

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JOSÉ SERGIO DA ROCHA NETO

CARACTERIZAÇÃO DE SENSORES TERMO-RESISTIVOS

Tese apresentada à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - COPELE - da Universidade Federal da Paraíba - UFPB - em cumprimento às exigências para a obtenção do grau de Doutor em Ciências, no domínio da Engenharia Elétrica.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PROCESSAMENTO DA INFORMAÇÃO

ORIENTADORES: GURDIP SINGH DEEP  
ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA  
RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE

CAMPINA GRANDE - PARAÍBA  
11 - NOVEMBRO - 1994



R672c Rocha Neto, José Sérgio da.  
Caracterização de sensores termo-resistivos / José Sérgio da Rocha Neto. - Campina Grande, 1994.  
124 f.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 1994.  
"Orientação : Prof. Dr. Gurdip Singh Deep, Prof. Dr. Antonio Marcus Nogueira Lima, Prof. Dr. Raimundo Carlos Silvério Freire".  
Referências.

1. Sensores Termo-Resistivos. 2. Resistência Elétrica. 3. Corrente Elétrica. 4. Tese - Engenharia Elétrica. I. Deep, Gurdip Singh. II. Lima, Antonio Marcus Nogueira. III. Freire, Raimundo Carlos Silvério. IV. Universidade Federal da Paraíba - Campina Grande (PB). V. Título

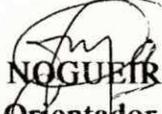
CDU 621.363(043)

**CARACTERIZAÇÃO DE SENSORES TERMORESISTIVOS**

**JOSÉ SÉRGIO DA ROCHA NETO**

Tese Aprovada em 11.11.1994

  
**GURDIP SINGH DEEP, Ph.D., UFPB**  
Orientador

  
**ANTONIO MARCUS NOGUEIRA LIMA, Dr., UFPB**  
Orientador

  
**RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFPB**  
Orientador

**JURGEN WOLFGANG PRECKER, Ph.D., UFPB**  
Componente da Banca

  
**PIO CAETANO LOBO, Ph.D., UFPB**  
Componente da Banca

  
**LUIZ PEREIRA CALÔBA, Ph.D., COPPE/UFRJ**  
Componente da Banca

**YARO BURIAN JÚNIOR, Dr., FEE/UNICAMP**  
Componente da Banca



CAMPINA GRANDE - PB  
Outubro - 1994

# DEDICATÓRIA

---

À Êle, o alfa e o omega;

À Adair, Rodrigo, Renata e Rodolfo,  
com minhas desculpas pelo tempo que lhes faltei;

À Omerviles, com eternas saudades.

## AGRADECIMENTOS

---

Aos orientadores, professores Gurdip Singh Deep, Antonio Marcus Nogueira Lima e Raimundo Carlos Silvério Freire, pela análise crítica e sincera, pela persistência e incentivos demonstrados, que tornaram possível a realização deste trabalho.

Aos companheiros professores, Eurico Bezerra de Souza Filho (DEE-UFPE) e José Homero Feitosa Cavalcanti (DEE-UFPB), pelas constantes discussões que ajudaram a nortear este trabalho.

Ao amigo professor Mairton de Oliveira Melo (DEE-FEJ-UDESC) pela amizade sincera construída ao longo destes anos.

Ao Srs. Chaquibe Costa de Farias (mestrando UFPB) e Sérgio Daher (bolsista de iniciação científica), e a Srta. Maria Bernadete de Moraes (bolsista de iniciação científica) pelas longas horas dedicadas à realização dos ensaios.

Ao programa PICD/CAPES pelo apoio financeiro.

## RESUMO

---

Esta tese é uma contribuição ao estudo da caracterização de sensores termo-resistivos. A constante de tempo térmica de um sensor termo-resistivo é definida em termos de suas propriedades e parâmetros físicos, tais como: massa ( $m$ ), área ( $A$ ), calor específico ( $c$ ) e coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ). Essas grandezas não são fáceis de serem determinadas, visto que, em geral a composição do sensor não é homogênea, e, invariavelmente envolve mais de um tipo de material na sua constituição. O formato do sensor não é regular, o que dificulta a determinação direta de sua massa ( $m$ ) e de sua área ( $A$ ). Procedimentos experimentais para a determinação de  $mc$ ,  $UA$  e  $\tau$  são apresentados. Estes experimentos envolvem a determinação da resposta ao degrau do sensor, a excitação com radiação incidente ou ao aquecimento equivalente por efeito Joule. O aquecimento elétrico do sensor introduz erros na determinação experimental de sua resposta dinâmica. A determinação de sua constante de tempo excitando-o com radiação incidente, também requer a aplicação de uma corrente elétrica, através do sensor, para a monitoração de sua resistência elétrica. Essa corrente também introduz erros na medição da constante de tempo do sensor, e esses erros podem ser quantificados, usando-se uma formulação matemática que represente o princípio de operação do sensor. Um método experimental é proposto para eliminar esses erros e permitir a determinação dos valores de  $mc$  e  $UA$ . A análise preliminar da sensibilidade dos parâmetros  $\tau$ ,  $mc$  e  $UA$ , permite determinar o valor da corrente de aquecimento adequada à medição da resistência elétrica do sensor ou de sua variação. Utiliza-se as técnicas de identificação para a determinação dos parâmetros do sensor. A formulação do princípio de operação do sensor em uma ponte realimentada e automaticamente balanceada é apresentado, através da qual é possível se determinar o tempo de resposta de um instrumento para a medição de radiação solar.

## ABSTRACT

---

This thesis constitutes a contribution to the study of characterization of thermoresistive sensors. The intrinsic thermal time constant of a thermoresistive sensor is defined in terms of the physical parameters and proprieties like mass ( $m$ ), area ( $A$ ), specific heat ( $c$ ) and global heat transfer coefficient ( $U$ ). These quantities are not easy to determine. In general the composition of the sensor is not homogeneous and involves invariably more than one material. The format is also not very regular shaped. There is thus no easy and straight forward method to determine  $m$  and  $A$ . Experimental procedures for the determination of  $mc$ ,  $UA$  and  $\tau$  are outlined. Some of these procedures involve the determination of the step response of the sensor to incident radiation or equivalent Joule heating. The electrical heating of the sensor introduces error in the experimental measurement of the dynamic response. The determination of the time constant by subjecting it to incident radiation, also requires an electrical current to monitor the resistance measurements. This current also introduces an error in the measurement of the time constant. This error has been quantified by using a mathematical formulation of the sensor's operation. An experimental method is then proposed to eliminate the above error and besides determine the value of  $mc$  and  $UA$ . Preliminary sensitivity analyses for  $\tau$ ,  $mc$  and  $UA$ , help in choosing the resistance measurement or heating currents. The use of recursive parametric identification technique is applied to determine the sensor parameters. The formulation of the sensor operation in an automatically balanced feedback bridge circuit is also presented, from which it is possible to calculate the response time of the overall instrument for measurement of solar radiation.

# SUMÁRIO

---

<b>INTRODUÇÃO</b>	1
-------------------	---

## **CAPÍTULO 1 - O Sensor Termo-resistivo**

1.1 - Introdução	7
1.2 - Estrutura Física	8
1.3 - Equação Característica	10
1.4 - Análise da Resposta Dinâmica	14
1.5 - Conclusão	17

## **CAPÍTULO 2 - Caracterização do Sensor Termo-resistivo**

2.1 - Introdução	19
2.2 - Excitação Elétrica	21
2.2.1 - Degraus de corrente elétrica	21
2.2.1.1 - Seleção dos níveis de corrente elétrica	25
2.2.1.2 - Análise da sensibilidade	29
2.2.2 - Potência elétrica	36
2.3 - Excitação por Radiação	40
2.4 - Estimção dos Parâmetros do Sensor	44
2.4.1 - O modelo de entrada/saída	44
2.4.2 - O algoritmo de estimção	47
2.4.2.1 - Resultados obtidos por simulação	48
2.5 - O Princípio da Equivalência Elétrica	52
2.6 - Aplicações em Estruturas Realimentadas	55
2.6.1 - A estrutura em ponte realimentada	55
2.7 - Análise Teórica da Estrutura em Ponte	58

2.7.1 - Equações do circuito em ponte	59
2.7.2 - Análise da resposta de um instrumento	61
2.8 - Conclusão	63

### **CAPÍTULO 3 - Resultados Experimentais**

3.1 - Introdução	65
3.2 - Resultados Experimentais	66
3.3 - Excitação Elétrica	68
3.3.1 - Degraus de corrente pulsada	68
3.4 - Excitando o Sensor com Degraus de Radiação	75
3.5 - Implementando o Algoritmo de Estimacão	79
3.6 - Estrutura em Ponte Realimentada	83
3.7 - Conclusão	85

### **CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS**

87

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

91

### **ANEXOS**

ANEXO A - Desenvolvimento das Equações	95
----------------------------------------	----

### **LISTA DAS FIGURAS E TABELAS**

iii

### **SIMBOLOGIA**

viii

# LISTA DAS FIGURAS

---

## CAPÍTULO 1.

### Figuras:

- 1.1 - Esboço do sensor termo-resistivo (a) e da estrutura de acomodação dos sensores (b). 8
- 1.2 - Sensor termo-resistivo excitado por uma fonte de corrente elétrica. 10
- 1.3 - Variação da resistência elétrica do sensor com a temperatura. 12
- 1.4 - Variação da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor com a corrente elétrica que o atravessa. 15

### Tabelas:

- 1.1 - Valores das grandezas físicas do sensor termo-resistivo. 9

## CAPÍTULO 2.

### Figuras:

- 2.1 - Curvas de  $R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica de 1mA para:  
a) 10 mA; b) 20 mA; c) 30 mA; d) 40 mA e e) 50 mA. 26
- 2.2 - Curvas de  $R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica de: a) 10 mA; b) 20 mA; c) 30 mA; d) 40 mA e e) 50 mA, para 1 mA. 26
- 2.3 - Curva da sensibilidade de  $\tau$  em relação a  $n$  calculada pela equação (2:11). 30

2.4 - Curva da sensibilidade de $U$ em relação a $n$ obtida pela solução da equação (2:12).	30
2.5 - Curva da sensibilidade de $c$ em relação a $n$ obtida pela solução da equação (2:13).	31
2.6 - Curva da sensibilidade normalizada de $\tau$ .	33
2.7 - Curva da sensibilidade normalizada de $U$ .	34
2.8 - Curva da sensibilidade normalizada de $c$ .	34
2.9 - Curvas da sensibilidade normalizada de $\tau$ , $U$ e $c$ .	35
2.10 - Representação da forma de onda da corrente elétrica através do sensor.	36
2.11 - Diagrama básico para a aplicação de um degrau de potência elétrica no sensor.	38
2.12 - Curvas de $\Delta R_s(t)$ obtidas por simulação excitando-se o sensor com o mesmo degrau de radiação, quando este é atravessado por níveis de corrente elétrica diferentes.	41
2.13 - Curvas de $\Delta R_s(t)$ obtidas por simulação excitando-se o sensor com diferentes degraus de radiação, quando este é atravessado pelo mesmo nível de corrente elétrica.	41
2.14 - Modelo de entrada/saída para o sensor termo-resistivo (a) representa uma linearidade não estática.	45
2.15 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método dos mínimos quadrados.	49
2.16 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método das variáveis instrumentais.	49
2.17 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados simulados pelo método dos mínimos quadrados.	50
2.18 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados simulados pelo método das variáveis instrumentais.	51

2.19 - Estrutura básica para a implementação do método da compensação.	53
2.20 - Estrutura básica para a implementação do método da substituição.	54
2.21 - Estrutura em ponte de Wheatstone para a implementação do princípio da equivalência elétrica em estruturas realimentadas.	56

**Tabelas:**

2.1 - Valores da constante de tempo aparente $M(I_p)$ do sensor termo-resistivo para as curvas apresentadas nas Figuras 2.1 e 2.2.	27
2.2 - Valores dos parâmetros $\tau$ , $U$ e $c$ , do sensor termo-resistivo obtidos com a metodologia proposta.	27
2.3 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, excitando-o com o mesmo degrau de radiação, quando este é atravessado por níveis de correntes elétricas diferentes.	42
2.4 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, excitando-o com um degrau de radiação, com amplitude diferentes quando este é atravessado pela mesma corrente elétrica.	42

## CAPÍTULO 3.

### Figuras:

- 3.1 - Diagrama básico para a excitação do sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica pulsada. 68
- 3.2 - Diagrama esquemático para a excitação do sensor com degraus de corrente elétrica pulsada e para a aquisição dos dados. 70
- 3.3 - Circuito eletrônico utilizado para a implementação do diagrama apresentado na Figura 3.1. 70
- 3.4 - Curvas experimentais da variação da tensão de saída (proporcional a variação de  $R_s$ ), obtidas excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica pulsada de 3,20 para: a) 22,43; b) 25,90; c) 28,96 e d) 31,72 mA. 72
- 3.5 - Curvas experimentais da variação da tensão de saída (proporcional a variação de  $R_s$ ), obtidas excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica pulsada de: a) 22,43; b) 25,90; c) 28,96; e d) 31,72 mA para 3,20 mA. 72
- 3.6 - Diagrama básico para a excitação do sensor com degraus de radiação. 75
- 3.7 - Diagrama esquemático para a excitação do sensor com degraus de radiação e para a aquisição dos dados. 76
- 3.8 - Curvas experimentais de  $V_s(t) = I \Delta R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor com degraus de radiação, para correntes de (a) 0,257 (b) 4,057 e (c) 24,889 mA através do sensor. 77
- 3.9 - Diagrama do circuito experimental para a aquisição dos dados de entrada e de saída. 79
- 3.10 - Diagrama de entrada de dados para o modelo de entrada/saída. 80
- 3.11 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método dos mínimos quadrados. 80

3.12 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método das variáveis instrumentais.	81
3.13 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados reais pelo método dos mínimos quadrados.	82
3.14 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados reais pelo método das variáveis instrumentais.	82
3.15 - Estrutura em ponte realimentada contendo sensor termo-resistivo na malha de realimentação.	83
3.16 - Curvas da tensão de saída do circuito da Figura 3.15, quando excitado com degrau de radiação.	84

**Tabelas:**

3.1 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo.	73
3.2 - Valores dos parâmetros do sensor obtidos a partir dos valores da Tabela 3.1	73
3.3 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo.	77
3.4 - Valores dos parâmetros do sensor obtidos a partir dos valores da Tabela 3.3 com auxílio das equações (2:06), (2:07), (2:04) e (2:05).	78

Nas equações apresentadas neste trabalho, o significado de cada termo é:

### Caracteres Latinos:

$A$  é a área do sensor;

$c$  é o calor específico do sensor;

$E_i$  é a tensão de entrada nos diagramas básicos;

$H(t)$  é a radiação incidente;

$I_f$  é o valor final do degrau de corrente elétrica;

$I_i$  é o valor inicial do degrau de corrente elétrica;

$I_s$  ou  $i_s$  é a corrente elétrica através do sensor;

$I_1$  ou  $I_2$  é a corrente elétrica através do sensor;

$L(t)$  é o pré-filtro do erro de predição;

$M$  ou  $M(I\rho)$  é a constante de tempo aparente do sensor termo-resistivo;

$m$  é a massa do sensor;

$n$  é a relação entre duas constantes de tempo aparentes;

$P_e$  é a potência elétrica dissipada por efeito Joule;

$P(t)$  é a matrix de covariância;

$R_a$  é a resistência elétrica do sensor na temperatura  $T_a$ ;

$R_0$  é a resistência elétrica do sensor na temperatura de  $0^\circ\text{C}$ ;

$R_s$  é a resistência elétrica do sensor na temperatura  $T_s$ ;

$R_{sf}$  é a resistência elétrica final do sensor;

$R_{si}$  é a resistência elétrica inicial do sensor;

$R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  são resistores considerados independentes da temperatura;

$t$  é o tempo;

$T_a$  é a temperatura ambiente;

$T_s$  é a temperatura do sensor;

$U$  é o coeficiente global de transferência de calor do sensor em relação a área  $A$ ;

$u(t)$  é o vetor de dados de entrada;

$V_s$  é a tensão elétrica sob o sensor;

$V_n(\theta)$  é a função de minimização;

$V_1$  ou  $V_2$  é o nível da tensão de entrada nos diagramas básicos;

$y(t)$  é o vetor de dados de saída;  
 $y(t/\theta)$  é o vetor de saída (preditor);

### Caracteres Gregos:

$\alpha$  é o coeficiente de transmissividade-absorvidade do sensor termo-resistivo;

$\beta$  é o coeficiente de temperatura da resistência elétrica do sensor;

$\Delta T$  é a diferença de temperatura do sensor ( $T_s$ ) e a temperatura ambiente ( $T_a$ );

$\frac{\partial \tau}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $\tau$  em relação a  $n$ ;

$\frac{\partial U}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $U$  em relação a  $n$ ;

$\frac{\partial c}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $c$  em relação a  $n$ ;

$\frac{\partial \tau/\tau}{\partial n/n}$  é a sensibilidade normalizada de  $\tau$  em relação a  $n$ ;

$\frac{\partial U/U}{\partial n/n}$  é a sensibilidade normalizada de  $U$  em relação a  $n$ ;

$\frac{\partial c/c}{\partial n/n}$  é a sensibilidade normalizada de  $c$  em relação a  $n$ ;

$\varphi(t)$  é o vetor de regressão;

$\varphi_1$  é um componente do vetor de regressão  $\varphi(t)$ ;

$\varphi_2$  é um componente do vetor de regressão  $\varphi(t)$ ;

$\varphi_3$  é um componente do vetor de regressão  $\varphi(t)$ ;

$\lambda(t)$  é o fator de esquecimento;

$\zeta(t)$  é o vetor de correlação (variáveis instrumentais);

$\tau_e$  é a constante de tempo do sensor quando excitado com um degrau de potência elétrica;

$\tau_h$  é a constante de tempo do sensor quando excitado com um degrau de radiação incidente;

$\tau_i$  é a constante de tempo do sensor quando excitado com um degrau de corrente elétrica;

$\tau$  é a constante de tempo intrínseca do sensor termo-resistivo;

$\hat{\theta}_N^{IV}$  é o vetor de parâmetros (método das variáveis instrumentais);

$\hat{\theta}_N^{LS}$  é o vetor de parâmetros (método dos mínimos quadrados);

$\theta(t)$  é o vetor de parâmetros estimados;

$\theta_1$  é um componente do vetor de parâmetros  $\theta(t)$ ;

$\theta_2$  é um componente do vetor de parâmetros  $\theta(t)$ ;

$\theta_3$  é um componente do vetor de parâmetros  $\theta(t)$ ;

## INTRODUÇÃO

Os sensores termo-resistivos são utilizados, dentre outras aplicações, na medição de temperatura, de radiação solar, potência de microondas e velocidade do vento [Doebelin, 1975] e [Oliver & Cage, 1971]. Os sensores utilizados na medição de radiação solar, podem ser classificados como sensores térmicos (por exemplo: termo-resistivos, termopares ou termopilhas e bolômetros), e em sensores fotoelétricos cujos principais tipos são os fotovoltaicos, fotoemissivos e fotocondutores.

Nos sensores térmicos a medição da radiação incidente é realizada medindo-se a variação da temperatura do sensor, resultante da absorção da radiação incidente sobre o mesmo. Estes sensores respondem a energia total absorvida, sendo portanto não seletivos quanto à distribuição espectral de energia e apresentam uma resposta temporal lenta, enquanto que, os sensores fotoelétricos são seletivos quanto à distribuição espectral de energia e sua temperatura não varia devido a absorção da radiação incidente, como nos sensores térmicos, todavia apresentam uma rápida resposta temporal [Lobo, 1986].

Deste modo, as características desejadas para um sensor de radiação solar, uma resposta temporal rápida ( $< 1s$ ) e uma ampla resposta espectral ( $0,01 \mu m < \lambda < 50,0 \mu m$ ) não são encontradas no mesmo tipo de sensor. Todavia, estas características podem ser obtida com o uso de estruturas em malha fechada que contenham um sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa [Deep et alii, 1992], [Lobo, 1966] e [Rocha Neto et alii, 1992].

O projeto de um instrumento para a medição de radiação solar, baseado em um sensor termo-resistivo, pressupõe o conhecimento de um modelo matemático que descreva o comportamento estático e dinâmico deste sensor. Este modelo matemático pode ser descrito por um conjunto de equações diferenciais (equações de estado ou modelo no domínio do tempo), ou por um conjunto de equações algébricas (com a variável complexa  $s$  ou modelo no domínio da frequência), de acordo com o objetivo a ser alcançado.

O modelo matemático pode ser obtido através da aplicação das leis físicas que governam o comportamento físico do dispositivo, com uma descrição das propriedades físicas do dispositivo (geometria, tipo de material utilizado, etc), ou através de uma descrição do comportamento elétrico do dispositivo, em termos das relações entre os valores totais das variáveis em seus terminais (tensão ou corrente). Essas relações são determinadas pela análise do comportamento físico interno do dispositivo sob estudo.

Os aspectos: **conceitual**; o que é que é essencial para um determinado processo; **físico**; quais são as técnicas utilizadas; e, **matemático**; qual é a quantidade e qualidade de conhecimento disponível; constituem o modelo que, entretanto, deve representar as características essenciais do dispositivo (sensor) sob estudo.

Quando a elaboração do modelo tem início com aplicação da lei física básica que rege o comportamento do dispositivo (sensor), esta lei deve descrever as relações entre as variáveis eleitas como variáveis de entrada/saída, por exemplo: pressão/fluxo nos processos hidráulicos; velocidade/força nos processos mecânicos; tensão/corrente nos processos elétricos.

Pelo exposto, a especificação dos parâmetros de um sensor termo-resistivo, requer a seleção de uma estrutura de modelo tendo-se como base os conhecimentos adquiridos pela análise de seu comportamento dinâmico ou de sua resposta dinâmica, que pode ter como variável de entrada a radiação incidente ou a corrente elétrica que o atravessa, e como variável de saída, a sua temperatura ou a sua resistência elétrica.

A constante de tempo dos sensores termo-resistivos é definida como uma relação entre as suas grandezas intrínsecas, tais como: massa ( $m$ ); área ( $A$ ); calor específico ( $c$ ) e coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ) em relação a área, [Dally et alii, 1984] e [Doebelin, 1975]. Observe-se que a determinação experimental destes parâmetros é relativamente laboriosa, especialmente se realizada por métodos calorimétricos.

A determinação experimental da resposta dinâmica de um sensor termo-resistivo, de acordo com a equação que rege o seu comportamento dinâmico pode ser realizada excitando-o eletricamente ou com radiação incidente. Nos dois casos, pode-se monitorar a variação de sua resistência elétrica com o tempo, e através da análise da curva da variação da resistência versus tempo, determina-se sua constante de tempo térmica. Isto requer uma corrente elétrica através do sensor, para possibilitar a monitoração da variação da resistência, o que causa uma variação da resistência elétrica, devido ao aquecimento do sensor pelo efeito Joule.

Analizando-se o comportamento do sensor termo-resistivo, quando este é submetido a uma radiação e atravessado por uma corrente elétrica, tendo-se como base o princípio da conservação da energia, deduz-se uma equação que rege o seu comportamento dinâmico, com uma constante de tempo que é função da corrente elétrica que o atravessa [Freire et alii, 1992] e [Lobo et alii, 1992a,b]. Essa constante será, doravante referenciada como constante de tempo aparente.

A excitação elétrica do sensor pode ser realizada aplicando-se ao mesmo um degrau de corrente elétrica [Freire et alii, 1992], [Lobo et alii, 1992a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992], ou um degrau de potência elétrica [Rocha Neto, 1993]. O primeiro caso é facilmente realizado, enquanto que o segundo caso requer um procedimento mais acurado [Rocha Neto, 1993].

A aplicação de um degrau de potência elétrica no sensor, pode ser realizada aplicando-se inicialmente um degrau de corrente elétrica, e em seguida, o valor final do nível de corrente deste degrau é ajustado em função da variação de sua resistência elétrica, de modo a se manter a potência elétrica ( $R_s(t) I_s^2(t)$ ) constante [Rocha Neto, 1993].

A monitoração da variação da resistência elétrica do sensor, quando este é excitado com um degrau de radiação, requer uma corrente elétrica ( $I_s$ ) através do sensor. Essa corrente elétrica modifica o tempo de resposta do sensor, devido ao aquecimento adicional por efeito Joule, deve-se portanto corrigir este valor, para se obter o valor correto da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor [Freire et alii, 1994], [Rocha Neto, 1993] e [Rocha Neto et alii, 1994].

A análise da equação que rege o comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo demonstra ainda, que se a corrente que atravessa o sensor é nula, o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) é igual ao valor da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor citado na literatura [Freire et alii, 1994], [Rocha Neto, 1993] e [Rocha Neto et alii, 1994].

Fazendo-se a corrente elétrica pequena, reduz-se o erro causado pelo aquecimento adicional do sensor termo-resistivo (efeito Joule), mas este erro só será nulo, quando a corrente elétrica através do sensor for nula, o que impossibilita a monitoração de sua resistência elétrica.

Deve-se então, corrigir o erro causado pelo aquecimento adicional do sensor (devido a passagem da corrente elétrica), para se obter o valor correto da constante de tempo intrínseca do sensor termo-resistivo, quando este é atravessado por uma corrente elétrica.

Excitando-se o sensor termo-resistivo com um degrau de corrente elétrica de valor final  $I_1$ , determina-se sua constante de tempo aparente de valor  $M_1$ , e excitando-se o sensor com um degrau de corrente elétrica de valor final  $I_2$ , determina-se um valor  $M_2$  para a sua constante de tempo aparente. Rocha Neto [Rocha Neto, 1993] demonstra que com estes valores ( $I_1$ ,  $M_1$ ,  $I_2$  e  $M_2$ ) pode-se determinar a constante de tempo intrínseca do sensor, teoricamente, com um erro nulo, e que o método proposto permite ainda a determinação de outros parâmetros do sensor termo-resistivo. E, se o sensor é excitado com um degrau de potência elétrica, determina-se, diretamente o valor de sua constante de tempo intrínseca, todavia este modo de excitação não permite determinar outros parâmetros do sensor termo-resistivo [Rocha Neto, 1993].

Quando se excita o sensor com um degrau de radiação, necessita-se de uma corrente elétrica ( $I_s$ ) através do sensor, para a monitoração da variação de sua resistência elétrica. Apesar do valor da constante de tempo não depender da radiação, o valor determinado é igual ao valor da constante de tempo aparente do sensor, quando excitado com um degrau de corrente elétrica de valor final  $I_s$  [Rocha Neto, 1993]. Esta forma de excitação, pode então ser utilizada para validar o método proposto para a excitação do sensor com degraus de corrente elétrica.

Tendo-se como base esta metodologia, nesta tese de doutorado:

- a) realiza-se o modelamento do sensor termo-resistivo com base nas equações que regem o seu comportamento dinâmico;
- b) desenvolve-se um método para a caracterização da resposta dinâmica do sensor termo-resistivo, excitando-o eletricamente com degraus de corrente elétrica ou com degraus de potência elétrica;
- c) a eficácia do método é validada, excitando-se o sensor termo-resistivo com um degrau de radiação, quando este é atravessado por uma corrente elétrica;

d) utiliza-se as técnicas de identificação na determinação de um modelo bilinear para o sensor termo-resistivo, que permite a estimação de seus parâmetros através de um programa de estimação não recursiva; e,

e) demonstra-se a viabilidade de uso dos sensores termo-resistivos na medição de variações rápidas da radiação incidente.

Alcançados estes objetivos, a memória desta **TESE DE DOUTORADO** está organizada em três capítulos cujos conteúdos estão apresentados a seguir.

Após a apresentação do sensor termo-resistivo utilizado, tendo-se como base as leis físicas que descrevem o seu comportamento dinâmico, determina-se no capítulo 1, o modelo matemático do sensor em termos de suas características e das grandezas físicas envolvidas (por exemplo: tensão, temperatura, radiação incidente), e conclui-se, com a análise da resposta dinâmica do sensor termo-resistivo, deduzindo-se que a sua constante de tempo aparente é função da corrente elétrica que o atravessa.

No capítulo 2, estabelece-se uma metodologia para a determinação da constante de tempo intrínseca do sensor termo-resistivo, submetendo-o a excitação de dois degraus distintos de corrente elétrica, e demonstra-se a viabilidade de determinação desta e de outros parâmetros do sensor termo-resistivo, sem o conhecimento de suas grandezas intrínsecas (massa, área, calor específico e coeficiente global de transferência de calor em relação a área). Esta metodologia permite corrigir o erro causado (na determinação da constante de tempo), pela corrente elétrica que atravessa o sensor, necessária entretanto, para a monitoração da variação de sua resistência elétrica.

Demonstra-se que a excitação do sensor termo-resistivo com um degrau de potência elétrica permite determinar, diretamente, o valor da constante de tempo intrínseca do sensor, pela análise da curva da variação de sua resistência elétrica versus tempo. Este modo de excitação do sensor não permite a determinação de outros parâmetros e requer uma implementação mais trabalhosa.

A metodologia desenvolvida para a determinação dos parâmetros do sensor termo-resistivo é validada, analisando-se a excitação do sensor com um degrau de radiação incidente, quando este é atravessado por uma corrente elétrica. Obtendo-se as mesmas etapas que quando se excita o sensor com um degrau de corrente elétrica.

Desenvolve-se um modelo para o sensor termo-resistivo, com base nas técnicas de estimação e demonstra-se a possibilidade de determinação de seus parâmetros, através de um programa de estimação não recursiva, segundo os critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais.

Concluindo-se este capítulo, aplica-se o princípio da equivalência elétrica em estruturas realimentadas que contenham o sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, o que possibilita a sua utilização na monitoração de variações rápidas da radiação incidente.

No capítulo 3, apresenta-se a caracterização experimental do sensor termo-resistivo, demonstrando-se a viabilidade de determinação de seus parâmetros, quando este é excitado com degraus de corrente elétrica, e os resultados obtidos são comprovados excitando-se o sensor com degraus de radiação incidente.

Realiza-se a estimação dos parâmetros do sensor termo-resistivo, com um programa de identificação que utiliza dados reais de entrada e de saída, obtidos com o auxílio de um arranjo experimental, demonstrando-se a possibilidade do uso das técnicas de estimação na determinação dos parâmetros do sensor termo-resistivo.

Concluindo-se este capítulo, implementa-se uma estrutura em ponte realimentada automaticamente contendo um sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, e comprova-se que esta estrutura permite o uso de sensores termo-resistivos na medição de variações rápidas da radiação incidente.

