

# Um método de identificação para sintonia de controladores PI e PID pelo 'ótimo simétrico'

Luciano Tavares Barbosa

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande - Campus de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Instrumentação Eletrônica e Controle

Péricles Rezende Barros, PhD.

Orientador

Antonio Marcus Nogueira Lima, Dr.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil

©Luciano Tavares Barbosa, Agosto de 2006

# Um método de identificação para sintonia de controladores PI e PID pelo 'ótimo simétrico'

Luciano Tavares Barbosa

*Dissertação de Mestrado apresentada em Agosto de 2006*

Péricles Rezende Barros, PhD.

Orientador

Antonio Marcus Nogueira Lima, Dr.

Orientador

Campina Grande, Paraíba, Brasil, Agosto de 2006



B238m Barbosa, Luciano Tavares  
Um metodo de identificacao para sintonia de controladores PI e PID pelo 'otimo simetrico' / Luciano Tavares Barbosa.- Campina Grande, 2006.  
72 f. : il.

Dissertacao (Mestrado em Engenharia Eletrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Eletrica e Informatica.

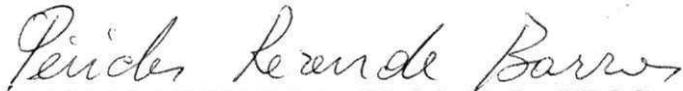
1. Controladores PID 2. Identificacao de Processos 3. Otimo Simetrico 4. Dissertacao I. Barros, Pericles Rezende, PhD. II. Lima, Antonio Marcus Nogueira, Dr. III. Universidade Federal de Campina Grande - Campina Grande (PB) IV. Título

CDU 62-503.51(043)

**UM MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO PARA SINTONIA DE CONTROLADORES  
PI E PID PELO “ÓTIMO SIMÉTRICO”**

**LUCIANO TAVARES BARBOSA**

Dissertação Aprovada em 23.08.2006

  
**PÉRICLES REZENDE BARROS, Ph.D., UFCG**  
Orientador

  
**ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFCG**  
Orientador

  
**CURSINO BRANDÃO JACOBINA, Dr.Ing., UFCG**  
Componente da Banca

  
**JOSÉ SÉRGIO DA ROCHA NETO, D.Sc., UFCG**  
Componente da Banca

CAMPINA GRANDE - PB  
AGOSTO - 2006

## Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais que com grande esforço me proporcionaram uma oportunidade de dedicar-me aos estudos e chegar até aqui, aos meus irmãos e à minha noiva.

# Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, de quem sou e de quem tudo tenho recebido.

Agradeço à minha família e em especial à minha irmã Luciene e seu esposo Sergio Bahia pelo incessante apoio e incentivo.

Agradeço à minha noiva Milena e à sua família pela compreensão e pelo seu essencial apoio e estímulo.

Agradeço aos meus orientadores Péricles Rezende Barros e Antonio Marcus Nogueira Lima pela paciência e dedicação em ensinar e formar.

Agradeço a todos os amigos e colegas do Liec e em especial à Tomás, Alfranque, Carlos Alberto, Marcus, George, Netto, Felipe, Fabrício, Darlan, José Renato, Jadsonlee e Jaidilson pelo companheirismo e atenção a mim dispensados.

Agradeço aos professores, funcionários e alunos desta instituição que fazem com muito empenho e dedicação que esta seja um celeiro de contribuições para o desenvolvimento nacional.

Agradeço ao CNPQ pelo suporte financeiro a este trabalho.

## Resumo

Nesta dissertação é abordado o projeto de controladores industriais PI e PID para processos em malha aberta dos quais se possui pouca ou nenhuma informação. Utilizando o experimento do relé em malha fechada, é proposto um método simples de estimação da resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ , informação essa a ser utilizada como entrada para um conjunto de regras de sintonia baseadas no conceito de ‘ótimo simétrico’. A característica dessa abordagem é a possibilidade de utilizar experimentos práticos como forma de obter conhecimento sobre o processo necessário à sintonia de controladores PI e PID, que resultem em sistemas em malha fechada com características definidas de desempenho e robustez.

## Abstract

In this thesis it is analyzed the PI and PID tuning for open loop systems. When the process dynamic behavior is unknown, a improved relay feedback experiment can be used to determine points of the plant frequency response. It is proposed a new method of estimating the frequency response of the point of phase lag  $-135^\circ$  and this information is used as input of the controller tuning procedure. This point of view has the advantage to take account both robustness aspects and desired closed-loop characteristics, and to cover a large domain of current, real applications.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Controladores PID</b>	<b>6</b>
2.1	Introdução . . . . .	6
2.2	Controlador . . . . .	6
2.3	Modelos para processos . . . . .	9
2.4	Métodos de sintonia . . . . .	11
2.4.1	Ótimo simétrico . . . . .	11
2.4.2	Regras de sintonia KLV . . . . .	14
2.5	Conclusão . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Método proposto de estimação</b>	<b>19</b>
3.1	Experimento do relé . . . . .	20
3.2	Estimação da frequência $\omega_{135^\circ}$ . . . . .	22
3.3	Estimação do ganho $G_{135^\circ}$ . . . . .	22
3.4	Avaliação do método proposto . . . . .	25
3.4.1	Frequência . . . . .	26
3.4.2	Ganho . . . . .	27
3.4.3	Casos particulares . . . . .	29
3.5	Método do relé com histerese . . . . .	30
3.6	Conclusão . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Projeto de controladores PI e PID</b>	<b>32</b>
4.1	Especificações de projeto . . . . .	32
4.2	Projeto de controladores PI . . . . .	33
4.3	Projeto de controladores PID . . . . .	43
4.4	Conclusão . . . . .	50
<b>5</b>	<b>Experimentos</b>	<b>52</b>
5.1	Módulo secador de grãos . . . . .	52

5.1.1	Estimação da resposta em frequência em $-135^\circ$ . . . . .	53
5.1.2	Controlador PI . . . . .	55
5.2	Módulo Peltier . . . . .	60
5.2.1	Estimação da resposta em frequência em $-135^\circ$ . . . . .	62
5.2.2	Controlador PID . . . . .	63
5.3	Conclusão . . . . .	68
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>69</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>70</b>

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

$\alpha$	Parâmetro de Projeto do Controlador PI.
$\beta$	Fator de Aceleração da Malha para o Projeto do Controlador PID.
$\omega_c$	Freqüência de Corte do Modelo ‘Ótimo Simétrico’.
$\omega_{135^\circ}$	Valor da Freqüência do Sistema para a Fase de $-135^\circ$ .
$\omega_{180^\circ}$	Valor da Freqüência do Sistema para a Fase de $-180^\circ$ .
$\omega_{90^\circ}$	Valor da Freqüência do Sistema para a Fase de $-90^\circ$ .
$\tau$	Ganho do Controlador PI Série.
$\tau_1, \tau_2$	Ganhos do Controlador PID Série.
$\tau_i$	Ganho da Ação Integral para o Controlador PI/PID Série.
$G_{135^\circ}$	Ganho do Sistema para a Fase de $-135^\circ$ .
$G_{180^\circ}$	Ganho do Sistema para a Fase de $-180^\circ$ .
$G_{90^\circ}$	Ganho do Sistema para a Fase de $-90^\circ$ .
$K$	Ganho do Processo.
$K_p$	Ganho Proporcional para o Controlador PI/PID Paralelo.
$L(s)$	Função de Malha.
$S(s)$	Função de Sensibilidade.
$T(s)$	Função de Sensibilidade Complementar.
$T_\Sigma$	Somatório das constantes de tempo pequenas e do atraso.
$T_d$	Ganho Derivativo para o Controlador PID Paralelo.
$T_i$	Ganho Integral para o Controlador PI/PID Paralelo.
$T_j$	Constantes de Tempo Pequenas.
$T_k$	Constantes de Tempo Compensáveis.
$T_n$	Atraso do Processo.
DFT	Transformada Discreta de Fourier ( <i>Discrete Fourier Transform</i> ).

IMC	Controle por Modelo Interno ( <i>Internal Model Control</i> ).
MDAC	Módulo de Aquisição de Dados e Controle.
PD	Proporcional e Derivativo.
PD-ADuC	Placa de Desenvolvimento para o ADuC.
PI	Proporcional e Integral.
PID	Proporcional, Integral e Derivativo.
PWM	Modulação por Largura de Pulso ( <i>Pulse Width Modulation</i> ).

# Lista de Tabelas

2.1	Expressões para os controladores PI e PID. . . . .	8
2.2	Regras de sintonia ‘ótimo simétrico’ para o controlador PI. . . . .	13
2.3	Parâmetros ‘ótimo simétrico’ para o controlador PID. . . . .	14
2.4	Regras de sintonia KLV/PI. . . . .	16
2.5	Regras de sintonia KLV/PID. . . . .	18
3.1	Valores teóricos e estimados para $\omega_{135^\circ}$ . . . . .	26
3.2	Valores teóricos para os ganhos em $-90^\circ$ e $-135^\circ$ e o valor estimado para o ganho em $-135^\circ$ . . . . .	27
3.3	Valores teóricos e estimados para $G_{135^\circ}$ obtidos pelo método 2. . . . .	28
3.4	Valores teóricos e estimados para $G_{135^\circ}$ obtidos pelo método 3. . . . .	29
3.5	Funções de transferência, casos especiais. . . . .	29
4.1	Modelos para processos. . . . .	34
4.2	Pontos da resposta em frequência para os processos da tabela 4.1. . . . .	34
4.3	Parâmetros PI paralelo. . . . .	36
4.4	Parâmetros PID paralelo. . . . .	43
5.1	Pontos estimados da resposta em frequência para o processo secador de grãos. . . . .	55
5.2	Parâmetros PI paralelo para o módulo secador de grãos. . . . .	56
5.3	Parâmetros da resposta ao degrau para o secador de grãos. . . . .	57
5.4	Pontos estimados da resposta em frequência para o módulo Peltier. . . . .	63
5.5	Parâmetros PID paralelo para o módulo Peltier. . . . .	64
5.6	Parâmetros da resposta ao degrau para o módulo Peltier. . . . .	65

# Lista de Figuras

1.1	Diagrama de blocos de um processo. . . . .	2
2.1	Diagrama de blocos do sistema. . . . .	6
2.2	Controlador PID, estrutura não interativa . . . . .	8
2.3	Sistema em malha fechada. . . . .	9
2.4	Magnitude da função de malha desejada com PID ‘ótimo simétrico’. . . . .	13
2.5	Resposta em frequência da malha. . . . .	15
3.1	Diagrama de blocos para o experimento do relé em malha fechada. . . . .	20
3.2	Sinais de entrada e saída do experimento do relé para uma plataforma experimental. . . . .	21
3.3	Diagrama de blocos do experimento do relé em malha fechada com integrador. . . . .	21
3.4	Diagrama de Bode para a fase - Estimção da frequência. . . . .	22
3.5	Diagrama de Bode para amplitude - Método 1. . . . .	23
3.6	Diagrama de Bode para a amplitude - Método 2. . . . .	24
3.7	Diagrama de Bode para a amplitude - Método 3. . . . .	25
3.8	Diagrama do experimento do relé com histerese. . . . .	30
4.1	Modificação no experimento do relé. . . . .	35
4.2	Sistema em malha fechada com controle PI. . . . .	36
4.3	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 2. . . . .	37
4.4	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 3. . . . .	37
4.5	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 5. . . . .	38
4.6	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 6. . . . .	38
4.7	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 7. . . . .	39
4.8	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 8. . . . .	39
4.9	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 9. . . . .	40
4.10	Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 10. . . . .	40
4.11	(a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 8. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 8. . . . .	41

4.12	(a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 9. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 9. . . . .	42
4.13	(a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 10. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 10. . . . .	42
4.14	Sistema em malha fechada com controle PID. . . . .	44
4.15	Curvas da resposta ao degrau para o processo 1 com controle PID. . . . .	44
4.16	Curvas da resposta ao degrau para o processo 2 com controle PID. . . . .	45
4.17	Curvas da resposta ao degrau para o processo 3 com controle PID. . . . .	45
4.18	Curvas da resposta ao degrau para o processo 5 com controle PID. . . . .	46
4.19	Curvas da resposta ao degrau para o processo 7 com controle PID. . . . .	46
4.20	Curvas da resposta ao degrau para o processo 8 com controle PID. . . . .	47
4.21	Curvas da resposta ao degrau para o processo 11 com controle PID. . . . .	47
4.22	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 1. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 1. . .	48
4.23	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 2. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 2. . .	48
4.24	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 5. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 5. . .	49
4.25	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 7. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 7. . .	49
4.26	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 8. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 8. . .	50
4.27	(a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 11. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 11. . .	50
5.1	Ilustração da plataforma experimento do secador de grãos. . . . .	52
5.2	(a) Plataforma experimental do módulo secador de grãos. (b) Secador de grãos (detalhe). . . . .	53
5.3	Saída do experimento do relé padrão para o módulo secador de grãos. . . .	54
5.4	Saída do experimento do relé com integrador para o módulo secador de grãos.	55
5.5	Curva da resposta ao degrau para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1, 15$ ). . . . .	56
5.6	Curva da resposta ao degrau para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1, 42$ ). . . . .	57
5.7	Curva da resposta à entrada senoidal. . . . .	58
5.8	Curva da resposta à entrada triangular. . . . .	58
5.9	Curva da resposta à entrada com variação em degrau. . . . .	59

5.10	Curva da resposta ao degrau com perturbação negativa para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1,42$ ).	60
5.11	Diagrama da plataforma experimental para o módulo Peltier.	61
5.12	(a) Plataforma experimental para o módulo Peltier. (b) Módulo Peltier (detalhe).	61
5.13	Saída do experimento padrão do relé para o módulo Peltier.	62
5.14	Saída do experimento do relé com integrador para o módulo Peltier.	63
5.15	Curva da resposta ao degrau para o módulo Peltier com controle PID ( $\beta = 1,5$ ).	64
5.16	Curva da resposta ao degrau para o módulo Peltier com controle PID ( $\beta = 2,0$ ).	65
5.17	Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para uma variação em degrau na entrada de referência.	66
5.18	Saída do processo com controle PID ( $\beta = 2,0$ ) para uma variação em degrau na entrada de referência.	66
5.19	Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para a entrada senoidal.	67
5.20	Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para a entrada de referência triangular.	67
5.21	Curva da resposta ao degrau com perturbação positiva para o módulo Peltier com controle PID.	68

# Capítulo 1

## Introdução

É indiscutível o fato de que os sistemas de controle têm desempenhado um papel fundamental no avanço da engenharia e da ciência. Inúmeras aplicações tais como radares, sistemas de direcionamento de mísseis, a robótica e os sistemas de veículos espaciais utilizam em larga escala o controle. Em especial, os modernos processos industriais e de produção, como a indústria automobilística, indústria de manufatura, aeroespacial, petroquímica têm no controle uma das principais vertentes tecnológicas e um grande meio de expansão dos lucros pelo aumento na eficiência produtiva.

Entretanto, apesar da rápida evolução do hardware aplicado em controle de processos ocorrida nos últimos 50 anos, o controle PID continua sendo a lei de controle mais utilizada em sistemas com realimentação nos dias atuais. Mais de 90% de todas as malhas de controle são PID (1). O algoritmo de controle é eficaz e simples quanto à implementação; a ação proporcional (P) ajusta a saída do controlador de acordo com a magnitude do erro, a ação integral (I) elimina o erro de regime permanente e a ação derivativa (D) antecipa o valor futuro do erro. O conjunto e o aspecto intuitivo de cada uma das ações de controle contribui para a aplicação do controlador PID em um grande número de processos em diferentes áreas da indústria.

O projeto ou sintonia do controlador que é a determinação por meios analíticos ou gráficos dos parâmetros (ganhos) do controlador é uma tarefa importante tendo em conta que alguns processos industriais podem conter dezenas de controladores que precisam ser sintonizados individualmente no sentido de que o objetivo de controle seja adequado à dinâmica de cada processo. Se feita manualmente, a determinação dos parâmetros do controlador torna-se um trabalho oneroso em tempo e mão-de-obra, além de condicionar o desempenho do sistema resultante à experiência e conhecimento do engenheiro sobre o processo. Por esses motivos, é desejável que um método de sintonia proposto possa preferencialmente, envolver cálculos simples, ocasionar o mínimo de transtorno ao funcionamento da planta ou processo industrial, ter fácil interpretação das variáveis de

projeto, desempenho satisfatório para o maior conjunto de aplicações possíveis, além de garantir a estabilidade do sistema.

Contudo, antes de realizar a sintonia do controlador é necessário obter informação sobre o processo. Uma função de transferência é uma maneira comum de expressar a relação entre os sinais de entrada e saída do processo mas esta nem sempre é conhecida, portanto na etapa de projeto existem alguns possíveis cenários. Num primeiro quadro, o modelo matemático que descreve as relações entre os sinais de entrada e saída do processo é conhecido podendo ser utilizado como informação para o projeto através de regras de sintonia baseadas em modelos.

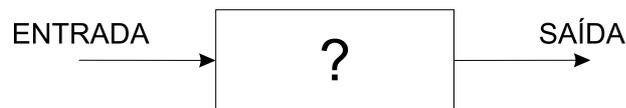


Figura 1.1: Diagrama de blocos de um processo.

Em outro cenário pouca ou nenhuma informação sobre a dinâmica do processo é conhecida, dessa forma é possível obter um modelo aproximado escolhido entre famílias de modelos e, utilizando experimentos práticos ajustar os parâmetros desse modelo ao processo em particular.

Este trabalho tem como objetivo propor um método simples de identificação de um ponto importante da característica de frequência do processo, a partir do qual seja possível obter um modelo de ordem reduzida e paralelo a isso realizar o projeto do controlador PID. A vantagem dessa abordagem está na possibilidade de projetar uma malha com características de robustez e bom desempenho mesmo em presença de constantes de tempo não modeladas e atrasos de transporte a partir de experimentos práticos.

## Revisão Bibliográfica

Desde o advento do regulador centrífugo para controle de velocidade da máquina à vapor construído por James Watt no século XVIII, importantes contribuições têm promovido o avanço do controle automático ao longo dos anos. Em especial no século XX, a teoria de controle moderno teve seu prelúdio e vigoroso desenvolvimento. Em 1922, Minorsky demonstrou como a estabilidade de um sistema poderia ser determinada a partir das equações diferenciais que o descrevem. Em 1932, Nyquist desenvolveu um procedimento para a determinação da estabilidade de sistemas em malha fechada a partir da resposta do sistema em malha aberta e de oscilações senoidais estacionárias. Em 1934, Hazen discutiu o projeto de servomecanismos a relé capazes de acompanhar a variação do sinal de entrada. Na década de 40 deu-se início ao projeto de sistemas de controle lineares

em malha fechada a partir da resposta em frequência, utilizando métodos baseados no diagrama de Bode. No início da década de 50, Evans apresentou importante contribuição para o método do lugar das raízes e a partir disso e da análise no domínio da frequência, a essência da teoria de controle clássico, tornou-se possível o projeto de sistemas estáveis e que satisfazem um conjunto de especificações de desempenho relativamente arbitrárias. Entretanto, somente a partir do final da década de 50 é que os projetos de controle tiveram ênfase em obter um sistema de controle ótimo.

A partir de 1960, o maior desenvolvimento dos computadores digitais possibilitou o processamento de problemas mais complexos como a análise de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas diretamente no domínio do tempo empregando o conceito de variáveis de estado. Nasce a teoria de controle moderno como resposta à necessidade de sistemas de controle para processos com complexidade crescente e especificações de precisão, custo e desempenho cada vez mais rigorosas. Entre 1960 e 1980 a abordagem do controle ótimo de sistemas determinísticos e estocásticos bem como o controle adaptativo teve seus primeiros passos e de 1980 em diante surgiram as teorias de controle robusto e controle  $\mathcal{H}_\infty$  (2).

O trabalho referência na sintonia de controladores PID foi apresentado por Ziegler e Nichols(3). Neste trabalho foram propostas fórmulas para a determinação dos parâmetros do controlador PID a partir dos métodos de identificação da curva de reação e o método da resposta em frequência. No domínio do tempo, um importante método de identificação de modelos é o da resposta ao degrau, que pode ser visto em Astrom e Hagglund(4). No domínio da frequência uma importante contribuição apresentada por Astrom e Hagglund(5) foi a utilização do relé em malha fechada como forma alternativa de conhecer o ponto crítico do processo através de um procedimento automático. A partir de então, inúmeros autores passaram a utilizar o experimento e modificações deste como base para métodos de identificação de modelos e auto-sintonia de controladores. Luyben(6) propôs um procedimento de identificação de funções de transferência para processos utilizando o experimento do relé. Uma modificação do método do relé proposta por Leva(7) é inserir um elemento de atraso variável na malha com o intuito de obter diferentes pontos da resposta em frequência do processo. Friman e Waller(8) propõem a utilização de um experimento com dois relés operando em paralelo, um deles na saída do processo e outro na integral do sinal de saída para a identificação de um ponto da curva de Nyquist em algum lugar do terceiro quadrante do plano complexo. O experimento do relé também é utilizado em estratégias avançadas de controle, Hang, Loh e Vasnani(9) utilizam o experimento no projeto de controladores em cascata, e Vasnani(10) no projeto de controladores para sistemas multivariáveis.

Como grande parte dos métodos de identificação baseados no experimento do relé

utilizam uma função descritiva como aproximação da dinâmica do relé, em alguns casos, principalmente para processos com grande valores de atraso de transporte ou com dinâmicas subamortecida, o valor estimado para o ponto crítico pode diferir significativamente do valor real. Uma modificação proposta por Lee, Wang e Tan(11) possibilita obter uma estimativa precisa para o ponto crítico do processo utilizando a componente harmônica fundamental do sinal de entrada do processo. Hang, Wang e Bi(12) aplicam a DFT sobre o regime transitório do sinal de saída do relé para estimar diversos pontos da curva de Nyquist. Hang, Astrom e Ho(13) propuseram modificações nas regras de sintonia Ziegler-Nichols com o intuito de incrementar o desempenho da malha baseado no conhecimento do ganho normalizado ou do atraso normalizado para o processo.

Dentre as técnicas de sintonia baseadas em modelos, um método bastante utilizado em aplicações com processos químicos é o controle por modelo interno IMC apresentado por Morari e Zafiriou(14) onde o controlador PID é projetado a partir de um modelo linear conhecido para o processo. Isaksson e Graebe(15) utilizam a estratégia de controle por modelo interno em técnicas de redução de modelo para o projeto de controladores PID.

Uma importante questão está relacionada a como especificar as características de robustez e desempenho da malha pelo projeto do controlador PID. A abordagem de pólo dominante apresentada por Astrom e Hagglund(16) trouxe parte da resposta ao problema. No conceito de ‘ótimo simétrico’ apresentado por Kessler(17), o objetivo é encontrar um controlador que forneça um sistema com ganho unitário em baixas frequências (18). Voda e Landau(19) apresentam um conjunto de regras de sintonia para controladores PID no qual o cálculo dos parâmetros do controlador é feito a partir do conhecimento de um único ponto da característica de frequência.

Trabalhos recentes em sintonia de controladores PID ainda fazem grande uso do método do relé. Padhy e Majhi(20) propõem um método de projeto para controladores PI (proporcional integral) - PD (proporcional derivativo) para processos estáveis e instáveis caracterizados por uma dinâmica de primeira ordem com atraso. Tan et al.(21) propõem um método de estimação do ponto crítico no qual a precisão da estimativa é melhorada utilizando um experimento composto por um relé em paralelo com um ganho. Sung e Lee(22) apresentam um método de sintonia baseado no experimento do relé para sistemas com grandes perturbações estáticas e Ma e Zhu(23) propõem um método de sintonia baseado no erro mínimo quadrático e que utiliza a informação obtida pelo experimento do relé para aproximar a resposta em frequência para a malha fechada atual da resposta em frequência desejada.

## Organização do Trabalho

Este trabalho de dissertação é composto da seguinte forma.

No capítulo 2 é feita uma rápida revisão sobre controladores PID, modelos para processos e também sobre a definição do ‘ótimo simétrico’ e as regras de sintonia propostas por Voda e Landau(19) baseadas nesse conceito.

No capítulo 3 é apresentado o método proposto para estimação de um ponto específico da resposta em frequência do processo, a partir do qual é possível realizar o projeto do controlador PID para o processo. Uma avaliação do método proposto é feita utilizando o Matlab.

No capítulo 4 é discutido o projeto do controlador a partir da informação gerada pelo método de estimação proposto, avaliando o desempenho do método de projeto através da simulação de um conjunto de processos a partir de funções de transferência distintas.

No capítulo 5 o método é aplicado a duas plataformas experimentais, sendo feita a estimação da informação sobre o modelo aproximado para os processos, sintonia e avaliação de desempenho do controlador projetado pelo método proposto.

No capítulo 6 são feitas as considerações finais e propostas para trabalhos posteriores.

# Capítulo 2

## Controladores PID

### 2.1 Introdução

O diagrama de blocos de uma malha de controle simples é apresentado na figura 2.1. Os dois blocos principais do sistema são o controlador e o processo.

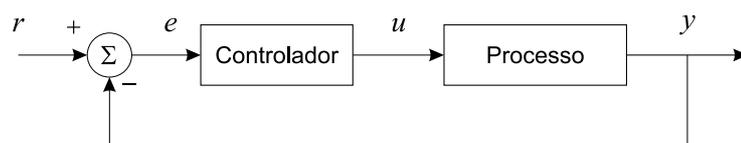


Figura 2.1: Diagrama de blocos do sistema.

Considerando o caso de sistemas com única entrada e única saída, o processo possui uma entrada que é a variável manipulada ou entrada de controle  $u$  e a saída do processo também chamada variável do processo é representada por  $y$ . O valor desta variável ou de uma grandeza a ela relacionada é medida e seu valor é comparado ao valor desejado  $r$  para a variável do processo, valor esse chamado entrada de referência ou *setpoint*. O erro de controle  $e$  que é dado pela diferença entre a entrada de referência  $r$  e o valor atual da saída  $y$  constitui a entrada do controlador, a saída do controlador é a variável manipulada  $u$ .

### 2.2 Controlador

Em controle de processos industriais, a função básica do controlador é avaliar os erros ou desvios das variáveis controladas no processo e enviar um sinal aos dispositivos diretamente relacionados a estas variáveis, de forma a atuar no sistema corrigindo os erros ou desvios encontrados (24).

