ST*T1
      SHAPE(8)=0.5*S*S9*(1.0-TT)
      SHAPE(9)=(1.0-SS)*(1.0-TT)
C
C***  SHAPE FUNCTION DERIVATIVES
C
      DERIV(1,1)=0.25*T*T9*(-1.0+S2)
      DERIV(1,2)=-ST*T9
      DERIV(1,3)=0.25*(1.0+S2)*T*T9
      DERIV(1,4)=0.5*(1.0+S2)*(1.0-TT)
      DERIV(1,5)=0.25*(1.0+S2)*T*T1
      DERIV(1,6)=-ST*T1
      DERIV(1,7)=0.25*(-1.0+S2)*T*T1
      DERIV(1,8)=0.5*(-1.0+S2)*(1.0-TT)
      DERIV(1,9)=-S2*(1.0-TT)
      DERIV(2,1)=0.25*(-1.0+T2)*S*S9
      DERIV(2,2)=0.5*(1.0-SS)*(-1.0+T2)
      DERIV(2,3)=0.25*S*S1*(-1.0+T2)
      DERIV(2,4)=-ST*S1
      DERIV(2,5)=0.25*S*S1*(1.0+T2)
      DERIV(2,6)=0.5*(1.0-SS)*(1.0+T2)
      DERIV(2,7)=0.25*S*S9*(1.0+T2)
      DERIV(2,8)=-ST*S9
      DERIV(2,9)=-T2*(1.0-SS)
   20 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE JACOB2(CARTD,DERIV,DJACB,ELCOD,GPCOD,IELEM,KGASP,
     .                  NNODE,SHAPE)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
```

```
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          JAC00040
C***********************************************************************JAC00050
C                                                                       JAC00060
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE JACOBIAN MATRIX AND THE CARTESIAN   JAC00070
C     SHAPE FUNCTION DERIVATIVES                                        JAC00080
C                                                                       JAC00090
C***********************************************************************JAC00100
      DIMENSION CARTD(2,9),DERIV(2,9),ELCOD(2,9) ,GPCOD(2,9) ,SHAPE(9), JAC00110
     .          XJACI(2,2),XJACM(2,2)                                   JAC00120
C                                                                       JAC00130
C***  CALCULATE COORDINATES OF SAMPLING POINT                           JAC00140
C                                                                       JAC00150
      DO 2 IDIME=1,2                                                    JAC00160
      GPCOD(IDIME,KGASP)=0.0                                            JAC00170
      DO 2 INODE=1,NNODE                                                JAC00180
      GPCOD(IDIME,KGASP)=GPCOD(IDIME,KGASP)+ELCOD(IDIME,INODE)          JAC00190
     .*SHAPE(INODE)                                                     JAC00200
    2 CONTINUE                                                          JAC00210
C                                                                       JAC00220
C***  CREATE JACOBIAN MATRIX XJACM                                      JAC00230
C                                                                       JAC00240
      DO 4 IDIME=1,2                                                    JAC00250
      DO 4 JDIME=1,2                                                    JAC00260
      XJACM(IDIME,JDIME)=0.0                                            JAC00270
      DO 4 INODE=1,NNODE                                                JAC00280
      XJACM(IDIME,JDIME)=XJACM(IDIME,JDIME)+DERIV(IDIME,INODE)*         JAC00290
     .ELCOD(JDIME,INODE)                                                JAC00300
    4 CONTINUE                                                          JAC00310
C                                                                       JAC00320
C***  CALCULATE DETERMINANT AND INVERSE OF JACOBIAN MATRIX              JAC00330
C                                                                       JAC00340
      DJACB=XJACM(1,1)*XJACM(2,2)-XJACM(1,2)*XJACM(2,1)                 JAC00350
      IF(DJACB) 6,6,8                                                   JAC00360
    6 WRITE(6,600) IELEM                                                JAC00370
      STOP                                                              JAC00380
    8 CONTINUE                                                          JAC00390
      XJACI(1,1)= XJACM(2,2)/DJACB                                      JAC00400
      XJACI(2,2)= XJACM(1,1)/DJACB                                      JAC00410
      XJACI(1,2)=-XJACM(1,2)/DJACB                                      JAC00420
      XJACI(2,1)=-XJACM(2,1)/DJACB                                      JAC00430
C                                                                       JAC00440
C***  CALCULATE CARTESIAN DERIVATIVES                                   JAC00450
C                                                                       JAC00460
      DO 10 IDIME=1,2                                                   JAC00470
      DO 10 INODE=1,NNODE                                               JAC00480
      CARTD(IDIME,INODE)=0.0                                            JAC00490
      DO 10 JDIME=1,2                                                   JAC00500
      CARTD(IDIME,INODE)=CARTD(IDIME,INODE)+XJACI(IDIME,JDIME)*         JAC00510
     .DERIV(JDIME,INODE)                                                JAC00520
   10 CONTINUE                                                          JAC00530
  600 FORMAT(//,36H PROGRAM HALTED IN SUBROUTINE JACOB2,/ 11X,          JAC00540
     .22H ZERO OR NEGATIVE AREA,/,10X,16H ELEMENT NUMBER ,I5)           JAC00550
      RETURN                                                            JAC00560
      END                                                               JAC00570
      SUBROUTINE INCREM(ELOAD,FIXED,IINCS,MELEM,MEVAB,MITER,            INC00010
     .                  MTOTV,MVFIX,NDOFN,NELEM,NEVAB,NOUTP,            INC00020
     .                  NOFIX,NTOTV,NVFIX,PRESC,RLOAD,TFACT,            INC00030
     .                  TLOAD,TOLER)                                    INC00040
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                                INC00050
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          INC00060
C***********************************************************************INC00070
C                                                                       INC00080
C**** THIS SUBROUTINE INCREMENTS THE APPLIED LOADING                    INC00090
C                                                                       INC00100
C***********************************************************************INC00110
      DIMENSION ELOAD(MELEM,MEVAB),FIXED(MTOTV),                        INC00120
C+++WRONG         IFFIX(MTOTV),                                         INC00130
     .          NOUTP(2),NOFIX(MVFIX),                                  INC00140
     .          PRESC(MVFIX,NDOFN),RLOAD(MELEM,MEVAB),TLOAD(MELEM,MEVAB)INC00150
      WRITE(6,900) IINCS                                                INC00160
  900 FORMAT(1H0,5X,17HINCREMENT NUMBER ,I5)                            INC00170
      READ(5,950) FACTO,TOLER,MITER,NOUTP(1),NOUTP(2)                   INC00180
  950 FORMAT(2F10.5,3I5)                                                INC00190
      TFACT=TFACT+FACTO                                                 INC00200
      WRITE(6,960) TFACT,TOLER,MITER,NOUTP(1),NOUTP(2)                  INC00210
  960 FORMAT(1H0,5X,13HLOAD FACTOR =,F10.5,5X,                          INC00220
     .24H CONVERGENCE TOLERANCE =,F10.5,5X,24HMAX. NO. OF ITERATIONS =, INC00230
     . I5,//27H INITIAL OUTPUT PARAMETER =,I5,5X,24HFINAL OUTPUT PARAMETINC00240
```

```
     .ER =,I5)
      DO 80 IELEM=1,NELEM
      DO 80 IEVAB=1,NEVAB
      ELOAD(IELEM,IEVAB)=ELOAD(IELEM,IEVAB)+RLOAD(IELEM,IEVAB)*FACTO
   80 TLOAD(IELEM,IEVAB)=TLOAD(IELEM,IEVAB)+RLOAD(IELEM,IEVAB)*FACTO
C
C***  INTERPRET FIXITY DATA IN VECTOR FORM
C
      DO 100 ITOTV=1,NTOTV
  100 FIXED(ITOTV)=0.0
      DO 110 IVFIX=1,NVFIX
      NLOCA=(NOFIX(IVFIX)-1)*NDOFN
      DO 110 IDOFN=1,NDOFN
      NGASH=NLOCA+IDOFN
      FIXED(NGASH)=PRESC(IVFIX,IDOFN)*FACTO
  110 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ALGOR(FIXED,IINCS,IITER,KRESL,
     .                 MTOTV,NALGO,NTOTV)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C**********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE SETS EQUATION RESOLUTION INDEX,KRESL
C
C**********************************************************************
      DIMENSION FIXED(MTOTV)
      KRESL=2
C++++ ELASTIC SOLUTION. VERSION 3
      IF(NALGO.EQ.0) KRESL=1
      IF(NALGO.EQ.1.AND.IINCS.EQ.1.AND.IITER.EQ.1) KRESL=1
      IF(NALGO.EQ.2) KRESL=1
      IF(NALGO.EQ.3.AND.IITER.EQ.1) KRESL=1
      IF(NALGO.EQ.4.AND.IINCS.EQ.1.AND.IITER.EQ.1) KRESL=1
      IF(NALGO.EQ.4.AND.IITER.EQ.2) KRESL=1
      IF(IITER.EQ.1) RETURN
      DO 100 ITOTV=1,NTOTV
      FIXED(ITOTV)=0.0
  100 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE STIFFP(COORD,EPSTN,IINCS,LNODS,MATNO,MEVAB,MMATS,
     .                  MPOIN,MTOTV,NELEM,NEVAB,NGAUS,NNODE,NSTRE,
     .                  NSTR1,POSGP,PROPS,WEIGP,MELEM,MTOTG,
     .                  STRSG,NTYPE,NCRIT)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C**********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE STIFFNESS MATRIX FOR EACH ELEMENT
C     IN TURN
C
C**********************************************************************
      DIMENSION BMATX(4,18),CARTD(2,9),COORD(MPOIN,2),DBMAT(4,18),
     .          DERIV(2,9),DEVIA(4),DMATX(4,4),
     .          ELCOD(2,9),EPSTN(MTOTG),ESTIF(18,18),LNODS(MELEM,9),
     .          MATNO(MELEM),POSGP(4),PROPS(MMATS,7),SHAPE(9),
     .          WEIGP(4),STRES(4),STRSG(4,MTOTG),
     .          DVECT(4),AVECT(4),GPCOD(2,9)
      TWOPI=6.283185308
      REWIND 1
      KGAUS=0
C
C***  LOOP OVER EACH ELEMENT
C
      DO 70 IELEM=1,NELEM
      LPROP=MATNO(IELEM)
C
C***  EVALUATE THE COORDINATES OF THE ELEMENT NODAL POINTS
C
      DO 10 INODE=1,NNODE
      LNODE=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      IPOSN=(LNODE-1)*2
      DO 10 IDIME=1,2
      IPOSN=IPOSN+1
   10 ELCOD(IDIME,INODE)=COORD(LNODE,IDIME)
      THICK=PROPS(LPROP,3)
```