Finalizando-se, apresenta-se as conclusões gerais, enfatizando-se as etapas desenvolvidas, os resultados obtidos e as perspectivas futuras que justificam a continuidade da metodologia estabelecida neste trabalho.

## O SENSOR TERMO-RESISTIVO

### 1.1 - Introdução

Apresenta-se neste capítulo, o princípio de operação do sensor termo-resistivo e se analisa o comportamento dinâmico de sua resistência elétrica, em função:

- a) da variação da corrente elétrica que o atravessa;
- b) da absorção da radiação incidente;
- c) da troca de calor com o meio ambiente; e,
- d) de sua capacidade térmica;

Com o objetivo de se determinar a sua resposta dinâmica, como função das grandezas físicas que o excita (por exemplo: temperatura, radiação incidente). Determina-se uma equação matemática que descreve o seu comportamento dinâmico e que expressa o valor da constante de tempo do sensor termo-resistivo como função da corrente elétrica que o atravessa.

## 1.2 - Estrutura Física

Os sensores termo-resistivos utilizados no desenvolvimento desta tese, foram fabricados com um filme de platina depositado sobre um substrato de cerâmica e cobertos com uma fina camada de vidro. Cada sensor tem uma área de aproximadamente  $20 \text{ mm}^2$  e uma resistência elétrica de  $113,14 \Omega$ , medida na temperatura de  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Na Figura 1.1(a) apresenta-se o esboço de um sensor termo-resistivo e na Figura 1.1(b) a estrutura de acomodação dos sensores que é usualmente utilizada em piranômetro para a medição de radiação solar, e contém dois sensores. Um sensor pintado de preto é usado para absorver a radiação incidente, e o outro sensor pintado de branco que reflete a radiação incidente é utilizado para compensar o efeito da variação da temperatura ambiente [Coulson, 1975], [Coulson & Howell, 1980] e [Lobo, 1986].

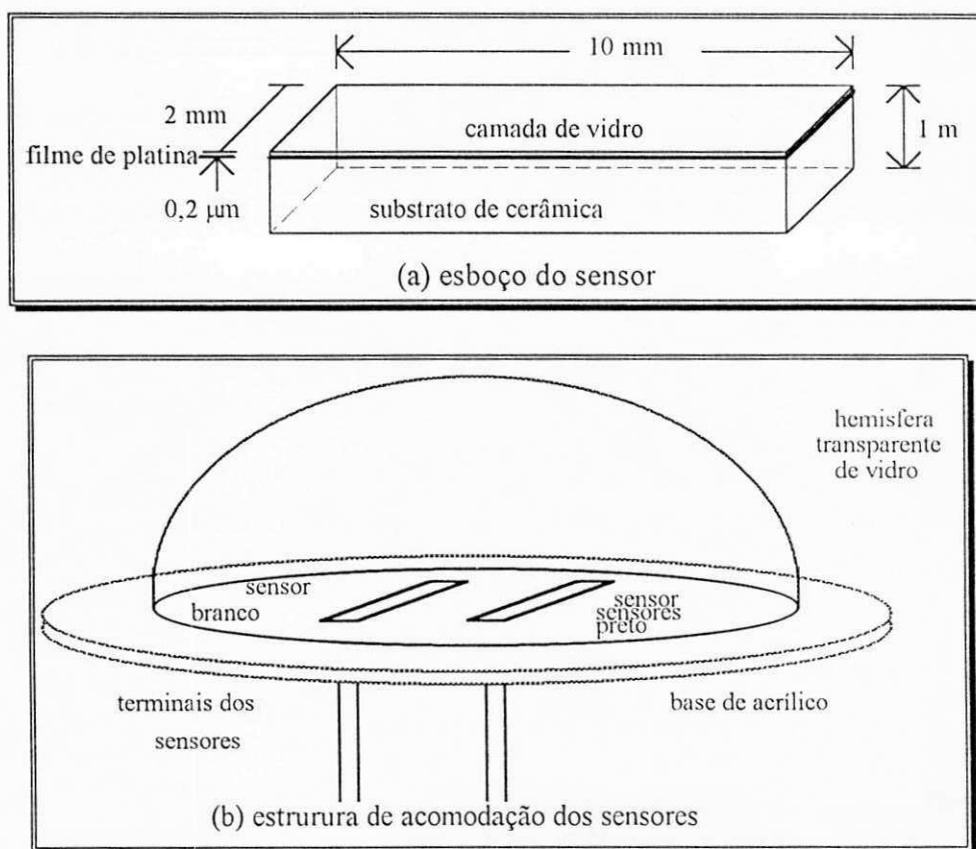


Figura 1.1 - (a) Esboço do sensor termo-resistivo e (b) da estrutura de acomodação dos sensores.

Para manter os dois sensores no mesmo ambiente térmico e evitar variações indesejáveis (de sua resistência elétrica ou da sua temperatura) causadas, por exemplo, pelo vento ou umidade, eles foram acomodados numa hemisfera transparente de vidro, que tem uma transmissividade média de 0,94 [Lobo, 1986].

Na Tabela 1.1 apresenta-se um resumo das grandezas físicas (valores típicos) relacionadas com o sensor termo-resistivo.

Tabela 1.1: Valores das grandezas físicas do sensor termo-resistivo

Grandeza Física	Valor
Área do sensor ( $A$ )	$20,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
Massa do Sensor ( $m$ )	$68,4 \times 10^{-6} \text{ kg}$
Coefficiente de transmissividade e absorvidade ( $\alpha$ )	0,95
Calor específico do sensor ( $c$ )	$720,0 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$
Coefficiente global de transferência de calor ( $U$ )	$239,6 \text{ W /m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$

A resistência elétrica do sensor termo-resistivo é uma função de sua temperatura e pode variar: **a)** com a temperatura ambiente; **b)** com a passagem de uma corrente elétrica através de seus terminais; e, **c)** com a radiação incidente.

A variação da resistência elétrica do sensor ocorre devido a um destes fatores de modo isolado, ou devido a uma combinação destes, por exemplo:

**a)** considerando-se a temperatura ambiente ( $T_a$ ) constante, uma variação da radiação incidente ( $H$ ), ou da corrente elétrica ( $I_s$ ) que atravessa o sensor, muda a temperatura ( $T_s$ ) do sensor, com uma conseqüente variação de sua resistência elétrica;

**b)** se a corrente elétrica que o atravessa é mantida constante, uma variação da radiação incidente ou da temperatura ambiente, varia o valor de sua resistência elétrica;

**c)** se a radiação incidente é constante ou nula, uma variação da corrente elétrica que o atravessa ou da temperatura ambiente afeta a sua temperatura e conseqüentemente o valor de sua resistência elétrica.

### 1.3 - Equação Característica

Considere o arranjo apresentado na Figura 1.2, no qual o sensor termo-resistivo é excitado por uma fonte de corrente elétrica. Supondo que a radiação incidente é nula e que a temperatura ambiente é constante, quando se aplica uma dada corrente elétrica  $I_s(t)$ , a resistência elétrica do sensor  $R_s(t)$  e a sua temperatura aumentam, em consequência do calor produzido por efeito Joule, e tendem para um ponto de equilíbrio, no qual a quantidade de calor devido a esse efeito, será totalmente transferida para o meio ambiente.

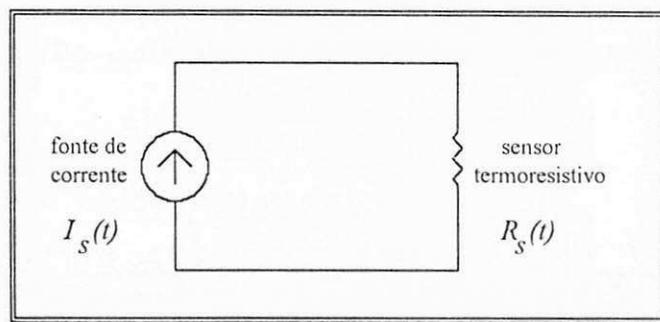


Figura 1.2 - Sensor termo-resistivo excitado por uma fonte de corrente elétrica.

Para o sistema térmico constituído pelo sensor e pelo meio ambiente, a dinâmica de variação da resistência elétrica do sensor em função do tempo, na presença de radiação incidente, pode ser expressa matematicamente, utilizando-se a primeira lei da termodinâmica [Dally et alii, 1984], [Lima & Lobo, 1988], [Lobo, 1982] e [Lobo, 1986], ou seja:

$$\alpha A H(t) + R_s(t) I_s^2(t) = U A (T_s - T_a) + m c \frac{d(T_s - T_a)}{dt} \quad (1:01)$$

onde o termo:

–  $\alpha A H(t)$  é a quantidade de energia absorvida pelo sensor devido a radiação incidente, por unidade de tempo;

–  $R_s(t) I_s^2(t)$  é a potência dissipada por efeito Joule no sensor, devido a passagem da corrente elétrica;

-  $UA(T_s - T_a)$  é a quantidade de energia perdida pelo sensor para o meio ambiente que o envolve, por unidade de tempo; e,

-  $mc \frac{d(T_s - T_a)}{dt}$  é a taxa de variação da energia interna do sensor em relação ao tempo.

Supondo que a temperatura do ambiente  $T_a$  que envolve o sensor é constante, a equação (1:01) pode ser expressa como:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{mc} [ \alpha A H(t) + R_s(t) I_s^2(t) - UA (T_s - T_a) ] \quad (1:02)$$

A resistência elétrica ( $R_s$ ) em função da temperatura ( $T$ ) para muitos metais pode ser representada pela equação:

$$R_s = R_o ( 1 + \beta_1 T + \beta_2 T^2 + \beta_3 T^3 + \dots ) \quad (1:03)$$

onde  $R_o$  é a resistência elétrica na temperatura de zero grau Celsius, e  $\beta_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) são os coeficientes térmicos da resistência elétrica. O número de termos da equação (1:03), depende do material e da precisão desejada para a faixa de temperatura de interesse. Para a platina entre zero e 100 °C, tem-se  $\beta_1 = 0,004$  /°C e  $\beta_2 = -0,000000588$  /°C [Doeblin, 1975], [Jones, 1978] e [Norton, 1969].

Os coeficientes  $\beta_n$  da equação (1:03) podem ser determinados experimentalmente aquecendo-se o sensor termo-resistivo e medindo-se diversos valores para a sua resistência elétrica e para a sua temperatura. Na Figura 1.3 apresenta-se a curva da variação da resistência elétrica do sensor com a sua temperatura, para o sensor termo-resistivo utilizado nesta tese. Esta curva foi obtida com este procedimento, aquecendo-se o sensor de 23 °C a 60 °C em uma estufa, com uma radiação incidente nula.

Considerando-se a Figura 1.3, a relação entre a resistência elétrica do sensor com a sua temperatura pode ser expressa como:

$$R_s = R_o ( 1 + \beta T_s ) \quad (1:04)$$

onde:  $R_s$  é a resistência do sensor na temperatura  $T_s$ ,  $R_o$  é a resistência do sensor na temperatura de 0 °C,  $\beta$  ( $\beta = 0,00385$  /°C) é o coeficiente térmico da resistência elétrica do sensor e  $T_s$  é a temperatura do sensor.

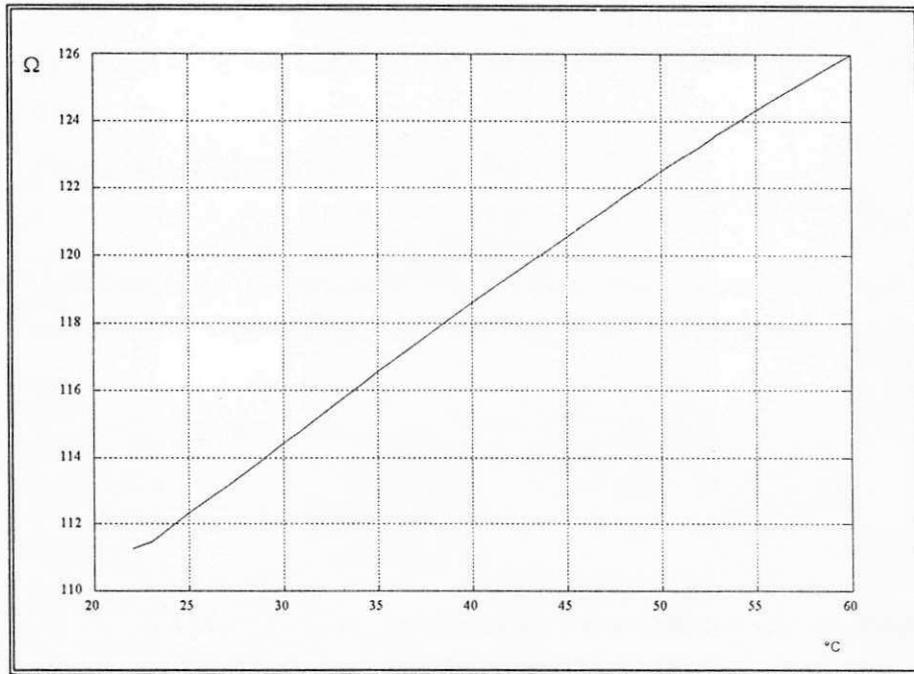


Figura 1.3 - Variação da resistência elétrica do sensor com a temperatura.

O valor determinado experimentalmente para  $\beta$  com base na Figura 1.3, está de acordo com os valores encontrados na literatura [Dally et alii, 1984], [Doebelin, 1975], [Jones, 1978] e [Norton, 1969], o que significa que a equação (1:04) é uma boa aproximação linear para a equação (1:03).

Com o auxílio da equação (1:04), a taxa de variação da resistência elétrica do sensor em função do tempo, pode ser expressa como:

$$\frac{dR_s}{dt} = \beta R_o \frac{dT_s}{dt} \quad (1:05)$$

ou seja,

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\beta R_o} \frac{dR_s}{dt} \quad (1:06)$$

para uma temperatura ambiente constante, onde  $R_o$  é a resistência elétrica do sensor na temperatura de zero grau Celsius.

Substituindo este resultado (equação 1:06) na equação (1:02), tem-se que:

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{\beta R_o}{mc} [ R_s(t) I_s^2(t) - UA (T_s - T_a) + \alpha A H(t) ] \quad (1:07)$$

A equação (1:07) descreve o comportamento da resistência elétrica do sensor, e pode-se observar que a variação da resistência elétrica do sensor apresenta uma relação:

- a) linear com a sua temperatura e com a radiação incidente;
- b) não linear com a corrente elétrica que o atravessa;

Ou seja, a resistência elétrica do sensor termo-resistivo é uma função de sua temperatura e do tipo de excitação imposta ao mesmo, por exemplo: variação da corrente elétrica que o atravessa ou uma variação da radiação incidente.

## 1.4 - Análise da Resposta Dinâmica

A temperatura do sensor termo-resistivo pode ser expressa em função de sua resistência elétrica pela equação,

$$T_s = \frac{R_s(t) (1 + \beta T_a)}{\beta R_a} - \frac{1}{\beta} \quad (1:08)$$

cujo desenvolvimento está apresentado na página 96 do Anexo A.

Substituindo este resultado na equação (1:07) (ver Anexo A, página 96), tem-se a equação (1:09) que descreve o comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo.

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{\beta R_a R_s}{mc} \left( I_s^2(t) - \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} \right) + \frac{\beta R_a}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \alpha AH(t) \right) \quad (1:09)$$

Rearranjando os termos da equação (1:09), tem-se:

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_a}{mc} \left( I_s^2(t) - \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} \right) R_s = \frac{\beta R_a}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \alpha AH(t) \right) \quad (1:10)$$

que pode ser escrita na forma (ver Anexo A, página 97),

$$\frac{dR_s}{dt} + \frac{R_s}{M} = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\alpha \beta A R_a}{mc} H(t) \quad (1:11)$$

para:

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_a I_s^2}{UA}} \quad (1:12)$$

Pode-se concluir pela equação (1:11) que o sensor termo-resistivo comporta-se como um sistema de primeira ordem, com uma constante de tempo aparente ( $M$ ) dada pela equação (1:12), e que esta constante de tempo aparente é função da corrente elétrica que o atravessa.

A variação do valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, em função da corrente elétrica que o atravessa ( $I_s$ ) está apresentada na curva da Figura 1.4.

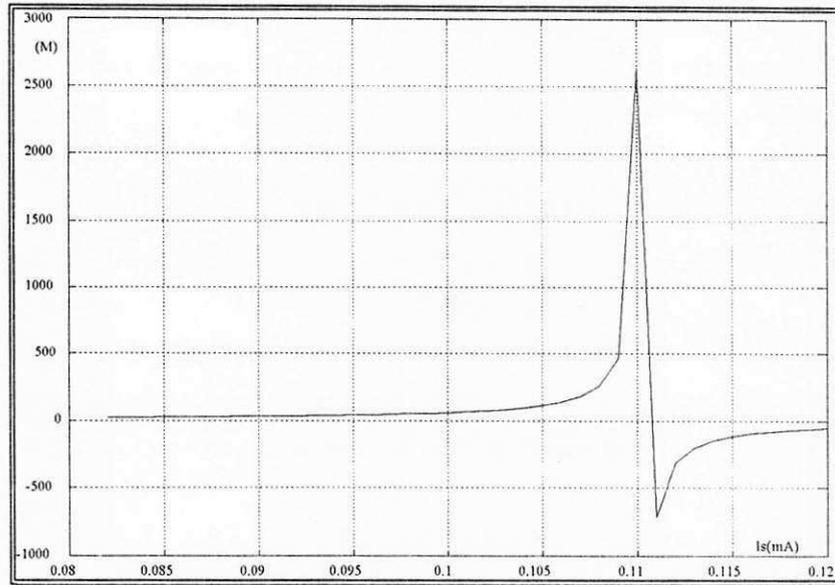


Figura 1.4 - Variação da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor com a corrente elétrica que o atravessa.

Analisando-se a curva apresentada na Figura 1.4, observamos que:

- a** - a constante de tempo aparente ( $M$ ) cresce a partir do valor  $\tau = \frac{mc}{UA}$  com valores positivos, tendendo para infinito, até  $I_s^2 \cong \frac{UA}{\beta R_0}$  ;
- b** - quando  $I_s^2 = \frac{UA}{\beta R_0}$  , ocorre uma descontinuidade no valor de  $M$  (o valor de  $M$  tende para infinito), e;
- c** - para  $I_s^2 > \frac{UA}{\beta R_0}$  ,  $M$  cresce com valores negativos, partindo teoricamente de menos infinito.

Quando a corrente elétrica que atravessa o sensor é nula, a equação (1:10) pode ser escrita na forma:

$$\frac{dR_s}{dt} + \frac{\beta R_a}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} R_s = \frac{\beta R_a}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \alpha AH(t) \right) \quad (1:13)$$

ou;

$$\frac{dR_s}{dt} + \frac{R_s}{\tau} = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\alpha \beta A R_a}{mc} H(t) \quad (1:14)$$

onde,

$$\tau = \frac{mc}{UA} \quad (1:15)$$

este expressão está de acordo com os resultados apresentados por [Dally et alii, 1984] e [Doebelin, 1975].

## 1.5 - Conclusão

Analisando-se o modo de operação do sensor termo-resistivo, com base no princípio da conservação da energia, deduziu-se uma equação (equação 1:11) que rege o seu comportamento dinâmico, em termos das grandezas físicas que o excita. De acordo com esta equação, observa-se que o sensor termo-resistivo tem o comportamento característico de um sistema de primeira ordem, com uma constante de tempo aparente ( $M$ ) expressa pela equação (1:12), e que esta constante de tempo é função da corrente elétrica que o atravessa. Ou seja, se a corrente elétrica é utilizada para excitar o sensor, tem-se um sistema físico de primeira ordem, cuja constante de tempo é função da amplitude de sua excitação.

A equação (1:12) demonstra ainda que se a corrente através do sensor é nula, o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) (equação 1:12) é igual ao valor da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor (equação 1:15), de acordo com a literatura, o que de fato pode ser comprovado pelo apresentado no item 1.4.

Todavia, quando se deseja monitorar a variação da resistência elétrica do sensor, é necessário que este seja atravessado por uma corrente elétrica, o que causa um erro na determinação de sua constante de tempo, mesmo que o sensor seja excitado, por exemplo, com radiação.

Como então eliminar este erro na determinação da constante de tempo do sensor? Fazendo-se a corrente elétrica pequena, tem-se um pequeno erro, uma vez que quando a corrente que atravessa o sensor tende para zero, o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) (equação 1:12), tende para o valor da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) (equação 1:15). Além do mais, tem-se problemas adicionais, como por exemplo, uma baixa relação sinal/ruído na monitoração da resistência elétrica do sensor, para uma pequena variação na resistência elétrica do sensor.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

### CARACTERIZAÇÃO DO SENSOR TERMO-RESISTIVO

#### 2.1 - Introdução

Da análise do comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo apresentada no capítulo 1, tendo por base a equação (1:11), determinou-se que o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, quando este é excitado por uma corrente elétrica, é função desta corrente elétrica. Este valor difere do valor da constante de tempo intrínseca do sensor (equação 1:15), citada na literatura [Dally et alii, 1984] e [Doebelin, 1975].

Esta diferença é causada pela corrente elétrica através do sensor, que é necessária entretanto, para a monitoração da variação da sua resistência elétrica. Em trabalhos anteriores [Deep et alii, 1992], [Freire et alii, 1992], [Lobo et alii, 1992 a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992], apresenta-se valores para a constante de tempo do sensor, numa tentativa inicial de determinação desta, sem se atentar, entretanto, para este detalhe.

Neste capítulo, apresenta-se uma metodologia para a determinação da constante de tempo intrínseca do sensor termo-resistivo com excitação elétrica (degraus de corrente elétrica ou degraus de potência elétrica), e comprova-se o método proposto através da análise do

comportamento dinâmico da resistência elétrica do sensor, quando este é excitado com radiação incidente. Demonstrando-se de modo pleno a possibilidade de determinação do valor da constante de tempo intrínseca e de outros parâmetros do sensor termo-resistivo.

Utiliza-se as técnicas de identificação para a determinação de um modelo bilinear para o sensor termoresistivo, implementando-se as técnicas de estimação recursiva, segundo os critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais [Lima et alii, 1993] e [Lima et alii, 1994].

Finalizando-se, demonstra-se que a aplicação do princípio da equivalência elétrica em estruturas realimentadas, que contém o sensor na malha de realimentação negativa, produz uma redução no tempo de resposta desta estrutura [Deep et alii, 1992], [Lobo et alii, 1992], [Rocha Neto et alii, 1992] e [Rocha Neto, 1993].

## 2.2 - Excitação Elétrica

Objetivando-se a determinação da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor termo-resistivo, a excitação elétrica do sensor termo-resistivo pode ser realizada por meios elétricos, com a aplicação de uma corrente elétrica, ou com a aplicação de potência elétrica. Outra possibilidade de excitação do sensor é a excitação com radiação incidente. Estes casos serão estudados a seguir.

### 2.2.1 - Degraus de corrente elétrica

A análise da resposta dinâmica do sensor termo-resistivo (cf. capítulo 1, item 1.4), mostrou que quando o sensor termo-resistivo é excitado com uma corrente elétrica ( $I_s$ ), sua constante de tempo aparente ( $M$ ) pode ser expressa com o auxílio da equação (1:12). E, analisando-se a curva apresentada na Figura 1.4, observa-se que o valor de  $M$  depende do valor final do degrau de corrente elétrica  $I_s$  que atravessa o sensor termo-resistivo.

Logo, excitando-se o sensor com um degrau de corrente elétrica, de  $\overset{I_i}{\curvearrowright} \overset{I_f1}{\curvearrowleft}$  ou  $\overset{I_i}{\curvearrowleft} \overset{I_f1}{\curvearrowright}$ , pode-se escrever  $M(I_{f1})$ , como sendo:

$$M(I_{f1}) = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_o I_{f1}^2}{UA}} \quad (2:01)$$

e para o sensor excitado por um degrau de corrente elétrica de  $\overset{I_i}{\curvearrowright} \overset{I_f2}{\curvearrowleft}$  ou  $\overset{I_i}{\curvearrowleft} \overset{I_f2}{\curvearrowright}$ , pode-se escrever:

$$M(I_{f2}) = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_o I_{f2}^2}{UA}} \quad (2:02)$$

De modo geral, pode-se escrever que:

$$M(I_f) = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_o I_f^2}{UA}} \quad (2:03)$$

onde  $I_f$  é o valor final do degrau de corrente elétrica que excita o sensor.

Resolvendo-se as equações 2:01 e 2:02, para  $UA$  e  $mc$ , tem-se que:

$$UA = \frac{\beta R_o (n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{(n - 1)} \quad (2:04)$$

e,

$$mc = \beta R_o M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} \quad (2:05)$$

(ver desenvolvimento no Anexo A, página 98), onde:

$$n = \frac{M(I_{f1})}{M(I_{f2})} \quad (2:06)$$

onde,  $n$  é a relação entre duas constantes de tempo aparente, e, com o auxílio da equação (1:15), (ver Anexo A, página 98) pode-se escrever a constante de tempo intrínseca do sensor como sendo:

$$\tau = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:07)$$

A equação (2:07) permite calcular a constante de tempo intrínseca do sensor ( $\tau$ ), a partir do valor de duas constantes de tempo aparente,  $M(I_{f1})$  e  $M(I_{f2})$ , obtidas experimentalmente submetendo-se o sensor a aplicação de dois degraus distintos de corrente elétrica de  $I_i$  para  $I_{f1}$  e de  $I_i$  para  $I_{f2}$ , respectivamente. Esta equação (2:07) permite corrigir, teoricamente, o erro causado na determinação de  $\tau$  através de  $M(I_f)$ , devido a passagem da corrente elétrica ( $I_f$ ), que é

necessária, entretanto, para o aquecimento e monitoração da variação de sua resistência elétrica [Freire et alii, 1994], [Rocha Neto, 1993] e [Rocha Neto et alii, 1994].

Observe-se que esse método permite a determinação da constante de tempo intrínseca do sensor, sem o conhecimento de suas grandezas intrínsecas (massa, área, calor específico e coeficiente global de transferência de calor em relação a área), o que não acontece com a equação (1:15). Nesta equação, necessita-se da determinação dos parâmetros  $m$  (massa)  $A$  (área)  $U$  (coeficiente global de transferência de calor em relação a área) e  $c$  (calor específico).

Considerando-se que os degraus de corrente elétrica (positivos ou negativos) são fáceis de serem obtidos, e que não requerem o conhecimento de grandezas intrínsecas ao sensor, e que os parâmetros  $\beta$  e  $R_o$ , podem ser obtidos (cf. capítulo 1, item 1:3) com boa precisão, reescrevendo-se a equação (2:04) temos que:

$$U = \frac{\beta R_o (n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{A (n - 1)} \quad (2:08)$$

ou seja, se a área ( $A$ ) do sensor é conhecida, submetendo-se o sensor termo-resistivo a dois degraus de corrente elétrica distintos, pode-se determinar o valor do coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ) em relação a área ( $A$ ) do sensor.

Por outro lado, se a massa ( $m$ ) do sensor é conhecida, combinando-se as equações (1:15) e (2:05) (ver Anexo A, página 100), temos que:

$$c = \frac{\beta R_o}{m} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} \quad (2:09)$$

deste modo, determina-se com este método o calor específico ( $c$ ) do sensor, excitando-o com dois degraus distintos de corrente elétrica.

Resumindo a caracterização do sensor termo-resistivo, excitando-o com degraus de corrente elétrica, pode ser implementada do seguinte modo:

i) excita-se o sensor com um degrau de corrente elétrica de  $I_i$  para  $I_{f1}$  e determina-se o valor de  $M(I_{f1})$  a partir da análise da curva de  $R_s(t)$  ( $R_s$  versus  $t$ ), com o auxílio de um algoritmo de interpolação;

ii) excita-se o sensor com um degrau de corrente elétrica de  $I_i$  para  $I_{f2}$  e determina-se o valor de  $M(I_{f2})$ , a partir da análise da curva de  $R_s(t)$  com o auxílio de um algoritmo de interpolação;

iii) conhecidos  $M(I_{f1})$  e  $M(I_{f2})$ , pode-se determinar  $n$  (equação 2:06), e conseqüentemente, o valor de  $\tau$  (equação 2:07);

iv) pode-se determinar os produtos  $UA$  (equação 2:04) e  $mc$  (equação 2:05), sem o conhecimento dos parâmetros intrínsecos do sensor termo-resistivo (massa, área, calor específico e coeficiente global de transferência de calor).

v) conhecendo-se a área do sensor ( $A$ ) pode-se determinar o seu coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ) em relação a área ( $A$ ) (equação 2:08);

vi) conhecendo-se a massa ( $m$ ) do sensor, pode-se determinar o seu calor específico ( $c$ ) (equação 2:09);

Ressalte-se que, para a implementação desta metodologia, muitos fatores devem ser considerados, tais como: ruídos de medição, interferências externas, limitação da resolução dos conversores A/D e erros de aproximação do algoritmo de interpolação utilizado para a determinação das constantes de tempo aparente  $M(I_{f1})$  e  $M(I_{f2})$ .

### 2.2.1.1 - Seleção dos níveis de corrente elétrica

Com o objetivo de se analisar os erros introduzidos pelo algoritmo de interpolação, utilizado na determinação de  $M(I_{f1})$  e  $M(I_{f2})$ , a curva de  $R_s(t)$  pode ser obtida, resolvendo-se numericamente a equação característica do sensor termo-resistivo (equação 1:11), com os valores apresentados na Tabela 1.1, para a aplicação de um degrau de corrente elétrica no sensor.

Para a excitação do sensor com um degrau de corrente elétrica de  $I_i \rightarrow I_f$  ou  $I_i \leftarrow I_f$  na ausência de radiação incidente,  $H(t) = 0$ , tem-se que (ver Anexo A, página 101):

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_f^2} \left( 1 + \frac{\beta R_o (I_i^2 - I_f^2)}{UA - \beta R_o I_i^2} e^{-\frac{t}{M}} \right) \quad (2:10)$$

onde,  $I_i$  e  $I_f$  são os níveis inicial e final, respectivamente, do degrau de corrente elétrica aplicado ao sensor termo-resistivo, e:

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_o I_f^2}{UA}} \quad (2:10a)$$

de acordo com a equação (1:12).

Resolvendo-se numericamente a equação (2:10), com os valores apresentados na Tabela 1.1, para a excitação do sensor termo-resistivo para diversos degraus de corrente elétrica, obtém-se as curvas apresentadas nas Figuras 2.1 e 2.2 para degraus de corrente elétrica positivos e negativos, respectivamente, aplicados no instante  $t = 50$  s.