Um exemplo básico é um controle de vazão. Neste o controlador identifica uma diferença entre o valor da vazão atual de um líquido e o valor de referência e emite um sinal elétrico correspondente para a válvula de controle da vazão de entrada, de tal forma que um conversor eletropneumático acione o diafragma da válvula abrindo ou fechando de acordo com a necessidade com o objetivo de ajustar a vazão no valor de referência previamente estabelecido. Neste caso, a vazão de entrada é a variável manipulada.

Um controlador automático compara o valor medido da saída do processo com o valor da entrada de referência, determina o desvio e produz um sinal de controle para reduzir o desvio a zero ou a um valor pequeno. A maneira pela qual o controlador automático produz o sinal de controle é chamada de ação de controle. De acordo com (2), os controladores industriais podem ser classificados pelo tipo de ação de controle:

- Controladores de duas posições ou on-off;
- Controladores proporcionais;
- Controladores integrais;
- Controladores proporcionais-integrais (PI);
- Controladores proporcionais-derivativos (PD);
- Controladores proporcionais-integrais e derivativos (PID).

O controlador PID é a combinação das ações de controle proporcional, integral e derivativo. Essa ação combinada tem as vantagens individuais de cada uma das três ações de controle.

No domínio do tempo, a equação de um controlador PID é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.1)$$

e função de transferência,

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.2)$$

onde  $K_p$  é o ganho proporcional,  $T_i$  é a constante de tempo integral e  $T_d$  é a constante de tempo derivativa. O ganho proporcional, a constante de tempo integral e a constante de tempo derivativa são também chamados de parâmetros do controlador. Projeto ou sintonia do controlador é o procedimento de ajuste ou determinação desses parâmetros. A escolha apropriada ou inapropriada dos parâmetros do controlador pode proporcionar ao sistema tanto um bom desempenho quanto podem levar o sistema à instabilidade.

Na solução do problema de sintonia do controlador, pode-se utilizar de dois tipos de abordagem. Uma é escolher previamente os parâmetros para o controlador e observar o tipo de resposta do sistema em malha fechada modificando os parâmetros até que a saída do sistema tenha o comportamento desejado. Em uma outra forma, quando não existe um modelo matemático para o processo, uma função de transferência pode ser obtida a partir de experimentos práticos ou estabelecendo uma função de transferência para o processo de acordo com características desejadas para a malha (*loopshaping*) e a partir disso, utilizar experimentos práticos para a determinação dos parâmetros do controlador. Isto consiste em determinar a função de transferência para o controlador  $C(s) = U(s)/E(s)$  que será a lei de controle do sistema.

Na figura 2.2, é apresentado um diagrama de blocos de uma das topologias do controlador PID onde as ações de controle proporcional, integral e derivativa são representadas pelos blocos com letras P, I e D, respectivamente.

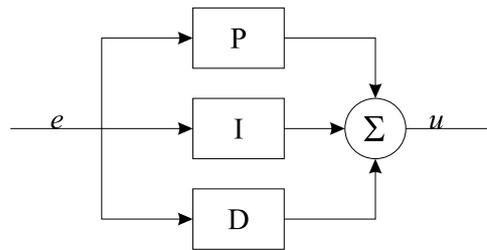


Figura 2.2: Controlador PID, estrutura não interativa

No controle PID, as expressões para a determinação dos parâmetros das ações proporcional, integral e derivativa variam de acordo com a topologia do controlador. Dentre as formas existentes de representação para controladores PI e PID, duas formas comuns são a forma série e a paralelo apresentadas na tabela 2.1.

Controlador	Série	Paralelo
PI	$\frac{\tau s + 1}{\tau_i s}$	$K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$
PID	$\frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{\tau_i s}$	$K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$

Tabela 2.1: Expressões para os controladores PI e PID.

Com o objetivo de evitar o salto do valor de referência devido à perturbações e ruídos inerentes ao processo, a ação de controle derivativa no controlador PID paralelo é implementada pela equação,

$$D(s) = \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \quad (2.3)$$

Valores comuns para N estão entre 8 e 20 (4).

## 2.3 Modelos para processos

Modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda maneiras de desenvolver e implementar modelos matemáticos de sistemas reais (25). Existem diferentes formas de se obter um modelo matemático; um caminho natural é através do conhecimento ou obtenção das equações matemáticas que regem a física ou natureza do processo. Uma forma alternativa à modelagem matemática é a identificação de sistemas, também conhecida como modelagem empírica. Nesta, pouco conhecimento prévio é necessário para a obtenção do modelo.

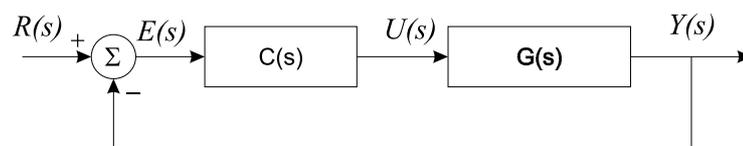


Figura 2.3: Sistema em malha fechada.

Seja  $G(s)$  a função de transferência do processo e  $C(s)$  a função de transferência do controlador. A função de transferência para o sistema em malha fechada da entrada de referência para a saída é dada por,

$$T(s) \triangleq \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (2.4)$$

onde  $Y(s)$  e  $R(s)$  são, respectivamente, a expressão no domínio de *Laplace* para a saída do processo e para a entrada de referência.

A função de malha ou função de transferência em malha aberta é dada por,

$$L(s) \triangleq G(s)C(s). \quad (2.5)$$

e a função de transferência da variável erro de controle  $E(s)$  para a saída do processo  $Y(s)$ , também conhecida como função de sensibilidade é dada por,

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)}. \quad (2.6)$$

A função de transferência em malha fechada é também conhecida como função de sensibilidade complementar  $T(s)$  e a relação entre a função de sensibilidade e a função de sensibilidade complementar é dada pela expressão (2.7).

$$S(s) + T(s) = 1 \quad (2.7)$$

## Tipos de modelos

O bloco do processo do diagrama da malha de controle na figura 2.1, representa uma relação entre as variáveis de entrada  $u$  e saída  $y$ . Existem diversas formas de representar a função de transferência do processo, os modelos mais comuns utilizados no projeto de controladores PID são modelos simples de primeira ou segunda ordem. Outra característica é a presença de atrasos de transporte, integradores e zeros de fase não-mínima. Alguns destes tipos de modelos serão observados a seguir.

### Modelos de baixa ordem

Considerando um sistema de única entrada e única saída, existem inúmeros tipos de modelos capazes de descrever o comportamento observado do sistema, contudo, os modelos mais utilizados no projeto de controladores PID para processos industriais são os modelos de primeira e segunda ordem.

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (2.8)$$

com  $T_1, T_2 \neq 0$  para o modelo de segunda ordem e  $T_1 \neq 0$  e  $T_2 = 0$  para o modelo de primeira ordem.

### Atraso de transporte

Quando o processo tem como característica um retardo entre o instante de aplicação do sinal de entrada e a observação da resposta, pode-se dizer que o processo possui atraso de transporte. Um modelo de primeira ordem com atraso de transporte pode ser representado por uma função de transferência do tipo,

$$G(s) = \frac{K}{T_1s + 1} e^{-\theta s} \quad (2.9)$$

onde  $\theta$  é o valor do atraso de transporte do processo.

### Fase não-mínima

Em alguns processos, quando um degrau é aplicado à entrada de um processo e a saída observada apresenta inicialmente uma variação contrária ao sentido da variação do sinal de entrada, é dito que o processo possui característica de fase não-mínima, que indica

a presença zeros no semiplano direito do plano  $s$ . Processos com essa característica são conhecidos pela dificuldade de serem controlados (18).

$$G(s) = \frac{K(-\tau s + 1)}{T_1 s + 1} \quad (2.10)$$

### Integrador

Para alguns processos, quando um sinal constante é aplicado na entrada, a saída cresce continuamente não atingindo um valor de regime permanente. Processos com integradores são naturalmente instáveis em malha aberta (18). O modelo de um integrador puro é apresentado na equação (2.11) e neste tipo de modelo o ganho  $K$  indica a taxa de crescimento do processo.

$$G(s) = \frac{K}{s}. \quad (2.11)$$

### Não-linearidade

Modelos não-lineares não são utilizados para o projeto de controladores PID (18). Entretanto, o processo pode ser aproximado por um modelo linear na região em torno do ponto de operação, o que torna esta solução praticável em um domínio bastante restrito.

## 2.4 Métodos de sintonia

Para os casos em que um modelo matemático do processo pode ser obtido, existem várias técnicas de projeto que podem ser aplicadas na determinação dos parâmetros do controlador de forma a obter um sistema com características do regime transitório e do regime permanente do sistema em malha fechada desejadas. Entretanto, nos casos em que o modelo matemático não é conhecido seja pela falta de informação ou pela complexidade do processo, não é possível lançar mão da abordagem analítica, portanto deve-se então recorrer a técnicas experimentais para a sintonia de controladores PID.

### 2.4.1 Ótimo simétrico

O projeto de controladores PID pelo método ‘ótimo simétrico’ é baseado na resposta em frequência do processo. O objetivo é obter um controlador para que a função de transferência em malha fechada possa ter ganho unitário em baixas frequências.

Se  $T(s)$  é a função de transferência da entrada de referência para a saída, o controlador é determinado de forma que  $T(0) = 1$  e  $d^n |T(j\omega)|/d\omega^n = 0$  em  $\omega = 0$  para o maior valor de  $n$  possível (4).

O processo a ser controlado é considerado da forma,

$$G_o(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m-2} (T_k s + 1) \prod_{j=1}^{n-1} (T_j s + 1) e^{sT_n}} \quad (2.12)$$

onde:

- $T_k$  são as constantes de tempo maiores que podem ser compensadas;
- $T_j$  são as constantes de tempo menores;
- $T_\Sigma$  representa o somatório das constantes de tempo pequenas ( $T_j$ ) e do atraso ( $T_n$ ).

Considerando,

$$T_\Sigma = \sum_1^n T_j \quad \text{e} \quad T_k \gg T_\Sigma, \quad (2.13)$$

em frequências abaixo de  $1/T_\Sigma$ , a função de transferência  $G_o(s)$  pode ser expressa por:

$$G'_o(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m-2} (T_k s + 1) (T_\Sigma s + 1)}. \quad (2.14)$$

E para efeito de determinação dos parâmetros dos controladores PI e PID, a função de transferência pode ainda ser aproximada na região da frequência de corte por uma cascata de integradores puros, ou seja,

$$\frac{1}{(T_k s + 1)} \approx \frac{1}{T_k s} \quad \text{para} \quad \omega \approx \frac{1}{2T_\Sigma}.$$

Portanto, o modelo para o processo é reduzido, numa região restrita de frequências a uma função de transferência composta por um ou dois integradores e uma constante de tempo  $T_\Sigma$ ,

$$G''_o(s) = \frac{K}{\prod_{k=1}^{m-2} (T_k s) (T_\Sigma s + 1)}; \quad \left( \omega \approx \frac{1}{2T_\Sigma} \right). \quad (2.15)$$

*O controlador é projetado de forma a assegurar uma região de inclinação  $-20\text{dB/dec}$  uma oitava à direita e  $m$  oitavas à esquerda da frequência de corte ( $\omega_c = 1/2T_\Sigma$ ). Sendo  $m = 1$  para o controlador PI e  $m = 2$  para o controlador PID.*

O diagrama de Bode para amplitude deste sistema com controle PID é ilustrado na figura 2.4.

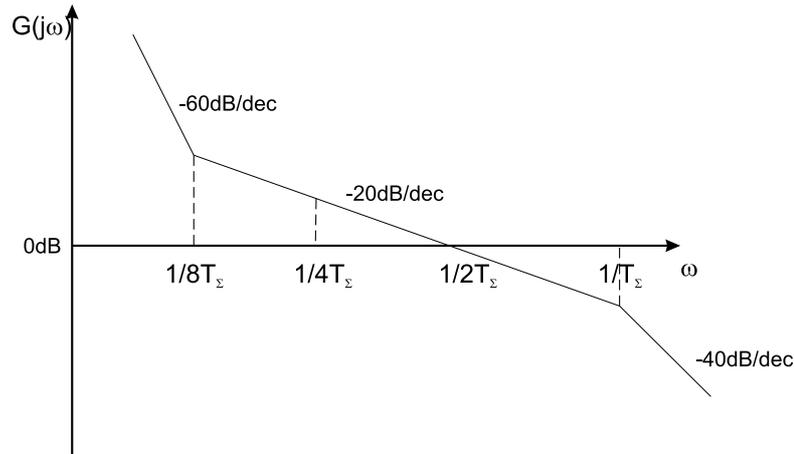


Figura 2.4: Magnitude da função de malha desejada com PID ‘ótimo simétrico’.

**Regras de sintonia para o ‘ótimo simétrico’**

As regras de sintonia para controladores PI e PID derivadas do conceito de ‘ótimo simétrico’ são apresentadas nas tabelas 2.2 e 2.3 para as formas série e paralelo do controlador.

**Controlador PI** Para o controlador PI, as regras de sintonia são obtidas considerando que a constante de tempo compensável  $T_1$  é maior ou igual a quatro vezes o valor de  $T_\Sigma$ .

$$T_1 \geq 4T_\Sigma \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_1} \leq \frac{1}{4T_\Sigma},$$

Observando a figura 2.4, pode ser visto que se  $T_1 \geq 4T_\Sigma$  existirá um pólo em uma frequência menor que  $1/4T_\Sigma$  o que garante que a característica de amplitude do sistema terá uma inclinação  $-20\text{dB/dec}$ , no mínimo uma oitava a esquerda da frequência de corte.

Série	Paralelo
$\tau = 4T_\Sigma$	$K_p = \frac{1}{2} \left( \frac{T_1}{K} \right) \frac{1}{T_\Sigma}$
$\tau_i = 2 \left( \frac{K}{T_1} \right) T_\Sigma \tau = 2 \frac{K}{T_1} 4T_\Sigma^2$	$T_i = 4T_\Sigma$

Tabela 2.2: Regras de sintonia ‘ótimo simétrico’ para o controlador PI.

**Controlador PID** Nas regras de sintonia do controlador PID para o ‘ótimo simétrico’ apresentadas na tabela 2.3, é considerado que as duas constantes de tempo  $T_1$  e  $T_2$  são

maiores que  $8T_\Sigma$ . Graficamente, isto assegura que a característica de amplitude do sistema tenha um decaimento de  $-20\text{dB/dec}$  no mínimo duas oitavas à esquerda da frequência de corte  $1/2T_\Sigma$ , ou seja,

$$T_1, T_2 \geq 8T_\Sigma \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2} \leq \frac{1}{8T_\Sigma}$$

de acordo com a figura 2.4.

Série	Paralelo
$\tau_1 = 8T_\Sigma$	$T_i = \tau_1 + \tau_2 = 16T_\Sigma$
$\tau_2 = 8T_\Sigma$	$T_d = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 4T_\Sigma$
$\tau_i = 2KT_\Sigma \frac{\tau_1 \tau_2}{T_1 T_2} = 2 \left( \frac{K}{T_1 T_2} \right) 64T_\Sigma^3$	$K_p = \frac{T_i}{\tau_i} = \frac{1}{2 \left( \frac{K}{T_1 T_2} \right) 4T_\Sigma^2}$

Tabela 2.3: Parâmetros ‘ótimo simétrico’ para o controlador PID.

## 2.4.2 Regras de sintonia KLV

As regras de sintonia KLV (Kessler-Landau-Voda) para controladores PI e PID apresentadas por Voda e Landau(19) são uma interpretação gráfica do conceito de ‘ótimo simétrico’, onde a equação (2.14) é a função de transferência aproximada do processo e  $T_\Sigma$  é a constante de tempo que define a *banda de passagem* do sistema resultante.

### Controlador PI

Considerando a função de transferência em (2.14), a determinação dos parâmetros do controlador PI pode ser feita a partir do conhecimento de  $T_\Sigma$  e da relação entre o ganho  $K$  e a maior constante de tempo compensável,  $T_1$ .

Como visto anteriormente, no ‘ótimo simétrico’ o modelo para o processo é aproximado por uma função de transferência composta por uma ou duas constantes de tempo maiores (compensáveis) e a constante de tempo  $T_\Sigma$ . Na região em torno da frequência de corte, a função de transferência é aproximada por um integrador  $1/T_1 s$  e um elemento de primeira ordem  $1/(T_\Sigma s + 1)$ , equação (2.15). Graficamente, a magnitude da resposta em frequência dessa função de transferência é representada por uma reta de inclinação igual a  $-20\text{dB/dec}$  que se estende até uma oitava à direita da frequência de corte, ou seja, até  $1/T_\Sigma$ .

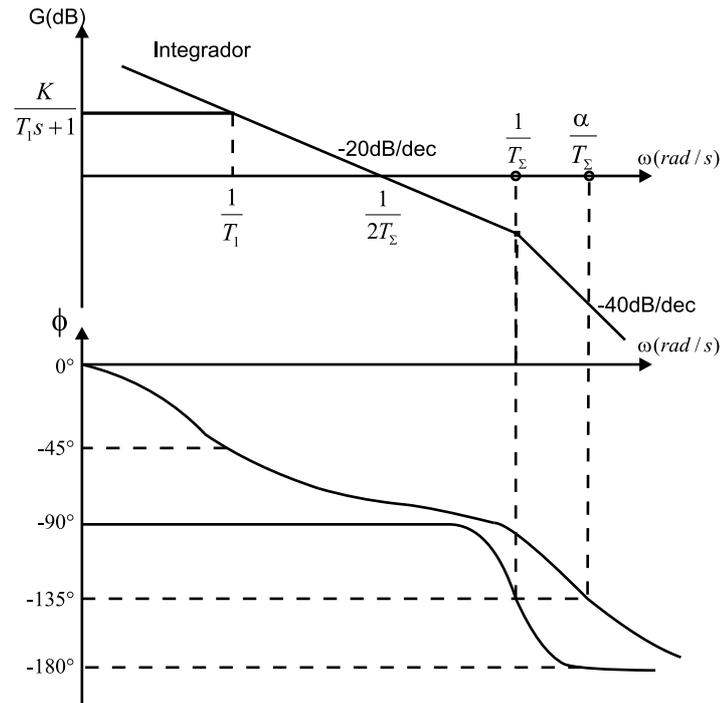


Figura 2.5: Resposta em frequência da malha.

Pode ser observado que, como a função de transferência é composta, neste caso, por um integrador e um elemento de primeira ordem, a característica de fase será dada pela composição das contribuições individuais desses elementos, ou seja, no integrador uma reta em  $-90^\circ$  e no elemento de primeira ordem um decaimento de  $-90^\circ$  com frequência de canto em  $\omega = 1/T_\Sigma$ , ou seja,

$$\omega = \frac{1}{T_\Sigma} = \omega_{135^\circ},$$

que é a frequência em que o sistema tem fase igual a  $-135^\circ$ .

Portanto, considerando o modelo aproximado para o processo em (2.14), pode-se afirmar que

$$\omega_{135^\circ} = \frac{\alpha}{T_\Sigma} \tag{2.16}$$

onde  $\alpha$  é um coeficiente cujo valor depende da relação  $T_1/T_\Sigma$  e pode variar entre 1 e 1,42 (19). Para  $\alpha = 1$ ,  $T_1$  é muito maior que  $T_\Sigma$ , ou seja, a característica de amplitude assemelha-se ao sistema com um integrador em (2.15). Para  $\alpha = 1,42$ ,  $T_1$  é igual a  $4T_\Sigma$  que é a frequência limite para que o sistema tenha a inclinação de  $-20 \text{ dB/dec}$  uma oitava a esquerda da frequência de corte.

Substituindo (2.16) na equação (2.14) e elevando ao quadrado, resulta,

$$\begin{aligned} \frac{K}{T_1} &\approx \frac{G(\omega_{135^\circ})}{T_\Sigma} \alpha \sqrt{\alpha^2 + 1} \\ &\approx G(\omega_{135^\circ}) \underbrace{\frac{\alpha}{T_\Sigma}}_{\omega_{135^\circ}} \sqrt{\alpha^2 + 1} = G(\omega_{135^\circ}) \cdot \omega_{135^\circ} \sqrt{\alpha^2 + 1}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

As regras de sintonia KLV para o controlador PI apresentadas na tabela 2.4 foram obtidas para  $\alpha$  igual a 1, 15, equivalente a  $T_1 = 10T_\Sigma$ .

A constante de tempo  $T_\Sigma$  deve ser pequena e no caso de um atraso, a aproximação de  $T_\Sigma$  por uma constante de tempo torna-se mais grosseira a medida que os valores do atraso são maiores ( $T_1 < 4T_\Sigma$ ). Neste caso, o projeto do controlador PI garante a estabilidade e não necessariamente um bom desempenho (19).

Série	Paralelo
$\tau = \frac{4\alpha}{\omega_{135^\circ}}$	$T_i = \tau = \frac{4\alpha}{\omega_{135^\circ}}$
$\tau_i = 8\alpha^2 \sqrt{1 + \alpha^2} \frac{G(\omega_{135^\circ})}{\omega_{135^\circ}}$	$K_p = \frac{1}{2\alpha \sqrt{1 + \alpha^2} G(\omega_{135^\circ})}$

Tabela 2.4: Regras de sintonia KLV/PI.

**Domínio de validade** As regras de sintonia para o controlador PI apresentadas na tabela 2.4 têm um domínio de validade restrito a sistemas com constante de tempo compensável  $T_1 > 4T_\Sigma$ .

Deve-se lembrar que a aplicação das regras de sintonia quando elas não são teoricamente aplicáveis, ou seja, para  $T_1 < 4T_\Sigma$  terá como resultado sempre uma malha estável mas com desempenho ruim.

As regras de sintonia simuladas para sistemas de fase não mínima como,

$$G(s) = \frac{K(-T_0s + 1)}{(T_1s + 1)(T_\Sigma s + 1)}$$

apresentam bons resultados para  $T_\Sigma > T_0$ .

Para  $T_1 > T_0 > T_\Sigma$  o sistema é estável mas apresenta respostas lentas (19).

## Controlador PID

Assumindo que um somente um ponto da característica de frequência do processo é conhecido é preciso fazer algumas considerações para determinar os três parâmetros do controlador PID. O objetivo é utilizar um controlador PI projetado utilizando as regras de sintonia KLV-PI apresentadas anteriormente e acelerar a resposta em malha fechada.

Acelerar a resposta do sistema no sentido do ‘ótimo simétrico’ significa assumir que as constantes de tempo pequenas não-modeladas do sistema são realmente menores do que o valor estimado  $T_\Sigma$ . Outra consideração é que uma constante de tempo estimada de “alta frequência” pode ser compensada.

O modelo aproximado para o processo passa a ser,

$$G_o(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2's + 1)(T_\Sigma's + 1)}, \quad (2.18)$$

com,

$$T_2' = \frac{1}{\omega_{135^\circ}} \quad (2.19)$$

e

$$T_\Sigma' = \frac{1}{\beta\omega_{135^\circ}} \quad (2.20)$$

onde  $\beta$  é um fator de aceleração que está relacionado com o tempo de subida desejado para o sistema resultante  $(t_s)_{desejado}$ , e expresso como uma função do tempo de subida para o sistema com o controlador PI,  $(t_s)_{PI}$ ,

$$(t_s)_{desejado} = \left(\frac{1}{\beta}\right) (t_s)_{PI}, \quad 1 < \beta \leq 2. \quad (2.21)$$

Portanto para  $\beta$  maior que 1,  $T_\Sigma'$  é menor que  $T_2'$ . Isto equivale a ‘distribuir’ a constante de tempo estimada a partir do valor de  $\omega_{135^\circ}$  entre uma constante de tempo compensável  $T_2'$  e uma nova constante de tempo limitante para o sistema  $T_\Sigma'$ .

$$T_\Sigma \approx T_2 + T_\Sigma'$$

Dessa forma, para projetar o controlador PID série (2.22) para o processo com função de transferência (2.18),

$$C(s) = \frac{(\tau_1s + 1)(\tau_2s + 2)}{\tau_i s}, \quad (2.22)$$

assumindo que  $T_2'$  é dado pela equação (2.19) e escolhendo

$$\tau_1 = T_2' = \frac{1}{\omega_{135^\circ}}, \quad (2.23)$$

é equivalente a projetar um controlador PI para a função de transferência,

$$G_o'(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_\Sigma's + 1)}, \quad (2.24)$$

sendo  $T_\Sigma'$  dado pela equação (2.20) e  $K/T_1$  por (2.17).

As regras de sintonia para o controlador PID são apresentadas na tabela 2.5.

Série	Paralelo
$\tau_1 = \frac{1}{\omega_{135}}$	$T_i = \left(\frac{4+\beta}{\beta}\right) \frac{1}{\omega_{135}}$
$\tau_2 = 4T_\Sigma = \frac{4T_2}{\beta} = \frac{4}{\beta\omega_{135}}; \quad 1 < \beta \leq 2$	$T_d = \left(\frac{4}{4+\beta}\right) \frac{1}{\omega_{135}}$
$\tau_i = 2 \left(\frac{K}{T_1}\right) 4T_\Sigma^2 = \frac{8\sqrt{2}G(\omega_{135})}{\beta^2 \omega_{135}}$	$K_p = \frac{T_i}{\tau_i} = \left(\frac{4+\beta}{4}\right) \frac{\beta}{2\sqrt{2}G(\omega_{135})}$

Tabela 2.5: Regras de sintonia KLV/PID.

## 2.5 Conclusão

Neste capítulo foram abordados aspectos básicos sobre controle PID, modelos para processos e os métodos de sintonia baseados na resposta em frequência sob os quais esse trabalho é desenvolvido. A definição de ‘ótimo simétrico’ e as regras de sintonia KLV para os controladores PI e PID são apresentadas.

A partir desse conceito, considerando o caso em que um modelo matemático para o processo não é conhecido, é possível projetar controladores PI e PID utilizando um modelo proposto para a malha e experimentos práticos para a determinação dos parâmetros.