```
C
C***  INITIALIZE THE ELEMENT STIFFNESS MATRIX
C
      DO 20 IEVAB=1,NEVAB
      DO 20 JEVAB=1,NEVAB
   20 ESTIF(IEVAB,JEVAB)=0.0
      KGASP=0
C
C***  ENTER LOOPS FOR AREA NUMERICAL INTEGRATION
C
      DO 50 IGAUS=1,NGAUS
      EXISP=POSGP(IGAUS)
      DO 50 JGAUS=1,NGAUS
      ETASP=POSGP(JGAUS)
      KGASP=KGASP+1
      KGAUS=KGAUS+1
C
C***  EVALUATE THE D-MATRIX
C
      CALL MODPS(DMATX,LPROP,MMATS,NTYPE,PROPS)
C
C***  EVALUATE THE SHAPE FUNCTIONS, ELEMENTAL VOLUMES,ETC.
C
      CALL      SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)
      CALL      JACOB2(CARTD,DERIV,DJACB,ELCOD,GPCOD,IELEM,KGASP,
     .                 NNODE,SHAPE)
      DVOLU=DJACB*WEIGP(IGAUS)*WEIGP(JGAUS)
      IF(NTYPE.EQ.3) DVOLU=DVOLU*TWOPI*GPCOD(1,KGASP)
      IF(THICK.NE.0.0) DVOLU=DVOLU*THICK
C
C***  EVALUATE THE B AND DB MATRICES
C
      CALL BMATPS(BMATX,CARTD,NNODE,SHAPE,GPCOD,NTYPE,KGASP)
      IF(IINCS.EQ.1) GO TO 80
      IF(EPSTN(KGAUS).EQ.0.0) GO TO 80
C++++ ELASTIC SOLUTION. VERSION 3
      IF(NALGO.EQ.0) GO TO 80
      DO 90 ISTR1=1,NSTR1
   90 STRES(ISTR1)=STRSG(ISTR1,KGAUS)
      CALL INVAR(DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,PROPS,SINT3,STEFF,STRES,
     .           THETA,VARJ2,YIELD)
      CALL YIELDF(AVECT,DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,NSTR1,
     .            PROPS,SINT3,STEFF,THETA,VARJ2,SGTOT)
C++++ CALL FLOWPL(AVECT,ABETA,DVECT,NTYPE,PROPS,LPROP,NSTR1,MMATS)
C++++ VERSION 4 +++ HOEK-BROWN CRITERION ++++
      CALL FLOWPL(AVECT,ABETA,DVECT,NTYPE,PROPS,LPROP,NSTR1,MMATS)
C+++ .            STRES)
      DO 100 ISTRE=1,NSTRE
      DO 100 JSTRE=1,NSTRE
  100 DMATX(ISTRE,JSTRE)=DMATX(ISTRE,JSTRE)-ABETA*DVECT(ISTRE)*
     . DVECT(JSTRE)
   80 CONTINUE
      CALL      DBE(BMATX,DBMAT,DMATX,MEVAB,NEVAB,NSTRE,NSTR1)
C
C***  CALCULATE THE ELEMENT STIFFNESSES
C
      DO 30 IEVAB=1,NEVAB
      DO 30 JEVAB=IEVAB,NEVAB
      DO 30 ISTRE=1,NSTRE
   30 ESTIF(IEVAB,JEVAB)=ESTIF(IEVAB,JEVAB)+BMATX(ISTRE,IEVAB)*
     . DBMAT(ISTRE,JEVAB)*DVOLU
   50 CONTINUE
C
C***  CONSTRUCT THE LOWER TRIANGLE OF THE STIFFNESS MATRIX
C
      DO 60 IEVAB=1,NEVAB
      DO 60 JEVAB=1,NEVAB
   60 ESTIF(JEVAB,IEVAB)=ESTIF(IEVAB,JEVAB)
C
C***  STORE THE STIFFNESS MATRIX,STRESS MATRIX AND SAMPLING POINT
C     COORDINATES FOR EACH ELEMENT ON DISC FILE
C
      WRITE(1) ESTIF
   70 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MODPS(DMATX,LPROP,MMATS,NTYPE,PROPS)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
```

```
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE D-MATRIX
C
C***********************************************************************
      DIMENSION DMATX(4,4),PROPS(MMATS,7)
      YOUNG=PROPS(LPROP,1)
      POISS=PROPS(LPROP,2)
      DO 10 ISTR1=1,4
      DO 10 JSTR1=1,4
   10 DMATX(ISTR1,JSTR1)=0.0
      IF(NTYPE.NE.1) GO TO 4
C
C***  D MATRIX FOR PLANE STRESS CASE
C
      CONST=YOUNG/(1.0-POISS*POISS)
      DMATX(1,1)=CONST
      DMATX(2,2)=CONST
      DMATX(1,2)=CONST*POISS
      DMATX(2,1)=CONST*POISS
      DMATX(3,3)=(1.0-POISS)*CONST/2.0
      RETURN
    4 IF(NTYPE.NE.2) GO TO 6
C
C***  D MATRIX FOR PLANE STRAIN CASE
C
      CONST=YOUNG*(1.0-POISS)/((1.0+POISS)*(1.0-2.0*POISS))
      DMATX(1,1)=CONST
      DMATX(2,2)=CONST
      DMATX(1,2)=CONST*POISS/(1.0-POISS)
      DMATX(2,1)=CONST*POISS/(1.0-POISS)
      DMATX(3,3)=(1.0-2.0*POISS)*CONST/(2.0*(1.0-POISS))
      RETURN
    6 IF(NTYPE.NE.3) GO TO 8
C
C***  D MATRIX FOR AXISYMMETRIC CASE
C
      CONST=YOUNG*(1.0-POISS)/((1.0+POISS)*(1.0-2.0*POISS))
      CONSS=POISS/(1.0-POISS)
      DMATX(1,1)=CONST
      DMATX(2,2)=CONST
      DMATX(3,3)=CONST*(1.0-2.0*POISS)/(2.0*(1.0-POISS))
      DMATX(1,2)=CONST*CONSS
      DMATX(1,4)=CONST*CONSS
      DMATX(2,1)=CONST*CONSS
      DMATX(2,4)=CONST*CONSS
      DMATX(4,1)=CONST*CONSS
      DMATX(4,2)=CONST*CONSS
      DMATX(4,4)=CONST
    8 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BMATPS(BMATX,CARTD,NNODE,SHAPE,GPCOD,NTYPE,KGASP)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE STRAIN-DISPLACEMENT MATRIX
C
C***********************************************************************
      DIMENSION BMATX(4,18),CARTD(2,9),SHAPE(9),GPCOD(2,9)
      NGASH=0
      DO 10 INODE=1,NNODE
      MGASH=NGASH+1
      NGASH=MGASH+1
      BMATX(1,MGASH)=CARTD(1,INODE)
      BMATX(1,NGASH)=0.0
      BMATX(2,MGASH)=0.0
      BMATX(2,NGASH)=CARTD(2,INODE)
      BMATX(3,MGASH)=CARTD(2,INODE)
      BMATX(3,NGASH)=CARTD(1,INODE)
      IF(NTYPE.NE.3) GO TO 10
      BMATX(4,MGASH)=SHAPE(INODE)/GPCOD(1,KGASP)
      BMATX(4,NGASH)=0.0
   10 CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE DBE(BMATX,DBMAT,DMATX,MEVAB,NEVAB,NSTRE,NSTR1)         DBE00010
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               DBE00020
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          DBE00030
C***********************************************************************DBE00040
C                                                                       DBE00050
C**** THIS SUBROUTINE MULTIPLIES THE D-MATRIX BY THE B-MATRIX           DBE00060
C                                                                       DBE00070
C***********************************************************************DBE00080
      DIMENSION BMATX(NSTR1,MEVAB),DBMAT(NSTR1,MEVAB),                  DBE00090
     .                DMATX(NSTR1,NSTR1)                                DBE00100
      DO 2 ISTRE=1,NSTRE                                                DBE00110
      DO 2 IEVAB=1,NEVAB                                                DBE00120
      DBMAT(ISTRE,IEVAB)=0.0                                            DBE00130
      DO 2 JSTRE=1,NSTRE                                                DBE00140
      DBMAT(ISTRE,IEVAB)=DBMAT(ISTRE,IEVAB)+                            DBE00150
     .DMATX(ISTRE,JSTRE)*BMATX(JSTRE,IEVAB)                             DBE00160
    2 CONTINUE                                                          DBE00170
      RETURN                                                            DBE00180
      END                                                               DBE00190
      SUBROUTINE FRONT(ASDIS,ELOAD,EQRHS,EQUAT,ESTIF,FIXED,IFFIX,IINCS, FRO00010
     .                 IITER,GLOAD,GSTIF,LOCEL,LNODS,KRESL,MBUFA,MELEM, FRO00020
     .                 MEVAB,MFRON,MSTIF,MTOTV,MVFIX,NACVA,NAMEV,NDEST, FRO00030
     .                 NDOFN,NELEM,NEVAB,NNODE,NOFIX,NPIVO,NPOIN,       FRO00040
     .                 NTOTV,TDISP,TLOAD,TREAC,VECRV)                   FRO00050
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               FRO00060
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          FRO00070
C***********************************************************************FRO00080
C                                                                       FRO00090
C**** THIS SUBROUTINE UNDERTAKES EQUATION SOLUTION BY THE FRONTAL       FRO00100
C     METHOD                                                            FRO00110
C                                                                       FRO00120
C***********************************************************************FRO00130
      DIMENSION ASDIS(MTOTV),ELOAD(MELEM,MEVAB),EQRHS(MBUFA),           FRO00140
     .          EQUAT(MFRON,MBUFA),ESTIF(MEVAB,MEVAB),FIXED(MTOTV),     FRO00150
     .          IFFIX(MTOTV),NPIVO(MBUFA),VECRV(MFRON),GLOAD(MFRON),    FRO00160
     .          GSTIF(MSTIF),LNODS(MELEM,9),LOCEL(MEVAB),NACVA(MFRON),  FRO00170
     .          NAMEV(MBUFA),NDEST(MEVAB),NOFIX(MVFIX),NOUTP(2),        FRO00180
     .          TDISP(MTOTV),TLOAD(MELEM,MEVAB),TREAC(MVFIX,NDOFN)      FRO00190
      NFUNC(I,J)=(J*J-J)/2+I                                            FRO00200
C                                                                       FRO00210
C***  CHANGE THE SIGN OF THE LAST APPEARENCE OF EACH NODE               FRO00220
C                                                                       FRO00230
      IF(IINCS.GT.1.OR.IITER.GT.1) GO TO 455                            FRO00240
      DO 140 IPOIN=1,NPOIN                                              FRO00250
      KLAST=0                                                           FRO00260
      DO 130 IELEM=1,NELEM                                              FRO00270
      DO 120 INODE=1,NNODE                                              FRO00280
      IF(LNODS(IELEM,INODE).NE.IPOIN) GO TO 120                         FRO00290
      KLAST=IELEM                                                       FRO00300
      NLAST=INODE                                                       FRO00310
  120 CONTINUE                                                          FRO00320
  130 CONTINUE                                                          FRO00330
      IF(KLAST.NE.0) LNODS(KLAST,NLAST)=-IPOIN                          FRO00340
  140 CONTINUE                                                          FRO00350
  455 CONTINUE                                                          FRO00360
C                                                                       FRO00370
C***  START BY INITIALIZING EVERYTHING THAT MATTERS TO ZERO             FRO00380
C                                                                       FRO00390
      DO 450 IBUFA=1,MBUFA                                              FRO00400
  450 EQRHS(IBUFA)=0.0                                                  FRO00410
      DO 150 ISTIF=1,MSTIF                                              FRO00420
  150 GSTIF(ISTIF)=0.0                                                  FRO00430
      DO 160 IFRON=1,MFRON                                              FRO00440
      GLOAD(IFRON)=0.0                                                  FRO00450
      VECRV(IFRON)=0.0                                                  FRO00460
      NACVA(IFRON)=0                                                    FRO00470
      DO 160 IBUFA=1,MBUFA                                              FRO00480
  160 EQUAT(IFRON,IBUFA)=0.0                                            FRO00490
C                                                                       FRO00500
C***  AND PREPARE FOR DISK READING AND WRITING OPERATIONS               FRO00510
C                                                                       FRO00520
      NBUFA=0                                                           FRO00530
      IF(KRESL.GT.1) NBUFA=MBUFA                                        FRO00540
      REWIND 1                                                          FRO00550
      REWIND 2                                                          FRO00560
      REWIND 3                                                          FRO00570
      REWIND 4                                                          FRO00580
      REWIND 8                                                          FRO00590
```