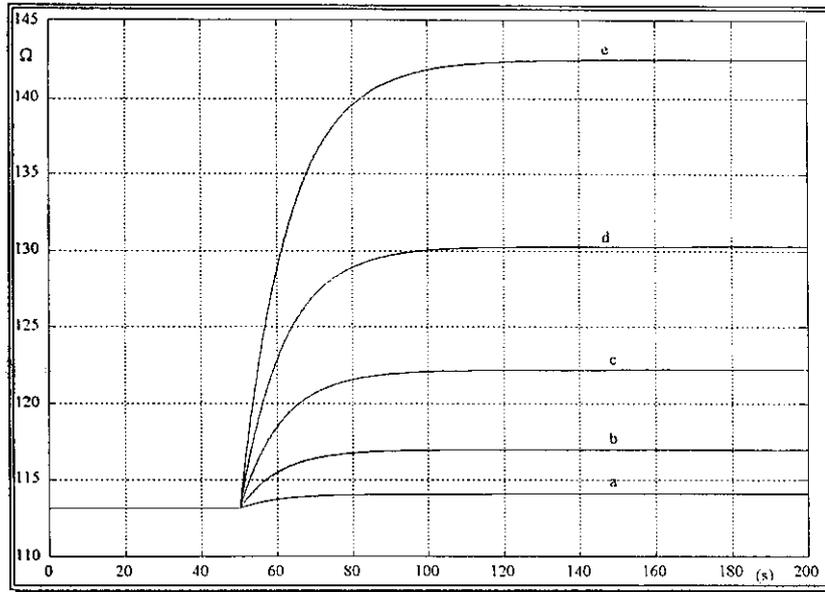


Figura 2.1 - Curvas de  $R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica de 1 mA para: a) 10 mA; b) 20 mA; c) 30 mA; d) 40 mA e e) 50 mA.

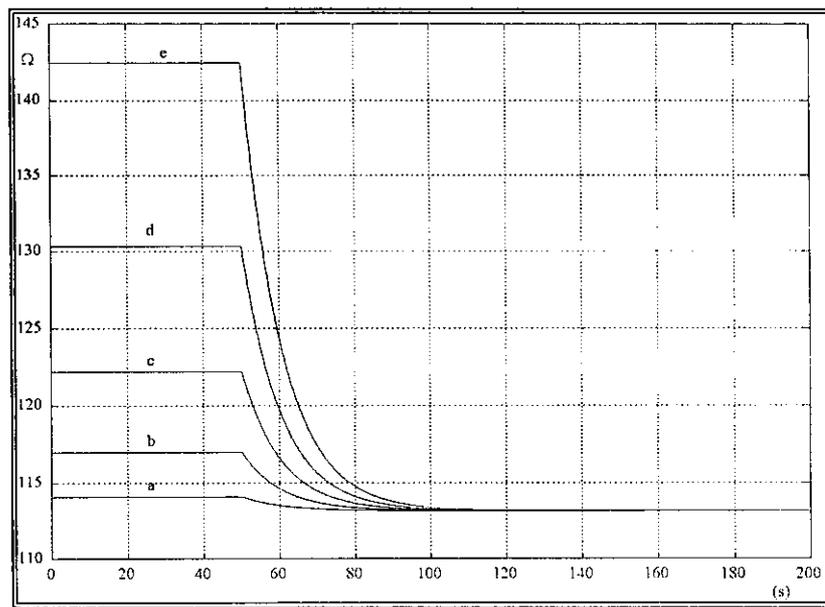


Figura 2.2 - Curvas de  $R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica de a) 10 mA; b) 20 mA; c) 30 mA; d) 40 mA e e) 50 mA para 1 mA.

Com o auxílio de um algoritmo de interpolação [Nelder & Mead, 1965], [Press et alii, 1988] pode-se determinar a constante de tempo aparente do sensor termo-resistivo, correspondente a cada uma das curvas apresentadas nas Figuras 2.1 e 2.2, e na Tabela 2.1 apresenta-se estes

valores e o erro percentual de  $M(I_p)$  calculados em relação ao valor de  $\tau = 10,272$  s determinado pela equação (1:15), considerando-se os valores apresentados na Tabela 1.1.

Tabela 2.1 - Valores da constante de tempo aparente  $M(I_p)$  do sensor termo-resistivo para as curvas apresentadas nas Figuras 2.1 e 2.2.

Degraus (mA)	$M(I_p)$	e (%)
1 - 10	10,391	-1,112
1 - 20	10,651	-3,643
1 - 30	11,121	-8,218
1 - 40	11,863	-15,438
1 - 50	12,964	-26,151
50 - 1	10,299	-0,221
40 - 1	10,300	-0,226
30 - 1	10,301	-0,237
20 - 1	10,308	-0,302
10 - 1	10,299	-0,220

Observe-se que o erro percentual e(%) apresentado na Tabela 2.1 depende do valor final da corrente de excitação do sensor e que, para a excitação do sensor com degraus negativos, os valores de  $M(I_p)$  determinados com o auxílio do algoritmo de interpolação são aproximadamente iguais, o que está de acordo com a equação (2:10), uma vez que a corrente final é a mesma. Considerando-se dois a dois os valores apresentados para a constante de tempo aparente ( $M$ ) na Tabela 2.1, pode-se construir a Tabela 2.2, com o auxílio das equações (2:06), (2:07), (2:08) e (2:09).

Tabela 2.2 - Valores dos parâmetros  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , do sensor termo-resistivo obtidos com a metodologia proposta

Degraus (mA)	$M(I_p)$	$M(I_p)$	$n$	$\tau$	$U$	$c$
1-10 / 1-20	10,391	10,651	0,975	10,307	244,375	736,527
1-10 / 1-30	10,391	11,121	0,934	10,306	242,334	730,325
1-10 / 1-40	10,391	11,863	0,875	10,306	240,420	724,509
1-10 / 1-50	10,391	12,964	0,801	10,306	240,514	724,797
1-10 / 10-1	10,391	10,299	1,008	10,298	221,673	667,548
1-20 / 20-1	10,651	10,300	1,034	10,299	238,815	719,211
1-30 / 30-1	11,121	10,301	1,079	10,300	240,516	724,412
1-40 / 40-1	11,863	10,308	1,150	10,307	240,606	725,154
1-50 / 50-1	12,964	10,299	1,258	10,298	239,859	722,311

Analisando-se os valores apresentados na Tabela 2.2, (considerando-se os valores apresentados na Tabela 1.1 como verdadeiros) para os parâmetros do sensor termo-resistivo observamos que:

a) o valor de  $n$  deve ser o mais afastado possível da unidade, objetivando-se minimizar o erro cometido na determinação dos parâmetros  $\tau$ ,  $U$  e  $c$  (equações 2:07, 2:08 e 2:09);

b) para que o valor de  $n$  seja máximo ( $n > 1$ ),  $M(I_{f1})$  deve ser o maior possível e  $M(I_{f2})$  o menor possível (equação 2:06);

c) para que  $M(I_{f1})$  seja o maior possível, o valor de  $I_{f1}$  deve tender para  $\sqrt{\frac{UA}{\beta R_0}}$  (equação 2:01), e para que  $M(I_{f2})$  seja o menor possível  $I_{f2}$  deve tender para zero (equação 2:02), e;

d) os valores determinados para  $n$ ,  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , dependem do erro cometido na determinação de  $M(I_{f1})$  e  $M(I_{f2})$  pelo algoritmo de interpolação.

Os valores limites das corrente  $I_{f1}$  e  $I_{f2}$ , necessários para minimizar os erros na determinação dos parâmetros do sensor, devem ser teoricamente:

a) máximo;  $I_{f1} = \sqrt{\frac{UA}{\beta R_0}}$ , que de acordo com os valores expressos no capítulo 1, resulta num valor de  $I_{f1} = 110,26$  mA. Entretanto, para este valor  $M(I_{f1})$  tende para infinito, e o limite de corrente através do sensor é ultrapassado. Deve-se então, escolher  $I_{f1}$  de modo que o limite de corrente máxima através do sensor seja observado, garantindo-se a integridade física do mesmo.

b) mínimo;  $I_{f2} = 0$ , o que implica em  $M(I_{f2}) = \tau$  (equação 2:02), todavia, este valor impossibilita a monitoração da variação da resistência elétrica do sensor, uma vez que a corrente elétrica através do mesmo é nula. Logo deve-se escolher  $I_{f2}$  o menor possível, de modo que possibilite a monitoração de  $\Delta R_s(t)$ , observando-se fatores tais como: a relação sinal/ruído do sistema de monitoração da variação de  $R_s(t)$ , a resolução do conversor A/D utilizado, etc.

Como os valores de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , expressos pelas equações (2:07), (2:08) e (2:09) dependem, dentre outros fatores (por exemplo: ruídos de medição, limitação da resolução dos conversores A/D) que não estão sendo considerados, e do valor de  $n$  (equação 2:06), apresenta-se a seguir uma análise da sensibilidade deste parâmetros em relação a apenas este fator ( $n$ ).

### 2.2.1.2 - Análise da sensibilidade

Analisando as equações (2:07), (2:08) e (2:09) observa-se que os valores da constante de tempo do sensor, do coeficiente global de transferência de calor em relação a área, e do calor específico do sensor, respectivamente, dependem do valor do termo  $n$  (equação 2:06), que é uma relação entre duas constantes de tempo aparentes, determinadas pelo algoritmo de interpolação.

Ou seja, pequenos erros na determinação dos valores destas constantes de tempo aparente, afetam o valor de  $n$ , e conseqüentemente, os valores das grandezas determinadas por estas equações. Deste modo, a sensibilidade destas grandezas em relação a  $n$ , deve ser analisada, objetivando-se minimizar os erros na determinação dos valores de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ .

As sensibilidades destes parâmetros em relação ao valor de  $n$ , podem ser expressas matematicamente (ver deduções no Anexo A, páginas 103 a 105) como sendo:

$$\frac{\partial \tau}{\partial n} = M_1 \frac{I_{f1}^2 I_{f2}^2 - I_{f1}^4}{(n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)^2} \quad (2:11)$$

onde  $\frac{\partial \tau}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $\tau$  em relação a  $n$ , para todo  $n \neq \frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2}$ ,

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\beta R_o (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)}{A (n - 1)^2} \quad (2:12)$$

onde  $\frac{\partial U}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $U$  em relação a  $n$ , para todo  $n \neq 1$ ;

$$\frac{\partial c}{\partial n} = \frac{\beta R_o M_1}{m} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{(n-1)^2} \quad (2:13)$$

onde  $\frac{\partial c}{\partial n}$  é a sensibilidade de  $c$  em relação a  $n$ , para todo  $n \neq 1$ ;

As curvas apresentadas nas Figuras 2.3, 2.4 e 2.5, obtidas considerando-se os valores apresentados na Tabela 1.1, descrevem o comportamento de  $\frac{\partial \tau}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial c}{\partial n}$  e  $\frac{\partial U}{\partial n}$  expressos pelas equações (2:11), (2:12) e (2:13), respectivamente.

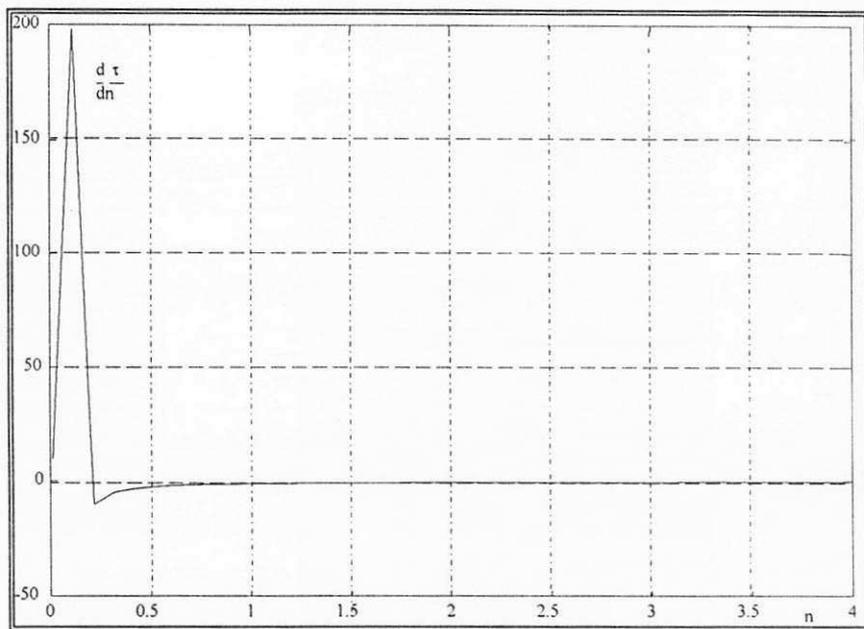


Figura 2.3 - Curva da sensibilidade de  $\tau$  em relação a  $n$  calculada pela equação (2:11).

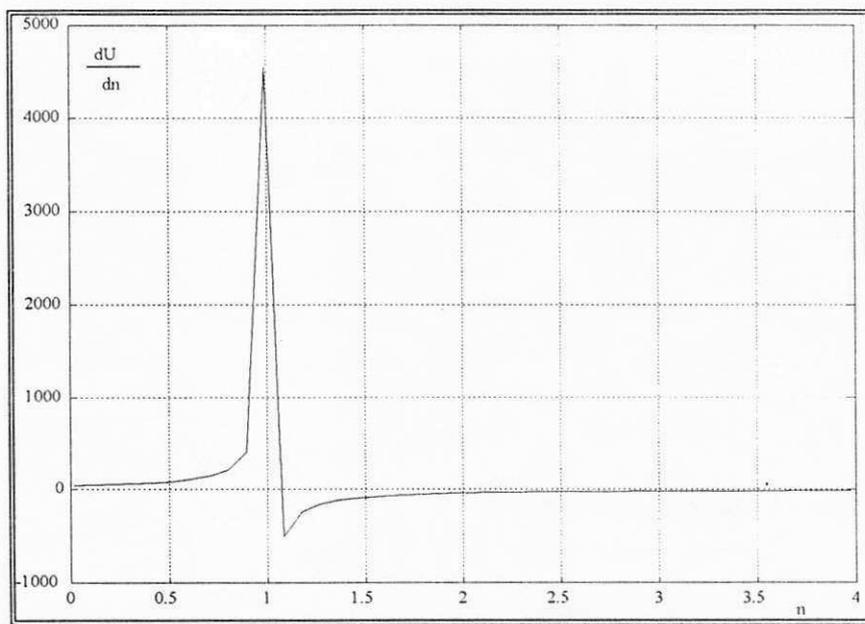


Figura 2.4 - Curva da sensibilidade de  $U$  em relação a  $n$  calculada pela equação (2:12).

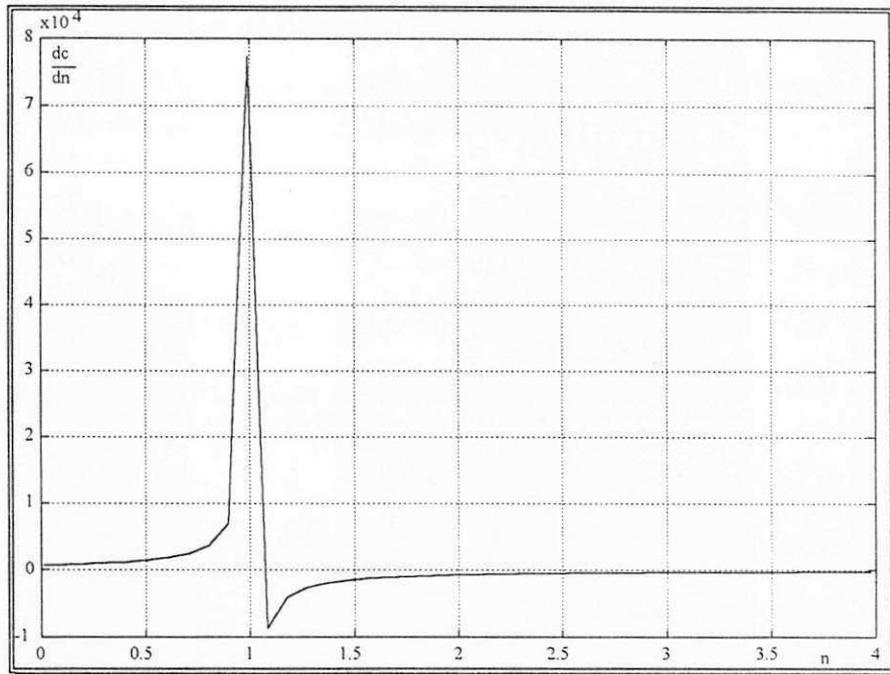


Figura 2.5 - Curva da sensibilidade de  $c$  em relação a  $n$  calculada pela equação (2:13).

Para as curvas apresentadas pelas Figuras 2.3, 2.4 e 2.5, não foram plotados (por razões óbvias) os pontos de valor máximo, e observa-se que:

a) as sensibilidades de  $\frac{\partial \tau}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial U}{\partial n}$  e  $\frac{\partial c}{\partial n}$  expressas pelas equações (2:11), (2:12) e (2:13) tendem para zero, quando  $n > 1$ ;

b) quando  $n = \frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2}$ , a sensibilidade de  $\tau$  tende para infinito;

c) quando  $n = 1$ , as sensibilidades de  $U$  e  $c$ , tendem para infinito;

deste modo, deve-se evitar valores de  $n$  em torno da unidade, devido as sensibilidades de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ .

Fazendo-se  $n > 1$ , satisfaz-se as condições apresentadas, entretanto os valores práticos admissíveis para as correntes  $I_{f1}$  e  $I_{f2}$ , devem ser observados, conforme o descrito no item anterior.

As equações (2:11), (2:12) e (2:13) expressam as sensibilidade de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$  em relação a  $n$ , mas não permitem comparar o efeito de uma variação em  $n$ , nos valores determinados para estas

grandezas ( $\tau$ ,  $U$  e  $c$ ). Este fato pode ser melhor avaliado, se estas sensibilidades forem expressas em termos de seus valores normalizados, de acordo com as equações (2:14), (2:15) e (2:16), cujas deduções estão apresentadas no Anexo A, páginas 106 a 111:

i) sensibilidade normalizada de  $\tau$ .

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{n}{\frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2} - n} \quad (2:14)$$

ou;

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{1 - \frac{\beta R_o I_{f2}^2}{UA}}{\frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2} - 1} \quad (2:14a)$$

ii) sensibilidade normalizada de  $U$ .

$$\frac{\partial U / U}{\partial n / n} = \frac{n}{n-1} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:15)$$

ou;

$$\frac{\partial U / U}{\partial n / n} = \frac{(UA - \beta R_o I_{f1}^2) (UA - \beta R_o I_{f2}^2)}{\beta R_o UA (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)} \quad (2:15a)$$

iii) sensibilidade normalizada de  $c$ .

$$\frac{\partial c / c}{\partial n / n} = \frac{n}{1-n} \quad (2:16)$$

ou;

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{\beta R_o (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)} \quad (2:16a)$$

As equações (2:14), (2:15) e (2:16) são válidas para  $n \neq 1$  de acordo com a equação (2:11), e as equações (2:14a), (2:15a) e (2:16a) são válida para  $I_{f2} \neq I_{f1}$ . Se  $I_{f2} = I_{f1}$  tem-se  $M(I_{f2}) = M(I_{f1})$ , ou seja os dois degraus de corrente elétrica são idênticos. Observe-se que as condições anteriormente citadas para o valor de  $n$  e para os valores máximos e mínimos das correntes de excitação do sensor são repetidas pelas equações (2:14a), (2:15a) e (2:16a).

Resolvendo-se as equações (2:14), (2:15) e (2:16) obtem-se as curvas apresentadas nas Figuras 2.6, 2.7 e 2.8 para as sensibilidades normalizadas de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , respectivamente.

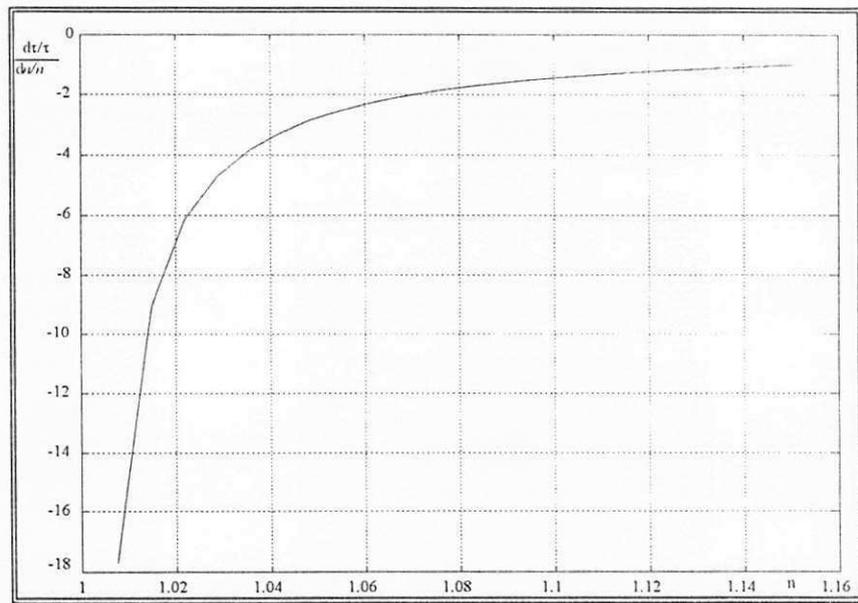


Figura 2.6 - Curva da sensibilidade normalizada de  $\tau$ .

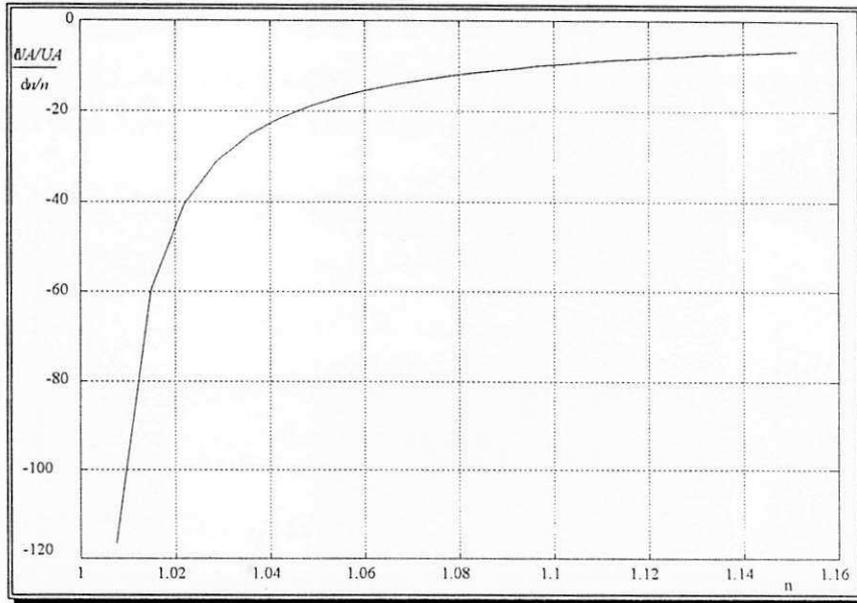


Figura 2.7 - Curva da sensibilidade normalizada de  $U$ .

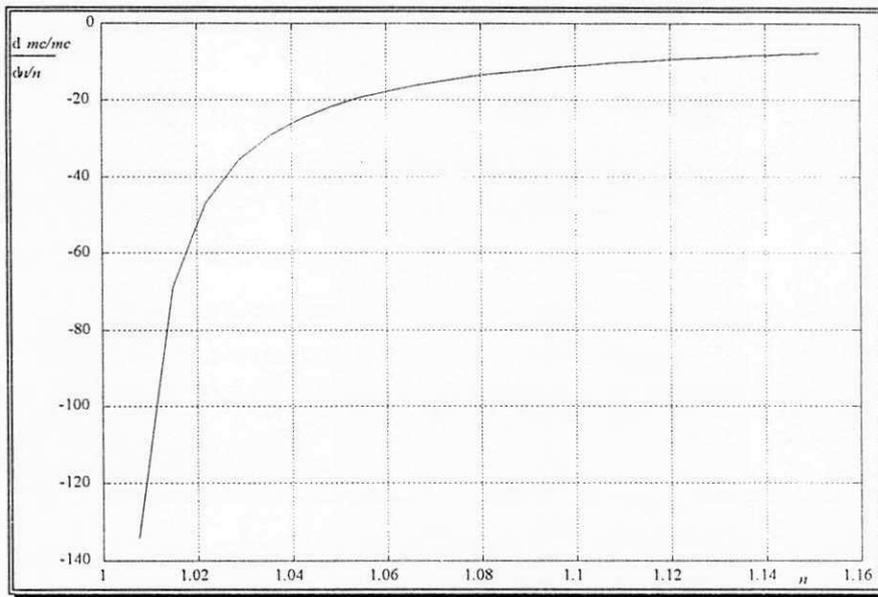


Figura 2.8 - Curva da sensibilidade normalizada de  $c$ .

Na Figura 2.9, apresenta-se as curvas da sensibilidade normalizada de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , curvas a, b e c, respectivamente, e pode-se observar que, para uma mesma variação torno de um determinado valor de  $n$ , estas sensibilidades podem ser completamente diferentes, especialmente para as grandezas  $U$  e  $c$ .

Deste modo, conhecendo-se o valor de  $n$ , pode-se determinar o efeito que uma variação em torno deste valor, causa na determinação dos parâmetros  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , e observa-se que esta variação é mais acentuada para valores de  $n$  em torno da unidade.

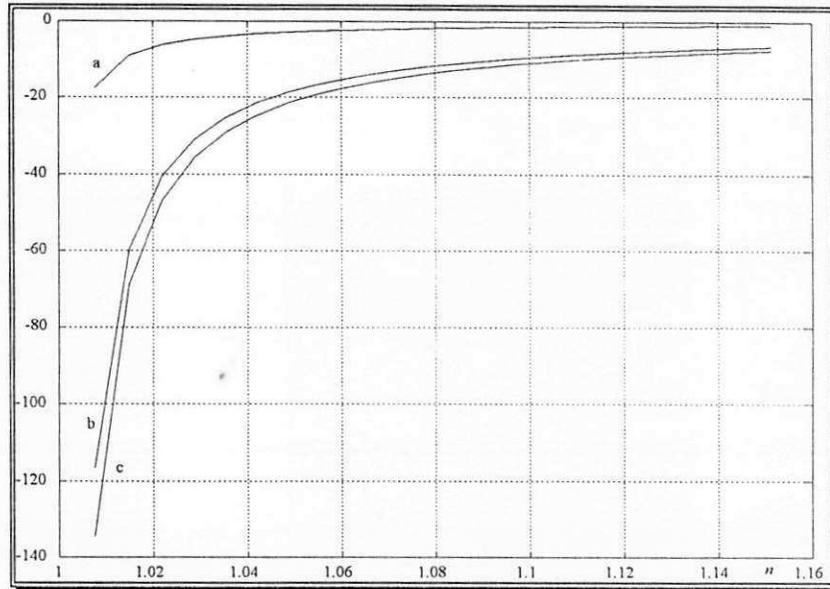


Figura 2.9 - Curvas da sensibilidade normalizadas de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , curvas a, b e c, respectivamente.

Considerando-se o exposto no item 2.2.1, se a massa ( $m$ ) e a área ( $A$ ) do sensor não são conhecidas, as sensibilidades normalizadas de  $UA$  e  $mc$  podem ser expressas pelas equações (2:15, 2:15a) e (2:16, 2:16a), respectivamente, e o exposto pelas Figuras 2.7, 2.8 e 2.9, são válidos para os termos  $UA$  e  $mc$ , uma vez que as expressões da sensibilidade normalizadas em relação ao termo  $n$  são matematicamente iguais.

### 2.2.2 - Potência elétrica

A excitação do sensor termo-resistivo com um degrau de potência elétrica pode ser implementada, dentre outras formas, aplicando-se ao sensor um degrau de corrente elétrica pulsada (Figura 2.10), e realizando-se o controle do ciclo de trabalho da corrente pulsada, de modo a se manter o produto  $R_s I_{ef}^2$  constante.

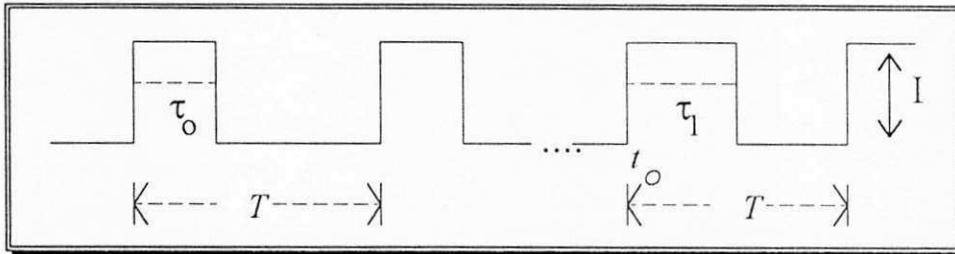


Figura 2.10 - Representação da forma de onda da corrente elétrica através do sensor

Aplicando-se ao sensor uma corrente elétrica pulsada de valor eficaz  $I_{ef0}$ , após atingido o equilíbrio térmico, a potência elétrica dissipada por efeito Joule no sensor é dada por:

$$P_{eo} = R_{so} I_{ef0}^2 \quad (2:17)$$

No instante  $t_0$  (Figura 2.10) aplica-se um degrau de corrente pulsada, variando-se o ciclo de trabalho de  $\frac{\tau_0}{T}$  para  $\frac{\tau_1}{T}$ , e a potência elétrica dissipada pelo sensor pode ser expressa como:

$$P_{e1} = R_{so} I_{ef1}^2 \quad (2:18)$$

para,

$$I_{ef0} = I \sqrt{\frac{\tau_0}{T}} \quad (2:19)$$

$$I_{ef1} = I_{ef0} + \Delta I_{ef0} = I \sqrt{\frac{\tau_0 + \Delta \tau_0}{T}} \quad (2:20)$$

onde:  $I_{ef0}$  é o valor eficaz da corrente elétrica;  $I$  é a amplitude do degrau de corrente elétrica pulsada;  $\frac{\tau_0}{T}$  é o ciclo de trabalho inicial;  $\frac{\Delta\tau_0}{T}$  é o incremento do ciclo de trabalho; e  $T$  é o período da corrente pulsada,  $R_{s0}$  e  $R_{s1}$  são os valores da resistência elétrica do sensor, quando excitado com as correntes elétricas  $I_{ef0}$  e  $I_{ef1}$ , respectivamente.