Um dos pontos positivos do conceito ‘ótimo simétrico’ é a possibilidade de projetar controladores que resultem em malhas com características de desempenho e robustez, mesmo para processos com constantes de tempo não modeladas. Enquanto que a abordagem proposta nas regras de sintonia KLV possibilitam o projeto de controladores PI e PID ‘ótimo simétrico’ a partir da informação sobre a resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ .

# Capítulo 3

## Método proposto de estimação

Considerando o caso em que um modelo matemático para o processo não é conhecido, para projetar um controlador que resulte em uma malha com características bem definidas, é necessário obter algum tipo de informação sobre o processo. Nesse sentido, um método experimental que forneça a informação necessária à obtenção de um modelo aproximado para o processo e sintonia do controlador é de grande importância.

Uma forma alternativa de caracterizar um sistema linear invariante no tempo é usando senóides como sinais de teste. A idéia é que a dinâmica do processo possa ser caracterizada pela observação de como as entradas senoidais se propagam através do sistema. Por exemplo, considerando um sistema linear estável, se o sinal de entrada do sistema é uma senóide, a saída em regime permanente também será uma senóide com mesma frequência do sinal de entrada porém com fase e amplitude diferentes. Isto significa que em regime estacionário, a relação entrada saída do sistema pode ser descrita por dois fatores: a relação entre as amplitudes dos sinais de entrada saída e a diferença entre os ângulos de fase destes sinais.

A função que descreve estas relações é a resposta em frequência do sistema e esta pode ser determinada de forma experimental. Entretanto, inserir senóides de diferentes frequências na entrada do sistema pode demandar muito tempo. Por esse motivo, normalmente é suficiente conhecer pontos da resposta em frequência de interesse particular à sintonia do controlador.

Com o método proposto neste capítulo, o objetivo é utilizar os pontos da resposta em frequência conhecidos através dos experimentos práticos do relé e a informação não detalhada sobre o processo para projetar controladores no sentido do ‘ótimo simétrico’.

Como visto no capítulo anterior, através do método KLV é possível projetar o controlador PI ou PID a partir do conhecimento da resposta em frequência para a fase de  $-135^\circ$ . O modelo para o processo é aproximado na região da frequência de corte por uma função de transferência com um ou dois integradores e a dinâmica não modelada do processo é

agrupada na forma de um pólo rápido ( $1/T_\Sigma$ ) que é o fator limitante da largura de faixa do sistema em malha fechada.

Uma característica positiva dessa abordagem é a possibilidade de obter sistemas em malha fechada robustos contra atrasos de transporte e constantes de tempo não modeladas (18). Assim sendo, o ponto da resposta em frequência para a fase de  $-135^\circ$  passa a ser uma informação importante na identificação do modelo aproximado e no projeto do controlador para o processo.

### 3.1 Experimento do relé

Um método experimental de conhecer um ponto importante da resposta em frequência utilizando a realimentação do sistema para gerar uma senóide na frequência desejada foi proposto por Astrom e Hagglund(5). No experimento original, é possível conhecer o ganho e a frequência crítica do processo, que é o ponto da resposta em frequência para o qual a fase é igual a  $-180^\circ$ . O diagrama do experimento é apresentado na figura 3.1.

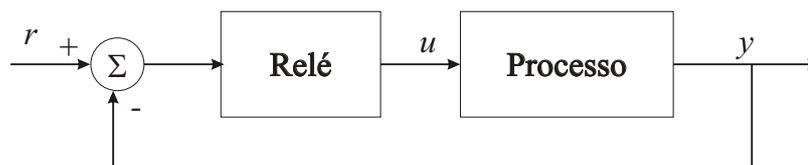


Figura 3.1: Diagrama de blocos para o experimento do relé em malha fechada.

Quando um processo linear, estável e próprio é colocado em malha fechada com o relé, a saída passa a apresentar oscilações mantidas a medida que o sistema tem um atraso de fase de aproximadamente  $180^\circ$  entre os sinais de entrada e saída do processo.

Considerando a expansão do sinal de entrada do processo  $u$  em uma série de Fourier, assume-se que o processo atenua efetivamente as componentes harmônicas de ordem elevada do sinal de entrada. Portanto, considerando somente a primeira componente harmônica do sinal  $u$ , a entrada e a saída possuem fases opostas. O que significa que o sistema está oscilando na frequência crítica. Então, se  $d$  é a amplitude do sinal do relé, a primeira harmônica da onda quadrada têm amplitude  $4d/\pi$ .

Seja  $a$  a amplitude da oscilação na saída do processo, então

$$G(i\omega_c) = \frac{-\pi a}{4d} \quad (3.1)$$

A frequência crítica do sistema é dada por,

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T} \quad (3.2)$$

onde  $T$  é o período de oscilação.

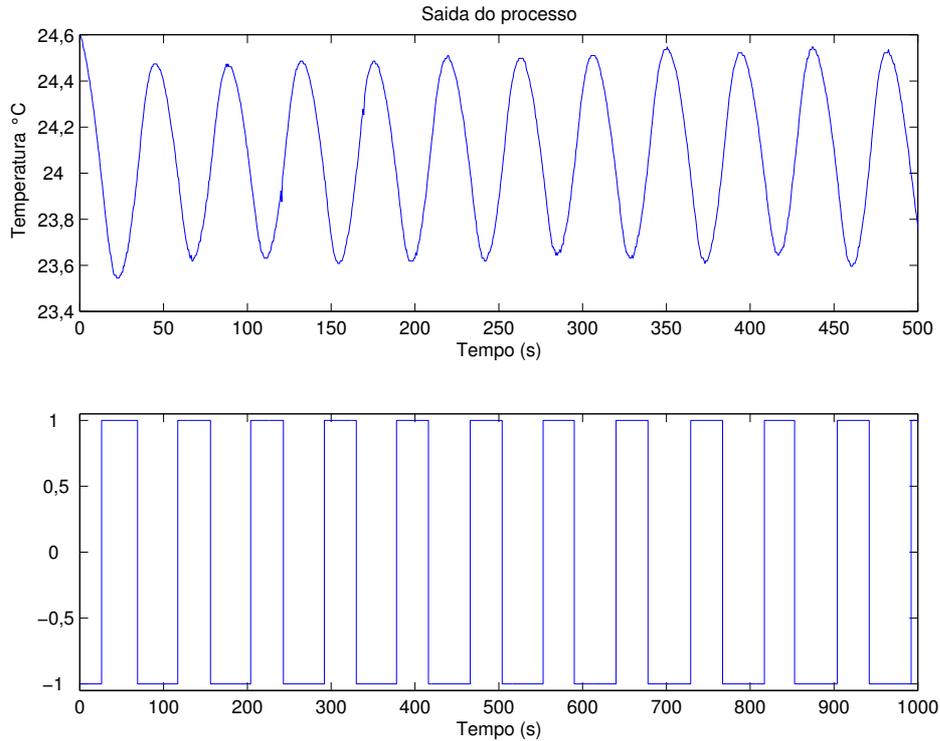


Figura 3.2: Sinais de entrada e saída do experimento do relé para uma plataforma experimental.

### Experimento do relé modificado

Uma modificação no experimento padrão do relé é apresentada no diagrama de blocos da figura 3.3 permite conhecer um ponto diferente da resposta em frequência do processo.

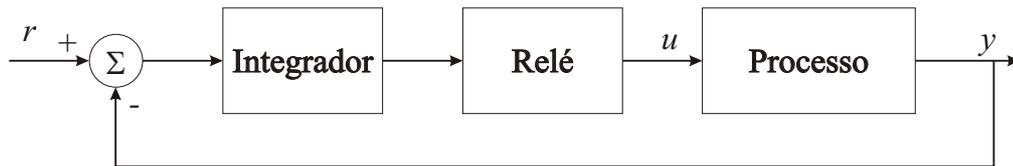


Figura 3.3: Diagrama de blocos do experimento do relé em malha fechada com integrador.

A inserção de um integrador na malha leva o processo a apresentar oscilações sustentadas para um ângulo de fase aproximado de  $-90^\circ$  e portanto, teoricamente o experimento fornece a frequência e o ganho nesta fase, ou seja,  $\omega_{90^\circ}$  e  $G_{90^\circ}$ . A função descritiva do relé para este caso é semelhante ao experimento padrão, sendo que para o caso do relé com integrador existirá um atraso de  $90^\circ$  quando comparado ao experimento original.

### 3.2 Estimação da frequência $\omega_{135^\circ}$

Para medir a frequência desejada, o primeiro passo é realizar o experimento do relé em malha fechada medindo o período de oscilação e conseqüentemente a frequência de oscilação para a fase de  $-180^\circ$ . De forma análoga, realizar o experimento do relé com integrador em malha fechada e obter a informação sobre o ponto da resposta em frequência relativo a um atraso de fase aproximado de  $90^\circ$ .

Na figura 3.4, é apresentado um esboço da característica de fase de uma função de transferência com grau relativo três. Nesta figura, pode ser observado que  $\omega_{135^\circ}$  está aproximadamente à metade da distância linear entre os pontos  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$ . Portanto, uma forma elementar de estimar a frequência em  $-135^\circ$  é localizar o ponto no eixo das frequências à metade da distância linear entre  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$ .

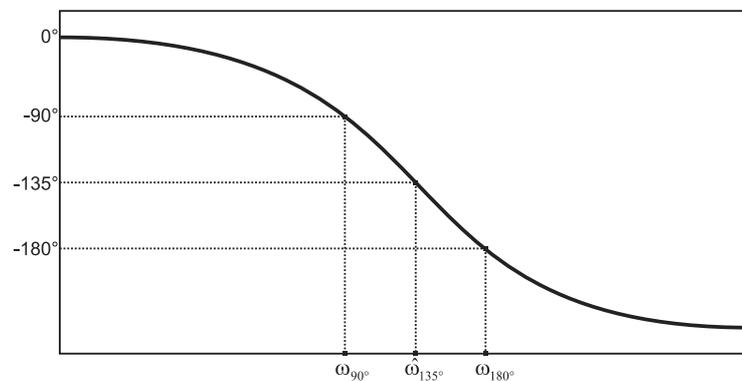


Figura 3.4: Diagrama de Bode para a fase - Estimação da frequência.

Como o eixo horizontal do diagrama de Bode tem escala logarítmica, o valor estimado para a frequência em  $-135^\circ$  é dado pela expressão (3.3).

$$\hat{\omega}_{135^\circ} = \sqrt{\omega_{90^\circ} \omega_{180^\circ}} \quad (3.3)$$

### 3.3 Estimação do ganho $G_{135^\circ}$

A partir da resposta em frequência para os pontos de fase  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$  e do valor estimado para a frequência em  $-135^\circ$  ( $\hat{\omega}_{135^\circ}$ ), é possível estimar o ganho em  $-135^\circ$ . Por definição, na resposta em frequência do modelo aproximado para o processo baseado no conceito ‘ótimo simétrico’ (figura 2.5), a assíntota do ganho muda de inclinação de  $-20\text{dB/dec}$  para  $-40\text{dB/dec}$  no ponto da resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ . Considerando essa informação, são apresentados três procedimentos para a obter valores estimados para  $G_{135^\circ}$ .

## Método 1

O valor estimado para o ganho em  $-135^\circ$  é dado pela projeção de uma reta com origem em  $(\omega_{90^\circ}, G_{90^\circ})$  e de inclinação  $-40\text{dB/dec}$  em uma reta vertical localizada à metade da distância linear entre as frequências  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$  de acordo com a ilustração na figura 3.5.

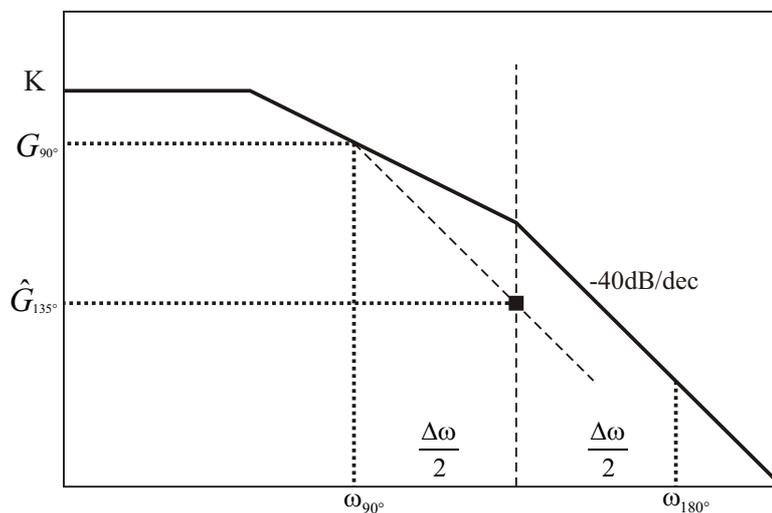


Figura 3.5: Diagrama de Bode para amplitude - Método 1.

Analicamente, o valor estimado para o ganho é dado pela expressão

$$\hat{G}_{135^\circ}^1(\text{dB}) = G_{90^\circ}(\text{dB}) - 40_{(\text{dB/dec})} \left( \frac{\Delta\omega_{(\text{dec})}}{2} \right) \quad (3.4)$$

onde,

$$\Delta\omega_{\text{dec}} = \left( \frac{\omega_{180^\circ}}{\omega_{90^\circ}} \right) \frac{1}{10}. \quad (3.5)$$

## Método 2

Seja  $\hat{G}_1$  o ganho estimado obtido pela intercessão entre uma reta de inclinação  $-40\text{dB/dec}$  com origem no ponto  $(\omega_{90^\circ}, G_{90^\circ})$  e uma reta vertical sobre o valor estimado para a frequência  $\hat{\omega}_{135^\circ}$ .

$$\hat{G}_1(\text{dB}) = G_{90^\circ}(\text{dB}) - 40_{(\text{dB/dec})} \left( \frac{\omega_{135^\circ}}{\omega_{90^\circ}} \right)_{(\text{dec})} \quad (3.6)$$

Seja também  $\hat{G}_2$  o ganho estimado obtido pela intercessão de uma reta de inclinação  $-40\text{dB/dec}$  com origem no ponto  $(\omega_{180^\circ}, G_{180^\circ})$  e a mesma reta vertical em  $\hat{\omega}_{135^\circ}$ .

$$\hat{G}_2(\text{dB}) = G_{180^\circ}(\text{dB}) + 40_{(\text{dB/dec})} \left( \frac{\omega_{180^\circ}}{\omega_{135^\circ}} \right)_{(\text{dec})} \quad (3.7)$$

O valor estimado para o ganho  $G_{135^\circ}$  é dado pela média dos valores  $\hat{G}_1$  e  $\hat{G}_2$ , conforme ilustrado na figura 3.6 e analiticamente pela equação (3.8).

$$\hat{G}_{135^\circ}^2 = \sqrt{\hat{G}_1 \hat{G}_2} \quad (3.8)$$

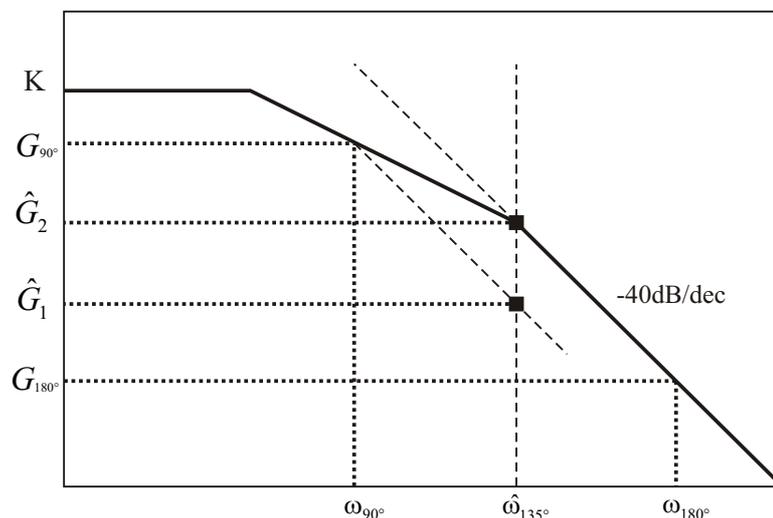


Figura 3.6: Diagrama de Bode para a amplitude - Método 2.

**Observação 1** A equação 3.8 representa a média aritmética em dB, pois

$$20 \log(\hat{G}_1 \cdot \hat{G}_2)^{1/2} = \frac{1}{2}[20 \log \hat{G}_1 + 20 \log \hat{G}_2] = \frac{\hat{G}_{1(dB)} + \hat{G}_{2(dB)}}{2}$$

### Método 3

De forma semelhante à utilizada no método anterior, é possível obter um outro valor estimado para o ganho relativo à fase de  $-135^\circ$  a partir de duas retas de inclinação  $-40\text{dB/dec}$  cada uma com origem nos pontos  $(\omega_{90^\circ}, G_{90^\circ})$  e  $(\omega_{180^\circ}, G_{180^\circ})$ . A intercessão entre essas retas e a reta vertical sob a metade da distância linear entre as frequências  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$  dá origem a dois valores estimados  $\hat{G}'_{1(dB)}$  dado pela equação (3.9) e  $\hat{G}'_{2(dB)}$  dado pela equação (3.10).

$$\hat{G}'_{1(dB)} = G_{90^\circ(dB)} - 40_{(dB/dec)} \left( \frac{\Delta\omega_{(dec)}}{2} \right) \quad (3.9)$$

$$\hat{G}'_{2(dB)} = G_{180^\circ(dB)} + 40_{(dB/dec)} \left( \frac{\Delta\omega_{(dec)}}{2} \right) \quad (3.10)$$

O valor para  $\hat{G}_{135^\circ}$  neste procedimento é obtido pelo valor médio de  $\hat{G}'_1$  e  $\hat{G}'_2$  de acordo com a equação (3.11).

$$\hat{G}_{135^\circ}^3 = \sqrt{\hat{G}'_1 \hat{G}'_2} \quad (3.11)$$

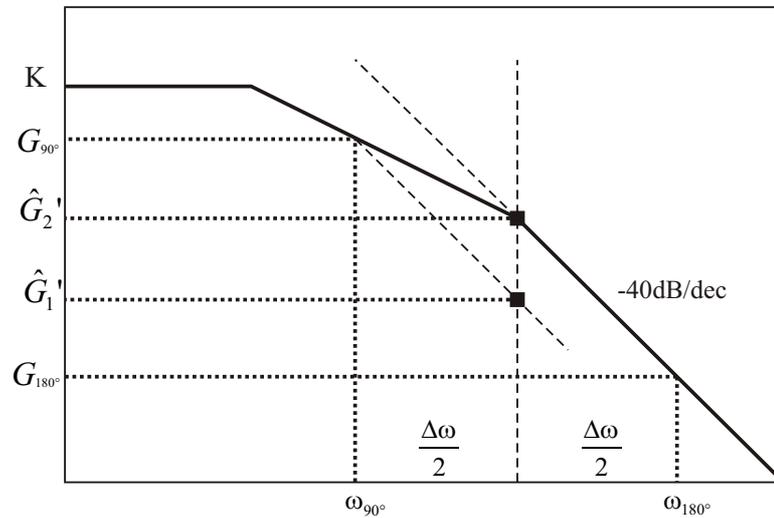


Figura 3.7: Diagrama de Bode para a amplitude - Método 3.

### Algoritmo do Método Proposto de Estimação

As etapas do método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  são detalhadas no algoritmo.

1. Realizar o experimento padrão do relé, de acordo com o diagrama da figura 3.1, para o estimação da resposta em frequência para a fase de  $-180^\circ$ ;
2. Realizar o experimento modificado do relé, de acordo com a figura 3.3, para estimação da resposta em frequência para a fase de  $-90^\circ$ ;
3. A partir dos valores obtidos para a frequência em  $-90^\circ$  e  $-180^\circ$  ( $\omega_{90^\circ}, \omega_{180^\circ}$ ), estimar o valor da frequência para a fase de  $-135^\circ$  pela equação (3.3);
4. Aplicar os valores de ganho e frequência estimados nos experimentos do relé e o valor estimado para a frequência em  $-135^\circ$  em um dos métodos da seção 3.3 para estimação do ganho em  $-135^\circ$ .

## 3.4 Avaliação do método proposto

Com o objetivo de avaliar o método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  alguns modelos de processos foram simulados a partir de um conjunto diversificado de funções de transferência utilizando o Matlab. O objetivo disto é atestar a aplicabilidade

do método proposto na estimação do ponto desejado da resposta em frequência para uma classe vasta de processos com o maior número de características freqüentemente encontradas em sistemas de controle industriais.

Tendo em vista a validação do método proposto de estimação, os valores teóricos para a resposta em frequência em  $-90^\circ$  e  $-180^\circ$  utilizados nessa avaliação foram obtidos diretamente do diagrama de Bode de cada modelo.

### 3.4.1 Frequência

O valor estimado para a frequência  $\omega_{135^\circ}$  é obtido pela aplicação do procedimento descrito na seção 3.2. No resultado apresentado na tabela 3.1 para um conjunto diversificado de funções de transferência, o valor estimado de  $\omega_{135^\circ}$  é relativamente próximo do valor teórico, sendo o maior erro percentual associado aos casos de processos com zero ou atraso de transporte.

Pode ser observado que para algumas funções não é possível calcular o valor de  $\hat{\omega}_{135^\circ}$  pela equação (3.2), isto é justificado pelo fato de que os valores teóricos para  $\omega_{90^\circ}$  ou  $\omega_{180^\circ}$  para essas funções convergem para zero ou infinito. Para as demais funções de transferência o valor estimado  $\hat{\omega}_{135^\circ}$  é sempre menor que o valor teórico, o que indica que o método de estimação da frequência em  $-135^\circ$  é conservador.

	$G(s)$	$\omega_{90^\circ}$	$\omega_{180^\circ}$	$\omega_{135^\circ}$	$\hat{\omega}_{135^\circ}$	erro %
1	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}$	2,23	$\infty$	6,73	-	-
2	$\frac{1}{(s+1)^4}$	0,41	1	0,66	0,64	3,36
3	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	1,97	11,20	4,75	4,70	1,11
4	$\frac{1}{s(10s+1)}$	0	$\infty$	0,10	-	-
5	$\frac{1}{s(s+1)^2}$	0	1	0,41	-	-
6	$\frac{(0,17s+1)^2}{s(s+1)^2(0,028s+1)}$	0	$\infty$	0,51	-	-
7	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	2,16	10,90	5,26	4,85	7,75
8	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	0,33	0,84	0,56	0,53	4,31
9	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	0,50	1,53	0,91	0,88	3,72
10	$\frac{-s+1}{s}$	0	$\infty$	0,99	-	-
11	$\frac{-s+1}{s+1}$	1	$\infty$	2,40	-	-
12	$\frac{e^{-s}}{s+1}$	0,86	2,02	1,40	1,32	5,96
13	$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	0,56	1,30	0,89	0,85	4,69
14	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	0,13	0,69	0,34	0,30	12,62
15	$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$	0,76	2,13	1,45	1,27	12,43
16	$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$	1,42	5,64	3,29	2,83	13,98
17	$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$	0,15	0,37	0,24	0,23	4,61

Tabela 3.1: Valores teóricos e estimados para  $\omega_{135^\circ}$ .

### 3.4.2 Ganho

Na avaliação do método proposto de estimação do ganho em  $-135^\circ$ , para três métodos de estimação, são também utilizados valores teóricos de  $G_{90^\circ}$  e  $G_{180^\circ}$  obtidos diretamente das respostas em frequência para o mesmo conjunto de funções de transferência utilizado anteriormente.

#### Método 1

Os valores estimados de  $G_{135^\circ}$  obtidos a partir deste método são bastante conservadores, ou seja, todos os valores estimados para o ganho em  $-135^\circ$  são menores que os valores teóricos. Isto leva a acreditar que o modelo obtido para o processo a partir deste valor estimado pode apresentar uma dinâmica lenta e menos agressiva.

	$G(s)$	$G_{90^\circ}$	$G_{135^\circ}$	$\hat{G}_{135^\circ}^1$	erro %
1	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}$	0,371	0,085	-	-
2	$\frac{1}{(s+1)^4}$	0,726	0,476	0,416	12,63
3	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	0,418	0,141	0,113	20,11
4	$\frac{1}{s(10s+1)}$	1000	7,079	-	-
5	$\frac{1}{s(s+1)^2}$	210,38	2,070	-	-
6	$\frac{(0,17s+1)^2}{s(s+1)^2(0,028s+1)}$	100	1,590	-	-
7	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	0,302	0,110	0,094	13,83
8	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	1,025	0,997	0,573	42,45
9	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	0,625	0,361	0,313	13,16
10	$\frac{-s+1}{s}$	100	1,417	-	-
11	$\frac{-s+1}{s+1}$	1	1	-	-
12	$\frac{e^{-s}}{s+1}$	0,758	0,579	0,441	23,87
13	$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	0,764	0,555	0,446	19,70
14	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	0,354	0,120	0,100	16,49
15	$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$	0,221	0,170	0,116	31,82
16	$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$	0,133	0,065	0,053	18,19
17	$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$	0,699	0,468	0,391	16,45

Tabela 3.2: Valores teóricos para os ganhos em  $-90^\circ$  e  $-135^\circ$  e o valor estimado para o ganho em  $-135^\circ$ .

#### Método 2

Os valores estimados a partir da equação (3.7) para o conjunto de funções de transferência são apresentados na tabela 3.3. Este método fornece valores mais próximos para a maioria das funções de transferência quando comparado ao método anterior, inclusive para os processos com característica de fase não-mínima ou atraso de transporte.

O valor de  $\hat{G}_{135^\circ}^2$  é obtido pela média entre  $\hat{G}_1$  e  $\hat{G}_2$  que, por sua vez, são estimados a partir de  $G_{90^\circ}$  e  $G_{180^\circ}$ . Dessa forma, é importante observar que para as funções 1,4,5,6,10 e 11 não se pode obter o valor estimado pela média. Alternativamente, é possível estimar

um valor para  $G_{135^\circ}$  usando apenas  $\widehat{G}_1$ . Contudo, esse valor estimado não é tão regular quanto o obtido pelo método propriamente dito pois a comparação entre as colunas 3 e 5 da tabela 3.3 mostra que  $\widehat{G}_1$  pode tanto ser maior quanto menor que  $G_{135^\circ}$ , a exemplo das funções de transferência 1 e 11.