```
C
C***  ENTER MAIN ELEMENT ASSEMBLY-REDUCTION LOOP
C
      NFRON=0
      KELVA=0
      DO 320 IELEM=1,NELEM
      IF(KRESL.GT.1) GO TO 400
      KEVAB=0
      READ(1) ESTIF
      DO 170 INODE=1,NNODE
      DO 170 IDOFN=1,NDOFN
      NPOSI=(INODE-1)*NDOFN+IDOFN
      LOCNO=LNODS(IELEM,INODE)
      IF(LOCNO.GT.0) LOCEL(NPOSI)=(LOCNO-1)*NDOFN+IDOFN
      IF(LOCNO.LT.0) LOCEL(NPOSI)=(LOCNO+1)*NDOFN-IDOFN
  170 CONTINUE
C
C***  START BY LOOKING FOR EXISTING DESTINASTIONS
C
      DO 210 IEVAB=1,NEVAB
      NIKNO=IABS(LOCEL(IEVAB))
      KEXIS=0
C++++ NEXT CARD HAS BEEN ADDED ++++ REMOVE INCOMPATIBILITY ++++
      IF(NFRON.EQ.0) GO TO 181
      DO 180 IFRON=1,NFRON
      IF(NIKNO.NE.NACVA(IFRON)) GO TO 180
      KEVAB=KEVAB+1
      KEXIS=1
      NDEST(KEVAB)=IFRON
  180 CONTINUE
C++++ NEXT CARD HAS BEEN ADDED ++++ REMOVE INCOMPATIBILITY ++++
  181 CONTINUE
      IF(KEXIS.NE.0) GO TO 210
C
C***  WE NOW SEEK NEW EMPTY PALCES FOR DESTINATION VECTOR
C
      DO 190 IFRON=1,MFRON
      IF(NACVA(IFRON).NE.0) GO TO 190
      NACVA(IFRON)=NIKNO
      KEVAB=KEVAB+1
      NDEST(KEVAB)=IFRON
      GO TO 200
  190 CONTINUE
C
C***  THE NEW PLACES MAY DEMAND INCRREASE IN CURRENT FRONTWIDTH
C
  200 IF(NDEST(KEVAB).GT.NFRON) NFRON=NDEST(KEVAB)
  210 CONTINUE
      WRITE(8) LOCEL,NDEST,NACVA,NFRON
  400 IF(KRESL.GT.1) READ(8) LOCEL,NDEST,NACVA,NFRON
C
C***  ASSEMBLE ELEMENTS LOADS
C
      DO 220 IEVAB=1,NEVAB
      IDEST=NDEST(IEVAB)
      GLOAD(IDEST)=GLOAD(IDEST)+ELOAD(IELEM,IEVAB)
C
C***  ASSEMBLE THE ELEMENT STIFFNESS-BUT NOT IN RESOLUTION
C
      IF(KRESL.GT.1) GO TO 402
      DO 222 JEVAB=1,IEVAB
      JDEST=NDEST(JEVAB)
      NGASH=NFUNC(IDEST,JDEST)
      NGISH=NFUNC(JDEST,IDEST)
      IF(JDEST.GE.IDEST) GSTIF(NGASH)=GSTIF(NGASH)+ESTIF(IEVAB,JEVAB)
      IF(JDEST.LT.IDEST) GSTIF(NGISH)=GSTIF(NGISH)+ESTIF(IEVAB,JEVAB)
  222 CONTINUE
  402 CONTINUE
  220 CONTINUE
C
C***  RE-EXAMINE EACH ELEMENT NODE, TO ENQUIRE WHICH CAN BE ELEIMINATED
C
      DO 310 IEVAB=1,NEVAB
      NIKNO=-LOCEL(IEVAB)
      IF(NIKNO.LE.0) GO TO 310
C
C***  FIND POSITION OF VARIABLES READY FOR ELIMINATION
C
```

```
      DO 300 IFRON=1,NFRON
      IF(NACVA(IFRON).NE.NIKNO) GO TO 300
      NBUFA=NBUFA+1
C
C***  WRITE EQUATIONS TO DISC OR TO TAPE
C
      IF(NBUFA.LE.MBUFA) GO TO 406
      NBUFA=1
      IF(KRESL.GT.1) GO TO 408
      WRITE(2) EQUAT,EQRHS,NPIVO,NAMEV
      GO TO 406
  408 WRITE(4) EQRHS
      READ(2) EQUAT,EQRHS,NPIVO,NAMEV
  406 CONTINUE
C
C***  EXTRACT THE COEFFICIENTS OF THE NEW EQUATION FOR ELIMINATION
C
      IF(KRESL.GT.1) GO TO 404
      DO 230 JFRON=1,MFRON
      IF(IFRON.LT.JFRON) NLOCA=NFUNC(IFRON,JFRON)
      IF(IFRON.GE.JFRON) NLOCA=NFUNC(JFRON,IFRON)
      EQUAT(JFRON,NBUFA)=GSTIF(NLOCA)
  230 GSTIF(NLOCA)=0.0
  404 CONTINUE
C
C***  AND EXTRACT THE CORRESPONDING RIGHT HAND SIDES
C
      EQRHS(NBUFA)=GLOAD(IFRON)
      GLOAD(IFRON)=0.0
      KELVA=KELVA+1
      NAMEV(NBUFA)=NIKNO
      NPIVO(NBUFA)=IFRON
C
C***  DEAL WITH PIVOT
C
      PIVOT=EQUAT(IFRON,NBUFA)
      IF(PIVOT.GT.0.0) GO TO 235
      WRITE(6,900) NIKNO,PIVOT
  900 FORMAT(1H0,3X,52HNEGATIVE OR ZERO PIVOT ENCOUNTERED FOR VARIABLE N
     .0. ,I4, 10H OF VALUE ,E17.6)
      STOP
  235 CONTINUE
      EQUAT(IFRON,NBUFA)=0.0
C
C***  ENQUIRE WHETHER PRESENT VARIABLE IS FREE OR PRESCRIBED
C
      IF(IFFIX(NIKNO).EQ.0) GO TO 250
C
C***  DEAL WITH A PRESCRIBED DEFLECTION
C
      DO 240 JFRON=1,NFRON
  240 GLOAD(JFRON)=GLOAD(JFRON)-FIXED(NIKNO)*EQUAT(JFRON,NBUFA)
      GO TO 280
C
C***  ELIMINATE A FREE VARIABLE - DEAL WITH THE RIGHT HAND SIDE FIRST
C
  250 DO 270 JFRON=1,NFRON
      GLOAD(JFRON)=GLOAD(JFRON)-EQUAT(JFRON,NBUFA)*EQRHS(NBUFA)/PIVOT
C
C***  NOW DEAL WITH THE COEFFICIENTS IN CORE
C
      IF(KRESL.GT.1) GO TO 418
      IF(EQUAT(JFRON,NBUFA).EQ.0.0) GO TO 270
      NLOCA=NFUNC(0,JFRON)
      CUREQ=EQUAT(JFRON,NBUFA)
      DO 260 LFRON=1,JFRON
      NGASH=LFRON+NLOCA
  260 GSTIF(NGASH)=GSTIF(NGASH)-CUREQ*EQUAT(LFRON,NBUFA)
     . /PIVOT
  418 CONTINUE
  270 CONTINUE
  280 EQUAT(IFRON,NBUFA)=PIVOT
C
C***  RECORD THE NEW VACANT SPACE, AND REDUCE FRONTWIDTH IF POSSIBLE
C
      NACVA(IFRON)=0
      GO TO 290
C
```