Devido a passagem da corrente elétrica através do sensor, a resistência elétrica tende a aumentar para um valor  $R_{s1}$  dado por:

$$R_{s1} = R_{s0} + \Delta R \quad (2:21)$$

e a potência elétrica dissipada por efeito Joule passa a ser:

$$P_{e2} = R_{s1} I_{ef1}^2 = (R_{s0} + \Delta R) (I_{ef0} + \Delta I_{ef0})^2 \quad (2:22)$$

Como se deseja excitar o sensor com um degrau de potência elétrica, deve-se reduzir o ciclo de trabalho do pulso de corrente, diminuindo-se deste modo o valor da corrente elétrica eficaz através do sensor, de modo a compensar o efeito (aumento) da variação de sua resistência elétrica.

Neste caso, a potência elétrica dissipada por efeito Joule será dada por:

$$P_{e3} = R_{s1} I_{efs}^2 = (R_{s0} + \Delta R) (I_{ef1} - \Delta I_{ef})^2 \quad (2:23)$$

onde:  $\Delta I_{ef}$  é a variação do valor eficaz da corrente necessária para manter a potência elétrica constante, ou seja:

$$P_{e1} = P_{e3} \quad (2:24)$$

$$R_{s0} I_{ef1}^2 = (R_{s0} + \Delta R) (I_{ef1} - \Delta I_{ef})^2 \quad (2:25)$$

resolvendo a equação (2:25) para o termo  $\Delta I_{ef}$  (ver Anexo A, página 112), tem-se que:

$$\Delta I_{ef} = -I_{ef1} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{R_{s0}}{R_{s0} + \Delta R}} \right) \quad (2:26)$$

A equação (2:26) pode ser expressa em função da variação do ciclo de trabalho da corrente elétrica  $I_{eff}$  como sendo:

$$\frac{\Delta\tau}{T} = - \frac{\tau_1 \Delta R}{T(R_{so} + \Delta R)} = - \frac{\frac{\tau_1}{T}}{1 + \frac{R_{so}}{\Delta R}} \quad (2:27)$$

ou,

$$\Delta\tau = - \frac{\tau_1 \Delta R}{(R_{so} + \Delta R)} = - \frac{\tau_1}{1 + \frac{R_{so}}{\Delta R}} \quad (2:27a)$$

A equação (2:27) (deduzida no Anexo A, página 113) representa o valor da variação do ciclo de trabalho  $(\frac{\Delta\tau}{T})$ , necessária para se manter a potência elétrica constante apesar da variação da resistência elétrica do sensor termo-resistivo. O sinal negativo nas equações (2:26) e (2:27) indica que a variação da corrente eficaz deve ser contrário a variação da resistência elétrica que atravessa o sensor.

Na Figura 2.11 apresenta-se em diagrama de blocos, uma estrutura que permite a aplicação de um degrau de potência elétrica no sensor termo-resistivo.

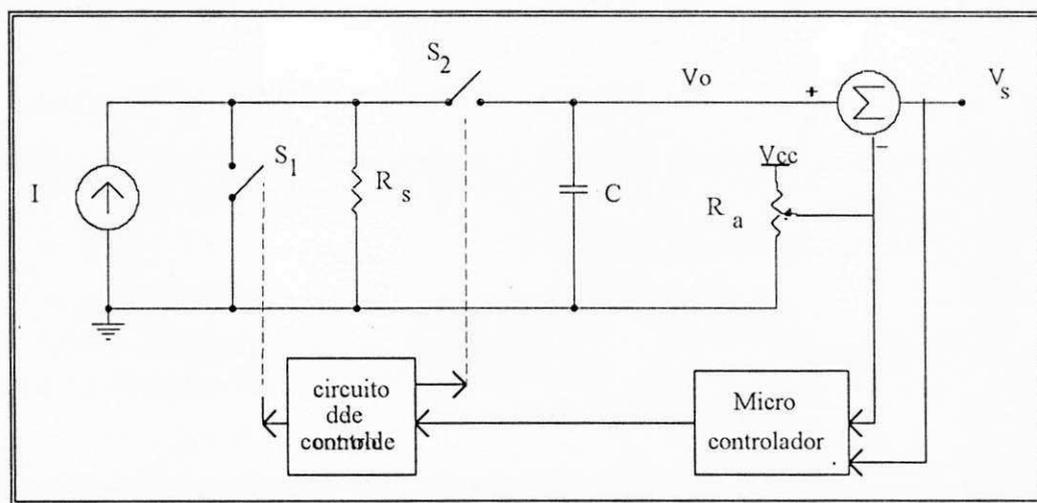


Figura 2.11 - Diagrama básico para a aplicação de um degrau de potência elétrica no sensor

No diagrama apresentado na Figura 2.11 o bloco microcontrolador tem como função acionar o circuito de controle das chaves  $S_1$  e  $S_2$ , de modo a manter a potência elétrica dissipada pelo sensor constante, através do controle do ciclo de trabalho da corrente elétrica  $I$ , isto é, reduzir ou aumentar o valor da corrente eficaz através do sensor de modo a compensar a variação da resistência elétrica do mesmo.

A informação necessária para a realização do controle (aumento ou diminuição) do ciclo de trabalho, é obtida através de amostras da tensão de saída  $V_s$  e do valor inicial da resistência  $R_a$ , que é usado para se determinar a tensão de referência inicial.

Observe que realizando-se a excitação do sensor termo-resistivo com um degraus de potência elétrica, determina-se diretamente o valor da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor, uma vez que a equação (1:10),

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_a I_s^2}{mc} R_s + \frac{UA}{mc} R_s = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\beta R_a}{mc} \alpha AH(t)$$

pode ser escrita como:

$$\frac{dR_s}{dt} + \frac{R_s}{\frac{mc}{UA}} = \frac{\beta R_a}{mc} P_e + \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\beta R_a}{mc} \alpha AH(t) \quad (2:28)$$

uma vez que  $I_s^2 R_s = P_e$ , onde  $P_e$  é a potência elétrica no sensor que é mantida constante. A equação (2:28) tem a mesma forma da equação (1:11), com uma constante de tempo dada por:

$$\tau = \frac{mc}{UA} \quad (2:29)$$

de acordo com a equação (1:15).

De acordo com a equação (2:28) mantendo-se a potência elétrica no sensor constante, determina-se diretamente o valor da constante de tempo intrínseca do sensor, independentemente, do valor da corrente elétrica que atravessa o sensor, todavia, com este procedimento não se pode determinar os outros parâmetros do sensor termo-resistivo, tal como descrito no item 2.2.1.

### 2.3 - Excitação por Radiação

Para se monitorar a variação da resistência elétrica do sensor, quando este é excitado com degraus de radiação, necessita-se de uma corrente elétrica através do sensor, de modo que se possa medir a variação de sua resistência elétrica. Neste caso, pode-se escrever com o auxílio da equação (1.11) que para a excitação do sensor com um degrau de radiação  $\theta \xrightarrow{H(t)}$  a sua resistência elétrica pode ser expressa como (ver Anexo A, página 114):

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} (1 - e^{-t/M}) \quad (2:30)$$

E, para a aplicação de um degrau negativo de radiação  $H(t) \xrightarrow{\downarrow} 0$  (obstrução da radiação) a sua resistência elétrica pode ser expressa como (ver Anexo A, página 116):

$$R_s(t) = \frac{UAR_a + \beta R_o \alpha AH(t) e^{-t/M}}{UA - \beta R_o I_s^2} \quad (2:31)$$

onde:

$$M = \frac{mc}{UA - \beta R_o I_s^2} \quad (2:32)$$

de acordo com a equação (1:12).

Observe-se que o valor da resistência elétrica do sensor expressa pelas equações (2:30) e (2:31) depende do valor da corrente elétrica que atravessa o sensor, necessária para a sua monitoração e da amplitude do degrau de radiação a que é submetido.

Entretanto, o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor varia com o valor da corrente elétrica que o atravessa, de acordo com as equações (2:32) e (1:12). Deste modo, submetendo-se o sensor a diferentes degraus de radiação, deve-se obter diferentes valores para  $R_s(t)$ , expresso pela equação (2:30) para degraus positivos de radiação (incidência de radiação) e para degraus negativos de radiação (obstrução da radiação) pela equação (2:31), todavia, com a mesma contante de tempo aparente ( $M$ ) expressa pela equação (2:32).

Resolvendo-se numericamente a equação (2:30), com os valores apresentados na Tabela 1.1, para a excitação do sensor com um mesmo degrau de radiação  $0 \uparrow H(t)$ , quando este é atravessado por correntes elétricas diferentes, obtêm-se as curvas apresentadas na Figura 2.12.

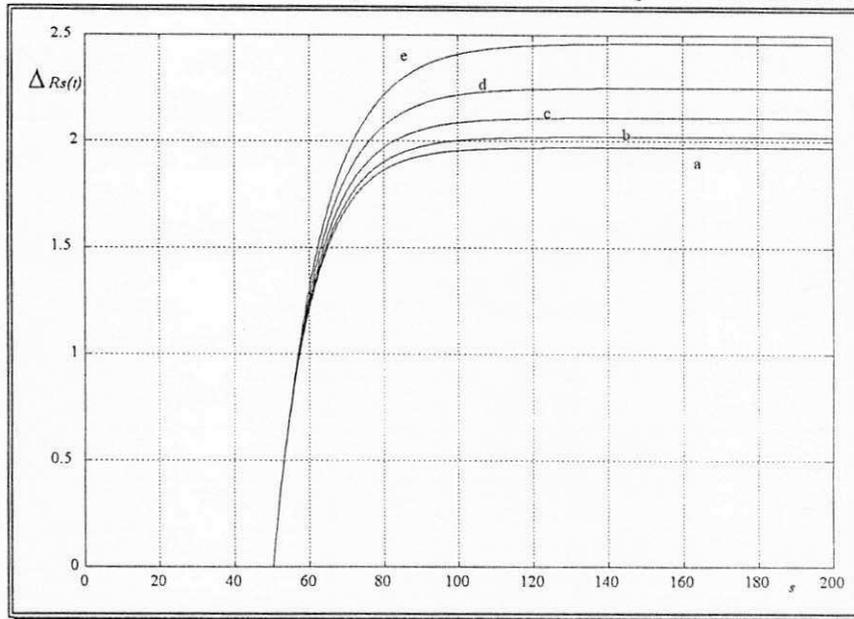


Figura 2.12 - Curvas de  $\Delta R_s(t)$  obtidas por simulação excitando-se o sensor com um degrau de radiação, quando este atravessado por níveis de corrente elétrica diferentes

De modo análogo, para a excitação do sensor com diferentes degraus de radiação, quando este é atravessado pela mesma corrente elétrica, obtêm-se as curvas apresentadas na Figura 2.13.

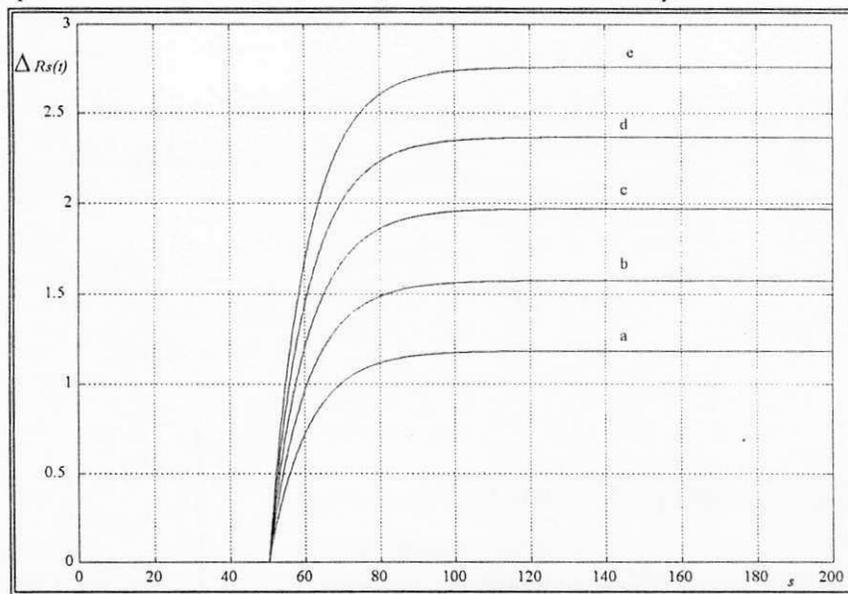


Figura 2.13 - Curvas de  $\Delta R_s(t)$  obtidas por simulação excitando-se o sensor com diferentes degraus de radiação, quando este é atravessado pelo mesmo nível de corrente elétrica

Calculando-se os valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo, com o algoritmo de interpolação [Nelder & Mead, 1965] e [Press et alii, 1988], para as curvas apresentadas nas Figuras 2.12 e 2.13, pode-se construir as Tabelas 2.3 e 2.4, respectivamente.

Tabela 2.3 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, obtidas excitando-o com o mesmo degrau de radiação, quando este é atravessado por níveis diferentes de corrente elétrica

Curvas da Figura 2.12	Corrente de Excitação	Degrau de Radiação	Constante de tempo aparente
(a)	10 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	10,358 s
(b)	20 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	10,623 s
(c)	30 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	11,100 s
(d)	40 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	11,839 s
(e)	50 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	12,934 s

Tabela 2.4 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, obtidas excitando-o com degraus de radiação de amplitude diferentes, quando este é atravessado pela mesma corrente elétrica.

Curvas da Figura 2.13	Corrente de Excitação	Degrau de Radiação	Constante de tempo aparente
(a)	10 mA	0 - 750 W/m <sup>2</sup>	10,386 s
(b)	10 mA	0 - 1000 W/m <sup>2</sup>	10,396 s
(c)	10 mA	0 - 1250 W/m <sup>2</sup>	10,385 s
(d)	10 mA	0 - 1500 W/m <sup>2</sup>	10,391 s
(e)	10 mA	0 - 1750 W/m <sup>2</sup>	10,381 s

Observe-se que os valores determinados para a constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, expressos nas Tabelas 2.3 e 2.4, obtidos excitando-se o sensor com um degrau de radiação incidente, concordam com os valores obtidos excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica, cujo valor final seja igual a corrente que atravessa o sensor, quando este é excitado com um degrau de radiação incidente.

Deste modo, pode-se validar a caracterização do sensor termoresistivos por meios elétricos, quando se excita o sensor com degraus de corrente elétrica, submetendo-se o sensor a excitação com degraus de radiação, quando este é atravessado por níveis de correntes distintos, ou seja:

a) submete-se o sensor termo-resistivo a um determinado nível de corrente elétrica  $I_1$ , após atingido o equilíbrio térmico, excita-se o sensor com um degrau de radiação, e determina-se a sua constante de tempo aparente  $M_1$ , a partir da análise da curva de  $R_s(t)$  com o auxílio de um algoritmo de interpolação de regressão linear;

b) submete-se o sensor termo-resistivo a um determinado nível de corrente elétrica  $I_2$ , após atingido o equilíbrio térmico, excita-se o sensor com um degrau de radiação, e determina-se a sua constante de tempo aparente  $M_2$ , a partir da análise da curva de  $R_s(t)$  com o auxílio de um algoritmo de interpolação;

c) conhecidos  $M_1$  e  $M_2$ , pode-se determinar  $n$  (equação 2:06), e conseqüentemente, o valor de  $\tau$  (equação 2:07);

d) determina-se os produtos  $UA$  (equação 2:04) e  $mc$  (equação 2:05), sem o conhecimento dos parâmetros intrínsecos do sensor termo-resistivo (massa, área, calor específico e coeficiente global de transferência de calor em relação a área).

e) conhecendo-se a área do sensor ( $A$ ) pode-se determinar o seu coeficiente global de transferência de calor ( $U$ ) em relação a área ( $A$ ) (equação 2:08);

f) conhecendo-se a massa ( $m$ ) do sensor, pode-se determinar o seu calor específico ( $c$ ) (equação 2:09);

Observe-se que as etapas c, d, e e f, são as mesmas que as apresentadas no item 2.2.1, e que a análise da seleção dos níveis de corrente elétrica a que deve ser submetido o sensor (item 2.2.1.1), e a análise da sensibilidade (item 2.2.1.2) são válidas para o método de excitação do sensor termo-resistivo com um degrau de radiação quando este é atravessado por uma corrente elétrica.

## 2.4 - Estimação dos Parâmetros do Sensor

Desenvolve-se a seguir, uma estrutura de modelo para o sensor termo-resistivo com base nas equações das leis físicas que regem o seu comportamento dinâmico. Assumindo-se que a estrutura do modelo é conhecida, a estimação dos seus parâmetros é realizada por um programa de identificação paramétrica, implementado com as técnicas de estimação recursiva, segundo os critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais [Lima et alii, 1993] e [Lima et alii, 1994].

### 2.4.1 - O modelo de entrada/saída

A análise da equação (1:11) que descreve o comportamento do sensor apresenta relações não lineares (cf. capítulo 1, item 1.4), o que dificulta sua solução analítica. Estas dificuldades analíticas podem ser superadas usando-se técnicas de simulação, permitindo um amplo conhecimento do processo simulado com as mais variadas formas de excitação do sensor termo-resistivo. Entretanto, a solução numérica da equação (1:11), pressupõe o conhecimento dos diferentes parâmetros do sensor.

Por outro lado, as possibilidades de caracterização de um sensor termo-resistivo por meios elétricos e com radiação incidente, demonstradas anteriormente, permitem evitar dificuldades tais como, o controle da intensidade e do espectro da radiação incidente, porém, esta caracterização é limitada, pois não permite a definição de um modelo adequado para o sensor termo-resistivo.

Todavia, se através de um arranjo experimental, obtém-se os dados resultantes da resposta do sensor a um determinado tipo de excitação (dados de entrada e de saída), os seus parâmetros podem ser estimados usando-se as técnicas de identificação paramétrica, superando-se deste modo as dificuldades anteriormente citadas.

A aplicação das técnicas de estimação paramétrica requer que para o modelo sob estudo, seja definido um preditor na forma de uma equação de regressão. Objetivando facilitar a sua implementação com o auxílio de um microcomputador, o modelo do sensor termo-resistivo representado pela equação (1:11), pode ser discretizado no tempo aplicando-se a aproximação de Euler de primeira ordem [Kay et alii, 1992] dada por:

$$\frac{R_s(t+T) - R_s(t)}{T} = \frac{dR_s(t)}{dt} + \alpha(t, t+T) \quad (2:33)$$

onde  $\alpha(t, t+T)$  tende para zero para cada  $t$  fixo, e  $T$  é o período de amostragem.

Aplicando-se a aproximação de Euler (equação 2:33) à equação (1:11), pode-se escrever a resistência elétrica do sensor termo-resistivo como sendo:

$$R_s(t) = \left( \frac{\beta R_o T^2}{mc} I_s^2(t-T) - \left( \frac{UAT}{mc} - 1 \right) \right) R_s(t-T) + \frac{\alpha \beta R_o AT}{mc} H(t-T) + \frac{UAR_o T(1+\beta T\alpha)}{mc} \quad (2:34)$$

cujo desenvolvimento está apresentado no Anexo A, página 118.

Esta equação representa um modelo recursivo para a resistência elétrica do sensor termo-resistivo, e descreve a sua evolução dinâmica para cada intervalo de amostragem  $T$ , como função da corrente elétrica que atravessa o sensor e da radiação que incide sobre o mesmo.

Como mencionado anteriormente (cf. capítulo 1, item 1.4), pode-se observar que a resistência elétrica do sensor depende da corrente elétrica que o atravessa numa relação não linear. Entretanto, pode-se obter um modelo com sendo uma regressão bilinear, fazendo-se  $u(t-T) = I_s^2(t-T)$  e  $y(t) = R_s(t)$  [Ljung, 1987] e [Kay et alii, 1992].

Este novo modelo pode ser representado pelo diagrama apresentado na Figura 2.14.

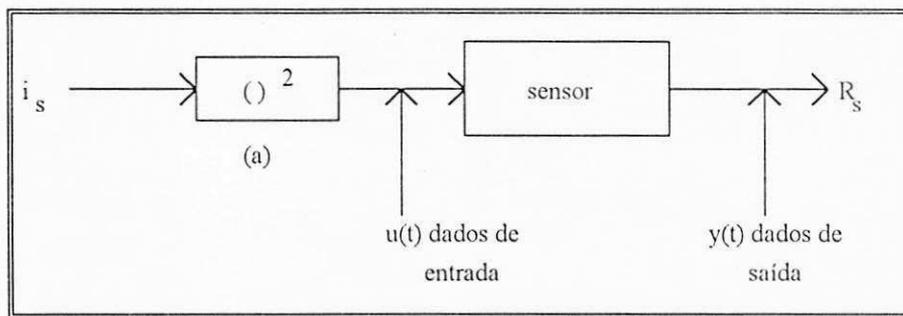


Figura 2.14 - Modelo de entrada/saída para o sensor termo-resistivo.

(a) representa uma não linearidade estática.

O modelo de entrada/saída apresentado pelo diagrama da Figura 2.14 pode ser equacionado na forma de uma equação de regressão como por exemplo, a equação (2:35).

$$y(t) = \hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t) \theta \quad (2:35)$$

onde:

$$\theta^T = \left[ \frac{\beta R_o T}{mc} \quad 1 - \frac{UAT}{mc} \quad \frac{UAR_o T}{mc} + \frac{\alpha \beta R_o AT}{mc} H(t-T) \right] \quad (2:36)$$

e

$$\varphi^T(t) = \left[ u(t-T) \ y(t-T) \ y(t-T) \ 1 \right] \quad (2:37)$$

Deste modo,  $\hat{y}(t)$  é o vetor de saída (preditor) que representa o valor estimado para a resistência elétrica do sensor,  $\theta$  é o vetor de parâmetros ajustáveis e  $\varphi(t)$  é o vetor de dados de entrada e de saída conhecidos.

As equações (2:36) e (2:37) podem ser expressas como:

$$\theta^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3] \quad (2:36a)$$

e

$$\varphi^T(t) = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3] \quad (2:37a)$$

onde:

$$\theta_1 = \frac{\beta R_o T}{mc} \quad \theta_2 = 1 - \frac{UAT}{mc} \quad \theta_3 = \frac{UAR_o T}{mc} + \frac{\alpha \beta R_o AT}{mc} H(t-T)$$

$$\varphi_1 = u(t-T)y(t-T) \quad \varphi_2 = y(t-T) \quad \varphi_3 = 1$$

Observe-se que pelas equações (2:36) e (2:37), quando a radiação incidente é ou não nula, a única variação no vetor de parâmetros ocorre no parâmetro  $\theta_3$ , o que representa a possibilidade de estimação da radiação incidente sobre o sensor.

### 2.4.2 - O algoritmo de estimação

Com base nas equações (2:36) e (2:37), pode-se implementar um algoritmo de estimação recursiva dos parâmetros do sensor termo-resistivo, segundo os critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais. As equações do algoritmo de estimação são obtidas a partir da solução do seguinte problema de minimização [Ljung, 1987]:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=T}^{NT} \frac{1}{2} [y(t) - \varphi^T(t) \theta]^2 \quad (2:38)$$

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \arg \min V_N(\theta) \quad (2:39)$$

E, o vetor de parâmetros estimados  $\hat{\theta}_N^{LS}$ , para um dado conjunto de  $N$  pares  $\{u(t), y(t)\}_{t=T}^{NT}$  pode ser recursivamente calculado usando-se as equações (2:40), (2:41) e (2:42).

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-T) + L(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t-T)] \quad (2:40)$$

$$L(t) = \frac{P(t-T)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-T)\varphi(t)} \quad (2:41)$$

$$P(t) = \frac{P(t-T) - \frac{P(t-T)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-T)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-T)\varphi(t)}}{\lambda(t)} \quad (2:42)$$

De modo análogo, pode-se implementar o mesmo algoritmo de estimação, utilizando-se o método das variáveis instrumentais [Ljung, 1987], no qual o vetor de parâmetros  $\hat{\theta}_N^{IV}$  é calculado com o auxílio das equações (2:40), (2:43) e (2:44).

$$L(t) = \frac{P(t-T)\zeta(t)}{\lambda(t) + \zeta^T(t)P(t-T)\zeta(t)} \quad (2:43)$$

$$P(t) = \frac{P(t-T) - \frac{P(t-T) \zeta(t) \varphi^T(t) P(t-T)}{\lambda(t) + \varphi^T(t) P(t-T) \zeta(t)}}{\lambda(t)} \quad (2:44)$$

para  $t=T, \dots, NT$  onde  $T$  é o período de amostragem.

### 2.4.2.1 - Resultados obtidos por simulação

Com o objetivo de avaliar a performance dos algoritmos de estimação apresentados, os pares de dados  $\{u(t), y(t)\}_{t=T}^{NT}$  foram obtidos por um programa de simulação digital da equação (1:11), que rege o comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo, considerando-se os valores apresentados na Tabela 1.1.

Supondo-se o sensor termo-resistivo excitado por uma fonte de corrente elétrica 10,0 mA de pico a pico, sobre um nível contínuo de 20,0 mA e uma frequência de 8,3 mHz. Na ausência de radiação incidente, e supondo-se que a temperatura ambiente é mantida constante em 27 °C, a solução numérica desta equação, foi realizada com o método de integração numérica de Runge-Kutta de quarta ordem, com um passo de integração de 10 ms.

Nestas condições, os vetores apresentados pelas equações (2:36) e (2:37), podem ser definidos como:

$$\theta^T = \left[ \frac{\beta R_a T}{mc} \quad 1 - \frac{UAT}{mc} \quad \frac{UAR_a T}{mc} \right] \quad (2:45)$$

e

$$\varphi^T(t) = \left[ u(t-T) \quad y(t-T) \quad y(t-T) \quad 1 \right] \quad (2:46)$$

Deste modo, o vetor de parâmetros pode ser obtido através das equações (2:40), (2:41) e (2:42) para o método dos mínimos quadrados (MMQ), e através das equações (2:40), (2:43) e (2:44) para o método das variáveis instrumentais (MVI).

As curvas apresentadas na Figura 2.15 mostram os resultados obtidos usando-se o algoritmo recursivo com o método dos mínimos quadrados e as curvas da Figura 2.16 apresentam os resultados obtidos com o método das variáveis instrumentais.

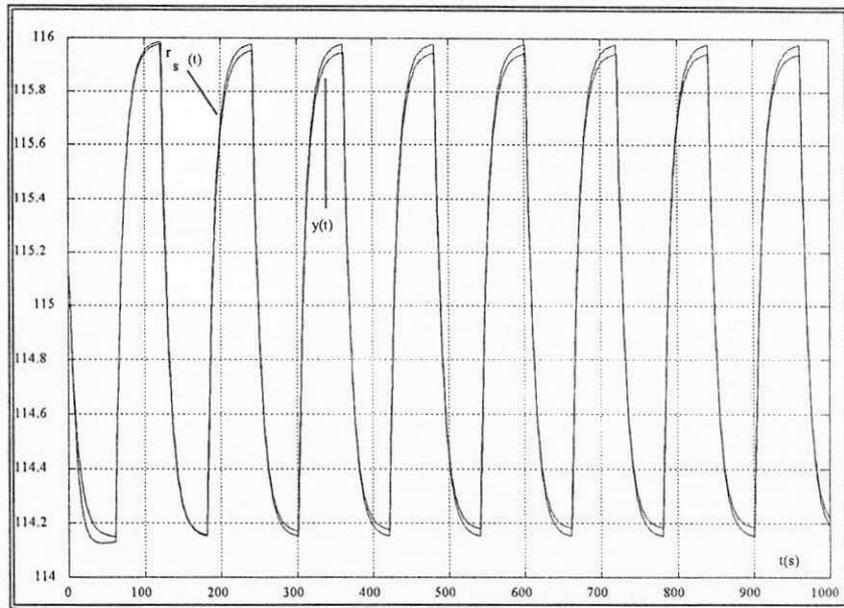


Figura 2.15 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método dos mínimos quadrados.

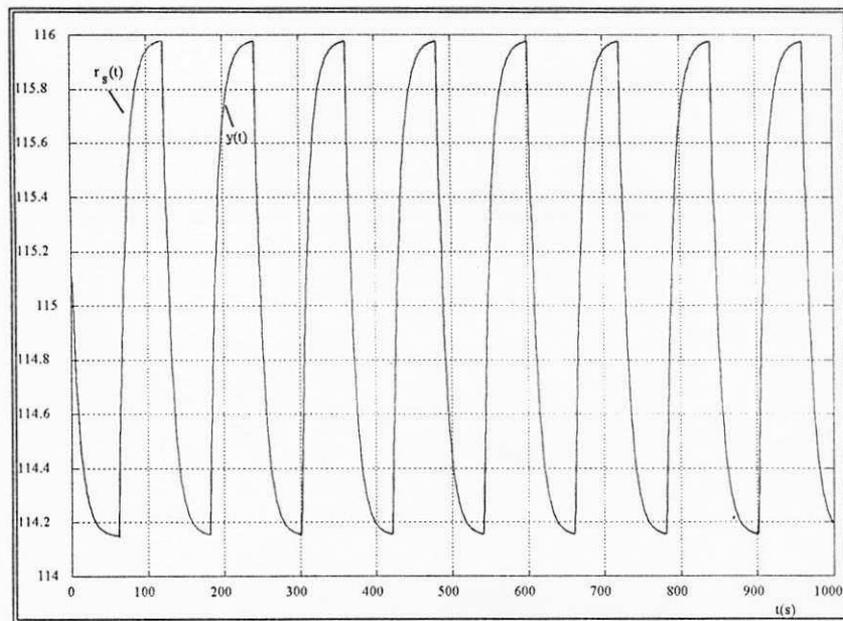


Figura 2.16 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método das variáveis instrumentais.

Neste caso, o vetor das variáveis instrumentais foi inicializado com o último valor do vetor de parâmetros obtido com o método dos mínimos quadrados. O intervalo de amostragem (T) utilizado foi de 1s e o valor do fator de esquecimento ( $\lambda$ ) igual a 1. Para os resultados apresentados na Figuras 2.15 e 2.16, observa-se que o valor estimado para a resistência elétrica do sensor termo-resistivo, pelo método das variáveis instrumentais é mais preciso do que o valor apresentado pelo método dos mínimos quadrados.

As curvas apresentadas nas Figuras 2.17 e 2.18 mostram a convergência dos valores obtidos para os vetores de parâmetros  $\hat{\theta}_N^{LS}$  e  $\hat{\theta}_N^{IV}$  pelo método dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais, respectivamente.