	$G(s)$	$\widehat{G}_1$	$\widehat{G}_2$	$G_{135^\circ}$	$\widehat{G}_{135^\circ}^2$	erro %
1	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}$	0,092	-	0,085	-	-
2	$\frac{1}{(s+1)^4}$	0,346	0,496	0,476	0,414	12,93
3	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	0,138	0,097	0,141	0,115	18,21
4	$\frac{1}{s(10s+1)}$	0	-	7,079	-	-
5	$\frac{1}{s(s+1)^2}$	0	1,505	2,070	-	-
6	$\frac{(0,17s+1)^2}{s(s+1)^2(0,028s+1)}$	0	-	1,590	-	-
7	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	0,098	0,080	0,110	0,089	18,96
8	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	0,477	1,756	0,997	0,916	8,16
9	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	0,273	0,383	0,361	0,323	10,40
10	$\frac{-s+1}{s}$	0	-	1,417	-	-
11	$\frac{-s+1}{s+1}$	0,331	-	1	-	-
12	$\frac{e^{-s}}{s+1}$	0,357	0,857	0,579	0,553	4,36
13	$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	0,365	0,721	0,555	0,513	7,62
14	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	0,103	0,107	0,120	0,105	12,66
15	$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$	0,092	0,275	0,170	0,159	6,60
16	$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$	0,046	0,087	0,065	0,063	3,45
17	$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$	0,325	0,573	0,468	0,431	7,90

Tabela 3.3: Valores teóricos e estimados para  $G_{135^\circ}$  obtidos pelo método 2.

### Método 3

Este é o menos conservador dentre os métodos apresentados para a determinação do valor estimado para  $G_{135^\circ}$ . Os valores obtidos a partir da simulação deste método são apresentados na tabela 3.4, para o mesmo conjunto de funções de transferência utilizado nos métodos anteriores.

Pela comparação entre a coluna com os valores de  $\widehat{G}_{135^\circ}^3$  e a coluna com os valores teóricos para  $G_{135^\circ}$ , pode-se afirmar que o valor estimado é muito próximo do valor teórico. Para o caso das funções 14, 15 e 16 o erro é negativo, ou seja, os valores estimados para estas funções são maiores que os valores teóricos. Mas, apesar do maior erro percentual nesses casos ser de aproximadamente -11%, como os valores dos ganhos são pequenos, a diferença entre os valores estimados e os valores teóricos também é muito pequena.

	$G(s)$	$\hat{G}'_1$	$\hat{G}'_2$	$G_{135^\circ}$	$\hat{G}_{135^\circ}^3$	erro %
1	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}$	0	-	0,085	-	-
2	$\frac{1}{(s+1)^4}$	0,416	0,434	0,476	0,425	10,77
3	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	0,113	0,121	0,141	0,117	17,21
4	$\frac{1}{s(10s+1)}$	0	-	7,079	-	-
5	$\frac{1}{s(s+1)^2}$	0	-	2,070	-	-
6	$\frac{(0,17s+1)^2}{s(s+1)^2(0,028s+1)}$	0	-	1,590	-	-
7	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	0,094	0,099	0,110	0,097	11,89
8	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	0,578	1,559	0,997	0,946	5,15
9	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	0,313	0,355	0,361	0,333	7,64
10	$\frac{-s+1}{s}$	0	-	1,417	-	-
11	$\frac{-s+1}{s+1}$	0	-	1	-	-
12	$\frac{e^{-s}}{s+1}$	0,441	0,758	0,579	0,578	0,11
13	$\frac{e^{-s}}{(s+1)^2}$	0,446	0,631	0,555	0,530	4,44
14	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	0,100	0,147	0,120	0,121	-1,04
15	$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$	0,116	0,267	0,170	0,176	-3,51
16	$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$	0,053	0,098	0,065	0,072	-10,92
17	$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$	0,391	0,509	0,468	0,446	4,66

Tabela 3.4: Valores teóricos e estimados para  $G_{135^\circ}$  obtidos pelo método 3.

### 3.4.3 Casos particulares

Para as funções da tabela 3.5, os experimentos práticos não fornecem informação suficiente sobre a resposta em frequência para  $-90^\circ$  e  $-180^\circ$ . Entretanto, uma rápida observação das funções de transferência desse grupo mostra que em todos os casos é encontrada uma ou mais das seguintes características:

- Integrador puro ( $\omega_{90^\circ} \rightarrow 0$ );
- Grau relativo igual a 2 ( $\omega_{180^\circ} \rightarrow \infty$ );
- Fase não mínima.

Função	$G(s)$
1	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)}$
4	$\frac{1}{s(10s+1)}$
5	$\frac{1}{s(s+1)^2}$
6	$\frac{(0,17s+1)^2}{s(s+1)^2(0,028s+1)}$
10	$\frac{-s+1}{s}$
11	$\frac{-s+1}{s+1}$

Tabela 3.5: Funções de transferência, casos especiais.

Para os processos com integradores, o valor de regime permanente não é alcançado quando o sinal de entrada é um degrau, nesse tipo de sistema, a característica de fase

é deslocada em  $-90^\circ$  pela contribuição do elemento integrador, portanto,  $\omega_{90^\circ} \rightarrow 0$ . O método proposto por Astrom e Hagglund(4) para determinar a dinâmica desse tipo de processo é aplicar um degrau limitado à entrada do processo. Os processos com grau relativo igual a 2 apresentam a frequência crítica ( $\omega_{180^\circ}$ ) em infinito. Já os processos com característica de fase não mínima são conhecidos pela resposta inversa (*undershoot*) característica no experimento da resposta ao degrau.

Para esse conjunto de processos, o modelo é obtido mediante a análise do resultado dos experimentos. Por exemplo, na função 4 a característica da resposta ao degrau revela a presença do integrador e a não oscilação no experimento padrão do relé em malha fechada leva a afirmar que  $\omega_{180^\circ} \rightarrow \infty$ . Portanto, associando essas informações pode-se concluir que o sistema deve ter grau relativo 2 sendo um dos pólos um integrador. Dessa forma, o problema de identificação é reduzido a determinação de uma constante de tempo de primeira ordem.

### 3.5 Método do relé com histerese

Em um experimento proposto por Voda e Buisson(26) é usado um relé com histerese em malha fechada como alternativa de conhecer a resposta em frequência para ângulos de fase entre  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$ . Neste experimento, para determinação de um ponto (ganho e frequência) do diagrama de Nyquist do processo no terceiro quadrante, é utilizado um relé com histerese de valor  $\varepsilon$  para gerar oscilações.

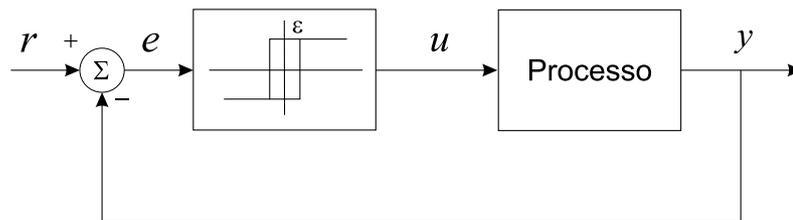


Figura 3.8: Diagrama do experimento do relé com histerese.

A malha de controle é composta por um elemento linear (o processo) e um elemento com uma não-linearidade estática (o relé). O sinal de controle  $u$  é uma onda quadrada de amplitude  $d$  e a saída do processo  $y$  é semelhante a uma senóide com amplitude  $a$ . O bloco não-linear é representado por uma função descritiva  $N(a)$ , que é função da amplitude do sinal na entrada do relé. A condição de oscilação deste esquema é dada pela existência de uma intercessão entre o diagrama de frequências do processo  $G(j\omega)$  e o negativo inverso da função descritiva do relé, ou seja,

$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(a)}$$

Se o objetivo é identificar o ganho e a frequência de um ponto para uma desejada fase  $\phi_d$  no diagrama de Nyquist do processo, pode-se realizar isso modificando o valor da histerese do relé  $\varepsilon$ , pois isto modifica a parte imaginária da função descritiva,

$$\text{Im} \left( -\frac{1}{N(a)} \right) = -\frac{\pi a}{4d}$$

de forma a interceptar  $G(j\omega)$  em  $\phi_d$ . Ajuste de  $\varepsilon$  é feito de maneira interativa, pela medição da amplitude oscilação na saída e utilizando a equação (3.12).

$$\varepsilon = a \text{sen}(\phi_d) \quad (3.12)$$

Por se tratar de um método interativo é necessário um tempo demasiado para que o procedimento de identificação possa convergir, além disso o método exige conhecimento sobre o processo para especificação do valor inicial da histerese do relé. Por esse motivo, embora o método seja convergente para um grande número de processos, um procedimento não interativo é sempre mais valioso do ponto de vista prático.

## 3.6 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado um método prático de estimação da resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ . Visto que essa é a informação necessária à obtenção de um modelo aproximado para o processo no sentido do ‘ótimo simétrico’, o projeto do controlador PID para estes sistemas pode ser feito de forma direta. Os dados de entrada do procedimento proposto são a resposta em frequência para  $-180^\circ$  ( $\omega_{180^\circ}, G_{180^\circ}$ ) e para  $-90^\circ$  ( $\omega_{90^\circ}, G_{90^\circ}$ ) obtidos utilizando os experimentos do relé.

Avaliação do método proposto de estimação mostrou a aplicabilidade deste a um conjunto diversificado de modelos de processos. A resposta em frequência em  $-135^\circ$  foi obtida para a maioria das funções de transferência e, nos casos em que não foi possível aplicar o método, uma análise dos resultados de um experimento de resposta ao degrau pode fornecer informações importantes para a identificação do tipo de processo.

O método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  possui diversas características positivas quando comparado ao método do relé com histerese. O método proposto é não iterativo, pode ser realizado de forma automática, não exige conhecimento prévio sobre o processo e apresenta cálculos simples. Portanto, dada a natureza distinta dos dois procedimentos, a comparação entre estes é desnecessária. Sendo evidenciada a importância do método proposto de estimação pelas características já citadas e pelos resultados obtidos na estimação da frequência e do ganho em  $-135^\circ$  quando comparados aos seus valores teóricos.

# Capítulo 4

## Projeto de controladores PI e PID

A determinação dos parâmetros de um controlador PID pelo ótimo simétrico representa um tipo de técnica de projeto por modelagem da função de malha (*loopshaping*) onde os parâmetros do controlador são escolhidos de forma que a resposta do sistema composto pelo controlador e o processo tenha características desejadas.

Neste capítulo é descrito o procedimento para o projeto de controladores PI e PID a partir da informação gerada no método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  apresentado no capítulo anterior. Este método de projeto difere de outras técnicas no aspecto do conhecimento sobre o processo que o método requer. A realização de dois experimentos com o processo em malha aberta fornecem, para a maioria dos casos, toda informação necessária ao projeto do controlador resultando em uma malha com características de robustez e bom desempenho para um cenário em que detalhes do processo não são conhecidos.

### 4.1 Especificações de projeto

Ao iniciar o projeto de um controlador é necessário definir qual o principal objetivo de controle. Dois tipos comuns de especificações são o rastreamento do valor de referência e a rejeição à perturbações. No entanto, existem algumas restrições importantes que não podem ser ignoradas no projeto de um controlador para a malha, por exemplo:

- A dinâmica do sistema;
- Não-linearidades;
- Perturbações;
- Incerteza associada ao modelo do processo.

As especificações de projeto podem ser expressas de maneiras distintas, no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Exemplos típicos de especificações de um sistema de controle são

- Atenuação da perturbação na carga;
- Sensibilidade ao ruído de medição;
- Robustez às incertezas do modelo;
- Rastreamento do valor de referência.

No domínio do tempo uma possibilidade é utilizar características da resposta temporal para algumas entradas típicas como especificação de projeto. Já no domínio da frequência, especificações podem ser dadas através de características desejadas para a resposta em frequência ou para a função de transferência do sistema.

## 4.2 Projeto de controladores PI

Com a informação sobre a resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ , o controlador proporcional integral (PI) pode ser projetado para o processo utilizando as regras de sintonia KLV-PI apresentadas na tabela 2.4.

No modelo aproximado para o processo da equação (2.14),  $T_\Sigma$  pode representar a soma de todas as constantes de tempo não compensáveis e atrasos ou a constante de tempo que define a banda de passagem do sistema em malha fechada.

Para projetar o controlador PI, o método proposto de estimação da frequência em  $-135^\circ$  será aplicado ao conjunto de funções de transferência da tabela 4.1 seguindo o procedimento descrito a seguir:

1. O experimento do relé é feito;
2. Conhecidos os valores de  $\omega_{180^\circ}$  e  $G_{180^\circ}$  pelo experimento do relé, o experimento do relé modificado é realizado e os valores de  $\omega_{90^\circ}$  e  $G_{90^\circ}$  são conhecidos;
3. Conhecidos os valores de  $\omega_{90^\circ}$  e  $\omega_{180^\circ}$ , o valor estimado para a frequência em  $-135^\circ$  é obtido a partir da equação (3.3).
4. Com os valores de  $G_{90^\circ}$  e  $G_{180^\circ}$  conhecidos nas etapas 1 e 2 e o valor estimado para a frequência em  $-135^\circ$ , o valor do ganho em  $-135^\circ$  é obtido utilizando um dos métodos apresentados na seção 3.3.

5. Com os valores de  $\omega_{135^\circ}$  e  $G_{135^\circ}$  estimados para o processo e o valor escolhido para  $\alpha$  os parâmetros para o controlador PI são conhecidos utilizando as regras de sintonia KLV-PI contidas na tabela 2.4.

	$G(s)$
1	$\frac{1}{(s+1)^4}$
2	$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$
3	$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$
4	$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$
5	$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$
6	$\frac{e^{-s}}{s+1}$
7	$\frac{e^{-s}}{(8s+1)(s+1)}$
8	$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$
9	$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$
10	$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$
11	$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$

Tabela 4.1: Modelos para processos.

### Identificação da resposta em frequência em $-135^\circ$

Para os processos simulados a partir das funções de transferência na tabela 4.1, os experimentos padrão e modificado do relé são realizados com o objetivo de obter a resposta em frequência em  $-180^\circ$  e  $-90^\circ$ , respectivamente. O valor estimado para o ganho e a frequência em  $-135^\circ$  são obtidos utilizando o procedimento da seção 3.2 e o método 2 apresentado na seção 3.3. Os resultados para o conjunto de processos modelados a partir de funções de transferência distintas são apresentados na tabela 4.2.

$G(s)$	Relé padrão		Relé com integrador		Método proposto	
	$\hat{\omega}_{180^\circ}$	$\hat{G}_{180^\circ}$	$\hat{\omega}_{90^\circ}$	$\hat{G}_{90^\circ}$	$\hat{\omega}_{135^\circ}$	$\hat{G}_{135^\circ}$
$\frac{1}{(s+1)^4}$	0,9887	0,2305	0,4080	0,8210	0,6353	0,4350
$\frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,04s+1)(0,008s+1)}$	10,6698	0,0327	1,9023	0,4455	4,5052	0,1206
$\frac{2(15s+1)}{(20s+1)(s+1)(0,1s+1)^2}$	10,2494	0,0700	2,0893	0,7487	4,6275	0,2289
$\frac{-2s+1}{(s+1)^3}$	0,7874	0,6263	0,3160	1,1686	0,4988	0,8555
$\frac{(-0,3s+1)(0,08s+1)}{(2s+1)(s+1)(0,04s+1)(0,2s+1)(0,05s+1)^3}$	1,4775	0,1410	0,4924	0,6946	0,8530	0,3129
$\frac{e^{-s}}{s+1}$	2,1076	0,3789	0,8341	0,8010	1,3259	0,5509
$\frac{e^{-s}}{(8s+1)(s+1)}$	0,9303	0,0902	0,2271	0,5469	0,4597	0,2221
$\frac{e^{-s}}{(20s+1)(2s+1)}$	0,6730	0,0421	0,1351	0,3451	0,3016	0,1206
$\frac{(2s+1)e^{-s}}{(10s+1)(0,5s+1)}$	2,2462	0,1215	0,2708	0,6837	1,2393	0,1814
$\frac{(6s+1)(3s+1)e^{-0,3s}}{(10s+1)(8s+1)(s+1)}$	5,7396	0,0291	1,3242	0,1508	2,7569	0,0662
$\frac{(-s+1)e^{-s}}{(6s+1)(2s+1)^2}$	0,3659	0,2579	0,1410	0,7377	0,2271	0,4362

Tabela 4.2: Pontos da resposta em frequência para os processos da tabela 4.1.

## Precisão do experimento do relé

Uma observação importante deve ser feita quanto ao cálculo do ganho nos experimentos do relé padrão e modificado. A utilização de uma função descritiva para o elemento não-linear para o experimento do relé pode resultar em valores incorretos para a resposta em frequência obtidos. Neste sentido, uma simples modificação no experimento do relé é proposta por Lee, Wang e Tan(11) no sentido de aumentar a precisão do resultado obtido. Uma função de mapeamento é usada para que a amplitude da primeira harmônica, ou harmônica fundamental do sinal de saída do relé seja utilizada para obter uma estimativa precisa do ponto crítico. Isso pode ser feito calculando a DFT de dois ou três períodos de oscilação do sinal de saída do relé, identificando e eliminando as harmônicas de ordem elevada.

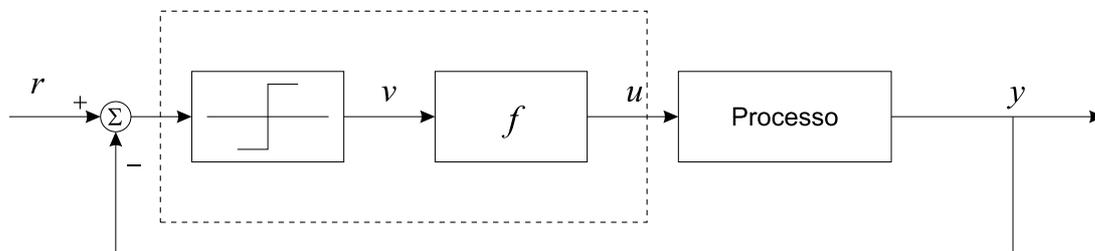


Figura 4.1: Modificação no experimento do relé.

Com esta modificação nos experimentos do relé é mostrado em (11) que é possível obter uma estimativa exata do ponto crítico do processo.

## Simulação do controlador PI

Utilizando o Matlab, um conjunto de modelos para processos com características distintas é simulado e o controlador PI é projetado a partir da aplicação do método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  e das regras de sintonia KLV-PI a cada processo. Conhecidos os valores da resposta em frequência em  $-135^\circ$  para os processos, os parâmetros do controlador PI paralelo obtidos para diferentes valores de  $\alpha$  são apresentados na tabela 4.3.

Processo	$\alpha = 1,0$		$\alpha = 1,15$		$\alpha = 1,42$	
	$K_p$	$T_i$	$K_p$	$T_i$	$K_p$	$T_i$
1	0,8128	6,2961	0,6559	7,2406	0,4661	8,9405
2	2,9305	0,8879	2,3647	1,0210	1,6804	1,2608
3	1,5446	0,8644	1,2464	0,9941	0,8857	1,2274
4	0,4133	8,0192	0,3335	9,2221	0,2370	11,3873
5	1,1299	4,6894	0,9117	5,3928	0,6479	6,6589
6	0,6418	3,0169	0,5179	3,4694	0,3680	4,2840
7	1,5922	8,7015	1,2848	10,0067	0,9130	12,3561
8	2,9320	13,2643	2,3659	15,2539	1,6813	18,8352
9	1,9489	3,2278	1,5727	3,7119	1,1176	4,5834
10	5,3369	1,4509	4,3066	1,6686	3,0604	2,0603
11	0,8106	17,6102	0,6541	20,2517	0,4648	25,0064

Tabela 4.3: Parâmetros PI paralelo.

No Matlab, o sistema é simulado de acordo com o diagrama de blocos da figura 4.2 e os resultados da simulação para alguns processos com controle PI ( $\alpha = 1,0$  e  $\alpha = 1,42$ ) são apresentados.

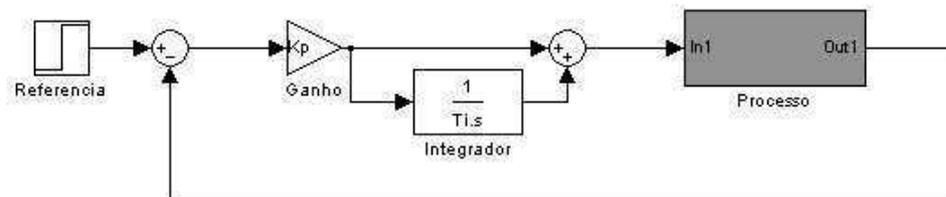


Figura 4.2: Sistema em malha fechada com controle PI.

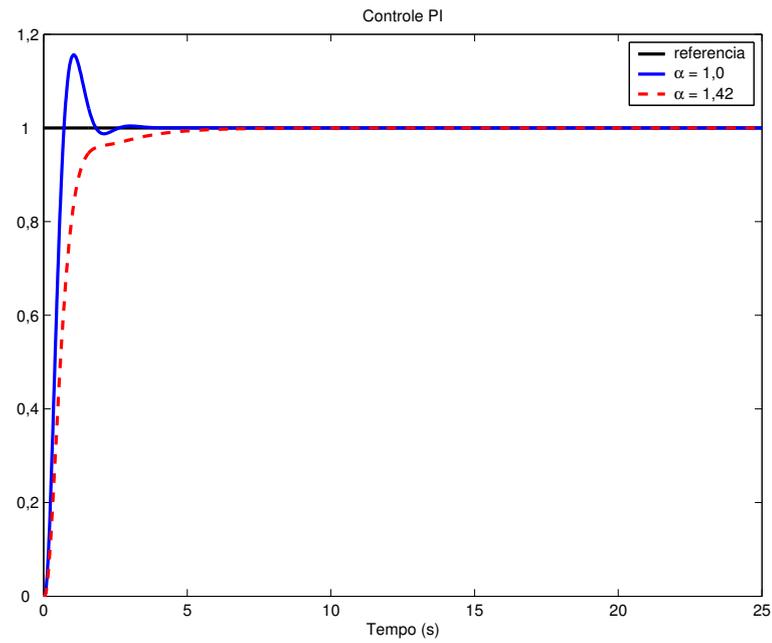


Figura 4.3: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 2.

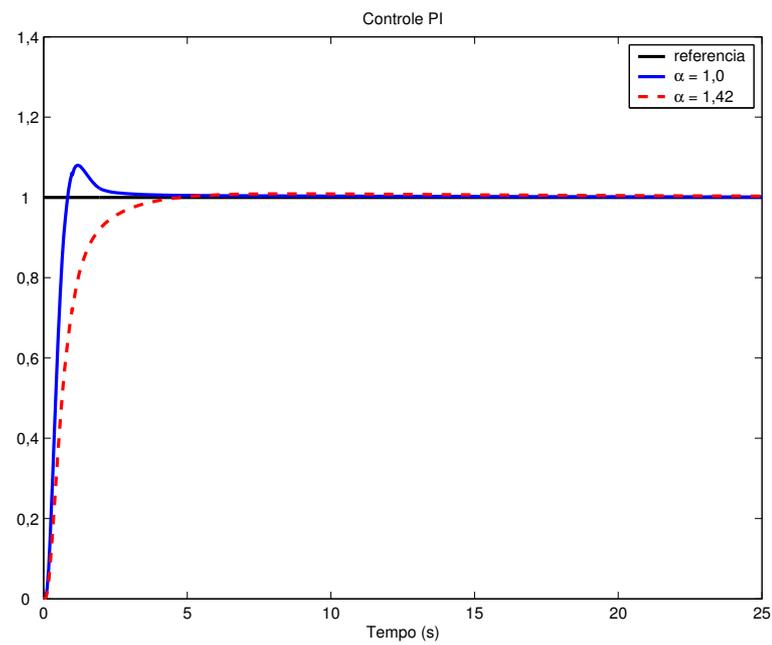


Figura 4.4: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 3.

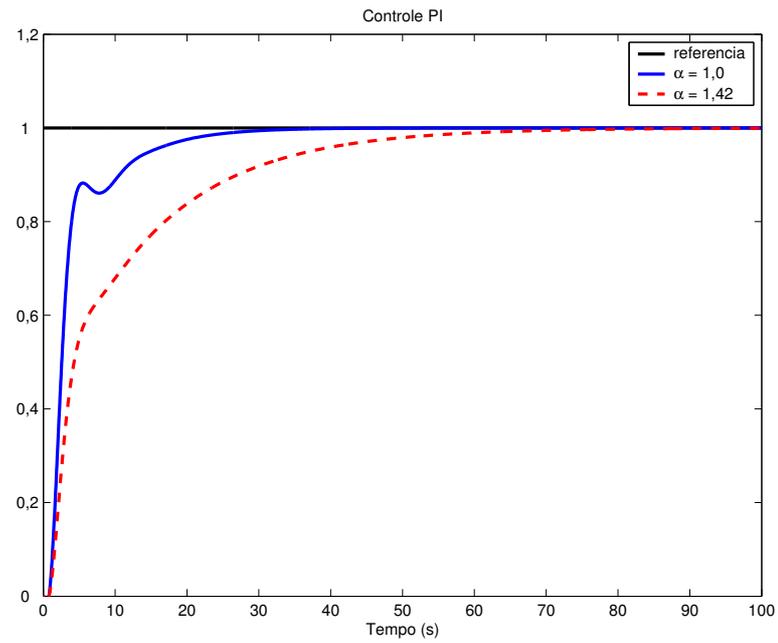


Figura 4.5: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 5.