```
C***  COMPLETE ELEMENT LOOP IN THE FORWARD ELIMINATION
C
  300 CONTINUE
  290 IF(NACVA(NFRON).NE.0) GO TO 310
      NFRON=NFRON-1
      IF(NFRON.GT.0) GO TO 290
  310 CONTINUE
  320 CONTINUE
      IF(KRESL.EQ.1) WRITE(2) EQUAT,EQRHS,NPIVO,NAMEV
      BACKSPACE 2
C
C***  ENTER BACK-SUBSTITUTION PHASE. LOOP BACKWARDS THROUGH VARIABLES
C
      DO 340 IELVA=1,KELVA
C
C***  READ A NEW BLOCK OF EQUATIONS - IF NEEDED
C
      IF(NBUFA.NE.0) GO TO 412
      BACKSPACE 2
      READ(2) EQUAT,EQRHS,NPIVO,NAMEV
      BACKSPACE 2
      NBUFA=MBUFA
      IF(KRESL.EQ.1) GO TO 412
      BACKSPACE 4
      READ(4) EQRHS
      BACKSPACE 4
  412 CONTINUE
C
C***  PREPARE TO BACK-SUBSTITUTE FROM THE CURRENT EQUATION
C
      IFRON=NPIVO(NBUFA)
      NIKNO=NAMEV(NBUFA)
      PIVOT=EQUAT(IFRON,NBUFA)
      IF(IFFIX(NIKNO).NE.0) VECRV(IFRON)=FIXED(NIKNO)
      IF(IFFIX(NIKNO).EQ.0) EQUAT(IFRON,NBUFA)=0.0
C
C***  BACK-SUBSTITUTE IN THE CURRENT EQUATION
C
      DO 330 JFRON=1,MFRON
  330 EQRHS(NBUFA)=EQRHS(NBUFA)-VECRV(JFRON)*EQUAT(JFRON,NBUFA)
C
C***  PUT THE FINAL VALUES WHERE THEY BELONG
C
      IF(IFFIX(NIKNO).EQ.0) VECRV(IFRON)=EQRHS(NBUFA)/PIVOT
      IF(IFFIX(NIKNO).NE.0) FIXED(NIKNO)=-EQRHS(NBUFA)
      NBUFA=NBUFA-1
      ASDIS(NIKNO)=VECRV(IFRON)
  340 CONTINUE
C
C***  ADD DISPLACEMENTS TO PREVIOUS TOTAL VLUES
C
      DO 345 ITOTV=1,NTOTV
  345 TDISP(ITOTV)=TDISP(ITOTV)+ASDIS(ITOTV)
C
C***  STORE REACTIONS FOR PRINTING LATER
C
      KBOUN=1
      DO 370 IPOIN=1,NPOIN
      NLOCA=(IPOIN-1)*NDOFN
      DO 350 IDOFN=1,NDOFN
      NGUSH=NLOCA+IDOFN
      IF(IFFIX(NGUSH).GT.0) GO TO 360
  350 CONTINUE
      GO TO 370
  360 DO 510 IDOFN=1,NDOFN
      NGASH=NLOCA+IDOFN
  510 TREAC(KBOUN,IDOFN)=TREAC(KBOUN,IDOFN)+FIXED(NGASH)
      KBOUN=KBOUN+1
  370 CONTINUE
C
C***  ADD REACTIONS INTO THE TOTAL LOAD ARRAY
C
      DO 700 IPOIN=1,NPOIN
      DO 710 IELEM=1,NELEM
      DO 710 INODE=1,NNODE
      NLOCA=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      IF(IPOIN.EQ.NLOCA) GO TO 720
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
```

```
  710 CONTINUE
  720 DO 730 IDOFN=1,NDOFN
      NGASH=(INODE-1)*NDOFN+IDOFN
      MGASH=(IPOIN-1)*NDOFN+IDOFN
  730 TLOAD(IELEM,NGASH)=TLOAD(IELEM,NGASH)+FIXED(MGASH)
  700 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE RESIDU(ASDIS,COORD,EFFST,ELOAD,FACTO,IITER,LNODS,
     .                  LPROP,MATNO,MELEM,MMATS,MPOIN,MTOTG,MTOTV,NDOFN,
     .                  NELEM,NEVAB,NGAUS,NNODE,NSTR1,NTYPE,POSGP,PROPS,
     .                  NSTRE,NCRIT,STRSG,WEIGP,TDISP,EPSTN,SIZEF,NALGO)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE REDUCES THE STRESSES TO THE YIELD SURFACE AND
C     EVALUATES THE EQUIVALENT NODAL FORCES
C
C***********************************************************************
      DIMENSION ASDIS(MTOTV),AVECT(4),CARTD(2,9),COORD(MPOIN,2),
     .          DEVIA(4),DVECT(4),EFFST(MTOTG),ELCOD(2,9),ELDIS(2,9),
     .          ELOAD(MELEM,18),LNODS(MELEM,9),POSGP(4),PROPS(MMATS,7),
     .          STRAN(4),STRES(4),STRSG(4,MTOTG),
     .          WEIGP(4),DLCOD(2,9),DESIG(4),SIGMA(4),SGTOT(4),
     .          DMATX(4,4),DERIV(2,9),SHAPE(9),GPCOD(2,9),
     .          EPSTN(MTOTG),TDISP(MTOTV),MATNO(MELEM),BMATX(4,18),
     .          SIZEF(MELEM),STEMP(4)
C++++ NEXT 4 CARDS WERE ADDED ++++ DOUBLE PRECISION ++++
      COS(REAL8)=DCOS(REAL8)
      SIN(REAL8)=DSIN(REAL8)
      TAN(X)=DTAN(X)
      SQRT(X)=DSQRT(X)
      ROOT3=1.73205080757
      TWOPI=6.283185308
      DO 10 IELEM=1,NELEM
      DO 10 IEVAB=1,NEVAB
   10 ELOAD(IELEM,IEVAB)=0.0
      KGAUS=0
      DO 20 IELEM=1,NELEM
C++++ SCALE EFFECT UPON ROCK MASS STRENGTH. VERSION 3
      SIZE=SIZEF(IELEM)
      LPROP=MATNO(IELEM)
      UNIAX=PROPS(LPROP,5) * SIZE
      HARDS=PROPS(LPROP,6)
      FRICT=PROPS(LPROP,7)
C++++ NEXT CARD WAS ADDES ++++ DOUBLE PRECISION ++++
      TEMPO=FRICT*0.017453292
      IF(NCRIT.EQ.3) UNIAX=PROPS(LPROP,5)*COS(TEMPO) * SIZE
C++++ IF(NCRIT.EQ.4) UNIAX=6.0*PROPS(LPROP,5)*COS(TEMPO)/
C++++. (ROOT3*(3.0-SIN(TEMPO)))
      TNPHI=TAN(TEMPO)
      IF(NCRIT.EQ.4) UNIAX=(3.0*UNIAX)/(SQRT(9.0+12.0*(TNPHI)**2))*SIZE
C
C.... HOEK-BROWN VERSION 5 ...CRITERION 6...(NEXT LINE)
C
      IF(NCRIT.EQ.6) UNIAX=SQRT(PROPS(LPROP,5))
C
C***  COMPUTE COORDINATES AND INCREMENTAL DISPLACEMENTS OF THE
C     ELEMENT NODAL POINTS
C
      DO 30 INODE=1,NNODE
      LNODE=IABS(LNODS(IELEM,INODE))
      NPOSN=(LNODE-1)*NDOFN
      DO 30 IDOFN=1,NDOFN
      NPOSN=NPOSN+1
      ELCOD(IDOFN,INODE)=COORD(LNODE,IDOFN)
   30 ELDIS(IDOFN,INODE)=ASDIS(NPOSN)
      CALL      MODPS(DMATX,LPROP,MMATS,NTYPE,PROPS)
      THICK=PROPS(LPROP,3)
      KGASP=0
      DO 40 IGAUS=1,NGAUS
      DO 40 JGAUS=1,NGAUS
      EXISP=POSGP(IGAUS)
      ETASP=POSGP(JGAUS)
      KGAUS=KGAUS+1
      KGASP=KGASP+1
      CALL        SFR2(DERIV,ETASP,EXISP,NNODE,SHAPE)
```