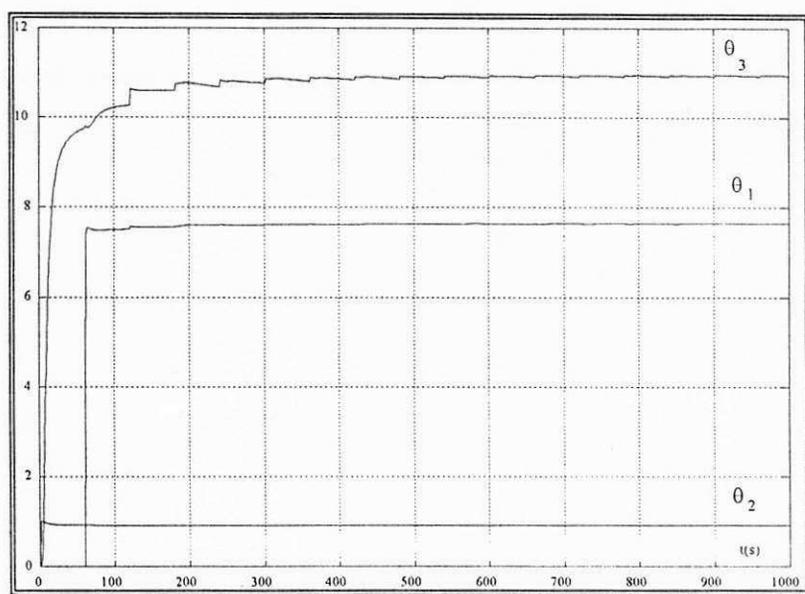


Figura 2.17 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados simulados pelo método dos mínimos quadrados

Observe-se que todos os parâmetros calculados convergem para um valor estável em menos de 100 períodos de amostragem (100s), e que a convergência dos parâmetros é mais acentuada no método das variáveis instrumentais. Considerando-se que em ambos os casos os valores iniciais dos vetores de parâmetros foram feitos iguais a zero, é possível então obter-se uma convergência melhor se valores adequados são utilizados como valores iniciais.

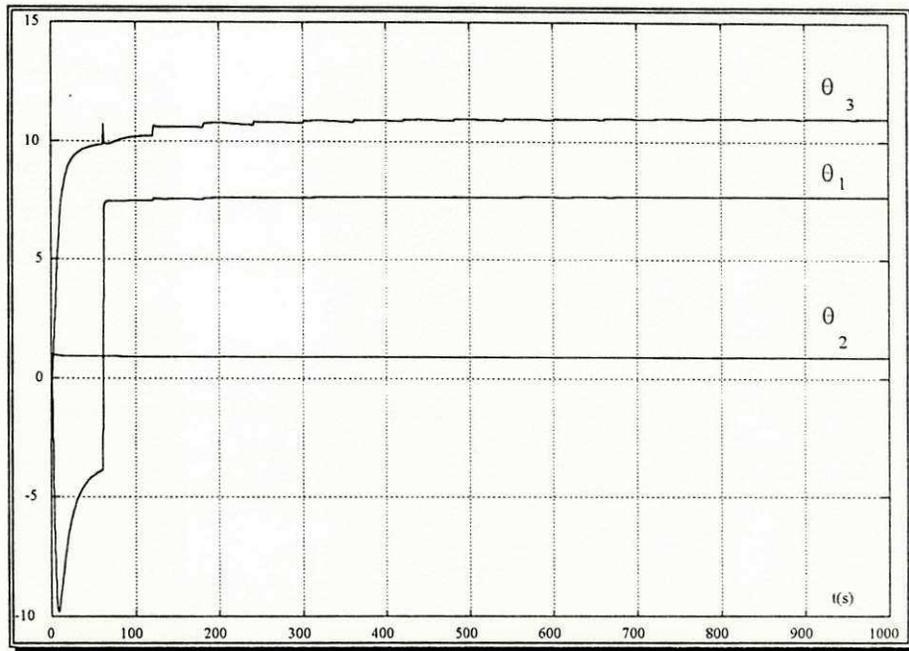


Figura 2.18 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados simulados pelo método das variáveis instrumentais

## 2.5 - O Princípio da Equivalência Elétrica

Os instrumentos que utilizam a diferença de temperatura entre dois sensores como grandeza equivalente a intensidade da radiação incidente (um sensor é exposto a radiação incidente e o outro é exposto a uma radiação nula), são convenientes para operar e responder relativamente rápido a variações da radiação incidente (por exemplo: um piranômetro<sup>1</sup> a termopilha).

Todavia, a diferença de temperatura entre os dois sensores, depende das condições do ambiente onde estão localizados os sensores e da geometria destes, dentre outros fatores. Isto requer compensação e calibração individual dos sensores, além das calibrações usuais por conta das variações das características da termopilha com o tempo.

Esses inconvenientes podem ser superados com instrumentos que utilizem uma técnica de medição mais acurada e reprodutível mantendo-se a temperatura do sensor constante, tendo como base por exemplo, o princípio da equivalência elétrica, no qual a variação da potência elétrica dissipada pelo sensor é equivalente a potência absorvida da radiação incidente.

O princípio da equivalência elétrica consiste na medição da radiação incidente que é convertida na medição de potência elétrica no sensor, o que é uma vantagem em relação a técnica que utiliza a diferença de temperatura entre os sensores como grandeza equivalente a radiação incidente, considerando-se que:

a) se o material que constitui os sensores é o mesmo, os sensores apresentam a mesma variação térmica; b) se a geometria, orientação, propriedades térmicas e o ambiente onde estão localizados os sensores são idênticos, as perdas térmicas podem ser canceladas para temperaturas iguais, conseqüentemente, uma substancial redução no efeito da variação térmica pode ser obtida, e; c) a medição de energia elétrica pode ser muito mais acurada do que a medição de calor.

A implementação do princípio da equivalência elétrica pode ser realizada, através dos métodos da compensação e da substituição, que são descritos a seguir.

No método da compensação um dos sensores (usualmente, designado de detector) é exposto a radiação a ser medido, enquanto que um outro sensor termicamente equivalente, é exposto a

---

<sup>1</sup>Piranômetro - instrumento para a medição de energia solar, inventado pelo físico inglês H. S. Callendar em 1898 [Coulson, 1975]

uma radiação nula e é aquecido eletricamente a mesma temperatura. A potência elétrica necessária para manter o segundo sensor na mesma temperatura do detector é igual a potência absorvida da radiação incidente pelo detector.

O diagrama apresentado na Figura 2:19, pode ser utilizado para explicar uma possível implementação do princípio da equivalência elétrica através do método da compensação.

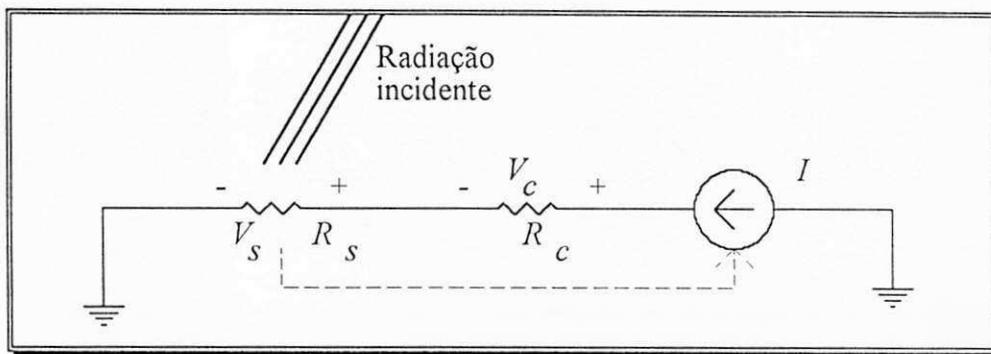


Figura 2.19 - Estrutura básica para a implementação do método da compensação.

O sensor  $R_s$  é exposto a radiação incidente, enquanto que o outro sensor ( $R_c$ ), geométrica e termicamente idêntico é eletricamente aquecido à mesma temperatura do sensor exposto a radiação incidente. O valor do resistor  $R_c$  é escolhido de tal modo que para uma dada corrente elétrica  $I$ , a quantidade de calor dissipada por efeito Joule em  $R_c$  é muito maior que a quantidade de calor dissipada por efeito Joule em  $R_s$ .

Controlando-se a corrente elétrica  $I$  de modo a de manter a razão  $V_c/V_s$  ou  $R_c/R_s$  constante, para diferentes valores da radiação incidente sobre  $R_s$ , tem-se na variação da corrente elétrica  $I$  que atravessa o sensor uma medição da intensidade da radiação.

Nos instrumentos que utilizam o método da substituição, um único sensor é submetido de modo alternado a radiação incidente que se quer medir e a uma radiação nula, enquanto que a sua temperatura é mantida constante.

Desse modo a diferença entre as potências elétricas dissipada por efeito Joule no sensor nas duas etapas da medição é igual a potência absorvida da radiação incidente. O uso de um único sensor nas duas etapas da medição implica em uma melhor precisão em relação ao método da

compensação, todavia, devido ao método alternado de medição, eles respondem mais lentamente a variações rápidas da radiação incidente.

A estrutura apresentada na Figura 2.20, pode ser utilizada para explicar a implementação do princípio da equivalência elétrica através do método da substituição.

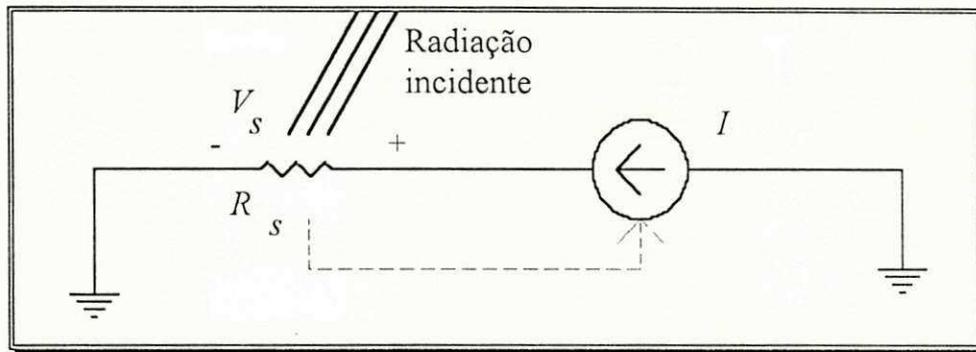


Figura 2.20 - Estrutura básica para a implementação do método da substituição.

Quando a radiação incide sobre o sensor, tende a aumentar o valor da sua resistência elétrica  $R_s$  e de sua temperatura. Controlando-se o valor da corrente elétrica  $I$ , pode-se manter a temperatura do sensor e a sua resistência  $R_s$  constantes, ou seja a quantidade de potência absorvida devido a incidência de radiação é retirada em termos de potência elétrica dissipada por efeito Joule, devido o ajuste da corrente elétrica  $I$ .

## 2.6 - Aplicações em Estruturas Realimentadas

Pelo exposto anteriormente, observa-se que para uma operação bem sucedida das estruturas apresentadas nas Figuras 2.19 e 2.20, o controle da corrente elétrica  $I$  nos dois métodos (compensação e substituição), deve ser realizado de forma automática de modo que a variação da resistência elétrica do sensor provocada pela radiação incidente, produza uma ação corretiva na corrente elétrica que o atravessa, mantendo a sua resistência elétrica e a sua temperatura constantes. Este controle pode ser realizado com o auxílio de estruturas realimentadas.

### 2.6.1 - A estrutura em ponte realimentada

A estrutura realimentada usualmente utilizada para a implementação do princípio da equivalência elétrica é a estrutura em ponte. Nos instrumentos que utilizam o método da compensação, os sensores são colocados nos braços adjacentes da estrutura em ponte e suas resistências elétricas são tais que o sensor de compensação dissipa muito mais energia elétrica por efeito Joule, do que a energia solar absorvida pelo sensor detector, idealmente, na relação inversa do coeficiente de absorvidade de radiação dos sensores [Lobo, 1986].

Nos instrumentos que utilizam o método da substituição, os sensores são colocados em estruturas em ponte separadas, que são mantidas a mesma temperatura constante, correspondendo ao limite da radiação incidente no sensor de absorção da radiação solar, uma estrutura é utilizada para absorção da radiação e a outra para compensar os efeitos da variação da temperatura ambiente. Lobo, [Lobo, 1966] utiliza dois sensores discretos, que são geométrica e termicamente idênticos, um sensor (pintado de preto) é utilizado para absorver radiação e um outro pintado de branco é usado para compensar o efeito da temperatura ambiente. Esta compensação é otimizada quando os sensores além de serem geométrica e termicamente idênticos estão integrados no mesmo ambiente térmico, o que implica em uma compensação térmica quase que perfeita, reduzindo o efeito das perdas térmicas para o meio ambiente que envolve os sensores [Putten, 1988a,b].

Considere a estrutura em ponte de Wheatstone, apresentada na Figura 2.21, na qual a tensão de desbalanceamento ( $e_b$ ) da ponte é aplicada na entrada de um amplificador de realimentação, cuja tensão de saída ( $V_p$ ) é utilizada como tensão de excitação da própria ponte.

Supondo que  $R_s$  é um sensor termo-resistivo e que os demais resistores são invariantes com a temperatura (caso ideal) e que  $R_3 > R_s$ , quando a estrutura é alimentada, o desbalanceamento da ponte é dado pela tensão  $e_b$ , que é aplicada ao amplificador que excita a ponte. Com a excitação (tensão  $V_p$ ), a corrente elétrica  $I_s$  através do sensor ( $R_s$ ) aumenta a sua temperatura e a sua resistência elétrica, visto que o coeficiente de temperatura da resistência elétrica do sensor é positivo. Como  $R_s$  aumenta e se aproxima do valor de  $R_3$ , a tensão de desbalanceamento diminui.

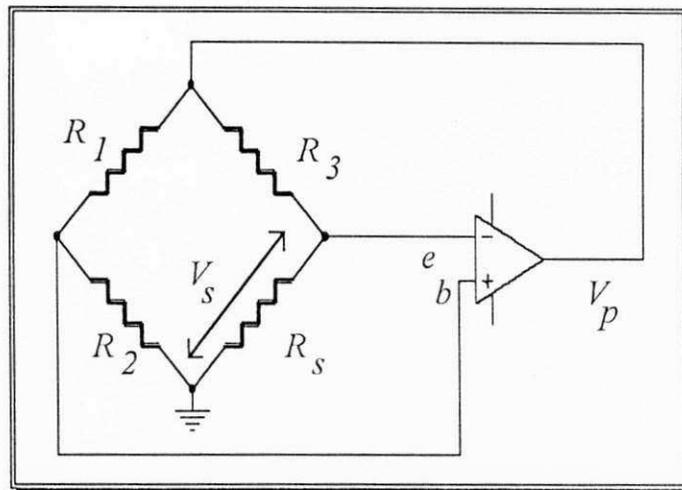


Figura 2.21 - Estrutura em ponte de Wheatstone para a implementação do princípio da equivalência elétrica em estruturas realimentadas

Se o amplificador tem um ganho infinito e com  $R_1 = R_2$ , a corrente necessária para aquecer  $R_s$  e manter o seu valor precisamente igual ao valor de  $R_3$  pode ser produzida por uma tensão de desbalanceamento ( $e_b$ ) infinitesimal (teoricamente zero) e então a condição de balanço perfeito pode ser obtida automaticamente.

Todavia, os amplificadores operacionais tem um ganho finito, logo a tensão de desbalanceamento não é zero, mas é extremamente pequena. Isto significa dizer que  $R_s$  terá um valor bem próximo do valor de  $R_3$ , mas não exatamente igual. Neste caso a tensão  $e_b$  é tal que  $V_p$  é necessária apenas para manter  $R_s \approx R_3$ , indicando uma situação de equilíbrio dinâmico.

Com uma radiação incidente nula, a ponte é ajustada de modo que a potência dissipada pelo sensor de radiação é igual a potência absorvida quando a radiação incidente é máxima. Quando a radiação incide sobre o sensor, a sua temperatura e a sua resistência tendem a aumentar, mudando a condição de ajuste da ponte. O circuito de realimentação reage, reduzindo a corrente de

excitação através do sensor, fazendo a temperatura do sensor e sua resistência diminuir, tendendo rebalancear a ponte e levando o sensor para a sua temperatura original.

Observe-se que o tempo de resposta do amplificador na malha de realimentação é muito menor que a constante de tempo do sensor, logo tem-se uma redução da constante de tempo da estrutura, o que possibilita teoricamente, o uso dos sensores termo-resistivos na medição de variações rápidas da radiação incidente.

## 2.7 - Análise Teórica da Estrutura em Ponte

Supondo que a estrutura em ponte de Wheatstone apresentada na Figura 2.21 em uma condição inicial de equilíbrio tal que  $V_s$  seja a diferença de potencial sobre o sensor, correspondendo a um potencial de excitação da ponte dado por  $V_p$ , e que a resistência do sensor é  $R_s$  para uma temperatura do sensor dada por  $T_s$ .

A conservação da energia no sensor pode ser expressa pela primeira lei da termodinâmica equação (1:01) dada por:

$$\alpha A H + \frac{V_s^2}{R_s} - U A (T_s - T_a) - mc \frac{d(T_s - T_a)}{dt} = 0 \quad (2:47)$$

Na condição de equilíbrio térmico (situação de regime), tem-se que:

$$\alpha A H_o + \frac{(V_o)^2}{R_{so}} - U A (T_{so} - T_a) = 0 \quad (2:47a)$$

onde os símbolos  $H_o$ ,  $V_o$ ,  $R_{so}$  e  $T_{so}$ , identificam os valores da situação de regime.

Para uma variação ( $h$ ) da radiação incidente em torno do valor de equilíbrio, pode-se escrever que:

$$H = H_o + h \quad (2:48a)$$

$$R_s = R_{so} + r \quad (2:48b)$$

$$V_s = V_{so} + v \quad (2:48c)$$

$$T_s = T_{so} + T \quad (2:48d)$$

Substituindo-se estes valores (ver Anexo A, página 119) na equação (2:47), tem-se que:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = U A T + m c \frac{dT}{dt} \quad (2:49)$$

De acordo com a equação (1:06), a relação entre a resistência elétrica do sensor e sua temperatura, para uma temperatura ambiente constante, pode ser expressa por:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{\beta R_o} \frac{dr}{dt} \quad (2:50)$$

onde  $r = R_s - R_{so}$  e  $T_s = T_o + T$ , para pequenas variações em  $T_s$  pode-ser substituir  $r$  por pequenas variações em  $R_s$ , através da relação:

$$T = \frac{r}{\beta R_o} \quad (2:51)$$

### 2.7.1 - Equações do circuito em ponte

Para uma determinada condição de equilíbrio, a tensão ( $e_b$ ) (Figura 2.21) é dada por (ver Anexo A, página 121):

$$e_b = \frac{V_s}{R_s} \frac{R_2 R_3 - R_s R_1}{R_1 + R_2} \quad (2:52)$$

escrevendo-se  $R_s = R_{so} + r_o$ , temos que:

$$e_b = \frac{V_s}{R_{so} + r} \frac{R_2 R_3 - (R_{so} + r_o) R_1}{R_1 + R_2} \quad (2:53)$$

Uma variação  $\Delta V_p$  no potencial de excitação  $V_p$  da condição inicial de equilíbrio pode ser expressa como:

$$\Delta V_p = V_p - V_{pr} \quad (2:54)$$

onde o subscrito  $r$  refere-se a situação da ponte balanceada em algum potencial de referência.

$$\Delta V_p = \frac{V_s}{R_r + r_o} (R_3 + R_r + r_o) - \frac{V_o}{R_r} (R_3 + R_r) \quad (2:54a)$$

que pode ser escrita como:

$$\Delta V_P = \frac{r_o V_s}{R_r + r_o} + \frac{V_s}{R_r + r_o} (R_3 + R_r) - \frac{V_o}{R_r} (R_3 + R_r) \quad (2:54b)$$

A tensão ( $e_b$ ) é usada para controlar o potencial de excitação da ponte, através do circuito de realimentação com ganho de malha aberta  $G$  dado por:

$$G = \frac{\Delta V_P}{e_b} \quad (2:55)$$

substituindo-se o valor de  $\Delta V_P$  dado pela equação (2:54b), tem-se:

$$G e_b = \frac{r_o V_s}{R_r + r_o} + \frac{V_s}{R_r + r_o} (R_3 + R_r) - \frac{V_o}{R_r} (R_3 + R_r) \quad (2:56)$$

resolvendo-se a equação (2:56) (ver Anexo A, página 122) com o valor de  $e_b$  dado pela equação (2:53) pode-se escrever que:

$$r_o = \frac{R_2 R_3 - R_r R_1}{R_1} - \frac{V_r - V_s (R_3 + R_r) (R_1 + R_2)}{V_s G R_1} \quad (2:57)$$

fazendo-se:

$$G_{ap} = \frac{G R_1}{(R_3 + R_r)(R_1 + R_2)} \quad (2:58)$$

onde  $G_{ap}$  é o ganho aparente de realimentação,

$$r = \frac{R_2 R_3 - R_{so} R_1}{R_1} - \frac{V_r - V_s}{V_s} \frac{1}{G_{ap}} \quad (2:59)$$

derivando-se em relação ao tempo (ver Anexo A, página 123),

$$\frac{dr}{dt} = \frac{V_r}{V_s^2 G_{ap}} \frac{dV_s}{dt} - \frac{1}{G_{ap}^2} \frac{dV_s}{dt} \frac{dG_{ap}}{dV_s} \quad (2:60)$$

que pode ser expressa como:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{V_r}{V_s^2 G_{ap}} \frac{dV_s}{dt} \quad (2:61)$$

uma vez que  $V_s = V_{so} + v_o$ , e  $V_r$  é o valor da situação inicial de equilíbrio.

### 2.7.2 - Análise da resposta do instrumento

A constante de tempo do instrumento (estrutura em ponte, Figura 2.21) pode ser determinada substituindo-se o valor da temperatura e da variação da temperatura na equação (2:49) pela resistência equivalente, ou seja:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = U A T + m c \frac{dT}{dt} \quad (2:49)$$

substituindo-se nesta equação os valores dados pelas equações (2:51) e (2:61), tem-se:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = \frac{1}{\beta R_o} U A r + \frac{m c}{\beta R_o} \frac{dr}{dt} \quad (2:62)$$

ou, fazendo-se  $\frac{dr}{dt} = \frac{dr_o}{dt}$  e  $\frac{dv}{dt} = \frac{dv_o}{dt}$ , uma vez que indicam um desbalanceamento em torno de uma situação de regime, tem-se:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = \frac{1}{\beta R_o} U A r - \frac{m c}{\beta R_o} \frac{1}{G_{ap} V_s^2} \frac{dv}{dt} \quad (2:63)$$

resolvendo-se a equação (2:63) para a variável  $v$  (ver Anexo A, página 124), tem-se que:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{M_o} = f(t) \quad (2:64)$$

para:

$$f(t) = G_{ap} V_s^2 \frac{U A r - \beta R_o \alpha A h}{m c V_r} \quad (2:64a)$$

correspondendo a uma constante de tempo aparente  $M_o$ , dada por:

$$M_o = \frac{R_{so} m c V_r}{2 V_{so} \beta G_{ap} R_o V_s^2} \quad (2:64b)$$

A constante de tempo aparente  $M_o$  dada pela equação (2:64b) pode ser expressa como:

$$M_o = \frac{m c}{U A} U A \frac{1}{G_{ap}} \frac{R_{so}}{2 \beta V_{so} R_o} \frac{V_r}{V_s^2} \quad (2:65)$$

onde os termos:

$\frac{m c}{U A}$  é a constante de tempo intrínseca do sensor dada pela equação (1:15);

$U A$  é a perda de calor do sensor por unidade de diferença de temperatura;

$\frac{2 \beta R_o V_s^2}{R_{so}}$  é o calor produzido por efeito Joule por unidade de diferença de temperatura,

então, a equação (2:65) pode ser descrita fisicamente como:

$$M_o = \frac{(\text{constante de tempo intrínseca do sensor}) (\text{perda de calor no sensor})}{(\text{ganho aparente}) (\text{calor por efeito Joule})} \frac{V_r}{V_{so}} \quad (2:66)$$

A análise da equação (2:66) mostra que a constante de tempo do sensor  $\frac{m c}{U A}$  dada pela equação (1:15) é reduzida por um fator proporcional ao ganho aparente (equação 2:58) da estrutura em ponte. Esta constante de tempo aparente  $M_o$  da estrutura em ponte realimentada é função do potencial de referência da situação de regime.

## 2.8 - Conclusão

Analisando-se a equação (2:03) que expressa o valor da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo, como função da corrente elétrica que o atravessa, observou-se que se forem realizados dois experimentos com a aplicação de degraus de corrente elétrica no sensor, pode-se determinar o valor da sua constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ), sem o conhecimento de suas grandezas intrínsecas.

O método proposto permite corrigir o erro causado pela passagem da corrente elétrica através do sensor, que é necessária entretanto, para a monitoração de sua resistência elétrica, possibilitando a determinação da constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ) do sensor, e dos parâmetros ( $U$ ) e ( $c$ ), se os valores da massa ( $m$ ) e da área ( $A$ ) são conhecidos, ou dos produtos ( $UA$ ) e ( $mc$ ), se a massa ( $m$ ) e a área ( $A$ ) do sensor não são conhecidas. O que pode ser comprovado pelos valores apresentados nas Tabelas 2.1 e 2.2, e a análise da sensibilidade dos parâmetros ( $\tau$ ),  $U$  e  $c$  em relação a  $n$ , que concorda com o exposto no item 2.2.1.1, quanto aos limites de corrente que devem ser imposta ao sensor.

A análise da excitação do sensor termo-resistivo com potência elétrica, demonstra a possibilidade de se determinar diretamente o valor da sua constante de tempo intrínseca ( $\tau$ ), todavia, este método não permite a determinação de outros parâmetros ( $U$  e  $c$  ou  $UA$  e  $mc$ ) do sensor e requer uma procedimento adicional para o controle do nível de corrente através do sensor, de modo a se manter a potência dissipada por efeito Joule no sensor constante.

A excitação do sensor termo-resistivo com degraus de radiação, requer uma corrente elétrica através do sensor para a monitoração da variação de sua resistência elétrica, o que implica na determinação da constante de tempo aparente ( $M$ ). Todavia, o erro cometido na determinação da constante intrínseca ( $\tau$ ), pode ser eliminado do mesmo modo que quando se excitava o sensor com degraus de corrente elétrica. O que pode ser comprovado pelos valores apresentados nas Tabelas 2.3 e 2.4, e os limites de corrente que devem ser imposta ao sensor e a análise da sensibilidade dos parâmetros  $\tau$ ,  $U$  e  $c$  em relação a  $n$ , que concorda com o exposto nos itens 2.2.1.1 e 2.2.1.2. Pode-se então, utilizar este tipo de excitação para validar os resultados anteriormente obtidos.

Os métodos propostos para a excitação do sensor permitem determinar os parâmetros  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , ou  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , mas não estabelecem um modelo para o sensor. Todavia, parametrizando-se a equação (1:11), que descreve o seu comportamento dinâmico, desenvolveu-se um modelo recursivo para a resistência elétrica do sensor, que descreve a sua evolução dinâmica a cada intervalo de amostragem. Estes métodos foram avaliados utilizando-se um conjunto de dados, obtidos por simulação da equação (1:11), cuja simulação numérica foi obtida com o método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem.

Para os dois algoritmos implementados, o que utiliza o critério das variáveis instrumentais é o mais eficiente, e pelos resultados obtidos, observa-se que é possível reduzir-se o tempo de convergência dos algoritmos, pela escolha adequada dos valores iniciais do vetor de parâmetros  $\theta$  [Lima et alii, 1993] e [Lima et alii, 1994].

Deste modo, está estabelecido uma metodologia para a determinação dos parâmetros do sensor termo-resistivo, excitando-o eletricamente com degraus de corrente elétrica ou com degraus de potência elétrica. O método apresentado é validado excitando-se o sensor com degraus de radiação, quando este é atravessado por uma corrente elétrica, e, através da implementação de um algoritmo de estimação que utiliza a técnica de estimação não recursiva, apresenta-se um modelo bilinear para o sensor termo-resistivo e se observa a possibilidade de determinação de seus parâmetros, segundo os critérios do mínimos quadrados e das variáveis instrumentais.

Concluindo-se a partir da análise do princípio da equivalência elétrica aplicado em estruturas realimentadas que contenham um sensor na malha de realimentação, demonstra-se que o tempo de resposta da estrutura realimentada é igual a constante de tempo do sensor dividida por um fator que envolve o ganho de malha aberta do amplificador operacional. Esta constatação possibilita a aplicação dos sensores termo-resistivos na monitoração de variações rápidas da radiação incidente.

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### 3.1 - Introdução

A metodologia apresentada no capítulo 2, para a caracterização do sensor termo-resistivo é implementada com o auxílio de arranjos experimentais que permitem excitar o sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica ou com degraus de radiação incidente.

Assumindo-se que a estrutura do modelo do sensor termo-resistivo é conhecida, a eficácia dos métodos de estimação é avaliada usando-se dados reais de entrada e de saída, coletados com o auxílio de um arranjo experimental, que permite a excitação do sensor com um sinal elétrico.

Implementa-se uma estrutura realimentada que contém o sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, e demonstra-se que a aplicação do princípio da equivalência elétrica neste tipo de estrutura produz uma redução na constante de tempo de resposta deste tipo de estrutura.

Em cada experimento a aquisição dos dados relativos a variação da resistência elétrica do sensor, é realizada através de equipamentos interligados com a interface GPIB, sob o controle de um computador IBM-PC.