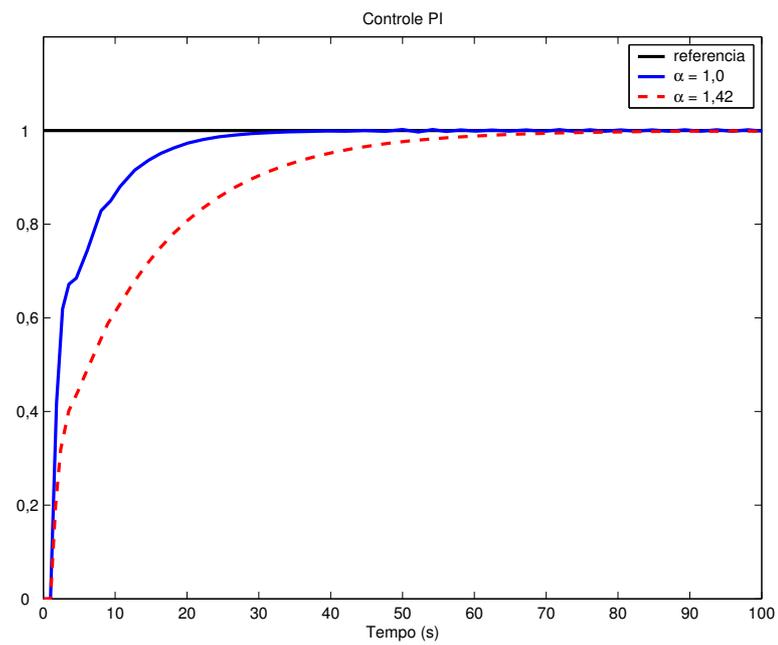


Figura 4.6: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 6.

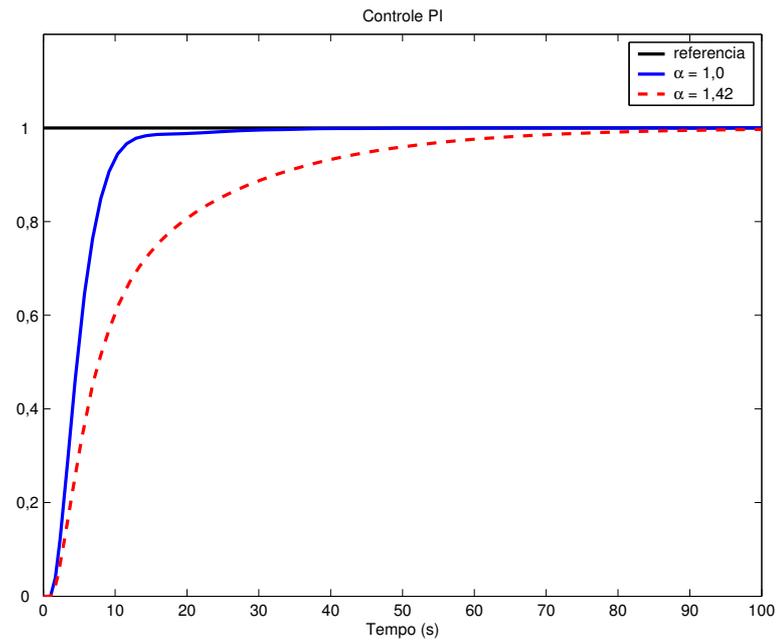


Figura 4.7: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 7.

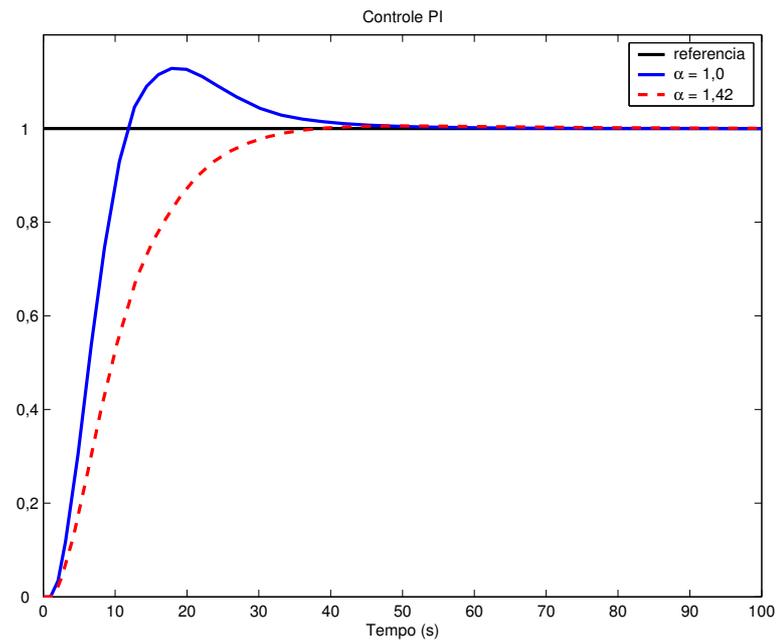


Figura 4.8: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 8.

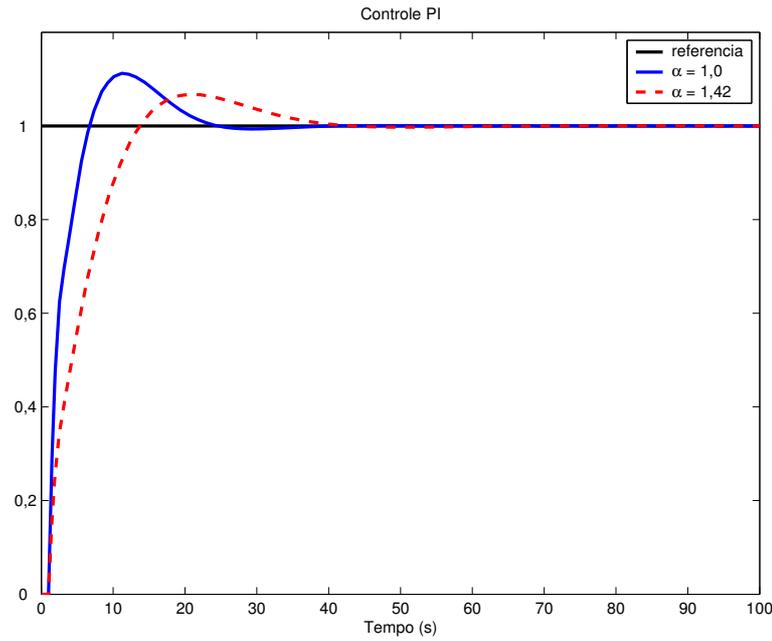


Figura 4.9: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 9.

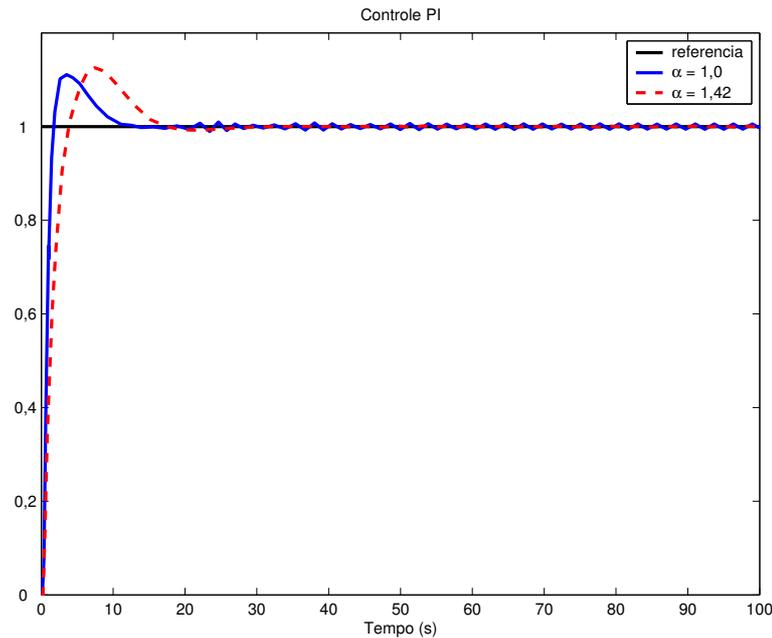


Figura 4.10: Curvas da resposta ao degrau para o controlador PI no processo 10.

O parâmetro  $\alpha$  na equação (2.16) é uma relação entre a constante de tempo limitante  $T_{\Sigma}$  e a frequência em  $-135^{\circ}$  ( $\omega_{135^{\circ}}$ ) e pode ser entendido como um parâmetro associado ao tipo de resposta obtida para a malha. Isto pode ser compreendido a medida que, para valores de  $\alpha$  próximos de 1 o modelo ‘ótimo simétrico’ para o processo aproxima-se de um sistema composto por um integrador e uma constante de tempo  $T_{\Sigma}$  enquanto que, a medida que o valor de  $\alpha$  se aproxima de 1,42 (valor máximo sugerido em (19)) o sistema

passa a ser composto por uma função de transferência com duas constantes de tempo  $T_1$  e  $T_2$ . Dessa forma, pode ser observado que nesse método de projeto,  $\alpha$  é um tipo de parâmetro de agressividade da resposta do sistema resultante pois para valores próximos de 1 o sistema tem respostas rápidas e pouco oscilatórias mas a medida que o valor se aproxima de 1,42 o sistema apresenta respostas mais lentas porém mais estáveis.

## Redução do sobresinal

Para alguns processos existe um valor significativo de sobresinal ou *overshoot* que, de acordo com Voda e Landau(19) pode ser minimizado utilizando o valor do erro como entrada somente na parte integral do controlador PI, ou seja, a ação proporcional sendo alimentada diretamente pelo sinal de saída do processo. Isto pode ser constatado na simulação dos processos 8,9 e 10 cujo resultado é apresentado nas figuras 4.11,4.12 e 4.13, respectivamente.

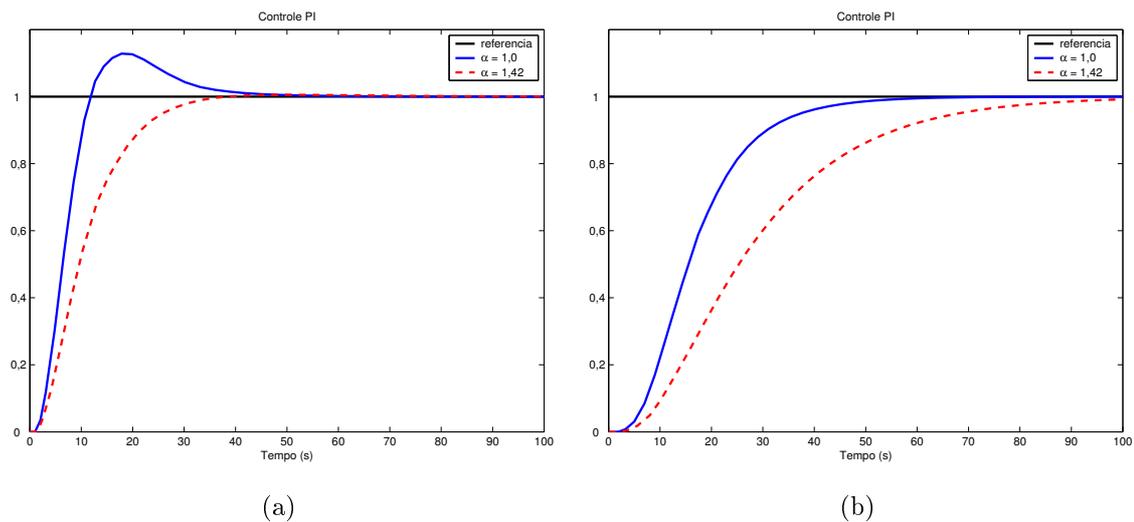


Figura 4.11: (a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 8. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 8.

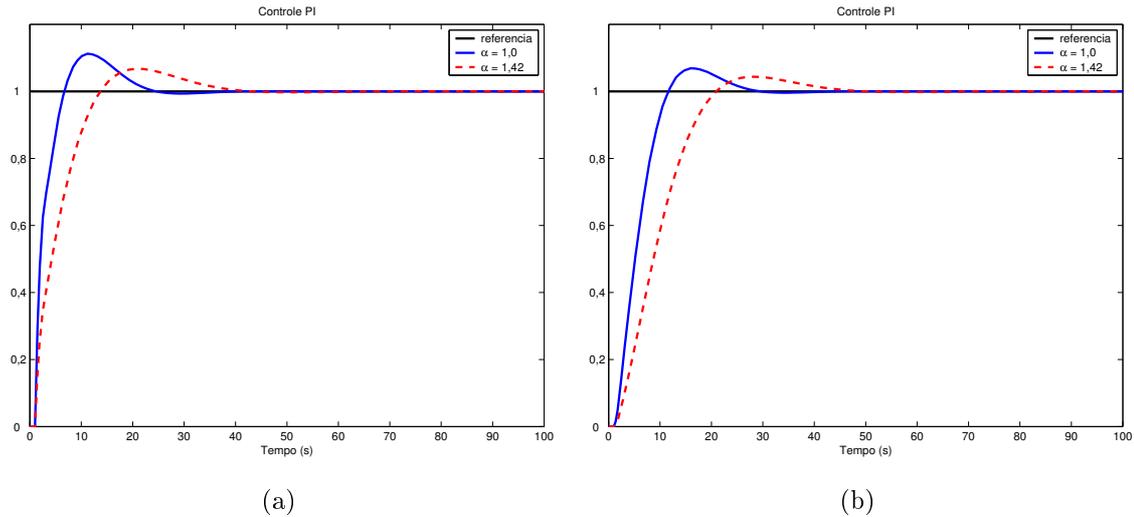


Figura 4.12: (a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 9. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 9.

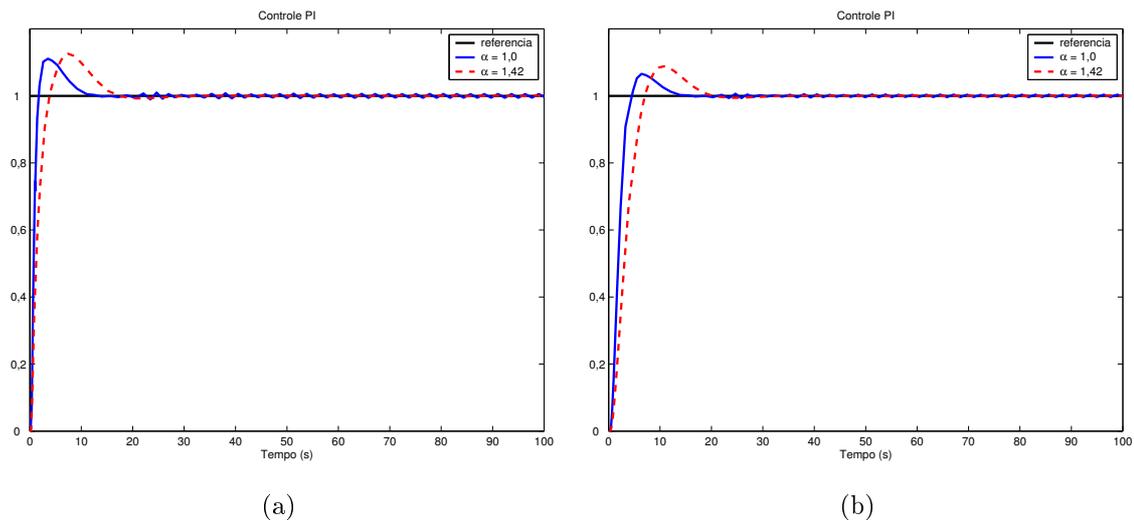


Figura 4.13: (a) Ação integral e proporcional no erro para o processo 10. (b) Ação integral no erro e proporcional na saída do processo 10.

### Desempenho versus domínio de validade do método

Com a intenção de utilizar um conjunto abrangente de modelos para processos, foram escolhidas diversas funções de transferência com características distintas como atrasos, zeros de fase não-mínima, etc. De acordo com (19), o método de sintonia KLV-PI tem um domínio de validade restrito a processos com  $T_1 > 4T_\Sigma$ , sendo que a aplicação das regras de sintonia fora dessa restrição resulta em sistemas estáveis porém com desempenho dinâmico ruim.

Uma simples observação nas funções de transferência da tabela 4.1 revela que alguns processos claramente não estão nesse domínio de validade do método de sintonia KLV-PI

sendo, portanto justificável o desempenho pouco significativo do controle PI para esses casos.

### 4.3 Projeto de controladores PID

Na noção do ‘ótimo simétrico’, o projeto de controladores PID a partir do conhecimento da resposta em frequência em  $-135^\circ$  é feito considerando que a escolha para  $T_\Sigma$  é feita de forma conservadora, ou seja, que o valor da soma das constantes de tempo pequenas não-modeladas e do atraso do processo é menor que o valor estimado  $T_\Sigma$ . Com isso, a variável  $\beta$  na equação (2.20) passa a ser o parâmetro de projeto para a escolha do tipo de resposta do sistema.

Utilizando a informação obtida pela aplicação do método de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  e as regras de sintonia KLV-PID apresentadas na tabela 2.5, os parâmetros PID paralelo foram determinados para os processos da tabela 4.1 para diferentes valores de  $\beta$ .

Processo	$\beta = 1,5$			$\beta = 2,0$		
	$K_p$	$T_i$	$T_d$	$K_p$	$T_i$	$T_d$
1	1,6764	5,7715	1,1448	2,4384	4,7221	1,0494
2	6,0441	0,8139	0,1614	8,7915	0,6659	0,1480
3	3,1857	0,7924	0,1572	4,6338	0,6483	0,1441
4	0,8523	7,3510	1,4580	1,2398	6,0144	1,3365
5	2,3304	4,2986	0,8526	3,3896	3,5170	0,7816
6	1,3236	2,7655	0,5485	1,9253	2,2627	0,5028
7	3,2839	7,9764	1,5821	4,7765	6,5261	1,4502
8	6,0472	12,1589	2,4117	8,7960	9,9482	2,2107
9	4,0197	2,9588	0,5869	5,8468	2,4208	0,5380
10	11,0074	1,3300	0,2638	16,0107	1,0882	0,2418
11	1,6719	16,1427	3,2018	2,4318	13,2076	2,9350

Tabela 4.4: Parâmetros PID paralelo.

### Simulação do controlador PID

A malha com controle PID é simulada para alguns processos da tabela 4.1 no Matlab de acordo com o diagrama de blocos da figura 4.14 para os valores de  $\beta = 1,5$  e  $\beta = 2,0$ .

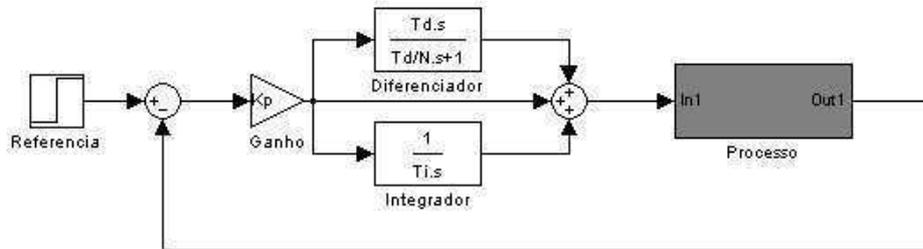


Figura 4.14: Sistema em malha fechada com controle PID.

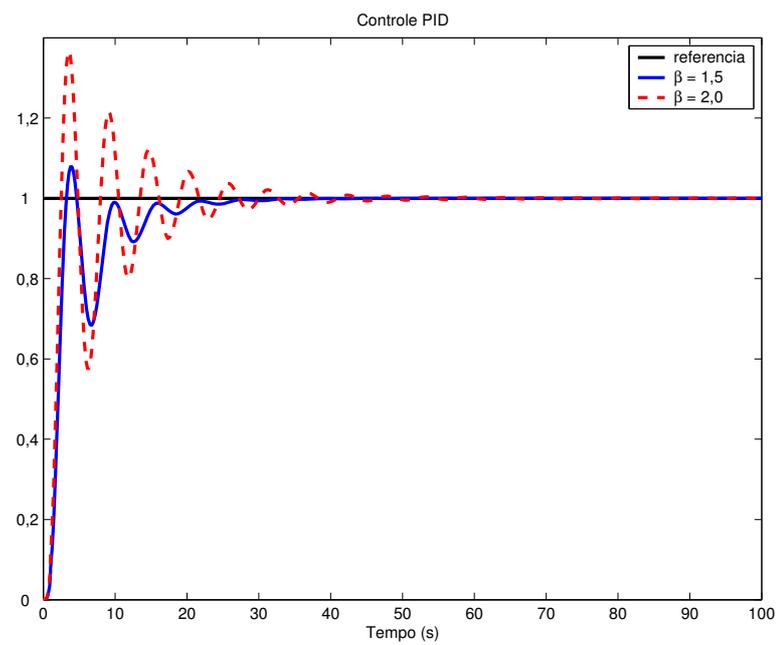


Figura 4.15: Curvas da resposta ao degrau para o processo 1 com controle PID.

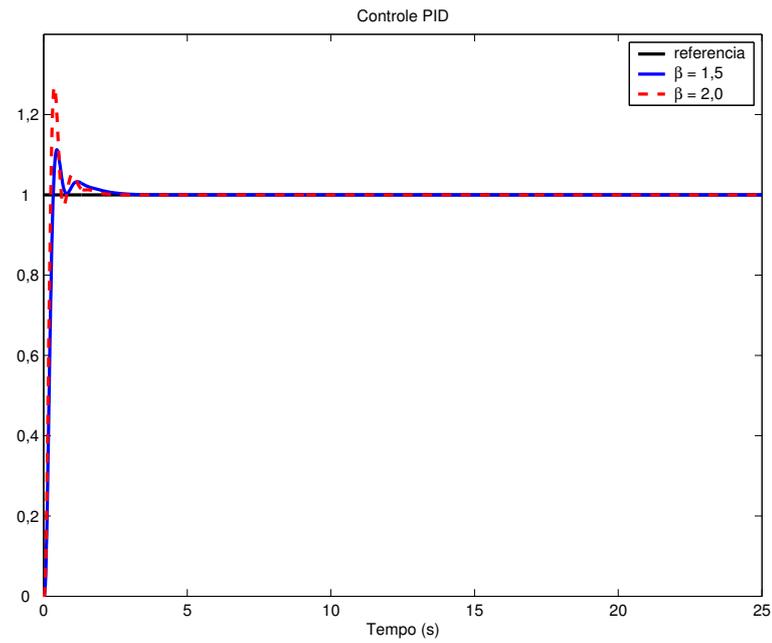


Figura 4.16: Curvas da resposta ao degrau para o processo 2 com controle PID.

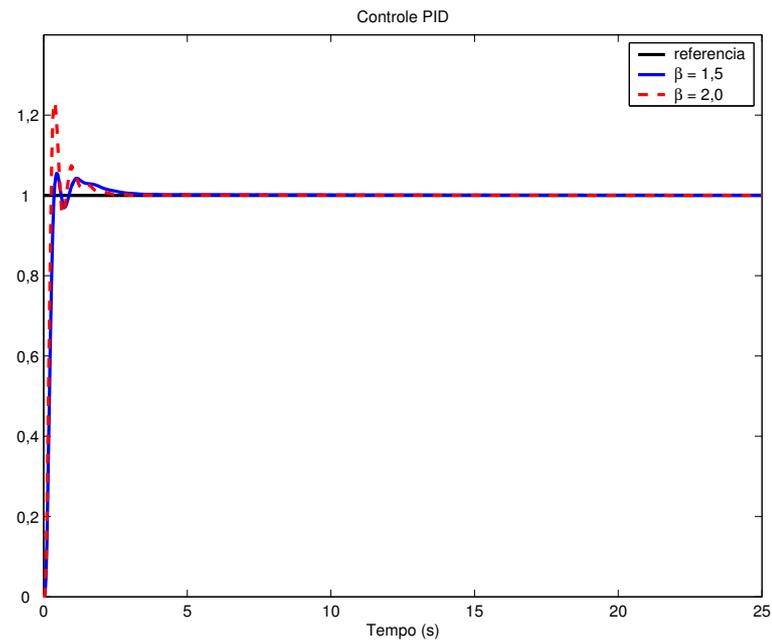


Figura 4.17: Curvas da resposta ao degrau para o processo 3 com controle PID.

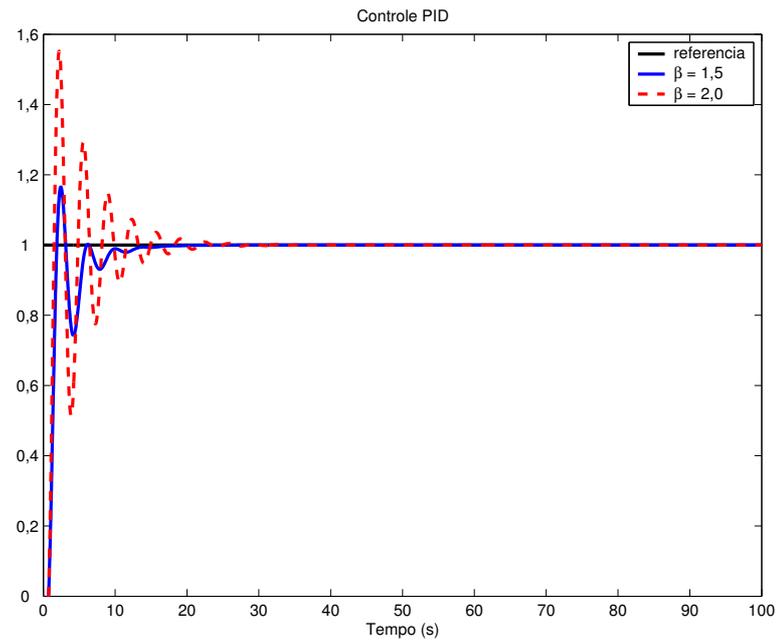


Figura 4.18: Curvas da resposta ao degrau para o processo 5 com controle PID.

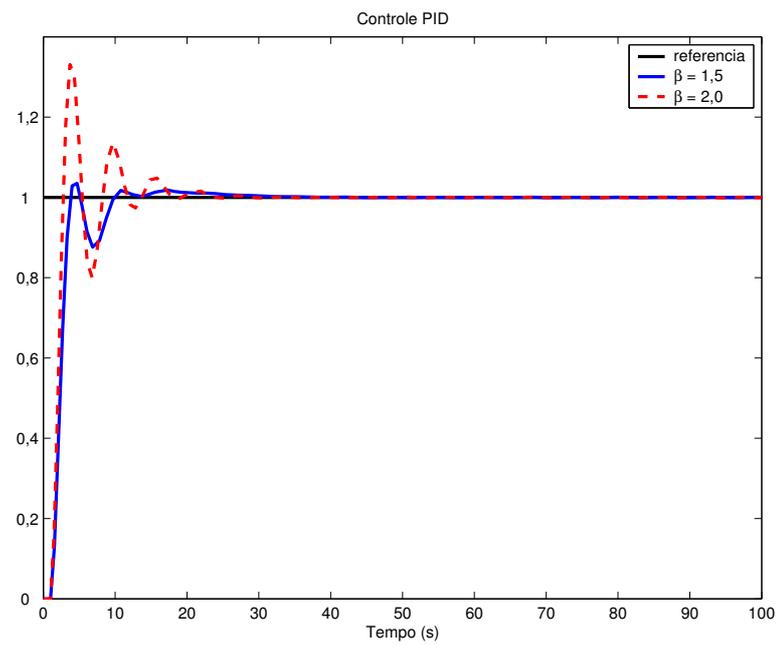


Figura 4.19: Curvas da resposta ao degrau para o processo 7 com controle PID.