```
      CALL       JACOB2(CARTD,DERIV,DJACB,ELCOD,GPCOD,IELEM,KGASP,
     .                NNODE,SHAPE)
      DVOLU=DJACB*WEIGP(IGAUS)*WEIGP(JGAUS)
      IF(NTYPE.EQ.3) DVOLU=DVOLU*TWOPI*GPCOD(1,KGASP)
      IF(THICK.NE.0.0) DVOLU=DVOLU*THICK
      CALL BMATPS(BMATX,CARTD,NNODE,SHAPE,GPCOD,NTYPE,KGASP)
      CALL LINEAR(CARTD,DMATX,ELDIS,LPROP,MMATS,NDOFN,NNODE,NSTRE,
     .           NTYPE,PROPS,STRAN,STRES,KGASP,GPCOD,SHAPE)
C++++ PREYS=UNIAX+EPSTN(KGAUS)*HARDS ++++ HOEK-BROWN ++++ MOVED DOWN
      DO 150 ISTR1=1,NSTR1
      DESIG(ISTR1)=STRES(ISTR1)
C++++ HOEK-BROWN CRITERION +++ VERSION 4 +++ NEXT LINE
      STEMP(ISTR1)=STRSG(ISTR1,KGAUS)
  150 SIGMA(ISTR1)=STRSG(ISTR1,KGAUS)+STRES(ISTR1)
C++++ ELASTIC SOLUTION. VERSION 3
      IF(NALGO.EQ.0) GO TO 60
C++++ HOEK-BROWN CRITERION +++ VERSION 4 +++ NEXT 4 LINES
      IF(NCRIT.NE.5) GO TO 1000
      CALL HOEK(PROPS(LPROP,5),PROPS(LPROP,7),STEMP,COHES,FRICT)
      UNIAX=COHES*COS(FRICT)*SIZE
 1000 CONTINUE
      PREYS=UNIAX+EPSTN(KGAUS)*HARDS
      CALL INVAR(DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,PROPS,SINT3,STEFF,SIGMA,
     .          THETA,VARJ2,YIELD)
      ESPRE=EFFST(KGAUS)-PREYS
      IF(ESPRE.GE.0.0) GO TO 50
      ESCUR=YIELD-PREYS
      IF(ESCUR.LE.0.0) GO TO 60
      RFACT=ESCUR/(YIELD-EFFST(KGAUS))
      GO TO 70
   50 ESCUR=YIELD-EFFST(KGAUS)
      IF(ESCUR.LE.0.0) GO TO 60
      RFACT=1.0
   70 MSTEP=ESCUR*8.0/UNIAX+1.0
      ASTEP=MSTEP
      REDUC=1.0-RFACT
      DO 80 ISTR1=1,NSTR1
      SGTOT(ISTR1)=STRSG(ISTR1,KGAUS)+REDUC*STRES(ISTR1)
   80 STRES(ISTR1)=RFACT*STRES(ISTR1)/ASTEP
      DO 90 ISTEP=1,MSTEP
      CALL INVAR(DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,PROPS,SINT3,STEFF,SGTOT,
     .          THETA,VARJ2,YIELD)
C+++  CALL YIELDF(AVECT,DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,NSTR1, +++VERSION 4 ++
C+++ .           PROPS,SINT3,STEFF,THETA,VARJ2)        +++ HOEK-BROWN+
      CALL YIELDF(AVECT,DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,NSTR1,
     .           PROPS,SINT3,STEFF,THETA,VARJ2,SGTOT)
      CALL FLOWPL(AVECT,ABETA,DVECT,NTYPE,PROPS,LPROP,NSTR1,MMATS)
      AGASH=0.0
      DO 100 ISTR1=1,NSTR1
  100 AGASH=AGASH+AVECT(ISTR1)*STRES(ISTR1)
      DLAMD=AGASH*ABETA
      IF(DLAMD.LT.0.0) DLAMD=0.0
      BGASH=0.0
      DO 110 ISTR1=1,NSTR1
      BGASH=BGASH+AVECT(ISTR1)*SGTOT(ISTR1)
  110 SGTOT(ISTR1)=SGTOT(ISTR1)+STRES(ISTR1)-DLAMD*DVECT(ISTR1)
      EPSTN(KGAUS)=EPSTN(KGAUS)+DLAMD*BGASH/YIELD
   90 CONTINUE
      CALL INVAR(DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,PROPS,SINT3,STEFF,SGTOT,
     .          THETA,VARJ2,YIELD)
      CURYS=UNIAX+EPSTN(KGAUS)*HARDS
      BRING=1.0
      IF(YIELD.GT.CURYS) BRING=CURYS/YIELD
      DO 130 ISTR1=1,NSTR1
  130 STRSG(ISTR1,KGAUS)=BRING*SGTOT(ISTR1)
      EFFST(KGAUS)=BRING*YIELD
C***  ALTERNATIVE LOCATION OF STRESS REDUCTION LOOP TERMINATION CARD
C  90 CONTINUE
C***
      GO TO 190
   60 DO 180 ISTR1=1,NSTR1
  180 STRSG(ISTR1,KGAUS)=STRSG(ISTR1,KGAUS)+DESIG(ISTR1)
C+++  EFFST(KGAUS)=YIELD +++ ELASTIC SOLUTION +++ VERSION 3
      IF(NALGO.NE.0) EFFST(KGAUS)=YIELD
C
C***  CALCULATE THE EQUIVALENT NODAL FORCES AND ASSOCIATE WITH THE
C     ELEMENT NODES
C
```

```
  190 MGASH=0
      DO 140 INODE=1,NNODE
      DO 140 IDOFN=1,NDOFN
      MGASH=MGASH+1
      DO 140 ISTRE=1,NSTRE
  140 ELOAD(IELEM,MGASH)=ELOAD(IELEM,MGASH)+BMATX(ISTRE,MGASH)*
     . STRSG(ISTRE,KGAUS)*DVOLU
   40 CONTINUE
   20 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE LINEAR(CARTD,DMATX,ELDIS,LPROP,MMATS,NDOFN,NNODE,NSTRE,
     .                  NTYPE,PROPS,STRAN,STRES,KGASP,GPCOD,SHAPE)
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES STRESSES AND STRAINS ASSUMING LINEAR
C     ELASTIC BEHAVIOUR
C
C***********************************************************************
      DIMENSION AGASH(2,2),CARTD(2,9),DMATX(4,4),ELDIS(2,9),
     .          PROPS(MMATS,7),STRAN(4),STRES(4),
     .          GPCOD(2,9),SHAPE(9)
      POISS=PROPS(LPROP,2)
      DO 20 IDOFN=1,NDOFN
      DO 20 JDOFN=1,NDOFN
      BGASH=0.0
      DO 10 INODE=1,NNODE
   10 BGASH=BGASH+CARTD(JDOFN,INODE)*ELDIS(IDOFN,INODE)
   20 AGASH(IDOFN,JDOFN)=BGASH
C
C***  CALCULATE THE STRAINS
C
      STRAN(1)=AGASH(1,1)
      STRAN(2)=AGASH(2,2)
      STRAN(3)=AGASH(1,2)+AGASH(2,1)
      STRAN(4)=0.0
      DO 30 INODE=1,NNODE
   30 STRAN(4)=STRAN(4)+ELDIS(1,INODE)*SHAPE(INODE)/GPCOD(1,KGASP)
C
C***  AND THE CORRESPONDING STRESSES
C
      DO 40 ISTRE=1,NSTRE
      STRES(ISTRE)=0.0
      DO 40 JSTRE=1,NSTRE
   40 STRES(ISTRE)=STRES(ISTRE)+DMATX(ISTRE,JSTRE)*STRAN(JSTRE)
      IF(NTYPE.EQ.1) STRES(4)=0.0
      IF(NTYPE.EQ.2) STRES(4)=POISS*(STRES(1)+STRES(2))
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INVAR(DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,PROPS,SINT3,STEFF,STEMP,
     .                 THETA,VARJ2,YIELD)
C++++ THE NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C***********************************************************************
C
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE STRESS INVARIANTS AND THE CURRENT
C     VALUE OF THE YIELD FUNCTION
C
C***********************************************************************
      DIMENSION DEVIA(4),PROPS(MMATS,7),STEMP(4)
C++++ NEXT 5 CARDS WERE ADDED
      ARSIN(REAL8)=DASIN(REAL8)
      COS(REAL8)=DCOS(REAL8)
      SIN(REAL8)=DSIN(REAL8)
      SQRT(REAL8)=DSQRT(REAL8)
      TAN(X)=DTAN(X)
      ROOT3=1.73205080757
      SMEAN=(STEMP(1)+STEMP(2)+STEMP(4))/3.0
      DEVIA(1)=STEMP(1)-SMEAN
      DEVIA(2)=STEMP(2)-SMEAN
      DEVIA(3)=STEMP(3)
      DEVIA(4)=STEMP(4)-SMEAN
      VARJ2=DEVIA(3)*DEVIA(3)+0.5*(DEVIA(1)*DEVIA(1)+DEVIA(2)*DEVIA(2)
     . +DEVIA(4)*DEVIA(4))
      VARJ3=DEVIA(4)*(DEVIA(4)*DEVIA(4)-VARJ2)
      STEFF=SQRT(VARJ2)
```