### 3.2 - Resultados Experimentais

Os resultados experimentais apresentados em [Deep et alii, 1992], [Freire et alii, 1992], [Lobo et alii, 1992a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992], mesmo sem considerarem o exposto no capítulo anterior, permitem observar que:

a) quando se excita o sensor com degraus de corrente elétrica, pode-se determinar a constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo, tanto para degraus positivos, quanto para degraus negativos. Entretanto, no caso da aplicação de degraus negativos, a relação sinal/ruído é menor, uma vez que a monitoração de  $\Delta R_s(t)$  é realizada para valores de corrente elétrica pequenos através do sensor [Deep et alii, 1992] e [Freire et alii, 1992];

b) objetivando-se obter uma relação sinal/ruído igual para os dois casos (degraus positivos e degraus negativos), pode-se realizar a excitação do sensor com degraus de corrente pulsada e amostrando-se sincronamente a tensão sobre o sensor, isto faz com que o valor da tensão sobre o sensor independa do valor da corrente eficaz que o atravessa, obtendo-se uma relação sinal/ruído menor, independentemente do nível de corrente elétrica que atravessa o sensor [Lobo et alii, 1992a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992];

c) nos resultados apresentados em [Lobo et alii, 1992a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992], os degraus de corrente eficaz, utilizados para a excitação do sensor, foram limitados à variações do ciclo de trabalho de 20% para 50%, e de 20% para 80% e vice-versa, valores esses limitados pelo tipo de gerador de sinais utilizado. Para os correspondentes valores de corrente eficaz, os valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo, determinados pelo algoritmo de interpolação, apresentam uma relação de  $n = 1,058$ . Este valor, determinado para  $n$ , não é adequado devido as sensibilidades de  $\tau$ ,  $U$  e  $c$  em relação a  $n$  (cf. capítulo 2, item 2.2.1.2, Figura 2.9). Deve-se portanto aumentar o valor de  $n$ , aumentando-se os valores inicial e final níveis dos degraus de corrente elétrica que excitam o sensor;

d) a diferença entre os valores das constante de tempo determinadas quando se excitava o sensor com um degrau de radiação incidente e com um degrau de corrente elétrica, deve ser atribuída a corrente elétrica que atravessa o sensor (que é necessária para a monitoração de sua resistência elétrica), e a diferença de mecanismo na transmissão de calor, do sensor e para o

sensor, conforme citado em [Freire et alii,1992], [Lobo et alii, 1992a,b] e [Rocha Neto et alii, 1992];

Diante deste fatos apresenta-se, a seguir, resultados experimentais obtidos com a implementação de circuitos eletrônicos que permitem caracterizar a resposta dinâmica do sensor termo-resistivo, excitando-o com:

a) degraus de corrente elétrica pulsada; b) degraus de radiação incidente, quando o sensor é atravessado por uma corrente elétrica, considerando-se o exposto no capítulo anterior e em [Rocha Neto, 1993], e as observações inicialmente apresentadas.

Implementa-se um arranjo experimental para aquisição de dados reais que são utilizados para validar o algoritmo de estimação proposto no capítulo anterior. Comprova-se com o auxílio de uma estrutura em ponte realimentada, a redução do tempo de resposta deste tipo de estrutura com base no princípio da equivalência elétrica, quando um sensor termo-resistivo é colocado na malha de realimentação negativa, o que permite a sua utilização na monitoração de variações rápidas da radiação incidente.

### 3.3 - Excitação Elétrica

#### 3.3.1 - Degraus de corrente pulsada

A excitação do sensor com degraus de corrente elétrica pulsada, pode ser realizada utilizando-se o diagrama básico apresentado na Figura 3.1.

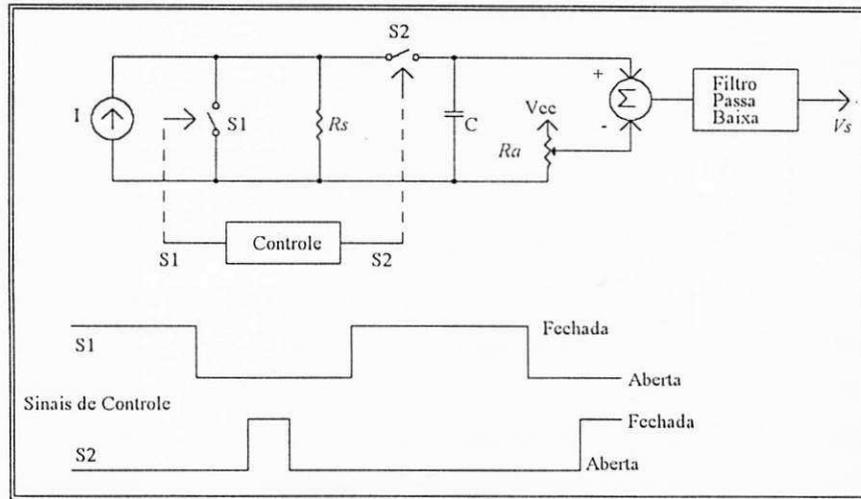


Figura 3.1 - Diagrama básico para excitação do sensor termo-resistivo com degraus de corrente elétrica pulsada

Objetivando-se uma maior flexibilidade na variação do valor eficaz da corrente elétrica que atravessa o sensor, o controle das chaves  $S1$  e  $S2$  foi implementado com o auxílio de um microcontrolador MC68HC11 [Motorola, 1988a]. O programa para a geração destes sinais de controle, através dos pinos de saída do circuito de temporização (TIMER) interno ao MC68HC11, foi inicialmente carregado na memória da placa do microcontrolador [Motorola 1988b], através da porta serial, em comunicação com um computador IBM-PC. Deste modo, pode-se facilmente alterar os valores dos ciclos de trabalho dos sinais de controle  $S1$  e  $S2$ , e conseqüentemente, o valor da corrente eficaz que atravessa o sensor.

A variação do ciclo de trabalho dos sinais de controle  $S1$  e  $S2$  é realizada por um sinal de controle enviado ao microcontrolador pelo computador, através do gerador de sinais, que ativa ou desativa um dos pinos de entrada do circuito de temporização.

O valor da tensão de saída  $V_s$ , é inicialmente ajustado para zero (nível de referência) com o auxílio do resistor variável ( $R_v$ ), para um ciclo de trabalho do sinal de controle S1 constante. Variando-se bruscamente o ciclo de trabalho do sinal de controle S1, varia-se o nível de corrente eficaz que atravessa o sensor, produzindo-se uma variação na tensão de saída ( $V_s$ ) que é proporcional a variação da resistência ( $\Delta R_s$ ) do sensor.

A amostragem da tensão sobre o sensor foi realizada, sincronizando-se o sinal de controle da chave S2, com o sinal de controle da chave S1 (ver sinais de controle na Figura 3.1), de modo que as amostras de tensão sobre o sensor foram realizadas sempre com o mesmo valor de corrente elétrica, tanto para variações positivas ou negativas do ciclo de trabalho, obtendo-se deste modo a mesma relação sinal/ruído, independentemente da amplitude da corrente elétrica eficaz que atravessa o sensor.

A leitura dos dados (tensão de saída  $V_s$ ), correspondentes a variação da resistência elétrica do sensor, foi realizada com um voltmetro digital (DVM) de 6 ½ dígitos, controlado pelo microcomputador IBM-PC, através da interface GPIB [Hewlett-Packard, 1987] [Grimberg, 198\_], com a leitura e armazenamento destes dados na memória do computador IBM-PC, sincronizada por um pulso de gatilho externo aplicado ao DVM, gerado pelo computador IBM-PC através de um pino de saída da porta paralela deste.

Deste modo, pode-se controlar a leitura dos dados, tensão de saída que é proporcional a  $\Delta R_s(t)$ , pelo DVM e o armazenamento destes na memória do computador IBM-PC, superando-se a limitação de memória do DVM (apenas 2208 "bytes"), insuficientes para o armazenamento dos 2000 ou 4000 pontos (dados) de leitura obtidos durante o tempo (100 ou 200 segundos) de realização de cada experimento.

No diagrama esquemático da Figura 3.2, apresenta-se a estrutura utilizada na realização destes experimentos, e na Figura 3.3 apresenta-se o circuito eletrônico implementado para este diagrama.



Na implementação do circuito eletrônico apresentado na Figura 3.3, os sinais de controle das chaves S1 e S2, implementadas com circuitos CD4053, foram gerados com o auxílio de um microcontrolador MC68HC11, através dos pinos de saída do sistema de temporização (TIMER).

Os amplificadores operacionais OP1:A e OP1:B (TL084) permitem que a tensão de referência ( $V_{ref}$ ) seja aplicada ao sensor em forma de degrau de corrente, pelo chaveamento de S1, e que a tensão sobre o sensor, que é proporcional a variação de sua resistência elétrica,  $\Delta R_s(t)$ , seja amostrada sincronamente no capacitor C1, pelo chaveamento de S2.

Inicialmente, ajusta-se o potenciômetro P1, de modo a se obter, com auxílio dos amplificadores OP1:C e OP2:D, uma tensão de saída igual a zero, que será utilizada como tensão de referência. Variando-se então o ciclo de trabalho da corrente elétrica através do sensor, pelo fechamento de S1 e S2, sincronamente, obtêm-se uma tensão ( $V_s$ ) na saída do circuito que é proporcional a variação da resistência elétrica do sensor.

Os amplificadores OP2:C e OP2:B são utilizados para implementar filtros passa-baixas com frequência de corte de 3 Hz, objetivando-se reduzir os ruídos causados pelo fechamento das chaves S1 e S2, e eventuais ruídos de 60 Hz, presentes durante a realização dos experimentos.

Aplicando-se ao controle da chave S1, inicialmente, um sinal com ciclo de trabalho de 1% e após o ajuste da tensão de referência, com o auxílio do resistor P1, variou-se bruscamente o valor do ciclo de trabalho de 1% para 30, 40, 50 e 60%. Monitorando-se a tensão de saída  $V_s$ , obteve-se os dados representados pelas curvas (a), (b), (c) e (d), respectivamente, da Figura 3.4, para a variação da resistência elétrica do sensor.

De modo análogo, o ciclo de trabalho do sinal de controle de S1, foi variado bruscamente de 60, 50, 40 e 30% para 1%, obtendo-se as curvas (a), (b), (c) e (d), respectivamente, apresentadas na Figura 3.5, para a variação da tensão de saída ( $V_s$ ), que é proporcional a variação da resistência elétrica do sensor.

Os ciclos de trabalho de 1%, 30%, 40%, 50% e 60%, correspondem a correntes elétricas eficaz de 3,20; 22,43; 25,90; 28,96 e 31,72 mA, respectivamente, através do sensor.

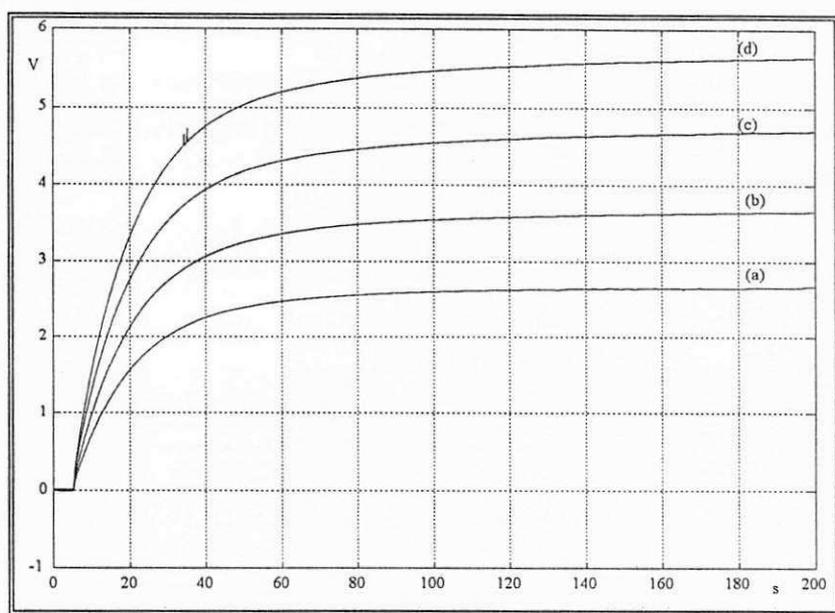


Figura 3.4 - Curvas experimentais da variação da tensão de saída (proporcional a variação de  $R_g$ ), obtidas excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica pulsada de 3,20 para: a) 22,43; b) 25,90; c) 28,96 e d) 31,72 mA.

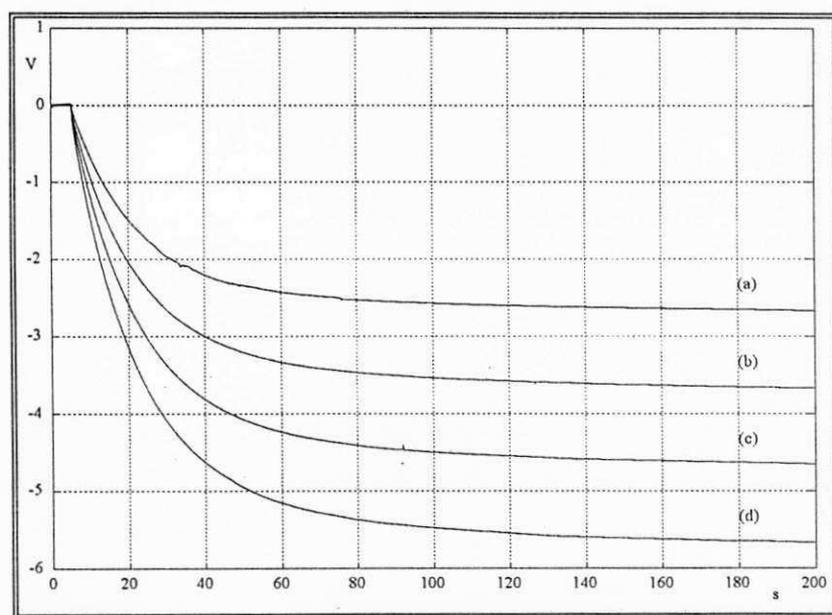


Figura 3.5 - Curvas experimentais da variação da tensão de saída (proporcional a variação de  $R_g$ ), obtidas excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica pulsada de a) 22,43; b) 25,90; c) 28,96 e d) 31,72 para 3,20 mA.

A constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor, correspondente a cada um dos arquivos gerados com os dados apresentados nas Figura 3.4 e 3.5, foram calculadas utilizando-se um algoritmo de interpolação [Nelder & Mead, 1965] e [Press et alii, 1988], e os resultados obtidos estão apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo

Degraus (mA)	$M$ (s)
3,20 a 22,43	15,985
3,20 a 25,90	16,699
3,20 a 28,96	16,645
3,20 a 31,72	16,847
22,43 a 3,20	15,446
25,90 a 3,20	15,542
28,96 a 3,20	15,485
31,72 a 3,20	15,436

Pelo exposto na Tabela 3.1, observa-se que os valores determinados para a constante de tempo aparente ( $M$ ) aumenta com o valor da corrente elétrica (para degraus positivos) e que para os degraus negativos, os valores determinados para ( $M$ ) são aproximadamente iguais, uma vez que o valor da corrente elétrica final do sensor é o mesmo, de acordo com a equação (1:12). Com base nestes dados, os valores de  $n$ ,  $\tau$ ,  $U$  e  $c$ , podem ser calculados usando-se as equações (2:05), (2:06), (2:07) e (2:08), respectivamente. Observe-se, entretanto, que as grandezas  $A$  e  $m$ , devem ser conhecidas com precisão para a determinação de  $U$  e  $c$ . Assim sendo, apresenta-se na Tabela 3.2 os valores de  $n$ ,  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , que foram obtidos tomando-se dois a dois os valores da Tabela 3.1.

Tabela 3.2 - Valores dos parâmetros do sensor calculados a partir dos valores da Tabela 3.1

Degraus (mA)	$n$	$\tau$ (s)	$UA$ (W/ °C)	$mc$ (J/ °C)
3,20-22,43 / 3,20-25,90	0,995	14,168	$1,745 \times 10^{-3}$	$2,466 \times 10^{-2}$
3,20-22,43 / 3,20-28,96	0,960	15,089	$3,540 \times 10^{-3}$	$5,326 \times 10^{-2}$
3,20-22,43 / 3,20-31,72	0,948	15,207	$4,081 \times 10^{-3}$	$6,185 \times 10^{-2}$
3,20-22,43 / 22,43-3,20	1,034	15,436	$5,773 \times 10^{-3}$	$8,885 \times 10^{-2}$
3,20-25,90 / 25,90-3,20	1,074	15,525	$3,765 \times 10^{-3}$	$5,828 \times 10^{-2}$
3,20-28,96 / 28,96-3,20	1,074	15,472	$4,697 \times 10^{-3}$	$7,246 \times 10^{-2}$
3,20-31,72 / 31,72-3,20	1,091	15,423	$4,697 \times 10^{-3}$	$7,224 \times 10^{-2}$

Analisando os dados apresentados na Tabela 3.2, para  $n$ ,  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , observa-se que:

- a) os resultados apresentados na primeira linha diverge de todos os demais resultados, o que pode ser atribuído ao valor de  $n$ , muito perto da unidade, o que faz com que a sensibilidade normalizadas destas grandezas (ver Figura 2.9) em relação ao fator  $n$  sejam grandes;
- b) excetuando-se a primeira linha, o valor de  $\tau$ , apresenta uma razoável concordância com os demais valores, o que demonstra que a sensibilidade de  $\tau$  é relativamente independente de  $n$ , o que não acontece com as grandezas  $mc$  e  $UA$ .
- c) para as duas últimas linhas da Tabela 3.2, os valores calculados para  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , concordam entre si, sendo estes portanto, os prováveis valores para os parâmetros calculados;
- d) para as duas últimas linhas da Tabela 3.2, os valores de  $n$  (1,074 e 1,091), ainda indicam uma pequena inclinação nas curvas da sensibilidade de  $mc$  e  $UA$ , (de acordo com a Figura 2.9) logo deve-se tentar obter um valor maior para  $n$ , o que não foi realizado objetivando-se manter a integridade física do sensor.

### 3.4 - Excitando o Sensor com Degraus de Radiação

A excitação do sensor termo-resistivo com um degrau de radiação (incidente ou obstrução), quando este é atravessado por uma corrente elétrica  $I$ , necessária para a monitoração de sua resistência elétrica  $R_s(t)$  ou de sua variação  $\Delta R_s(t)$ , pode ser realizada com o auxílio do diagrama básico apresentado na Figura 3.6.

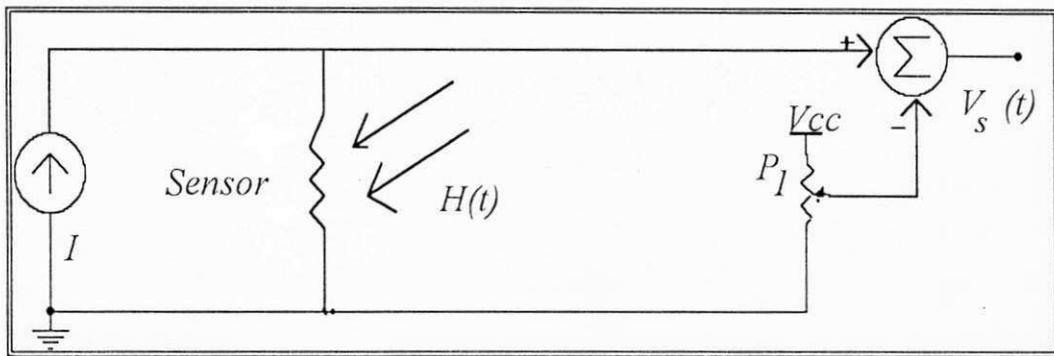


Figura 3.6 - Diagrama básico para a excitação do sensor com degraus de radiação

Após ser atingido o equilíbrio térmico do sensor (devido a aplicação da corrente elétrica), ajusta-se o potenciômetro P1 de modo a se obter  $V_s = 0$ , que será utilizada como tensão de referência. Em seguida o degrau de radiação é aplicado e monitorando-se a tensão de saída  $V_s$ , obtém-se um sinal que é proporcional a variação de  $R_s(t)$  devido a radiação incidente.

Alcançado o equilíbrio térmico, pode-se obstruir a radiação, obtendo-se deste modo as variações de  $R_s(t)$ , que são proporcionais a incidência e a obstrução da radiação, quando o sensor é atravessado por uma corrente elétrica  $I$ .

Na Figura 3.7 apresenta-se o arranjo experimental utilizado para a excitação do sensor e para a aquisição dos dados relativos a  $V_s(t) = I \Delta R_s(t)$ .

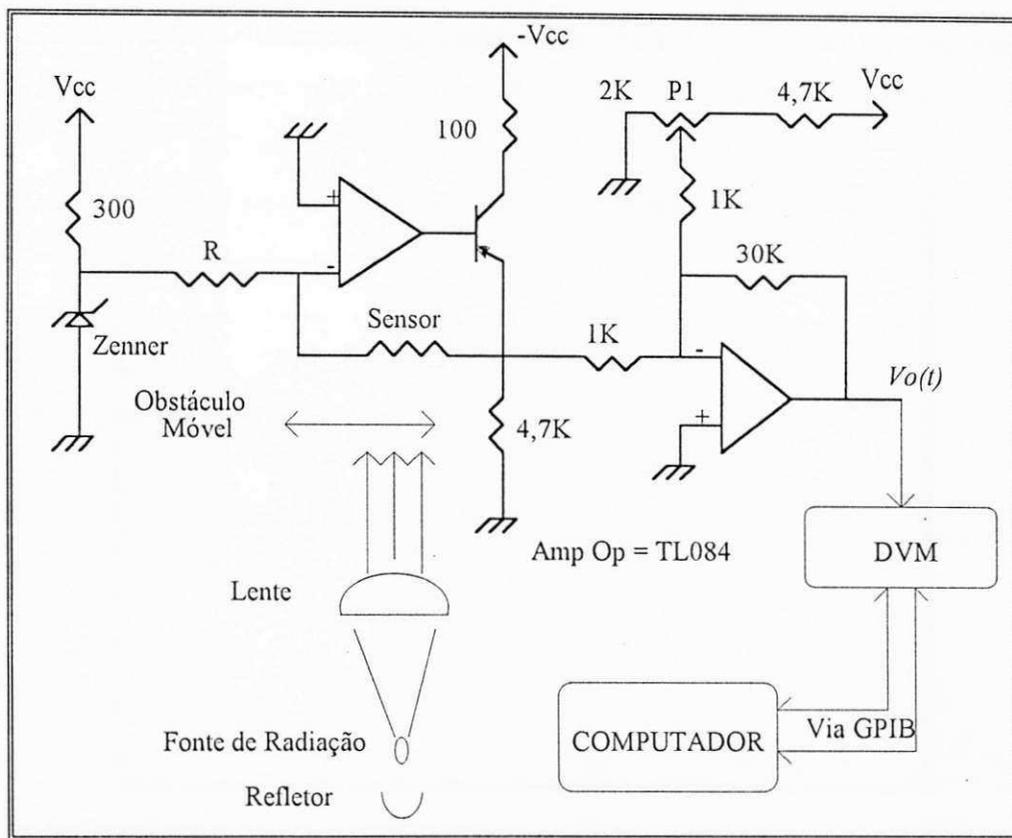


Figura 3.7 - Diagrama esquemático para a excitação do sensor com degraus de radiação e para a aquisição dos dados

Como fonte de radiação utilizou-se uma lâmpada de halogênio (12V x 100W), cuja radiação foi focalizada no sensor com o auxílio de uma lente e de um refletor, objetivando-se obter uma distribuição uniforme no sensor. Este arranjo foi situado a uma distância de aproximadamente 50 cm (distância fonte de radiação ao sensor) do sensor suspenso no ar. A incidência ou não de radiação foi realizada com o auxílio de um obstáculo móvel entre a lente focalizadora e o sensor.

A tensão de saída  $V_s(t) = I \Delta R_s(t)$  foi adquirida com o auxílio de um DVM de 6 ½ dígitos, controlado por um microcomputador IBM-PB (ou compatível), o qual armazena os dados adquiridos, durante a duração de experimento (100 segundos) para posterior processamento. Os dados relativos a  $V_s(t)$  foram adquiridos para correntes de medição iguais a 0,257; 4,057 e 24,889 mA, obtidas com o valor do resistor R igual a 49690; 2970 e 465  $\Omega$ .

As curvas a, b e c apresentadas na Figura 3.8, representam a variação de  $V_s(t)$  para os valores citados. Para uma melhor visualização, as curvas a e b foram ampliadas por um fator de 20 e 2,5 respectivamente.

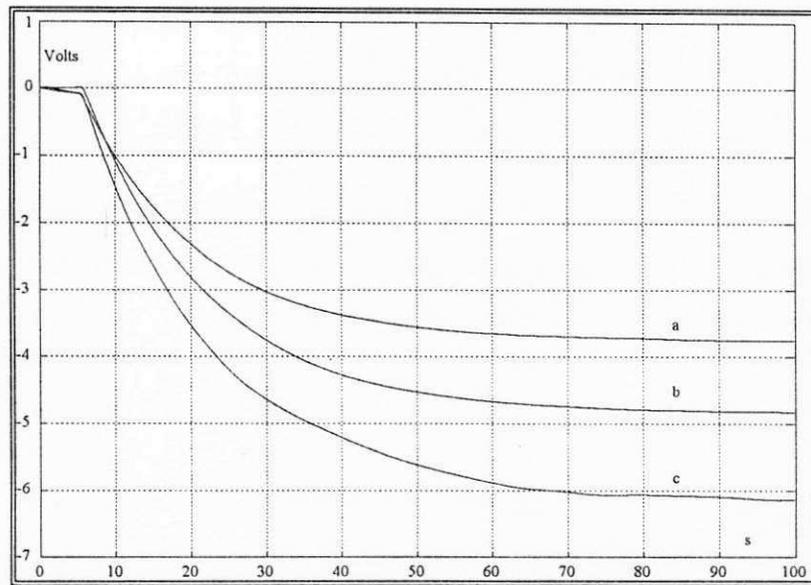


Figura 3.8 - Curvas experimentais de  $V_s(t) = I \Delta R_s(t)$  obtidas excitando-se o sensor com radiação, para correntes de (a) 0,257 (b) 4,057 e (c) 24,889 mA através do sensor

Com o auxílio de um algoritmo de interpolação [Nelder & Mead, 1965] e [Press et alii, 1988] pode-se determinar o valor da constante de tempo aparente do sensor, correspondente a cada curva apresentada na Figura 3.8. Estes valores estão apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Valores da constante de tempo aparente ( $M$ ) do sensor termo-resistivo

I (mA)	M (s)
0,257	16,196
4,057	16,228
25,889	17,749

Considerando-se dois a dois, os valores de  $M$  a cada vez, pode-se com auxílio das equações (2:06), (2:07), (2:04) e (2:05) determinar os valores dos parâmetros  $n$ ,  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , respectivamente. Estes valores estão apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Valores dos parâmetros do sensor termo-resistivo obtidos a partir dos valores da Tabela 3.3 com auxílio das equações (2:06), (2:07), (2:04) e (2:05)

$I_1 \Rightarrow I_2 (mA)$	$n$	$\tau (s)$	$UA (W/^\circ C)$	$mc (J/^\circ C)$
0,257 $\Rightarrow$ 4,057	0,998	16,196	0,0033	0,0539
0,257 $\Rightarrow$ 25,889	0,912	16,196	0,0030	0,0489
4,057 $\Rightarrow$ 25,889	0,914	16,193	0,0030	0,0488

Observe-se que para as duas últimas linhas da Tabela 3.4, os valores calculados para  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , são praticamente os mesmos. Isto pode ser atribuído a relação dos valores das correntes utilizadas, que produzem um valor de  $n$  distante da unidade. Para os valores apresentados na primeira linha da Tabela 3.4, o valor de  $n$  é muito perto da unidade, obtendo-se um valor da sensibilidade normalizada em relação a  $n$ , bem maior para os termos  $UA$  e  $mc$ , do que para  $\tau$ .

Teoricamente, os resultados apresentados para os parâmetros  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , nas tabelas 3.4 e 3.2 deveriam ser, aproximadamente, iguais. As divergências encontradas podem atribuídas a:

a) nos testes com degraus de corrente elétrica, o sensor foi utilizado tal como apresentado na Figura 1.1; enquanto que nos testes com radiação o sensor foi colocado no ar livre, objetivando-se reduzir o efeito da variação da temperatura ambiente;

b) nos testes com radiação, a temperatura do ambiente, nas proximidades do sensor não era constante, observou-se uma variação em torno de 3 °C, devido a incidência da radiação;

c) os ruídos associados ao processo de medição, não era o mesmo nos dois teste;

d) na fonte de radiação tem-se a presença do ruído de 60 Hz, o que poderia ter sido filtrado com o auxílio de filtros passa-baixas, não utilizados durante o experimento.

Todavia, acredita-se, pelo exposto teoricamente no capítulo 2, que se as condições para os dois testes fossem equivalentes, os resultados, evidentemente, seriam bem mais próximos um do outro.

### 3.5 - Implementando o Algoritmo de Estimação

Objetivando-se verificar a eficácia dos métodos de estimação apresentados, um arranjo experimental foi implementado para a excitação do sensor termo-resistivo com uma corrente elétrica, de modo análogo a simulação anteriormente descrita.

Na Figura 3.9 apresenta-se o diagrama do arranjo experimental utilizado. A tensão de entrada  $V_i$  é obtida de um gerador de funções, e a tensão de entrada  $V_o$  é adquirida usando-se um voltímetro digital de 6½ dígitos. As sequências de operação do voltímetro digital e do gerador de funções, podem ser programadas através de um cartão IEEE-488, colocado no barramento de expansão do microcontrolador (PC ou compatível). A tensão de entrada ( $V_i$ ) aplicada ao arranjo é uma onda quadrada de 2,0 Vpp, com um nível constante de -4,0V e uma frequência de 8,3 mHz.

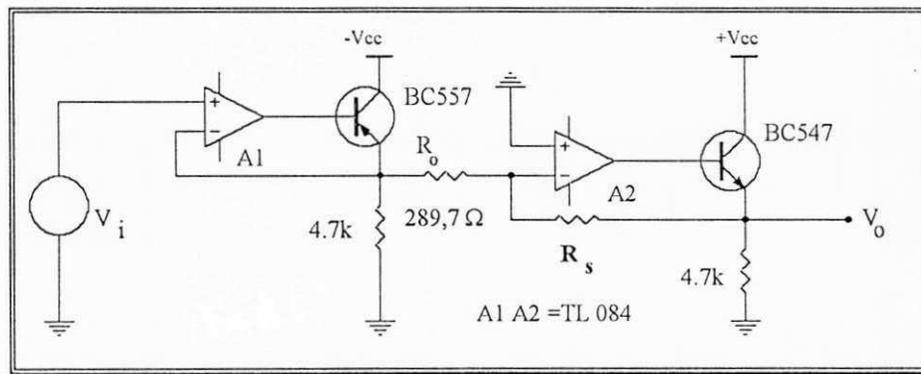


Figura 3.9 - Diagrama do circuito experimental para a aquisição dos dados de entrada e de saída.