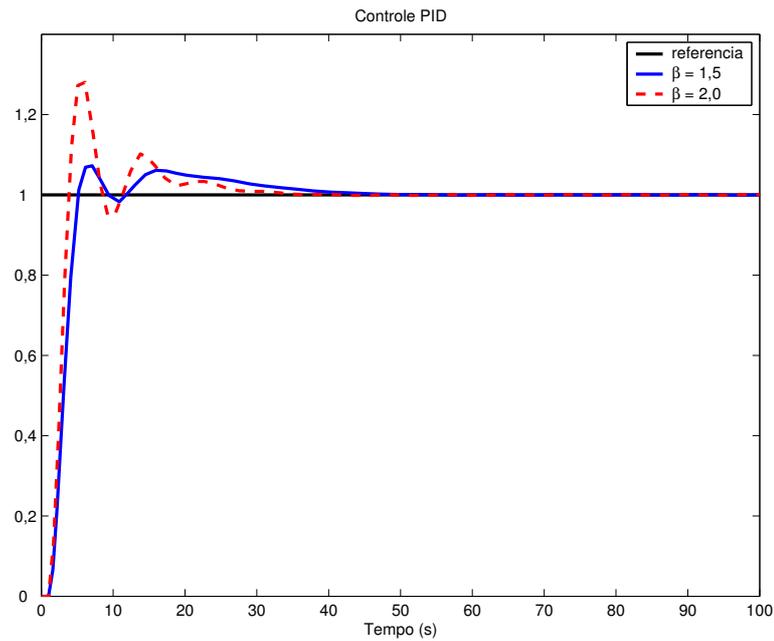


Figura 4.20: Curvas da resposta ao degrau para o processo 8 com controle PID.

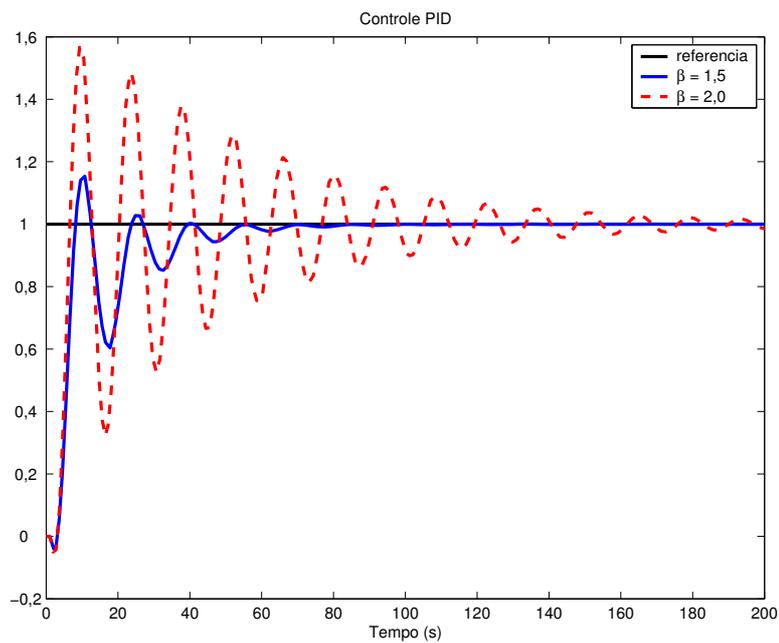


Figura 4.21: Curvas da resposta ao degrau para o processo 11 com controle PID.

### Redução do sobressinal

Como observado para a estratégia de controle PI, também para o controle PID na maioria dos processos existe um valor significativo de sobressinal. Portanto, nesses casos a solução indicada por Voda e Landau(19) é alimentar somente a ação integral com o valor do erro, enquanto as ações proporcional e derivativa têm como entrada a realimentação da saída

do processo. A eficácia dessa implementação alternativa pode ser observada comparando o resultado das simulações da resposta ao degrau utilizando as duas implementações para os processos 1,2,5,7,8 e 11.

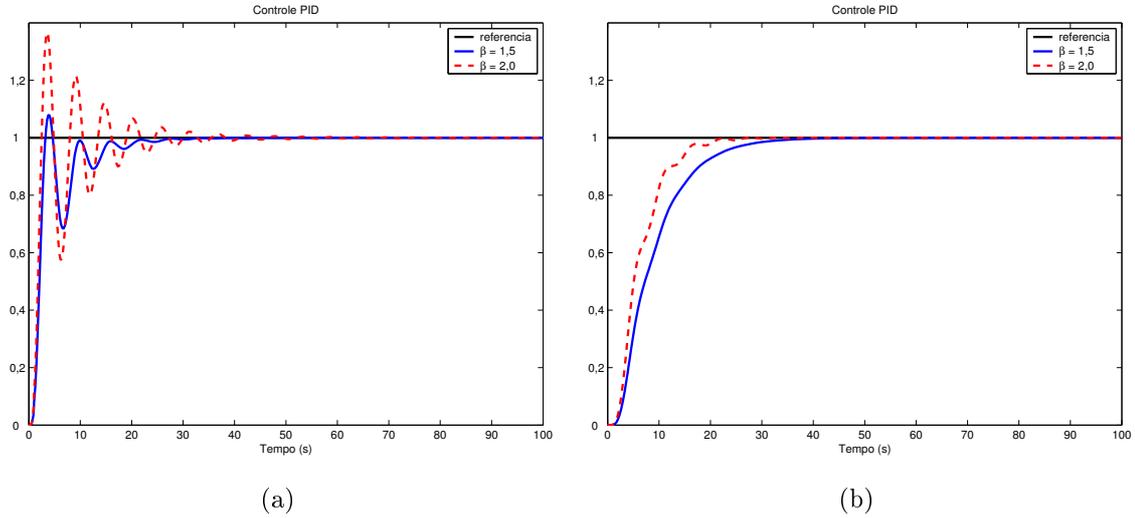


Figura 4.22: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 1. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 1.

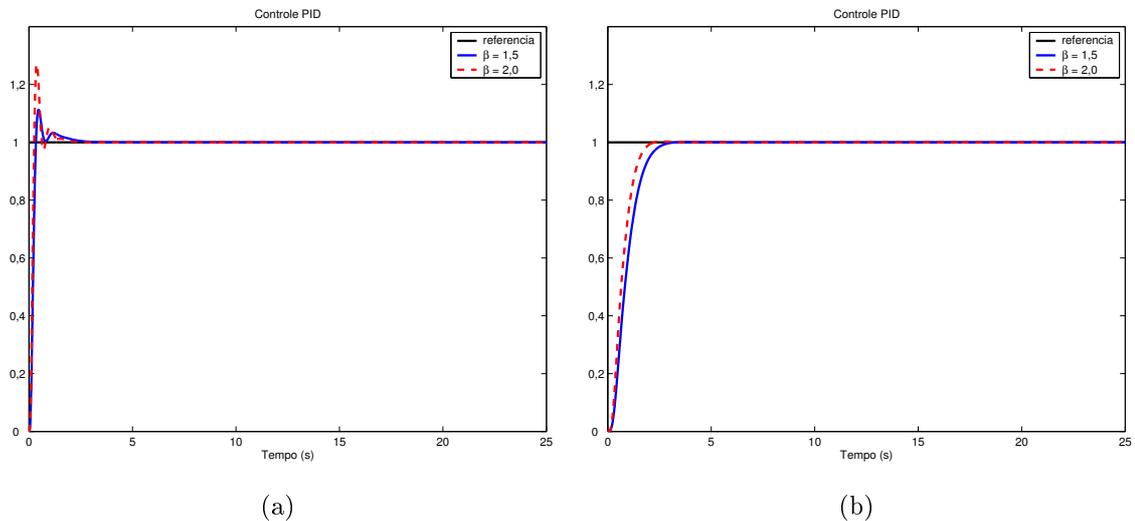


Figura 4.23: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 2. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 2.

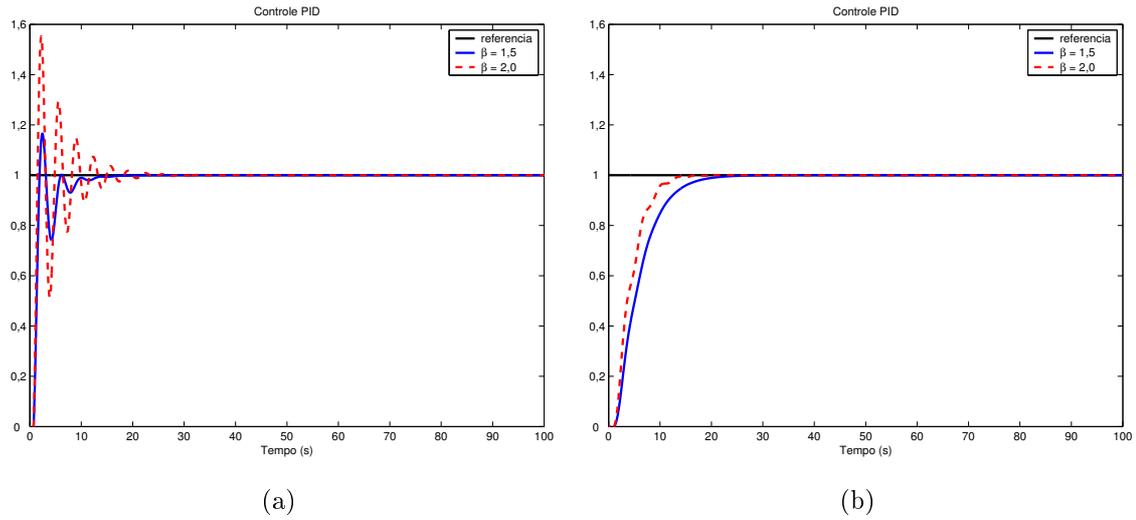


Figura 4.24: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 5. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 5.

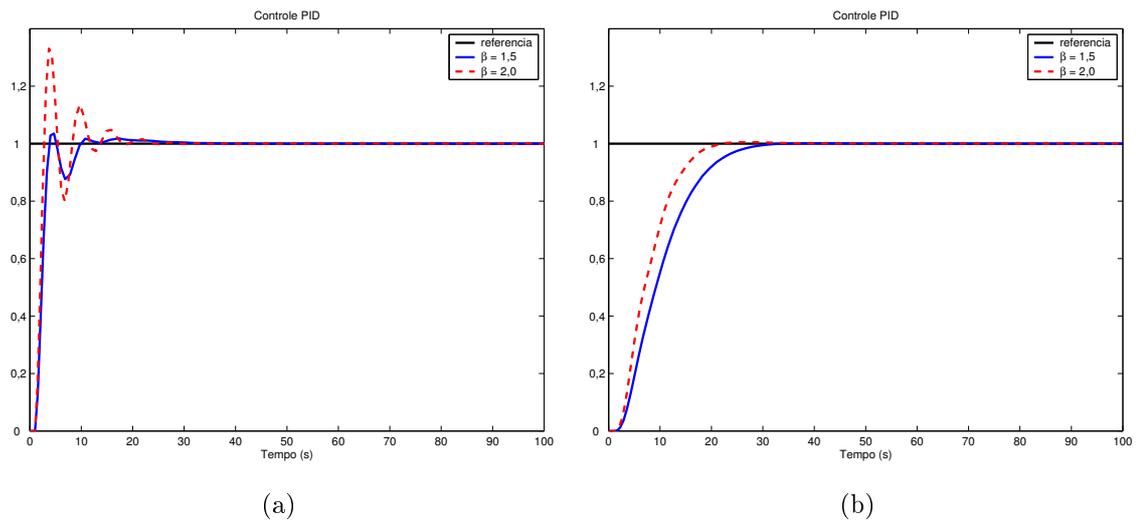


Figura 4.25: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 7. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 7.

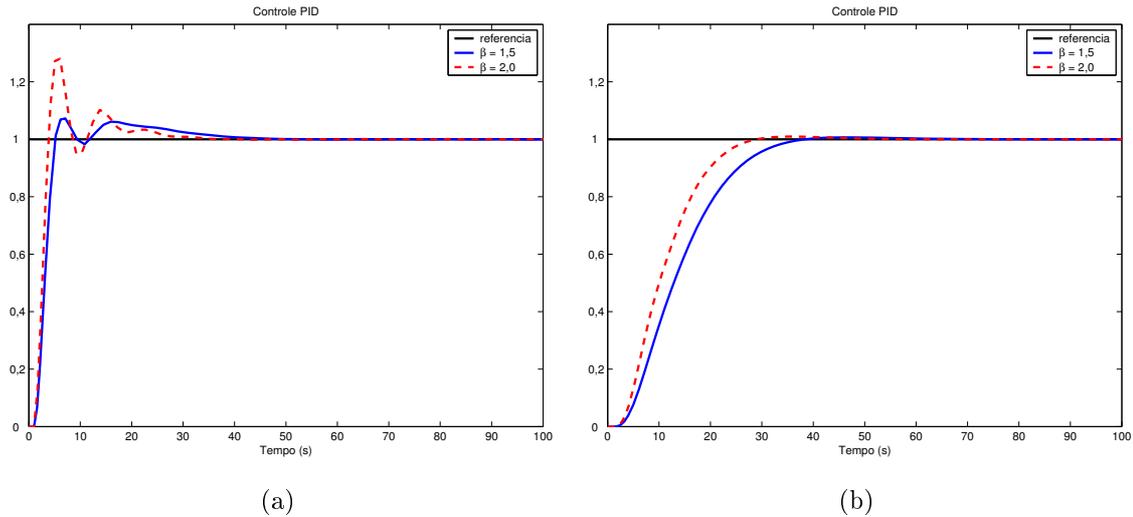


Figura 4.26: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 8. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 8.

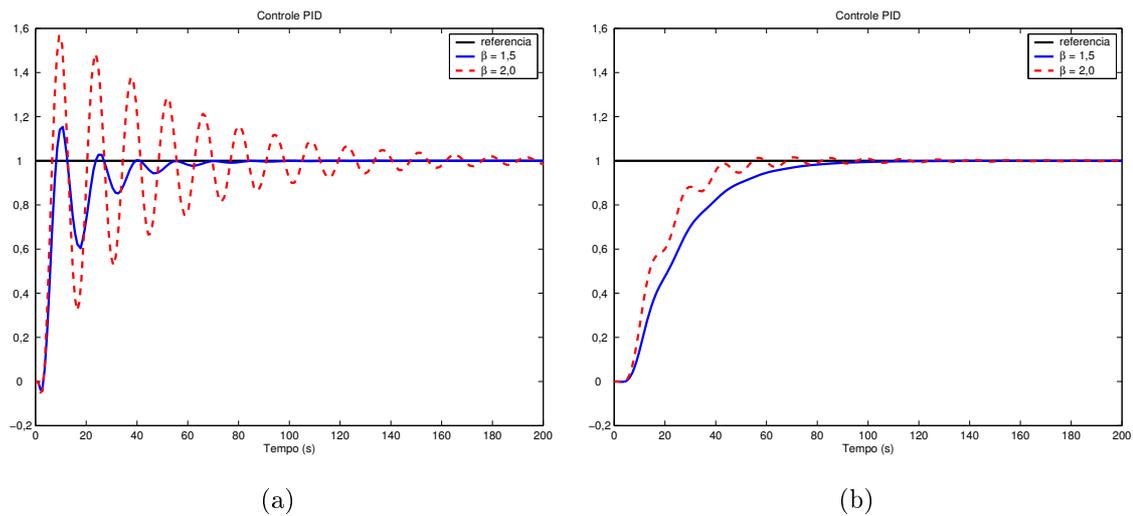


Figura 4.27: (a) Ação integral, proporcional e derivativa no erro para o processo 11. (b) Ação integral no erro e proporcional e derivativa na saída do processo 11.

## 4.4 Conclusão

Neste capítulo foram projetados controladores PI e PID para um conjunto de processos modelados a partir de funções de transferência utilizando o método proposto de estimação e as regras de sintonia apresentadas por Voda e Landau(19). A informação necessária ao projeto dos controladores é a resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$ , que é obtida através dos experimentos práticos do relé padrão e modificado.

A simulação do controle PI projetado usando as regras de sintonia KLV-PI apresentou como resultado sistemas robustos para um conjunto de processos com dinâmicas distintas

tendo ainda o valor de  $\alpha$  como parâmetro de escolha do tipo de resposta desejada para malha.

Na abordagem da malha com controle PID é considerado que a constante de tempo limitante da banda de passagem do processo é realmente menor do que o valor estimado  $T_{\Sigma}$ , portanto uma segunda constante de tempo do modelo aproximado do processo é obtida em função da constante de tempo limitante do modelo. Com isso, o controlador é projetado utilizando as regras de sintonia KLV-PID usando a informação sobre a resposta em frequência em  $-135^\circ$  e neste caso, o parâmetro de projeto para escolha do tipo de resposta do sistema é o valor de  $\beta$ .

# Capítulo 5

## Experimentos

Neste capítulo o método proposto de estimação de um ponto da resposta em frequência e o projeto de controladores PI e PID pelas regras de sintonia KLV é aplicado a duas plataformas experimentais. O objetivo é demonstrar o aspecto prático e efetivo do método proposto neste trabalho para a obtenção de informação sobre processos em malha aberta, bem como as características de resposta do sistema resultante.

### 5.1 Módulo secador de grãos

O módulo secador de grãos é parte de uma plataforma experimental de um modelo em escala reduzida de um sistema secador de grãos apresentada por Araujo et al.(27). A plataforma é composta por quatro elementos principais: a câmara de secagem, o driver de potência que alimenta a resistência de aquecimento, o módulo de condicionamento de sinais e o módulo de aquisição de dados e controle (MADC).

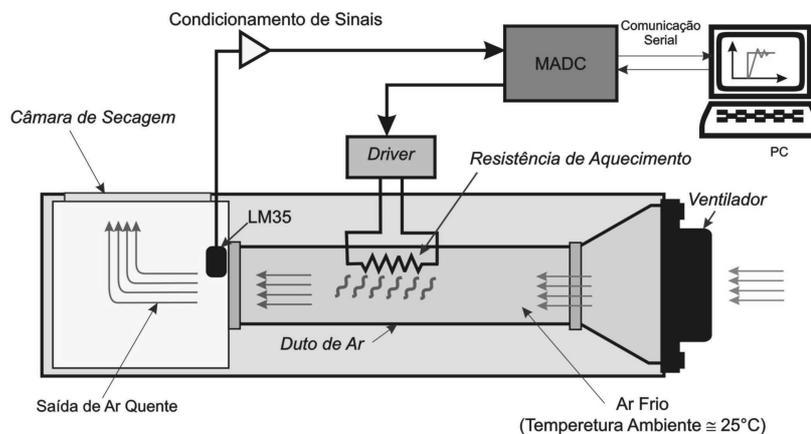


Figura 5.1: Ilustração da plataforma experimento do secador de grãos.

O secador de grãos é um sistema com característica não linear empregado na agricultura para o controle da umidade e no processo de estocagem de sementes. Através de um

pequeno ventilador, o ar em temperatura ambiente é sugado para o duto de ar, com um fluxo aproximadamente constante. O funcionamento do módulo de secagem é baseado no fluxo de ar aquecido que diminui a umidade das sementes em função da temperatura e da velocidade do fluxo. No sistema original, um controlador embarcado, previamente sintonizado parte do MADC, atua no ajuste da temperatura do fluxo de ar de saída. Entretanto, para aplicação do método o sistema é colocado em malha aberta, ou seja, o MADC atua somente como módulo de aquisição de dados e comunicação entre o PC e o atuador (driver de potência para amplificação do sinal de alimentação da resistência de aquecimento) e a implementação do elemento de controle (o relé ou o controlador) é feita no PC utilizando o Matlab.

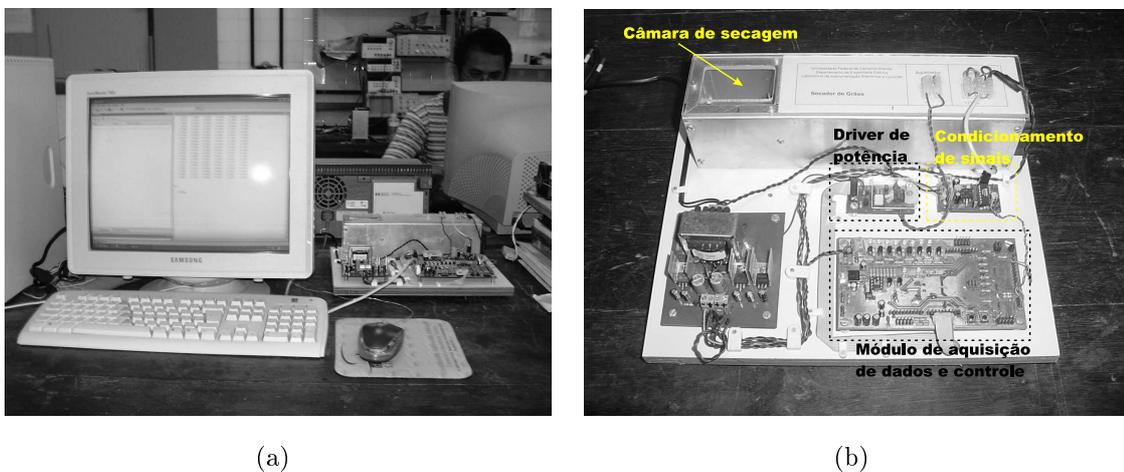


Figura 5.2: (a) Plataforma experimental do módulo secador de grãos. (b) Secador de grãos (detalhe).

### 5.1.1 Estimação da resposta em frequência em $-135^\circ$

O método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  é aplicado ao módulo secador de grãos. Como visto anteriormente, o método de estimação proposto consiste em obter a informação através da realização dos experimentos do relé padrão e do relé modificado e, a partir da informação de saída destes experimentos práticos estimar o valor da frequência e do ganho em  $-135^\circ$ .

#### Experimentos do relé

Utilizando o Matlab, o experimento do relé em malha fechada é realizado e o resultado do experimento é apresentado na figura 5.3.

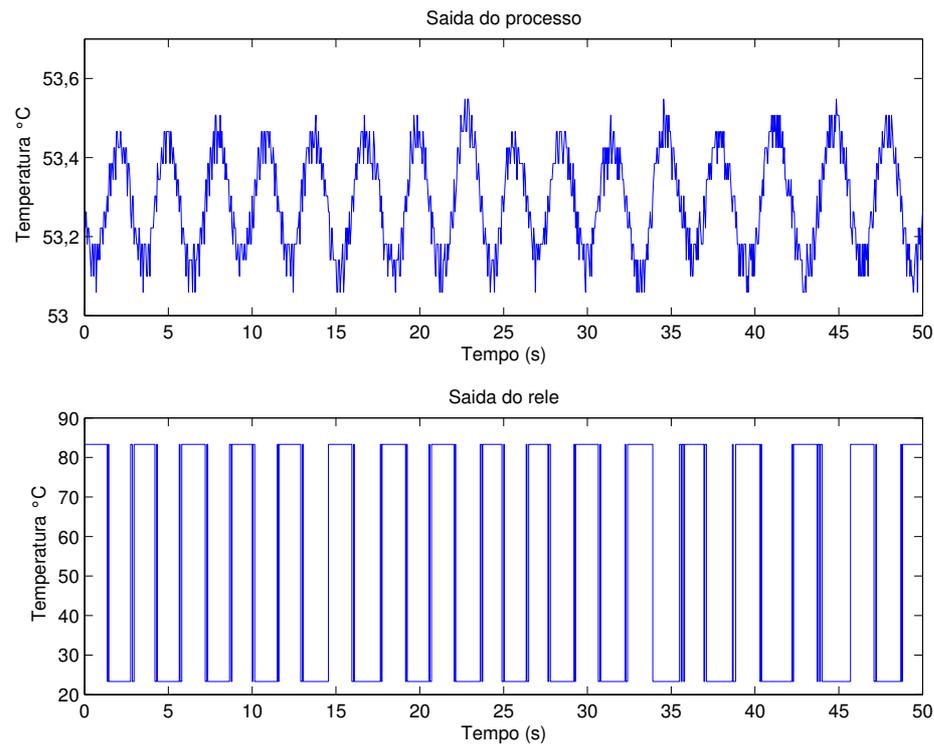


Figura 5.3: Saída do experimento do relé padrão para o módulo secador de grãos.

O sinal de saída do processo para este experimento apresenta ruído de medição. Portanto, para o cálculo correto do valor do período do sinal, um filtro *Butterworth* de ordem 4 e frequência de corte de 1 Hz é utilizado para filtrar o sinal.

O experimento modificado do relé em malha fechada com integrador é realizado. No Matlab, o sistema em malha fechada da figura 3.4 é implementado para o módulo secador de grãos e o resultado deste procedimento é mostrado na figura 5.4.