```
      IF(STEFF.EQ.0.0) GO TO 10                                         INV00280
      SINT3=-3.0*ROOT3*VARJ3/(2.0*VARJ2*STEFF)                          INV00290
      IF(SINT3.GT.1.0) SINT3=1.0                                        INV00300
      GO TO 20                                                          INV00310
   10 SINT3=0.0                                                         INV00320
   20 CONTINUE                                                          INV00330
      IF(SINT3.LT.-1.0) SINT3=-1.0                                      INV00340
      IF(SINT3.GT.1.0) SINT3=1.0                                        INV00350
      THETA=ARSIN(SINT3)/3.0                                            INV00360
C++++ GO TO (1,2,3,4), NCRIT +++ VERSION 4 +++ HOEK-BROWN +++           INV00370
C
C      GO TO (1,2,3,4,5), NCRIT                                         INV00380
C
C....  HOEH-BROWN VERSION 5 ...CRITERION 6...(NEXT LINE)
C
      GO TO (1,2,3,4,5,6), NCRIT
C***  TRESCA                                                            INV00390
    1 YIELD=2.0*COS(THETA)*STEFF                                        INV00400
      RETURN                                                            INV00410
C***  VON MISES                                                         INV00420
    2 YIELD=ROOT3*STEFF                                                 INV00430
      RETURN                                                            INV00440
C***  MOHR-COULOMB                                                      INV00450
    3 PHIRA=PROPS(LPROP,7)*0.017453292                                  INV00460
      SNPHI=SIN(PHIRA)                                                  INV00470
      YIELD=SMEAN*SNPHI+STEFF*(COS(THETA)-SIN(THETA)*SNPHI/ROOT3)       INV00480
      RETURN                                                            INV00490
C***  DRUCKER-PRAGER                                                    INV00500
    4 PHIRA=PROPS(LPROP,7)*0.017453292                                  INV00510
C++++ SNPHI=SIN(PHIRA)                                                  INV00520
C++++ YIELD=6.0*SMEAN*SNPHI/(ROOT3*(3.0-SNPHI))+STEFF                   INV00530
      TNPHI=TAN(PHIRA)                                                  INV00540
      YIELD=(3*SMEAN*TNPHI)/(SQRT(9.0+12.0*(TNPHI)**2))+STEFF           INV00550
      RETURN                                                            INV00560
C++++ HOEK-BROWN CRITERION +++ VERSION 4 +++                            INV00570
    5 CALL HOEK(PROPS(LPROP,5),PROPS(LPROP,7),STEMP,COHES,FRICT)        INV00580
      SNPHI=SIN(FRICT)                                                  INV00590
      YIELD=SMEAN*SNPHI+STEFF*(COS(THETA)-SIN(THETA)*SNPHI/ROOT3)       INV00600
      RETURN                                                            INV00610
C
C.......................................................................
C.... HOEK-BROWN VERSION 5...CRITERION 6...(NEXT SIX LINES)
C
    6 SIGCM=PROPS(LPROP,7)
      YIELD=(SIGCM*SMEAN+4.0*(STEFF**2)*(COS(THETA))**2
     .      +SIGCM*(COS(THETA))*STEFF-SIGCM*(SIN(THETA))*STEFF/ROOT3)
      IF(YIELD.LT.0.0) YIELD=-SQRT(-YIELD)
      IF(YIELD.GT.0.0) YIELD=SQRT(YIELD)
      RETURN
C.......................................................................
C
      END                                                               INV00620
      SUBROUTINE YIELDF(AVECT,DEVIA,LPROP,MMATS,NCRIT,NSTR1,            YIE00010
     .                  PROPS,SINT3,STEFF,THETA,VARJ2,STEMP)            YIE00020
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                               YIE00030
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                          YIE00040
C***********************************************************************YIE00050
C                                                                       YIE00060
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE FLOW VECTOR                         YIE00070
C                                                                       YIE00080
C***********************************************************************YIE00090
      DIMENSION AVECT(4),DEVIA(4),PROPS(MMATS,7),                       YIE00100
     .          VECA1(4),VECA2(4),VECA3(4),STEMP(4)                     YIE00110
C++++ THE NEXT 5 CARDS WERE ADDED                                       YIE00120
      ABS(REAL8)=DABS(REAL8)                                            YIE00130
      COS(REAL8)=DCOS(REAL8)                                            YIE00140
      SIN(REAL8)=DSIN(REAL8)                                            YIE00150
      TAN(REAL8)=DTAN(REAL8)                                            YIE00160
      SQRT(X)=DSQRT(X)                                                  YIE00170
      IF(STEFF.EQ.0.0) RETURN                                           YIE00180
      FRICT=PROPS(LPROP,7)                                              YIE00190
C++++ HOEK-BROWN CRITERION ++++ VERSION 4 ++++ NEXT TWO LINES +++       YIE00200
      IF(NCRIT.EQ.5)                                                    YIE00210
     . CALL HOEK(PROPS(LPROP,5),PROPS(LPROP,7),STEMP,COHES,FRICT)       YIE00220
      TANTH=TAN(THETA)                                                  YIE00230
C++++ NEXT 2 CARDS WERE ADDED ++++ REMOVE SINGULARITY ++++              YIE00240
      TEMP1=THETA*57.29577951308                                        YIE00250
      ABTHE=ABS(TEMP1)                                                  YIE00260
```

```
      IF(ABTHE.LT.29.0) TANT3=TAN(3.0*THETA)                            YIE00270
C++++                                                                   YIE00280
      SINTH=SIN(THETA)                                                  YIE00290
      COSTH=COS(THETA)                                                  YIE00300
      COST3=COS(3.0*THETA)                                              YIE00310
      ROOT3=1.73205080757                                               YIE00320
C                                                                       YIE00330
C***  CALCULATE VECTOR A1                                                YIE00340
C                                                                       YIE00350
      VECA1(1)=1.0                                                      YIE00360
      VECA1(2)=1.0                                                      YIE00370
      VECA1(3)=0.0                                                      YIE00380
      VECA1(4)=1.0                                                      YIE00390
C                                                                       YIE00400
C***  CALCULATE VECTOR A2                                                YIE00410
C                                                                       YIE00420
      DO 10 ISTR1=1,NSTR1                                               YIE00430
   10 VECA2(ISTR1)=DEVIA(ISTR1)/(2.0*STEFF)                             YIE00440
      VECA2(3)=DEVIA(3)/STEFF                                           YIE00450
C                                                                       YIE00460
C***  CALCULATE VECTOR A3                                                YIE00470
C                                                                       YIE00480
      VECA3(1)=DEVIA(2)*DEVIA(4)+VARJ2/3.0                              YIE00490
      VECA3(2)=DEVIA(1)*DEVIA(4)+VARJ2/3.0                              YIE00500
      VECA3(3)=-2.0*DEVIA(3)*DEVIA(4)                                   YIE00510
      VECA3(4)=DEVIA(1)*DEVIA(2)-DEVIA(3)*DEVIA(3)+VARJ2/3.0            YIE00520
C++++ GO TO (1,2,3,4), NCRIT +++ VERSION 4 +++ HOEK-BROWN +++            YIE00530
C
C      GO TO (1,2,3,4,5), NCRIT                                          YIE00540
C
C....   HOEK-BROWN VERSION 5...CRITERION 6...(NEXT CARD)
C
      GO TO (1,2,3,4,5,6), NCRIT                                        YIE00550
C
C***  TRESCA                                                             YIE00560
C                                                                       YIE00570
    1 CONS1=0.0                                                         YIE00580
C++++ NEXT CARD WAS ADDED ++++ TO EASE CONVERSION TO REAL*8              YIE00590
      TEMP1=THETA*57.29577951308                                        YIE00600
      ABTHE=ABS(TEMP1)                                                  YIE00610
      IF(ABTHE.LT.29.0) GO TO 20                                        YIE00620
      CONS2=ROOT3                                                       YIE00630
      CONS3=0.0                                                         YIE00640
      GO TO 40                                                          YIE00650
   20 CONS2=2.0*(COSTH+SINTH*TANT3)                                     YIE00660
      CONS3=ROOT3*SINTH/(VARJ2*COST3)                                   YIE00670
      GO TO 40                                                          YIE00680
C                                                                       YIE00690
C***  VON MISES                                                          YIE00700
C                                                                       YIE00710
    2 CONS1=0.0                                                         YIE00720
      CONS2=ROOT3                                                       YIE00730
      CONS3=0.0                                                         YIE00740
      GO TO 40                                                          YIE00750
C                                                                       YIE00760
C***  MOHR-COULOMB                                                       YIE00770
C                                                                       YIE00780
C++++ NEXT 2 CARD WERE ADDED ++++ TO EASE CONVERSION TO REAL*8           YIE00790
    3 TEMP2=FRICT*0.017453292                                           YIE00800
      TEMP3=THETA*57.29577951308                                        YIE00810
      CONS1=SIN(TEMP2)/3.0                                              YIE00820
      ABTHE=ABS(TEMP3)                                                  YIE00830
      IF(ABTHE.LT.29.0) GO TO 30                                        YIE00840
      CONS3=0.0                                                         YIE00850
      PLUMI=1.0                                                         YIE00860
      IF(THETA.GT.0.0) PLUMI=-1.0                                       YIE00870
      CONS2=0.5*(ROOT3+PLUMI*CONS1*ROOT3)                               YIE00880
      GO TO 40                                                          YIE00890
   30 CONS2=COSTH*((1.0+TANTH*TANT3)+CONS1*(TANT3-TANTH)*ROOT3)         YIE00900
      CONS3=(ROOT3*SINTH+3.0*CONS1*COSTH)/(2.0*VARJ2*COST3)             YIE00910
      GO TO 40                                                          YIE00920
C                                                                       YIE00930
C***  DRUCKER-PRAGER                                                     YIE00940
C                                                                       YIE00950
C++++ NEXT  CARD WAS ADDED ++++ TO EASE CONVERSION TO REAL*8             YIE00960
    4 TEMP4=FRICT*0.017453292                                           YIE00970
C+++  SNPHI=SIN(TEMP4)                                                  YIE00980
      TNPHI=TAN(TEMP4)                                                  YIE00990
```