Deste modo, os dados adquiridos pelo voltímetro digital, relativos as tensões de entrada ( $V_i$ ) e de saída ( $V_o$ ), podem ser armazenadas na memória do microcomputador, através da interface GPIB, construindo-se um banco de dados, que será utilizado pelo algoritmo de estimação, como mostra o diagrama de blocos apresentado na Figura 3.10.

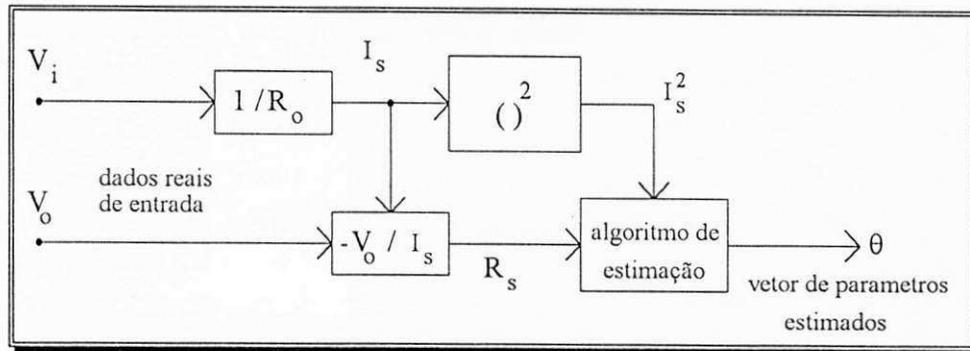


Figura 3.10 - Diagrama de entrada dos dados para modelo de entrada/saída.

Os resultados obtidos com os dados adquiridos com o arranjo experimental apresentado na Figura 3.9, usando-se os algoritmos de estimação, com o método dos mínimos quadrados e com o método das variáveis instrumentais, estão apresentados nas Figuras 3.11 e 3.12, respectivamente.

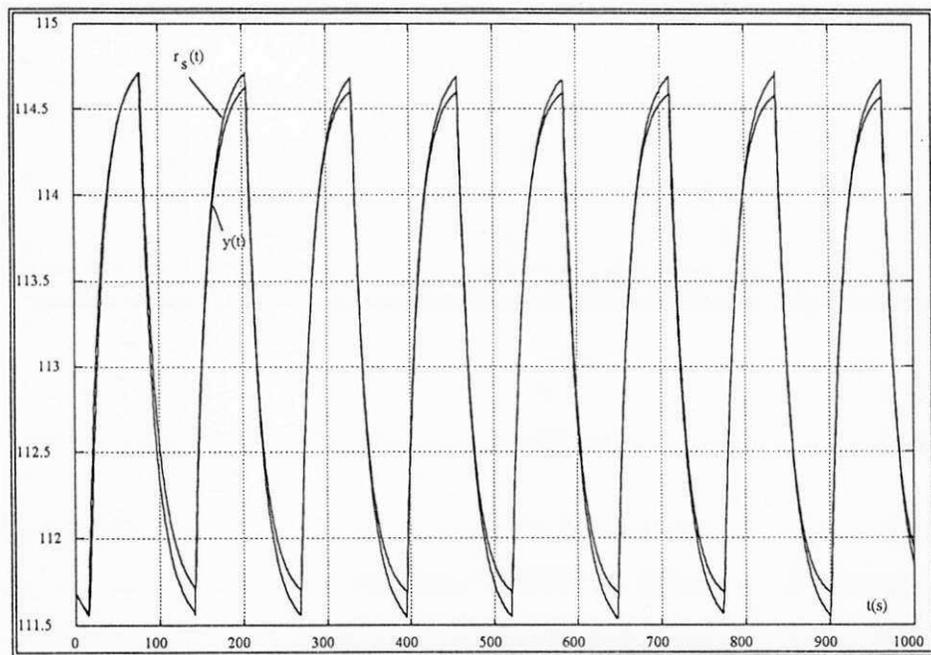


Figura 3.11 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método dos mínimos quadrados.

A tensão de entrada ( $V_i$ ) aplicada ao arranjo da Figura 3.9, é uma onda quadrada com  $2,0 V_{pp}$ , com um nível constante de  $-4,0V$  e uma frequência de  $8,3 \text{ mHz}$ . Do mesmo modo que foi realizado nos estudos de simulações, o valor final do vetor de parâmetros  $\theta$ , obtido com o método dos mínimos quadrados, foi utilizado para a construção do vetor de variável instrumental  $\zeta(t)$ , nas equações (5:11) e (5:12).

Durante a realização do ensaio experimental, o sensor foi colocado dentro de uma estufa, objetivando-se evitar a influência da temperatura ambiente, entretanto, observou-se que a temperatura no interior da estufa, variou de 23,94 °C para 23,72 °C durante o experimento. Todavia, esta variação não comprometeu o experimento, o que pode ser comprovado pela concordância dos resultados, com os resultados obtidos por simulação.

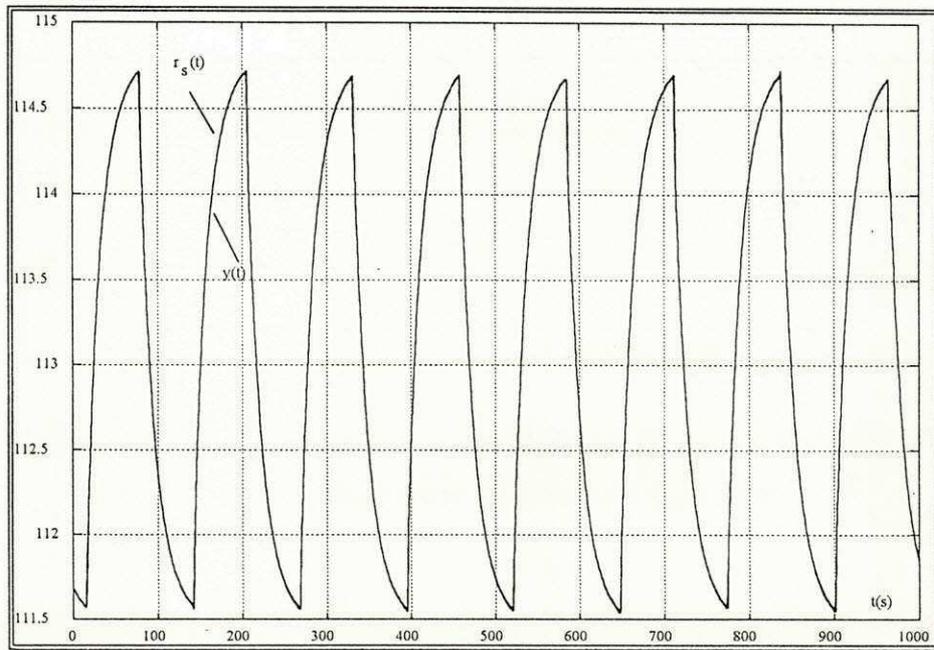


Figura 3.12 - Variação da resistência elétrica do sensor e do seu valor estimado com o algoritmo recursivo usando-se o método das variáveis instrumentais.

Os diagramas apresentados nas Figuras 3.11 e 3.12, mostram uma concordância entre os valores estimados e calculados para a resistência elétrica do sensor, e nas Figuras 3.13 e 3.14, apresenta-se as curvas do vetor de parâmetros estimados pelo método dos mínimos quadrados e pelo método das variáveis instrumentais, respectivamente.

Observe-se que a convergência do algoritmo de estimação, neste caso, também ocorre em menos de 100 intervalos de amostragem (100s), e que os valores apresentados na situação de regime estão de acordo com os valores numéricos calculados com o auxílio da equação (5:13).

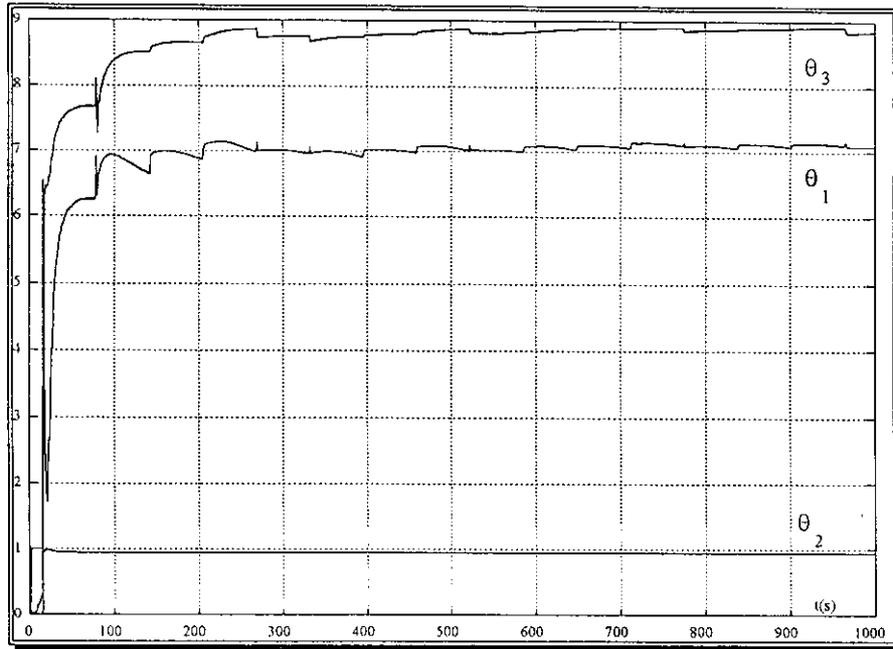


Figura 3.13 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados reais pelo método dos mínimos quadrados

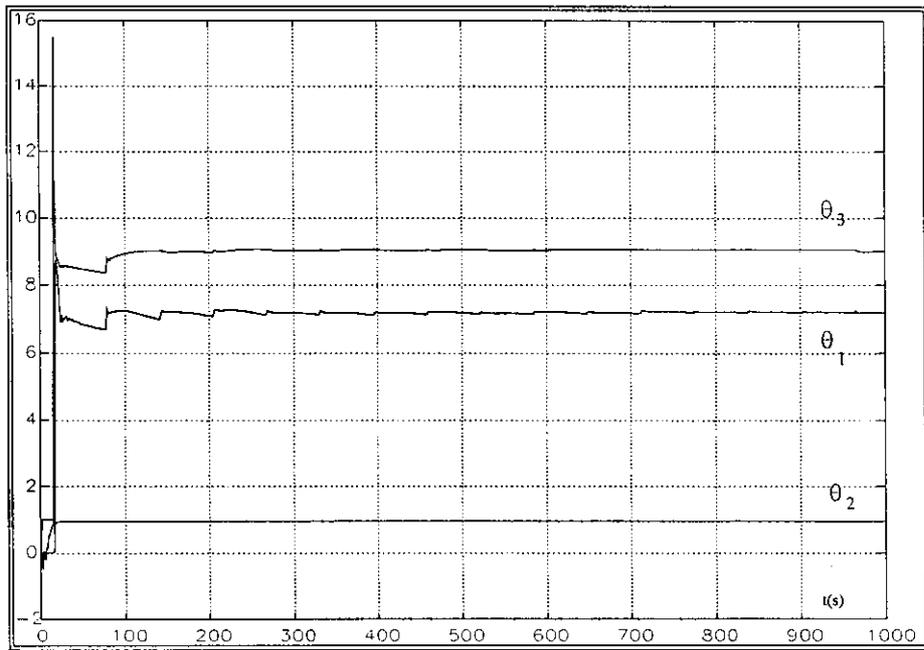


Figura 3.14 - Curvas dos valores estimados para o vetor de parâmetros com dados reais pelo método das variáveis instrumentais

### 3.6 - Estrutura em Ponte Realimentada

O arranjo experimental apresentado na Figura 3.15 pode ser utilizado para a determinação do tempo de resposta da estrutura realimentada que contém um sensor pintado de preto (sensor de absorção) colocado na malha de realimentação negativa da estrutura em ponte. Uma outra estrutura contendo um outro sensor, geométrica e termicamente igual pintado de branco (sensor de compensação) pode ser utilizada para compensar o efeito da temperatura ambiente.

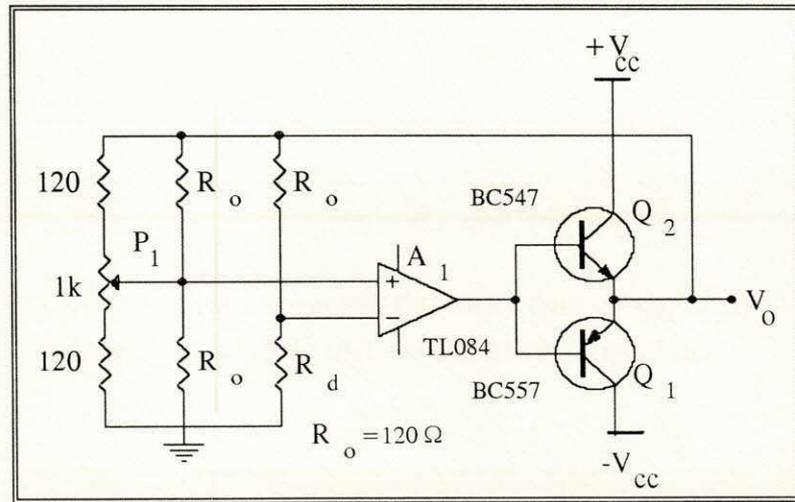


Figura 3.15 - Estrutura em ponte realimentada contendo sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa.

Como fonte de radiação utilizou-se uma lâmpada de halogênio (12V x 100W), cuja radiação foi focalizada no sensor com o auxílio de uma lente e de um refletor, objetivando-se obter uma distribuição uniforme sobre o sensor, que estava suspenso no ar a uma distância de aproximadamente 1 m. A incidência ou não de radiação foi realizada com o auxílio de um obstáculo móvel colocado entre a lente focalizadora e o sensor. A tensão de saída  $V_o$  (Figura 3.15) foi adquirida com um osciloscópio digital de 8 bits com intervalo de amostragem de 0,01 s, e os dados coletados foram transferidos para um microcomputador através da interface GPIB, para posterior processamento.

Incidindo-se radiação sobre o sensor, a tensão  $V_o$  (ver Figura 3.16a), diminui rapidamente com o comportamento expresso pela equação 2:66. Obstruindo-se a radiação incidente, observa-se para a curva da tensão (Figura 3.16b) uma resposta inicialmente lenta e que depois cresce rapidamente com o aumento da tensão sobre o sensor, de acordo com a equação 2:66.

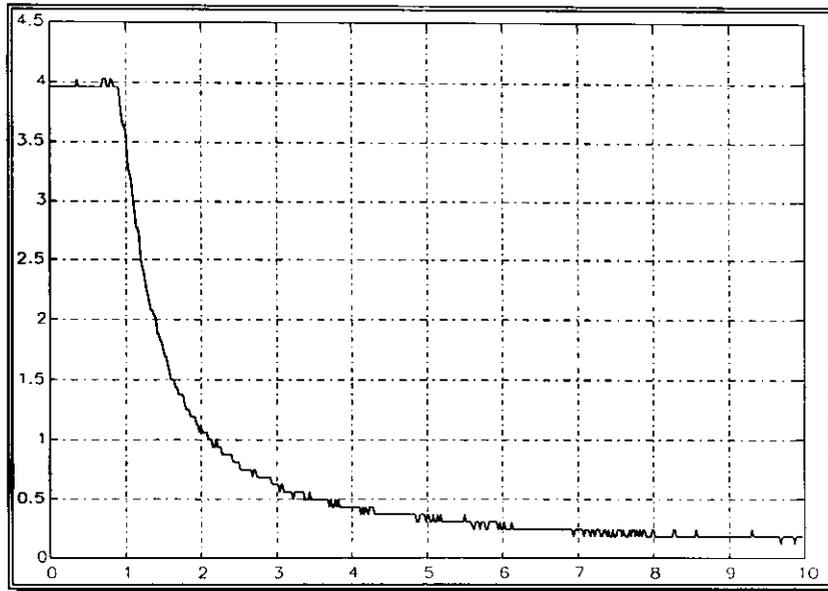


Figura 3.16 a - Curva da tensão de saída do circuito da Figura 3.15, quando excitado com um degrau de radiação (incidência)

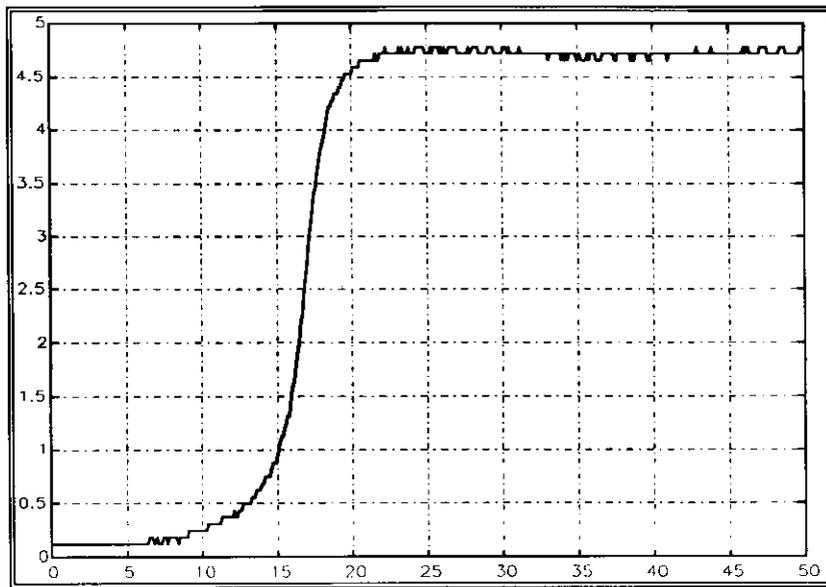


Figura 3.16 b- Curva da tensão de saída do circuito da Figura 3.15, quando excitado com um degrau de radiação (obstrução)

A constante de tempo estimada para a etapa inicial da curva (Figura 3.16 a) é menor que 1.0 segundo. Este valor demonstra que o uso de sensores termo-resistivos na malha de realimentação negativa de uma estrutura em ponte, reduz o tempo de resposta inicial do sensor sendo portanto possível a utilização desta estrutura para a monitoração de variações rápidas da radiação incidente [Deep et alii, 1992] e [Rocha Neto et alii, 1992].

### 3.7 - Conclusão

A constante de tempo do sensor termo-resistivo, determinada excitando-se o sensor com corrente elétrica, não depende apenas de suas propriedades físicas, mas também da corrente elétrica que o atravessa, que é necessária para a monitoração de sua resistência elétrica.

A metodologia proposta no capítulo anterior, foi implementada, excitando-se o sensor termoresistivo, com degraus de corrente elétrica pulsada, e os resultados obtidos comprovados excitando-se o sensor com degraus de radiação, quando este é atravessado por uma corrente elétrica constante.

Os resultados obtidos com implementações práticas, demonstram a viabilidade do método proposto, e a dependência da sensibilidade normalizada destes parâmetros  $\tau$ ,  $AU$  e  $mc$  com o fator  $n$ .

Com base na equação teórica que rege o comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo (equação 1:11), desenvolveu-se um modelo recursivo para a resistência elétrica do sensor, que descreve a sua evolução dinâmica a cada intervalo de amostragem.

Para os procedimentos de estimação dos parâmetros do sensor termo-resistivo apresentados, utilizou-se apenas a excitação com corrente elétrica, e pelas equações (2:36) e (2:45) observa-se a possibilidade de estimação da radiação incidente, se a temperatura ambiente é considerada constante. Todavia, quando há radiação incidente no sensor, a temperatura do ambiente que o envolve varia, neste caso um modelo mais complexo para a equação (2:34) deve ser formulado.

Os métodos de estimação dos parâmetros do sensor termo-resistivo implementados, foram avaliados utilizando-se dados experimentais adquiridos com o auxílio de um arranjo experimental, e para os dois algoritmos implementados, o algoritmo que utiliza o critério das variáveis instrumentais é mais eficiente que o que utiliza o critério dos mínimos quadrados, e pelos resultados obtidos, observa-se que é possível reduzir-se o tempo de convergência dos algoritmos pela escolha adequada dos valores iniciais do vetor de parâmetros.

A partir da análise do princípio da equivalência elétrica aplicado em estruturas realimentadas que contenham um sensor na malha de realimentação, demonstrou-se que o tempo de resposta da estrutura realimentada é igual a constante de tempo do sensor dividida por um fator que envolve o ganho de malha aberta do amplificador operacional.

Comprovando-se que a estrutura em ponte realimentada que contém um sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, produz uma redução no tempo de resposta desta estrutura, o que permite a utilização do sensor termo-resistivo na monitoração de variações rápidas da radiação incidente.

## CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

### CONCLUSÕES

As principais contribuições deste trabalho estão contidas no capítulo dois. Neste capítulo é apresentada uma metodologia que possibilita a determinação das características de um sensor termo-resistivo, excitando-o eletricamente ou com radiação incidente.

O ponto relevante desta metodologia consiste na determinação da constante de tempo intrínseca do sensor termo-resistivo ( $\tau$ ), sem o conhecimento de suas grandezas intrínsecas (massa, calor específico, área e coeficiente global de transferência de calor), submetendo-o a aplicação de dois degraus, distintos, de corrente elétrica, ou a aplicação de degraus de radiação, quando este é atravessado por uma corrente elétrica.

Conforme descrito (cf. capítulo dois, item 2.2.1), pode-se ainda determinar com este método, os produtos  $mc$  (capacidade térmica do sensor) e  $UA$  (coeficiente global de transferência de calor do sensor). Se, entretanto, a massa ( $m$ ) do sensor é conhecida, pode-se determinar o seu calor específico ( $c$ ), e se a área ( $A$ ) do sensor é conhecida, determina-se o valor do coeficiente global de transferência do sensor ( $U$ ).

Comprova-se a viabilidade de uso das técnicas de estimação na determinação dos parâmetros do sensor termo-resistivo. Com base na equação que rege o comportamento dinâmico do sensor

termo-resistivo (cf. capítulo um, equação 1:11), desenvolveu-se um modelo recursivo para a resistência elétrica do sensor, que descreve a sua evolução dinâmica a cada intervalo de amostragem.

A partir deste modelo implementou-se um algoritmo de estimação, para a identificação dos parâmetros do sensor segundo os critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais. Os métodos de estimação dos parâmetros, foram inicialmente avaliados, utilizando-se um conjunto de dados obtidos por simulação numérica da equação (1:11), obtida com o método de integração de Runge-Kutta de quarta ordem.

A evolução das implementações realizadas para a comprovação deste método, excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica, é apresentada no capítulo três, onde se analisa os resultados obtidos em cada etapa, através de implementações de arranjos experimentais. Os resultados obtidos são validados excitando-se o sensor com degraus de radiação incidente.

A estimação dos parâmetros do sensor é comprovada utilizando-se dados reais adquiridos com o auxílio de um arranjo experimental, excitando-se o sensor com degraus de corrente elétrica, e verificou-se que nos dois casos, a convergência do algoritmo que utiliza o critério das variáveis instrumentais é mais eficiente do que o que utiliza o critério dos mínimos quadrados.

Concluindo-se, demonstrou-se com o auxílio de um arranjo experimental, que a estrutura em ponte realimentada, que contém um sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, pode ser utilizada para a monitoração de variações rápidas da radiação incidente.

Nestes experimentos a monitoração da variação da resistência elétrica do sensor termo-resistivo, foi realizada com o auxílio de equipamentos interligados com a interface GPIB, através dos quais excitava-se o sensor e se adquiria os dados para posterior armazenamento na memória do computador.

## PERSPECTIVAS FUTURAS

Os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento deste trabalho indicam a possibilidade de estudos complementares em vários pontos, dentre os quais pode-se destacar:

a) a implementação prática de uma estrutura que permita monitorar a variação da resistência elétrica do sensor termo-resistivo, quando este é excitado com um degrau de potência elétrica. As simulações realizadas para este método, demonstram, teoricamente, a possibilidade de determinação da constante de tempo intrínseca do sensor;

b) o desenvolvimento teórico apresentado no capítulo dois, item 2.4, mostra a viabilidade de determinação da radiação incidente no sensor, com o uso das técnicas de estimação, através dos critérios dos mínimos quadrados e das variáveis instrumentais; um outro ponto que merece um estudo mais aprofundado nesta área, diz respeito a forma de onda do sinal utilizado para a excitação do sensor, e ao melhor valor do fator de esquecimento;

c) a possibilidade de modelamento de outros tipos de sensores com os métodos propostos nos capítulos dois. Os estudos iniciais realizados indicam tal viabilidade, desde que o sensor sob estudo possa ser apresentado como um sistema aproximadamente linear;

d) o estudo da sensibilidade dos parâmetros  $\tau$ ,  $UA$  e  $mc$ , para as outras fontes de erros associadas as implementações realizadas;

e) o estudo de outras estruturas realimentadas que contenham o sensor termo-resistivo na malha de realimentação negativa, e,

f) finalizando-se, a influência da variação da temperatura ambiente, suposta constante no desenvolvimento deste trabalho, deve ser considerada na solução da equação (1:01), e os seus efeitos avaliados no comportamento dinâmico do sensor termo-resistivo.

Esta página foi intencionalmente deixada em branco.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[Apostol; 1967] - Apostol; T. M. *Calculus* - Vol 1, Xerox Corporation - 1967

[Coulson, 1975] - Coulson; K. L. *Solar and Terrestrial Radiation - Methods and Measurement*, Academic Press - 1975.

[Coulson & Howell, 1980] - Coulson; K. L. and Howell; Y. *Solar Radiation Instruments*, Sumworld Vol 4 N° 03, pp 87-99, 1980.

[Dally et alii, 1984] - Dally; J. W. and Riley; W. F. and McConnell; K. G. *Instrumentation for Engineering Measurements*. John Wiley & Sons, Inc - 1984

[Deep et alii, 1992] - Deep; G. S., Freire; R. C. S., Lobo; P. C., Rocha Neto; J. S. and Lima; A. M. N. *Dynamic Response of Thermoresistive Sensors*. IEEE Trans. on Instrum. and Meas. Vol 41 N° 06, pp 815-819, December 1992.

[Doebelin, 1975] - Doebelin; E. O. *Measurement Systems - Application and Design*. McGraw-Hill, 1976.

[Freire et alii, 1992] - Freire; R. C. S., Deep; G. S., Lima; A. M. N., Rocha Neto; J. S., Farias; C.C. and Lobo; P. C. *Experimental Modelling of Thermo-Resistive Solar Radiation Sensors*. ASME International Solar Energy Conference - Maui - Hawaii - U.S.A. pp 1243-1248 - 1992.

[Freire et alii, 1994] - Freire; R. C. S., Rocha Neto; J. S., Deep; G. S., Lima; A. M. N., and Lobo; P. C., *Experimental Determination of the Time Constant of a Thermoresistive Sensor*. IMTC'94 Instrum. and Meas. Tech. Conference - Hamamatsu - Japão, pp 450-453, May 1994.

[Grimberg, 198-] - Grimberg; J. A. M. *Digital Instrument Course - IEC Bus Interface Part 4* - Twente University of Technology - Dep. of Electrical Engineering - Enschede The Netherlands - 198\_.

[Hewlett-Packard, 1987] *Tutorial Description of the Hewlett-Packard Interface Bus* - Hewlett-Packard Company, 1987.

[Jones, 1978] Jones; B. E. *Instrumentation, Measurement and Feedback*, TMH Edition, 1978.

[Kay et alii, 1992] - Kay Yuh-Ju Ko; McInnis; B. C., and Goodwin; G. C. *Adaptive Control and Identification of the Dissolved Oxygen Process*. Automatica Vol 18, N° 6, pp 727-730, 1992.

[Lima & Lobo, 1988] - Lima; L. C. and Lobo; P. C. *An Electrical Compensated Pyranometer with Plane Sensors*. First World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics - pp 392-396, 1988.

[Lima et alii, 1993] Lima; A. M. N., Deep; G. S., Rocha Neto; J. S., Freire; R. C. S., and Lobo; P. C., *Identification of Thermo-Resistive Solar Radiation Sensors* IMTC'93 Inst. and Meas. Tech. Conference, Irvine, CA USA - pp 541-545, May 1993.

[Lima et alii, 1994] Lima; A. M. N., Deep; G. S., Rocha Neto; J. S., Freire; R. C. S., and Lobo; P. C., *Identification of Thermo-Resistive Solar Radiation Sensors* IEEE Trans. on Instrum. and Meas. Vol 43, N° 02, pp 133-138, April 1994.

[Lobo, 1966] - Lobo; P. C. *Determination of Velocity Patterns in Engine Cylinders by Means of Hot Wire Anemometer* pp 242, Ph. D. Thesis, Univ. of London, 1966.

[Lobo, 1982] - Lobo; P. C. *Loss Compensated Radiometer* In W. D. Turner (Ed) Solar Engineering, pp 491-496. ASME - New York, 1982.

[Lobo, 1986] Lobo; P. C. *An Electrically Compensated Radiometer*, Solar Energy, Vol 36 N° 03, pp 207-216, 1986.

[Lobo et alii, 1992a] - Lobo; P. C., Deep; G. S., Freire; R. C. S., Lima; A. M. N. e **Rocha Neto; J. S.** *Determinação Experimental da Resposta Dinâmica de Sensores de Radiação*. Anais do 9º CBA - Vitória - ES - pp 218-222 - Setembro 1992.

[Lobo et alii, 1992b] - Lobo; P. C., Deep; G. S., Freire; R. C. S., Lima; A. M. N. e **Rocha Neto; J. S.** *Caracterização da Resposta Dinâmica de Sensores de Radiação*. Anais do 2º CNNe/EM - pp 351-358, J. Pessoa - PB - Agosto 1992.

[Ljung, 1987] - Ljung; L. *System Identification: Theory for User* Prentice-Hall INC. 1987.

[Motorola, 1988a] *MC68HC11 - HCMOS Single-Chip Microcontroller - Advanced Information* - MOTOROLA Inc; 1988.

[Motorola, 1988b] *MC68HC11 - Evaluation Broad User's Manual* - MOTOROLA Inc; 1988.

[Nelder & Mead, 1965] - Nelder; J. A. and Mead; R. *A Simplex Method for Function Minimization*. The Computer Journal, vol 7, pp 308-313, 1966.

[Norton, 1969] - Norton; H. N. *Handbook of Transducers for Electronic Measuring Systems* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. 1969

[Oliver & Cage, 1971] - Oliver; B. M. and Cage; J. M. *Electronic Measurements and Instrumentation*. McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1971.

[Press et alii, 1988] - Press; W. H., Flannery; B. P., Teukolsky; S. A., Vetterling; W. T., *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1988.