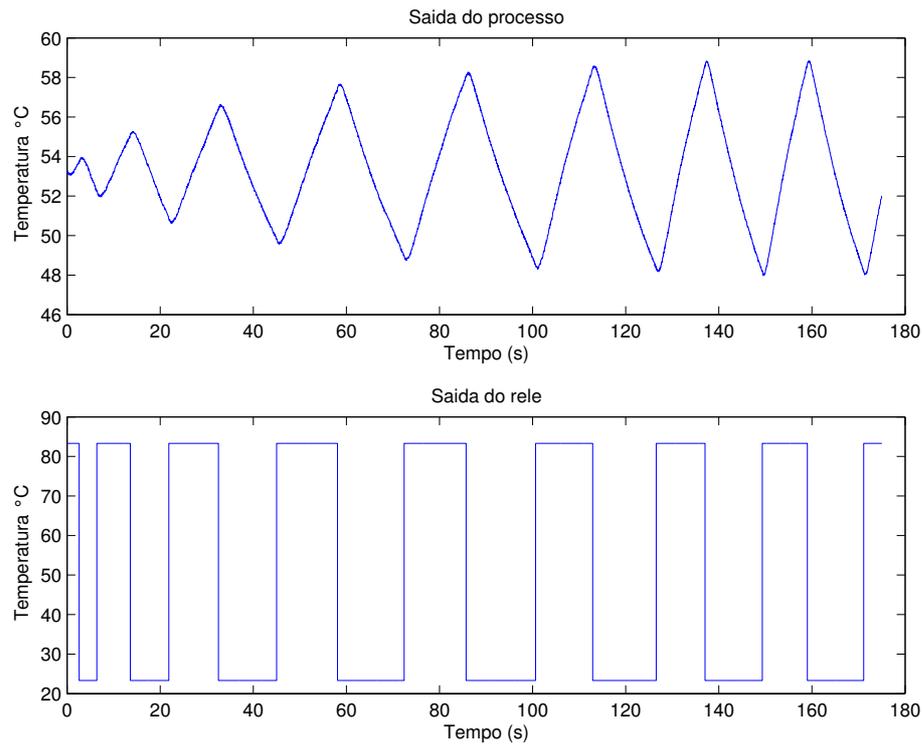


Figura 5.4: Saída do experimento do relé com integrador para o módulo secador de grãos.

Com a informação obtida a partir dos experimentos práticos, a frequência em  $-135^\circ$  é estimada executando o procedimento apresentado na seção 3.2 e o ganho para a fase de  $-135^\circ$  é estimado pelo método 2 da seção 3.3. O resultado do processo de identificação da resposta em frequência é apresentado em 5.1.

Relé padrão		Relé com integrador		Método proposto	
$\hat{\omega}_{180^\circ}$	$\hat{G}_{180^\circ}$	$\hat{\omega}_{90^\circ}$	$\hat{G}_{90^\circ}$	$\hat{\omega}_{135^\circ}$	$\hat{G}_{135^\circ}$
0,1496	0,0040	0,0119	0,1030	0,0422	0,0203

Tabela 5.1: Pontos estimados da resposta em frequência para o processo secador de grãos.

### 5.1.2 Controlador PI

O algoritmo de controle proporcional integral a ser implementado é da forma paralela. Esta expressão no domínio contínuo do tempo foi discretizada usando o método de *Euler* (28), resultando na equação (5.1).

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u_p(k) + u_i(k) \\
 u_p(k) &= K_p e(k) \\
 u_i(k) &= \frac{K_p T}{T_i} e(k) + u_i(k-1)
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

onde  $u_p(k)$  e  $u_i(k)$  são as ações proporcional e integral na forma de equações de diferenças e  $K_p, T_i$  e  $T$  são respectivamente, os ganhos das ações proporcional, integral e o período de amostragem.

Utilizando as regras de sintonia KLV-PI, os parâmetros das ações de controle determinados para  $\alpha = 1,15$  e  $\alpha = 1,42$  são apresentados na tabela 5.2 e as saídas do experimento da resposta ao degrau obtida no experimento para os mesmos valores de  $\alpha$  são apresentados nas figuras 5.5 e 5.6.

$\alpha$	$K_p$	$T_i$
1,15	14,0555	109,0231
1,42	9,9882	134,6198

Tabela 5.2: Parâmetros PI paralelo para o módulo secador de grãos.

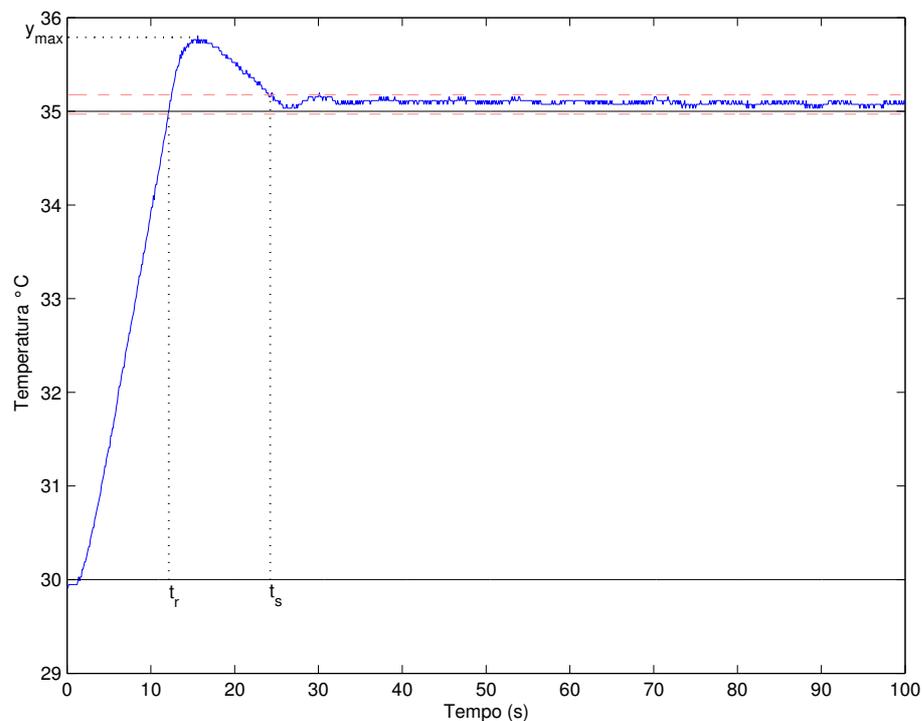


Figura 5.5: Curva da resposta ao degrau para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1,15$ ).

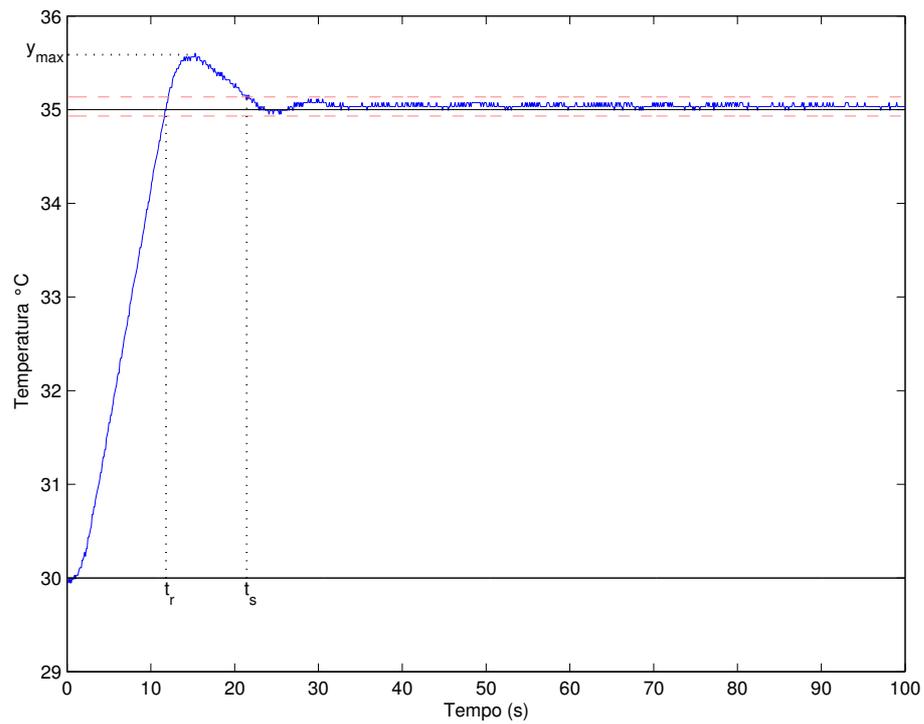


Figura 5.6: Curva da resposta ao degrau para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1,42$ ).

	$\alpha = 1,42$	$\alpha = 1,15$
Tempo de estabelecimento, $t_s$ (s)	21,45	24,24
Tempo de subida, $t_r$ (s)	11,81	12,15
Sobresinal, $y_{max}$ ( $^{\circ}C$ )	35,59	35,79

Tabela 5.3: Parâmetros da resposta ao degrau para o secador de grãos.

### Rastreamento da referência

Com o objetivo de observar a capacidade de rastreamento do controlador projetado. O sistema foi submetido a diferentes entradas (triangular, senoidal e variação em degrau). O resultado experimental é apresentado nas figuras 5.7, 5.8 e 5.9.

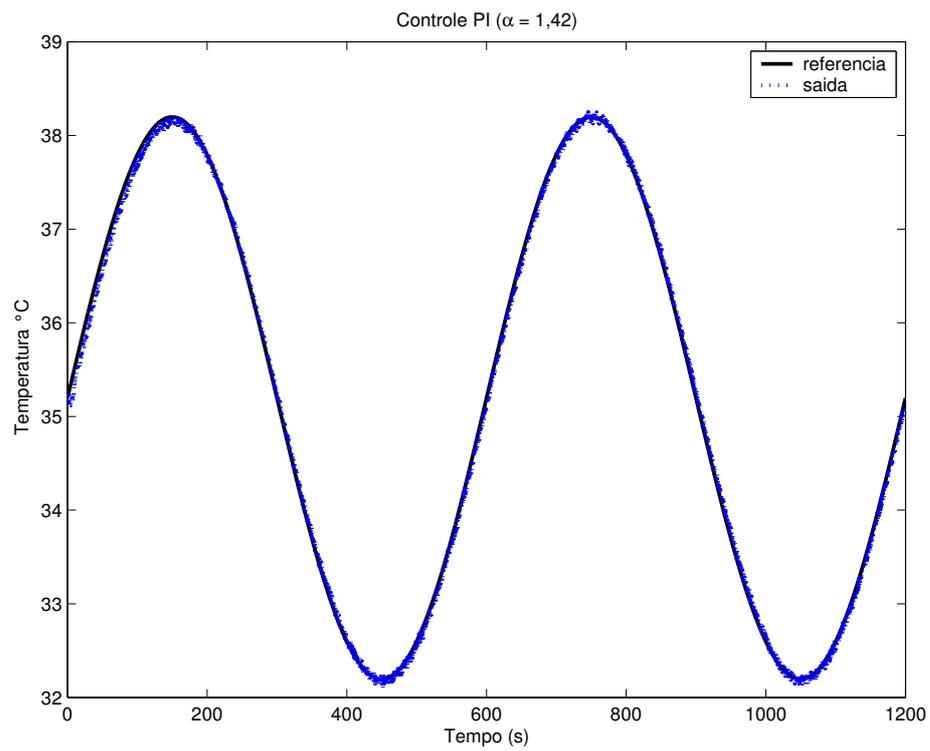


Figura 5.7: Curva da resposta à entrada senoidal.

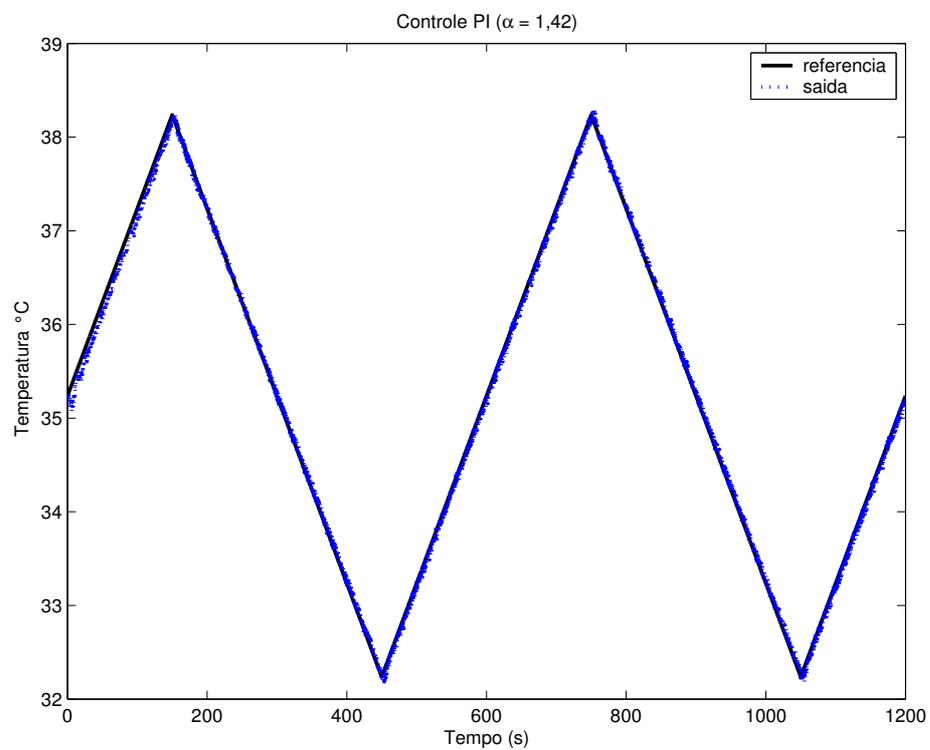


Figura 5.8: Curva da resposta à entrada triangular.

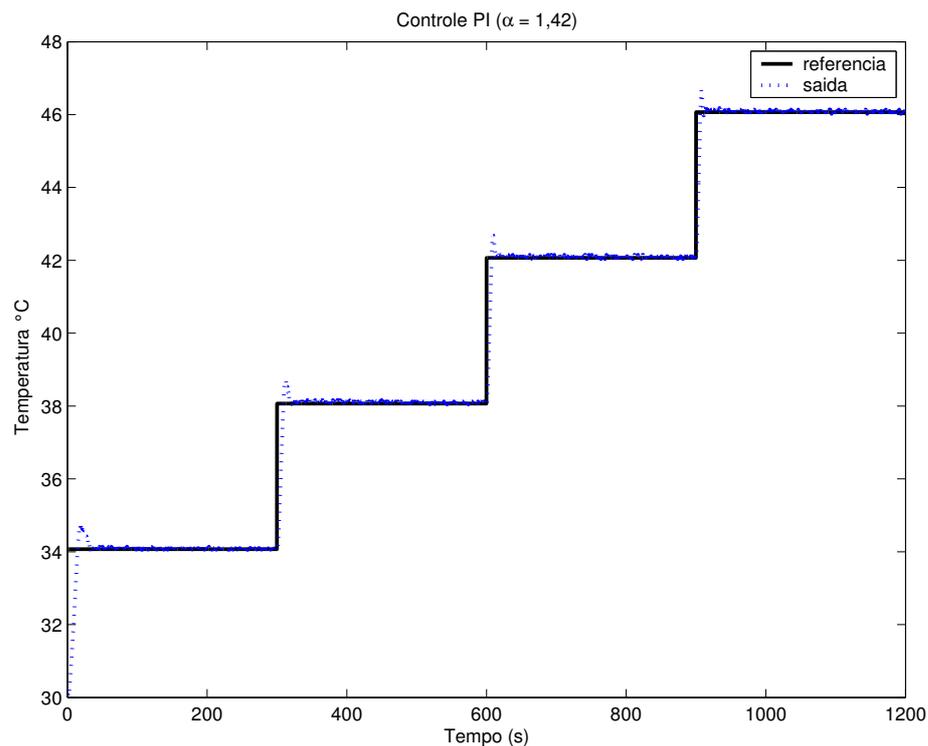


Figura 5.9: Curva da resposta à entrada com variação em degrau.

Na resposta do sistema para uma entrada na referência com variação em degrau (Figura 5.9), pode ser observado que o sistema apresenta diferentes tempos de subida e estabelecimento para as diversas faixas de temperatura. A justificativa para isso é a característica não linear do sistema. Contudo, o projeto do controlador é robusto a ponto de proporcionar curvas de resposta ao degrau semelhantes para as diferentes faixas de operação do sistema.

### Perturbação

Uma perturbação é inserida no processo utilizando um pequeno ventilador na saída da câmara de secagem. O objetivo é reduzir momentaneamente a temperatura de saída e observar o comportamento do controlador do sistema. A resposta do experimento é apresentada na figura 5.10.

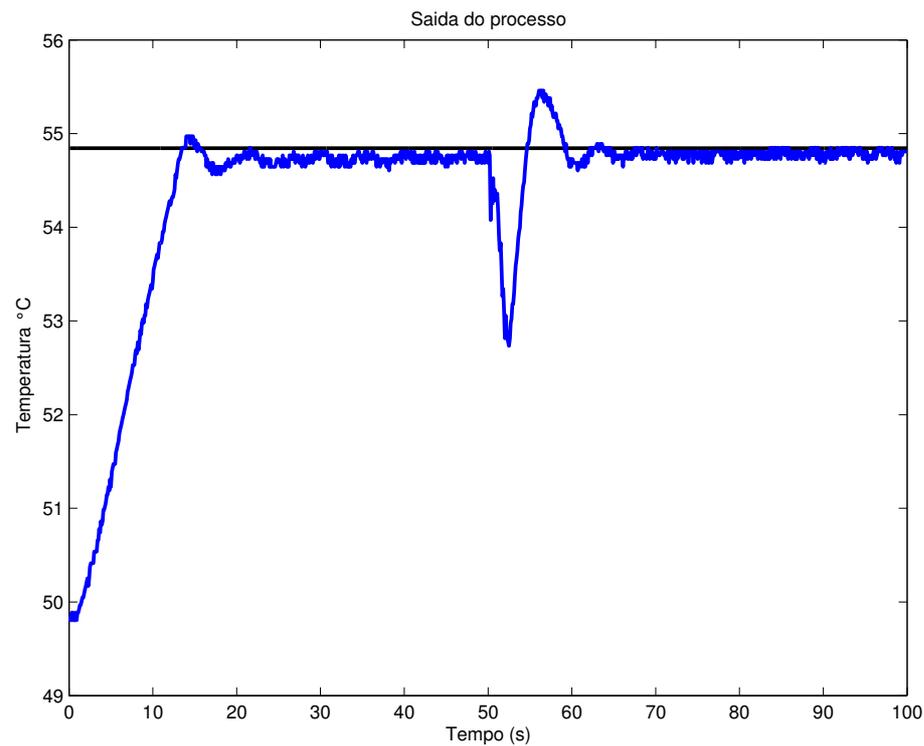


Figura 5.10: Curva da resposta ao degrau com perturbação negativa para o módulo secador de grãos com controle PI ( $\alpha = 1, 42$ ).

## 5.2 Módulo Peltier

Um segundo experimento é realizado utilizando uma plataforma para controle de temperatura em um módulo Peltier. O módulo é um processo de característica não linear composto por um dispositivo termoelétrico capaz de realizar a conversão de energia elétrica em térmica. Neste dispositivo, o fluxo da corrente elétrica através da junção de dois materiais com diferentes dopagens provoca um gradiente de temperatura entre as duas faces do dispositivo, o que é chamado de efeito Peltier. De acordo com o sentido dessa corrente, uma das faces resfriará, ao passo que a outra aquecerá. Esse tipo de dispositivo pode ser aplicado no controle de temperatura, como por exemplo em equipamentos bioquímicos e sistemas óticos de alta precisão, podendo também ser utilizado no resfriamento de microprocessadores (29).

A plataforma experimental para o módulo Peltier é composta pelos elementos: o módulo Peltier, o módulo de aquisição de dados e controle (MADC), o circuito para condicionamento de sinal e o driver PWM para atuação no sinal de controle. A plataforma é ilustrada na figura 5.11.

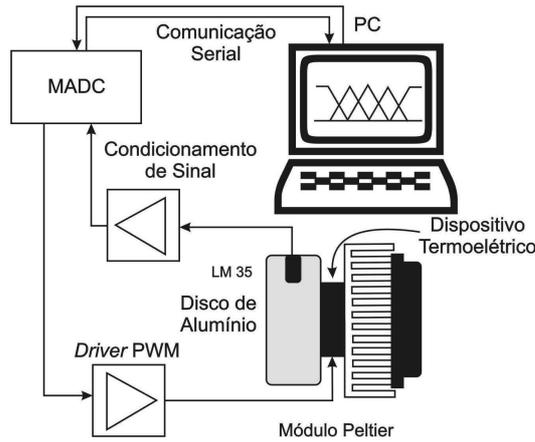
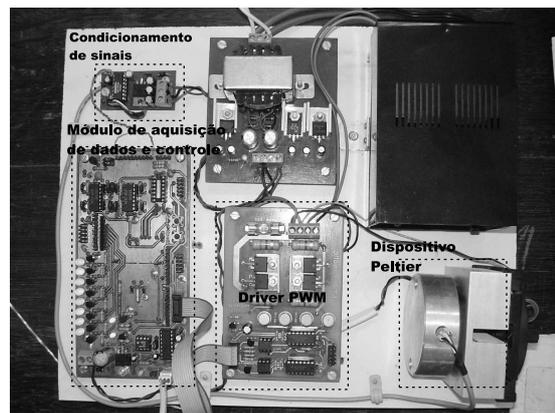


Figura 5.11: Diagrama da plataforma experimental para o módulo Peltier.

Este sistema trata-se de uma plataforma experimental programável, baseada em microcontrolador da família ADuC proposta por Araujo et al.(29) que possibilita o projeto e a implementação da lei de controle para o módulo Peltier utilizando um PC. Entretanto, com o objetivo de realizar a identificação do processo em malha aberta, a plataforma será utilizada somente como interface de aquisição de dados e geração de sinais de controle para o módulo Peltier. Dessa forma, nos diagramas do experimento do relé padrão, experimento modificado do relé e a malha fechada nas respectivas figuras 3.1, 3.3 e 2.1, a plataforma experimental substitui o bloco referente ao processo, enquanto que os blocos do relé, do integrador e do controlador são implementados no Matlab.



(a)



(b)

Figura 5.12: (a) Plataforma experimental para o módulo Peltier. (b) Módulo Peltier (detalhe).

### 5.2.1 Estimação da resposta em frequência em $-135^\circ$

#### Experimentos do relé

A resposta em frequência em  $-180^\circ$  é obtida através da realização do experimento do relé padrão, em seguida a resposta em frequência para  $-90^\circ$  é obtida através do experimento modificado do relé.

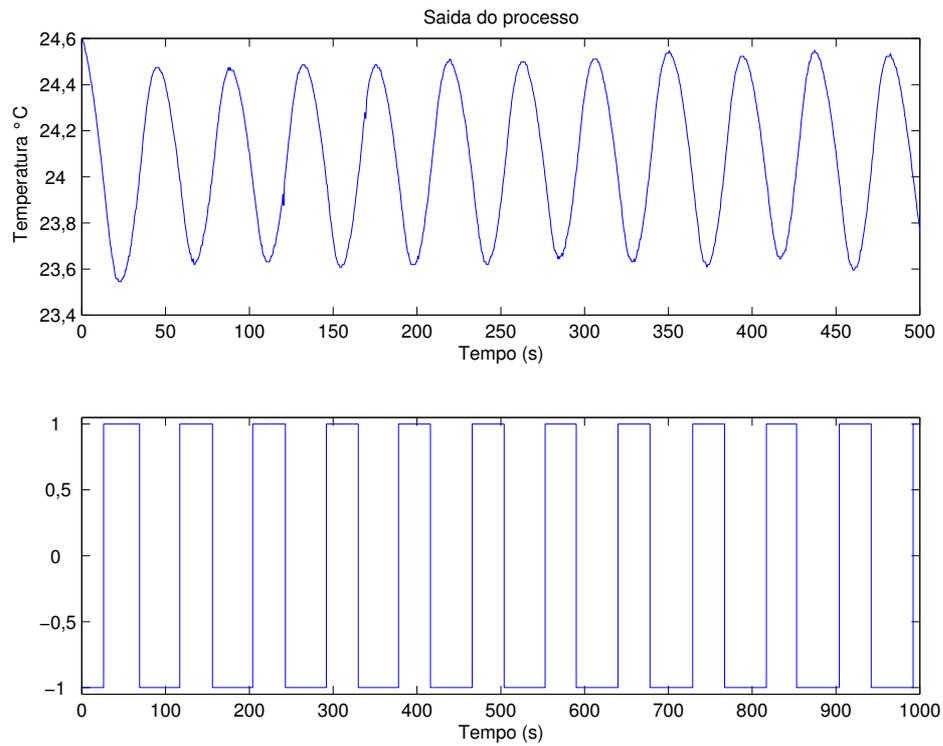


Figura 5.13: Saída do experimento padrão do relé para o módulo Peltier.

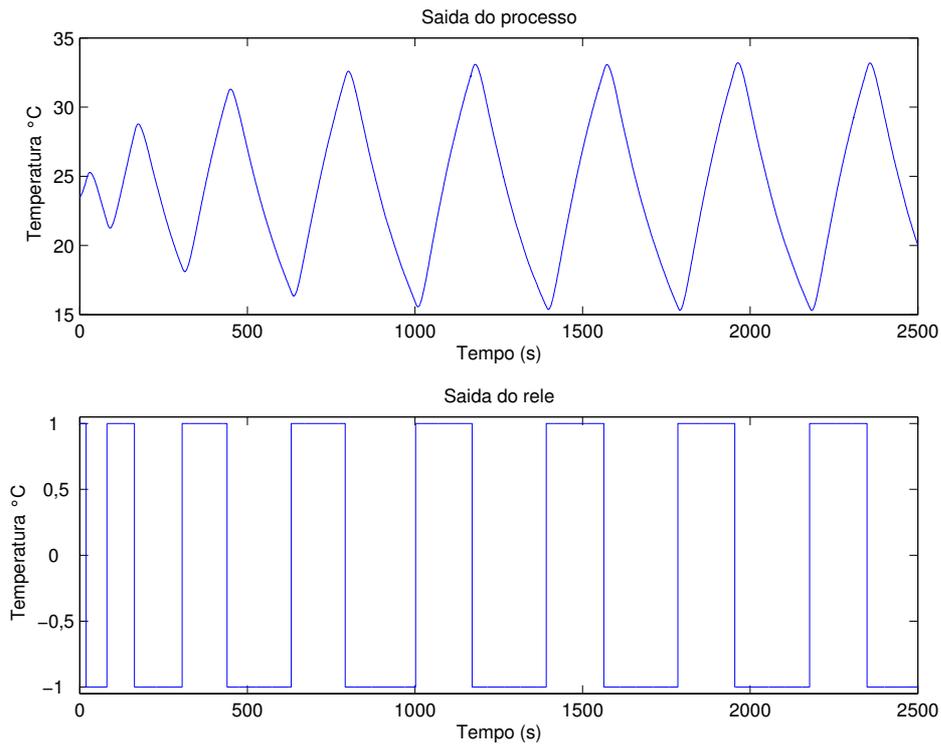


Figura 5.14: Saída do experimento do relé com integrador para o módulo Peltier.