```
C+++  CONS1=2.0*SNPHI/(ROOT3*(3.0-SNPHI))                                YIE01000
      CONS1=TNPHI/(SQRT(9.0+12.0*(TNPHI)**2))                            YIE01010
      CONS2=1.0                                                          YIE01020
      CONS3=0.0                                                          YIE01030
      GO TO 40                                                           YIE01040
C                                                                        YIE01050
C++++ HOEK-BROWN ++++ VERSION 4 ++++                                     YIE01060
C                                                                        YIE01070
    5 TEMP3=THETA*57.29577951308                                         YIE01080
      CONS1=SIN(FRICT)/3.0                                               YIE01090
      ABTHE=ABS(TEMP3)                                                   YIE01100
      IF(ABTHE.LT.29.0) GO TO 60                                         YIE01110
      CONS3=0.0                                                          YIE01120
      PLUMI=1.0                                                          YIE01130
      IF(THETA.GT.0.0) PLUMI=-1.0                                        YIE01140
      CONS2=0.5*(ROOT3+PLUMI*CONS1*ROOT3)                                YIE01150
      GO TO 40                                                           YIE01160
   60 CONS2=COSTH*((1.0+TANTH*TANT3)+CONS1*(TANT3-TANTH)*ROOT3)          YIE01170
      CONS3=(ROOT3*SINTH+3.0*CONS1*COSTH)/(2.0*VARJ2*COST3)              YIE01180
      GO TO 40
C
C.......................................................................
C.... HOEK-BROWN VERSION 5...CRITERION 6...(NEXT 25 LINES)
C
    6 TEMP3=THETA*57.29577951308
      SIGCM=PROPS(LPROP,7)
      SSIGC=PROPS(LPROP,5)
      YIELD=(SIGCM*SMEAN+4.0*(STEFF**2)*(COS(THETA))**2
     .          +SIGCM*(COS(THETA))*STEFF-SIGCM*(SIN(THETA))*STEFF/ROOT3)
      IF(YIELD.LT.0.0) YIELD=-SQRT(-YIELD)
      IF(YIELD.GT.0.0) YIELD=SQRT(YIELD)
      DGDJ1=SIGCM/3.0
      DGDJ2=8*(COSTH**2)*SQRT(VARJ2)+SIGCM*COSTH-(SIGCM*SINTH)/ROOT3
      DGDTH=-8*SINTH*COSTH*VARJ2-SIGCM*SINTH*SQRT(VARJ2)
     .          -SIGCM*COSTH*SQRT(VARJ2)/ROOT3
      DFDJ1=0.5*DGDJ1/YIELD
      DFDJ2=0.5*DGDJ2/YIELD
      DFDTH=0.5*DGDTH/YIELD
      CONS1=DFDJ1
      ABTHE=ABS(TEMP3)
      IF(ABTHE.LT.29) GO TO 600
      CONS3=0.0
      PLUMI=1.0
      IF(THETA.GT.0.0)PLUMI=-1.0
      CONS2=(0.5/YIELD)*(6.0*STEFF+SIGCM*(ROOT3/2+(PLUMI)/(2*ROOT3)))
      GO TO 40
  600 CONTINUE
      CONS2=DFDJ2-(TANT3/STEFF)*DFDTH
      CONS3=-(0.5*ROOT3/COST3)*DFDTH/(STEFF**3)
C.......................................................................
C
   40 CONTINUE                                                           YIE01190
      DO 50 ISTR1=1,NSTR1                                                YIE01200
   50 AVECT(ISTR1)=CONS1*VECA1(ISTR1)+CONS2*VECA2(ISTR1)+CONS3*          YIE01210
     . VECA3(ISTR1)                                                      YIE01220
      RETURN                                                             YIE01230
      END                                                                YIE01240
      SUBROUTINE FLOWPL(AVECT,ABETA,DVECT,NTYPE,PROPS,LPROP,NSTR1,MMATS) FLO00010
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                                FLO00020
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                           FLO00030
C***********************************************************************FLO00040
C                                                                        FLO00050
C**** THIS SUBROUTINE EVALUATES THE PLASTIC VECTOR                       FLO00060
C                                                                        FLO00070
C***********************************************************************FLO00080
      DIMENSION AVECT(4),DVECT(4),PROPS(MMATS,7)                         FLO00090
      YOUNG=PROPS(LPROP,1)                                               FLO00100
      POISS=PROPS(LPROP,2)                                               FLO00110
      HARDS=PROPS(LPROP,6)                                               FLO00120
      FMUL1=YOUNG/(1.0+POISS)                                            FLO00130
      IF(NTYPE.EQ.1) GO TO 60                                            FLO00140
      FMUL2=YOUNG*POISS*(AVECT(1)+AVECT(2)+AVECT(4))/((1.0+POISS)*       FLO00150
     . (1.0-2.0*POISS))                                                  FLO00160
      DVECT(1)=FMUL1*AVECT(1)+FMUL2                                      FLO00170
      DVECT(2)=FMUL1*AVECT(2)+FMUL2                                      FLO00180
      DVECT(3)=0.5*AVECT(3)*YOUNG/(1.0+POISS)                            FLO00190
      DVECT(4)=FMUL1*AVECT(4)+FMUL2                                      FLO00200
      GO TO 70                                                           FLO00210
```

```
   60 FMUL3=YOUNG*POISS*(AVECT(1)+AVECT(2))/(1.0-POISS*POISS)          FLO00220
      DVECT(1)=FMUL1*AVECT(1)+FMUL3                                    FLO00230
      DVECT(2)=FMUL1*AVECT(2)+FMUL3                                    FLO00240
      DVECT(3)=0.5*AVECT(3)*YOUNG/(1.0+POISS)                          FLO00250
      DVECT(4)=FMUL1*AVECT(4)+FMUL3                                    FLO00260
   70 DENOM=HARDS                                                      FLO00270
      DO 80 ISTR1=1,NSTR1                                              FLO00280
   80 DENOM=DENOM+AVECT(ISTR1)*DVECT(ISTR1)                            FLO00290
      ABETA=1.0/DENOM                                                  FLO00300
      RETURN                                                           FLO00310
      END                                                              FLO00320
      SUBROUTINE HOEK(SSIGC,SIGCM,STRES,COHES,FRICT)                   HOE00010
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++HOE00020
C     THIS SUBROUTINE CALCULATES INSTANTANEOUS VALUES OF COHESION      HOE00030
C     AND ANGLE OF INTERNAL FRICTION (MOHR-COULOMB) FOR A ROCK MASS    HOE00040
C     OBEYING THE HOEK-BROWN FAILURE CRITERION.  CODED NOV. 1992       HOE00050
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++HOE00060
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)                                        HOE00070
      DIMENSION STRES(4)                                               HOE00130
      ABS(X)=DABS(X)                                                   HOE00080
      SQRT(X)=DSQRT(X)                                                 HOE00090
      ATAN(X)=DATAN(X)                                                 HOE00100
      SIN(X)=DSIN(X)                                                   HOE00110
      COS(X)=DCOS(X)                                                   HOE00120
C++++ PRINCIPAL STRESSES                                               HOE00140
      TEMP1=0.5*(STRES(1)+STRES(2))                                    HOE00150
      TEMP2=(STRES(1)-STRES(2))                                        HOE00160
      TEMP3=SQRT(0.25*TEMP2*TEMP2+STRES(3)**2)                         HOE00170
      S1=TEMP1-TEMP3                                                   HOE00180
      S3=TEMP1+TEMP3                                                   HOE00190
C++++ CONSIDER ONLY CASES OF COMPRESSIVE STRESSES.  CHANGE SIGN        HOE00200
C     CONVENTION, THAT IS, COMPRESSION IS NOW POSITIVE                 HOE00210
      IF(S1.GT.0) S1=0.0                                               HOE00220
      IF(S3.GT.0) S3=0.0                                               HOE00230
      S1=-S1                                                           HOE00240
      S3=-S3                                                           HOE00250
C++++ OPTIONAL.  FORCE S1 TO BE ON THE FAILURE SURFACE                 HOE00260
      S1=S3+SQRT(SIGCM*S3+SSIGC)                                       HOE00270
C++++ CALCULATE INSTANTANEOUS VALUES IN THE PLANE OF PRINCIPAL         HOE00280
C     STRESSES                                                         HOE00290
      TEMP1=2.0*(SQRT(SIGCM*S3+SSIGC))                                 HOE00300
      TBETA=1.0+SIGCM/TEMP1                                            HOE00310
      CPRIM=S1-S3*TBETA                                                HOE00320
C++++ TRANSFORM INSTANTANEOUS VALUES TO TAU SIGMA PLANE                HOE00330
      TEMP1=ATAN(SQRT(TBETA))                                          HOE00340
      FRICT=2.0*(TEMP1-0.785398163)                                    HOE00350
      COHES=(0.5*CPRIM*(1.0-SIN(FRICT)))/(COS(FRICT))                  HOE00360
      RETURN                                                           HOE00370
      END                                                              HOE00380
      SUBROUTINE CONVER(ELOAD,IITER,LNODS,MELEM,MEVAB,MTOTV,NCHEK,     CON00010
     .                  NDOFN,NELEM,NEVAB,NNODE,NTOTV,PVALU,STFOR,      CON00020
     .                  TLOAD,TOFOR,TOLER)                             CON00030
C++++ NEXT CARD WAS ADDED                                              CON00040
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)                                         CON00050
C*********************************************************************CON00060
C                                                                      CON00070
C**** THIS SUBROUTINE CHECKS FOR CONVERGENCE OF THE ITERATION PROCESS  CON00080
C                                                                      CON00090
C*********************************************************************CON00100
      DIMENSION ELOAD(MELEM,MEVAB),LNODS(MELEM,9),  STFOR(MTOTV),      CON00110
     .          TOFOR(MTOTV),TLOAD(MELEM,MEVAB)                        CON00120
C++++ THE NEXT 2 CARDS WERE ADDED                                      CON00130
      ABS(REAL8)=DABS(REAL8)                                           CON00140
      SQRT(REAL8)=DSQRT(REAL8)                                         CON00150
      NCHEK=0                                                          CON00160
      RESID=0.0                                                        CON00170
      RETOT=0.0                                                        CON00180
      REMAX=0.0                                                        CON00190
      DO 5 ITOTV=1,NTOTV                                               CON00200
      STFOR(ITOTV)=0.0                                                 CON00210
      TOFOR(ITOTV)=0.0                                                 CON00220
    5 CONTINUE                                                         CON00230
      DO 40 IELEM=1,NELEM                                              CON00240
      KEVAB=0                                                          CON00250
      DO 40 INODE=1,NNODE                                              CON00260
      LOCNO=IABS(LNODS(IELEM,INODE))                                   CON00270
      DO 40 IDOFN=1,NDOFN                                              CON00280
      KEVAB=KEVAB+1                                                    CON00290
```