[Putten, 1988a] - Putten; A. F. P. *A Constant Voltage Constant Current Wheatstone Bridge Configuration*. Sensors and Actuators, nº 13 - pp 103-115, 1988.

[Putten, 1988b] - Putten; A. F. P. *Thermal Feedback Drives Sensors Bridges Simultaneously with Constant Supply Voltage and Current*. IEEE Trans. on Instrum. and Meas. Vol 39 nº 13, pp 103-115, 1988.

[Rocha Neto et alii, 1992] - Rocha Neto; J. S., Deep; G. S., Freire; R. C. S., Lima; A. M. N., Lobo; P. C. *Characterization of Dynamic Response of Thermo-Resistive Sensors*. IMTC'92 - IEEE Inst. and Meas. Tech. Conf. - New York - pp 121-125, September 1992.

[Rocha Neto , 1993] - Rocha Neto; J. S., *Análise e Projeto de um Instrumento para a Medição de Radiação*. Exame de Qualificação de Doutorado. COPELE - UFPB - Campina Grande - PB, Abril 1993.

[Rocha Neto et alii, 1994] - Rocha Neto; J. S., Deep; G. S., Freire; R. C. S., Lobo; P. C. and Lima; A. M. N. *Determinação da Constante de Tempo de Sensores Termoresistivos por Meios Elétricos*. Anais do 10<sup>a</sup> CBA - Rio de Janeiro - pp 1270-1275, Setembro 1994.

## ANEXO A

### DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES

Apresenta-se neste anexo as etapas de desenvolvimento das equações citadas no texto.

<b>EQUAÇÃO 1:08</b>
---------------------

Considerando que a resistência elétrica do sensor termo-resistivo numa dada temperatura ( $T_s$ ) do sensor pode ser expressa como:

$$R_s(t) = R_o (1 + \beta T_s)$$

e que para uma dada temperatura  $T_a$ , pode-se escrever que:

$$R_a(t) = R_o (1 + \beta T_a)$$

logo, a resistência elétrica do sensor pode ser escrita como:

$$R_s(t) = \frac{R_a (1 + \beta T_s)}{(1 + \beta T_a)}$$

donde se conclui que:

$$T_s = \frac{R_s(t) (1 + \beta T_a)}{\beta R_a} - \frac{1}{\beta} \quad (1:08)$$

<b>EQUAÇÃO 1:09</b>
---------------------

Substituindo a equação (1:08) na equação (1:07), tem-se:

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{\beta R_o}{mc} \left[ R_s I_s^2 - UA \left( \frac{R_s(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} - \frac{1}{\beta} \right) + UA T_a + \alpha AH(t) \right]$$

arranjando-se os termos:

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{\beta R_o}{mc} \left[ R_s I_s^2 - \frac{R_s(1 + \beta T_a) UA}{\beta R_a} \right] + \frac{\beta R_o}{mc} \left[ \frac{UA}{\beta} + UA T_a \right] + \frac{\beta R_o \alpha A}{mc} H(t)$$

ou,

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{\beta R_o R_s}{mc} \left( I_s^2 - \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} \right) + \frac{\beta R_o}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \alpha AH(t) \right) \quad (1:09)$$

<b>EQUAÇÕES 1:11 E 1:12</b>
-----------------------------

Desenvolvendo-se a equação (1:09), temos:

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_o R_s}{mc} I_s^2 + \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} R_s(t) = \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

como  $R_a = R_o (1 + \beta T_a)$ ,

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_o I_s^2}{mc} R_s + \frac{UA}{mc} R_s = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{1}{\frac{mc}{UA - \beta R_o I_s^2}} R_s = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{R_s}{M} = \frac{UA}{mc} R_a + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t) \quad (1:11)$$

onde:

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{1}{1 - \frac{\beta R_o I_s^2}{UA}} \quad (1:12)$$

<b>EQUAÇÃO 2:04, 2:05 e 2:06</b>
----------------------------------

De acordo com as equações (2:01) e (2:02) pode-se escrever que:

$$M(I_{f1}) UA = M(I_{f1}) \beta R_o I_{f1}^2 + mc \quad (2:01a)$$

e, desenvolvendo-se a equação (2:02),

$$mc = M(I_{f2}) UA - M(I_{f2}) \beta R_o I_{f2}^2 \quad (2:02a)$$

substituindo-se este resultado na equação (2:01a), tem-se:

$$UA = \beta R_o \frac{M(I_{f1}) I_{f1}^2 - M(I_{f2}) I_{f2}^2}{M(I_{f1}) - M(I_{f2})}$$

que pode ser escrita como:

$$UA = \beta R_o \frac{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1} \quad (2:04)$$

De modo analogo, explicitando-se o valor de  $mc$ , tem-se que:

$$mc = \beta R_o (I_{f1}^2 - I_{f2}^2) \frac{M(I_{f1}) M(I_{f2})}{M(I_{f1}) - M(I_{f2})}$$

que pode ser expresso como:

$$mc = \beta R_o M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1} \quad (2:05)$$

onde o termo  $n$  é definido como sendo:

$$n = \frac{M(I_{f1})}{M(I_{f2})} \quad (2:06)$$

<b>EQUAÇÃO 2:07</b>
---------------------

Dividindo-se as equações:

$$mc = \beta R_o M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1} \quad (2:05)$$

$$UA = \beta R_o \frac{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1} \quad (2:04)$$

temos que:

$$\frac{mc}{UA} = \frac{\beta R_o M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1}}{\beta R_o \frac{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n - 1}}$$

donde resulta:

$$\tau = \frac{mc}{UA} = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:07)$$

<b>EQUAÇÃO 2:08</b>
---------------------

Considerando-se as equações (1:15) e (2:07)

$$\tau = \frac{mc}{UA} \quad (1:13)$$

$$\tau = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{nI_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:07)$$

temos que:

$$\frac{mc}{UA} = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{nI_{f1}^2 - I_{f2}^2}$$

explicitando-se o valor de  $c$ ,

$$c = \frac{UA}{m} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{nI_{f1}^2 - I_{f2}^2}$$

com o auxílio da equação (2:04)

$$c = \frac{\beta R_o}{m} \frac{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{nI_{f1}^2 - I_{f2}^2}$$

o que resulta em:

$$c = \frac{\beta R_o}{m} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} \quad (2:08)$$

<b>EQUAÇÃO 2:10</b>
---------------------

Considere-se a equação (1:09);

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_o R_s}{mc} I_s^2 + \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} R_s = \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

no instante  $t = 0$ , para  $H(t) = 0$  pode-se escrever que:

$$R_{si} = \frac{UA}{mc} R_a M$$

para ,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

ou seja;

$$R_{si} = \frac{UA}{mc} R_a \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

o que resulta em:

$$R_{si} = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

onde,  $R_{si}$  é o valor inicial da resistência elétrica do sensor e  $I_i$  é o valor inicial do degrau de corrente elétrica que atravessa o sensor, de modo análogo, pode-se escrever para  $t = \infty$ , com  $H(t) = 0$  que;

$$R_{sf} = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_f^2}$$

onde,  $R_{sf}$  é o valor final da resistência elétrica do sensor e  $I_f$  é o valor final do degrau de corrente elétrica que atravessa o sensor.

Deste modo, pode-se escrever que:

$$R_{sf} = R_{sf} + (R_{si} - R_{sf}) e^{-t/M}$$

para,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_f^2}$$

ou seja;

$$R_s(t) = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_f^2} + \left( \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_i^2} - \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_f^2} \right) e^{-t/M}$$

desenvolvendo-se, temos que:

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_f^2} \left( 1 + \frac{\beta R_o I_i^2 - I_f^2}{UA - \beta R_o I_i^2} e^{-t/M} \right) \quad (2:10)$$

para,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_f^2}$$

<b>EQUAÇÃO 2:11</b>
---------------------

Considere a equação (2:07),

$$\tau = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{nI_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:07)$$

derivando-se em relação a  $n$ , temos que:

$$\frac{\partial \tau}{\partial n} = \frac{-M(I_{f1})I_{f1}^2(I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{(nI_{f1}^2 - I_{f2}^2)^2}$$

donde se conclui que;

$$\frac{\partial \tau}{\partial n} = \frac{M(I_{f1})(I_{f1}^2 I_{f2}^2 - I_{f1}^4)}{(nI_{f1}^2 - I_{f2}^2)^2} \quad (2:11)$$

válida para todo  $n \neq \frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2}$ .

<b>EQUAÇÃO 2.12</b>
---------------------

Considere a equação (2:08),

$$U = \frac{\beta R_o(n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{A(n-1)} \quad (2:08)$$

derivando-se em relação a  $n$ , temos que:

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{A(n-1)\beta R_o I_{f1}^2 - \beta R_o(n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)A}{A^2(n-1)^2}$$

ou seja,

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\beta R_o(I_{f2}^2 - I_{f1}^2)}{A(n-1)^2} \quad (2:12)$$

válida para todo  $n \neq 1$ .

<b>EQUAÇÃO 2:13</b>
---------------------

Considere a equação (2:09),

$$c = \frac{\beta R_o}{m} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} \quad (2:09)$$

derivando-se em relação a  $n$ , temos que:

$$\frac{\partial c}{\partial n} = \frac{-\beta R_o M(I_{f1}) (I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{m^2 (n-1)^2}$$

o que resulta em;

$$\frac{\partial c}{\partial n} = \frac{\beta R_o M(I_{f1})}{m} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{(n-1)^2} \quad (2:13)$$

válida para todo  $n \neq 1$ .

<b>EQUAÇÃO 2:14 e 2:14a</b>
-----------------------------

Considere a equação (2:07),

$$\tau = M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:07)$$

e a equação (2:11),

$$\frac{\partial \tau}{\partial n} = \frac{M(I_{f1})(I_{f1}^2 I_{f2}^2 - I_{f1}^4)}{(n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)^2} \quad (2:11)$$

escrevendo-se:

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{\partial \tau}{\partial n} \frac{n}{\tau}$$

tem-se que:

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{M(I_{f1})(I_{f1}^2 I_{f2}^2 - I_{f1}^4)}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \frac{(-I_{f1}^2)}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} n \frac{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{M(I_{f1})(I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}$$

desenvolvendo-se:

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{n}{\frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2} - n} \quad (2:14)$$

ou, substituindo-se na equação (2:14) o valor de  $n$  dado pela equação (2:06), tem-se que:

$$n = \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} \quad (2:06)$$

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{\frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2}}{\frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2} - \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2}}$$

simplificando-se;

$$\frac{\partial \tau / \tau}{\partial n / n} = \frac{1 - \frac{\beta R_o I_{f2}^2}{UA}}{\frac{I_{f2}^2}{I_{f1}^2} - 1} \quad (2:14a)$$

<b>EQUAÇÃO 2.15 e 2:15a</b>
-----------------------------

Considere a equação (2:08),

$$U = \frac{\beta R_o (n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}{A(n-1)} \quad (2:08)$$

e a equação (2:12),

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{\beta R_o (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)}{A(n-1)^2} \quad (2:12)$$

escrevendo-se:

$$\frac{\partial U/U}{\partial n/n} = \frac{\partial U}{\partial n} \frac{n}{U}$$

tem-se que:

$$\frac{\partial U/U}{\partial n/n} = \frac{\beta R_o (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)}{A(n-1)^2} n \frac{A(n-1)}{\beta R_o (n I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}$$

$$\frac{\partial U/U}{\partial n/n} = \frac{n}{n-1} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{n I_{f1}^2 - I_{f2}^2} \quad (2:15)$$

substituindo-se o valor de  $n$  expresso pela equação (2:06), tem-se que:

$$n = \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} \quad (2:06)$$

$$\frac{\partial U/U}{\partial n/n} = \frac{\frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{UA - \beta R_o I_{f2}^2} - 1}{\frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} I_{f1}^2 - I_{f2}^2}$$

$$\frac{\partial U/U}{\partial n/n} = \frac{(UA - \beta R_o I_{f2}^2) (UA - \beta R_o I_{f1}^2)}{\beta R_o UA (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)} \quad (2:15a)$$

<b>EQUAÇÃO 2:16 e 2:16a</b>
-----------------------------

Considere a equação (2:09),

$$c = \frac{\beta R_o}{m} M(I_{f1}) \frac{I_{f1}^2 - I_{f2}^2}{n-1} \quad (2:09)$$

e a equação (2:13),

$$\frac{\partial c}{\partial n} = \frac{\beta R_o M(I_{f1})}{m} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{(n-1)^2} \quad (2:13)$$

escrevendo-se,

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{\partial c}{\partial n} \frac{n}{c}$$

tem-se que:

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{\beta R_o M(I_{f1})}{m} \frac{I_{f2}^2 - I_{f1}^2}{(n-1)^2} n \frac{m (n-1)}{\beta R_o M(I_{f1}) (I_{f1}^2 - I_{f2}^2)}$$

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{n}{1-n} \quad (2:16)$$

substituindo-se o valor de  $n$  expresso pela equação (2:06), tem-se que:

$$n = \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2} \quad (2:06)$$

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{\frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2}}{1 - \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{UA - \beta R_o I_{f1}^2}}$$

simplificando-se,

$$\frac{\partial c/c}{\partial n/n} = \frac{UA - \beta R_o I_{f2}^2}{\beta R_o (I_{f2}^2 - I_{f1}^2)} \quad (2:16a)$$

<b>EQUAÇÃO 2:26</b>
---------------------

$$P_{e1} = R_{so} I_{efl}^2 \quad (2:18)$$

$$P_{e3} = R_{s1} I_{efs}^2 = (R_{so} + \Delta R) (I_{efl} + \Delta I_{ep})^2 \quad (2:19)$$

$$P_{e1} = P_{e3} \quad (2:24)$$

$$R_{so} I_{efl}^2 = (R_{so} + \Delta R) (I_{efl} + \Delta I_{ep})^2 \quad (2:25)$$

resolvendo-se a equação (3:09) para o termo  $\Delta I_{ef}$  tem-se que:

$$R_{so} I_{efl}^2 = R_{so} I_{efl}^2 + 2R_{so} I_{efl} \Delta I_{ef} + R_{so} (\Delta I_{ep})^2 + \Delta R I_{efl}^2 + 2\Delta R I_{efl} \Delta I_{ef} + \Delta R (\Delta I_{ep})^2$$

$$2 R_{so} I_{efl} \Delta I_{ef} + R_{so} (\Delta I_{ep})^2 + \Delta R I_{efl}^2 + 2 \Delta R I_{efl} \Delta I_{ef} + \Delta R (\Delta I_{ep})^2 = 0$$

$$(R_{so} + \Delta R) (\Delta I_{ep})^2 + 2 (R_{so} I_{efl} + \Delta R I_{ep}) \Delta I_{ef} + \Delta R I_{efl}^2 = 0$$

$$\Delta I_{ef} = - \frac{2I_{efl}(R_{so} + \Delta R) \pm \sqrt{4(R_{so} I_{efl} + \Delta R I_{ep})^2 - 4(R_{so} + \Delta R)\Delta R I_{efl}^2}}{2(R_{so} + \Delta R)}$$

$$\Delta I_{ef} = - \frac{2I_{efl}(R_{so} + \Delta R) \pm 2I_{efl} \sqrt{(R_{so} + \Delta R)^2 - (R_{so} + \Delta R)\Delta R}}{2(R_{so} + \Delta R)}$$

$$\Delta I_{ef} = - \frac{2I_{efl}(R_{so} + \Delta R) \pm 2I_{efl} \sqrt{R_{so}^2 + R_{so} \Delta R}}{2(R_{so} + \Delta R)}$$

$$\Delta I_{ef} = - \frac{I_{efl}(R_{so} + \Delta R) \pm I_{efl} \sqrt{R_{so}(R_{so} + \Delta R)}}{(R_{so} + \Delta R)}$$

$$\Delta I_{ef} = - I_{efl} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{R_{so}}{R_{so} + \Delta R}} \right) \quad (2:26)$$

<b>EQUAÇÃO 2:27</b>
---------------------

Considerando-se que:

$$P_{e1} = R_{so} I_{ef1}^2 \quad (2:18)$$

$$I_{ef1} = I \sqrt{\frac{\tau_1}{T}}$$

$$P_{e3} = R_{so} I_{efs}^2 \quad (2:23)$$

$$I_{efs} = I \sqrt{\frac{\tau_1 + \Delta\tau}{T}}$$

para  $P_{e1} = P_{e3}$ ;

$$R_{so} I^2 \sqrt{\frac{\tau_1}{T}} = (R_{so} + \Delta R) I^2 \sqrt{\frac{\tau_1 + \Delta\tau}{T}}$$

$$R_{so} \tau_1 = (R_{so} + \Delta R) (\tau_1 + \Delta\tau) = R_{so} \tau_1 + R_{so} \Delta\tau + \Delta R \tau_1 + \Delta R \Delta\tau$$

$$\Delta\tau (R_{so} + \Delta R) = -\Delta R \tau_1$$

$$\Delta\tau = -\frac{\tau_1 \Delta R}{R_{so} + \Delta R} = -\frac{\tau_1}{1 + \frac{R_{so}}{\Delta R}} \quad (2:27)$$

<b>EQUAÇÃO 2:30</b>
---------------------

Considere-se a equação (1:09);

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_o R_s}{mc} I_s^2 + \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta R_a} R_s = \frac{\beta R_o}{mc} \frac{UA(1 + \beta T_a)}{\beta} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

no instante  $t = 0$ ,  $H(t) = 0$  pode-se escrever que:

$$R_{si} = \frac{UA}{mc} R_a M$$

para ,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

ou seja;

$$R_{si} = \frac{UA}{mc} R_a \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

o que resulta em:

$$R_{si} = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_i^2}$$

onde,  $R_{si}$  é o valor inicial da resistência elétrica do sensor e  $I_i$  é o valor inicial do degrau de corrente elétrica que atravessa o sensor, de modo análogo, pode-se escrever para  $t = \infty$ , com  $H(t) \neq 0$  que;

$$R_{sf} = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_f^2} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

onde,  $R_{sf}$  é o valor final da resistência elétrica do sensor e  $I_f$  é o valor final do degrau de corrente elétrica que atravessa o sensor, e  $H(t)$  é a amplitude do degrau de radiação incidente no sensor.

Deste modo, pode-se escrever que:

$$R_{sf} = R_{sf} + (R_{si} - R_{sf}) e^{-t/M}$$

para,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_f^2}$$

ou seja;

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_f^2} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t) + \left( \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_i^2} - \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_f^2} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t) \right) e^{-t/M}$$

como as correntes inicial e final são iguais,

$$I_i^2 = I_f^2 = I_s^2$$

desenvolvendo-se a equação anterior, temos que:

$$R_s(t) = \frac{UAR_a + \beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} - \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} e^{-t/M} \quad (2:30a)$$

ou,

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} (1 - e^{-t/M}) \quad (2:30)$$

para,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_s^2}$$

de acordo com a equação (1:12).

<b>EQUAÇÃO 2:31</b>
---------------------

Considere-se a equação (1:09),

$$\frac{dR_s}{dt} - \frac{\beta R_o R_s I_s^2}{mc} + \frac{\beta R_o UA(1 + \beta T_a)}{mc \beta R_a} R_s = \frac{\beta R_o UA(1 + \beta T_a)}{mc \beta} + \frac{\beta R_o}{mc} \alpha AH(t)$$

no instante  $t = 0$ , com  $H(t) \neq 0$ , pode-se escrever que:

$$R_{si} = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2}$$

onde,  $R_{si}$  é o valor inicial da resistência elétrica do sensor e  $I_s$  é o valor inicial da corrente elétrica que atravessa o sensor, de modo análogo, pode-se escrever para  $t = \infty$  que;

$$R_{sf} = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_s^2}$$

onde,  $R_{sf}$  é o valor final da resistência elétrica do sensor e  $I_s$  é o valor final da corrente elétrica que atravessa o sensor.

Deste modo, pode-se escrever que:

$$R_{sf} = R_{sf} + (R_{si} - R_{sf}) e^{-t/M}$$

ou seja;

$$R_s(t) = \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \left( \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} - \frac{UA R_a}{UA - \beta R_o I_s^2} \right) e^{-t/M}$$

desenvolvendo-se, temos que:

$$R_s(t) = \frac{UAR_a}{UA - \beta R_o I_s^2} + \frac{\beta R_o \alpha AH(t)}{UA - \beta R_o I_s^2} e^{-t/M} \quad (2:31a)$$

ou,

$$R_s(t) = \frac{UAR_a + \beta R_o \alpha AH(t)e^{-t/M}}{UA - \beta R_o I_s^2} \quad (2:31)$$

para,

$$M = \frac{mc}{UA} \frac{UA}{UA - \beta R_o I_f^2} \quad (2:32)$$

de acordo com a equação (1:12).

<b>EQUAÇÃO 2:34</b>
---------------------

Substituindo-se a equação (2:33) na equação (1:09), tem-se:

$$\frac{R_s(t+T) - R_s(t)}{T} = \frac{dR_s(t)}{dt} + \alpha(t, t+T) \quad (2:33)$$

onde  $\alpha(1, t+T)$  tende para zero para cada  $t$  fixo.

$$\frac{dR_s(t)}{dt} = \frac{\beta R_o R_s(t)}{mc} \left( I_s^2(t) - \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta R_a} \right) + \frac{\beta R_o}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta} + \alpha AH(t) \right) \quad (1:09)$$

$$\frac{R_s(t+T) - R_s(t)}{T} = \frac{\beta R_o R_s(t)}{mc} \left( I_s^2(t) - \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta R_a} \right) + \frac{\beta R_o}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta} + \alpha AH(t) \right)$$

$$R_s(t+T) = \frac{\beta R_o R_s(t) T}{mc} \left( I_s^2(t) - \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta R_a} \right) + \frac{\beta R_o}{mc} \left( \frac{UA(1 + \beta T \alpha)}{\beta} + \alpha AT H(t) \right) + R_s(t)$$

donde se conclui que:

$$R_s(t) = \frac{\beta R_o T}{mc} R_s(t-T) I_s^2(t-T) - \frac{UAT}{mc} R_s(t-T) + \frac{UAR_o T}{mc} + \frac{\alpha \beta R_o AT}{mc} H(t-T) + R_s(t+T)$$

ou seja;

$$R_s(t) = \frac{\beta R_o T}{mc} R_s(t-T) I_s^2(t-T) - \left( \frac{UAT}{mc} - 1 \right) R_s(t-T) + \frac{UAR_o T}{mc} + \frac{\alpha \beta R_o AT}{mc} H(t-T) \quad (2:34)$$

<b>EQUAÇÃO 2:49</b>
---------------------

Considerando-se a equação (2:47),

$$\alpha A H + \frac{V_s^2}{R_s} = UA (T_s - T_a) + mc \frac{d(T_s - T_a)}{dt} \quad (2:47)$$

e que,

$$H = H_o + h \quad (2:48a)$$

$$R_s = R_{so} + r \quad (2:48b)$$

$$V_s = V_{so} + v \quad (2:48c)$$

$$T_s = T_o + T \quad (2:48d)$$

tem-se que;

$$\alpha A (H_o + h) + \frac{(V_{so} + v)^2}{R_{so} + r} = UA (T_{so} + T - T_a) + mc \frac{d(T_{so} + T - T_a)}{dt}$$

desenvolvendo-se o termo

$$\frac{(V_{so} + v)^2}{R_{so} + r} = \frac{V_{so}^2 + 2 V_{so} v + v^2}{R_{so} + r} = \frac{V_{so}^2}{R_{so} + r} + \frac{2 V_{so} v}{R_{so} + r} + \frac{v^2}{R_{so} + r}$$

que pode ser aproximado por:

$$\frac{(V_{so} + v)^2}{R_{so} + r} = \frac{V_{so}^2}{R_{so}} + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}}$$

uma vez que as grandezas  $r$  e  $v$  são pequenas, logo:

$$\alpha A (H_o + h) + \frac{V_{so}^2 + 2 V_{so} v}{R_{so}} = UA (T_{so} + T - T_a) + mc \frac{d(T_{so} + T - T_a)}{dt}$$

desenvolvendo-se temos que:

$$\alpha A H_o + \alpha A h + \frac{V_{so}^2 + 2 V_{so} v}{R_{so}} = UA (T_{so} - T_a) + UA T + mc \frac{d(T_{so} - T_a)}{dt} + mc \frac{dT}{dt}$$

donde se conclui que:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = UA T + mc \frac{dT}{dt} \quad (2:49)$$

pois os termos,

$$\alpha A H_o + \frac{V_{so}^2}{R_{so}} - UA (T_{so} - T_a) - mc \frac{d(T_{so} - T_a)}{dt} = 0$$

indicam uma situação de regime.

<b>EQUAÇÃO 2:52 e EQUAÇÃO 2:53</b>
------------------------------------

Para a Figura (2:21) temos que:

$$V_p = \frac{V_s}{R_s} (R_s + R_3)$$

$$e_b = V_p - \frac{V_p}{R_1 + R_2} R_1 - \frac{V_p}{R_s + R_3} R_s$$

$$e_b = \frac{V_s (R_s + R_3)}{R_s} \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_s}{R_s + R_3} \right)$$

simplificando-se os termos:

$$e_b = \frac{V_s}{R_s} \left( \frac{R_2 R_3 - R_1 R_s}{R_1 + R_2} \right) \quad (2:52)$$

escrevendo-se  $R_s = R_{s0} + r_o$  temos que:

$$e_b = \frac{V_s}{R_{s0} + r_o} \left( \frac{R_2 R_3 - R_1 (R_r + r_o)}{R_1 + R_2} \right) \quad (2:53)$$

<b>EQUAÇÃO 2:57</b>
---------------------

$$G e_b = \frac{r_o V_s}{R_r + r_o} + \frac{V_s}{R_r + r_o} (R_3 + R_{so}) - \frac{V_r}{R_r} (R_3 + R_r) \quad (2:56)$$

substituindo-se o valor de  $e_b$  dado pela equação (2:53), tem-se que:

$$G \frac{V_s}{R_r + r_o} \left( \frac{R_2 R_3 - R_1 (R_r + r_o)}{R_1 + R_2} \right) = \frac{r_o V_s}{R_r + r_o} + \frac{V_s}{R_r + r_o} (R_3 + R_r) - \frac{V_r}{R_r} (R_3 + R_r)$$

resolvendo-se,

$$\frac{G V_s}{R_1 + R_2} [R_2 R_3 - R_1 (R_r + r_o)] = V_s (R_3 + R_r + r_o) - V_r (R_3 + R_r) \frac{R_r + r_o}{R_r}$$

para  $\frac{R_r + r_o}{R_r} \cong 1$

$$- \frac{G V_s R_1 r_o}{R_1 + R_2} + G V_s \frac{R_2 R_3 - R_1 R_r}{R_1 + R_2} = r_o V_s + V_s (R_3 + R_r) - V_r (R_3 + R_r)$$

$$r_o V_s \left( \frac{G R_1}{R_1 + R_2} + 1 \right) = G V_s \frac{R_2 R_3 - R_1 R_r}{R_1 + R_2} - (V_r - V_s) (R_3 + R_r)$$

explicitando o valor de  $r_o$ , tem-se que;

$$r_o = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_r}{R_1} - \frac{V_r - V_s}{V_s} \frac{(R_3 + R_r)(R_1 + R_2)}{G R_1} \quad (2:57)$$

fazendo-se

$$G_{ap} = \frac{G R_1}{(R_3 + R_r)(R_1 + R_2)} \quad (2:58)$$

tem-se,

$$r_o = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_r}{R_1} - \frac{V_r - V_s}{V_r} \frac{1}{G_{ap}} \quad (2:59)$$

<b>EQUAÇÃO 2:60 e EQUAÇÃO 2:61</b>
------------------------------------

Derivando-se a equação

$$r_o = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_r}{R_1} - \frac{V_r - V_s}{V_s} \frac{1}{G_{ap}} \quad (2:59)$$

em relação ao tempo tem-se que:

$$\frac{dr_o}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{V_s - V_r}{V_s} \frac{1}{G_{ap}} \right)$$

$$\frac{dr_o}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{G_{ap}} \right) - \frac{1}{G_{ap}} \frac{d}{dt} \left( \frac{V_r}{V_s} \right)$$

$$\frac{dr_o}{dt} = - \frac{1}{G_{ap}^2} \frac{dG_{ap}}{dt} + \frac{V_r}{G_{ap}} \frac{1}{V_s^2} \frac{dV_s}{dt}$$

$$\frac{dr_o}{dt} = \frac{V_r}{G_{ap} V_s^2} \frac{dV_s}{dt} - \frac{1}{G_{ap}^2} \frac{dG_{ap}}{dV_s} \frac{dV_s}{dt} \quad (2:60)$$

todavia, de acordo com (2:58) o termo  $\frac{dG_{ap}}{dV_s} = 0$  o que implica em,

$$\frac{dr_o}{dt} = \frac{V_r}{G_{ap} V_s^2} \frac{dV_s}{dt} \quad (2:61)$$

uma vez que  $V_s = V_{s0} + v_o$ , e  $V_r$  é o valor de uma situação de equilíbrio.

$$\frac{dr_o}{dt} = \frac{V_r}{G_{ap} V_s^2} \frac{dv_o}{dt} \quad (2:61a)$$

<b>EQUAÇÃO 2:64</b>
---------------------

Considere a equação

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = \frac{1}{\beta R_o} U A r + \frac{mc}{\beta R_o} \frac{dr}{dt} \quad (2:62)$$

substituindo na equação (2:62) o valor dado pela equação (2:61) tem-se que:

$$\alpha A h + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = \frac{1}{\beta R_o} U A r - \frac{mc}{\beta R_o} \frac{V_r}{G_{ap} V_s^2} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{mc}{\beta R_o} \frac{V_r}{G_{ap} V_s^2} \frac{dv}{dt} + \frac{2 V_{so} v}{R_{so}} = \frac{1}{\beta R_o} U A r - \alpha A h$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{2 V_{so} \beta R_o}{R_{so} mc} \frac{G_{ap} V_s^2}{V_r} v = \frac{\beta R_o}{mc} \frac{G_{ap} V_s^2}{V_r} \left( \frac{1}{\beta R_o} U A r - \alpha A h \right)$$

que pode ser expressa como:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{M_o} = f(t) \quad (2:64)$$

para

$$f(t) = \frac{\beta R_o}{mc} \frac{G_{ap} V_s^2}{V_r} \left( \frac{1}{\beta R_o} U A r - \alpha A h \right) \quad (2:64a)$$

e

$$M_o = \frac{R_{so} mc V_r}{2 \beta R_o G_{ap} V_s^2} \quad (2:64b)$$