A partir da informação gerada pela realização dos procedimentos práticos, o método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  é aplicado. O ganho e a frequência para os ângulos de fase de  $-180^\circ$ ,  $-90^\circ$  e  $-135^\circ$  estão na tabela 5.4.

Relé padrão		Relé com integrador		Método proposto	
$\hat{\omega}_{180^\circ}$	$\hat{G}_{180^\circ}$	$\hat{\omega}_{90^\circ}$	$\hat{G}_{90^\circ}$	$\hat{\omega}_{135^\circ}$	$\hat{G}_{135^\circ}$
0,1904	0,0089	0,0179	0,2574	0,0584	0,0479

Tabela 5.4: Pontos estimados da resposta em frequência para o módulo Peltier.

### 5.2.2 Controlador PID

O algoritmo de controle proporcional, integral e derivativo na forma paralela é implementado para o módulo Peltier. Os parâmetros são obtidos pela aplicação da informação obtida com o método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$ . A lei de controle na forma discreta é obtida pela discretização da expressão para o controlador PID paralelo da tabela 2.1, utilizando o método de Euler.

$$\begin{aligned}
 u(k) &= u_p(k) + u_i(k) + u_d(k) \\
 u_p(k) &= K_p e(k) \\
 u_i(k) &= \frac{K_p T}{T_i} e(k) + u_i(k-1) \\
 u_d(k) &= (K_p N e(k) - K_p N e(k-1) + u_d(k-1)) \left( \frac{T_d}{NT + T_d} \right)
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

onde  $u_p$ ,  $u_i$  e  $u_d$  são as expressões em equações de diferenças para as ações de controle proporcional, integral e derivativa respectivamente.  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$  são os parâmetros ou ganhos proporcional, integral e derivativo para o controlador PID paralelo e  $N$  é o fator usado na implementação da ação derivativa do controlador PID descrito na equação (2.3).

Os valores dos parâmetros para o controlador PID para o processo módulo Peltier, calculados a partir das regras de sintonia KLV-PID são apresentados na tabela 5.5.

$\beta$	$K_p$	$T_i$	$T_d$
1,5	55,8617	83,3669	16,5356
2,0	81,2534	68,2093	15,1576

Tabela 5.5: Parâmetros PID paralelo para o módulo Peltier.

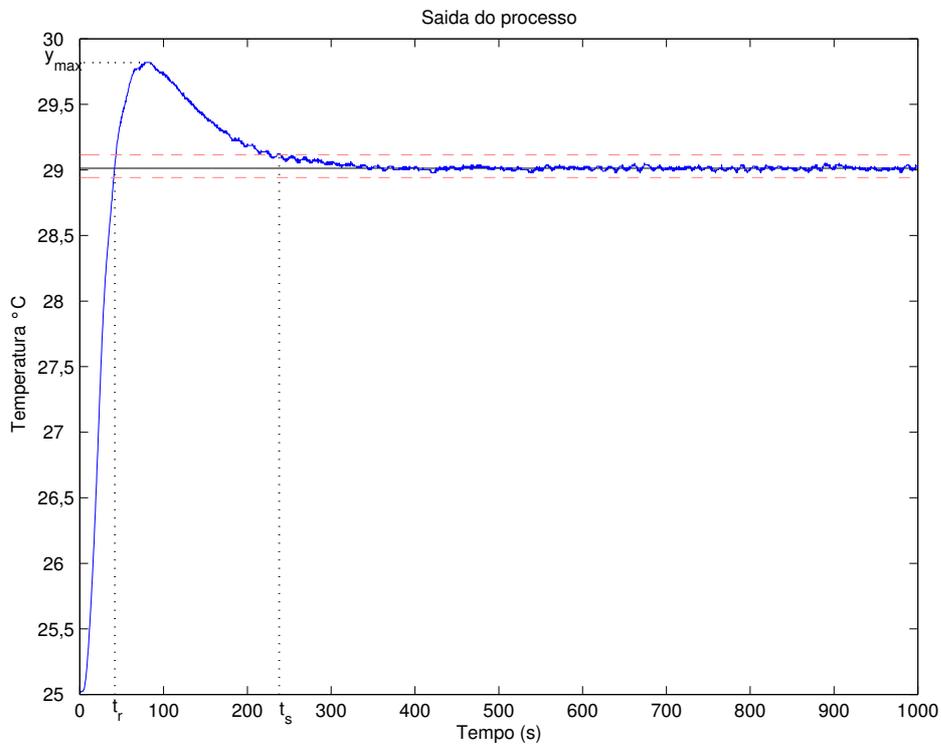


Figura 5.15: Curva da resposta ao degrau para o módulo Peltier com controle PID ( $\beta = 1,5$ ).

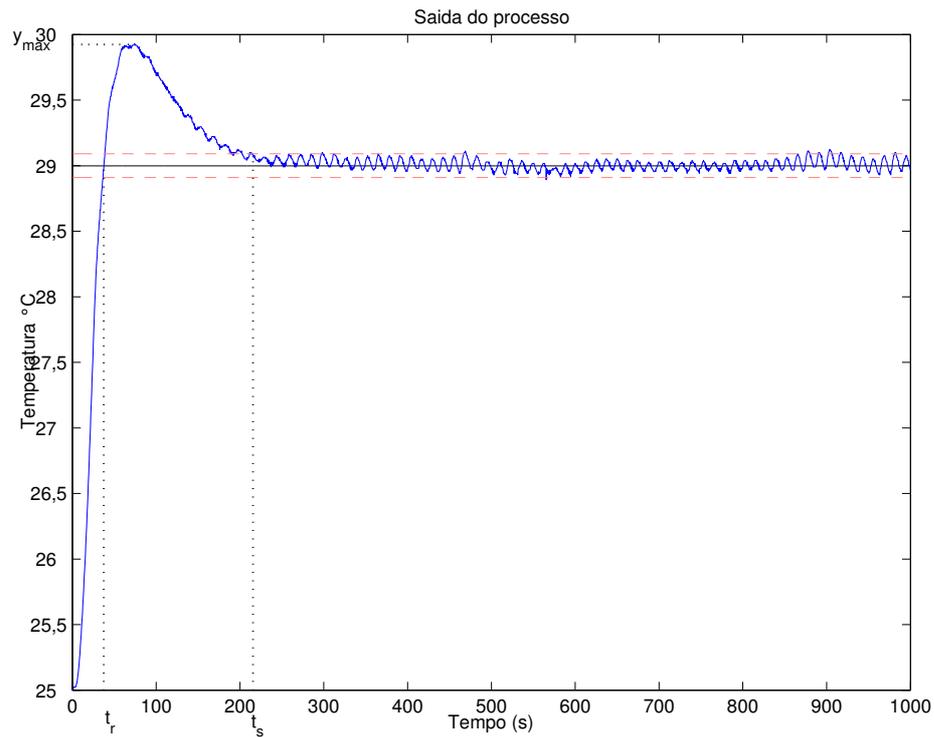


Figura 5.16: Curva da resposta ao degrau para o módulo Peltier com controle PID ( $\beta = 2, 0$ ).

	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,0$
Tempo de estabelecimento, $t_s$ (s)	237,96	215,56
Tempo de subida, $t_r$ (s)	41,99	37,51
Sobresinal, $y_{max}$ ( $^{\circ}C$ )	29,82	29,92

Tabela 5.6: Parâmetros da resposta ao degrau para o módulo Peltier.

### Rastreamento da referência

Para avaliação do desempenho do controlador, o sistema foi submetido a diversas entradas: degrau (positivo e negativo), senoidal e triangular. As respostas do sistema são apresentadas nas figuras abaixo.

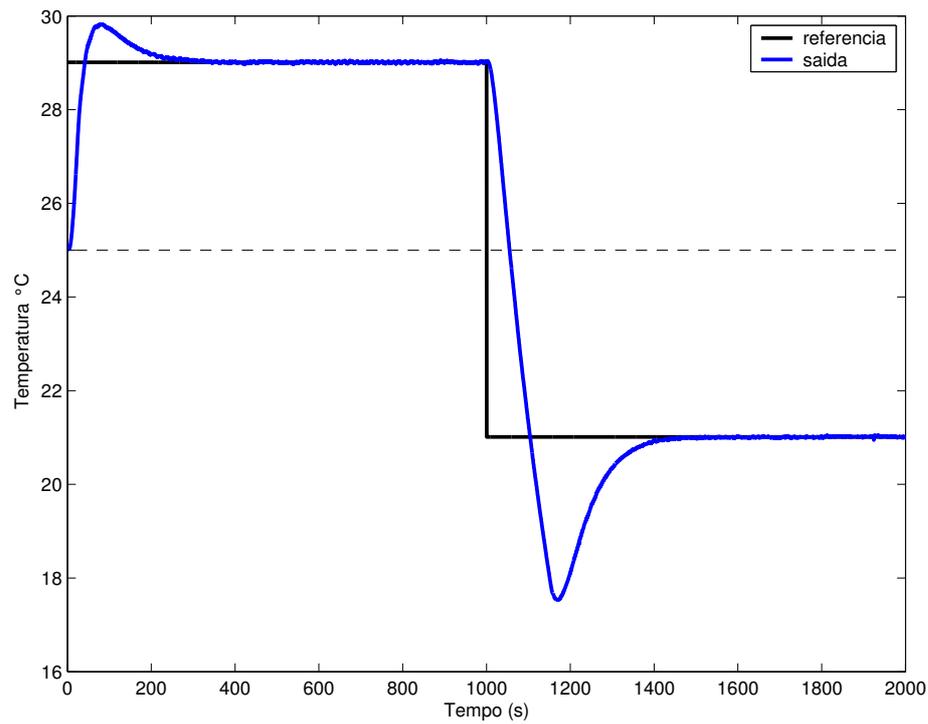


Figura 5.17: Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para uma variação em degrau na entrada de referência.

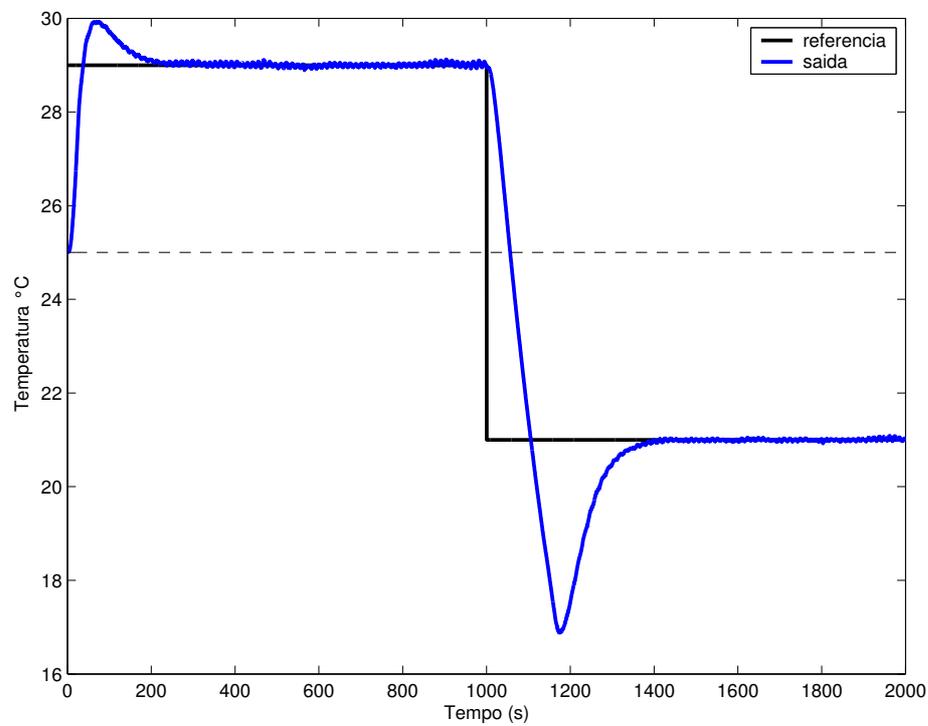


Figura 5.18: Saída do processo com controle PID ( $\beta = 2,0$ ) para uma variação em degrau na entrada de referência.

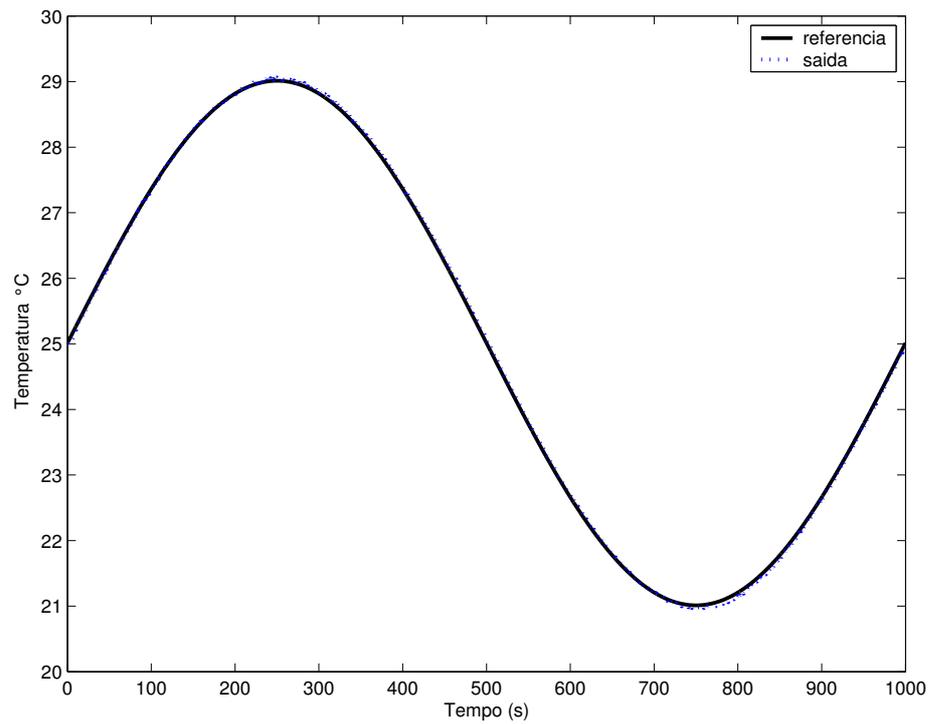


Figura 5.19: Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para a entrada senoidal.

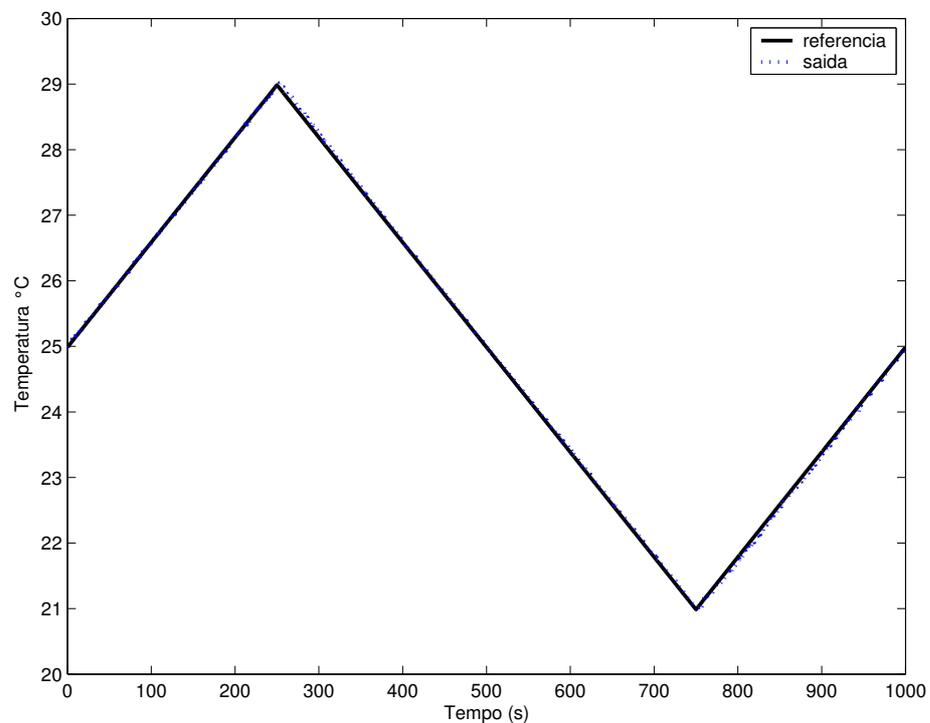


Figura 5.20: Saída do processo com controle PID ( $\beta = 1,5$ ) para a entrada de referência triangular .

## Perturbação

Com o objetivo de testar a rejeição à perturbação do sistema, foi utilizado um soprador térmico de 1.800 Watts como fonte de perturbação para o módulo Peltier. O soprador térmico é aproximado do dissipador de alumínio acoplado a uma das faces do módulo Peltier por aproximadamente por 15 segundos, levando o módulo a aquecer em torno de  $5^{\circ}\text{C}$  acima do valor de regime permanente da temperatura do processo.

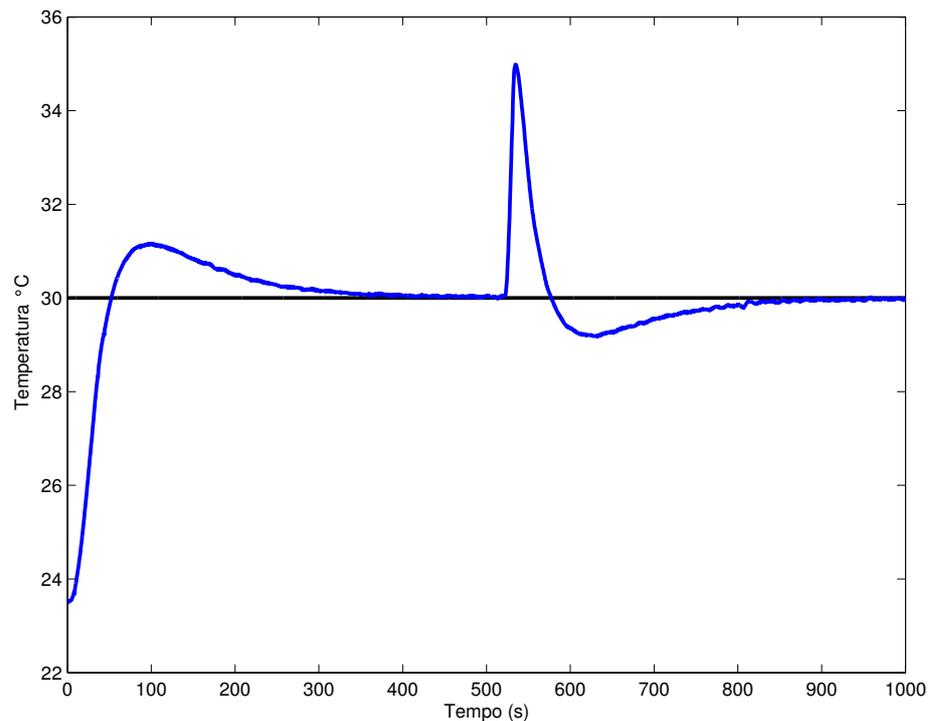


Figura 5.21: Curva da resposta ao degrau com perturbação positiva para o módulo Peltier com controle PID.

## 5.3 Conclusão

O método de estimação da resposta em frequência em  $-135^{\circ}$  foi aplicado com sucesso a duas plataformas experimentais que reproduzem em pequena escala processos reais. Com a informação obtida pelos procedimentos práticos e os cálculos da estimação, um controlador PI foi projetado para o módulo secador de grãos e um controlador PID para o módulo Peltier utilizando as regras de sintonia KLV.

Os sistemas, o controlador e o processo em malha fechada foram submetidos a entradas de referência senoidal, triangular e variação em degrau. Em todos os casos, os sistemas apresentam bom desempenho principalmente quanto aos aspectos de rastreamento do sinal de referência e rejeição à perturbação.

# Capítulo 6

## Conclusão

Neste trabalho foi apresentado um método de estimação da resposta em frequência para o ângulo de fase de  $-135^\circ$  através do experimento do relé em malha fechada. A importância de obter a informação sobre esse ponto específico da resposta em frequência, está na utilização dessa informação como entrada para o procedimento de projeto de controladores PI e PID utilizando as regras de sintonia baseadas no conceito de ‘ótimo simétrico’.

O objetivo com esta metodologia é apresentar um método prático de sintonia de controladores PI e PID para processos em malha aberta que resulte em sistemas com bom desempenho em um cenário em que não existe informação sobre o processo.

A simulação do método proposto de estimação da resposta em frequência em  $-135^\circ$  feito para um conjunto diversificado de modelos aproximados para processos apresentou resultados positivos para a maioria das funções de transferência. Para os casos em que o método proposto não se aplica, o experimento de resposta ao degrau pode fornecer informação significativa sobre o processo, possibilitando o projeto do controlador por métodos de sintonia baseados em modelo. O projeto de controladores PI/PID pelo método KLV foi feito para os processos simulados a partir de funções de transferência no Matlab e por fim, em duas plataformas experimentais para o controle de temperatura de processos em escala reduzida.

Como sugestão de trabalhos futuros, devido ao aspecto prático e de um reduzido número de cálculos do método proposto de estimação, pode-se desenvolver uma plataforma embarcada baseada em microcontrolador de custo reduzido para a auto-sintonia de processos em malha aberta. Outra proposta de trabalho a ser desenvolvido é a análise da influência do valor escolhido para o parâmetro  $\beta$  na resposta do sistema com controle PID quando utilizado o método de sintonia KLV e o desenvolvimento de novas regras de sintonia para o controlador PID baseadas no conceito ‘ótimo simétrico’. Outra possibilidade ainda é a realização de um estudo sobre o desempenho do método proposto de estimação e das regras de sintonia KLV para sistemas em malha fechada.

# Referências Bibliográficas

- 1 ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. The future of pid control. *Control Engineering Practice*, n. 9, p. 1163–1175, 2001.
- 2 OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 4. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2003.
- 3 ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *ASME Trans.* 64, p. 759–768, 1942.
- 4 ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. *PID controllers: theory, design and tuning*. 2. ed. [S.l.]: Instrument Society of America, 1995.
- 5 ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. Automatic tuning of simple controllers with specification on phase and amplitude margins. *Automatica*, n. 20, p. 645–651, 1984.
- 6 LUYBEN, W. L. Derivation of transfer functions for highly nonlinear distillation columns. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, p. 2490–2495, 1987.
- 7 LEVA, A. Pid autotuning algorithm based on relay feedback. *IEE Proceedings-D*, v. 140, n. 5, September 1993.
- 8 FRIMAN, M.; WALLER, K. V. A two-channel relay for autotuning. *Ind. Eng. Chem. Res.*, n. 36, p. 2662–2671, 1997.
- 9 HANG, C. C.; LOH, A. P.; VASNANI, V. U. Relay feedback auto-tuning of cascade controllers. *IEEE Trans. on Control Syst. Tech*, v. 2, n. 1, p. 42–45, 1994.
- 10 VASNANI, V. *Towards Relay Feedback Auto-tuning of Multiloop Systems*. Tese — Department of Electrical Engineering, National University of Singapore, 1994.
- 11 LEE, T. H.; WANG, Q. G.; TAN, K. K. A modified relay-based technique for improved critical point estimation in process control. *IEEE Trans. Control System Technology*, 1994.
- 12 HANG, C. C.; WANG, Q. G.; BI, Q. Process frequency response estimation from relay feedback. *Control Engineering Practice*, v. 5, n. 9, p. 1293–1302, 1997.

- 13 HANG, C. C.; ASTROM, K. J.; HO, W. K. Refinements of the ziegler-nichols tuning formula. *IEE Proceedings*, v. 138, n. 2, p. 111–118, March 1991.
- 14 MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. *Robust Process Control*. 2. ed. [S.l.]: Prentice-Hall Int. Inc., 1989.
- 15 ISAKSSON, A. J.; GRAEBE, S. F. Analytical pid parameter expressions for higher order systems. *Automatica*, v. 35, n. 6, p. 1121–1130, 1999.
- 16 ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. Automatic tuning of pid regulators. *I.S.A, Research Triangle Parc.*, 1988.
- 17 KESSLER, C. Das symmetrische optimum. *Regelungstetechnik*, v. 6, p. 395–400 and 432–436, 1958.
- 18 ARRUDA, G. H. M. de. *Identificação e sintonia usando o relé em malha fechada*. Dissertação — Universidade Federal da Paraíba, Março 2000.
- 19 VODA, A. A.; LANDAU, I. D. A method for the auto-calibration of pid controllers. *Automatica*, v. 31, n. 1, p. 41–53, 1995.
- 20 PADHY, P. K.; MAJHI, S. Relay based pi-pd design for stable and unstable foptd process. *Computers and Chemical Engineering*, 2006. Article in Press.
- 21 TAN, K. K. et al. Improved critical point estimation using a preload relay. *Journal of Process Control*, v. 16, p. 445–455, September 2006.
- 22 SUNG, S. W.; LEE, J. Relay feedback method under large static disturbances. *Automatica*, v. 42, p. 353–356, 2006.
- 23 MA, M. da; ZHU, X. jian. A simpler auto-tuner in frequency domain. *Computers and Chemical Engineering*, v. 30, p. 581–586, 2006.
- 24 JUNIOR, A. P. *Amplificadores Operacionais e Filtros Ativos*. 6. ed. [S.l.]: Artmed Editora S.A., 2003.
- 25 AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas. Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. 2. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2004.
- 26 VODA, A. B.; BUISSON, H. R. Another version of the relay feedback experiment. *Journal Proc. Cont.*, v. 7, n. 4, p. 303–308, 1997.
- 27 ARAUJO, T. V. et al. Kit de desenvolvimento para microcontroladores aduc aplicado ao ensino de controle e automação. *COBENGE*, Setembro 2005.

- 28 ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer Controlled Systems: Theory and Design*. 3. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1997.
- 29 ARAUJO, T. V. et al. Plataforma de estudo para aplicações de controle inteligente e sistemas embarcados. *SBAI*, Setembro 2005.