```
      NPOSI=(LOCNO-1)*NDOFN+IDOFN
      STFOR(NPOSI)=STFOR(NPOSI)+ELOAD(IELEM,KEVAB)
   40 TOFOR(NPOSI)=TOFOR(NPOSI)+TLOAD(IELEM,KEVAB)
      DO 50 ITOTV=1,NTOTV
      REFOR=TOFOR(ITOTV)-STFOR(ITOTV)
      RESID=RESID+REFOR*REFOR
      RETOT=RETOT+TOFOR(ITOTV)*TOFOR(ITOTV)
      AGASH=ABS(REFOR)
   50 IF(AGASH.GT.REMAX) REMAX=AGASH
      DO 10 IELEM=1,NELEM
      DO 10 IEVAB=1,NEVAB
   10 ELOAD(IELEM,IEVAB)=TLOAD(IELEM,IEVAB)-ELOAD(IELEM,IEVAB)
      RESID=SQRT(RESID)
      RETOT=SQRT(RETOT)
      RATIO=100.0*RESID/RETOT
      IF(RATIO.GT.TOLER) NCHEK=1
      IF(IITER.EQ.1) GO TO 20
      IF(RATIO.GT.PVALU) NCHEK=999
   20 PVALU=RATIO
      WRITE(6,30) NCHEK,RATIO,REMAX
   30 FORMAT(1H0,3X,18HCONVERGENCE CODE =,I4,3X,28HNORM OF RESIDUAL SUM
     .RATIO =,E14.6,3X, 18HMAXIMUM RESIDUAL =,E14.6)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUTPUT(IITER,MTOTG,MTOTV,MVFIX,NELEM,NGAUS,NOFIX,
     .                  NOUTP,NPOIN,NVFIX,STRSG,TDISP,TREAC,EPSTN,
     .                  NTYPE,NCHEK,
     .                  PROPS,MMATS,NCRIT,MATNO,MELEM,SIZEF)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
C++++ NEXT CARD WAS ADDED
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C**********************************************************************
C
C***  THIS SUBROUTINE OUTPUTS DISPLACEMENTS,REACTIONS AND STRESSES
C
C**********************************************************************
      DIMENSION NOFIX(MVFIX),NOUTP(2),STRSG(4,MTOTG),STRSP(3),
     .          TDISP(MTOTV),TREAC(MVFIX,2),EPSTN(MTOTG),
     .          PROPS(MMATS,7),MATNO(MELEM),SIZEF(MELEM)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED
C++++ NEXT 2 CARDS WERE ADDED
      ATAN(REAL8)=DATAN(REAL8)
      SQRT(REAL8)=DSQRT(REAL8)
      KOUTP=NOUTP(1)
      IF(IITER.GT.1) KOUTP=NOUTP(2)
      IF(IITER.EQ.1.AND.NCHEK.EQ.0) KOUTP=NOUTP(2)
C
C***  OUTPUT DISPLACEMENTS
C
C++++ IF(KOUTP.LT.1) GO TO 10
c       IF(KOUTP.LT.3) GO TO 10
c       WRITE(6,900)
c  900 FORMAT(1H0,5X,13HDISPLACEMENTS)
c       IF(NTYPE.NE.3) WRITE(6,950)
c  950 FORMAT(1H0,6X,4HNODE,6X,7HX-DISP.,7X,7HY-DISP.)
c       IF(NTYPE.EQ.3) WRITE(6,955)
c  955 FORMAT(1H0,6X,4HNODE,6X,7HR-DISP.,7X,7HZ-DISP.)
c       DO 20 IPOIN=1,NPOIN
c       NGASH=IPOIN*2
c       NGISH=NGASH-2+1
c   20 WRITE(6,910) IPOIN,(TDISP(IGASH),IGASH=NGISH,NGASH)
c  910 FORMAT(I10,3E14.6)
c   10 CONTINUE
C
C***  OUTPUT REACTIONS
C
c       IF(KOUTP.LT.2) GO TO 30
c       WRITE(6,920)
c  920 FORMAT(1H0,5X,9HREACTIONS)
c       IF(NTYPE.NE.3) WRITE(6,960)
c  960 FORMAT(1H0,6X,4HNODE,6X,7HX-REAC.,7X,7HY-REAC.)
c       IF(NTYPE.EQ.3) WRITE(6,965)
c  965 FORMAT(1H0,6X,4HNODE,6X,7HR-REAC.,7X,7HZ-REAC.)
c       DO 40 IVFIX=1,NVFIX
c   40 WRITE(6,910) NOFIX(IVFIX),(TREAC(IVFIX,IDOFN),IDOFN=12)
c   30 CONTINUE
C
C***  OUTPUT STRESSES
```

```
C
C++++ IF(KOUTP.LT.3) GO TO 50
      IF(KOUTP.LT.1) GO TO 50
      IF(NTYPE.NE.3) WRITE(6,970)
  970 FORMAT(1H0,1X,4HG.P.,6X,9HXX-STRESS,5X,9HYY-STRESS,5X,9HXY-STRESS,
     .5X,9HZZ-STRESS,6X,8HMAX P.S.,6X,8HMIN P.S.,3X,5HANGLE,3X,
     .6HE.P.S.,
     .6X,12H  SAF.FACTOR)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
      IF(NTYPE.EQ.3) WRITE(6,975)
  975 FORMAT(1H0,1X,4HG.P.,6X,9HRR-STRESS,5X,9HZZ-STRESS,5X,9HRZ-STRESS,
     .5X,9HTT-STRESS,6X,8HMAX P.S.,6X,8HMIN P.S.,3X,5HANGLE,3X,
     . 6HP.P.S.,
     .6X,12H  SAF.FACTOR)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
      KGAUS=0
      DO 60 IELEM=1,NELEM
C++++ CALCULO DO FATOR DE SEGURANCA DE PILARES +++ NEXT LINE
      PILAR=0.0
c      DO 60 IELEM=1,30
C+++++
C++++       DO 60 IELEM=1,30
      KELGS=0
      WRITE(6,930) IELEM
  930 FORMAT(1H0,5X,13HELEMENT NO. =,I5)
      DO 60 IGAUS=1,NGAUS
      DO 60 JGAUS=1,NGAUS
      KGAUS=KGAUS+1
      KELGS=KELGS+1
      XGASH=(STRSG(1,KGAUS)+STRSG(2,KGAUS))*0.5
      XGISH=(STRSG(1,KGAUS)-STRSG(2,KGAUS))*0.5
      XGESH=STRSG(3,KGAUS)
      XGOSH=SQRT(XGISH*XGISH+XGESH*XGESH)
      STRSP(1)=XGASH+XGOSH
      STRSP(2)=XGASH-XGOSH
      IF(XGISH.EQ.0.0) XGISH=0.1E-20
      STRSP(3)=ATAN(XGESH/XGISH)*28.647889757
C++++ NEXT 2 CARDS WERE ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
      STRZZ=STRSG(4,KGAUS)
      IMATO=MATNO(IELEM)
      SIZE=SIZEF(IELEM)
      CALL SFACTO(PROPS,STRSP,STRZZ,IMATO,NCRIT,MMATS,SFACT,SIZE)
      WRITE(6,940) KELGS,(STRSG(ISTR1,KGAUS),ISTR1=1,4),
     . (STRSP(ISTRE),ISTRE=1,3),EPSTN(KGAUS),
     . SFACT
C++++ CALCULO DO FATOR DE SEGURANCA DE PILARES +++ NEXT 4 LINES
      IF(JGAUS.NE.1) GO TO 7799
      IF(IELEM.LE.4) PILAR=PILAR+0.041667*SFACT
      IF(IELEM.GE.5.AND.IELEM.LE.8) PILAR=PILAR+0.0625*SFACT
      IF(IELEM.EQ.9) PILAR=PILAR+0.083333*SFACT
 7799 CONTINUE
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
C++++ SAVE SOLUTION FOR GRAPHICS POST-PROCESSING
   60 WRITE(9,940) KELGS,(STRSG(ISTR1,KGAUS),ISTR1=1,4),
     . (STRSP(ISTRE),ISTRE=1,3),EPSTN(KGAUS),
     . SFACT
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
  940 FORMAT(I5,2X,6E14.6,F8.3,E14.6,
     .         F10.3)
C++++ PREVIOUS CARD WAS ADDED ++++ COMPUTATION OF FACTOR OF SAFETY
C++++ IMPRIME FATOR DE SEGURANCA MEDIO DOS PILARES
      WRITE(6,1234) PILAR
1234  FORMAT(/,'   FATOR DE SEGURANCA MEDIO PILAR =',F10.5,//)
   50 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SFACTO(PROPS,STRSP,STRZZ,IMATO,NCRIT,MMATS,SFACT,SIZE)
C++++ FOR SINGLE PRECISION DEACTIVATE NEXT CARD
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
C
C++++ THIS ROUTINE WAS ADDED TO OWEN'S FEM CODE TO COMPUTE SAFETY
C     FACTOR ASSUMING ELASTIC BEHAVIOUR.  HOEK-BROWN CRITERION ADDED
C     OCT. 16, 1992
C
C+++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++++
      DIMENSION PROPS(MMATS,7),STRSP(3),STEMP(4)
C++++ FOR SINGLE PRECISION DEACTIVATE NEXT 5 CARDS
```

```
      SIN(R8)=DSIN(R8)
      COS(R8)=DCOS(R8)
      TAN(R8)=DTAN(R8)
      SQRT(R8)=DSQRT(R8)
      ABS(R8)=DABS(R8)
C
      ROOT3=SQRT(3.0D00)
      S1=STRSP(1)
      S2=STRSP(2)
      S3=STRZZ
      D12=S1-S2
      D13=S1-S3
      D23=S2-S3
      PR=(S1+S2+S3)/3.0
      COHES=PROPS(IMATO,5) * SIZE
      FRICT=PROPS(IMATO,7)*0.017453292
C
C      GO TO (10,20,30,40,50), NCRIT
C
C....  HOEK-BROWN VERSION 5 ...CRITERION 6...(NEXT LINE)
C
      GO TO (10,20,30,40,50,60), NCRIT
C
C++++ TRESCA
C
   10 COHES=COHES/2.0
      SFACT=COHES/ABS(D12)
      RETURN
C
C++++ VON MISES
C
   20 COHES=COHES/ROOT3
      SFACT=COHES/SQRT((D12*D12+D13*D13+D23*D23)/6.0)
      RETURN
C
C++++ MOHR-COULOMB
C
   30 SFACT= (COHES-((S1+S2)+D12*SIN(FRICT))*TAN(FRICT)/2.0)/
     .        (0.5*D12*COS(FRICT))
      RETURN
C
C++++ DRUCKER-PRAGER
C
   40 CTK=6.0*COHES*COS(FRICT)/(ROOT3*(3.0-SIN(FRICT)))
      ALPHA=2.0*SIN(FRICT)/(ROOT3*(3.0-SIN(FRICT)))
      SFACT=(CTK-ALPHA*PR)/SQRT((D12*D12+D13*D13+D23*D23)/6.0)
      RETURN
C
C++++ HOEK-BROWN
C
C  50 SFACT=(SQRT(ABS(COHES-FRICT*S2)))/(ABS(S1-S2)) +++ NOT CORRECT ++
C++++ OPCIONAL +++ USAR VALORES INSTANTANEOS MOHR-COULOMB +++04/12/92
   50 CONTINUE
      STEMP(1)=S1
      STEMP(2)=S2
      STEMP(3)=0.0
      STEMP(4)=0.0
      CALL HOEK(PROPS(IMATO,5),PROPS(IMATO,7),STEMP,COHES,FRICT)
      SFACT= (COHES-((S1+S2)+D12*SIN(FRICT))*TAN(FRICT)/2.0)/
     .        (0.5*D12*COS(FRICT))
      RETURN
C
C....  HOEK-BROWN VERSION 5...CRITERION 6...(NEXT LINE)
C
   60 SFACT=(-S1+SQRT(-PROPS(IMATO,7)*S1+PROPS(IMATO,5)))/(-S2)
      RETURN
      END
```